

Eine Analyse zum Strömungswiderstand natürlicher Fließgewässer mit ausgeprägter Sohlstrukturierung

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät für Bauingenieurwesen

der

Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Michael Sabrowski

aus Breitung/Werra

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-P. Hack
Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schüttrumpf
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. H.-B. Horlacher

Tag der Disputation: 12. Dezember 2008

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	XI
1 Einführung	1
1.1 Einordnung des Problems	1
1.2 Zielstellung und Methodik	2
2 Morphologie und Strömungseigenschaften	5
2.1 Einleitung	5
2.2 Morphologie	6
2.2.1 Gefälle	6
2.2.2 Sohlmaterial und Rauheitsmaßstab	8
2.2.3 Sohlstruktur	8
2.3 Strömungseigenschaften	9
2.3.1 Strömungsfeld	9
2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung	13
2.3.3 Strömungswiderstand	19
2.4 Zusammenfassung	22
3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand	23
3.1 Grundsätzlichkeiten und Annahmen	23
3.2 Flächenrauheit und Rauheitseigenschaften	24
3.2.1 Rauheitsparameter	24
3.2.2 Rauheitsskala	25
3.2.3 Korngrößenverteilung	26
3.2.4 Ausrichtung und Form der Elemente	26
3.2.5 Rauheitsdichte	26
3.3 Querschnittsform	28
3.4 Formrauheit und abgelöste Strömungen	30
3.4.1 Einfluss der Geometrie	32
3.4.2 Reynoldszahl	32
3.4.3 Einfluss aus Rauheit und Turbulenz	33
3.4.4 Elementkollektiv und Verbauungsgrad	34
3.4.5 Froudezahl	35
3.5 Zusammenfassung	36

4	Vertikale Geschwindigkeitsverteilung	37
4.1	Universelles logarithmisches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz	37
4.2	Natürlich raue Randbedingungen und große relative Überdeckung	41
4.2.1	Lage des Ursprungs und Rauheitsparameter	44
4.2.2	Geschwindigkeitsgradient	47
4.2.3	Lage auf der Geschwindigkeitsachse	49
4.3	Natürlich raue Randbedingungen und geringe relative Überdeckung	49
4.4	Zusammenfassung	53
5	Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes	55
5.1	Einführung	55
5.2	Dimensionsanalytische Betrachtung	56
5.3	Datenauswahl und Ableitungsmethoden	58
5.4	Logarithmische Widerstandsbeziehungen	59
5.4.1	Diskussion der Einflussgrößen	59
5.4.2	Natürliche Gewässerabschnitte	63
5.4.3	Daten aus Laborversuchen	66
5.5	Modifizierte logarithmische Widerstandsbeziehungen	68
5.6	Potenzansätze	71
5.7	Modifizierte Potenzansätze	74
5.8	Ansätze in Abhängigkeit der Froudezahl	76
5.9	Zusammenfassung	77
6	Mathematisch–physikalisches Modell	79
6.1	Grundsätzliches und Dimensionalität des Problems	79
6.2	Erhaltungsgleichungen	80
6.3	Turbulenzmodellierung	81
6.3.1	Wirbelviskositätsmodelle	81
6.3.2	Reynoldsspannungsmodelle	83
6.3.3	Modellauswahl	84
6.4	Wandbehandlung	87
6.5	Approximation der Ränder und Gittergenerierung	90
6.6	Anfangs- und Randbedingungen	94
6.7	Diskretisierung und Lösungsverfahren	96

6.8	Ergebnisse und Fehlerbetrachtung	97
6.9	Zusammenfassung	101
7	Methodenentwicklung	103
7.1	Grundlage und Vorgehensweise	103
7.2	Einordnung der ausgewählten Daten	103
7.2.1	Abhängigkeit bezüglich der relativen Überdeckung	103
7.2.2	Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl	107
7.3	Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand	110
7.3.1	Charakterisierung der Oberflächenstruktur	110
7.3.2	Integrales Strömungsfeld und Strömungswiderstand	119
7.4	Quantifizierung der Abhängigkeiten	124
7.4.1	Vergleich von h/d_{84} und h/s	124
7.4.2	Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten	125
7.4.3	Einfluss der Reynoldszahl	130
7.5	Überprüfung anhand unabhängiger Daten	137
7.6	Zusammenfassung	140
8	Zusammenfassung und Ausblick	143
	Literaturverzeichnis	147
A	Mathematisch-physikalisches Modell (Längsschnittbetrachtung) ..	155
B	Mathematisch-physikalisches Modell (Geschwindigkeitsprofile) ...	163
C	Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen	165
C.1	Dichtefunktionen u und u_m (tiefengemittelt)	165
C.2	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} (Vektor) je Versuchsserie	167
C.3	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} (Vektor) je Abfluss	168
D	Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen	169

Abbildungsverzeichnis

2 Morphologie und Strömungseigenschaften

Abb. 2.1:	Hollyford River, Fjordland National Park, Neuseeland 2007	6
Abb. 2.2:	Längsprofil gleichmäßig (nach <i>Schälchli 1991</i>)	7
Abb. 2.3:	Riffle – Pool Sequenz (nach <i>Schälchli 1991</i>)	7
Abb. 2.4:	Step – Pool Sequenz (nach <i>Schälchli 1991</i>)	7
Abb. 2.5:	Digitales Höhenmodell einer homogenen Sohlstruktur	9
Abb. 2.6:	Koordinatensystem (nach <i>Weichert 2006</i>)	10
Abb. 2.7:	Vertikale Verteilung der Geschwindigkeit u und Schubspannung τ bei turbulenten Strömungen (nach <i>Dittrich 1998</i>)	14
Abb. 2.8:	Mischungsweg schematisch mit $l = l_{MW}$ (nach <i>Kanzow 2004</i>)	16
Abb. 2.9:	Abhängigkeit der Integrationskonstanten C_1 von der Kornreynoldszahl Re^* (nach <i>Schlichting et al. 1996</i>)	18
Abb. 2.10:	Moody–Diagramm für technisch raue Oberflächen (nach <i>Koch 2006</i>)	20

3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand

Abb. 3.1:	Definitionsskizze für die Rauheitsdichte c_K (nach <i>Bezzola 2002</i>)	27
Abb. 3.2:	Strömungsarten über rauen Sohlen (nach <i>Morris 1955</i>)	27
Abb. 3.3:	Beziehung zwischen Rauheitsdichte c_K und Rauheitsverhältnis k_S/k (nach <i>Dittrich 1998</i>)	28
Abb. 3.4:	Beziehung zwischen dem Koeffizienten a und der Gerinneform R/z (nach <i>Hey 1979</i>)	29
Abb. 3.5:	Widerstandsbeiwerte c_D für unterschiedliche Körperformen, zylindrisch – Kurven 1 bis 5 und Kugel – Kurve 6 (nach <i>Bezzola 2002</i>)	31
Abb. 3.6:	Einfluss der Schlankheit auf den Widerstandsbeiwert c_D (nach <i>Dubs 1979</i>)	32
Abb. 3.7:	Einfluss der Oberflächenrauheit k auf den Widerstandsbeiwert c_D und die kritische Reynoldszahl Re (nach <i>Blevins 1984</i>)	33
Abb. 3.8:	Zusammenhang zwischen c_D und Reynoldszahl Re für Würfel und Zylinder in Abhängigkeit vom Gefälle I (nach <i>Heimerl et al. 2005</i>)	35
Abb. 3.9:	Einfluss von Froudezahl Fr und relativer Überdeckung h/k auf den Wider- standsbeiwert c_D (nach <i>Flammer et al. 1970</i>)	36

4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung

Abb. 4.1:	vertikale Geschwindigkeitsprofile $u(z)$ und Geschwindigkeitsgradient (Anstieg) in Abhängigkeit der Reynoldszahl	38
Abb. 4.2:	Abhängigkeit der relativen Rauheit k_S/k von der Rauheitsart und Rau- heitsdichte c_K (nach <i>Schlichting 1936</i>)	39
Abb. 4.3:	Widerstandsbeiwert λ als Funktion der Rauheitsart und Rauheitsdichte c_K	39

Abb. 4.4:	normierte Profile $u(z)/u^*$ für Kugelrauheit $k = 4,1$ mm bei a) $c_K = \text{konstant}$ (links) und bei b) $c_K = \text{variabel}$ (rechts)	40
Abb. 4.5:	Vergleich der Profile $u(z)$ und $u(z)/u^*$ nach den Verfahren <i>Schlichting (1936)</i> und <i>Nikora et al. (2001)</i>	41
Abb. 4.6:	Definitionsskizze vertikaler Abmessungen (nach <i>Smart 1999</i>)	44
Abb. 4.7:	Zusammenhang zwischen Rauheitsdichte c_K und vertikalem Versatz d für die Versuche in <i>Schlichting (1936)</i>	45
Abb. 4.8:	Vertikaler Versatz d und resultierende Problemlklassifizierung der Methode nach <i>Clauser (1956)</i> , gemessene Daten aus <i>Koll (2002)</i>	46
Abb. 4.9:	Approximation gemessener Profile (Daten aus <i>Koll 2002</i>) und Lage des Ursprungs mit den Methoden nach <i>Tab. 4.3</i>	48
Abb. 4.10:	Längsschnitt für eine heterogene Sohlstruktur mit Strömungsgrößen am Beispiel von Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	49
Abb. 4.11:	tiefengemittelte Geschwindigkeiten als Funktion integraler (h/d_C) und lokaler (u^* ; h/k_S) Ansätze	51
Abb. 4.12:	vertikale Geschwindigkeitsprofile als Funktion integraler und lokaler Ansätze an ausgewählten Positionen des Längsschnittes in <i>Abb. 4.11</i>	52

5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes

Abb. 5.1:	Widerstandsbeiwert in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/k_S mit $Br = C'$ (nach <i>Kironto et Graf 1994</i>)	61
Abb. 5.2:	Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für ausgewählte Daten nach <i>Tab. 5.1</i>	63
Abb. 5.3:	Einfluss des Rauheitsparameters in den Analysen von <i>Bray (1980)</i> und <i>Griffiths (1981)</i>	64
Abb. 5.4:	Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für den Fall geringer relativer Überdeckungen an natürlichen Gewässerabschnitten	66
Abb. 5.5:	Beziehungen zwischen u/u^* und h/d_{84} (h/s) für den Fall geringer relativer Überdeckungen aus Laboruntersuchungen	67
Abb. 5.6:	Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für ausgewählte Daten anhand modifizierter logarithmischer Ansätze	69
Abb. 5.7:	Beziehung zwischen Re^* und λ für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten natürlichen Gewässer	70
Abb. 5.8:	Vergleich gemessener und anhand von Potenzansätzen berechneter Fließgeschwindigkeiten für ausgewählte Daten nach <i>Tab. 5.1</i>	72
Abb. 5.9:	Vergleich der Ergebnisse nach Potenzansätzen bei Verwendung von q und h	74
Abb. 5.10:	Vergleich von ausgewählten Daten nach <i>Tab. 5.1</i> mit den nach den <i>Formel 5.18</i> und <i>Formel 5.28</i> berechneten Strömungswiderständen u/u^*	76
Abb. 5.11:	Beziehung zwischen Froudezahl Fr und Widerstandsbeiwert λ differenziert nach Gefälle I und relativem Überdeckungsverhältnis h/d_{84}	77

6 Mathematisch–physikalisches Modell

Abb. 6.1:	Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe (nach <i>Fluent 1998</i>)	88
Abb. 6.2:	Implementierung von Rauheitsinformationen (nach <i>Nicholas 2001</i>)	91

Abb. 6.3:	Ansätze zur geometrischen Rauheitsbeschreibung nach Porositätsdefinition (links) und wandgebundenen Koordinaten (rechts) (nach <i>Lane et al. 2004</i>)	92
Abb. 6.4:	Qualität der Höhenmodelle in Abhängigkeit der Auflösung (nach <i>Sabrowski 2006</i>)	93
Abb. 6.5:	Vergleich der Messwerte und zweidimensionalen Ergebnissen nach <i>Kanzow (2004)</i> mit den dreidimensionalen Ergebnissen für $Q = 60\text{l/s}$	97
Abb. 6.6:	Vergleich der Messwerte und zweidimensionalen Ergebnissen nach <i>Kanzow (2004)</i> mit den dreidimensionalen Ergebnissen für $Q = 20\text{l/s}$	97
Abb. 6.7:	ausgewählte vertikale Verteilungen der Geschwindigkeitskomponente u und der turbulenten kinetischen Energieproduktion k	98
Abb. 6.8:	Dichtefunktionen für die gemessenen und gerechneten Geschwindigkeitskomponenten u (V03 links und V02 rechts)	99
Abb. 6.9:	Dichtefunktionen für die gemessenen und gerechneten tiefengemittelten Geschwindigkeitskomponenten u_m (V03 links und V02 rechts)	100
Abb. 6.10:	Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V03 (links) und V04 (rechts)	100

7 Methodenentwicklung

Abb. 7.1:	Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} für natürliche Fließgewässer und Modellversuche in Verbindung mit den Untersuchungen von <i>Schlichting (1936)</i> und <i>Nikuradse (1933)</i>	104
Abb. 7.2:	Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} der ausgewählten Daten klassifiziert nach der relativen Rauheit k_S/d_{84}	105
Abb. 7.3:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re klassifiziert nach der relativen Überdeckung h/d_{84}	108
Abb. 7.4:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re klassifiziert nach der relativen Überdeckung h/d_{84} und dem Gefälle I	109
Abb. 7.5:	vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ schematisch (links, modifiziert nach <i>Schälchli 1991</i>) und mit verwendeten Bezeichnungen (rechts, modifiziert nach <i>Bathurst 1985</i>)	113
Abb. 7.6:	Abhängigkeit des vertikalen Verbauungsgrades $c_{K,V}$ von der relativen Überdeckung h/d_{84}	114
Abb. 7.7:	Querprofil mit lokalen Höhen und Wasserspiegellagen aus den Daten von <i>Kanzow (2004)</i>	115
Abb. 7.8:	Abhängigkeit der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ von den relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	116
Abb. 7.9:	Abhängigkeit der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ von den relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	117
Abb. 7.10:	Abhängigkeit zwischen horizontaler und vertikaler Rauheitsdichte für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	118
Abb. 7.11:	Abhängigkeit der relativen Rauheit $k_S/k \sim k_S/d_{84}$ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	120
Abb. 7.12:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ und relativer Überdeckung h/d_{84} für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	121
Abb. 7.13:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	122

Abb. 7.14:	Abhängigkeit zwischen Widerstandsbeiwert λ und Geschwindigkeits- höenausgleichsbeiwert α für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	123
Abb. 7.15:	Abhängigkeit des Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwertes α von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	123
Abb. 7.16:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)	124
Abb. 7.17:	Vergleich der Beziehungen zwischen u/u^* und h/d_{84} sowie u/u^* und h/s für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	125
Abb. 7.18:	Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* von vertikaler ($c_{K,V}$) und horizontaler ($c_{K,H}$) Rauheitsdichte	126
Abb. 7.19:	Funktionen $u/u^* - c_{K,V}$ (links) und $u/u^* - c_{K,V}; \alpha$ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}	127
Abb. 7.20:	Funktionen $u/u^* - c_{K,V}; \sigma$ (links) und $u/u^* - c_{K,V}; \alpha; \sigma$ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}	129
Abb. 7.21:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von Re/Re^* klassifiziert nach gleichen relativen Überdeckungen h/d_{84} für natürliche Fließgewässer	131
Abb. 7.22:	Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von Re/Re^* klassifiziert nach Be- reichen der relativen Rauheit k_S/d_{84} für natürliche Fließgewässer	133
Abb. 7.23:	Abhängigkeit zwischen Re/Re^* und $c_{K,V}$ für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	133
Abb. 7.24:	Strömungswiderstand u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}$ (links) sowie u/u^* aus Re/Re^* aus $c_{K,V}; \alpha$ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}	135
Abb. 7.25:	Strömungswiderstand u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}; \sigma$ (links) sowie u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}; \sigma; \alpha$ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}	135
Abb. 7.26:	Vergleich der Daten unabhängiger Gewässerabschnitt für <i>Kanzow (2004)</i> und <i>Bathurst (1985)</i>	138
Abb. 7.27:	Abhängigkeit des Verhältnisses Re/Re^* von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i> und <i>Bathurst (1985)</i>	138
Abb. 7.28:	Strömungswiderstand u/u^* als Funktion der relativen Überdeckung h/d_{84} (links) und aus $Re/Re^*; c_{K,V}$ (rechts) anhand <i>Formel 7.16</i> für die Daten aus <i>Bathurst (1985)</i>	139

C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen

Abb. C.1:	V03 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	165
Abb. C.2:	V04 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	165
Abb. C.3:	V02 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	166
Abb. C.4:	V05 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	166
Abb. C.5:	V07 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	166
Abb. C.6:	V06 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)	167
Abb. C.7:	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} für V03 (links) und V04 (rechts)	167
Abb. C.8:	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} für V02 (links) und V05 (rechts)	167
Abb. C.9:	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} für V03 – 60 l/s (links) und V03 – 40 l/s (rechts)	168
Abb. C.10:	Dichtefunktionen u, v, w und u_{abs} für V03 – 20 l/s (links) und V03 – 10 l/s (rechts)	168

D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen

Abb. D.1:	Dichtefunktion für Gefälle 2% - V03 (links) mit $s = 0,025\text{m}$, $\sigma = 0,54$ und V04 (rechts) mit $s = 0,019\text{m}$, $\sigma = 0,41$	171
Abb. D.2:	Dichtefunktion für Gefälle 4% - V02 (links) mit $s = 0,027\text{m}$, $\sigma = 0,40$ und V05 (rechts) mit $s = 0,020\text{m}$, $\sigma = 0,40$	171
Abb. D.3:	Dichtefunktion für Gefälle 6% - V07 (links) mit $s = 0,031\text{m}$, $\sigma = 0,39$ und V06 (rechts) mit $s = 0,028\text{m}$, $\sigma = 0,36$	171
Abb. D.4:	Sohlstruktur V03	172
Abb. D.5:	Sohlstruktur V04	172
Abb. D.6:	Sohlstruktur V02	172
Abb. D.7:	Sohlstruktur V05	173
Abb. D.8:	Sohlstruktur V07	173
Abb. D.9:	Sohlstruktur V06	174

Tabellenverzeichnis

4	Vertikale Geschwindigkeitsverteilung	
Tab. 4.1:	Zusammenstellung von ausgewählten Daten bezüglich der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung bei unterschiedlichen Rauheitseigenschaften	37
Tab. 4.2:	Ansätze zur Ermittlung von k_S aus Kornfraktionen	42
Tab. 4.3:	Zusammenstellung existierender Modellvorstellungen für die logarithmische Schicht	43
Tab. 4.4:	Charakteristische Kennwerte der Methoden nach <i>Tab. 4.3</i> am Beispiel der Rauheit RI mit $h_m/k = 4,9$ bis $12,0$ (Messwerte aus <i>Koll 2002</i>)	47
5	Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes	
Tab. 5.1:	Übersicht der ausgewählten Messdaten natürlicher Fließgewässer und von Modellversuchen mit charakteristischen Kennwerten	59
Tab. 5.2:	Zusammenstellung logarithmischer Widerstandsbeziehungen	62
Tab. 5.3:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für logarithmische Ansätze, gewonnen an natürlichen Fließgewässern	65
Tab. 5.4:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für logarithmische Ansätze, gewonnen aus Laborversuchen	68
Tab. 5.5:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für modifizierte logarithmische Ansätze	71
Tab. 5.6:	Zusammenstellung abgeleiteter Potenzansätze	72
Tab. 5.7:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für Potenzansätze bei Verwendung von q und h	74
6	Mathematisch–physikalisches Modell	
Tab. 6.1:	Modellkonstanten des Standard $k - \varepsilon$ – Modell (<i>Fluent 1998</i>)	83
Tab. 6.2:	Vor- und Nachteile von Turbulenzmodellen (<i>Rodi 2006</i>)	85
Tab. 6.3:	Modellkonstanten des <i>Renormalization Group (RNG)</i> $k - \varepsilon$ – Modell (<i>Fluent 1998</i>)	87
Tab. 6.4:	Eingangsgrößen zur Turbulenzspezifizierung (<i>Rodi 2006</i>)	95
7	Methodenentwicklung	
Tab. 7.1:	Integrationskonstante C' in Abhängigkeit der relativen Rauheit k_S/d_{84}	107
Tab. 7.2:	Beispiel zur Streuung der Widerstandbeiwerte für die Beziehung $Re-\lambda$ nach <i>Abb. 7.4</i>	109
Tab. 7.3:	Kennwerte der einzelnen Oberflächenstrukturen für die Daten aus <i>Kanzow (2004)</i>	112

Tab. 7.4:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die untersuchten Abhängigkeiten	130
Tab. 7.5:	Beträge des Fehlers MSE differenziert nach den Versuchsserien	130
Tab. 7.6:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die untersuchten Abhängigkeiten	136
Tab. 7.7:	Beträge des Fehlers MSE differenziert nach den Versuchsserien	136
Tab. 7.8:	Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die Daten aus <i>Bathurst (1985)</i>	139

Nomenklatur

a	$[m/s^2]$	Beschleunigung
a, c	$[-]$	Koeffizienten
A	$[-]$	Integrationskonstante
A	$[m^2]$	durchströmte Querschnittsfläche, Referenzfläche
A_i	$[m^2]$	Teilfläche
A_{xy}	$[m^2]$	Referenzfläche mit horizontaler Orientierung
A_{yz}	$[m^2]$	Referenzfläche mit vertikaler Orientierung
A_W	$[m^2]$	Summe der senkrecht angeströmten Elementflächen
A_0	$[m^2]$	Einheitsfläche
A_{50}	$[m]$	mittlere A-Achse eines Kornes
A_{\perp}	$[m^2]$	senkrecht angeströmte Fläche eines Elementes
A_{∞}	$[m^2]$	Fläche im ungestörten Bereich
b	$[m]$	Gewässer-, Wasserspiegelbreite
b_L	$[-]$	Regressionskoeffizient der logarithmischen Schicht
B_{50}	$[m]$	mittlere B-Achse eines Kornes
c_D	$[-]$	Widerstandsbeiwert
$c_K = c_{K,H}$	$[-]$	horizontale Rauheitsdichte
$c_{K,V}$	$[-]$	vertikale Rauheitsdichte
c_L	$[-]$	Auftriebsbeiwert
c_R	$[-]$	Integrationskonstante
c_R	$[-]$	Dämpfungsfaktor
c_1	$[-]$	Koeffizient
C	$[m^{1/2}/s]$	Chezy - Widerstandsbeiwert
C, C_1, C'	$[-]$	Integrationskonstante
$C_{\mu}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	$[-]$	Modellkoeffizienten im $k-\varepsilon$ -Modell
$C_{\varepsilon 2}^*$	$[-]$	Modellkoeffizient im $RNG-k-\varepsilon$ -Modell
d	$[m]$	hydraulischer Durchmesser
d	$[m]$	vertikaler Versatz
d_C	$[m]$	charakteristischer Durchmesser einer Kornmischung
d_m	$[m]$	mittlerer Korndurchmesser nach <i>Meyer-Peter & Müller (1949)</i>

d_{\max}	[m]	Größtkorn einer Kornmischung
d_{84}	[m]	Korndurchmesser bei 84% Siebdurchgang (andere Zahlen entsprechend)
dx, dy, dz	[m]	Längendifferenzen
D	[m]	Rohrdurchmesser
D	[m]	senkrecht angeströmte Breite eines Elementes
e	[m/s]/[-]	absoluter Fehler für Geschwindigkeit und Strömungswiderstand
F	[N]	Kraft
Fr	[-]	Froudezahl
F_D	[N]	Widerstandskraft
F_L	[N]	Auftriebskraft
g	[m/s ²]	Erdbeschleunigung
G_x	[N]	Gewichtskraft in x-Richtung
h	[m]	Fließtiefe
h_r	[m]	Reibungsverlusthöhe
h_{\max}	[m]	Abstand des Geschwindigkeitsmaximums von der rauhen Wand
I	[-]	Gefälle
I_E	[-]	Energielinienneigung
I_S	[-]	Sohlneigung
I_{WSP}	[-]	Wasserspiegelneigung
k	[m ² /s ²]	turbulente kinetische Energie
k	[m]	absolute Rauheitshöhe
k_S	[m]	äquivalente Sandrauheit nach <i>Nikuradse (1933)</i>
k_{St}	[m ^{1/3} /s]	Strickler – Beiwert
l	[m]	Länge
l_C	[m]	charakteristische Länge
l_{MW}	[m]	Mischungsweglänge
L_U	[m]	benetzter Umfang
m	[kg]	Masse
m	[-]	Koeffizient
m_L	[-]	Steigung der Regressionsgeraden in der logarithmischen Schicht
ME	[%]	mittlerer Fehler

MSE	[%]	mittlerer quadratischer Fehler
n	[s/m ^{1/3}]	Manning – Beiwert
n, n ₁ , n ₂ , n ₃	[-]	Exponenten
n	[-]	Anzahl von Gewässerabschnitten mit Abflussvariation
N	[-]	Anzahl von Gewässerabschnitten ohne Abflussvariation
N	[-]	Anzahl von Elementen
p	[N/m ²]	Druck
P _K	[-]	Produktion turbulenter kinetischer Energie
q	[m ³ /(s·m)]	spezifischer Abfluss
Q	[m ³ /s]	Abfluss
r	[m]	Radius
R	[m]	hydraulischer Radius
R	[-]	Reynoldsspannungstensor
Re	[-]	Reynoldszahl
R ²	[-]	Determinationskoeffizient einer Regression
Re*	[-]	Kornreynoldszahl
s	[m]	Standardabweichung
S	[-]	Sohlstruktur
S _{ij}	[-]	Deformationsgeschwindigkeitstensor
t	[s]	Zeit
Tu	[%]	Turbulenzgrad der Strömung
u, v, w	[m/s]	x-, y-, z-Komponenten der Geschwindigkeit
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	[m/s]	x-, y-, z-Komponenten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit
u', v', w'	[m/s]	x-, y-, z-Komponenten der Geschwindigkeitsschwankung
u _i	[m/s]	Geschwindigkeit in der Teilfläche A _i
u _m	[m/s]	querschnittsgemittelte Fließgeschwindigkeit
u _R	[m/s]	Fließgeschwindigkeit in der Höhe z _R
u*	[m/s]	Schubspannungsgeschwindigkeit
u ⁺	[-]	dimensionslose wandtangentiale Geschwindigkeit
u _∞	[m/s]	Geschwindigkeit im ungestörten Bereich
x, y, z	[m]	kartesische Raumkoordinaten
Y ₅₀	[m]	mittlere Breite eines Rauheitselements

z	[m]	lotrechter Abstand des Geschwindigkeitsmaximums
z_{bm}	[m]	mittlere Sohlenhöhe der eingeschmolzenen Rauheit nach <i>Schlichting (1936)</i>
z_R	[m]	Rauheitsparameter, Höhe der Rauheitsschicht
z_{WSP}	[m]	Höhe des Wasserspiegels
z_0	[m]	theoretischer Nullpunkt der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung
z^+	[-]	dimensionsloser Wandnormalenabstand
Z_{50}	[m]	mittlere Z-Achse eines Korns
α	[-]	Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwert
α	[°]	Neigungswinkel der Sohle
α_k	[-]	Proportionalitätsfaktor zwischen absoluter Rauheitshöhe und äquivalenter Sandrauheit
α_q	[-]	Volumenanteilsfunktion
$\alpha_k, \alpha_\varepsilon$	[-]	Modellkoeffizienten im <i>RNG-k-ε</i> -Modell
δ_{ij}	[-]	Kronecker-Delta
δ_V	[m]	Dicke der viskosen Unterschicht
ε	[m ² /s ³]	Dissipationsrate
η	[kg/(s·m)]	dynamische Viskosität
ν	[m ² /s]	kinematische Viskosität
κ	[-]	<i>von Karman</i> Konstante
λ	[-]	Widerstandsbeiwert nach <i>Darcy-Weisbach</i>
ρ	[kg/m ³]	Fluiddichte
σ	[-]	geometrische Standardabweichung einer Sieblinie
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	[-]	Modellkoeffizienten im <i>k-ε</i> -Modell
τ	[N/m ²]	Schubspannung
τ_T	[N/m ²]	turbulente Schubspannung
τ_V	[N/m ²]	viskose Schubspannung
τ_0	[N/m ²]	Sohlenschubspannung
τ_{0m}	[N/m ²]	konstante Sohlenschubspannung
ζ	[-]	Verlustbeiwert

1 Einführung

1.1 Einordnung des Problems

Vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse des Strömungswiderstandes von Fließgewässern im Gebirgs- und Mittelgebirgsbereich. Diese Fließgewässer sind durch eine hohe morphologische Rauheit bei entsprechenden Gefälleverhältnissen gekennzeichnet. Der Begriff hohe morphologische Rauheit bezeichnet die Abfolge von natürlichen Sohlstrukturen auf nicht planen Oberflächen bei gleichmäßiger und auch ungleichmäßiger Verteilung der Rauheitseigenschaften. Gleichzeitig erreichen charakteristische maximale Korngrößen auch im Hochwasserfall Dimensionen im Bereich der Fließtiefen. Die möglichst exakte Kenntnis der Strömungscharakteristiken Fließtiefe und Geschwindigkeit sowie die Kenntnis des Strömungswiderstandes spielt bei diesen Randbedingungen für viele praktische Fragestellungen eine entscheidende Rolle.

Beispielhaft sei hier aufgrund des komplexen ökologischen Wirkungsgefüges die Forderung nach Mindestwassermengen für Ausleitungsstrecken im Bereich von Wasserkraftanlagen genannt. Diese Mindestwassermengen sollen einen Bezug zu den vorkommenden faunistischen Arten aufweisen (*Hack et Jorde 2002*). Gleichzeitig wird in aktuellen politischen Diskussionen bezüglich des Klimaschutzes die Erzeugung regenerativer Energien, und damit auch der Wasserkraft, befürwortet. Insofern werden zwei völlig gegensätzliche Ansprüche an die betrachteten Fließgewässer definiert. Zum einen ist wirtschaftlichen Aspekten der Anlagenbetreiber, und damit der regenerativ erzeugten Energiemenge, Rechnung zu tragen. Zum anderen besteht das Ziel in der Bereitstellung qualitativ hochwertiger Lebensbedingungen im betrachteten Gewässerabschnitt. Der ökologische Bezug definiert sich in der Abfolge von lokalen Bereichen die den Habitatansprüchen der aquatischen Fauna gerecht werden und damit die Durchgängigkeit im Gewässerabschnitt ermöglichen. Neben der Eignung des vorhandenen Sohlmaterials und weiterer struktureller Eigenschaften spielt dabei die Strömungssituation mit den Fließtiefen und Fließgeschwindigkeiten eine entscheidende Rolle. Untersuchungen bezüglich einer verträglichen Lösung unter beiden Aspekten führen unter den hier betrachteten Randbedingungen immer zu erheblich umfangreichen Messreihen am Naturobjekt selber, zur Konzeption von physikalisch-gegenständlichen Modellen oder numerischen Prognoserechnungen, die ein aussagekräftiges Bild von der interessierenden Strömungssituation liefern (*Sabrowski et Hack 2004, Sabrowski 2007*).

Ein weiterer Grund ist durch die Zielsetzung der EU-WRRL gegeben, nach der generell für Oberflächengewässer ein guter Zustand des Gewässer-Bett-Systems gefordert wird. Dies äußert sich in einer entsprechenden räumlichen und materiellen Differenzierung des Gewässer-Bett-Systems, wofür von biologischer Seite eindeutige Korrelationen mit der Artenvielfalt von Flora und Fauna festgestellt wurden. Das Problem der Abschätzung des Strömungswiderstandes der hier betrachteten Fließgewässer im Gebirgs- und Mittelgebirgsbereich reduziert sich damit nicht mehr ausschließlich auf den Bereich der Mutterbetten von Ausleitungsanlagen bei geringen Abflüssen, vielmehr ergibt sich die Fragestellung der Hochwassersicherheit für die angrenzende Infrastruktur an allen Fließgewässern der betrachteten Region.

Zur Behandlung der angesprochenen Problematiken ist es demzufolge unerlässlich die aus den stark variablen morphologischen Strukturen resultierenden Strömungscharakteristiken abzuschätzen. Die gebräuchlichen Berechnungsansätze zur Bestimmung von Strömungsfeld und Strömungswiderstand stammen aus dem Bereich der turbulenten rotationssymmetrischen Rohrströmung mit technischen Rauheiten bei gerin-

ger Rauheitshöhe ohne Einfluss der Querschnittsform. Da die Annahmen dieser Ansätze bei natürlichen Sohlstrukturen nicht mehr gültig sind, bedarf es einer Anpassung, Optimierung und Erweiterung, die sich letztendlich an der starken räumlichen Heterogenität der Geschwindigkeitsverteilung als Folge der natürlichen Sohlstrukturierung orientieren sollte.

1.2 Zielstellung und Methodik

Während die vertikale Geschwindigkeitsverteilung und der Strömungswiderstand der turbulenten rauen Rohrströmung eine alleinige Abhängigkeit vom Verhältnis des Rohrdurchmessers zu den Abmessungen der Rauheitselemente an der Rohrrinnenwand besitzt, sind bei den hier betrachteten Fließgewässern die Abhängigkeiten vielfältiger und komplexer. Die Fließtiefen bewegen sich im Bereich von maximalen charakteristischen Korndurchmessern und im Gegensatz zu kreisförmigen Querschnitten besteht keine Rotations-symmetrie.

Der aus diesen Punkten resultierende Wissensbedarf wurde in jüngeren Arbeiten unter verschiedenen Randbedingungen systematisch ergänzt (*Rosport 1997, Aberle 2000, Nikora 2001, Koll 2002, Bezzola 2002, Kanzow 2004, Weichert 2006*). Das Ziel bestand in der Formulierung von Widerstandsbeziehungen bei denen die Abweichung des Rauheitsmaßes und der Integrationskonstante zur Quantifizierung gemessener vertikaler Geschwindigkeitsverteilungen und Strömungswiderstände im Vergleich zur turbulenten Rohrströmung erklärt wird. Als Folge existiert zum jetzigen Zeitpunkt eine ganze Vielfalt von Rauheitsmaßen und Integrationskonstanten deren Gültigkeit generell auf die dabei zugrunde liegenden Messdaten, gewonnen an natürlichen Gewässerabschnitten beziehungsweise aus Laborversuchen, beschränkt ist. Eine Übertragung auf andere Gewässerabschnitte mit anderen individuellen Rauheitsstrukturen ist mit starken Unsicherheiten behaftet und begründet daher den im *Kap. 1.1 Einordnung des Problems* angesprochenen Wissensbedarf zur Lösung der praktischen Problemstellungen.

Ausgehend von diesem Stand sollen Möglichkeiten zur weitgehend exakten Abschätzung von Fließgeschwindigkeit und Strömungswiderstand für Fließgewässer mit hoher morphologischer Rauheit bei geringen relativen Überdeckungen erarbeitet werden.

Die grundlegenden Eigenschaften und Begrifflichkeiten des betrachteten Fließgewässertypus werden im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* diskutiert. Das Aufzeigen der morphologischen Eigenschaften erlaubt eine klare Abgrenzung zu den Rauheitseigenschaften der turbulenten Rohrströmung. Dieser Vergleich erlaubt die Identifizierung der maßgebenden am Strömungswiderstand beteiligten Prozesse für die hier betrachteten Fließgewässer. Gleichzeitig erfolgt eine Einführung zur mathematischen Beschreibung von Strömungsfeld und Strömungswiderstand. Diese orientiert sich an den grundsätzlichen und bekannten Gesetzmäßigkeiten unter Darlegung der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen für die turbulente Rohrströmung.

Im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* soll anhand theoretischer Betrachtungen die Verträglichkeit der für turbulente Rohrströmungen gültigen Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich Strömungsfeld und Strömungswiderstand mit den Randbedingungen der im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten Fließgewässer geprüft werden. Anhand einer Fallunterscheidung bezüglich der relativen Überdeckung erfolgt eine Identifizierung der den Strömungswiderstand bedingenden Prozesse. Diese Pro-

zesse müssen sich dann zwangsläufig in den angesprochenen Rauheitsparametern und Integrationskonstanten widerspiegeln.

Die Gültigkeit der Gesetzmäßigkeiten zur Quantifizierung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung und damit der mittleren Fließgeschwindigkeit unter den von der turbulenten Rohrströmung abweichenden Randbedingungen ist Gegenstand des *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung*. Dabei erfolgt für große relative Überdeckungen aufbauend auf den Untersuchungen an einem geschlossenen Rechteckquerschnitt mit technischen Rauheitseigenschaften (*Schlichting 1936*), über Probleme mit freiem Wasserspiegel über Halbkugelelementen (*Nikora et al. 2001*) die Prüfung unterschiedlicher Modellvorstellungen zur vertikalen Geschwindigkeitsverteilung für natürliche Sohlenoberflächen an einem Laborgerinne (*Koll 2002*). Die Prüfung der einzelnen Modellvorstellungen erlaubt die Auswahl einer Methode zur Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen bei geringen relativen Überdeckungen und ausgeprägten Sohlstrukturierungen für die freundlicherweise zur Verfügung gestellten Daten der Untersuchungen von *Kanzow (2004)*. Diese Analyse erlaubt Aussagen hinsichtlich der Eignung existierender Widerstandsbeziehungen in Verbindung mit den jeweiligen Rauheitsparametern und Integrationskonstanten für die hier betrachteten natürlichen Fließgewässer.

Das *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* dient der Prüfung und Wertung von Ansätzen zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes am Beispiel natürlicher Fließgewässer und Modellversuchen an Laborrinnen. Ungeachtet der im Rahmen der vorliegenden Arbeit getroffenen Abgrenzung hinsichtlich geringer relativer Überdeckung sollen die Schwächen der einzelnen Ansätze herausgearbeitet werden. Dabei erweist sich die Verwendung eines konstanten Rauheitsparameters für unterschiedliche relative Überdeckungen an identischen Gewässerabschnitten und die Übertragung dieses konstanten Rauheitsparameters auf andere Gewässerabschnitte als Ursache für die starke Streuung bei Auftragung der Strömungswiderstände in Abhängigkeit der relativen Überdeckung.

Die Erstellung und Anwendung eines dreidimensionalen mathematisch-physikalischen Modells bei gleichzeitiger Approximation der freien Wasserspiegeloberfläche ist Gegenstand des *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell*. Dabei soll unter Beachtung der im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* herausgestellten Formwiderstandsprozesse die Abhängigkeit des integralen Strömungsfeldes von der Sohlstruktur bei geringen relativen Überdeckungen quantifiziert werden. Gleichzeitig erfolgt die Prüfung der Abhängigkeiten für die Sekundäranteile des integralen Strömungsfeldes als Folge der jeweiligen Rauheits- beziehungsweise Oberflächenstrukturen. Ein Vergleich mit den zweidimensional tiefenge-mittelten Untersuchungen der Analyse von *Kanzow (2004)* ermöglicht Aussagen hinsichtlich der Eignung der einzelnen numerischen Berechnungswerkzeuge für die hier betrachtete Problemstellung.

Ausgehend von den Untersuchungen der vorangegangenen Abschnitte soll im *Kap. 7 Methodenentwicklung* eine Methode zur verbesserten Quantifizierung von Fließgeschwindigkeit und Strömungswiderstand für den Fall geringer relativer Überdeckungen entwickelt werden. Der im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* untersuchte Einfluss der Sohlstrukturen auf die vertikale Geschwindigkeitsverteilung, sowie die im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* herausgestellte Streuung des Strömungswiderstandes wird anhand von Analogiebetrachtungen zu den technischen Rauheiten der Untersuchungen von *Schlichting (1936)* auf die individuelle Sohlstruktur natürlicher Fließgewässer zurückgeführt und erklärt. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen soll eine Charakterisierung der dreidimensionalen Sohlstruktur mittels geeigneter Parameter für den Fall der hier betrachteten Fließgewässer anhand detailliert aufgenommener Sohlenoberflächen erfolgen. Für den Fall geringer relativer Überdeckungen

konzentrieren sich die Untersuchungen auf die Abhängigkeit dieser Parameter von der relativen Überdeckung. Gleichzeitig erfolgt die Quantifizierung der Eigenschaften des integralen Strömungsfeldes anhand der Untersuchungen des *Kap. 6 Mathematisch–physikalisches Modell* in Verbindung mit den dafür vorliegenden Messwerten. Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht demzufolge nicht mehr länger in der Identifizierung eines konstanten Rauheitsparameters der unabhängig von der Abflussvariation an identischen Gewässerabschnitten sowie bei der Übertragung zwischen unterschiedlichen Gewässerabschnitten und damit unabhängig von der individuellen Sohlstruktur ist. Vielmehr soll die Abhängigkeit der Parameter zur Beschreibung der dreidimensionalen Oberflächenstruktur von der relativen Überdeckung sowie die Eigenschaften des integralen Strömungsfeldes an identischen Gewässerabschnitten im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals anhand geeigneter Parameter quantifiziert und in einer Widerstandsbeziehung zum Ansatz gebracht werden. Die Abhängigkeit dieser Parameter an unterschiedlichen Gewässerabschnitten ist dann ein Ausdruck der individuellen Sohlstruktur.

2 Morphologie und Strömungseigenschaften

2.1 Einleitung

Die Strömungseigenschaften von Gewässern im Gebirgs- und Mittelgebirgsbereich werden im starken Maße durch ihre charakteristischen Eigenschaften bezüglich der Morphologie geprägt. Dazu zählen im Einzelnen das Längsgefälle I , das Sohlmaterial mit charakteristischen Korndurchmessern d_C und die Sohlstruktur S . Existierende Berechnungsansätze für die Strömungseigenschaften befassen sich mit der Vorhersage der Strömungsgeschwindigkeit u und des Strömungswiderstandes u/u^* . Dazu sind die morphologischen Gewässereigenschaften durch geeignete Parameter zu erfassen, und in der Regel wird für die Sohlstruktur S ein charakteristischer Korndurchmesser d_C als konstanter Rauheitsparameter zum Ansatz gebracht. Gewässer im Flachlandbereich zeichnen sich durch relativ kontinuierliche und klar definierte Eigenschaften bezüglich der morphologischen Eigenschaften, sowie ein relativ großes Verhältnis von Fließtiefe h zu der Größe der Rauheitselemente an der Gewässersohle aus. In Analogie zur Grenzschichttheorie und deren erfolgreichen Anwendung für turbulente Rohrströmungen ist der Ansatz eines charakteristischen Korndurchmessers für Gewässer im Flachlandbereich näherungsweise gerechtfertigt. Die hier betrachteten Gewässer des Gebirgs- und Mittelgebirgsbereich sind nicht durch klare und kontinuierliche morphologische Eigenschaften gekennzeichnet. Weiterhin erreichen maßgebende charakteristische Korngrößen dieser Gewässer für ein relativ großes Abflussspektrum die Dimension der Fließtiefe. Die *Abb. 2.1* soll eine Vorstellung vom typischen Erscheinungsbild dieser Gewässer vermitteln.

Die Quantifizierung gemessener Strömungswiderstände für die hier betrachteten Gewässer erfolgt in der Regel durch die Vergrößerung des charakteristischen Korndurchmessers d_C mit einem Proportionalitätsfaktor α_k . Ein Großteil der gewonnenen Daten zu dieser Problematik stammt dabei aus umfangreichen Messreihen an natürlichen Gewässern. Von Interesse war dabei vornehmlich die Übertragbarkeit dieser Berechnungsansätze und Proportionalitätsfaktoren zwischen unterschiedlichen Gewässerabschnitten (between site variation). Die Abhängigkeit des Proportionalitätsfaktors vom Abfluss Q an identischen Abschnitten (at a site variation) spielte in vielen Fällen nur eine untergeordnete Rolle.

In Laborrinnen durchgeführte Modellversuche zur Identifizierung und Quantifizierung der Proportionalitätsfaktoren erfolgten zum großen Teil in schmalen Gerinnen (*Weichert 2006, Aberle 2000, Rosport 1998*), was eine ausgeprägte Entwicklung des dreidimensionalen Strömungsproblems in Längsrichtung verursachte. Die Verallgemeinerung und Anwendung auf natürliche Gegebenheiten mit geringen relativen Verhältnissen von Fließtiefe zu charakteristischen Korngrößen h/d_C und geringen relativen Verhältnissen von Fließtiefe zur Gewässerbreite h/b kann dann nicht unbedingt als fehlerfrei betrachtet werden.



Abb. 2.1: Hollyford River, Fjordland National Park, Neuseeland 2007

2.2 Morphologie

Die Morphologie der betrachteten Gewässer–Bett–Systeme zeichnet sich durch eine starke strukturelle Variabilität bezüglich der Topologie aus, was eine entsprechende räumliche Heterogenität des Strömungsfeldes verursacht. Über ein weites Abflussspektrum herrschen im Vergleich zu den Korngrößen des Sohlmaterials geringe bis gleiche Fließtiefen (siehe *Abb. 2.1*). Das Verhältnis von Breite zu Fließtiefe ist groß und erreicht Werte von 100 und mehr bei geringen Abflüssen. Generell kann die Strömung auf einem entsprechend großen Gewässerabschnitt (Makroskala) im Mittel als gleichförmig betrachtet werden, obwohl lokal, durch Störungen aufgrund der exponierten Rauheitselemente, eine hohe Ungleichförmigkeit existiert. Der Lufteintritt kann vor allem bei sehr steilen Gradienten in Längsrichtung signifikant sein und gleichzeitig umfasst das Abflussspektrum einen größeren Bereich von Strömungseigenschaften als es in Flachlandgewässern üblich ist. Die Froudezahl Fr kann teilweise überkritische Werte erreichen und verschiedene Rauheitsskalen sind zur gleichen Zeit beobachtbar.

2.2.1 Gefälle

Eine generelle regionale Einteilung von Fließgewässern wird anhand des Längsgefälles I vorgenommen (*Bezzola 2002, Weichert 2006*).

- Mittelland- oder Flachlandfluss $I < 1,5\%$
- Gebirgsfluss $I < 6,0\%$
- Wildbach $I > 6,0\%$

Unter natürlichen Bedingungen sind die Gefälle der betrachteten Fließgewässer größer als 0,1 bis 0,4% aber geringer als 5 bis 10% (*Bathurst 1985*). In Abhängigkeit des Gefälles bilden sich in Längsrichtung mehr oder weniger typische Strukturierungen der Sohle aus. Nach *Schälchli (1991)* existieren folgende morphologische Typen:

- Gleichmäßiges Längsprofil mit ausgeglichener Sohle bei Gefällen von $I = 1,5$ bis 5,0%

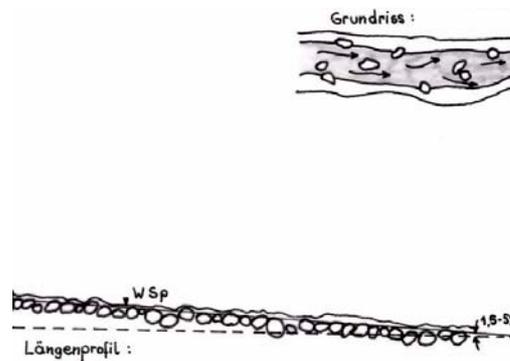


Abb. 2.2: Längsprofil gleichmäßig (nach *Schälchli 1991*)

- Schnellen – Hinterwasser Sequenzen (riffles and pools) bei Gefällen von $I = 1,5$ bis 7,0%

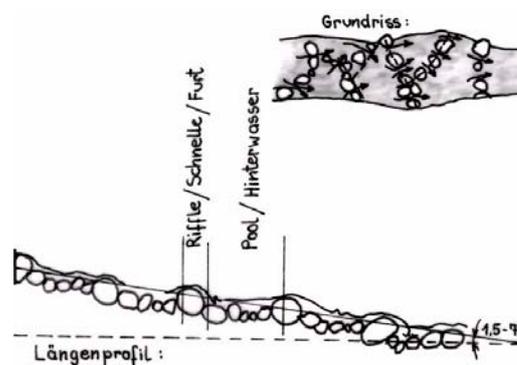


Abb. 2.3: Riffle – Pool Sequenz (nach *Schälchli 1991*)

- Stufen – Hinterwasser Sequenzen (steps and pools) bei Gefällen von $I = 3,5$ bis 12,5%

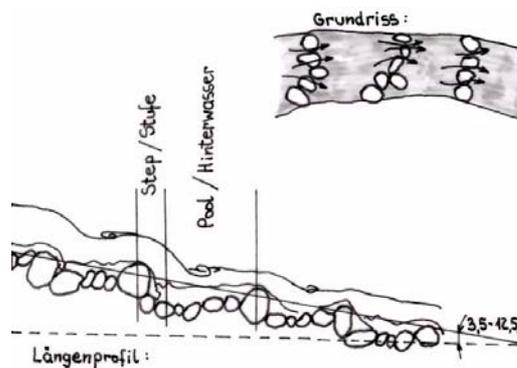


Abb. 2.4: Step – Pool Sequenz (nach *Schälchli 1991*)

Dieser auf der Makroskala angegebene und in Längsrichtung gemittelte Gefällebereich wird auf der Mesoskala und dem Übergangsbereich zur Mikroskala durch starke Fluktuationen überlagert. In Anlehnung an *Grant et al. (1991)* sind diese Skalen in Abhängigkeit der Gewässerbreite b wie folgt definiert:

- Makroskala circa $10^1 b$
- Mesoskala circa $10^0 b$
- Mikroskala circa 10^{-1} bis $10^{-2} b$

2.2.2 Sohlmaterial und Rauheitsmaßstab

Das Sohlmaterial der betrachteten Gewässer weist in der Regel alle Korngrößen bis hin zu blockartigen Elementen mit einem Durchmesser im Meterbereich auf. Die Kornverteilung ist daher breit mit einem ausgeprägten groben Ast. Diese Grobkomponenten sind Voraussetzung für die unter *Kap. 2.2.1 Gefälle* angesprochenen morphologischen Typen. Eine Zuordnung von Korndurchmessern zu diesen morphologischen Typen ist nach *Schälchli (1991)* wie folgt gegeben:

- Gleichmäßiges Längsprofil mit ausgeglichener Sohle und maximale Korndurchmesser von $d_{\max} = 0,50$ bis $0,70\text{m}$
- Schnellen – Hinterwasser Sequenzen (riffles and pools) und maximale Korndurchmesser von $d_{\max} = 0,60$ bis $0,90\text{m}$ mit maximalen Schnellenhöhen von circa $0,7 \cdot d_{\max}$
- Stufen – Hinterwasser Sequenzen (steps and pools) und maximale Korndurchmesser von $d_{\max} = 0,90$ bis $1,20\text{m}$ mit maximalen Stufenhöhen von circa $1,0 \cdot d_{\max}$

Bei natürlichen Fließgewässern wird das Sohlmaterial in der Regel durch einen charakteristischen Korndurchmesser d_C beschrieben, welcher aus der Sieblinie des anstehenden Sohlmaterials gewonnen wird. In Verbindung mit der Fließtiefe h stellt das so genannte relative Überdeckungsverhältnis h/d_C einen Maßstab für die Rauheit dar.

2.2.3 Sohlstruktur

Die Sohlstruktur kann anhand ihrer Eigenschaften in homogene und heterogene Strukturen unterschieden werden.

Bei gleichmäßigem Längsprofil mit ausgeglichener Sohle sind natürliche Rauheitselemente auf planar eindeutig definierbaren Oberflächen relativ homogen angeordnet. Die Eigenschaften der Oberfläche sind damit in Längs- und Querrichtung trotz der individuellen Verteilung exponierter Komponenten mit maximalen Korndurchmessern relativ gleichartig.

Schnellen – Hinterwasser Sequenzen bestehen aus schräg oder senkrecht zur Fließrichtung angeordneten Blöcken, die das Gewässer in der Regel nur teilweise überspannen und unregelmäßige Schnellen bilden. Die Schnellen sind dabei durch Becken getrennt. Stufen – Hinterwasser Sequenzen reichen über die gesamte Gewässerbreite, wobei die senkrecht zur Fließrichtung angeordneten Blöcke einen definierten Überfall bilden. Auch hier sind die Stufen durch Becken und Rückstaubereiche getrennt. Beide morphologische

Typen zeichnen sich aufgrund der variablen Strukturierung in Längs- und Querrichtung durch heterogene Eigenschaften aus.

Abb. 2.5 zeigt beispielhaft ein digitales Höhenmodell einer relativ homogenen Sohlstruktur bei einem Gefälle von circa 2%. Das Höhenmodell wurde aus den Versuchsdaten von *Kanzow (2004)* mit einer Auflösung von $dx/dy = 0,020/0,016\text{m}$ generiert.

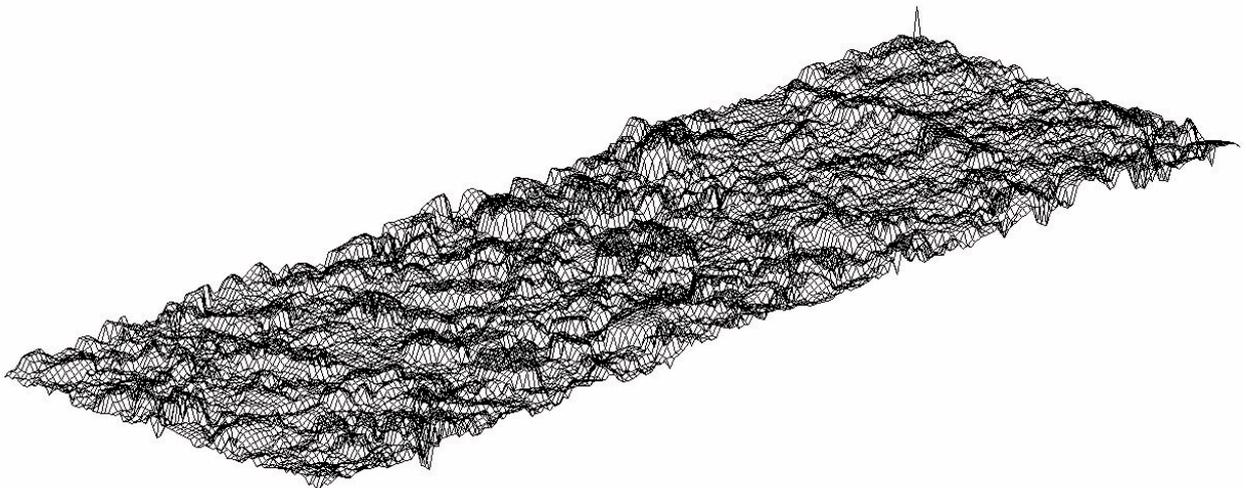


Abb. 2.5: Digitales Höhenmodell einer homogenen Sohlstruktur

2.3 Strömungseigenschaften

2.3.1 Strömungsfeld

Generell sind Strömungsvorgänge durch die physikalischen Stoffgrößen des betrachteten Fluids (Dichte, Viskosität), das kinematische Verhalten (Zeit, Geschwindigkeit, Beschleunigung) und die dynamischen Einwirkungen (Druck, Kraft, Impuls, Energie) bestimmt.

Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf die physikalischen Eigenschaften von Wasser als dichtebeständiges und damit inkompressibles, normalviskoses Fluid. Bei normalviskosen (auch *Newtonschen*) Fluiden ist die Schubspannung τ zwischen zwei aneinander grenzenden Fluidelementen nahezu unabhängig von der angreifenden Normalkraft und direkt proportional der Scher- oder auch Schubspannungsgeschwindigkeit. Dieser Zusammenhang wird als *Newtonsches Elementargesetz der Zähigkeitsreibung laminar strömender normalviskoser Fluide* bezeichnet (*Truckenbrodt 1996*).

$$\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.1)$$

Der Proportionalitätsfaktor η wird als molekulare oder, aufgrund der auftretenden Kraftdimension, auch als dynamische Viskosität bezeichnet und ist eine Stoffgröße. Wird die dynamische Viskosität auf die Dichte des betrachteten Fluids bezogen ergibt sich als abgeleitete Stoffgröße die kinematische Viskosität als kinematische, vom Masse- und Kraftbegriff unabhängige, Größe.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (2.2)$$

Die kinematische Beschreibung eines bewegten Fluids erfordert die Angabe von Geschwindigkeit und Beschleunigung zu jeder Zeit und an jedem Ort des Strömungsgebietes. Zur dynamischen Beschreibung ist zusätzlich noch die Angabe der auf das Fluid wirkenden Kräfte notwendig. Auf dem Gebiet der Fluidmechanik hat sich dafür die *Euler'sche*, lokale Betrachtungsweise durchgesetzt, bei der zu jedem gegebenen Zeitpunkt die physikalischen Größen an jedem ortsfesten Raumpunkt ausgewertet werden. Im Gegensatz dazu wird anhand der *Lagrange'schen* Betrachtungsweise der zeitliche Ablauf der Bewegung jedes einzelnen Fluidelementes über fluidgebundene Koordinaten verfolgt.

Durch die Anwendung des *Newtonschen* Grundgesetzes der Mechanik auf die Strömungsvorgänge von Fluiden werden die den Bewegungsablauf bestimmenden Kräfte in der Impulsgleichung zusammengefasst (*Truckenbrodt 1996*).

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2.3)$$

mit

$\sum \vec{F}$	vektorielle Summe der an einem Massenelement angreifenden Kräfte
m	Masse
\vec{a}	Beschleunigung

Für folgende Betrachtungen werden ein kartesisches Koordinatensystem zugrunde gelegt und die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors mit u , v , w bezeichnet, deren räumlicher Bezug durch die Koordinaten x , y , z bestimmt ist (siehe *Abb. 2.6*).

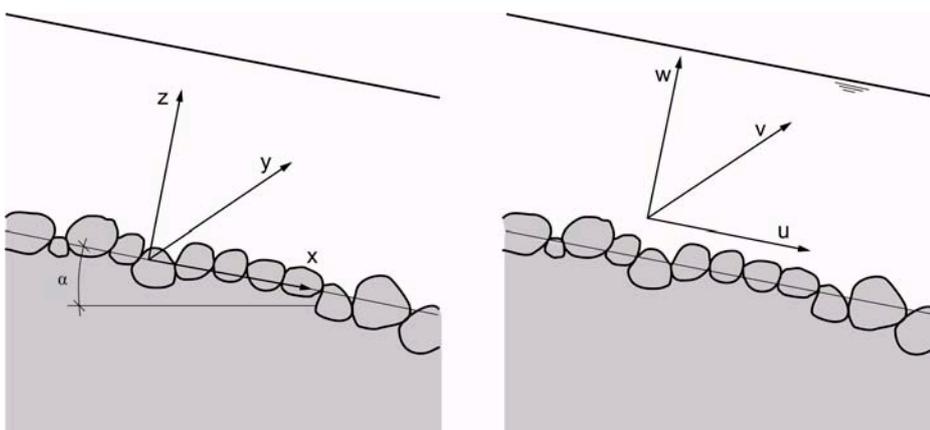


Abb. 2.6: Koordinatensystem (nach Weichert 2006)

Unter Ansatz der maßgebenden Kräfte ergibt sich für die Trägheitskraft nach *Formel 2.3* in ausgeschriebener Form die *Navier–Stokes*'sche Bewegungsgleichung der laminaren zähigkeitsbehafteten Strömung in Tensornotation für das zugrunde gelegte Koordinatensystem (*Garde 1994, Truckenbrodt 1996*).

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i \quad (2.4)$$

mit

$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$	Trägheitskraft
$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$	Kraft aus dem Druckgradienten
$\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$	Zähigkeitskraft
ρg_i	Schwerkraft

Dabei beschreibt in *Formel 2.4* die Zähigkeitskraft den aus der Molekularbewegung hervorgerufenen Impulstransport (viskose Spannungen).

Zur vollständigen Beschreibung des Strömungsfeldes muss die *Navier–Stokes*'sche Bewegungsgleichung als Nebenbedingung zusätzlich die Kontinuitätsgleichung erfüllen.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.5)$$

Die Strömungen in den hier betrachteten natürlichen Fließgewässern sind dabei ausnahmslos turbulent und durch folgende Eigenschaften charakterisiert (*Lesieur 1997*):

- unregelmäßige Bewegung der Fluidelemente in Raum und Zeit
- instationär und dreidimensional
- Mischungintensiv durch hohen Impulsaustausch quer zur Hauptströmungsrichtung aufgrund turbulenter Schwankungsbewegungen
- drehbehaftete Überlagerung der mittleren Geschwindigkeit und der Wirbelelemente
- dissipativ durch Umwandlung der kinetischen Energie der Turbulenzbewegung in thermische Energie aufgrund viskoser Reibung

Die charakteristische Maßzahl zur Beschreibung turbulenter Strömungen ist die aus dem Verhältnis von Trägheitskraft und Zähigkeitskraft gebildete Reynoldszahl Re .

$$Re = \frac{u^2}{\frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{u}{l_C}} = \frac{u \cdot l_C}{\nu} \quad (2.6)$$

Dabei ist l_C eine für das Strömungsgebiet charakteristische Länge. Die Trägheitskräfte bewirken das oben beschriebene ungeordnete Verhalten der Teilchen in der Strömung, während die Zähigkeitskräfte dämpfend und stabilisierend wirken. Die destabilisierenden Trägheitskräfte verursachen bei Überschreitung einer kritischen Reynoldszahl einen turbulenten Charakter der Strömung. Turbulenz ist daher ein Stabilitätsproblem. Der Grenzwert für den Übergang von laminar zu turbulent beträgt (*Martin et al. 2000*):

- $Re = 2320$ bei Rohrströmungen unter Druck
- und
- $Re = 580$ bei Gerinneströmungen mit freiem Wasserspiegel

Die Beschreibung turbulenter Strömungen und deren angesprochenen Eigenschaften geht auf die statistische Betrachtungsweise von *Reynolds* zurück. Dazu werden alle drei Geschwindigkeitskomponenten u , v , w und der Druck p in zeitliche Mittelwerte und Schwankungsgrößen zerlegt.

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (2.7)$$

Werden diese Ansätze für die Geschwindigkeiten und den Druck in die Impulsgleichung eingeführt, ergibt sich nach Mittelung über die jeweils auftretenden Glieder die *Reynolds'sche* Bewegungsgleichung der gemittelten turbulenten Strömung normalviskoser Fluide (*Truckenbrodt 1996*).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.8)$$

mit

$$-\frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad \text{Turbulenzkraft}$$

In Analogie zur Bewegungsgleichung der laminaren zähigkeitsbehafteten Strömung muss auch hier das Geschwindigkeitsfeld der mittleren Größen die Kontinuitätsgleichung erfüllen. Diese Bedingung ist auch für die Schwankungsgrößen eingehalten.

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.9)$$

Bei turbulenten Strömungen werden die viskosen Spannungen vollkommen durch die aus den Schwankungsbewegungen erzeugte Turbulenzkraft, den zusätzlichen Spannungen $\overline{u'_i u'_j}$ (Reynoldsspannungstensor R), überlagert (*Garde 1994*).

$$R = \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Die Reynoldsspannungen stellen sechs zusätzliche unbekannte Korrelationen dar. Dieses so genannte Schließungsproblem der Turbulenz beschäftigt sich mit empirischen Modellannahmen in Form von Turbulenzmodellen die diese unbekannt Korrelationen mit bekannten Größen in Verbindung bringt (*Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung* und *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell*).

2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung

Für praktische Anwendungen ist es erforderlich Aussagen zur vertikalen Geschwindigkeitsverteilung beziehungsweise zur resultierenden mittleren Strömungsgeschwindigkeit treffen zu können, die mit geringem Aufwand verbunden, aber ausreichend genau sind. Dieser Anspruch fordert, dass der Einfluss der turbulenten Schwankungsbewegung auf das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld ohne Berücksichtigung des eigentlichen Turbulenzmechanismus durch Analogiebetrachtungen erfasst werden kann. Dazu ist die angegebene Reynoldsgleichung durch zusätzliche Annahmen weiter zu vereinfachen. Bei großen Verhältnissen von Fließtiefe zu Größe der Rauheitselemente wird die freie Wasserspiegeloberfläche nicht von der Sohlstrukturierung beeinflusst. Damit besteht eine Analogie zur Grenzschichtströmung beziehungsweise der ebenen zweidimensionalen Scherströmung und die folgenden Einschränkungen sind damit verbunden (*Garde 1994, Truckenbrodt 1996*).

- keine Änderung des Strömungsfeldes in lateraler Richtung (alle partiellen Ableitungen nach y entfallen) mit $\bar{v} = \bar{w} = 0$; $u = \bar{u} + u'$ und $w = w'$
- volle Ausbildung der Grenzschicht (alle partiellen Ableitungen nach x entfallen)
- an der Sohle sind die mittleren Geschwindigkeiten und die Schwankungsgrößen gleich Null (Haftbedingung)
- nur die Wassertiefe hat einen Einfluss auf die Hauptströmung $\bar{u} = \bar{u}(z)$
- die Strömung ist stationär $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0$ und gleichförmig $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0$

Mit diesen Annahmen und Einschränkungen vereinfacht sich die zeitlich gemittelte *Navier-Stokes'sche* Bewegungsgleichung in longitudinaler (x) und vertikaler (z) Richtung, während die Bewegungsgleichung in lateraler (y) Richtung entfällt.

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} \quad (2.11)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g \quad (2.12)$$

Durch die Wahl des Koordinatensystems nach *Abb. 2.6* teilt sich der Anteil der Schwerkraft bei geneigten Systemen in einen Anteil parallel zur Sohle in Hauptströmungsrichtung und einen Anteil normal zur Sohle. Gleichzeitig entfällt unter der Annahme der Stationarität und Gleichförmigkeit der Druckterm in Längsrichtung (*Schlichting et al. 1996*).

$$0 = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z} - g \cdot \sin \alpha \quad (2.13)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g \cdot \cos \alpha \quad (2.14)$$

Durch Integration von *Formel 2.14* von der Tiefe z bis zum freien Wasserspiegel z_{WSP} ergibt sich die hydrostatische Druckbedingung.

$$\bar{p} = -\rho \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot (z_{\text{WSP}} - z) \quad (2.15)$$

Die Differenz zwischen freier Wasserspiegeloberfläche z_{WSP} und fester Sohle ist im Weiteren die Wassertiefe h . Für kleine Neigungswinkel ist $\cos \alpha$ näherungsweise gleich 1 und der Druck an der freien Wasserspiegeloberfläche ist gleich NULL. Die sohlenparallele Spannung in der Tiefe z ergibt sich damit aus der Gewichtskraft des Wassers in x -Richtung pro Fläche A_0 . Für geringe Neigungen kann $\sin \alpha$ gleich der Sohlenneigung I_S angenommen werden.

$$\tau(z) = \frac{G_X}{A_0} = \rho \cdot g \cdot I_S \cdot h \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) = \tau_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (2.16)$$

Dabei bezeichnet τ_0 die in der Tiefe $z = 0$ angreifende Wand- oder auch Sohlschubspannung. In *Abb. 2.7* ist die aus der Druckkraft resultierende vertikale Verteilung der Geschwindigkeit u und der Schubspannung τ dargestellt. Liegen keine Normalabflussverhältnisse vor, ist in *Formel 2.16* das Sohlgefälle I_S durch das Energieliniengefälle I_E zu ersetzen.

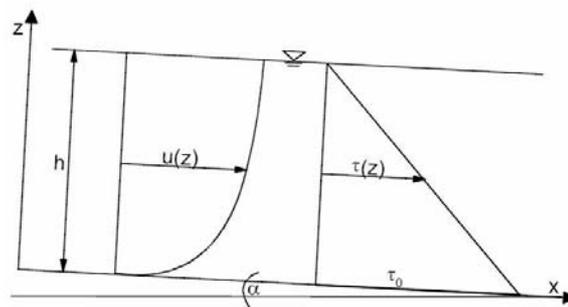


Abb. 2.7: Vertikale Verteilung der Geschwindigkeit u und Schubspannung τ bei turbulenten Strömungen (nach *Dittrich 1998*)

Für ebene Gewässersohlen kann damit die Sohlschubspannung aus integralen Größen ermittelt werden. Diese nimmt unabhängig von der Existenz von Turbulenz linear mit der Wassertiefe h zu.

Zur Herleitung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung wird *Formel 2.13* von der Tiefe z bis zur freien Wasserspiegeloberfläche z_{WSP} integriert.

$$g \cdot (z_{\text{WSP}} - z) \cdot \sin \alpha = \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{u'w'} \quad (2.17)$$

Damit folgt für das vertikale Geschwindigkeitsprofil turbulenter Strömungen:

$$\frac{\tau(z)}{\rho} = \frac{\tau_0}{\rho} \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) = \nu \frac{d\bar{u}}{dz} - \overline{u'w'} = \frac{\tau_V}{\rho} + \frac{\tau_T}{\rho} \quad (2.18)$$

Die Gesamtspannung (totale Schubspannung) setzt sich dabei aus dem viskosen Term τ_V und dem turbulenten Term τ_T zusammen (*Dittrich 1998*).

Im viskosen, wandnahen Bereich (viskose Unterschicht) dominiert die Zähigkeit von Wasser gegenüber der Turbulenz der Strömung. Aus *Formel 2.18* folgt damit

$$\frac{\tau(z)}{\rho} = \frac{\tau_0}{\rho} \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) = u^{*2} \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) = \nu \frac{d\bar{u}}{dz} \quad (2.19)$$

Dabei stellt die Schubspannungsgeschwindigkeit u^* eine charakteristische Größe der Schubspannung in der Dimension einer Geschwindigkeit dar. Nach Integration von *Formel 2.19* unter der Annahme einer konstanten Schubspannung für kleine Wandabstände folgt eine lineare Verteilung der Geschwindigkeit in der viskosen Unterschicht.

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{u^* \cdot z}{\nu} \quad (2.20)$$

Die Ausdehnung der viskosen Unterschicht wurde aus zahlreichen Messungen über glatten Sohlen bestimmt und kann mit *Formel 2.21* abgeschätzt werden (*Koll 2002*). Für praktische Fragestellungen spielt dieser Bereich aufgrund seiner geringen Ausdehnung in der Regel keine Rolle.

$$\delta_V = (5 \dots 11) \cdot \frac{\nu}{u^*} \quad (2.21)$$

Im Bereich oberhalb der viskosen Unterschicht dominiert die turbulente Spannung nach *Formel 2.18*. Zur Verbindung des Geschwindigkeitsgradienten mit der turbulenten Mischbewegung wird in Analogie zum *Newton'schen* Zähigkeitsgesetz der laminaren Strömung eine turbulente Austauschgröße eingeführt (*Boussinesq 1877*).

$$\tau_T = \rho \cdot \nu_T \cdot \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right) \quad (2.22)$$

Die „scheinbare“ kinematische Viskosität (turbulente oder auch Wirbelviskosität) ist keine Stoffeigenschaft, sondern eine vom momentanen lokalen Strömungszustand und der Turbulenzstruktur abhängige Größe. Die Wirbelviskosität ist von der Dimension nach das Produkt aus Länge und Geschwindigkeit (*Prandtl 1925*).

$$\nu_T = l^2 \cdot \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right) \quad (2.23)$$

Die *Prandtl*'sche Mischungswegformel als Nullgleichungsturbulenzmodell liefert unter diesen Annahmen die turbulente Schubspannung nach *Formel 2.24*.

$$\tau_T = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right)^2 \quad (2.24)$$

Die physikalisch basierte Vorstellung zum Mischungsweg (s. *Abb. 2.8*) beruht darauf, dass diese charakteristische Länge l_{MW} der Abstand in Querrichtung ist, den ein Flüssigkeitselement mit der mittleren Geschwindigkeit seiner ursprünglichen Schicht zurücklegen muss, bis der Unterschied zwischen seiner Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit am neuen Ort gleich der mittleren Längsschwankung der turbulenten Strömung ist. Der Mischungsweg ist dabei unabhängig vom Betrag der Geschwindigkeit und eine reine Ortsfunktion. An einer glatten Wand ist $l_{MW} = 0$, da die Querbewegung verhindert ist. An einer rauhen Wand ist der Grenzwert von l_{MW} in der Größenordnung der Rauheitselemente.

Nach *Prandtl* genügt die Entwicklung des Mischungsweges l_{MW} in Wandnähe näherungsweise einer Geraden.

$$l_{MW} = \kappa \cdot z \quad (2.25)$$

Der Proportionalitätsfaktor κ muss empirisch bestimmt werden und zahlreiche Versuchsergebnisse liefern $\kappa = 0,40$.

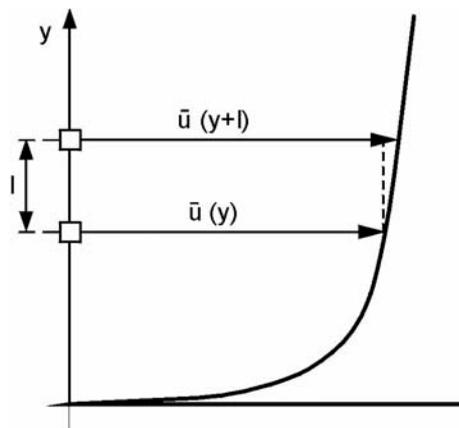


Abb. 2.8: Mischungsweg schematisch mit $l = l_{MW}$ (nach *Kanzow 2004*)

Aus diesen Überlegungen und durch Integration von *Formel 2.24* ergibt sich das *Prandtl/Karman'sche* Geschwindigkeitsverlustgesetz.

$$\sqrt{\frac{\tau_T}{\rho}} = u^* = \kappa \cdot z \cdot \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right) \quad (2.26)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u^*}{\kappa \cdot z} \quad (2.27)$$

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln z + C \quad (2.28)$$

Verschwindet der Einfluss der Zähigkeit auf den Turbulenzmechanismus ist dieses Wandgesetz, oder auch Geradliniengesetz, bis zu beliebig hohen Reynoldszahlen gültig (*von Karman 1930*). Die Geschwindigkeit ist dabei nur abhängig von dem Wandabstand und der auf diese Wand wirkenden Schubspannung, wenn keine Einflüsse aus Vorgängen in größerer Entfernung, wie die Verhältnisse an der gegenüberliegenden Wand (Rohrströmung) oder eine Verformung der Wasserspiegeloberfläche (Gerinneströmungen), existent sind. Anhand einer rekursiven Methode kann daher die lokale Wandschubspannung aus dem bekannten und notwendigerweise gemessenen Geschwindigkeitsprofil ermittelt werden.

Die Integrationskonstante C des turbulenten Geschwindigkeitsprofils muss im Weiteren aus den Bedingungen unmittelbar an der Wand bestimmt werden. Wird gefordert, dass für einen bestimmten Wandabstand z_0 die Geschwindigkeit NULL sein soll, folgt für den hydraulisch rauhen und glatten Fall (*Schlichting et al. 1996*)

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot (\ln z - \ln z_0) = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.29)$$

An glatten Wänden ist der Wandabstand beziehungsweise das Nullniveau der Geschwindigkeit z_0 in der Größenordnung der Schichtdicke der viskosen Unterschicht. Alle Rauheitserhebungen befinden sich vollständig in dieser Schicht und der theoretische Geschwindigkeitsnullpunkt wird durch den Einfluss der Zähigkeit bestimmt. Der Fall hydraulisch glatt stellt in der Praxis einen strömungsmechanischen Sonderfall dar und wird hier nicht weiter behandelt.

An rauhen Wänden ist z_0 abhängig von der Wandbeschaffenheit. Für natürliche (unregelmäßige) und technische Rauheiten wird dazu ein Maß benötigt, welches die durchschnittliche Erhebung k der Rauheitselemente über dem Nullniveau z_0 beschreibt.

An rauhen Rohren untersuchte *Nikuradse (1933)* die Abhängigkeit dieser Proportionalitätskonstanten zwischen z_0 und der Sohlrauheit. Dazu wurden Messingrohre mit den Durchmessern von $d = 2,5; 5,0$ und $10,0$ cm durch Sandkörner mit den Korngrößen von $k = k_S = 0,8; 0,4; 0,2$ und $0,1$ mm bei dichtest möglicher Packung künstlich aufgeraut. Die relative Überdeckung unter Bezug zu dem Rohrradius r und den Korndurchmessern k_S betrug demnach $r/k_S = 15$ bis 500 .

Dabei ergab sich ebenfalls ein Wandgesetz analog *Formel 2.28* bei dem alle Geraden parallel sind und den Anstieg $1/\kappa$ aufweisen. Die Integrationskonstante $C = C_1$ weist dann eine Abhängigkeit von der Kornreynoldszahl Re^* auf.

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_S}\right) + C_1(Re^*) \quad (2.30)$$

$$Re^* = \frac{u^* \cdot k_S}{\nu} \quad (2.31)$$

Die Funktion $C_1(Re^*)$ ist bezüglich der hydraulischen Wirkung der Rauheitselemente in drei Bereiche gegliedert.

