

**Zur numerischen Simulation des physikalisch nichtlinearen
Kurzzeittragverhaltens von Nadelholz am Beispiel von
Holz-Beton-Verbundkonstruktionen**

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der
BAUHAUS-UNIVERSITÄT WEIMAR

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Marco Grosse
geb. am 27.12.1972
in Friedrichroda

Gutachter:

1. Prof. Dr.-Ing. Karl Rautenstrauch
2. Prof. Dr.-Ing. habil Erich Raue
3. Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske

Tag der Disputation: 18. November 2005

Es ist ein angenehmes Geschäft, die Natur zugleich und sich selbst zu erforschen, weder ihr noch seinem Geiste Gewalt anzutun, sondern beide durch gelinden Wechseleinfluss miteinander ins Gleichgewicht zu setzen.

Johann Wolfgang von Goethe

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur Holz- und Mauerwerksbau der Bauhaus-Universität Weimar. In dieser Zeit wirkte ich maßgeblich an dem F&E-Projekt „Untersuchung des Tragverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddeckenplatten mit neuartigen Verbindungsmitteln“ mit und war für die Durchführung des durch die DFG geförderten Forschungsvorhabens „Numerische Simulation des Tragverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken unter besonderer Berücksichtigung räumlich nichtlinearen Materialverhaltens“ verantwortlich. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mir mit Rat und Tat zur Seite standen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Mentor und Hauptreferenten Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl Rautenstrauch, Leiter der Professur für Holz- und Mauerwerksbau der Bauhaus-Universität Weimar, der mir die Möglichkeit eröffnete und mich stets motivierte, im Bereich Ingenieurholzbau zu promovieren.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue, Professur Massivbau I der Bauhaus-Universität Weimar, und Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske, Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen der Universität Leipzig, danke ich für Ihre Gesprächsbereitschaft, Ihr Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme der Korreferate.

Allen Kolleginnen und Kollegen der Professur Holz- und Mauerwerksbau, insbesondere Herrn Dr.-Ing. Steffen Lehmann und Herrn Dr.-Ing. Roger Schlegel, danke ich für das außerordentlich angenehme und fruchtbare Arbeitsklima, für gewinnbringende Diskussionen und stete Unterstützung.

Den Mitarbeitern der Versuchstechnischen Einrichtung der Bauhaus-Universität Weimar möchte ich herzlich für ihr hohes Engagement und die kreative Mitarbeit bei der Durchführung der Versuche danken.

Auch den Herren Dipl.-Ing. Götz Hüsken, Dipl.-Ing. Tilo Renner, Dipl.-Ing. Harald Gundelwein, Dipl.-Ing. Sebastian Rothe, Dipl.-Ing. Sebastian Conrad und cand.-Ing. Martin Kästner, die als studentische Hilfskräfte oder im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten ihren Teil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich meinen Dank aussprechen.

Ein ganz besonders herzlicher Dank gilt meiner Familie, die in kritischen Phasen durch viel Verständnis und Entgegenkommen einen besonderen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hat.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung und Vorgehensweise	3
1.3	Annahmen und Einschränkungen	5
2	Versuche	7
2.1	Allgemeines zum Holz-Beton-Verbund	7
2.2	Der Brettstapel-Beton-Verbund	8
2.3	Verbindung mittels Flachstahlschloss	9
2.3.1	Slip-Block-Versuch	9
2.3.2	Push-Out-Test erste Serie	13
2.3.3	Push-Out-Test zweite Serie	14
2.3.4	Biegeversuche	16
2.4	Scherversuche mit Nutverbindungen	20
2.5	Druckversuche an gedrunghenen Holzproben	24
2.5.1	Problemstellung	24
2.5.2	Versuchsprogramm und Messtechnik	25
2.5.3	Diskussion der Ergebnisse	27
2.5.4	Ermittlung von Materialparametern	31
3	Der Baustoff Holz	35
3.1	Anatomie des Nadelholzes	35
3.2	Elastomechanische Eigenschaften	39
3.3	Bruch- und Versagensverhalten von Holz	41
3.3.1	Zugbeanspruchung senkrecht zur Faser (Mode I)	41
3.3.2	Zugbeanspruchung parallel zur Faser	44
3.3.3	Schubbeanspruchung	46
3.3.4	Druckbeanspruchung senkrecht zur Faser	49
3.3.5	Druckbeanspruchung parallel zur Faser	50
3.4	Schlussfolgerungen	52
4	Nichtlinearer Berechnungsansatz	55
4.1	Allgemeines	55
4.2	Grundlagen der Plastizitätstheorie	56
4.2.1	Das Fließkriterium	57

4.2.2	Die Fließregel	57
4.2.3	Die Ver- resp. Entfestigungsvorschrift	58
4.2.4	Herleitung des plastischen Dehnungsinkrements	59
4.2.5	Lokale Spannungsrückführung am Integrationspunkt	61
4.3	Das von <i>Mises</i> -Fließkriterium für isotrope Stoffe	63
4.4	Fließkriterien für orthotrope Materialien	65
4.4.1	Hill-Kriterium	65
4.4.2	Verallgemeinertes Hill-Kriterium	67
4.4.3	Allgemein gültige Festigkeitstheorie nach <i>Tsai/Wu</i>	68
4.4.4	Erweiterungen des Tensorpolynoms	74
4.4.5	Mehrflächige Fließbedingungen	77
4.5	Mehrflächige Plastizität	79
4.6	Folgerungen für diese Arbeit	82
5	Räumliches Materialmodell für Holz	83
5.1	Formulierung spezifischer Ver- und Entfestigungsvorschriften	83
5.1.1	Zugversagen senkrecht zur Faser	83
5.1.2	Zugversagen in Faserrichtung	88
5.1.3	Schubversagen	91
5.1.4	Druckbeanspruchung senkrecht zur Faser	93
5.1.5	Druckbeanspruchung parallel zur Faser	99
	Variante 1	99
	Variante 2	102
	Materialparameter	103
5.2	Mehrflächiges Fließkriterium	104
5.2.1	Erkenntnisse aus bisherigen Forschungsarbeiten	105
5.2.2	Faserruptur	105
5.2.3	Faserstauchung	109
	Erste Variante	111
	Zweite Variante	112
5.2.4	Rissbildung parallel zur LT-Ebene	112
5.2.5	Radiale Kompression der Fasern	114
5.2.6	Rissbildung parallel zur LR-Ebene	117
5.2.7	Tangentiale Kompression der Fasern	119
5.2.8	Abbildung von Bauteilfugen	120
5.3	Fließregeln	120
5.4	Fazit	124
6	Numerische Simulationen	125
6.1	Allgemeines	125
6.2	Anwendung des erweiterten Tensorpolynoms	125
6.2.1	Auswirkung des Interaktionsterms auf die plastische Querdehnung	125
6.2.2	Versuche von <i>Hemmer / Ehlbeck et al.</i>	129
6.2.3	Simulation des Projektes B von <i>Keenan</i>	134
6.3	Simulationen von Versuchen mit Holzproben	138

6.3.1	Druckversuche von <i>Poulsen</i>	138
6.3.2	Druckversuche mit vollflächiger Beanspruchung	142
6.3.3	Druckversuche mit Teilflächenbeanspruchung	145
6.4	Simulationen zu HBV-Versuchen	148
6.4.1	Materialmodell für Beton	148
6.4.2	Simulation des Tragverhaltens der Verbindung mittels Flachstahlschloss	150
6.4.3	Simulation der Scherversuche mit Nutverbindungen	151
7	Zusammenfassung und Ausblick	159
7.1	Zusammenfassung	159
7.2	Ausblick	162
A	Versuche	A-1
A.1	Schubverbindungselement Flachstahlschloss	A-1
A.1.1	Slip-Block-Test	A-1
A.1.2	Push-Out-Test erste Serie	A-7
A.1.3	Push-Out-Test zweite Serie	A-11
A.1.4	Biegeversuche	A-17
A.2	Push-Out-Tests mit Nutverbindungen	A-18
A.2.1	Versuchsreihe mit 80° Flankenneigung	A-18
A.2.2	Versuchsreihe mit 90° Flankenneigung	A-20
A.2.3	Versuchsreihe mit 100° Flankenneigung	A-21
A.2.4	Vergleich der Ergebnisse aller Proben	A-22
A.3	Druckversuche an gedrunghenen Holzproben	A-28
A.3.1	Serie mit vollflächiger Beanspruchung	A-28
	Proben mit einer Ausrichtung parallel zur LT-Ebene	A-30
	Proben mit einer Ausrichtung parallel zur LR-Ebene	A-31
	Proben ohne besondere Ausrichtung der Jahrringe	A-33
A.3.2	Serie mit Teilflächenbeanspruchung	A-34
	Proben mit einer Ausrichtung parallel zur LT-Ebene	A-36
	Proben mit einer Ausrichtung parallel zur LR-Ebene	A-37
	Proben ohne besondere Ausrichtung der Jahrringe	A-39
A.3.3	Aufbereitung der Photogrammetriedaten	A-41
B	Formeln	B-1
B.1	Vergleich von Festigkeitskoeffizienten	B-1
B.2	Tensorkonstanten und Festigkeiten für Tannenholz	B-3
B.3	Zusammenstellung von Materialparametern	B-6

Nomenklatur

$\{\varepsilon_{el}\}$	Vektor der elastischen Dehnungen	$[-]$
$\{\varepsilon_{pl}\}$	Vektor der plastischen Dehnungen	$[-]$
$\{\varepsilon_{tot}\}$	Summe aller Dehnungsanteile	$[-]$
ε	Normaldehnung	$[-]$
γ	Verzerrung	$[-]$
κ	Verfestigungsparameter	$[-]$
$\{\sigma\}$	Spannungsvektor	$[\frac{N}{mm^2}]$
σ	Normal- oder Hauptspannung	$[\frac{N}{mm^2}]$
τ	Schubspannung	$[\frac{N}{mm^2}]$
E, G	E-Modul, Schubmodul	$[\frac{N}{mm^2}]$
ν	Querdehnzahl	-
$[D]$	Steifigkeitsmatrix	-
F	Fließkriterium	-
Q	plastisches Potential	-
λ	plastischer Multiplikator	-
f	Festigkeit oder Restfestigkeit I. d. R. mit einem Fußzeiger, um Verwechslungen mit $f(\dots)$ - Funktion von ... zu vermeiden.	$[\frac{N}{mm^2}]$
f_F	Proportionalitäts- oder Fließgrenze	$[\frac{N}{mm^2}]$
Ω	Ver- oder Entfestigungsfunktion bzw. deren skalarer Rückgabewert	-
G^F	Bruchenergie	$[\frac{Nmm}{mm^2}]$
h	Rissbandbreite resp. äquivalente Höhe	$[mm]$
a_{Elem}	Elementhöhe	$[mm]$
H	Verfestigungsmodul	-
a, b	Radien der Hauptachsen einer Ellipse	-
c, d	Koordinaten des Mittelpunktes $M(c, d)$ einer Ellipse	-
F_{max}	Höchstlast oder maximale Belastung in einem Versuch	$[N]$
K_s	Verschiebungsmodul eines Verbindungsmittels	$[\frac{N}{mm^2}]$
R_k	Traglast eines Verbindungsmittels	$[N]$

- *Bedeutung von zusätzlichen Fußzeigern* (wobei auch Kombinationen auftreten können):

L, R, T natürliche Achsen des Holzes: longitudinal, radial, tangential

x, y, z Achsen des kartesischen Koordinatensystems

1, 2, 3 Achsen der Hauptspannungen

In der Literatur werden auch häufig die Komponenten des Spannungsvektors mit einer lfd. Nummerierung $i=1,2, \dots, 6$ versehen. Um Missverständnissen vorzubeugen, wird bei Verwendung dieser Nomenklatur an der entsprechenden Textstelle explizit darauf hingewiesen.

t, c, s Zug, Druck, Schub

$I, II, III\dots$ laufende Nummer von Bereichen

- *Bedeutung der Fußzeiger bei Spannungen*

1. Fußzeiger: Orientierung der Bezugsfläche (Richtung der Flächennormalen)

2. Fußzeiger: Richtung der Spannung

Da die beiden Fußzeiger bei Normalspannungen stets identisch sind, wird als Kurzform nur ein Index geschrieben.

- *Bedeutung der Fußzeiger bei der Bezeichnung von Rissausbreitungssystemen:*

1. Fußzeiger: Orientierung der Rissebene (Richtung der Flächennormalen)

2. Fußzeiger: Rissausbreitungsrichtung

- *Kennzeichnung von Ebenen*

Schnittflächen werden nicht mittels der Flächennormale, sondern durch einen zweistelligen Code gekennzeichnet. Dieser bezeichnet die Richtung der Koordinatenachsen, welche die Ebene aufspannen.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemstellung

Holz ist eines der ältesten und erfolgreichsten Baumaterialien und nach wie vor einer der wichtigsten Rohstoffe. Als natürlicher Rohstoff hat es gegenüber den begrenzten fossilen Ressourcen und Bodenschätzen den Vorteil, dass es ständig nachwächst, sofern die Wälder nachhaltig bewirtschaftet werden. Auf Grund seiner leichten Bearbeitbarkeit sowie des günstigen Verhältnisses zwischen Festigkeit und Gewicht ist Holz vielseitig verwendbar und so beliebt wie kaum ein anderes Material.

Traditionell konnten für das Zimmererhandwerk nur stabförmige Tragelemente für die Aufnahme von Normalkräften oder moderaten Biegemomenten aus den Stämmen gefertigt werden. Durch industrielle Fertigung und leistungsfähige Klebstoffe stehen in der Gegenwart aber zahlreiche konkurrenzfähige, auf dem Rohstoff Holz basierende Werkstoffe (z.B. Brettschichtholz, Furnierschichtholz, Schichtholz, diverse Faserplatten, Brettstapel) zur Verfügung. Neben dem Homogenisierungseffekt, der teilweise auch zu einer Steigerung der Festigkeit führt, ist es vor allem die Tatsache, dass mit diesen Produkten nun flächige Bauteile oder auch beliebig gefügte Querschnitte (T-, I- oder Hohlkasten, blockverleimte Querschnitte) zur Erstellung von Tragwerken genutzt werden können, die dem Ingenieurholzbau die Wettbewerbsfähigkeit zu Bauweisen mit anderen Baustoffen sichert.

Um die heute üblichen, wegen der kurzen Umtriebszeiten relativ kleinen Stammquerschnitte optimal auszunutzen und eine bestmögliche industrielle Trocknung des Schnittholzes zu gewährleisten, ist man im Ingenieurholzbau bestrebt, den Einsatz von Kantholz mit möglichst geringem Querschnitt zu forcieren. Eine weitere Möglichkeit, solches Schnittholz effektiv in biegebeanspruchten Bauteilen einzusetzen und dabei die Tragfähigkeit und Steifigkeit auch bei größeren Spannweiten zu gewährleisten, ist, den Holzquerschnitt mit einer obenliegenden Betonplatte zu einem Verbundträger zu kombinieren. Das dabei zugbeanspruchte Holz und der druckbeanspruchte Beton bieten ein günstiges Tragverhalten. Außerdem lässt sich eine Verbesserung in den Bereichen Gebrauchstauglichkeit (Schwingungs- und Verformungsverhalten) sowie Schall- und Brandschutz erzielen. Diese Deckensysteme können insbesondere im Hinblick auf die komplexen Anforderungen an Deckenelemente im mehrgeschossigen Holzbau, bei Decken mit großen Spannweiten oder hohen Nutzlasten eine ökologische sowie wirtschaftliche Alternative zu üblichen Holzbalkendecken darstellen.

Für die Steifigkeit und Tragfähigkeit des Verbundträgers ist unter anderem die Ausbildung der

Verbundfuge, d.h. die Übertragung der Schubkraft zwischen den Teilquerschnitten, von grundlegender Bedeutung. Im Rahmen eines *F&E*-Projektes wurden verschiedene Ausführungsvarianten exklusiv für die Ausbildung der Verbundfuge zwischen Brettstapelelement und Betonschicht entwickelt und untersucht. Auf die durchgeführten Experimente einer dieser Varianten, die Verbindung mittels Flachstahlschloss, für welche mittlerweile eine Allgemeine Bauaufsichtliche Zulassung vorliegt [21], wird in der Arbeit noch näher eingegangen.

Solche Versuche bilden nach wie vor eine wichtige Grundlage des Bauingenieurwesens. Erst durch experimentelle Untersuchungen können die physikalischen Eigenschaften von Baumaterialien bestimmt oder verlässliche Aussagen zur Tragsicherheit von Bauteilen unter Berücksichtigung streuender Einflussgrößen getroffen werden. Es ist aber festzustellen, dass mit Hilfe herkömmlicher mechanischer oder elektronischer Messtechnik allein nur wenige Informationen aus einem Versuch gewonnen werden können. So sind meist nur die aufgebrachte Belastung, Verschiebungen weniger ausgewählter Punkte bezüglich einer definierten Messbasis und integrale Dehnungsmessungen an diversen Stellen möglich. Um die Aussagekraft der Versuche zu verbessern, könnte die Messstellendichte erhöht werden. Eine nahezu aufwandsneutrale Verdichtung der Messpunkte ist auf Grundlage berührungsloser Verfahren, wie z.B. der Industriephotogrammetrie, möglich.

Trotz des enormen Aufwandes bei der Applizierung der Messtechnik ist jedoch der Kräftefluss im untersuchten Bauteil nicht direkt bestimmbar. Er ist nur durch ein ingenieurmäßiges Verständnis aus den Messdaten und der Bauteilreaktion interpretierbar. Weiterhin gelten die aus dem Experiment gewonnenen Erkenntnisse nur für die durch den Versuch festgelegten Randbedingungen und sind grundsätzlich nicht ohne Einschränkungen auf reale Einbaubedingungen und abweichende Materialqualitäten übertragbar.

Sehr hilfreich wäre die Möglichkeit, begleitende numerische Simulationen zu den Versuchen vornehmen zu können. Durch die Verifizierung des mathematischen Modells anhand der gewonnenen Versuchsergebnisse können der Kräftefluss sowie die Verteilung der Spannungen und Dehnungen realitätsbezogen berechnet und visualisiert werden. Im Modell bereitet es keine Schwierigkeiten, die Randbedingungen und Materialeigenschaften zu variieren. Um den Einfluss verschiedener Parameter zu klären, sind ohne derartige Voruntersuchungen zahlreiche Versuche notwendig, wodurch dieses Vorgehen kostenintensiv wird. Durch begleitende numerische Simulation können aber Auswirkungen der Variationen von Materialgütern und geometrischer Parameter im Voraus berechnet und damit Versuche eingespart werden. Dieses Vorgehen eröffnet also die Möglichkeit, den Versuchsaufbau zu verbessern oder auch das zu untersuchende Bauteil zu optimieren.

Durch experimentelle Untersuchungen soll neben der im Bereich der Gebrauchslast zumeist linearen Kraft-Verformungs-Beziehung ebenso die Grenztragfähigkeit bestimmt und eine Aussage zu Tragreserven im postkritischen Bereich getroffen werden. Mithin ist es bei der adäquaten numerischen Simulation nicht mehr ausreichend, das Material allein mit Hilfe der Elastizitätstheorie zu beschreiben. Vielmehr muss für die Abbildung des Tragverhaltens oberhalb des Gebrauchslastbereiches und für die Berechnung von Versagensmechanismen der Konstruktion die progressive Festigkeitsdegradation der beteiligten Materialien in Abhängigkeit von Beanspruchungsart und -richtung einbezogen werden.

Im Gegensatz zu anderen ingenieurtechnischen Bereichen hat sich diese Strategie im Bauwesen aber noch nicht durchgesetzt, was vor allem auf das Fehlen von konstitutiven Materialmodellen zurückzuführen ist, mittels derer ein realistisches Versagen der Werkstoffe berücksichtigt werden kann. Insbesondere basieren Traglastberechnungen für den Baustoff Holz, welches vom Menschen schon seit tausenden Jahren zu baulichen Zwecken verwendet wird, immer noch auf zumeist

stark vereinfachenden, teilweise empirischen Ingenieurmodellen. Holz ist aber ein hoch komplexer Werkstoff und liefert interessante Ansatzpunkte für wissenschaftliche Forschungen. Umso erstaunlicher ist es, dass bislang noch kein allgemeingültiges konstitutives Materialmodell entwickelt wurde, welches die Erkenntnisse zur charakteristischen Festigkeitsentwicklung bei den einzelnen Beanspruchungsmodi, die bei einem allgemeinen räumlichen Spannungszustand auftreten können, berücksichtigt.

1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Dass durch eine numerische Simulation eine realistische Aussage zum Tragverhalten einer Konstruktion getroffen und durch die Einbeziehung nichtlinearer Materialmodelle auch deren Versagen charakterisiert werden kann, wird im Rahmen der Arbeit unter anderem anhand von Holz-Beton-Verbundbauteilen demonstriert. Verbundbauteile erscheinen in diesem Kontext besonders interessant, da bei ihnen das Materialverhalten mehrerer Baustoffe zu berücksichtigen ist. Zudem handelt es sich bei dem Holz-Beton-Verbund um eine innovative und zukunftssträchtige, aber noch relativ unbekannt Bauweise. Daher liegen noch keine ausreichenden Erfahrungswerte zur Beurteilung solcher Konstruktionen und insbesondere der Verbindungstechniken vor, so dass gerade auf diesem Gebiet noch reichlich Forschungsbedarf besteht. Die vorliegende Dissertation umfasst daher drei Schwerpunkte:

- die Durchführung von Versuchen mit speziellen Schubverbindungselementen für Brettstapel-Beton-Verbunddecken,
- die Entwicklung eines Materialmodells für Nadelholz, um dessen spezifisches Versagen in numerischen Simulationen erfassen zu können,
- sowie die Verifikation des Modelles anhand von Versuchsergebnissen und die Nachrechnung der durchgeführten Versuche.

Um eine effiziente, kraftschlüssige Verbindung zwischen einem Brettstapel und einer mineralischen Deckschicht realisieren zu können, sind spezielle Verbindungsmittel notwendig. Das als Schubverbindungselement eingesetzte Flachstahlschloss stellt kein übliches im Holz- oder Verbundbau verwendetes und in DIN 1052 bzw. entsprechenden Normen geregeltes Verbindungsmittel dar. Deswegen waren zunächst verschiedene experimentelle Untersuchungen notwendig, um das Trag- und Verformungsverhalten zu belegen und die rechnerische Modellierung abzugleichen. Vorab wurden Kurzzeitscherversuche (Slip-Block- und Push-Out-Versuche) ausgeführt, welche die Grundlage für die anschließend durchgeführten Biegeversuche bildeten. Die Aufbauten der beiden Scherversuche und des Biegeversuches sind durch distinktive Randbedingungen resp. Beanspruchungszustände am Flachstahlschloss gekennzeichnet, so dass deren Auswirkungen auf das Tragverhalten beurteilt werden können.

Ein weiteres, häufig für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen eingesetztes Schubverbindungselement, ist die auf einen Vorschlag von *Natterer* zurückzuführende Nutverbindung. So finden sich in Norm DIN ENV 1995-2 einige wenige Angaben zur konstruktiven Ausbildung und zum Nachweis des Anschlusses; hingegen ist der für die Berechnung eines nachgiebig gefügten Verbundträgers notwendige Verschiebungsmodul nicht angegeben. Trotz intensiver Forschung anderer Wissenschaftler zu dieser Verbindung wurden bis dato noch keine gesicherten Aussagen zum

Verschiebungsmodul, Versagensmechanismen oder gar Traglastkurven veröffentlicht. Dies machte es erforderlich, auch für die Nutverbindung eine eigene Versuchsreihe durchzuführen.

Üblicherweise werden bei Nutverbindungen die Flanken der eingeschnittenen Kerfen nach außen geneigt. Bei den Schubverbindungen von *Holuton*[®]-Deckenelementen sind die Flanken dagegen um 10° nach innen geneigt, um den Anschluss prinzipiell ohne eine Zugverankerung ausführen zu können. Mit solchen Anschlüssen wurden bislang ebenfalls noch keine Versuche durchgeführt. Das Versuchsprogramm der Nutverbindungen wurde daher auf drei Testreihen mit Flankenneigungen von 80°, 90° und 100° erweitert, um einen möglichen Einfluss derselben auf das Tragverhalten klären zu können.

Den untersuchten Anschlüssen mittels Flachstahlschloss oder Nutverbindung ist gemein, dass die Schubkraft über Kontaktpressung in das Holz eintragen wird. Dieses Prinzip der Lasteinleitung findet sich im Holzbau sehr häufig, vor allem traditionelle zimmermannsmäßige Anschlüsse (wie Versätze, Zapfen, Hakenblatt, Schwalbenschwanz) sind dadurch geprägt. Erstaunlicherweise fand das Kontaktproblem in der einschlägigen Literatur bisher aber keine Beachtung. Um das Verhalten der Kontaktfuge resp. der Holzfasern im Lasteinleitungsbereich im numerischen Modell berücksichtigen zu können, waren weitere Experimente notwendig. Es wurden zwei Versuchsreihen mit kleinformatischen Holzdruckwürfeln durchgeführt, eine mit vollflächiger Lasteinleitung und eine zweite mit Teilflächenbelastung. Im Rahmen dieser Experimente sollten gleichzeitig noch Erkenntnisse zum Versagen des Holzes infolge longitudinaler Druckbeanspruchung gewonnen werden. Die wirklichkeitsnahe Abbildung der Fugen zwischen den Baustoffen ist ebenfalls erforderlich, um Kräfteumlagerungen durch ein Öffnen und/oder Abgleiten der Kontaktflächen zu erfassen.

Um das durch die Versuche bestimmte nichtlineare Tragverhalten und die Versagensmechanismen der Schubverbindungselemente in Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen simulieren zu können, ist es unabdingbar, das aus Werkstoffschädigungen resultierende Spannungs-Dehnungsverhalten der beteiligten Materialien zu erfassen. Für Stahl, als Grundwerkstoff der meisten Verbindungsmittel im Holzbau sowie die Betonbewehrung, steht mit der im verwendeten FE-Programm *ANSYS* enthaltenen *von Mises*-Theorie eine gesicherte Formulierung zur Verfügung. Für den Beton wird ein auf der Arbeit von *Hintze* [51] basierender und von *Schlegel* [104] um die Festigkeitsdegradation erweiterter Ansatz verwendet.

Bis dato ist aber noch kein Materialmodell verfügbar, welches das komplexe, vom Beanspruchungsmodus abhängige nichtlineare Tragverhalten des anisotropen Werkstoffes Holz abzubilden vermag. Wesentliches Ziel der Arbeit ist es daher, ein konstitutives Materialmodell für Nadelholz zu entwickeln und dieses in das Programmsystem *ANSYS* zu implementieren. Die Formulierung soll nicht auf ein ebenes Problem beschränkt werden, sondern die Interaktion aller 6 Komponenten des räumlichen Spannungszustandes erfassen und den Verlauf der entsprechenden Ver- bzw. Entfestigungen berücksichtigen. So können verschiedene holzbauspezifische Verbindungstechniken in Abhängigkeit von dem Kraft-Faser-Winkel, der Materialgüte und den Einbaubedingungen abgebildet werden. Durch die Einbeziehung der Rissentwicklung wird die Möglichkeit eröffnet, alle Bereiche mit hohen Spannungskonzentrationen in hölzernen Bauteilen zu untersuchen. Damit kann dieses Materialmodell auch als Grundlage für die Tragfähigkeitsuntersuchung von Querschlüssen, Ausklinkungen und Durchbrüchen dienen. Darüber hinaus ist eine Erweiterung zur Berücksichtigung von zeitabhängigem Materialverhalten möglich, im Rahmen der Arbeit aber nicht vorgesehen.

Zur Verifikation des Materialmodells werden die eigenen und durch andere Forschungsgruppen veröffentlichte Versuchsergebnisse herangezogen.

1.3 Annahmen und Einschränkungen

Holz ist ein inhomogener, anisotroper und stark poröser Werkstoff. Seine mechanischen Eigenschaften werden vorwiegend durch die Rohdichte, Holzfeuchtigkeit und Holzart bestimmt. Das entwickelte Materialmodell ist aber auf Grund der umgesetzten Versagensmechanismen uneingeschränkt nur für Nadelholz gültig.

Holz ist ferner mit vielen makroskopischen Fehlern, wie Ästen, Rissen und Faserabweichungen, durchzogen. Diese beeinflussen sehr nachteilig die Qualität des Werkstoffs. Im Materialmodell werden derartige Mängel vernachlässigt. Es wird von makroskopisch fehlerfreiem Material ausgegangen.

Auf makroskopischer Ebene kann außerdem orthotropes Verhalten bezüglich der natürlichen Achsen des Holzes, die ein zylindrisches Koordinatensystem beschreiben, unterstellt werden. In den natürlichen Achsen longitudinal (L) zum Stamm, radial (R) und tangential (T) zu den Jahresringen sind nicht nur die Steifigkeitsverhältnisse sondern auch die Bruchfestigkeiten, Versagensmechanismen und Festigkeitsdegradationen stark unterschiedlich.

Die mathematische Modellierung basiert auf der klassischen Kontinuumsmechanik. Sowohl die mechanischen Eigenschaften des Materials als auch Schädigungen werden daher verschmiert. Mit diesem Ansatz wird ein Riss also nicht diskret abgebildet, sondern durch seine Auswirkung auf das Spannungs-Deformations-Verhalten beschrieben. Vereinfacht ausgedrückt, die in der Realität auftretende Rissöffnung wird in Form von plastischen Dehnungen über ein Element gemittelt.

Im Rahmen der Arbeit wurde ausschließlich das quasistatische Kurzzeittragverhalten von Versuchskörpern untersucht und simuliert. Daher mussten keine rheologischen oder hygroskopischen Eigenschaften der beteiligten Werkstoffe beachtet werden. Folglich sind keine Ansätze implementiert, die ein solches Materialverhalten berücksichtigen. Das Materialmodell ist aber in Abhängigkeit von Eingangsparametern formuliert, mit deren Hilfe das Spannungs-Dehnungs-Verhalten an Versuchskurven angenähert werden kann. Mithin ist auch eine Anpassung an separate, aber konstante klimatische Bedingungen und unterschiedliche Materialqualitäten möglich.

Kapitel 2

Versuche

2.1 Allgemeines zum Holz-Beton-Verbund

Durch die Kombination eines Holzquerschnitts mit einer darüber liegenden mineralischen Deckschicht zu einem Verbundträger kann die Tragfähigkeit und Biegesteifigkeit dieser Konstruktion wesentlich erhöht werden. Aus dem Zusammenwirken der Teilquerschnitte resultiert neben der reinen Biegebeanspruchung auch eine Normalkraftbeanspruchung der einzelnen Schichten und eine Schubkraft in der Verbundfuge.

Wird der Schubfluss in der Verbundfuge durch mechanische Verbindungsmittel übertragen, treten im Gegensatz zum steif verbundenen Querschnitt gegenseitige Relativverschiebungen der Teilquerschnitte auf. Dadurch ist ein Ebenbleiben des Gesamtquerschnittes nicht gewährleistet und somit eine grundlegende Bedingung der technischen Biegetheorie nicht erfüllt. Bei einem Verbundträger handelt es sich also um ein Tragwerk, welches durch die punktuelle Schubkopplung zweier homogener Teilquerschnitte entstanden ist. Dieses Tragwerk bildet als Ganzes ein innerlich hochgradig statisch unbestimmtes System. Eine Bestimmung der Schnittgrößen in den Einzelträgern ist also nur bei realitätsnaher Abbildung der Steifigkeitsverhältnisse und der durch die Verbindungsmittel bedingten Kopplungen hinsichtlich der Lage und der Nachgiebigkeit möglich.

Für die Schnittgrößenermittlung im Rahmen von statischen Berechnungen von nachgiebig gefügten biegebeanspruchten Verbundkonstruktionen stehen verschiedene analytische oder numerische Verfahren zur Verfügung. Kriterien, die bei der Wahl des statischen Ersatzsystems zu berücksichtigen sind, wurden in den eigenen Veröffentlichungen [40] [93] [41] ausführlich diskutiert. Da die Verbindungsmittelabstände meist sehr groß sind, empfiehlt sich die Modellierung als Rahmenmodell. Damit können der Einfluss der diskontinuierlichen Anordnung der Verbindungsmittel auf die Gesamtbiegesteifigkeit und auch die örtlich auftretenden Schnittkraftsprünge vorteilhaft erfasst werden. In diesem Kontext wurde auch ein Bemessungsvorschlag unterbreitet, wie das Langzeittragverhalten solcher Konstruktionen eingeschätzt werden kann [44].

Die Aussagefähigkeit der Ergebnisse einer solchen Berechnung hängt aber wesentlich von der Wahl der Eingangsparameter ab. Bei Verbundkonstruktionen sind neben den Eigenschaften der Werkstoffe auch Nachgiebigkeit und Tragfähigkeit der verwendeten Verbindungsmittel einzubeziehen. Sollen spezielle Schubverbundelemente eingesetzt werden, muss deren Tragverhalten entweder durch Versuche im Rahmen einer Allgemeinen Bauaufsichtlichen Zulassung bzw. Zulassung im Einzelfall oder durch eine normenkonforme Nachweisführung belegt werden. Die experimentelle Bestimmung des Tragverhaltens erfolgt üblicherweise an relativ kleinen Scherkörpern in Anleh-

nung an DIN EN 26.891. Dieses Vorgehen wird in den folgenden Abschnitten anhand der eigenen Versuche mit Schubverbindungselementen für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen erläutert.

