Helbig, Marko; Grießbach, Gert; Witte, Herbert; Schack, Bärbel:

Zeitvariante Bispektralanalyse auf der Basis einer adaptiv rekursiven Fouriertransformation

Zuerst erschienen in:	Biomedizinische Technik = Biomedical Engineering. - Berlin [u.a.] : de Gruyter. - 47 (2002), S1b, S. 585-587. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Biomedizinische Technik (DGBM) im VDE ; 36 (Karlsruhe) : 2002.09.25-27
Erstveröffentlichung:	2002
Datum Digitalisierung:	2009-11-26
ISSN (online):	1862-278X
ISSN(print)	0013-5585
DOI:	10.1515/bmte.2002.47.s1b.585
[*Zuletzt gesehen:*	2019-12-06]

ZEITVARIANTE BISPEKTRALANALYSE AUF DER BASIS EINER ADAPTIV REKURSIVEN FOURIERTRANSFORMATION

M. Helbig[1], G. Grießbach[1], H. Witte[2], B. Schack[2]

[1]Institut für Biomed. Technik u. Informatik, Technische Universität Ilmenau, Deutschland

[2]Institut für Med. Statistik, Informatik u. Dokumentation, FSU Jena, Deutschland

Marko.Helbig@tu-ilmenau.de

Abstract— An appropriate investigation of quadratic phase couplings (QPC) in non-stationary signals requires time-variant methods of bispectral analysis.
A new approach for time-variant estimation of power spectrum and bispectrum based on an adaptively, recursively estimated Fourier transform (ADFT) is presented in this paper.
A reduced calculation effort and the possibility of the calculation of the bispectrum for selected frequency triples are important advantages of this method. Because of the recursive calculation, the ADFT is convenient for analysing ongoing signals. This will be demonstrated for simulated and real biomedical signals.

Keywords— DFT, adaptive recursive estimation, time-variant spectral and bispectral analysis

Einleitung

Mit Hilfe der Bispektralanalyse ist es möglich, quadratische Phasenkopplungen (QPC) zwischen verschiedenen Frequenzkomponenten zu analysieren. Die klassische, auf ein festes Zeitintervall bezogene Bispektralanalyse setzt analog zur herkömmlichen Spektralanalyse Signalanforderungen (vor allem Stationarität) voraus, denen reale Biosignale zumeist nicht genügen. Transient auftretende quadratische Phasenkopplungen können mit den konventionellen Verfahren nicht analysiert werden. Zur Analyse dieser sich zeitlich ändernden Phasenkopplungsphänomene ist eine zeitvariante Bispektralanalyse mit einer ausreichend hohen Auflösung im Spektralbereich erforderlich. Eine neue Methode auf der Basis einer adaptiv rekursiven Fouriertransformation (ADFT) wird hierzu vorgestellt.

Methoden

Adaptiv rekursive Schätzungen

Die Grundlagen zu den adaptiv rekursiven Schätzverfahren wurden in [1] entwickelt und sind in verschiedenen Publikationen dargelegt [2].
Das Grundelement der im folgenden dargestellten adaptiv rekursiven Fouriertransformation stellt der adaptiv rekursive Mittelwertschätzer $\mathbf{M}^C$ der diskreten Zeitreihe $\{x(k)\}_{k=0,1,2,\ldots,N-1}$ dar. $\mathbf{L}_k$ symbolisiert den Lagoperator und $\mathbf{c}_k$ die Adaptionsvariable.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^c: \quad & M_0 = m_0 \\ & M_{k+1} = M_k + c_k \cdot (x_{k+1} - M_k) \\ \mathbf{L}_k: \quad & L_k\left(\{x_j\}_{j=0,1,\ldots}\right) = \{x_{j+k}\}_{j=0,1,\ldots} \end{aligned} \tag{1}$$

Adaptiv rekursive Fouriertransformation (ADFT)

Die diskrete Fouriertransformation (DFT) eines Signalabschnitts $\{x(k)\}_{k=0,1,2,\ldots,N-1}$ ist wie folgt definiert:

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-j2\pi nk/N}, \quad n = 0,1,\ldots,N-1 \tag{2}$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise sei $W_N = e^{-j2\pi/N}$.
Damit wird aus (2):

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot W_N^{nk}, \quad n = 0,1,\ldots,N-1 \tag{3}$$

