Helbig, Marko; Witte, Herbert; Schack, Bärbel:

Rekursive Wigner-Spektralanalyse höherer Ordnung

Zuerst erschienen in:	Biomedizinische Technik = Biomedical Engineering. - Berlin [u.a.] : de Gruyter. - 48 (2003), S1, S. 416-417. Jahrestagung der Deutschen, der Österreichischen und der Schweizerischen Gesellschaften für Biomedizinische Technik ; (Salzburg) : 2003.09.25-27
Erstveröffentlichung:	2003
Datum Digitalisierung:	2009-10-23
ISSN (online):	1862-278X
ISSN(print)	0013-5585
DOI:	10.1515/bmte.2003.48.s1.416
[*Zuletzt gesehen:*	2019-12-12]

REKURSIVE WIGNER-SPEKTRALANALYSE HÖHERER ORDNUNG

M. Helbig[1], H. Witte[2], B. Schack[2]

[1]Institut für Biomedizinische Technik und Informatik, TU Ilmenau, Deutschland
[2]Institut für Medizinische Statistik, Informatik und Dokumentation, FSU Jena, Deutschland
E-Mail: Marko.Helbig@tu-ilmenau.de

SUMMARY: An appropriate spectral analysis of non-stationary signals requires time-variant methods. Going out from the approach of time-variant spectral and bispectral analysis based on the adaptively recursively estimated 2nd- and 3rd order cumulants, an optimised algorithm is presented. It can be generalised as special kind of smoothed Pseudo-Wigner-Distribution. The benefit is the recursive calculation of its kernel. Therefore, the method is convenient for higher-order spectral analysis of ongoing signals.

EINLEITUNG

Klassische Ansätze der Spektral- und Bispektralanalyse sind auf ein festes Analyseintervall bezogen und setzen u. a. Stationarität der zu untersuchenden Signale voraus. Da Biosignale diesen Anforderungen zumeist nicht genügen, wurden neue Methoden zur zeitvarianten Spektralanalyse auf der Basis der adaptiven rekursiven Schätzung der Korrelation [1] bzw. der Kumulanten III. Ordnung [2] entwickelt.

Das Ziel besteht in der Verringerung der Varianz dieser Schätzungen, um bei gleicher Adaptionsdynamik die zeitvariante Kohärenz- und Bikohärenzanalyse fortlaufender Signale zu verbessern. Dies führt zu einer methodischen Verknüpfung der adaptiven rekursiven Schätzungen mit dem Methodenkomplex der Wigner-Distribution.

METHODEN

Dem von Steuer und Grießbach beschriebenen Ansatz zur dynamischen Spektralanalyse liegt eine adaptive rekursive Korrelationsschätzung gemäß (1) zu Grunde:

$$KK(\tau,0) = x(0)\cdot x(0)$$
$$KK(\tau,k) = KK(\tau,k-1) + c(k)\cdot\left[x(s)\cdot x(s+\tau) - KK(\tau,k-1)\right] \qquad (1)$$

mit k=1,2,3,... , $s=\min\{k, k-\tau\}$, $\tau=-\tau_{max},\ldots,\tau_{max}$ und $|\tau_{max}|\leq k$. Sie stellt eine adaptive rekursive Mittelung der momentanen Kumulantenfunktion 2. Ordnung dar:

$$MKF_2(\tau,k) = x(s)\cdot x(s+\tau) \qquad (2)$$

Die anschließende Fouriertransformation führt zu einer Folge zeitvarianter Leistungsspektren.

$$P(\omega,k) = \sum_{\tau=-\tau_{max}}^{\tau_{max}} KK(\tau,k)\cdot\exp\{-j\omega\tau\} \qquad (3)$$

Zwei Eigenschaften dieser Schätzung sind für die weitere methodische Darstellung wesentlich. Zum einen ist die Varianz der Korrelationsschätzung τ-unabhängig. D.h., im Gegensatz zur klassischen intervall-basierten Schätzung nimmt die Varianz mit steigendem τ nicht zu. Die Anwendung eines sog. Lag-Fensters zum Zwecke der Varianzverminderung bei großen τ kann deshalb entfallen. Zum anderen ist diese Schätzung des Leistungsspektrums im Falle einer Single-Trial-Analyse erwartungstreu - aber nicht konsistent. Auch bei deterministischen Signalen (periodische Schwingung konstanter Amplitude ohne Rauschüberlagerung) besitzt diese Schätzung eine nicht verschwindende Varianz. Dies beeinflusst vor allem die dynamische Kohärenzanalyse fortlaufender Signale (Single Trial Mode) negativ. Eine Verringerung dieser Varianz und somit eine Stabilisierung der Schätzung ist folglich wünschenswert.