2.2 Der Brettstapel-Beton-Verbund

Brettstapelelemente bestehen aus hochkant stehenden, dicht an dicht nebeneinander angeordneten Brettern oder Bohlen, die durch eine kontinuierliche Nagelung oder Hartholzdübel verbunden sind. So entstehen massive flächige Bauteile, welche als Platten oder Scheiben eingesetzt werden können. Der Brettstapel bietet folgende Vorteile:

- er ist einfach und wirtschaftlich herstellbar
- die Vorfertigung ganzer Decken- und Wandelemente ist realisierbar
- der Einsatz aller Holzsortimente, ebenfalls Seitenware ist möglich
- sehr gute bauphysikalische Eigenschaften
- ausgezeichnete Öko- und Energiebilanz
- geringere Deckenhöhen gegenüber Holzbalkendecken

Für Decken kommen üblicherweise Bretthöhen von 12 *cm* bis 24 *cm* zum Einsatz. Damit können in Wohnräumen bis zu 10 *m* und in Versammlungsräumen bis zu 8 *m* problemlos überspannt werden. Sollen die Bretthöhen jedoch auf ein Minimum reduziert werden, besteht die Möglichkeit, eine Aufbetonschicht schubfest mit dem Brettstapel zu verbinden.

Holz-Beton-Verbundsysteme wurden bisher hauptsächlich für Brücken oder für die Sanierung von Holzbalkendecken in Form von Plattenbalkenquerschnitten eingesetzt. In der Schubfuge kamen vor allem stiftförmige Verbindungsmittel (Nägel, Dübel, klassische aber auch spezielle Schrauben: *TIMCO* und *SFS*, eingeleimte Zuganker) zur Anwendung. Ein wesentlicher Nachteil der stiftförmigen Verbindungsmittel ist neben der relativ geringen Tragfähigkeit unter Scherbeanspruchung deren geringer Verschiebungsmodul, so dass hauptsächlich bei Plattenbauteilen eine große Zahl von Verbindungsmitteln benötigt wird. Der daraus resultierende enorme Herstellungsaufwand ist ein nicht zu unterschätzender Kostenfaktor. Zur Prävention des Spaltens sind für stiftförmige Verbindungsmittel außerdem Mindeststrandabstände einzuhalten, die bei schmalen Schnittholz, insbesondere bei den hochkant angeordneten Brettlamellen im Brettstapel, nicht immer eingehalten werden können.

Im Rahmen eines Forschungs- und Entwicklungsvorhabens wurden verschiedene neuartige mechanische Verbindungsmittel zur Aufnahme der Schubkräfte in der Verbundfuge von Brettstapel-Beton-Verbunddeckenplatten untersucht. Eine Übersicht zu den Varianten ist in Tab. 2.1 gegeben. Die sehr umfangreichen Versuche können im Kontext dieser Arbeit nicht eingehend diskutiert werden. Eine ausführliche Beschreibung und Auswertung der Experimente wurde im Forschungsbericht [95][94] und auch in zahlreichen Veröffentlichungen geliefert [42] [96] [71] [72]. An dieser Stelle wird ausschließlich eine kompakte Übersicht zu den Versuchen mit Flachstahlschlössern ohne aufgestellte Brettlamellen gegeben, da sich diese Variante als eine der effizientesten Anschlüsse herausstellte. Das Tragverhalten der außerdem sehr wirtschaftlich herstellbaren Schubverbindung soll später unter Verwendung eines nichtlinearen numerischen Modells reproduziert werden.

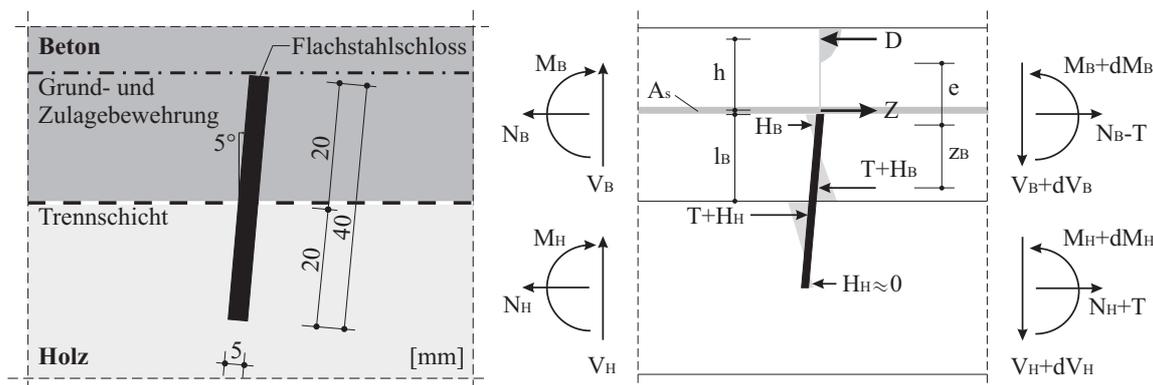


Abbildung 2.1: Anschlussdetail des Flachstahlschlusses sowie Kräftegleichgewicht am und im Restquerschnitt über dem Schubverbindungselement

2.3 Verbindung mittels Flachstahlschloss

Bei den Flachstahlschlössern handelt es sich um verzinkte Flachstähe ($S 235 JR$ nach Norm DIN EN 10.027) mit der Querschnittsabmessung $5/40$ mm, die quer zur Spannrichtung der Brettla-mellen in vorbereitete, 5° gegenüber der Vertikalen geneigte Sägeschnitte straff eingetrieben werden (Abb. 2.1). Im Gegensatz zu den bei Holz-Beton-Verbundkonstruktionen i.d.R. geneigt ein-gebauten stiftförmigen Verbindungsmitteln (*SFS*, *TIMCO*, Holzschrauben) werden die Flachstahlschlösser bei der Schubkraftübertragung hauptsächlich auf Biegung beansprucht. Im Gebrauchs-lastbereich können die Stähle nach Aushärten der mineralischen Deckschicht auf Grund der höhe-ren Steifigkeit als vorwiegend im Beton eingespannt angesehen werden. Bei nicht ausreichender Druckkraft in der Betonschicht ist daher über den Schlössern eine Bewehrung erforderlich, um die Zugkraft infolge der Hebelwirkung des Flachstahles aufzunehmen (Abb. 2.1). Anderenfalls wird der Restquerschnitt über dem Schloss infolge zu hoher Zugkräfte versagen (siehe Anhang A - Abb. A.1).

2.3.1 Slip-Block-Versuch

Zur Bestimmung des Kraft- Verformungsverhaltens im linear elastischen als auch postkritischen Bereich sowie der Versagenslast und -mechanismen aller in Tab. 5.1 aufgeführten Ausführungs-varianten wurden zunächst Block-Schubtests mit nur einer Verbundfuge an kleinformatigen Prüfkör-pern, $L/H/B 50/(8+12)/35$ [cm], ausgeführt. Der prinzipielle Versuchsaufbau mit den Messstellen ist in Abb. 2.2 skizziert. Die Lastaufbringung erfolgte kraftgesteuert mit einem Ent- und Wiederbe-lastungszyklus in Anlehnung an Norm DIN EN 26.891. Es ist zu beachten, dass die Darstellungen in Abb. 2.1 der Einbaulage in einer Deckenplatte entsprechen, der Scherversuch aber auf der Be-tonplatte liegend (also um 180°) gedreht ausgeführt wurde.

Die Qualität des verwendeten Holzes entsprach der Sortierklasse S10 und orientierte sich somit an praxisüblichem Material. Für die mineralische Deckschicht wurde ein Beton mit ge-bräuchlichem Mischungsverhältnis verwendet. Da der Frischbeton unter Laborbedingungen her-gestellt und verdichtet wurde, resultierte aber eine recht hohe mittlere Würfeldruckfestigkeit von $b_{W28} = 44,3 N/mm^2$. Die Eigenschaften der verwendeten Baustoffe sind in Tab. A.1 zusammen-gefasst.

Typ	Schubverbindung	Piktogramm	
HVS/F	Flachstahlschloss ohne aufgestellte Brettlamelle		
HVS/FL	Flachstahlschloss mit aufgestellter Brettlamelle		
HVS/LB	zwischen Lamellen eingenaagelte Lochbleche		
HVS/BN	äquidistante Betonnocken in aufgestellter Lamelle		
HVS/FR	Flachstahlschloss in Baurundholz		

Tabelle 2.1: Im Rahmen eines F & E-Projektes speziell für die Anwendung in Brettstapel-Beton-Verbunddecken untersuchte Varianten der Schubkraftübertragung

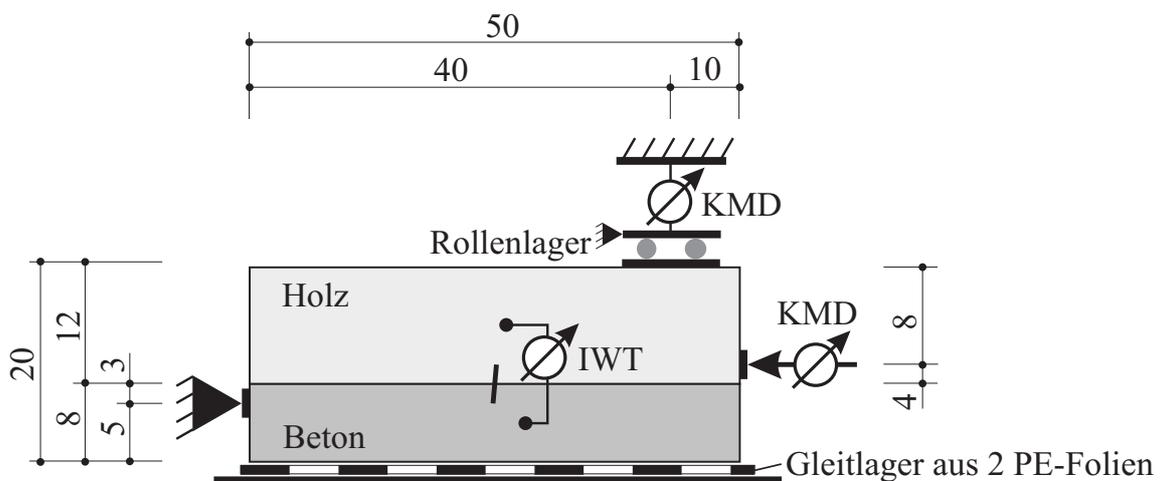


Abbildung 2.2: Versuchsaufbau des Slip-Block-Tests, Breite des Probekörpers $b = 35 \text{ cm}$

Die vertikale Kraft wurde unter Verwendung einer Handpumpe über eine Hydraulikpresse in das Holz eingeleitet und mittels einer Kraftmessdose erfasst. Bei diesem Versuchsaufbau ist eine senkrecht zur Fuge gerichtete Reaktionskraft notwendig, um das aus dem horizontalen Versatz von Lasteinleitungspunkt zu Widerlager resultierende Exzentrizitätsmoment ausgleichen zu können. Im Gegensatz zu anderen Arrangements eröffnet der Slip-Block-Test aber die Möglichkeit, diese Kraft messen zu können. Die eintretenden Relativverschiebungen zwischen Holz und Beton wurden während des Versuchsverlaufs unter Verwendung von induktiven Wegaufnehmern (IWT) aufgezeichnet; die Messung erfolgte an beiden Seiten der Probe.

Durch die Versuche wurden für die Verbindung eine sehr hohe Steifigkeit und Tragfähigkeit sowie ein gutes duktilen Verhalten im postkritischen Bereich ermittelt; eine typische Traglastkurve ist in Abb. 2.3 dargestellt. Bei den hier untersuchten Flachstahlschlössern ist die aufnehmbare Scherkraft und somit auch der Verschiebungsmodul linear abhängig von der Breite der Schubverbindung, so dass die angegebenen Werte mit dem Faktor $100/35 = 2,857$ auf eine Breite des Deckenstreifens von einem Meter umgerechnet werden können. Die Höchstlast betrug im Mittel $\bar{F}_{max} = 95,4kN/VM \hat{=} 272,7kN/m$ und stimmte damit sehr gut mit der vorher prognostizierten Traglast von $F_{est} = 100kN/VM$ überein. Der Mittelwert des Verschiebungsmoduls ergab sich zu $\bar{K}_s = 164,0kN/mm \hat{=} 468,6kN/mm * m^{-1}$ und liegt deutlich über dem bisher verwendeter stiftförmiger Verbindungsmittel. Eine ausführliche statistische Auswertung für die Versuchsreihe ist im Anhang A, Tab. A.2 und A.3 zusammengestellt.

Um später die Qualität der Simulationen belegen zu können, ist es besonders wichtig, die im Versuch beobachteten Versagensmechanismen zu beschreiben. Nach der Versuchsdurchführung wurden die Scherkörper vorsichtig zerlegt und die Schädigungen fotografisch dokumentiert. Ein typisches Bruchbild ist in Abb. 2.4 dargestellt. Augenscheinlich konnten am Schloss selbst keine bleibenden Verformungen diagnostiziert werden. An den Flanken des Sägeschnittes wiesen keine Quetschfalten auf ein Druckversagen der Holzfasern. Allerdings wurden die Schlösser während des Versuches etwas aus der geneigten in eine bleibende steilere Lage gedrückt, was plastische Verformungen des Holzes belegt. Die Vorholzlänge war so bemessen, dass kein Abscheren der Brettlamellen auftreten sollte. Daher waren bei keinem Versuchskörper Schubrisse im Holz festzustellen.

Aus Abb. 2.3 resp. den Diagrammen im Anhang A ist zu erkennen, dass schon bei einer Beanspruchung deutlich unterhalb der Traglast eine Abweichung von der Proportionalität zu verzeichnen ist. Dieses Verhalten ist vor allem auf eine zunehmende Schädigung des Betons in dem Bereich zurückzuführen, auf den vom Schloss über Kontaktpressung die Schubkraft übertragen wird (im Versuchsaufbau links vom VM). Wenn in dieser lokal begrenzten Druckzone die Betondruckfestigkeit überschritten ist, wird bei weiter ansteigender Belastung das Gefüge mehr und mehr zerstört; siehe Abb. 2.4(a).

Bereits ab ca. 30% der maximalen Belastung wurden minimale Risse im Beton, ausgehend vom Schloss zunächst schräg in Richtung der Betonoberfläche verlaufend, sichtbar. Diese Risse pflanzten sich in der Folge entlang der über den Flachstahlschloss eingelegten Bewehrung fort (Abb. A.14). Die mit der Verdrehung des Flachstahls um seine Längsachse verbundene Hebelwirkung im Beton hatte zur Folge, dass sich die Rissbildung stetig verstärkte und, bei Steigerung der Last bis in den Versagensbereich hinein, eine Betonscholle auf der lastabgewandten Seite des Flachstahlschlusses aus der Platte herausgebrochen wurde (Abb. 2.4).

Infolge der zunehmenden Gefügezerstörung des Betons im Bereich der Verbindung kam es zu einem leichten Aufgleiten des Holzblocks. Da aber auf der rechten Seite des Probekörpers we-

gen der vertikalen Lagerung ein Abheben verhindert wurde, war mit dem Aufgleiten eine leichte Verdrehung des Brettstapels verbunden. So öffneten sich die Fugen nur auf der linken Probekörperhälfte. Wegen dieser Erscheinung ergaben sich Bedenken, inwieweit die Randbedingungen des Slip-Block-Tests das Tragverhalten der Verbindung mittels Flachstahlschloss, insbesondere die Fähigkeit zur Aufnahme von Zugkräfte senkrecht zur Fuge, beeinflussen. Daher wurden fünf weitere Scherversuche an symmetrisch ausgebildeten Scherkörpern (Push-Out-Versuchskörper) für notwendig erachtet. Dieser Versuchsaufbau wird ebenfalls im Stahl-Verbundbau und auch häufig zur Untersuchung von Verbindungsmitteln für Holz-Beton-Verbundkonstruktionen verwendet.

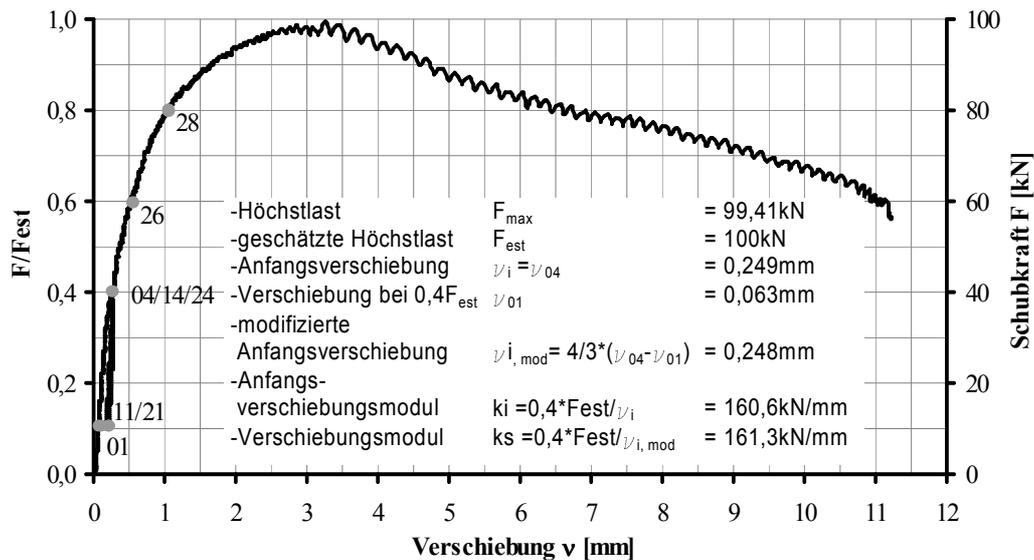


Abbildung 2.3: Typische Last-Verschiebungskurve der Verbindung mittels Flachstahlschloss ermittelt im Slip-Block-Test (HVS/F/4)

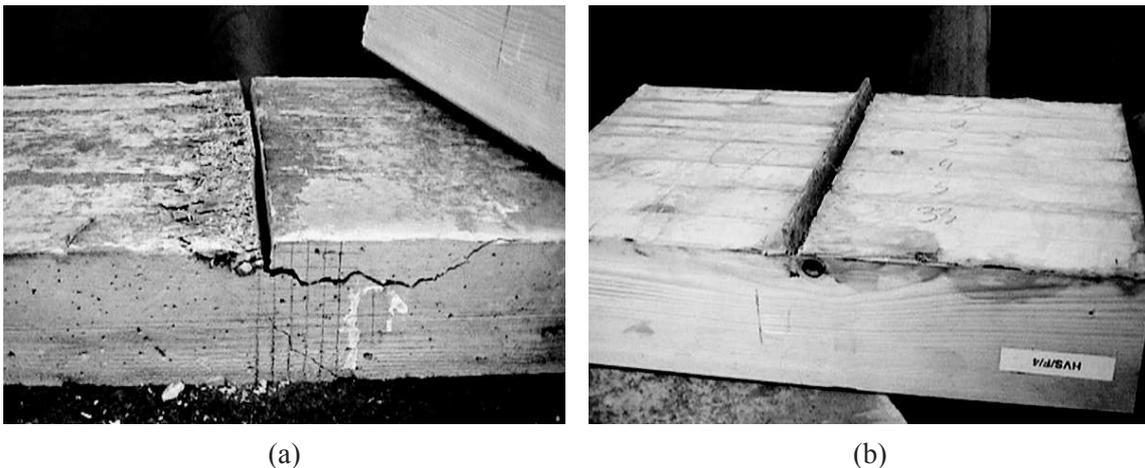


Abbildung 2.4: Aufnahmen des Versuchskörpers HVS/F/4 nach der Versuchsdurchführung (a) Betondruckversagen links vom Schloss, Betonausbruch rechts infolge Hebelwirkung des Flachstahls (b) keine augenscheinlich wahrnehmbaren Schädigungen am Brettstapel und am Flachstahl

2.3.2 Push-Out-Test erste Serie

Die symmetrisch aufgebauten Probekörper dieser Versuchsreihe mit zwei Scherfugen wurden als *HVSII* bezeichnet. Die Abmessungen der Probekörper dieses Typs betragen $B/H/T = 28/50/30$ [cm], die Höhe der Betonschicht 8 cm, die der Holzstärke 12 cm. Der Versuchsaufbau und die konstruktive Ausbildung der Scherkörper ist in Abb. 2.5 skizziert.

Die Qualität der verwendeten Brettlamellen entsprach derjenigen der ersten Versuchsreihe. Für den Beton kam ein handelsüblicher Transportbeton zum Einsatz. Unter Zugrundelegung derselben Betonprojektierung wie in den Slip-Block-Tests sollte eine Festigkeitsklasse *B25* bzw. *C20/25* mit weicher Konsistenz (KR) erreicht werden. Aber auch bei dem Transportbeton stellte sich die in Tab. A.1 angegebene hohe Qualität mit einer mittleren Würfeldruckfestigkeit von 44 N/mm^2 ein. Zur Aufnahme der Zugkraft infolge der Hebelwirkung des Flachstahls wurde eine Bewehrung in Form von drei Einzelstäben $\varnothing 6 \text{ mm}$ über den Schlössern in die Betonplatte eingelegt.

Auch bei diesem Test diente das Lastregime nach Norm DIN EN 26.891 als Ansatz. Die Belastung wurde kraftgesteuert über den vertikal angeordneten Hydraulikzylinder eingeleitet und mittels einer Kraftmessdose bestimmt. Die Relativverschiebungen parallel zur Verbundfuge in Höhe der Flachstahlschlösser konnten auf der linken und rechten Seite und jeweils auf der Vorder- und Rückseite der Versuchskörper mit induktiven Wegaufnehmern aufgezeichnet werden, so dass sich über eine Mittelwertbildung das Kraft-Verformungs-Diagramm der jeweiligen Verbundfuge ergab. Infolge der Wirkung des Exzentrizitätsmoments war von Bewegungen senkrecht zur Verbundfuge auszugehen. Durch diesen Versuchsaufbau sollte geklärt werden, ob die Flachstahlschlösser Kräfte in dieser Richtung aufnehmen können. Zur Erfassung des Verformungsverhaltens der Verbindung bei dieser Beanspruchung wurden zusätzlich senkrecht zu den Fugen induktive Wegaufnehmer angeordnet.

Als Resultat dieser Versuchsreihe ergab sich ein durchschnittlicher Verschiebungsmodul von $\bar{K}_s = 161,8 \text{ kN/mm} \hat{=} 539,3 \text{ kN/mm} * \text{m}^{-1}$ und eine mittlere aufnehmbare Schubkraft von $\bar{F}_{max} = 98,0 \text{ kN/VM} \hat{=} 326,7 \text{ kN/m}$. Damit verhielt sich die Verbindung mittels Flachstahlschloss im Push-Out-Test trotz Verwendung gleicher Materialien tendenziell steifer und tragfähiger als im Slip-Block-Test.

Prinzipiell stellten sich auch im Push-Out-Test die oben beschriebenen Versagensmechanismen ein. Vor dem Schloss bildet sich eine lokale Druckzone aus, die bei steigender Beanspruchung infolge Betondruckversagens eine Gefügearlockerung erfährt. Auch das Heraushebeln einer Betonscholle oberhalb des Flachstahles war bei diesem Versuchsaufbau zu beobachten. Genau wie zuvor beschrieben folgten die Risse in diesem Bereich der eingelegten Bewehrung.

Bei allen Scherversuchen zeigte sich, dass am Flachstahlschloss keine wesentliche Öffnung der Verbundfuge auftrat. Auch im Bereich zwischen Flachstahlschloss und Widerlager konnte keine klaffende Fuge beobachtet werden. Die Ursache dafür ist, dass sich ausgehend von den beiden Widerlagern schräge Druckstreben zu den Reaktionsstellen an den Flachstahlschlössern bilden. Da die Betonschicht eine relativ geringe Dicke hat, können diese lediglich unter einem sehr flachen Winkel bezüglich der Fuge verlaufen. Somit resultieren aus den Druckstreben stets senkrecht zur Verbundfuge gerichtete Druckkraftkomponenten, welche die Betonplatten gegen den Brettstapel drücken und somit einem Herausziehen der Flachstahlschlösser entgegenwirken. Ein Abheben der Betonschicht ist damit nicht möglich, solange das Betongefüge in der Umgebung des Flachstahls nicht zerstört ist. Erst bei fortschreitender Schädigung wird durch das Ausbrechen der Betonscholle oberhalb der Verbindung die Betonplatte vom Brettstapel weggedrückt, wodurch sich die in

Abb. 2.7 ersichtliche typische Fugenöffnung im oberen Bereich der Probekörper ergab. Die senkrecht zur Fuge wirkende Druckkraft kann in diesem Versuchsaufbau aber nicht gemessen werden.

Durch die vertikale Anordnung der Versuchskörper konnte sich in den Aufstandsflächen eine ungleichmäßige Verteilung der Druckspannungen einstellen. Somit lag an dieser Stelle eine Teileinspannung vor, während im Slip-Block-Test eine freie Verdrehung durch die Anordnung von Schneiden realisiert wurde. In dem zum Slip-Block-Test abweichenden Tragverhalten liegt auch eine mögliche Begründung für das etwas divergente Last-Verformungsverhalten, welches sich in den beiden Versuchen zeigte.

Der Push-Out-Test besitzt aber außerdem den Nachteil, dass die Materialeigenschaften resp. die Ausführungsqualitäten auf beiden Seiten gleichmäßig sein müssen bzw. dies prinzipiell unterstellt wird. Bei Abweichungen kommt es aber zu unterschiedlichen Verschiebungen an den Schubverbindungselementen, woraus eine Schrägstellung des Probekörpers resultiert (Abb. 2.8). Folglich wird ein VM früher versagen und die Auflast lagert sich auf das zweite Verbindungselement um, was dann zwangsläufig überlastet wird und ebenfalls versagt. In diesem Fall kann also die Traglast der beiden VM nicht korrekt ermittelt werden, da die genaue Verteilung der Schubkraft auf die Fugen nicht bekannt ist. Dies schlägt sich auch in der statistischen Aufbereitung nieder, da nicht Kennwerte einer einzelnen Verbindung, sondern gemittelte Werte in die Auswertung einfließen, welche die Bruchlast nicht angemessen erfassen. Durch die gleichmäßige Aufteilung der Auflast auf zwei Fugen wird ebenfalls die Traglastkurve verfälscht. Um diesem Effekt vorzubeugen, müssten die Reaktionskräfte am Widerlager aufgezeichnet werden, was den Versuchsaufbau allerdings ungemein verkomplizieren würde.

2.3.3 Push-Out-Test zweite Serie

In den Slip-Block- und der ersten Serie der Push-Out-Tests wurde ein Beton verwendet, dessen Projektierung eine Festigkeitsklasse $B25$ oder $C20/25$ sicherstellen sollte. Die Prüfung bestätigte tatsächlich eine Serienfestigkeit von $\beta_{WS} = 44,3 N/mm^2$, also in etwa einen $B35$ bzw. $C30/37$. Nun bestanden Bedenken, inwiefern die Betonfestigkeitsklasse das Tragverhalten, insbesondere die Traglast beeinflusst. Es wäre äußerst aufwändig und zu kostspielig gewesen, Versuchsreihen mit variierender Betongüte durchzuführen, um dieser Frage nachzugehen. Daher wurde der Weg gewählt, den Einfluss durch numerische Simulationen unter Verwendung eines nichtlinearen FE-Modells zu untersuchen (siehe Abschnitt 6.4.2). Eine Verifikation der Berechnung konnte anhand der Versuchsergebnisse vorgenommen werden.

Zur Untermauerung der Berechnungsergebnisse wurde die Versuchsreihe der Push-Out-Tests durch weitere fünf Scherkörper ergänzt. Dabei wurde explizit ein Beton minderer Qualität verwendet, welcher entsprechend einer besonderen Projektierung ($W/Z = 0,75$; Sieblinie $B16$) im Betonlabor der Bauhaus-Universität Weimar hergestellt und geprüft wurde. Es ergaben sich ein mittlerer E-Modul von $E_{cm} = 28.500 N/mm^2$ und eine mittlere Zylinderdruckfestigkeit von $f_{cm} = 24 N/mm^2$. Nach Norm DIN ENV 206 entspricht dies in etwa einer Festigkeitsklasse $C16/20$. Die Proben wurden mit einer fortlaufenden Nummer versehen ($HVSII/F/6-10$). Bei diesen Experimenten konnte die Auflast, abweichend zu der ersten Serie, entsprechend dem vorgegeben Lastregime über eine servohydraulische Anlage aufgebracht werden.

Das für die vorherigen Schubversuche beschriebene Tragverhalten und die Versagensmechanismen wurden auch in diesem Experiment beobachtet. Erwartungsgemäß lagen die Traglasten unter dem Mittelwert der ersten Serie. Die mittels der FE-Berechnung prognostizierte Bruchlast von ca.

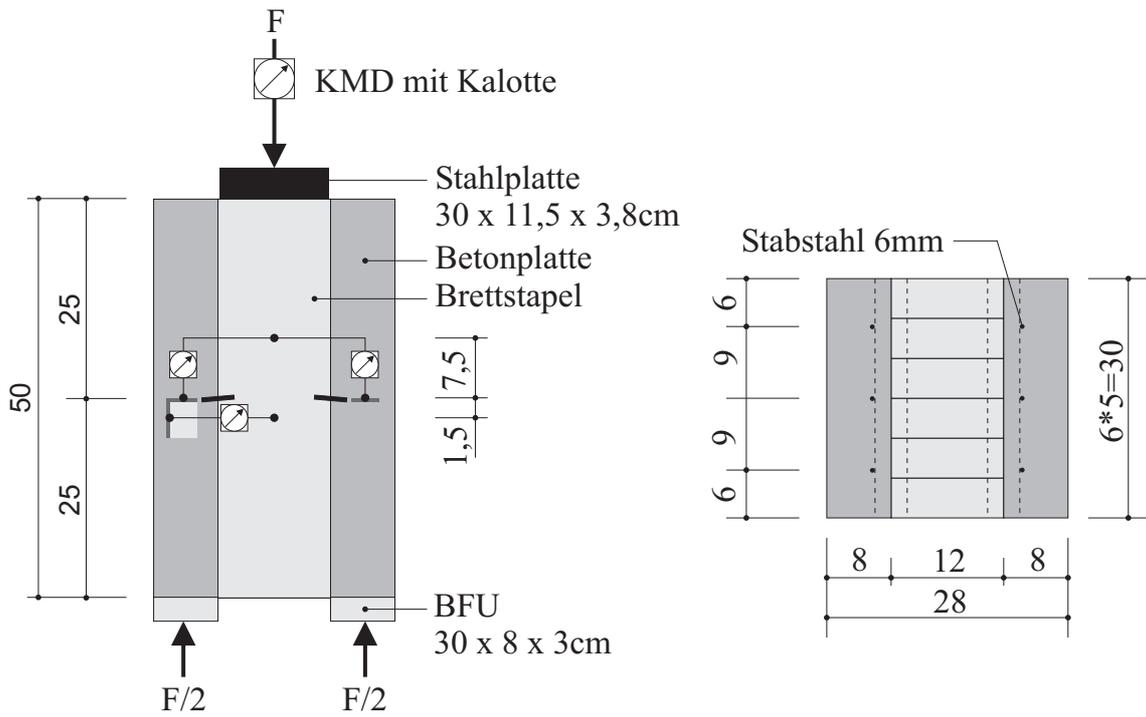


Abbildung 2.5: Ausbildung der Probekörper der Variante HVSII/F und Versuchsaufbau der Push-Out-Tests

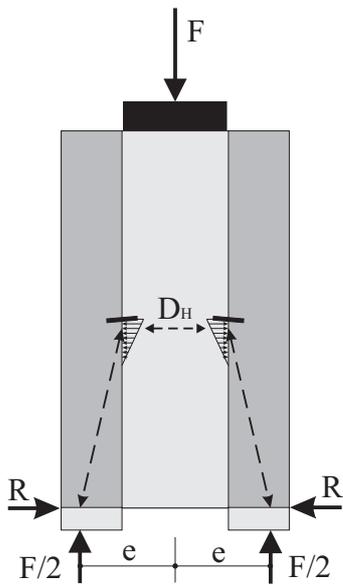


Abbildung 2.6: Kräftefluss im Push-Out-Versuch



Abbildung 2.7: Typische Rissbildung am VM



Abbildung 2.8: Ungleichmäßige Ausnutzung der VM infolge Schrägstellung

74 kN/VM stellte sich im Experiment tatsächlich ein. Der in diesen Experimenten ermittelte Verschiebungsmodul von $\bar{K}_s = 144,4 \text{ kN/mm}$ lag etwas unter dem Mittelwert der ersten Serie. Aber die Extremwerte von $K_{s,min} = 118,9$ und $K_{s,max} = 176,0 \text{ kN/mm}$ können in die Streubreite der Ergebnisse der Versuche mit höherer Betonqualität eingeordnet werden. Da die E-Moduln der verwendeten Betons in der gleichen Größenordnung lagen, war dieses Ergebnis auch zu erwarten. Das hervorragende Tragverhalten im Gebrauchslastbereich, charakterisiert durch einen sehr hohen Verschiebungsmodul und eine hohe Tragfähigkeit, konnte also auch für den Einsatz bei einem schlechten Beton bestätigt werden.