- Bereich I: hydraulisch glatt – die Rauheitserhebungen der Wand befinden sich vollständig in der viskosen Unterschicht ($Re^* < 5$) mit $C_1 = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Re^*) + 5,5$
- Bereich II: Übergang – die viskose Unterschicht schließt nicht alle Rauheitserhebungen ein ($5 < Re^* < 70$) mit dem Verlauf nach *Abb. 2.9*
- Bereich III: hydraulisch rau – alle Rauheitserhebungen befinden sich in der turbulenten Strömung und die Dicke der viskosen Unterschicht ist näherungsweise gleich NULL ($Re^* > 70$) mit $C_1 = \text{konstant} = 8,48$ und $k_S = \text{konstant} = 30 \cdot z_0$

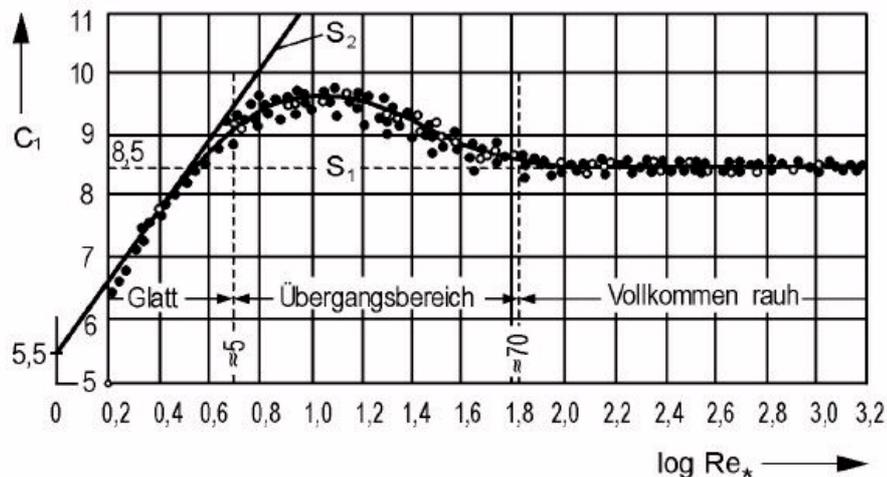


Abb. 2.9: Abhängigkeit der Integrationskonstanten C_1 von der Kornreynoldszahl Re^*
(nach *Schlichting et al. 1996*)

Nach den vorangegangenen Ausführungen kann im Fall der ebenen gleichförmigen Kanalströmung mit freier Oberfläche und großen relativen Überdeckungen $h/k_S > 3 \dots 5$ ohne seitlichen Wandeinfluss die Bestimmung der lokalen Wandschubspannung τ_0 beziehungsweise der Sohlschubspannungsgeschwindigkeit u^* näherungsweise auf empirischem Weg mit integralen Größen erfolgen (*Dittrich 1998*).

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{g \cdot h \cdot I_S} \quad (2.32)$$

Ein theoretischer und rekursiver Ansatz basiert auf der Ableitung aus der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung (*Schlichting 1936*) durch die Bestimmung des Differentialquotienten $du(z)/d\ln(z)$. Diese Methode ist unabhängig von der Rauheit der Oberfläche anwendbar (*Martin et al. 2000*).

$$\tau_0 = \rho \cdot \kappa^2 \cdot \left(\frac{du(z)}{d\ln(z)} \right)^2 \quad (2.33)$$

Weitere Verfahren zur Ableitung der lokalen Wandschubspannung arbeiten nach folgenden Prinzipien (*Martin et al. 2000*):

- lokale Direktmessung über ein bewegliches Flächenelement zur Erfassung der Reibungskraft
- Analogieverfahren über die Temperaturdifferenz zwischen einem Oberflächenelement und der Strömung
- manometrische Verfahren über Druckdifferenzen
- aus der Verteilung der Reynoldsspannungen $-\overline{u'w'}$

2.3.3 Strömungswiderstand

Die experimentell gestützte Ermittlung von Strömungswiderständen beruht fast ausnahmslos auf der Messung im vollgefüllten Kreisquerschnitt (Abfluss unter Druck), da hier keine von der Querschnittsform abhängigen Störungen auftreten. Für vollturbulente Rohrströmungen ist das Quadrat der querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit u_m proportional der über den benetzten Umfang L_U gemittelten und gleichförmig verteilten (konstanten) Wandschubspannung τ_{0m} . Der Beiwert zur Charakterisierung der Wandrauheit lässt sich damit im vollgefüllten Kreisprofil bei konstanter Wandschubspannung experimentell relativ exakt bestimmen (*Koch 2006*).

Die Proportionalität zwischen Strömungsgeschwindigkeit und Wandschubspannung wird mit dem Ansatz nach *Darcy-Weisbach* formuliert. Dabei ist der Druckgradient $\Delta p/\Delta x$ durch die dimensionslose Rohrreibungszahl λ gekennzeichnet, bei der das Verhältnis aus gemessener Druckdifferenz Δp und dem aus der mittleren Geschwindigkeit u_m resultierenden Staudruck $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_m^2$ mit zwei geometrischen Größen (Rohrdurchmesser d , betrachtete Länge $l = \Delta x$) in Beziehung gesetzt wird.

$$\lambda = \frac{d}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (2.34)$$

Dabei wird im Folgenden auf den Überstrich für die Geschwindigkeit zur Kennzeichnung des zeitlichen Mittels verzichtet. Über die Beziehung zwischen dem Druckabfall Δp und der Reibungsverlusthöhe Δh_f

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h_f \quad (2.35)$$

ergibt sich die *Darcy-Weisbach* Beziehung für die in Folge der Wandreibung auftretenden Rohrreibungsverluste.

$$h_r = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{u_m^2}{2 \cdot g} \quad (2.36)$$

Der Strömungswiderstand der laminaren Rohrströmung weist eine alleinige Abhängigkeit von der Reynoldszahl Re auf. Bei turbulenter Rohrströmung ($Re > 2320$) ist der Reibungsbeiwert beziehungsweise Widerstandsbeiwert λ abhängig von der Reynoldszahl und der Beschaffenheit der Wandung (Koch 2006).

$$\lambda = \text{Fkt}\left(Re; \frac{k}{d}\right) \quad (2.37)$$

Der Widerstandsbeiwert der turbulenten Rohrströmung besitzt bei verschwindender Rauheit (k gegen NULL) nur noch eine Abhängigkeit von der Reynoldszahl (hydraulisch glatt). Für große Reynoldszahlen (Re gegen ∞) wird der Widerstandsbeiwert unabhängig von der Reynoldszahl und ist eindeutig mit dem Rauheitsmaß k beziehungsweise mit der relativen Überdeckung d/k definiert (hydraulisch vollkommen rau). Für technisch raue Oberflächen ergibt sich aus der Überlagerung der Einflüsse für die Fälle hydraulisch glatt und vollkommen rau das universelle Widerstandsgesetz nach Colebrook–White (Colebrook 1939).

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d}{3,71}\right) \quad (2.38)$$

In *Abb. 2.10* ist diese Gesetzmäßigkeit für verschiedene Verhältnisse d/k in Abhängigkeit der Reynoldszahl im Moody–Diagramm für technische Rauheiten dargestellt. Die Rauheitsangabe k bezieht sich dabei auf die äquivalente Sandrauheit k_S der Nikuradse'schen Versuche und beinhaltet Informationen über die absolute Rauheitshöhe k und die Rauheitsdichte c_K (Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand und Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung), die bei vielen technischen Rauheiten wesentlich geringer ist als die maximale Packungsdichte der bei Nikuradse (1933) verwendeten Sandkörner. Die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re und der relativen Überdeckung d/k ist jedoch grundsätzlich identisch im Vergleich zu den Versuchen von Nikuradse (1933). Einzig der Übergang zwischen hydraulisch glatt und vollkommen rau verläuft bei den technischen Rauheiten allmählicher (Koch 2006).

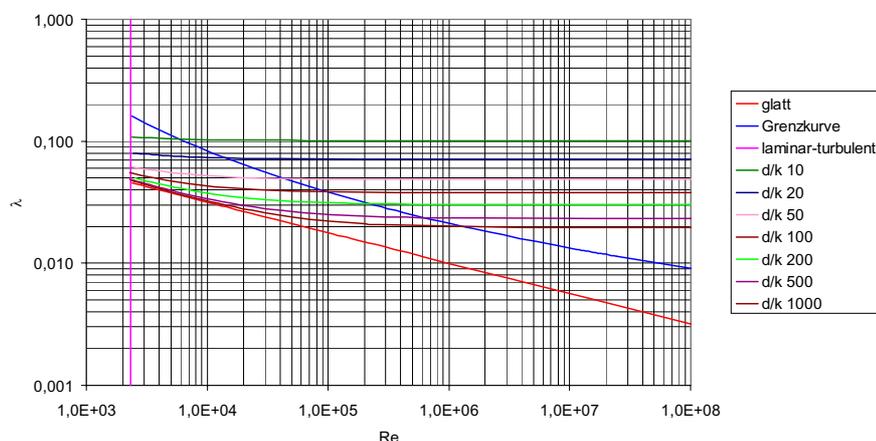


Abb. 2.10: Moody–Diagramm für technisch raue Oberflächen (nach Koch 2006)

Die für die turbulente Rohrströmung gefundenen Beziehungen dürfen nur näherungsweise auf beliebige Querschnittsformen und Probleme mit freiem Wasserspiegel übertragen werden. Für den hier betrachteten Fall der Gerinneströmungen sind dazu stark vereinfachende Annahmen erforderlich (*Dittrich 1998*):

- gleichförmiger Abfluss
- das Gerinne wird als Stromröhre aufgefasst
- die Geschwindigkeit ist gleichmäßig über den Fließquerschnitt verteilt
- die Wandschubspannung τ_0 ist gleichmäßig über den benetzten Umfang L_U verteilt

Unter diesen Annahmen folgt aus *Formel 2.36* mit

$$d = 4 \cdot R \quad (2.39)$$

$$R = \frac{A}{L_U} \quad (2.40)$$

und

$$I_E = \frac{h_f}{l} \quad (2.41)$$

die *Darcy-Weisbach* Bildungsvorschrift zu

$$\lambda = \frac{8 \cdot g \cdot R \cdot I_E}{u_m^2} \quad (2.42)$$

beziehungsweise in der folgenden Form

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{\sqrt{g \cdot R \cdot I_E}} = \frac{u_m}{u^*} \quad (2.43)$$

Die Quantifizierung nach dem Widerstandsgesetz von *Colebrook-White* ergibt bei Unabhängigkeit von der Reynoldszahl:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log \left[\frac{4 \cdot R}{k} \right] + c_R \quad (2.44)$$

Für diese Formulierung ist die Kenntnis der Geschwindigkeitsverteilung im Fließquerschnitt notwendig. Diese besitzt eine Abhängigkeit von der Wandschubspannung τ_0 , der Viskosität η und der Höhe k der Rauheitselemente. Die örtlichen Geschwindigkeiten werden durch die Integration über den Fließquerschnitt von der mittleren Geschwindigkeit $u_m = \frac{Q}{A}$ ersetzt. Diese Bedingungen können für das kreisförmige Rohr und das unendlich breite Gerinne exakt erfüllt werden. Im letzteren Fall und ohne Einfluss der seitli-

chen Berandungen resultiert mit $R = h$ durch Integration des Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes von *Nikuradse*:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{h}{k_S}\right) + C' \quad (2.45)$$

Für das *Nikuradse*'sche Gesetz ergibt sich im hydraulisch rauen Fall für C' der Wert 5,98 und damit $c_R = 0,91$ für $k_S = k$ als Durchmesser der bei den Versuchsserien verwendeten Sandkörner bei dichtester Lagerung im Intervall $r/k_S = 15 \dots 500$.

2.4 Zusammenfassung

Unter Beachtung der gestellten Aufgabe erfüllte dieses Kapitel zwei Funktionen.

Im ersten Abschnitt wurden grundlegende Begriffe und Eigenschaften des betrachteten Gewässertypus hinsichtlich der Morphologie eingeführt und erläutert. Gleichzeitig erfolgte dabei eine Abgrenzung der Problemstellung hinsichtlich der relevanten Randbedingungen erfolgen. Dazu zählen das Gefälle, die existierenden Eigenschaften des Sohlmaterials das Verhältnis zwischen charakteristischen Korndurchmessern und Fließtiefen, sowie die in Längs- und Querrichtung mehr oder weniger strukturierte Anordnung der Rauheitselemente.

Im zweiten Abschnitt erfolgte die Darlegung der allgemein anerkannten und gültigen Gesetzmäßigkeiten zur Quantifizierung von Strömungsfeld und Strömungswiderstand. Diese gehen aufgrund der klar definierbaren Randbedingungen ausnahmslos auf turbulente Strömungen in kreisförmigen Querschnitten mit rotationssymmetrischer Geschwindigkeitsverteilung und unendlich breite Gerinne ohne Wandeinfluss bei geringen Größen der Rauheitselemente im Vergleich zur Fließtiefe zurück.

Im Weiteren soll daher die Verträglichkeit der gültigen Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich Strömungsfeld und Strömungswiderstand mit den Randbedingungen der hier betrachteten Fließgewässer geprüft werden. Dabei sind Einflüsse aus den individuellen Rauheitseigenschaften und Einflüsse aus der Querschnittsform zu erwarten. Anhand dieser Einflüsse sind die den Strömungswiderstand erzeugenden Prozesse zu identifizieren.

3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand

3.1 Grundsätzlichkeiten und Annahmen

Die Quantifizierung des Strömungswiderstandes der hier betrachteten Gewässer–Bett–Systeme erfordert die Betrachtung der maßgeblichen Prozesse, die an der Ausbildung des Strömungswiderstandes unter den auftretenden Randbedingungen beteiligt sind. Diese Prozesse sind sehr komplex und durch einen gewissen Grad an Interaktionen in Abhängigkeit der relativen Überdeckung gekennzeichnet.

Die Annahme des gleichförmigen Abflusses in offenen Gerinnen ist durch die Unabhängigkeit der Strömungscharakteristiken in Längsrichtung gekennzeichnet. Dies besagt, dass keine Änderungen der Fließtiefe, Geschwindigkeit und deren Verteilung erfolgen. Diese Voraussetzung ist jedoch nur bei geradlinigen Gerinnen mit exakt gleichartigen Eigenschaften der Rauheit an allen Berandungen und bei Fehlen von Strömungshindernissen der Fall.

Die unter *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* dargelegten morphologischen Eigenschaften der Gewässer–Bett–Systeme sind gekennzeichnet durch natürliche Sohlstrukturen in Längs- und Querrichtung, eine weit gestufte Korngrößenverteilung und Fließtiefen, die sich im Bereich der maximalen Korngrößen bewegen. Die Annahme von gleichförmigem Abfluss in einem Gewässerabschnitt mit einer Ausdehnung auf der Makroskala (s. *Kap. 2.2.1 Gefälle*) kann grundsätzlich erfolgen. Dabei können sich aufgrund der abgeleiteten mittleren Größen für Geschwindigkeit, Gefälle und Querschnittsgeometrie in dem betrachteten Gewässerabschnitt lokal starke Abweichungen beziehungsweise Ungleichförmigkeiten ergeben. Die lokale Untersuchung (an Querprofilen oder Punkten) von Strömungsgeschwindigkeit und Strömungswiderstand darf dann nicht mit abschnittsgemittelten Größen erfolgen.

Dies impliziert weiterhin, dass das Gerinne aufgrund dieser variablen morphologischen Eigenschaften nicht als Stromröhre mit gleichmäßiger Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt und Wandschubspannungsverteilung über den benetzten Umfang aufgefasst werden kann. Die querschnittsmittleren Werte für Fließgeschwindigkeit und Wandschubspannung sind dann nur durch eine ausreichende Anzahl von vertikal verteilten Einzelmessungen über den Querschnitt mehr oder weniger genau bestimmbar. Im Besonderen kann ein aussagekräftiger Wert für die mittlere Wandschubspannung im Querschnitt und auch im Gewässerabschnitt nur aus den an lokalen Punkten abgeleiteten Werten aus der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung ermittelt werden. Grund dafür sind die starken Fluktuationen für das Gefälle von Energielinie, Wasserspiegellinie und Sohle.

Grundsätzlich resultiert der Strömungswiderstand der hier betrachteten Gewässer–Bett–Systeme aus den Anteilen der Flächenrauheit und der Formrauheit. Für prismatische Gerinne weist die Flächenrauheit eine Abhängigkeit von den folgenden Punkten auf (*Naudascher 1987*):

- Reynoldszahl Re
- relatives Überdeckungsverhältnis h/d_C
- Querschnittseigenschaften
- Rauheitseigenschaften

Für geringe relative Überdeckungsverhältnisse erhöht sich der Strömungswiderstand aufgrund der Formrauheit, die durch die Abmessung und Anordnung der einzelnen exponierten Größtkörner hervorgerufen wird. In diesen lokalen Bereichen ergeben sich aufgrund innerer Schubspannungen bei Strömungsablösungen zusätzliche Energieverluste, da die von den Zähigkeitskräften verrichtete Arbeit die kinetische Energie in Wärmeenergie umwandelt. Diese Prozesse sind von folgenden Punkten abhängig (*Naudascher 1987*):

- Randgeometrie und Randrauheit
- Anströmbedingungen
- Reynoldszahl Re
- Froudezahl Fr

Die Rauheitselemente der hier betrachteten natürlichen Gewässersohlen variieren in Größe und Form. Aus diesem Grund ist die Wirkung dieser Elemente stark verschieden, da nicht alle in derselben Art und Weise in die Strömung ragen. Die genaue Kenntnis der Rauheitseigenschaften spielt daher eine entscheidende Rolle bei der Betrachtung der an der Widerstandsbildung beteiligten Prozesse und der Unterscheidung bezüglich Flächen- und Formrauheit. Dieses komplexe Gefüge begründet die generellen Schwierigkeiten bei der Quantifizierung des Strömungswiderstandes aufgrund der angeführten Eigenschaften und Abhängigkeiten und erklärt die bis zum jetzigen Zeitpunkt nicht vorhandene generelle mathematische Formulierung für alle erdenklichen Kombinationen unter allen relevanten Randbedingungen auf allen betrachteten Skalen (*Bathurst 1982*).

3.2 Flächenrauheit und Rauheitseigenschaften

3.2.1 Rauheitsparameter

Die Festlegung eines Rauheitsparameters unter den hier betrachteten Randbedingungen ist mit starken Unsicherheiten behaftet. Während die grundsätzlichen Untersuchungen von *Nikuradse (1933)* an kreisförmigen Querschnitten mit dichtest angeordneten Sandkörnern einen eindeutigen Bezug zu den Rauheitseigenschaften und der charakteristischen Rauheitshöhe k_S herstellt, schwankt der Bereich der Korngrößen in natürlichen Fließgewässern von fein- bis sehr grobkörnig.

In bisherigen Untersuchungen (*Hey 1979, Bray 1979, Griffiths 1981, Bathurst 1985, Rice et al. 1998, Kan-zow 2004*) wird als Ersatz für das äquivalente Sandrauheitsmaß k_S ein charakteristischer Korndurchmesser d_C in Form des 90-, 84-, 65- oder 50-prozentigen Siebdurchgangs angesetzt. *Bray (1987)* schlägt folgende Beziehungen zwischen diesen charakteristischen Größen vor.

$$d_{90} = 2,1 \cdot d_{50} \tag{3.1}$$

$$d_{90} = 1,6 \cdot d_{65} \tag{3.2}$$

$$d_{90} = 1,1 \cdot d_{84} \tag{3.3}$$

Hintergrund ist die Annahme, dass der hauptsächliche Einfluss auf den Strömungswiderstand aus diesen Korndurchmessern resultiert. Da die hier betrachteten Rauheitseigenschaften ungleich den Eigenschaften der *Nikuradse*'schen Sandrauheit sind, zeichnen sich die abgeleiteten Widerstandsbeziehungen aufgrund des konstanten charakteristischen Korndurchmessers durch eine variable Formulierung der Integrationskonstanten C' aus (s. *Kap. 5.4.1 Diskussion der Einflussgrößen, Tab. 5.2*). Ursache dafür ist die individuelle Rauheitsstruktur. Die Existenz einer einheitlichen Widerstandsbeziehung ist eng an die Ähnlichkeit der Rauheitsskala, der Korngrößenverteilung, Form, Ausrichtung und Dichte der Elemente gebunden. Neuere Untersuchungen (*Aberle 2000, Weichert 2006*) reduzieren daher den Rauheitsparameter auf die Standardabweichung s der lokalen Sohlhöhen von der Regressionsgeraden des Längsschnittes, um eine engere Formulierung des Rauheitsparameters an die Eigenschaft der Flächenrauheit zu erhalten. Die Integration der formrauheitsgebundenen Prozesse kann dann in einer negativen Integrationskonstante C' resultieren (*Aberle 2000, Kap. 5.4.1 Diskussion der Einflussgrößen, Tab. 5.2*).

3.2.2 Rauheitsskala

Die Rauheitsskala beziehungsweise der Rauheitsmaßstab ist als das Verhältnis der Fließtiefe h zu einer charakteristischen Korngröße d_C definiert und wird als relatives Überdeckungsverhältnis h/d_C bezeichnet.

Untersuchungen an natürlichen Fließgewässern identifizieren 3 Bereiche dieses Verhältnisses zur Trennung der maßgebenden Energieumwandlungsprozesse und damit in der Ausbildung des Strömungswiderstandes (*Bathurst 1985*):

- groß skalierte Rauheit $h/d_{84} < 1$
- Übergangsbereich $1 < h/d_{84} < 4$
- klein skalierte Rauheit $4 < h/d_{84}$

Bei groß skaliertem Rauheit wird der Strömungswiderstand durch den Formwiderstand der einzelnen Elemente aufgrund von Strömungsablösungen dominiert.

Bei klein skaliertem Rauheit geht die Strömung allmählich in den Zustand einer Scherströmung über und die Rauheitswirkung nimmt die Eigenschaften der Flächenrauheit an.

Im Übergangsbereich rekrutieren sich die Energieumwandlungsprozesse grundsätzlich aus beiden Widerstandsanteilen. Eine klare Trennung ist aufgrund der Überlagerung der einzelnen Anteile kaum möglich.

Eine weitere Einteilung schlägt *Bray (1987)* vor:

- Strahl-/Nachlaufdissipation $h/d_{84} < 1,6$
- Übergang zur Strahl-/Nachlaufdissipation $1,6 < h/d_{84} < 5,3$
- Übergangsbereich zur Scherströmung $5,3 < h/d_{84} < 10,5$
- Scherströmung $10,5 < h/d_{84}$

Trotz dieser zwei recht unterschiedlichen Einteilungen wird ersichtlich, dass eine Widerstandsbeziehung zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes nicht über alle Bereiche gültig sein kann.

3.2.3 Korngrößenverteilung

Die generelle Formulierung einer Widerstandsbeziehung setzt im Weiteren die Ähnlichkeit der Korngrößenverteilungen für unterschiedliche Gewässerabschnitte voraus. Als charakteristisches Maß zur Beschreibung der Korngrößenverteilung kann die Standardabweichung σ herangezogen werden.

$$\sigma = \log \left(\frac{d_{84}}{d_{50}} \right) \quad (3.4)$$

Der Wert für σ stellt sich nach verschiedenen Untersuchungen (*Bathurst 1979, Bathurst 1982*) im Bereich von 0,20 bis 0,45 für einen weiten Bereich natürlicher Materialien ein. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit herangezogenen Daten natürlicher Gewässerabschnitte im Gebirgs- und Mittelgebirgsbereich bestätigen diesen Bereich.

3.2.4 Ausrichtung und Form der Elemente

Unter natürlichen Bedingungen ist die Ausrichtung der Rauheitselemente relativ konstant. Dabei orientiert sich die kurze Achse in vertikaler Richtung (*Charlton et al. 1978, Johansson 1963, Judd et al. 1969*), das Verhältnis der langen Achse zur mittleren Achse beträgt annähernd konstant 1,5 und das Verhältnis der mittleren Achse zur kurzen Achse variiert üblicherweise zwischen 1,5 und 3 (*Bathurst 1977, Charlton et al. 1978, Limerinos 1970, Virmani 1973*). Aus diesen Ergebnissen wird deutlich, dass der zur Charakterisierung des relativen Überdeckungsverhältnisses h/d_C herangezogene Korndurchmesser nicht unbedingt in dem Maß als exponierte Struktur über der Sohle existiert, wie dies das Längenmaß vermuten lässt.

3.2.5 Rauheitsdichte

Die Rauheitsdichte c_K ist nach *Abb. 3.1* definiert als das Verhältnis der auf einer Ebene senkrecht zur Strömungsrichtung projizierten Fläche A_{\perp} der Rauheitselemente und einer Referenzfläche $A = A_{xy}$ mit einer entsprechenden Anzahl N von Rauheitselementen. Die Orientierung der Referenzfläche A_{xy} ergibt sich aus dem zugrunde gelegten Koordinatensystem (s. *Kap. 2.3.1 Strömungsfeld, Abb. 2.6*).

$$c_K = N \cdot \frac{A_{\perp}}{A_{xy}} \quad (3.5)$$

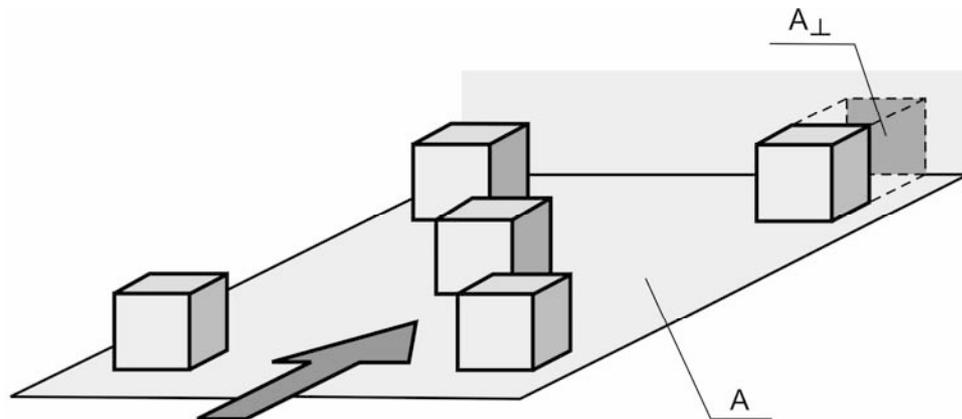


Abb. 3.1: Definitionsskizze für die Rauheitsdichte c_K (nach Bezzola 2002)

Die Höhe, Anordnung und Dichte der Rauheitselemente hat dabei einen wesentlichen Einfluss auf die dem Strömungsfeld entzogene Energie. Über rauen Sohlen sind nach *Morris (1955)* drei Strömungsarten zu unterscheiden:

- Isolierte Rauheitsströmung:
die Nachlaufzone ist voll ausgebildet und ungestört
- Wirbelüberlagerungsströmung:
das Nachbarelement beeinflusst die Nachlaufzone
- Quasi-glatte Strömung:
die Rauheitselemente liegen so nahe aneinander, dass auf Scheitelhöhe eine Art Trennfläche entsteht

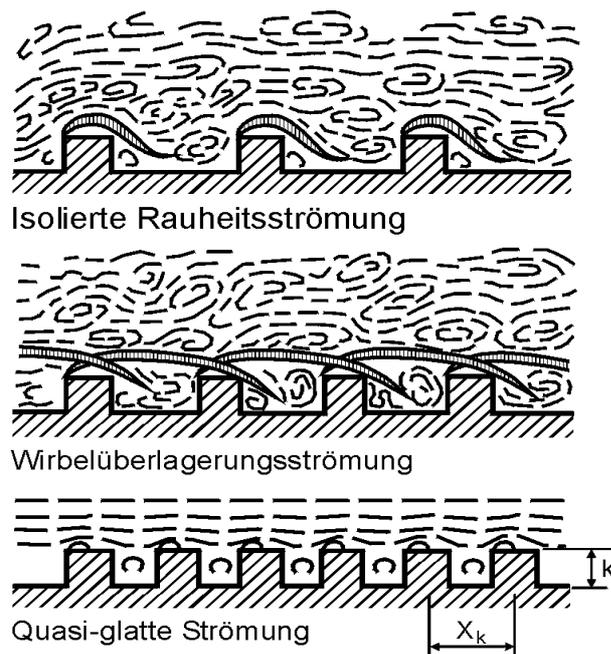


Abb. 3.2: Strömungsarten über rauen Sohlen (nach *Morris 1955*)

Im Fall der klein skalierten Rauheit (große relative Überdeckung) besitzt die Änderung der Fließtiefe keinen Einfluss auf die Anzahl der signifikant in die Strömung ragenden Elemente und deren projizierten Fläche A_{\perp} , so dass die Rauheitsdichte konstant ist. Der Beginn der Wirbelüberlagerungsströmung lässt sich dabei aufgrund verschiedener Untersuchungen bei einer Rauheitsdichte von $0,10 < c_K < 0,26$ lokalisieren (Schlichting 1936, O'Loughlin et al. 1964, Bertschler 1985, Dittrich et al. 1993). In *Abb. 3.3* bezeichnet k_S die äquivalente Sandrauheitshöhe analog *Nikuradse* (1933) und k steht für die absolute Rauheitshöhe.

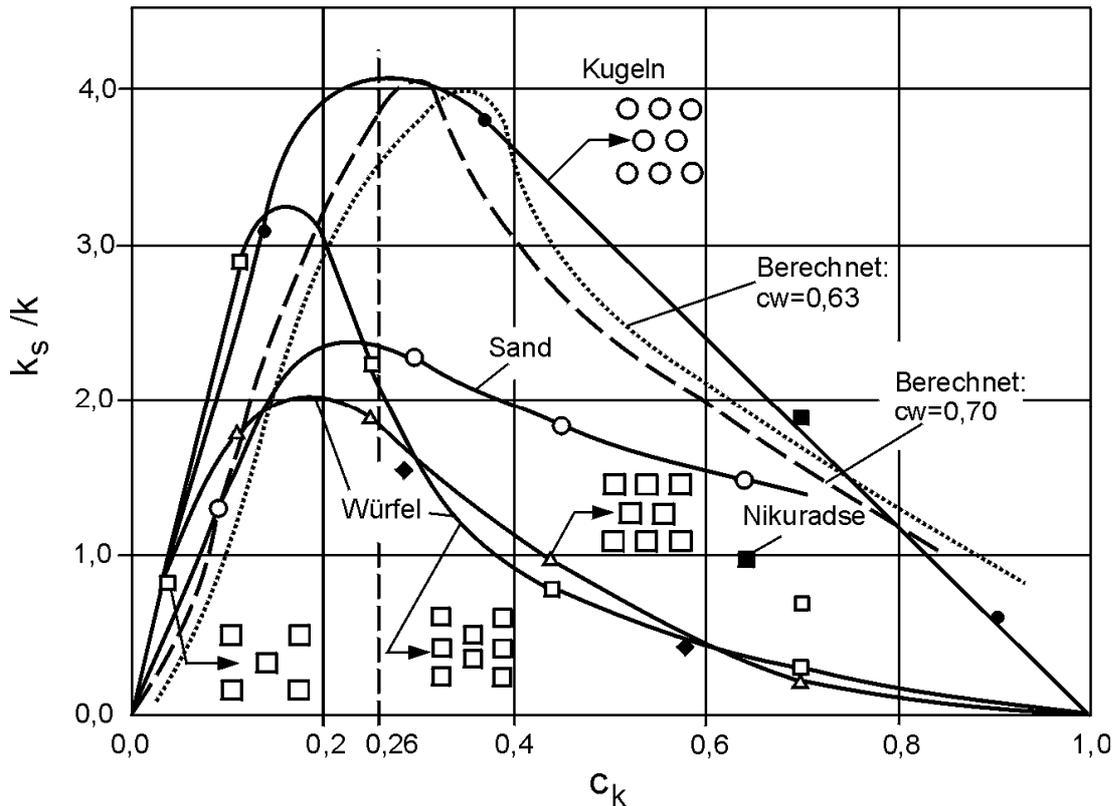


Abb. 3.3: Beziehung zwischen Rauheitsdichte c_K und Rauheitsverhältnis k_S/k (nach Dittrich 1998)

Im Fall der groß skalierten Rauheit (kleine relative Überdeckung) wird die Rauheitsdichte aufgrund der variablen Elementgröße und -form bei Änderung der Fließtiefe signifikant beeinflusst. Als ein Maß für die Änderung der Rauheitsdichte in Abhängigkeit der relativen Überdeckung kann die Standardabweichung der Kongrößenverteilung gesehen werden. Für Werte von $h/d_{84} < 1$ sind die Strömungseigenschaften aufgrund der Anordnung und Dichte der Rauheitselemente hauptsächlich durch den Formwiderstand geprägt. Die trotzdem vorhandene Flächenrauheit der kleineren Rauheitselemente leistet dabei vermutlich keinen signifikanten Beitrag zum Strömungswiderstand (Bathurst 1978).

3.3 Querschnittsform

Bei kleinmasstäblicher Rauheitsskala und dem Fehlen natürlicher Sohlstrukturen mit lokalen Beschleunigungs- oder Verzögerungseffekten (Riffle-Pool) weist der Strömungswiderstand eine Abhängigkeit von

der Querschnittsform auf. Diese Abhängigkeit wurde von *Keulegan (1938)* untersucht. Das *Prandtl/Karman'sche* Geschwindigkeitsverlustgesetz in querschnittsgemittelter Form

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{R}{d_C}\right) + C' \quad (3.6)$$

ergibt in Anlehnung an die Quantifizierung nach *Colebrook-White*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{2,30}{\kappa \cdot \sqrt{8}} \cdot \log\left(\frac{R}{d_C}\right) + \frac{C'}{\sqrt{8}} \quad (3.7)$$

die von *Keulegan (1938)* verwendete Beziehung nach *Formel 3.8*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = c \cdot \log\left(\frac{a \cdot R}{d_C}\right) \quad (3.8)$$

In den Untersuchungen von *Keulegan (1938)* wurde der Wert für c in genereller Form mit 2,03 und damit die *von Karman* Konstante mit $\kappa = 0,40$ aufgrund verschiedener experimenteller Untersuchungen für unregelmäßige Querschnitte mit dreidimensionalen Strömungscharakteristiken, kreisförmige Querschnitte und sehr breite Gerinne bestätigt. Eine eindeutige Abhängigkeit des Koeffizienten a für unterschiedliche Querschnittsformen ergibt sich von der Funktion R/z (s. *Abb. 3.4*). Dabei bezeichnet z den lotrechten Abstand von der Wand beziehungsweise dem Umfang zu dem Punkt der maximalen Geschwindigkeit.

Diese Beziehung besagt, dass bei gleichen charakteristischen Korndurchmessern d_C , gleichen Radien und Gefällen mit abnehmenden Verhältnis R/z die querschnittsgemittelte Geschwindigkeit zunimmt, da sich anteilig mehr Fläche in einem größeren Abstand als R von der festen Wand befindet.

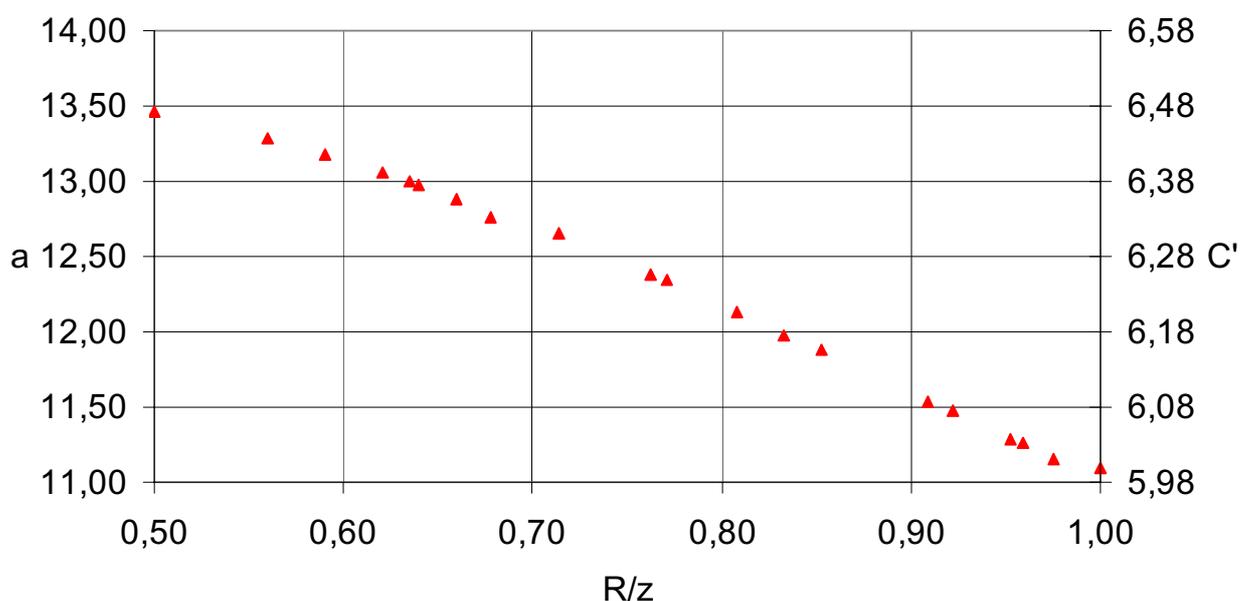


Abb. 3.4: Beziehung zwischen dem Koeffizienten a und der Gerinneform R/z (nach *Hey 1979*)

Die Variation der Integrationskonstanten C' von 5,98 bis 6,50 belegt grundsätzlich den Einfluss der Querschnittsform. Im Vergleich zum Einfluss der Rauheitseigenschaften wird im *Kap. 7 Methodenentwicklung* jedoch gezeigt, dass der Einfluss der Querschnittsform eher marginal ist.

3.4 Formrauheit und abgelöste Strömungen

Die durch exponiert angeordnete Rauheitselemente hervorgerufene Formrauheit manifestiert sich in lokalen Energieverlusten aufgrund einer veränderten Wanddruckverteilung infolge Strömungsablösung. Grund dafür ist das Auftreten von Reibungskräften verursacht durch den Geschwindigkeitsgradienten in Richtung Körperoberfläche (*Leder 1992*).

Die Voraussetzung für eine Strömungsablösung ist bei Körpern mit stetiger Oberflächenkrümmung gegeben, wenn in Strömungsrichtung ein positiver Druckgradient $\partial p / \partial x > 0$ herrscht und an der Ablösestelle die Schubspannung, sowie die Ableitung der Geschwindigkeit normal zur Wand gleich NULL werden (*Prandtl 1924*).

Bei Körpern mit scharfkantiger Oberflächenkrümmung sind diese Voraussetzungen in der Regel nicht erfüllt, aber aufgrund der Unstetigkeit in der Körpergeometrie kommt es zu einem Strömungsabriss.

Auf der Leeseite entstehen sowohl bei Körpern mit stetiger als auch mit unstetiger Oberfläche Geschwindigkeitsprofile mit negativen Geschwindigkeitskomponenten (Rückström-, Ablösegebiet). Die Eigenschaften dieser Rezirkulationsströmungen sind in beiden Fällen ähnlich und durch eine erhöhte Energiedissipation gegenüber der Hauptströmung gekennzeichnet (*Leder 1992*). Die am Körper abgelöste beziehungsweise abgerissene Grenzschicht bildet als freie Scherschicht eine Abgrenzung des Ablösegebietes zur Hauptströmung.

Die bei der Umströmung von Körpern infolge Ablösung beziehungsweise Abriss entstehenden Kräfte (Zähigkeits- und Druckkräfte) teilen sich in eine Komponente F_D in Strömungsrichtung (Widerstand) und in eine Komponente F_L senkrecht zur Strömungsrichtung (Auftrieb).

$$F_D = c_D \cdot A_{\perp} \cdot \left(\frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2} \right) \quad (3.9)$$

$$F_L = c_L \cdot A_{\perp} \cdot \left(\frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2} \right) \quad (3.10)$$

u_{∞}	Geschwindigkeit im ungestörten Bereich
A_{\perp}	senkrecht zur Strömungsrichtung projizierte Fläche des Rauheitselementes
c_D	Widerstandsbeiwert
c_L	Auftriebsbeiwert

Nach *Naudascher (1987)* besteht dabei zwischen Verlustbeiwert ζ der örtlichen Energieverlusthöhe

$$\Delta h = \zeta \cdot \frac{u_\infty^2}{2 \cdot g} \quad (3.11)$$

und dem Widerstandsbeiwert c_D folgender Zusammenhang.

$$\zeta = \frac{A_\perp}{A_\infty} \cdot c_D \quad (3.12)$$

A_∞ Fläche des ungestörten Bereichs

Die Ermittlung der Widerstandskraft F_D reduziert sich damit auf die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes c_D . In *Abb. 3.5* ist der Verlauf des Widerstandsbeiwertes für verschiedene Körperformen in Abhängigkeit der Reynoldszahl dargestellt.

Die bei scharfkantigen Körpern eindeutig fixierten Abrissstellen führen bei entsprechenden Reynoldszahlen zu einem weniger abrupten Sprung des Betrags für den Widerstandsbeiwert.

Bei stetigen Oberflächenformen kommt es mit zunehmender Reynoldszahl zu einer Verlagerung des Ablösepunktes, verbunden mit einer Änderung der Ausdehnung des Ablösegebietes.

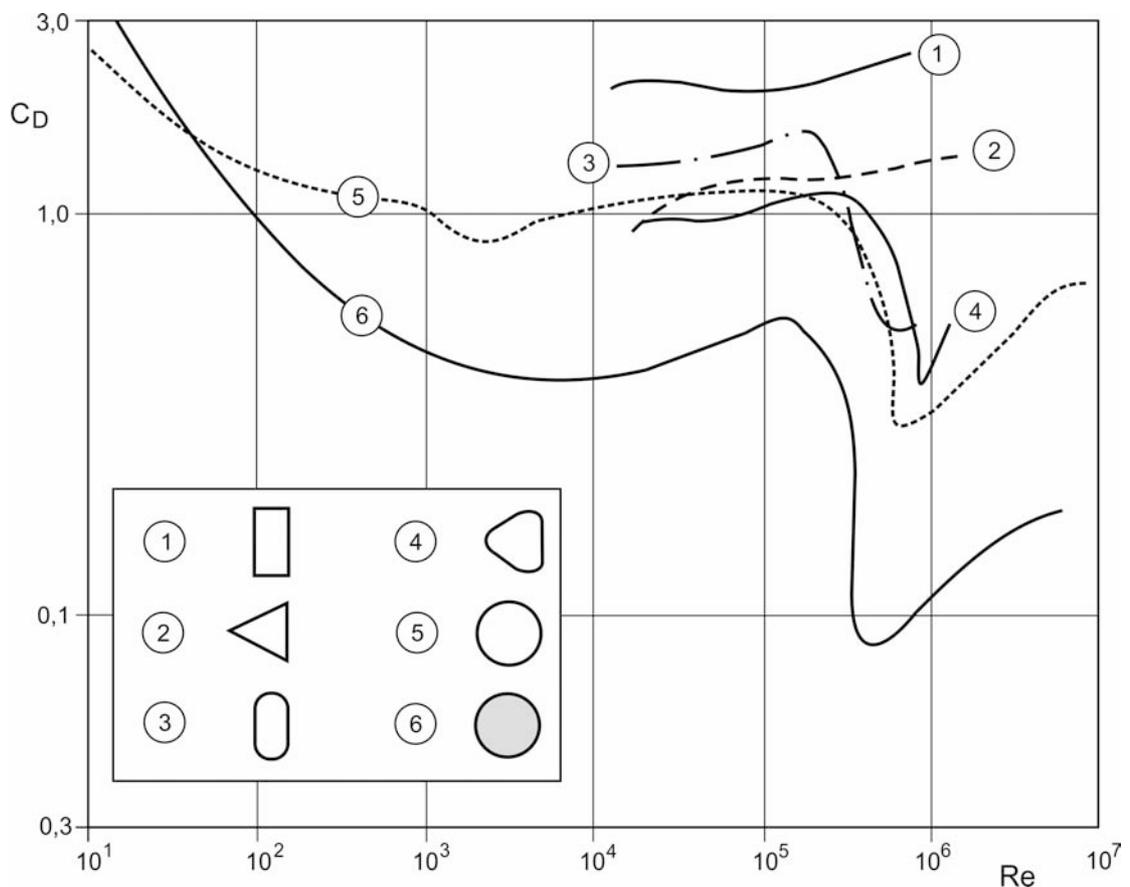


Abb. 3.5: Widerstandsbeiwerte c_D für unterschiedliche Körperformen, zylindrisch – Kurven 1 bis 5 und Kugel – Kurve 6 (nach *Bezzola 2002*)

3.4.1 Einfluss der Geometrie

Die Abmessung des Ablösegebietes wird unter anderem durch die Geometrie des umströmten Körpers bestimmt. Der Ort und der Winkel der ablösenden beziehungsweise abreißenden Grenzschicht bezüglich der Hauptströmungsrichtung wird dabei klar vorgegeben. Generell ergeben sich mit zunehmenden Anfangswinkeln der abreißenden freien Scherschicht längere und breitere Ablösegebiete aufgrund geringerer Unterdrücke und größerer Querimpulse der Scherschichtströmung. Mit zunehmendem Unterdruck erhält die Berandung des Ablösegebietes eine stärkere Krümmung und damit resultieren geringere Längen des Rezirkulationsgebietes (*Leder 1992*). Durch eine stromlinienförmige Gestaltung des umströmten Querschnittes kann der Widerstand um eine Größenordnung und mehr reduziert werden (s. *Abb. 3.6*), erhält dadurch aber eine stärkere Abhängigkeit von der Reynoldszahl (*Naudascher 1987*).

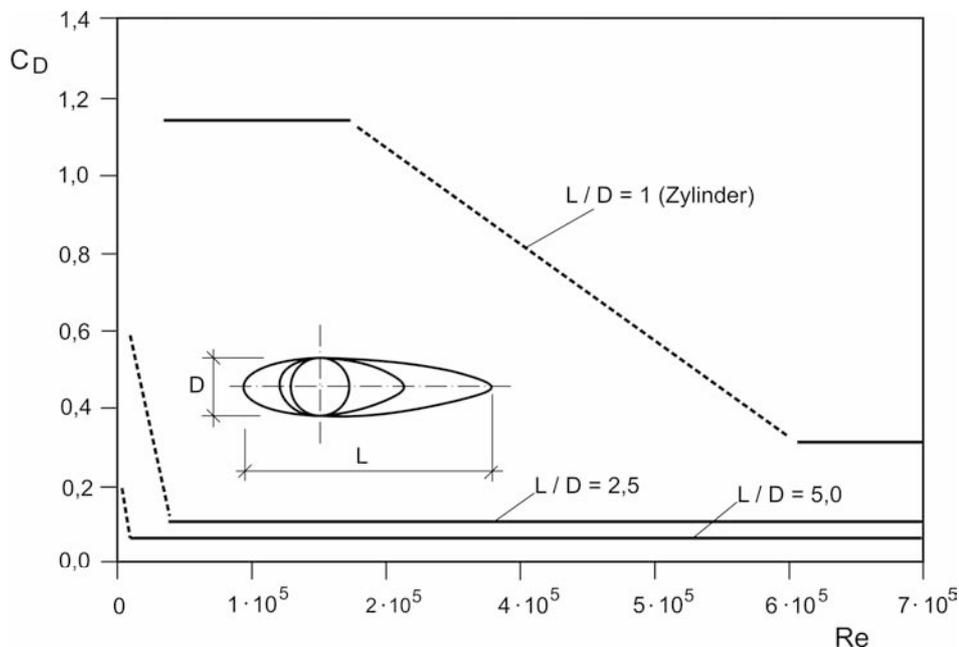


Abb. 3.6: Einfluss der Schlankheit auf den Widerstandsbeiwert c_D (nach *Dubs 1979*)

3.4.2 Reynoldszahl

Die Entwicklung der freien Scherschicht beeinflusst die Ausbildung des Ablösegebietes und die darin ablaufenden dissipativen Vorgänge. Die Scherschichtentwicklung ist dabei nahezu unabhängig von dem umströmten Körper und verläuft nach einheitlichen physikalischen Prinzipien (*Leder 1992*). Zur Charakterisierung dient dabei die mit der Anströmgeschwindigkeit u_∞ und der senkrecht zur Anströmung ausgerichteten Querschnittsbreite D gebildete Reynoldszahl Re :

$$Re = \frac{u_\infty \cdot D}{\nu} \quad (3.13)$$

Für den Fall des umströmten Kreiszylinders ergeben sich drei markante Bereiche (*Leder 1992*):

- I. Für Reynoldszahlen bis circa 200 ist die freie Scherschicht laminar. Dabei wandert mit steigender Reynoldszahl der Ablösepunkt von der Rückseite zur Vorderseite des Körpers, verbunden mit einer Vergrößerung des Ablösegebietes in Breite und Länge. Das Ablösegebiet besitzt hinsichtlich der Länge mit $5 \cdot D$ bis $6 \cdot D$ bei $Re \approx 200$ seine maximale Ausdehnung.
- II. Im Übergangsbereich findet bei Reynoldszahlen von $10^2 < Re < 10^4$ nach erfolgter Ablösung ein Umschlag in der freien Scherschicht von laminar zu turbulent statt. Dieser Umschlag geschieht mit zunehmender Reynoldszahl immer früher, wobei die Rezirkulationslänge verkürzt wird. Bei einer Reynoldszahl von $Re \approx 10^4$ beträgt die Länge des Ablösegebietes noch etwa $1,5 \cdot D$.
- III. Für Reynoldszahlen von $10^4 < Re$ ist die freie Scherschicht voll turbulent und die Länge des Ablösegebietes ändert sich nur noch geringfügig bis zum Erreichen der kritischen Reynoldszahl. Dieser Punkt ist mit einer abrupten Verringerung des Widerstandsbeiwertes und einer allmählichen Verkürzung der Länge des Ablösegebietes verbunden. Der Ablösepunkt der turbulenten Scherschicht wandert dabei wieder von der Vorder- auf die Rückseite des Körpers.

3.4.3 Einfluss aus Rauheit und Turbulenz

Der Einfluss aus Rauheit der Körperoberfläche und turbulenter Anströmung auf den Widerstandsbeiwert c_D ist ähnlich (s. *Abb. 3.7*).

Bei aufgerauter umströmter Oberfläche erfolgt ein früherer Umschlag der freien Scherschichtströmung von laminar zu turbulent, verbunden mit einer Verkürzung der Ablöselänge. Dabei sinkt mit zunehmender Rauheit die kritische Reynoldszahl (*Naudascher 1987*).

Im Fall der turbulenten Anströmung wandert der Ablösepunkt mit wachsendem Turbulenzgrad stromab. Grund dafür ist die zusätzliche Energiezufuhr über die Turbulenzbewegungen der Hauptströmung. Auch hier sinkt mit zunehmendem Turbulenzgrad die kritische Reynoldszahl, verbunden mit einer Verkürzung der Länge des Ablösegebietes. Gleichzeitig existiert dabei ein stärkerer Fluidaustausch zwischen Ablösegebiet und Außenströmung (*Leder 1992*).

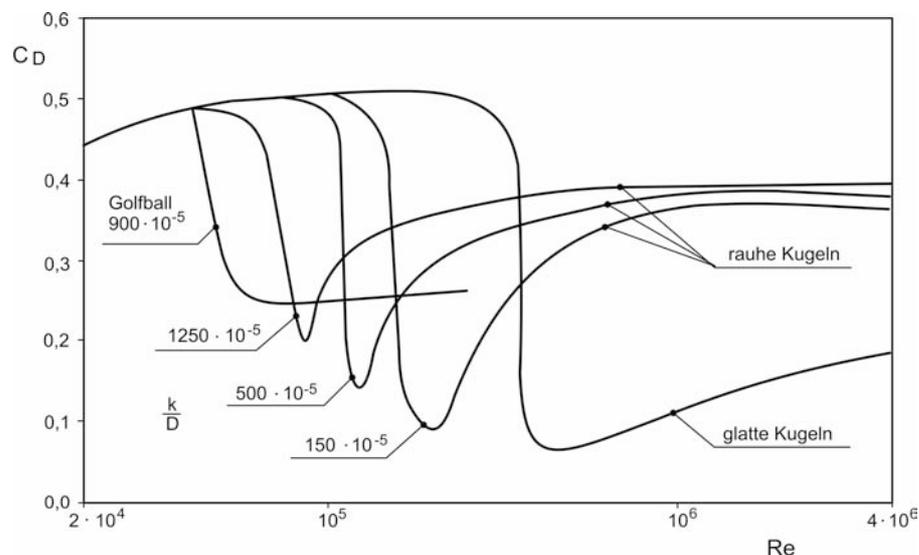


Abb. 3.7: Einfluss der Oberflächenrauheit k auf den Widerstandsbeiwert c_D und die kritische Reynoldszahl Re (nach *Blevins 1984*)

3.4.4 Elementkollektiv und Verbauungsgrad

Der aus einem Elementkollektiv resultierende Verbauungsgrad besitzt bei groß skaliertem Rauheit einen maßgeblichen Einfluss auf den Widerstandsbeiwert c_D (Bathurst 1978). Dieser ergibt sich dabei als Kombination der Einflüsse aus Geometrie, Rauheit und charakteristischer Reynoldszahl bezüglich aller einzelnen Elemente, sowie aus dem Einfluss des Turbulenzgrades der Außenströmung. Im Gegensatz zur Anströmung eines Einzelelementes kann bei Betrachtung eines Elementkollektivs jedoch kein ungestörter Bereich mit der zugehörigen Anströmgeschwindigkeit definiert werden. Bei Betrachtung der starken räumlichen Heterogenität des Geschwindigkeitsfeldes können dann unterschiedliche Annahmen für die Anströmgeschwindigkeit, zum Beispiel die querschnittsgemittelte Geschwindigkeit ohne Einfluss der Verbauung oder die Maximalgeschwindigkeit, zu stark unterschiedlichen Widerstandskräften beziehungsweise Widerstandsbeiwerten führen. In praktischen Untersuchungen wird angenommen, dass die Erkenntnisse über den Widerstandsbeiwert eines umströmten Einzelelementes auf ein Elementkollektiv übertragbar sind (Bathurst 1978, Heimerl et al. 2005).

Nach Untersuchungen von Richter et al. (1976), Naudascher (1987) und Leder (1992) erhöht sich der Widerstandsbeiwert mit zunehmendem Verbauungsgrad und gleichzeitig nimmt die kritische Reynoldszahl für das Ensemble ab. Die Ausbildung von Instabilitäten wird durch den steileren Geschwindigkeitsgradienten in der freien Scherschicht senkrecht zur Hauptströmung gefördert. Die durch den Verbauungsgrad beschleunigte Außenströmung führt zu einem erhöhten Unterdruck im Ablösegebiet, wodurch sich die Ablösestromlinien schneller schließen.

Zur Ermittlung des Strömungswiderstandes bei groß skaliertem Rauheit und Formwiderstand gibt Bathurst (1978) Formel 3.14 an. Dabei bezeichnet u die Anströmgeschwindigkeit an den Elementen. Das Verhältnis u/u_m vergrößert sich dabei mit zunehmender Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeitsverteilung.

$$\frac{u_m}{u^*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \left[\frac{1}{\frac{1}{2} \cdot c_D \cdot c_K \cdot \left(\frac{u}{u_m}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.14)$$

Formel 3.14 ist in DVWK 232 (1996) in analoger Form unter der Annahme $u = u_m$ und mit $c_D = 1,5$ als genereller Wert empfohlen.

$$\lambda = 4 \cdot c_D \cdot c_K \quad (3.15)$$

Nach neueren Untersuchungen (Heimerl et al. 2005) an einem Störsteinmodell mit regelmäßiger Anordnung von Rauheitselementen ergaben sich in Abhängigkeit von

- der Reynoldszahl
- der Elementform (Würfel und Kreiszyylinder)
- dem Gefälle
- dem Längs- und Querabstand der Störelemente im Verbundsystem

um den Faktor 3 bis 17 höhere Widerstandsbeiwerte c_D als der im Regelwerk *DVWK 232 (1996)* empfohlene Wert von $c_D = 1,5$. In *Abb. 3.8* ist die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes c_D von der Reynoldszahl Re für die Untersuchungen von *Heimerl et al. (2005)* dargestellt. Von den Autoren wurde dabei die Annahme $u/u_m = 1,0$ getroffen und die festgestellten Abhängigkeiten belegen den Einfluss der Rauheitsstruktur in Verbindung mit den resultierenden Strömungseigenschaften auf den Strömungswiderstand

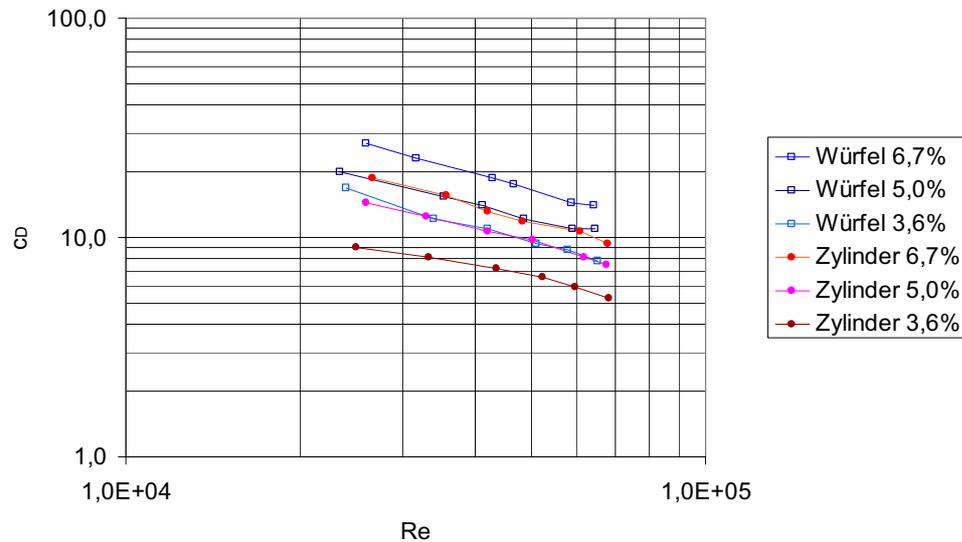


Abb. 3.8: Zusammenhang zwischen c_D und Reynoldszahl Re für Würfel und Zylinder in Abhängigkeit vom Gefälle I (nach *Heimerl et al. 2005*)

3.4.5 Froudezahl

Bei der Umströmung eines durch die Wasserspiegeloberfläche ragenden Rauheitselementes wird eine Verformung der freien Oberfläche, verbunden mit einem zusätzlichen Energieverlust, verursacht. Die Charakterisierung dieses Effektes erfolgt durch die Froudezahl Fr , da es sich um Schwerewellen handelt (*Naudascher 1987*).

Flammer et al. (1979) untersuchte die Widerstandscharakteristik in Zusammenhang mit den Einflüssen aus freier Oberfläche und relativer Überdeckung h/k an einer isolierten Halbkugel mit dem Radius k . Anhand dieser Untersuchungen ergaben sich drei charakteristische Bereiche (s. *Abb. 3.9*):

1. $0,8 < h/k < 1,6$ und $Fr < 1,5$:
Der Widerstandsbeiwert c_D weist eine signifikante Abhängigkeit von der relativen Überdeckung h/k und der Froudezahl Fr auf.
2. $1,6 < h/k < 4,0$ und $Fr < 1,5$:
Der Widerstandsbeiwert c_D variiert in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/k , der Froudezahl Fr und der Reynoldszahl Re .
3. $h/k > 4,0$ und $Fr < 1,5$:
Der Widerstandsbeiwert c_D variiert mit der Reynoldszahl Re .

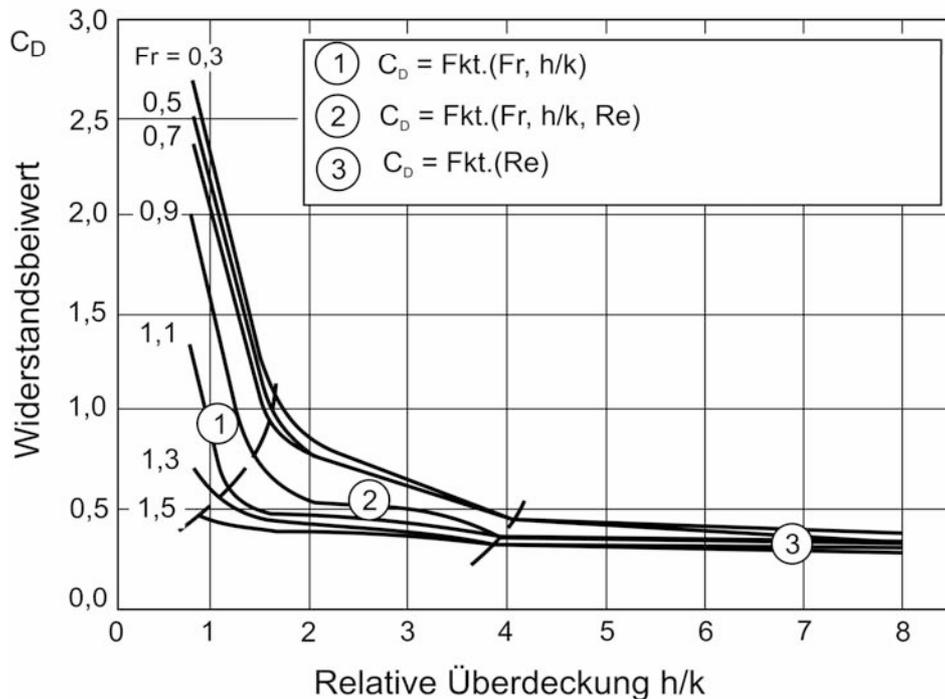


Abb. 3.9: Einfluss von Froudezahl Fr und relativer Überdeckung h/k auf den Widerstandsbeiwert c_D (nach Flammer et al. 1970)

3.5 Zusammenfassung

Die an der Ausbildung des Strömungswiderstandes beteiligten Prozesse verlaufen in Abhängigkeit der Rauheitsskala nach unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten.

Für klein skalierte Rauheit ab $4 < h/d_{84}$, dem Übergangsbereich zur Scherströmung, ist der Strömungswiderstand von der Flächenrauheit mit der jeweiligen Rauheitsdichte c_K und der relativen Überdeckung h/d_C abhängig. Für groß skalierte Rauheit bei $h/d_{84} < 1,00$ resultiert der Formwiderstand aus der Abhängigkeit der Strömungsablösungen von den Eigenschaften des durchströmten Elementkollektivs hinsichtlich Anordnung und Form, der Reynoldszahl, der Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeitsverteilung und dem Turbulenzgrad der Strömung. Im Übergangsbereich rekrutieren sich die den Strömungswiderstand bedingenden Prozesse aus Flächen- und Formrauheit.

Aus diesen Betrachtungen wird geschlossen, dass alle drei Bereiche der Rauheitsskala nicht mit einer Widerstandsbeziehung und brauchbarer Genauigkeit abgedeckt werden können. Ob ein signifikanter Einfluss von Wasserspiegeldeformationen, charakterisiert durch die Froudezahl Fr , und von der Querschnittsform vorliegt, ist in den weiteren Betrachtungen zu prüfen.

Im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* steht daher die Frage nach der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung unter homogen und heterogen rauen Randbedingungen im Vordergrund. Um integrale Aussagen zum Strömungswiderstand an natürlichen Gewässerabschnitten treffen zu können, ist die Kenntnis der lokalen Strömungseigenschaften und damit der Geschwindigkeitsverteilung erforderlich.

4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung

4.1 Universelles logarithmisches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz

Die hier betrachteten Eigenschaften der Gewässer-Bett-Systeme bezüglich Querschnitt, Morphologie und Rauheit weichen erheblich von den Randbedingungen und Eigenschaften der rotationssymmetrischen turbulenten Rohrströmung der *Nikuradse*'schen Versuche ab. Die Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung, insbesondere unter den im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* skizzierten Randbedingungen hinsichtlich der Rauheitseigenschaften, ist Voraussetzung zur Beschreibung des lokalen und integralen Strömungsfeldes, und damit zur Abschätzung des Widerstandsverhaltens natürlicher Fließgewässer.

Daher wird in diesem Kapitel auf in der Literatur verfügbare Daten und Modellvorstellungen zurückgegriffen, um die grundsätzlichen Abhängigkeiten unter Beachtung der jeweiligen Randbedingungen zu klären. Diese Randbedingungen orientieren sich dabei an den im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* definierten Rauheitstypen bezüglich homogener und heterogener Eigenschaften. *Tab. 4.1* enthält die Zusammenstellung der zur Untersuchung herangezogenen Daten, die gemessene vertikale Geschwindigkeitsverteilungen enthalten.

Tab. 4.1: Zusammenstellung von ausgewählten Daten bezüglich der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung bei unterschiedlichen Rauheitseigenschaften

Autor	h/k	h/b	c_K	Rauheitsart	$Re \cdot 10^4$	$Re^* \cdot 10^3$
Schlichting (1936)	7,44 – 12,57	0,14 – 0,20	0,008 – 0,907	künstlich	10,72 – 32,66	0,38 – 2,75
Nikora et al. (2001)	6,40 – 8,70	0,18 – 0,24	$\approx 0,52$	künstlich	25,69 – 44,10	1,04 – 1,23
Koll (2002)	2,90 – 20,34	0,33 – 0,83	0,25 – 0,59	künstlich und natürlich ohne Sohlstrukturen	4,13 – 24,20	0,45 – 8,78
Kanzow (2004)	0,31 – 1,33	0,02 – 0,06	0,097 – 0,158	natürlich mit Sohlstrukturen	2,04 – 12,21	3,70 – 15,46

In den *Nikuradse*'schen Versuchen wurde die Rauheitsdichte konstant am Höchstwert eingestellt. Für praktische Fälle ist jedoch die Abhängigkeit von nur einem Parameter, der Rauheitshöhe, aufgrund der Ausführungen im *Kap. 3.2 Flächenrauheit und Rauheitseigenschaften* nicht zielführend.

In der Arbeit von *Schlichting (1936)* wurde für verschiedene technische Rauheiten in einem geschlossenen Rechteckquerschnitt die Gültigkeit des universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes unter dem in *Tab. 4.1* angegebenen Bereich für die relative Überdeckung h/k und die Rauheitsdichte c_K geprüft.

Der Schwerpunkt lag dabei auf der Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung von der Rauheitsart (Kugeln mit zwei Varianten bezüglich des Durchmessers, Kalotten, Kegel, kurze Winkel, lange Winkel) und der Rauheitsdichte c_K (Definition nach *Kap. 3.2.5 Rauheitsdichte*).

Die *Abb. 4.1* zeigt exemplarisch für eine konstante Ausprägung der Eigenschaften hinsichtlich Rauheitshöhe k , relativer Überdeckung h/k und Rauheitsdichte c_K die Abhängigkeit der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung $u(z)$ und des Anstieges der Profile von der Reynoldszahl Re . Dabei wird mit zunehmender Reynoldszahl (Trägheitskraft) der Anstieg der Profile und damit die Wandschubspannung vergrößert.

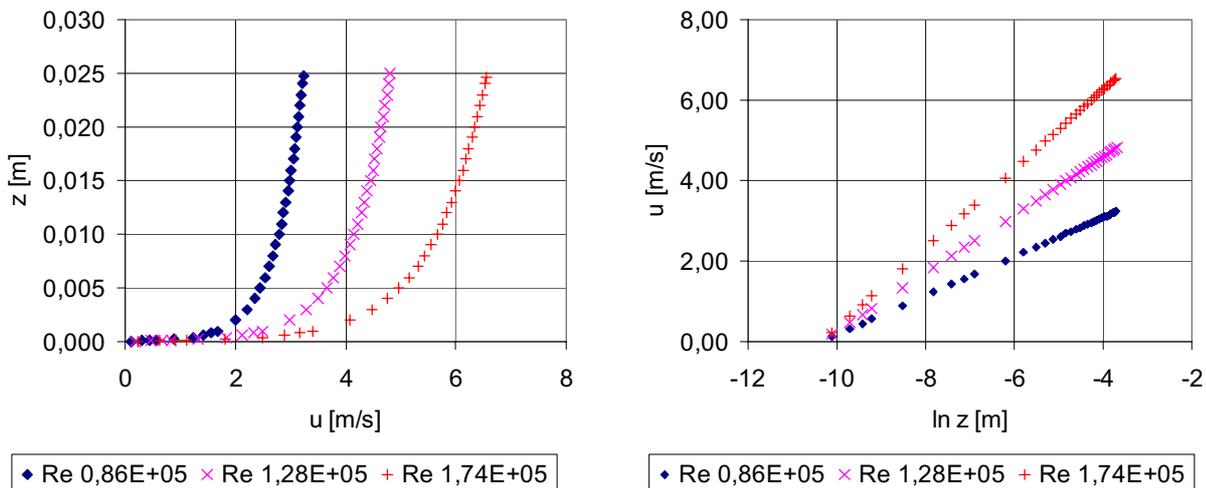


Abb. 4.1: vertikale Geschwindigkeitsprofile $u(z)$ und Geschwindigkeitsgradient (Anstieg) in Abhängigkeit der Reynoldszahl

Die Bestimmung der lokalen Wandschubspannung beziehungsweise Sohlschubspannungsgeschwindigkeit ergibt dabei auf empirischem (Druck- beziehungsweise Energieliniengefälle nach *Formel 2.32* im *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung*) und theoretischem (*Formel 2.33* im *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung*) Weg nur geringe Abweichungen. Mit der gemessenen vertikalen Geschwindigkeitsverteilung $u(z)$ ergibt sich damit die Integrationskonstante A . Dadurch kann dem jeweils vorliegenden speziellen Fall bezüglich der technischen Rauheitseigenschaften mit k und c_K eine Vergleichsrauheit $k_S = \alpha_k \cdot k$ zugeordnet werden. Diese äquivalente Sandrauheit k_S ruft dabei im voll rauen Bereich den gleichen Strömungswiderstand wie die betrachtete Rauheit mit k und c_K hervor.

$$A = \frac{\bar{u}(z)}{u^*} - \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k}\right) \quad (4.1)$$

$$\frac{1}{\kappa} \cdot \ln \alpha_k = 8,48 - A \quad (4.2)$$

$$\alpha_k = \frac{k_S}{k} = \text{Fkt.}(k, c_K) \quad (4.3)$$

In *Abb. 4.2* ist für die Versuche von *Schlichting (1936)* das Maß der relativen Rauheit k_S/k in Abhängigkeit der Rauheitsdichte c_K dargestellt. Dabei entspricht jeder Datenpunkt einer Versuchsserie bei variierteter Reynoldszahl Re .

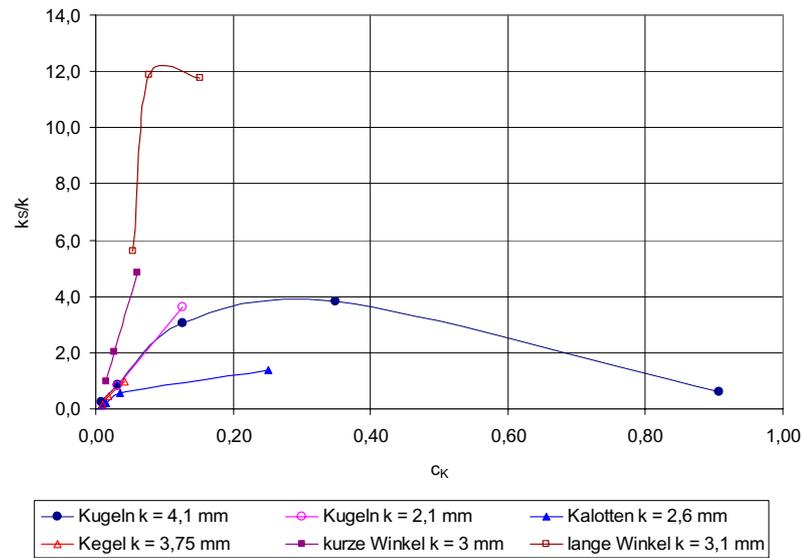


Abb. 4.2: Abhängigkeit der relativen Rauheit k_s/k von der Rauheitsart und Rauheitsdichte c_K (nach Schlichting 1936)

Ähnlich dem Moody-Diagramm ergibt sich wie in *Abb. 4.3* dargestellt für einen geschlossenen Rechteckquerschnitt eine Unabhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re . Der Widerstandsbeiwert ist allein von der Rauheitsart, der relativen Überdeckung h/k und der Rauheitsdichte c_K abhängig.

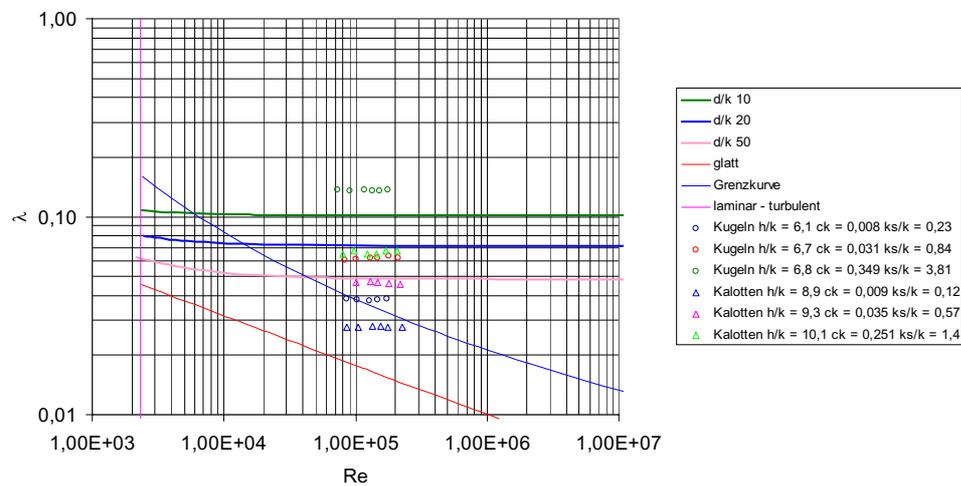


Abb. 4.3: Widerstandsbeiwert λ als Funktion der Rauheitsart und Rauheitsdichte c_K

In *Abb. 4.4* sind die aus der veränderten Kräfteverteilung resultierenden normierten Profile $u(z)/u^*$ dargestellt. Eine erhöhte Trägheitskraft (Reynoldszahl) führt zu einer erhöhten Scherung des Wasserkörpers in vertikaler Richtung (Wandschubspannung) und der resultierende Strömungswiderstand ist bei identischer relativer Überdeckung und Rauheitsdichte unabhängig von der Reynoldszahl (Fall a). Der Strömungswiderstand weist jedoch eine Abhängigkeit von der Rauheitsdichte auf (Fall b).

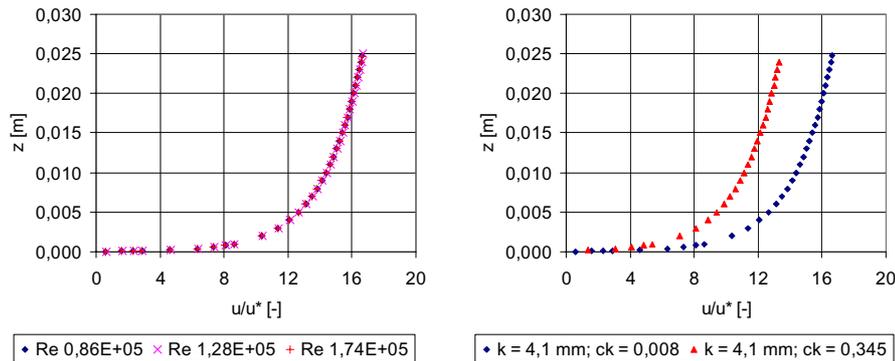


Abb. 4.4: normierte Profile $u(z)/u^*$ für Kugelrauheit $k = 4,1$ mm bei a) $c_K = \text{konstant}$ (links) und bei b) $c_K = \text{variabel}$ (rechts)

In Analogie zu den Versuchen von *Schlichting (1936)* untersuchten *Nikora et al. (2001)* für künstliche Rauheitselemente die vertikale Geschwindigkeitsverteilung in einer 12,00m langen und 0,75m breiten Versuchsrinne bei freiem Wasserspiegel. Die halbkugelförmigen Rauheitselemente mit einer absoluten Höhe $k = 0,021\text{m}$ waren in Längs- und Querrichtung mit Abständen von $0,114 \times 0,0665\text{m}$ versetzt angeordnet.

Aufgrund von systematischen Abweichungen von der logarithmischen Verteilung für kleine relative Abstände z/k erfolgte eine vertikale Gliederung der Geschwindigkeitsverteilung in einen logarithmischen und einen linearen Bereich. Diese Abweichungen ergaben sich auch in den Versuchen bei *Schlichting (1936)*, da der untersuchte Bereich der relativen Überdeckung mit im Mittel circa $h/k = 8$ gegenüber den *Nikuradse'schen* Versuchen mit $r/k = 15$ bis 500 stark differiert.