Die Einheitswurzeln W_N^{nk} besitzen eine Reihe von Eigenschaften (Periodizität, Symmetrie), die insbesondere im Algorithmus der FFT ausgenutzt werden. Im adaptiven Ansatz, der in dieser Arbeit vorgestellt wird, spielt die Struktur der Potenzierung des Drehfaktors W_N die grundlegende Rolle. Ausgangspunkt ist die DFT-Berechnung innerhalb eines über das Signal $\{x(t)\}_{t=0,1,2,\ldots}$ gleitenden N-Punkte-Analysefensters:

$$X(n,t) = \sum_{k=0}^{N-1} x(t-N+1+k) \cdot W_N^{nk}, \quad n = 0,1,\ldots,N-1 \tag{4}$$

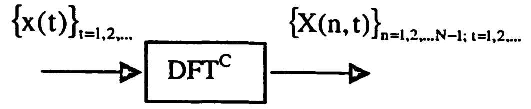
Diese Berechnung kann auch rekursiv aus $X(n,t-1)$ erfolgen, wobei das Fenster schrittweise um jeweils ein Sample verschoben wird :

$$X(n,t) = \left(X(n,t-1) - x(t-N)\right) / W^n + x(t) \cdot W^{n\cdot(N-1)} \tag{5}$$

Der adaptiv rekursive Ansatz besteht darin, die Mittelung nach (5) durch die adaptiv rekursive Mittelwertschätzung zu ersetzen. Es resultiert die adaptiv rekursive Fouriertransformation:

$$
\begin{aligned}
X(n,0) &= c_0 \cdot x(0) \cdot W^{n\cdot(N-1)} \\
X(n,t) &= (1-c_t)\cdot\left(X(n,t-1)/W^n\right) + c_t \cdot x(t) \cdot W^{n\cdot(N-1)} \\
&= X(n,t-1)/W^n \\
&\quad + c_t \cdot \left(x(t)\cdot W^{n\cdot(N-1)} - X(n,t-1)/W^n\right)
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Zur Kennzeichnung wird folgendes Operator-Symbol eingeführt:



Zeitvariante Bispektralanalyse auf der Basis der ADFT
Die klassischen Schätzverfahren des Bispektrums $B(n_1,n_2)$ für stationäre Signale basieren auf dem indirekten Ansatz (Schätzung der Kumulanten III. Ordnung [2]) und den im folgenden beschriebenen direkten Ansatz (Periodogramm III. Ordnung) [3]. Zunächst werden von jedem Trial i die Produkte der Fouriertransformierten gemäß (7) gebildet. Dabei kennzeichnet * die konjugiert komplexe Form.

$$B_i(n_1,n_2) = X_i(n_1)\cdot X_i(n_2)\cdot (X_i)^*(n_1+n_2) \tag{7}$$

Die Idee zum Übergang zu einer zeitvarianten Schätzung des Bispektrums besteht darin, die intervallbezogene klassische Fouriertransformation durch die zeitvariante, adaptiv rekursive Fouriertransformation zu ersetzen.

$$
\begin{aligned}
B_i^c(n_1,n_2,t) &= DFT_i^c(n_1,t)\cdot DFT_i^c(n_2,t) \\
&\quad \cdot \left(DFT_i^c\right)^*(n_1+n_2,t)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Die Schätzung des Bispektrums ergibt sich schließlich aus der Mittelung über alle Trials.

$$\hat{B}^c(n_1,n_2,t) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} B_i^c(n_1,n_2,t) \tag{9}$$

Ergebnisse

Zeitvariante Spektralanalyse

Die Funktionalität dieses Ansatzes wurde zunächst anhand der zeitvarianten Spektralanalyse II. Ordnung (Leistungsspektralanalyse) überprüft.
In der folgenden Abbildung ist das Ergebnis der Analyse eines Chirpsignals dargestellt. Bei einer Abtastfrequenz von 128 Hz steigt die Frequenz innerhalb von 5 s von 0 Hz auf 50 Hz an und nimmt in den darauffolgenden 5 s ebenso linear wieder ab. Die auf der Basis der ADFT gewonnene Zeit-Frequenz-Darstellung widerspiegelt diesen Frequenzverlauf.

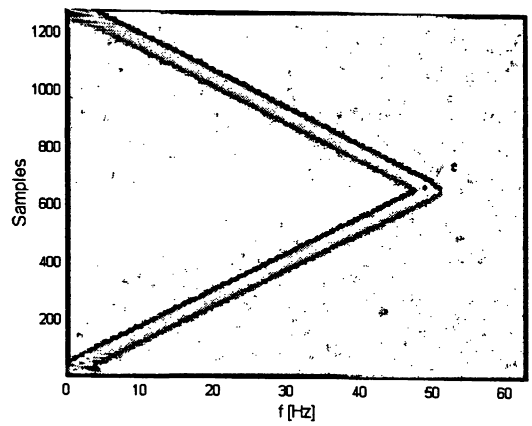


Abbildung 1: Zeit-Frequenz-Darstellung eines simulierten Chirp-Signals auf der Basis der ADFT (c=0.03)

In Abbildung 2 ist ein EEG-Signalabschnitt dargestellt, in dessen Verlauf der Proband die Augen schließt. Die zeitvariante Spektralanalyse mittels ADFT zeigt deutlich die in der zweiten Signalhälfte entstehende Leistung im Alpha-Frequenzband (8-13 Hz).

