Technische Universität Ilmenau

Schriften zur Finanzwirtschaft

herausgegeben vom

Fachgebiet Finanzwirtschaft/Investition

der

Technischen Universität Ilmenau

Put oder Call, Mengen- oder Preisnotierung, quotierte oder Gegenwährung – über mögliche Verwirrungen bei Devisenoptionen im Euro-Raum

Prof. Dr. Ralf Trost

Heft 21

Technische Universität Ilmenau

Schriften zur Finanzwirtschaft

Prof. Dr. Ralf Trost
Technische Universität Ilmenau
Fachgebiet Finanzwirtschaft/Investition
Postfach 10 05 65
98684 Ilmenau
Tel: +49 (0)3677 69 4024

Ralf Trost:

Put oder Call, Mengen- oder Preisnotierung, quotierte oder Gegenwährung – über mögliche Verwirrungen bei Devisenoptionen im Euro-Raum

Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 21, Technische Universität Ilmenau, 2023

ISSN 1615-7656

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2023200288

DOI 10.22032/dbt.59204

© Technische Universität Ilmenau, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Medien, Fachgebiet Finanzwirtschaft/Investition, Ilmenau, 2023

Put oder Call, Mengen- oder Preisnotierung, quotierte oder Gegenwährung – über mögliche Verwirrungen bei Devisenoptionen im Euro-Raum

von

Ralf Trost

Zusammenfassung:

Wechselkurse werden im Euro-Raum in der sogenannten Mengennotierung festgestellt und kommuniziert. In der Folge gibt es im Umgang mit Devisenoptionen ein erhebliches Potential für Missverständnisse beziehungsweise Fehler, zumindest aber Irritationen bei Personen, die nicht alltäglich professionell damit umgehen. Dies hat zwei Ursachen: Zum einen ist die insbesondere in den USA übliche Preisnotierung günstiger für eine Übertragung vertrauter Ergebnisse aus dem Bereich der Aktienoptionen auf die Devisenoptionen. Zum anderen können insbesondere aus US-amerikanischen Quellen übernommene Rechenregeln und Bewertungsformeln nicht direkt für Wechselkurse in europäischer Notierung übernommen werden. Die Arbeit befasst sich mit den Auswirkungen auf die Gestalt der Auszahlungsdiagramme der verschiedenen möglichen Positionen in Optionskontrakten, mit der Put-Call-Parität und den Bewertungsformeln von Garman und Kohlhagen.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit Devisenoptionen aus einer zunächst möglicherweise eher technisch anmutenden Perspektive. Es geht darum, in welcher Form man die grundsätzlich relative Größe „Wechselkurs“ notieren kann und welche Auswirkungen das für den korrekten rechnerischen Umgang mit Wechselkursen hat. Während die Sachverhalte im Prinzip keineswegs besonders schwierig erscheinen und die Orientierung an den bekannteren Aktienoptionen ein festes inhaltliches Gerüst bietet, sind in der konkreten Anwendung – beobachtbar z.B. in Lehrveranstaltungen – regelmäßig Schwierigkeiten und eine hohe Fehleranfälligkeit zu konstatieren. Dies kann man auch dem dieser Thematik gewidmeten Halbsatz „Da das teilweise zu Verwirrungen führt“ im Lehrbuch Bösch (2014), S. 123, entnehmen. Diese „Verwirrungen“ werden insbesondere dadurch befeuert, dass mit der Einführung des Euro im Euro-Raum eine andere Notierungsweise als in den USA oder auch z.B. in Deutschland zu Zeiten der Deutschen Mark zur Konvention erhoben wurde. Andernfalls wären die Erörterungen in dieser Arbeit rein akademischer Natur. So ergibt sich aber die Situation, dass „Non-Professionals“ die in der mehrheitlich US-amerikanischen Literatur vorzufindenden Formeln nicht so ohne weiteres auf die Situation im Euro-Raum übertragen können. Darüber hinaus ist die US-amerikanische Notierungsweise in gewisser Weise auch „praktischer“ als diejenige im Euro-Raum.

Dies soll im Weiteren detailliert ausgebreitet und aufgearbeitet werden. Im Zentrum steht die Untersuchung der sogenannten Put-Call-Parität, einer aus Arbitrageüberlegungen abgeleiteten Beziehung zwischen den Preisen von Kauf- und Verkaufsoptionen. Es zeigt sich, dass die Gestalt dieser fundamentalen Beziehung sich mit der Art der Wechselkursnotierung verändert. Gleiches gilt für die Garman-Kohlhagen-Bewertungsformeln für Devisenoptionen.

Wegen der Konzentration auf diese Fragestellung bleiben zahlreiche Aspekte der Devisenoptionen ohne Berücksichtigung. Die institutionellen Gegebenheiten des Devisenmarktes bleiben unerwähnt.[1] Es werden nur Devisenkassaoptionen betrachtet ungeachtet des großen Marktes von Optionen auf Devisenfutures.[2] Wir beschränken uns auf Optionen, die ausschließlich am Verfallstag ausgeübt werden können (sogenannte Europäische Optionen).[3] Der Bid-Ask-Spread, also die Differenz zwischen Brief- und Geldkurs, wird ignoriert. Hinsichtlich der Bewertungsmodelle interessieren wir uns hier nur für das Standardmodell der Garman-Kohlhagen-Formeln, nicht für elaboriertere Modell.[4] Auch auf Untersuchungen der empirischen Gültigkeit der Bewertungsformeln[5] wird nicht eingegangen.

---

[1] Unabhängig von aktuellen Daten mit geringer Halbwertszeit sei hinsichtlich der grundsätzlichen Strukturen beispielhaft auf Beike/Schlütz (2015), S. 247-270, Shapiro (2010), S. 299-303, oder von Heßling (2013), S. 4-37, verwiesen.

[2] Vgl. grundsätzlich zu Futures-Optionen bspw. Hull (2015), S. 480-494.

[3] Zu Devisenoptionen Amerikanischen Typs vgl. z.B. Shastri/Tandon (1987).

[4] Ein solches, basierend auf einem gegenüber dem Grundmodell modifizierten stochastischen Prozess, stellen z.B. Shokrollahi/Kılıçman (2016) vor. Im Ergebnis entstehen Formeln, welche wie die Garman-Kohlhagen-Formeln das Grundmuster der Black-Scholes-Merton-Formeln für Aktienoptionen widerspiegeln, aber im Detail variieren.

[5] Vgl. z.B. Adams/Wyatt (1987) oder Shastri/Tandon (1986).

Der Aufbau der Arbeit ist wie folgt: Abschnitt 2 beschreibt nach der Definition grundlegender Begriffe den Fall der Aktienoptionen quasi als Referenzmodell. Abschnitt 3 schildert die Arten der Wechselkursnotierungen, bevor in Abschnitt 4 das oben angeschnittene Problem gerade im Hinblick auf Texte für Lernende etwas ausführlicher darlegt wird. Die nächsten drei Abschnitte befassen sich mit den angesprochenen Auswirkungen auf die Auszahlungsdiagramme der möglichen Positionen in Devisenoptionsgeschäften (Abschnitt 5), auf die Put-Call-Parität (Abschnitt 6) und auf die Garman-Kohlhagen-Bewertungsformeln (Abschnitt 7). Dabei liegt der Schwerpunkt der Ausführungen auf Abschnitt 6. Das Fazit in Abschnitt 8 fasst nochmals die wichtigsten Punkte zusammen.

2 Aktienoptionen

2.1 Grundsätzliches

Aktienoptionen dienen meist als Referenzbeispiel für Einführungen in das Themengebiet der Devisenoptionen. Die für die weiteren Überlegungen wichtigen Definitionen, Begriffe und Sachverhalte seien daher zur Einführung anhand von Aktienoptionen geklärt. Sie finden sich in allen einschlägigen Darstellungen, deshalb seien hier nur exemplarisch Perridon et al. (2022), S. 386-406 und Hull (2015), S. 276-280, 302-320, 420, genannt. Eine Option ist ein bedingtes Termingeschäft, welches es dem **Inhaber** der Option erlaubt, zu einem bestimmten zukünftigen Termin, dem **Verfallstag** der Option, (im Falle einer sogenannten **Europäische Option**) oder innerhalb einer bestimmten Zeitspanne bis zum Verfallstag (**Amerikanische Option**) eine bestimmte Anzahl einer bestimmten Aktie (**Underlying**) zu einem bereits bei Abschluss des Optionskontraktes festgelegten Preis (**Basispreis, Ausübungspreis, Strike Price**) zu erwerben (**Kaufoption**, **Call**) bzw. zu verkaufen (**Verkaufsoption**, **Put**). Die Gegenpartei heißt **Stillhalter**. Der Inhaber der Option wird diese nur dann ausüben, wenn es für ihn vorteilhaft, d.h. der Basispreis günstiger als der bei Ausübung der Option geltende Kassapreis ist. Ansonsten wird er sie verfallen lassen. Daher kann das Geschäft für den Stillhalter niemals vorteilhaft ausgehen, weswegen er bei Kontraktabschluss eine Kompensationszahlung erhält, den Preis der Option (**Optionsprämie**). Den Kauf einer Option bezeichnet man als **Long Position**, die Übernahme der Rolle des Stillhalters als **Short Position**. Daraus ergibt sich, dass grundsätzlich vier verschiedene Positionen in einem Optionskontrakt eingenommen werden können: **Long Call** (Kauf eines Kaufrechts), **Short Call** (Verkauf eines Kaufrechts), **Long Put** (Kauf eines Verkaufsrechts) und **Short Put** (Verkauf eines Verkaufsrechts). Die zum Ausübungszeitpunkt anfallenden Zahlungen in den vier Positionen gibt *Abbildung 1* wieder. Dabei ist

B	der Basispreis,
T	der Zeitpunkt der Ausübung der Option und
K_T	der Aktienkurs des Underlyings zum Zeitpunkt der Ausübung.

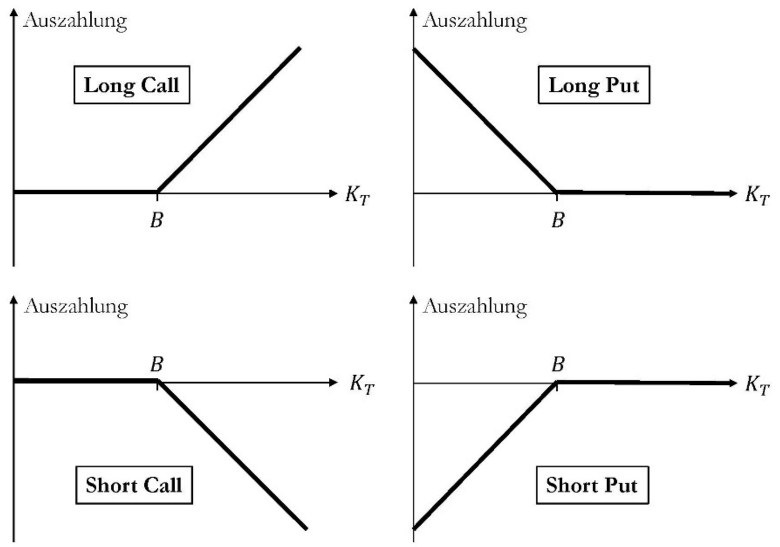

Abbildung 1: Auszahlungsdiagramme der vier möglichen Positionen in einem Optionskontrakt

Es ist darauf hinzuweisen, dass diese Diagramme lediglich die Zahlungen im Zeitpunkt T wiedergeben. Der Gewinn aus dem gesamten Kontrakt ergibt sich jeweils, wenn man noch die Optionsprämie ins Kalkül einbezieht. Um diese verschieben sich die Diagramme für die Long Positionen nach unten (der Optionskäufer bezahlt diese Prämie) und diejenigen für die Short Positionen nach oben (der Stillhalter vereinnahmt die Prämie).[6] Formelmäßig ausgedrückt lauten die Auszahlungen:

für den Long Call: $$\begin{cases} K_T - B & \text{falls } K_T \geq B \\ 0 & \text{falls } K_T < B \end{cases}$$

für den Long Put: $$\begin{cases} B - K_T & \text{falls } K_T \leq B \\ 0 & \text{falls } K_T > B \end{cases}$$

Multiplikation mit -1 liefert die Zahlungen für die jeweilige Short Position.