Für die logarithmische Schicht leiteten *Nikora et al. (2001)* *Formel 4.4* ab

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k}\right) + A \tag{4.4}$$

und für die lineare Schicht *Formel 4.5*

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \left(\frac{z}{k}\right) \cdot A \tag{4.5}$$

Für das Rauheitsmaß mit der absoluten Höhe der Elemente $k = 0,021\text{m}$ ergibt sich in Analogie zu dem Verfahren nach *Schlichting (1936)* die Integrationskonstante mit $A = 7,1$. Die Bestimmung der lokalen Wandschubspannung τ_0 beziehungsweise Sohlschubspannungsgeschwindigkeit u^* lieferte auf empirischem (mit integralen Größen) und theoretischem Weg (Differentialquotient $du(z)/d\ln(z)$, sowie aus der Verteilung der Reynoldsspannungen ($-\overline{u'w'}$) nahezu identische Werte mit einer Abweichung von $\pm 1,5\%$.

Eine Reanalyse der Daten unter Annahme der Gültigkeit für $C_1 = 8,48$ und $\kappa = 0,40$ nach *Formel 2.30* liefert die äquivalente Sandrauheitshöhe mit $k_S = 0,037\text{m}$ für beide Fälle der relativen Überdeckung und die relative Rauheit beträgt damit $k_S/k = 1,75$. Aufgrund der skizzierten Rauheitsanordnung konnte im Rahmen der Reanalyse eine Rauheitsdichte von circa $c_K = 0,59$ ermittelt werden. Im Vergleich zu den techni-

schen Rauheiten nach *Abb. 4.2* sollte sich der Betrag der relativen Rauheit in Abhängigkeit der Rauheitsdichte damit hinter dem Maximum im absteigenden Bereich befinden.

In *Abb. 4.5* sind die Profile bezüglich der Geschwindigkeit $u(z)$ und der normierten Geschwindigkeit $u(z)/u^*$ für die Parameter $k = 0,021$ m und $A = 7,1$ des Ansatzes nach *Nikora et al. (2001)* mit vertikaler Untergliederung und für die Parameter $k_S = 0,037$ m und $C_1 = 8,48$ nach *Schlichting (1936)* ohne vertikale Untergliederung dargestellt. Im Bereich unterhalb der Rauheitsoberkante (lineare Schicht) ergeben sich nach dem Verfahren von *Schlichting (1936)* aufgrund fehlender Untergliederung geringe systematische Abweichungen, während die Approximation in der logarithmischen Schicht identisch ist.

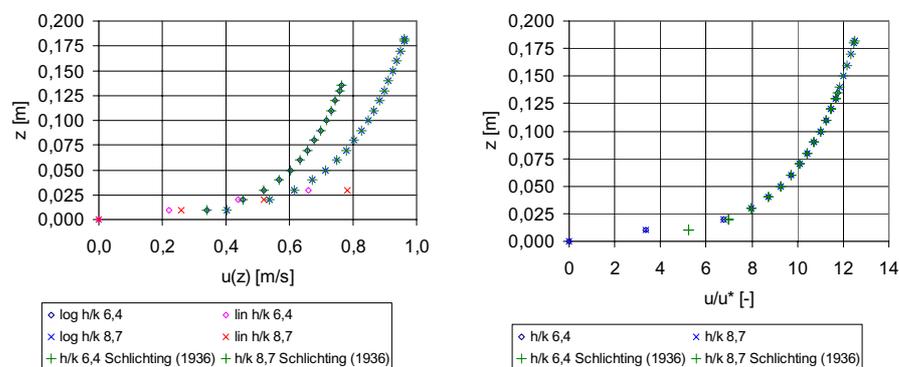


Abb. 4.5: Vergleich der Profile $u(z)$ und $u(z)/u^*$ nach den Verfahren *Schlichting (1936)* und *Nikora et al. (2001)*

Beide dargestellten Fallbeispiele (*Schlichting 1936, Nikora et al. 2001*) behandelten relativ „technische“ Rauheitseigenschaften aufgrund einer klaren Form und Anordnung der Elemente bei großen relativen Überdeckungsverhältnissen beziehungsweise klein skaliertes Rauheit (s. *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*). Generell kann für diese Fälle die Gültigkeit der universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung für den Bereich oberhalb der Rauheitselemente bestätigt werden.

4.2 Natürlich raue Randbedingungen und große relative Überdeckung

Im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* ist der Begriff von homogenen natürlich rauhen Randbedingungen unter Bezug zu den morphologischen Eigenschaften natürlicher Fließgewässer eingeführt worden. Bei Betrachtung der zuvor angeführten Versuche (*Nikuradse 1933, Schlichting 1936, Nikora et al. 2001*) kann für die Rauheitseigenschaften sofort ein Betrag für die absolute Größe der Rauheitselemente und ein unteres Bezugsniveau für die vertikale Geschwindigkeitsverteilung definiert werden. Bei natürlichen Fließgewässern ist dies nicht mehr ohne weitere Überlegungen möglich.

Zur Definition einer einheitlichen unteren Bezugsebene kann bei einlagigen Laborversuchen der Rinnenboden verwendet werden. Bei mehrlagigen Rauheiten und besonders bei natürlichen Sohlstrukturen ist die Definition der unteren Bezugsebene aufgrund der starken räumlichen Variabilität der Rauheit mit starken Unsicherheiten behaftet. Eine einheitliche obere Bezugsebene scheitert an der Unebenheit der Rauheits-

berkante und weiterhin ist die Geschwindigkeit in Höhe der Rauheitsoberkante nicht NULL, so dass die Haftbedingung $u(z = 0) = 0$ nicht mehr erfüllt ist.

Die Festlegung einer einheitlichen Bezugsebene ist im Weiteren mit der Frage nach einem problemspezifischen Rauheitsparameter verbunden. Bei homogen natürlich rauen Randbedingungen nimmt mit abnehmender relativer Überdeckung h/k die äquivalente Sandrauheit k_S zu und kann ein vielfaches der absoluten Rauheitshöhe k betragen, sowie auch Werte im Bereich der absoluten Fließtiefe h und darüber annehmen. Grund dafür ist der mit abnehmender relativer Überdeckung zunehmende Einfluss der Rauheitseigenschaften bezüglich Anordnung, Form und Dichte der Elemente, also dem Formwiderstand.

Für den Fall $k_S > h$ resultierte die Annahme (Bayazit 1982), dass eine logarithmische Schicht nicht mehr vorhanden ist. Diese Annahme kann anhand der Daten von Schlichting (1936) am Beispiel der technischen Rauheit „Lange Winkel“ sofort widerlegt werden. Für die dabei resultierende relativen Rauheit $k_S/k = 11,90$ ergibt sich $h/k_S = 0,90$, wobei der Wert h dem Abstand des Geschwindigkeitsmaximums von der rauen Wand entspricht.

In Tab. 4.2 ist eine Zusammenstellung für die Abschätzung der äquivalenten Sandrauheit in Abhängigkeit eines charakteristischen Korndurchmessers gegeben. Diese Näherungen wurden für natürliche Fließgewässer sowohl mit homogenen als auch heterogenen natürlich rauen Randbedingungen postuliert. Dabei lagen hauptsächlich querschnittsgemittelte Fließgeschwindigkeiten zu Grunde, ohne Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung.

Tab. 4.2: Ansätze zur Ermittlung von k_S aus Kornfraktionen

Autor	k_S	h/k ; R/k
Garbrecht (1961)	d_{90}	$R/d_{90} > 15$
Leopold et al. (1964)	d_{84}	$1 < h/d_{84} < 10$
Kamphuis (1974)	$2d_{90}$	$5 < h/d_{90} < 200$
Thompson & Campbell (1979)	$4,5d_{50}$	$2 < h/d_{50} < 3$
Hey (1979)	$3,5d_{84}$	$1 < h/d_{84} < 100$
Bathurst (1985)	d_{84}	$h/d_{84} < 2$
Graf & Altinakar (1998)	d_{50}	$R/d_{50} < 10$
Dittrich (1998)	$3,5d_m$	Kies
Dittrich (1998)	$3,5d_{84}$	Grobkies

Neuere Modellvorstellungen zu dieser Problematik (Bezzola 2002, Koll 2002) gehen von der Möglichkeit einer zeitlich und räumlich gemittelten Betrachtungsweise der Strömungscharakteristiken und der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung für ein einheitliches Bezugsniveau und einen einheitlichen Rauheitsparameter aus (Nikora et al. 2001). Dies ist jedoch dann und nur dann gerechtfertigt, wenn die Randbedingungen den im Kap. 2 *Morphologie und Strömungseigenschaften* definierten Eigenschaften bezüglich der homogenen Rauheitsstruktur bei entsprechenden relativen Überdeckungen genügen.

Bei Kenntnis der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung ist als weitere Eigenschaft bei der Überströmung natürlicher Gerinnesohlen die von einem Wert $\kappa = 0,40$ abweichende Steigung der Geschwindigkeitsprofile festgestellt worden, wenn eine Abschätzung der Wandschubspannung mit dem integralen Ansatz nach *Formel 2.32* im *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung* vorgenommen wird (*Bayazit 1976, Bayazit 1982, Koll 2002*).

Tab. 4.3 gibt eine Übersicht existierender Modellvorstellungen bezüglich der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung bei homogen natürlich rauhen Randbedingungen. Diese Modellvorstellungen versuchen im Wesentlichen den ausgeführten Besonderheiten hinsichtlich des Bezugsniveaus, des Rauheitsparameters und des Anstiegs des Geschwindigkeitsprofils Rechnung zu tragen und charakterisieren sich durch folgende Eigenschaften:

- die Einführung eines vertikalen Versatzes d für den Ursprung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung
- die Einführung eines Rauheitsparameters z_R verbunden mit einer Korrektur der Integrationskonstanten C_1
- die Anpassung des Geschwindigkeitsgradienten über die *von Karman* Konstante κ
- die Anpassung des Geschwindigkeitsgradienten über einen Dämpfungsparameter c_R für die Wandschubspannung
- die Aufspaltung der vertikalen Ebene mit einer linearen Unterschicht im Bereich der Rauheitselemente

Tab. 4.3: Zusammenstellung existierender Modellvorstellungen für die logarithmische Schicht

	Schlichting (1936)	Clauser (1956)	Bezzola (2002)	Koll (2002)
Wert	$\frac{u(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_S}\right) + C_1$	$\frac{u(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z-d}{k_S}\right) + C_1$	$\frac{u(z)}{u^*} = c_R \cdot \left[\frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z-d}{z_R}\right) + C_1 \right]$	$\frac{u(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z-d}{z_R-d}\right) + C_1$
d	eingeschmolzene Rauheit	iterativ aus der Bedingung unter dem Punkt u^* mit R^2 als Maximum	iterativ aus Profilanpassung	$0 = \left(\frac{du(z)}{dz}\right)^{-1} = m_L \cdot z + b_L$ $z = d = \frac{-b_L}{m_L}$
u*	$u^* = \kappa \cdot \left(\frac{du(z)}{d \ln(z)}\right)$	$u^* = \sqrt{g \cdot (z_{\max} - d) \cdot I_{\text{Sohle}}}$ $\approx \kappa \cdot \left(\frac{du(z)}{d \ln(z-d)}\right)$	$u^* = \sqrt{g \cdot (z_{\max} - d) \cdot I_{\text{Sohle}}}$	$u^* = \sqrt{g \cdot (z_{\max} - d) \cdot I_{\text{Sohle}}}$
κ	0,40	0,40	0,40	$\kappa = m_L \cdot u^*$
k_S	$k_S = 30 \cdot z_0$ $z_0 = (u(z) = 0) = e^{\frac{-n}{m}}$ $u(z) = 0 = m \cdot \ln(z) + n$	$k_S = 30 \cdot z_0$ $z_0 = (u(z-d) = 0) = e^{\frac{-n}{m}}$ $u(z-d) = 0 = m \cdot \ln(z-d) + n$	z_R iterativ aus Profilanpassung	z_R iterativ durch Optimierung des Regressionskoeffizienten für den logarithmischen Trend
c_R	–	–	in Abhängigkeit der relativen Überdeckung	–
C₁	8,48	8,48	8,48	$C_1 = C = \frac{u_R}{u^*}$

4.2.1 Lage des Ursprungs und Rauheitsparameter

Die Frage nach dem Ursprung der vertikalen Koordinate z ist mit der Definition einer einheitlichen unteren Bezugsebene verbunden. Unter Voraussetzung der Gültigkeit des universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes ergibt sich der Nulldurchgang des theoretischen Geschwindigkeitsprofils aus dem Abstand zu dieser Bezugsebene. *Schlichting (1936)* betrachtete diejenige Höhe z_{bm} die das gleichmäßig über die Bezugsfläche verteilte Volumen aller Rauheitselemente erreicht. Nach dieser Definition entspricht die Höhe der eingeschmolzenen Rauheit dem vertikalen Versatz d (Definitionsskizze nach *Abb. 4.6*).

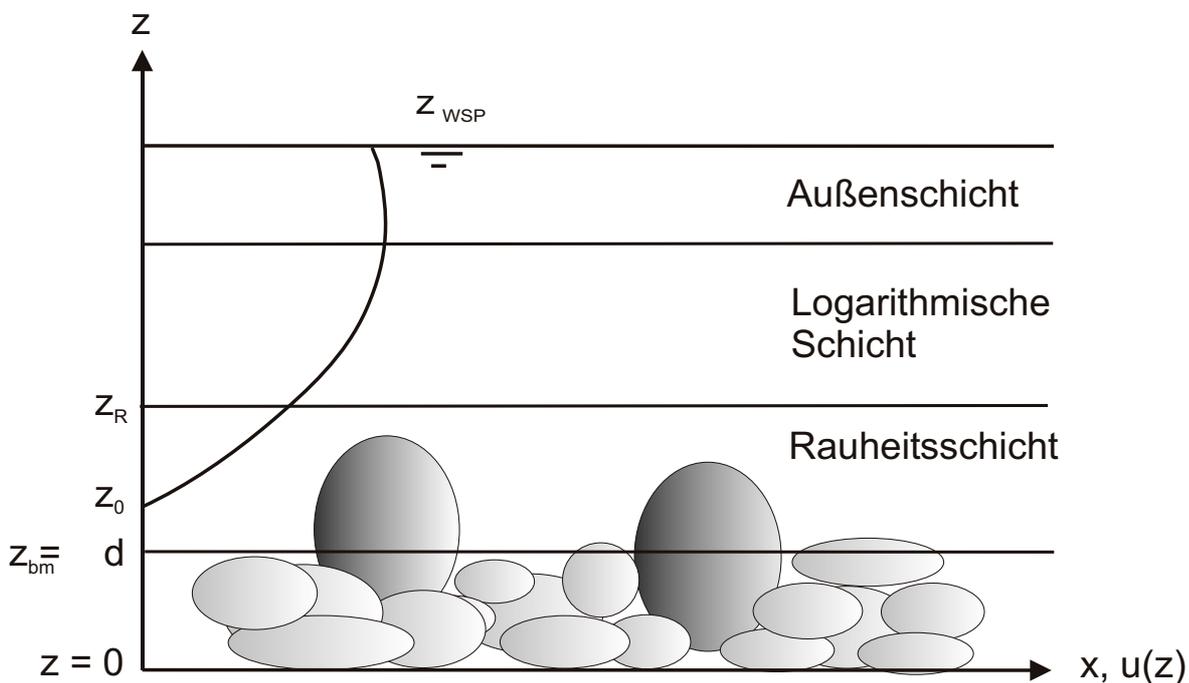


Abb. 4.6: Definitionsskizze vertikaler Abmessungen (nach Smart 1999)

Die Feststellung gewisser systematischer Abweichungen von der universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung für kleine relative Abstände z/k in Form von Linearität wurde in den Untersuchungen von *Schlichting (1936)* auf den signifikanten Einfluss einzelner Rauheitselemente zurückgeführt und durch eine veränderte Lage des Bezugsniveaus erklärt. Dabei verschiebt sich mit zunehmender Rauheitsdichte c_K das Bezugsniveau in Richtung Oberkante der Rauheitselemente, verbunden mit einer Verschiebung des Nulldurchgangs z_0 für das vertikale Geschwindigkeitsprofil. Diese Abhängigkeit ist in *Abb. 4.7* dargestellt.

Generelle Angaben über die Größenordnung für den vertikalen Versatz d sind in der existierenden Literatur nur selten zu finden. Einzelne Autoren geben folgende Werte an.

- $d/k = 0,130 \dots 0,833$ aus *Dittrich (1998)*
- $d/k = 0,035$ aus *Rotta (1950)*
- $d/k = 0,020 \dots 0,090$ aus *Kirkgöz (1989)*

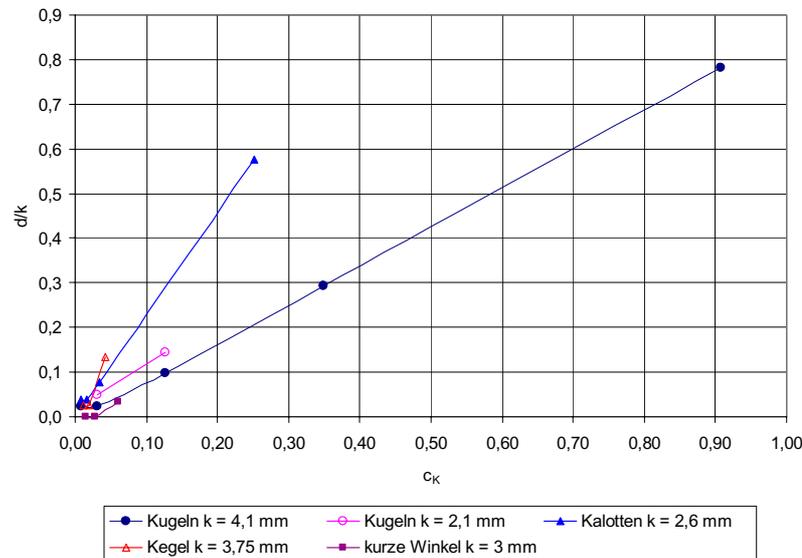


Abb. 4.7: Zusammenhang zwischen Rauheitsdichte c_k und vertikalem Versatz d für die Versuche in Schlichting (1936)

Die in den Untersuchungen von *Nikora et al. (2001)* vorgenommene Unterteilung der vertikalen Ebene in eine logarithmische Schicht und eine Rauheitsschicht erfolgte aufgrund einer linearen Verteilung der Geschwindigkeit für kleine relative Abstände z/k . Diese Linearität wurde in verschiedenen Untersuchungen des Strömungsfeldes über Glaskugeln, Halbkugeln und Würfeln bestätigt (*Dittrich et al. 1996., Nikora & Mc Lean 2001*). Innerhalb dieser Rauheitsschicht werden die turbulenten Schwankungen des Strömungsfeldes von Ablösungen an den Rauheitselementen überlagert. Der Betrag der Wirbelviskosität wird nicht mehr allein aus dem Turbulenzgrad der Strömung bestimmt, sondern ist im Weiteren noch von den Rauheitseigenschaften bezüglich Form und Dichte abhängig. *Nakagawa et al. (1988)* definieren die Grenze zwischen logarithmischer Schicht und Rauheitsschicht anhand des vertikalen Verlaufs der turbulenten Schwankungsgrößen $-\overline{u'w'}$. Nach linearer Zunahme ab dem freien Wasserspiegel erreichen diese in der Höhe z_R (s. *Abb. 4.6*) das Maximum und werden innerhalb der Rauheitsschicht durch formwiderstandsinduzierte Ablösungen der Strömung an den Rauheitselementen gedämpft. Die Folge ist ein von der logarithmischen Verteilung abweichender Verlauf in der Rauheitsschicht. Das Maximum der turbulenten Schwankungsgrößen wird dabei nicht auf der Höhenlage der Oberkante der Rauheitselemente erreicht, sondern befindet sich aufgrund der Ablösungen oberhalb der absoluten Rauheitshöhe k . In der Literatur angegebene Werte liegen im Bereich von $z_R/k = 1,00 \dots 3,00$ (*Koll 2002*). Die Höhenlage z_R der Rauheitsschicht stellt, im Gegensatz zur äquivalenten Sandrauheit k_S , einen direkt messbaren beziehungsweise aus der Geschwindigkeitsverteilung ableitbaren Wert dar, der den Einfluss der Rauheitselemente auf das unmittelbar umgebende Strömungsfeld anzeigt. Für den Fall $z_R \neq k_S$ weicht die Integrationskonstante von dem Wert $C_1 = 8,48$ ab.

Die Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung nach dem Verfahren von *Clouser (1956)* beruht ausschließlich auf einer vertikalen Verschiebung des Bezugsniveaus (*Abb. 4.8*), verbunden mit einer Modifikation der Wandschubspannung die den integralen Ansatz (s. *Formel 2.32*) und den lokalen Ansatz (s. *Formel 2.33*) für den Anstieg des Geschwindigkeitsprofils in Übereinstimmung bringt (s. *Tab. 4.3* Punkt d und u^*). Der vertikale Versatz d kann dabei größer als die absolute Rauheitshöhe k werden (s.

Abb. 4.9). Aufgrund dieser ungenügenden Problembeschreibung orientieren sich die Verfahren nach *Bezzola (2002)* und *Koll (2002)* an einer Lage des vertikalen Versatzes d zwischen Unter- und Oberkante der Rauheitselemente

Das Verfahren nach *Bezzola (2002)* arbeitet mit einer freien Variation der Höhenlage des Bezugsniveaus (mit der Einschränkung von physikalischer Plausibilität) bis die beste Anpassung an gemessene Geschwindigkeitsverteilungen erreicht ist. Der Geschwindigkeitsgradient wird für die *von Karman* Konstante $\kappa = 0,40$, die Integrationskonstante $C_1 = 8,48$ und den integralen Ansatz für die lokale Wandschubspannung über eine Dämpfungsfunktion c_R in Abhängigkeit der relativen Überdeckung und dem Rauheitsparameter z_R als Maß für die Mächtigkeit der Rauheitsschicht approximiert.

Das Verfahren nach *Koll (2002)* definiert die Lage des Bezugsniveaus in der Höhe, in der die Mischungsweglänge des logarithmischen Bereichs gleich NULL ist. Bei Verwendung des integralen Ansatzes für die lokale Wandschubspannung muss der Geschwindigkeitsgradient über die Anpassung der *von Karman* Konstante abgebildet werden. Der Rauheitsparameter z_R ergibt sich aus dem Optimum des Regressionskoeffizienten für die Verteilung im logarithmischen Bereich. Diese Modifikation macht eine Korrektur der Integrationskonstante C_1 erforderlich.

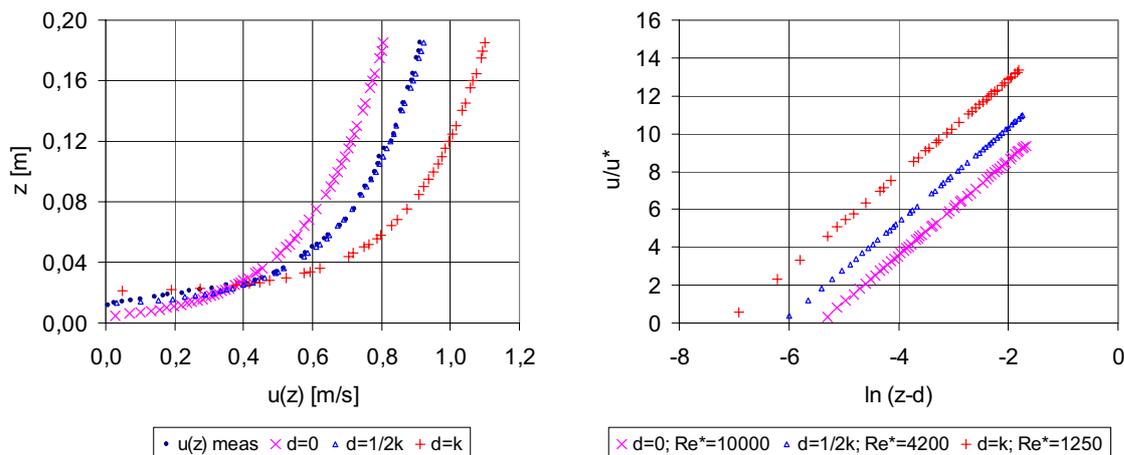


Abb. 4.8: Vertikaler Versatz d und resultierende Problemklassifizierung der Methode nach *Clouser (1956)*, gemessene Daten aus *Koll (2002)*

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführte Reanalyse der Daten aus *Koll (2002)* mit dem Methoden nach *Tab. 4.3* ergibt für die Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen am Beispiel der Rauheit RI als natürliches Sohlmaterial die nach *Tab. 4.4* angegebenen charakteristischen Werte. Zur Definition des vertikalen Ursprungs für die Methode nach *Schlichting (1936)* wurde der in *Koll (2002)* angegebenen Wert der mittleren Sohlhöhe bei eingeschmolzener Rauheit z_{bm} verwendet. Auf die Beeinflussung der vertikalen Geschwindigkeitsprofile durch nach unten gerichtete Sekundärströmungen wird in *Bezzola (2002)* hingewiesen. Grund dafür sind die großen Verhältnisse von Fließtiefe zu -breite mit einem Wertebereich von $0,33 < h/b < 0,83$ (s. *Tab. 4.1*). Die Verschiebung des Maximalwertes der Geschwindigkeit u in Richtung Rinnensohle verursacht dadurch einen größeren Geschwindigkeitsgradienten, der sich nach *Tab. 4.4* in größeren Werten für die Schubspannungsgeschwindigkeit u^* bei Ableitung aus dem Differentialquotient nach *Formel 2.33* im Vergleich zum integralen Ansatz nach *Formel 2.32* zeigt.

Tab. 4.4: Charakteristische Kennwerte der Methoden nach **Tab. 4.3** am Beispiel der Rauheit RI mit $h_m/k = 4,9$ bis $12,0$ (Messwerte aus *Koll 2002*)

	<i>Schlichting (1936)</i>	<i>Clauser (1956)</i>	<i>Bezzola (2002)</i>	<i>Koll (2002)</i>
d [m]	$d = z_{bm} = 0,012$	$d = 0,011 \dots 0,022$	$d = 0,016$	$d = 0,003 \dots 0,010$
u* [m/s]	0,082 ... 0,095	0,051 ... 0,084	0,052 ... 0,083	0,055 ... 0,085
κ [-]	0,40	0,40	0,40	0,22 ... 0,35
k_S [m]	0,059 ... 0,145	0,023 ... 0,066	$z_R = 0,016 \dots 0,060$	$z_R = 0,027 \dots 0,028$
h/k_S [-]	0,75 ... 4,26	3,82 ... 9,08	$h/z_R = 4,19 \dots 10,59$	$h/z_R = 4,04 \dots 8,97$
k_S/k [-]	2,95 ... 7,26	1,15 ... 3,29	$z_R/k = 0,80 \dots 3,00$	$z_R/k = 1,35 \dots 1,40$
c_R [-]			0,83 ... 1,00	
C₁ [-]	8,48	8,48	8,48	4,69 ... 5,73

Trotz der unterschiedlichen Modellvorstellungen mit den jeweiligen charakteristischen Werten ist die Approximation der in *Koll (2002)* gemessenen vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen weitgehend fehlerfrei (s. *Abb. 4.9*). Im Gegensatz zu den technischen Rauheiten der Versuche aus *Schlichting (1936)* in einem geschlossenen Rechteckkanal besitzt die relative Rauheit k_S/k , bis auf das Verfahren nach *Koll (2002)*, eine Abhängigkeit von der relativen Überdeckung h/k . Bei den Verfahren nach *Schlichting (1936)* und *Clauser (1956)* können die maximalen Werte der relativen Rauheit k_S/k bei minimaler relativer Überdeckung h/k mit dem zunehmenden Einfluss der Rauheitsstruktur erklärt werden. Das Verfahren nach *Bezzola (2002)* weist mit zunehmender relativer Überdeckung h/k eine zunehmende relative Rauheit z_R/k und damit einen zunehmenden Einfluss der Rauheitsstruktur aus. Zur Approximation der Geschwindigkeitsprofile muss dieser Einfluss durch den abnehmenden Dämpfungsparameter c_R unterdrückt werden (s. *Kap. 4.2.2 Geschwindigkeitsgradient*). Die Unabhängigkeit der Rauheitswirkung beziehungsweise relativen Rauheit k_S/k von der relativen Überdeckung h/k bei dem Verfahren nach *Koll (2002)* ist physikalisch nicht plausibel erklärbar. Mit zunehmender Auflast des strömenden Wasserkörpers bei zunehmender relativer Überdeckung h/k erhöht sich die Druckbelastung auf die Rauheitsstruktur. Dadurch ist die vertikale Ausdehnung der Rauheitsschicht beziehungsweise die turbulenzinduzierte Ablösung an den Rauheitselementen in der vertikalen Richtung unterdrückt. Mit abnehmender relativer Überdeckung h/k und dadurch abnehmender Auflast des strömenden Wasserkörpers erhöht sich dann die Ausdehnung der Rauheitsschicht in vertikaler Richtung.

4.2.2 Geschwindigkeitsgradient

Grundsätzlich kann die Approximation des Geschwindigkeitsgradienten durch die Variation der Schubspannungsgeschwindigkeit (Wandschubspannung) und/oder durch die Variation der *von Karman* Konstanten κ erfolgen. Aus dem *Prandtl/Karman*'schen Geschwindigkeitsverlustgesetz folgt lediglich das Verhältnis von beiden Größen (s. *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften*).

$$\frac{u^*}{\kappa} = z \cdot \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right) \quad (4.6)$$

In neueren Untersuchungen zum Erosionsverhalten in Rohrleitungen wurde durch den Einsatz von Strukturelementen ein verstärkter Austrag von Sedimenten beobachtet (*Labahn 2007* mündliche Mitteilung). Dies ist physikalisch nur durch eine höhere Wandschubspannung erklärbar, die aus einer verstärkten Scherung des Wasserkörpers in vertikaler Richtung aufgrund der Strukturelemente bei annähernd gleichen Randbedingungen im Vergleich zum Fall ohne Strukturelemente resultiert. Eine erhöhte kräftemäßige Beanspruchung durch eine geringere *von Karman* Konstante beziehungsweise geringere Mischungsweglänge für den Fall mit Strukturelementen kann jedoch physikalisch nicht sinnvoll erklärt werden.

Die Approximation der Geschwindigkeitsprofile aus der Anpassung des Ursprungs kann wie schon erwähnt zu einer hydraulisch falschen Klassifizierung des Strömungsproblems unter dem Gesichtspunkt der Rauheit führen (Methode nach *Clauser 1956*).

Bei nicht mehr eindeutiger Höhenlage der Rauheitsunterkante bei mehrlagigen Rauheiten und einem Bezug zum Rinnenboden werden die sohnahen Geschwindigkeiten innerhalb der Rauheitsschicht nach der Methode von *Schlichting (1936)* überschätzt (s. *Abb. 4.9*). Grundsätzlich ist aber die Qualität der Approximation oberhalb der Rauheitselemente ab $z = 0,02\text{m}$ gleichwertig den in *Tab. 4.3* angeführten weiteren Modellvorstellungen. Der Geschwindigkeitsgradient beziehungsweise die Wandschubspannung wurde dafür mit *Formel 2.33* (s. *Tab. 4.3*) abgeschätzt.

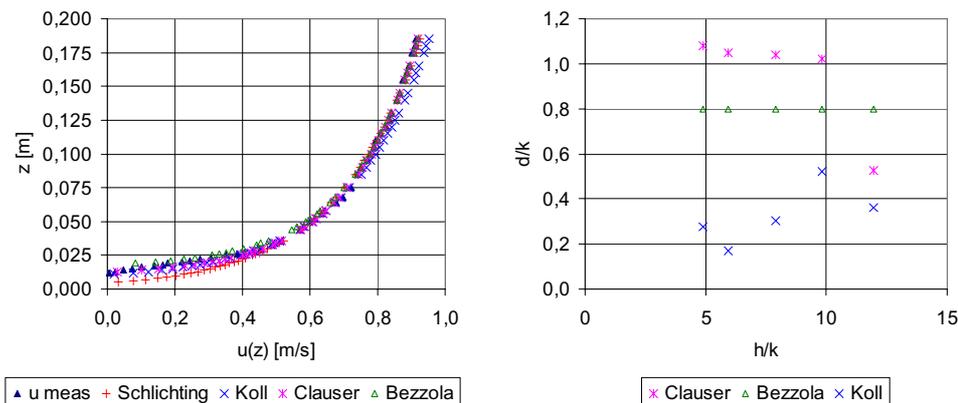


Abb. 4.9: Approximation gemessener Profile (Daten aus *Koll 2002*) und Lage des Ursprungs mit den Methoden nach *Tab. 4.3*

Die Modellvorstellung von *Bezzola (2002)* beruht auf dem Ansatz einer Reduktion der Sohlbeanspruchung in Abhängigkeit der relativen Überdeckungen durch eine Dämpfungsfunktion c_R . Die Dämpfungsfunktion beschreibt dabei das Verhältnis der turbulenten Schubspannung zur Wandschubspannung aus der integralen Formulierung nach *Tab. 4.3* unter der Annahme, dass der Geschwindigkeitsgradient der turbulenten Strömung über hydraulisch rauher Sohle durch die turbulente Schwankungsbewegung bestimmt ist. Durch Einführung der frei wählbaren Größe z_R als Maß für die Mächtigkeit der Rauheitsschicht in Anlehnung an das äquivalente Sandrauheitsmaß k_S kann prinzipiell aufgrund der einstellbaren relativen Überdeckung h/z_R jeder beliebige Gradient approximiert werden. Für große relative Überdeckungen geht der Ansatz durch $c_R = 1$ in die Formulierung von *Nikuradse (1933)* über.

Die Modellvorstellung von *Koll (2002)* basiert auf den Annahmen der Gültigkeit des integralen Ansatzes für die Wandschubspannung nach *Tab. 4.3* und daher muss zur Approximation des Geschwindigkeitsgradi-

enten eine variable von Karman Konstante vorausgesetzt werden. Der Ansatz des Rauheitsparameters z_R als Grenze zwischen logarithmischer Schicht und Rauheitsschicht erfordert die Korrektur der Integrationskonstante.

4.2.3 Lage auf der Geschwindigkeitsachse

Die Lage des Profils auf der Geschwindigkeitsachse wird durch die Summe aus äquivalentem Sandrauheitsmaß k_S und der Integrationskonstante $C_1 = 8,48$ bestimmt. Erfolgt die Betrachtung eines anderen Rauheitsparameters z_R ist die Angabe der resultierenden Integrationskonstante erforderlich.

4.3 Natürlich raue Randbedingungen und geringe relative Überdeckung

Im Fall heterogen und homogen natürlich rauer Randbedingungen bei geringen relativen Überdeckungen weisen die Oberflächeneigenschaften starke Fluktuationen bezüglich der lokalen Höhenlagen auf. Eine zeitlich und räumlich gemittelte Betrachtungsweise führt bei Einführung einer einheitlichen Bezugsebene zu starken Fehlinterpretationen. In *Abb. 4.10* ist diese Situation am Beispiel eines Längsschnittes mit Wasserspiegellage und tiefengemittelten lokalen Fließgeschwindigkeiten der reanalysierten Daten aus *Kanzow (2004)* dargestellt.

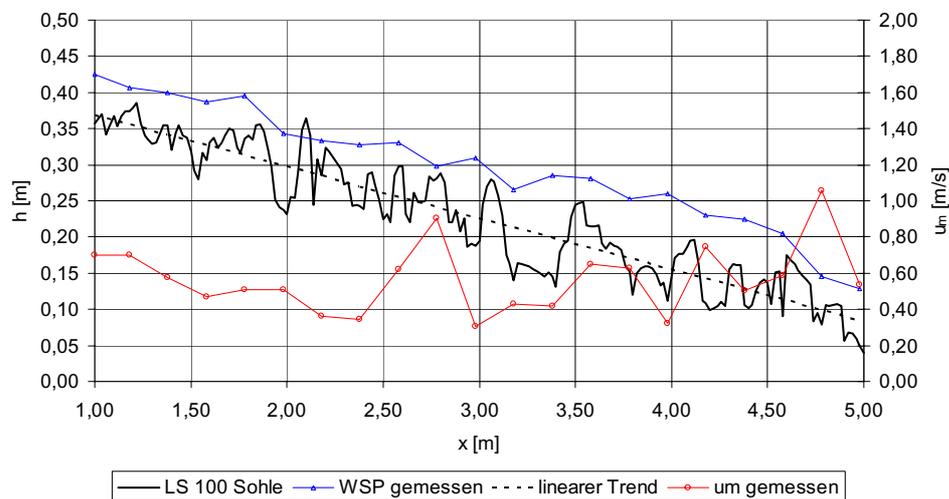


Abb. 4.10: Längsschnitt für eine heterogene Sohlstruktur mit Strömungsgrößen am Beispiel von Daten aus *Kanzow (2004)*

Die einheitliche Bezugsebene wurde hier durch einen linearen Trend für die Sohlstruktur festgelegt. Dies entspricht näherungsweise der in *Schlichting (1936)* definierten eingeschmolzenen Rauheit. Für diesen Fall bewegen sich die lokalen Abweichungen der Höhenpunkte zu dieser Bezugsebene im Bereich bis zu einer halben Fließtiefe und mehr (x -Stationen 2,00; 3,50). Weiterhin ist die Definition eines konstanten Rauheitsparameters in Form der Abmessung für die Rauheitsschicht z_R mit starken Unsicherheiten behaftet, da dieser Wert unter Betrachtung der einheitlichen Bezugsebene variiert.

Der Ansatz der Arbeit von *Kanzow (2004)* bestand trotz geringer relativer Überdeckungen bei natürlich rauen Randbedingungen in der Beschreibung der Strömungscharakteristiken nach dem Konzept des zeitlichen und räumlichen Mittels analog der Herangehensweise nach *Kap. 4.2 Natürlich raue Randbedingungen und große relative Überdeckung*. Für verschiedene Sohlkonfigurationen bezüglich Gefälle, Rauheitsmaterial und Strukturierung wurden bei unterschiedlichen Abflüssen die Wasserspiegellagen und vertikalen Geschwindigkeitsprofile auf einem engen horizontalen Raster gemessen. Andere Arbeiten zu dieser Problematik (*Aberle 2000, Weichert 2006*) zeichnen sich durch ein analoges Vorgehen aus. Hier kam jedoch zur Geschwindigkeitsmessung die Salzverdünnungsmethode zum Einsatz, wodurch keine weiteren Aussagen zu den vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen möglich sind und die Überprüfung der Wandschubspannung mittels unabhängigem Verfahren unmöglich wird.

Zur Abschätzung der mittleren Werte für Fließwiderstand und Geschwindigkeit wurde von *Kanzow (2004)* auf integraler Ebene (im gesamten Modellgebiet) eine logarithmische Beziehung mit den Parametern $d_C = d_{84}$, $\kappa = 0,40$ und $C' = 3,50$

$$\frac{\bar{u}_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{h}{d_C}\right) + C' = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{h}{d_{84}}\right) + 3,5 \quad (4.7)$$

abgeleitet. Da sich bei homogen natürlich rauen Randbedingungen und großer relativer Überdeckung die Rauheits- und Oberflächeneigenschaften in Längs- und Querrichtung nur geringfügig ändern, sind im Sinne des zeitlichen und räumlichen Mittels die Strömungscharakteristiken bei lokaler Betrachtung an Querschnitten beziehungsweise einzelnen Punkten nur relativ geringen Störungen unterworfen. Im Fall von geringen relativen Überdeckungen bei natürlich rauen Randbedingungen zeichnen sich die Eigenschaften der Rauheit jedoch durch stärkere Änderungen aus, was sich demzufolge in den Strömungscharakteristiken widerspiegeln muss. Daher soll im Rahmen der Reanalyse die lokale Anwendbarkeit integraler Formulierungen am Beispiel der Daten aus *Kanzow (2004)* geprüft werden.

Das Konzept des zeitlichen und räumlichen Mittels wird dazu in einem ersten Ansatz auf das zeitliche Mittel reduziert und die Strömungscharakteristiken sind damit eine Funktion der lokal existierenden Größen bezüglich Wandschubspannung und Rauheitsmaß. Das vertikale Bezugssystem ist dann durch die lokal gegebenen Höhen exakt definiert und unter Annahme der Gültigkeit des universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes mit $\kappa = 0,40$ und $C' = 5,98$ können lokal für jeden Messpunkt die erforderlichen Größen u^* und k_S ermittelt werden.

$$\frac{\bar{u}_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{h}{k_S}\right) + C' = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{h}{k_S}\right) + 5,98 \quad (4.8)$$

Dabei wird die Schubspannungsgeschwindigkeit u^* aus dem Gradienten der lokal gemessenen vertikalen Geschwindigkeitsprofile bestimmt. Der lokale Wert k_S ist dann ein Maß für die Oberflächenreibung durch die Rauheitsanteile kleiner Elemente, den Formwiderstand der großen Elemente aus der Oberflächenstruktur und deren Anordnung bezüglich Dichte und relativer Lage in der Umgebung des betrachteten Punktes.

In *Abb. 4.11* sind am Beispiel eines Längsschnittes die tiefengemittelten Geschwindigkeiten unter integralem Ansatz (u_m Fkt. (h/d_C) nach *Formel 4.7*) und lokalem Ansatz (u_m Fkt. $(u^*;h/k_S)$ nach *Formel 4.8*) im Vergleich mit den Messwerten von *Kanzow (2004)* dargestellt.

Die Approximation unter dem lokalen Ansatz in Abhängigkeit von u^* und h/k_S ist bis auf stellenweise geringe Abweichungen sehr gut. Existierende Abweichungen werden weiter unten bei Betrachtung der vertikalen Geschwindigkeitsprofile diskutiert.

Der integrale Ansatz in Abhängigkeit von h/d_C führt lokal zu einer starken Fehlinterpretation der Strömungscharakteristiken. Grund dafür ist die fehlerbehaftete lokale Scherung des Geschwindigkeitsfeldes, wenn die Ableitung der Schubspannungsgeschwindigkeit aufgrund der Annahmen im *Kap. 2.3 Strömungseigenschaften* erfolgt. Durch den Ansatz eines konstanten Rauheitsparameters kann der lokale Widerstandseffekt nur näherungsweise approximiert werden und gleichzeitig verursacht eine starke Ungleichförmigkeit der Strömung bei dem jeweils betrachteten Abfluss ein konträres Bild der prognostizierten und gemessenen Fließgeschwindigkeiten.

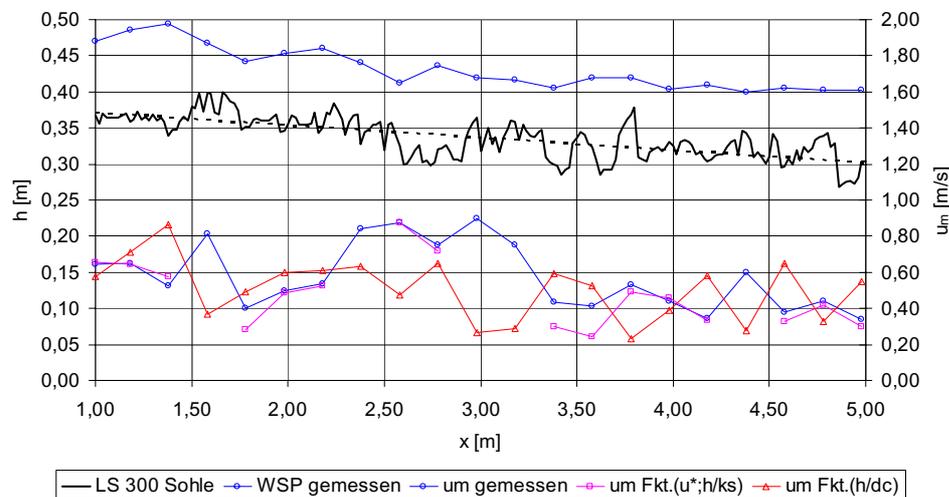


Abb. 4.11: tiefengemittelte Geschwindigkeiten als Funktion integraler (h/d_C) und lokaler (u^* ; h/k_S) Ansätze

Die fehlerhafte lokale Interpretation der tiefengemittelten Fließgeschwindigkeiten aufgrund des integralen Ansatzes wird bei Betrachtung der vertikalen Geschwindigkeitsprofile deutlich. Durch Differenzierung der in *Kanzow (2004)* abgeleiteten Beziehung in z -Richtung folgt für die vertikale Geschwindigkeitsverteilung:

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{d_C}\right) + C' = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{z}{d_{84}}\right) + 6 \quad (4.9)$$

Für die im Rahmen der Reanalyse angewandte Beziehung gilt das universelle logarithmische Geschwindigkeitsverteilungsgesetz.

$$\frac{\bar{u}(z)}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_S}\right) + C_1 = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{z}{k_S}\right) + 8,48 \quad (4.10)$$

In *Abb. 4.12* sind am Beispiel des in der *Abb. 4.11* dargestellten Längsschnittes an vier ausgewählten Punkten die gemessenen und die anhand beider Ansätze approximierten vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen angegeben. Der Titel der Grafiken bezeichnet dabei die jeweilige Position in Längsrichtung nach *Abb.*

4.12. Die Verwendung des lokalen Ansatz nach dem Verfahren *Schlichting (1936)* in Abhängigkeit von u^* und z/k_S liefert eine sehr gute Abbildungsgenauigkeit, was aus der direkten Ableitung der Parameter aus den lokalen Geschwindigkeitsprofilen folgt. Der integrale Ansatz zeichnet sich lokal durch eine mehr oder weniger fehlerhafte Lage des Profils auf der Geschwindigkeitsachse und durch einen fehlerhaften Gradienten aus.

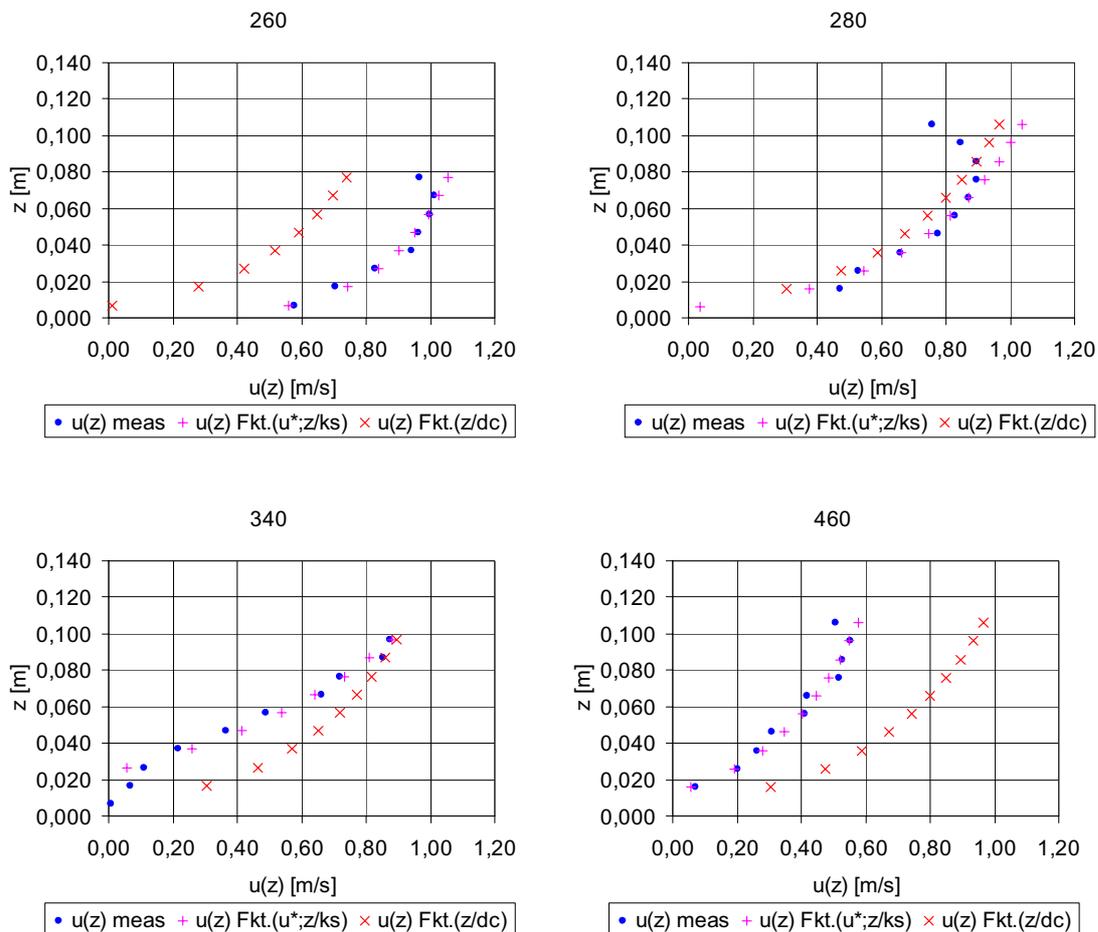


Abb. 4.12: vertikale Geschwindigkeitsprofile als Funktion integraler und lokaler Ansätze an ausgewählten Positionen des Längsschnittes in *Abb. 4.11*

Die anhand der *Abb. 4.11* angesprochenen Abweichungen der tiefengemittelten Geschwindigkeiten für den lokalen Ansatz resultieren aus lokal deformierten Geschwindigkeitsprofilen. Befindet sich ein Messpunkt direkt im Nachlauf einer exponierten Struktur genügen die im sohnahen Bereich gemessenen Geschwindigkeiten nicht mehr einer logarithmischen Verteilung (Profil 340 ab $z < 0,04\text{m}$). Zur exakten Ableitung des Gradienten können daher nur die Messwerte des eindeutig logarithmisch verteilten Bereichs herangezogen werden. Aus diesem Grund ergibt sich für das theoretische Nullniveau z_0 und damit für das Sandrauheitsmaß k_S ein entsprechend hoher Wert, der bei Höhenlagen unterhalb von z_0 dann falsche negative Geschwindigkeiten liefert. Ein exakter Vergleich der gemessenen und gerechneten Werte ausschließlich für den Höhenbereich der logarithmischen Schicht ergibt nahezu identische Werte, da der Approximationsgrad R^2 gleich 0,99 ist. Ein weiterer in *Abb. 4.11* nicht sofort ersichtlicher Fall ergibt sich bei starker Deformation der Wasserspiegeloberfläche (Profil 280). Hier ist die Gültigkeit des logarithmischen Ansatzes bis zu einer Höhenlage von 0,080m gegeben, da ab diesem Punkt der zusätzliche Widerstand aus dieser

Deformation wirksam wird. Auch hier liefert die Ableitung für den eindeutig logarithmischen Bereich dann falsche Geschwindigkeiten nahe der Wasserspiegeloberfläche. Im vorliegenden Fall kompensieren sich diese jedoch mit den sohnahen Beträgen, für die keine Messwerte vorliegen. Für die in *Abb. 4.11* nicht angegebenen Geschwindigkeiten der lokalen Approximation konnten aufgrund der lokalen Strömungsverhältnisse keine plausiblen Parameter ermittelt werden. Grund dafür ist der zunehmende Einfluss der Trägheitskraft bei Froudezahlen ab 0,80 wodurch keine eindeutige, aber eine sehr geringe Steigung des vertikalen Geschwindigkeitsprofils entsteht. Die Folge sind betragsmäßig geringe Schubspannungsgeschwindigkeiten und äquivalente Rauheitsparameter, die einen hydraulisch glatten Fall charakterisieren.

Die Verwendung des integralen Ansatzes in Abhängigkeit von h/d_C führt bei konstanten Parametern für d_C und C_1 zu einer fehlerbehafteten Lage der Profile auf der Geschwindigkeitsachse, wenn der lokal betrachtete Punkt stark von den räumlich gemittelten Bedingungen abweicht. Gleiches gilt bei integraler Abschätzung des Geschwindigkeitsgradienten.

4.4 Zusammenfassung

Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung bestätigt die Eignung des universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes für homogen und heterogen natürlich raue Randbedingungen bei großen und geringen relativen Überdeckungen.

Die für homogen natürlich raue Randbedingungen und große relative Überdeckungen vorgestellten Methoden (s. *Tab. 4.3*) befassen sich mit der Frage des Ursprungs für das vertikale Geschwindigkeitsprofil und der Definition eines konstanten Rauheitsmaßes bei zeitlich und räumlich gemittelter Betrachtungsweise für das integrale Strömungsfeld und der dabei zugrunde liegenden individuellen Sohlstruktur. Gleichzeitig existieren unterschiedliche Vorstellungen zur Approximation des Geschwindigkeitsgradienten. Für alle nach *Tab. 4.3* angegebenen Methoden konnte die Eignung für die Beschreibung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung nachgewiesen werden. Unter der Voraussetzung der physikalischen Plausibilität erfolgte die Überleitung zu natürlich rauen Randbedingungen bei geringen relativen Überdeckungen, für die eine räumlich gemittelte Betrachtung des Strömungsfeldes in Abhängigkeit einer räumlich gemittelten Sohlstruktur bei gleichzeitigem Ansatz eines konstanten Rauheitsparameters mit starken Unsicherheiten behaftet ist.

Voraussetzung zur Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen bei geringen relativen Überdeckungen ist die lokale Bestimmung der Werte für die Schubspannungsgeschwindigkeit u^* und das äquivalente Sandrauheitsmaß k_S aus gemessenen Geschwindigkeitsprofilen. Gleichzeitig wurde am Beispiel der Daten aus *Kanzow (2004)* gezeigt, dass lokal starke Ungleichförmigkeiten, Wasserspiegeldeformationen und auch Strömungszustände nahe dem schießenden Abfluss zu einer ungenügenden Approximation des vertikalen Geschwindigkeitsprofils führen können. Diese Eigenschaften resultieren im Besonderen in der Umgebung exponierter Rauheitselemente. Gleichzeitig ist der theoretische Nullpunkt des vertikalen Geschwindigkeitsprofils z_0 und damit der resultierende Wert der äquivalenten Sandrauheit k_S abhängig von der jeweiligen Position der betrachteten Punkte zu diesen exponierten Rauheitselementen. Dieser lokal starke Einfluss der Sohlstruktur auf die Parameter u^* und k_S zur Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen lassen Widerstandsbeziehungen in Abhängigkeit eines konstanten Rauheitsparameters als fraglich erscheinen und betont die Notwendigkeit von zusätzlichen Informationen über die individuelle Sohlstruktur.

5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes

5.1 Einführung

Wie im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* dargestellt, müssen zur Lösung der Gleichungen für den Strömungswiderstand grundlegende Vereinfachungen und Annahmen getroffen werden. Während im Fall der turbulenten Rohrströmung und der ebenen Kanalströmung die Abhängigkeiten weitestgehend geklärt sind, lassen die Ausführungen im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* hinsichtlich der Einflussgrößen unter den hier betrachteten Randbedingungen die Schwierigkeiten bei der Quantifizierung der komplexen Zusammenhänge erkennen.

Daher besitzen für diesen Fall viele Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes einen signifikanten empirischen Charakter. Sie wurden aus Felddaten sowie Untersuchungen an künstlichen Rinnen im Labor abgeleitet. Die Vorgehensweise bestand vielfach in der Anpassung von Beziehungen auf der Grundlage gemessener Daten verschiedener Gewässerabschnitte, wodurch die maßgebenden Einflussgrößen für verschiedene Randbedingungen in einer mittellnden Betrachtungsweise zusammengefasst sind. Das Verständnis für die einzelnen Zusammenhänge wird dadurch maßgeblich erschwert.

Die Bestimmung des Strömungswiderstandes führt dabei auf die Abschätzung der querschnittsgemittelten Fließgeschwindigkeit in Abhängigkeit von den im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* skizzierten Eigenschaften bezüglich des Gewässerabschnittes, der Rauheit und Strömungscharakteristiken, welche den Energieverlust hervorrufen. Die Formulierung dieser Abhängigkeit kann durch den aus der turbulenten Rohrströmung bekannten *Darcy-Weisbach* Ansatz

$$u_m = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \cdot \sqrt{g \cdot R \cdot I_E} \quad (5.1)$$

den *Chezy* Ansatz

$$u_m = C \cdot \sqrt{R \cdot I_E} \quad (5.2)$$

und den *Gauckler-Manning-Strickler* Ansatz

$$u_m = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I_E^{\frac{1}{2}} = k_{St} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot I_E^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

R hydraulischer Radius

I_E Energieliniengefälle (näherungsweise auch Wasserspiegelgefälle oder mittleres Sohlgefälle)

g Erdbeschleunigung

λ, C, n, k_{St} Widerstandsbeiwerte

erfolgen. Die Widerstandsbeiwerte n und k_{St} in *Formel 5.3* sind dabei dimensionsbehaftet. Die Beziehung zwischen k_{St} und einem charakteristischen Korndurchmesser wird von *Strickler (1923)* mit

$$k_{St} = \frac{21}{d_{50}^{\frac{1}{6}}} \quad (5.4)$$

und von *Nikuradse (1933)* mit

$$k_{St} = \frac{26}{d_{90}^{\frac{1}{6}}} \quad (5.5)$$

angegeben. Die Kombination beider Ansätze liefert

$$k_{St} = 3,6 \cdot d_{50} \quad (5.6)$$

Die *Formel 5.1*, *Formel 5.2* und *Formel 5.3* stehen unter der Annahme von $u^* = \sqrt{g \cdot R \cdot I_E}$ in der Beziehung

$$\frac{u_m}{u^*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{C}{g^{\frac{1}{2}}} = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{g^{\frac{1}{2}} \cdot n} \quad (5.7)$$

und die Schwierigkeiten der Anwendung liegen in der Bestimmung der Widerstandsbeiwerte begründet.

5.2 Dimensionsanalytische Betrachtung

Gemäß *Yalin (1971)* ist der stationär-ungleichförmige Abfluss in nicht prismatischen Gerinnen mit spezifizierten Geometrie- und Rauheitseigenschaften ohne Materialtransport bei freiem Wasserspiegel durch folgende charakteristische Größen bestimmt:

- η dynamische Viskosität des Fluids in [kg/(s·m)]
- ρ Fluideichte in [kg/m³]
- R hydraulischer Radius in [m]
- k_S äquivalente Sandrauheit beziehungsweise hydraulisches Rauheitsmaß in [m]
- u_m mittlere Fließgeschwindigkeit in [m/s]
- I_E Energieliniengefälle in [m/m]
- g Erdbeschleunigung in [m/s²]

Diese Größen beziehen sich auf Eigenschaften einer Scherströmung beziehungsweise ebenen Kanalströmung unter den im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* angegebenen Randbedingungen und führen auf folgende dimensionslose Variablen:

- $Re = \frac{\rho \cdot 4 \cdot u_m \cdot R}{\eta} = \frac{4 \cdot u_m \cdot R}{\nu}$
- $\frac{R}{k_S}$
- I_E
- $Fr = \frac{u_m}{\sqrt{g \cdot R}}$

Nach *Yalin (1971)* ist der Widerstandsbeiwert für den Fall der ebenen turbulenten Kanalströmung und bei Reynoldszahlen gegen ∞ in Analogie zum Widerstandsgesetz nach *Colebrook-White* für kreisförmige Querschnitte unabhängig von der Reynoldszahl.

Im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* wurden die Schwierigkeiten bei der Bestimmung der äquivalenten Sandrauheit beziehungsweise des hydraulischen Rauheitsmaßes k_S für die hier betrachteten homogenen und heterogenen natürlich rauen Randbedingungen bei gleichzeitig geringen relativen Überdeckungen h/d_C besprochen. Diese äußern sich in der Definition für die Lage des Ursprungs des vertikalen Geschwindigkeitsprofils und damit für die Lage des theoretischen Geschwindigkeitsnullpunktes. Bei Betrachtung der im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* angesprochenen Eigenschaften bezüglich Flächen- und Formrauheit ist das hydraulische Rauheitsmaß k_S dann eine Funktion der Sohlstruktur S , die charakterisiert wird durch

- die Korngrößenverteilung
- die Ausrichtung und Form der Elemente
- die Rauheitsdichte beziehungsweise den Verbauungsgrad und
- die Anordnung im Elementkollektiv.

Der geometrisch messbare Rauheitsparameter d_C ergibt dann in Verbindung mit diesen Eigenschaften das hydraulische Rauheitsmaß k_S . Gleichzeitig kann aufgrund der Aspekte bezüglich der Formrauheit nach *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* ein Einfluss der Reynoldszahl nicht ausgeschlossen werden.

- $\frac{R}{k_S} = \text{Fkt.}\left(\frac{R}{d_C}; S; Re\right)$
- $S = \text{Fkt.}(\sigma; c_K; \text{Ausrichtung}; \text{Form}; \text{Verbauungsgrad})$

Diese Einflüsse leisten in Abhängigkeit der betrachteten Rauheitsskala h/d_C einen unterschiedlichen Beitrag zu Strömungswiderstand und resultierender Fließgeschwindigkeit.

Nach *Aberle (2000)* ergeben sich durch Einbeziehung des spezifischen Abflusses

- q spezifischer Abfluss in $[m^3/(s \cdot m)]$

für eine eindimensionale Betrachtungsweise und unter Ansatz von $R = h$ Ansätze, die auf einer Abhängigkeit von der Fließtiefe basieren (logarithmische Ansätze)

$$0 = \text{Fkt.} \left(\frac{u_m}{\sqrt{g \cdot h}}; \frac{h}{d_C}; I_E; S \right) \quad (5.8)$$

und Ansätze, die auf einer Geschwindigkeits-Abfluss-Beziehung basieren (Potenzansätze)

$$0 = \text{Fkt.} \left(\frac{u_m}{\sqrt{g \cdot d_C}}; \frac{q}{\sqrt{g \cdot d_C}^3}; I_E; S \right) \quad (5.9)$$

Nach den vorherigen Ausführungen sind die *Formel 5.8* und *Formel 5.9* noch um die Reynoldszahl zu ergänzen.

5.3 Datenauswahl und Ableitungsmethoden

Die Prüfung der jeweiligen Ansätze zur Bestimmung des Fließwiderstandes erfolgt anhand der in *Tab. 5.1* angegebenen Daten einzelner Autoren. Die Datensätze werden durch den Wertebereich der für den Fließwiderstand maßgeblichen Parameter charakterisiert. Ausgewählt wurden nur Fälle ohne Materialtransport um den Einfluss des dabei veränderten Widerstandsverhaltens auszuschließen. Ausgeschlossen sind ebenso Fälle von pool-Strukturen (*Hey 1979*), überströmten Vorländern (*Bathurst 1985*) und Fälle unter dem Einfluss von Bauwerken (*Jarrett 1985*). Weiterhin ist ersichtlich, dass die in *Tab. 5.1* angegebenen Daten den im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* definierten Bereich der hier betrachteten Gewässer hinsichtlich Gefälle und den Skalen der relativen Überdeckung abdecken.

Der größte Teil der Messwerte wurde an natürlichen Fließgewässern ohne ausgeprägte Sohlstrukturen (NFG o. Str.) gewonnen (*Griffiths 1981, Bray 1979, Hey 1979, Jarrett 1985, Colosimo 1988, Bathurst 1978, Bathurst 1985*). Der mittlere Wert für das Verhältnis von Fließtiefe zu -breite h/b ist für diese Daten generell kleiner als 0,05, so dass ein Einfluss der Querschnittsform weitgehend ausgeschlossen werden kann.

Der kleinere Teil der Daten (*Aberle 2000, Kanzow 2004, Rice et al. 1998*) stammt aus Versuchen in Laborrinnen mit unterschiedlichen Verhältnissen von Fließtiefe zu -breite h/b , großen Gefällen und unter dem Einfluss ausgeprägter Sohlstrukturen (LR m. Str.), sowie ohne Sohlstrukturen (LR o. Str.).

Als charakteristische Größe zur Beschreibung des Sohlmaterials wurde einheitlich der Korndurchmesser d_{84} gewählt und bei abweichenden Bezugsgrößen einzelner Datensätze ist die Empfehlung von *Bray (1987)* zur Transformation genutzt worden (s. *Kap. 3.2.1 Rauheitsparameter*).

Tab. 5.1: Übersicht der ausgewählten Messdaten natürlicher Fließgewässer und von Modellversuchen mit charakteristischen Kennwerten

Autor	Bem.	n/N	h/d_{84}	h/b	I	Fr	$Re^* 10^4$	$Re 10^5$
Griffiths (1981)	NFG o. Str.	84 / 59	0,89 – 90,7	0,005 – 0,114	0,006 – 1,10	0,08 – 0,75	0,036 – 5,83	0,39 – 408
Bray (1979)	NFG o. Str.	67 / 67	2,51 – 83,3	0,010 – 0,070	0,022 – 1,50	0,17 – 0,75	0,236 – 7,25	11,8 – 532
Hey (1979)	NFG o. Str. Riffle	17 / 12	0,71 – 17,2	0,005 – 0,071	0,090 – 3,10	0,18 – 0,73	0,231 – 3,16	2,05 – 151
Jarrett (1985)	NFG o. Str.	29 / 8	0,50 – 7,96	0,008 – 0,050	0,200 – 2,60	0,22 – 0,66	1,12 – 16,10	1,75 – 80,60
Colosimo (1988)	NFG o. Str.	43 / 43	2,25 – 12,0	0,019 – 0,098	0,260 – 1,90	0,27 – 1,26	0,389 – 2,78	3,41 – 43,9
Bathurst (1978)	NFG o. Str.	9 / 3	0,36 – 1,31	0,008 – 0,020	0,800 – 1,74	0,17 – 0,45	2,93 – 8,85	1,57 – 11,0
Bathurst (1985)	NFG o. Str.	44 / 16	0,43 – 11,43	0,007 – 0,063	0,398 – 3,73	0,15 – 1,17	0,94 – 20,80	0,74 – 149
Aberle (2000)	LR m. Str.	327 / 58	0,28 – 3,00	0,070 – 0,425	1,40 – 8,90	0,20 – 1,34	0,11 – 0,74	0,067 – 2,67
Kanzow (2004)	LR m. Str.	24 / 6	0,31 – 1,33	0,019 – 0,061	2,04 – 7,09	0,32 – 0,85	0,37 – 1,55	0,20 – 1,22
Rice et al. (1998)	LR o. Str.	15 / 4	0,27 – 1,93	0,029 – 0,164	2,50 – 33,30	1,09 – 2,47	0,97 – 21,0	0,80 – 17,3

Die Ableitung der im Weiteren besprochenen Widerstandsbeziehungen ist von zwei unterschiedlichen Vorgehensweisen gekennzeichnet, die sich je nach Ansatz mehr oder weniger überlagern.

Dabei bestand das Interesse zum einen in der Untersuchung der Variation des Strömungswiderstandes an lokal identischen Gewässerabschnitten (at a site variation) für konstante Randbedingungen bezüglich der Gewässer-geometrie und variable Randbedingungen für den Abfluss. Für diesen Fall werden dann in der Regel konstante Eigenschaften bezüglich der Rauheitswirkung angenommen.

Ein weiteres Vorgehen ist durch die Untersuchung an lokal unterschiedlichen Gewässerabschnitten (between site variation) gekennzeichnet. Der maßgebende Punkt ist hier vor allem die Variation der Randbedingungen bezüglich der Gewässer-geometrie und den Eigenschaften der einzelnen Gewässerabschnitte. Ein Bezug zum Aspekt der Abflussvariation lässt sich dabei in der Regel nicht herstellen. Auch hier werden in der Regel konstante Eigenschaften bezüglich der Rauheitswirkung angenommen.

Bei einer kombinierten Vorgehensweise überlagern sich dann die Einflüsse aus beiden Methoden und die Identifikation einzelner Einflussprozesse wird dadurch wesentlich erschwert. In *Tab. 5.1* ist diese Trennung in der Spalte n/N angegeben. Dabei bezeichnet N die Anzahl der lokal unterschiedlichen Gewässerabschnitte an denen die Messungen erfolgten und n bezeichnet die Gesamtanzahl der Fälle aus den Gewässerabschnitten und der Abflussvariation.

5.4 Logarithmische Widerstandsbeziehungen

5.4.1 Diskussion der Einflussgrößen

Auf der Basis der Grenzschichttheorie bei großen relativen Überdeckungen gilt an kreisförmigen Querschnitten (Nikuradse (1933) mit *Formel 2.45* und Colebrook (1939) mit *Formel 2.44* im *Kap. 2.3.3 Strömungswiderstand*), an Rechteckprofilen mit geringen Verhältnissen von Fließtiefe zu Gerinnebreite (Keulegan 1938 mit $R/z \approx 1$ für $h/b < 0,05$ im *Kap. 3.3 Querschnittsform*) und nach den Untersuchungen des *Kap. 4.3 Natürlich raue Randbedingungen und geringe relative Überdeckung* auch für kleine relative Überdeckungen für den Fließwiderstand

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{u_m}{\frac{u_m}{\sqrt{g \cdot h \cdot I_E}}} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{h}{k_S}\right) + C' \quad (5.10)$$

mit $C' = 5,98$ und $\kappa = 0,40$. Diese Form beruht auf der Kombination der Parameter aus *Formel 5.8*. Unter Ansatz des hydraulischen Rauheitsmaßes k_S entfällt damit der Parameter S für die Sohlstruktur. Nach den Untersuchungen des *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* ist für die Anwendung von *Formel 5.10* die exakte Bestimmung des hydraulischen Rauheitsmaßes und der Wandschubspannung erforderlich. Dies kann nur anhand gemessener Geschwindigkeitsprofile erfolgen. Fehlen diese Informationen muss mit Unsicherheiten bei den Annahmen für k_S und C' gerechnet werden.

Reinius (1961) bestimmte an breiten Rechteckgerinnen für $c_R = 0,88$ und damit $C' = 5,89$. In Rechteckgerinnen mit glatten Seitenwänden und einer mit Sand und Kugeln in dichtester Anordnung beschichteten Sohle fand *Reinius* für Verhältnisse von Fließtiefe zu Breite von 0,017 bis 0,267 die Werte $c_R = 0,98$ beziehungsweise $C' = 6,18$.

Aus Experimenten von *Bazin (1865)* in Rechteckgerinnen mit unterschiedlichen Rauheiten und Verhältnissen für Fließtiefe zu Breite von 0,022 bis 0,202 ermittelte *Keulegan (1938)* $c_R = 0,99$ und somit $C' = 6,21$.

Nach Untersuchungen von *Graf (1991)* und *Kironto & Graf (1994)* gilt für breite Rechteckgerinne (s. *Abb. 5.1*):

- $C' = 6,25$ für $b/h \approx 10$ und $h/k_S > 20$
- $C' = 3,25$ für $b/h \approx 10$ und $h/k_S < 4$
- $C' = \text{linear}$ für $b/h \approx 10$ und $4 < h/k_S < 20$

Den Untersuchungen von *Kironto & Graf (1994)* liegt eine Einkornmischung des Durchmessers d zugrunde, woraus die Annahme $k_S = d$ resultierte.

Nach den Ergebnissen der Datenreanalyse unter *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* kann bei der empfohlenen Reduzierung des Wertes C' für kleine relative Überdeckungen $h/k_S(d) < 20$ nicht davon ausgegangen werden, dass das Maß für die lokale Wandschubspannung τ_0 beziehungsweise die Sohlschubspannungsgeschwindigkeit u^* und beziehungsweise oder das äquivalente Sandrauheitsmaß k_S exakt ermittelt werden konnte. Ein erster und plausibler Grund dafür kann die Anwendung unangebrachter Messmethodiken und -verfahren sein. Dies ist bei Messungen der mittleren Fließgeschwindigkeit mittels Salzverdünnungsmethode der Fall, da die Scherung des Geschwindigkeitsprofils und die Lage des theoretischen Nullpunktes nicht mehr nachzuvollziehen sind.

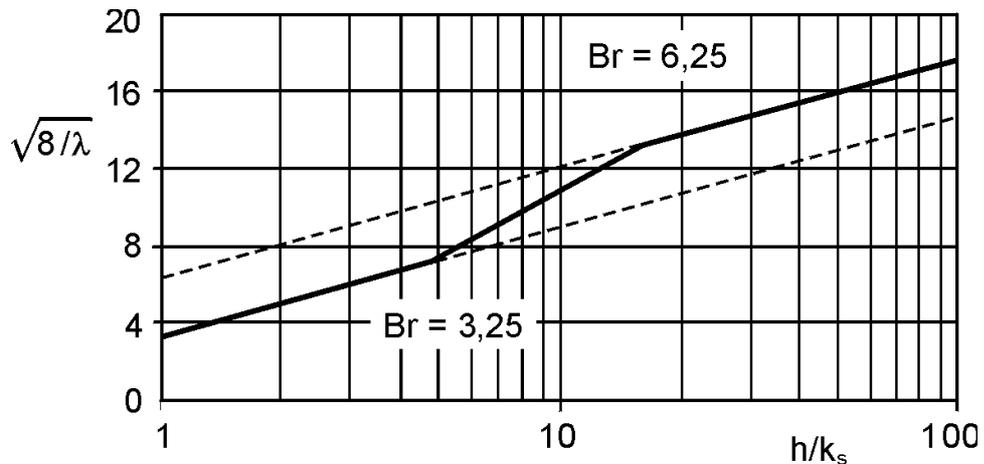


Abb. 5.1: Widerstandsbeiwert in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/k_s mit $Br = C'$
(nach Kirono et Graf 1994)

Die unterstellte Unabhängigkeit des anstatt der variablen äquivalenten Sandrauheit k_s genutzten konstanten Rauheitsparameters d_C von den Randbedingungen (an unterschiedlichen Abschnitten) und von der Fließtiefe (an identischen Abschnitten bei unterschiedlichen Abflüssen) führt dann zu einer Anpassung der Integrationskonstanten. Die fixierten Werte für das Rauheitsmaß d_C und für die Integrationskonstante C' führen bei der Übertragung auf abweichende Abflussszenarien und Randbedingungen zu einer mehr oder weniger signifikanten Streuung von gemessenen Werten um die klar definierte logarithmische Beziehung.

Aufgrund dieser Unsicherheiten bei der Parameterbestimmung existiert in der Literatur eine Vielzahl verschiedener logarithmischer Widerstandsbeziehungen, die, ähnlich den Modellvorstellungen des *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung*, auf einer Modifikation der Integrationskonstanten C' und der *von Karman* Konstanten κ basieren. Dabei wird über die Definition des Rauheitsmaßes in Verbindung mit der Integrationskonstanten die Lage auf der Widerstandsachse bestimmt, während die *von Karman* Konstante den Anstieg der Beziehung definiert. In *Tab. 5.2* findet sich eine Zusammenstellung logarithmischer Widerstandsbeziehungen, die durch eine nicht vorhandene Konsistenz gekennzeichnet ist. Dies resultiert aus der nicht hinreichenden Berücksichtigung von Höhe, Anordnung und Dichte der Rauheitselemente, vor allem auch in Verbindung mit der variablen relativen Überdeckung. Die Adaption der *von Karman* Konstante ist nur dann gerechtfertigt, wenn diese Informationen auch in Form von gemessenen vertikalen Geschwindigkeitsprofilen vorliegen und die Annahme des integralen Ansatzes (s. *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung*) zur Akzeptanz dieser Vereinfachung führt. Fehlen diese Informationen kann nicht mehr nachvollzogen werden welche Informationen in den Parametern C' und d_C enthalten sind. Die in *Tab. 5.2* angeführten Beziehungen sind auf den *Nikuradse*'schen Ansatz zurückgeführt:

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{h}{d_C}\right) + C' = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(m \cdot \frac{h}{d_C}\right) \quad (5.11)$$

Tab. 5.2: Zusammenstellung logarithmischer Widerstandsbeziehungen

Autor	Gl.	d_C	κ	m	C'
	$\kappa = 0,40$				
Hey (1979)	5.11.1	d_{84}	0,40	3,17	2,88
Bathurst (1985)	5.11.2	d_{84}	0,41	5,16	4,00
Griffiths (1981)	5.11.3	d_{50}	0,41	2,41	2,15
Leopold et al. (1964)	5.11.4	d_{84}	0,40	3,10	2,83
Kanzow (2004)	5.11.5	d_{84}	0,40	4,06	3,50
	$\kappa < 0,40$				
Ferro et Giordano (1991)	5.11.6	d_{84}	0,29	1,51	1,41
Bray (1979)	5.11.7	d_{90}	0,38	3,87	3,56
Bray (1979)	5.11.8	d_{65}	0,36	1,86	1,72
Bray (1979)	5.11.9	d_{50}	0,34	1,27	0,70
Aberle (2000)	5.11.10	d_{84}	0,27	3,43	4,49
Aberle (2000)	5.11.11	d_m	0,26	1,98	2,62
Aberle (2000)	5.11.12	s	0,26	0,73	-1,18
	$\kappa > 0,40$				
Hager (1992)	5.11.13	d_{84}	0,48	5,24	3,45
Rice et al. (1998)	5.11.14	d_{84}	0,45	14,88	6,00

Zur generellen Einordnung ist in *Abb. 5.2* die Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für alle in *Tab. 5.2* angegebenen Datensätze dargestellt. Generell kann dabei ein schwacher Zusammenhang zwischen relativer Überdeckung und Fließwiderstand festgestellt werden. Der Term schwach bezieht sich auf die relativ starke Streuung der Messwerte. Dabei können an einem Datensatz bei spezifiziertem relativem Überdeckungsverhältnis Abweichungen von bis zu 100% und mehr auftreten. Diese Streuung ist über das gesamte Spektrum des relativen Überdeckungsverhältnisses, von groß skaliertem Rauheit $h/d_{84} < 1$, dem Übergangsbereich $1 < h/d_{84} < 4$ und klein skalierte Rauheit $4 < h/d_{84}$ und größer, zu erkennen.