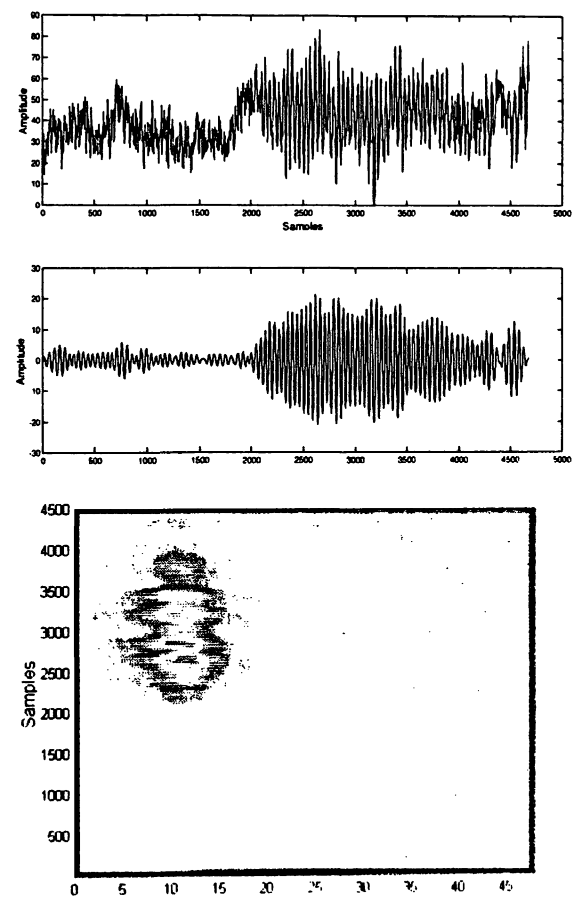


Abbildung 2: Zeitvariante ADFT-Leistungsspektralanalyse eines EEG-Signalabschnittes (oben: Roh-EEG, Mitte: Alpha-Bandpassfilterung, unten: zeitvar. ADFT-Spektrum)

Analyse transienter quadratischer Phasenkopplungen
Die hauptsächliche Motivation zur Entwicklung der ADFT ist die Nutzung als Basisalgorithmus für eine zeitvariante Bispektralanalyse. In den Abbildungen 3 und 4 sind erste Simulationsergebnisse dargestellt.
Am Beispiel eines QPC-Wechsels kann auch im Bispektrum die prinzipielle Funktionalität dieser Methode nachgewiesen werden. Jedoch wird ebenso deutlich, dass die ADFT-Schätzung (Abb. 4 oben) gegenüber der Schätzung auf der Basis der adaptiv rekursiven Kumulanten (Abb. 4 unten) eine wesentlich größere Varianz (schlechtere Schätzgüte) bei gleicher Adaptionsvariable besitzt. Dieser Nachteil macht sich im Bispektrum auf Grund der Produktbildung aus drei Fouriertransformierten gemäß (8) im Vergleich zum Leistungsspektrum noch deutlicher bemerkbar.

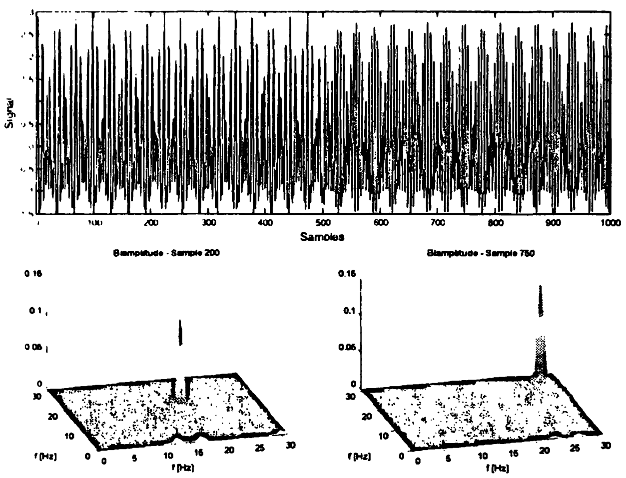


Abbildung 3: Signal mit QPC-Wechsel von 13/17/30 Hz → 23/27/50 Hz beim Sample n=500 (oben) und zeitvar. ADFT-Bispektrum (c=0.02) für n=200 und n=750 (unten)