Im weiteren Verlauf werden lediglich Europäische Optionen betrachtet. Die Behandlung Amerikanischer Optionen ist komplexer, die Feststellungen dieser Arbeit hinsichtlich der Komplikationen im Zusammenhang mit den unterschiedlichen Notierungen von Wechselkursen lassen sich aber auf diese übertragen. Außerdem sei in diesem Abschnitt unterstellt, dass genau ein Stück der Aktie das Underlying der Optionen darstellt.

2.2 Put-Call-Parität

Eine wichtige Beziehung zwischen den Optionsprämien für einen Call und einen Put auf das gleiche Underlying bei gleichem Ausübungszeitpunkt T und gleichem Basispreis B ist die sogenannte Put-Call-Parität. Sie muss auf einem arbitragefreien Markt gelten. Ist sie nicht erfüllt, können durch Arbitragegeschäfte so-

[6] Genau genommen verschieben sich die Diagramme um die vom Zeitpunkt des Kontraktabschlusses auf den Zeitpunkt der Auszahlung aufgezinste Optionsprämie.

lange risikolose Gewinne erzielt werden, bis die Preise die Gleichung wieder erfüllen (unter Vernachlässigung der Transaktionskosten). Folgende Variablen werden außer den bereits eingeführten für die Formulierung der Put-Call-Parität noch benötigt:

t	aktueller Zeitpunkt ($t < T$)
P_t^C	aktueller Preis des Calls,
P_t^P	aktueller Preis des Puts,
r	stetiger Marktzins p.a.

Zur Herleitung der Put-Call-Parität betrachte man ein im aktuellen Zeitpunkt t zusammengestelltes Portfolio aus folgenden Komponenten:

(1) Kauf des Underlyings (der Aktie) zum Preis K_t,

(2) Kauf des Puts zum Preis P_t^P,

(3) Aufnahme eines Kredits zum p.a.-Zinssatz r über den Betrag $B \cdot e^{-(T-t)\cdot r}$.

Im Ausübungszeitpunkt T weisen die Komponenten des Portfolios folgende Werte auf:

	Portfolio			
	Wert der Aktie (1)	Zahlung aus Put (2)	Kreditrückzahlung (3)	Summe
falls $K_T \leq B$:	$+K_T$	$B - K_T$	$-B$	0
falls $K_T > B$:	$+K$	0	$-B$	$K_T - B$

Tabelle 1: Zahlungen des Duplikationsportfolio für den Call auf eine Aktie

Das in der letzten Spalte wiedergegebene Auszahlungsprofil des Portfolios entspricht demjenigen des Calls. Das Portfolio **dupliziert** den Call, man spricht auch von einem **synthetischen Call**. Demnach entspricht das Aufbauen des Portfolios dem Kauf eines Calls, d.h.:

$$-K_t - P_t^P + B \cdot e^{-(T-t)\cdot r} = -P_t^C,$$

wobei die Vorzeichen sich aus dem Abfluss oder Zufluss des jeweiligen Betrages ergeben. Umgestellt ergibt sich die übliche Darstellung der

Put-Call-Parität für Aktienoptionen („Grundform“): $P_t^C - P_t^P = K_t - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r}$.

Im Hinblick auf die Behandlung der Devisenoptionen ist es sinnvoll, noch eine Erweiterung der Put-Call-Parität einzuführen, obwohl diese allerdings zunächst einmal speziell für Aktionenoptionen relevant zu sein scheint. Da zukünftige Dividendenzahlungen den Kassakurs des Underlyings beeinflussen, sollte dieser Aspekt in der Put-Call-Parität berücksichtigt werden. Handelt es sich um eine in Höhe und Zeitpunkt bereits bekannte Gewinnausschüttung, die während der Restlaufzeit der Option stattfinden wird, so ist einfach der

Barwert dieser Zahlung aus dem Kassakurs des Underlyings herauszurechnen. Zu begründen ist dies damit, dass der Markt bei der Preisfindung die Dividendenerwartung eingepreist hat, beim Besitz der Option jedoch keine Dividende vereinnahmt wird:

Put-Call-Parität für Aktienoptionen (mit bekannter Dividende während der Restlaufzeit):

$$P_t^C - P_t^P = K_t - D \cdot e^{-(s-t)\cdot r} - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r},$$

wobei

s	Zeitpunkt der Dividendenzahlung ($t < s < T$),
D	Höhe der Dividendenzahlung.

Formal herleiten kann man dies wiederum durch ein entsprechendes Duplikationsportfolio. Weil beim Besitz der Aktie im Zeitpunkt s die Zahlung D zufließt, führt der Besitz der Aktie im Verfallszeitpunkt T zusätzlich zu einer Barposition in Höhe der von s bis T aufgezinsten Zahlung D, also zu $D \cdot e^{(T-s)\cdot r}$. Demgemäß muss in Portfolioposition (3) zusätzlich dieser Betrag – seinerseits wiederum abgezinst auf den Betrachtungszeitpunkt t – aufgenommen werden. Der Darlehensbetrag ist also $D \cdot e^{(T-s)\cdot r} \cdot e^{-(T-t)\cdot r} = D \cdot e^{-(s-t)\cdot r}$.

	Portfolio			
	Wert der Aktie (1)	Zahlung aus Put (2)	Kreditrückzahlung (3)	Summe
falls $K_T \leq B$:	$+ K_T + D \cdot e^{(T-s)\cdot r}$	$B - K_T$	$- B - D \cdot e^{(T-s)\cdot r}$	0
falls $K_T > B$:	$+ K + D \cdot e^{(T-s)\cdot r}$	0	$- B - D \cdot e^{(T-s)\cdot r}$	$K_T - B$

Tabelle 2: Zahlungen des Duplikationsportfolio für den Call auf eine Aktie bei bekannter Dividende

Ein anderer Ansatz, der auf Merton (1973) zurückgeht[7], unterstellt stattdessen eine bekannte Dividendenrendite der Aktie. In Übertragung des soeben geschilderten Ansatzes für den Fall der bekannten Dividendenzahlung ist nun folgendermaßen zu argumentieren: Aufgrund der Erwartung der Anleger ist im Aktienkurs stets die im Zeitablauf näher rückende Dividende eingepreist. Diese Dividendenerwartung wird nun ausgedrückt durch die Verzinsung mit

i_{Div}	Dividendenrendite p.a.

über den Zeitraum von t bis T, also durch Multiplikation des Aktienkurses mit $e^{(T-t)\cdot i_{Div}}$. Das Herausrechnen der Dividendenerwartung erfolgt demgemäß umgekehrt durch Diskontierung des Aktienkurses über die Zeitspanne von t bis T mit der Dividendenrendite, d.h. durch Multiplikation mit $e^{-(T-t)\cdot i_{Div}}$. Somit ergibt sich:

[7] Vgl. z.B. auch Hull (2015), S. 465-467.

Put-Call-Parität für Aktienoptionen (mit bekannter Dividendenrendite):

$$P_t^C - P_t^P = K_t \cdot e^{-(T-t)\cdot i_{Div}} - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r}$$

Im Duplikationsportfolio verändert sich gegenüber der Grundformel nun die Position (1) dergestalt, dass ein Aktienanteil im Wert von $K_t \cdot e^{-(T-t)\cdot i_{Div}}$ erworben wird.[8] Die Positionen (2) und (3) des Portfolios für die „Grundform" der Put-Call-Parität bleiben unverändert. Im Zeitpunkt T enthält die Aktie diesen Teil der Dividendenerwartung nicht mehr, so dass der Wert dann gleich K_T ist (sowohl für $K_T \leq B$ als auch für $K_T > B$). Die Tabelle der Werte in T ist somit identisch mit *Tabelle* 1.

Diese Form der Put-Call-Parität wird im weiteren bei der Diskussion der Put-Call-Parität für Devisenoptionen benötigt werden.

Es ist wichtig festzuhalten, dass der durch die Put-Call-Parität beschriebene Zusammenhang allein aus der Forderung der Arbitragefreiheit des Marktes abgeleitet wird und eine Aussage über die Marktpreise ist. Sie ist völlig unabhängig davon, wie diese Preise sich bilden und ob sie gar – in welchem Sinne auch immer – „richtig" oder „falsch" sind. Nur ihr Zusammenspiel sollte dieser Beziehung genügen. Insbesondere beruht die Put-Call-Parität auch nicht auf der im nächsten Abschnitt wiedergegebenen Bewertungsformel.

2.3 Bewertungsformeln von Black-Scholes-Merton

Zur Bewertung von Optionen stehen das **Binomialmodell (Two State Option Pricing)** von Cox/Ross/Rubinstein (1979) und die **Black-Scholes(-Merton)-Formel** nach Black/Scholes (1972) bzw. Merton (1973) zur Verfügung. Beides sind präferenzfreie Modelle, aus dem Binomialmodell kann seinerseits die Black-Scholes-Formel abgeleitet werden. Das Binomialmodell ist geeignet auch zur Bewertung von komplizierteren Optionsstrukturen. Dieser Beitrag befasst sich jedoch nur mit Standardoptionen (**Plain Vanilla Options**) und wird auf das Binomialmodell nicht weiter eingehen.[9] Zudem interessieren wir uns hier auch nicht für die durchaus komplexe Herleitung der Black-Scholes-Formel und die in das Modell einfließenden Voraussetzungen und Annahmen.[10] Es geht ausschließlich um die Anwendung der Formel auf Devisenoptionen.

In Unterscheidung zu den (Markt-) Preisen P_t^C und P_t^P seien nun

W_t^C Wert des Calls,

W_t^P Wert des Puts.

[8] Das Modell unterstellt demnach kalkulatorisch die beliebige Teilbarkeit der Aktie, was in realiter eine leichte Unschärfe der Put-Call-Relation nach sich zieht.

[9] Vgl. hierzu bspw. Rudolph/Schäfer (2005), S. 231-243.

[10] Vgl. hierzu auch Hull (2015), S.404-421 u. 439-441.

Folgende Größe geht zusätzlich in die Bewertungsformeln ein:[11]

σ Standardabweichung der Aktienrendite.

Damit kann man nun formulieren ($\Phi(\bullet)$ bezeichnet die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung):[12]

Black-Scholes-Bewertungsformel für einen Aktiencall („Grundform" ohne Dividenden):

$$W_t^C = K_t \cdot \Phi(d_1) - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r} \cdot \Phi(d_2)$$
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K_t}{B}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{T-t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t}$$

Unter Berücksichtigung der Dividendenrendite r_{Div} ergibt sich das von Merton entwickelte Modell.[13] Auch hier wird der Aktienkurs mit der Dividendenrendite diskontiert.

Black-Scholes-Merton-Bewertungsformel für einen Aktiencall (mit bekannter Dividendenrendite):

$$W_t^C = K_t \cdot e^{-(T-t)\cdot i_{Div}} \cdot \Phi(d_1) - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r} \cdot \Phi(d_2)$$
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K_t}{B}\right) + \left(r - i_{Div} + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{T-t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t}$$

Die entsprechenden Formeln für den **Wert eines Puts** W_t^P lassen sich mittels der Put-Call-Parität in der jeweils passenden Form aus obigen Formeln ableiten:[14]

ohne Dividendenberücksichtigung: $W_t^P = B \cdot e^{-(T-t)\cdot r} \cdot \Phi(-d_2) - K_t \cdot \Phi(-d_1)$

mit bekannter Dividendenrendite: $W_t^P = B \cdot e^{-(T-t)\cdot r} \cdot \Phi(-d_2) - K_t \cdot e^{-(T-t)\cdot i_{Div}} \cdot \Phi(-d_1)$

(d_1 ist natürlich in der jeweils konsistenten Definition einzusetzen.)