Anhand der Aufnahmen in Abb. A.27 kann der nachfolgend beschriebene Versagensmechanismus anschaulich nachvollzogen werden. Bei der zweiten Serie versagten die Proben nach Erreichen der Höchstlast wesentlich abrupter. Ursache dafür war die stärkere Zerstörung des Betons in der lokalen Druckzone vor den Schlössern. Auf den sich bildenden keilförmigen Zonen aus Betontrümmern konnten die Teilquerschnitte gegeneinander abgleiten; der Brettstapel wurde zwischen den Betonplatten hindurchgeschoben. Durch die Neigung dieser Gleitflächen wurden die Platten in Höhe der Schlösser nach außen weggedrückt und kippten um. Alle Versuche dieser Serie waren durch eine vollständige Zerlegung der Körper in ihre Teilquerschnitte gekennzeichnet. Wesentlich ausgeprägter war auch das Heraushebeln der Betonschollen oberhalb der Schlösser. In der ersten Serie verlief dieser Prozess eher verzögert unter zunehmender Rissbildung. Außerdem resultierten bei der zweiten Serie offensichtlich größere Schädigungen im Bereich der Holzflanken und stärkere Verdrehungen der Schlösser als in der ersten Serie. Denn infolge der während des katastrophaleren Bruchvorganges abnehmenden Einspannung des Schlosses im Beton musste sich die zur Aufnahme des Exentritätsmomentes notwendige Einspannung auf das Holz verlagern.

Das unter Verwendung der höheren Betongüte dokumentierte recht duktile Tragverhalten stellte sich also nicht ein. Auf Grund dieser Erkenntnis wurde empfohlen, in der Zulassung eine Festigkeitsklasse von mindestens C25/30 zu fordern, um einem spröden Versagen der Verbindung in Brettstapel-Beton-Verbunddecken vorzubeugen.

2.3.4 Biegeversuche

Im Rahmen des Forschungsprojektes wurden insgesamt 32 Biegeversuche an Brettstapel-Beton-Verbundplatten mit sechs verschiedenen Schubverbindungen resp. Ausführungsvarianten durchgeführt. Die Untersuchungen an den großformatigen Bauteilen mit baupraktischen Abmessungen dienten vor allem der Verifizierung des zuvor in den Scherversuchen bestimmten Trag- und Verformungsverhaltens sowie der Versagensmechanismen der Schubverbindungen unter realen Einbaubedingungen. Die Prüfung erfolgte an Elementen mit einer Gesamtlänge von $5,0 \text{ m}$ und einer Breite von ca. $1,0 \text{ m}$ bei einer Stützweite von $4,80 \text{ m}$ als so genannter „Vier-Schneiden-Versuch“ entsprechend der Norm DIN EN 408. Bei diesem Aufbau werden in den Drittelpunkten des Biegeträgers äquivalente Einzellasten eingeleitet, so dass bei einteiligen Querschnitten über die Verformung des querkräftfreien Bereiches zwischen den Lasten ein unverfälschter Biegeelastizitätsmodul errechnet werden kann. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse der Versuche von den sechs Deckenelementen der Variante F, Schubverbindung mittels Flachstahlschloss, zusammengefasst.

Die Brettlamellen der Sortierklasse S10, für die vor der Vernagelung eine Klassifizierung mittels Ultraschallsondierung erfolgte, wurden ohne Stöße über die Gesamtlänge durchlaufend ausgeführt. Vor dem Betonieren konnte außerdem im selben Versuchsaufbau eine Bestimmung der Biegesteifigkeit der Brettstapelelemente vorgenommen werden (Abb. A.28). Es kam derselbe

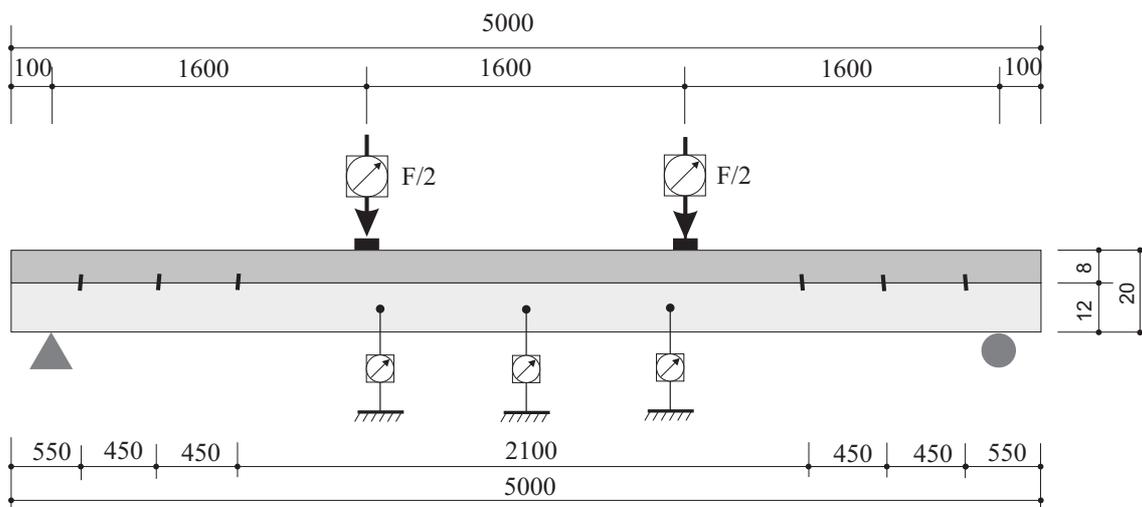


Abbildung 2.9: Schematischer Versuchsaufbau, Abmessungen der Deckenelemente und Anordnung der Flachstahlschlösser im Biegeversuch

Transportbeton aus der ersten Serie der Push-Out-Tests zum Einsatz. In die Deckschicht wurde eine Q131 als Grundbewehrung und über den Schlössern im Abstand von 15 cm Stabstahlzulagen $\varnothing 6$ mm eingelegt.

Bei einer Spannweite von 4,80 m wäre für eine Brettstapeldecke die Begrenzung der Durchbiegung auf $zul f = l/300$ maßgeblich gewesen. Durch die Ertüchtigung des Brettstapels mittels der schubfest verbundenen Betondeckschicht konnte die Biegesteifigkeit wesentlich gesteigert werden, obwohl nur drei Flachstahlschlösser je Seite in den äußeren Dritteln der Verbundplatte eingebaut waren. Es konnte also eine Steigerung der für die Bemessung maßgeblichen Grenzlast erzielt werden (Abb. 2.10). Eine Übersicht zu den gemessenen Kraft-Durchbiegungs-Kurven ist in Abb. A.29 gegeben.

Das Versagen der Verbundkonstruktion war, wie geplant, auf eine Überbeanspruchung der Schubverbindung zurückzuführen. Bei allen Versuchen versagten die Schubverbindungselemente immer nur in einer Prüfkörperhälfte, an der entsprechend gegenüberliegenden Seite blieb die Verbindung zunächst nahezu unversehrt. Erwartungsgemäß trat das Betonversagen zuerst im Bereich des jeweils auflagnächsten Flachstahlschlusses ein. Bei allen Prüfkörpern war die örtliche Zerstörung des Betongefüges in dem Bereich, auf den vom Flachstahlschloss durch Kontaktpressung die Schubkraft übertragen wird, als primäre Versagensursache anzusehen. An den Flanken des Sägeschnittes im Holz traten dagegen nur äußerst geringe, kaum wahrnehmbare Plastizierungen am oberen Rand zur Verbundfuge auf. Auch ein Herausziehen der Flachstähle aus der Sägenut oder eine Öffnung der Bautelfuge konnte bis zum Eintreten des Betonversagens nicht beobachtet werden.

Zum Zeitpunkt des Erreichens der Höchstlast waren Abplatzungen des Betons im Bereich des ersten Schlosses zu verzeichnen. Infolge des Versagens eines der äußeren Schubverbindungsmittel wurde die Schubkraft auf die inneren VM umgelagert, wodurch diese versagten. Die Durchbiegung der Platte stieg ohne Kraftsteigerung weiter an; im Kraft-Verformungs-Diagramm äußert sich dies durch den Übergang der Kurve in einen horizontalen Ast. Durch das Aufzwingen zunehmender Verformungen über die Prüfsylinder nahm die lokale Gefügezerstörung des Betons im Bereich der Verbindung zu und es bildete sich eine keilförmige Gleitschicht, auf welcher der Restquerschnitt

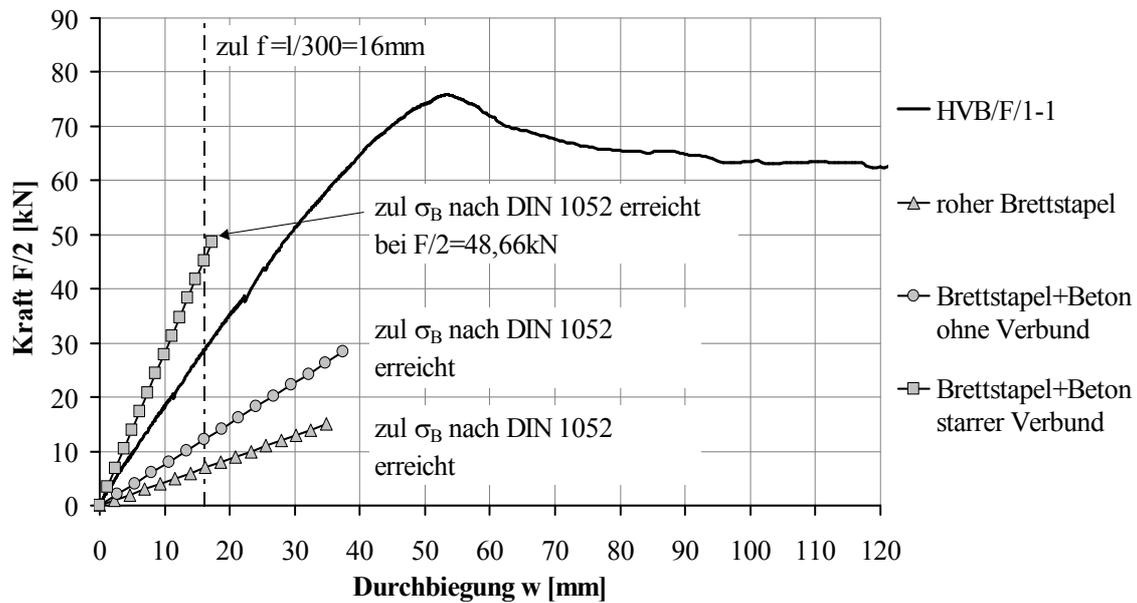


Abbildung 2.10: Vergleich der gemessenen Durchbiegung eines Deckenelementes mit theoretischen Grenzfällen; durch wenige VM Steigerung der bemessungsrelevanten Gebrauchslast um den Faktor 2,4 gegenüber keinem Verbund

der Betonplatte nach oben abglitt. Somit konnte keine Schubkraft mehr übertragen werden, die Verbundwirkung war aufgehoben. Der beschriebene Versagensmechanismus kann in Abb. 2.11 anschaulich nachvollzogen werden.

Die zu diesem Zeitpunkt aufgezwungene Durchbiegung der Deckenplatte war so groß, dass die Biegefestigkeit des Holzes überschritten wurde. Unmittelbar nach dem Versagen der Flachstahlschlösser und der damit verbundenen Lastumlagerung trat der Bruch in der Zugzone des Holzes im Bereich des Maximalmomentes ein. Das Holzversagen erfolgte verhältnismäßig spröde. Der Riss begann an Stellen mit natürlichen Strukturstörungen durch Äste oder schräg angeschnittenen Fasern am Biegezugrand und verlief entlang der Punkte, an denen die Brett lamellen durch Äste oder Nägel geschädigt waren.

Auf weitere Ausführungen zu den Biegeversuchen wird an dieser Stelle verzichtet. Zusätzliche Details können dem ausführlichen Forschungsbericht [95] [94] entnommen werden. Durch die gelieferte Zusammenfassung sollte vor allem herausgestellt werden, dass durch die Biegeversuche das in den Scherversuchen ermittelte Tragverhalten und die dort beobachteten Versagensmechanismen bestätigt worden sind.

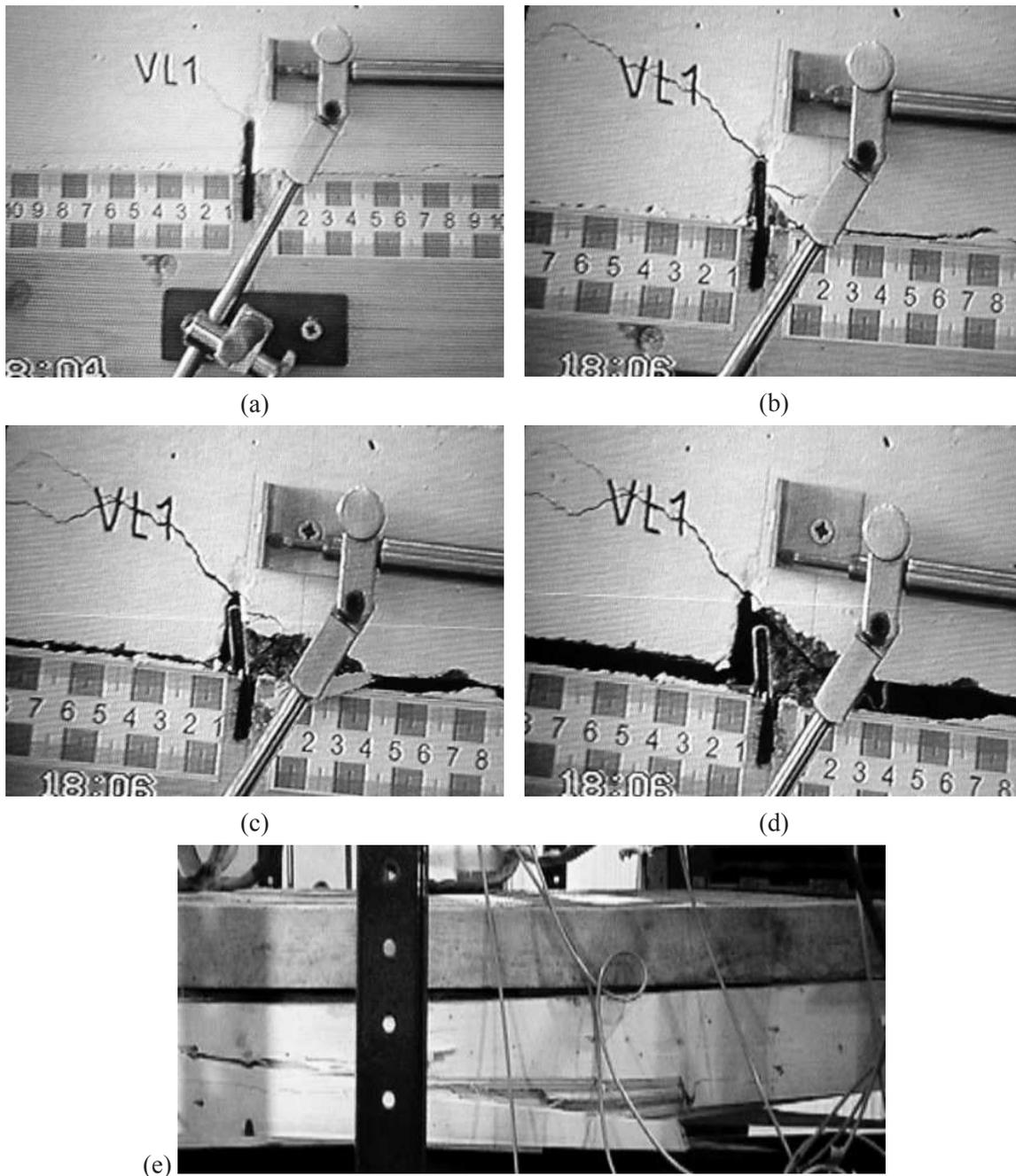


Abbildung 2.11: Versagensmechanismus der Schubverbindung mittels Flachstahlschloss im Biegeversuch

- (a) schräg nach oben verlaufende Risse schon ab ca. 30 % der Höchstlast
- (b) zum Zeitpunkt der Höchstlast Abplatzungen des Betons im Bereich der Schloßer
- (c) zunehmende Gefügezerstörung des Betons, Betonplatte beginnt abzuheben
- (d) Ausbildung einer Gleitschicht, auf welcher sich die Betonplatte über das Schloss schiebt
- (e) Biegezugversagen der Brett lamellen nach dem Verlust der Verbundwirkung

2.4 Scherversuche mit Nutverbindungen

Spezielle, auf die besonderen Gegebenheiten der Brettstapel-Beton-Verbundelemente abgestimmte Verbundtechniken werden z.Z. weltweit entwickelt oder befinden sich in der experimentellen Erprobung. Denkbar und in einigen Pilotprojekten schon realisiert ist der Einsatz von Betonkerven, nach Norm DIN V ENV 1995 Teil 2 auch als Nutverbindungen bezeichnet [67] [79]. Diese sind auf Grund der gleichmäßigen Übertragung der Schubkraft über die gesamte Deckenbreite als Verbindungsmittel für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktion geeignet. Die Kerven können bereits im Werk in den Brettstapel eingearbeitet werden. Das Schubverbindungselement wirkt als nachgiebige Verbindung mit Formschluss; die Kräfte werden über Kontaktpressung übertragen.

In der Vergangenheit beschäftigte man sich schon in zahlreichen Forschungsprojekten mit dem Trag- und Bruchverhalten dieser Verbindungstechnik. Bisher wurde aber der zur Berechnung einer nachgiebig gekoppelten Verbundkonstruktion erforderliche Verschiebungsmodul dieses Schubverbundelementes noch nicht experimentell ermittelt. Es existieren lediglich Abschätzungen, wonach die Fugensteifigkeit $k_S = K_S/\bar{e}$ dieses Verbindungsmittels zwischen 860 und 2235 MN/m^2 betragen soll [15] [68]. Die Ausführung der Kerven erfolgt vorwiegend mit einer Neigung der Flanken von 10° nach außen; vertrieben werden aber auch Deckensysteme mit einer schwalbenschwanzförmigen Ausbildung. Der Einfluss der Flankenneigung wurde jedoch bisher weder experimentell bestimmt noch nachgewiesen. Auch in der Normung finden sich keine Angaben zur Formgebung der Kerven. Daher war es erforderlich, das Tragverhalten von Nutverbindungen durch eigene experimentelle Untersuchungen zu beurteilen. Besondere Bedeutung kam dabei der Ermittlung des Verschiebungsmoduls, der Traglast sowie der Versagensmechanismen der Verbindung zu. Es wurden drei Varianten mit Neigungen der Flanken von 80° (*HBV-80*: fünf Proben), 90° (*HBV-90*: drei Proben) und 100° (*HBV-100*: drei Proben) im Push-Out-Test untersucht.

Auch bei diesem Schubverbindungselement resultieren aus der Schubkraft Exzentrizitätsmomente in den Teilquerschnitten im Bereich der Kerven, wodurch es zum örtlichen Abheben des Betons vom Holz kommen kann. Deshalb werden bisher Schrauben als Abhebesicherung eingesetzt. In der durchgeführten Versuchsreihe sollte unter anderem festgestellt werden, wie hoch die Kräfte in den Zugankern sind. Anstelle der Schrauben kamen daher äquivalente Gewindestäbe zur Verwendung, die durch eine Bohrung in dem Brettstapel geführt und mit speziellen Einschlagmuttern am Kervengrund gesichert wurden. Aussparungen im Beton verhinderten eine Schubkraftübertragung über die Gewindestähle und damit eine Biegeverformung derselben. So konnten an beiden Seiten eines Probekörpers Kraftmessdosen angeordnet werden, die es ermöglichten, die Zugkraft in den Stäben zu messen.

Die Probekörper mit einer Flankenneigung von 80° wurden aus vorgefertigten Elementen mit Kerven für Brettstapeldecken herausgeschnitten. Diese wurden im Rahmen eines Forschungsprojektes am Lehrstuhl für Holz- und Mauerwerksbau von der Firma Kaufmann Massivholz GmbH geliefert [70]. Diese Brettstapel wiesen an der Unterseite Fasungen auf, welche es nicht ermöglichten, einen symmetrischen Probekörper aus einem Stück herzustellen. Die Scherkörper mussten also aus zwei Hälften zusammengesetzt werden. Die kraftschlüssige Verbindung in der nahezu schubspannungsfreien und überdrückten Symmetrieachse konnte durch eine Klebefuge realisiert werden. Die Fasungen waren auf dem unteren Viertel der 120 mm hohen Brettstapel eingearbeitet. Deshalb wurden die Probekörper mittels einer Abrichte auf einen Restquerschnitt von 71 mm abgehobelt. Der Vorteil dieser Herstellung war, dass die Hälften der Probekörper vor dem Verkleben liegend betoniert werden konnten.

Die Brettstapelelemente, welche für die Versuchskörper mit 90° und 100° Flankenneigung verwendet wurden, hatten eine Querschnittshöhe von 120 mm . Aus diesen Blöcken wurden nachträglich die Kerven beidseitig herausgearbeitet, so dass ein symmetrischer Probekörper entstand. Folglich musste bei diesen Probekörpern das Betonieren auf der Seite liegend erfolgen.

Um den Herstellungsaufwand zu verringern, kam zur Herstellung der Betonschichten eine handelsübliche Trockenmischung zum Einsatz. Eine Prüfung ergab die Festigkeitsklasse $C35/45$ (siehe Tab. A.7).

Im Gegensatz zu den bereits beschriebenen Scherversuchen wurde bei dieser Serie eine weggesteuerte Belastung mit einem Kolbenvorschub von $0,01\text{ mm/sec}$ gewählt. Auch hier wurde eine Ent- und anschließende Wiederbelastungsphase vorgesehen.

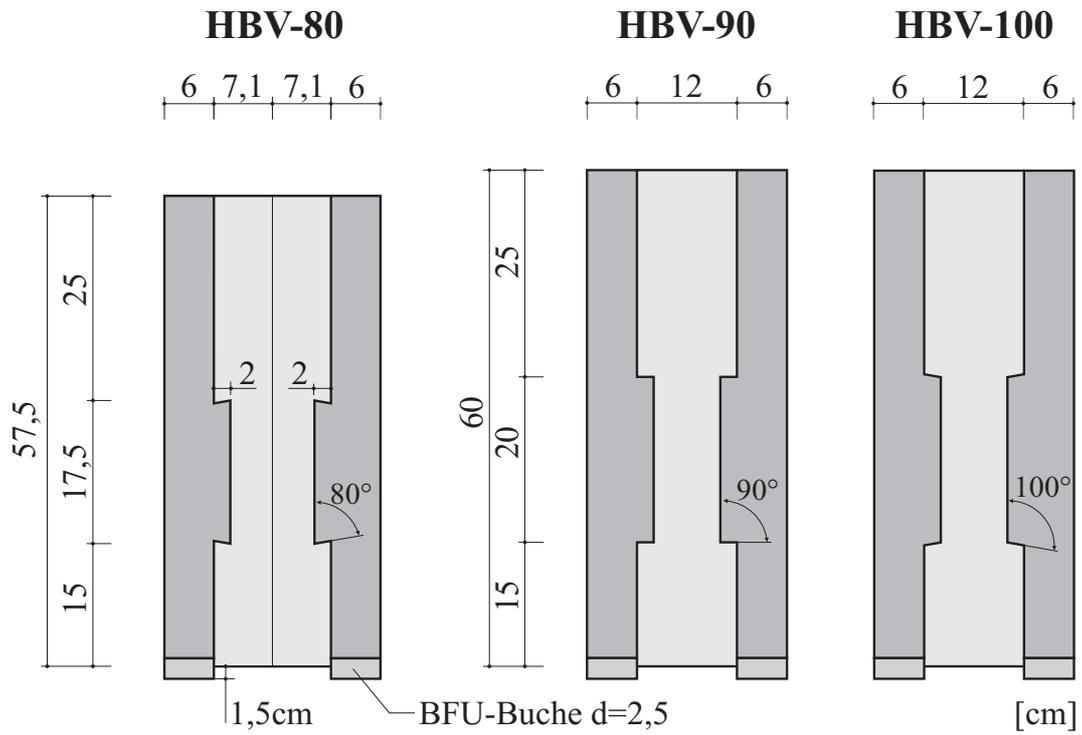
Während der Versuchsdurchführung wurden die aus der Verschiebungsvorgabe resultierende Vertikallast, die horizontalen Zugkräfte in den Ankerstäben sowie die gegenseitige Verschiebung von Betonplatten und Brettstapel (je Seite und jeweils auf der Vorder- und Rückseite) aufgezeichnet. Zusätzlich sollte mit einem in der Entwicklungsphase befindlichen photogrammetrischen Messsystem, zu sehen in Abb. 2.13, die Verformungen im Bereich des vorderen linken Anschlusses bestimmt werden. Auf Grund eines Programmfehlers, der erst später entdeckt wurde, konnten diese Messungen aber leider nicht ausgewertet werden. Nähere Angaben zu diesem innovativen und vielversprechenden Messsystem werden noch im Abschnitt 2.5 gemacht.

Wie bereits im Kapitel 2.3.2 erläutert, so stellten sich auch in diesem Push-Out-Test gering geneigte Druckstreben vom Widerlager zu den oberen Flanken der Kerven ein, über welche die Schubkräfte zwischen Holz und Beton übertragen wurden. An den Flanken konzentrieren sich die Druckkräfte, so dass bei allen getesteten Varianten der Nutverbindung die übertragbare Schubkraft durch ein Betondruckversagen begrenzt wurde. Typische Bruchbilder sind in Abb. 2.15 zu sehen; weitere Aufnahmen finden sich im Anhang Abb. A.42 bis A.48. Unabhängig von der Flankenneigung variierte der Bereich, in dem eine Gefügezerstörung des Betons zu beobachten war. Allerdings konnten nur bei den Versuchskörpern mit 80° Flankenneigung häufig kleine, von der Flankenspitze ausgehende, schräg noch unten verlaufende Risse beobachtet werden (Abb. 2.15(a) und A.46).

Die Versuchskörper waren so dimensioniert, dass ein Abscheren des Vorholzes gerade nicht auftreten sollte. Daher war ein Schubversagen des Holzes nur bei einer Probe zu verzeichnen ($HBV-80-2$ bei $F = 156\text{ kN}$ - Abb. A.46). Bei einigen anderen Körpern ($HBV-80-4$ bei $F = 175\text{ kN}$, $HBV-80-5$ bei $F = 118\text{ kN}$, $HBV-90-3$ bei $F = 185\text{ kN}$) versagten nur einzelne Lamellen (Abb. A.47). Diese Schubbrüche traten schlagartig auf, wobei das Versagen durch einen lauten Knall angezeigt wurde. In den Arbeitslinien äußert sich der Bruch durch einen plötzlichen Abfall der Kurven; im Falle einzelner Lamellenbrüche war aber eine weitere Laststeigerung möglich.

Nach den Versuchen wurde der Beton von den Brettstapelelementen gelöst und die Probekörper untersucht. Dabei wurde bei den Versuchskörpern $HBV-80-1$ und $HBV-80-3$, also nur bei denen, die keine Schubbrüche in den Lamellen aufwiesen, ein Druckversagen des Holzes an der Flankenkante festgestellt. Tendenziell trat also bei der Reihe mit 80° Flankenneigung vermehrt Holzversagen auf. Ansonsten können sowohl das Tragverhalten als auch die Versagensmechanismen aller getesteten Varianten als identisch angesehen werden.

Durch die angeordneten Gewindestäbe wurden die Versuchskörper stets zusammengehalten. Ein seitliches Wegdrücken der Betonplatten, wie es für die zweite Serie der Push-Out-Tests mit Flachstahlschlössern beschrieben wurde, war also nicht möglich. Obwohl sich auch bei den Nutverbindungen im Beton eine geneigte Gleitschicht an den oberen Flanken bildete, wurde so ver-



HBV-80: 5 Lamellen a 6 cm $\Rightarrow b = 30$ cm

HBV-90 und HBV-100: 8 Lamellen a 4 cm $\Rightarrow b = 32$ cm

Abbildung 2.12: Abmessungen der getesteten Versuchskörper mit Nutverbindungen

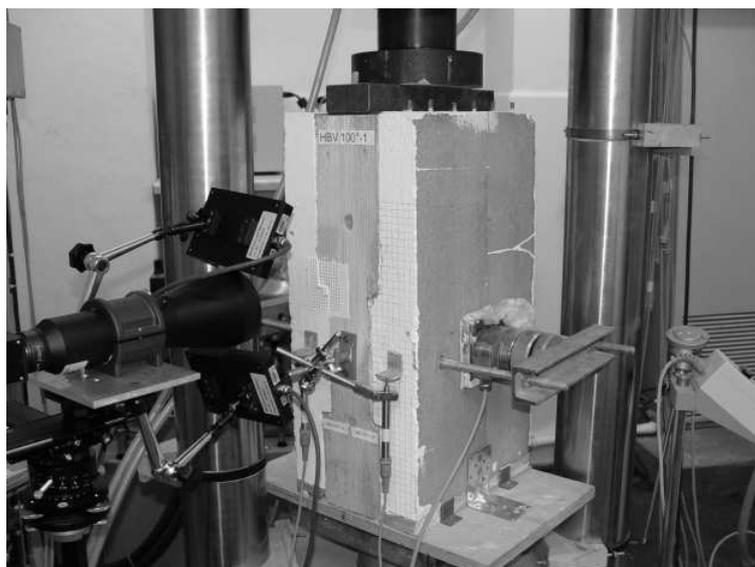


Abbildung 2.13: Versuchsaufbau der Push-Out-Tests mit Nutverbindungen

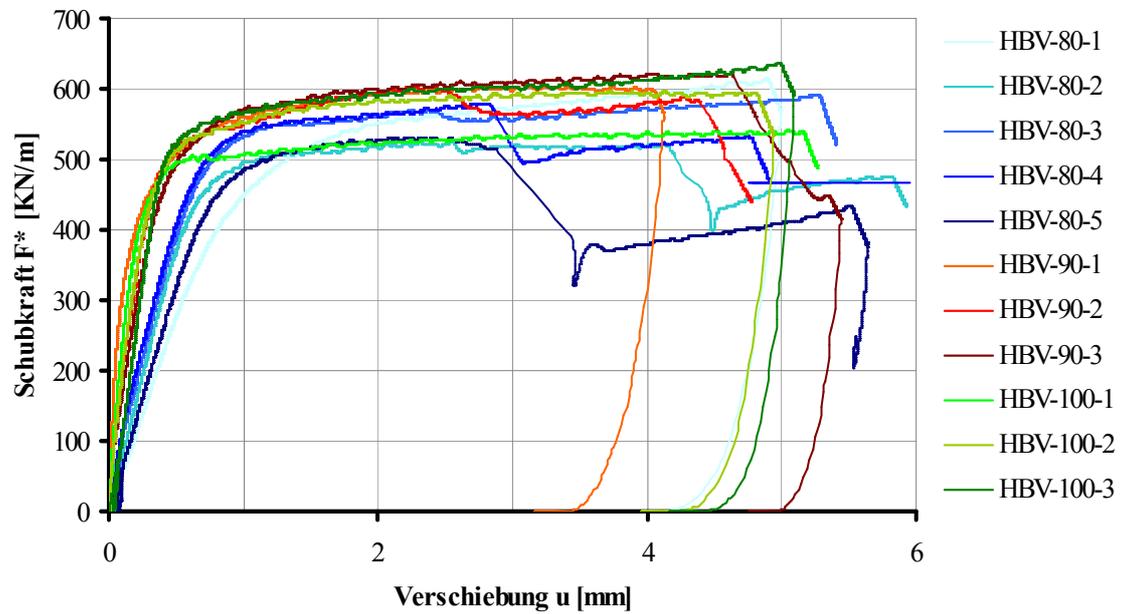


Abbildung 2.14: Vergleich der ermittelten Arbeitslinien aller getesteten Proben mit Nutverbindungen; wegen der unterschiedlichen Breiten der Proben wurde die Schubkraft F^* für eine direkte Vergleichbarkeit auf 1 m bezogen



Abbildung 2.15: Typisches Bruchbild der Nutverbindungen, charakterisiert durch Betondruckversagen an den Kervenflanken

hindert, dass der Brettstapel zwischen den Betonplatten hindurchgedrückt werden konnte.