Dies kann erreicht werden, indem (2) durch die momentane Korrelationsfunktion der Wigner-Distribution [3] ersetzt wird:

$$MKF_2(\tau,k) = x\left(k+\frac{\tau}{2}\right)\cdot x\left(k-\frac{\tau}{2}\right) \qquad (4)$$

mit k=1,2,3,..., $\tau=-\tau_{max},\ldots,\tau_{max}$ und $|\tau_{max}|\leq k$.

In der Wigner-Distribution (quadratische Zeit-Frequenz-Repräsentation) werden neben den gesuchten Autotermen auch die eine physikalische Interpretation erschwerenden Kreuzterme widergespiegelt. Diese können mit der von der Wigner-Distribution abgeleiteten Smoothed Pseudo-Wigner-Distribution (SPWD) mittels zwei von einander unabhängiger Fenster (Lag-Fenster h(τ) und Zeit-Fenster g(t)) unterdrückt werden. Diese bilden einen sog. Kernel, der in allen Korrespondenzbereichen der Wigner-Distribution darstellbar ist.

Die zeitvariante Schätzung des Leistungsspektrums nach (1,3,4) stellt eine spezielle Form der Smoothed Pseudo-Wigner-Distribution für reelle Signale dar, deren besonderer Vorteil darin besteht, dass der Kernel in der temporären Korrelationsebene (TCF) rekursiv berechnet werden kann.

ERGEBNISSE

Rekursive Wigner-Spektralanalyse: Auf Grund der genannten Lag-Unabhängigkeit der Varianz der Korrelationsschätzung kann auf eine Lag-Fensterung verzichtet werden: $h(\tau)=1$ für alle τ. Die Zeitglättung g(t) ist gleich der Faltungsgleichung der adaptiven rekursiven Mittelwertschätzung. Somit stellt sich der Kernel in der TCF-Ebene wie folgt dar.

$$q_K(t,\tau)=\begin{cases} c\cdot(1-c)^{-t} & t\le 0 \\ 0 & t>0 \end{cases} \quad \textit{für alle } \tau \qquad (5)$$

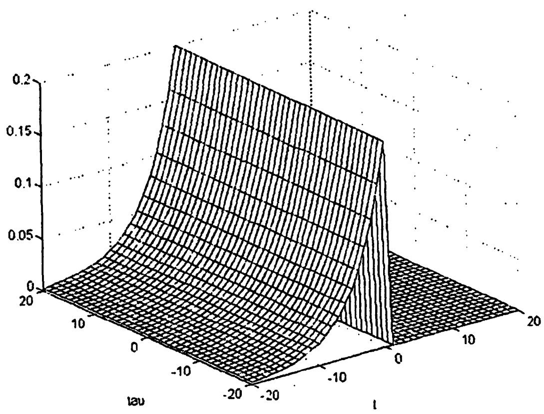

Abbildung 1: Kernel in TCF-Ebene

Die Fouriertransformation von $q_K(t,\tau)$ ergibt die Kernel-Darstellung im Ambiguity-Bereich:

$$A_K(\upsilon,\tau)=\int_{-\infty}^{0} c\cdot(1-c)^{-t}\cdot e^{-2\pi j\upsilon t}dt \qquad \textit{für alle } \tau \qquad (6)$$