---

[11] Tatsächlich ist dies die kritische Größe in der Anwendung der Black-Scholes-Formel. Der Marktzins r ist nicht schwer abzuschätzen, und alle anderen Größen stehen sogar definitiv fest.

[12] Vgl. Black/Scholes (1972) oder z.B. Hull (2015), S. 420, Perridon et al. (2022), S. 396/7.

[13] Vgl. Merton (1973) oder z.B. Perridon et al. (2022), S. 399.

[14] Vgl. z.B. Hull (2015), S. 420.

3 Die Notierung von Wechselkursen

Will man sich mit Devisenoptionen beschäftigen, ist es unerlässlich, sich zunächst mit der Notierung von Wechselkursen zu befassen. Das gilt zumindest, wenn man sich im Euro-Raum befindet, und eher nicht aus Sicht eines US-amerikanischen Autors. Der Grund hierfür wird im nächsten Abschnitt deutlich gemacht.

Wechselkurse beschreiben das Austauschverhältnis zwischen zwei Währungen und sind damit relative Größen. Sie werden gekennzeichnet durch die Angabe der beiden Währungskürzel, z.B. EURUSD.[15] Die erstgenannte Währung heißt **quotierte Währung**, die andere **Gegenwährung**. Die quotierte Währung ist diejenige, aus deren Sicht argumentiert wird. Man kann das folgendermaßen greifbar machen: Bei einer Aktienoption hat man zwischen dem Basispreis und dem Kurs des Underlyings einerseits und dem Underlying andererseits eine klare Rollenverteilung. Das Underlying ist die „Ware“, um deren Handel es geht, während Basispreis und Underlyingkurs eben Preise für diese „Ware“ sind. Die Optionsprämie ist natürlich ebenfalls eine Geldgröße. Im Falle einer Devisenoption hingegen

- ist zum einen die „Ware“ grundsätzlich ebenfalls ein Geldbetrag, wobei
- die Notierung zudem relativ als Austauschverhältnis erfolgt.

Das Austauschverhältnis zwischen quotierter Währung und Gegenwährung kann nun auf zweierlei Arten, auch Art der **Quotierung** genannt, festgestellt werden.[16] Dabei behält man die Perspektive aus Sicht der quotierten Währung bei. Damit ist die Gegenwährung die „Ware“ und die quotierte Währung das Geld. Die beiden Quotierungsarten sind:

- **Mengennotierung (Indirect Quotation)**: Einheiten Gegenwährung pro 1 Einheit quotierte Währung („Warenmenge pro Geldeinheit“)
- **Preisnotierung (Direct Quotation)**: Einheiten quotierte Währung pro 1 Einheit Gegenwährung („Preis pro Mengeneinheit der Ware“)

Beispiel: Folgende Aussagen zu EURUSD sind äquivalent:

a) Der Wechselkurs beträgt $1{,}25\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$ (d.h. 1,25 USD für 1 EUR).

b) Der Wechselkurs beträgt $0{,}8\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$ (d.h. 0,8 EUR für 1 USD).

Die beiden Zahlenwerte sind reziprok zueinander: $0{,}8 = \frac{1}{1{,}25}$. Aus Sicht der quotierten Währung EUR ist a) die Mengennotierung und b) die Preisnotierung. Aus Sicht des USD wäre a) die Preisnotierung und b) die Mengennotierung. ■

[15] Die ebenfalls oft verwendete Kennzeichnung EUR/USD wird hier nicht verwendet, weil sie als mathematischer Bruch mit Zähler EUR und Nenner USD gelesen werden kann. Dies kann je nach Situation zutreffend sein oder auch nicht; siehe dazu im folgenden.

[16] Vgl. z.B. Beike/Schlütz (2015), S. 249.

Die Umrechnung von Geldbeträgen erfolgt je nach Notierung und Richtung der Umrechnung durch Multiplikation mit oder Division durch den Wechselkurs (siehe *Abbildung 2*).

Am Beispiel:

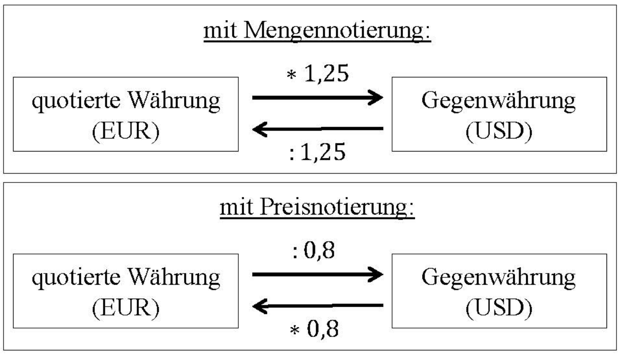

Abbildung 2: Währungsumrechnung bei Mengen- und bei Preisnotierung

■

Der Übergang von einer zur anderen Notierungsweise ist rechnerisch äquivalent zum Vertauschen der Rolle von quotierter und Gegenwährung. *Abbildung 3* zeigt einen Screenshot des Finanzportals onvista, der – EUR als quotierte Währung unterstellt – links die Mengen- und rechts die Preisnotierung zeigt.

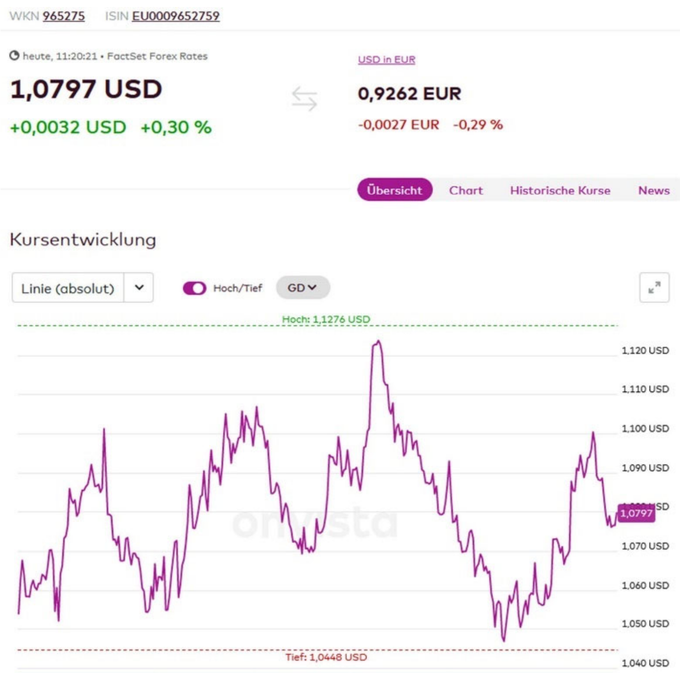

Abbildung 3: Mengen- und Preisnotierung mit dem Euro als quotierte Währung
Quelle: https://www.onvista.de/devisen/Eurokurs-Euro-Dollar-EUR-USD; Abruf 12.12.2023

Der Anlass für diese Arbeit ist nun folgender Sachverhalt:

Konvention zur Wechselkursnotierung im Euro-Raum seit Einführung des Euro:

- Der **Euro** ist stets die **quotierte Währung**.
- Es wird die **Mengennotierung** verwendet.

Dies entspricht in obigem *Beispiel* der Notierung $1{,}25\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$.

Vor Einführung des Euro war in Deutschland und anderen Ländern Kontinentaleuropas die Verwendung der Preisnotierung üblich.[17] In Großbritannien wurde schon vorher mit der Mengennotierung gearbeitet. In den USA wird – bei quotiertem USD – die Preisnotierung verwendet. Wie oben im Beispiel bereits angemerkt, führt dies zu zahlenmäßig gleicher Notierung, *am Beispiel* also $1{,}25\ \frac{\mathrm{USD}}{\mathrm{EUR}}$. Vgl. hierzu beispielhaft *Abbildung 4*, einen Screenshot des US-Finanzdatendienstleisters Barchart.com.

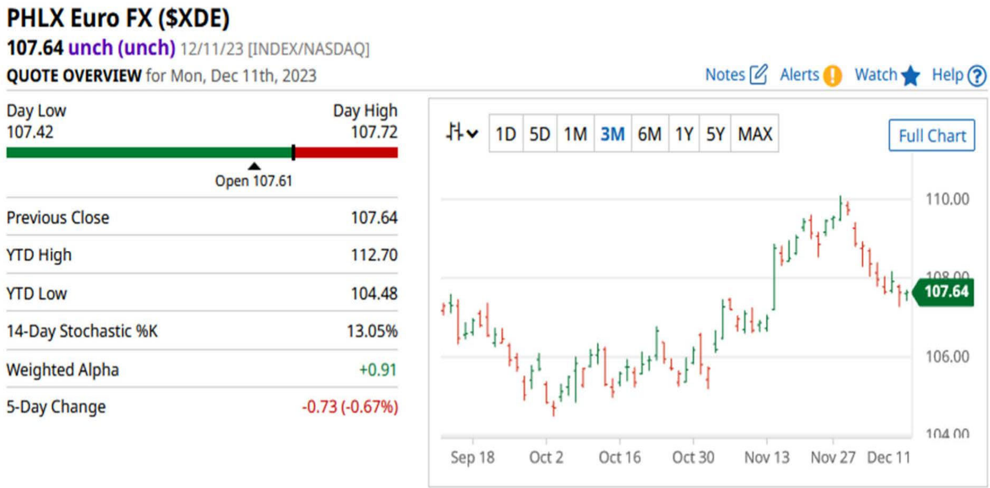

Abbildung 4: Wechselkursnotierung[18] auf der Nasdaq PHLX (ehem. Philadelphia Stock Exchange)
Quelle: https://www.barchart.com/stocks/quotes/$XDE; Abruf 12.12.2023

4 Devisenoptionen in der Literatur, insbesondere Lehrbüchern

Devisenoptionen werden in der nicht spezialisierten finanzwirtschaftlichen (Lehrbuch-) Literatur häufig quasi als Nebenbemerkung nach der Behandlung von Aktienoptionen aufgeführt. Eine lapidare Äußerung, dass anstatt einer Aktie nunmehr eben ein Wechselkurs das Underlying sei, reicht dabei aber als Beschreibung des Sachverhalts nicht aus, wenn der mit dem Thema bisher nicht bewanderte Leser ertüchtigt werden soll, mit derartigen Konstrukten umzugehen. Das fängt schon damit an, dass der Wechselkurs eine relative Größe ist, der Aktienkurs jedoch eine absolute (Geld-) Größe. Dabei muss aber auch bei einer Devisenoption am Ende, falls die Option ausgeübt wird, ein Geldbetrag für eine „Ware", in diesem Fall ein anderer Geldbetrag, gezahlt werden. Man könnte also auf den ersten Blick vermuten, dass es sinnvoll wäre, Devisenoptionsgeschäfte direkt auf der Basis der beiden involvierten absoluten Geldbeträge zu formulieren (z.B. „Zahlung von 80.000 EUR für den Erwerb von 100.000 USD"). Aus Gründen der Vergleichbarkeit, der einfacheren Kommunikation und der Standardisierung insbesondere bei börsengehandelten Devisenoptionen ist es allerdings sinnvoller, den Sachverhalt mittels des relativen Wechselkurses auszudrücken.

17 Vgl. z.B. Beike/Schlütz (2015), S. 249, oder Perridon et al. (2022), S. 409.

18 XDE ist das US-amerikanische Kürzel im Foreign Exchange Markt FX für den Euro. Also entspricht $XDE dem Kürzel USDEUR.