Bei der Betrachtung von Abb. 2.14, in der die ermittelten, auf eine Plattenbreite von einem Meter bezogene Kraft-Verschiebungs-Kurven aller untersuchten Versuchskörper gegenübergestellt sind, ist auffällig, dass die Kurven der Serien *HBV-90* und *HBV-100* - mit der offensichtlichen Ausnahme *HBV-100-1* - fast identisch verlaufen. Dagegen liegen die Arbeitslinien der Serie *HBV-80* vor allem im anfänglich linearen und tendenziell auch im nichtlinearen Bereich deutlich unter denen der anderen Reihen. Dieses Verhalten kann nicht durch die unterschiedliche Flankenneigung erklärt werden, denn dann hätten sich auch Unterschiede zwischen den Serien *HBV-90* und *HBV-100* ergeben müssen. Außerdem führte das maßgebliche Betondruckversagen bei allen Varianten zu vergleichbaren Schädigungen, was auf ein ähnliches Tragverhalten deutet. Vielmehr sind die Abweichungen auf differierende Betonqualitäten im Bereich des Kontaktanschlusses zurückzuführen. Es stellte sich als sehr nachteilig heraus, dass die Versuchskörper der Serien *HBV-90* und *HBV-100* auf der Seite liegend betoniert wurden. Dadurch ergaben sich auf der Vorder- und Rückseite der Proben stark unterschiedliche Betonqualitäten. Die Folge war, dass bei allen Körpern dieser Serie der Beton auf der Rückseite, beim Betonieren befand sich diese Seite oben, früher versagte und daher wesentlich stärkere Gefügezerstörungen aufwies. Daraus resultierte wiederum, dass der Brettstapel bei der Lastaufbringung allmählich aus der Symmetrieebene heraus nach hinten kippte. Aus diesem Grund können für diese Serien keine aussagekräftigen Werte für einen Verschiebungsmodul des Schubverbindungselementes getroffen werden. Für die Serie *HBV-80* war dies aber durchaus möglich; aus den Experimenten konnte ein Verschiebungsmodul von $K_S = 719 \text{ kN/mm} \cdot \text{m}^{-1}$ ermittelt werden. Die Traglasten lagen mit *HBV-90*: $\bar{F}_{max} = 610 \text{ kN/m}$ resp. *HBV-100*: $\bar{F}_{max} = 591 \text{ kN/m}$ nur geringfügig über der aus der Serie *HBV-80*: $\bar{F}_{max} = 568 \text{ kN/m}$. Eine statistische Auswertung der Versuchsergebnisse ist im Anhang A.2, Tab. A.8 bis A.10 gegeben.

Weitere Erkenntnisse zum Tragverhalten dieses Schubverbindungselementes werden im Abschnitt 6.4.3 anhand der für diese Versuche durchgeführten numerischen Simulationen dargelegt.

2.5 Druckversuche an gedrunghenen Holzproben

2.5.1 Problemstellung

Im traditionellen Holzbau standen noch keine Verbindungsmittel zur Verfügung, die geeignet waren, Schub- oder Zugkräfte aufzunehmen. Daher sind die handwerklich meist sehr aufwändigen zimmermannsmäßigen Anschlüsse - wie Versätze, Zapfen, Hakenblatt, Schwalbenschwanz - dadurch geprägt, dass die Stabkräfte über Kontaktpressung übertragen werden. Aber auch im modernen Ingenieurholzbau findet sich dieses Prinzip der Lastabtragung noch sehr häufig. So wird auch bei Schubverbindungselementen in Holz-Beton-Verbund-Konstruktionen - wie Nutverbindung, Flachstahlschloss und Dübelleiste - die Schubkraft an den Flanken des Holzeinschnittes durch Kontakt übertragen.

Werden Kontaktanschlüsse des Holzbaus modelliert, wird deren Tragverhalten bei Ansatz der Steifigkeitswerte der beteiligten Baustoffe ohne zusätzliche Maßnahmen stets zu steif abgebildet. Dies ist zum einen darauf zurückzuführen, dass durch Sägen keine exakt glatte Kontaktfläche realisiert werden kann. Vielmehr ist der Sägeschnitt rau und wird beim Aufpressen einer ebenen Oberfläche geglättet, wobei überproportionale Verschiebungen in der Fuge entstehen. Zum anderen sind diese Verformungen aber auch im anatomischen Aufbau des Holzes begründet. Im

Bereich der Kontaktfuge konzentriert sich die Last zunächst in den steiferen Spätholzschichten. Daraus resultiert ein Übergangsbereich, in dem die Spannung über das gesamte Volumen verteilt werden muss. Diese Fasern werden also wesentlich höher beansprucht als das Frühholz. Bezogen auf den Holzquerschnitt resultiert eine geringere Steifigkeit der Fuge und ein vorzeitiges Versagen des Spätholzes, wobei die Fasern gestaucht werden und die Kontaktfläche geglättet wird.

Um das Kontaktproblem bei der Lasteinleitung in Stirnholzflächen genauer zu untersuchen, wurden Druckversuche unter Voll- und Teilflächenbelastung durchgeführt. Im Rahmen dieser Experimente sollte aber gleichzeitig der Versagensmechanismus bei Druckbeanspruchung parallel zur Faser, welcher im Kapitel 3.3.5 ausführlich erläutert wird, genauer untersucht werden.

2.5.2 Versuchsprogramm und Messtechnik

Das Druckversagen bei longitudinaler Kompression ist durch Ausbildung einer lokalen Schädigung, die durch ein Ausknicken der Tracheiden bedingt wird, gekennzeichnet. In einem relativ kleinen Ausschnitt musste also die Dehnungsverteilung resp. die Verformungen vieler kleiner Abschnitte gemessen werden. Da mit Wegaufnehmern oder Extensometern nur integrale Messungen zwischen zwei voneinander relativ weit entfernten Punkten möglich sind und Dehnmessstreifen nicht in einer Schädigungszone angeordnet werden können, war das Versuchsprogramm nur durch den Einsatz eines photogrammetrischen Messsystems zu realisieren. Ein solches System, welches hinsichtlich der besonderen Anforderung für den Einsatz bei Holzbauteilen geeignet ist, wurde im Rahmen eines Forschungsprojektes am Lehrstuhl entwickelt. Nähere Angaben zu dem Verfahren sowie den technischen Details der notwendigen Hard- und Software können dem Forschungsbericht [97] oder verschiedenen Veröffentlichungen entnommen werden [54] [28] [29]. Der schematische Versuchsaufbau ist in Abb. 2.16 dargestellt, der Versuchsstand inklusive des photogrammetrischen Messsystems ist in Abb. 2.17 zu sehen.

Für die Versuche wurden gedrungene rechteckige Probekörper aus Fichtenholz mit unterschiedlichen Jahrringverläufen verwendet (B/H/T: 100/100/79 [mm]). Die Proben waren axial ausgerichtet und wurden longitudinal beansprucht. Die Jahrringe verliefen entweder senkrecht (d_{LR}), parallel (d_{LT}) oder nicht orientiert (d_{no}) zu der $100 \times 100 \text{ mm}^2$ großen Ansichtsfläche der Holzquader (Abb. 2.18). Bei der vollflächigen Belastung (d_{xx_v}) wurde die Last über den gesamten Querschnitt der Proben eingeleitet. Dagegen erfolgte die Lasteinleitung bei der symmetrischen Teilflächenbelastung ($d_{xx_{tb}}$) an der Unterseite nur über 2 cm breite Streifen entlang der kürzeren Seite der Körper. Von jeder Belastungssituation und Jahrringanzordnung wurden fünf, insgesamt also 30 Proben untersucht.

Da die verhältnismäßig großen Holzproben mit den gewünschten Jahrringverläufen nicht aus einem einzelnen, fehlerfreien Bereich eines Stammquerschnittes hergestellt werden konnten, wurden abgelängte Stücke von 4 cm starken Rift- resp.- Seitenbrettern miteinander verleimt und anschließend auf Maß geschliffen. Auch die sägerauen Stirnseiten wurden mit Schleifpapier der Körnung 240 geglättet, um eine optimale Lasteinleitung in die Stirnseiten der Probekörper zu erreichen und anfängliche plastische Verformungen der Kontaktfuge zu minimieren.

Der Bereich, in dem die photogrammetrische Messung durchgeführt wurde, musste mit einer zweilagigen weißen Lasur beschichtet werden (siehe Abb. 2.19). Nach der Trocknung wurden schwarze, punktförmige Marken aufgeklebt. Der vertikale Abstand der Messpunkte betrug bei beiden Serien 4,9 mm, der horizontale bei den Versuchen mit vollflächiger Beanspruchung 9,8 mm,

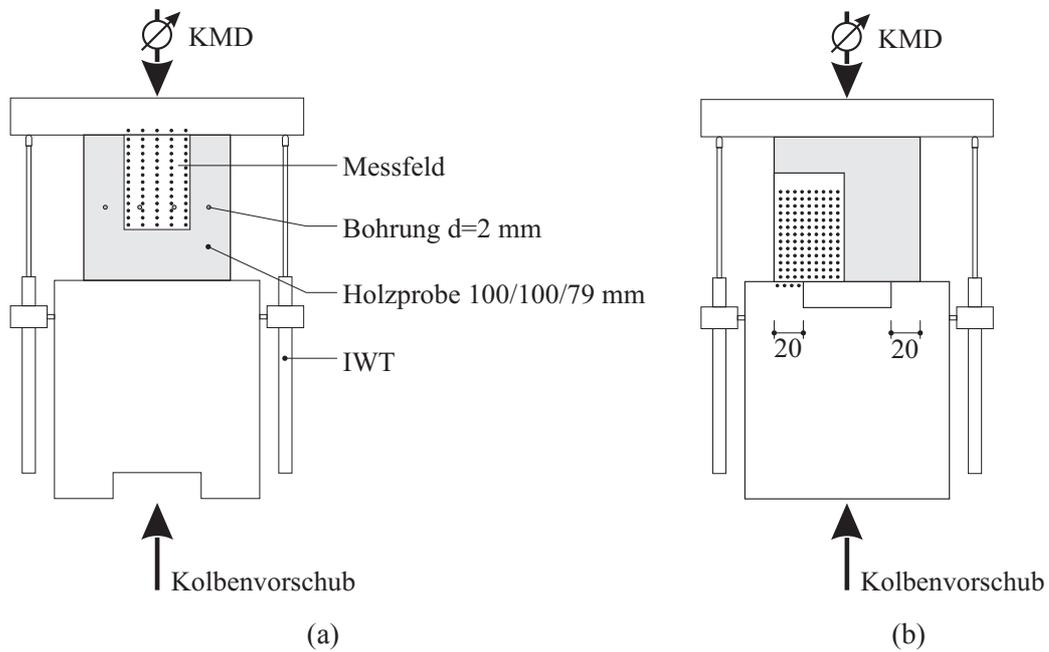


Abbildung 2.16: Aufbau der Druckversuche mit gedrunenen Holzproben unter (a) vollflächiger (d_{xx_v}) und (b) teilflächiger Beanspruchung ($d_{xx_{tb}}$)

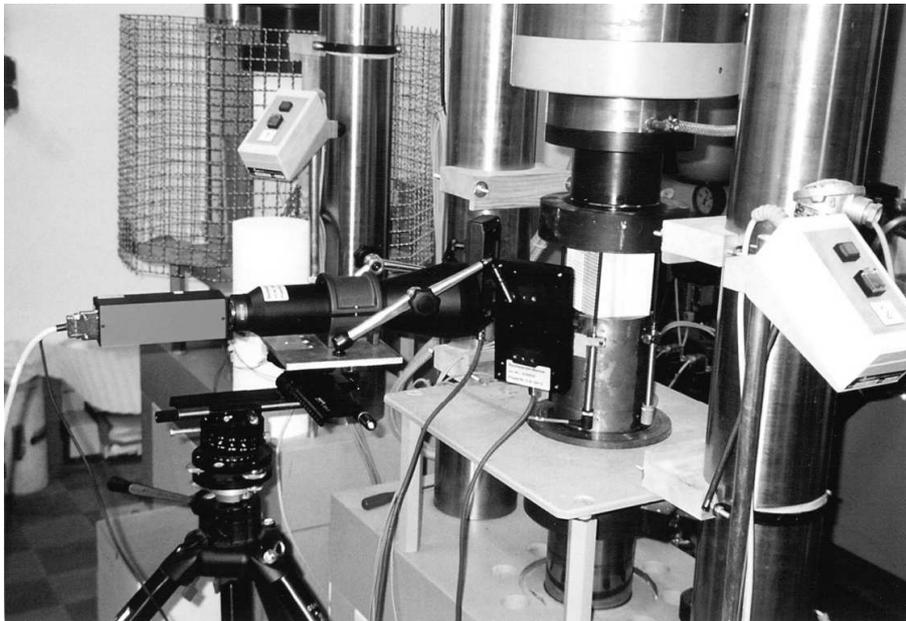


Abbildung 2.17: Versuchsstand für Druckversuche mit klassischer Messtechnik (IWT) und hochauflösender CCD-Kamera als elementarer Bestandteil des photogrammetrischen Messsystems

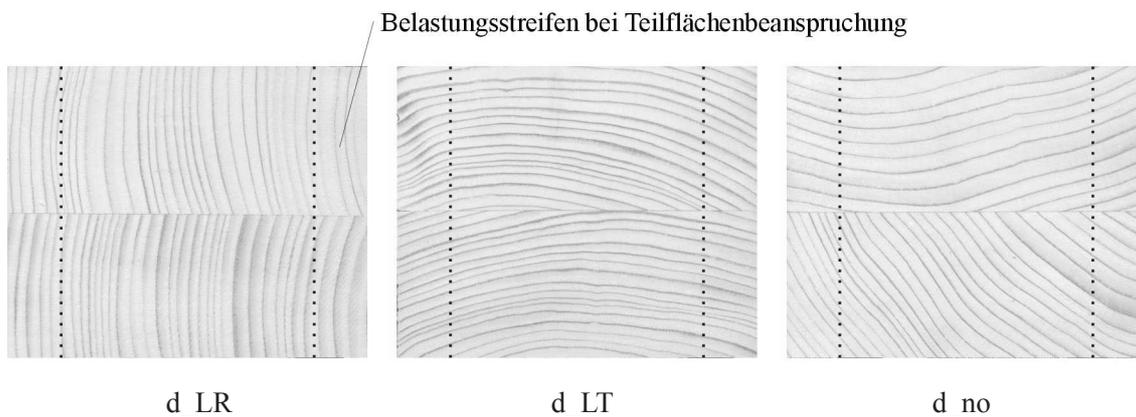


Abbildung 2.18: Bezeichnung der Druckproben entsprechend der Ausrichtung der Ansichtsfläche der Quader, Verlauf der Jahrringe in der Untersicht

bei denen mit Teilflächenbelastung 4, 9 *mm*.

Um bei den vollflächig beanspruchten Proben die sich ausbildende, für das Versagen ursächliche Stauchschicht im Messfeld zu lokalisieren und einen horizontalen Verlauf derselben zu erzwingen, wurden im horizontalen Abstand von 25 *mm* vier durchgehende Bohrungen mit einem Durchmesser von 2 *mm* symmetrisch zur Längsachse eingebracht.

Die Versuchskörper wurden in Abhängigkeit des Kolbenvorschubes weggesteuert belastet, um stets eine stabile Ausbreitung der Schädigung und damit kontinuierliche Last-Verschiebungs-Kurven zu gewährleisten. Das Lastregime kann der Abb. A.49, Anhang A.3 entnommen werden. Auf Grund der unbefriedigenden Steifigkeit der Prüfmaschine ergaben sich an den Proben selbst ca. 10% geringere Verformungen.

Mit der hochauflösenden CCD-Kamera wurde bei den vollflächig belasteten Proben jede Sekunde, bei denen mit Teilflächenbelastung alle 1, 5 *s*, ein Graustufenbild des Messfeldes aufgenommen und die zu diesem Zeitpunkt resultierende Widerlagerkraft aufgezeichnet. Neben dem photogrammetrischen System kam auch klassische Messtechnik zum Einsatz. So wurde nahe an den vier Kanten der Proben mittels induktiver Wegaufnehmer die Verschiebung zwischen Lasteinleitungs- und Widerlagerplatte gemessen. Durch die Prüfmaschine konnten außerdem der Kolbenweg und die Prüflast aufgezeichnet werden.

2.5.3 Diskussion der Ergebnisse

Ein weiterer Vorteil der photogrammetrischen Messung ist, dass die Auswertung der Bilder erst nach dem Versuch durchgeführt wird, so dass die Messbereiche entsprechend der sich einstellenden Schädigung festgelegt werden können. Außerdem ist es möglich, die Einzelbilder gemeinsam mit den aufbereiteten Ergebnissen der analogen Messtechnik in einer Animation vorteilhaft zusammenzufassen, so dass die progressive Ausbreitung der Defekte im direkten Vergleich zu der Entwicklung der Arbeitslinie bewertet werden kann. Die drei Einzelbilder aus einem solchen Film in Abb. 2.19 sollen den Vorzug dieses Vorgehens andeuten.

Aus der Darstellung ist ersichtlich, dass bei den Proben mit vollflächiger Belastung die aufnehmbare Kraft durch die Ausbildung des Stauch- oder Knickbandes begrenzt wurde. Vor Erreichen der Höchstlast waren augenscheinlich keinerlei Schädigungen zu verzeichnen. Bei genauerer Betrachtung der Aufnahme (a) kann aber festgestellt werden, dass zu diesem Zeitpunkt die ur-

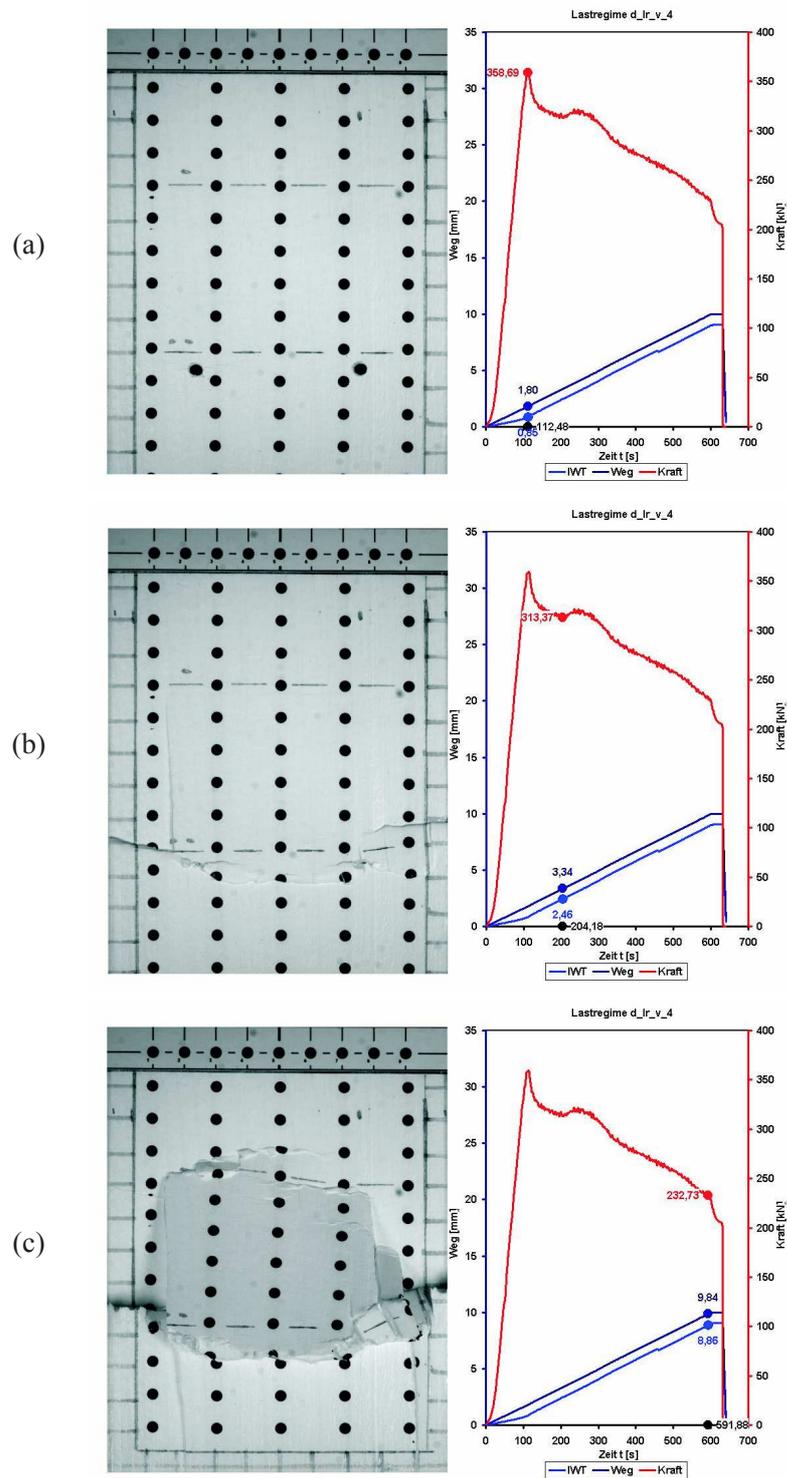


Abbildung 2.19: Einzelbilder aus dem animierten Kraft-Verformungs-Diagramm der Probe $d_{LR_v_4}$

(a) kurz vor dem Erreichen der Höchstlast

(b) zum Zeitpunkt der vollständigen Ausbildung des Knickbandes

(c) bei hoher Kompression Festigkeitsdegradation durch Splitting, hier Ausknicken eines Teilbereiches des Messfeldes aus der Betrachtungsebene heraus

sprünglich runden Bohrungen bereits geringfügig elliptisch verzerrt waren. Durch die Animationen ist belegbar, dass während der Genese der Stauchschicht und der damit verbundenen Festigkeitsdegradation keine Risse durch Splitting aufgetreten sind. Erst nach vollständiger Ausbildung, Situation (b), trat diese Erscheinung ein. Die Proben wurden aber weit über diesen Punkt hinaus komprimiert, so dass durch fortschreitendes Splitting ein weiterer, nahezu linearer Abfall der aufnehmbaren Beanspruchung zu verzeichnen war. Es ist nochmals zu betonen, dass durch die eingebrachten Bohrungen eine „Sollbruchstelle“ erzwungen wurde, die das Knickband in eine horizontale Ausbreitungsrichtung gelenkt hat. Ohne eine solche Beeinflussung würde sich das Band in einem Winkel von etwa 25° gegenüber der Horizontalen einstellen [88]. Außerdem wurde damit die Bildung von Längsrissen begünstigt, so dass bei höheren Kompaktionsraten alle Proben eine mehr oder weniger starke Rissbildung aufwiesen (vgl. Kapitel 3 Abb. 3.24). Die Messkurven aller Proben der Serie mit vollflächiger Belastung sind durch ein lokales Minimum der Reaktionskraft nach Ausbildung der Stauchschicht gekennzeichnet. Die Ursache dafür ist, dass durch das Zusammenpressen der Fasern in diesem Band die Bohrungen überdrückt wurden und damit eine etwas größere Querschnittsfläche für die Lastweiterleitung zur Verfügung stand. Da bei zunehmender Stauchung des Knickbandes die Restfestigkeit des Materials konstant bleibt, konnten folglich geringfügig höhere Kräfte übertragen werden.

Bei der photogrammetrischen Aufarbeitung werden in jedem der während des Versuches aufgenommenen Bilder die Mittelpunktswerte der Messpunkte bestimmt. Die Verteilung der Dehnungen im Bereich des Messfeldes, als Quotient aus gegenseitiger Verschiebung zweier benachbarter Messpunkte und dem Abstand dieser Punkte im Nullbild, kann sehr einfach durch Übertragung der ermittelten Punktkoordinaten auf ein FE-Modell, welches aus den Koordinaten des Nullbildes generiert wird, visualisiert werden. So ist es möglich, die Dehnungen zu jedem Zeitpunkt als Kontur- oder Pfadplot bildhaft und damit anschaulich darzustellen. Im Anhang A.3 Abb. A.81 sind die Ergebnisse der photogrammetrischen Auswertung für den Zeitpunkt kurz vor Erreichen der Höchstlast und der vollständigen Ausbildung des Knickbandes für die in Abb. 2.19 dargestellte Probe *d_LR_v_4* derart aufbereitet. Beachtenswert ist, dass sich bei der maximalen Beanspruchung - Bilder auf der linken Seite - eine deutliche Konzentration der Verschiebung im Bereich der beiden im Messfeld gelegenen Bohrungen nachweisen lässt.

Basierend auf der photogrammetrischen Auswertung der Einzelbilder kann die mittlere Stauchung eines jeden Bereiches zwischen zwei Messpunktzeilen auch direkt berechnet werden. Abbildung 2.20 zeigt ein solches Diagramm beispielhaft für den Probekörper *d_LR_v_3*. Zum direkten Vergleich ist in dem Diagramm die mittels Wegaufnehmer gemessene gesamte Verkürzung der Probe eingetragen. Damit die Steifigkeit direkt gegenübergestellt werden kann, wurden die Verformungen bezüglich der jeweilige Messlänge l_i normiert.

Der anfänglich große Schlupf in der Fuge (Lasteinleitungsbereich) ist darin begründet, dass die Probe zu Beginn der Messung nicht ausreichend eingespannt war und daher ein Antastweg überwunden werden musste. Aus der Abbildung ist jedoch zu erkennen, dass in dieser Zone im Gebrauchslastbereich die Steifigkeit prägnant geringer ist als im restlichen Messfeld. Zudem ist auch der nichtlineare Bereich deutlicher ausgeprägt. Dies ist der Beweis, dass im Lasteinleitungsbereich überproportionale Verformungen durch Glättung der Kontaktfläche und Spannungskonzentration in den steiferen Spätholzschichten aufgetreten sein müssen. Damit in einer numerischen Simulation das Kraft-Verformungs-Verhalten eines Kontaktanschlusses korrekt abgebildet werden kann, muss diese erhöhte Verformung in der Kontaktfuge berücksichtigt werden.

Weitere Ziele bei der Durchführung der Druckversuche waren die genauere Charakterisierung

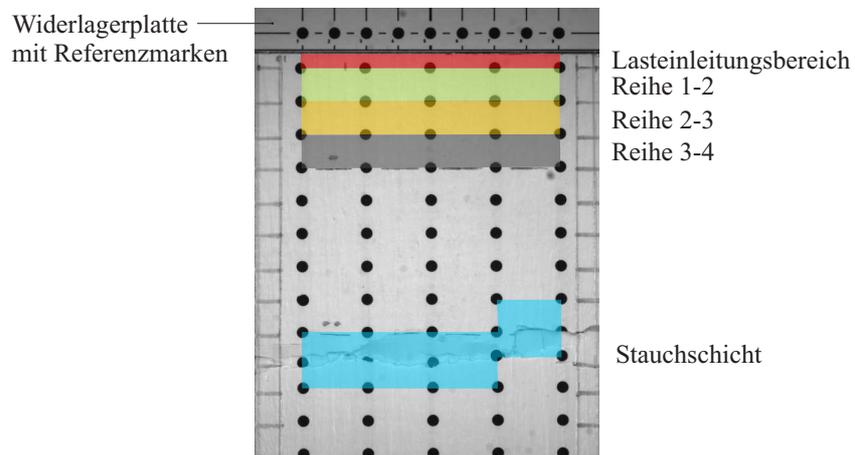
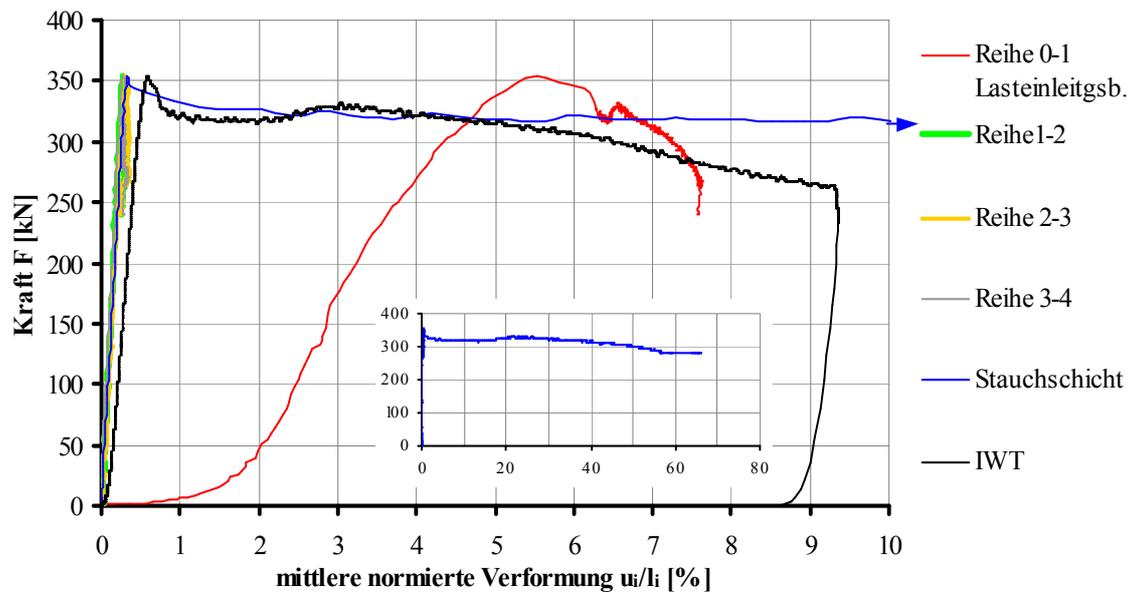


Abbildung 2.20: Vergleich der mittleren normierten Verformungen am Bsp. der Probe $d_{LR_v_3}$, die Bezugslänge betrug für den Lasteinleitungsbereich $l_{LE} = 2,98 \text{ mm}$, die Messpunktzeilen $l_i = 4,9 \text{ mm}$, die Stauchschicht $l_{LE} = 9,8 \text{ mm}$ und den IWT $l_{IWT} = 100 \text{ mm}$

der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung und die Bestimmung von Materialparametern zu deren Beschreibung. Der Bereich für die photogrammetrische Vermessung der sich ausbildenden Stauchschiicht wurde über zwei Punktreihen gewählt (siehe Abb. 2.20). Durch die Spannungskonzentration an den Bohrungen sind kurz vor Erreichen der Höchstlast stärker ausgeprägte Nichtlinearitäten im Bereich des späteren Knickbandes zu verzeichnen. Aber auch außerhalb dieses Sektors, also an Stellen, an denen kein Faserknicken auftrat, ist eine deutliche Abweichung von der Linearität erkennbar. Nach Erreichen der Höchstlast fand die gesamte Längenänderung aber ausschließlich innerhalb der Stauchschiicht statt. Die Messkurven aller anderen Bereiche fallen senkrecht ab. Allen Proben wurde eine Stauchung von insgesamt 10 mm aufgezwungen, dabei resultierte bei dem dargestellten Körper allein im Knickband eine ca. $6,7\text{ mm}$ bleibende Verformung. Bezogen auf die Messlänge von $9,8\text{ mm}$ wurde dieser Abschnitt damit auf 32% komprimiert. In der tatsächlichen Stauchschiicht selbst war die Verdichtungsrate also noch wesentlich höher als 68% . Die spätere Zunahme der Verformungen im Lasteinleitungsbereich ($u_i/l_{LE} > 6,3\%$) ist auf das Splitting zurückzuführen. Durch die Längsrisbildung kam es auch zu Verwerfungen der Kontaktfläche, so dass sich die Fuge geringfügig aufweitete.

Das beobachtete Versagen der Proben unter Teilflächenbeanspruchung, bei denen der Bereich der höchsten Beanspruchung direkt über den Lasteinleitungskonsolen lag, wird im Kontext der durchgeführten numerischen Simulationsrechnung im Abschnitt 6.3.3 eingehend beschrieben.