Im praktischen Sinne bedeutet dies, dass trotz klar definierter Randbedingungen nach *Tab. 5.1* bei Auswahl einer Widerstandsbeziehung nach *Tab. 5.2* mit starken Abweichungen bezüglich des Strömungswiderstandes zu rechnen ist. Dabei kann für diese Abweichungen kein klar definierter Bereich angegeben werden.

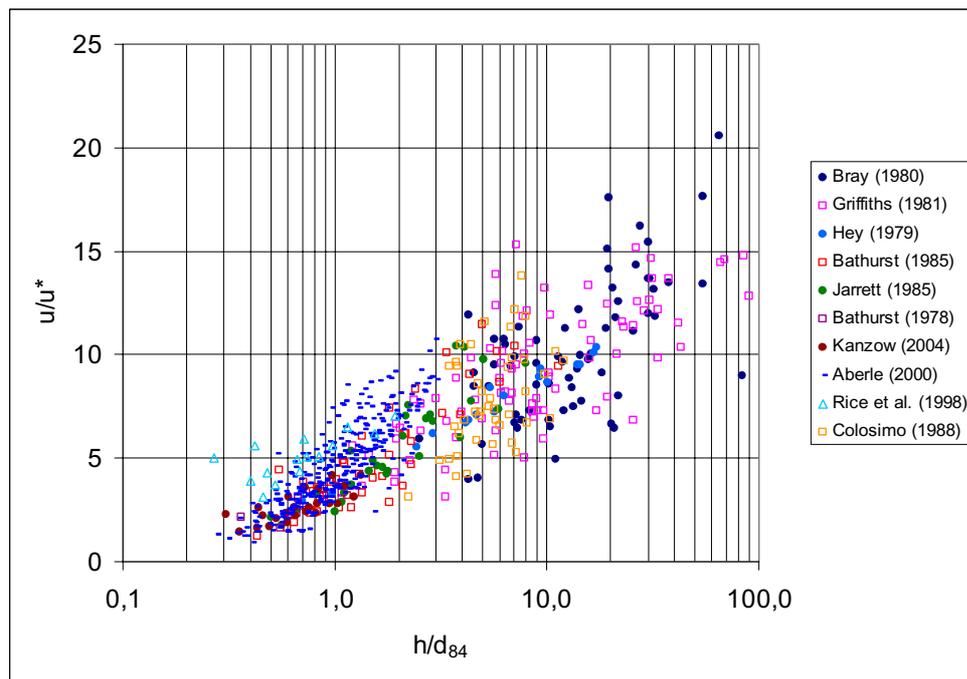


Abb. 5.2: Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für ausgewählte Daten nach Tab. 5.1

5.4.2 Natürliche Gewässerabschnitte

In Abb. 5.3 ist der Einfluss des Rauheitsparameters auf die Beziehung zwischen u/u^* und h/d_C anhand der Daten von Bray (1980) und Griffiths (1981) dargestellt. In beiden Fällen weisen die Randbedingungen der untersuchten natürlichen Gewässerabschnitte und die resultierenden charakteristischen hydraulischen Kennwerte annähernd den gleichen Bereich auf (s. Tab. 5.1).

Der Ansatz von Bray (1980) bestand in der Ableitung einer logarithmischen Widerstandsbeziehung aus der Analyse von 67 jeweils lokal unterschiedlichen Abschnitten kanadischer Fließgewässer bei einem zwei-jährlichen Hochwasserereignis mit näherungsweise bordvollem Abfluss. Die Untersuchungen von Griffiths (1981) konzentrierten sich auf 59 lokal unterschiedliche Abschnitte neuseeländischer Fließgewässer. An 10 lokal identischen Abschnitten erfolgte die Datenaufnahme auch bei einer Abflussvariation, so dass insgesamt 84 Fälle vorliegen. Das Ergebnis beider Fälle ist damit eine mittlere Widerstandsbeziehung für die Randbedingungen verschiedener Abschnitte, die bei Griffiths (1981) von der Abflussabhängigkeit an identischen Abschnitten überlagert ist (s. Tab. 5.2).

In Abb. 5.3 wird anhand der Darstellungen für beide Autoren deutlich, dass die Reduktion der Abhängigkeit des Fließwiderstandes auf die relative Überdeckung und damit auf einen jeweils konstanten charakteristischen Korndurchmesser die Streubreite der gemessenen Daten nicht erklären kann. Dabei ist am Beispiel Bray (1980) eine relative Unabhängigkeit vom gewählten charakteristischen Korndurchmesser ersichtlich. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass an lokal unterschiedlichen Gewässerabschnitten der Rauheitsparameter beziehungsweise die Eigenschaften der Rauheit nicht konstant sind, was durch die abgeleiteten Widerstandsbeziehungen jedoch angenommen wird.

In *Abb. 5.3* und aus *Tab. 5.2* anhand des Ansatzes von *Bray (1980)* wird weiterhin ersichtlich, dass die Wahl des jeweiligen charakteristischen Korndurchmessers den Betrag der Integrationskonstante und damit die Lage auf der Widerstandsachse bestimmt. Der jeweils angegebene Betrag für die *von Karman* Konstante resultierte für beide Ansätze aus der Fehlerminimierung der Abstandsquadrate und hat dabei keinen physikalischen Bezug.

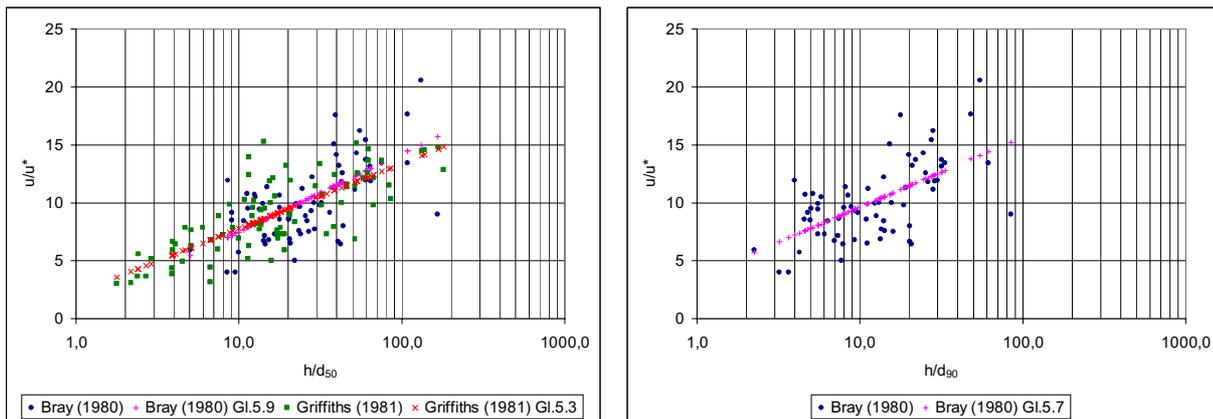


Abb. 5.3: Einfluss des Rauheitsparameters in den Analysen von *Bray (1980)* und *Griffiths (1981)*

Dieses Vorgehen zur Ableitung von Widerstandsbeziehungen ist bei allen ausgewählten Daten identisch. Dabei wurde von den Autoren mehr oder weniger Wert auf die Abflussabhängigkeit des Fließwiderstandes an identischen Abschnitten gelegt.

Wird der jeweilige Fehler e zwischen gemessenen und den anhand der logarithmischen Widerstandsbeziehung berechneten Werten definiert

$$e = \frac{\sqrt{\frac{8}{\lambda_O}} - \sqrt{\frac{8}{\lambda_C}}}{\sqrt{\frac{8}{\lambda_O}}} \quad (5.12)$$

Index C = berechnete Werte

Index O = beobachtete Werte

kann der mittlere Fehler (ME – mean error) nach

$$ME = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e \quad (5.13)$$

und der mittlere quadratische Fehler (MSE – mean square error)

$$MSE = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n}} \quad (5.14)$$

ermittelt werden. *Tab. 5.3* gibt einen Überblick über die erreichte Approximationsgüte der logarithmischen Ansätze für einzelne Datensätze. Diese ist nach vorliegenden Ergebnissen offensichtlich unabhängig von dem gewählten charakteristischen Korndurchmesser, der resultierenden Integrationskonstanten und dem Betrag der von *Karman* Konstante.

Vielmehr nimmt der Approximationsgrad bei zunehmender Beeinflussung durch lokal identische Gewässerabschnitte zu. Dies ist in *Abb. 5.4* speziell für den Fall geringer relativer Überdeckungen im Vergleich zu *Bray (1980)* und *Griffiths (1981)* (s. *Abb. 5.3*) dargestellt. Die Untersuchungen von *Bathurst (1985)* erfolgten dabei an 16 Gewässerabschnitten mit einer Variation des Abflusses von mindestens 2 bis maximal 6 Fällen pro Abschnitt mit einer resultierenden Gesamtzahl von 44 Fällen. Die Untersuchungen von *Hey (1979)* konzentrierten sich auf 17 Fälle an 12 Gewässerabschnitten. Dabei wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Daten zu den pool-Abschnitten ausgeklammert. Die ursprünglich von *Hey (1979)* angegebene Gleichung

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{a \cdot R}{3,5 \cdot d_{84}}\right) \tag{5.15}$$

berücksichtigt in dem Faktor *a* den im *Kap. 3.3 Querschnittsform* besprochenen Querschnittseinfluss. Gleichzeitig wird eine generelle und konstante Erhöhung des Rauheitsparameters d_{84} um den Faktor 3,5 als angesetzte relative Rauheit empfohlen. Eine Reanalyse der Daten von *Hey (1979)* ergab, dass der hohe Approximationsgrad mit $R^2 = 0,98$ nicht durch die Integration des Einflusses der Querschnittsform verursacht wird, vielmehr liegt das resultierende Maß der relativen Rauheit k_S/d_{84} für die untersuchten Gewässerabschnitte (außer pool-Strukturen) im Bereich von $2,1 < k_S/d_{84} < 3,6$. Wie im *Kap. 7 Methodenentwicklung* gezeigt wird, besitzen die Strömungswiderstände in dem Bereich der relativen Rauheit $2,0 < k_S/d_{84} < 4,0$ im gesamten Spektrum des relativen Überdeckungsverhältnisses eine besonders enge und geschlossene Lage zueinander, woraus der hohe Approximationsgrad resultiert.

Tab. 5.3: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für logarithmische Ansätze, gewonnen an natürlichen Fließgewässern

Autor	Gl.	R ²	ME (u/u*, u) [%]			MSE (u/u*, u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
Hey (1979)	5.11.1	0,98	-16	-2	5	5
Bathurst (1985)	5.11.2	0,75	-43	13	91	34
Griffiths (1981)	5.11.3	0,58	-117	-5	44	28
Bray (1979) – d ₉₀	5.11.7	0,38	-80	-8	40	31
Bray (1979) – d ₆₅	5.11.8	0,40	-90	-7	41	30
Bray (1979) – d ₅₀	5.11.9	0,40	-97	-9	41	32

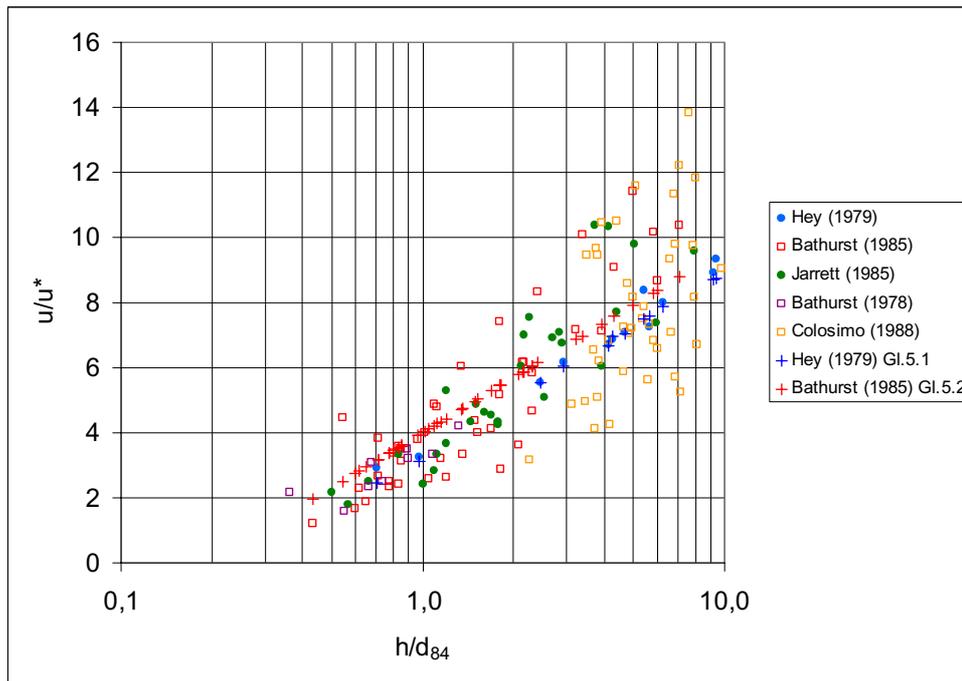


Abb. 5.4: Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für den Fall geringer relativer Überdeckungen an natürlichen Gewässerabschnitten

Die Daten von *Jarrett (1985)*, *Bathurst (1978)* und *Colosimo (1988)* wurden zur Ableitung von Potenzansätzen und von Ansätzen in Abhängigkeit der Froudezahl genutzt. Sie werden weiter unten bewertet, aber auch hier ist bei der Darstellung der Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} eine starke Streuung der Daten zu erkennen.

5.4.3 Daten aus Laborversuchen

In *Abb. 5.2* ist für Laborversuche bei relativ großen Verhältnissen von Abflusstiefe zu -breite (*Aberle 2000*, *Rice et al. 1998*) im Vergleich zu Daten an natürlichen Gewässern, aber auch zu Daten aus Laborversuchen mit relativ geringen Verhältnissen von Abflusstiefe zu -breite (*Kanzow 2004*), ein Trend zu geringeren Fließwiderständen erkennbar. Diese Tatsache steht im Einklang mit den Untersuchungen von *Bathurst (1985)* und *Bathurst (2002)*. Nach Auffassung von *Bathurst (2002)* ist dieser Umstand auf die Verwendung von gleichförmigem Material bei den Laborversuchen zurückzuführen, wodurch der Einfluss der Strömung zwischen den einzelnen Rauheitselementen weitgehend unterdrückt wird und die Strömung hauptsächlich oberhalb der Rauheitselemente verläuft. Die Folge ist dann eine eindeutige Variation der Widerstandsfunktion mit dem Logarithmus der relativen Überdeckung. Als weiterer Grund wird angeführt, dass die bei natürlichen Gewässern beobachtete S-förmige Verteilung des Geschwindigkeitsprofils unterdrückt ist und in Laborrinnen die logarithmische Verteilung dominiert. Diese Begründung beruht auf der Analyse von Labordaten an steilen Rinnen mit einlagigen ebenen Kiessohlen und losen Schüttungen mit verschiedenen Korngrößen bei einem Gefälle von 1 bis 9% (*Bathurst (1985)*).

In *Abb. 5.5* ist die Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} beziehungsweise h/s für die in der vorliegenden Untersuchung herangezogenen Daten aus Laborversuchen dargestellt. Dabei steht der Rauheitsparameter s für

die Standardabweichung der Sohlhöhen (s. *Kap. 3.2.1 Rauheitsparameter*). Nach dem Vorgehen von *Aberle (2000)* wurde als Bezug für den Rauheitsparameter s die Regressionsgerade des Längsschnittes gewählt und anschließend eine Mittelwertbildung der einzelnen Werte durchgeführt um den Bezug zur lateralen Sohlstruktur herzustellen. Bei einem lateralen Abstand der Längsprofile von 0,0125 bis 0,020m bei einer Rinnenbreite von 0,20m erscheint dieses Vorgehen als ausreichend genau.

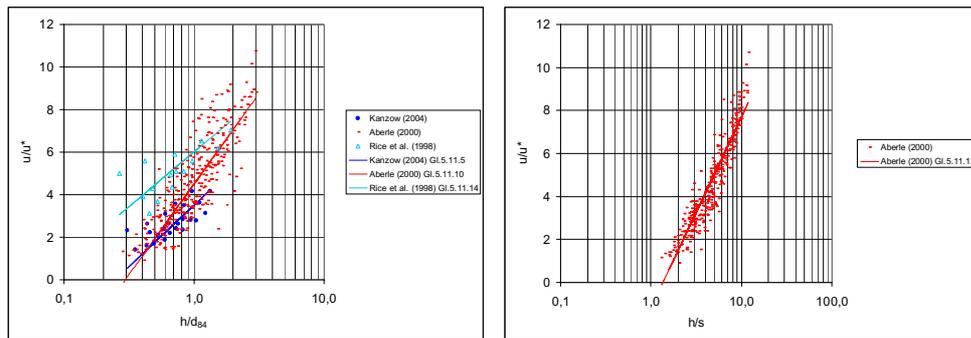


Abb. 5.5: Beziehungen zwischen u/u^* und h/d_{84} (h/s) für den Fall geringer relativer Überdeckungen aus Laboruntersuchungen

Bei den Untersuchungen von *Rice et al. (1998)* handelte es sich um geschüttete rampenartige Konstruktionen mit hoher Packungsdichte des mehrlagig eingebrachten Materials. Der Bezugshorizont wurde dabei im Mittel um den Betrag $d/d_{84} = 1,48$ über dem untersten Bezugshorizont angesetzt. Dadurch erklärt sich auch der von den Autoren angemerkte, im Vergleich zu natürlichen Gewässern geringere Strömungswiderstand aufgrund rein rechnerisch geringerer Wandschubspannungen. Weiterhin kann die Lage der Strömungswiderstände auf der Achse der relativen Überdeckung nicht eindeutig festgelegt werden, da der vertikale Ursprung rein theoretisch im Bereich zwischen $d = 0$ und $d = 1,48 \cdot d_{84}$ anzusetzen ist.

Die Standardabweichung σ der den Laborversuchen zugrunde liegenden Korngrößenverteilung beträgt für

- *Aberle (2000)* $\sigma = 0,16$ bis $0,37$ (MI) und $\sigma = 0,20$ bis $0,26$ (MII)
- *Kanzow (2004)* $\sigma = 0,39$ bis $0,54$ (MI) und $\sigma = 0,36$ bis $0,41$ (MII)
- *Rice et al. (1998)* $\sigma = 0,12$ bis $0,17$

wobei die Bezeichnung MI für das Material mit den größeren charakteristischen Korndurchmessern d_{84} steht. Diese Werte liegen für die Untersuchungen von *Aberle (2000)* und *Kanzow (2004)* in dem nach Untersuchungen von *Bathurst (1979, 1982)* angegebenen Bereich von $\sigma = 0,20$ bis $0,45$ für natürliche Gewässer (s. *Kap. 3.2.3 Korngrößenverteilung*).

Für die Verwendung des Rauheitsparameters s ist eine verringerte Gesamtstreuung der Daten für die Untersuchungen von *Aberle (2000)* in *Abb. 5.5* zu erkennen, da im Gegensatz zu einem charakteristischen Korndurchmesser ein engerer Bezug zur Sohlstruktur besteht. Diese Aussage wird auch durch den verbesserten Regressionskoeffizienten R^2 und den verringerten mittleren quadratischen Fehler MSE in *Tab. 5.4* bestätigt, obwohl sich die Spannweite der einzelnen Fehlerbeträge ME praktisch nicht verringert hat.

Die Parameter des logarithmischen Widerstandsgesetzes von *Aberle (2000)* mit $\kappa = 0,26$ und $C' = -1,18$ (s. *Formel 5.11, Formel 5.12*) lassen dabei aber auf die rein empirische Natur der Analyse schließen, da die

Fixierung auf der Widerstandsachse aufgrund des im Vergleich zum charakteristischen Korndurchmesser d_{84} geringeren Betrages für die Standardabweichung zu einer negativen Integrationskonstante führt.

Tab. 5.4: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für logarithmische Ansätze, gewonnen aus Laborversuchen

Autor	Gl.	R^2	ME (u/u^* , u) [%]			MSE (u/u^* , u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
Kanzow (2004) – d_{84}	5.11.5	0,21	-30	6	76	26
Aberle (2000) – d_{84}	5.11.10	0,70	-154	0	118	31
Aberle (2000) – s	5.11.12	0,86	-139	-2	118	25
Rice et al. (1998)	5.11.14	0,37	-37	-3	39	18

5.5 Modifizierte logarithmische Widerstandsbeziehungen

Zur Erklärung der in *Abb. 5.2* ersichtlichen Streuung der Daten existieren verschiedene modifizierte logarithmische Widerstandsgesetze.

Thompson et Campbell (1979) schlagen auf Grundlage von Untersuchungen die Beziehung

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = 5,62 \cdot \left[1 - 0,1 \cdot \frac{k_S}{R} \right] \cdot \log \left[12 \cdot \frac{R}{k_S} \right] \quad (5.16)$$

vor. Die Ableitung dieser Beziehung basiert auf Randbedingungen von $0,4 < R/k_S < 0,63$ mit $k_S = 4,5 \cdot d_{50}$ an einem Kanal mit dem Sohlgefälle von $I_S = 5,2\%$ mit großen Rauheitselementen. Zusätzliche Messungen an natürlichen Gewässern bei relativen Überdeckungen von $1,9 < h/d_{50} < 19,2$ und Gefällen zwischen $0,4$ und $4,1\%$ ergaben nach Aussage der Autoren eine gute Übereinstimmung.

Bathurst (1982) empfiehlt nach Untersuchungen von *Bathurst et al. (1979)* eine Kombination aus logarithmischem Ansatz und Potenzansatz unter Einbeziehung der Rauheitsdichte c_K .

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \left(\frac{b}{h} \right)^{7 \cdot (c_K - 0,08)} \cdot \left[1,842 \cdot \frac{b}{d_{84}} \cdot \log \left(\frac{R}{1,2 \cdot d_{84}} \right) + 14,66 \right] \quad (5.17)$$

Dabei bezeichnet b die Wasserspiegelbreite und die Rauheitsdichte c_K wird als Funktion der relativen Rauheit d_{84}/R ermittelt. Als Einschränkung wird von *Bathurst (1982)* die Anwendung ab $1,2 < R/d_{84}$ angegeben.

$$c_K = 0,139 \cdot \log \left(1,91 \cdot \frac{d_{84}}{R} \right) \quad (5.18)$$

Der in *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* behandelte Ansatz von *Bezzola (2002)* für die vertikale Geschwindigkeitsverteilung ergibt nach Integration die Beziehung

$$\sqrt{\frac{g}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = c_R \cdot \left[2,5 \cdot \ln\left(\frac{R}{z_R}\right) + 5,98 \right] \quad (5.19)$$

Die Approximation der Abmessung der Rauheitsschicht z_R wird in Abhängigkeit der Kornreynoldszahl vorgeschlagen

- $z_R = 1 d_{90}$ für $Re^* = \frac{u^* \cdot d_{90}}{\nu} > 10^4$
- $z_R = 2 d_{90}$ für $Re^* = \frac{u^* \cdot d_{90}}{\nu} < 10^4$

und der Dämpfungsparameter c_R ist von der relativen Überdeckung abhängig.

- $c_R^2 = 1 - \frac{z_R}{h}$ für $\frac{h}{z_R} > 2$
- $c_R^2 = 0,25 \cdot \frac{h}{z_R}$ für $0 < \frac{h}{z_R} < 2$

In *Abb. 5.6* sind die modifizierten logarithmischen Widerstandsbeziehungen ohne Beachtung der jeweiligen Gültigkeitsbereiche mit ausgewählten Daten natürlicher Gewässer nach (s. *Tab. 5.1*) für den Fall der relativen Überdeckung $h/d_{84} < 20$ gegenübergestellt.

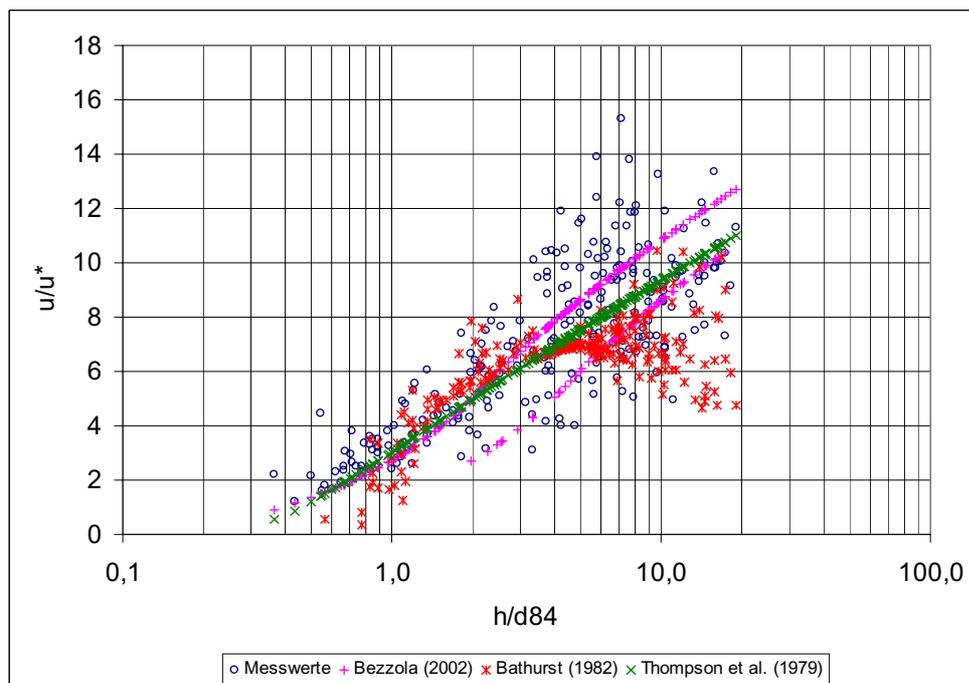


Abb. 5.6: Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für ausgewählte Daten anhand modifizierter logarithmischer Ansätze

Die Beziehung von *Thompson et Campbell (1979)* beinhaltet ausschließlich die relative Überdeckung zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes. Die dort getroffene Annahme eines konstanten Wertes für die äquivalente Sandrauheit k_S muss nach den Untersuchungen des *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* und im Einklang mit den Untersuchungen von *Thorne et al. (1985)* im Bereich von $k_S = 1,5 \dots 8,2 \cdot d_{50}$ als unzureichend angesehen werden. Daher ist *Formel 5.16*, wie in *Abb. 5.6* ersichtlich, nur bedingt geeignet die Streuung der ausgewählten Daten zu erklären.

Der Gültigkeitsbereich von *Formel 5.17* kann nach *Abb. 5.6* trotz fehlender Angaben in *Bathurst (1982)* ausschließlich im Bereich von $1,2 < R/d_{84} < 3$ gesehen werden. Im Folgendem wird $R = h$ gesetzt. Für den Bereich $h/d_{84} < 1,2$ können sich in Abhängigkeit des Verhältnisses b/d_{84} negative Werte (in *Abb. 5.6* nicht dargestellt) für den Strömungswiderstand ergeben. Für relative Überdeckungen $h/d_{84} > 1,91$ folgt aus *Formel 5.18* eine negative Rauheitsdichte c_K . Dies ist physikalisch und geometrisch nicht plausibel. Die *Formel 5.17* folgt jedoch unter dem Einfluss des Terms für b/h trotz negativer Rauheitsdichten bis zu relativen Überdeckungen von $h/d_{84} < 3$ dem Trend der gemessenen Werte und erst ab dieser Grenze wird der Einfluss des Terms zu stark, was sich generell in einer Überschätzung des Strömungswiderstandes äußert. Der Vorteil von *Formel 5.17*, zumindest im Bereich $1,2 < h/d_{84} < 3$, besteht in der „Aufweichung“ der starren Funktionen logarithmischer und modifizierter logarithmischer Ansätze durch Einbeziehung weiterer Parameter zur Beschreibung der Rauheitseigenschaften und damit der generell vernachlässigten Sohlstruktur.

Die Vorstellung von *Bezzola (2002)* beruht auf dem Widerspruch einer erhöhten Rauheitswirkung ($z_R = 2 \cdot d_{90}$) bei abnehmender Korn Reynoldszahl ($Re^* < 10^4$). Dies äußert sich in einer stärkeren Dämpfung und damit in einem nach *Formel 5.19* berechneten erhöhten Strömungswiderstand. In *Abb. 5.6* ist diese Teilung der Rauheitswirkung bei identischen relativen Überdeckungsverhältnissen ersichtlich. Prinzipiell führt auch dieses Vorgehen nicht zu einer verbesserten Erklärung der Datenstreuung (s. *Tab. 5.5*). In *Abb. 5.7* ist die Beziehung zwischen der Korn Reynoldszahl Re^* und dem Widerstandsbeiwert λ für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten natürlichen Gewässer dargestellt. Die Vorstellung von *Bezzola (2002)* kann damit nicht bestätigt werden.

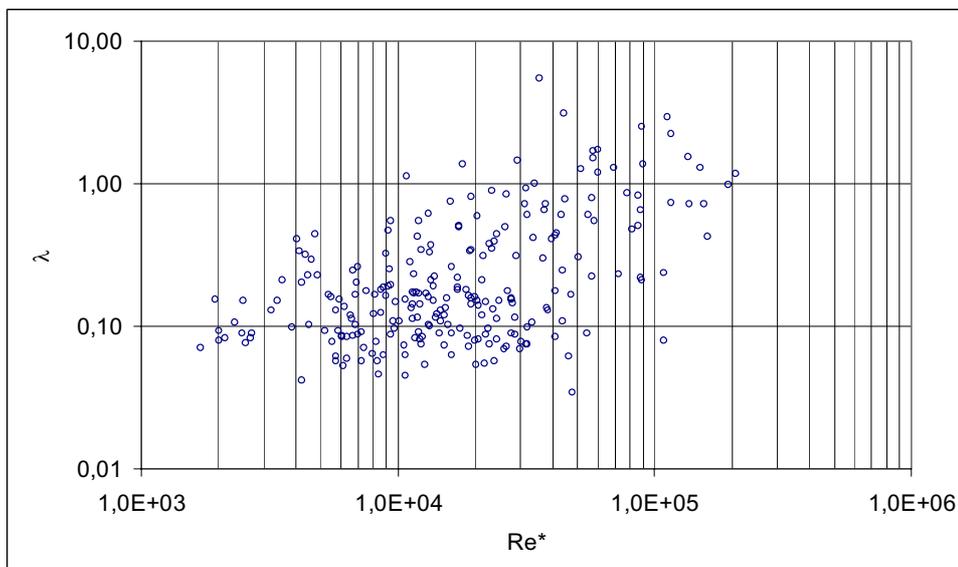


Abb. 5.7: Beziehung zwischen Re^* und λ für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten natürlichen Gewässer

Tab. 5.5: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für modifizierte logarithmische Ansätze

Autor	Gl.	R ²	ME (u/u*, u) [%]			MSE (u/u*, u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
Thompson et al. (1979)	5.16	0,60	-106	1	76	27
Bezzola (2002)	5.19	0,49	-111	1	67	30
Bathurst (1982)	5.17	0,58	-84	-11	44	30

Weitere modifizierte Ansätze sind in *Aguirre-Pe et Fuentes (1990)* und *Smart et Jäggi (1983)* zu finden. Diese sollen aufgrund von Schwierigkeiten in der Parameteridentifikation sowie Randbedingungen mit hohen Materialtransportraten nicht betrachtet werden.

5.6 Potenzansätze

Potenzansätze zur Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit, und damit des Fließwiderstandes, beruhen auf der Kombination der Parameter aus *Formel 5.9* unter Vernachlässigung des Parameters S für die Sohlstruktur. Generell lassen sich diese Ansätze in folgender Form darstellen.

$$u_m = c_1 \cdot q^n \cdot g^{n_1} \cdot d_C^{n_2} \cdot I^{n_3} \quad (5.20)$$

Nach *Aberle (2000, 2003)* sind Ansätze nach *Formel 5.20* dimensionshomogen, wenn zwischen den Exponenten folgende Beziehungen erfüllt sind.

$$n_1 = \frac{1-n}{2} \quad (5.21)$$

$$n_2 = \frac{1-3 \cdot n}{2} \quad (5.22)$$

Da im Vorfeld in der Regel keine Informationen bezüglich der mittleren Geschwindigkeit und damit des spezifischen Abflusses q existieren, wird in den Ansätzen nach *Formel 5.20* vielfach die Fließtiefe h oder der hydraulische Radius R verwendet. *Tab. 5.6* gibt einen Überblick existierender Potenzansätze, die in der Regel auf rein empirischen Ableitungen basieren. Die Streubreite der Konstanten und Exponenten in den einzelnen Ansätzen lassen die strenge Abhängigkeit von dem zugrunde liegenden Datensatz mit den zugehörigen Randbedingungen erkennen. Weiterhin sind nicht alle Ansätze dimensionshomogen.

Tab. 5.6: Zusammenstellung abgeleiteter Potenzansätze

Autor	Gl.	Bem.	Ansatz
Jarrett (1985)	5.20.1		$u_m = 3,14 \cdot R^{0,83} \cdot I^{0,12}$
Bray (1979)	5.20.2		$u_m = 3,85 \cdot h^{0,78} \cdot I^{0,50} \cdot g^{0,50} \cdot d_{50}^{-0,28}$
Bray (1979)	5.20.3		$u_m = 5,03 \cdot h^{0,77} \cdot I^{0,50} \cdot g^{0,50} \cdot d_{90}^{-0,27}$
Griffiths (1981)	5.20.4		$u_m = 3,76 \cdot h^{0,79} \cdot I^{0,50} \cdot g^{0,50} \cdot d_{50}^{-0,29}$
Rickenmann (1990)	5.20.5	$3 < I < 40\%$	$u_m = 1,3 \cdot q^{0,60} \cdot I^{0,20} \cdot g^{0,20} \cdot d_{90}^{-0,40}$
Aberle (2000)	5.20.6		$u_m = 1,34 \cdot q^{0,57} \cdot I^{0,12} \cdot g^{0,22} \cdot d_{84}^{-0,35}$
Aberle (2003)	5.20.7		$u_m = 0,96 \cdot q^{0,60} \cdot I^{0,20} \cdot g^{0,20} \cdot s^{-0,40}$

In der *Formel 5.20* bestimmt der Faktor c_1 in Verbindung mit dem Exponent n_3 die Lage auf der Achse des Strömungswiderstandes und der Exponent n definiert den Anstieg. Für natürliche Gewässer mit Kiessohlen und den im *Kap. 2.2.1 Gefälle* vorgestellten morphologischen Typen bewegt sich der Exponent n im Bereich von 0,45 bis 0,55 und größer (*Bathurst 1993*).

In *Abb. 5.8* links sind für ausgewählte Daten der *Tab. 5.1* die gemessenen und aus den zugehörigen Bildungsvorschriften nach *Tab. 5.6* berechneten Fließgeschwindigkeiten verglichen. Auch hier ist eine relativ starke Streuung um die Identitätsgerade (Linie perfekter Übereinstimmung) zu erkennen. Analog den logarithmischen Widerstandsbeziehungen besitzt auch die Wahl des Rauheitsparameters d_C nur geringen Einfluss auf die Güte der Approximation, was in *Abb. 5.8* rechts am Beispiel der Daten von *Bray (1979)* zu sehen ist.

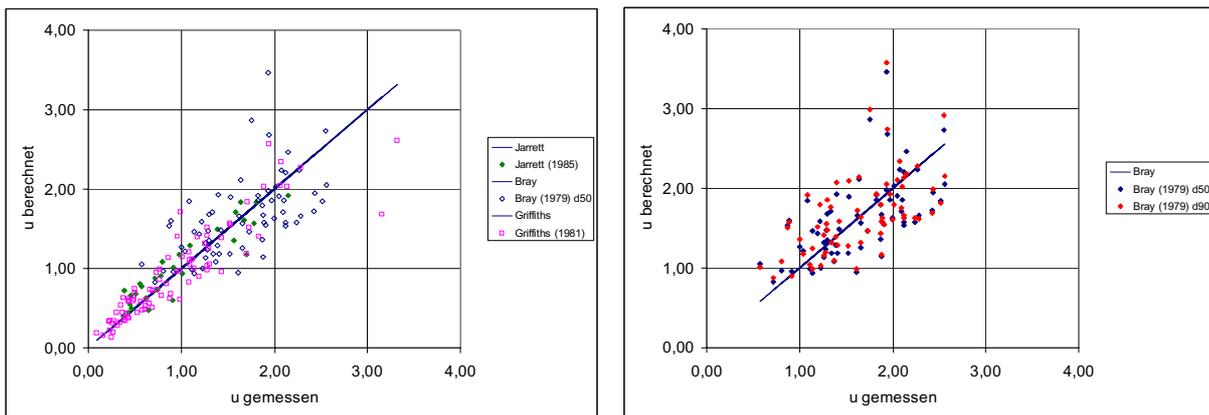


Abb. 5.8: Vergleich gemessener und anhand von Potenzansätzen berechneter Fließgeschwindigkeiten für ausgewählte Daten nach *Tab. 5.1*

Die in *Tab. 5.6* angeführten Potenzansätze von *Bray (1979)*, Gleichung 5.20.2, und *Griffiths (1981)*, Gleichung 5.20.4, können unter dem Ansatz $q = u \cdot h$ in Anlehnung an *Formel 5.20* formuliert werden. Im Vergleich zu Gleichung 5.20.5 nach *Rickenmann (1990)*, sowie den Gleichungen 5.20.6 und 5.20.7 nach *Aberle (2000, 2003)* resultieren damit folgende Ansätze

$$u_m = 2,13 \cdot q^{0,44} \cdot I^{0,25} \cdot g^{0,28} \cdot d_{50}^{-0,16} \quad (5.23)$$

für *Bray (1979)* und

$$u_m = 2,10 \cdot q^{0,44} \cdot I^{0,25} \cdot g^{0,28} \cdot d_{50}^{-0,16} \quad (5.24)$$

für *Griffiths (1981)*.

In dem spezifischen Abfluss q ist die mittlere Fließgeschwindigkeit schon enthalten, wodurch diese Ansätze gute Indikatoren für die Fließgeschwindigkeit beziehungsweise den Strömungswiderstand darstellen. Bei im Vorfeld unbekanntem spezifischem Abfluss degenerieren diese Formulierungen, in Analogie zu den weiter unten behandelten Ansätzen in Abhängigkeit der Froudezahl Fr , zu einem iterativen Lösungsverfahren der Art

$$u_m = c_1 \cdot (u_m \cdot h)^n \cdot g^{n_1} \cdot d_C^{n_2} \cdot I^{n_3} \quad (5.25)$$

in dem die geschätzten und berechneten Fließgeschwindigkeiten in Übereinstimmung gebracht werden müssen.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wurde für die Daten von *Jarrett (1985)* eine analoge Beziehung abgeleitet, in der die Exponenten und der konstante Faktor von den Randbedingungen der Untersuchungen bestimmt werden.

$$u_m = 2,25 \cdot q^{0,55} \cdot I^{0,28} \cdot g^{0,23} \cdot d_{84}^{-0,33} \quad (5.26)$$

In *Abb. 5.9* sind die Ergebnisse in Abhängigkeit der Potenzansätze bei Verwendung des spezifischen Abflusses q (Fkt. q) und bei Anwendung der Schätzlösung für die mittlere Fließgeschwindigkeit u_m (Fkt. h) für ausgewählte Datensätze natürlicher Fließgewässer und Laborversuche nach *Tab. 5.1* dargestellt. Generell kann dabei eine verbesserte Approximationsgüte bei Verwendung des spezifischen Abflusses q erkannt werden, wenn der eigentlich unbekannte Wert aus den angegebenen Messdaten in die Lösung eingeführt wird. Unter Verwendung der Fließtiefe h entsteht bei der Schätzlösung eine verschlechterte Genauigkeit. In *Tab. 5.7* sind für diese Datensätze die Zahlenwerte der entstehenden Fehler angegeben, die diese Aussage bestätigen. Folglich kann entgegen verschiedener Ansichten (vergleiche auch *Aberle 2003*) eine verbesserte Approximation bei Verwendung des spezifischen Abflusses nicht zwangsläufig und ausschließlich auf eine verbesserte Rauheitsbeschreibung zurückgeführt werden.

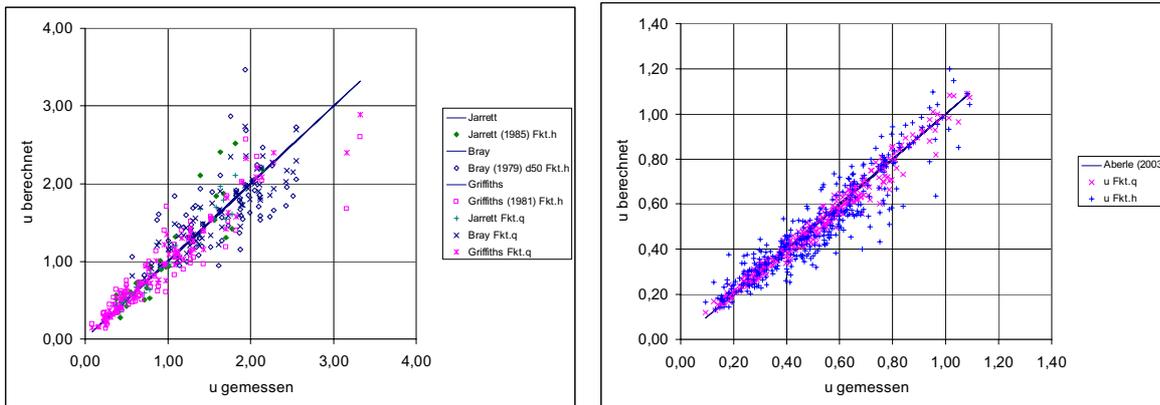


Abb. 5.9: Vergleich der Ergebnisse nach Potenzansätzen bei Verwendung von q und h

Tab. 5.7: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für Potenzansätze bei Verwendung von q und h

Autor	Gl.	R ²	ME (u/u*; u) [%]			MSE (u/u*; u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
Jarrett (1985)	Fkt. q	0,92	-20	-2	18	11
Jarrett (1985)	Fkt. h	0,60	-52	-7	36	25
Bray (1979) – d ₅₀	Fkt. q	0,82	-42	-3	25	16
Bray (1979) – d ₅₀	Fkt. h	0,40	-84	-4	41	30
Griffiths (1981) – d ₅₀	Fkt. q	0,84	-53	-2	29	16
Griffiths (1981) – d ₅₀	Fkt. h	0,53	-109	-4	47	28
Aberle (2003) – s	Fkt. q	0,98	-34	0	20	7
Aberle (2003) – s	Fkt. h	0,87	-107	0	42	19

5.7 Modifizierte Potenzansätze

Die in *Kap. 5.6 Potenzansätze* behandelten Potenzansätze zeichnen sich analog den logarithmischen Widerstandsbeziehungen des *Kap. 5.4 Logarithmische Widerstandsbeziehungen* durch eine ungenügende Quantifizierung des Strömungswiderstandes in Abhängigkeit der Fließtiefe h und eines konstanten charakteristischen Korndurchmessers d_C aus. Aus diesem Grund gab es Bestrebungen, Potenzansätze um weitere, die Rauheits- und Gewässereigenschaften beschreibende, Parameter zu ergänzen.

Aufgrund von Felddaten natürlicher Gewässer zeigten *Judd et Peterson (1969)* dass der Strömungswiderstand eine Potenzfunktion der Querschnittsform b/h, der Rauheitsdichte c_K und der relativen Überdeckung h/d₅₀ ist.

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \text{Fkt.}(c_K) \cdot \left(\frac{h}{b}\right)^{7 \cdot (c_K - 0,08)} \cdot \left(\frac{h}{d_{50}}\right)^{1/3} \quad (5.27)$$

Bathurst (1978) erweiterte diese Anwendung und zeigte, dass sich bei geringen relativen Überdeckungen die Rauheitsdichte und der Widerstandseffekt mit der relativen Überdeckung ändern. Darauf basierend wurde *Formel 5.18* zur Ermittlung der Rauheitsdichte angegeben und in Anlehnung an *Formel 5.28* ein Ansatz zur Bestimmung des Strömungswiderstandes abgeleitet der für relative Überdeckungsverhältnisse von $h/d_{84} < 1,2$ gültig ist.

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \left(\frac{b}{h}\right)^{7 \cdot (c_K - 0,08)} \cdot \left(\frac{R}{0,365 \cdot d_{84}}\right)^{2,34} \quad (5.28)$$

Anhand von Versuchen in Laborrinnen entwickelte *Bathurst (1982)* eine Formulierung in Abhängigkeit weiterer Einflussgrößen.

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \left[\frac{0,28}{c_K} \text{Fr}\right]^{\log\left(\frac{0,755}{c_K}\right)} \cdot \left(\frac{b}{h}\right)^{-c_K} \cdot \left[13,4 \left(\frac{b}{Y_{50}}\right)^{0,492} c_K^{1,025} \left(\frac{b}{Y_{50}}\right)^{0,118}\right] \quad (5.29)$$

$$c_K = \left[1,175 \left(\frac{Y_{50}}{b}\right)^{0,557} \left(\frac{h}{Z_{50}}\right)\right]^{0,648 \sigma^{-0,134}} \quad (5.30)$$

Dabei bezeichnet Y_{50} die mittlere Breite eines Rauheitselementes, die aus den A- und B-Achsen gebildet wird. Die A-Achse steht für die längste Achse und die Z-Achse für die kürzeste Achse.

$$Y_{50} = \frac{1}{2} \cdot (A_{50} + B_{50}) \quad (5.31)$$

In *Abb. 5.10* sind die nach *Tab. 5.1* ausgewählten gemessenen Daten für die relative Überdeckung $h/d_{84} < 1,2$ mit den berechneten Werten nach *Formel 5.28* von *Bathurst (1978)* verglichen. Zur Bestimmung der Rauheitsdichte kam *Formel 5.18* zum Ansatz. Prinzipiell wird ein gewisser Grad der Streuung im Bereich $0,8 < h/d_{84} < 1,2$ erklärt, wobei aber auch größere Abweichungen zu sehen sind. Die in *Abb. 5.10* nicht erklärte Streuung ist auf eine nach *Formel 5.18* unzureichende Bestimmung der Rauheitsdichte beziehungsweise der Rauheitsstruktur zurückzuführen. Dies ist Gegenstand des *Kap. 7 Methodenentwicklung*.

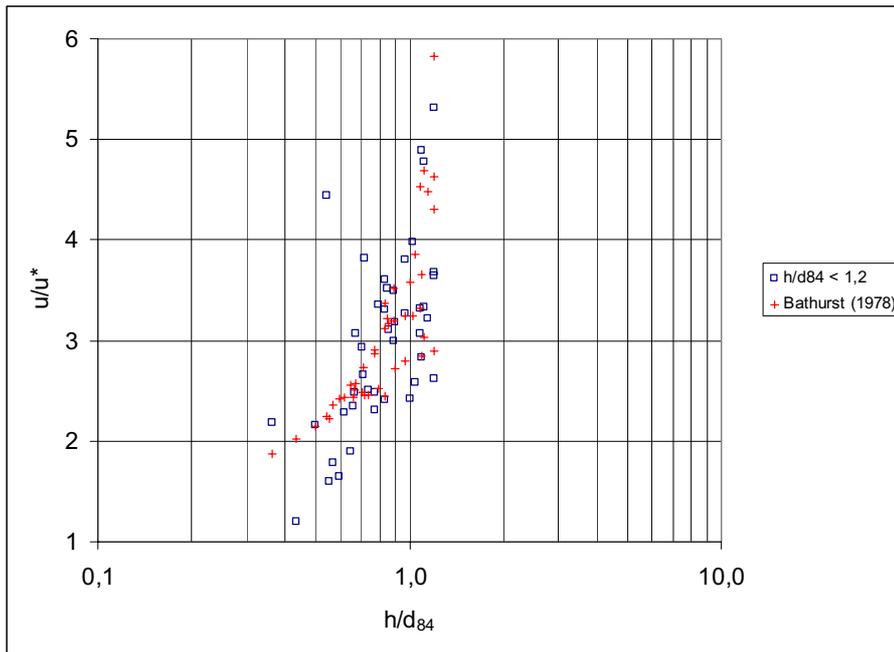


Abb. 5.10: Vergleich von ausgewählten Daten nach *Tab. 5.1* mit den nach den *Formel 5.18* und *Formel 5.28* berechneten Strömungswiderständen u/u^*

5.8 Ansätze in Abhängigkeit der Froudezahl

Per Definition gilt für die Froudezahl in Rechteckquerschnitten bei freier Wasserspiegeloberfläche folgende Bildungsvorschrift.

$$Fr = \frac{u_m}{\sqrt{g \cdot h}} \tag{5.32}$$

Nach *Kap. 5.2 Dimensionsanalytische Betrachtung* (s. *Formel 5.8*) existiert damit eine direkte Beziehung zwischen Strömungswiderstand u/u^* und Froudezahl Fr .

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{Fr}{\sqrt{I}} \tag{5.33}$$

Für ein konstantes Gefälle und ein konstantes relatives Überdeckungsverhältnis nimmt dann der Strömungswiderstand u/u^* mit zunehmender Froudezahl Fr ab und umgekehrt. Dies ist auf die aus der individuellen Rauheitsstruktur resultierende querschnittsgemittelte Fließgeschwindigkeit zurückzuführen. In *Abb. 5.11* ist diese Abhängigkeit anhand der Daten von *Kanzow (2004)* und *Aberle (2000)* dargestellt. Die Bezeichnung MI steht dabei für den im Vergleich zu MII geringeren charakteristischen Korndurchmesser d_{84} der Versuchsserien. Für die Daten aus *Kanzow (2004)* wurde aufgrund des Bereiches der relativen Überdeckung von $0,33 < h/d_{84} < 1,33$ auf eine Aufteilung bezüglich des relativen Überdeckungsverhältnisses verzichtet.

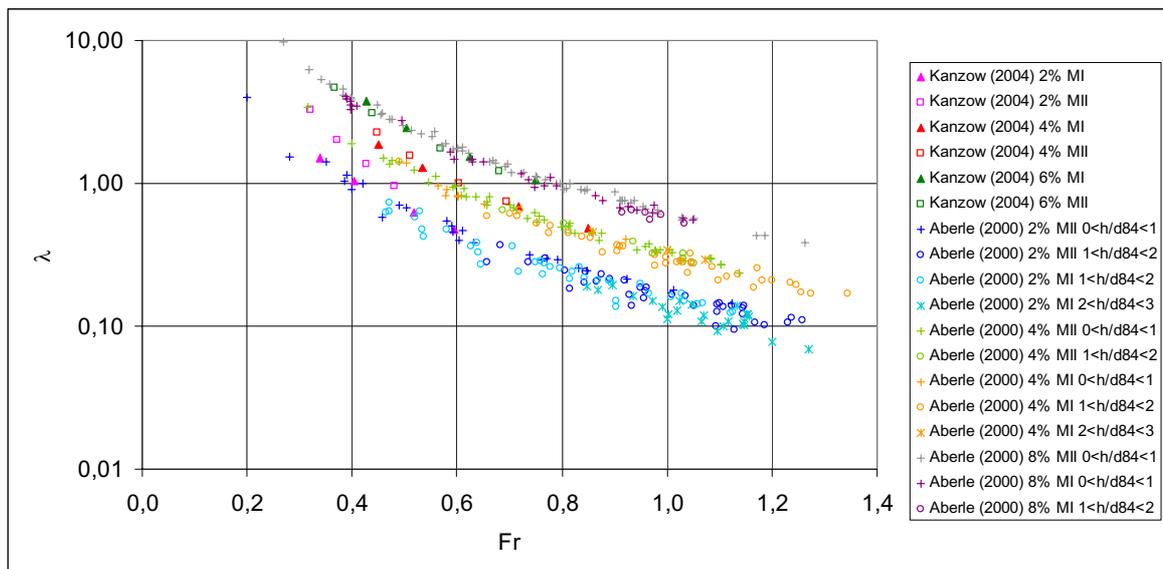


Abb. 5.11: Beziehung zwischen Froudezahl Fr und Widerstandsbeiwert λ differenziert nach Gefälle I und relativem Überdeckungsverhältnis h/d_{84}

Zur Bestimmung des Strömungswiderstandes bei vorgegebenen Randbedingungen müssen damit die Froudezahl Fr beziehungsweise die Fließgeschwindigkeit u_m geschätzt werden. Am Beispiel der *Abb. 5.11* wird ersichtlich, dass für ein konstantes Gefälle bei konstanter relativer Überdeckung eine ganze Spannweite an Schätzwerten in Frage kommt, da jeweils unterschiedliche Rauheitsstrukturen zugrunde liegen.

Eine ausführliche Diskussion von Widerstandsbeziehungen unter Integration der Froudezahl Fr (*Colosimo et al. 1988, Rosport 1997, Rouse 1965*) ist in *Aberle (2000)* enthalten. Die Betrachtung von dimensionslosen Parametern (u/u^* und Fr) führt bei diesem Vorgehen zu einer Eigenkorrelation der Daten, da nach den *Formel 5.32* und *Formel 5.33* in beiden dimensionslosen Parametern die gleichen Größen enthalten sind, so dass diese Ansätze nicht als robuste Lageschätzer bezüglich des Strömungswiderstandes angesehen werden können.

5.9 Zusammenfassung

Die Eignung der vorgestellten Widerstandsbeziehungen zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes natürlicher Fließgewässer wurde am Beispiel ausgewählter Datensätze untersucht.

Bei Verwendung von konstanten Werten für den Rauheitsparameter d_C und die Integrationskonstante C' nach *Tab. 5.2* sind logarithmische Widerstandsbeziehungen nicht in der Lage die Streuung der gemessenen Strömungswiderstände (s. *Abb. 5.2* und *Abb. 5.4*) zu erklären. Grund dafür ist die je nach Gewässerabschnitt nicht erfasste individuelle Rauheitsstruktur und die an identischen Gewässerabschnitten unterstellte Unabhängigkeit der Rauheitsstruktur bei einer Abflussvariation. Dies ist im gesamten Bereich der relativen Überdeckung der ausgewählten Daten für natürliche Gewässer und für Modellversuche der Fall. Am Beispiel der Daten aus *Hey (1979)* konnte gezeigt werden, dass auch eine Integration des Einflusses der Querschnittsform (s. *Kap. 3.3 Querschnittsform*) die beobachtete Streuung nicht erklären kann.

Die auf konstanten Werten für den Rauheitsparameter d_C basierenden Potenzansätze sind ebenfalls nicht geeignet die vorhandene Streuung der Daten (s. *Abb. 5.8*) zu erklären. Der Grund ist auch hier in der ungenügenden Beschreibung der individuellen Rauheitsstruktur zu sehen. An ausgewählten Daten (s. *Tab. 5.1*) für natürliche Fließgewässer und für Modellversuche konnte nachgewiesen werden, dass die Verbesserung der Ergebnisse bei Verwendung des spezifischen Abflusses q aufgrund der darin enthaltenen mittleren Fließgeschwindigkeit folgt (s. *Tab. 5.7* und *Abb. 5.9*). Diese Geschwindigkeit ist jedoch im Vorfeld nicht bekannt, und abhängig von der individuellen Rauheitsstruktur und somit von der Rauheitswirkung. Dies ist damit eine Analogie zu Widerstandsbeziehungen in Abhängigkeit der Froudezahl Fr .

Bei den angesprochenen modifizierten Widerstandsbeziehungen wurde trotz der Integration weiterer Parameter, wie der Rauheitsdichte c_K , der Querprofilform h/b oder eines Dämpfungsparameter c_R keine verbesserte Erklärung der Datenstreuung für die anhand *Tab. 5.1* gewählten Daten erzielt.

Die Quantifizierung des Strömungswiderstandes an unterschiedlichen Gewässerabschnitten sowie an identischen Gewässerabschnitten bei Abflussvariation kann gemäß *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* nur auf der Kenntnis der jeweiligen Rauheitsstruktur und den damit verbundenen integralen Eigenschaften des Strömungsfeldes basieren. Dabei sind die im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* ausgeführten unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten bei der Ausbildung des Strömungswiderstandes in Abhängigkeit der relativen Überdeckungen h/d_{84} zu beachten. Für den im Rahmen der vorliegenden Arbeit interessierenden Fall geringer relativer Überdeckungen und dem wirkenden Formwiderstand wird dafür im *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell* die Erstellung und Anwendung eines dreidimensionalen mathematisch-physikalischen Modells behandelt.

6 Mathematisch–physikalisches Modell

6.1 Grundsätzliches und Dimensionalität des Problems

Die mathematisch–physikalische Berechnung der komplexen Strömungsvorgänge von Gewässerabschnitten mit den hier betrachteten Randbedingungen, aber auch von Bauwerken des naturnahen Wasserbaus wie rauen Rampen, bedingt sich vor allem aus Aspekten der Planung, der Vorhersage und Illustration des Betriebs und des Verhaltens bei verschiedenen Abflüssen. Die Schwierigkeit besteht dabei in der Beschreibung der komplexen Strömungsvorgänge, die durch Dreidimensionalität, Ungleichförmigkeit, Lufteintrag, lokale Fließwechsel, Verformungen der Wasserspiegeloberfläche, sowie auch Geschiebetrieb gekennzeichnet sein können. Diese nur sehr schwierig zu erfassenden und theoretisch beschreibbaren Strömungsvorgänge sind in Verbindung mit der zumeist stark variablen Oberflächenstruktur dafür verantwortlich, dass bis zum jetzigen Zeitpunkt kaum systematische Untersuchungen mittels mathematisch–physikalischer Modelle, vor allem aufgrund der in geometrischer Hinsicht sehr anspruchsvollen Randbedingungen, zu finden sind. Die stark gestiegenen ökologischen Anforderungen zur Sicherstellung von Wanderkorridoren mit einer entsprechenden Lebensraumqualität für Organismen verlangen nach zuverlässigen Prognosewerkzeugen für die Strömungscharakteristiken. Die Kombination von gegenständlich-physikalischem und mathematisch-physikalischem Modell sichert daher in naher Zukunft eine qualitativ hochwertigere Problemlösung für derartige Untersuchungen.

Die weitere Gewinnung von Informationen über die Strömungseigenschaften gemäß dem *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*, dem *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* und dem *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* unter den hier betrachteten Randbedingungen erfolgte auf Grundlage der detailliert dokumentierten Datensätze des gegenständlich-physikalischen Modells in *Kanzow (2004)*. Für 3 Gefällebereiche wurden die Korngrößenverteilung und damit die morphologischen Strukturen jeweils zweimal variiert. Die Datengewinnung zu den vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen und den Wasserspiegellagen erfolgte an 7 Längsschnitten mit jeweils 21 Messvertikalen je Versuchsserie. Die in *Kanzow (2004)* durchgeführten zweidimensionalen numerischen Untersuchungen ergaben aufgrund der getroffenen Modellannahmen und der Überschreitung des Gültigkeitsbereichs der zweidimensionalen Flachwassergleichungen Über- und Unterschätzungen der lokal tiefengemittelten Fließgeschwindigkeiten. Eine Aussage über den Verlauf der Geschwindigkeitsprofile war dabei nicht möglich.

Daher konzentrierten sich die vorliegenden Untersuchungen auf eine dreidimensionale Behandlung des Problems mit dem COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS (CFD) Code FLUENT. Der Vorteil der numerischen Berechnung liegt in der Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilungen für alle Raumrichtungen zu jedem betrachteten Zeitpunkt im gesamten Modellgebiet. So können Aussagen über die Abhängigkeit der Sekundäranteile v und w von der morphologischen Struktur gewonnen werden, für die ein Einfluss auf den integral festgestellten Strömungswiderstand nicht ausgeschlossen werden kann.

Die Güte der erzielten numerischen Lösungen weist eine Abhängigkeit von hauptsächlich drei Haupteinflussfaktoren auf. Neben den physikalischen Erhaltungsgleichungen besitzt die Turbulenzmodellierung entscheidenden Einfluss auf die Abbildung der Strömungseigenschaften, vor allem auch hinsichtlich ihrer Sekundäranteile. Für praktische Probleme hat sich dabei die Verwendung von statistischen Turbulenzmodellen bewährt (*Rudnik 1997*). Da in den vorliegenden Untersuchungen insbesondere die Interaktion der

Strömung mit der Oberflächenstruktur von Interesse ist, kommt dem Aspekt der geometrischen Oberflächenabbildung in Verbindung mit der Erzeugung geeigneter numerischer Rechengitter ein besonderer Stellenwert zu. Im Gegensatz zu idealisierten Untersuchungen hinsichtlich Körperumströmungen, deren Hintergrund vor allem die detaillierte räumliche Auflösung der Strömungsdetails in direkter Umgebung von Hindernissen ist (Deck 1996), muss für die hier behandelte Problematik ein Kompromiss zwischen der notwendigen Auflösung der komplexen Ränder und der akzeptablen Genauigkeit der numerischen Lösung gefunden werden. Letztlich ist die Wahl numerischer Verfahren zur Diskretisierung und Lösung der strömungsbeschreibenden Differentialgleichungen insbesondere unter Beachtung des zeitlichen Aufwandes von der Turbulenzmodellierung und der generierten Rechengitter abhängig.

6.2 Erhaltungsgleichungen

Die Behandlung des turbulenten strömungsmechanischen Problems erfolgt unter Grundlage der Kontinuumshypothese mit der Kontinuitätsgleichung und der Navier–Stokes–Gleichung, obwohl bis heute kein Existenzbeweis für Lösungen der Navier–Stokes–Gleichung mit Anfangsbedingungen für beliebig lange Zeitreihen und große Reynoldszahlen existiert (Biechele 2000). Zum Ansatz kommt dabei die zeitlich gemittelte Form der Erhaltungsgleichungen für Masse (s. Kap. 2.3.1 Strömungsfeld, Formel 2.9) und Impuls (s. Kap. 2.3.1 Strömungsfeld, Formel 2.8) inkompressibler Fluide mit konstanter Viskosität und Dichte in kartesischen Koordinaten und Tensornotation unter der Eulerschen Betrachtungsweise an einem ortsfesten Kontrollvolumen (Garde 1994, Truckenbrodt 1996, FLUENT 1998).

Bei der vorliegenden Problematik existiert weiterhin eine starke Interaktion zwischen der freien Wasserspiegeloberfläche und den komplexen Oberflächenstrukturen (s. Kap. 6.5 Approximation der Ränder und Gittergenerierung). Dies äußert sich in Deformationen der Wasserspiegeloberfläche. Wie in Kap. 4.3 Natürlich raue Randbedingungen und geringe relative Überdeckung gezeigt werden konnte, ist damit ein erhöhter Strömungswiderstand beziehungsweise Energieverlust verbunden. Daher ist eine korrekte Behandlung der freien Wasserspiegeloberfläche zur realitätsnahen Abbildung der Strömungscharakteristiken erforderlich. Als Ansatz für diese separierte Mehrphasenströmung wird das *Volume-of-Fluid (VOF)*-Verfahren (Hirt et Nichols 1981) gewählt, welches die zeitliche Abhängigkeit der deformierbaren Phasengrenzfläche zwischen nicht mischbaren inkompressiblen Fluiden verfolgt. Basierend auf der phasenbezogenen Bilanzierung des Untersuchungsgebietes wird eine Bilanzgleichung für eine Volumenanteilsfunktion α_q gelöst. Die zeitliche Ausbreitung der Phasen in Abhängigkeit vom Strömungsfeld erfolgt über folgende Transportgleichung:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \alpha_q}{\partial x_i} = 0 \quad (6.1)$$

Zusätzlich zu dieser Volumenanteilsfunktion werden die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls für beide Phasen gemeinsam gelöst. Die Volumenanteilsfunktion stellt dabei den Phasenindikator dar, der für jede Berechnungszelle in Abhängigkeit des Volumenanteils der Phasen diskrete Werte zwischen 0 und 1 annimmt. Damit ergeben sich für eine Berechnungszelle folgende potentielle Zustände:

- $\alpha_q = 0$ die Zelle enthält keinen Anteil des Fluids q

- $\alpha_q = 1$ die Zelle enthält nur den Anteil des Fluids q
- $0 < \alpha_q < 1$ die Zelle enthält beide Phasen und damit die Phasengrenzfläche

Die Summe der Volumenanteile jeder Berechnungszelle beträgt 1. Die Phaseneigenschaften bezüglich Dichte und Viskosität werden für den Fall $0 < \alpha_q < 1$ entsprechend des jeweiligen Anteils gewichtet und dann in die Impulserhaltungsgleichung eingeführt.

6.3 Turbulenzmodellierung

Methoden zur Modellierung beziehungsweise der Simulation aller Freiheitsgrade eines turbulenten Systems, wie

- die Newton–Gleichung – Molekulardynamik
- die Master–Gleichung – Hydrostochastik
- die „Direkte Numerische Simulation“ (DNS) der Navier–Stokes–Gleichung

haben wissenschaftlichen Charakter und sind auf einfachste Geometrien und niedrige Reynoldszahlen beschränkt (*Biechele 2000*). Sie werden hier nicht weiter betrachtet, da die erzeugten Lösungen in Raum- und Zeitrichtung eine schwer überschaubare Datenmenge beinhalten und für praktische Fragestellungen in der Regel die mittlere Bewegung des Fluids von Interesse ist. Der Vollständigkeit halber sei hier ohne weiteren Kommentar noch die Grobstruktursimulation (Large Eddy Simulation) genannt und auf *Fröhlich (2006)* verwiesen.

Für die in *Kap. 2.3.1 Strömungsfeld Formel 2.8* präsentierte zeitlich gemittelte Form der Navier–Stokes–Gleichung, auch Reynoldsgleichung (Reynolds Averaged Navier–Stokes–Equation, RANS), werden numerisch verwertbare Ausdrücke für die Reynoldsspannungen durch direkte Modellierung des Reynoldsspannungstensors (Wirbelviskositätsmodelle aufgrund der Hypothese von *Boussinesq*) oder durch Einführung einer Transportgleichung für den Reynoldsspannungstensor gefunden.

6.3.1 Wirbelviskositätsmodelle

Grundlage des Wirbelviskositätsprinzips ist die von *Boussinesq (1877)* postulierte Analogie zwischen viskosen und turbulenten Spannungen. In Anlehnung an das Materialgesetz *Newton'scher* Fluide werden die Reynoldsspannungen proportional der Scherrate angenommen

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (6.2)$$

mit der über die Spur der Reynoldsschen Spannungen definierten turbulenten kinetischen Energie

$$k = \frac{1}{2} \overline{(u'_i u'_i)} \quad (6.3)$$

Eine vereinfachende Charakterisierung des lokalen Turbulenzzustandes kann durch ein Geschwindigkeitsmaß (Schwankungsintensität) und ein Längenmaß (Größe der Turbulenzelemente) erfolgen. Die Annahme von $v_t = \text{konstant}$ ist in den allermeisten Fällen nicht ausreichend, so dass die Bestimmung der v_t -Verteilung im Strömungsgebiet unter Formulierung von Nullgleichungs- (algebraische) Modelle, Eingleichungs- oder Zweigleichungsmodellen erforderlich wird.

Nullgleichungsmodelle arbeiten ohne zusätzliche Transportgleichung für turbulente Größen. Die Wirbelviskosität wird durch algebraische Beziehungen aus den zeitgemittelten Größen der Hauptströmung bestimmt. Voraussetzung dafür ist ein lokales Gleichgewicht zwischen der Produktion turbulenter kinetischer Energie und deren Dissipationsrate. Das *Prandtl'sche* Mischungswegmodell als Beispiel für ein Nullgleichungsmodell wurde im *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung* besprochen.

Für turbulente Transportvorgänge, die Bestandteil jedes komplexeren strömungsmechanischen Problems sind, reicht die Annahme eines lokalen Gleichgewichtes nicht aus. Eingleichungsmodelle verwenden daher in der Regel eine Transportgleichung für das Geschwindigkeitsmaß, die als Feldgleichung im gesamten Strömungsgebiet ausgewertet wird.

In Zweigleichungsmodellen wird je eine Transportgleichung für die Geschwindigkeits- und Längenmaßvariable spezifiziert. Ein generelles Unterscheidungsmerkmal besteht dabei in der Wahl der Transportvariablen, die das Verhalten der energiereichen, großskaligen Turbulenzelemente beschreiben. Obwohl Zweigleichungsmodelle, aufgrund des Wirbelviskositätsprinzips, auf der Annahme lokal isotroper Turbulenz basieren, werden sie als die unterste Stufe der „vollständigen“ Turbulenzmodelle angesehen, da die physikalischen Eigenschaften ausschließlich auf Grundlage der Anfangs- und Randbedingungen abgebildet werden (*Wilcox 1994*). Der bekannteste und hier als Referenz herangezogene Vertreter ist das Standard $k - \varepsilon$ – Modell von *Launder et Spalding (1972)*, für das jedoch unphysikalische Lösungen (negative Energie) existieren und das ein numerisch instabiles Verhalten aufgrund stark nicht-linearer Quellterme zeigt (*Biechele 2000, Schönung 1990*).

Die Definition der lokalen turbulenten Viskosität v_t erfolgt bei dem Standard $k - \varepsilon$ – Modell über die kinetische Energie k der turbulenten Schwankungsbewegungen und deren Dissipationsrate ε , die als pro Zeit- und Masseneinheit in innere Energie überführter kinetischer Energie der turbulenten Strömung definiert ist. Die Bestimmung der v_t -Verteilung erfolgt dabei mit je einer Transportgleichung (*FLUENT 1998*).

$$v_t = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} P_k \cdot \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6.6)$$

Der Produktionsterm P_k der turbulenten kinetischen Energie wird dabei anhand des Ansatzes

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (6.7)$$

modelliert. In Strömungsgebieten mit dominierenden Normalkomponenten, wie zum Beispiel Staupunkte, liefert der Produktionsterm P_k eine deutlich zu große Produktion turbulenter kinetischer Energie. Auch bei Profilmströmungen kann diese Überproduktion zu falschen Ergebnissen bezüglich Grenzschicht und Profilmachlauf führen.

Die Modellkonstanten in *Tab. 6.1* wurden aufgrund von einfachen inkompressiblen Modellversuchen für turbulente Scherströmungen sowie abklingende isotrope Gitterturbulenz gefunden und für einen weiten Bereich von wandgebundenen und freien Scherströmungen bestätigt (*FLUENT 1998*).

Tab. 6.1: Modellkonstanten des Standard $k - \varepsilon$ – Modell (*Fluent 1998*)

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C_{μ}	σ_k	σ_{ε}
1,44	1,92	0,09	1,0	1,3

Die Transportgleichungen, *Formel 6.5* und *Formel 6.6*, sind unter der Voraussetzung einer voll ausgebildeten turbulenten Strömung bei hohen Reynoldszahlen gültig. In der Nähe fester Wände, wo viskose Effekte gegenüber den turbulenten Spannungen dominieren, müssen die Transportgleichungen modifiziert werden. Dazu existieren Wandfunktionen zur Überbrückung der viskosen Unterschicht und des Übergangsbereichs und auch Dämpfungsfunktionen für Low-Reynolds-Number-Bereiche („LowRe-Modelle“).

Als modifizierte Ansätze und weitere Zweigleichungsmodelle seien hier folgende Vertreter genannt:

- Renormalization Group (RNG) – Modell (*Yakhot et Orszag 1986*)
- Realizable $k - \varepsilon$ (RKE) – Modell (*Shih et al. 1995*)
- $k - \omega$ – Modell (*Wilcox 1988*)
- SST $k - \omega$ – Modell (*Menter 1994*)

6.3.2 Reynoldsspannungsmodelle

Den höchsten Grad der Allgemeingültigkeit unter den statistischen Turbulenzmodellen besitzen die Reynoldsspannungsmodelle. Diese basieren im Gegensatz zu den Wirbelviskositätsmodellen nicht auf der Annahme von *Boussinesq (1877)*. Vielmehr wird das Schließungsproblem der Turbulenz auf einer höheren Ebene gelöst, indem aus der Navier–Stokes–Gleichung eine Transportgleichung für den Reynoldsspannungstensor abgeleitet wird. Das direkte Einsetzen der mittleren und fluktuierenden Anteile der Strömungsgrößen (s. *Kap. 2.3.1 Strömungsfeld, Formel 2.7*) in die Navier–Stokes–Gleichung ergibt bei anschließender Subtraktion der reynoldsgemittelten Navier–Stokes–Gleichung eine Transportgleichung der Schwankungsbewegungen. Davon ausgehend kann die Transportgleichung für den Reynoldsspannungstensor in folgender symbolischer Form entwickelt werden (*FLUENT 1998*):

$$A_{ij} + C_{ij} = P_{ij} + \phi_{ij} + D_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (6.8)$$

mit

$$A_{ij} = \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} \quad \text{Ansammlungsrate}$$

$$C_{ij} = \bar{u}_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \quad \text{Hauptströmungstransport}$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad \text{Produktion}$$

$$\phi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{Druck-Scher-Korrelation}$$

$$D_{ij} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_i u'_j u'_k} + \frac{p' u'_i}{\rho} \delta_{ik} + \frac{p' u'_j}{\rho} \delta_{jk} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad \text{diffusiver Transport (molekular und turbulent)}$$

$$\varepsilon_{ij} = -2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \quad \text{Dissipation}$$

Jede Komponente des in dieser Art formulierten Reynoldsspannungstensors wird dabei mit einer eigenen Transportgleichung unter bestimmten Modellannahmen im Untersuchungsgebiet ausgewertet (*FLUENT 1998*).

6.3.3 Modellauswahl

Grundsätzlich verursacht ein erhöhter Grad an Allgemeingültigkeit eine verbesserte Ergebnisqualität, gleichzeitig ist damit aber auch eine Verschlechterung der Stabilität und Effizienz des numerischen Lösungsverfahrens verbunden. Daher zwingt in vielen Fällen ein zunehmend komplexeres Problem zur eher einfachen Formulierung des Turbulenzmodells.

Nullgleichungs- und Eingleichungsmodelle sind im Allgemeinen nur für einfachere Strömungen (Scherschichten) geeignet. Zweigleichungsmodelle stellen die einfachsten und meist verwendeten Ansätze für allgemeine Strömungen dar und bieten trotzdem einen guten Kompromiss hinsichtlich Genauigkeit und Aufwand beziehungsweise Wirtschaftlichkeit. Reynoldsspannungsmodelle sind bei komplexerem Turbulenzverhalten überlegen, aber aufwendiger und weniger getestet. In *Tab. 6.2* sind einzelne Vor- und Nachteile kurz skizziert.

Tab. 6.2: Vor- und Nachteile von Turbulenzmodellen (Rodi 2006)

	Wirbelviskositätsmodelle	Reynoldsspannungsmodelle
Vorteile	durch geringen Rechenaufwand durch vorhandene Vergleichsrechnungen durch akzeptable Ergebnisse für viele industrielle Anwendungen	bei plötzlichen Querschnittsänderungen bei Stromlinienkrümmung bei starker Dreidimensionalität und Anisotropie bei starkem Rotationseinfluss bei Grenzschichteffekten (Ablösung)
Nachteile	bei plötzlichen Querschnittsänderungen bei Stromlinienkrümmung bei starker Dreidimensionalität und Anisotropie bei starkem Rotationseinfluss bei Grenzschichteffekten (Ablösung)	durch erhöhten numerischen Aufwand und Rechenzeit Konvergenzprobleme oft keine klare Überlegenheit gegenüber Wirbelviskositätsmodellen

Aufgrund unabhängiger Testrechnungen zu vorliegender Problematik (Holzhey 2004) ergaben sich bei Verwendung eines Reynoldsspannungsmodells in etwa 4–fach erhöhte Iterationszeiten gegenüber den Wirbelviskositätsmodellen. Weiterhin entstanden nach der Simulation von wenigen Sekunden Realzeit unabhängig von der Zeitschrittweite und den Relaxationsfaktoren (s. Kap. 6.7 *Diskretisierung und Lösungsverfahren*) Konvergenzprobleme. Dies dürfte auf die in Kap. 6.5 *Approximation der Ränder und Gittergenerierung* besprochene komplexe Oberflächenstruktur in Verbindung mit den dafür erzeugten numerischen Berechnungsgittern zurückzuführen sein.

Bei der weiteren Modellauswahl wurde sich aus Gründen der Allgemeingültigkeit auf die in dem CFD–Code FLUENT implementierten Zweigleichungsmodelle des Typs *Standard $k - \varepsilon$* , *Renormalization Group (RNG) $k - \varepsilon$* und *Realizable $k - \varepsilon$ (RKE)* beschränkt. Diese unterscheiden sich in der Methode der Berechnung für die turbulente Viskosität, den Modellkonstanten und den Quell- und Senkentermen der ε –Gleichung. Gleichzeitig stellt die Art der Wandbehandlung einen nicht zu unterschätzenden Faktor hinsichtlich der Qualität der Berechnungsergebnisse dar.