Exemplarisch sei das Standardwerk Perridon et al. (2022) herangezogen.[19] Zunächst steht auf S. 408/9 der Satz: „Der Käufer einer Devisenoption…erwirbt…das Recht, eine bestimmte Menge…einer bestimmten Fremdwährung…an oder bis zu einem bestimmten Zeitpunkt zu einem im Voraus festgelegten Wechselkurs…zu kaufen…bzw. zu verkaufen." Obwohl es nicht ganz eindeutig ist, hebt dieser Satz eher auf die Geldbeträge denn auf den Wechselkurs ab. Mitte der S. 409 heißt es dann: „Die gehandelten Devisenoptionskontrakte beziehen sich…auf den Kassawechselkurs…" und im weiteren wird erläutert: „Die Quotierung der Wechselkurse erfolgt i.d.R. als Mengennotierung, d.h. z.B. in US-Dollar pro Euro." Dies weist auf die oben genannte Konvention im Euro-Raum hin und auf den Wechselkurs als Underlying. Dann befasst sich der letzte Absatz auf S. 409, mit der Bewertung der Devisenoptionen. Er wird begründungslos eingeleitet mit dem Satz „Für die Bewertung von Devisenoptionen sei der Kassawechselkurs an dieser Stelle in Einheiten der Inlandswährung je Einheit der Fremdwährung (Preisnotierung) definiert." Warum dieser plötzliche Wechsel in der Quotierung? Und was hat das zur Folge? Da die kurze Passage nicht mit Formeln unterlegt ist, mag sich das dem Leser nicht erschließen. Im weiteren Verlauf wird man den Grund für diese Aussage sehen und damit wohl auch einen Grund, warum die Buchpassage nicht mit Formeln unterlegt ist.

Interessant ist auch, dass an dieser Stelle zwei Begriffe auftauchen, die bisher in unseren Erörterungen nicht vorkamen: **Inlandswährung** und **Fremdwährung**. Schaut man in US-amerikanische Bücher[20] oder auch Fachartikel[21], so ist dieses Vorgehen der Standard. Aus Sicht einer Inlandswährung (**domestic currency**) werden die Preise einer Fremdwährung (**foreign currency**) angegeben. Dort wird also stets die Preisnotierung verwendet, wobei die quotierte Währung immer die Inlandswährung ist. Häufig, aber nicht immer, ist dies explizit der USD, wobei das aber dem grundsätzlichen Verständnis des Lesers keinen Abbruch tun sollte. Auch in der deutschsprachigen Literatur werden regelmäßig die Begriffe „Inlandswährung" und „Fremdwährung" verwendet[22], wobei in diesem Fall natürlich der Euro die Heimatwährung ist.

Unter Preisnotierung sind die Formel der Put-Call-Parität und der Black-Scholes-Merton-Bewertung dann eine unmittelbare Übertragung der Formeln für die Aktienoptionen und für „quotierte Währung = Heimatwährung" auch unmittelbar einsichtig. Deswegen werden sie oftmals gar nicht eigens niedergeschrieben. Das gilt aber nur für diese Konstellation. Unter der Konvention im Euro-Raum ist dem nicht so. Das wird in Abschnitt 6 genauer herausgearbeitet.

---

[19] Um Missverständnissen vorzubeugen: Dies soll ausdrücklich nicht als Kritik verstanden werden. Das die Finanzwirtschaft in außerordentlicher Breite abdeckende Werk kann nicht bei speziellen Themen derart in die Tiefe gehen. Es soll nur gezeigt werden, dass bei beiläufiger Behandlung viele Aspekte verborgen bleiben, was einer Anwendung des Wissens erheblich im Wege stehen bzw. zu Fehlern führen kann.

[20] Einige exemplarische Nennungen: Bekaert/Hodrick (2009), S. 719-725; Berk/DeMarzo (2014), S. 1005-1008; Hull (2015), S. 470-472; Shapiro (2010), S. 299-316.

[21] Vgl. z.B. Biger/Hull (1983), Garman/Kohlhagen (1983), Grabbe (1983).

[22] Vgl. neben Perridon et al. (2022) z.B. auch Bösch (2014) oder Rudolph/Schäfer (2005). Schmidt (2014) behilft sich mit dem vagen Satz: „Da…in der Regel eine der beiden *[Anm.: Währungen]* die Heimatwährung ist, genügt oft die Nennung der zweiten."

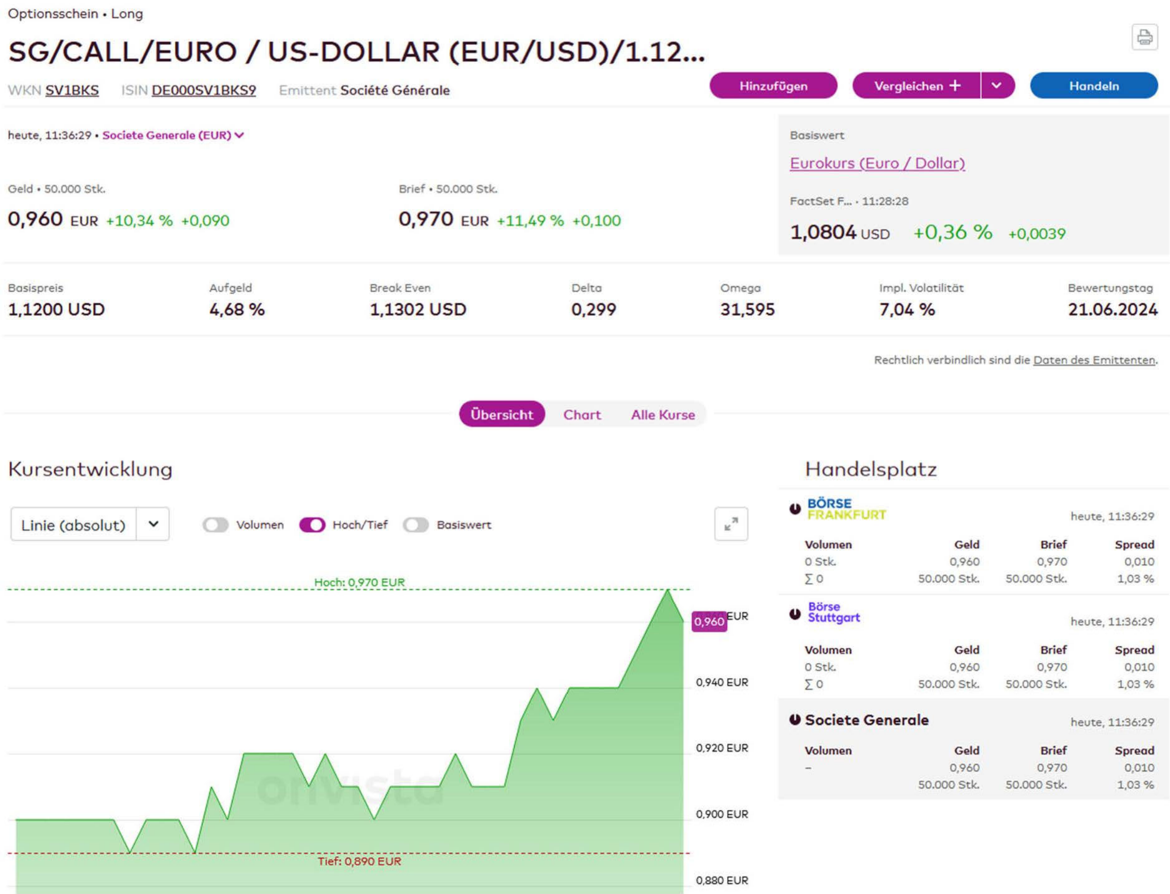

Abbildung 5: Notierung eines Optionsscheins der Société Générale im Euroraum
Quelle: https://www.onvista.de/derivate/Optionsscheine/242342087-SV1BKS-DE000SV1BKS9; Abruf 12.12.2023

Abbildung 5 zeigt einen Screenshot des Finanzportals onvista zur Notierung eines Optionsscheins[23] der Société Générale. Hier deutet sich das Dilemma deutlich an: Während der Basispreis und der aktuelle Eurokurs gemäß der Euro-Konvention in Mengennotierung angegeben werden (1,12 bzw. 1,0804 $\frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$), wird die aktuelle Optionsprämie in Preisnotierung dargestellt (0,96 bzw. 0,97 $\frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$) [24]. Das entspricht auch der in Abschnitt 4 beschriebenen Erklärung im Lehr- und Überblicksbuch von Perridon et al. (2022).

[23] Der institutionelle Unterschied zwischen einem Optionsschein und einem Optionskontrakt spielt an dieser Stelle keine Rolle.

[24] Geld- bzw. Briefkurs.

5 Wechselkursnotierung und Auszahlungsdiagramme

Die Art der Quotierung hat einen Einfluss auf die Gestalt der Auszahlungsdiagramme. Im folgenden soll das am Zahlenbeispiel illustriert werden. Wir betrachten nur Long-Positionen, da sich die Short-Positionen daraus durch Multiplikation mit -1 ergeben.

Beispiel: Die Inlandswährung sei EUR, das Handelsobjekt der USD, das Kontraktvolumen 100.000 USD und der Ausübungspreis 80.000 EUR. Das bedeutet, die Option verbrieft das Recht, im Verfallszeitpunkt T 100.000 USD gegen 80.000 EUR zu kaufen. Die Optik des Diagramms *(Abbildung 6)* ist aus Abschnitt 2 vertraut (vgl. *Abbildung 1*): Es ist das Auszahlungsdiagramm eines Long Calls.

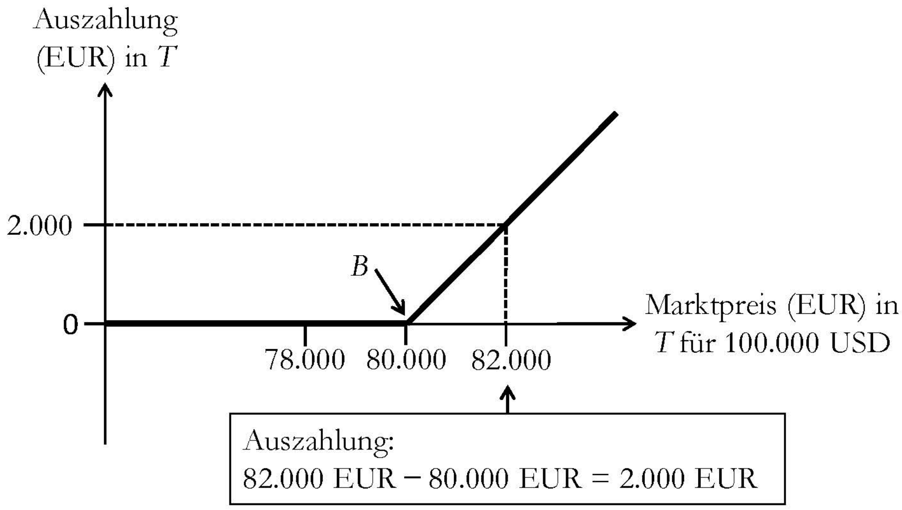

Abbildung 6: Auszahlungsdiagramm der Kaufoption in quotierter Währung absolut

■

Statt des Kaufpreises kann natürlich an der Abszisse auch der Wechselkurs aufgetragen werden. Verwendet man dabei die Preisnotierung $\frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$, so ändert sich die Optik des Diagramms qualitativ überhaupt nicht *(Abbildung 7)*. An der Ordinate kann die Auszahlung ebenfalls relativ in der Dimension $\frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$ oder auch als Absolutbetrag EUR aufgetragen werden.