2.5.4 Ermittlung von Materialparametern

Für die Formulierung der entwickelten und im Kapitel 5.1.5 näher erläuterten Verfestigungsvorschrift bei longitudinaler Druckbeanspruchung sind einige Eingangswerte erforderlich. Vorwiegend auf Basis der vollflächig beanspruchten Proben konnten aus den mittels IWT gewonnenen Arbeitslinien folgende Materialparameter bestimmt werden (vgl. Abb. 2.21):

- Schlupf in der Kontaktfuge $u_{pl,LE}$
- scheinbarer Elastizitätsmodul $E_{L,c}^*$
- Proportionalitätsgrenze Ω_1
- Druckfestigkeit $f_{L,c}$
- Restfestigkeit nach Ausbildung der Stauchschiicht $f_{L,c,3}$
- zur Ausbildung des Knickbandes aufgewendete Schädigungsenergie $G_{L,c,3}^F$
- mittlerer Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach vollständiger Ausbildung des Knickbandes $E_{L,c,4}$
- zur longitudinalen Ausbreitung der Stauchschiicht notwendige Erweiterungsenergie $G_{L,c,E,4}^F$
- E-Modul im Entlastungspfad $E_{L,c,Entlastg.}$

Das nachfolgend beschriebene Vorgehen bei der Auswertung kann anhand der Abb. 2.21 nachvollzogen werden. Der scheinbare Elastizitätsmodul $E_{L,c}^*$ wurde aus dem Anstieg der Sekante zwi-

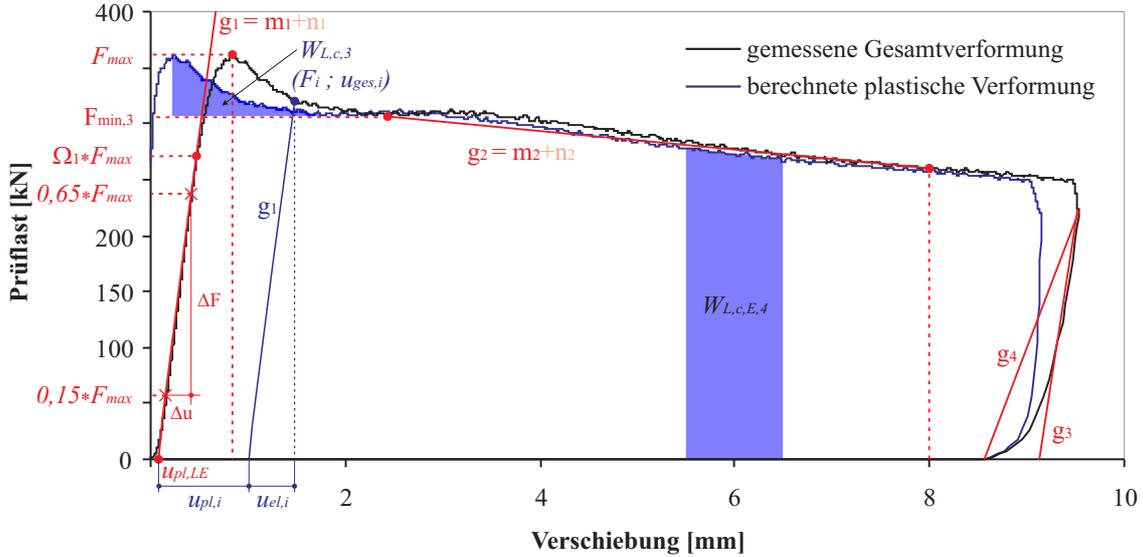


Abbildung 2.21: Übersicht zu der Auswertung der mittels IWT gewonnenen Arbeitslinien am Beispiel der Probe $d_LT_v_2$

schen den Punkten bei 15% und 65% der Höchstlast F_{max} bestimmt:

$$E_{L,c}^* = \frac{\Delta F * h}{\Delta u * A} \quad (2.1)$$

$$(2.2)$$

Der Schnittpunkt der Sekante mit der Abszisse lieferte den bleibenden Verformungsanteil in der Kontaktfuge $u_{pl,LE}$. Die longitudinale Druckfestigkeit berechnet sich als:

$$f_{L,c} = \frac{F_{max}}{A_{red}} \quad (2.3)$$

A_{red} – um Bohrungen reduzierte Grundfläche der Probekörper
resp. Aufstandsfläche bei Teilflächenbeanspruchung

Im postkritischen Bereich konnte bei allen Proben mit vollflächiger Belastung ein lokales Minimum der Prüflast $F_{min,3}$ ermittelt werden. Unter sinngemäßem Ansatz der Gl. (2.2) wurde daraus die Restfestigkeit nach Ausbildung der Stauchschiicht $f_{L,c,3}$ bestimmt. Unter Vernachlässigung der anschließenden geringfügigen Zunahme der Festigkeit kann für die Arbeitslinien ein relativ gleichmäßiger Verlauf, angenähert durch die Trendlinie g_2 , mit negativem Gradienten m_2 unterstellt werden. Übertragen auf eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung erhält man den mittleren Anstieg des Spannungsplateaus zu:

$$E_{L,c,4} = m_2 \frac{h}{A_{red}} \quad (2.4)$$

Für den Entlastungspfad repräsentiert die Gerade g_3 die bestmöglich an die Kraft-Verformungs-Kurve zu legende Trendlinie. Da ein Großteil der Probekörper in der Entlastungsphase einen nahezu gleichmäßigen Rückgang der Verformung aufzeigte, wurde versucht, diese Gerade durch den Anfangspunkt des Entlastungsastes zu legen. Dagegen verbindet die Gerade g_4 den Punkt der beginnenden Entlastung auf der Kraft-Verformungs-Kurve mit jenem, der bei einer Belastung von

0,5% der Höchstlast F_{max} erreicht wurde. Sie kann im Entlastungsbereich somit als Sekante der Kraft-Verformungs-Kurve angesehen werden.

Die mittels der induktiven Wegaufnehmer gemessene Gesamtverformung setzt sich aus dem anfänglichen Schlupf in der Fuge, einer elastischen Stauchung, charakterisiert durch den Anstieg der Geraden g_1 , sowie einer bleibenden Verkürzung zusammen (vergl. Kap. 4.2). Der plastische Anteil eines jeden Verschiebungswertes auf der Arbeitslinie kann also berechnet werden zu:

$$u_{pl,i} = u_{ges,i} - u_{pl,LE} - u_{el,i} \quad (2.5)$$

$$u_{el,i} \approx \frac{F_i}{m_1}$$

An dem Graphen der so berechneten plastischen Gesamtverformung wurde die Proportionalitätsgrenze Ω_1 als der Punkt bestimmt, ab dem alle folgenden plastischen Verformungen einen Wert von $2 \mu m$ nicht wieder unterschritten.

Die Fläche unter der Kurve der plastischen Verformung entspricht dem nicht reversiblen Anteil an verrichteter Arbeit bzw. der Energie, die während der Ausbreitung einer Schädigung dissipiert wurde. Von *Poulsen* wurden ähnliche Druckversuche durchgeführt, wobei aber stets ein horizontaler Verlauf der Spannung im postkritischen Bereich erzielt wurde [88]. Er bestimmte aus seinen Versuchen die Arbeit, die notwendig war, ein Einheitsvolumen in die Stauchschicht hineinzupressen. In Anlehnung an dieses Vorgehen wurde aus den eigenen Versuchen die zur seitlichen Erweiterung der Stauchschicht um $1 mm$ (u_{pl} von $5,5$ auf $6,5 mm$) benötigte Energie¹ berechnet:

$$G_{L,c,E,4}^F = W_{L,c,E,4} \frac{1}{b * t} \quad (2.6)$$

Nach *Poulsen* ist die Knickbandbildung bei Erreichen des lokalen Minimums der Kraft $F_{min,3}$ abgeschlossen. Demnach wurde allein beim Ausknicken der Fasern die Schädigungsenergie $G_{L,c,3}^F$ dissipiert. Diese ergibt sich als Fläche unter der Kurve der plastischen Verformung im Bereich von der Höchstlast F_{max} bis $F_{min,3}$ abzüglich der gleichzeitig dissipierten Erweiterungsenergie¹:

$$G_{L,c,3}^F = W_{L,c,3} \frac{1}{b * t} \quad (2.7)$$

$$W_{L,c,3} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} [(F_{i-1} - F_{min}) + (F_i - F_{min})] * (u_i - u_{i-1})$$

Durch die Verformungen in der Kontaktfuge war es nicht möglich, den wirklichen Elastizitätsmodul $E_{L,c}$ aus den Kraft-Verschiebungs-Kurven zu berechnen. Aus den photogrammetrischen Messungen konnten jedoch zusätzlich Arbeitslinien ohne den Anteil der Verformung in der Kontaktfuge aufgestellt werden, in dem die mittlere Verformung zwischen der ersten Messreihe unterhalb der Kontaktfuge und der letzten Reihe im Messfeld berechnet wurde. Nach dem zuvor erläuterten Schema wurden aus diesen Kurven wiederum die korrekten Elastizitätsmoduln $E_{L,c}$ abgeleitet.

Im Abschnitt 6.3.1 wird noch ein weiterer Weg aufgezeigt, wie auf Grundlage der Messwerte die zur numerischen Beschreibung der Festigkeitsentwicklung notwendigen Materialparameter so

¹Die dabei verrichtete Arbeit wurde unter Verwendung der Trapezregel in einem Tabellenkalkulationsprogramm aufsummiert.

ermittelt werden können, dass eine bestmögliche Übereinstimmung der Simulation mit den Versuchsergebnissen erzielt werden kann.

Die recht aufwändige Auswertung der nur auf den ersten Blick einfach anmutenden Druckversuche wurde im Rahmen einer Studien- und einer Diplomarbeit durchgeführt [55] [56]. In diesen Arbeiten wurde das hier komprimiert dargelegte Vorgehen ausführlich aufbereitet. Auch die Flut an Informationen, die insbesondere aus den photogrammetrischen Messungen gewonnen wurde, konnte hier nicht in extenso eingearbeitet werden. Als Zusammenfassung der durchgeführten Versuche wurde daher nur eine tabellarische Zusammenstellung ermittelten Materialparameter in den Anhang A.3 eingeordnet. In Tabelle A.12 sind zusätzlich Werte aufgeführt, die nach dem eigenen Auswertungsschema aus den Versuchsergebnissen von *Poulsen* ermittelt wurden.

Durch die photogrammetrische Auswertung der vollflächig beanspruchten Proben wurde ein mittlerer E-Modul von $E_{L,c} \approx 12.700 \text{ N/mm}^2$ bei der LT ausgerichteten und nicht orientierten Jahringanordnung bestimmt. Bei den Proben d_{LR_v} ergab sich ein signifikant höherer Wert von $E_{L,c} \approx 15.500 \text{ N/mm}^2$, was auf einen höheren Anteil von Spätholz hinweist.

Die aus den eigenen Experimenten ermittelte Druckfestigkeit der Serie d_v war mit $f_{L,c,v} = 47,9 \text{ N/mm}^2$ und $f_{L,c,tb} = 44,5 \text{ N/mm}^2$ für die Serie d_{tb} im Vergleich zu *Poulsens* Versuchen ($\bar{f}_{L,c} = 43,18 \text{ N/mm}^2$) deutlich größer. Anhand der eigenen Versuche ist nachweisbar, dass die Proportionalitätsgrenze schon bei ca. 70% der longitudinalen Druckfestigkeit liegt. Das lokale Minimum der Restfestigkeit nach Ausbildung der Stauchsicht stellte sich bei $\bar{f}_{L,c,3} = 40,76 \text{ N/mm}^2$ ein, was in etwa 85% des Maximalwertes entspricht.

Bei den vollflächig belasteten Holzdruckwürfeln fiel die bei der Knickbandbildung dissipierte Schädigungsenergie mit $G_{L,c,3}^F = 2,95 \text{ kN/m}$ ungefähr doppelt so hoch aus wie in *Poulsens* Experimenten. Durch die vier Bohrungen, *Poulsen* setzte nur eine, wurde die Stauchsicht in einen horizontalen Verlauf gezwungen. Dennoch konnte keine harmonische Ausbreitung der Schädigung erreicht werden. Da sich das Faserknicken ausgehend von den Bohrungen tendenziell immer unter einem spitzen Winkel fortpflanzt, war die Stauchsicht sehr unregelmäßig. Es ist zu vermuten, dass somit mehr Materialvolumen in die Schädigung einbezogen und daher mehr Arbeit verrichtet werden musste.

Kapitel 3

Der Baustoff Holz

Auf Grund seines natürlichen Wachstums und seines gerichteten Aufbaus aus einzelnen Fasern handelt es sich bei Holz, im Gegensatz zu allen anderen Baustoffen, um einen hochgradig komplexen Verbundwerkstoff. Es ist ein inhomogenes, anisotropes, stark poriges und hygroskopisches Material. Um die physikalischen und mechanischen Besonderheiten richtig beurteilen zu können, ist es zunächst notwendig, den spezifischen Aufbau des Holzes genauer zu untersuchen.

3.1 Anatomie des Nadelholzes

Holz besteht aus länglichen, röhrenförmigen, radial um die Stammmitte angeordneten und longitudinal gerichteten Zellen. Diese haben die Aufgabe die Baumkrone zu stützen, Nährstoffe und Flüssigkeiten weiterzuleiten und zu speichern.

Nadelhölzer besitzen im Vergleich zum Laubholz einen relativ einfachen und regelmäßigen Zellaufbau. Das axial ausgerichtete Grundgewebe besteht aus Tracheiden, welche sowohl Stabilisierung- als auch Leitungsfunktion übernehmen. Tracheiden sind langgestreckte Zellen von 2 bis 7 mm Länge und 0,009 bis 0,04 mm Durchmesser.

In den Gebieten der borealen oder subborealen Klimazone werden die Wachstumsphasen eines Baumes durch den charakteristischen Ablauf der Witterung bestimmt und durch die winterliche Vegetationsruhe unterbrochen. So werden im Frühling bis Frühsommer weitleumige, dünnwandige Zellen (Frühholz) gebildet. Gegen Ende der Vegetationsperiode, im Spätsommer bis Herbst, entwickeln sich englumige und dickwandige Zellen (Spätholz). Im Gegensatz zu den Frühholztracheiden mit ihren leicht gerundeten Enden (Abb. 3.3(a)) sind die Spätholztracheiden an den Enden zugespitzt (Abb. 3.3(b)), wodurch in axialer Richtung eine gewisse Verzahnung und damit ein kraftschlüssiger Verbund mit den anschließenden Tracheiden ermöglicht wird. Der wesentliche Unterschied in der Größe, der Zellwanddicke und im Porengehalt bedingt insbesondere beim Nadelholz einen bedeutenden Farb-, Festigkeits- und Steifigkeitsunterschied in den Zuwachszonen. Dieser, in Form der Jahrringe erkennbare jährliche ringförmige Zuwachs, kennzeichnet somit das Alter des Baumes.

Senkrecht zu den Jahrringen verlaufen Holz- oder Markstrahlen, die den radialen Transport (Holzstrahltracheiden) und die Speicherungsfunktion (Holzstrahlparenchym) übernehmen. Sie sind bei Nadelhölzern stets unregelmäßig angeordnet. In die Holzstrahlen können, wie bei Lärche, Fichte, Kiefer und Douglasie, Harzkanäle eingebettet sein (Abb. 3.4(a)). Diese sind aber nicht für alle Nadelhölzer kennzeichnend; eine Ausnahme bilden z.B. Tanne (Abb. 3.4(b)) und Eibe.

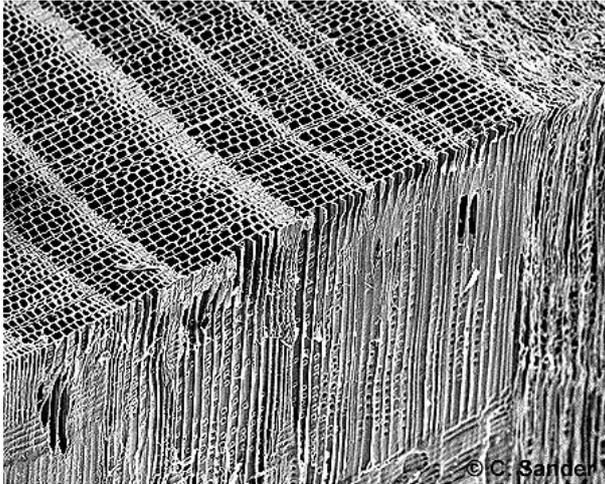


Abbildung 3.1: 3D-Ansicht von Holz im Raster-Elektronenmikroskop © C. Sander

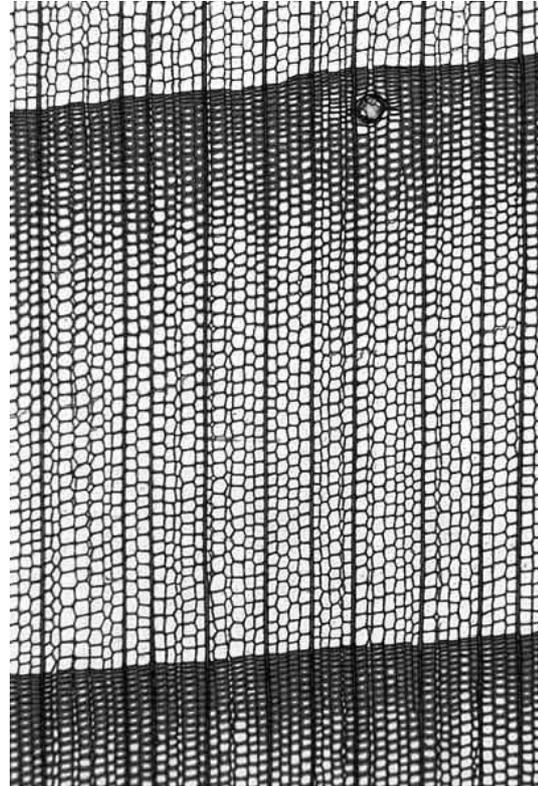
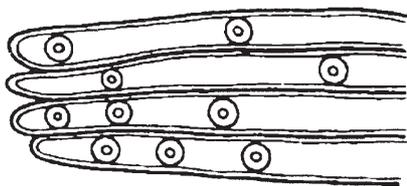
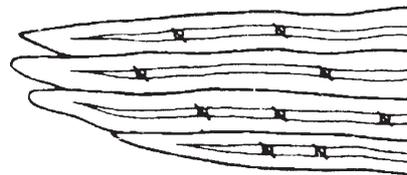


Abbildung 3.2: Querschnitt von Fichtenholz (*Picea abies* Karst.), Früh- und Spätholztracheiden



(a)



(b)

Abbildung 3.3: Zellformen des Nadelholzes (a) Frühholz-Tracheide; (b) Spätholz-Tracheide

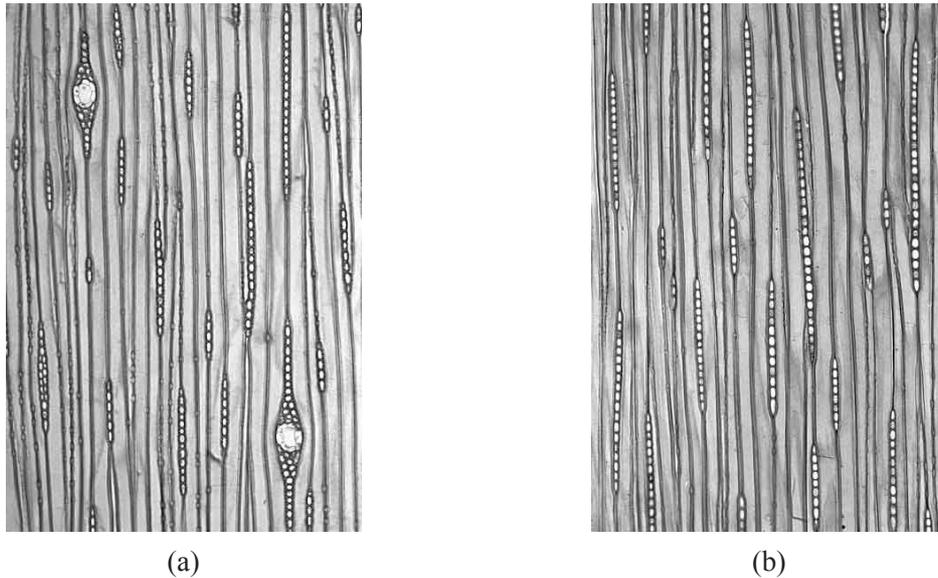


Abbildung 3.4: Tangentialschnitt durch Nadelholz (a) Fichte (*Picea abies* Karst.), Holzstrahlen mit Harzkanal; (b) Tanne (*Abies alba* Mill.), Holzstrahlen ohne Harzkanal

Die eigentliche Holzsubstanz stellt die Wand der voll ausgebildeten Zelle dar, welche laminar aufgebaut und daher ebenfalls inhomogen ist - siehe Abb. 3.5. Benachbarte Zellen werden durch eine hauptsächlich aus Hemicellulose und Lignin bestehende *Mittellamelle* (ML) verbunden. Zu jeder angrenzenden Zelle schließt sich eine sehr dünne *Primärwand* (P) an, die Cellulosefibrillen ohne besondere Orientierung enthält. Darauf folgt die *Sekundärwand* (S), die sich ihrerseits wiederum aus drei unterschiedlichen Schichten zusammensetzt:

- *S1-Schicht*: äußere Sekundärwand, dünn mit Cellulosefibrillen unter 50° - 70° Neigungswinkel zur Längsachse der Zelle
- *S2-Schicht*: Hauptsekundärwand, 75-85% der Zellwanddicke, größter Zelluloseanteil (51%) mit sehr steilem Anstieg der Cellulosefibrillen, daher hohe Festigkeit, größte mechanische Bedeutung innerhalb der Zellwand
- *S3-Schicht*: innere Sekundärwand, nur bei Parenchymzellen, Vorzugsorientierung der Cellulosefibrillen nahezu quer zur Längsachse

Als letzte Wandschicht zum Lumen hin wird die *Tertiärwand* gebildet. Sie zeichnet sich durch eine hohe Konzentration von Lignin aus, wodurch sie widerstandsfähiger gegen enzymatische und chemische Einwirkungen ist. Die Fibrillen sind leicht spiralförmig angeordnet. In einigen Fällen ist die Schicht, welche die Zellwand zum Lumen hin abschließt, mit ligninreichen „Warzen“ belegt, z.B. bei den Gefäßen von Buchen oder bei den Tracheiden von Fichten und Kiefern.

Auf die Molekularstruktur sowie die chemische Zusammensetzung des Holzes soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden, da sie für die weiteren Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit nicht von Bedeutung sind.

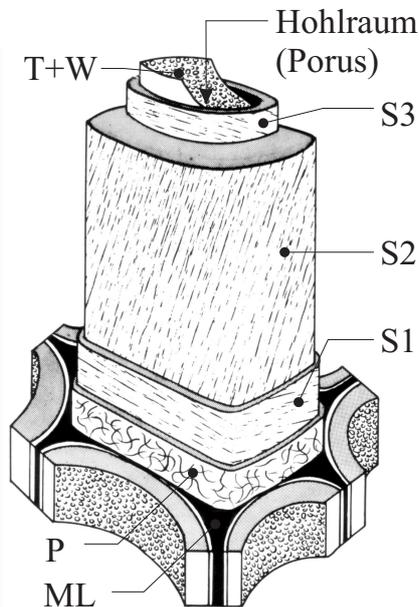


Abbildung 3.5: Schematischer Aufbau einer Zellwand *Mittellamelle* (ML); *Primärwand* (P); *Sekundärwand*: *äußere Sekundärwand* (S1), *Hauptsekundärwand* (S2), *innere Sekundärwand* (S3); *Tertiärwand* (T), oft mit *Warzen* belegt (W) [111, Fig. 1-12]

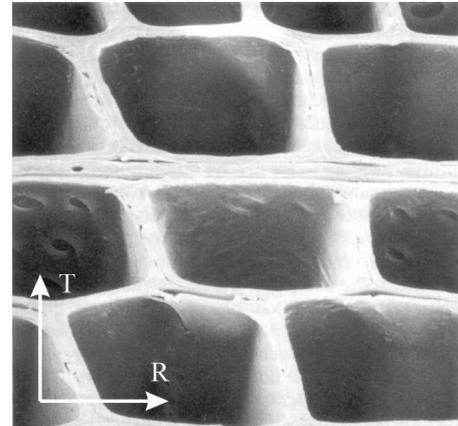


Abbildung 3.6: Tracheiden der Fichte im REM [75, S. 305 l.m.]

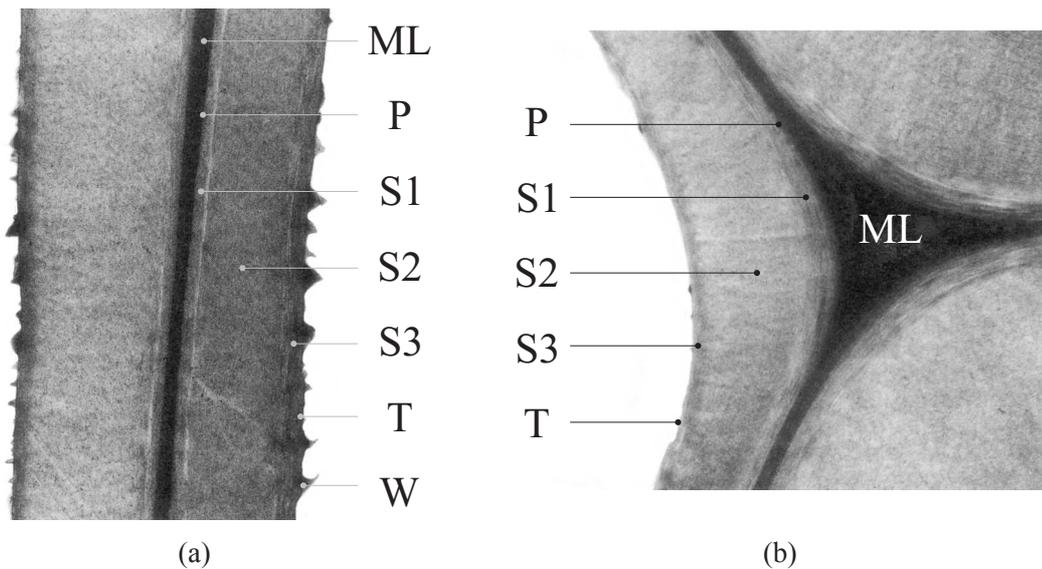


Abbildung 3.7: Schnitte durch eine Zellwand (a) in Zelllängsrichtung und (b) quer zu Zellen [75, S. 657 r.u. und S. 305 l.o.]

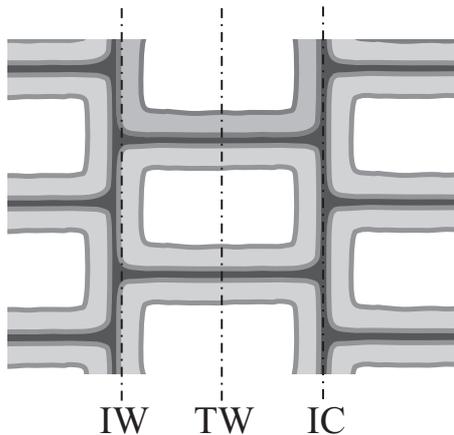


Abbildung 3.8: Bruchversagen des Holzes auf mikroskopischer Ebene

- Bruch der Zellwand (*transversal failure* - TW)
- Trennung der Mittellamelle (*intercell failure* - IC)
- Ablösung der *S1* von der *S2*-Schicht (*interwall failure* - IW)

3.2 Elastomechanische Eigenschaften

Die physikalischen Eigenschaften der Früh- und Spätholzschichten sind sehr unterschiedlich und selbst makroskopisch fehlerfreies Holz ist mit strukturell bedingten mikroskopischen Fehlern, z.B. Hoftüpfeln und Markstrahlen, durchzogen. Der Baustoff Holz kann daher erst als homogen angesehen werden, wenn der betrachtete Körper groß genug ist, um eine ausreichende Anzahl von Jahrringschichten sicherzustellen. In diesem Fall kann nach *Hörig* von einer „statistischen Homogenität“ ausgegangen werden [53].

Auf Grund seines makroskopischen Aufbaus sind die mechanischen Eigenschaften des Holzes richtungsabhängig, d.h. es verhält sich anisotrop. Ein Baum besitzt eine Wachstumsrichtung (L), welche longitudinal zur Stammrichtung verläuft. Im Querschnitt besteht eine Vorzugsrichtung tangential zu den Jahresringen (T) und eine weitere wird durch die senkrecht dazu stehenden Radien (R) gebildet. Diese drei natürlichen Orientierungsachsen beschreiben ein zylindrisches Koordinatensystem. Häufig wird bei Holz aber, so auch in der Normung, nicht zwischen den Eigenschaften in tangentialer und radialer Richtung unterschieden, sondern das Materialverhalten senkrecht zu Faser zusammengefasst. Dann kann im Querschnitt des Baumes auf Grund der unterstellten Rotationssymmetrie von isotropem Verhalten ausgegangen werden. Diesen Spezialfall der Anisotropie bezeichnet man auch als transversale Isotropie. Betrachtet man aber einen Holzwürfel, der im ausreichenden seitlichen Abstand von der Längsachse des Stamms entnommen wurde, stehen die natürlichen Achsen des Holzes senkrecht aufeinander und das Material kann prinzipiell als „orthogonal anisotrop“ oder kurz „orthotrop“ angesehen werden.

Die Unterstellung eines linearen Zusammenhangs zwischen Spannungen und Verzerrungen ist opportun, wenn unter den obigen Annahmen moderate, statische Belastungen auf ein hölzernes Element aufgebracht werden. Bei Vernachlässigung von Temperatureinflüssen gilt dann nach dem verallgemeinerten *Hooke*-schen Gesetz:

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} * \{\sigma\} \quad (3.1)$$

Mit der allgemein anerkannten Annahme, dass hydrostatische Spannungen nur Formänderungen erzeugen, hingegen Gestaltänderungen nur durch deviatorische Anteile hervorgerufen werden, reduziert sich die Anzahl der Elemente der Flexibilitätsmatrix $[D]^{-1}$ von 36 auf 12. Die Gleichung (3.1) kann somit in Ingenieurschreibweise ausgedrückt werden als:

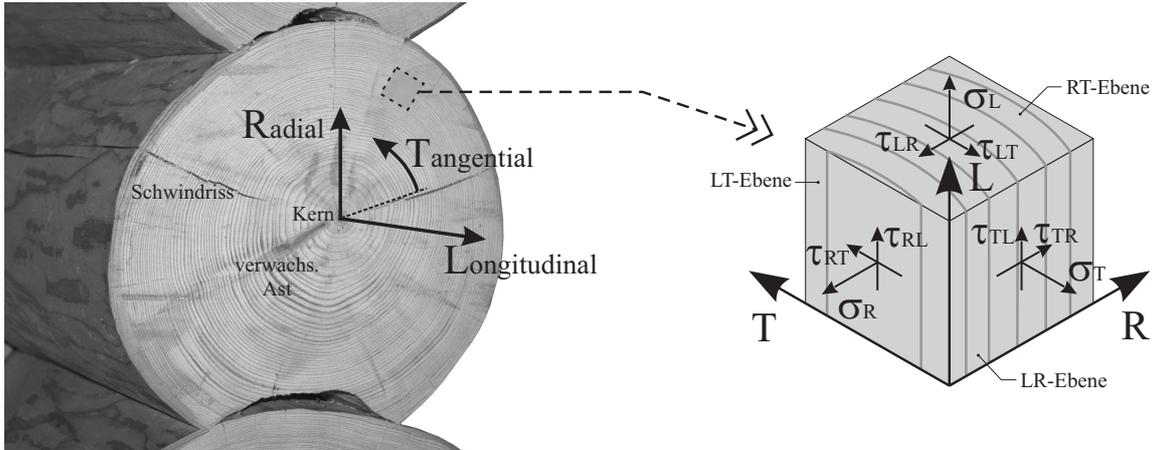


Abbildung 3.9: Makroskopische Struktur des Holzes, zylind. Anisotropie auf Grund des natürlichen Wachstums, lokal orthotrope Ausrichtung innerhalb eines fehlerfreien und nahezu homogenen Kontinuums

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LR}}{E_R} & -\frac{\nu_{LT}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{RT}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{E_L} & -\frac{\nu_{TR}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Da für numerische Lösungsansätze i. d. R. vorausgesetzt wird, dass die Matrix $[D]^{-1}$ symmetrisch aufgebaut ist, gilt für orthotrope Materialien:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{RL}}{E_L} &= \frac{\nu_{LR}}{E_R} \\ \frac{\nu_{TL}}{E_L} &= \frac{\nu_{LT}}{E_T} \\ \frac{\nu_{TR}}{E_R} &= \frac{\nu_{RT}}{E_T} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Aus den obigen drei Randbedingungen folgt, dass ν_{RL} , ν_{TL} und ν_{TR} keine unabhängigen Eingabewerte, sondern abhängige Größen sind. Dadurch wird die Anzahl der zu bestimmenden Materialparameter auf neun eingeschränkt. *Neuhaus* konnte in seiner Arbeit jedoch nachweisen, dass die Annahme (3.3) für Holz nicht gilt und das Verformungsverhalten dieses Materials mittels einer unsymmetrischen Flexibilitätsmatrix abgebildet werden müsste. Infolge dieser Modalität würde

allerdings der numerische Aufwand zur Berechnung in erheblichem Maße ansteigen. Selbst die Leistungsfähigkeit der heutigen Rechentechnik wäre mithin für die Simulation von nichtlinearen Problemen, bei denen prinzipiell ein schrittweises iteratives Vorgehen erforderlich ist, nicht mehr ausreichend. Werden indes die Randbedingungen in einem numerischen Modell so formuliert, dass keine Zwängungen infolge Querdehnung auftreten, sind die Verformungsanteile aus den Elementen der Nebendiagonalen von $[D]^{-1}$ von untergeordneter Bedeutung. Im Vergleich zu dem erheblich höherem Rechenaufwand erscheint es deshalb gerechtfertigt, die Querdehnungszahlen entsprechend der dominierenden Beanspruchungsrichtung zu wählen und eine symmetrische Flexibilitätssmatrix zu verwenden.