Das *Realizable $k - \varepsilon$ (RKE)*–Modell unterscheidet sich gegenüber dem *Standard $k - \varepsilon$* –Modell durch einen variablen, von den Strömungseigenschaften abhängigen, Koeffizienten C_μ sowie einen veränderten Quell- und Senkenterm in der ε –Gleichung (FLUENT 1998). Diese Erweiterung des *Standard $k - \varepsilon$* –Modells erfolgte unter dem Aspekt der physikalischen Realisierbarkeit, was als grundlegende Anforderung an Turbulenzmodelle gesehen werden muss, um physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu liefern. Grundlegende Bedingung sind dabei eine positive turbulente kinetische Energie und Dissipation sowie positive Normalspannungen. Weiterhin muss das Quadrat der turbulenten Scherspannung immer kleiner oder höchstens gleich dem Produkt der zugehörigen turbulenten Normalspannung sein. Durch die Akzeptanz dieser Bedingungen und realisierten Modifikationen kann mit dem *Realizable $k - \varepsilon$ (RKE)*–Modell unter

anderem die Überproduktion von turbulenter kinetischer Energie k an Staupunkten vermieden werden. Gleichzeitig wird die Aufweitungsrates eines turbulenten Freistrahles deutlich besser abgebildet und die Singularität an festen Wänden ist nicht mehr gegeben. Die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k ist identisch dem *Standard $k - \varepsilon$* -Modell.

Im Vergleich zu dem *Standard $k - \varepsilon$* - und dem *Realizable $k - \varepsilon$ (RKE)*-Modell ist das *Renormalization Group (RNG) $k - \varepsilon$* -Modell nicht von den reynoldsgemittelten Navier–Stokes–Gleichungen abgeleitet. In der *Renormalization*-Theorie werden ausgehend von den Navier–Stokes–Gleichungen der Momentanwerte iterativ enge Frequenzbänder der kleinskaligen, isotropen turbulenten Schwankungen isoliert. In den resultierenden $k - \varepsilon$ -Gleichungen erscheint dadurch eine modifizierte effektive Viskosität, die von den integralen turbulenten Skalen abhängig ist. Für eine detaillierte Ableitung sei auf die grundlegende Arbeit von *Yakhot et Orszag (1986)* verwiesen. Die analytisch abgeleitete Differentialgleichung zur Berechnung der effektiven Viskosität $\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t$ ist dabei für große und kleine Reynoldszahlen gültig (*FLUENT 1998*).

$$\frac{\nu_{\text{eff}}}{\nu} = \partial \left(\frac{k}{\sqrt{\frac{\varepsilon \nu}{3}}} \right) = 1,72 \frac{\frac{\nu_{\text{eff}}}{\nu}}{\sqrt{\left(\frac{\nu_{\text{eff}}}{\nu}\right)^3 - 99}} \partial \left(\frac{\nu_{\text{eff}}}{\nu} \right) \quad (6.9)$$

Formel 6.9 beschreibt dabei die Abhängigkeit des turbulenten Transports von der Größe der Turbulenzelemente und erlaubt eine verbesserte Behandlung von Strömungen mit niedrigen Reynoldszahlen und wandgebundenen Strömungen. Für hohe Reynoldszahlen ergibt *Formel 5.9* die zum Standard $k - \varepsilon$ -Modell identische Bildungsvorschrift für die turbulente Viskosität. Die aus der *Renormalization*-Theorie abgeleitete Modellkonstante $C_\mu = 0,0845$ ist dabei nahezu identisch mit dem für das Standard $k - \varepsilon$ -Modell bestimmten Wert $C_\mu = 0,09$. Die Transportgleichungen der turbulenten Größen k und ε im *RNG $k - \varepsilon$* -Modell haben dabei eine ähnliche Form zu denen des *Standard $k - \varepsilon$* -Modells.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k (\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon (\nu + \nu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}^* \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6.11)$$

Der Koeffizient des Quellterms in *Formel 6.11* ist mit $C_{\varepsilon 1} = 1,42$ konstant. Gegenüber dem *Standard $k - \varepsilon$* -Modell ist der Koeffizient $C_{\varepsilon 2}^*$ des Senkenterms in *Formel 6.11* eine Funktion des Schubparameters η und wirkt je nach Größe als zusätzlicher Quell- oder Senkenterm.

$$C_{\varepsilon 2}^* = C_{\varepsilon 2} + \frac{C_{\mu} \rho \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{4,38}\right)}{1 + 0,012 \eta^3} \quad (6.12)$$

mit

$$\eta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Bei hohen Scherraten wird dadurch die turbulente Viskosität gedämpft und umgekehrt, was einer Analogie zum *Realizable k – ε (RKE)* – Modell entspricht ohne eine Realisierung der dafür angegebenen Bedingungen. In *Tab. 6.3* sind die Modellkonstanten für das *Renormalization Group (RNG) k – ε* – Modell zusammengestellt.

Tab. 6.3: Modellkonstanten des *Renormalization Group (RNG) k – ε* – Modell (*Fluent 1998*)

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C_{μ}	$\alpha_k = \alpha_{\varepsilon}$
1,42	1,68	0,0845	1,393

Die für das *Renormalization Group (RNG) k – ε* – Modell angegebenen Modifikationen bewirken insgesamt eine verbesserte Behandlung von Instabilitäten (Wirbel und Stromlinienkrümmungen) und schnellen „gespannten“ Scherungen im Vergleich zum *Standard k – ε* – Modell.

Unabhängige Testrechnungen zur Eignung von Zweigleichungsmodellen für die vorliegende Problematik ergaben für das *Renormalization Group (RNG) k – ε* – Modell qualitativ verbesserte Ergebnisse im Vergleich zu dem *Standard k – ε* – und *Realizable k – ε (RKE)* Modell bei gleichzeitig sehr robuster Stabilität und schneller Konvergenz der Lösung (*Holzhey 2004*). Dieses Ergebnis bestätigt damit auch den zuvor skizzierten Einsatzbereich unter Betrachtung der hier vorliegenden Randbedingungen und Oberflächenstrukturen und steht im Einklang mit Erfahrungen verschiedener Autoren (*Nicholas 2001, Lane et al. 2004, Carney et al. 2006*).

6.4 Wandbehandlung

Die korrekte Behandlung turbulenter Größen an festen Wänden hat einen entscheidenden Einfluss auf die Qualität numerischer Ergebnisse. Bei wandnahen Strömungen treten starke Geschwindigkeitsgradienten in Wandrichtung auf, da die Geschwindigkeit aufgrund der Haftbedingung direkt an der Wand Null ist. Gleichzeitig verschiebt sich der Charakter der auftretenden Spannungen von turbulent in der freien Strömung hin zu einer viskosen Dominanz in der Unterschicht. Generell wird dieser Übergang in drei Bereiche eingeteilt (s. *Abb. 6.1*).

In direkter Wandnähe für $z^+ < 5$, dem viskosen Bereich, verschwindet der Einfluss turbulenter Spannungen und es gilt nach *Kap. 2.3.2 Geschwindigkeitsverteilung* ein linearer Zusammenhang zwischen den dimensionslosen Größen für die wandtangente Geschwindigkeit u^+ und dem Wandnormalenabstand z^+ .

$$u^+ = z^+ \tag{6.13}$$

$$u^+ = \frac{u}{u^*} = u \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}} \tag{6.14}$$

$$z^+ = u^* \frac{z}{\nu} = \sqrt{\frac{\tau_0 z}{\rho \nu}} \tag{6.15}$$

- u wandparallele Geschwindigkeit
- τ_0 Wandschubspannung
- z kürzester Abstand von einem Gitterzellenmittelpunkt zur Wand

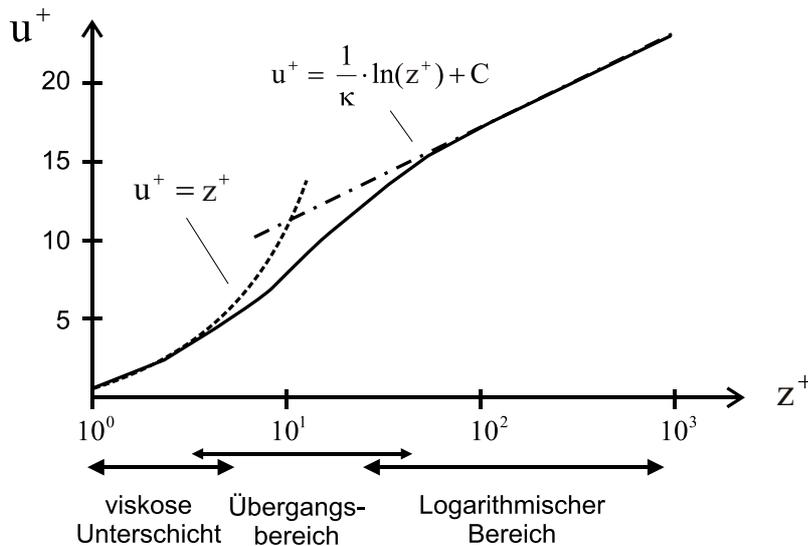


Abb. 6.1: Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe (nach Fluent 1998)

Nach einem Übergangsbereich folgt der Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes für den Zusammenhang zwischen u^+ und z^+ ab der Untergrenze von etwa $z^+ = 30$. Für die Obergrenze von z^+ des logarithmischen Bereichs werden in der Literatur Werte von 200 bis über 500 angegeben (*Garde 1994, Truckenbrodt 1996*), was nach den Ausführungen der *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* und *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* von den Fernfeldrandbedingungen abhängig ist.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(z^+) + C \quad (6.16)$$

$$\kappa = 0,40$$

$$C = \text{Fkt. (Flächenrauheitseigenschaften)}$$

Die im *Kap. 6.3 Turbulenzmodellierung* vorgestellten Turbulenzmodelle wurden für hohe Reynoldszahlen entwickelt und verlieren in Wandnähe (Unterschicht und Übergangsbereich) ihre Gültigkeit. Die numerische Behandlung und Modellierung des kinetischen Verhaltens der Strömung in diesem Bereich erfordert daher geeignete Modifikationen und Annahmen.

Durch die Verwendung von Dämpfungsfunktionen können die Transportgleichungen bis an die Wand integriert werden. Dort verschwindet die turbulente kinetische Energie und die Dissipationsrate weist einen endlichen Wert auf. Im Gegensatz zum vertikalen Geschwindigkeitsverlauf besitzen die Beträge von k und ε in unmittelbarer Wandnähe ein lokales Maximum, wodurch in diesem Bereich sehr starke Gradienten resultieren. Für die numerisch korrekte Behandlung dieser starken Gradienten ist deshalb ein sehr feines Berechnungsgitter erforderlich. Der wandnächste Zellenmittelpunkt sollte dafür einen normalen Abstand von $z^+ \approx 1$ haben und der Bereich bis $z^+ \approx 20 \dots 30$ sollte mit mindestens 10 bis 20 Knotenpunkten diskretisiert werden (*Fluent 1998*). Die verfügbaren Rechenressourcen sind damit ein entscheidender Faktor bei der Wahl von Dämpfungsfunktionen.

Mit Hilfe von Wandfunktionen kann der wandnahe Bereich überbrückt und damit eine Diskretisierung der viskosen Schicht und der Übergangsschicht vermieden werden. Der wandnächste Zellenmittelpunkt sollte einen Wert von $z^+ \approx 30$ haben. Für die Annahme eines lokalen Gleichgewichtes zwischen turbulenter Produktion P_k und Dissipation ε an diesem Punkt (*Fluent 1998*) folgt unter Ansatz von

$$u^* = C_\mu^{0,25} \cdot k^{0,50} \quad (6.17)$$

für die Wandschubspannung τ_0

$$\tau_0 = \frac{u_P}{z_P} \cdot \frac{\kappa \cdot \rho \cdot C_\mu^{0,25} \cdot k_P^{0,50} \cdot z_P}{\ln(z^+) + \kappa \cdot C} \quad (6.18)$$

Index P Werte am wandnächsten Punkt

Diese wird als Randbedingung für die Impulsgleichungen benötigt. Die Produktion $P_{k,P}$ und die Dissipationsrate ε_P ergeben sich damit aus den *Formel 6.19* und *Formel 6.20*.

$$P_{k,P} = \tau_0 \cdot \frac{C_\mu^{0,25} \cdot k_P^{0,50}}{\kappa \cdot z_P} \quad (6.19)$$

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{0,75} \cdot k_P^{1,50}}{\kappa \cdot z_P} \quad (6.20)$$

Für eine ausreichende Diskretisierung der logarithmischen Schicht sollten in etwa 5 bis 10 weitere Knotenpunkte innerhalb dieses Bereichs liegen (*Fluent 1998*).

In vorliegenden Untersuchungen wurde die Wandbehandlung aus Gründen der vorhandenen Rechenkapazitäten mit Wandfunktionen realisiert.

6.5 Approximation der Ränder und Gittergenerierung

Die Abhängigkeit der numerischen Lösung von der Implementierung der zur Verfügung stehenden Daten bezüglich der Oberflächenstruktur wurde in *Sabrowski (2005)* und *Sabrowski (2006)* diskutiert.

Bewegen sich die charakteristischen Korngrößen in der Größenordnung der Fließtiefe sind die traditionellen Verfahren der Gittergenerierung für den wandnahen Bereich zu modifizieren. Zur Definition des Längenmaßstabes der Rauheit (siehe *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung*) werden in der Literatur Werte für d_C im Bereich von $3,5 d_{84}$ und $6,8 d_{50}$ angegeben (*Carney et al. 2006, Lane et al. 2004, Nicholas 2001*). Der Nachteil dieser traditionellen Herangehensweise ist eine flächige Vereinheitlichung der Rauheitswirkung ohne Differenzierung der verschiedenen Skalen in einem bezüglich der Ränder mehr oder weniger gemittelten Geometriemodell (s. *Abb. 6.2a*). Bei der numerischen Behandlung mit einer Wandfunktion ergibt sich jedoch aus Stabilitäts- und Genauigkeitsgründen der obere Grenzwert für den Längenmaßstab der Rauheit aus der Größe der wandnächsten Zelle beziehungsweise der Lage des Zellmittelpunktes. Diese Parametrisierung ist aber nur dann anwendbar, wenn die relative Überdeckung h/d_C eine Diskretisierung der vertikalen Richtung mit einer ausreichenden Anzahl von Elementen je nach Art der Wandbehandlung erlaubt (s. *Abb. 6.2b*).

Für den Fall geringer relativer Überdeckungen ist die Vergrößerung der Rauheitslänge nicht möglich. Um den Fließwiderstand insgesamt auf allen Skalen darzustellen, ist eine Aufteilung der Anteile auf Flächen- und Formrauheit notwendig. Dazu bietet sich an, die großen Skalen direkt in den topologischen Strukturen des numerischen Modells zu integrieren und die kleinen Skalen weiterhin zu parametrisieren. Welche Skalen in welcher Form behandelt werden, hat der Modellierer hinsichtlich der Datengüte und Datendichte des Höhenmodells und der resultierenden Qualität der numerischen Lösung für den Einzelfall zu entscheiden.

In den Untersuchungen von *Nicholas (2001)* wurde die Formrauheit für die Fälle $h/d_{50} = 16$ und 35 am Beispiel zweier natürlicher Fließgewässer über ein normal verteiltes Sohlhöhenmodell beschrieben. Der Längenmaßstab der großen Skalen wurde dabei gleich der Standardabweichung der Höhen gesetzt und im Längsschnitt als Differenz von der Regressionsgeraden vorgegeben (s. *Abb. 6.2c*).

Bei dieser stark idealisierenden Herangehensweise geht ein Großteil der Informationen über die kleinräumige Strukturausprägung verloren. Dies hat sich beim Vergleich von Messergebnissen im Strömungsschatten größerer Strukturen und der Berechnungsergebnisse des Modells gezeigt, da die sohlnahen Geschwindigkeitsgradienten nicht allein durch die Parametrisierung der kleinen Skalen über ein absolutes Rauheitsmaß abgebildet werden konnten. Ein weiterer Aspekt ist dabei die Vernachlässigung der Querrichtung des zweidimensional ebenen Modells, so dass der Einfluss der horizontalen Sekundärströmungen nicht erfasst wurde. Die Wasserspiegeloberfläche in der vertikalen Richtung wurde als feste Symmetrieebene vorgegeben.

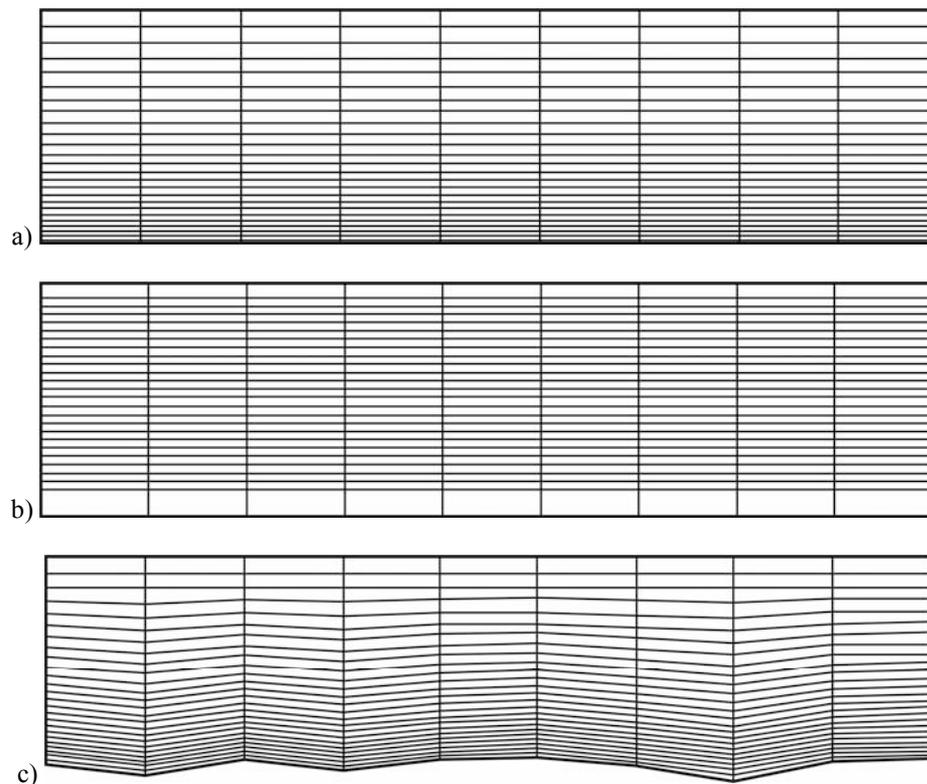


Abb. 6.2: Implementierung von Rauheitsinformationen (nach Nicholas 2001)

Für den Fall $h/d_{84} = 3,3$ beziehungsweise $h/d_{50} = 11,3$ wurden von *Lane et al. (2004)* am Beispiel eines Modellversuches die Sohlhöhen mittels Stereophotogrammetrie unter einem Raster von 0,002m aufgenommen. Nach dem Nyquist–Abtasttheorem gelingt dabei die Erfassung der Rauheitsstrukturen ab 0,004m in erster Näherung genau. Die Abbildung der Strukturen erfolgte über eine Definition der Porosität in den finiten Volumen (s. *Abb. 6.3* links). Die dabei anfallenden Datenmengen erlaubten die numerische Modellierung für einen kleinen Ausschnitt des Gerinnes in 3 Raumrichtungen. Die Wasserspiegeloberfläche wurde als feste Symmetrieebene vorgegeben. Die erzielten Berechnungsergebnisse liegen in guter Übereinstimmung mit Messwerten, was die Eignung der numerischen Berechnungsansätze für die äußerst komplexen Ränder natürlicher Fließgewässer bestätigt. Die Einschränkung dieser Untersuchung liegt vor allem bei den notwendigen Rechenressourcen und in einer begründeten Notwendigkeit zur Auflösung der Strömungs- und Oberflächenstrukturen in solch feinen räumlichen Skalen, da für praktische Fragestellungen vielmehr die bestmögliche und aussagekräftigste Vereinfachung interessant ist.

In *Sabrowski (2005, 2006)* wurde die Erstellung und Anwendung eines numerischen Modells für die Fälle $h/d_{84} = 0,31$ bis 1,33 vorgestellt. Dabei lag die Intention auf der gleichzeitigen Approximation der Geschwindigkeitsverteilungen und der freien Wasserspiegeloberfläche. Für eine integrale Aussage hinsichtlich der Strömungseigenschaften ergibt sich aus Gründen des Generierungsaufwandes für das jeweilige Modell die Frage nach der unbedingt notwendigen Datenmenge zu der hinsichtlich der räumlichen Auflösung weitgehend exakten Beschreibung des Problems. Die Erstellung des geometrischen Modells erfolgte dafür anhand von wandgebundenen Koordinaten (s. *Abb. 6.3* rechts).

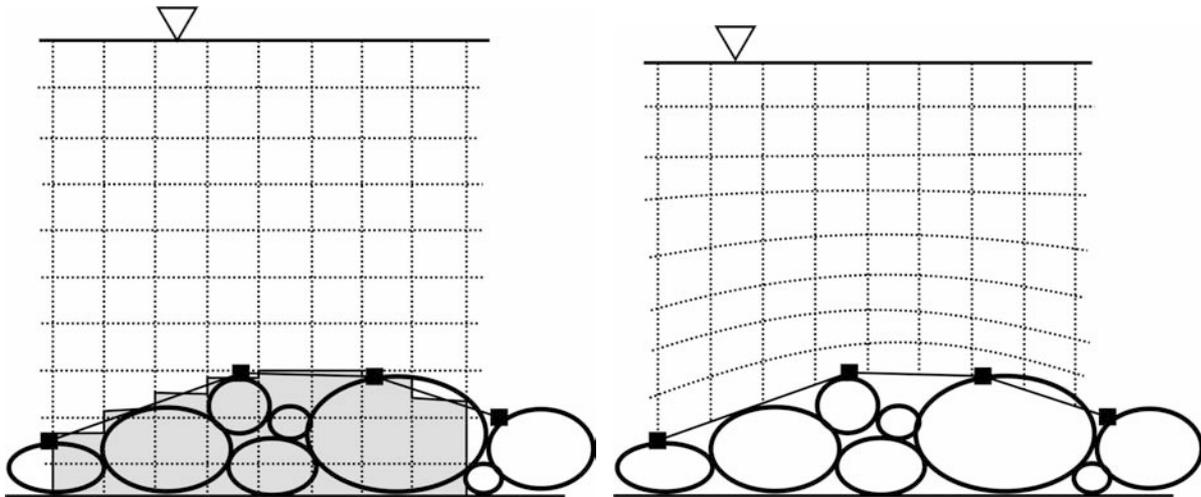


Abb. 6.3: Ansätze zur geometrischen Rauheitsbeschreibung nach Porositätsdefinition (links) und wandgebundenen Koordinaten (rechts) (nach Lane et al. 2004)

Für die Modellversuche von *Kanzow (2004)* beschreibt die ursprüngliche Frequenz der Datenaufnahme von $dx/dz = 0,020/0,016$ m mit 3213 Punkten/ m^2 die Strukturen des Korndurchmessers $d_{65} = 0,037$ m (40% der gesamten Modellfläche) annähernd genau. Bei entsprechender Belegung der Matrix für die Höhen des Modells gehen bei einer Datenausdünnung von 50% in den horizontalen Richtungen (832 Punkte/ m^2) nur Informationen in der Umgebung der Messpunkte verloren. Dabei wird dennoch eine Beschreibung der Strukturen im Bereich des $d_{84} = 0,075$ m (35% der gesamten Modellfläche) erreicht. Die Intensität des Informationsverlustes an den Nachbarpunkten bestimmt dabei die Güte der Approximation der Geschwindigkeitsverteilungen an den Messpunkten selbst und im restlichen Untersuchungsgebiet. Eine weitere Datenausdünnung von 25% in den horizontalen Richtungen (272 Punkte/ m^2) liefert dann nur noch Informationen über die Strukturen in der Größenordnung $d_{max} = 0,140$ m (10% der gesamten Modellfläche). In *Abb. 6.4* sind diese diskreten Abbildungen der Strukturen in Abhängigkeit der erwähnten Auflösung dargestellt, die die stark unregelmäßige untere Berandung der Untersuchungsgebiete darstellen.

Für die hier untersuchten Strömungseigenschaften und Oberflächenstrukturen erwies sich die Approximation des geometrischen Modells mit einer Ausdünnung der Oberflächeninformationen von 50% aus Gründen der Rechenzeit als notwendig und in Betrachtung der gestellten Aufgabe als ausreichend genau (*Sabrowski 2006*). Die Gesamtausdehnung des geometrischen Modells von $4,00$ mal $1,50$ m wurde am oberen und unteren Ende um jeweils $1,00$ m verlängert, um den Einfluss der Randbedingungen am Eintritts- und Austrittsrand auf die Strömungssituation im Innern des Modellgebietes weitgehend zu minimieren.

Die Implementierung der aufbereiteten Informationen bezüglich der Oberflächenstruktur bereitet prinzipiell für den gesamten Untersuchungsbereich von $6,00$ mal $1,50$ m kein Problem. Die notwendige Güte des Berechnungsgitters zur Auflösung der interessierenden räumlichen Skalen, besonders in vertikaler Richtung, verursacht jedoch vor allem aufgrund der turbulenten Eigenschaften einen Zeitaufwand, der im Rahmen des zur Verfügung stehenden Zeitraumes nicht zu realisieren war.

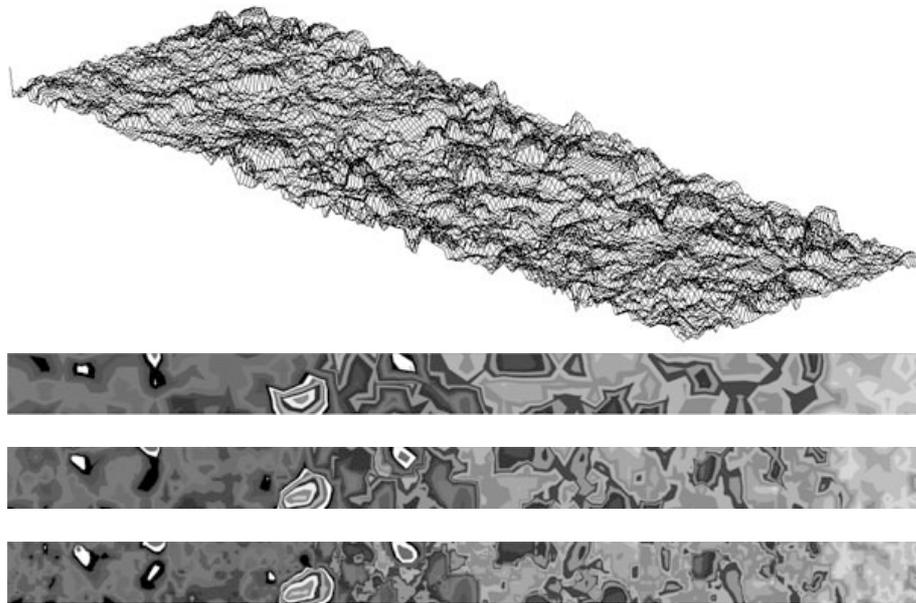


Abb. 6.4: Qualität der Höhenmodelle in Abhängigkeit der Auflösung (nach *Sabrowski 2006*)

Aus diesem Grund wurde für die Untersuchungsgebiete eine hybride Modelltechnik angewandt. Dabei stand die Frage nach einer möglichen Aufteilung und unabhängigen Untersuchung von Teilgebieten im Vordergrund. Wichtigster Aspekt war eine realistische Approximation der Strömungscharakteristiken in den Teilgebieten um die Lösung nach Ablauf der Berechnungen auf das gesamte Untersuchungsgebiet übertragen zu können.

Die Untersuchungen von *Holzhey (2004)* ergaben bei einer ausschließlichen Implementierung von einzelnen Längsschnitten als Teilgebiete mit einer Breite von circa $b/7$ einen zu starken Einfluss der seitlichen Ränder bei ausgeprägten strukturellen Eigenschaften. Dies äußerte sich in Aufstauwirkungen im Bereich von stark ausgeprägten Strukturen. Die Folge sind Fehleinschätzungen der Wasserspiegellage und der Geschwindigkeiten. Aus diesem Grund wurden die einzelnen zu untersuchenden Längsschnitte jeweils beiderseitig um die angrenzenden Längsschnitte erweitert und mit der daraus resultierenden Überlagerung ausgewertet.

Das rechnerische dreidimensionale Abbild der Oberflächenstrukturen als untere Berandung des Volumens für die jeweiligen Untersuchungsgebiete sowie die numerischen Rechengitter wurden mit dem im Programmpaket FLUENT integrierten CFD–Preprocessor GAMBIT erstellt (*Fluent 1998*). Aufgrund der Komplexität der Oberflächenstrukturen wurden unstrukturierte tetraedrische Gitter mit einer im Vergleich zu strukturierten Berechnungsgittern erhöhten Flexibilität hinsichtlich der Generierung verwendet. Nachteil dabei ist jedoch ein erhöhter rechnerischer Aufwand, da die Knotenpositionen und die Verknüpfung mit den Nachbarzellen explizit spezifiziert werden müssen und die Matrix des algebraischen Gleichungssystems dadurch keine regelmäßige, diagonale Struktur besitzt. Gleichzeitig sind bei unstrukturierten Berechnungsgittern erhöhte Anforderungen an die Netzqualität zu stellen, damit das diskrete Differentialgleichungssystem für die interessierenden Randbedingungen eine hinreichend genaue Lösung mit einem glatten Residuenverlauf liefert. Die Netzqualität ist dabei durch die Knotenpunktverteilung und -dichte,

die Glattheit und die Elementform mit Schiefe und Seitenverhältnissen bestimmt. Für detaillierte Anforderungen sei hier auf *FLUENT (1998)*, *Ferziger et Peric (1999)* und *Casey et Wintergerste (2000)* verwiesen.

In den vorliegenden Untersuchungen sind je gemessener Versuchsreihe für das numerische Modell in vertikaler Richtung für die mittlere Fließtiefe des Wasserkörpers etwa 20 Volumenelemente gebildet worden. Diese Bedingung ist lokal bei größeren Fließtiefen mit Sicherheit eingehalten, während an lokal exponierten Strukturen diese Bedingung verletzt ist.

6.6 Anfangs- und Randbedingungen

Die iterative Lösung der auf dem numerischen Berechnungsgitter diskretisierten Differentialgleichungen erfordert auf allen Rändern Randbedingungen und eine Anfangsverteilung aller zu lösenden Variablen.

Der *Eintrittsrand* wurde durch eine Erweiterung des Modells vom eigentlichen Strömungsgebiet distanziert (s. *Kap. 6.5 Approximation der Ränder und Gittergenerierung*). Die Definition des Massenstromes für die Phase Wasser erfolgt dabei über konstante Geschwindigkeiten als Dirichlet–Randbedingung, da die zu spezifizierenden Turbulenzvariablen nicht als Verteilung vorliegen. Aufgrund des Abstandes des Eintrittsrandes vom Strömungsgebiet und der zeitabhängigen Berechnung verschwindet der Einfluss dieser zu Beginn konstanten Randbedingungen nach wenigen Sekunden Realzeit. Für die Phase Luft ist kein definierter Massenstrom notwendig, aber aus Gründen der numerischen Stabilität bezüglich der Geschwindigkeitsdifferenzen an der Phasengrenzfläche werden sukzessive konstante Geschwindigkeiten in Anlehnung an die Werte der Phase Wasser vorgegeben. Die Initialisierung der Turbulenzgrößen erfolgte durch Anhaltswerte aus den Messungen in *Kanzow (2004)*. Grundsätzlich unterscheiden sich die für diese Problematik eingesetzten Geschwindigkeitsmesstechniken sehr stark in ihrem Informationsgehalt. Die Variation verschiedener Untersuchungen reicht dabei von der Salzverdünnungsmethode (*Aberle 2000, Weichert 2006*), die keinerlei weitere Aussagen über die Geschwindigkeitsverteilung im Modellgebiet sowie über lokale Geschwindigkeitsschwankungen erlaubt, über Messflügel (*Itagaki 2004*) bis hin zum Ultraschall–Doppler–Prinzip (*Chorda 2004*). Das in den Untersuchungen von *Kanzow (2004)* eingesetzte Flügelrad erlaubt aufgrund der zeitlichen Auflösung nur eine Abschätzung der niederfrequenten Anteile für die Schwankungswerte (*Garde 1994, Lesieur 1997*). Trotz dieser Einschränkung wurde aus den pro Versuch und Abfluss gemessenen 147 vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen als erste Abschätzung der Turbulenzgrad Tu aus den Schwankungswerten an jedem Punkt in vertikaler Richtung als Eingangsgröße für das numerische Modell bestimmt.

$$Tu = \sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})} \cdot \frac{1}{u_{\text{ref}}} \quad (6.21)$$

Dieser Wert stellt die relative Energie der Turbulenz im Verhältnis zur Energie der Grundströmung dar. Für die Messwerte konnte aus messtechnischen Dimensionsgründen und unter Isotropieannahme nur der Anteil in Längsrichtung zum Ansatz gebracht werden. Als weitere Eingangsgröße ist das Längenmaß L_t als „Größe“ der turbulenten Wirbel zu spezifizieren. Für praktische Fragestellungen hat sich dabei auch als Ersatz das Viskositätsverhältnis zwischen turbulentem und laminarem Fall μ_t/μ bewährt. In *Tab. 6.4* ist eine Zusammenstellung von gebräuchlichen Annahmen angegeben.

Tab. 6.4: Eingangsgrößen zur Turbulenzspezifizierung (Rodi 2006)

	Niedrig	Mittel	Hoch
Tu	≈ 1 %	≈ 5 %	≈ 10 %
μ_t/μ	≈ 1	≈ 10	40 ... 50

Der rechnerische und pro Versuch gemittelte Turbulenzgrad der Messungen in *Kanzow (2004)* bewegte sich im mittleren bis hohen Bereich ($Tu = 5 \dots 10\%$). Das Längenmaß wurde im mittleren Bereich ($\mu_t/\mu = 10 \dots 30$) angesetzt, um zu verhindern, dass die Lösung durch die Einströmwerte dominiert wird. Die Initialwerte für k und ε ergeben sich dann anhand der Ansätze

$$k = 1,5 \cdot (\bar{u} \cdot Tu)^2 \quad (6.22)$$

und

$$\varepsilon = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\mu} \cdot \left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)^{-1}. \quad (6.23)$$

Für den *Austrittsrand* wurde analog zum Eintrittsrand die Distanz von 1,00m vom Strömungsgebiet gewählt. Für den Druck der Phase Wasser ist eine Dirichlet–Randbedingung vorgegeben, für die ein lineares Profil mit Druckkoordinaten anhand des aus den Messungen eingestellten Wasserspiegels definiert wurde. Für die Geschwindigkeiten und Turbulenzgrößen werden Neumann–Randbedingungen gesetzt, da keine Informationen über den Zustand dieser Größen am Austrittsrand vorliegen und sie deshalb aus dem Strömungsgebiet extrapoliert werden müssen. Dazu benötigen die Impulsgleichungen zur Approximation der Geschwindigkeiten den vorgegebenen Druckgradienten am Austrittsrand. Für die Phase Luft wird mit einem konstanten Druck von einer Atmosphäre gearbeitet.

Für *feste Wände* gilt die Haftbedingung, wodurch sich hier alle Geschwindigkeiten zu NULL ergeben. Die Behandlung der turbulenten Größen erfolgt nach dem unter *Kap. 6.4 Wandbehandlung* angegebenen Verfahren der Wandbehandlung mit Wandfunktionen. Dabei ergab sich aufgrund der adaptiven Netzverfeinerung in Wandnähe mit der Bedingung $z^+ \approx 30$ die Parametrisierung der absoluten Rauheitshöhe mit einem Betrag zwischen 0,1 und 1,0mm je nach Strömungssituation. Nach den Untersuchungen von *Sabrowski (2006)* hat, in Übereinstimmung mit den Untersuchungen von *Lane et al. (2004)*, die Variation des Rauheitsparameters nur einen unwesentlichen Einfluss auf die vertikalen Geschwindigkeitsprofile. Die Lage des Maximalwertes für die turbulente kinetische Energie wird jedoch wesentlich durch diesen Rauheitsparameter bestimmt, ist aber auch nach den Erfahrungen von *Carney et al. (2005)*, *Lane et al. (2004)* und *Nicholas (2001)* im Bereich $z/h = 0,1$ bis $0,3$ zu finden.

Der freie Wasserspiegel als *bewegte Oberfläche* wird nach der *Volume-of-Fluid* - Methode als Phasengrenzfläche zwischen Wasser und Luft abgebildet. Die Lage der Phasengrenzfläche ergibt sich aus dem Gleichgewicht zwischen atmosphärischem Aussendruck und den inneren Normalspannungen des Wasserkörpers. Da die Interaktion zwischen beiden Phasen hier nicht von Interesse ist, werden die aus der Grenzflächenspannung resultierenden zusätzlichen Volumenkräfte bei der Lösung nicht berücksichtigt.

Für beide Phasen wird als Anfangsbedingung ein mittleres Strömungsfeld entsprechend den Eintrittsrandbedingungen initialisiert. Dazu sind für beide Phasen anhand der gemessenen Wasserspiegellage die resultierenden Volumenkörper im Strömungsgebiet vorgegeben. Die Differenzen der Wasserspiegellage zwischen den einzelnen Volumenkörpern wurde auf $\Delta h_1 < 0,02$ m beschränkt, um den instationären Anteil der Lösung zu begrenzen. Erst nach Erreichen der Kontinuitätsbedingung für den Massenstrom zwischen Eintritts- und Austrittsrand ist der stationäre Zustand erreicht.

6.7 Diskretisierung und Lösungsverfahren

Die Diskretisierung der strömungsbeschreibenden Differentialgleichungen basiert auf der Methode der Finiten Volumen (FVM) und befasst sich mit der Überführung dieser Differentialgleichungen in ein für diskrete Volumina gültiges lineares Gleichungssystem. Die geometrische Erzeugung und Anordnung dieser Volumina im Raum ist Aufgabe der Gittergenerierung unter den angesprochenen Qualitätskriterien. Bei der FVM werden die partiellen Differentialgleichungen über die Kontrollvolumina integriert. Die dadurch entstehenden Bilanzgleichungen gewährleisten eine konservative Diskretisierung, bei der die Flüsse zwischen den Kontrollvolumina identisch sind. In den integrierten Bilanzgleichungen werden die Konvektions- und Diffusionsflüsse an den Kontrollvolumen–Grenzflächen derart approximiert, dass sich bei Einsetzen in die integrierten Differentialgleichungen Differenzgleichungen ergeben, die analog dem Verfahren der finiten Differenzen gelöst werden können. Für weitere Informationen bezüglich der FVM und einzelner Diskretisierungsschemata wird auf *Schönung (1990)* und *Ferziger et Peric (1999)* verwiesen.

Die Lösung des algebraischen Gleichungssystems erfolgt durch ein implizites, sequentielles und entkoppeltes Verfahren. Dieses ist in folgende Schritte unterteilt, wobei in vorliegenden Untersuchungen die angegebenen Diskretisierungsschemata angesetzt wurden:

- I. Aktualisierung der Werte basierend auf der letzten Lösung (Schritt I–V) beziehungsweise bei Beginn der Rechnung Ansatz der Anfangsbedingung.
- II. Lösung der drei Impulsgleichungen für u , v und w unter Verwendung der aktuellen Werte für Druck- und Massenströme über die Grenzflächen der Kontrollvolumina (Upwind–Verfahren 2. Ordnung).
- III. Die Geschwindigkeiten aus Schritt II erfüllen nicht die Kontinuitätsgleichung. Daher wird aus der Kontinuitätsgleichung und den linearisierten Impulsgleichungen eine Druckkorrektur–Gleichung zur Aktualisierung des Strömungs- und Druckfeldes abgeleitet. Dies erfolgt solange bis die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist (innere Iteration durch Druck-Geschwindigkeitskopplung mit der PISO–Methode).
- IV. Lösung der skalaren Transportgleichungen für die Turbulenzgrößen k und ε (Upwind–Verfahren 2. Ordnung).
- V. Überprüfung der Konvergenz für die Lösung. Bis zum Erreichen der Konvergenz werden die Schritte I bis V wiederholt (äußere Iteration).

Bei diesem sequentiellen Lösungsverfahren wird die Aktualisierung der Variablen mit Relaxationsfaktoren kontrolliert, um ein Überschwingen der Lösung zu vermeiden.

Als integrale Größe wurde für die Massendifferenz zwischen Eintritts- und Austrittsrand ein Fehler von $< 1,0\%$ vorgegeben.

6.8 Ergebnisse und Fehlerbetrachtung

In den *Abb. 6.5* und *Abb. 6.6* sind anhand eines ausgewählten Längsschnittes die Ergebnisse zwischen dreidimensionaler Berechnung, den Messwerten und den zweidimensionalen Berechnungen der Untersuchungen von *Kanzow (2004)* für die zwei Abflüsse $Q = 60\text{l/s}$ und $Q = 20\text{l/s}$ dargestellt. Zum Vergleich der Fließgeschwindigkeiten sind aufgrund des zweidimensionalen Modells die tiefengemittelten Werte angegeben. Im *Kap. A Mathematisch-physikalisches Modell (Längsschnittbetrachtung)* sind beispielhaft für den Versuch V03 die Ergebnisse für alle Längsschnitte und Abflüsse zusammengestellt.

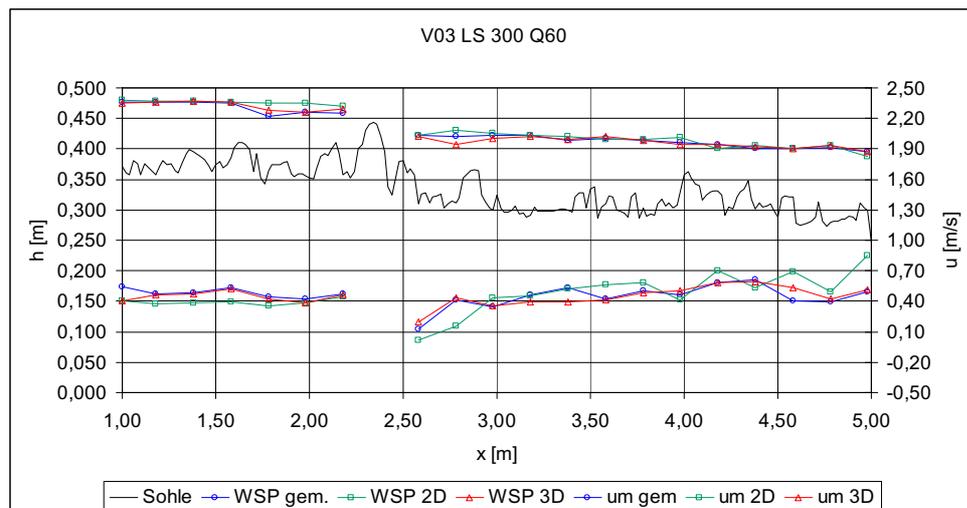


Abb. 6.5: Vergleich der Messwerte und zweidimensionalen Ergebnissen nach *Kanzow (2004)* mit den dreidimensionalen Ergebnissen für $Q = 60\text{l/s}$

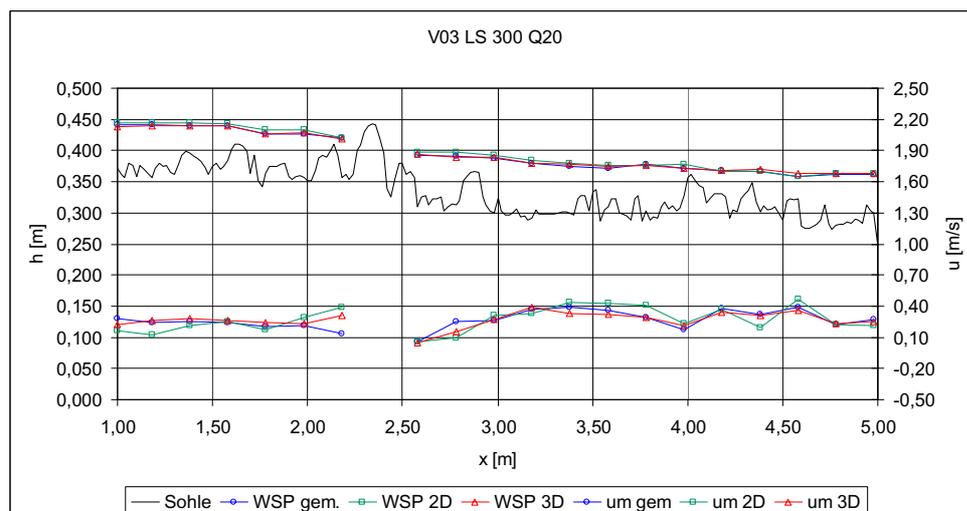


Abb. 6.6: Vergleich der Messwerte und zweidimensionalen Ergebnissen nach *Kanzow (2004)* mit den dreidimensionalen Ergebnissen für $Q = 20\text{l/s}$

Die dreidimensionale Berechnung erreicht trotz lokal auftretender Fehler für die tiefengemittelten Geschwindigkeiten und die Wasserspiegellage für beide Fälle eine verbesserte Approximation im Vergleich

zur zweidimensionalen Berechnung. Dies äußert sich vor allem in der Häufigkeit und Intensität der lokalen Über- und Unterschätzungen. Die Vereinfachungen der zweidimensionalen Flachwassergleichungen in Form einer hydrostatischen Druckverteilung und einer über die Tiefe konstanten Strömungsgeschwindigkeit sind nur gültig, wenn die Fließtiefen nur geringe Änderungen aufweisen und im Vergleich zu den Abmessungen des Strömungsgebietes gering sind. Gleichzeitig wird der vertikale Impulsaustausch vernachlässigt und die vertikale Geschwindigkeitskomponente w ist wesentlich kleiner als u und v in der horizontalen Richtung. Eine Analyse der auftretenden Fehler aufgrund der zweidimensionalen tiefengemittelten Berechnung und dem Einfluss der Oberflächenstrukturierung ist in *Kanzow (2004)* zu finden.

Die in den *Abb. 6.5* und *Abb. 6.6* dargestellten dreidimensionalen Berechnungsergebnisse bestätigen sich bei Betrachtung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen. In *Abb. 6.7* sind für ausgewählte Punkte des Längsschnittes in *Abb. 6.5* die vertikalen Verteilungen der Geschwindigkeitskomponente u und der turbulenten kinetischen Energieproduktion k für die gemessenen und dreidimensional berechneten Werte verglichen. Im *Kap. B Mathematisch-physikalisches Modell (Geschwindigkeitsprofile)* sind beispielhaft an ausgewählten Messpunkten die Verteilungen für u und k angegeben.

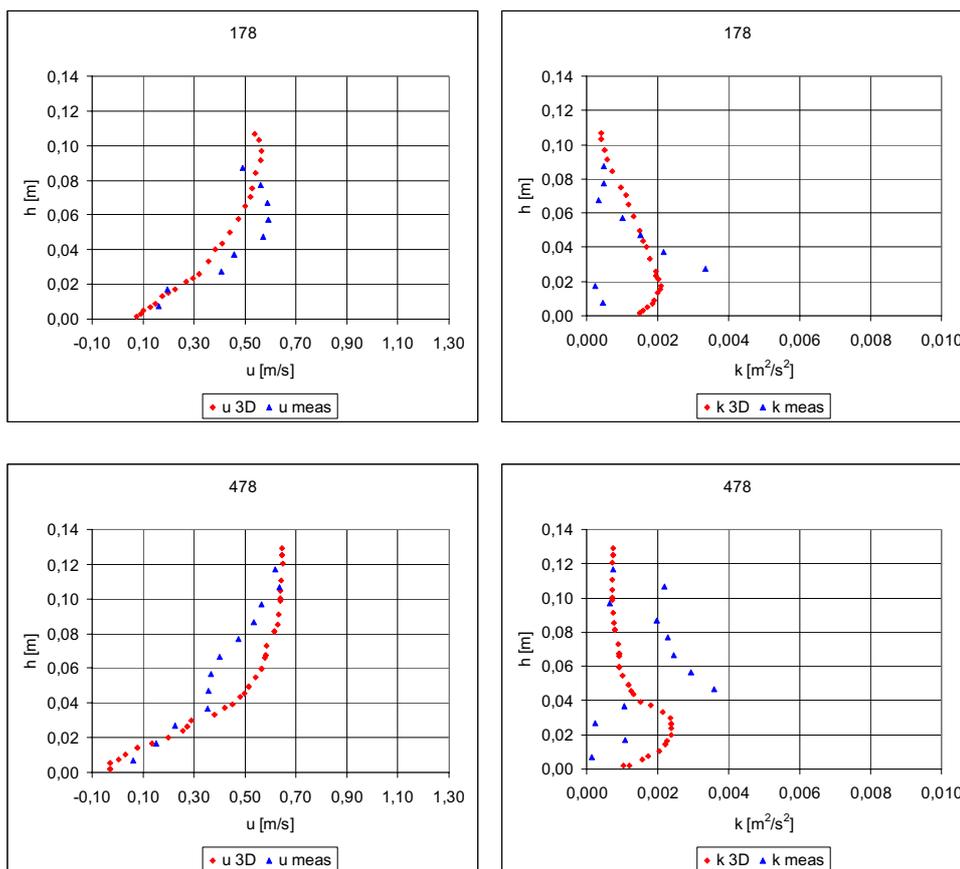


Abb. 6.7: ausgewählte vertikale Verteilungen der Geschwindigkeitskomponente u und der turbulenten kinetischen Energieproduktion k

Nach den Ausführungen im *Kap. 6.6 Anfangs- und Randbedingungen* besitzt der Parameter der absoluten Rauheitshöhe k an den festen Berandungen keinen wesentlichen Einfluss auf die Form der berechneten Geschwindigkeitsprofile. Diese werden aufgrund der geringen relativen Überdeckungsverhältnisse maß-

geblich durch den aus der Oberflächenstrukturierung erzeugten Formwiderstand bestimmt. Die Güte der berechneten vertikalen Geschwindigkeitsprofile ist demnach ein Indikator für die Güte der im *Kap. 6.5 Approximation der Ränder und Gittergenerierung* erläuterten Implementierung der Oberflächenstrukturierung in das geometrische Modell.

Ein Vergleich der vertikalen Verteilungen für die turbulente kinetische Energieproduktion k bestätigt zumindest rein rechnerisch den Bereich der gemessenen Werte. Aufgrund der Messtechnik unterliegen die gemessenen Werte einer starken zeitlichen Glättung und repräsentieren daher nur die niedrigen Frequenzen des Turbulenzspektrums. Aufgrund der zeitlichen Begrenzung für ein Messintervall pro Punkt ist die ausreichend genaue Erfassung von den Maximal- und Minimalwerten der Geschwindigkeiten eingeschränkt. Der Einfluss kohärenter Strukturen kann dann zu einer Abweichung der Geschwindigkeitsmesswerte von der Normalverteilung führen. Dies äußert sich in der teilweise diffusiv aussehenden Verteilung der gemessenen k -Werte. Trotz dieser Einschränkungen kann bei Betrachtung der *Abb. 6.7* die Abschätzung der turbulenten kinetischen Energieproduktion aus den Messwerten als ausreichend genau angesehen werden.

Die in den *Abb. 6.5* und *Abb. 6.7* dokumentierten Ergebnisse an einzelnen Längsschnitten beziehungsweise Messpunkten in vertikaler Richtung ergeben durch Integration in Querrichtung die Dichtefunktionen der Strömungscharakteristiken. In *Abb. 6.8* sind dafür die gemessenen und dreidimensional berechneten Geschwindigkeitskomponenten u für die Versuchsserien V03 und V02 (Bezeichnung nach *Kanzow (2004)*) gegenübergestellt. Dabei sind alle Mess- beziehungsweise Berechnungspunkte in allen drei Raumrichtungen erfasst. Während für die Versuchsserie V03 (links) die integrale Abbildung des Strömungsfeldes in Längsrichtung ausreichend genau ist, sind bei der Versuchsserie V02 (rechts) die mittleren Geschwindigkeitsklassen unterrepräsentiert.

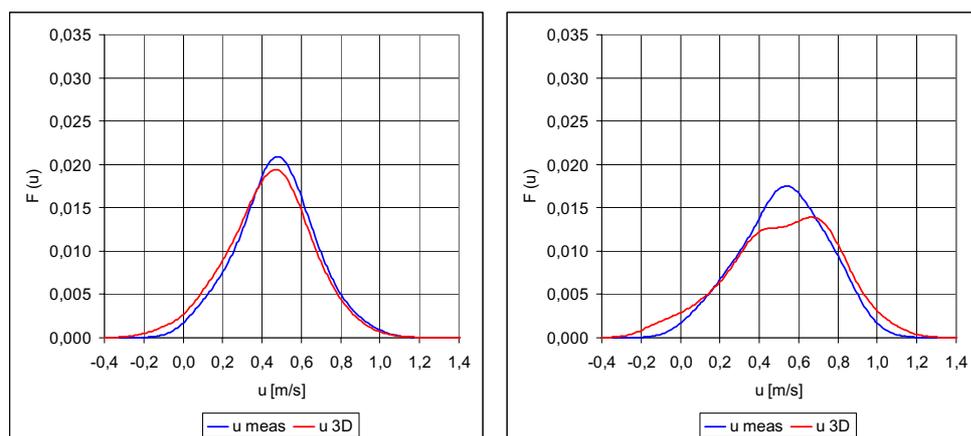


Abb. 6.8: Dichtefunktionen für die gemessenen und gerechneten Geschwindigkeitskomponenten u (V03 links und V02 rechts)

In *Abb. 6.9* sind aufgrund der zweidimensionalen Berechnungen in *Kanzow (2004)* die tiefengemittelten Geschwindigkeiten u_m für die Versuchsserien V03 (links) und V02 (rechts) verglichen. Die angesprochenen lokalen Fehleinschätzungen der tiefengemittelten Geschwindigkeiten durch den zweidimensionalen Ansatz werden bei der Versuchsserie V02 besonders deutlich. Grund dafür sind die angesprochenen Vereinfachungen des zweidimensionalen Berechnungsansatzes, die bei ausgeprägter Strukturierung der Ober-

fläche verstärkt an Einfluss gewinnen. Nicht zuletzt führt das Nullgleichungsturbulenzmodell des zweidimensionalen Ansatzes zu einer falschen Interpretation der Sekundärströmungsanteile, was die Entwicklung des Strömungsproblems in Längsrichtung verstärkt. Der Aspekt der Oberflächenstrukturierung ist Gegenstand des *Kap. 7 Methodenentwicklung*. Im *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen* sind für alle Versuchsserien die Dichtefunktionen für u und u_m zusammengestellt. Dabei kann bei Vergleich dieser Dichtefunktionen mit den Dichtefunktionen für die lokalen Abweichungen der Sohlhöhen zur Regressionsebene (*Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* und *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen*, *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen*) festgestellt werden, dass eine stärkere Strukturierung der Oberfläche (größere Spannweite und negativer Exzess) ein ähnliches Aussehen der Dichtefunktion für das integrale Strömungsfeld zur Folge hat. Dieser Aspekt ist Gegenstand des *Kap. 7.3.2 Integrales Strömungsfeld und Strömungswiderstand*.

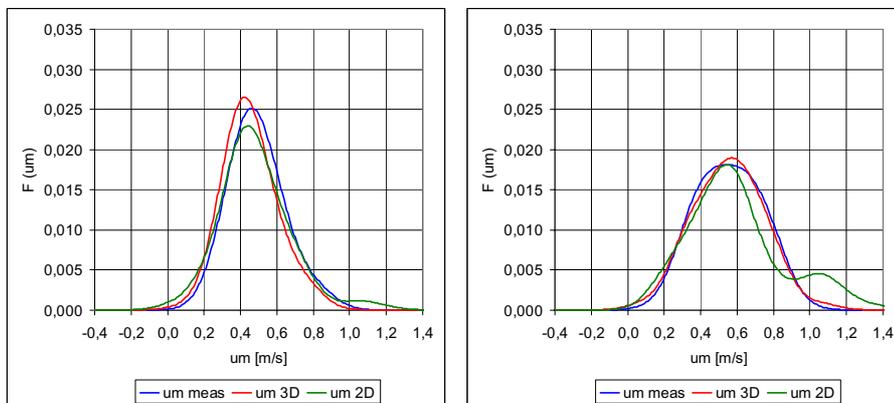


Abb. 6.9: Dichtefunktionen für die gemessenen und gerechneten tiefengemittelten Geschwindigkeitskomponenten u_m (V03 links und V02 rechts)

In *Abb. 6.10* und im *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen* wird ebenfalls deutlich, dass sich die Dichtefunktionen für die Sekundärströmungsanteile (Geschwindigkeitskomponenten v , w) bei gleichem Gefälle, aber unterschiedlicher Strukturierung der Oberfläche, im Gegensatz zu der Geschwindigkeitskomponente u , kaum unterscheiden. Die laterale Geschwindigkeitskomponente v ist bei den stärker strukturierten Oberflächen durch eine geringfügig größere Spannweite charakterisiert und generell vergrößert sich die Spannweite der Komponente v mit zunehmendem Gefälle.

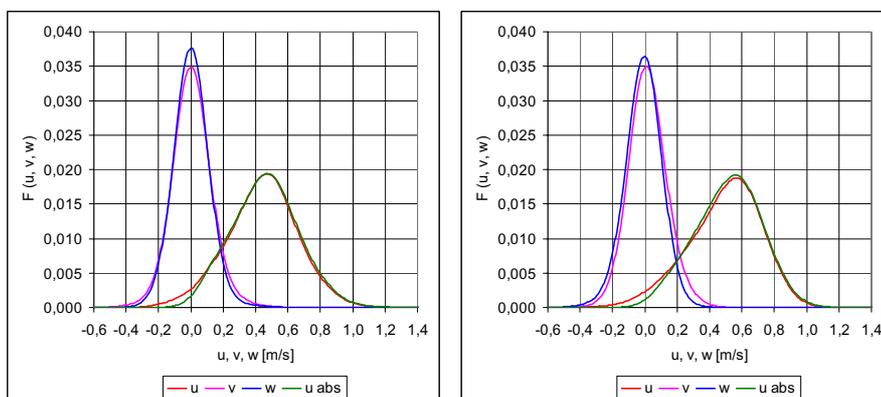


Abb. 6.10: Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V03 (links) und V04 (rechts)

Ein Vergleich der im *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen* dargestellten Dichtefunktionen u , v , w für die unterschiedlichen Abflüsse je identischer Versuchsserie, und damit Oberflächenstrukturierung, zeigt ebenfalls sehr ähnliche Dichtefunktionen der Sekundärströmungsanteile v , w je Abfluss. Einzig die Geschwindigkeitskomponente u in Längsrichtung stellt einen geeigneten Indikator bezüglich des Einflusses der Oberflächenstrukturierung auf das integrale Strömungsfeld dar.

Über die Genauigkeit der dreidimensionalen Berechnungsergebnisse hinsichtlich der Sekundärströmungsanteile können im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Aussagen getroffen werden. Der Ansatz eines höherwertigen Turbulenzmodells wäre vor allem aufgrund der starken Oberflächenstrukturierung erforderlich. Grund dafür ist die hier existierende starke Dreidimensionalität des Strömungsproblems mit entsprechender Stromlinienkrümmung und Anisotropie der Turbulenzstruktur. Gleichzeitig spricht das kombinierte Auftreten von Scherströmungen und Staupunkten gegen die Verwendung eines Zweigleichungsmodells. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Testrechnungen ergaben jedoch stark erhöhte Iterationszeiten und Stabilitätsprobleme aufgrund der unstrukturierten Rechengitter für diese komplexen Oberflächenstrukturen. Die relativ homogenen Dichtefunktionen für die Sekundärströmungsanteile v und w sind dann Ausdruck der generell schlechteren Abbildung über Zweigleichungsturbulenzmodelle. Die Entscheidung für das Renormalization Group (RNG) $k - \varepsilon$ -Modell resultierte dabei ausschließlich aufgrund der verbesserten numerischen Stabilität durch eine geeignete Behandlung der turbulenten Viskosität (Dämpfung bei hohen Scherraten).

Die im Rahmen der Arbeit von *Kanzow (2004)* verwendete Messtechnik erlaubt ebenfalls keine Vergleiche hinsichtlich der Sekundärströmungsanteile v und w . Die gemessene Geschwindigkeitskomponente u in Längsrichtung (1D) kann hier durch Anteile des absoluten Geschwindigkeitsvektors u_{abs} geringfügig überlagert sein.

Generell bestätigen die Dichtefunktionen des integralen Strömungsfeldes (s. *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen*) eine verbesserte Abbildung der Strömungscharakteristiken im Vergleich zum zweidimensional tiefengemittelten Ansatz (*Kanzow 2004*). Dies wird auch bei Betrachtung der dreidimensionalen Ergebnisse hinsichtlich der Wasserspiegellage und tiefengemittelten Geschwindigkeiten an den einzelnen Längsschnitten sowie den vertikalen Geschwindigkeitsprofilen an den Messpunkten belegt.

6.9 Zusammenfassung

Vorliegende Untersuchung bestätigt die Eignung von dreidimensionalen numerischen Berechnungsmethoden zur Modellierung der Strömungseigenschaften bei gleichzeitiger Approximation der freien Wasserspiegeloberfläche für stark strukturierte Rauheitsoberflächen, wie sie naturgemäß in Gebirgs- und Mittelgebirgsregionen existieren.

Bei dem hier gewählten Vorgehen wurde die Rauheit realitätsnah über die geometrische Abbildung der Oberflächenstrukturen realisiert. Dies vermeidet bewusst die Implementierung von räumlich gemittelten Geometriemodellen und die Beschreibung der Rauheit über einen Rauheitsparameter, für den bei starker Strukturierung der Oberfläche eine erhöhte Unsicherheit in der Definition des absoluten Betrags besteht. Die Kalibrierung der Wasserspiegellage ist damit direkt von der Qualität des geometrischen Modells ab-

hängig. Die im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen erreichte Ergebnisqualität bestätigt trotz der geometrischen Vereinfachung bei der Modellauflösung den entscheidenden Einfluss der Formrauheit auf die Widerstandsprozesse bei diesem Gewässertyp und den geringen relativen Überdeckungen.

Der zweidimensionale tiefengemittelte Ansatz (*Kanzow 2004*) liefert aufgrund der Modellbeschränkungen bei guter Abbildung der Wasserspiegellage lokal starke Fehleinschätzungen der Geschwindigkeiten. Über den im Rahmen der vorliegenden Arbeit angewandten dreidimensionalen Ansatz werden die Geschwindigkeiten bei guter Abbildung der Wasserspiegellage wesentlich besser approximiert.

Die rechnerischen Sekundärströmungsanteile v und w sind bei integraler Betrachtung über die Dichtefunktionen offensichtlich kaum von der Oberflächenstrukturierung beeinflusst. Unabhängige Aussagen anhand einer entsprechenden Messtechnik oder durch ein höherwertiges Turbulenzmodell waren im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich.

Generell bestätigt sich rechnerisch und bei Betrachtung der Messwerte die starke Abhängigkeit des Strömungsfeldes beziehungsweise der Dichtefunktion für die Geschwindigkeitskomponente u von der individuellen Oberflächenstruktur. Die anhand der geometrischen Rauheitsabbildung erzielte rechnerische Genauigkeit legt die Vermutung nahe, dass anhand einer geeigneten Parametrisierung der individuellen Oberflächenstruktur und des integralen Strömungsfeldes die Vorhersage des Strömungswiderstandes u/u^* anhand einer Widerstandsbeziehung genauer sein muss als die im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* besprochenen Widerstandsbeziehungen in Abhängigkeit eines konstanten charakteristischen Korndurchmessers d_C . Dies ist Gegenstand des *Kap. 7 Methodenentwicklung*.

7 Methodenentwicklung

7.1 Grundlage und Vorgehensweise

Die starke Variation des Rauheitsparameters k_s und der Schubspannungsgeschwindigkeit u^* für die lokalen vertikalen Geschwindigkeitsprofile bei geringer relativer Überdeckung deuteten im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* den starken Einfluss der individuellen Sohlstruktur bei der Quantifizierung des integralen Strömungswiderstandes u/u^* an.

Darauf aufbauend sollen die im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* ausgewählten Daten natürlicher Fließgewässer bezüglich der gemessenen Strömungswiderstände eingeordnet werden. Die beobachteten Streuungen sind dafür anhand von Analogiebetrachtungen zu Datensätzen mit bekannten Rauheitseigenschaften zu erklären.

Die Charakterisierung der Rauheits- beziehungsweise Oberflächenstruktur natürlicher Fließgewässer erfolgt am Beispiel detailliert vorliegender Datensätze auf integraler Betrachtungsebene anhand der Dichtefunktionen für die Abweichungen der lokalen Sohlhöhenpunkte zu der Regressionsebene. Die gleichzeitig resultierende Standardabweichung s dient im weiteren Vorgehen als Vergleichsgröße, da für natürliche Sohlstrukturen eine verbesserte Approximation anhand dieses Rauheitsparameters postuliert wurde (*Aberle 2000*).

Da sich der Kern der vorliegenden Arbeit auf den Fall geringer relativer Überdeckungen konzentriert, erfolgt in Anlehnung an *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* eine Auswahl der für den Formwiderstand maßgebenden charakteristischen Größen. Dazu zählen die Rauheitsdichte, der Verbauungsgrad, die Standardabweichung der Korngrößenverteilung und die Ausrichtung und Form der exponierten Rauheitselemente. Die Abhängigkeit dieser, die individuelle Sohlstruktur beschreibenden, Parameter von der relativen Überdeckung dient der Identifikation des Einflusses bei der Aktivierung des integralen Strömungswiderstandes u/u^* je Gewässerabschnitt. Das im *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell* untersuchte integrale Strömungsfeld soll in Verbindung mit der jeweiligen Oberflächenstruktur Aussagen bezüglich des Ungleichförmigkeitsgrades und damit zum Einfluss auf den Strömungswiderstand ermöglichen.

Die zuvor gewonnenen Erkenntnisse bezüglich der einzelnen Abhängigkeiten werden anhand einer multivariaten Analyseverfahren auf die Eignung zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes geprüft und anhand unabhängiger Daten validiert.

7.2 Einordnung der ausgewählten Daten

7.2.1 Abhängigkeit bezüglich der relativen Überdeckung

In *Abb. 7.1* ist die Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} der in *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* ausgewählten Daten für natürliche Fließgewässer in Verbindung mit den Untersuchungen von *Schlichting (1936)* und *Nikuradse (1933)* dargestellt. Dabei wurde für das relative Überdeckungs-

verhältnis der Daten von *Schlichting (1936)* der Abstand des Geschwindigkeitsmaximums von der rauhen Wand h_{umax} und die absolute Rauheitshöhe k verwendet ($h_{\text{umax}}/k \sim h/d_{84}$). Für die Daten von *Nikuradse (1933)* wurden der Rohrradius r und die absolute Höhe der Sandkörner k_S gewählt ($r/k_S \sim h/d_{84}$). Zur besseren Übersicht ist die logarithmische Widerstandsbeziehung ohne Beachtung eventueller Gültigkeitsbeschränkungen bis in den Bereich $h/d_{84} \sim r/k_S = 0,1$ extrapoliert worden.

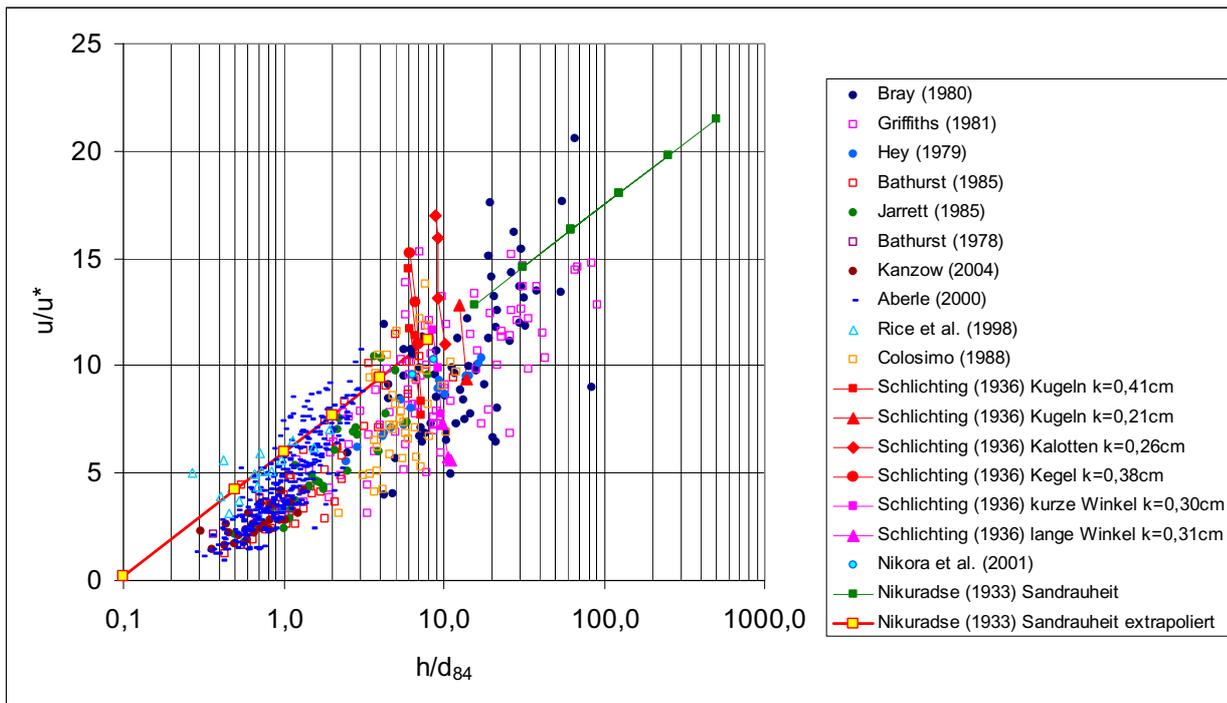


Abb. 7.1: Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} für natürliche Fließgewässer und Modellversuche in Verbindung mit den Untersuchungen von *Schlichting (1936)* und *Nikuradse (1933)*

Während die konstant am Höchstwert eingestellte Rauheitsdichte c_K der Untersuchungen von *Nikuradse (1933)* in Abhängigkeit des relativen Überdeckungsverhältnisses $h/d_{84} \sim r/k_S$ eine eindeutige logarithmische Beziehung mit dem Anstieg $1/\kappa = 2,5$ liefert, ergibt sich für die Untersuchungen von *Schlichting (1936)* für ein konstantes Überdeckungsverhältnis $h_{\text{umax}}/k \sim h/d_{84}$ der jeweiligen Rauheitsart in Abhängigkeit der Rauheitsdichte c_K eine starke Abweichung der Widerstandsbeiwerte u/u^* von der logarithmischen Beziehung nach *Nikuradse (1933)*. Die resultierende Spannweite des Strömungswiderstandes für ein konstantes relatives Überdeckungsverhältnis kann prinzipiell auch für den gesamten Bereich der relativen Überdeckung der ausgewählten Daten natürlicher Fließgewässer festgestellt werden. Damit ist erkennbar, dass die Rauheitsdichte c_K beziehungsweise ein äquivalenter Rauheitsparameter in Verbindung mit dem relativen Überdeckungsverhältnis zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes erforderlich ist. Die Streuung des Strömungswiderstandes natürlicher Fließgewässer kann plausibel auf die variablen Rauheitseigenschaften bei unterschiedlichen Gewässerabschnitten (between site) zurückgeführt werden. An identischen Gewässerabschnitten (at a site) ist die Rauheitsdichte c_K per Definition nach *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* für relative Überdeckungsverhältnisse $h/d_{84} > 1,00$ nur in erster Näherung konstant. Es ist zu beachten, dass sich auch für relative Überdeckungsverhältnisse $h/d_{84} > 1,00$ geringe Änderungen der Rauheitsdichte ergeben müssen, da $d_{84} \neq d_{\text{max}}$ ist.

In *Abb. 7.2* ist die Beziehung zwischen u/u^* und h/d_{84} für die ausgewählten Daten, ohne die Untersuchungen an Laborrinnen, klassifiziert nach der relativen Rauheit k_S/d_{84} dargestellt. Die Rückrechnung der äquivalenten Sandrauheit k_S erfolgte dabei für die aus den Untersuchungen gegebenen querschnitts- beziehungsweise abschnittsgemittelten Werte für Fließgeschwindigkeit und Geometrie der Gewässerabschnitte. Zur Ermittlung der Sohlschubspannungsgeschwindigkeit u^* kam das jeweils gegebene Gefälle der Sohle beziehungsweise des Wasserspiegels zum Ansatz. Dabei wird nach den Untersuchungen des *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* von einer ausreichenden Genauigkeit dieses integralen Wertes als mittlere Größe im jeweils betrachteten Gewässerabschnitt ausgegangen, da in keiner Untersuchung Messungen der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen durchgeführt wurden. Als „Grenzfall“ $k_S/d_{84} = 1,00$ ist in *Abb. 7.2* die Beziehung von *Nikuradse (1933)* mit angegeben.

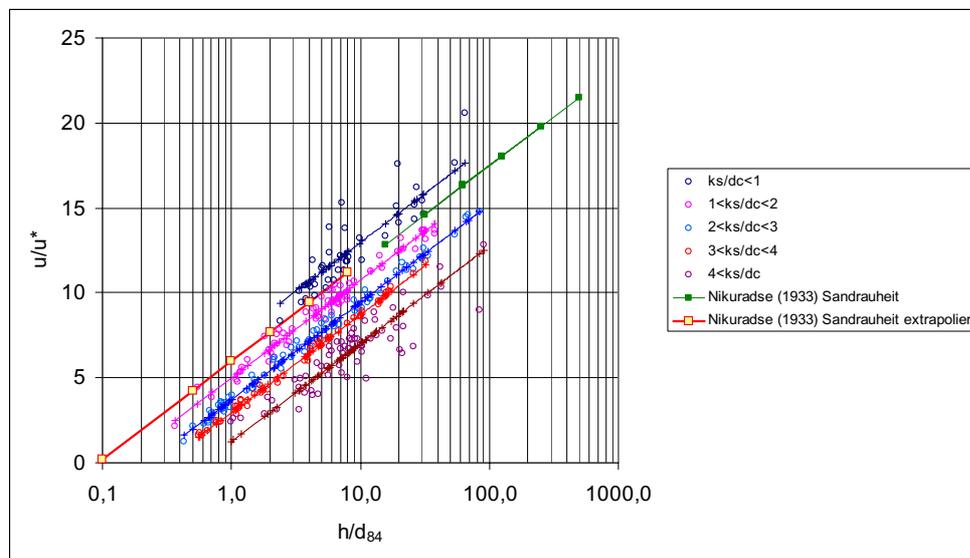


Abb. 7.2: Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} der ausgewählten Daten klassifiziert nach der relativen Rauheit k_S/d_{84}

Für den Großteil der ausgewählten Daten ergibt sich im gesamten Bereich der relativen Überdeckung eine Vergrößerung des charakteristischen Rauheitsparameters $d_C \sim d_{84}$, was gleichbedeutend mit einer geringeren Rauheitsdichte c_K der natürlichen Fließgewässer bei gleichzeitig verstärkter Wirbelüberlagerung im Vergleich zur *Nikuradse*'schen Sandrauheit ist. Wie im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* erläutert, schließt die durchgeführte Datenauswahl das Vorhandensein weiterer Einflüsse, wie Bauwerke, Vegetation, überströmte Vorländer, pool-Strukturen, Krümmungen, sowie Materialtransport aus. Die mit zunehmender relativer Überdeckung (ab $h/d_{84} > 5$) auftretenden Maximalwerte von $k_S/d_C \sim k_S/d_{84}$ im Bereich von 10 bis 15 entsprechen dabei in etwa dem Wert von $k_S/k = 12$ der technischen Rauheit „Lange Winkel“ (s. *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung*, *Abb. 4.2*) der Untersuchungen von *Schlichting (1936)*. Hier überbrückten die Rauheitselemente die gesamte Breite des geschlossenen Rechteckquerschnittes ohne Zwischenraum. Die Rauheitsdichte wurde ausschließlich durch den Abstand der Rauheitselemente in Längsrichtung variiert. Als natürliche Sohlstruktur kommen dafür über die gesamte Gewässerbreite reichende bank- beziehungsweise rippenartige Strukturen in Frage.

Ausgehend davon können hier vorerst ohne Kenntnis der individuellen Rauheitsstruktur folgende Bereiche und Grenzfälle der auftretenden Widerstandsprozesse für natürliche Fließgewässer in Abhängigkeit des

charakteristischen Korndurchmessers d_{84} angegeben werden (s. *Tab. 7.1*). Dabei ist zu beachten, dass unter natürlichen Bedingungen die Aufnahme der Rauheitsstruktur nur bei Niedrigwasserabflüssen erfolgen kann und dann wahrscheinlich sehr ungenau ist.