Am Beispiel:

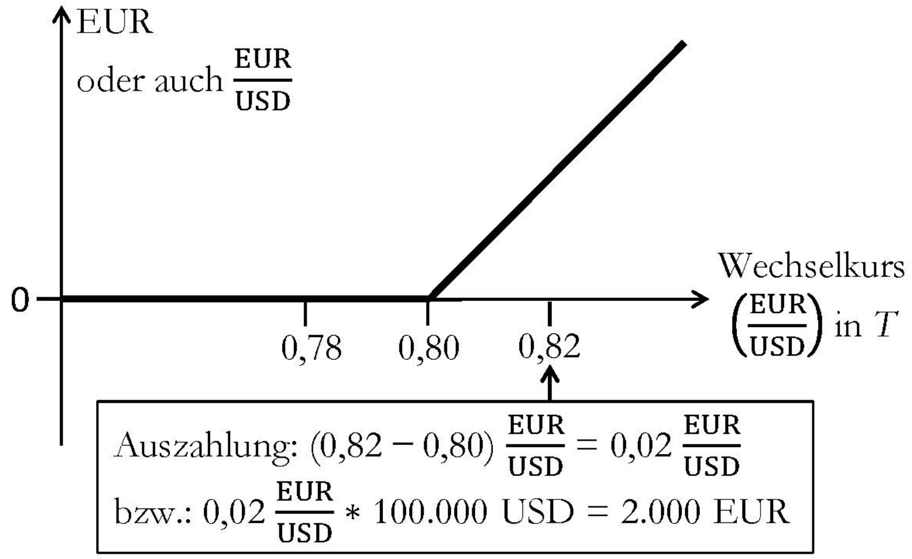

Abbildung 7: Auszahlungsdiagramm der Kaufoption bei Preisnotierung

Es ist natürlich, die Auszahlung der Option in der Inlandswährung anzugeben. Misst man die Auszahlung relativ mit $\frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$, so ergibt sich die Auszahlung gemessen in EUR durch Multiplikation mit dem Kontraktvolumen der Option. Dies funktioniert, weil das Kontraktvolumen (die Menge der „Ware“) in der Gegenwährung USD angegeben und die Inlandswährung quotiert ist, sowie des weiteren, weil der Wechselkurs in Preisnotierung (EUR pro USD) angegeben wurde. Wäre der Wechselkurs in Mengennotierung $\frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$ angegeben worden, könnte man nicht so einfach vorgehen. Genau dies ist aber unter der Konvention für den Euro-Raum leider der Fall.

Notiert man EURUSD nämlich gemäß der Konvention „Euro quotiert und Mengennotierung“, so ergeben sich zwei Konsequenzen (vgl. *Abbildung 8*):

- Das Gewinndiagramm ist am Basispreis gespiegelt.
- Die Berechnung der Auszahlung in der Inlandswährung EUR erfordert einen zusätzlichen Rechenschritt.

Am Beispiel:

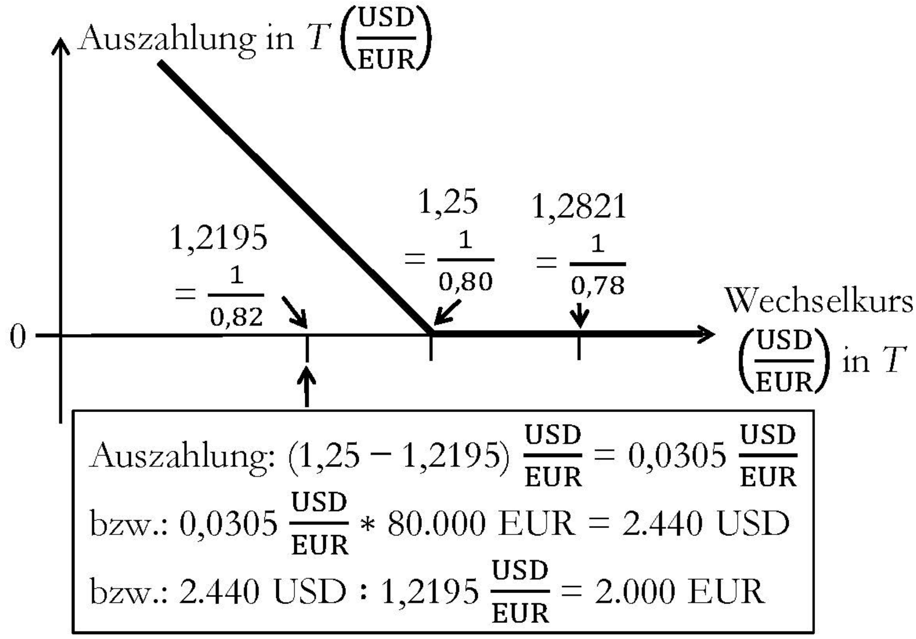

Abbildung 8: Auszahlungsdiagramm der Kaufoption bei Mengennotierung

Die Gestalt dieses Auszahlungsdiagramms ist bekannt: Es handelt sich um das Auszahlungsdiagramm eines Long Put. Dieses ergibt sich, weil die Notierungskonvention für den Euro die inverse Quotierung des Wechselkurses impliziert, also die Rollen der beiden Währungen vertauscht. Das ist anschaulich klar:

Eine Kaufoption in der einen Währung ist dasselbe wie eine Verkaufsoption in der anderen.

Auf diesen sehr offensichtlichen Sachverhalt wird allgemein auch in der Literatur hingewiesen.[25] Unschön an der Angelegenheit aus Sicht des Euro-Raums ist nur, dass man in den Auszahlungsdiagrammen entweder – wenn man die Quotierungskonvention befolgt – damit leben muss, dass die üblichen, in allen anderen Bereichen gültigen Beschreibungen quasi „invertiert" sind, oder – wenn man die üblichen Formen der Auszahlungsdiagramme beibehalten möchte – sich über die Quotierungskonvention hinwegsetzen muss. Genau das tun Perridon et al. (2022) an der oben in Abschnitt 4 beschriebenen Stelle oder auch Bösch (2014), S. 123. Bei Schmidt (2014), S, 237, findet sich hierzu der treffende Satz: „Um die Verwirrung komplett zu machen, ist mit der Einführung der Gemeinschaftswährung auch noch die Art der Kursnennung (Dollar pro Euro) geändert worden."

Am Beispiel: Der Wechselkurs zwischen Euro und Dollar ist aus europäischer Sicht EURUSD und aus US-amerikanischer Sicht USDEUR (jeweils die Heimatwährung als quotierte Währung). Dennoch lautet in beiden Fällen die Kursnotierung $1{,}25\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$, da in den USA die Preisnotierung („Ein Euro kostet 1,25 Dollar") und im Euro-Raum die Mengennotierung („Für einen Euro bekommt man 1,25 Dollar") verwendet wird. Man könnte – auch aufgrund der Ähnlichkeit der beiden verbalen Formulierungen – versucht sein, hieraus

25 Vgl. z.B. Hull (2015), S. 409, Perridon et al. (2022), S. 409, Schmidt (2014), S. 237, Shapiro (2010), S. 300.

den Schluss zu ziehen, dass die Anwendung der im folgenden behandelten Formeln aufgrund dieser Gleichheit unproblematisch sein müsste. Dem ist jedoch nicht so, da man es im einen Fall mit einem Call und im anderen Fall mit einem Put zu tun hat.

6 Put-Call-Parität bei Devisenoptionen

6.1 Vorbereitungen

Der Grundgedanke kann direkt aus derjenigen für Aktienoptionen mit stetiger Dividendenrendite übertragen werden, denn während der Restlaufzeit der Option können Geldbeträge bei realem Besitz zum für die jeweilige Währung gültigen Zinssatz angelegt werden, bringen also eine Rendite. Dies entspricht der stetigen Aktienrendite im Merton-Modell, die herauszurechnen ist. Jedoch hängt es von der quotierten Währung und der Art der Quotierung ab, ob die Wechselkurse direkt in die Formel eingesetzt werden können oder ob eine Modifikation erforderlich ist.

Anstelle des Marktzinses r bei den Aktienoptionen gibt es nun zwei Zinssätze:

r_q (stetiger) Marktzins p.a. auf dem Markt der quotierten Währung,

r_G (stetiger) Marktzins p.a. auf dem Markt der Gegenwährung.

Um im folgenden die Formeln übersichtlicher zu machen, werden noch hilfsweise folgende beiden Abzinsungsfaktoren definiert:

$f_{T-t}^{q} = e^{-(T-t)\cdot r_q}$ auf dem Markt der quotierten Währung,

$f_{T-t}^{G} = e^{-(T-t)\cdot r_G}$ auf dem Markt der Gegenwährung.

Den Kassakurs des Underlyings – oben bei den Aktienoptionen K_t bzw. K_T – nennen wir nun S_t bzw. S_T in Anlehnung an die Bezeichnung **Spotkurs (Spot Rate)**.

Am Beispiel: In Ergänzung zu den bereits vorliegenden Angaben seien:

aktuelle Restlaufzeit $T - t = \frac{1}{12}$ (d.h. ein Monat)

Zins und Abzinsungsfaktor quotierte Währung: $r_{EUR} = 0{,}0198, f_{1/12}^{EUR} = e^{-\frac{1}{12}\cdot 0{,}0198} = 0{,}9984$

Zins und Abzinsungsfaktor Gegenwährung: $r_{USD} = 0{,}0119, f_{1/12}^{USD} = e^{-\frac{1}{12}\cdot 0{,}0119} = 0{,}9990$

aktueller Wechselkurs in t: $S_t = 1{,}27\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$ ■

Zur Beschreibung ein und desselben Sachverhalts können unterschiedliche Dimensionen für Kurs, Basispreis und Optionswerte gewählt werden (wobei diese drei untereinander die gleiche Dimension haben). Für die sorgfältige Beschreibung des Sachverhalts und Herleitung der Put-Call-Parität werden im folgenden alle Varianten benötigt werden:

1. **quotierte Währung absolut**

   (Dazu muss das Kontraktvolumen feststehen.)

   Kennzeichnung: Superskript „q" (bzw. Währungskürzel)

2. **Preisnotierung (aus Sicht der quotierten Währung)**

   Dimension $\frac{\text{quotierte Währung}}{\text{Gegenwährung}}$; Kennzeichnung: Superskript „q/G" (bzw. Währungskürzel)

3. **Mengennotierung (aus Sicht der quotierten Währung)**

   Dimension $\frac{\text{Gegenwährung}}{\text{quotierte Währung}}$; Kennzeichnung: Superskript „G/q" (bzw. Währungskürzel)

Nur hilfsweise wird auch die vierte Variante eine Rolle spielen:

4. Gegenwährung absolut; hierfür muss das Kontraktvolumen feststehen; Kennzeichnung: Superskript „G" (bzw. Währungskürzel)

Am Beispiel: (Nummerierung wie oben)

1. Basispreis $B^{EUR} = 80.000 \text{ EUR}$, Kontraktvolumen $= 100.000 \text{ USD}$,

   aktueller Kurs $S_t^{EUR} = 78.740{,}16 \text{ EUR} \left[= 100.000 \text{ USD} : \left(1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\right)\right]$

2. Basispreis $B^{EUR/USD} = 0{,}8 \frac{\text{EUR}}{\text{USD}}$

   aktueller Kurs $S_t^{EUR/USD} = 0{,}7874(016) \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} \left[= 1 : \left(1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\right)\right]$

3. Basispreis $B^{USD/EUR} = 1{,}25 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$, aktueller Kurs $S_t^{USD/EUR} = 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$

Bei der nur hilfsweise verwendeten vierten Variante ist der Basispreis 100.000 USD, das Kontraktvolumen 80.000 EUR und der aktuelle Kurs 101.600 USD $\left[= 80.000\, EUR \cdot 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\right]$. ■

Die Put-Call-Parität macht nur eine Aussage über die (auf einem arbitragefreien Markt gültige) Beziehung zwischen den Preisen oder auch Werten von Call und Put. Sie ist unabhängig davon, wie groß diese Werte sind und trifft hierüber keine Aussage. Daher wird im folgenden immer die Differenz[26] $P^{C,\bullet} - P^{P,\bullet}$ der Optionspreise betrachtet, entsprechend der linken Seite der in Abschnitt 2.2 gegebenen Gleichung der Put-Call-Parität.