3.3 Bruch- und Versagensverhalten von Holz

Ebenso wie die linear-elastische Reaktion des Holzes ist auch dessen Versagensverhalten abhängig von der Beanspruchungsrichtung. Eine zusätzliche Abhängigkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ergibt sich nach Erreichen der Elastizitätsgrenze ferner von der Beanspruchungsart. So ist prinzipiell festzustellen, dass sich Holz bei Druckbeanspruchung ausgesprochen duktil verhält, dagegen bei Zug- oder Schubbeanspruchung eher spröde versagt. Mithin ergeben sich zunächst neun unterschiedliche Arbeitslinien, mit deren Hilfe die nichtlineare Entwicklung der Festigkeiten in Abhängigkeit der Dehnungen beschrieben werden muss.

In diesem Zusammenhang ist aber zu klären, ob bei einer Interaktion von mehreren räumlichen Spannungskomponenten ein prämaures Versagen eintritt. Für eine sinnvolle numerische Formulierung müssen in diesen Fällen die Entfestigungen miteinander gekoppelt werden. Übertragen auf das reale Material, bedeutet dieser Zusammenhang eine Überlagerung der in der Zellstruktur auftretenden Defekte. Andererseits kann eine Interaktion zwischen Spannungszuständen ausgeschlossen werden, wenn durch die Beanspruchungen verschiedene Ebenen der Holzsubstanz geschädigt werden oder die resultierenden Versagensmechanismen unabhängig voneinander ablaufen. In den folgenden Abschnitten werden diese Vorgänge auf mikroskopischer und submikroskopischer Ebene in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und -richtung charakterisiert und die daraus resultierenden Festigkeitsdegradationen aufgezeigt.

3.3.1 Zugbeanspruchung senkrecht zur Faser (Mode I)

Die Divulsion eines Bauteils infolge einer Zugbeanspruchung senkrecht zur Faser stellt im Holzbau den kritischsten und gefährlichsten Versagenszustand dar. Dies ist durch zwei mechanische Eigenschaften des Holzes bei der Mode I Rissbildung begründet:

- Die Zugfestigkeit senkrecht zur Faser (in radialer als auch tangentialer Richtung) beträgt bei fehlerfreiem Material nur etwa 10% derer in Faserrichtung, bei fehlerbehaftetem Sortierholz sogar nur ca. 1%.
- Die Entfestigung und damit der Bruch verläuft ausgesprochen spröde. Nach Bildung eines Initialrisses pflanzt sich dieser sehr schnell in Faserrichtung fort und kann zur vollständigen Trennung des Bauteils und damit zu einem plötzlichem Versagen der Gesamtkonstruktion führen.

Da eine ungewollte Querzugbeanspruchung bei vielen alltäglichen Bemessungssituationen auftreten kann (z.B. Ausklinkungen, Durchbrüche, gekrümmte Biegeträger oder solche mit nichtpar-

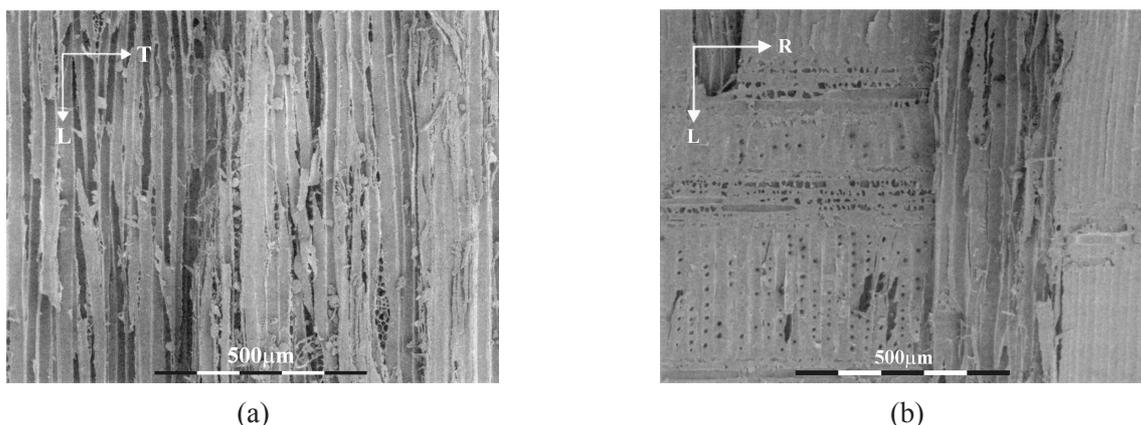


Abbildung 3.10: Bruchflächen von Jack pine (*Pinus banksiana*) bei Querzugbeanspruchung aus [112, Figure 6.17(a) und 6.18(a)]: (a) prävalente Versagensart in der LT-Ebene Zellwandbruch TW; (b) dominierend in der LR-Ebene Fasertrennung IW resp. IC

allelen Randfasern, Anschlüsse), ist diese Versagensart mit Abstand am intensivsten untersucht worden.

Auf mikroskopischer Ebene können prinzipiell zwei Versagensmechanismen unterschieden werden (Abb. 3.8):

- Der Riss kann durch die Zelle verlaufen, so dass ein Bruch der Zellwand auftritt (*transversal failure* - TW). In diesem Fall wird die Festigkeit wesentlich von der Zellwanddicke, also der Dichte, beeinflusst.
- Verläuft der Riss dagegen zwischen benachbarten Zellen, werden diese voneinander gelöst. In diesem Fall ist die Bruchfestigkeit im Wesentlichen unabhängig von der Zellwanddicke. Dabei kann die Mittellamelle (*ML*) getrennt (*intercell failure* - IC) oder die *S1* von der *S2*-Schicht gelöst werden (*interwall failure* - IW).

Nach *Frühmann* [32, Paper E] oder *Smith* [112] ist der Versagensmechanismus abhängig von der Zellart. Demnach ist für die dünnwandigen Frühholztracheiden der Zellwandbruch (TW) typisch. Dagegen tritt bei Spätholz vermehrt die Fasertrennung (IW oder IC), aber auch der Zellwandbruch auf. *Dill-Langer et al.* [22] stellten jedoch bei in-situ-Beobachtungen von Querzugproben unter Verwendung eines speziellen Lasermikroskops eine primäre Abhängigkeit der Versagensart von der Rissausbreitungsrichtung fest. Nach deren Erkenntnissen ist in der LT- Ebene (RT- Rissystem) der Zellwandbruch prävalent. In dieser Richtung folgt der Riss auf Grund der geringeren Festigkeit dem Verlauf des Frühholzes. In der LR- Ebene (TR-Rissystem) tritt dagegen vorwiegend eine Trennung der Fasern auf. Dieses Bruchverhalten wurde auf die Mikrostruktur des Holzes zurückgeführt. Wie in Abb. 3.2 oder 3.6 erkenntlich, sind die Tracheiden radial in einer Linie angeordnet. Die Mittellamelle bildet eine nahezu plane Trennfläche zwischen den Fasern, welcher der Querzugriss folgt. Dagegen sind die Zellen in tangentialer Richtung gegeneinander versetzt. Bei einer Rissausbreitung parallel zu den Jahrringen muss die Ruptur zwangsläufig quer durch die Zellwände benachbarter Tracheiden verlaufen. Infolge des TW-Versagens resultiert auf mikroskopischer Ebene eine raue Rissfläche. Auf eine Dependenz der mikroskopischen Versagensart vom Rissystem deuten auch die Abb. 3.10(a) und 3.10(b), welche der Veröffentlichung von *Smith* [112, Figure

16.7(a) und 16.8(a)] entnommen wurden, sowie die Ergebnisse der Schubversuche von *Keenan* [60], auf welche in den nächsten Abschnitten noch genauer eingegangen wird.

Obwohl sich die mikroskopischen Versagensmechanismen bei Querkzugbeanspruchung in den natürlichen Achsen unterscheiden, resultieren dennoch analoge Entfestigungsverhalten. Diese sind als ausgesprochen spröde zu charakterisieren. Ein sprödes Bruchverhalten bedeutet aber keine abrupte Reduzierung der Festigkeit auf Null. Vielmehr bilden sich bei allen realen Materialien, so auch bei Holz, Prozesszonen heraus, in denen Gefügezerstörungen in der Mikro- bis hin zur Molekularstruktur auftreten. Dabei wird je nach Material und Beanspruchungsart mehr oder weniger Energie dissipiert. Werden nun in einem bruchmechanischen Versuch gewisse Prüfbedingungen, wie weggesteuerte Belastung, ausreichend steife Prüfmaschine, feinfühliges Messverfahren und geeignete Probekörperabmessungen, eingehalten, kann stabiles Risswachstum erzeugt und eine stetige Last-Lastpunkt-Verschiebung ermittelt werden [2][13][19][32][88][100][102]. Daraus lässt sich für den postkritischen Bereich eine Spannungs-Dehnungs- oder besser Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung, sinnvollerweise in Abhängigkeit der bei der Divulsion dissipierten Energie, ableiten. Mittels dieser Formulierung ist eine Berücksichtigung der realen Festigkeitsdegradation in numerischen Werkstoffmodellen möglich [6][13][50].

Von *Poulsen* wurden unter anderem Querkzugversuche ohne Initialriss durchgeführt [88], deren Ergebnisse in Abb. 3.11 dargestellt sind. Diese demonstrieren aber, wie schwierig es ist, stabile Tests zu realisieren. Obwohl bei der Mehrzahl der Proben instabiles Risswachstum auftrat, konnte dennoch bei wenigen das reale Entfestigungsverhalten aufgezeichnet werden.

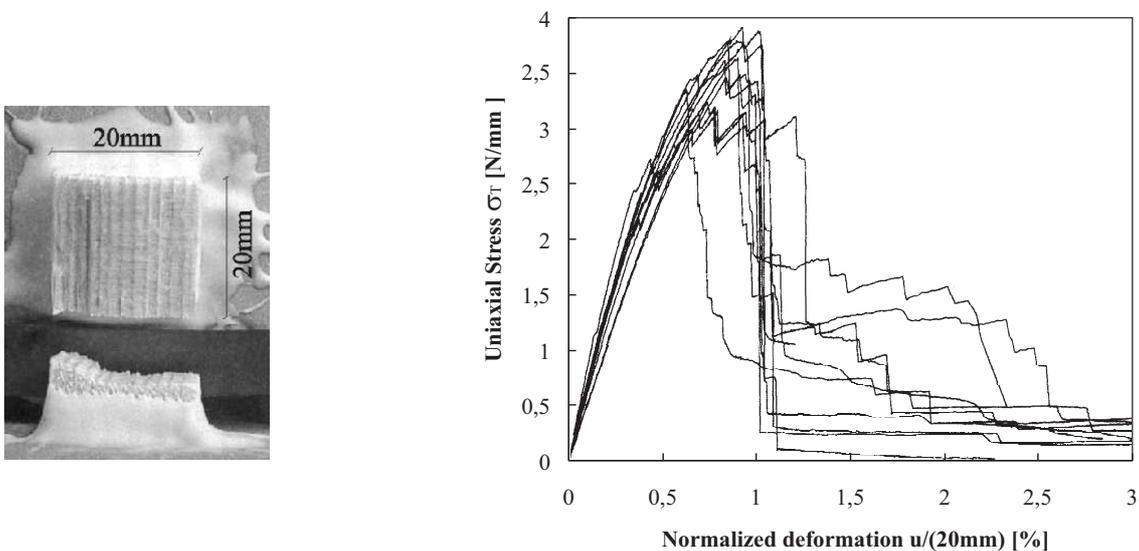


Abbildung 3.11: Aufbau und Ergebnisse des Querkzugversuchs von *Poulsen* [88]

3.3.2 Zugbeanspruchung parallel zur Faser

Beansprucht man Mikroproben mit nur einer Tracheidenart auf Zug parallel zur Faser, können je nach Zellspezies zwei Versagensmechanismen unterschieden werden. Bei den dünnwandigen Frühholzfasern breitet sich der Riss erwartungsgemäß senkrecht zur Lastrichtung aus und verläuft nahezu geradlinig durch den Querschnitt. Dabei werden die Tracheiden quer zur Faserrichtung zertrend - Abb. 3.12(a).

Dagegen ist die Ruptur der Spätholzzone auf eine Diduktion zwischen den Tracheiden und ein Herauslösen der in Längsrichtung gegeneinander versetzten, dickwandigen Zellen aus dem Verband zurückzuführen. Der Riss ändert dabei ständig seine Richtung, indem er auch geringfügig longitudinal, also in Krafrichtung, fortschreitet - siehe Abb. 3.12(b). Die Divulsion erfolgt nach *Mark* [81, Kapitel 2] vorwiegend in der S1-Schicht bzw. der Grenzfläche zwischen S1 und S2.

Erstreckt sich der beanspruchte Querschnitt bei einem Zugversuch im LR-Risssystem aber sowohl über Spät- als auch Frühholzzone, ist das Versagen nicht mehr allein auf diese beiden trivialen Bruchmechanismen zurückzuführen. Selbst unter Berücksichtigung von Orthotropie müsste sich der Riss prinzipiell in radialer Richtung ausbreiten. Entgegen der mechanischen Vorstellung erfolgt aber sehr häufig eine abrupte Ablenkung an der Grenzfläche von Früh- zu Spätholz. Bei ungünstiger Lasteinleitung in den Versuchskörper kann sich die Rissausbreitung in Faserrichtung, also parallel zur Kraft über verhältnismäßig große Entfernungen erstrecken, bis endlich eine Trennung der Spätholzbereiche senkrecht zur Krafrichtung erfolgt. Ein solches Bruchbild ist z.B. in den in Abb. 3.13 zusammengefassten Experiment von Frühmann aufgetreten. Eine derartige „Delamination“ ist vor allem typisch für einen Biegezugbruch, bei dem die Brucherscheinung durch makroskopische Fehlstellen, wie schräge Randfasern und Äste, zusätzlich verstärkt wird - siehe Abb. 3.14(b).

Der komplexe Bruchmechanismus ist durch die hohe Steifigkeit und Festigkeit der Spätholzsichten begründbar. Sie wirken in longitudinaler Richtung als eine Art Bewehrung, deren Versagen nach dem Prinzip des schwächsten Gliedes erfolgt. Da die Schwachstelle nicht zwangsläufig in der Initialrissebene liegen muss, werden die festen Faserbereiche aus der angrenzenden Holzsubstanz herausgezogen. Die Folge ist eine faserige Bruchfläche. Diese Brucherscheinung ähnelt also dem mikroskopischen Versagensmechanismus im Spätholz.

Eine weitere mögliche Erklärung gibt *Smith* [112] anhand der Theorie von *Cook & Gordon* [17]: Befindet sich zwischen zwei Materialbereichen eine weniger feste Zwischenschicht, wie die Grenzfläche zwischen Früh- und Spätholz, werden die Regionen entlang der Trennfläche (also parallel zur Kraft) separiert, schon bevor der Initialriss die Grenzfläche kreuzt.

Ein weiteres Problem für die Bestimmung der bruchmechanischen Eigenschaften bei Zugbeanspruchung in Faserrichtung stellt die verhältnismäßig hohe Festigkeit makroskopisch fehlerfreien Holzes dar. Tendenziell gilt für alle Materialien, so auch für Holz, dass mit steigender Festigkeit auch die Sprödigkeit zunimmt. Wird nun in einem zu großen Versuchskörper bei der Lastaufbringung mehr elastische Formänderungsenergie gespeichert als für die Bildung von neuen Prozesszonen bei Rissfortschritt benötigt wird, tritt selbst bei weggesteuerten Versuchen ein schlagartiges Versagen ein.

Wie auch immer man die makroskopische Versagenserscheinung zu erklären versucht, das spröde Bruchverhalten und die schwer kontrollierbare Rissausbreitung bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser machen es auch bei weggesteuerter Versuchsdurchführung fast unmöglich, ein stabiles Risswachstum senkrecht zur Faser zu erzeugen. In der Literatur sind daher nur wenige bruch-

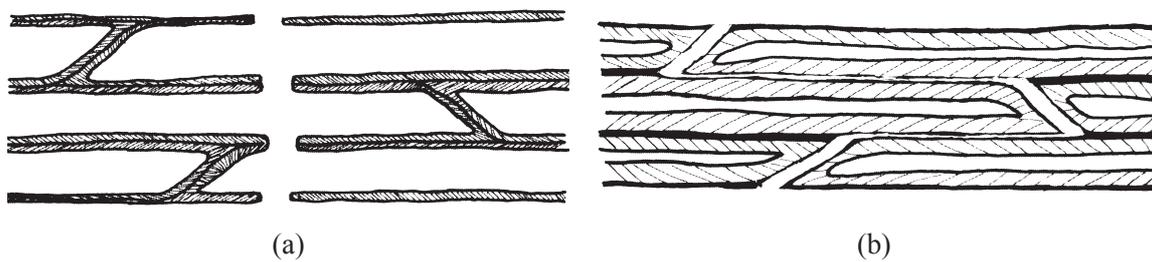


Abbildung 3.12: Schematische Darstellung der Versagensmechanismen bei Zugbeanspruchung || zur Faser [11, Fig. 7.16 (a) und (b)] (a) bei dünnwandigen Frühholztracheiden (b) bei dickwandigen Spätholztracheiden

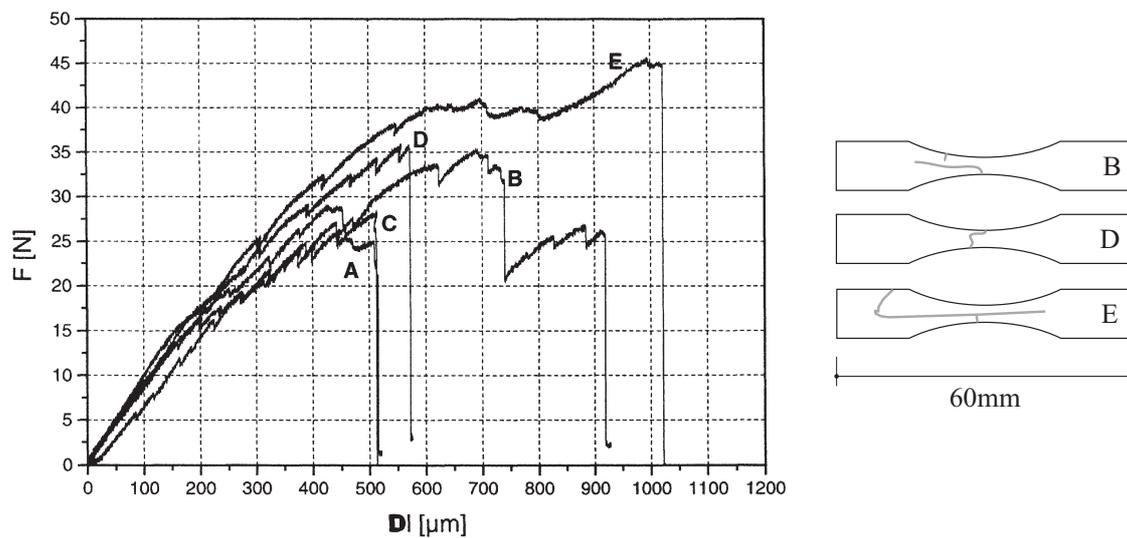


Abbildung 3.13: Last-Verschiebungs-Diagramm von fünf Microzugproben nach *Frühmann* [32, Fig. 3]

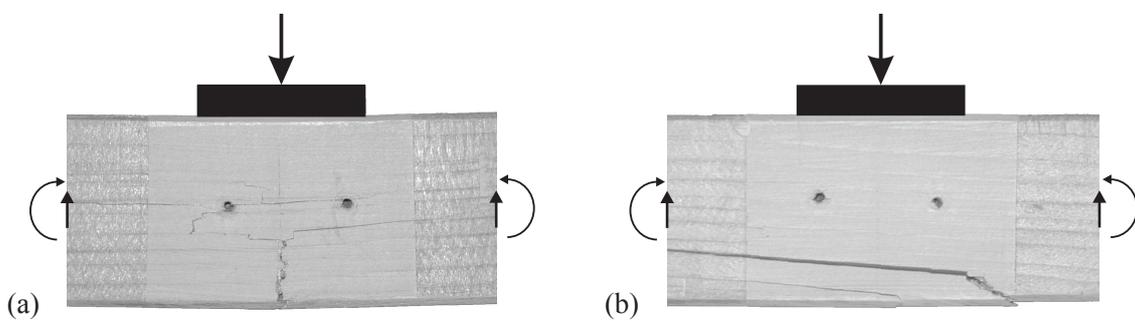


Abbildung 3.14: Biegezugversagen bei 3-Punkt-Biegeversuchen (a) faserige Bruchfläche aber radiale Rissausbreitung (b) Delamination infolge von schrägen Randfasern

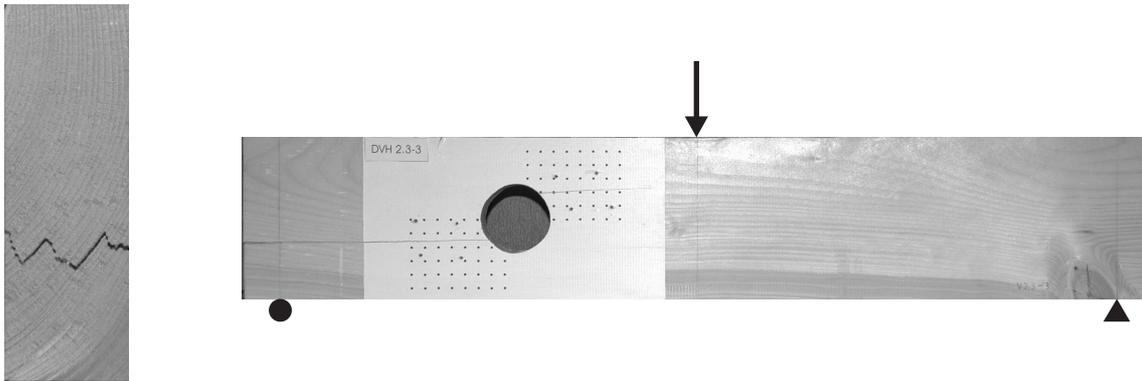


Abbildung 3.15: Zickzackförmige Rissfläche infolge Schubversagens eines Trägers mit Durchbruch im 3-Punkt-Biegeversuch, die Rissfläche folgt den Materialachsen tangential resp. radial

mechanische Versuche dokumentiert [32][81, chapter 2][82], wobei meist Mikrozugproben verwendet wurden. Die in Abb. 3.13 zusammengefassten Ergebnisse der in-situ-Untersuchungen an fünf Mikrozugproben von *Frühmann* [32] spiegeln dieses Problem sehr anschaulich wider. Alle Versuchskörper versagten schlagartig. Bei zwei der fünf Prüfkörper (Probe B und E) war eine ungewollte Rissausbreitung in Kraft- und Faserrichtung zu verzeichnen. Die extreme Rissablenkung, die hier sogar zu einer Längsspaltung führte, ist vor allem auf die Tatsache zurückzuführen, dass bei diesen Mikrozugproben im maßgeblichen Querschnitt nur zwei Frühholzzonen eine Spätholzzone einschlossen. Bei größeren Querschnitten sollte der Riss zumindest tendenziell in der radialen Richtung verlaufen.

3.3.3 Schubbeanspruchung

Schub stellt einen Beanspruchungszustand dar, bei dem die Hauptspannungstrajektorien unter 45° zu der betrachteten Ebene verlaufen. Da bei Holz das Zugversagen sehr spröde und das Druckversagen duktil ist, erklärt dies, warum das Schub- sehr dem Querkzugversagen ähnelt. Infolge einer Schubbeanspruchung bildet sich auf Grund der geringeren Festigkeiten immer eine Trennfläche entlang der Wuchsrichtung. Ein Schubversagen senkrecht zu den Fasern in der RT-Ebene, infolge τ_{LR} oder τ_{LT} , ist ausgeschlossen. Bei Holz wird der *Mode II* daher auch als Längsschubversagen bezeichnet.

Die schwächste Ebene ungeschädigten Holzes stellt die Grenzfläche zwischen Spät- und Frühholz dar. Kann sich der Riss frei ausbreiten, wird er dieser Ebene folgen. Jedoch ist das Schwindmaß in tangentialer Richtung am größten, weshalb sich beim Trocknungsprozess die typischen Risse im Querschnitt in radialer Richtung bilden und die Festigkeit stark reduzieren. Prinzipiell tendiert Holz dazu, dass der Riss bei Schub- oder auch Querkzugbeanspruchung loxogonal zu den Jahrringen zickzackförmig den Materialachsen folgt. Ein klassisches Beispiel eines solchen Längsschubbrisses zeigt Abb. 3.15. Aus dieser Eigenschaft des Holzes lässt sich aber auch ableiten, dass bei Rollschub zwischen dem Versagen infolge der Beanspruchung τ_{RT} und τ_{TR} zu unterscheiden ist. Auch hier tritt i.d.R. ein treppenförmiger Bruch auf, der den Materialachsen folgt. Sehr deutlich ausgeprägt ist dieses Bruchbild bei den Versuchen von *Riyanto* [101], dargestellt in Abb. 3.16, oder auch bei dem Rollschubversagen von Zwischenschichten geleimter Verbundträger - Abb. 3.17.

Sehr umfangreiche Versuche zur Bestimmung des Schubtragverhaltens von Douglas-Fir (*Pseudotsuga menziesii* Franco) wurden von *Keenan* durchgeführt [60][62]. Bei den anschließenden

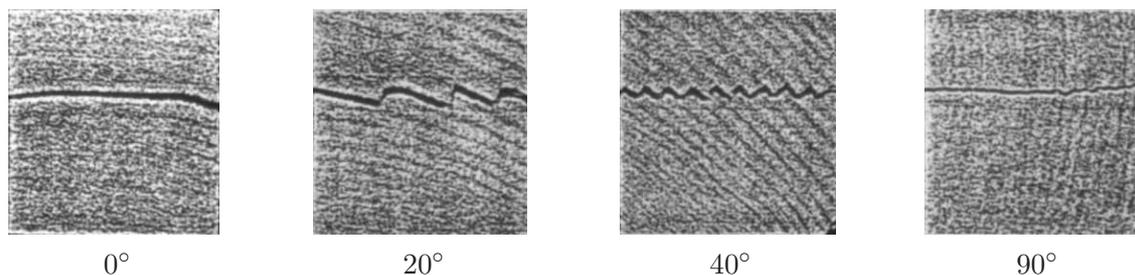


Abbildung 3.16: Bruchbild infolge von Rollschubbeanspruchung beim Abscheren unter verschiedenen Winkeln zu den Jahrringen, Auszug aus [101, Fig. 4]



Abbildung 3.17: Rollschubversagen in der Zwischenschicht eines geleiteten Holzverbundträgers - Versuch *Peter Fellmoser*, Universität Karlsruhe [26]

mikroskopischen Untersuchungen der Bruchflächen wurden auch die in den vorigen Abschnitten erläuterten Versagensmechanismen bei Querzugbeanspruchung bestätigt.

In der *LT*-Ebene wird das Schubbruchverhalten vor allem durch Faserbruch (TW) in den schwächeren Frühholzzonen bestimmt. *Keenan* konnte keine Zunahme der Schubfestigkeit $f_{RL,s}$ durch eine radiale Auflast $\sigma_{R,c}$ nachweisen (Abb. 5.18). Sehr interessant ist aber, dass die Lage des Schubrisses sehr wohl von der radialen Spannung beeinflusst wurde. Auch er stellte fest, dass bei hoher Kompression allein oder ebenso in Kombination mit Schub das Versagen in einigem Abstand von der Jahrringgrenze auftrat, wobei die Tracheiden kompaktiert wurden (nähere Erläuterungen zum Druckversagen folgen im nächsten Kapitel). Hingegen entstand der Riss bei Querzug bzw. Querzug mit Schub in der Nähe oder direkt an der Jahrringgrenze. Zwischen der Spätholzschicht und der nach der Vegetationspause gebildeten ersten Frühholzschiicht besteht also die geringste Bindung bei Zugbeanspruchung. Das umfangreichste Nährstoffangebot, welches den größten Holzzuwachs bedingt, ist aber erst einige Zeit nach Beginn der Vegetationsperiode vorhanden. Daher liegen die schlankesten Zellwände in einigem Abstand von der Jahrringgrenze. Knicken diese bei Querdruck aus, so werden sie so weit geschädigt, dass die Schubfestigkeit reduziert wird und sich die Rissebene weiter in das Frühholz verlagert. Möglicherweise wird ein denkbarer Festigkeitszuwachs infolge von Reibung durch diesen Effekt aufgehoben, so dass die Schubfestigkeit in der *LT*-Ebene unabhängig von einer Auflast ist.

Resultierend aus einer Schubbeanspruchung in der *LR*-Ebene ohne oder mit gleichzeitiger Querkompression trat in den Spätholzzonen Fasertrennung (IW oder IC) auf, im Frühholz sowohl Fasertrennung als auch Faserbruch (TW) - siehe Abb. 3.18. Bei hohem Querzug war dagegen die

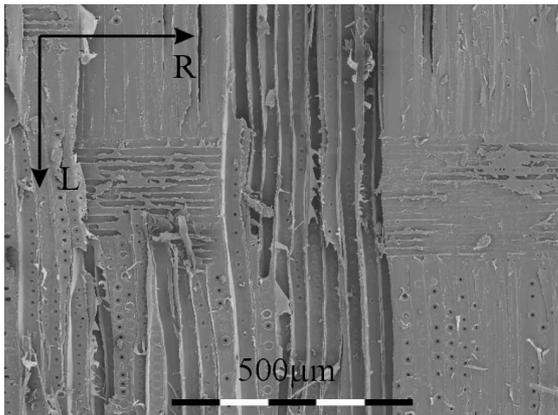


Abbildung 3.18: Schubbruchfläche in der LR-Ebene - mit freundlicher Genehmigung von Dr. Meng Gong, Wood Science and Technology Centre

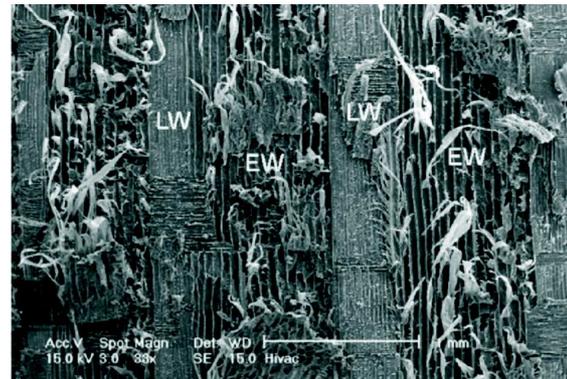


Abbildung 3.19: Schubbruchfläche in der LR-Ebene, entnommen aus [36, Fig. 5]
LW - Spätholz, Fasertrennung IC/IW
EW - Frühholz, Faserbruch TW

Fasertrennung prävalent. *Keenan* konnte eine Zunahme der Schubfestigkeit $f_{TL,s}$ bei gleichzeitiger Druckbeanspruchung $\sigma_{T,c}$ senkrecht zu dieser Ebene nachweisen (Abb. 5.19). Er schließt aus seinen Untersuchungen, dass die schwächste Ebene durch die Mittellamellen gebildet wird, die Schubfestigkeit bei Faserbruch aber nicht wesentlich geringer ist. Infolge der Fasertrennung bilden sich zwei nahezu plane Grenzflächen, welche aufeinander abgleiten. In dieser Gleitfuge kann bei Auflast die Schubfestigkeit der Mittellamelle durch Reibung erhöht werden. Das Versagen im Frühholz ist dann vermehrt auf Zellwandbruch zurückzuführen. Die Festigkeit bei Zellwandbruch ist aber, wie ebenfalls in der LT-Ebene, unabhängig von der Auflast. Dies würde erklären, warum die Schubfestigkeit in der LR-Ebene nicht linear, sondern degressiv mit der Druckspannung ansteigt.

Die beschriebenen mikroskopischen Versagensmechanismen werden durch die Experimente von *Gindl/Teischinger* bestätigt [36]. Sie untersuchten das Schubtragverhalten von normalem Nadelholz im Vergleich zu dem von Druckholz. Sie stellten fest, dass bei Druckholz, welches sehr starke Zellwände besitzt, überwiegend eine Fasertrennung (insbesondere IC) auftrat. Deshalb muss die Schubfestigkeit bei diesem Holz unabhängig von der Rohdichte sein. Dagegen ist bei den Frühholzzonen von normalem Holz der Faserbruch (TW) maßgebend, im Spätholz aber ebenfalls die Fasertrennung (Abb. 3.19). Demzufolge ist eine geringfügige Zunahme der Schubfestigkeit $f_{TL,s}$ mit der Rohdichte, also mit dem steigenden Anteil dickwandiger und damit festerer Spätholzzellen, zu verzeichnen.

Innere Reibung als Begründung für die Erhöhung der Scherfestigkeit $f_{TL,s}$ bei Auflast hält *van der Put* allerdings für ausgeschlossen. Seiner Meinung nach ist dieser Effekt auf ein Überdrücken von Mikrorissen, welche folglich z.B. bei der Trocknung in den Mittellamellen entstehen müssten, zurückzuführen [92][91]. Auf derartige mikroskopische „Trocknungsrisse“ in den Zellwänden deuten auch die Untersuchungen von *Müller et. al.* [85]. Fichtenholz, das bei hoher Temperatur getrocknet und anschließend wieder saturiert wurde, besaß im Vergleich zu frischen Proben eine deutlich geringere Festigkeit. Die Autoren führten diese Festigkeitsverluste darauf zurück, dass während der Holz Trocknung mikroskopische Spannungszustände in der Holzsubstanz sowie thermische Veränderungen derselben auftreten, die zu einer irreversiblen Schädigung der Zellwand

führen.