I. $k_S/d_{84} < 1$:

Bereich der quasi glatten Strömung in Analogie zu den Eigenschaften der äquivalenten Sandrauheit nach *Nikuradse (1933)* mit Rauheitsdichten $c_K > 0,40 \dots 0,80$ und Bereich der isolierten Rauheitsströmung ähnlich den Eigenschaften der technischen Rauheiten nach *Schlichting (1936)* mit Rauheitsdichten $c_K < 0,06$ (siehe auch *Abb. 7.11*: „Abhängigkeit der relativen Rauheit $k_S/k \sim k_S/d_{84}$ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ bei natürlichen Fließgewässern (Daten re-analysiert)“ – dabei sind Daten mit $Fr > 1,00$ nicht beachtet). Dieser Bereich beginnt ab einem relativen Überdeckungsverhältnis von $h/d_{84} > 2,4$. Eine klare Trennung nach den Anteilen von Flächen- und Formrauheit ist hier nicht möglich, obwohl sich für diesen Überdeckungsbereich die Widerstandsprozesse hauptsächlich aus der Kornrauheit in Verbindung mit der jeweiligen Rauheitsdichte zusammensetzen.

II. $1 < k_S/d_{84} < 4$:

Bereich der Wirbelüberlagerungsströmung in Analogie zu den Eigenschaften der technischen Rauheiten nach *Schlichting (1936)* mit Rauheitsdichten $0,04 \dots 0,19 < c_K < 0,40 \dots 0,80$. Die Rauheitselemente überspannen nicht die gesamte Gewässerbreite und besitzen ein gewisses lückiges Rauheitsmuster. Dieser Rauheitstyp existiert über den gesamten Bereich des relativen Überdeckungsverhältnisses. Bei geringen relativen Überdeckungen $h/d_{84} < 1,00$ ergeben sich die Widerstandsprozesse aus der Formrauheit mit den im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* dargelegten Einflüssen bezüglich Elementform, Struktur und Verbauungsgrad, Turbulenzgrad und Reynoldszahl. Für große relative Überdeckungen $h/d_{84} > 4,00$ werden die Widerstandsprozesse aus der Kornrauheit mit der Rauheitsdichte als maßgebendem Faktor dominiert. Für den Übergangsbereich $1,00 < h/d_{84} < 4,00$ setzen sich die Widerstandsprozesse mit gegenläufiger Tendenz aus beiden Anteilen zusammen. Die Widerstandsbeiwerte ergeben sich dann allgemein aus der individuellen Rauheitsstruktur in der Form

- $\frac{R}{k_S} = \text{Fkt.} \left(\frac{R}{d_C}; S; Re \right)$
- $S = \text{Fkt.} (\sigma; c_K; \text{Ausrichtung}; \text{Form}; \text{Verbauungsgrad})$

III. $4 < k_S/d_{84}$:

Bereich der Wirbelüberlagerungsströmung mit maximalem Strömungswiderstand durch bank- und rippenartigen Strukturen über die gesamte Gewässerbreite in Analogie der technischen Rauheit „Lange Winkel“ nach *Schlichting (1936)* mit Rauheitsdichten $0,05 < c_K < 0,15 \dots 0,20$. Dieser Bereich existiert ab einem relativen Überdeckungsverhältnis von $h/d_{84} > 1,0$. Bei diesen geringen relativen Überdeckungen handelt es sich um einen kaskadenartigen Abflussvorgang, während mit zunehmender relativer Überdeckung die Wasserspiegeloberfläche immer weniger von der Rauheitsstruktur beeinflusst wird. Die Widerstandsprozesse ergeben sich dann hauptsächlich aus dem Längsabstand der bank- und rippenartigen Strukturen.

Unter Annahme der Gültigkeit der logarithmischen Widerstandsbeziehung mit $\kappa = 0,40$

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \left(\frac{h}{d_{84}} \right) + C' \left(\text{Fkt.} = \frac{k_S}{d_{84}} \right) \quad (7.1)$$

kann die Integrationskonstante C' in Abhängigkeit der relativen Rauheit k_S/d_{84} für die zuvor definierten Rauheitstypen und Widerstandsprozesse nach *Tab. 7.1* formuliert werden. Dabei wurden ausschließlich die in *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* angegebenen Daten für natürliche Fließgewässer zugrunde gelegt.

Tab. 7.1: Integrationskonstante C' in Abhängigkeit der relativen Rauheit k_S/d_{84}

Bereich	k_S/d_{84}	$C' = \text{Fkt. } k_S/d_{84}$
I	0 ... 1	7,21
IIa	1 ... 2	4,98
IIb	2 ... 3	3,68
IIc	3 ... 4	2,95
III	> 4	1,23

Eine Quantifizierung der Abhängigkeiten für die auftretenden Widerstandsprozesse kann somit nur anhand vollständiger Daten bezüglich der Oberflächenstruktur und daraus resultierender Strömungseigenschaften erfolgen.

Dafür werden in einem ersten Ansatz die in der Arbeit von *Kanzow (2004)* gewonnenen Daten herangezogen. Die detailliert aufgenommene Sohlstruktur in Verbindung mit den relativ flächendeckend gemessenen Geschwindigkeiten in eindimensionaler Richtung decken dabei nur einen kleinen Bereich der relativen Überdeckung von $h/d_{84} < 1,30$ für die Gefällestufen 2, 4 und 6% ab. Das im *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell* vorgestellte dreidimensionale mathematisch-physikalische Modell für diese Versuche stellt in Verbindung mit den Messdaten eine Erweiterung der Informationen bezüglich des integralen Strömungsfeldes dar und soll die Quantifizierung von Abhängigkeiten aus diesen Einflüssen ermöglichen.

Im Weiteren werden die zuvor gewonnenen Erkenntnisse auf Daten mit weniger detailliert aufgenommenen Informationen (*Bathurst 1985*) bezüglich Sohlstruktur und Geschwindigkeitsfeld übertragen und auf Plausibilität geprüft. Bei Eignung der erarbeiteten Widerstandsbeziehung kann dann ein größerer Bereich des relativen Überdeckungsverhältnisses von $h/d_{84} < 2,00$ für Gefälle von $1,20 < I < 3,7\%$ erfasst werden.

7.2.2 Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl

Die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ der ausgewählten Daten natürlicher Fließgewässer von der Reynoldszahl Re ist in *Abb. 7.3*, im Moody-Diagramm, separat für die jeweils angegebenen Bereiche der relativen Überdeckung h/d_{84} dargestellt. Am Beispiel der Daten aus *Schlichting (1936)* ist für die Kugelrauheit der Einfluss der Rauheitsdichte c_K auf die Abhängigkeit zwischen λ und Re erkennbar. Gleichzeitig vermitteln die in der Arbeit von *Koch (2006)* herangezogenen Messwerte eine Vorstellung von der Auswirkung selbst organisierender Strukturen beziehungsweise Rohrwandbeläge bei geschlossenen Druckrohrleitungen.

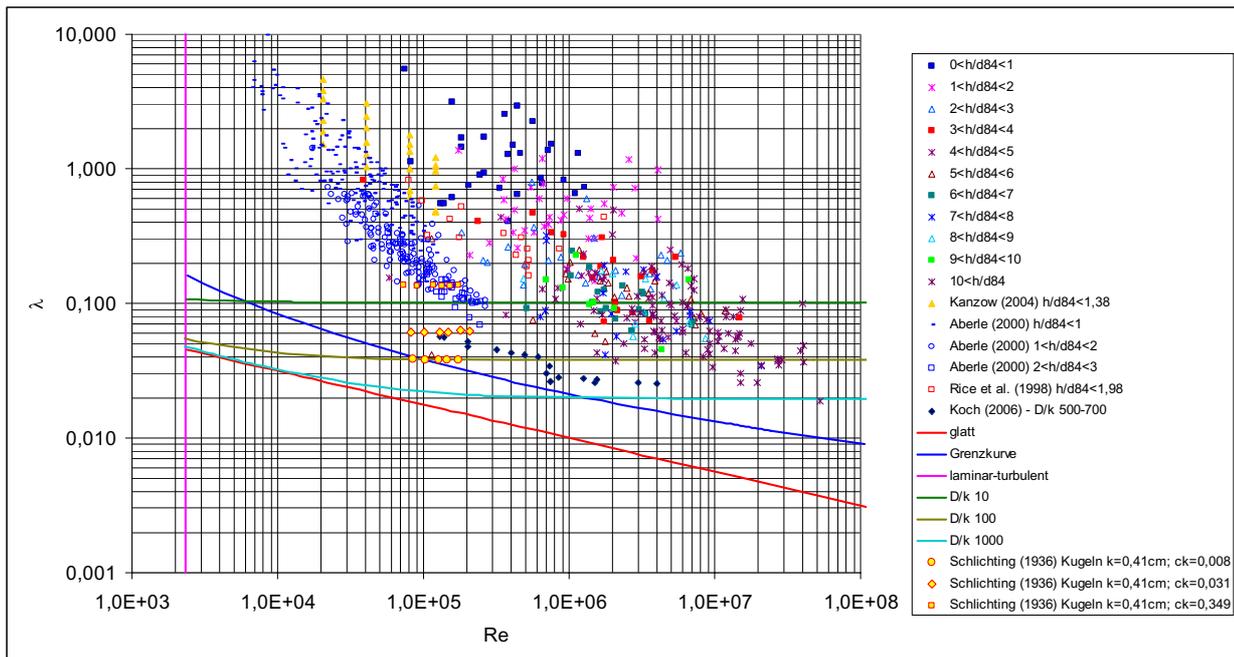


Abb. 7.3: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re klassifiziert nach der relativen Überdeckung h/d_{84}

Eine exakte Klassifizierung der Re - λ -Abhängigkeit unter den Bedingungen natürlicher Fließgewässer in Analogie zur turbulenten Rohrströmung ist nicht möglich. Bei geschlossenen Rohrleitungen wird eine erhöhte Reynoldszahl durch ein vergrößertes Druckgefälle im jeweils untersuchten Leitungsabschnitt erreicht. Gleichzeitig existiert aufgrund der geschlossenen Form immer ein konstantes relatives Überdeckungsverhältnis in Verbindung mit einer identischen Rauheitsstruktur an ein und demselben Leitungsabschnitt. Bei Verlassen des Übergangsbereiches (Grenzkurve) ragen daher die Rauheitselemente mit einem konstanten Betrag in die Strömung, da die Ausdehnung der viskosen Unterschicht verschwindend gering ist. An identischen Gewässerabschnitten müsste für erhöhte Reynoldszahlen das Gefälle und damit der Abfluss soweit erhöht werden, bis eine gleiche relative Überdeckung und damit eine gleichartige Wirkung der Sohlstruktur eingestellt ist, um diese Analogie zu geschlossenen Druckrohrleitungen herzustellen. Aufgrund dieser Einschränkung ist die Abhängigkeit Re - λ in *Abb. 7.3* für relativ gleichartige relative Überdeckungsverhältnisse vorerst für unterschiedliche Gewässerabschnitte und Randbedingungen dargestellt.

Dabei ist prinzipiell eine schwache Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re zu erkennen. Auffallend ist, dass bei allen Klassen der relativen Überdeckung h/d_{84} die Spannweite der Widerstandsbeiwerte λ bis zu eine Größenordnung beträgt. Dies kann dann nur die Auswirkung der unterschiedlichen Sohlstruktur an den jeweiligen Gewässerabschnitten sein, was durch die *Abb. 7.4* anhand einer engeren Klassifizierung bezüglich des relativen Überdeckungsverhältnisses für den angegebenen Gefällebereich bestätigt wird. Am Beispiel der Daten aus *Kanzow (2004)* kann für annähernd homogene Überdeckungsverhältnisse mit $0,31 < h/d_{84} < 1,33$ bei identischen Versuchsserien ebenfalls eine Abhängigkeit zwischen Reynoldszahl Re und Widerstandsbeiwert λ festgestellt werden.

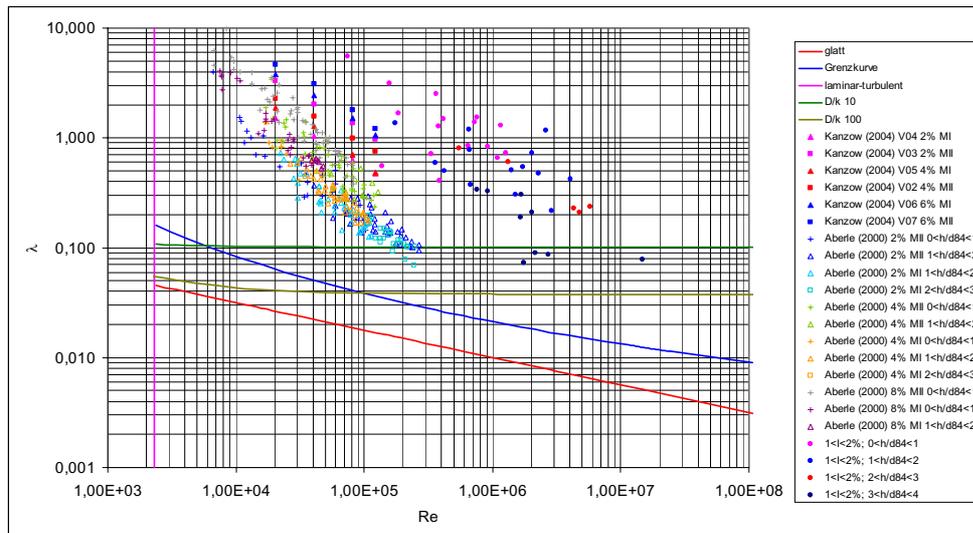


Abb. 7.4: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re klassifiziert nach der relativen Überdeckung h/d_{84} und dem Gefälle I

Als Beispiel für den Einfluss der Sohlstruktur werden zwei lokal unterschiedliche Gewässerabschnitte aus den Daten von *Bathurst (1985)* und *Jarrett (1985)* verglichen. In *Tab. 7.2* sind die jeweiligen den Strömungswiderstand charakterisierenden Größen angegeben.

Tab. 7.2: Beispiel zur Streuung der Widerstandsbeiwerte für die Beziehung $Re-\lambda$ nach *Abb. 7.4*

Autor	Bathurst (1985)	Jarrett (1985)
Gewässerabschnitt	Kielder Burn	Clear Creek near Lawson
Q [m ³ /s]	1,67	1,50
I [%]	1,45	1,50
h/d ₈₄	0,54	0,57
Re	3,85·10 ⁵	3,62·10 ⁵
Re*	4,00·10 ⁴	9,00·10 ⁴
Fr	0,54	0,22
u/u*	4,45	1,78

Dabei ist festzustellen, dass für annähernd identische Randbedingungen der Gewässerabschnitte bezüglich Abfluss Q , Gefälle I , relativer Überdeckung h/d_{84} und resultierender Reynoldszahl Re , ein unterschiedliches Widerstandsverhalten auftritt. Dies drückt sich im Wert für den Strömungswiderstand u/u^* aus. Einen Indikator für dieses unterschiedliche Widerstandsverhalten stellt unter anderem die Froudezahl Fr dar. Mit zunehmender Froudezahl Fr nimmt der Strömungswiderstand ab, was die Ausführungen des *Kap. 5.8 Ansätze in Abhängigkeit der Froudezahl* bestätigt. Als weiterer Indikator bietet sich die Kornreynoldszahl Re^* als charakterisierende Größe der Rauheitsklasse an. Nach *Kap. 2.3 Strömungseigenschaften* wird generell zwischen hydraulisch glatter, dem Übergangsbereich und hydraulisch rauer Wirkung der Rauheitselemente unterschieden. Im Fall natürlicher Fließgewässer bestehen fast ausnahmslos

hydraulisch raue Verhältnisse, deren Charakterisierung durch die Oberflächenstruktur und den Turbulenzgrad der Strömung erfolgt. Je stärker die Strukturierung der Oberfläche, umso turbulenter erfolgt der Abflussvorgang und umso größer ist die Kornreynoldszahl Re^* .

Bei einer noch engeren Klassifizierung der relativen Überdeckung in Abhängigkeit des von *Aberle (2000)* postulierten Rauheitsparameters, der Standardabweichung s zur verbesserten Charakterisierung der Sohlstruktur, bleibt grundsätzlich eine Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re erhalten.

Für die Daten aus *Kanzow (2004)* können anhand der *Abb. 7.4* und der *Tab. 7.3* im *Kap. 7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand* erste Rückschlüsse bezüglich Strömungswiderstand und Sohlstruktur gezogen werden. Für je zwei Versuchsserien bei annähernd gleichem Gefällebereich und unterschiedlichem Sohlmaterial ergeben sich bei geringen Unterschieden zwischen der Standardabweichung s der lokalen Sohlhöhen und der Standardabweichung σ der Korngrößenverteilung relativ geringe Differenzen der Widerstandsbeiwerte (Versuch V06 und V07). Die größte Spannweite ergibt sich für die Versuchsserie V04 und V03 mit relativ starken Differenzen von s und σ , was sich in ebenso starken Differenzen der Widerstandsbeiwerte im gesamten Reynoldszahlbereich äußert. Für die Versuchsserie V05 und V02 bauen sich diese Differenzen mit abnehmender Reynoldszahl ab. Ob die Ursache dafür in der trotz unterschiedlicher Standardabweichung s identischen Standardabweichung σ der Korngrößenverteilung gesehen werden kann, kann hier nicht mit ausreichender Sicherheit gesagt werden. Da alle Versuchsserien im Bereich von relativen Überdeckungsverhältnissen von $h/d_{84} < 1,3$ erfolgten, belegt diese Tatsache in Übereinstimmung mit den Ausführungen im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* die Abhängigkeit des Formwiderstandes von der Struktur und den Eigenschaften des durchströmten Elementkollektivs in Verbindung mit der Reynoldszahl.

7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand

7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur

Die Charakterisierung der Oberflächenstruktur natürlicher Fließgewässer anhand eines charakteristischen Korndurchmessers d_C weist nach den Ausführungen der *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*, *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* und *Kap. 7.2 Einordnung der ausgewählten Daten* Defizite auf. Ein Auftragen von gemessenen Strömungswiderständen u/u^* in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/d_{84} verursacht eine starke Streuung, wenn eine der im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* besprochenen Widerstandsbeziehungen zum Ansatz kommt.

In verschiedenen Arbeiten (*Aberle 2000*, *Kanzow 2004*, *Weichert 2006*) wurde daher die Eignung statistischer Methoden zur Beschreibung von Rauheitseigenschaften an einzelnen Längsprofilen untersucht. Ziel dieser Untersuchungen war die Ableitung eines Parameters zur Beschreibung der Rauheitsentwicklung in Längsrichtung beziehungsweise die Identifikation einer charakteristischen Länge für das Rauheitsmaß. Zu diesen statistischen Methoden gehören im Einzelnen:

- Autokorrelationsfunktionen
- Spektralanalysen
- Variogrammanalysen
- fraktale Eigenschaften
- Segmentierungsalgorithmen.

Nachteil der angeführten Methoden sind generell Schwierigkeiten bei der Identifizierung charakteristischer Längen, da keine signifikanten Frequenzen in der Längsprofilgeometrie existent sind (*Aberle 2000*, *Kanzow 2004*). Aus diesem Grund wurde auf eine Einbindung in Widerstandsbeziehungen verzichtet und in vorliegender Arbeit wird daher nicht gesondert auf diese Methoden eingegangen.

Bestandteil aller Methoden ist die Bestimmung der Standardabweichung s der Rauheitserhebungen von der Regressionsgeraden. Im Gegensatz zu einem charakteristischen Korndurchmesser d_C besitzt dieser Wert Informationen aller gemessenen lokalen Höhenpunkte in Längsrichtung, was eine homogenere Charakterisierung der Sohlstruktur in dieser Richtung ermöglicht. Die verbesserte Eignung der Standardabweichung s in Widerstandsbeziehungen wurde von *Aberle (2000)* anhand von Modellversuchen für natürliche Sohlstrukturen für relativ große Verhältnisse von Fließtiefe zu -breite (Laborrinne) nachgewiesen. Auch bei der Identifikation einzelner Abschnitte mit gleichartigen Rauheitseigenschaften in Längsrichtung diente die Standardabweichung s in dem von *Kanzow (2004)* postulierten Segmentierungsalgorithmus als Grundlage. Die Standardabweichung s besitzt jedoch lediglich einen geometrischen Bezug und nach den Ausführungen im *Kap. 7.2.2 Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl* hängt dass, was von der Strömung als rau erfahren wird, nicht nur von der Oberflächenstruktur ab, sondern auch von den Strömungseigenschaften.

Ausgehend von diesen Erkenntnissen und den Ausführungen im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*, sowie den Erläuterungen im *Kap. 7.2.1 Abhängigkeit bezüglich der relativen Überdeckung* sollen folgende charakterisierende Größen zur Beschreibung der Oberflächenstruktur untersucht werden:

- Standardabweichung s der lokalen Höhenpunkte
- vertikale Rauheitsdichte (Verbauungsgrad) $c_{K,V}$ und horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$
- Standardabweichung σ der Korngrößenverteilung
- Ausrichtung und Form der Elemente.

a) Standardabweichung s

Die Standardabweichung s der lokalen Höhenpunkte soll, im Gegensatz zu den Untersuchungen von *Aberle (2000)*, *Kanzow (2004)* und *Weichert (2006)* an einzelnen Längsprofilen, auf die zweidimensionale Ebene in x - y -Richtung bezogen werden, um eine homogenere Beschreibung der Oberflächenstruktur in beiden Richtungen zu gewährleisten. Die Überprüfung der Eignung erfolgt dabei anhand der Daten aus den Laborversuchen von *Kanzow (2004)* für natürliche Sohlstrukturen mit geringen Verhältnissen von Fließtiefe zu -breite, um einen Bezug zu natürlichen Fließgewässern herzustellen. Das Abtastintervall für die jeweiligen Oberflächenstrukturen V02 bis V07 betrug dabei $dx/dy = 0,020/0,016$ m auf einer Gesamtfläche von $6,00$ m². Zur Ermittlung der resultierenden Regressionsebene und der lokalen Abweichungen

der einzelnen Höhenpunkte standen somit pro Oberflächenstruktur 17688 Punkte mit den räumlichen Koordinaten zur Verfügung. Die rechnerische Auswertung erfolgte nach dem Algorithmus von Stout (1993), zusammengestellt im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen*.

Tab. 7.3 enthält die resultierenden Standardabweichungen s der einzelnen Oberflächenstrukturen mit dem jeweils charakteristischen Korndurchmesser d_{84} und der Standardabweichung σ der Korngrößenverteilung. Im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* sind weiterhin die Dichtefunktionen der lokalen Höhendifferenzen zur Regressionsebene angegeben, die eine generelle Einschätzung zum Grad der Strukturierung erlauben. Gleichzeitig vermitteln die digitalen Höhenmodelle der Oberflächenstrukturen im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* einen visuellen Eindruck. Die Standardabweichung s besitzt bei gleichem Gefälle offensichtlich die stärkste Abhängigkeit vom charakteristischen Korndurchmesser d_{84} . Mit zunehmendem Betrag für das Gefälle kann eine stärkere Strukturierung der Oberfläche festgestellt werden, was an der Form der im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* enthaltenen Dichtefunktionen erkennbar ist. Gleichzeitig existieren aber auch bei relativ eng zusammen liegenden Werten für s (V04 und V05, sowie V03 und V02) relativ differenzierte Formen der Dichtefunktionen. Dies legt die Vermutung nahe, dass die Standardabweichung s , trotz der homogenen Charakterisierung der Oberflächenstruktur, die speziellen Strukturausprägungen nicht hinreichend erfassen kann.

Zur Einordnung der individuellen Oberflächenstrukturen in die im *Kap. 2.2.3 Sohlstruktur* getroffene Fallunterscheidung zwischen homogener und heterogener Sohlstruktur sind die Dichtefunktionen in erster Näherung geeignet. Bei einer rein visuell basierten Einschätzung anhand der Dichtefunktionen im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* kann bei Annahme der Hypothese über Normalverteilung auf homogene Sohlstrukturen geschlossen werden, während bei Ablehnung der Hypothese heterogene Sohlstrukturen existieren müssen.

Tab. 7.3: Kennwerte der einzelnen Oberflächenstrukturen für die Daten aus Kanzow (2004)

Gefällebereich	s [m]	d_{84} [m]	σ [-]	s [m]	d_{84} [m]	σ [-]
	Material I (M I)			Material II (M II)		
	V04			V03		
2%	0,019	0,0585	0,41	0,025	0,0746	0,54
	V05			V02		
4%	0,020	0,0629	0,40	0,027	0,0992	0,40
	V06			V07		
7%	0,028	0,0702	0,36	0,031	0,0937	0,39

b) vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$

Der Verbauungsgrad beziehungsweise die Rauheitsdichte wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit getrennt nach horizontaler und vertikaler Richtung betrachtet. Im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* wurde der Einfluss der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ auf den Strömungswiderstand qualitativ anhand verschiedener Untersuchungen diskutiert und in *Abb. 7.5* ist schematisch die Abhängig-

keit von der relativen Überdeckung h/d_{84} (links), sowie die Definition (rechts) der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ dargestellt.

Die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ ist dabei definiert als Quotient aus der senkrecht angeströmten Fläche aller Rauheitselemente $A_W = \sum A_{\perp}$ und der absoluten Querschnittsfläche A_{yz} . Die absolute Querschnittsfläche A_{yz} ergibt sich dabei aus der Summe von $\sum A_{\perp}$ und der durchströmten Querprofilfläche A (Bathurst 1985).

$$c_{K,V} = \frac{\sum A_{\perp}}{A_{yz}} \quad (7.2)$$

$$A_{yz} = A + \sum A_{\perp} \quad (7.3)$$

Die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ ergibt sich analog der Definition nach *Kap. 3.2.5 Rauheitsdichte* bezogen auf die horizontale Grundfläche A_{xy} . Der Einfluss dieses Parameters wurde in den *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*, *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* und *Kap. 7.2 Einordnung der ausgewählten Daten* diskutiert.

$$c_{K,H} = \frac{\sum A_{\perp}}{A_{xy}} \quad (7.4)$$

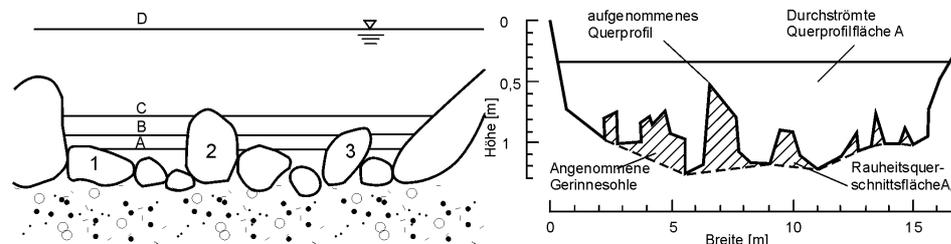


Abb. 7.5: vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ schematisch (links, modifiziert nach Schülchli 1991) und mit verwendeten Bezeichnungen (rechts, modifiziert nach Bathurst 1985)

Mit zunehmender vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ wird die Strömung bei geringen relativen Überdeckungen $h/d_{84} < 1,00$ zwischen den exponierten Rauheitselementen konzentriert, was zu einer verstärkten Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeitsverteilung führt. Dadurch ergibt sich ein signifikanter Einfluss auf den Strömungswiderstand.

In den Untersuchungen von Bathurst (1985) ergab sich für die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ eine signifikante Abhängigkeit vom relativen Überdeckungsverhältnis h/d_{84} mit einem Regressionskoeffizienten von $R^2 = 0,99$. Daraus wurde geschlossen, dass die Variation des Strömungswiderstandes u/u^* bei gleichen relativen Überdeckungsverhältnissen h/d_{84} nicht auf die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ zurückgeführt werden kann. Die Datenaufnahme zur Ermittlung der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ erfolgte an den jeweils mittleren Querschnitten des Gewässerabschnittes durch detailgetreue Aufnahme der Querschnittsgeometrie und

den signifikant in die Strömung ragenden Rauheitselementen. In *Abb. 7.6* ist die Beziehung $c_{K,V} \sim h/d_{84}$ mit den im Rahmen der vorliegenden Arbeit reanalysierten unabhängigen Daten aus *Kanzow (2004)* und *Schlichting (1936)* dargestellt.

Die Ermittlung der entsprechenden Flächendefinitionen ergibt sich bei den technischen Rauheiten von *Schlichting (1936)* aufgrund der klaren Definition für die Elementgrößen und Positionen, sowie dem eindeutig definierten Querschnitt.

Die Ermittlung der Flächendefinitionen für die vertikale und horizontale Rauheitsdichte der Daten aus *Kanzow (2004)* erfolgte durch numerische Integration an jedem Querschnitt. Dabei lagen jeweils 89 lokale Höhenpunkte und 7 gemessene Wasserspiegelhöhen je Querschnitt unter Annahme einer linearen Verteilung zugrunde (s. *Abb. 7.7*). Gleichzeitig wurde zur Ermittlung der horizontalen Rauheitsdichte angenommen, dass die Summe von A_{\perp} durch die Integration an den einzelnen Messquerschnitten näherungsweise bestimmbar ist, da das Verhältnis von Längsabstand der Messebenen zu den charakteristischen Korndurchmessern d_{84} , d_{90} und d_{max} im Mittel einen Wert von 2,0 besitzt. Diese Annahme konnte durch Überprüfung an den digitalen Höhenmodellen unter Einbeziehung der visualisierten Messebenen bestätigt werden. Für die vertikale Rauheitsdichte wurde der aus den gesamten Messquerschnitten resultierende Mittelwert zur integralen Charakterisierung des gesamten Untersuchungsgebietes herangezogen. Die nach dieser Methode resultierenden Abweichungen sind bis zu Abständen von $6 d_{84}$ mit einem Fehler von $\pm 5\%$ gegenüber dem Abstand $2 d_{84}$ behaftet.

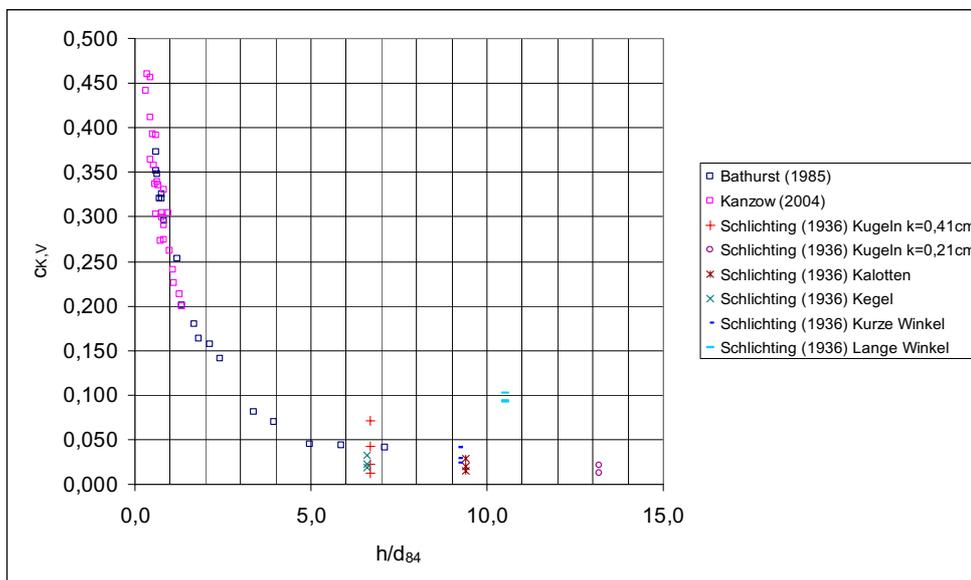


Abb. 7.6: Abhängigkeit des vertikalen Verbauungsgrades $c_{K,V}$ von der relativen Überdeckung h/d_{84}

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit ermittelte Beziehung $h/d_{84} \sim c_{K,V}$ im Bereich $h/d_{84} < 1,3$ bestätigt die in *Bathurst (1985)* festgestellte Abhängigkeit. Dabei ist anzumerken, dass bei der Versuchsanordnung von *Kanzow (2004)* keine Variation der Wasserspiegelbreite aufgrund einer senkrechten Begrenzung des Untersuchungsgebietes erfolgte. Für den Datenbereich $h/d_{84} < 1,3$ der in *Bathurst (1985)* untersuchten natürlichen Gewässerabschnitte variierte die Wasserspiegelbreite der einzelnen Abschnitte mit zunehmendem Abfluss generell um weniger als 5%, was durch die geschlossene Lage der unabhängigen Daten zum Ausdruck kommt.

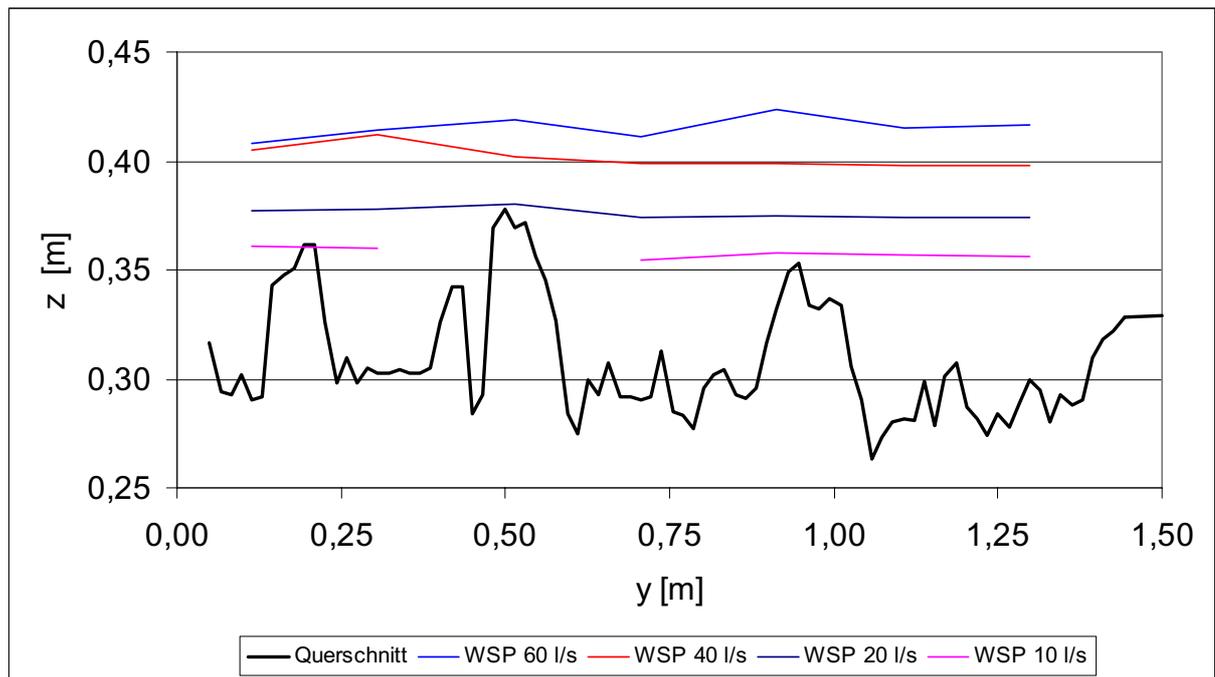


Abb. 7.7: Querprofil mit lokalen Höhen und Wasserspiegellagen aus den Daten von *Kanzow (2004)*

Aus *Abb. 7.6* können folgende wichtigen Schlüsse gezogen werden:

Im Bereich der relativen Überdeckung $h/d_{84} < 1,00 \dots 2,00$ ist die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ natürlicher Fließgewässer sehr starken Änderungen unterworfen, was sich zwangsläufig im Strömungswiderstand beziehungsweise in der Änderungsrate der Widerstandsbeiwerte ausdrücken muss. Bei den dabei existierenden Beträgen für $c_{K,V}$ von 16 bis 46% rekrutieren sich die Widerstandsprozesse hauptsächlich aus dem Formwiderstand.

Für relative Überdeckungen $5,00 < h/d_{84}$ verläuft die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ natürlicher Fließgewässer gleichmäßig im Bereich von kleiner 5%. Die Widerstandsprozesse sind daher unabhängig von der vertikalen Rauheitsdichte und auf den Anteil des Kornwiderstandes in Abhängigkeit der horizontalen Rauheitsdichte reduziert. In dieser Region siedeln sich ebenfalls die technischen Rauheiten der Untersuchungen von *Schlichting (1936)* an. Abweichungen ergeben sich hier für die großen horizontalen Rauheitsdichten der Rauheit „Kugeln“ und „Lange Winkel“.

Im zwischen liegenden Bereich $1,00 \dots 2,00 < h/d_{84} < 5,00$ weisen die Widerstandsprozesse vermutlich eine signifikante Abhängigkeit von vertikaler und horizontaler Rauheitsdichte mit Anteilen aus Form- und Kornwiderstand auf.

Im Gegensatz zur Annahme von *Bathurst (1985)* wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit angenommen, dass die Variation des Strömungswiderstandes u/u^* bei identischen Überdeckungsverhältnissen h/d_{84} eine Abhängigkeit von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ besitzt. In *Abb. 7.8* ist die Abhängigkeit zwischen vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und relativer Überdeckung h/d_{84} und h/s für die hier untersuchten Oberflächen dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass zwischen Versuchsserien mit unterschiedlicher Ausprägung der Sohlstruktur eine Variation der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ existiert.

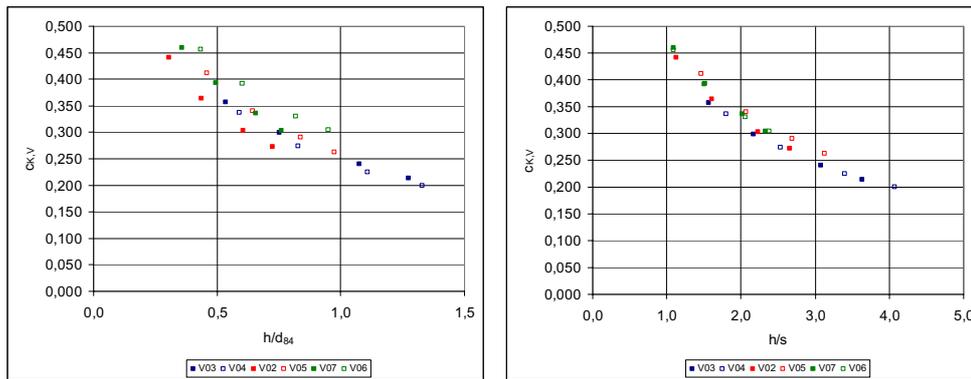


Abb. 7.8: Abhängigkeit der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ von den relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s für die Daten aus *Kanzow (2004)*

Werden jeweils zwei Versuchsserien mit gleichem Gefälle und Abfluss betrachtet, dann ist die relative Lage der zusammengehörenden Punkte ein Ausdruck der unterschiedlichen Sohlstruktur. Für die Versuchsserien V02 und V05 ergeben sich nach *Abb. 7.8* die größten Differenzen für die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$. Dies kann aus der Betrachtung der Dichtefunktionen für die lokalen Höhendifferenzen zur Regressionsebene im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* und den zugehörigen digitalen Höhenmodellen verdeutlicht werden. Die Oberfläche der Versuchsserie V02 besteht aus einer wesentlich größeren Anzahl von exponiert angeordneten Rauheitselementen, was sich in der größeren Spannweite der Dichtefunktion äußert. Gleichzeitig besitzen im Vergleich zur Versuchsserie V05 wesentlich weniger Höhenpunkte nur geringe Differenzen zur Regressionsebene. Mit zunehmendem Abfluss nähert sich die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ der zwei Versuchsserien an. Bei der weniger strukturierten Oberfläche der Versuchsserie V05 wird dabei aufgrund der höheren relativen Überdeckung in vertikaler Richtung mehr Fläche durch die Rauheitselemente beansprucht. Dadurch entsteht aufgrund der größeren Spannweite der Dichtefunktion für die Versuchsserie V02 ein Ausgleich. Für die Versuchsserien V07 und V06 ergeben sich nach *Abb. 7.8* bei gleichem Abfluss die geringsten Differenzen für die vertikale Rauheitsdichte. Dies kann anhand der Dichtefunktionen und der digitalen Höhenmodelle im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* in analoger Weise nachvollzogen werden.

Die logarithmische Approximation der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ in Abhängigkeit der relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s liefert die *Formel 7.5* und *Formel 7.6*. Der höhere Approximationsgrad bei Verwendung der Standardabweichung s konnte dabei aufgrund einer homogeneren Charakterisierung der Sohlstruktur erwartet werden. Dabei bleiben aber analog zur Betrachtung anhand der relativen Überdeckung h/d_{84} die gleichen Trends bezüglich der Abhängigkeit der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ von der relativen Überdeckung erhalten.

$$c_{K,V} = -0,1783 \cdot \ln\left(\frac{h}{d_{84}}\right) + 0,2568 \quad (7.5)$$

mit

$$R^2 = 0,88$$

$$c_{K,V} = -0,1954 \cdot \ln\left(\frac{h}{s}\right) + 0,468 \quad (7.6)$$

mit

$$R^2 = 0,98$$

In *Abb. 7.9* ist die Abhängigkeit der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ von den relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s der untersuchten Oberflächenstrukturen separat für jede Versuchsserie dargestellt. Dabei setzt sich der Trend der zunehmenden horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ auch für Werte von $h/d_{84} > 1,00$ fort, da die relativen Überdeckungsverhältnisse von h/d_{\max} für alle Serien im Bereich von $0,190 < h/d_{\max} < 0,655$ liegen und damit noch kein konstanter Betrag erwartet werden kann.

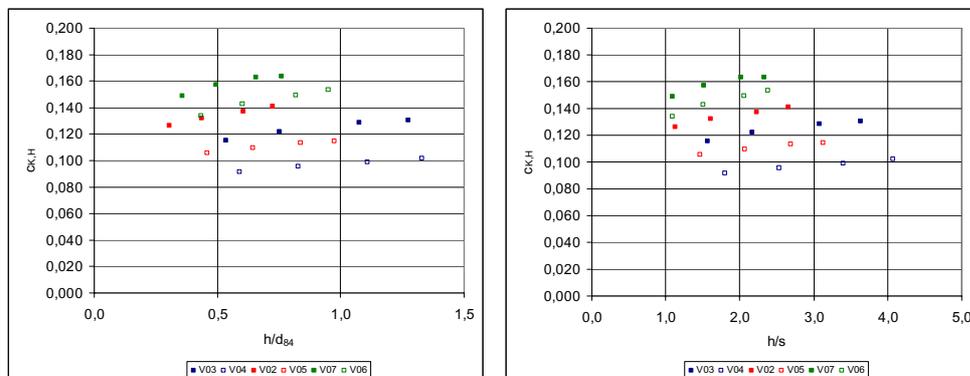


Abb. 7.9: Abhängigkeit der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ von den relativen Überdeckungen h/d_{84} und h/s für die Daten aus *Kanzow (2004)*

Auch hier drückt sich die unterschiedliche Sohlstruktur in der relativen Lage von jeweils zwei Punkten unterschiedlicher Versuchsserien bei gleichem Gefälle und Abfluss aus. Dabei erreicht zum Beispiel die Versuchsserie V06 mit zunehmender relativer Überdeckung h/d_{84} Beträge für die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$, die bei der Versuchsserie V07 bei geringeren relativen Überdeckungen h/d_{84} resultieren. Im *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* wird deutlich, dass die Form der Dichtefunktionen im Vergleich zu den Versuchsserien V02 und V05 sowie V03 und V04 weniger stark variiert. Bei den zuletzt genannten Versuchsserien erreichen die weniger stark strukturierten Oberflächen auch bei der größten relativen Überdeckung h/d_{84} nicht die Beträge für die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ die bei den stärker strukturierten Oberflächen bei der geringsten relativen Überdeckung h/d_{84} entstehen.

Die im *Kap. 5.5 Modifizierte logarithmische Widerstandsbeziehungen* angesprochene Beziehung von *Bathurst (1982)* zur Bestimmung der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/d_{84} kann unter Betrachtung von *Abb. 7.9* nicht bestätigt werden. Basis dieser Beziehung war die Hypothese, dass mit zunehmender relativer Überdeckung h/d_{84} immer weniger Rauheitselemente signifikant in die Strömung ragen, was zu einer abnehmenden Summe von A_{\perp} führt. Weiterhin wurde nach Angaben von *Bathurst (1982)* der Einfluss der im Randbereich angeordneten Elemente als nicht signifikant erachtet. Aus diesem Grund resultiert mit zunehmender relativer Überdeckung h/d_{84} bei gleichzeitig, wenn auch gering, zunehmender Grundfläche A_{xy} eine abnehmende horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$. Die relativen Überdeckungen der untersuchten Fließgewässer überspannten dabei einen Bereich von

$0,37 < h/d_{84} < 1,32$. In den weiteren Betrachtungen wird im Gegensatz zur Hypothese von *Bathurst (1982)* von der in *Abb. 7.9* dargestellten Abhängigkeit der horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ von der relativen Überdeckung h/d_{84} anhand der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Oberflächen ausgegangen. Grundsätzlich ragen exponierte Rauheitselemente mit kleineren Korngrößen bei zunehmender relativer Überdeckung h/d_{84} weniger stark in die Strömung. Die senkrecht angeströmte Fläche A_{\perp} bleibt jedoch immer erhalten.

Insgesamt bieten die Parameter $c_{K,V}$ und $c_{K,H}$ ein dreidimensionales Bild der Elementanordnung beziehungsweise der Oberflächenstruktur für die hier betrachteten natürlichen Fließgewässer. Dabei konnte anhand der durchgeführten Untersuchungen eine Abhängigkeit der Parameter $c_{K,V}$ und $c_{K,H}$ von der relativen Überdeckung h/d_{84} nachgewiesen werden. Gleichzeitig drückt sich in beiden Parametern die unterschiedliche Strukturierung der hier untersuchten Oberflächen aus. Aufgrund dieser Abhängigkeit wird vermutet, dass sich beide Parameter eignen, um in einer Widerstandsbeziehung den Einfluss der variablen Rauheits- beziehungsweise Oberflächenstruktur auf die variable Rauheitswirkung zu erklären. In *Abb. 7.10* ist die Abhängigkeit zwischen $c_{K,V}$ und $c_{K,H}$ dargestellt.

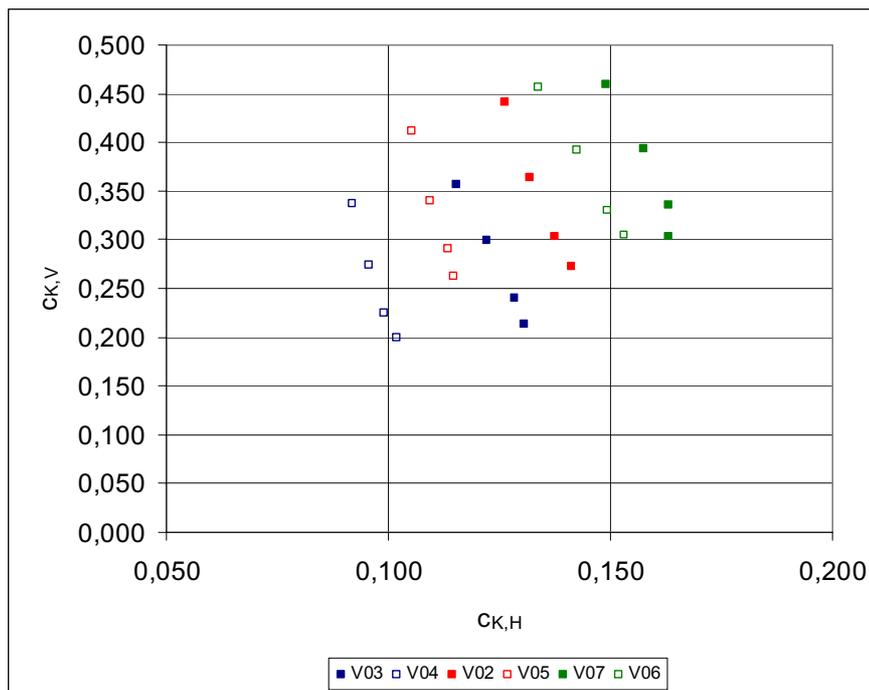


Abb. 7.10: Abhängigkeit zwischen horizontaler und vertikaler Rauheitsdichte für die Daten aus *Kanzow (2004)*

c) Standardabweichung σ

Die Standardabweichung σ der Korngrößenverteilung spiegelt sich bei entsprechender Datendichte und damit Genauigkeit der Informationen über die Oberflächenstrukturierung wahrscheinlich in den Parametern für die horizontale und vertikale Rauheitsdichte wieder. Ob ein signifikanter Einfluss hinsichtlich des Parameters σ bei der Ermittlung des Strömungswiderstandes existiert, ist in der weitergehenden Analyse zu prüfen.

d) Ausrichtung und Form der Elemente

Die Ausrichtung und Form der Elemente ist nach den Ausführungen im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* unter natürlichen Bedingungen relativ konstant. Dies konnte durch eine visuelle Prüfung der von *Kanzow (2004)* angefertigten Bilder der Oberflächenstrukturen bestätigt werden. Zum Einfluss dieser Größen bei der Ermittlung des Strömungswiderstandes gelten grundsätzlich die Aussagen unter Punkt c. Aufgrund der Konstanz von Ausrichtung und Form der Elemente, unabhängig von einzelnen Randbedingungen wie dem Gefälle, der Querschnittsform und Querschnittsgröße wird der Einfluss dieser Parameter als nicht signifikant angenommen.

7.3.2 Integrales Strömungsfeld und Strömungswiderstand

Wie in *Kap. 7.2.1 Abhängigkeit bezüglich der relativen Überdeckung* ausgeführt, reicht die relative Überdeckung als alleiniger Parameter zur Ermittlung des Widerstandsbeiwertes nicht aus. Demzufolge steht an dieser Stelle die Klärung der Abhängigkeiten zwischen Strömungswiderstand und den im *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* dargelegten Parametern bezüglich der Oberflächenstruktur im Vordergrund.

In *Abb. 7.11* ist das aus den *Kap. 3.2.5 Rauheitsdichte* und *Kap. 4.1 Universelles logarithmisches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz* bekannte Diagramm der Abhängigkeit zwischen relativer Rauheit und horizontaler Rauheitsdichte der technischen Rauheiten aus *Schlichting (1936)* und den Daten aus *O'Loughlin (1964)* dargestellt. Dieses Diagramm wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit um die reanalysierten Daten aus *Bathurst (1985)* und *Kanzow (2004)* erweitert.

In den Daten aus *Bathurst (1985)* wurde lediglich die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ ausgewiesen und daher sind die Werte der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ unter Vorbehalt zu sehen. In Analogie zu den Oberflächenstrukturen aus *Kanzow (2004)* wurde eine periodische Abfolge der vertikalen Rauheitsdichte im Abstand $2 d_{84}$ angenommen, woraus anhand der gegebenen Querschnittsbreite die horizontale Rauheitsdichte folgt.

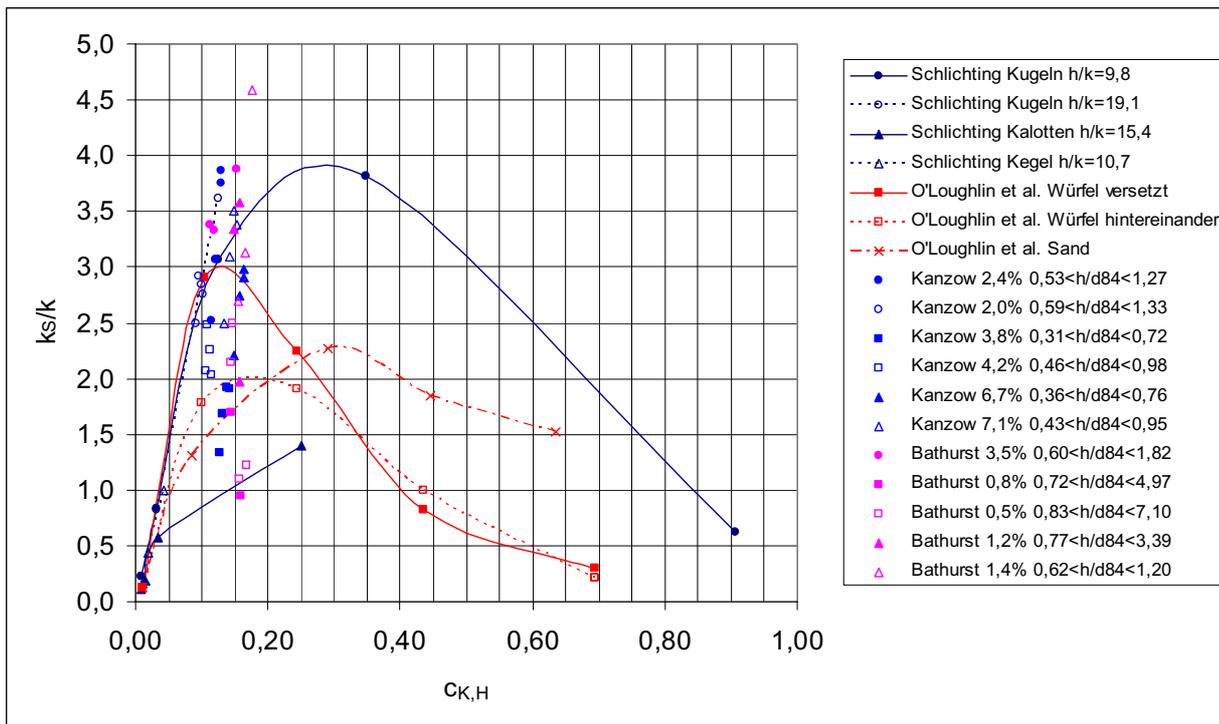


Abb. 7.11: Abhängigkeit der relativen Rauheit $k_s/k \sim k_s/d_{84}$ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Unter diesen Annahmen bewegen sich die horizontalen Rauheitsdichten im Bereich zwischen $0,10 < c_{K,H} < 0,20$. Exakt in diesem Bereich ergeben sich für relativ geringe Änderungen der horizontalen Rauheitsdichte starke Änderungen der relativen Rauheit. Dies wurde in analoger Art auch für die technischen Rauheiten der Versuche aus *Schlichting (1936)* festgestellt. Die im *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* festgestellte Variation der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ mit der relativen Überdeckung h/d_{84} bei identischen Versuchsserien kann daher eine Ursache des variablen Rauheitsmaßes bei der Quantifizierung des Strömungswiderstandes sein. Im Vergleich zu den im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* vorgestellten Widerstandsbeziehungen in Abhängigkeit eines konstanten charakteristischen Korndurchmessers wird die Rolle der individuellen Sohlstruktur bei der Ausbildung des Strömungswiderstandes deutlich. Im Vergleich zu den technischen Rauheiten aus *Schlichting (1936)* ergeben sich für lokal unterschiedliche Gewässerabschnitte beziehungsweise Versuchsserien unterschiedliche Positionen auf der Achse der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$, was ebenfalls ein Ausdruck der individuellen Sohlstruktur ist. Die Lage des Maximalwertes der relativen Rauheit $k_s/k \sim k_s/d_{84}$ in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/d_{84} zwischen den einzelnen lokal identischen Gewässerabschnitten beziehungsweise Versuchsserien ist dabei völlig unbestimmt. Zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes u/u^* sind daher neben der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$, die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und eventuell die Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ erforderlich.

In *Abb. 7.12* ist die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ klassifiziert nach der relativen Überdeckung dargestellt. Dabei wurden die Daten der technischen Rauheiten aus *Schlichting (1936)* und die dafür von *Rouse (1965)* abgeleiteten Beziehungen in Abhängigkeit der relativen Überdeckung und der horizontalen Rauheitsdichte um die hier herangezogenen Daten ergänzt. Die von *Rouse (1965)* angegebenen Widerstandsbeziehungen verlaufen dabei in folgender Form:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \cdot \log\left(\frac{h}{k \cdot c_{K,H}}\right) - 0,51 \tag{7.7}$$

für

$$c_{K,H} < 0,15$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \cdot \log\left(\frac{h}{k \cdot (1 - c_{K,H})}\right) + 0,90 \tag{7.8}$$

für

$$c_{K,H} > 0,15$$

Anhand *Abb. 7.12* ergeben sich folgende Feststellungen. Die Daten natürlicher Fließgewässer im Bereich der relativen Überdeckung von $h/d_{84} < 2,00$ weisen generell höhere Strömungswiderstände auf als die von *Rouse (1965)* angegebene Beziehung für $h/k = 1,00$. Auch für größere relative Überdeckung von $h/d_{84} < 7,00$ wird der Strömungswiderstand nach *Formel 7.7* und *Formel 7.8* unterschätzt. Auch diese Abbildung macht deutlich, dass zur Quantifizierung der Widerstandsbeiwerte zusätzlich zur horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ und der relativen Überdeckung h/d_{84} noch weitere Informationen über die Oberflächenstruktur erforderlich sind.

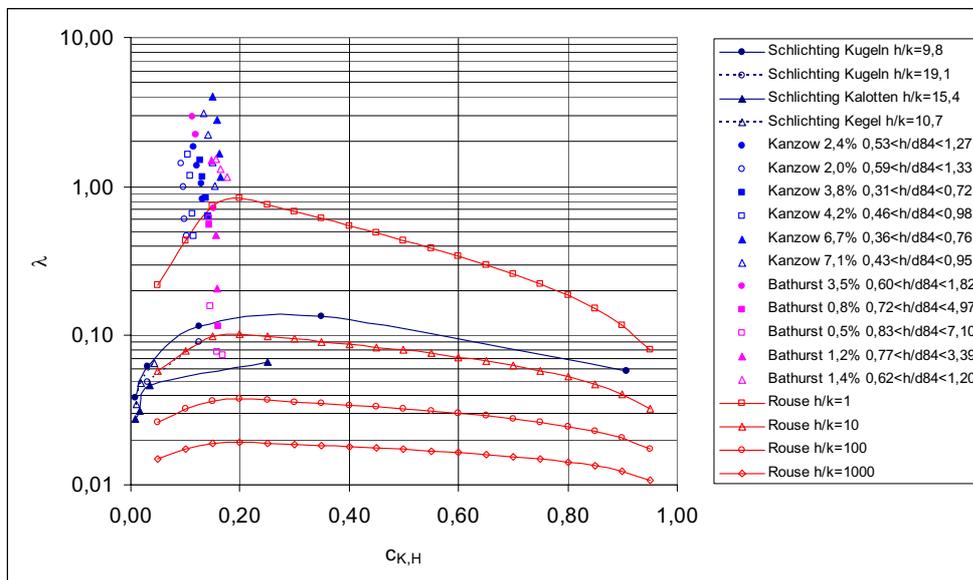


Abb. 7.12: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ und relativer Überdeckung h/d_{84} für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Nach den Ergebnissen des *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* bietet sich daher die Überprüfung der Abhängigkeit zwischen vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und Widerstandsbeiwert λ an. *Abb. 7.13* bestätigt die Vermutung, dass sich bei zunehmender vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ eine signifikante Erhöhung des Widerstandsbeiwertes λ ergibt. Dieser Einfluss kann dabei in Übereinstimmung mit

den Daten natürlicher Fließgewässer und den technischen Rauheiten nach *Schlichting (1936)* festgestellt werden.

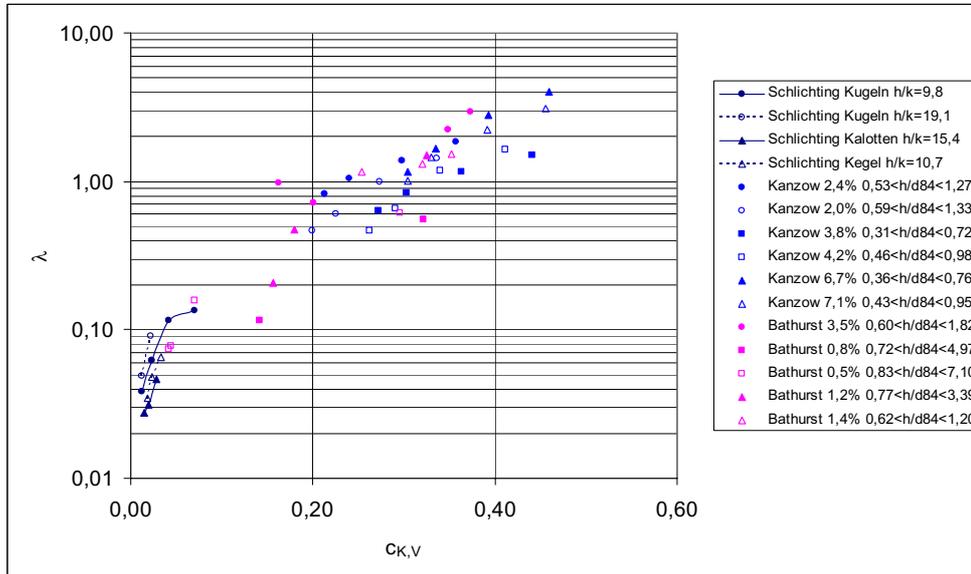


Abb. 7.13: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{k,v}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Das im *Kap. 6 Mathematisch–physikalisches Modell* anhand des dreidimensionalen mathematisch-physikalischen Modells besprochene integrale Strömungsfeld zeichnet sich aufgrund der Oberflächenstrukturierung bei geringen relativen Überdeckungen durch stark ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilungen aus. Diese Ungleichförmigkeit kann als Indikator für den im *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* besprochenen Formwiderstand gesehen werden. Verschiedene Untersuchungen an natürlichen Fließgewässern und auch Modellversuche stützen sich dabei auf den Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwert α (*Hulsing et al. 1966, Jarrett 1985, Kanzow 2004*).

$$\alpha = \frac{\sum (u_i^3 \cdot A_i)}{u_m^3 \cdot A} \tag{7.9}$$

für

- A_i Teilfläche
- u_i Geschwindigkeit in Teilfläche A_i
- A Gesamtabflussquerschnitt
- u_m querschnittsgemittelte Geschwindigkeit

In *Abb. 7.14* ist die Abhängigkeit zwischen dem Widerstandsbeiwert λ und dem Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwert α dargestellt. Für die Daten aus *Kanzow (2004)* wurde der aus den Messwerten resultierende Betrag für α ermittelt, um Fehlinterpretationen durch das dreidimensionale mathematisch-physikalische Modell zu vermeiden. In Analogie zu den Untersuchungen von *Jarrett (1985)*

ist der zunehmende Wert α ein Ausdruck für den erhöhten Strömungswiderstand, was den Einfluss der Ungleichförmigkeit belegt. Eine eindeutige Abhängigkeit vom jeweiligen Gefälle ist nicht klar erkennbar.

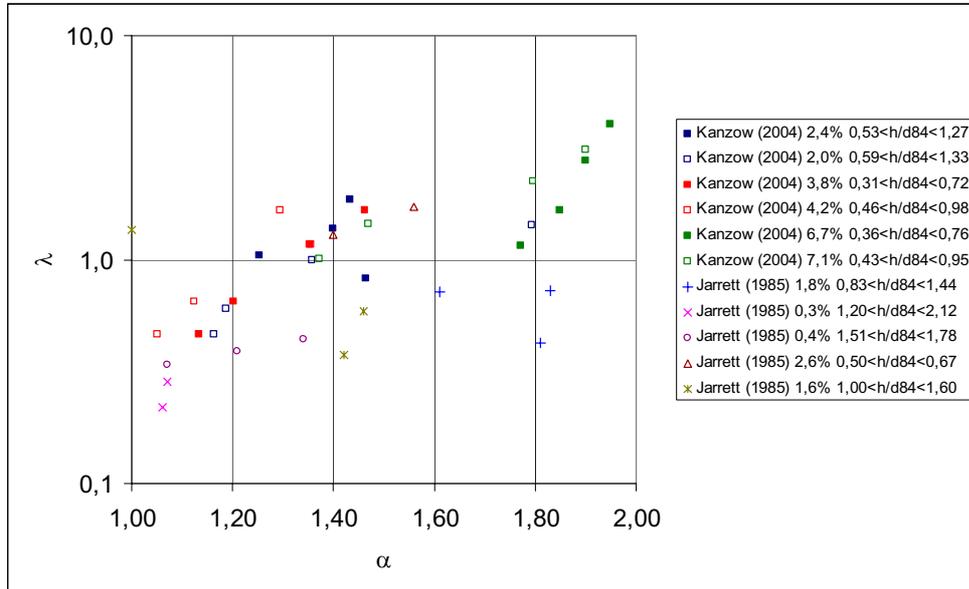


Abb. 7.14: Abhängigkeit zwischen Widerstandsbeiwert λ und Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert α für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Da die Ungleichförmigkeit ein Ausdruck der Oberflächenstrukturierung ist, sind in *Abb. 7.15* die Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwerte α gegenüber der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ aufgetragen. Auch hier bestätigt sich ein positiver Zusammenhang zwischen beiden Parametern.

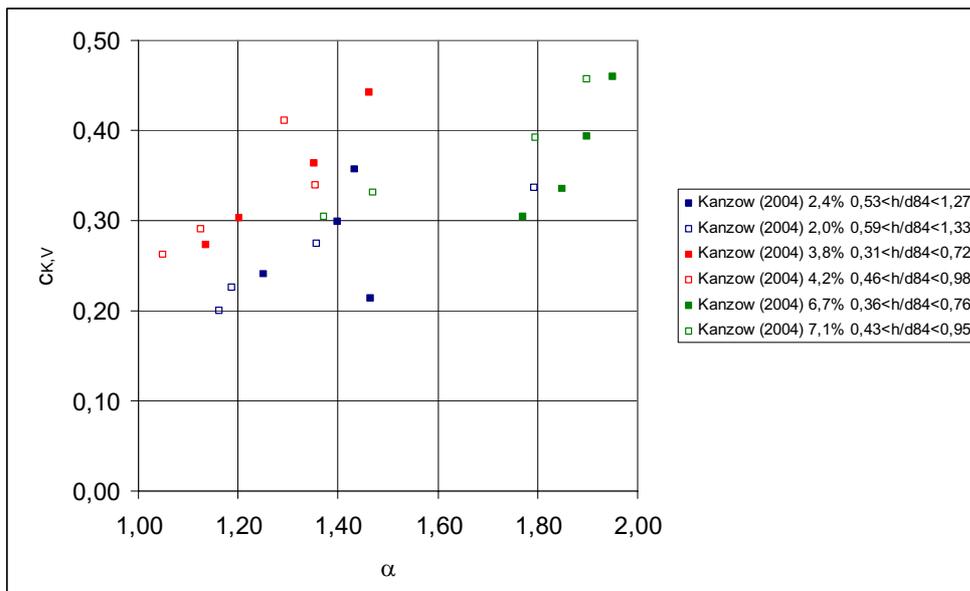


Abb. 7.15: Abhängigkeit des Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwertes α von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Der Einfluss der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ auf den Widerstandsbeiwert λ ist in *Abb. 7.16* dargestellt. Obwohl ein Vergleich unabhängiger Daten aus *Kanzow (2004)* und *Bathurst (1978, 1985)* keinen signifikanten Zusammenhang zwischen beiden Kenngrößen zeigt, kann jedoch ein Einfluss von σ in Verbindung mit den Parametern $c_{K,V}$ und $c_{K,H}$ nicht ausgeschlossen werden.

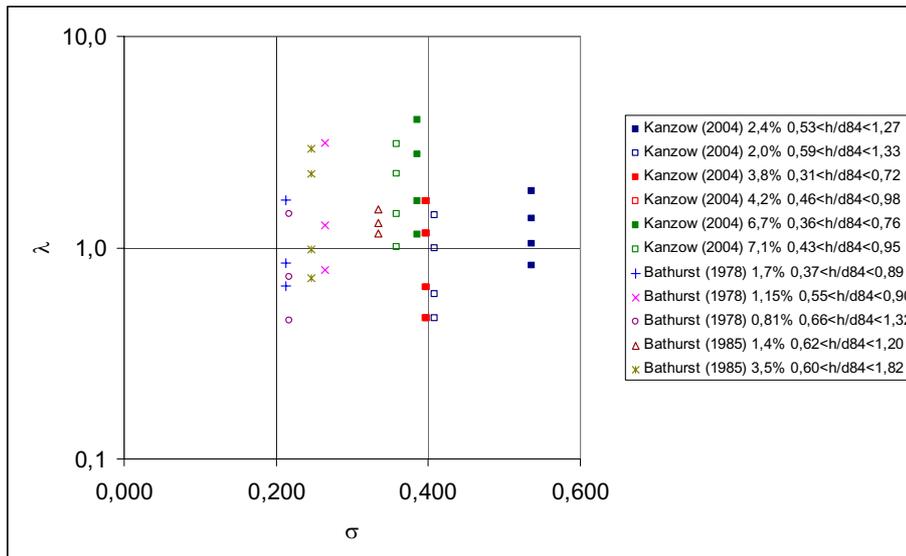


Abb. 7.16: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ für natürliche Fließgewässer (Daten reanalysiert)

Ausgehend von den Erkenntnissen des *Kap. 7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand* ist damit eine Grundlage zur verbesserten Quantifizierung des Widerstandsbeiwertes λ geschaffen. Anhand der Parameter $c_{K,V}$, $c_{K,H}$ und σ zur Charakterisierung der Oberflächenstruktur, sowie dem von der Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeitsverteilung abhängigen Parameter α sollen die Abhängigkeiten anhand einer multivariaten Analyseverfahren geprüft werden.

7.4 Quantifizierung der Abhängigkeiten

7.4.1 Vergleich von h/d_{84} und h/s

Das Ziel einer verbesserten Quantifizierung des Strömungswiderstandes durch die im *Kap. 7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand* aufgezeigten Zusammenhänge und Parameter erfordert eine Basis zur Einschätzung der Güte für die zu entwickelnde Methode. Dazu soll die von *Kanzow (2004)* abgeleitete Widerstandsbeziehung dienen. Gleichzeitig wird davon ausgegangen, dass auch im Vergleich zur Standardabweichung s eine verbesserte Quantifizierung des Strömungswiderstandes gelingt.

Das im *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* und *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen* angegebene Verfahren zur Bestimmung der Regressionsebene ermöglicht insbesondere bei den hier existierenden Verhältnissen von Fließtiefe zu -breite h/b eine verbesserte Charakterisierung der Oberflächenstruktur in Längs- und Querrichtung. Die Bestimmung der Dichtefunktion für die Abweichungen der lokalen Sohlhöhen und damit der auf die horizontale Fläche bezogenen Standardabweichung

lässt eine Approximation der Widerstandsbeiwerte mit geringerer Streubreite der Daten im Vergleich zum Ansatz des charakteristischen Korndurchmessers d_{84} erwarten. Dies wird in *Abb. 7.17* und anhand der in *Tab. 7.4* angegebenen Beträge für die Approximationsgrade und resultierenden Fehler bestätigt.

Für die in *Kanzow (2004)* abgeleitete Widerstandsbeziehung wurde von der Gültigkeit von $\kappa = 0,40$ ausgegangen. Daher liegt die Widerstandsbeziehung (bezeichnet mit „Kanzow (2004)“) parallel zu den im *Kap. 7.2.1 Abhängigkeit bezüglich der relativen Überdeckung* angegebenen und in *Abb. 7.17* zusätzlich dargestellten Bereichen für die relative Rauheit k_s/d_{84} . Die Messwerte an den jeweils identischen Abschnitten (identische Oberflächenstrukturen) weisen jedoch in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/d_{84} eine variable Steigung im Vergleich zu den Widerstandsfunktionen nach *Tab. 7.1* auf. Dies ist auf die im *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur* herausgearbeitete Abhängigkeit der dreidimensionalen Oberflächenstruktur und damit des Widerstandsverhaltens von der relativen Überdeckung zurückzuführen.

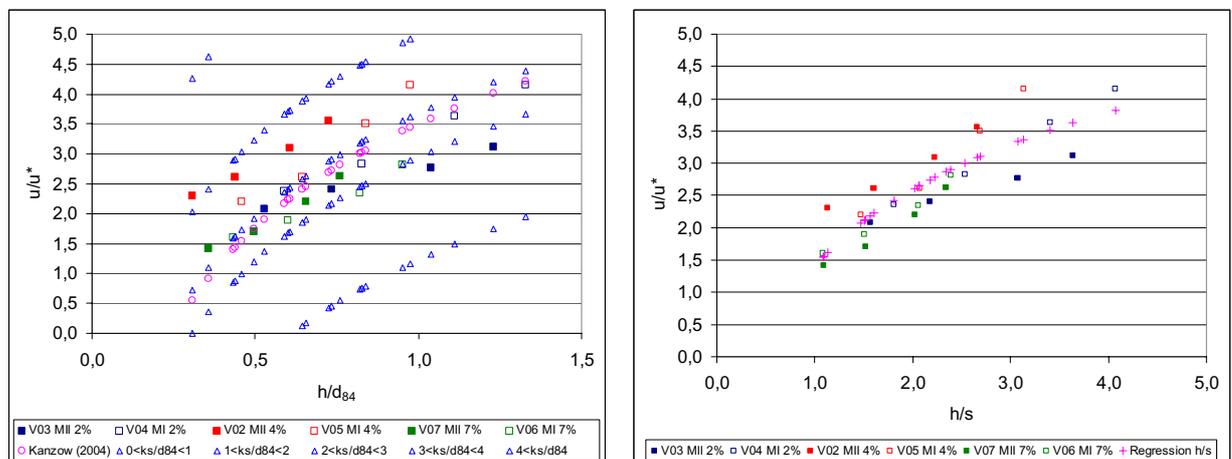


Abb. 7.17: Vergleich der Beziehungen zwischen u/u^* und h/d_{84} sowie u/u^* und h/s für die Daten aus *Kanzow (2004)*

Grundsätzlich bleibt jedoch auch bei Verwendung der Standardabweichung s trotz der reduzierten Fehlerstreuung ein gewisser Grad an Streuung erhalten und die dafür zutreffende logarithmische Widerstandsbeziehung

$$\frac{u_m}{u^*} = 1,72 \cdot \ln\left(\frac{h}{s}\right) + 1,41 \quad (7.10)$$

ermöglicht aufgrund der Abhängigkeit von dem konstanten charakteristischen Rauheitsparameter s kein Verfolgen von individuellen Trends für den Strömungswiderstand in Abhängigkeit der von der relativen Überdeckung bewirkten Veränderlichkeit der dreidimensionalen Oberflächenstruktur.

7.4.2 Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten

Aus dem *Kap. 7.4.1 Vergleich von h/d_{84} und h/s* ist ersichtlich, dass die Quantifizierung des Strömungswiderstandes u/u^* als alleinige abhängige Variable mit den konstanten Rauheitsparametern d_{84}

oder s als unabhängige Variablen Defizite aufweist. Im *Kap. 7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand* konnte die Abhängigkeit der untersuchten Rauheitsparameter $c_{K,V}$ und $c_{K,H}$ als dreidimensionales Rauheitsbild, von der relativen Überdeckung h/d_{84} nachgewiesen werden. Weiterhin ist der Einfluss der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ als alleinige unabhängig Variable nicht eindeutig quantifizierbar. Die im *Kap. 6 Mathematisch–physikalisches Modell* dargestellte Abhängigkeit der integralen Geschwindigkeitsverteilungen von der Oberflächenstrukturierung drückt sich im Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwerte α aus. Für diese unabhängigen Variablen sollen anhand multivariater Analysemethoden die Zusammenhänge zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes geprüft und beschrieben werden. Aufgrund der sachlogischen und theoretischen Vorüberlegungen gelten im Rahmen der vorliegenden Arbeit die maßgebenden Einflussgrößen als identifiziert. Daher kommt eine lineare Mehrfachregressionstechnik als struktur–prüfendes Verfahren (*Backhaus et al. 2006*) zum Ansatz.

Die Arbeitsschritte zur Erstellung eines Regressionsmodells gliedern sich dabei in folgende Punkte (*Backhaus et al. 2006*):

1. Modellformulierung
2. Schätzung der Regressionsfunktion
3. Prüfung der Regressionsfunktion (Bestimmtheitsmaß R^2 , F–Statistik, Standardfehler)
4. Prüfung der Regressionskoeffizienten (t–Statistik, Beta–Wert)
5. Prüfung der Modellprämissen (Linearität der Parameter, Homoskedastizität und Unabhängigkeit der Störgrößen, keine perfekte lineare Abhängigkeit zwischen den unabhängigen Variablen, Normalverteilung der Störgrößen)

Für weitere Informationen sei auf *Backhaus et al. (2006)* und *Rubinfeld (2000)* verwiesen.

In einem ersten Ansatz soll die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* von horizontaler ($c_{K,H}$) und vertikaler ($c_{K,V}$) Rauheitsdichte untersucht werden. Aus *Abb. 7.18* rechts wird deutlich, dass für den Einfluss der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ ein weiterer Parameter zur Spezifizierung des Strömungswiderstandes u/u^* erforderlich ist. Für die Abhängigkeit bezüglich der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ ergibt sich nach *Abb. 7.18* links eine klare Abhängigkeit.