6.2 Kalkulation mit absoluten Geldbeträgen der quotierten Währung

Für diesen Fall ist die Übertragung der Put-Call-Parität aus dem Merton-Modell für Aktienoptionen aus Abschnitt 2.2 unmittelbar einsichtig. Dies ist auch regelmäßig die Argumentation, die in den Lehrtexten wie den in Abschnitt 4 aufgeführten, aber auch in den genannten wissenschaftlichen Aufsätzen angeführt wird.

[26] „•" steht für die Kürzel der vier Varianten für die Dimension.

Sie ist zweifellos perfekt geeignet, um die Grundidee der Devisenoptionen zu beschreiben, ebenso auch deren Anwendung zur Absicherung (**Hedging**) von Währungsgrenzen überschreitenden Geschäften. Die Probleme und Fehlerpotentiale bei Verwendung der öffentlich kommunizierten relativen Wechselkurs-notierungen bleiben allerdings so verborgen.

Die Rolle der Aktie im Merton-Modell – also diejenige des Underlyings – nimmt der Gegenwährungsbetrag ein (*im Beispiel:* 100.000 USD). Damit gilt bei der Herleitung der Put-Call-Parität für das den Call duplizierende Portfolio:

- Das Portfolio enthält statt der Aktie nun den Gegenwährungsbetrag.
- Der aktuelle Spotkurs S_t^q entspricht dem aktuellen Aktienkurs im Merton-Modell (*am Beispiel:* $S_t^{EUR} = 78.740{,}16$ EUR).
- Analog zur stetigen Dividendenrendite kann der Gegenwährungsbetrag (das Underlying) bei realem Besitz angelegt werden zum Zinssatz r_G der Gegenwährung (*am Beispiel:* $r_G = 0{,}0119$).
- Der Kredit hingegen wird in der Währung aufgenommen, in der die Gleichung notiert wird, also in der quotierten Währung zum Zinssatz r_q (*am Beispiel:* $r_q = 0{,}0198$).

Damit ergibt sich:

Put-Call-Parität für Devisenoptionen (in quotierter Währung absolut):

$$P_t^{C,q} - P_t^{P,q} = S_t^q \cdot f_{T-t}^G - B^q \cdot f_{T-t}^q$$

Am Beispiel:

$$\begin{aligned} P_t^{C,EUR} - P_t^{P,EUR} &= 78.740{,}16 \text{ EUR} \cdot 0{,}9990 - 80.000 \text{ EUR} \cdot 0{,}9984 \\ &= -1.210{,}58 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Der Zahlenwert – 1.210,58 EUR kann in den folgenden Abschnitten zur Überprüfung der Richtigkeit der angestellten Rechnungen dienen. ■

Der Zahlenwert ist vom Kontraktvolumen, also von der konkreten Ausgestaltung der betrachteten Devisenoptionen, abhängig. Unabhängig vom Kontraktvolumen und damit universaler anwendbar ist die im folgenden Abschnitt beschriebene relative Notierung.

6.3 Put-Call-Parität bei Preisnotierung

Mittels Division durch den Gegenwährungsbetrag (*am Beispiel:* 100.000 USD) erhält man unmittelbar die Put-Call-Parität für Devisenoptionen für den Fall, dass der Kurs mittels Preisnotierung beschrieben wird:

$$P_t^{C,q/G} - P_t^{P,q/G} = S_t^{q/G} \cdot f_{T-t}^G - B^{q/G} \cdot f_{T-t}^q$$

Lässt man der Übersichtlichkeit halber die Kennzeichnung der Quotierungsart in der Formel weg[27] und ersetzt die Abzinsungsfaktoren durch ihre Definition, so ergibt sich:

Put-Call-Parität für Devisenoptionen bei Preisnotierung:

$$P_t^C - P_t^P = S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q}.$$

Am Beispiel:

$$\begin{aligned} P_t^{C,\frac{EUR}{USD}} - P_t^{P,\frac{EUR}{USD}} &= \frac{78.740{,}16\text{ EUR}}{100.000\text{ USD}} \cdot 0{,}9990 - \frac{80.000\text{ EUR}}{100.000\text{ USD}} \cdot 0{,}9984 \\ &= 0{,}7874(016)\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} \cdot 0{,}9990 - 0{,}8\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} \cdot 0{,}9984 \\ &= -0{,}121058\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} \end{aligned}$$

Diese Gleichung gilt für Optionskontrakte mit beliebigem Kontraktvolumen. Für gegebenes Kontraktvolumen kann man durch Multiplikation mit diesem die Differenz der Optionswerte in quotierter Währung bemessen.

Am Beispiel: $-0{,}121058\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} \cdot\ 100.000\text{ USD} = -1.210{,}58\text{ EUR}.$ ■

Soweit sind die Verhältnisse sehr übersichtlich. Dies ist, wie schon öfters erwähnt, auch die Sachlage insbesondere für US-amerikanische Autoren, aber leider nicht unter der Konvention im Euro-Raum, bei quotiertem Euro die Mengennotierung einzusetzen. Der nächste Abschnitt wird zeigen, dass unter dieser Randbedingung die Dinge erheblich komplizierter werden.

6.4 Put-Call-Parität bei Mengennotierung (die Euro-Konvention)

6.4.1 Vorüberlegung: Wenn in der Gegenwährung gerechnet würde

Bekanntlich ist der Übergang von der Preis- zur Mengennotierung rechnerisch identisch mit dem Vertauschen von quotierter Währung und Gegenwährung. Deshalb soll in diesem Abschnitt abweichend zu den sonstigen Betrachtungen die Put-Call-Parität für den Fall hergeleitet werden, dass man in der Gegenwährung als Recheneinheit rechnen würde. In der gängigen Sprechweise bedeutet dies, dass die Gegenwährung als Heimatwährung behandelt wird. Dazu wird folgende Bezeichnung eingeführt:

$\tilde{P}_t^{C,\bullet}, \tilde{P}_t^{P,\bullet}$ Optionspreise, ausgedrückt in der Gegenwährung (absolut oder relativ)

Analog zum Vorgehen in Abschnitt 6.2 (und damit auch Abschnitt 2.2) lässt sich nun „spiegelbildlich“ die Put-Call-Parität herleiten:

[27] Mathematisch ist das nicht sehr glücklich, weil dadurch die Variablen unter Preis- und (im folgenden) Mengennotierung den gleichen Namen haben, obwohl sie unterschiedlich sind. Da aber in den Büchern die Formeln stets ohne Kennzeichnung der Art der Notierung auftauchen (weil diese als feststehend behandelt wird), sollen zum Zwecke des Nachschlagens und Vergleichens mit der Literatur die schlussendlichen Formeln unter Preis- und unter Mengennotierung ergänzend auch auf diese unvollständige Art niedergeschrieben werden.

- Underlying ist ein Betrag in quotierter Währung (*am Beispiel:* 80.000 EUR), und
- der aktuelle Wechselkurs wird durch S_t^G beschrieben (*am Beispiel:* 101.600 USD).

Damit sind auch der angelegte Betrag und der aufgenommene Kredit vertauscht:

- Das Portfolio enthält statt dem Gegenwährungsbetrag nun den Betrag in quotierter Währung (*am Beispiel:* 80.000 EUR).
- Dieser Betrag kann in quotierter Währung (jetzt das Underlying der Optionen) bei realem Besitz angelegt werden zum Zinssatz r_q der quotierten Währung (*am Beispiel:* $r_{EUR} = 0{,}0198$).
- Der Kredit wird in der Währung aufgenommen, in der die Gleichung notiert wird, also in der Gegenwährung zum Zinssatz r_G (*am Beispiel:* $r_{USD} = 0{,}0119$).

Daraus ergibt sich mit dem bekannten Arbitrageargument die Put-Call-Parität für Devisenoptionen bei Notierung in Gegenwährung:

$$\tilde{P}_t^{C,G} - \tilde{P}_t^{P,G} = S_t^G \cdot f_{T-t}^q - B^G \cdot f_{T-t}^G$$

Am Beispiel:

$$\tilde{P}_t^{C,USD} - \tilde{P}_t^{P,USD} = 101.600 \text{ USD} \cdot 0{,}9984 - 100.000 \text{ USD} \cdot 0{,}9990 = 1.537{,}44 \text{ USD}$$

Es fällt auf, dass das Vorzeichen im Gegensatz zu den vorherigen Rechnungen nicht negativ ist. ■

Die (trotz dieser Beobachtung gegebene) Äquivalenz des Ergebnisses mit denjenigen aus den Abschnitten 6.2 und 6.3 wird im folgenden Unterabschnitt 6.4.2 erörtert.

Vorher soll aber nun noch analog zum Vorgehen in Abschnitt 6.3 fortführend eine Gleichung für die Rechnung mit der Einheit „Gegenwährung : quotierte Währung“ abgeleitet werden, indem durch den Basispreis in quotierter Währung (*am Beispiel:* 80.000 EUR) dividiert wird:

$$\tilde{P}_t^{C,G/q} - \tilde{P}_t^{P,G/q} = S_t^{G/q} \cdot f_{T-t}^q - B^{G/q} \cdot f_{T-t}^G$$

Am Beispiel:

$$\begin{aligned}\tilde{P}_t^{C,\frac{USD}{EUR}} - \tilde{P}_t^{P,\frac{USD}{EUR}} &= \frac{101.600 \text{ USD}}{80.000 \text{ EUR}} \cdot 0{,}9984 - \frac{100.000 \text{ USD}}{80.000 \text{ EUR}} \cdot 0{,}9990 \\ &= 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 0{,}9984 - 1{,}25 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 0{,}9990 = 0{,}019218 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\end{aligned}$$

Die Äquivalenz mit der vorhergehenden Darstellung zeigt trivialerweise die Multiplikation mit $B^{EUR} = 80.000 \text{ EUR}$:

$$\tilde{P}_t^{C,USD} - \tilde{P}_t^{P,USD} = 0{,}019218 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 80.000 \text{ EUR} = 1.537{,}44 \text{ EUR}$$

■

Wie man im Beispiel allein schon am Vorzeichen erkennen kann, ist das jedoch noch nicht die gesuchte Gleichung für Mengennotierung aus Sicht der quotierten Währung. Vielmehr ist es die Put-Call-Parität für Preisnotierung bei Rechnung in der Gegenwährung. Worin der Unterschied liegt, und was noch umzurechnen ist, zeigt der nächste Unterabschnitt.

6.4.2 Umrechnung zur Put-Call-Parität bei Mengennotierung

Die linke Seite der zuletzt entwickelten Gleichung ist die Differenz der Optionswerte aus Sicht der Gegenwährung. Dies muss nun wieder zur Sicht der quotierten Währung umgeformt werden. Da – wie weiter oben schon konstatiert – die Kaufoption in der einen Währung identisch mit der Verkaufsoption in der anderen Währung ist, gilt

$$\tilde{P}_t^{C,\bullet} = P_t^{P,\bullet} \quad \text{und} \quad \tilde{P}_t^{P,\bullet} = P_t^{C,\bullet}$$

und somit für die linke Seite der Put-Call-Parität

$$\tilde{P}_t^{C,G/q} - \tilde{P}_t^{P,G/q} = P_t^{P,G/q} - P_t^{C,G/q} = -\left(P_t^{C,G/q} - P_t^{P,G/q}\right).$$

Dieser Sachverhalt erklärt das auf den ersten Blick „fehlende“ negative Vorzeichen im Beispiel. Es ist eben der Blickwinkel der Gegenseite.