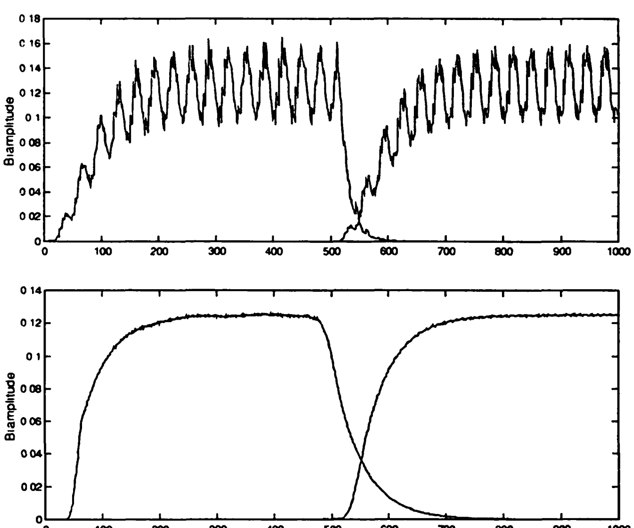


Abbildung 4: Zeitverläufe der Biamplituden der quadrat. phasengekoppelten Frequenzen 13/17 Hz (1. Hälfte) und 23/27 Hz (2. Hälfte); oben: ADFT-Schätzung, unten: mittels adaptiv rekursiver Schätzung der Kumulanten [2]

Diskussion

Es wurde eine neue Methode zur Schätzung des zeitvarianten Bispektrums auf der Basis einer adaptiv rekursiven Fouriertransformation vorgestellt und ihre Funktionsweise demonstriert. Sie besitzt auf dem gegenwärtigen Entwicklungsstand gegenüber der bewährten zeitvarianten indirekten Schätzung [2] noch den Nachteil einer zu großen Varianz. In nachfolgenden Arbeiten muss untersucht werden, wie diese schlechtere Schätzgüte algorithmisch verbessert werden kann.
Andererseits bietet sie gegenüber der indirekten Schätzung wesentliche Vorteile. Zum einen ist man auf Grund des ADFT-Algorithmus nicht an die Berechnung der gesamten Bispektrummatrix gebunden. Es ist möglich, das Bispektrum für einzelne Frequenztripel (Bifrequenzpunkt) selektiv zu berechnen. Das ist ein entscheidender Vorteil für die Rechenperformance des Algorithmus. Zum anderen ist es möglich, den Algorithmus für jeden Bifrequenzpunkt separat mit einer eigenen Adaptionsvariablen zu steuern. Damit lässt sich z.B. die Varianz der Schätzung frequenzunabhängig gestalten. Dies ist beim indirekten Ansatz nicht möglich, da dort die gesamte Bispektrummatrix mit der gleichen Adaptionsvariablen berechnet wird. Außerdem erlaubt die ADFT, eine Normierung des komplexen Bispektrums gemäß den bekannten Verfahren nach Haubrich und Kim/Powers [3, S. 461-464] vorzunehmen (Bikohärenz), die im Falle indirekt geschätzter Bispektren zu numerischen Problemen führen [4].
Durch die zu Grunde liegenden einfachen Konstruktionsprinzipien ermöglicht auch die ADFT einen Einsatz im Echtzeitbetrieb. Im Gegensatz zu aus der Literatur bekannten Verfahren der Zeit-Frequenz-Darstellung existiert keine Bindung an ein Analyseintervall. Die Methode ist somit zur Untersuchung fortlaufender Signale geeignet.

Danksagung

Die Arbeit wurde gefördert durch die DFG-Projekte GR 1555/2-3 und WI 1166/2-3.

Literaturverzeichnis

[1] G. Grießbach, *Computerorientierte Meßstochastik in der Technischen Diagnose und dem Signalmapping,* Habilitationsschrift, FSU Jena, Math. Fakultät, 1990
[2] M. Helbig, G. Grießbach, B. Schack, H. Witte, „Application of time-variant bispectrum in biosignal analysis“, *Med. & Biol. Eng. & Comput.*, 37, Supplement 2, pp. 392-393, 1999
[3] C.L. Nikias, A.P. Petropulu, „*Higher-order spectra analysis – a non-linear signal processing framework*“, New Jersey, PTR Prentice Hall, 1993
[4] M. Helbig, G. Grießbach, H. Witte, B. Schack, „Numerisch stabile Normierung des indirekt geschätzten Bispektrums“, *Biomedizinische Technik,* 46 (Ergänzungsband 1), pp. 318-319, 2001