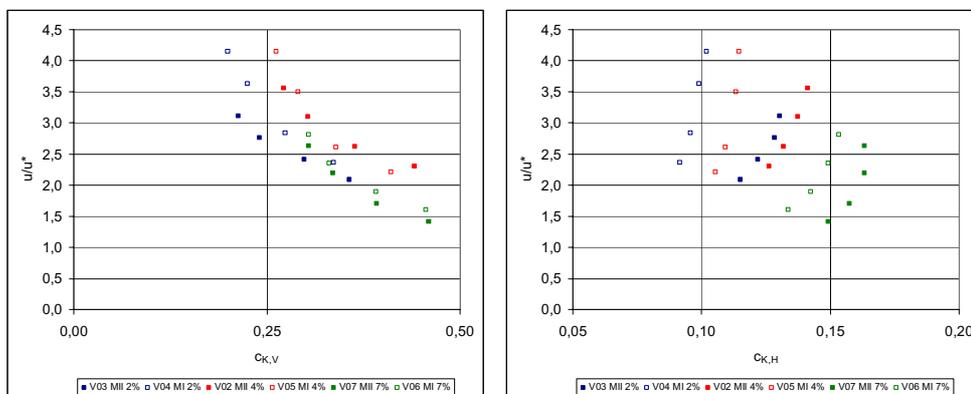


Abb. 7.18: Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* von vertikaler ($c_{K,V}$) und horizontaler ($c_{K,H}$) Rauheitsdichte

Eine lineare Einfachregression für die Beziehung zwischen u/u^* und $c_{K,V}$ liefert folgende Gleichung:

$$\frac{u_m}{u^*} = -8,42 \cdot c_{K,V} + 5,41 \quad (7.11)$$

Obwohl nach *Tab. 7.4* ein geringerer Approximationsgrad R^2 im Vergleich zur Standardabweichung s zu verzeichnen ist, ist die Vorhersage nach *Formel 7.11* praktisch identisch. Dies konnte anhand der hohen Korrelation zwischen $c_{K,V}$ und h/s nach *Abb. 7.8* erwartet werden. In *Tab. 7.4* sind für die Beziehung zwischen u/u^* und $c_{K,V}$ die Beträge der Fehlerspannweite ME und des mittleren quadratischen Fehlers MSE angegeben. In *Abb. 7.19* links wird deutlich, dass die Abhängigkeit zwischen u/u^* und $c_{K,V}$ bei Auftragung des Strömungswiderstandes u/u^* über die relative Überdeckung h/d_{84} aufgrund der verbesserten Charakterisierung der Sohlstruktur durch $c_{K,V}$ die jeweiligen Trends der Lage auf der Achse des Strömungswiderstandes annähert. Grund dafür ist die aus *Abb. 7.8* ersichtliche Variation der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ bei gleichen relativen Überdeckungen h/d_{84} . Aus dieser Tatsache verbietet sich die Abschätzung der vertikalen Rauheitsdichte aus den Verhältnissen h/d_{84} und h/s , da sonst die Ermittlung des Strömungswiderstandes auf die Abhängigkeit von h/d_{84} beziehungsweise h/s zurückführt. Bei den gleichmäßiger strukturierten Oberflächen mit geringeren Größen der charakteristischen Rauheitselemente d_{84} wird der Strömungswiderstand u/u^* mit einem mittleren quadratischen Fehler von $MSE = 8\%$ angenähert (V04 und V06 in *Tab. 7.5*). Dies ist qualitativ auch anhand *Abb. 7.19* links ersichtlich. Größere Abweichungen für den Strömungswiderstand u/u^* ergeben sich jedoch bei den stärker strukturierten Oberflächen und bei der Versuchsserie V05. Für *Abb. 7.19* und folgende gilt folgende Konvention, die Messwerte sind bezeichnet mit V03 MII 2% und die Berechnungsergebnisse mit V03R. Die Bezeichnung der andere Versuchserien gilt analog.

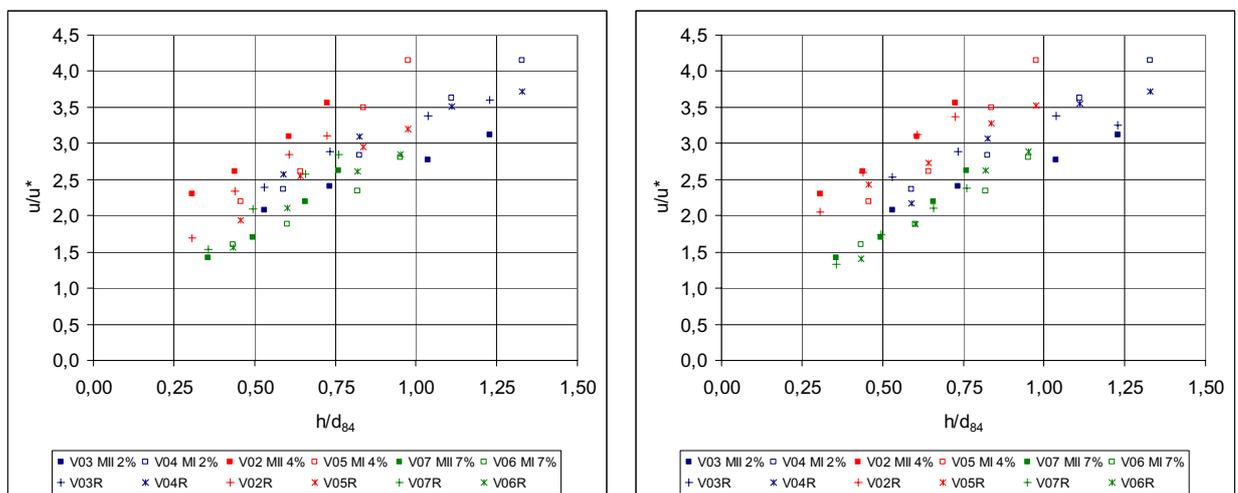


Abb. 7.19: Funktionen $u/u^* - c_{K,V}$ (links) und $u/u^* - c_{K,V}; \alpha$ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}

Nach den Ausführungen im *Kap. 7.3.2 Integrales Strömungsfeld und Strömungswiderstand* über den Einfluss des ungleichförmigen Strömungsfeldes auf den Strömungswiderstand ist eine Verbesserung durch die Integration des Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwerte α zu erwarten. Insbesondere bei Versuchsserie V05 ergibt sich bei einer relativ homogenen Dichtefunktion der Differenzen zwischen lokalen Höhen und Regressionsebene im Vergleich zur Versuchsserie V02 bei gleichem Gefälle (s. *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen*) eine ähnlich weit gespannte Dichtefunktionen für die Geschwindigkeitsbeträge u und u_m (s. *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen*).

Eine lineare Mehrfachregression für die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und dem Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert α liefert folgende Gleichung:

$$\frac{u_m}{u^*} = -5,28 \cdot c_{K,V} - 1,30 \cdot \alpha + 6,27 \quad (7.12)$$

Die anhand des Regressionsmodells ermittelten Beta-Werte für $c_{K,V}$ und α bestätigen die Vermutung, dass beide Parameter annähernd den gleichen Erklärungsbeitrag bei der Quantifizierung des Strömungswiderstandes liefern. *Formel 7.12* besagt, dass mit zunehmender vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und zunehmenden Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert α der Strömungswiderstand u/u^* zunimmt (der Wert für u/u^* nimmt dafür ab) und umgekehrt. In *Abb. 7.19* rechts ist die Beziehung zwischen u/u^* und $c_{K,V}$; α im Vergleich zu der Beziehung zwischen u/u^* und $c_{K,V}$ (s. *Abb. 7.19* links) dargestellt. Zum Vergleich mit der Widerstandsbeziehung in Abhängigkeit des relativen Überdeckungsverhältnisses h/d_{84} (*Kanzow 2004*) wird diese Darstellung auch für die resultierenden Regressionsmodelle beibehalten. Ziel ist daher die in *Abb. 7.19* auftretende Streuung der gemessenen Strömungswiderstände u/u^* durch die Integration der im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Parameter weitgehend zu erklären. In *Tab. 7.4* ist an den Werten für die Spannweite der Fehler ME, sowie an dem mittleren quadratischen Fehler MSE eine verbesserte Vorhersage der Strömungswiderstände u/u^* für alle Versuchsserien zu sehen. Dies bestätigt sich ebenfalls durch den Regressionskoeffizienten R^2 und durch einen Vergleich der beiden Ansätze in *Abb. 7.19*. In *Tab. 7.5* ist ersichtlich, dass sich der mittlere quadratische Fehler vor allem bei den stärker strukturierten Oberflächen V02 und V07, sowie der Versuchsserie V05 weiter verringert hat. Davon ausgenommen ist die Versuchsserie V03.

Durch die Integration der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ und der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ soll anhand eines weiteren Ansatzes ein möglichst aussagekräftiges Bild der dreidimensionalen Oberflächenstruktur in Abhängigkeit der relativen Überdeckung einen weiteren Erklärungsbeitrag zur beobachteten Streuung in *Abb. 7.19* leisten. Die lineare Mehrfachregression zur Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* von den Parametern $c_{K,V}$, $c_{K,H}$, α und σ weist die horizontale Rauheitsdichte als nicht signifikant aus. Unter Ausschluss dieses Parameters resultiert folgende Gleichung:

$$\frac{u_m}{u^*} = -6,39 \cdot c_{K,V} - 1,28 \cdot \alpha - 3,46 \cdot \sigma + 8,04 \quad (7.13)$$

Anhand *Abb. 7.20* rechts sowie den *Tab. 7.4* und *Tab. 7.5* wird die weitere Verbesserung der Vorhersage des Strömungswiderstandes u/u^* anhand des Regressionskoeffizienten R^2 und den Fehlerbeträgen ME und MSE belegt. Eine Verschlechterung der Ergebnisse ist bei Versuchsserie V06 zu erkennen, die trotz des geringsten Wertes für σ durch eine starke Strukturierung der Oberfläche (s. *Kap. D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen*) bei gleichzeitig starker Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes (s. *Kap. C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen*) charakterisiert ist.

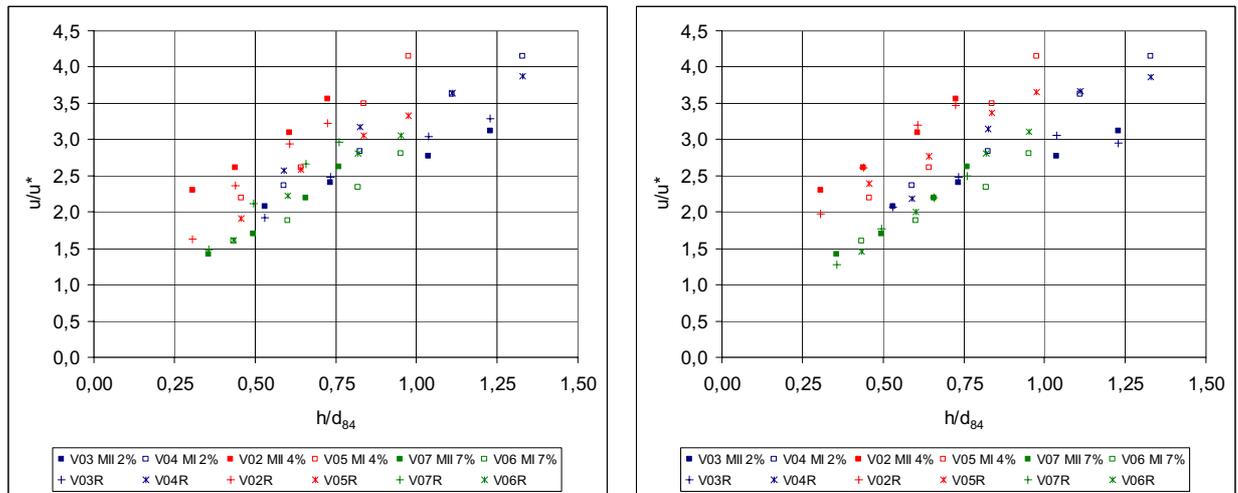


Abb. 7.20: Funktionen $u/u^* - c_{K,V}$; σ (links) und $u/u^* - c_{K,V}$; α ; σ (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}

Formel 7.13 besagt, dass mit zunehmenden Werten für die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$, den Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert α und die Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ der Strömungswiderstand zunimmt. Dies ist aufgrund der damit verbundenen stärkeren Strukturierung der Oberfläche plausibel und steht im Einklang mit den Ausführungen der *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand*, *Kap. 7.3.2 Integrales Strömungsfeld und Strömungswiderstand* und *Kap. 7.4.2 Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten*. Für den Parameter der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ kann jedoch nach *Abb. 7.11* kein eindeutiger Maximalwert der relativen Rauheit k_S/d_{84} natürlicher Fließgewässer angegeben werden, weshalb der Parameter $c_{K,H}$ als nicht signifikant ausgewiesen wird. Gleichzeitig wurde in den Untersuchungen für die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ der aus den einzelnen Querschnitten resultierende Mittelwert bezogen auf die gesamte Oberfläche für jede Versuchsserie angesetzt. Aus diesem Grund ist die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ indirekt in der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ enthalten.

In *Abb. 7.20* links ist die Vorhersage des Strömungswiderstandes u/u^* aus vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ dargestellt und die entsprechenden Fehlerbeiträge sind in den *Tab. 7.4* und *Tab. 7.5* angegeben. Die dafür resultierende Gleichung

$$\frac{u_m}{u^*} = -9,52 \cdot c_{K,V} - 3,57 \cdot \sigma + 7,24 \quad (7.14)$$

weist gegenüber der alleinigen Abhängigkeit von vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ bei Betrachtung der Fehlerbeiträge nur geringe Verbesserungen auf, mit Ausnahme der Versuchsserie V03.

Tab. 7.4: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die untersuchten Abhängigkeiten

Ansatz	Gl.	R2	ME (u/u*, u) [%]			MSE (u/u*, u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
u/u* = Fkt. (h/d84) nach Kanzow (2004)	5.11.5	0,21	-30	6	76	26
u/u* = Fkt. (h/s)	7.10	0,75	-25	-2	30	14
u/u* = Fkt. (cK,V)	7.11	0,70	-24	-2	27	14
u/u* = Fkt. (cK,V; σ)	7.14	0,77	-25	-2	30	13
u/u* = Fkt. (cK,V; α)	7.12	0,85	-22	-1	15	10
u/u* = Fkt. (cK,V; σ ; a)	7.13	0,91	-20	0	14	8

Tab. 7.5: Beträge des Fehlers MSE differenziert nach den Versuchsserien

Ansatz	MSE (u/u*, u) [%]					
	V03	V04	V02	V05	V07	V06
u/u* = Fkt. (h/d84) nach Kanzow (2004)	22	6	48	19	19	20
u/u* = Fkt. (h/s)	15	5	19	11	17	9
u/u* = Fkt. (cK,V)	18	8	16	15	16	8
u/u* = Fkt. (cK,V; σ)	7	8	16	14	18	14
u/u* = Fkt. (cK,V; α)	19	8	6	10	6	9
u/u* = Fkt. (cK,V; σ ; α)	6	8	7	8	6	12

Die im *Kap. 7.4.2 Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten* abgeleiteten Widerstandsbeziehungen sind vorerst nur für die zugrunde liegenden Daten der Untersuchungen aus *Kanzow (2004)* gültig. Dabei konnte unabhängig vom relativen Überdeckungsverhältnis h/d_{84} beziehungsweise h/s eine wesentlich verbesserte Abschätzung der Strömungswiderstände u/u^* aus den Parametern $c_{K,V}$, σ und α erreicht werden. Wie im *Kap. 7.2.2 Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl* dargestellt, muss zur Übertragung auf unabhängige Daten beziehungsweise Gewässerabschnitte die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes von der Trägheitskraft (Reynoldszahl) in Verbindung mit der Kornreynoldszahl Re^* und den herausgearbeiteten Parametern zur Charakterisierung der Oberflächenstruktur herangezogen werden.

7.4.3 Einfluss der Reynoldszahl

Alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit herangezogenen Untersuchungen vernachlässigten unter Annahme der Analogie zur turbulenten Rohrströmung den Einfluss der Reynoldszahl Re (*Bathurst 1978, Hey 1979, Bray 1980, Griffiths 1981, Bathurst 1985, Jarrett 1985, Colosimo 1988, Rice et al. 1998, Aberle 2000, Kanzow 2004*).

Für große relative Überdeckungsverhältnisse $h/d_{84} > 4$ verschwindet der Einfluss der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ aufgrund der Flächenrauheitseigenschaften zunehmend (s. *Kap. 7.3.1 Charakterisierung der Oberflächenstruktur, Abb. 7.6*). Der Strömungswiderstand u/u^* ist dann durch die relative Überdeckung h/d_{84} und die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ bestimmt. In den Untersuchungen von *Schlichting (1936)* besitzt auch die technische Rauheit „Lange Winkel“ mit relativ großer vertikaler Rauheitsdichte $c_{K,V}$ und relativem äquivalenten Überdeckungsverhältnis bezüglich der Sandrauheit von $h/k_S = 0,90$ bei gleichzeitiger Gültigkeit des universellen logarithmischen Widerstandsgesetzes (s. *Kap. 4.2 Natürlich raue Randbedingungen und große relative Überdeckung*) eine Unabhängigkeit von der Reynoldszahl Re . Bei natürlichen Fließgewässern erfolgt bei Erhöhung der Reynoldszahl Re eine Zunahme der Geschwindigkeit u und gleichzeitig der Fließtiefe h , da das Gefälle I an identischen Gewässerabschnitten konstant ist (*Kap. 7.2.2 Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl*). Bei relativen Überdeckungsverhältnissen $h/d_{84} > 4$ resultiert also mit zunehmender Reynoldszahl Re eine erhöhte Druckbelastung auf die Rauheitsstruktur durch den strömenden Wasserkörper (s. *Kap. 4.2.1 Lage des Ursprungs und Rauheitsparameter*). Folge ist bei konstanter horizontaler Rauheitsdichte $c_{K,H}$ eine verminderte Wirbelüberlagerung, die zu einer Abnahme der relativen Rauheit k_S/d_{84} führt. Für natürliche Fließgewässer besteht demzufolge immer eine Reynoldszahlabhängigkeit, was trotz der diffusen Überlagerung unterschiedlicher Gewässerabschnitt in *Abb. 7.3* deutlich wird.

Ein Vergleich von Daten lokal unterschiedlicher Gewässerabschnitte lieferte die Kornreynoldszahl Re^* als möglichen Indikator bezüglich des Strömungswiderstandes (s. *Kap. 7.2.2 Abhängigkeit bezüglich der Reynoldszahl*). In *Abb. 7.21* ist die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ vom Verhältnis Re/Re^* klassifiziert nach Bereichen der relativen Überdeckung h/d_{84} dargestellt. Für diese konstanten Bereiche der relativen Überdeckung ergeben sich charakteristische Linien beziehungsweise Bereiche für des Verhältnis Re/Re^* die ein Ausdruck der individuellen Oberflächenstruktur darstellen.

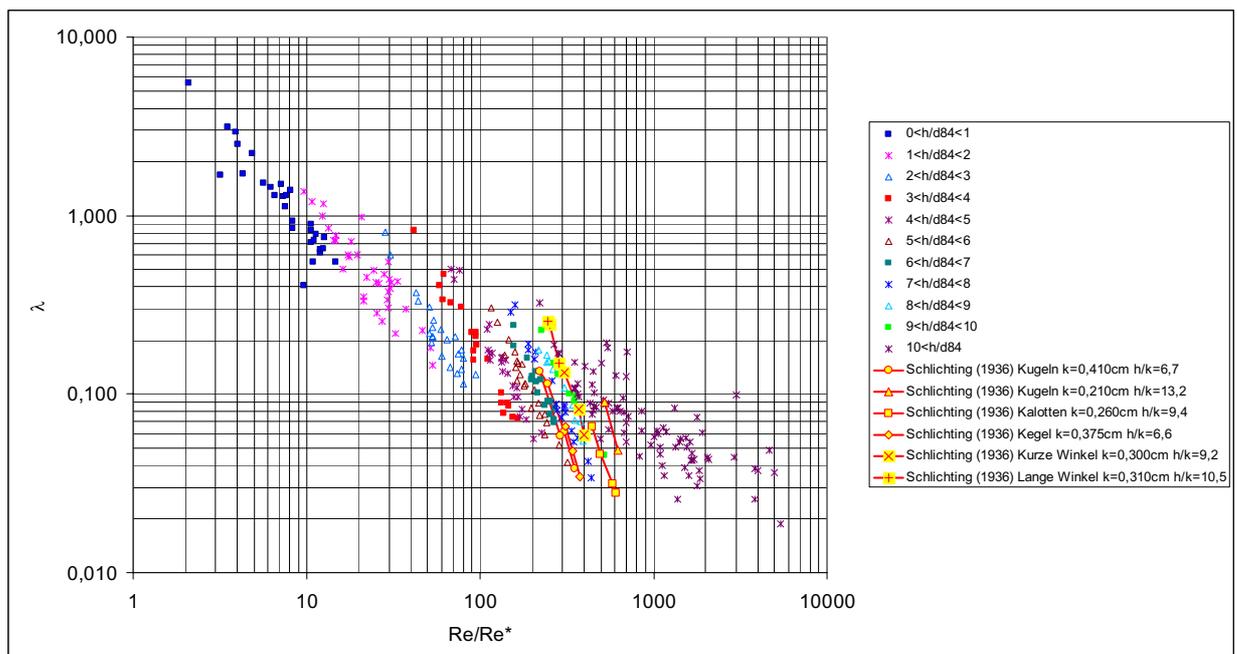


Abb. 7.21: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von Re/Re^* klassifiziert nach gleichen relativen Überdeckungen h/d_{84} für natürliche Fließgewässer

Prinzipiell verursacht eine erhöhte Trägheitskraft (Re) eine erhöhte Reibungskraft (Re^* beziehungsweise u^*). Für konstante relative Überdeckungen und Reibungskräfte sind dann verringerte Trägheitskräfte ein Ausdruck für die widerstandserhöhende Wirkung der individuellen Sohlstruktur mit dem dafür resultierenden individuellen Strömungsfeld. Die Reynoldszahl Re enthält die querschnitts- beziehungsweise abschnittsgemittelten Fließgeschwindigkeit u_m und damit Informationen über die Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes.

Diese Abhängigkeit wird von den in *Abb. 7.21* angeführten Werten der technischen Rauheiten aus *Schlichting (1936)* bestätigt. Als Beispiel verursacht die technische Rauheit „Lange Winkel“ bei entsprechender horizontaler Rauheitsdichte $c_{K,H}$ für die angegebene relative Überdeckung maximale Strömungswiderstände, woraus ein minimaler Wert für Re/Re^* resultiert. Für die technische Rauheit „Kugeln“ erhöht sich nach Überschreiten des Maximalwertes für den Strömungswiderstand und damit des Minimalwertes für Re/Re^* in Abhängigkeit der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ das Verhältnis Re/Re^* wieder.

Die im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* ausgewählten und in *Abb. 7.21* nach dem relativen Überdeckungsverhältnis h/d_{84} klassifizierten Daten natürlicher Fließgewässer zeigen bei einer relativen Überdeckung ab $h/d_{84} > 4$ einen nahezu identischen Anstieg für die Abhängigkeit der Widerstandsbeiwerte λ von Re/Re^* . Dies ist auf die alleinige Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der relativen Überdeckung h/d_{84} und der horizontalen Rauheitsdichte $c_{K,H}$ in Analogie zu den Eigenschaften der Flächenrauheit zurückzuführen. Eine erhöhte Reynoldszahl Re bei identischem Bereich der relativen Überdeckung an einem identischen Gewässerabschnitt mit konstantem Gefälle bewirkt demzufolge bei erhöhter Kornreynoldszahl Re^* eine verminderte Wirbelüberlagerung und damit einen geringeren Strömungswiderstand beziehungsweise Widerstandsbeiwert. Dies ist verbunden mit einem größeren Verhältnis von Re/Re^* . Das zunehmende Verhältnis von Re/Re^* bei größer werdenden relativen Überdeckungen ist dann Ausdruck des abnehmenden Einflusses der Rauheitsstruktur auf die mittlere Fließgeschwindigkeit.

Für relative Überdeckungsverhältnisse von $h/d_{84} < 4$ ergibt sich ein größer werdender Anstieg für die Abhängigkeit zwischen λ und Re/Re^* bei einer gleichzeitig größeren Spannweite für den Widerstandsbeiwert λ und geringerer Spannweite für Re/Re^* . Dies ist ein Ausdruck für den zunehmenden Einfluss der Oberflächenstruktur und den für geringe relative Überdeckungen maßgebenden Formwiderstand mit zunehmender Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes in Abhängigkeit der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$.

Für das relative Überdeckungsverhältnis von $h/d_{84} > 10$ sind in *Abb. 7.21* alle zugrunde liegenden Daten bis $h/d_{84} = 91$ zusammengefasst und auf eine enge Klassifizierung wurde verzichtet. Als Ergänzung ist diese Beziehung zwischen λ und Re/Re^* in *Abb. 7.22*, klassifiziert nach den Bereichen der relativen Rauheit k_S/d_{84} , noch einmal dargestellt.

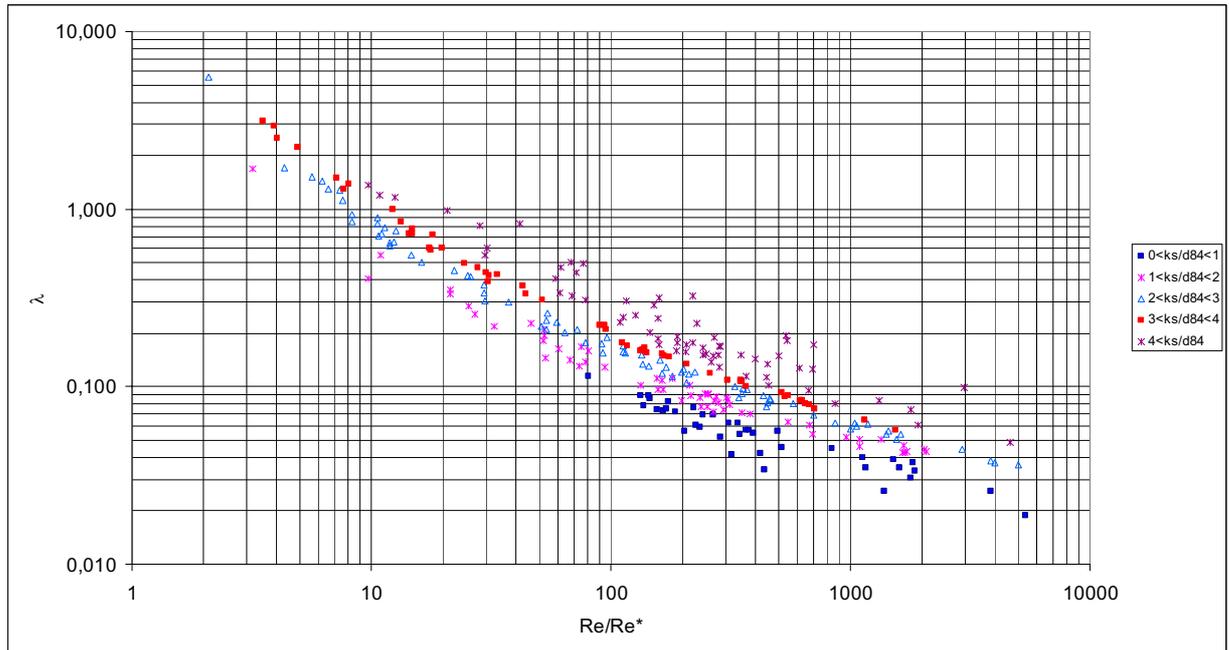


Abb. 7.22: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von Re/Re^* klassifiziert nach Bereichen der relativen Rauheit k_s/d_{84} für natürliche Fließgewässer

Zur Quantifizierung dieser Abhängigkeiten für geringe relative Überdeckungen ist in *Abb. 7.23* die Beziehung zwischen Re/Re^* und der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für die Daten aus *Kanzow (2004)* dargestellt.

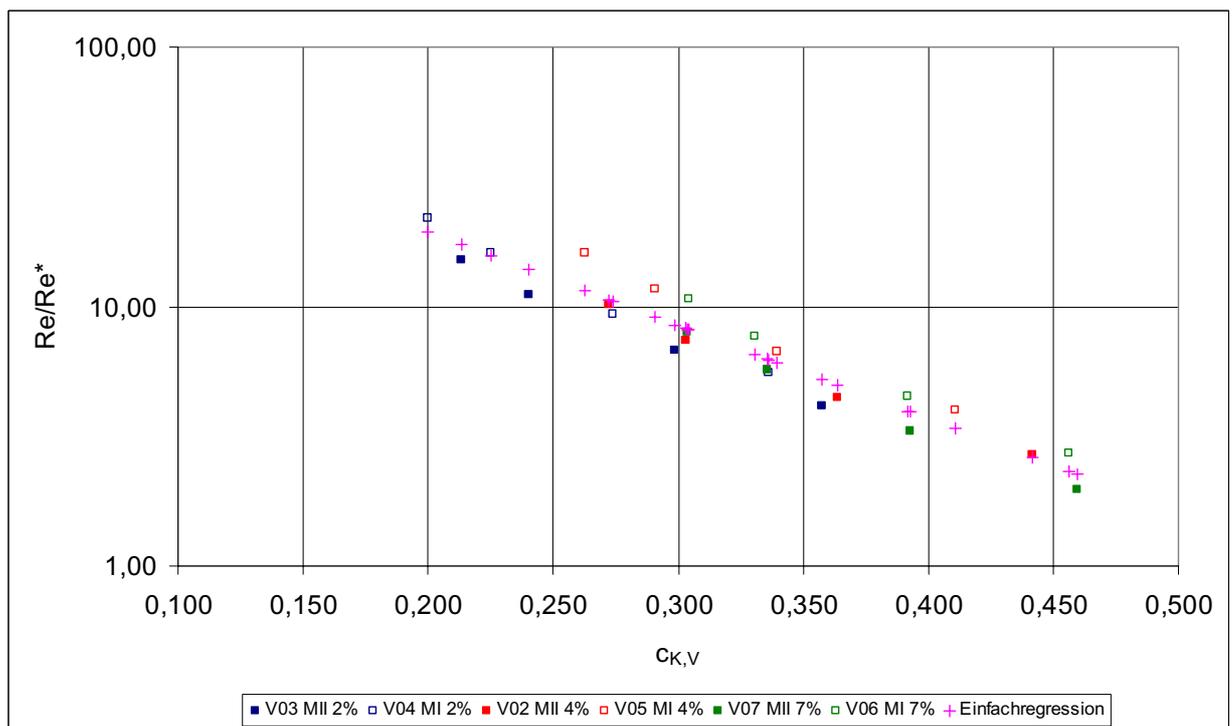


Abb. 7.23: Abhängigkeit zwischen Re/Re^* und $c_{K,V}$ für die Daten aus *Kanzow (2004)*

Im Vergleich zu der Abhängigkeit zwischen u/u^* und $c_{K,V}$ in *Abb. 7.18* ergibt sich für die Auftragung zwischen Re/Re^* und $c_{K,V}$ eine engere Anordnung der Datenpunkte. Die Prüfung der Abhängigkeiten zwischen Strömungswiderstand u/u^* beziehungsweise dem Kräfteverhältnis Re/Re^* und den im *Kap. 7.4.2 Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten* untersuchten Parametern $c_{K,V}$, $c_{K,H}$, σ und α anhand einer linearen Mehrfachregression liefert unter Grundlage von *Formel 7.15*

$$\frac{Re}{Re^*} = \frac{4 \cdot u_m \cdot h}{u^* \cdot d_{84}} \quad (7.15)$$

folgende Gleichungen zur Bestimmung des Strömungswiderstandes u/u^* am Beispiel der Daten aus *Kanzow (2004)*:

$$\frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_{84}}{h} \cdot e^{-8,25 \cdot c_{K,V} + 4,61} \quad (7.16)$$

$$\frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_{84}}{h} \cdot e^{-8,90 \cdot c_{K,V} - 2,11 \cdot \sigma + 5,69} \quad (7.17)$$

$$\frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_{84}}{h} \cdot e^{-7,56 \cdot c_{K,V} - 0,29 \cdot \alpha + 4,80} \quad (7.18)$$

$$\frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_{84}}{h} \cdot e^{-8,23 \cdot c_{K,V} - 2,08 \cdot \sigma - 0,27 \cdot \alpha + 5,86} \quad (7.19)$$

Dabei dient der Kehrwert der relativen Überdeckung in Verbindung mit der dafür vorhandenen individuellen Oberflächenstruktur, ausgedrückt durch die jeweils angegebenen Parameter, zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes u/u^* .

Die anhand dieser Gleichungen ermittelten Strömungswiderstände u/u^* sind in den *Abb. 7.24* und *Abb. 7.25* dargestellt. Die resultierenden Fehler enthalten die *Tab. 7.6* und *Tab. 7.7*. Bei Betrachtung der untersuchten Abhängigkeiten ist festzustellen, dass sich trotz der teilweise geringeren Approximationsgrade R^2 unter Ansatz von Re/Re^* die Vorhersage des Strömungswiderstandes u/u^* nur geringfügig verändert hat.

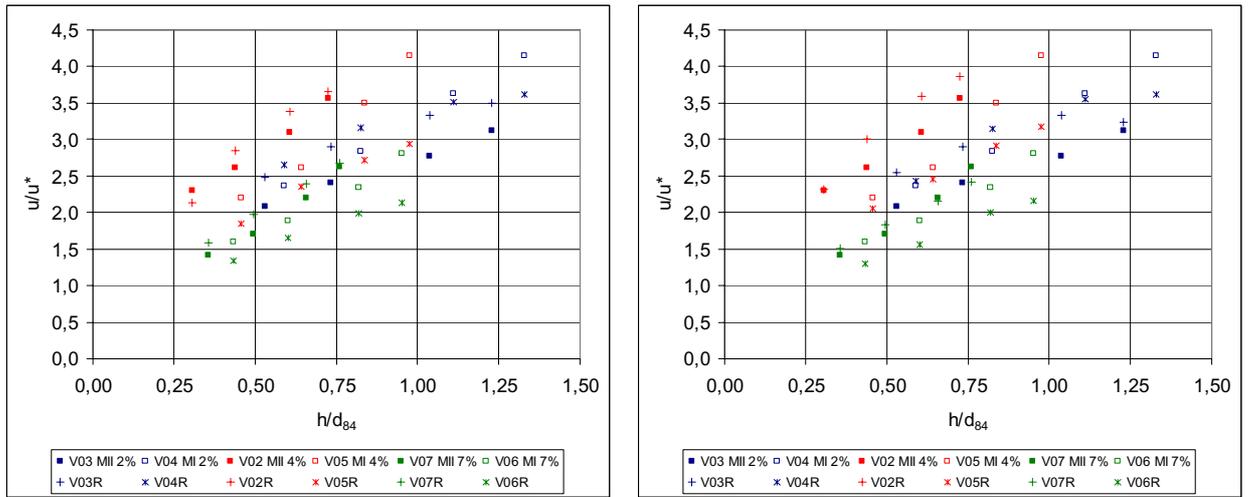


Abb. 7.24: Strömungswiderstand u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}$ (links) sowie u/u^* aus Re/Re^* aus $c_{K,V}$; α (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}

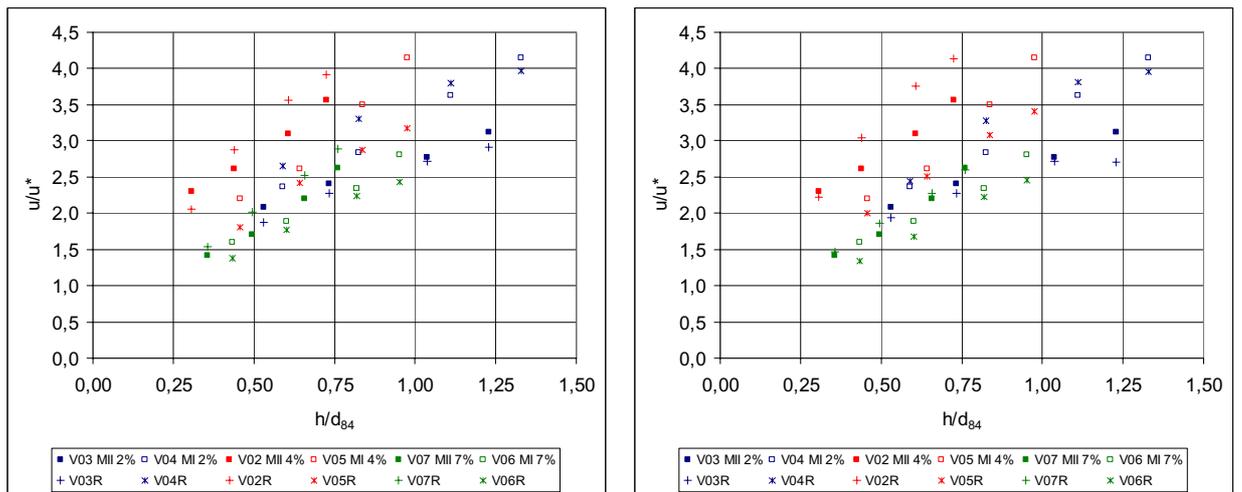


Abb. 7.25: Strömungswiderstand u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}$; σ (links) sowie u/u^* aus Re/Re^* und $c_{K,V}$; σ ; α (rechts) anhand der relativen Überdeckung h/d_{84}

Tab. 7.6: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die untersuchten Abhängigkeiten

Ansatz	Gl.	R ²	ME (u/u*, u) [%]			MSE (u/u*, u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
u/u* = Fkt. (h/d ₈₄) nach Kanzow (2004)	5.11.5	0,21	-30	6	76	26
u/u* = Fkt. (h/s)	7.10	0,75	-25	-2	30	14
u/u* = Fkt. (c _{K,V})	7.11	0,70	-24	-2	27	14
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V})	7.16	0,64	-20	1	29	15
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; σ)	7.14	0,77	-25	-2	30	13
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; σ)	7.17	0,77	-18	1	23	12
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; α)	7.12	0,85	-22	-1	15	10
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; α)	7.18	0,70	-23	1	24	14
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; σ; α)	7.13	0,91	-20	0	14	8
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; σ; α)	7.19	0,80	-21	1	18	11

Tab. 7.7: Beträge des Fehlers MSE differenziert nach den Versuchsserien

Ansatz	MSE (u/u*, u) [%]					
	V03	V04	V02	V05	V07	V06
u/u* = Fkt. (h/d ₈₄) nach Kanzow (2004)	22	6	48	19	19	20
u/u* = Fkt. (h/s)	15	5	19	11	17	9
u/u* = Fkt. (c _{K,V})	18	8	16	15	16	8
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V})	18	11	7	21	11	18
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; σ)	7	8	16	14	18	14
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; σ)	7	11	12	18	13	10
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; α)	19	8	6	10	6	9
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; α)	18	9	12	15	7	19
u/u* = Fkt. (c _{K,V} ; σ; α)	6	8	7	8	6	12
u/u* = Fkt. (Re/Re*; c _{K,V} ; σ; α)	8	9	16	12	6	12

Grundsätzlich konnte damit im *Kap. 7.4.2 Prüfung auf mehrfache Abhängigkeiten* die Eignung der untersuchten charakteristischen Parameter zur Beschreibung der Oberflächenstruktur bei geringer relativer Überdeckung bestätigt werden. Durch die Integration von vertikaler Rauheitsdichte c_{K,V}, der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ und des Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwertes α in eine Widerstandsbeziehung ist die Bestimmung des Strömungswiderstandes u/u* im Vergleich zu der Abhängigkeit von relativer Überdeckung h/d₈₄ beziehungsweise h/s mit geringeren Fehlern behaftet. Der Einfluss der individuellen Oberflächenstruktur bei dem jeweiligen relativen Überdeckungsverhältnis wurde im *Kap. 7.4.3 Einfluss der Reynoldszahl* anhand dem Kräfteverhältnis Re/Re* am Beispiel der Daten aus *Kanzow (2004)* quantifiziert. Dieser Schritt ermöglicht die Überprüfung der angeleiteten Widerstandsbeziehungen anhand unabhängiger Daten. Dabei müssen die im Folgenden aufgeführten Randbedingungen,

auf denen die im *Kap. 7.4 Quantifizierung der Abhängigkeiten* abgeleiteten Widerstandsbeziehungen basieren, beachtet werden.

- Sohlgefälle $I_S = 2,0 - 7,1\%$
- relatives Überdeckungsverhältnis $h/d_{84} = 0,31 - 1,33$
- relatives Verhältnis von Fließtiefe zu -breite $h/b = 0,019 - 0,061$
- Standardabweichung der Korngrößenverteilung $\sigma = 0,36 - 0,54$
- horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H} = 0,092 - 0,163$
- vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V} = 0,200 - 0,460$

7.5 Überprüfung anhand unabhängiger Daten

Als unabhängige Daten werden die Untersuchungen von *Bathurst (1985)* herangezogen. Die Gewässerabschnitte decken dabei einen Gefällebereich zwischen $1,2 < I_{WSP} < 3,7\%$ ab. Die Angaben zur vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ stammen von dem jeweils mittleren Querprofil der untersuchten Gewässerabschnitte. Im Gegensatz zu den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit muss davon ausgegangen werden, dass die Oberflächenstruktur der Gewässerabschnitte damit nicht ausreichend in integraler Form beschrieben ist. Die verfügbaren Angaben bezüglich der charakteristischen Größen für den Strömungswiderstand u/u^* beziehen sich auf die abschnittsgemittelten Werte von mehreren Querprofilen. Dies betrifft insbesondere die mittlere Fließgeschwindigkeit u_m , die mittlere Fließtiefe h , den mittleren Abflussquerschnitt A sowie das Wasserspiegelgefälle I_{WSP} . Das relative Überdeckungsverhältnis beträgt für die Gewässerabschnitte $h/d_{84} = 0,60$ bis $1,82$.

In *Abb. 7.26* ist die Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} für die Daten der unterschiedlichen Quellen beziehungsweise Gewässerabschnitten dargestellt. Zusätzlich zu den Messwerten ist Gleichung 5.11.5 der Untersuchungen von *Kanzow (2004)* mit angegeben und die logarithmische Approximation der Strömungswiderstände für die Gewässerabschnitte aus *Bathurst (1985)* folgt dabei *Formel 7.20*.

$$\frac{u_m}{u^*} = 1,10 \cdot \ln\left(\frac{h}{d_{84}}\right) + 2,90 \quad (7.20)$$

Der unterschiedliche Verlauf und Anstieg von Gleichung 5.11.5 und *Formel 7.20* ist Ausdruck der individuellen Oberflächenstruktur für die jeweils zugrunde liegenden Gewässerabschnitte.

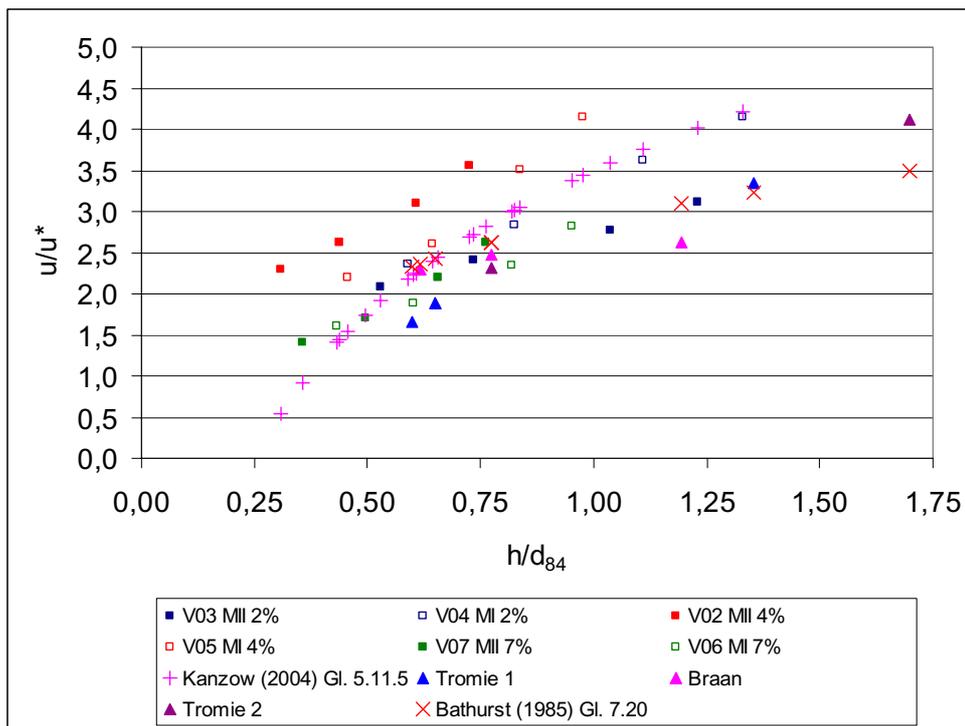


Abb. 7.26: Vergleich der Daten unabhängiger Gewässerabschnitt für *Kanzow (2004)* und *Bathurst (1985)*

In Analogie zum *Kap. 7.4.3 Einfluss der Reynoldszahl* ist in *Abb. 7.27* die Abhängigkeit zwischen dem Kräfteverhältnis Re/Re^* und der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für die hier betrachteten Daten aus *Kanzow (2004)* und *Bathurst (1985)* angegeben. Die geschlossene Lage deutet die Gültigkeit der anhand der Daten von *Kanzow (2004)* abgeleiteten Widerstandsbeziehung nach *Formel 7.16* an.

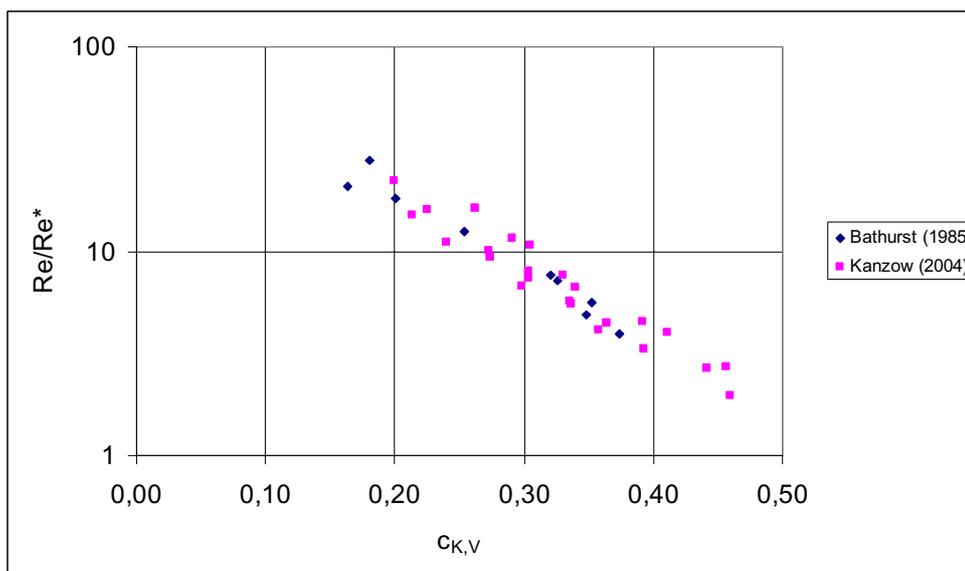


Abb. 7.27: Abhängigkeit des Verhältnisses Re/Re^* von der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ für die Daten aus *Kanzow (2004)* und *Bathurst (1985)*

In *Abb. 7.28* ist die Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} anhand der logarithmischen Beziehung nach *Formel 7.20* (links) mit dem Ansatz nach *Formel 7.16* (rechts) verglichen. Im Gegensatz zur logarithmischen Widerstandsbeziehung nach *Formel 7.20*, die direkt für die zugrunde liegenden Daten aus *Bathurst (1985)* abgeleitet wurde, zeigt sich bei Ansatz von *Formel 7.16* eine verbesserte Approximation der gemessenen Strömungswiderstände u/u^* . Auch hier erfolgt eine Annäherung der individuellen Trends des Strömungswiderstandes der einzelnen Gewässerabschnitte anhand der Abhängigkeit des Kräfteverhältnisses Re/Re^* von der jeweiligen Oberflächenstruktur und dem relativen Überdeckungsverhältnis h/d_{84} .

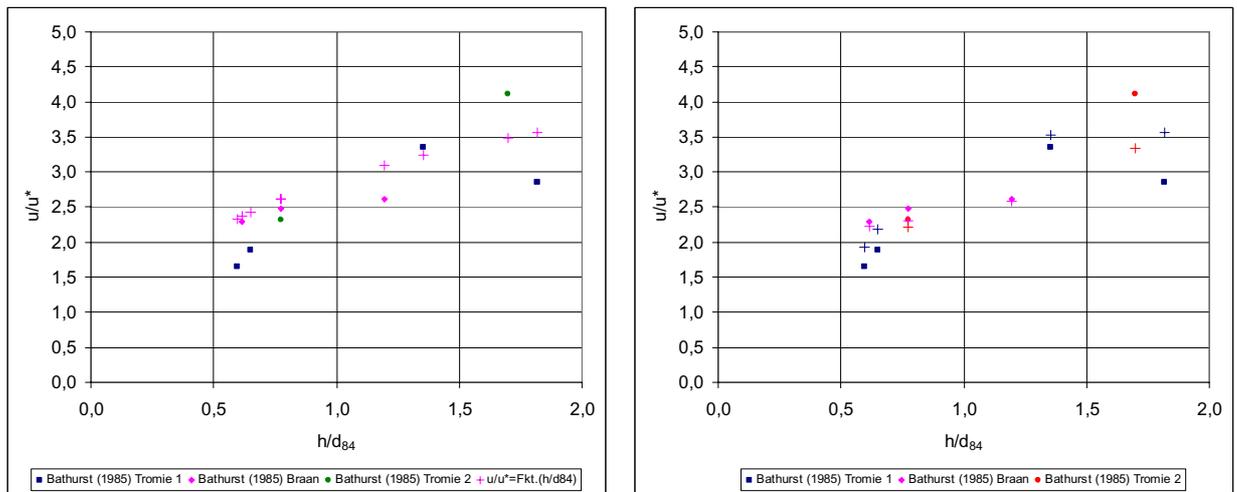


Abb. 7.28: Strömungswiderstand u/u^* als Funktion der relativen Überdeckung h/d_{84} (links) und aus Re/Re^* ; $c_{K,V}$ (rechts) anhand *Formel 7.16* für die Daten aus *Bathurst (1985)*

Die verbesserte Approximation der Strömungswiderstände u/u^* nach *Formel 7.16* wird durch die Beträge der jeweiligen Fehler und den Regressionskoeffizienten nach *Tab. 7.8* bestätigt. Eine Ableitung der analogen Beziehung nach *Formel 7.16* für die Daten aus *Bathurst (1985)* liefert für den Faktor der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ den Betrag -8,42 (s. *Formel 7.16* mit -8,25) und die Konstante erhält den Betrag 4,63 (s. *Formel 7.16* mit 4,61).

Tab. 7.8: Übersicht der entstehenden Fehler und Approximationsgrade für die Daten aus *Bathurst (1985)*

Ansatz	Gl.	R ²	ME (u/u^* , u) [%]			MSE (u/u^* , u) [%]
			Minimum	Mittelwert	Maximum	
$u/u^* = \text{Fkt. } (h/d_{84})$ nach <i>Bathurst (1985)</i>	7.20	0,56	-42	-13	15	21
$u/u^* = \text{Fkt. } (Re/Re^*; c_{K,V})$	7.16	0,70	-25	-3	19	13

Die Übertragbarkeit von *Formel 7.16* wurde damit anhand der unabhängigen Daten aus *Bathurst (1985)* für die angegebenen Randbedingungen nachgewiesen. Diese Aussage stützt sich auf die sofortige Verbesserung der in *Tab. 7.8* angegebenen Fehlerbeträge im Vergleich zu der separat für diese unabhängigen Daten abgeleiteten logarithmischen Widerstandsbeziehung in Abhängigkeit der relativen Überdeckung h/d_{84} . Auf die Prüfung der zusätzlichen Abhängigkeit der Daten von *Bathurst (1985)* von der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ wurde verzichtet, da sich dieser Parameter für die Daten von *Bathurst*

(1985) als nicht signifikant erwies. Angaben beziehungsweise Messwerte für den Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert α waren ebenfalls nicht vorhanden.

7.6 Zusammenfassung

Anhand von Analogiebetrachtungen zu Untersuchungen mit klar definierten Rauheitseigenschaften bei großer relativer Überdeckung erfolgte im *Kap. 7 Methodenentwicklung* die Einordnung der Strömungswiderstände der ausgewählten Daten natürlicher Fließgewässer. Die Streuung der Daten bei identischen relativen Überdeckungsverhältnissen wird dabei gleichsam für die Daten natürlicher Fließgewässer und die technischen Rauheiten der Untersuchungen von *Schlichting (1936)* bei variabler horizontaler Rauheitsdichte festgestellt. Ausgehend davon ergibt sich der markante Einfluss der individuellen Rauheitsstruktur beziehungsweise Oberflächenstruktur auf den Strömungswiderstand. Für geschlossene Querschnitte (*Nikuradse 1933* und *Schlichting 1936*) ergibt sich für konstante relative Überdeckungsverhältnisse und konstante Rauheitsstrukturen je Versuchsserie eine Unabhängigkeit des Strömungswiderstandes von der Reynoldszahl. Diese Unabhängigkeit ist für natürliche Fließgewässer im gesamten Spektrum des relativen Überdeckungsverhältnisses nicht feststellbar. Mit zunehmender Reynoldszahl und damit zunehmender Fließtiefe existiert bei geringen relativen Überdeckungen ein signifikanter Einfluss auf die in den strömenden Wasserkörper ragende Rauheitsstruktur. Bei großen relativen Überdeckungen und eine damit konstant existente Rauheitsstruktur kann ein Einfluss auf die Ausbildung der Wirbelüberlagerung nicht ausgeschlossen werden.

Die Charakterisierung der Oberflächenstruktur erfolgte anhand der Parameter für die vertikale ($c_{K,V}$) und horizontale ($c_{K,H}$) Rauheitsdichte und die Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ . Dabei wurde insbesondere für die vertikale Rauheitsdichte eine signifikante und individuelle Abhängigkeit vom relativen Überdeckungsverhältnis festgestellt, was anhand der Dichtefunktionen der lokalen Höhendifferenzen zur Regressionsebene in Verbindung mit den visualisierten Höhenmodellen deutlich wird. Der Einfluss dieser Parameter auf den Strömungswiderstand konnte im Einklang mit den hier herangezogenen Daten weiterer Autoren gezeigt werden. Dabei erfolgte insbesondere unter Beachtung der Untersuchungen des *Kap. 6 Mathematisch-physikalisches Modell* die Integration des Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwertes α zur Charakterisierung der ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen.

Die abgeleiteten Methoden zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes in Abhängigkeit der zuvor untersuchten Parameter erlauben im Vergleich zur Verwendung der konstanten Rauheitsparameter d_{84} und s eine wesentlich verbesserte Approximation der gemessenen Werte für den Fall geringer relativer Überdeckung im Bereich $h/d_{84} < 1,33$. Dies ist auf den kombinierten Ansatz der Parameter $c_{K,V}$, σ und α zur Beschreibung der Formrauheit aus den Eigenschaften des durchströmten Elementkollektivs in Verbindung mit den Eigenschaften des integralen Strömungsfeldes zurückzuführen. Gleichzeitig wird in der vertikalen Rauheitsdichte und dem Geschwindigkeitshöenausgleichsbeiwert die von der variablen relativen Überdeckung veränderte Wirkung der Rauheitsstruktur auf das integrale Strömungsfeld berücksichtigt.

Aus Gründen der Übertragbarkeit erfolgte die Ableitung der Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* aus dem Verhältnis Re/Re^* in Verbindung mit den im *Kap. 7.3 Interaktion zwischen Oberflächenstruktur und Strömungswiderstand* untersuchten charakteristischen Parametern. Im Vergleich zur alleinigen und relativ diffusen Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes λ von der Reynoldszahl Re bei natürli-

chen Fließgewässern ergeben sich für das Verhältnis Re/Re^* bei konstanten Bereichen der relativen Überdeckung charakteristische Linien, deren Verlauf von der individuellen Rauheitsstruktur bestimmt ist. Die dafür abgeleiteten Beziehungen ergeben eine geringfügige Verschlechterung bei der Quantifizierung der Strömungswiderstände, aber eine Überprüfung anhand unabhängiger Daten aus *Bathurst (1985)* bestätigt die Eignung der vorgestellten Methode für die Beziehung nach *Formel 7.16*. Der Einfluss der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ erwies sich für diese Daten jedoch als nicht signifikant und Werte für den Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwert α lagen nicht vor.

Vorteil der vorgeschlagenen Methode ist die Unabhängigkeit von einem konstanten charakteristischen Korndurchmesser für identische Gewässerabschnitte bei Abflussvariation sowie bei der Übertragung zwischen unterschiedlichen Gewässerabschnitten. Anhand der Formulierung in Abhängigkeit der vertikalen Rauheitsdichte $c_{K,V}$ gelingt daher ein Verfolgen der individuellen Trends für den Strömungswiderstand mit guter Genauigkeit, was durch Einbeziehung der Parameter σ und α weiter verbessert werden kann. Die Überprüfung der Gültigkeit nach *Formel 7.17*, *Formel 7.18* und *Formel 7.19* muss jedoch vorerst weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit erfolgte eine Analyse des Strömungswiderstandes natürlicher Fließgewässer mit ausgeprägter Sohlstrukturierung bei geringen relativen Überdeckungsverhältnissen. Die im *Kap. 1 Einführung* dargelegten praktischen Problemstellungen in Verbindung mit dem anzusetzenden Kostenfaktor begründen den immer noch enormen Wissensbedarf zu dieser Problematik. Das Ziel der vorliegenden Arbeit bestand daher in der Entwicklung einer Methode zur weitgehend exakten Abschätzung von Fließgeschwindigkeit und Strömungswiderstand für natürliche Fließgewässer mit den zuvor definierten Eigenschaften.

Davon ausgehend erfolgte im *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* eine Darstellung der morphologischen Eigenschaften des betrachteten Fließgewässertypus der Gebirgs- und Mittelgebirgsregion. Diese Eigenschaften unterscheiden sich zu Flachlandgewässern vor allem in den anstehenden Gefällen, dem Verhältnis zwischen Fließtiefen und charakteristischen Korngrößen sowie der mehr oder weniger starken Ausbildung verschiedener Sohlstrukturen. Die Ausführungen zu der mathematischen Beschreibung von Strömungsfeld und Strömungswiderstand orientierten sich an den grundsätzlichen und gültigen Gesetzmäßigkeiten für die turbulente rotationssymmetrische Rohrströmung mit geringen Abmessungen der Rauheitselemente im Vergleich zum Rohrdurchmesser und ohne Einfluss der Querschnittsform unter Darlegung der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen. Auf diesen Gesetzmäßigkeiten basieren zum jetzigen Zeitpunkt nahezu alle Widerstandsbeziehungen zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes natürlicher Fließgewässer. Daher oblag dem *Kap. 2 Morphologie und Strömungseigenschaften* das Aufzeigen des Spannungsfeldes zwischen den Annahmen der Berechnungsansätze und den real existierenden Randbedingungen und Rauheitseigenschaften der betrachteten natürlichen Fließgewässer.

Eine verbesserte Abschätzung von Fließgeschwindigkeit und Strömungswiderstand für die betrachteten Gewässer–Bett–Systeme kann nur auf der Quantifizierung der jeweiligen Prozesse basieren die den Strömungswiderstand in Abhängigkeit der morphologischen Eigenschaften bedingen. Aus diesem Grund bestand das *Kap. 3 Theoretische Betrachtungen zum Strömungswiderstand* aus einer theoretischen Betrachtung dieser Prozesse in Abhängigkeit der relativen Überdeckung mit den dabei maßgebenden Randbedingungen hinsichtlich Flächen- und Formrauheit. Für diese Prozesse muss gefordert werden, dass sie in den jeweiligen Rauheitsparametern und Integrationskonstanten der Beziehungen für die vertikale Geschwindigkeitsverteilung und den Strömungswiderstand bei Übertragung auf natürliche Fließgewässer enthalten sind. Für große relative Überdeckungen betrifft dies im Wesentlichen die charakteristische Größe der Rauheitselemente d_C und die Rauheitsdichte c_K . Für geringe relative Überdeckungen ergibt sich ein Zusammenspiel aus den Eigenschaften des durchströmten Elementkollektivs hinsichtlich dem Verbauungsgrad, der Anordnung, Form und Dichte der exponierten Rauheitselemente in Verbindung mit der resultierenden Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes und der Reynoldszahl Re als Charakteristik für die Art der Strömungsablösungen an den Rauheitselementen, was sich letztendlich auch in der Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes zeigt.

Darauf aufbauend erfolgte im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* eine Analyse über die Anwendbarkeit existierender Modellvorstellungen zu der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung für die hier betrachteten Randbedingungen hinsichtlich geringer relativer Überdeckungen. Das zentrale Problem bei einer zeitlich und räumlich gemittelten und damit integralen Betrachtungsweise der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung über natürlichen Sohlstrukturen bei großer relativer Überdeckung besteht im-

mer noch in der Identifizierung eines anhand der individuellen Sohlstruktur räumlich gemittelten und konstanten Rauheitsparameters in Verbindung mit dem dafür resultierenden vertikalen Bezugsniveau. Die in verschiedenen Untersuchungen beobachtete Abweichung des vertikalen Geschwindigkeitsgradienten beziehungsweise der Wandschubspannung von der integralen Formulierung nach *Formel 2.32* wird in den einzelnen Modellvorstellungen auf eine variable von *Karman* Konstante κ beziehungsweise die Dämpfung der Turbulenzintensitäten in der Rauheitsschicht zurückgeführt. Die Eignung des aus der turbulenten Rohrströmung bekannten universellen logarithmischen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes konnte jedoch bei exakter Quantifizierung der äquivalenten Sandrauheit k_S und der Wandschubspannung τ_0 aus *Formel 2.33* für große relative Überdeckungen h/d_C über natürlichen Sohlstrukturen nachgewiesen werden. Dieser Nachweis betrifft auch den Fall $h/k_S < 1$, für den die Annahme existiert, dass eine logarithmische Schicht nicht mehr vorhanden ist. Die Abnahme der relativen Rauheit k_S/d_C mit zunehmender relativer Überdeckung h/d_C wird dabei im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf die verminderte Wirbelüberlagerung durch eine erhöhte Druckbelastung der Rauheitsstruktur durch den strömenden Wasserkörper zurückgeführt. Die zeitlich und räumlich gemittelte Betrachtungsweise natürlicher Sohlstrukturen bei geringen relativen Überdeckungen ist aufgrund der notwendigen Annahmen hinsichtlich eines konstanten Rauheitsparameters und des vertikalen Bezugsniveaus nicht mehr sinnvoll, weshalb alle Modellvorstellungen für große relative Überdeckungen nicht anwendbar sind. Die lokale Approximation der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen nach dem universellen logarithmischen Gesetz konnte auch für diesen Fall unter Grundlage der lokalen Sohlhöhen als vertikales Bezugsniveau für die neu ausgewerteten Daten der Untersuchungen von *Kanzow (2004)* nachgewiesen werden. Die lokale Variation der Parameter für die äquivalente Sandrauheit k_S und der Wandschubspannung τ_0 für unterschiedliche Messpunktposition aber auch bei unterschiedlichen Abflüssen an identischen Messpunktpositionen ist dabei abhängig von der dem Einfluss exponierter Rauheitselemente beziehungsweise von der individuellen Sohlstruktur in der Messpunktumgebung. Diese Feststellung begründet die Notwendigkeit von Informationen über die individuelle Sohlstruktur bei der Quantifizierung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung und damit der mittleren Geschwindigkeit für geringe relative Überdeckungen. Bei sehr starkem Einfluss exponierter Rauheitselemente durch eine lokal deformierte Wasserspiegellage oder lokal kritischen Abflüssen für Fr nahe 1 und größer bei stark ungleichförmiger Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt können die lokalen vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen auch mit dem universellen logarithmischen Gesetz nur unzureichend approximiert werden.

Im Rahmen der Analyse existierender Widerstandsbeziehungen anhand ausgewählter Daten für natürliche Gewässerabschnitte und Modellversuche im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* konnte die unzureichende Beschreibung der individuellen Sohlstruktur anhand eines konstanten Rauheitsparameters für identische Gewässerabschnitte bei Abflussvariation und auch bei der Übertragung auf andere Gewässerabschnitte für den gesamten Bereich der relativen Überdeckung herausgearbeitet werden. Dies ist für logarithmische Widerstandsbeziehungen, Potenzansätze und modifizierte Ansätze der Fall. Bei Verwendung des spezifischen Abflusses q in Potenzansätzen ist die verbesserte Approximation der Strömungswiderstände in Analogie zu Ansätzen in Abhängigkeit der Froudezahl auf die dabei enthaltene mittlere Fließgeschwindigkeit zurückzuführen und folgt damit nicht aus einer verbesserten Beschreibung der Rauheitsstruktur anhand eines konstanten Rauheitsparameters. Am Beispiel der Daten aus *Hey (1979)* wurde unter Bezug zum *Kap. 7 Methodenentwicklung* der marginale Einfluss der Querschnittsform nachgewiesen mit dem die beobachtete Streuung nicht erklärbar ist. Die Feststellungen des *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* bestätigten damit die Folgerungen aus *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* hinsichtlich des Einflusses der individuellen Sohlstruktur.

Für den im Rahmen der vorliegenden Arbeit interessierenden Fall geringer relativer Überdeckungen und dem dabei wirkenden Formwiderstand erfolgte die Entwicklung und Anwendung eines dreidimensionalen mathematisch physikalischen Modells bei gleichzeitiger Approximation der freien Wasserspiegeloberfläche, dessen Grundzüge im *Kap. 6 Mathematisch–physikalisches Modell* vorgestellt wurden. Wie auch bei der Behandlung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilungen für geringe relative Überdeckungen im *Kap. 4 Vertikale Geschwindigkeitsverteilung* bestand die Intention nicht in der Implementierung räumlich gemittelter Geometrie- beziehungsweise Strukturmodelle mit konstanten Rauheitsparametern. Zur weitgehend realistischen Approximation für das Strömungsfeld entstand das geometrische Oberflächen- beziehungsweise Rauheitsmodell aus den detailliert vorliegenden Datensätzen der Untersuchungen von *Kanzow (2004)*. Die Qualität dieser Oberflächenmodelle erwies sich als ausschlaggebender Faktor hinsichtlich der Genauigkeit der numerischen Lösungen für das Strömungsfeld und die Wasserspiegellage. Die aus den Eigenschaften der Formrauheit resultierende Ungleichförmigkeit des Strömungsfeldes konnte anhand der Dichtefunktionen für die Geschwindigkeitskomponente u in Längsrichtung charakterisiert werden. Der Vergleich mit den zweidimensional tiefengemittelten Ansatz (*Kanzow 2004*) offenbart die lokal starken Fehleinschätzungen der Geschwindigkeiten bei guter Abbildung der Wasserspiegellage aufgrund der Modellbeschränkungen der Flachwassergleichungen. Im *Kap. 6 Mathematisch–physikalisches Modell* konnte damit anhand des dreidimensionalen mathematisch physikalischen Modells die Beziehung zwischen individueller Sohlstruktur und integralem Strömungsfeld für den Fall geringer relativer Überdeckungen hergestellt werden.

Aufbauend auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Abschnitte erfolgte im *Kap. 7 Methodenentwicklung* die Entwicklung einer neuen Methode zur Abschätzung des Strömungswiderstandes für Fließgewässer mit geringer relativer Überdeckung. In einem ersten Schritt wurde die Streuung der im *Kap. 5 Ansätze zur Bestimmung des Strömungswiderstandes* ausgewählten Daten natürlicher Fließgewässer bei Auftragung des Strömungswiderstandes in Abhängigkeit der relativen Überdeckung anhand von Analogieüberlegungen zu den Untersuchungen von *Schlichting (1936)* auf den Einfluss der individuellen Sohlstruktur zurückgeführt. Diese Abhängigkeit ergibt sich dann bei Auftragung der Widerstandsbeiwerte λ gegenüber der Reynoldszahl Re sowohl für unterschiedliche Gewässerabschnitte als auch für identische Gewässerabschnitte bei Abflussvariation. Zur Erarbeitung der neuen Methode erfolgte die Auswahl der für den Formwiderstand charakteristischen Größen zur Beschreibung der Oberflächenstruktur. Die Untersuchung konzentrierte sich dabei auf die Standardabweichung s bezogen auf die Regressionsebene, die vertikale ($c_{K,V}$) und horizontale ($c_{K,H}$) Rauheitsdichte sowie die Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ . Für die vertikale Rauheitsdichte $c_{K,V}$ ergab sich eine signifikante aber individuelle Abhängigkeit vom relativen Überdeckungsverhältnis h/d_{84} für die einzelnen Versuchsserien der zur Untersuchung herangezogenen Daten aus *Kanzow (2004)*. Für relative Überdeckungsverhältnisse von $h/d_{84} < 1$ besitzt auch die horizontale Rauheitsdichte $c_{K,H}$ eine Abhängigkeit vom relativen Überdeckungsverhältnis, was sich im weiteren Verlauf jedoch als nicht signifikant erwies. Die Parameter s und σ sind dagegen unabhängig von der Fließtiefe h und konstant. In einem weiteren Schritt wurde die Abhängigkeit des Strömungswiderstandes für das integrale Strömungsfeld von den ausgewählten charakteristischen Parametern der Oberflächenstruktur geprüft. Die Ungleichförmigkeit des integralen Strömungsfeldes als Ausdruck der Oberflächenstruktur fand dabei anhand des Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwertes α Berücksichtigung. Die Prüfung der Abhängigkeiten ergab für die zugrunde liegenden Daten bei Ansatz der unterschiedlichen Parameterkombinationen für u/u^* als Funktion der Parameter $c_{K,V}$, σ und α eine wesentliche verbesserte Genauigkeit gegenüber der Abhängigkeit zwischen u/u^* und h/d_{84} beziehungsweise h/s , was die Herangehensweise zur Methodenentwicklung bestätigt. Zur Sicherstellung der Übertragbarkeit der Methode er-

folgte die Ableitung der Abhängigkeit des Strömungswiderstandes u/u^* vom Verhältnis Re/Re^* in Verbindung mit der jeweils individuellen Oberflächenstruktur, charakterisiert durch $c_{K,V}$ und σ , sowie dem Ungleichförmigkeitsindex α . Nach Auflösung dieses Ansatzes kann der Strömungswiderstand u/u^* in Abhängigkeit des Kehrwertes der relativen Überdeckung d_{84}/h in Verbindung mit den jeweiligen Parametern ausgedrückt werden. Die Prüfung der Abhängigkeiten ergab für die zugrunde liegenden Daten eine geringfügige Verschlechterung im Vergleich zu den Ansätzen ohne den Einfluss der relativen Überdeckung. Die resultierende Widerstandsbeziehung

$$\frac{u_m}{u^*} = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_{84}}{h} \cdot e^{-8,25 \cdot c_{K,V} + 4,61}$$

konnte anschließend anhand unabhängiger Daten bestätigt werden. Dabei ergab sich auch hier eine wesentlich verbesserte Approximation des Strömungswiderstandes im Vergleich zu der speziell für diese Gewässerabschnitte abgeleiteten logarithmischen Beziehung in Abhängigkeit des relativen Überdeckungsverhältnisses h/d_{84} . Aussagen zum Einfluss der Standardabweichung der Korngrößenverteilung σ fehlen für die unabhängigen Daten aufgrund unzureichender Signifikanz und entsprechende Messungen zur Bestimmung des Geschwindigkeitshöhenausgleichsbeiwertes α lagen nicht vor.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit abgeleitete Methode zur Quantifizierung des Strömungswiderstandes natürlicher Fließgewässer mit geringer relativer Überdeckung basiert auf der Interaktion der individuellen Rauheitsstruktur mit den Eigenschaften des integralen Strömungsfeldes. Im Gegensatz zu Widerstandsbeziehungen in Abhängigkeit eines konstanten Rauheitsparameters für identische Gewässerabschnitte bei Abflussvariation beziehungsweise bei Übertragung zwischen unterschiedlichen Gewässerabschnitten ermöglicht der Ansatz der vertikalen Rauheitsdichte in Verbindung mit der relativen Überdeckung ein Verfolgen der individuellen Trends des Strömungswiderstandes. Dies ist an unterschiedlichen Gewässerabschnitten und auch identischen Gewässerabschnitten bei Abflussvariation der Fall. Die Einbeziehung der Ungleichförmigkeit des integralen Strömungsfeldes und der Standardabweichung der Korngrößenverteilung muss in weiteren unabhängigen Untersuchungen geprüft werden, aber die Ergebnisse der zugrunde liegenden Daten deuten eine verbesserte Approximation der Strömungswiderstände anhand dieser Ansätze an.

Literaturverzeichnis

- ABERLE, J. (2000)*: Untersuchung der Rauheitsstruktur zur Bestimmung des Fließwiderstandes in Gebirgsbächen unter Klarwasserabfluß. Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe (TH), Heft 207.
- ABERLE, J. (2003)*: The influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes. *Journal of Hydraulic Research*, ASCE, Vol. 41, No. 3, pp. 259-269.
- AGUIRRE-PE, J.; FUENTES, R. (1990)*: Resistance to flow in steep rough streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 116(11): 1374 – 1387.
- BACKHAUS, K.; ERICHSON, B.; WULFF, P.; WEIBER, R. (2006)*: *Multivariate Analysemethoden*. Springer-Verlag, Berlin.
- BATHURST, J. C. (1977)*: Resistance to flow in rivers with stony beds. Thesis presented to the University of East Anglia, Norwich, in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- BATHURST, J. C. (1978)*: Flow resistance of large-scale roughness. *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, 104(12):1587-1603.
- BATHURST, J. C.; LI, R.-M.; SIMONS, D. B. (1979)*: Hydraulics of mountain rivers. Report No. CER78-79JCB-RML-DBS55, Civil Engineering Department, Colorado State University, Fort Collins.
- BATHURST, J. C. (1982)*: Theoretical Aspects of flow resistance. In Hey, R. D.; Bathurst, J. C. and Thorne, C.; editors, *Gravel-bed rivers*. John Wiley and sons, Chichester.
- BATHURST, J. C. (1982)*: Flow resistance in boulder-bed streams. In Hey, R. D.; Bathurst, J. C. and Thorne, C.; editors, *Gravel-bed rivers*. John Wiley and sons, Chichester.
- BATHURST, J.C. (1985)*: Flow resistance estimation in mountain rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, vol. 111, no. 4, pp. 625-643.
- BATHURST, J. C. (1993)*: Flow resistance through the channel network. *Channel Network Hydrology*, K. Beven and M. J. Kirkby, eds., John Wiley & Sons Ltd., 69-98.
- BATHURST, J.C. (2002)*: At-a-site variation and minimum flow resistance for mountain rivers. *Journal of Hydrology* 269 (2002) 21-26.
- BAYAZIT, M. (1976)*: Free surface flow in a channel of large relative roughness. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 14, No. 2, S. 115 – 126.
- BAYAZIT, M. (1982)*: Flow structure and sediment transport mechanics in steep channels. *Eusomech 156: Mechanics of Sediment Transport*, Istanbul, S. 197 – 206.

- BERTSCHLER, M. (1985)*: Untersuchung der Turbulenzstruktur im offenen Gerinne über glatter Sohle mit Rauheitselementen. Dissertation Nr. 7648, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft, ETH Zürich.
- BAZIN, H. (1865)*: Recherches hydrauliques. Memoires presentees par divers savants a l'Institut de France, Science Mathematique et Physique, Series 2, 19.
- BEZZOLA, G. (2002)*: Fließwiderstand und Sohlstabilität natürlicher Gerinne. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW), ETH Zürich, Nr. 173.
- BIECHELE, P. (2000)*: Stochastische Simulation der dreidimensionalen Turbulenz. Dissertation, Fakultät Physik, Albert – Ludwigs – Universität Freiburg i. Br..
- BLEVINS, R. D. (1984)*: Applied Fluid Dynamics Handbook. Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York.
- BOUSSINESQ, J. (1877)*: Essai sur la theorie des eaux courantes. Mem. Pres. Acad. Sci. XXIII, 46, Paris.
- BRAY, D.I. (1979)*: Estimating average velocity in gravel-bed rivers. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol. 105, no. HY9, pp. 1103-1122.
- BRAY, D.I. (1987)*: A review of flow resistance in gravel-bed rivers. In Seminario, Universita della Calabria, Cosenza (Estratto).
- CARNEY, S. K.; BLEDSOE, B. P.; GESSLER, D. (2006)*: Representing the bed roughness of coarse-grained streams in computational fluid dynamics. Earth Surface Processes and Landforms, 31 (6), pp. 736 - 749.
- CASEY, M.; WINTERGERSTE, T. (2000)*: Best Practice Guidelines. ERCOFTAC Special interest group on "Quality and Trust in Industrial CFD".
- CHARLTON, F. G.; BROWN, P. M.; BENSON, R. W. (1978)*: The hydraulic geometry of some gravel rivers in Britain. Report No. IT180, Hydraulics Research Station, Wallingford, United Kingdom.
- CHORDA, J.; LARINIER, M.; THINUS, Z. (2004)*: A flume study of steep-slope flows above large-scale roughness elements and their application to fish passes. Fifth International Symposium on Ecohydraulics, Aquatic Habitats: Analysis & Restoration, Madrid.
- CLAUSER, F. H. (1956)*: The turbulent boundary layer. Adv. App. Mech., Vol. 4, S. 1 – 51.
- COLEBROOK, C. F. (1939)*: Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. Journal Inst. Of Civil Engineers, 11, S. 133 – 156.
- COLOSIMO, C.; Copertino, V. A.; Veltri, M. (1988)*: Friction factor evaluation in gravel-bed rivers. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, No. 18, pp. 861 – 876.