Am Beispiel: Was aus Sicht der quotierten Währung für den Put gegenüber dem Call spricht (die Differenz der Optionswerte innerhalb der Klammer auf der rechten Seite ist negativ), spricht aus Sicht der Gegenwährung für den Call gegenüber dem Put (die Differenz der Optionswerte auf der linken Seite ist positiv). ■

Beim Übergang zur Differenz der Optionswerte nun wieder aus Sicht der quotierten Währung und unter Beibehaltung der gewohnten Reihenfolge „Wert des Calls minus Wert des Puts“ auf der linken Seite der Put Call Parität erfolgt also eine Multiplikation der Gleichung mit –1, d.h. eine Umkehrung der Differenz auf der rechten Seite der Gleichung. Damit lautet die Put-Call-Parität für Devisenoptionen bei Mengennotierung:

$$P_t^{C,G/q} - P_t^{P,G/q} = B^{G/q} \cdot f_{T-t}^{G} - S_t^{G/q} \cdot f_{T-t}^{q}$$

Lässt man wie oben bei der Preisnotierung der Übersichtlichkeit halber die Kennzeichnung der Quotierungsart in der Formel weg und ersetzt die Abzinsungsfaktoren durch ihre Definition, so ergibt sich:

Put-Call-Parität für Devisenoptionen bei Mengennotierung:

$$P_t^{C} - P_t^{P} = B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} - S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q}$$

Man erkennt, dass gegenüber der Formel für den Fall der Preisnotierungen zwei Änderungen eingetreten sind: Die Abzinsungsfaktoren sowie die Reihenfolge der Differenzbildung auf der rechten Seite wurden jeweils vertauscht.

<u>*Am Beispiel:*</u>

$$P_t^{C,\frac{USD}{EUR}} - P_t^{P,\frac{USD}{EUR}} = \frac{100.000 \text{ USD}}{80.000 \text{ EUR}} \cdot 0{,}9990 - \frac{101.600 \text{ USD}}{80.000 \text{ EUR}} \cdot 0{,}9984$$
$$= 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 0{,}9984 - 1{,}25 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 0{,}9990$$
$$= -0{,}019218 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$

Es ergibt sich betragsmäßig der gleiche Wert wie vorher, nun aber mit dem negativen Vorzeichen. ∎

Will man das Ergebnis in die quotierte Währung absolut umrechnen, sind noch zwei weitere Schritte nötig:

1. Durch Multiplikation mit dem Basispreis B^q in quotierter Währung erhält man die äquivalente Gleichung in der Gegenwährung absolut.
2. Anschließende Division durch den aktuellen Wechselkurs in Mengennotierung $S_t^{G/q}$ führt zur äquivalenten Gleichung in quotierter Währung absolut.

Insgesamt:

$$P_t^{C,q} - P_t^{P,q} = \left[B^{G/q} \cdot f_{T-t}^G - S_t^{G/q} \cdot f_{T-t}^q\right] \cdot B^q : S_t^{G/q}$$

<u>*Am Beispiel:*</u>

$$P_t^{C,EUR} - P_t^{P,EUR} = -0{,}019218 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} \cdot 80.000 \text{ EUR} : 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$
$$= -1.537{,}44 \text{ USD} : 1{,}27 \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} = -1.210{,}58 \text{ EUR}$$

Der Vergleich mit dem Beispiel in Abschnitt 6.2 zeigt die Übereinstimmung der Ergebnisse. ∎

6.5 Exkurs: eine Put-Call-Parität-Formel mit dem Devisenterminkurs

In der internationalen Literatur findet sich häufig eine modifizierte Form der Put-Call-Parität. Sie verwendet den **Devisenterminkurs (Forward Rate)**

$F_{t,T}$ in t vereinbarter Wechselkurs für den Zeitpunkt T.

Die aus Arbitrageüberlegungen abgeleitete Formel für den fairen Terminkurs lautet[28]

bei Preisnotierung: $F_{t,T} = S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} \cdot e^{(T-t)\cdot r_q} = S_t \cdot e^{(T-t)\cdot(r_q - r_G)}$

bei Mengennotierung: $F_{t,T} = S_t \cdot e^{(T-t)\cdot r_G} \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q} = S_t \cdot e^{(T-t)\cdot(r_G - r_q)}$

[28] Vgl. z.B. Biger/Hull (1983), S. 26, Garman/Kohlhagen (1983), S. 235, Grabbe (1983), S. 242, Hull (2015), S. 162, Perridon et al. (2022), S. 369, Rudolph/Schäfer (2005), S. 191.

Diese Beziehung wird auch als **gedeckte Zinsparität ([Covered] Interest Rate Parity)** bezeichnet.[29]

Damit erhält man:

bei Preisnotierung: $S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} = F_{t,T} \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q}$,

bei Mengennotierung: $S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q} = F_{t,T} \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G}$

Ersetzt man nun in der Gleichung der Put-Call-Parität für Preisnotierung den Term $S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G}$ durch $F_{t,T} \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q}$, so ergibt sich[30] die

Put-Call-Parität basierend auf dem Terminkurs (Preisnotierung):

$$P_t^C - P_t^P = \left(F_{t,T} - B\right) \cdot\ e^{-(T-t)\cdot r_q}$$

Shapiro (2010) nennt dies (wenig einprägsam) **Put-Call Option Interest Rate Parity**. Als Vorteil dieser Darstellung gilt, dass abgesehen von den Parametern Basispreis und Restlaufzeit lediglich der inländische Marktzins und der Terminkurs die Differenz der Optionswerte bestimmen. Aus Sicht der empirischen Bestimmung der Werte mag das angesichts der im Vergleich hohen Liquidität der Devisenterminmärkte (zumindest bei den Hauptwährungspaaren) vorteilhaft sein.

Das analoge Vorgehen bei Mengennotierung liefert:

Put-Call-Parität basierend auf dem Terminkurs (Mengennotierung):

$$P_t^C - P_t^P = \left(B - F_{t,T}\right) \cdot\ e^{-(T-t)\cdot r_G}$$

7 Garman-Kohlhagen-Bewertungsformel für Devisenoptionen

Grundsätzlich von größerem Interesse als die Put-Call-Parität sind natürlich die Bewertungsformeln für Devisenoptionen. Um die Komplexität der Erörterungen in Grenzen zu halten, wurde der Effekt der Euro-Quotierungskonvention ausführlich an der Put-Call-Parität diskutiert, da hier mit wenig rechnerischem Aufwand die Formeln mittels der üblichen Arbitrageüberlegung und ansonsten algebraischen Umformungen hergeleitet werden konnten. Nunmehr sollen die gewonnenen Erkenntnisse auf die Bewertungsformeln übertragen werden.

Die Bewertungsformeln für Devisencalls und Devisenputs unter Preisnotierung wurden zeitgleich von Garman/Kohlhagen (1983), Grabbe (1983) und Biger/Hull (1983) entwickelt. Dennoch hat sich die

29 Der Begriff „gedeckt“ soll darauf hinweisen, dass die Beziehung aus einer Hedging-Überlegung abgeleitet ist (was nur eine andere Formulierung der Arbitrageargumentation ist). Sie ist ein Spezialfall der allgemeineren **ungedeckten Zinsparität (Uncovered Interest Rate Parity)**, die auf Keynes (1923) zurückgeht. In dieser ersetzt der erwartete Spotkurs in T den Terminkurs. Vgl. hierzu auch von Heßling (2013), S. 125-127.

30 Vgl. z.B. Shapiro (2010), S. 325, Bekaert/Hodick (2005), S. 743.

alleinige Bezeichnung **Garman-Kohlhagen-Formel** eingebürgert.[31] Sie überträgt die in Abschnitt 2.3 angegebene Black-Scholes-Merton-Formel für Optionen auf Aktien mit bekannter Dividendenrendite, wobei an die Stelle der Aktienrendite die Marktrendite der Gegenwährung tritt.[32] Wie schon bei den abschließenden Formeln der Put-Call-Parität unter Preis- und Mengennotierung lassen wir der Übersichtlichkeit halber in den Formeln die Kennzeichnung der Art der Quotierung weg.

Garman-Kohlhagen-Bewertungsformeln für Devisenoptionen bei Preisnotierung:

$$W_t^C = S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} \cdot \Phi(d_1) - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q} \cdot \Phi(d_2)$$
$$W_t^P = B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q} \cdot \Phi(-d_2) - S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} \cdot \Phi(-d_1)$$
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{B}\right) + \left(r_q - r_G + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{T-t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t}$$

σ ist dabei die Standardabweichung in der Dimension „quotierte Währung: Gegenwährung", d.h. der Preisnotierung aus Sicht der quotierten Währung.

Für den Übergang zur Mengennotierung ist – um wieder die Analogie zu Aktienoptionen auszunutzen und gleichzeitig den Wechselkurs in Mengennotierung aus Sicht der quotierten Währung verwenden zu können – von einem Long Put bei Preisnotierung aus Sicht der Gegenwährung auszugehen und damit vorstehende Gleichung für den Put bei Preisnotierung zu benutzen. Dadurch vertauschen sich die Rollen der Zinssätze in d_1 und d_2, und σ ist nun die Standardabweichung in der Dimension „Gegenwährung: quotierte Währung" (Preisnotierung aus Sicht der Gegenwährung und gleichzeitig Mengennotierung aus Sicht der quotierten Währung). Zur Ermittlung der Formel für den Put aus Sicht der quotierten Währung verwendet man die Put-Call-Parität für Mengennotierung. Es ergibt sich:

Garman-Kohlhagen-Bewertungsformeln für Devisenoptionen bei Mengennotierung:

$$W_t^C = B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} \cdot \Phi(-d_2) - S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot q} \cdot \Phi(-d_1)$$
$$W_t^P = S_t \cdot e^{-(T-t)\cdot r_q} \cdot \Phi(d_1) - B \cdot e^{-(T-t)\cdot r_G} \cdot \Phi(d_2)$$
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{B}\right) + \left(r_G - r_q + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{T-t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t}$$

Am Beispiel: Zusätzliche Angabe: Die Standardabweichung von EURUSD (Mengennotierung) ist 0,15.

---

[31] Adams/Wyatt (1987), S. 552, allerdings sprechen vom „Garman-Kohlhagen-Grabbe model". Shastri/Tandon (1986) referenzieren noch alle drei Arbeiten als Herkunft der Bewertungsformel.