3.3.4 Druckbeanspruchung senkrecht zur Faser

Obwohl, wie im Folgenden erläutert wird, unterschiedliche mikromechanische Versagensmechanismen infolge von radialer resp. tangentialer Kompression auftreten, kann der Verlauf der Arbeitslinien als prinzipiell similär angesehen werden. Die Festigkeitsentwicklung ist durch einen nahezu linearen, minimal ansteigenden Verlauf der Spannungen im postkritischen Bereich geprägt. Bei sehr großen Stauchungen tritt eine immense Verfestigung des Materials auf (Abb. 3.20).

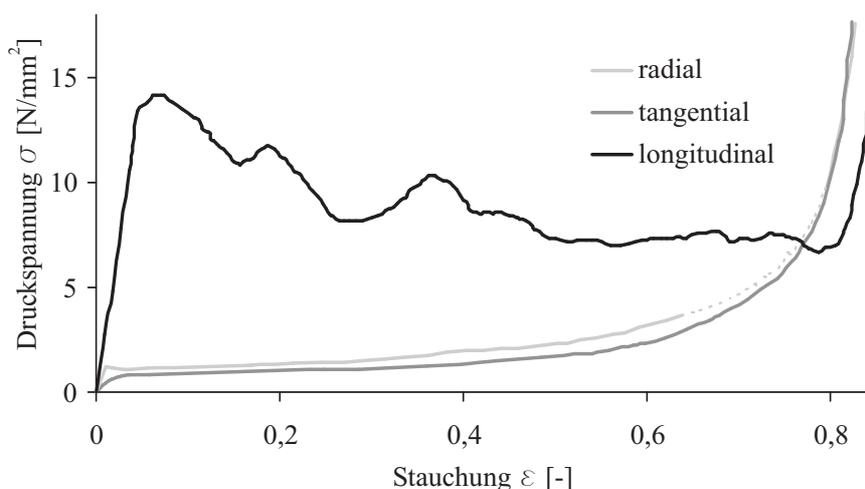


Abbildung 3.20: Prinzipieller Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Holz bei Druckbeanspruchung am Beispiel von Balsa [35, Figure 10.4]

In radialer Richtung stehen die Zellwände direkt übereinander, so dass bei einer radialen Druckbeanspruchung die Lasten von einer Zelle zur nächsten unmittelbar über die zur Kraft parallelen Wände weitergeleitet werden. Das Versagen ist dabei auf ein seitliches Ausknicken der zur Kraft parallelen Zellwände, also ein Stabilitätsproblem, zurückzuführen (Abb. 3.21). Eine einzelne Zellwand kann als beidseitig eingespannter Stab exemplifiziert werden. Der Versagensmechanismus setzt grundsätzlich im Frühholz, i. d. R. drei bis zehn Reihen hinter einer Jahrringgrenze ein, da die Tracheiden in diesen Bereichen die geringsten Wandstärken und die größten Lumen aufweisen [14][84]. Die Schädigung breitet sich seitlich aus und lokalisiert sich in einem Band, in dem die Zellen kollabieren und welches bei zunehmender Stauchung vollständig komprimiert wird [112]. Aus diesem Mechanismus erklärt sich auch die resultierende Spannungs-Dehnungs-Beziehung, welche am Beispiel von Balsa schematisch in Abb. 3.20 dargestellt ist. Bis zum Erreichen der Knicklast der Zellwände sind kaum Nichtlinearitäten zu verzeichnen. Die Traglast wird zunächst durch die Verzweigungslast begrenzt. Ähnlich zu Wabenstrukturen tritt das Stabilitätsversagen aber nicht katastrophal auf. Durch die Ausbildung von „Fließgelenken“ an den Einspannstellen bzw. in Feldmitte der Zellwand und der Umlagerung der Lasten auf benachbarte Zellen wird nach einem geringfügigen Abfall der Spannung ein relativ konstantes Niveau gehalten. Allerdings geht mit sinkender Holzfeuchtigkeit das plastische Verhalten der Zellwände verloren und die Kurven verlaufen im postkritischen Bereich weniger ebenmäßig, sondern oszillierend, da sich das Versagen einzel-

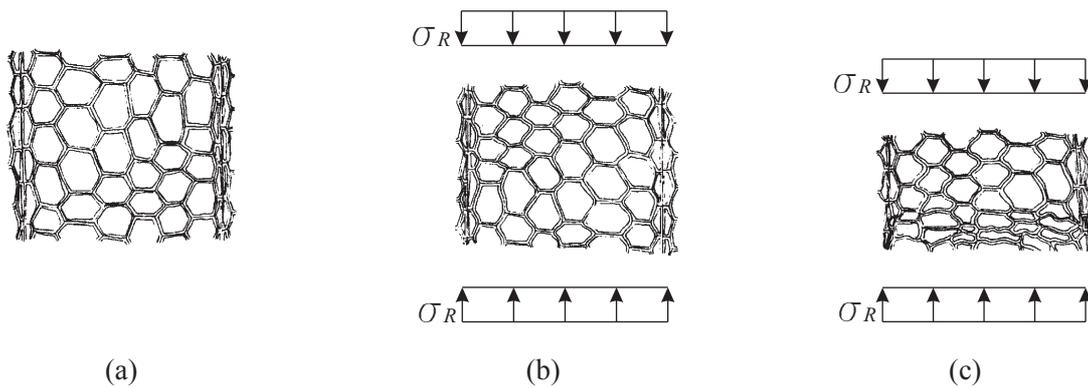


Abbildung 3.21: Schematische Darstellung der Verformungen der Holzzellen unter radialer Druckbeanspruchung [35, Figure 10.9] (a) unbelasteter Zustand (b) linear-elastischer Bereich (c) irreversible Verformungen infolge des Ausknickens der Zellwände

ner Wände stärker auswirkt [10]. Wenn das Band kompaktiert wurde, steigt in diesem Bereich die übertragbare Spannung an; das Material verfestigt.

In tangentialer Richtung stehen die Zellwände dagegen nicht übereinander. Die Weiterleitung der Kräfte erfolgt demzufolge auch über die senkrecht zur Belastung verlaufenden Wände, wobei diese auf Biegung beansprucht werden (Abb. 3.22). Bei tangentialer Beanspruchung wird also das plastische Verhalten zu Beginn vor allem durch eine starke Biegeverformung dieser Zellwände mit Fließgelenkbildung in den Stoßpunkten bestimmt. Daher ist in der Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Übergang zum Bereich konstanter Spannung deutlich nichtlinear ausgeprägt und es ist fast keine Degression der Festigkeit zu verzeichnen; es existiert also kein lokales Extrema [35]. Aber auch in dieser Materialachse begrenzt die Verzweigungslast der auf Druck beanspruchten, in Krafrichtung ausgerichteten Zellwände die Traglast. Bei hoher Kompression werden diese in die Zellholräume gefaltet. Bei tangentialer Stauchung wird die Verformung gleichermaßen dem Frühholz und auch dem Spätholz aufgezwungen. Letzteres besitzt dickere Zellwände und ist steifer sowie fester. Diese Schichten wirken als eine Art Bewehrung, in der sich die Lasten konzentrieren. Deren schwächste Stellen müssen nicht in einer Ebene liegen, weshalb sich das Band, welches durch die deformierten Zellen gebildet wird, nicht zwangsläufig senkrecht zur Lastrichtung ausbreitet [112]. Nach [11] ist bei Nadelhölzern auch häufig ein Ausknicken der Spätholzschichten zu beobachten.

3.3.5 Druckbeanspruchung parallel zur Faser

Die Schädigung der Holzsubstanz infolge starker longitudinaler Kompression stellt den Versagensmechanismus mit der höchsten Komplexität dar. Die Ursachen für die auftretenden Strukturänderungen sind unter anderem in dem anatomischen und submikroskopischen Aufbau des Holzes begründet. Wie die eigenen Druckversuche belegen, ist die resultierende Festigkeitsentwicklung als ausgesprochen duktil zu charakterisieren. Der Versagensmechanismus kann prinzipiell in fünf Bereiche unterteilt werden und spiegelt sich auch im Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wider:

Bereich I: Bei moderater longitudinaler Stauchung kann für Holz linear elastisches Verhalten unterstellt werden. In der Literatur finden sich zahlreiche Aussagen, nach denen eine Proportionali-

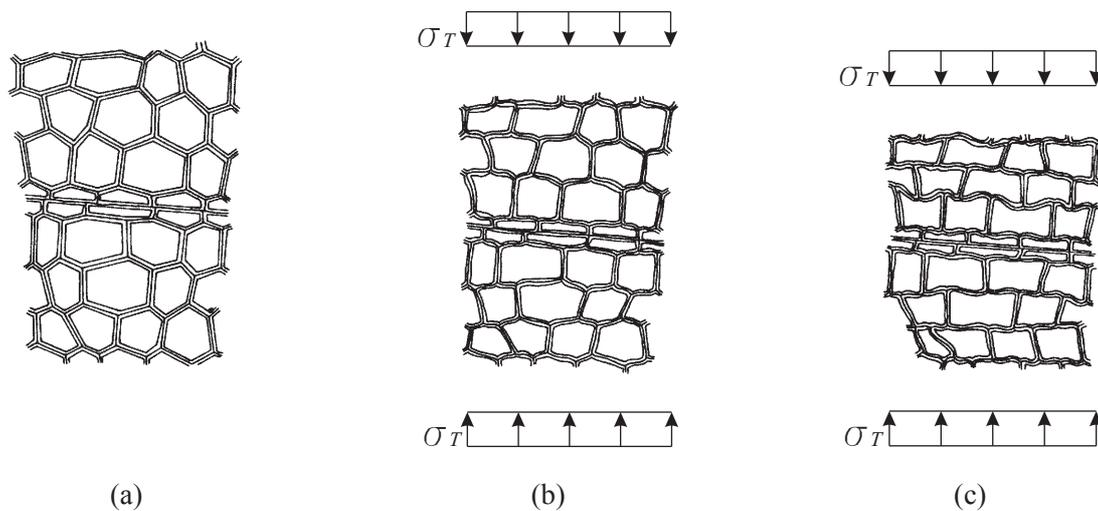


Abbildung 3.22: Schematische Darstellung der Verformungen der Holzzellen unter tangentialer Druckbeanspruchung [35, Figure 10.6] (a) unbelasteter Zustand (b) linear-elastischer Bereich (c) irreversible Verformungen infolge Biegeversagens der Zellwände

tät zwischen Spannung und Dehnung bis ca. 80% der Druckfestigkeit vorliegen soll [7][8][61][88]. Durch die in Abschnitt 2.5 vorgestellten Versuche konnte aber eine merkliche Abweichung schon ab etwa 70% nachgewiesen werden.

Bereich II: Poulsen [88] bezeichnet den nichtlinearen Übergang oberhalb der Proportionalitätsgrenze bis zum Erreichen der Höchstlast als „incipient kinking (einsetzendes Faserknicken)“, was genau genommen nicht korrekt ist. In diesem Stadium sind augenscheinlich noch keine Schädigungen des Materials feststellbar. Die Abweichung von der Linearität ist auf die Ausbildung von mikroskopischen Scher- oder Gleitflächen in den Sekundärwänden der Fasern zurückzuführen - Abb. 3.23(a). Diese Schädigungen beruhen aber nicht tatsächlich auf einem Abgleiten, sondern vielmehr auf einem Ausknicken der Cellulosefibrillen der S2-Schicht [31] und treten bereits ab etwa 2/3 der Druckfestigkeit auf [30], also deutlich vor dem Erreichen der „makroskopischen Proportionalitätsgrenze“. Infolge der Überbeanspruchung einer einzelnen Faser kommt es zu einer Lastumlagerung auf benachbarte Zellen, bis diese nachgeben usw. Daraus resultieren mikroskopische Stauchlinien, die annähernd senkrecht zu den Fasern verlaufen [38][65]. Bei Biegeproben mit fehlerfreiem Material sind die Gleit- und Micro-Stauchlinien je nach Holzfeuchtigkeit mehr oder minder gleichmäßig über den Druckbereich verteilt [63]. Auch bei den eigenen einachsigen Druckversuchen (Kapitel 2.5) konnte herausgestellt werden, dass die resultierende Nichtlinearität über die gesamte Prüfkörperhöhe auftritt. Mit steigender Belastung bilden sich neue Gleit- und Stauchlinien, bestehende breiten sich aus und vereinen sich. Dabei werden die Zellwände wellenförmig gefaltet. Sukzessive formt sich eine makroskopische Stauchlinie, welche auf glatten Holzoberflächen auch mit bloßem Auge erkennbar ist.

Bereich III: Begrenzt wird die Druckfestigkeit aber durch ein Ausknicken der Fasern während der Entstehung der makroskopischen Stauchlinie oder auch des Knickbandes. Offensichtlich ist die Stabilität der Holzfasern in der LT-Ebene am geringsten, da sie grundsätzlich in dieser Ebene ausweichen. In diesem Schnitt verläuft das Knickband unter einem flachen Winkel (ca. 23°) [66][89], in der LR-Ebene dagegen senkrecht zur Faser. Bei zylinderförmigen Stammproben mit

geschlossenen Jahrringen bildet sich stets eine Stauchfigur, die sich schraubenförmig durch den Körper zieht. Durch das Knicken werden die Fasern von der ursprünglichen longitudinalen Lage bis zu einem Endwinkel von ca. 60° ausgelenkt, dabei aber auch noch geknautscht. Daher benannte *Poulsen* diesen Abschnitt als „transient kinking (instationäres Faserknicken)“. In dieser Etappe ist eine Entfestigung bis auf ca. 85% der maximalen Druckfestigkeit zu verzeichnen, was auch durch die eigenen Experimente bestätigt wurde. Durch das seitliche Ausweichen der Fasern wird das Knickband zusätzlich zu der zu erwartenden Stauchung außerdem verzerrt; die Bauteilhälften verschieben sich in der LT-Ebene senkrecht zur Kraft- resp. Faserrichtung gegeneinander. Interessant ist nebenbei, dass sich das makroskopische Versagen also homolog zu dem mikroskopischen einspielt.

Bereich IV: In der anschließenden Phase des „steady-state kinking (stationären Knickens)“ werden die Fasern nicht weiter ausgelenkt und im Band auch nicht zusätzlich geknautscht, sondern das angrenzende Material wird in das Knickband hineingeschoben. Daraus ergibt sich ein relativ konstantes Niveau der Restfestigkeit. Kam es aber zu einem unterschiedlich starkem Ausknicken der Fasern innerhalb dieses Streifens oder bildeten sich durch Holzfehler gar mehrere entgegengesetzt verlaufende Bänder (V-Form) aus, entstanden durch das Einpressen von zusätzlichem Material große Querspannungen. Infolge dieser Beanspruchung kann der Körper längs gespalten werden. Es tritt das häufig zu beobachtende Splitting auf, welches in den eigenen Versuchen zu einer weiteren, nahezu linearen Abminderung der Belastung führte.

Bereich V: *Adalian* und *Morlier* [1] konnten durch ihre Untersuchungen an gedrunenen Körpern nachweisen, dass bei sehr großen Stauchungen eine weitere Phase auftritt. Diese ist durch eine immense Verfestigung des Materials gekennzeichnet. Wenn das Holz vollständig kompaktiert wurde und keine Hohlräume in den Fasern verbleiben, verhält sich das Material wie die Zellwandsubstanz. Es kann dann unterstellt werden, dass sich keine weiteren plastischen Verformungsanteile ergeben. Bei längeren Proben wird der Körper bei der Komprimierung aber durch Splitting delaminiert, so dass die Verfestigung nicht in der beschriebenen Weise erreicht wird. Trotz einer hohen Komprimierung der Stauchschicht konnte bei den eigenen Druckversuchen keine Verfestigung und damit Zunahme der Verformung außerhalb dieses Bereiches nachgewiesen werden.

Frey-Wyssling betont in [30], dass die Fasern trotz des Ausknickens „...kaum etwas von ihrer Rießfestigkeit einbüßen“. In [63] wird außerdem hervorgehoben: „Die Mittellamelle wird...(bei der Bildung der Gleitlinien)...nicht in Mitleidenschaft gezogen.“ Obwohl die Schädigungen also zu einer Degradation der longitudinalen Druckfestigkeit führen, werden andere Versagensmodi nicht beeinflusst.

3.4 Schlussfolgerungen

Holz ist aus länglichen, röhrenförmigen Zellen aufgebaut und ist daher inhomogen, anisotrop und porig. Für die kontinuumsmechanische Beschreibung kann der spezifische, strukturelle Aufbau näherungsweise verschmiert und hinlänglich als homogen aufgefasst werden.

Da das Grundgewebe rotationssymmetrisch zur Stammlängsrichtung gebildet wird, kann die Ausrichtung des Materials außerdem als orthotrop angesehen werden. Auf Grund des charakteristischen makroskopischen Aufbaus sind die elastomechanischen Eigenschaften in den senkrecht aufeinander stehenden Orientierungsachsen - longitudinal zur Faserrichtung, radial und tangential zum Verlauf der Jahrringe - richtungsabhängig.

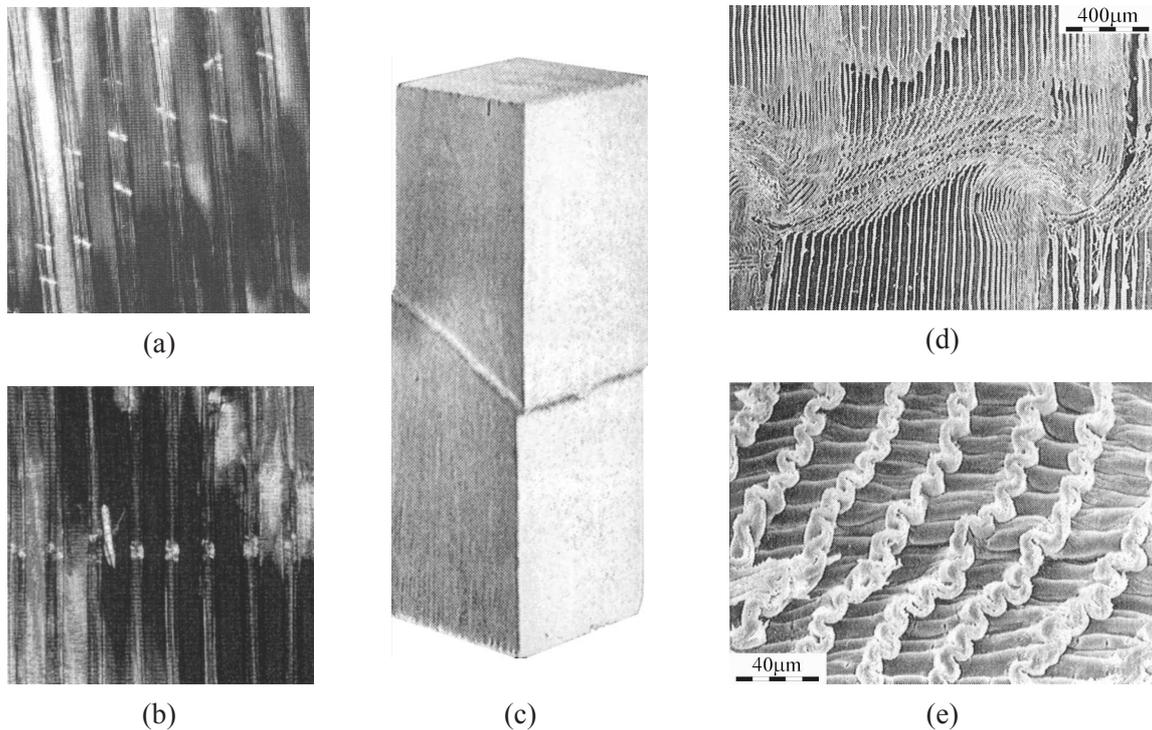


Abbildung 3.23: Versagen von Holz bei longitudinaler Kompression

(a) mikroskopische Gleiflächen [38, Fig. 4]

(b) mikroskopische Stauchlinie [38, Fig. 3]

(c) makroskopisches Knickband [35, Fig. 10.10(a)]

(d) mikroskopische Aufnahme eines Knickbandes [65, Fig. 1] resp. [35, Fig. 10.10(b)]

(e) geknautschte Fasern in einem Knickband [65, Fig. 3] resp. [35, Fig. 10.10(c)]

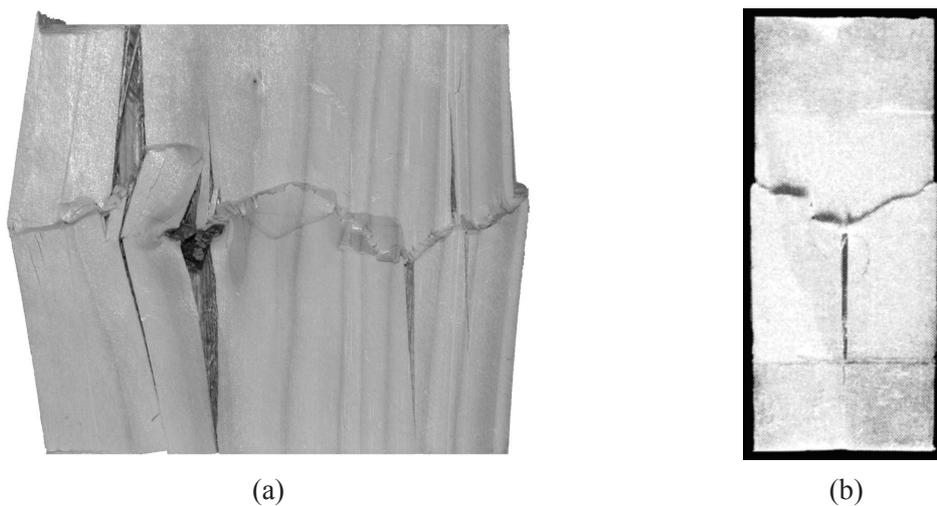


Abbildung 3.24: Längsrissbildung infolge von Splitting durch gegenläufige Ausbreitung der Stauchschicht oder Materialfehler wie Äste (a) bei dem Körper $d_{LT_v_1}$ der eigenen Versuchsreihe und (b) einer Probe aus den Experimenten von Poulsen

Aufbauend auf der anatomischen Gefügestruktur des Nadelholzes wurden Erkenntnisse zum größtenteils auf mikroskopischer Ebene stattfindenden Bruch- und Versagensverhalten zusammengetragen und erörtert. Es wurde herausgestellt, dass auch eine grundlegende Abhängigkeit der Versagensmechanismen und Festigkeitsentwicklung von Beanspruchungsart und -richtung besteht. So ist festzustellen, dass Holz bei Längs- und Querkzug- sowie Längsschubbeanspruchung infolge von Rissbildung ein sprödes Versagen zeigt. Dagegen kann das Verhalten bei transversaler und longitudinaler Druckbeanspruchung als ausgesprochen duktil charakterisiert werden.

Es konnte herausgestellt werden, dass die spezifischen Deteriorationsphänomene größtenteils in verschiedenen Ebenen der Mikrostruktur stattfinden und daher unabhängig voneinander ablaufen. In den beiden strukturell vorgegebenen Gleitflächen ist nur eine Interaktion zwischen den Schubspannungen und einer transversalen Beanspruchung möglich. Auf makroskopischer Ebene breiten sich Risse oder Stauchbänder nur ausgerichtet zu den natürlichen Symmetrieebenen aus.

In dem folgenden Kapitel wird ein Ansatz vorgestellt, mittels dessen das geschilderte komplexe, physikalisch nichtlineare Kurzzeittragverhalten von Nadelholz im Rahmen der Kontinuumsmechanik in numerische Berechnungen einbezogen werden kann.

Kapitel 4

Nichtlinearer Berechnungsansatz

4.1 Allgemeines

Das Regelvorgehen der Praxis, Schnittgrößen und Verschiebungen nach der linearen Elastizitätstheorie zu bestimmen, ist hauptsächlich durch vereinfachte Rechenverfahren und die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes begründet. Dieses Vorgehen kann für einige Problemstellungen durchaus unbefriedigend, sogar inkonsistent sein. Die Berücksichtigung der plastischen Verformbarkeit führt häufig zu wirtschaftlicheren Tragwerken, da örtliche Plastifizierungen noch nicht das Versagen des gesamten Systems bedeuten müssen. Für die zuverlässige Beurteilung der Standsicherheit einer Konstruktion ist daher nicht nur die Einschätzung der Traglast, sondern auch die Bewertung möglicher Traglastreserven auf Grund der Duktilität der verwendeten Baustoffe von Bedeutung. Weiterhin ist festzustellen, dass sich viele Werkstoffe - z.B. Holz oder Beton im Druckbereich - bereits im Gebrauchslastbereich nicht mehr linear elastisch verhalten.

Mit Hilfe numerischer Berechnungsverfahren wie der FEM können auch komplexe Bauteile berechnet werden, für die mittels analytischer Ansätze keine Lösungen mehr gefunden werden können. Ferner erlauben sie auch die Untersuchung von Details, die in klassischen Ingenieurmodellen vernachlässigt werden. So ist es möglich, die korrekte Verteilung der Spannung in Auflagerbereichen, bei Ausklinkungen oder Durchbrüchen zu ermitteln oder die Lastabtragung in Anschlusspunkten genauer zu untersuchen. Es liegt daher nahe, die Leistungsfähigkeit solcher numerischer Modelle zu nutzen, um auch Aussagen über die Tragfähigkeit von Bauteilen, deren Versagensmechanismen und das Nachbruchverhalten treffen zu können. Dazu müssen Materialmodelle in FE-Formulierungen implementiert werden, welche das reale physikalische Verhalten von Werkstoffen auch über die Grenzen der Elastizitätstheorie hinaus beschreiben.

Die ideale Elastizität gemäß dem *Hooke*-schen Gesetz, Gl. (3.1), gilt nur in gewissen, technisch aber durchaus nutzbaren Bereichen. Eine Abweichung von diesem Zusammenhang kann z.B. durch große Temperaturänderungen oder durch Überschreiten der Elastizitätsgrenze bei mechanischer Beanspruchung hervorgerufen werden. Viele Materialien finden im letzteren Fall nach Beendigung der Krafteinwirkung nicht sofort bzw. nie mehr zu ihrer Ausgangsform zurück, und oft führen wiederholte Deformationsvorgänge zu einer Ermüdung. Die Ursache dafür sind irreversible Änderungen im atomaren Gefüge oder der Mikrostruktur, wie sie für Holz im vorangegangenen Kapitel näher beschrieben wurden.

Als nichtlineares Materialverhalten wird demnach die unproportionale Entwicklung von Spannungen und Dehnungen verstanden. Es ist opportun, den Verlauf der Spannungen durch eine Funk-

tion in Abhängigkeit der Dehnungen auszudrücken (strain softening). Die Abhängigkeit besteht dabei sowohl von der Größe der Deformation als auch von deren geschichtlicher Entwicklung. Folglich lassen sich verschiedene Arten von nichtlinearem Materialverhalten unterscheiden.

Nichtlineare Elastizität erlaubt eine nichtlineare Spannungs- Dehnungsbeziehung, wobei die auftretenden Dehnungen aber reversibel sind. Wird ein Material kontinuierlich be- und entlastet, besitzt es in der Belastungsphase einen zur Entlastungsphase geringeren Elastizitätsmodul. Einen negativen Gradienten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung - wie er durch eine Entfestigung bedingt wird - abzubilden, ist allerdings kompliziert. *Visko-Elastizität* charakterisiert ein Materialverhalten, welches einen zeitabhängigen Anteil der elastischen Dehnungen berücksichtigt. *Zeit-unabhängige Plastizität* berücksichtigt unmittelbar auftretende, irreversible Deformationen im Material. Diese treten auf, wenn ein bestimmtes Spannungsniveau erreicht wird. *Visko-Plastizität* und *Kriechen* beziehen zusätzlich die Entwicklung von irreversiblen Dehnungen in Abhängigkeit der Zeit ein. Für Holz gilt unabhängig von der Beanspruchungsart oder -richtung grundsätzlich:

- Nach Überschreitung einer Elastizitätsgrenze treten bleibende Schädigungen auf, welche durch ein plastisches Materialmodell erfasst werden können.
- Bei verschiedenen Beanspruchungsmodi ist im postkritischen Bereich eine Entfestigung zu verzeichnen. Ein solches Verhalten kann mit Mitteln der Kontinuumsmechanik nur auf Grundlage der Plastizitätstheorie berücksichtigt werden.
- Holz besitzt ein ausgeprägtes zeit- und feuchteabhängiges Verhalten, bei dem sowohl verzögert elastische als auch irreversible Verformungen auftreten.

In der vorliegenden Arbeit soll jedoch ausschließlich das quasistatische Kurzzeittragverhalten von Versuchskörpern untersucht und simuliert werden, so dass rheologische oder hygroskopische Eigenschaften der beteiligten Werkstoffe vernachlässigt und somit die materialspezifischen, physikalisch nichtlinearen Zusammenhänge zwischen Spannungen und Deformationen auf Grundlage der zeitunabhängigen Plastizitätstheorie abgebildet werden können. Die auf dieser These basierenden und in den Kapiteln 5 und 6.4.1 näher vorgestellten Werkstoffmodelle erlauben jedoch a priori eine Erweiterung der irreversiblen Verformungsanteile, weshalb zeitabhängiges Verhalten, wie Kriechen und Schwinden, zukünftig durchaus berücksichtigt werden könnte.

4.2 Grundlagen der zeitunabhängigen Plastizitätstheorie

Bei Vernachlässigung von Temperatureinflüssen sowie zeitabhängigen Eigenschaften reduzieren sich die unter einer einwirkenden Belastung resultierenden Dehnungen des Materials auf einen elastischen sowie unmittelbar auftretenden plastischen Anteil:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_{tot}\} &= \{\varepsilon_{el}\} + \{\varepsilon_{pl}\} \\ \{\varepsilon_{tot}\}^T &= \left\{ \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz} \right\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Während der elastische Anteil nach Gl. (3.1) berechnet werden kann, existieren in der Plastizitätstheorie drei konstitutive Beziehungen, mit deren Hilfe das irreversible Festigkeitsverhalten von realen Stoffen mathematisch beschrieben wird:

- das Fließkriterium (yield criterion)
- die Fließregel (flow rule)
- die Ver- bzw. Entfestigungsvorschrift (hardening rule)

4.2.1 Das Fließkriterium

Das Fließkriterium bestimmt die Grenze zwischen elastischen und plastischen Bereich. Bei einer einachsigen Beanspruchung entspricht dies der Fließgrenze f_F . Für einen mehrachsigen Spannungszustand müssen aber möglicherweise Interaktionen zwischen einzelnen Komponenten des Spannungsvektors $\{\sigma\}$ berücksichtigt werden, durch die ein früheres Versagen bedingt wird. Die Fließbedingung F ist folglich in Abhängigkeit des Spannungszustandes zu definieren:

$$F(\{\sigma\}) = 0 \quad (4.2)$$

Liegt als Sonderfall ein Hauptspannungszustand oder ein ebener Spannungszustand vor, ist eine Visualisierung im Spannungsraum in Form einer dreidimensionalen Grenzfläche möglich, welche i. d. R. einen geschlossenen Körper einfasst. Aus energetischen Betrachtungen lässt sich ableiten, dass die Fließfläche konvex gekrümmt oder eben sein muss. Für die numerische Verarbeitung muss sie in ihrem Gültigkeitsbereich außerdem eindeutig definiert und stetig sein.