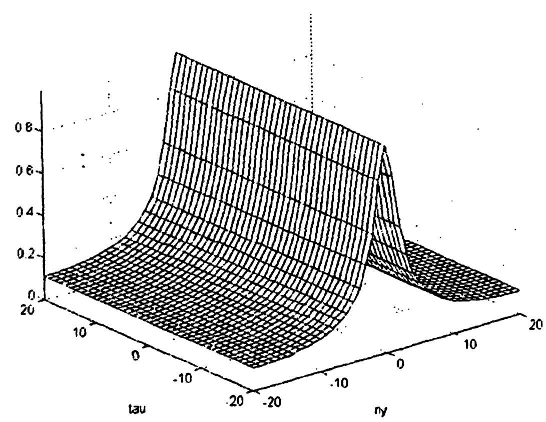

Abbildung 2: Kernel in Ambiguity-Ebene

Es gilt: $A_K(\upsilon=0,\tau)=1$, wodurch diese Distribution das Frequenzmarginal (siehe [3]) gewährleistet.
Abbildung 3 veranschaulicht die wichtige Eigenschaft, dass mit der vorgestellten Methode die Zeit- und Frequenzauflösung weitgehend unabhängig von einander erfolgen kann. Sie zeigt die Zeitverläufe der dynamisch geschätzten Leistungen einer temporären Schwingung (f=7 Hz) von Sample 256 bis Sample 1024 bei unterschiedlichen zeitlichen und spektralen Auflösungen. Trotz Verdopplung der spektralen Auflösung zeigt die Dynamik nahezu keine Änderung. Sie ist nur von der Adaptionsvariablen abhängig.

Rekursive Wigner-Bispektralanalyse:
Die vorgestellte Verfahrensweise wird auf die Spektralanalyse höherer Ordnung erweitert:

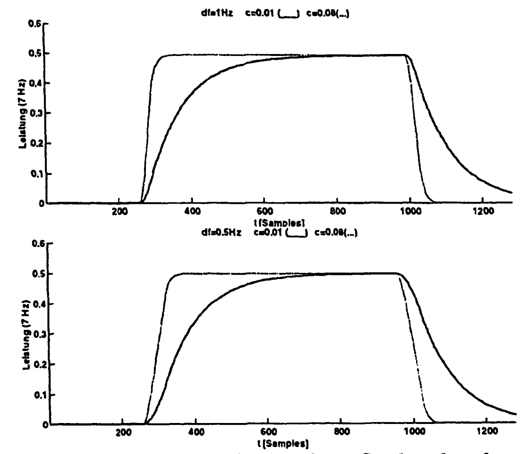

Abbildung 3: Zeitverläufe der dyn. Spektralanalyse des Simulationssignals bei den Adaptionsvariablen: c=0.01 (dick) und c=0.08 (gepunktet) und den spektralen Auflösungen: df=1Hz (oben) und df=0.5Hz (unten)

$$MKF_3(\tau_1,\tau_2,k) = x\left(k-\frac{2}{3}\tau_1-\frac{1}{3}\tau_2\right) \cdot x\left(k+\frac{1}{3}\tau_1-\frac{1}{3}\tau_2\right)\cdot x\left(k+\frac{1}{3}\tau_1+\frac{2}{3}\tau_2\right) \qquad (7)$$

Die zweidimensionale Fouriertransformation dieser adaptiv rekursiv gemittelten momentanen Kumulantenfunktion 3. Ordnung führt zu einer rekursiv berechenbaren Form des Wigner-Bispektrums unter analoger Ausnutzung der genannten Vorteile.

DISKUSSION

Die vorgestellte Methode verbindet die signalanalytisch wertvollen Eigenschaften von auf der Wigner-Verteilung beruhenden Kenngrößen mit einer adaptiven rekursiven Berechnungsform, was zu einer verbesserten Analyse fortlaufender Signale führt. Als Nachteil der Rekursivität kann angesehen werden, dass die Zeitsymmetrie der momentanen Korrelations- bzw. Kumulantenfunktion durch die adaptive rekursive Mittelung verloren geht. In folgenden Untersuchungen sollte deshalb analysiert werden, welche symmetrischen Zeitfenster g(t) sich ebenfalls rekursiv berechnen und möglichst einfach steuern lassen.

LITERATURHINWEISE

[1] Steuer, D., Grießbach, G.: Effektives Monitoring spektraler Kenngrößen auf der Basis einer adaptiven Korrelationsberechnung. Biomed Technik, Ergänzungsband 2, 149-156, 2000

[2] Helbig, M., Grießbach, G., Schack, B., Witte, H „Application of time-variant bispectrum in biosignal analysis", Med. & Biol. Eng. & Comput., 37, Supplement 2, 392-393, 1999

[3] Cohen, L. Time-Frequency Analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995

Diese Arbeit wurde gefördert durch die DFG Projekte GR 1555/2-3 und WI 1166/2-3