[32] Vgl. neben den genannten Originalarbeiten z.B. Hull (2015), S. 471, Rudolph/Schäfer (2005), S. 311, Shapiro (2010), S. 323.

$$d_1 = \frac{\ln\frac{1{,}27}{1{,}25} + \left(0{,}0119 - 0{,}0198 + \frac{0{,}15^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{12}}{0{,}15\cdot\sqrt{\frac{1}{12}}} = 0{,}3730, \qquad d_2 = 0{,}3730 - \frac{0{,}15}{\sqrt{12}} = 0{,}3297$$

Wert des Calls:

$$W_t^C = \left[1{,}25\cdot e^{0{,}0119\cdot\frac{1}{12}}\cdot\Phi(-0{,}3297) - 1{,}27\cdot e^{0{,}0198\cdot\frac{1}{12}}\cdot\Phi(-0{,}3730)\right]\frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$

$$= [1{,}25\cdot 0{,}9990\cdot(1-0{,}6292) - 1{,}27\cdot 0{,}9984\cdot(1-0{,}6454)]\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} = 0{,}0134\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$

$$W_t^C = 0{,}0134\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\cdot 80.000\ \text{EUR} = 1.072{,}00\ \text{USD}$$

$$W_t^C = 1.072{,}00\ \text{USD} : 1{,}27\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} = 844{,}09\ \text{EUR}$$

Wert des Puts:

$$W_t^P = \left[1{,}27\cdot e^{0{,}0198\cdot\frac{1}{12}}\cdot\Phi(0{,}3730) - 1{,}25\cdot e^{0{,}0119\cdot\frac{1}{12}}\cdot\Phi(0{,}3297)\right]\frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$

$$= [1{,}27\cdot 0{,}9984\cdot 0{,}6454 - 1{,}25\cdot 0{,}9990\cdot 0{,}6292]\ \frac{\text{EUR}}{\text{USD}} = 0{,}0326\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}$$

$$W_t^P = 0{,}0326\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\cdot 80.000\ \text{EUR} = 2.608{,}00\ \text{USD}$$

$$W_t^P = 2.608{,}00\ \text{USD} : 1{,}27\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} = 2.053{,}54\ \text{EUR}$$

Alternative Berechnung des Werts des Puts aus dem Wert des Calls mittels der Put-Call-Parität:

$$W_t^P = [0{,}0134 - 1{,}25\ \cdot 0{,}9990 + 1{,}27\ \cdot 0{,}9984]\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}} = \ 0{,}0326\ \frac{\text{USD}}{\text{EUR}}\ \text{usw.}$$

■

Unter Einsatz der gedeckten Zinsparität wie in Abschnitt 6.5 kann auch die Garman-Kohlhagen-Formel mittels des Devisenterminkurses ausgedrückt werden. Hierzu sei auf Biger/Hull (1983), S. 26, Garman/Kohlhagen (1983), S. 235, oder Grabbe (1983), S. 247, verwiesen.

8 Fazit

Die Konvention im Euro-Raum, Wechselkurse mit dem Euro (also wie durchaus üblich der Heimatwährung) als quotierter Währung zu notieren, dabei jedoch zugleich die Mengennotierung zu verwenden, kann für Unklarheiten in der Anwendung der Bewertungsformel nach Garman-Kohlhagen und der Put-Call-Parität sorgen, insbesondere da in der Literatur – auch der deutschsprachigen – üblicherweise die Preisnotierung unterstellt wird. Im folgenden seien die in diesem Zusammenhang herausgearbeiteten Sachverhalte nochmals kurz zusammengefasst:

1. Unter der Mengennotierung hat das Auszahlungsdiagramm für den Long Call diejenige Gestalt, die bei anderen Underlyings der Long Put aufweist. Bei Preisnotierung sind die Verhältnisse wie gewohnt.

2. Für die Put-Call-Parität bei Wechselkursen gilt:
   - Im Falle einer Preisnotierung kann direkt die Put-Call-Parität für Aktienoptionen bei bekannter Dividendenrendite übertragen werden. Die Rolle der Dividendenrendite bei Aktien übernimmt hier der Marktzins auf dem Markt der Gegenwährung. Die Berechnungsformel findet sich in Abschnitt 6.3.

     Die Dimension der Gleichung ist $\frac{\text{quotierte Währung}}{\text{Gegenwährung}}$. Will man den Wert in quotierte Währung umrechnen, ist die rechte Seite mit dem Basispreis in Gegenwährung zu multiplizieren.

   - Im Falle einer Mengennotierung sind gegenüber dem Fall der Preisnotierung zwei Änderungen vorzunehmen:
     1. Die Abzinsungsfaktoren auf der rechten Seite der Gleichung sind zu vertauschen, d.h. derjenige für die Gegenwährung wird auf den Basispreis und derjenige für die quotierte Währung auf den Spotkurs angewendet.
     2. Die Differenzbildung auf der rechten Seite der Gleichung ist zu vertauschen, d.h. der abgezinste Spotkurs wird vom abgezinsten Basispreis abgezogen.

     Die Berechnungsformel findet sich in Abschnitt 6.4.2. Die Dimension der Gleichung ist $\frac{\text{Gegenwährung}}{\text{quotierte Währung}}$. Will man den Wert in quotierte Währung umrechnen, ist die rechte Seite mit dem Basispreis in quotierter Währung zu multiplizieren und durch den aktuellen Wechselkurs in Mengennotierung zu dividieren.

3. Analog ist die Situation bei der Garman-Kohlhagen-Bewertung. Unter Preisnotierung kann die Black-Scholes-Merton-Formel unmittelbar übertragen werden, bei Mengennotierung sind die entsprechenden Transformationen vorzunehmen. Die Berechnungsformeln für beide Fälle und jeweils für Call und Put finden sich in Abschnitt 7.

Insgesamt jedoch scheint es am sinnvollsten zu sein, wie die exemplarisch genannten deutschsprachigen Autoren oder onvista (*Abbildung 5*) vorzugehen und für einschlägige Rechnungen auch bei quotiertem Euro von der gewohnten Mengennotierung „fliegend" zur Preisnotierung überzugehen.

Literaturverzeichnis

ADAMS, PAUL D./WYATT, STEVE B. (1987): Biases in Option Prices – Evidence from the Foreign Currency Market, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 11, S. 549-562.

BEIKE, ROLF/SCHLÜTZ, JOHANNES (2015): Finanznachrichten lesen - verstehen – nutzen, 6. A., Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

BEKAERT, GEERT/HODRICK, ROBERT J. (2009): International Financial Management, Pearson Education, New Jersey.

BERK, JONATHAN/DEMARZO, PETER (2014): Corporate Finance, 3rd ed., Pearson Education, Harlow.

BIGER, NAHUM/HULL, JOHN (1983): The Valuation of Currency Options, in: Financial Management, Vol. 12, S. 24-28.

BLACK, FISCHER/SCHOLES, MYRON (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637-654.

BÖSCH, MARTIN (2014): Derivate: verstehen, anwenden und bewerten, 3. A., Vahlen, München.

COX, JOHN C./ROSS, STEPHEN A./RUBINSTEIN, MARK (1979): Option Pricing: A Simplified Approach, in: Journal of Financial Economics, Vol. 7, S. 229-264.

GARMAN, MARK B./KOHLHAGEN, STEVEN W. (1983): Foreign Currency Options Values, in: Journal of International Money and Finance, Vol. 2, S. 231-237.

GRABBE, J. ORLIN (1983): The Pricing of Call and Put Options an Foreign Exchange, in: Journal of International Money and Finance, Vol. 2, S. 239-253.

HULL, JOHN C. (2015): Optionen, Futures und andere Derivate, Pearson Deutschland, Hallbergmoos

KEYNES, JOHN MAYNARD (1923): A Tract on Monetary Reform, Macmillan, London.

MERTON, ROBERT C. (1973): Theory of Rational Option Pricing, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, S. 141-183

PERRIDON, LOUIS/STEINER, MANFRED/RATHGEBER, ANDREAS (2022): Finanzwirtschaft der Unternehmung, 18. A., Vahlen, München.

RUDOLPH, BERND/SCHÄFER, KLAUS (2005): Derivative Finanzmarktinstrumente, Springer, Berlin-Heidelberg-New York

SCHMIDT, MARTIN (2014): Derivative Finanzinstrumente, 4. A., Schäffer-Poeschel, Stuttgart

SHAPIRO, ALAN C. (2010): Multinational Financial Management, 9th ed., John Wiley & Sons, Hoboken

SHASTRI, KULDEEP/TANDON, KISHORE (1986): Valuation of Foreign Currency Options: Some Empirical Tests, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 21, S. 145-160

SHASTRI, KULDEEP/TANDON, KISHORE (1987): Valuation of American Options on Foreign Currency, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 11, S. 245-269

SHOKROLLAHI, FOAD/KILIÇMAN, ADEM (2016): The Valuation of Currency Options by Fractional Brownian motion, in: SpringerPlus, verfügbar unter: https://springerplus.springeropen.com/articles/10.1186/s40064-016-2784-2

VON HEẞLING, WOLFGANG (2013): Informationseffizienz des Devisenmarktes. Eine empirische Untersuchung der hochfrequenten Wechselkursreaktion auf makroökonomische Publikationen, Universitätsverlag Ilmenau.

Bisher in der Reihe „Schriften zur Finanzwirtschaft" erschienene Arbeitspapiere:

Niederöcker, B.: Die Bedeutung von Business Angels für die Innovationsfinanzierung deutscher Unternehmen. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 1, TU Ilmenau, 2000.

Trost, R.; Stelzer, D.; Dechant, H.: Ein Bewertungsansatz für Geschäftsmodelle der digitalen Ökonomie – dargestellt am Beispiel Application Service Providing (ASP). Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 2, TU Ilmenau, 2003.

Schonert, B.: Das europäische Emissionshandelssystem aus Anlegerperspektive. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 3, TU Ilmenau, 2006.

Trost, R.: Berechnungsformeln für den Unternehmenswert unter der Annahme der Teilausschüttung. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 4, TU Ilmenau, 2006.

Fox, A.; Hocker, R.-M.; Peetz, S.: Alternativen bei der Spielfilmfinanzierung in Deutschland. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 5, TU Ilmenau, 2007.

von Heßling, W.: Finanzinstrumente des Devisenmarktes. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 6, TU Ilmenau, 2009.

Weimar, D.; Fox, A.: Die Bewertung deutscher Fußballunternehmen mit Hilfe der Multiplikatormethode. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 7, TU Ilmenau, 2010.

von Heßling, W.: Konzepte der traditionellen Wechselkurstheorie. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 8, TU Ilmenau, 2010.

Fox, A.: Wie viel Mittelstand steckt in Mittelstandsanleihen?. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 9, TU Ilmenau, 2012.

Heim, S.: Erklärungsansätze für die Finanzkrise aus dem Bereich der Behavioral Finance. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 10, TU Ilmenau, 2013.

Fox, A.; Heim, S.: Nicht-Finanzmultiplikatoren in der Unternehmensbewertung – Eine Alternative zu Finanzmultiplikatoren?. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 11, TU Ilmenau, 2013.

Reif, B.; Fox, A.: Eine Analyse zur Wirtschaftlichkeit von virtuellen Kraftwerken. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 12, TU Ilmenau, 2014.

Appelt, M.; Fox, A.: Eine Analyse zur Wirtschaftlichkeit von Brennstoffzellen im Privatbereich. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 13, TU Ilmenau, 2014.

Fox, A.; Heim, S.: Das Investorenverhalten bei Fan-Anleihen. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 14, TU Ilmenau, 2015.

Manzer, S.; Trost, R.: Im Dickicht von Wissenschaft und Überzeugung: Die Debatte für und wider die Verwerflichkeit des Terminhandels mit Agrarprodukten. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 15, TU Ilmenau, 2016.

Reif, B.; Fox, A.: Eine Analyse der Kapitalgeber und -nehmer beim belohnungsbasierten Crowdfunding, Heft 16, TU Ilmenau, 2017.

Dechant, H.; Trost, R.: Investitionsbewertung im Kontext betrieblicher Planungsrechnungen, Heft 17, TU Ilmenau, 2017.

Fox, A.: Sekundärmärkte für Crowdfunding in Deutschland. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 18, TU Ilmenau, 2019.

Heim, S.; Fox, A.: Automatisch oder manuell investieren? Auswirkungen auf den Entscheidungsprozess von Kapitalgebern im Crowdlending. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 19, TU Ilmenau, 2020.

Fox, A.; Heim, S.; Trost, R.: What about realized returns in reward-based crowdfunding? Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 20, TU Ilmenau, 2022.

Trost, R.; Heim, S.; Trost, R.: Put oder Call, Mengen- oder Preisnotierung, quotierte oder Gegenwährung – über mögliche Verwirrungen bei Devisenoptionen im Euro-Raum. Schriften zur Finanzwirtschaft, Heft 21, TU Ilmenau, 2023.

Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Medien
Finanzwirtschaft/Investition
PF 10 05 65
98684 Ilmenau