- DECK, T. (1996): Numerische Simulation einer Kanalströmung um einen quaderförmigen Körper mit Hilfe lokaler Gitterverfeinerung. Berichte aus der Strömungstechnik, Shaker Verlag GmbH, Aachen.
- DITTRICH, A.; HAMMANN de SALAZAR, K. (1993): Bed instability caused by clear water and hyperconcentrated flow. Bericht des Instituts für Wasserbau und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe.
- DITTRICH, A.; NESTMANN, F.; ERGENZINGER, P. (1996): Ratio of lift and shear forces over rough surfaces. Coherent flow structures in open channels. Eds. P. J. Ashworth, S. Bennett, J. L. Best, S. J. Mc Lelland, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, U.K., 125 – 146.
- DITTRICH, A. (1998): Wechselwirkung Morphologie/Strömung naturnaher Fließgewässer. Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe (TH), Heft 198.
- DUBS, F. (1979): Aerodynamik. Birkhäuser, Basel.
- DVWK (1996): Fischaufstiegsanlagen. Merkblätter zur Wasserwirtschaft, Heft 232.
- FERRO V.; GIORDANO G. (1991): Experimental study of flow resistance in gravel-bed-rivers. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 117, No. 10, pp.1240-1246.
- FERZIGER, J. H.; PERIC, M. (1999): Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer – Verlag.
- FLAMMER, G.; TULLIS, J.; MASON, E. (1970): Free surface velocity gradient flow past hemispheres. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulic Division, 96 (HY7): 1485 – 1502.
- FLUENT (1998): Incorporated 5 User Guide.
- FRÖHLICH, J. (2006): Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden.
- GARBRECHT, G. (1961): Abflussberechnung für Flüsse und Kanäle. Die Wasserwirtschaft, 51. Jahrgang, S. 40 – 45 und S. 72 – 77.
- GARDE, R. J. (1994): Turbulent Flow. John Wiley & Sons, New Delhi, India.
- GRAF, W.H. (1991): Flow resistance over gravel bed: It's consequence on initial sediment movement. Earth Sciences 37, Fluvial Hydraulics of Mountain Regions Springer-Verlag.
- GRAF, W. H.; ALTINAKAR, M. (1998): Fluvial hydraulics – flow and transport processes in channels of simple geometry. John Wiley and Sons Ltd., Chichester.
- GRANT, G. E.; MIZUYAMA, T. (1991): Origin of step-pool sequences in high gradient streams: a flume experiment. In “Japan-USA workshop on snow avalanche, landslide and debris flow prediction and control”, S. 523 – 532, Tsubuka, Japan. Japan Science and Technology Agency, National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention.
- GRIFFITHS, G. A. (1981): Flow resistance in coarse gravel bed rivers. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, 107(7): 899 – 918.

- HACK, H.-P.; JORDE, K. (2002):* Durchgängigkeit und Habitatmodellierung von Fließgewässern. Weiterbildendes Studium Wasser & Umwelt, Institut für Wasserwesen, Bauhaus-Universität Weimar.
- HAGER W.H. (1992):* Fließformeln in Rauherinnen. Wasserwirtschaft und Wassertechnik, H. 10, pp. 381-384.
- HEIMERL, S.; HOMILIUS, S.; STANDFUSS, M.; WURSTER, H. (2005):* Auslegung von Fischaufstiegsanlagen in Störsteinbauweise. Wasserwirtschaft 6/2005, S. 28-34.
- HEY R.D. (1979):* Flow resistance in gravel bed rivers. Journal of the Hydraulic Division, Vol. 105, No. 4.
- HIRT, C. W.; NICHOLS, B. D. (1981):* Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. Journal of Computational Physics 39, pp. 201 – 225.
- HOLZHEY, R. (2004):* Dreidimensionale, hydrodynamisch – numerische Nahfeldproblematik der Strömung über Gewässersohlen hoher morphologischer Rauheit. Diplomarbeit, Bauhaus – Universität Weimar, Institut für Wasserwesen.
- HULSING, H.; SMITH, W.; COBB, E. D. (1966):* Velocity-head coefficients in open channels. U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 1869-C.
- ITAGAKI, H. (2004):* Hydraulic prototype experiments on a fishway made of concrete block embedded with stones. Fifth International Symposium on Ecohydraulics, Aquatic Habitats: Analysis & Restoration, Madrid.
- JARRETT, R. D. (1985):* Hydraulics of high gradient streams. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 110(11): 1519 – 1539.
- JOHANSSON, C. E. (1963):* Orientation of pebbles in running water. A laboratory study. Geografiska Annaler, Vol. 45, pp. 85-112.
- JUDD, H. E.; PETERSON, D. F. (1969):* Hydraulics of large bed element channels. Report No. PRWG 17-6, Utah Water Research Laboratory, Utah State University, Logan.
- KAMPHUIS, J. W. (1974):* Determination of sand roughness for fixed beds. Journal of Hydraulic Research, 12(2): 193 – 203.
- KANZOW, U.M. (2004):* Beschreibung des Fließwiderstandes in der numerischen Berechnung von Gerinnen mit extremer relativer Rauheit. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar.
- KEULEGAN, G.H. (1938):* Laws of turbulent flow in open channels. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 21, S. 707 – 741.
- KIRKGÖZ, M. S. (1989):* Turbulent velocity profiles for smooth and rough open channel flow. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 115, No. 11, pp.1543-1561.

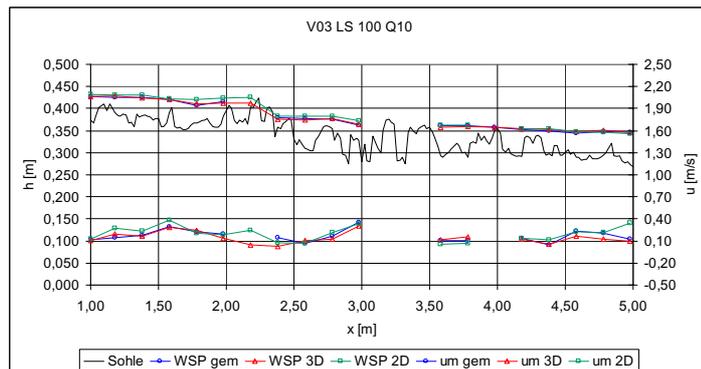
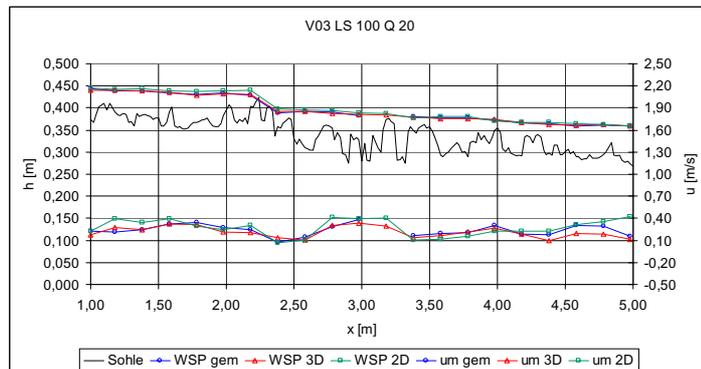
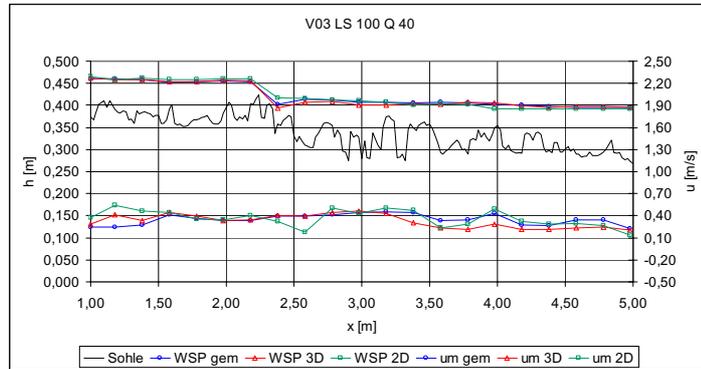
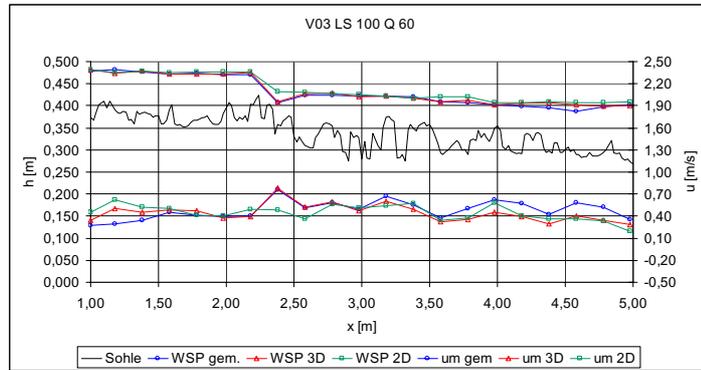
- KIRONOTO B.A.; GRAF W.H. (1994):* Turbulence characteristics in rough uniform open channel flow. *Water, Marit. and Energy*, Vol 106, No.12, pp. 333-344.
- KOCH, T. (2006):* Zur empirisch/analytischen Bestimmung von Verlustbeiwerten selbstorganisierender Rauheitsstrukturen in Druckrohrleitungen. *Mitteilungen des Lehrstuhls für Wasserwirtschaft und Siedlungswasserbau der Brandenburgischen Technischen Universität, Cottbus*, Heft 13.
- KOLL, K. (2002):* Feststofftransport und Geschwindigkeitsverteilung in Raugerinnen. *Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe (TH)*.
- KRÜGER, F.; HEIMERL, S. (2007):* Zur hydraulischen Berechnung von rauen Rampen in Störsteinbauweise. *Wasserwirtschaft* 7 – 8, S. 32 – 36.
- LANE, S. N.; HARDY, R. J.; ELLIOTT, L.; INGHAM, D. B. (2004):* Numerical modelling of flow processes over gravely surfaces using structured grids and a numerical porosity treatment. *Water Resources Research*, Vol. 40, W01302.
- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. (1972):* *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, England.
- LEDER, A. (1992):* *Abgelöste Strömungen: Physikalische Grundlagen*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden.
- LEOPOLD, L.B. ET AL. (1964):* *Fluvial processes in geomorphology*. San Francisco, California, Ed. W.H. Freeman p. 522.
- LESIEUR, M. (1997):* *Turbulence in Fluids*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- LIMERINOS, J. T. (1970):* Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels. *Water Supply Paper 1898-B*, United States Geological Survey, Washington, DC.
- MARTIN ET AL. (2000):* *Technische Hydromechanik Band 4: Hydraulische und numerische Modelle*. Verlag Bauwesen, Berlin.
- MARTINEZ-CAPEL, F.; GARCIA de JALON, D.; RODILLA-ALAMA, M. (2003):* Habitat suitability criteria for nose velocities: Their implementation and influence on physical habitat simulation, IFIM Users workshop, Fort Collins.
- MENTER, F. R. (1994):* Two-equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal* 32, No. 8, pp. 1598 – 1605.
- MORRIS, H. M. (1955):* Flow in rough conduits. *ASCE Transactions*, Vol. 120, Paper No. 2745, pp. 373-410.
- NAKAGAWA, H.; TSUJIMOTO, T.; SHIMIZU, Y. (1988):* Velocity profile of flow over rough permeable bed. 6th IAHR Congress, Kyoto, Japan, 449 – 456.

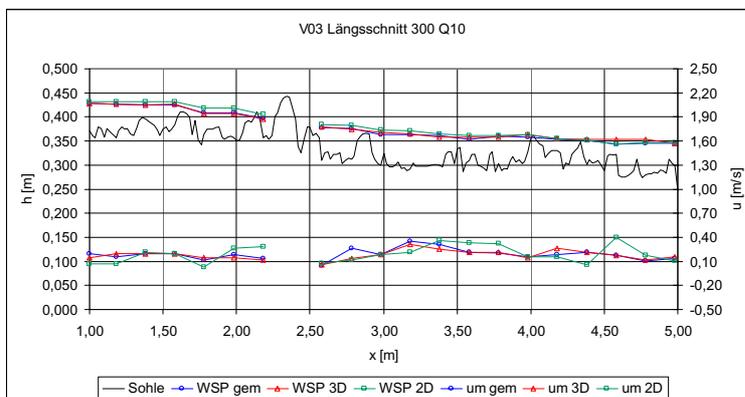
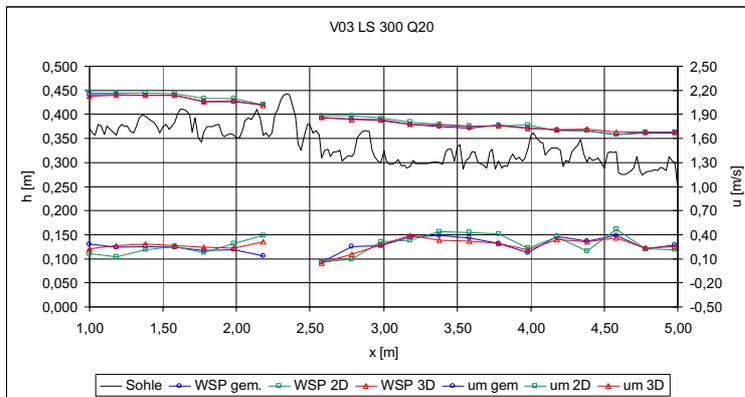
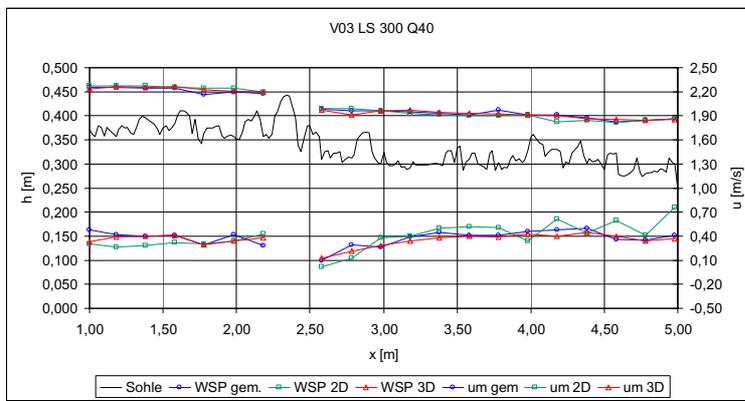
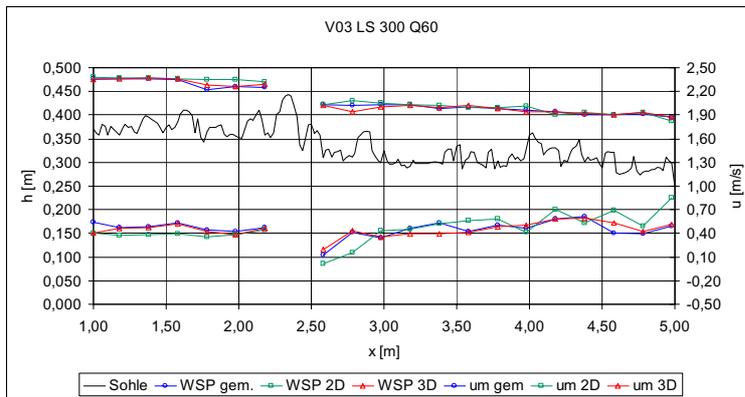
- NAUDASCHER, E. (1987)*: Hydraulik der Gerinne und Gerinnebauwerke. Springer-Verlag, Wien.
- NICHOLAS, A. P. (2001)*: Computational Fluid Dynamics Modeling of Boundary Roughness in Gravel Bed Rivers: An Investigation of the Effects of Random Variability in Bed Elevation. *Earth Surface Processes and Landforms*, 26, 345 – 362.
- NIKORA, V. I.; GORING, D. G. (2000)*: Flow turbulence over fixed and weakly mobile gravel beds. *J. Hydr. Eng.*, Vol. 126, No. 9, S. 679 – 690.
- NIKORA, V. I.; Mc Lean, S. R. (2001)*: Environmental flows over rough beds: A spatial averaging approach. *Proc. 3rd Int. Symp. Environmental Hydraulics (ISEH)*, 1 – 6.
- NIKORA, V.I.; GORING, D.G.; McEWAN, I.; GRIFFITHS, G. (2001)*: Spatially-averaged open-channel flow over a rough bed. *J. Hydr. Eng.*, Vol. 127, No. 2, 123-133.
- NIKURADSE, J. (1933)*: Strömungsgesetze in rauen Rohren. Forschungsheft 361, VDI-Verlag GmbH, Berlin.
- NOWELL, A.R.M.; CHURCH, M. (1979)*: Turbulent flow in a depth-limited boundary layer. *J. Geophysical Res.*, Vol. 84, No. C8, S. 4816 – 4824.
- O'LOUGHLIN, E.M.; McDONALD, E.C. (1964)*: Some roughness-concentration effects on boundary resistance. *La Houille Blanche*, No. 7, pp. 773 – 782.
- PRANDTL, L. (1924)*: The mechanics of viscous fluids. *Aerodynamic Theory*, W. F. Durand (Ed.), Vol. 3, Springer Verlag, Berlin.
- PRANDTL, L. (1925)*: Über die ausgebildete Turbulenz. *ZAMM* 5, S. 136 – 139.
- REINIUS, E. (1961)*: Steady uniform flow in open channels. Bulletin No. 60, Division of Hydraulics at the Royal Institute of Technology, Stockholm.
- RICE C.E. ET AL. (1998)*: Roughness of loose rock riprap on steep slopes. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 124, No. 2, pp. 179-185.
- RICHTER, A.; NAUDASCHER, E. (1976)*: Fluctuating forces on a rigid circular cylinder in confined flow. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 78.
- RICKENMANN, D. (1990)*: Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich*, Nr. 103.
- RICKENMANN, D. (1996)*: Fließgeschwindigkeit in Wildbächen und Gebirgsflüssen. *Wasser – Energie – Luft*, 88 (11/12), 298 - 303.
- RODI, W. (2006)*: Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Praxis. *Kursunterlagen, Universität Karlsruhe (TH)*.

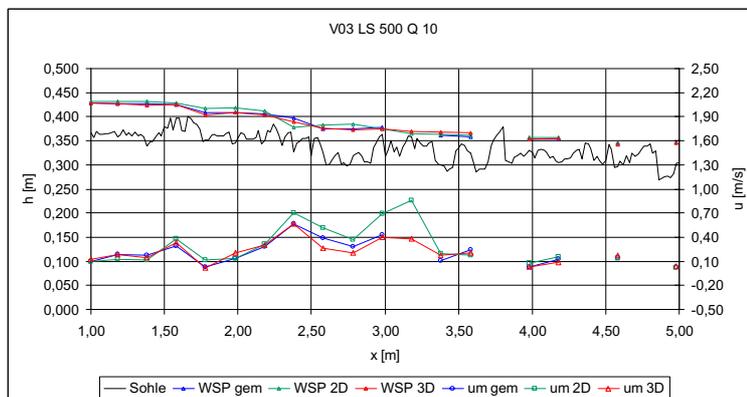
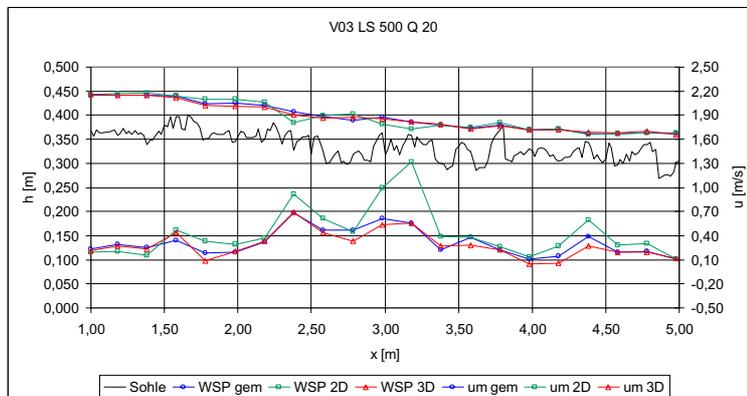
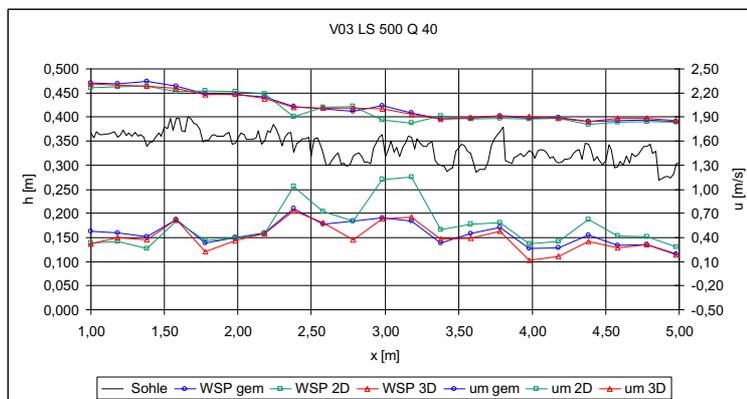
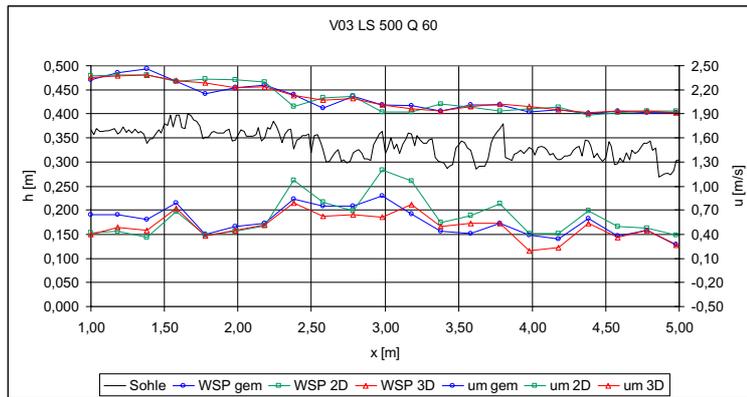
- ROSPORT, M. (1997)*: Fließwiderstand und Sohlstabilität steiler Fließgewässer unter Berücksichtigung gebirgsbachtypischer Sohlstrukturen. Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik, Universität Karlsruhe (TH), Heft 196.
- ROTTA, J. (1950)*: Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen. Ing.-Arch., Band 18, S. 277 – 280.
- ROUSE, H. (1965)*: Critical analysis of open-channel resistance. Journal of the Hydraulics Division, Proc. of the ASCE 4387, HY 4, pp. 1 – 25.
- RUBINFELD, D. L. (2000)*: Reference guide on multiple regression. In Reference Manual on Scientific Evidence, 2nd Edition, Federal Judicial Center, pp. 179-227.
- RUDNIK, R. (1997)*: Untersuchung der Leistungsfähigkeit von Zweigleichungs – Turbulenzmodellen bei Profilmströmungen. Dissertation, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Entwurfsaerodynamik, Braunschweig.
- SABROWSKI, M.; HACK, H.-P. (2004)*: Influence of the back water effect on migration in diversion canal type power plants, Fifth International Symposium on Ecohydraulics, Aquatic Habitats: Analysis & Restoration, Madrid.
- SABROWSKI, M. (2005)*: Die Anwendung von dreidimensionaler numerischer Modellierung bei Fragen der Ökohydraulik. Schriftenreihe zur Wasserwirtschaft, 43, Technische Universität Graz.
- SABROWSKI, M. (2006)*: Beschreibung der Wandrauheit bei der numerischen Modellierung gebirgsbachtypischer Morphologien. Schriftenreihe zum Treffen junger Wissenschaftler/-innen an Wasserbauinstituten, Universität Karlsruhe (TH).
- SABROWSKI, M. (2007)*: Identification of habitat quality in highly clustered river beds. 6th International Symposium on Ecohydraulics, Christchurch, New Zealand.
- SCHÄLCHLI, U. (1991)*: Morphologie und Strömungsverhältnisse in Gebirgsbächen: ein Verfahren zur Festlegung von Restwasserabflüssen. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW), ETH Zürich, Nr. 113.
- SCHLICHTING, H. (1936)*: Experimentelle Untersuchung zum Rauigkeitsproblem. Ingenieur-Archiv 7, S. 1 – 34.
- SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. (1996)*: Grenzschicht-Theorie. Springer-Verlag.
- SCHÖNUNG, B. E. (1990)*: Numerische Strömungsmechanik – Inkompressible Strömungen mit komplexen Berandungen. Springer-Verlag, Berlin.
- SCHRÖDER, R.C.M. (1990)*: Hydraulische Methoden zur Erfassung von Rauheiten. Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau e.V. (DVWK), Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin, Nr. 92.

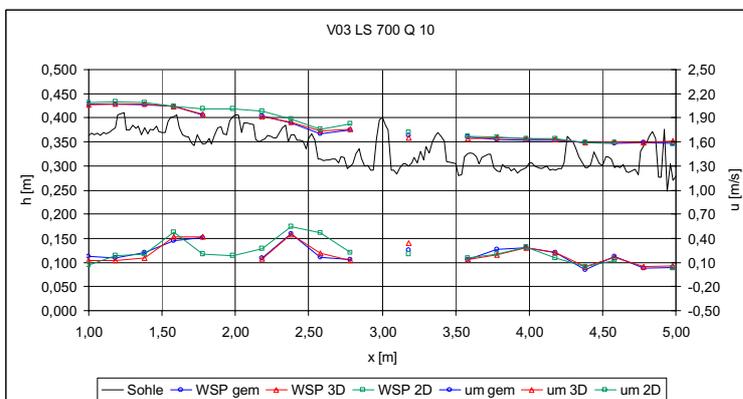
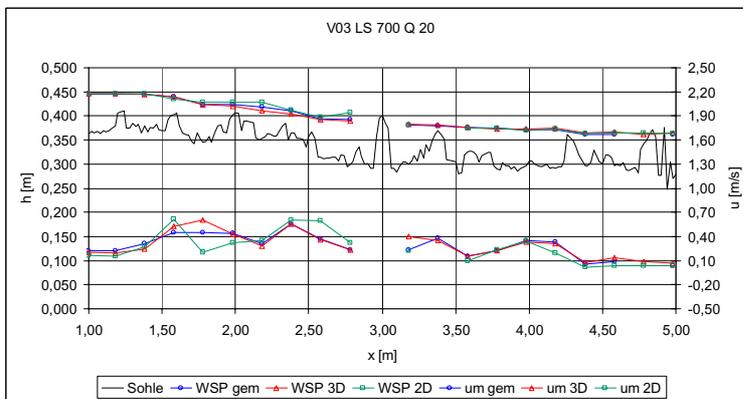
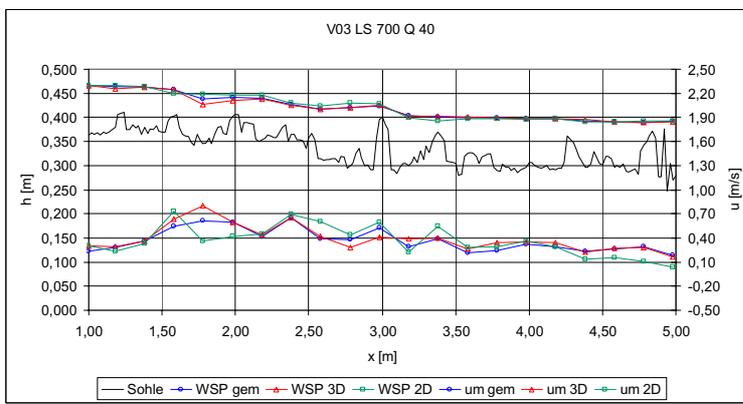
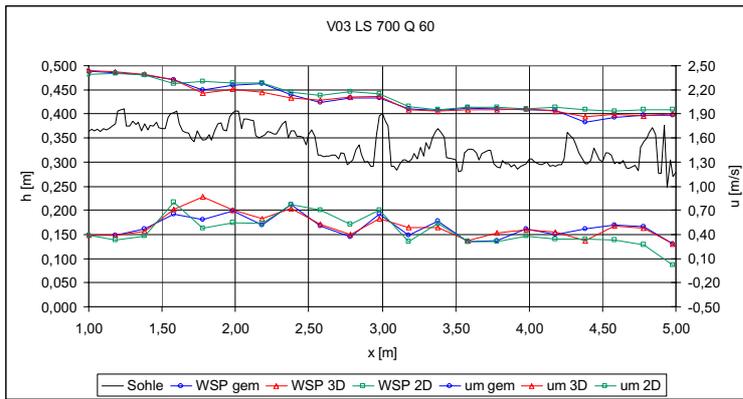
- SHIH, T.-H.; LIOU, W. W.; SHABBIR, A.; ZHU, J. (1995):* A New k- Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows – Model Development and Validation. *Computer Fluids*, 24(3):227-238.
- SMART, G. M.; JÄGGI, M. N. R. (1983):* Sediment transport on steep slopes. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW), ETH Zürich*, Nr. 64.
- SMART, G. M. (1999):* Turbulent velocity profiles and boundary shear in gravel-bed rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 2, pp. 106 – 116.
- STOUT, K. J. et al. (1993):* Development of methods for the characterisation of roughness in three dimensions. Penton Press, London.
- STRICKLER, A. (1923):* Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen. C. Mutzner (Ed.) Mitteilung 16, Amt für Wasserwirtschaft, Bern.
- THOMPSON, S. M.; CAMPBELL, P. L. (1979):* Hydraulics of a large channel paved with boulders. *Journal of Hydraulic Research*, 17(4): 341 – 354.
- THORNE, C. R.; ZEVENBERGEN, L. W. (1985):* Estimating mean velocity in mountain rivers. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 111, No. 4, pp. 612 – 624.
- TRUCKENBRODT, E. (1996):* Fluidmechanik – Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide. Springer – Verlag.
- VIRMANI, J. K. (1973):* The relationship between channel forming flows and the cross section shape, slope and bed materials in large bed element streams. Thesis presented to the Utah State University, in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- VON KARMAN, T. (1930):* Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. *Verh. d. 3. internationalen Kongresses technische Mechanik*, Stockholm.
- WEICHERT, R. (2006):* Bed morphology and stability of steep open channels. *Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW), ETH Zürich*, Nr. 192.
- WILCOX, D. C. (1994):* Turbulence Modelling for CFD. DCW Ind., La Canada, CA.
- WILCOX, D. C. (1988):* Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, Vol. 26, pp. 1299 – 1310.
- YAKHOT, V.; ORSZAG, S. A. (1986):* Renormalization Group Analysis of Turbulence: 1. Basic Theory. *Journal of Scientific Computing*, Vol. 1.
- YALIN, M. (1971):* Theory of hydraulic models. The Macmillan Press Ltd..

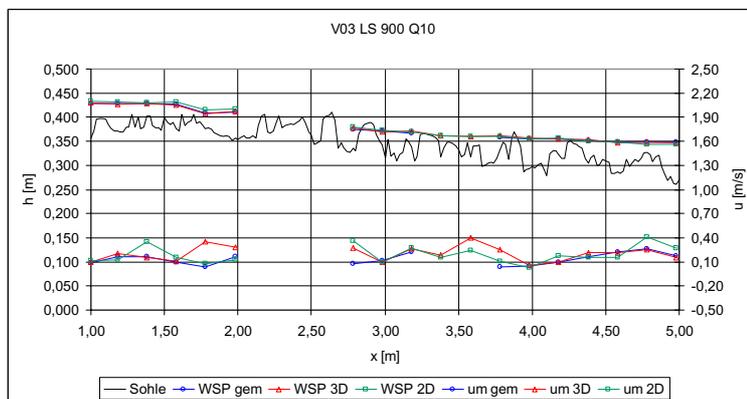
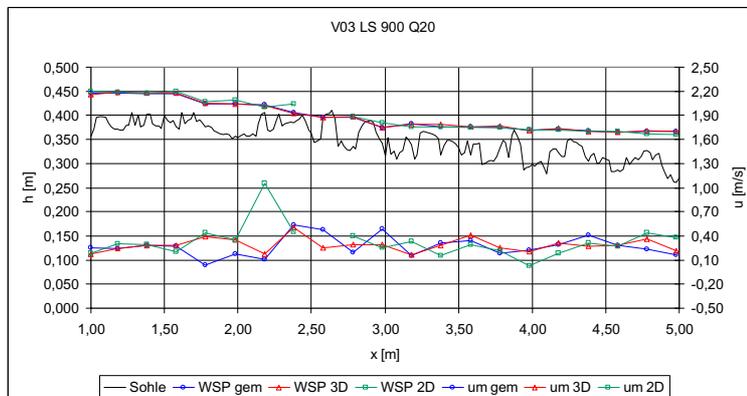
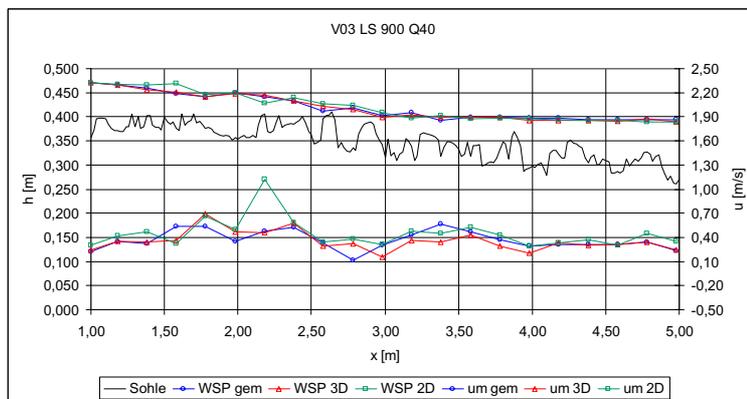
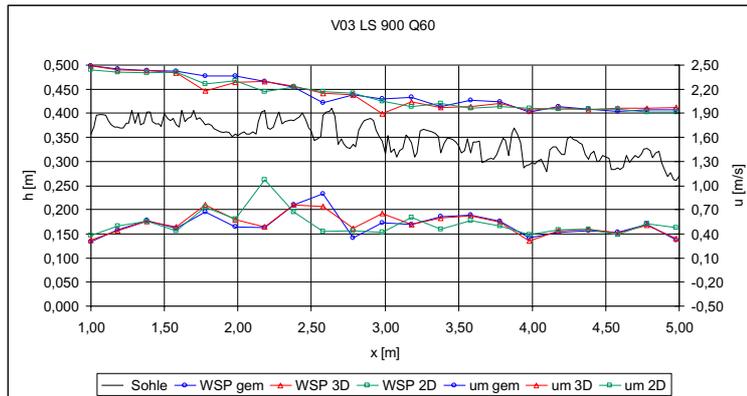
A Mathematisch-physikalisches Modell (Längsschnittbetrachtung)

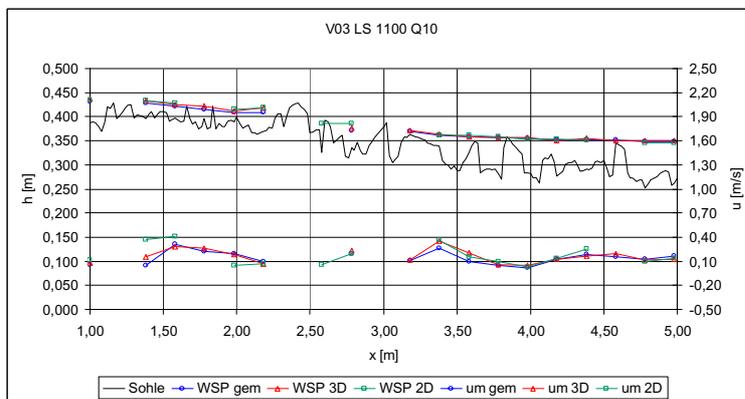
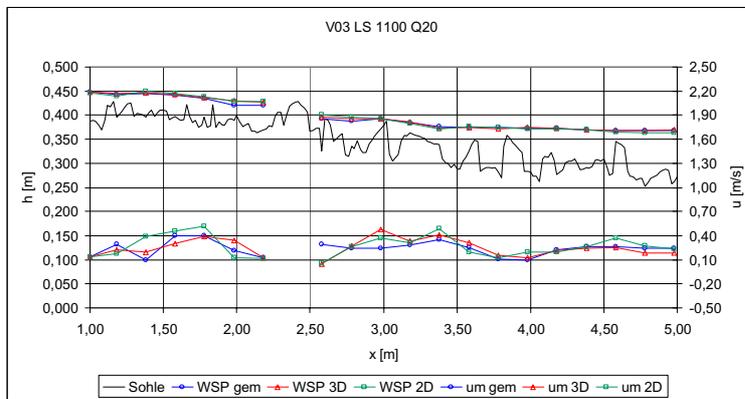
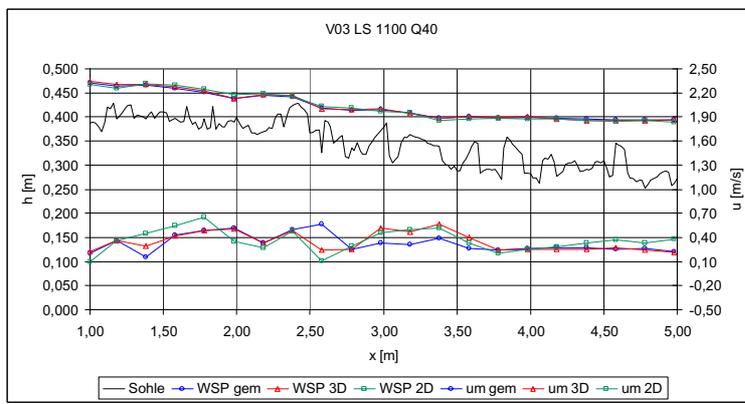
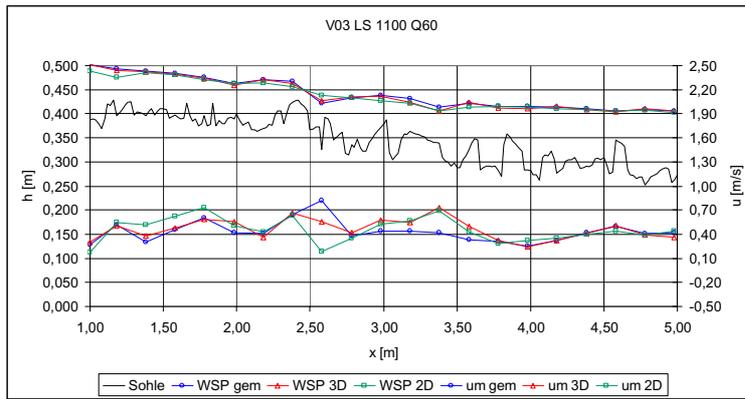


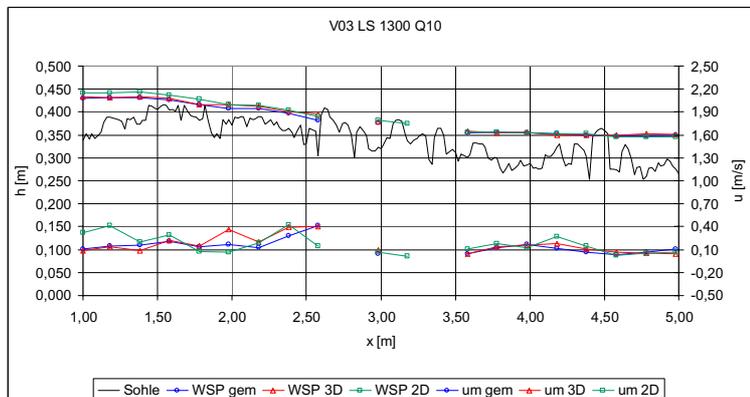
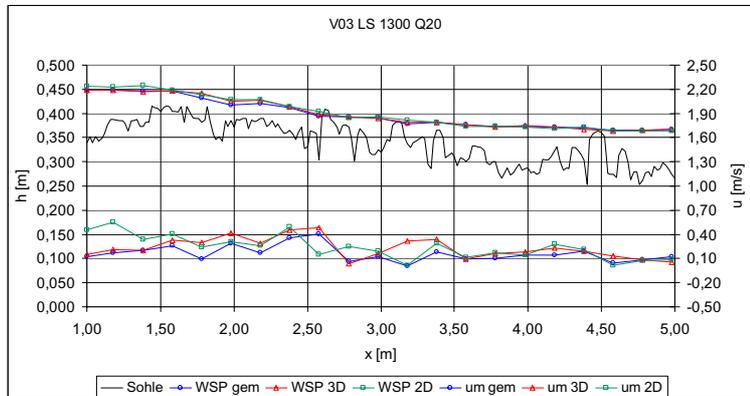
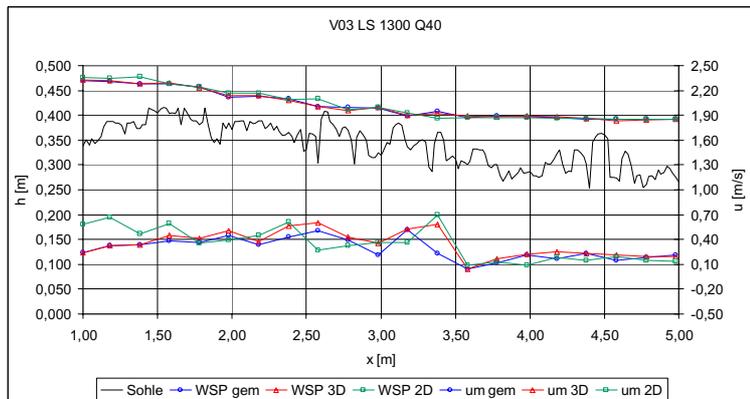
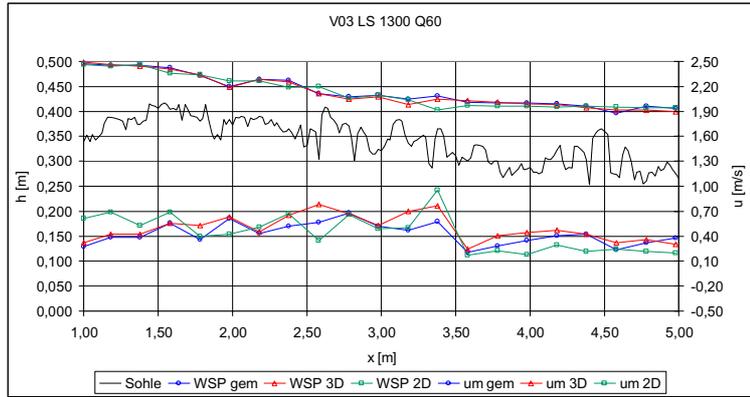




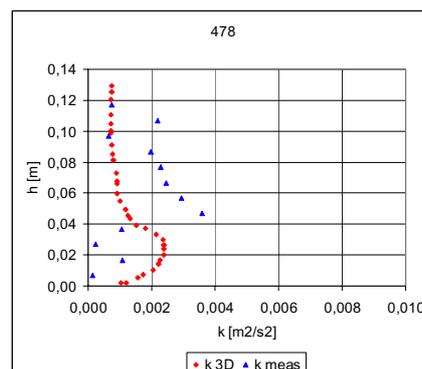
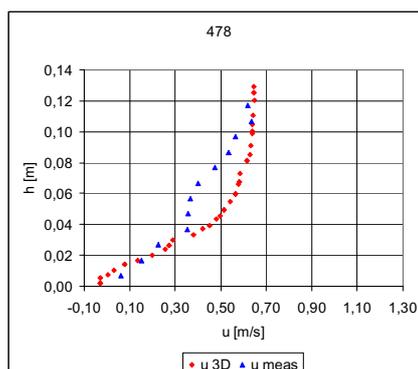
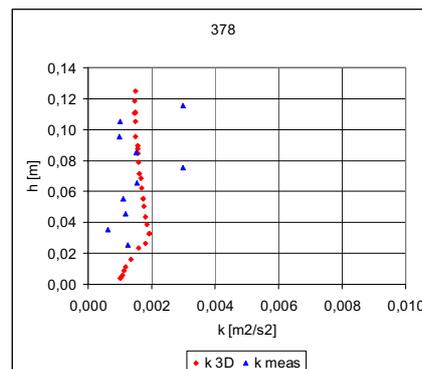
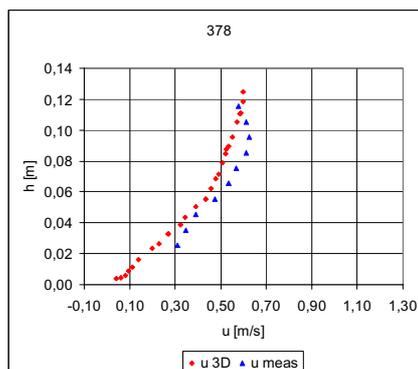
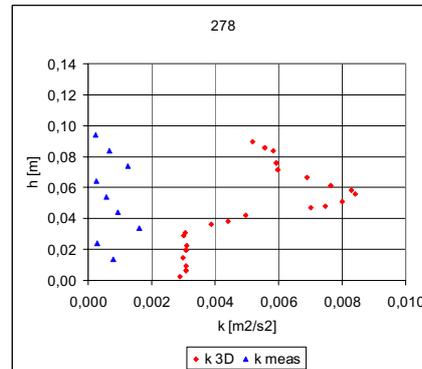
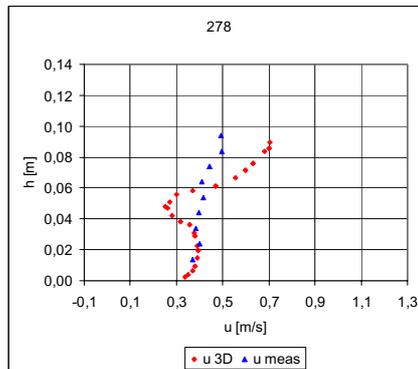
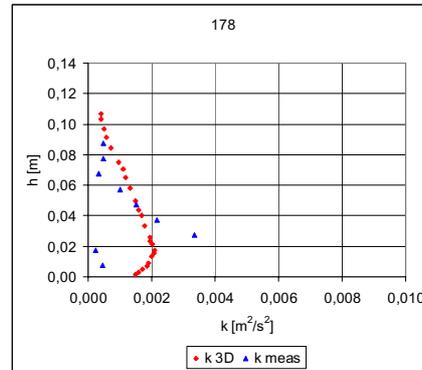
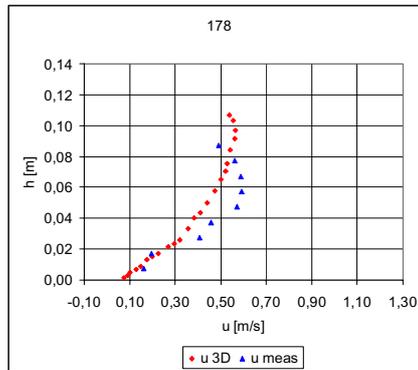








B Mathematisch-physikalisches Modell (Geschwindigkeitsprofile)



C Mathematisch-physikalisches Modell - Dichtefunktionen

C.1 Dichtefunktionen u und u_m (tiefengemittelt)

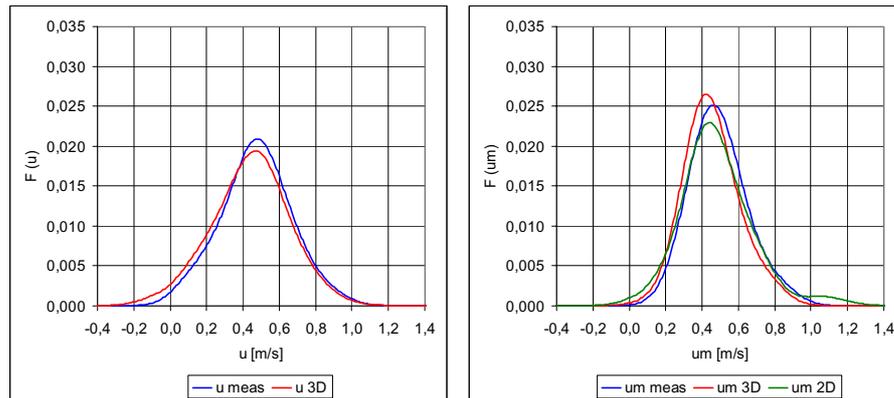


Abb. C.1: V03 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

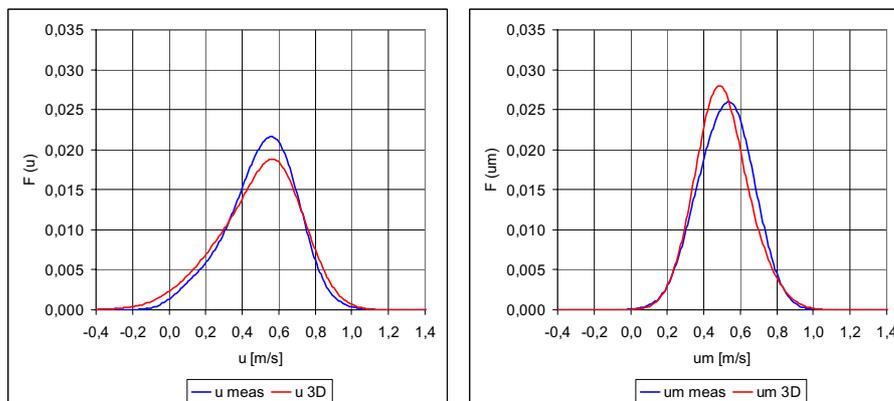


Abb. C.2: V04 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

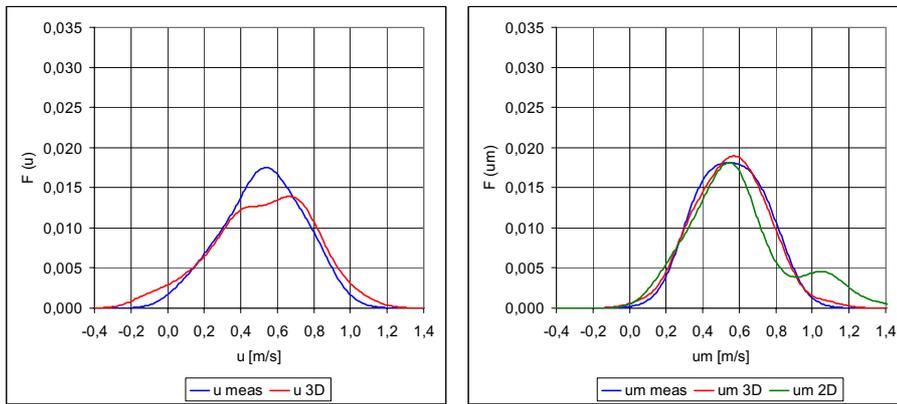


Abb. C.3: V02 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

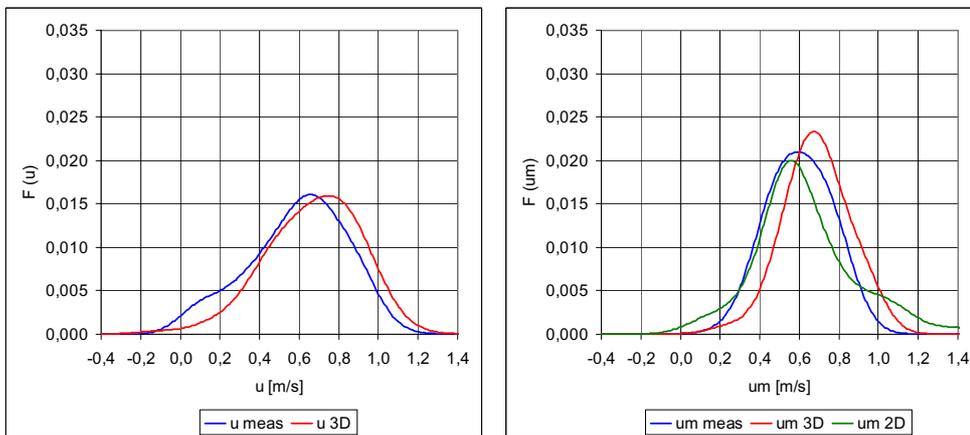


Abb. C.4: V05 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

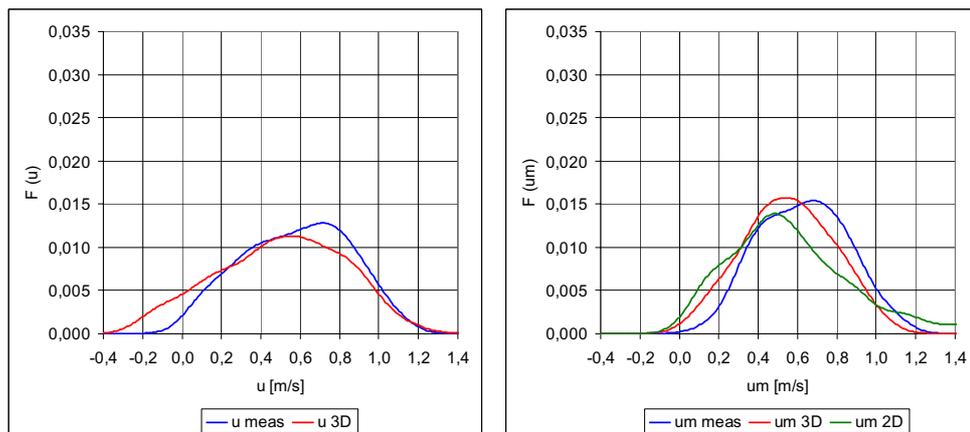


Abb. C.5: V07 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

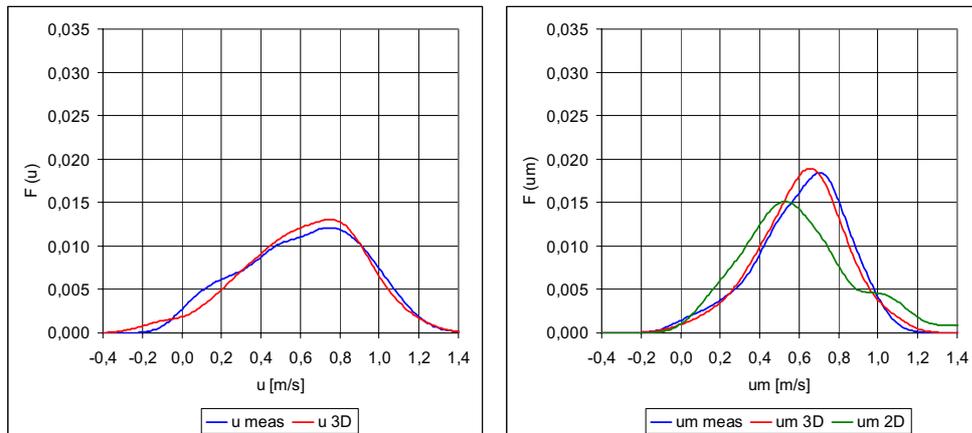


Abb. C.6: V06 – Dichtefunktionen u (links) und u_m (rechts)

C.2 Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} (Vektor) je Versuchsserie

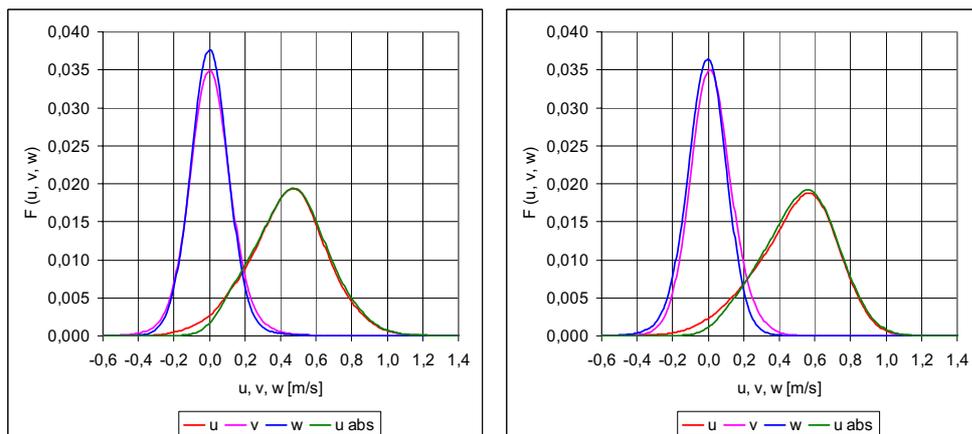


Abb. C.7: Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V03 (links) und V04 (rechts)

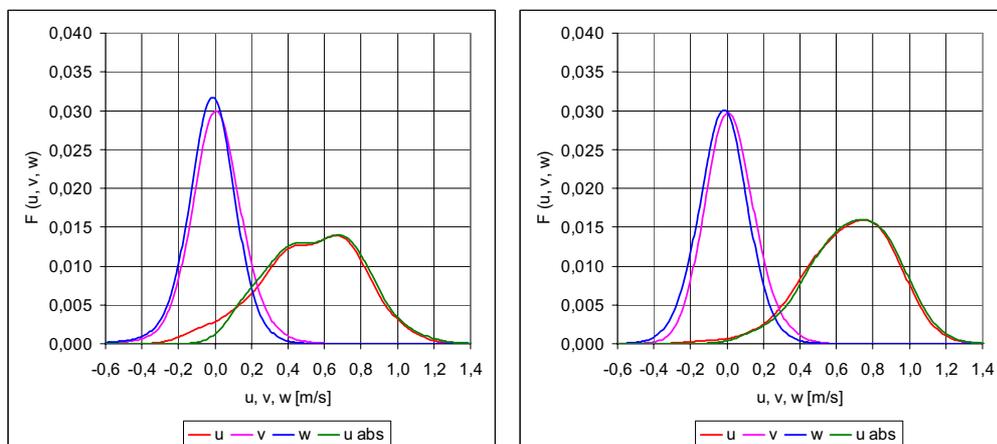


Abb. C.8: Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V02 (links) und V05 (rechts)

C.3 Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} (Vektor) je Abfluss

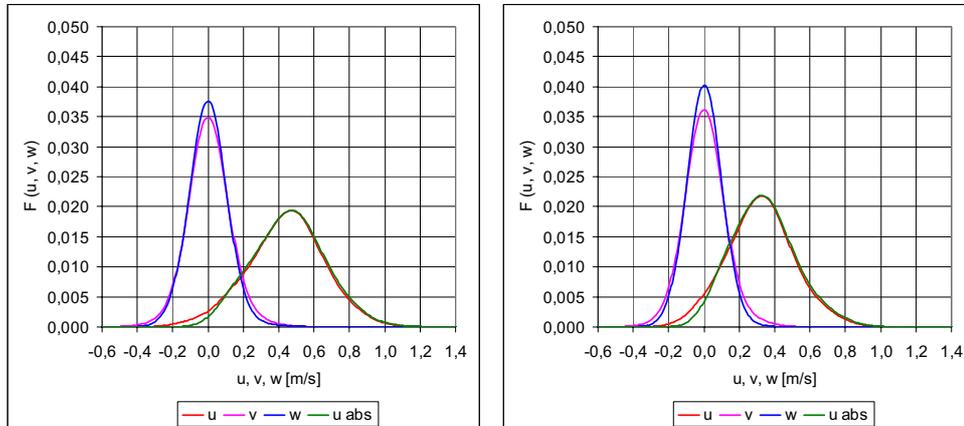


Abb. C.9: Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V03 – 60 l/s (links) und V03 – 40 l/s (rechts)

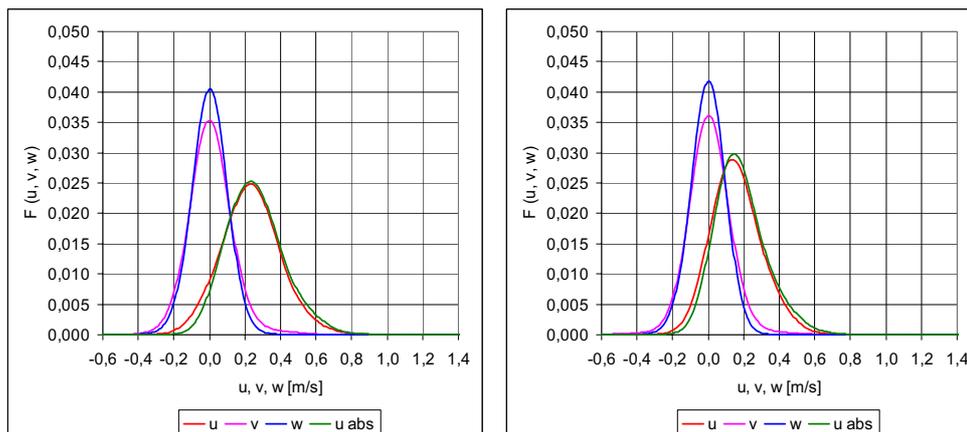


Abb. C.10: Dichtefunktionen u , v , w und u_{abs} für V03 – 20 l/s (links) und V03 – 10 l/s (rechts)

D Oberflächenstruktur und Dichtefunktionen

Die Charakterisierung der Oberflächen erfolgt über die Dichtefunktion der lokalen Höhenabweichungen zur Regressionsebene.

Eine gegebene Oberfläche $z(x, y)$ ist allgemein definiert durch

$$f(x, y) = a + b \cdot x + c \cdot y \quad (\text{D.1})$$

Die Koeffizienten a , b und c sind aus dem gegebenen topografischen Datensatz zu bestimmen.

Die Summe der Abstandsquadrate von der Regressionsebene wird bestimmt aus

$$\varepsilon^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M [z(x_k, y_l) - f(x_k, y_l)]^2 \quad (\text{D.2})$$

$$\varepsilon^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M [z(x_k, y_l) - (a + b \cdot x_k + c \cdot y_l)]^2 \quad (\text{D.3})$$

Die Koeffizienten der Regressionsebene werden durch Minimierung von *Formel D.3* gefunden, die dazu nach den gesuchten Koeffizienten differenziert wird.

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a} = -2 \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M [z(x_k, y_l) - (a + b \cdot x_k + c \cdot y_l)] = 0 \quad (\text{D.4})$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b} = -2 \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M [z(x_k, y_l) - (a + b \cdot x_k + c \cdot y_l)] \cdot x_k = 0 \quad (\text{D.5})$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial c} = -2 \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M [z(x_k, y_l) - (a + b \cdot x_k + c \cdot y_l)] \cdot y_l = 0 \quad (\text{D.6})$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten werden diese Gleichungen linearisiert.

$$aMN + b \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k + c \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M y_l = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M z(x_k, y_l) \quad (\text{D.7})$$

$$a \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k + b \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k^2 + c \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k y_l = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k \cdot z(x_k, y_l) \quad (\text{D.8})$$

$$a \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M y_l + b \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M x_k y_l + c \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M y_l^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M y_l \cdot z(x_k, y_l) \quad (\text{D.9})$$

Die Lösung dieser linearen Gleichungen (Normalgleichungen des Problems) ergeben die Koeffizienten der Regressionsebene.

$$b = \frac{\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N x_k [z(x_k, y_l) - \bar{z}]}{\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N x_k (x_k - \bar{x})} \quad (\text{D.10})$$

$$c = \frac{\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N y_l [z(x_k, y_l) - \bar{z}]}{\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N y_l (y_l - \bar{y})} \quad (\text{D.11})$$

$$a = \bar{z} - b \cdot \bar{x} - c \cdot \bar{y} \quad (\text{D.12})$$

mit

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M x_k \\ \bar{y} &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{l=1}^N y_l \\ \bar{z} &= \frac{1}{MN} \cdot \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M z(x_k, y_l) \end{aligned}$$

Die Regressionsebene $\eta(x, y)$ wird erhalten durch Subtraktion der einzelnen Abweichungen von der Oberfläche.

$$\eta(x, y) = z(x, y) - (a + b \cdot x + c \cdot y) \quad (\text{D.13})$$

Die Regressionsebene besitzt dann folgende Eigenschaften.

$$\sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M (a + b_1 \cdot x + c \cdot y_j) = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M z(x_i, y_j) \quad (\text{D.14})$$

$$\sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M \eta(x_i, y_j) = 0 \quad (\text{D.15})$$

$$\sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M (a + b_1 \cdot x + c \cdot y_j)^2 = \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^M z(x_i, y_j) \cdot (a + b_1 \cdot x + c \cdot y_j) \quad (\text{D.16})$$

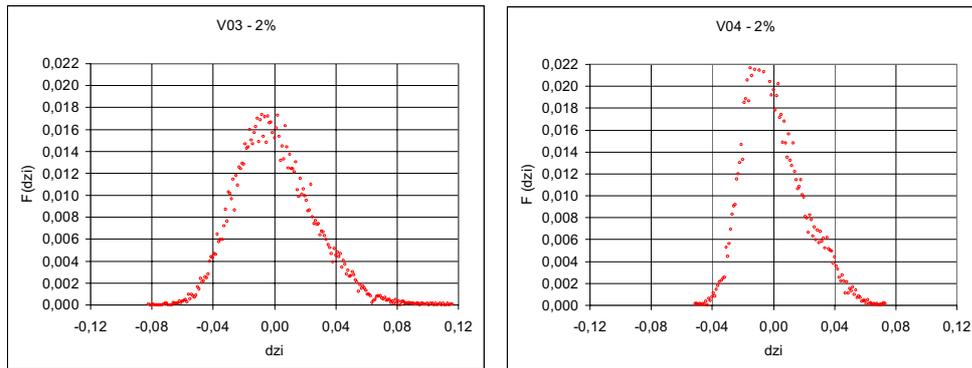


Abb. D.1: Dichtefunktion für Gefälle 2% - V03 (links) mit $s = 0,025\text{m}$, $\sigma = 0,54$ und V04 (rechts) mit $s = 0,019\text{m}$, $\sigma = 0,41$

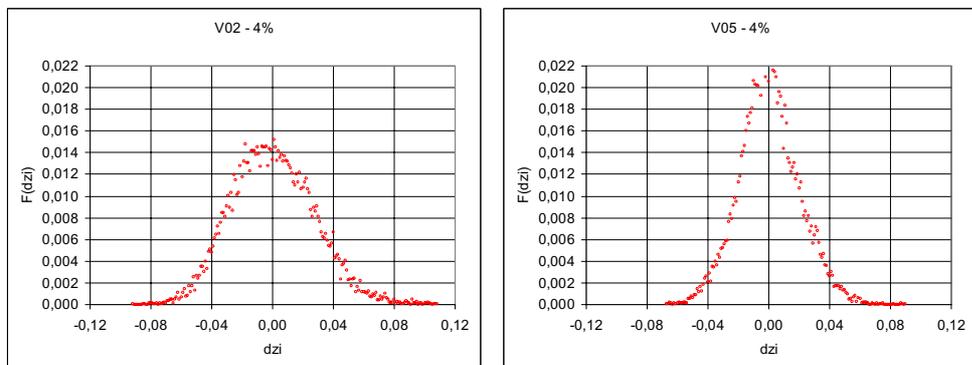


Abb. D.2: Dichtefunktion für Gefälle 4% - V02 (links) mit $s = 0,027\text{m}$, $\sigma = 0,40$ und V05 (rechts) mit $s = 0,020\text{m}$, $\sigma = 0,40$

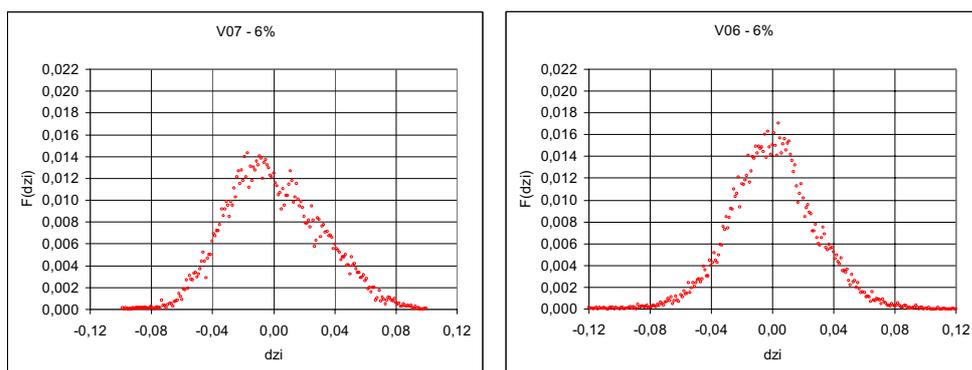


Abb. D.3: Dichtefunktion für Gefälle 6% - V07 (links) mit $s = 0,031\text{m}$, $\sigma = 0,39$ und V06 (rechts) mit $s = 0,028\text{m}$, $\sigma = 0,36$

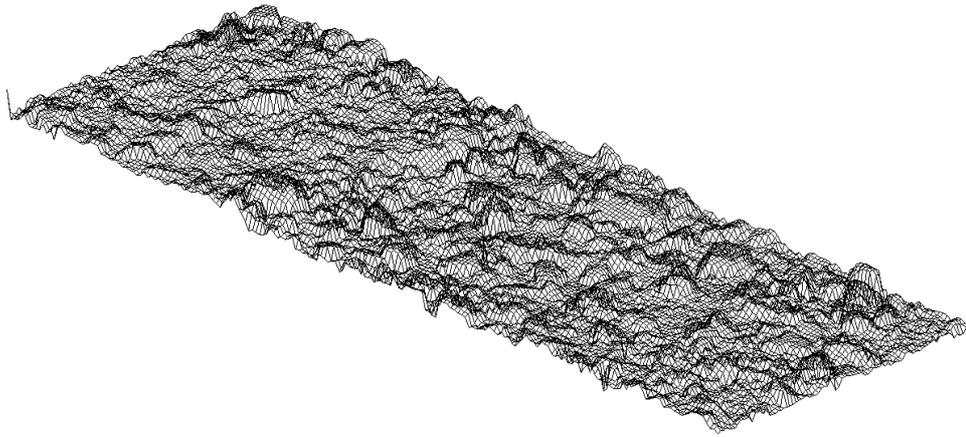


Abb. D.4: Sohlstruktur V03

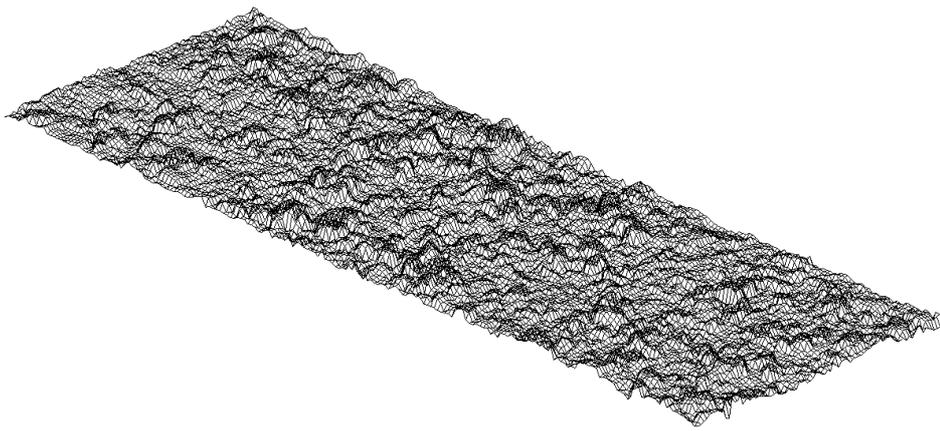


Abb. D.5: Sohlstruktur V04

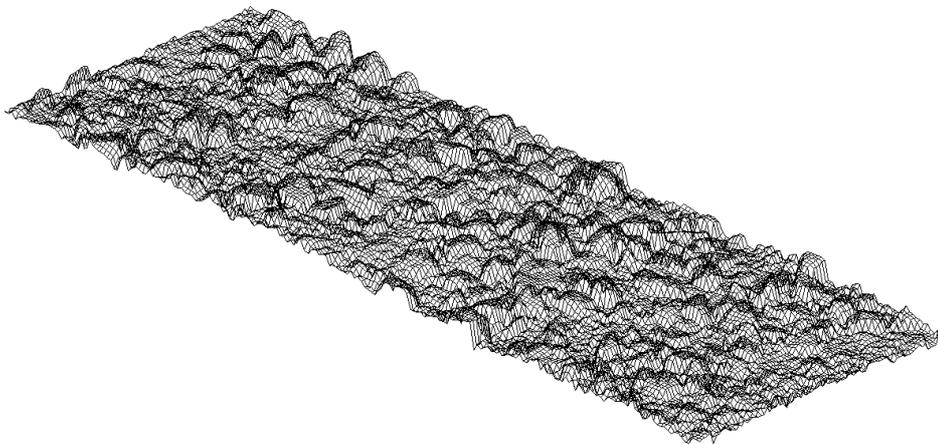


Abb. D.6: Sohlstruktur V02

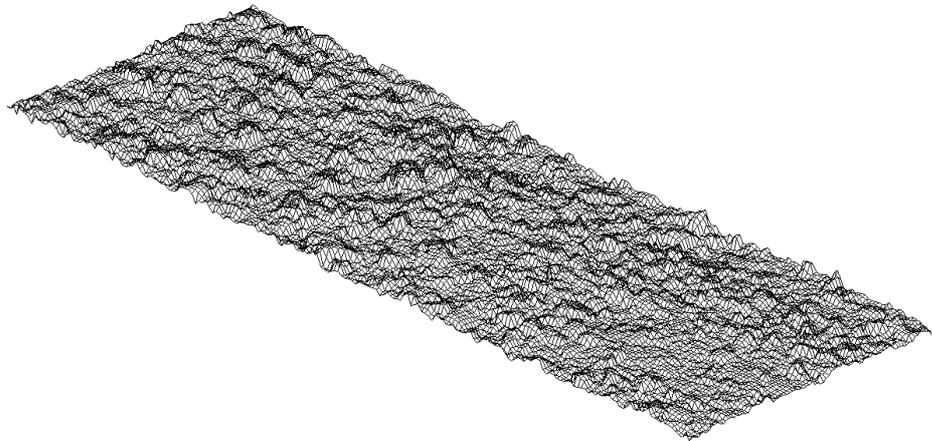


Abb. D.7: Sohlstruktur V05

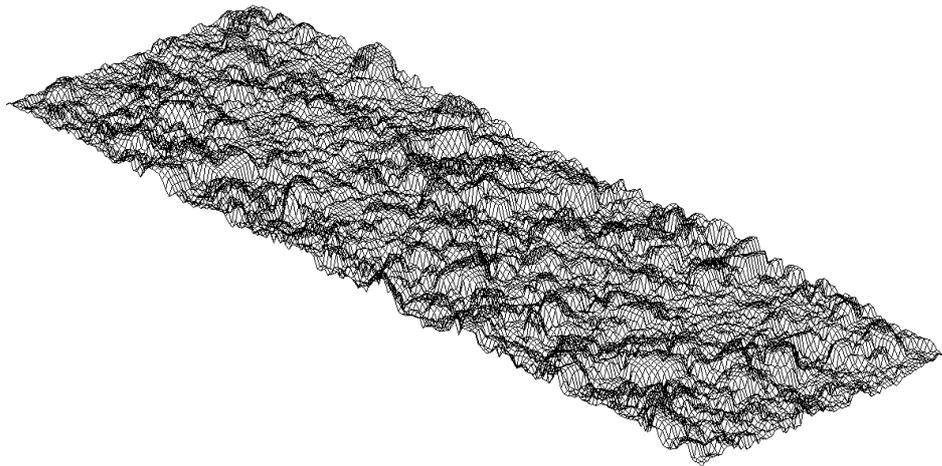


Abb. D.8: Sohlstruktur V07

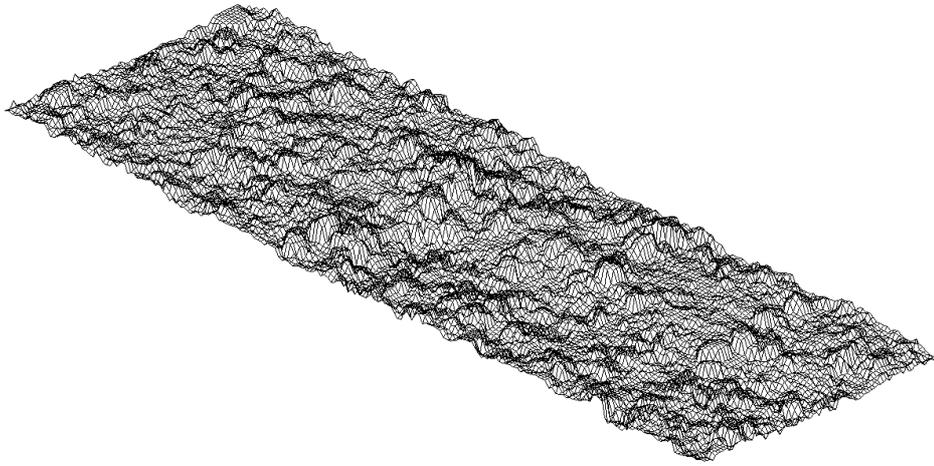


Abb. D.9: Sohlstruktur V06