4.2.2 Die Fließregel

Liegt der auf einer äußeren Belastung beruhende Spannungszustand innerhalb oder auf der Fließfläche ($F \leq 0$), verhält sich das Material linear elastisch. Ein Zustand außerhalb ($F > 0$) ist unzulässig und auf die Oberfläche zurückzuführen. Da prinzipiell ein Gleichgewicht zwischen äußerer und innerer Energie herrschen muss, resultieren aus dieser Rückführung irreversible Dehnungen. Das plastische Dehnungsinkrement wird unter Ansatz der Fließregel berechnet:

$$\{d\varepsilon_{pl}\} = d\lambda * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (4.3)$$

Darin bedeutet: $d\lambda$ – der plastische Multiplikator, welcher im aktuellen Iterationsschritt den Betrag der plastischen Dehnung bestimmt
 Q – das plastische Potential, ist eine Funktion Abhängigkeit von $\{\sigma\}$ und gibt die Richtung der plastischen Dehnung vor

Häufig ist es aber nicht notwendig, eine separate Formulierung für die Fließregel zu finden. Ein plausibler, energetisch zulässiger Ansatz ergibt sich, wenn das plastische Potential dem Fließkriterium gleichgesetzt wird. In diesem Fall ist der Vektor der plastischen Dehnungen stets normal zur Fließfläche gerichtet. Eine assoziierte Fließregel ist gegeben durch:

$$Q = F \quad (4.4)$$

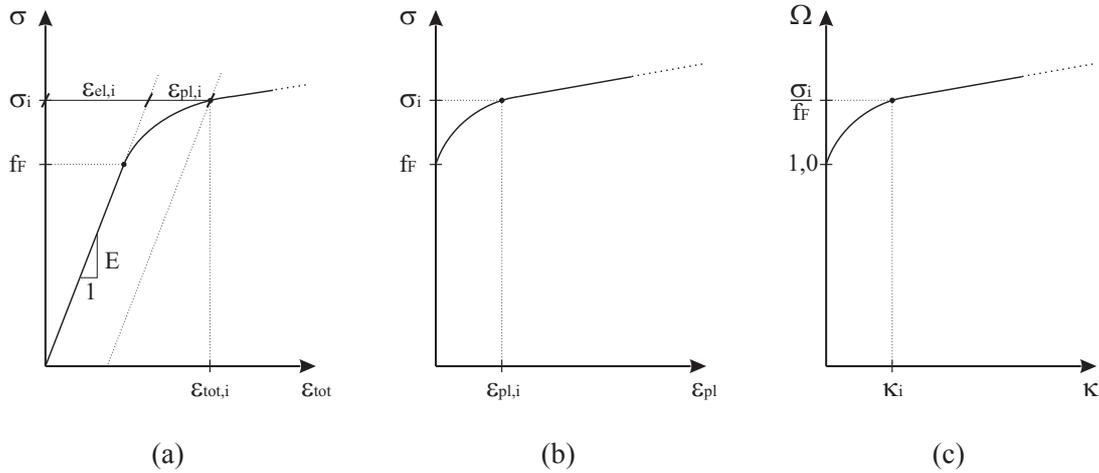


Abbildung 4.1: Ermittlung einer Ver- resp. Entfestigungsfunktion Ω auf Grundlage einer experimentell bestimmten Spannungs-Dehnungs-Beziehung: (a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung (b) Spannung in Abhängigkeit der plastischen Dehnung (c) Ω als Funktion des Verfestigungsparameters κ

4.2.3 Die Ver- resp. Entfestigungsvorschrift

Nur wenige Materialien lassen sich nach Überschreitung der Proportionalitätsgrenze f_F hinreichend genau als ideal plastisch beschreiben. Wie im Kapitel 3.3 ausführlich erläutert, zeigt insbesondere Holz im nichtlinearen Bereich ein ausgeprägtes, materialspezifisches Verhalten in Abhängigkeit des Beanspruchungsmodus.

Auf der Grundlage von Versuchen kann eine mathematisch eindeutige Abhängigkeit der Restfestigkeit von den plastischen Dehnungen formuliert (strain softening) und in Form der Ver- oder Entfestigungsvorschrift implementiert werden. Dazu muss die experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungs-Beziehung um den elastischen Anteil reduziert werden (Abb. 4.1):

$$\begin{aligned}\epsilon_{pl} &= \epsilon_{tot} - \epsilon_{el} \\ &= \epsilon_{tot} - \frac{\sigma}{E}\end{aligned}\quad (4.5)$$

Bei einer Interaktion zwischen Versagensmodi, wie z.B. Zug- und Schubversagen, folgt aber, dass eine spezifische Festigkeitsdegradation auch von mehreren Dehnungskomponenten beeinflusst werden kann. Im Weiteren wird daher die Funktion zur Berechnung der Restfestigkeit in Abhängigkeit eines Verfestigungsparameters κ angegeben, der ein Maß für die äquivalente plastische Dehnung darstellt:

$$\kappa = \kappa(\{\epsilon_{pl}\}) = \epsilon_{pl}^{eq}\quad (4.6)$$

Weiterhin wird eine Funktion Ω eingeführt, welche das Verhältnis von der Restfestigkeit σ zur Fließgrenze f_F ausdrückt (Abb. 4.1(c)):

$$\Omega = \Omega(\kappa) = \frac{\sigma(\kappa)}{f_F}\quad (4.7)$$

Folglich ist Gl. (4.2) zu erweitern, da sich eine zusätzliche Dependenz des Fließkriteriums von den irreversiblen Verformungsanteilen ergibt:

$$F(\{\sigma\}, \kappa) = 0\quad (4.8)$$

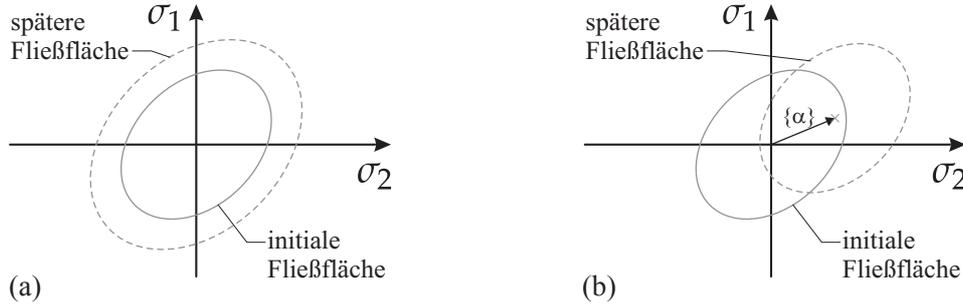


Abbildung 4.2: Verfestigung (a) isotrop (b) kinematisch

Die Ver- bzw. die Entfestigungsvorschrift bestimmt also die Veränderung der Fließfläche bei fortschreitendem Fließen, wofür nach der klassischen Plastizitätstheorie zwei Möglichkeiten bestehen. Die Fließfläche kann entsprechend einer Verfestigungsvorschrift in Abhängigkeit von κ aufgebläht resp. verkleinert (isotrope Verfestigung Abb. 4.2(a)) oder im Spannungsraum verschoben werden (kinematische Verfestigung Abb. 4.2(b)). Im Materialmodell wird ausschließlich die Strategie der isotropen Veränderung der Fließfläche angewandt.

4.2.4 Herleitung des plastischen Dehnungssinkrements

Nach erstmaliger Überschreitung des Fließkriteriums ($F(\{\sigma\}) > 0$) müssen auch alle weiteren Lastschritte zu einem Spannungszustand auf der Fließfläche führen. Diese Forderung kann mathematisch als Differential von Gl. (4.8) ausgedrückt werden und liefert die plastische Konsistenzbedingung:

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * \{d\sigma\} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} * d\kappa = 0 \quad (4.9)$$

Durch die differentielle Formulierung von Gl. (3.1) sowie Gl. (4.1) und Umstellen erhält man:

$$\{d\sigma\} = [D] * \{d\varepsilon_{el}\} \quad (4.10)$$

$$\{d\varepsilon_{el}\} = \{d\varepsilon_{tot}\} - \{d\varepsilon_{pl}\} \quad (4.11)$$

Nach Einsetzen von (4.11) in (4.10) und Berücksichtigung von (4.3) folgt:

$$\{d\sigma\} = [D] * \left(\{d\varepsilon_{tot}\} - d\lambda * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right) \quad (4.12)$$

Durch Verwendung dieser Beziehung in Gl. (4.9) lässt sich die plastische Konsistenzbedingung auch ausdrücken als:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \{d\varepsilon_{tot}\} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * d\lambda * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + d\lambda * \frac{\partial F}{\partial \kappa} * \frac{d\kappa}{d\lambda} = 0 \quad (4.13)$$

Wenn diese Gleichung nach $d\lambda$ umgestellt wird, ergibt sich eine Vorschrift, nach welcher der plastische Multiplikator berechnet werden kann, der wiederum in Gl. (4.3) den Betrag des Dehnungs-

inkrements vorgibt:

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \{d\varepsilon_{tot}\}}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + H} \quad (4.14)$$

$$H = -\frac{\partial F}{\partial \kappa} * \frac{d\kappa}{d\lambda} \quad (\text{Verfestigungsmodul})$$

Im Falle idealer Plastizität verändert sich die Fließfläche nicht und es gilt $\frac{\partial F}{\partial \kappa} = 0$. Folglich wäre der Betrag der plastischen Dehnung nur von der Lage des Spannungspunktes abhängig. Wenn außerdem eine einfache Fließbedingung mit einem konstanten Gradienten des plastischen Potentials vorliegt ($\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} = \text{konst.}$ und $\left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} = \text{konst.}$), kann die Spannungsrückführung auf die Oberfläche in einem Schritt erfolgen; anderenfalls ist ein iteratives Vorgehen erforderlich.

Die Fließkriterien sind prinzipiell so formuliert, dass deren skalarer Rückgabewert größer wird, wenn sich ein Spannungspunkt von der Oberfläche entfernt. Im Umkehrschluss folgt, bei konstantem Spannungszustand $\{\sigma\}$ steigt F an, wenn die Fließfläche schrumpft, also eine Entfestigung stattfindet. In diesem Fall ist $\frac{\partial F}{\partial \kappa} > 0$ und H wird negativ. Damit wird der Divisor in Gl. (4.14) kleiner und der Quotient $d\lambda$, also die plastische Dehnung, größer.

Bei einer Verfestigung bläht sich die Fließfläche auf. Folglich wird F mit zunehmender plastischer Dehnung kleiner und daher der Anstieg $\frac{\partial F}{\partial \kappa}$ negativ, H positiv und damit $d\lambda$ kleiner.

Es kann konstatiert werden, dass das Materialverhalten nach Erreichen der initialen Fließgrenze durch den Verfestigungsparameter charakterisiert wird und drei Fälle zu unterscheiden sind:

$$\begin{aligned} H > 0 & \quad \text{Verfestigung} \\ H = 0 & \quad \text{ideale Plastizität} \\ H < 0 & \quad \text{Entfestigung} \end{aligned}$$

Nach der lokalen Spannungsrelaxation, welche mittels des im folgenden Abschnitt erläuterten Algorithmus' erfolgen kann, ist es nun ebenfalls möglich, die elasto-plastische Tangentenmatrix $[D_{EP}]$ abzuleiten. Diese stellt die Verknüpfung zwischen den differentiellen Spannungs- und Dehnungszuwächsen dar:

$$[D_{EP}] = \frac{\{d\sigma\}}{\{d\varepsilon_{tot}\}} \quad (4.15)$$

Durch Einsetzen von (4.14) in (4.12) erhält man:

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D] * \{d\varepsilon_{tot}\} - \frac{\left([D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right) \left([D] * \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \right)^T * \{d\varepsilon_{tot}\}}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + H} \\ &= \left[[D] - \frac{\left([D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right) \left([D] * \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \right)^T}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + H} \right] * \{d\varepsilon_{tot}\} \quad (4.16) \end{aligned}$$

Entsprechend (4.15) ergibt sich daraus die elasto-plastische Tangentenmatrix:

$$[D_{EP}] = [D] - \frac{\left([D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right) \left([D] * \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \right)^T}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T * [D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + H} \quad (4.17)$$

4.2.5 Lokale Spannungsrückführung am Integrationspunkt

Aus der äußeren Belastung resultieren innere Kräfte, für deren Berechnung die durch das Materialmodell vorgegebenen Randbedingungen berücksichtigt werden müssen. Bei nichtlinearen Problemen ist daher durch einen schrittweisen globalen Berechnungsalgorithmus sicherzustellen, dass ein Gleichgewicht zwischen äußeren und inneren Kräften vorliegt. Für diese globale Iteration ist in jedem Iterationsschritt eines jeden Lastschrittes an sämtlichen Integrationspunkten zu überprüfen, ob die prognostizierte Spannung aufgenommen werden kann, oder anderenfalls die aufnehmbare Spannung zu ermitteln. Im letzteren Fall müssen die Ungleichgewichtskräfte in der Struktur umgelagert werden.

Wie bereits im letzten Abschnitt aufgezeigt wurde, ist für die Rückführung von unzulässigen Spannungszuständen auf zulässige Werte und der Berechnung der daraus resultierenden irreversiblen Verformungen im Allgemeinen ebenfalls ein iteratives Vorgehen erforderlich. Für eine konsistente numerische Umsetzung elastoplastischer Materialmodelle unter Berücksichtigung realitätsbezogener Ver- oder Entfestigung wurde von *Schlegel* [104] das *return mapping Verfahren* in *ANSYS* implementiert. Diesem von *Ortiz* und *Simo* [86] vorgestellten Integrationsalgorithmus liegt folgendes Schema zu Grunde:

Bekannt ist ein zulässiger Spannungszustand $\{\sigma_i^*\}$ aus dem vorhergehenden Stepp i , das im aktuellen globalen Iterationsschritt zusätzlich aufgebrachte totale Dehnungszinkrement $\{d\varepsilon_{i+1}^{trial}\}$ und die bisherigen plastischen Dehnungen $\{\varepsilon_i^{pl}\}$. Durch eine elastische Prädiktion wird zunächst der Trialspannungszustand für den aktuellen Schritt prognostiziert:

$$\{\sigma_{i+1}^{trial}\} = \{\sigma_i^*\} + [D] * \{d\varepsilon_{i+1}^{trial}\} \quad (4.18)$$

Nun wird überprüft, ob dieser Versuchsspannungszustand das Fließkriterium nicht überschreitet:

$$\text{für } F(\{\sigma_{i+1}^{trial}\}) \leq 0 \text{ folgt } \{\sigma_{i+1}^*\} = \{\sigma_{i+1}^{trial}\} \quad (4.19)$$

Anderenfalls wird im plastischen Korrektorschritt eine Konsistenz erreicht, indem ein zulässiger Spannungszustand $\{\sigma_{i+1}^*\}$ berechnet wird, der auf der Fließfläche liegt:

$$F(\{\sigma_{i+1}^*\}) = 0 \quad (4.20)$$

Aus der Linearkombination der in Abb. 4.3(a) dargestellten Spannungsvektoren folgt:

$$\{\sigma_{i+1}^*\} = \{\sigma_{i+1}^{trial}\} + \{d\sigma^{pl}\} \quad (4.21)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \{d\sigma^{trial}\} + \{d\sigma^{pl}\} \\ &= [D] * \left(\{d\varepsilon_{i+1}^{trial}\} - \{d\varepsilon_{i+1}^{pl}\} \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

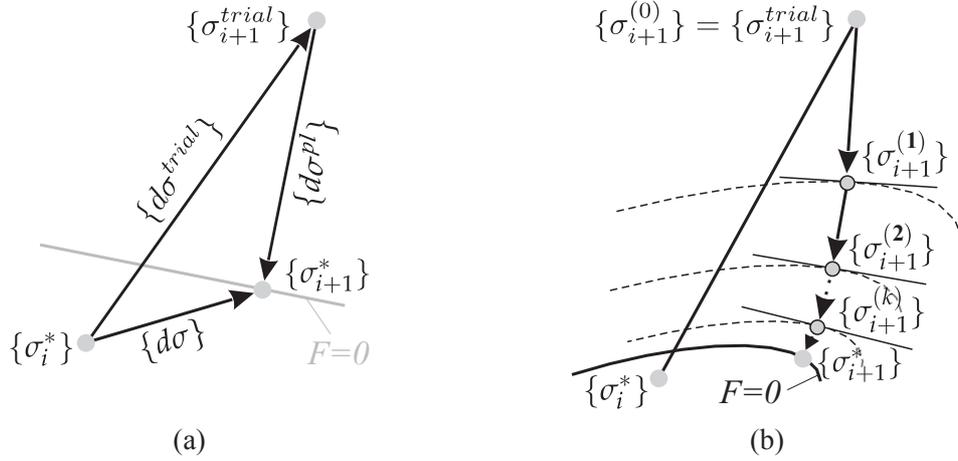


Abbildung 4.3: Spannungsrelaxation am Integrationspunkt (a) in einem Schritt für ideale Plastizität, Fließfläche und plastisches Potential mit konstantem Gradienten $\frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = 0$ (b) bei Berücksichtigung einer Ent- resp. Verfestigung unter Verwendung des *return mapping Algorithmus*

Unter Verwendung der Definition von $\{d\sigma^{pl}\}$ gegeben durch Gl. (4.22) sowie der Fließregel Gl. (4.3) folgt:

$$\{d\sigma^{pl}\} = -d\lambda * [D] * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (4.23)$$

Durch Einbeziehung der Fließregel ist nun die Berechnung des plastischen Dehnungsincrements, die Aktualisierung sowohl der plastischen Dehnungen als auch des Verfestigungsparameters im augenblicklichen Iterationschritt möglich:

$$\{d\varepsilon_{i+1}^{pl}\} = d\lambda * \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (4.24)$$

$$\{\varepsilon_{i+1}^{pl}\} = \{\varepsilon_i^{pl}\} + \{d\varepsilon_{i+1}^{pl}\} \quad (4.25)$$

$$\kappa_{i+1} = \kappa \left(\{\varepsilon_{i+1}^{pl}\} \right) \quad (4.25)$$

Damit kann ebenfalls der elastische Anteil der Dehnungen ermittelt werden:

$$\{\varepsilon_{i+1}^{el}\} = \{\varepsilon_{i+1}^{trial}\} - \{d\varepsilon_{i+1}^{pl}\} \quad (4.26)$$

Da das Fließkriterium sowohl von dem Spannungszustand als auch den plastischen Dehnungen abhängig ist, muss nun überprüft werden, ob unter Verwendung der im Korrektorschritt berechneten Inkremente $\{d\sigma^{pl}\}$ und $\{d\varepsilon_{i+1}^{pl}\}$ die plastische Konsistenzbedingung Gl. (4.9) mit einer zulässigen Toleranz eingehalten ist:

$$|F(\{\sigma_i^*\}, \kappa_i)| \leq TOL * |F(\{\sigma_{i+1}^*\}, \kappa_{i+1})| \quad (4.27)$$

Ist dies nicht der Fall, bedingt die Spannungsrelaxation Gl. (4.23) zusätzlich eine weitere lokale Iteration. Für den folgenden lokalen Iterationsschritt $k + 1$ werden der Spannungsvektor $\{\sigma_{i+1}^{(k)}\}$ und die plastischen Dehnungen $\{\varepsilon_{i+1}^{(k)pl}\}$ resp. $\kappa_{i+1}^{(k)}$ als Eingangsgrößen verwendet.

4.3 Das von Mises -Fließkriterium für isotrope Stoffe

Substanzielle Anforderung an ein Materialmodell ist, Spannungscombinationen, die zum Versagen eines Werkstoffes führen, zuverlässig abzuschätzen. Folglich kommt der Wahl einer geeigneten Fließbedingung elementare Bedeutung zu. In den folgenden drei Abschnitten werden die Grundlagen der wichtigsten spannungsbasierenden Bruchtheorien zusammengetragen und auf eine Eignung für ein allgemein gültiges Holzmodell untersucht. Die Ausführungen zu den einzelnen Theorien bauen aufeinander auf, wodurch sich die Bedeutung der in den Ansätzen berücksichtigten mechanischen Randbedingungen besser erschließt.

Für die Modellierung des mechanischen Verhaltens von isotropen, homogenen Materialien wie Stahl wird üblicherweise das in Abb. 4.4(b) dargestellte *von Mises*-Fließkriterium in Verbindung mit einer assoziierten Fließregel verwendet [83]. Diese Theorie basiert auf der Annahme, dass das Verhalten fester kristalliner Körper im Fließzustand dem von zähen Flüssigkeiten ähnelt. Daraus ergeben sich folgende Überlegungen:

- Wie in Abb. 4.4(a) skizziert, kann ein Spannungszustand $\{\sigma\}$ immer in einen hydrostatischen ($\{\sigma_m\}$ - allseitig gleicher Druck resp. Zug) und einen dazu senkrecht gerichteten Anteil ($\{s\}$ - Deviator) zerlegt werden.
- Bei Flüssigkeiten sind nur Zustände auf der hydrostatischen Achse stabil. Bei kristallinen Stoffen führen aber erst deviatorische Anteile oberhalb des aus einer Interaktion zwischen den sechs Spannungskomponenten gebildeten Kriteriums zum Fließen.
- Der Funktionswert dieser Bedingung ändert sich nicht, wenn zu einem Spannungszustand eine zusätzliche hydrostatische Komponente aufgebracht wird.
- Die Definition des Versagenszustandes muss ebenfalls unabhängig von der Wahl des Bezugskoordinatensystems sein. Daher empfiehlt sich eine Formulierung der Fließbedingung in Abhängigkeit der Hauptspannungen bzw. der Invarianten des Spannungsvektors.
- Die Volumenänderung im plastischen Bereich ist gegenüber den elastischen Deformationen marginal; das Material ist nicht kompressibel.

Auf Grund von Versuchsergebnissen und theoretischen Betrachtungen wählte *von Mises* eine quadratische Funktion der Spannungskomponenten als Ansatz für die Fließbedingung. Für den speziellen Fall der Isotropie leitete er daraus eine Funktion in Abhängigkeit der zweiten Invariante des deviatorischen Spannungstensors J_2 ab:

$$F(\{\sigma\}) = \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (4.28)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$$k = \text{konstanter Materialparameter}$$

In einem einachsigen Zugversuch kann nun die Fließgrenze f_F des Materials bestimmt werden. Wenn man die x- Achse parallel zur Krafrichtung wählt, dann gilt:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= f_F \\ \sigma_y &= \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{6} [2f_F^2] + 0 = \frac{f_F^2}{3} \end{aligned} \quad (4.29)$$

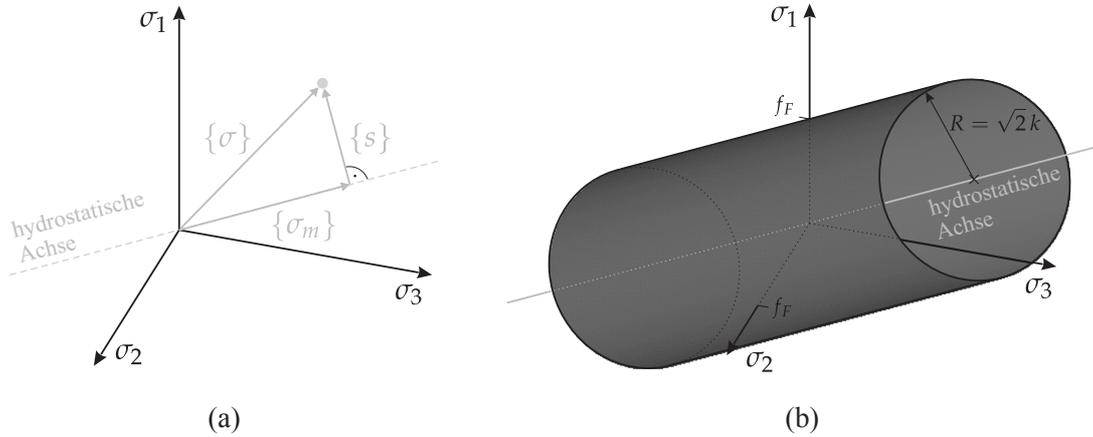


Abbildung 4.4: von Mises-Fließkriterium (a) Zerlegung des Spannungsvektors $\{\sigma\}$ in eine hydrostatische $\{\sigma_m\}$ und eine deviiierende Komponente $\{s\}$ (b) Fließfläche im Hauptspannungsraum

Das Einsetzen in (4.28) und Umstellen liefert den Materialparameter k :

$$k = \frac{f_F}{\sqrt{3}} \quad (4.30)$$

Gl. (4.28) kann nun in Abhängigkeit der Fließspannung ausgedrückt und vorteilhaft umgestellt werden:

$$\begin{aligned} F(\{\sigma\}) &= \sqrt{J_2} - \frac{f_F}{\sqrt{3}} = 0 \quad | * \sqrt{3} \\ &= \sqrt{3J_2} - f_F \end{aligned} \quad (4.31)$$

Ein Materialmodell auf Basis von Gl.(4.31) in Verbindung mit einer assoziierten Fließregel ist standardmäßig in ANSYS verfügbar. Das Fließkriterium (4.31) wird dabei in folgender Form überprüft:

$$F = \left[\frac{3}{2} \{s\}^T [M] \{s\} \right]^{\frac{1}{2}} - f_F = 0 \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \{s\} &= \{\sigma\} - \sigma_m \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ &= \text{deviiierender Spannungsvektor} \\ \sigma_m &= \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \text{hydrostatische Spannung} \end{aligned}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Wie aus Abb. 4.4 und 4.5(a) ersichtlich ist, begrenzt das Kriterium einen Zylinder, der rotations-symmetrisch um die hydrostatische Achse angeordnet ist. Dessen Radius beträgt:

$$R = \sqrt{2} k = \sqrt{\frac{2}{3}} f_F \quad (4.33)$$

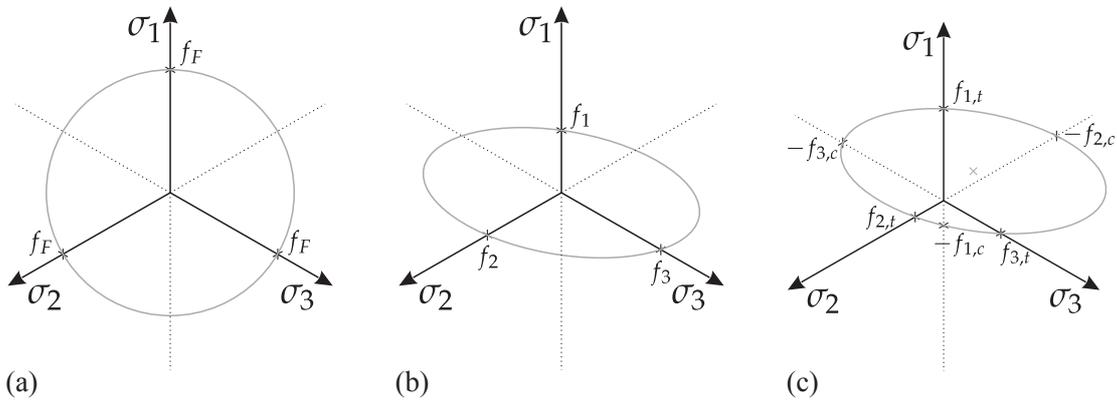


Abbildung 4.5: Deviatorebenen der Fließkriterien (a) von Mises (b) Hill (c) generalisierter Hill

Der Zylinder ist in seiner Längsrichtung nicht begrenzt, so dass Beanspruchungen mit hohem hydrostatischem Druck oder auch Zug nicht zum Versagen führen.

Zusätzlich kann für dieses Materialmodell die Option einer Verfestigungsvorschrift gewählt werden. Im Falle des isotropic work hardening verändert sich die Fließspannung, also der Radius des Zylinders, in Abhängigkeit der plastischen Dehnungen und Gl. 4.32 kann unter Verwendung von Gl. 4.7 sehr einfach ergänzt werden:

$$F = \left[\frac{3}{2} \{s\}^T [M] \{s\} \right]^{\frac{1}{2}} - \Omega(\kappa) * f_F = 0 \quad (4.34)$$

Soll dagegen das kinematic hardening angewendet werden, bleibt der Zylinder in seiner Form konstant und wird im Spannungsraum verschoben. Gl. 4.32 ist dafür um den Anteil der resultierenden Translation zu erweitern:

$$F = \left[\frac{3}{2} (\{s\} - \{\alpha\})^T [M] (\{s\} - \{\alpha\}) \right]^{\frac{1}{2}} - f_F = 0 \quad (4.35)$$

$\{\alpha\}$ = Vektor der Verschiebung der Fließfläche

4.4 Fließkriterien für orthotrope Materialien

4.4.1 Hill-Kriterium

Nur bei wenigen realen Materialien liegen wirklich isotrope Eigenschaften vor. Vielmehr besitzen die meisten Werkstoffe einen gerichteten Aufbau, der durch den Herstellungs-, Entstehungs- oder Wachstumsprozess bedingt ist. Auch wenn sich diese Anisotropie nicht augenscheinlich in einer Textur niederschlägt, können doch die Festigkeitswerte in den natürlichen Achsen eklatant differieren. Die Festigkeiten können in separaten Versuchen bestimmt werden.

Unter Einhaltung der Forderung nach plastischer Inkompressibilität des Materials und Unbeeinflussbarkeit des Fließkriteriums gegenüber der Superposition einer hydrostatischen Spannung hat Hill die rigide Einschränkung in der Theorie von Mises' wieder derart gelockert, dass in jeder der drei prinzipiellen Achsen der Anisotropie unterschiedliche Festigkeiten verwendet werden können [49]. Bezogen auf das im vorigen Abschnitt erläuterte von Mises-Kriterium bedeutet dieses Vorgehen eine Verzerrung der originär kreisförmigen Deviatorebene zu einer Ellipse 4.5(b).

Wenn das Bezugskordinatensystem parallel zu den natürlichen Materialachsen ausgerichtet wird, schneidet der resultierende Ellipsoid die Spannungsachsen in den Punkten der entsprechenden Festigkeit und das in [49] angegebene Fließkriterium kann nach diversen Umformungen wie folgt ausgedrückt werden:

$$F = \{\sigma\}^T [M] \{\sigma\} - \sigma_0^2 = 0 \quad (4.36)$$

$\sigma_0 =$ Vergleichswert der Festigkeit

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & 0 & 0 & 0 \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} & 0 & 0 & 0 \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} \end{bmatrix}$$

Die Matrix $[M]$ beschreibt die Variation der Fließspannungen in Abhängigkeit der Materialachsen. Die Elemente der Hauptdiagonale sind nach folgender Vorschrift¹ zu belegen:

$$M_{jj} = \frac{\sigma_0^2}{f_j^2}, \quad j = 1 \text{ bis } 6 \quad (4.37)$$

Auch bei diesem Kriterium wird plastische Inkompressibilität unterstellt. Daher sind die Elemente der Nebendiagonalen keine unabhängigen Größen und können aus denen der Hauptdiagonale berechnet werden. Sie bewirken eine Verzerrung der elliptischen Deviatorebene und eine Rotation derselben um die hydrostatische Achse. Aus der Forderung:

$$\begin{aligned} 0 &= M_{11} + M_{12} + M_{13} \\ 0 &= M_{12} + M_{22} + M_{23} \\ 0 &= M_{13} + M_{23} + M_{33} \end{aligned} \quad (4.38)$$

folgt:

$$\begin{aligned} M_{12} &= -\frac{1}{2} (M_{11} + M_{22} - M_{33}) \\ M_{13} &= -\frac{1}{2} (M_{11} - M_{22} + M_{33}) \\ M_{23} &= -\frac{1}{2} (-M_{11} + M_{22} - M_{33}) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Wenn das Kriterium:

$$M_{11}^2 + M_{22}^2 + M_{33}^2 - 2(M_{11}M_{22} + M_{22}M_{33} + M_{11}M_{33}) \leq 0 \quad (4.40)$$

eingehalten wird, ist prinzipiell sichergestellt, dass eine geschlossene Mantelfläche mit einem elliptischen Querschnitt definiert wurde.

¹In diesem Fall steht der Index j für die Normalfestigkeit ($f_1 = f_x; f_2 = f_y; f_3 = f_z$) resp. die Schubfestigkeit ($f_4 = f_{xy}; f_5 = f_{yz}; f_6 = f_{zx}$).

4.4.2 Verallgemeinertes Hill-Kriterium

In *Hills* Kriterium werden unterschiedliche Festigkeiten in den Materialachsen einbezogen, voneinander abweichende Druck- und Zugfestigkeiten in einer Richtung können dennoch nicht berücksichtigt werden. *Shih* und *Lee* haben daher *Hills* Ansatz um einen zusätzlichen Term erweitert, der äquivalent zu dem Vorgehen bei Berücksichtigung kinematischer Verfestigung (siehe Abb. 4.2(b) als auch Gl. (4.35)) den Ellipsoid parallel zur hydrostatischen Achse verschiebt. Aufbauend auf Gl. (4.36) ergibt sich:

$$F = \{\sigma\}^T [M] \{\sigma\} - \{\sigma\}^T \{L\} - K = 0 \quad (4.41)$$

$$K = \text{frei wählbarer Vergleichswert für die Festigkeiten}$$

Da nun für jeden Beanspruchungsmodus zwei Festigkeitswerte zu beachten sind, ist für die Belegung der Matrix $[M]$ die Gl. (4.37) zu erweitern:

$$M_{jj} = \begin{cases} \frac{K}{f_{j,t} * f_{j,c}} & , j = 1 \text{ bis } 3 \\ \frac{K}{f_{j,s}^2} & , j = 4 \text{ bis } 6 \end{cases} \quad (4.42)$$

Der Verschiebungsvektor $\{L\}$ ist definiert als:

$$\{L\} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.43)$$

$$L_j = M_{jj} (f_{j,t} - f_{j,c}) \quad , j = 1 \text{ bis } 3$$

Für die Einhaltung plastischer Volumenkonstanz ist zusätzlich zu Gl. (4.39) die Bedingung:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 0 \quad (4.44)$$

einzuhalten. Setzt man darin Gl. (4.43) ein, führt dies zu einer Konsistenzbedingung für das Fließkriterium:

$$\frac{f_{x,t} - f_{x,c}}{f_{x,t} * f_{x,c}} + \frac{f_{y,t} - f_{y,c}}{f_{y,t} * f_{y,c}} + \frac{f_{z,t} - f_{z,c}}{f_{z,t} * f_{z,c}} = 0 \quad (4.45)$$

Damit die Konsistenzbedingung erfüllt werden kann, sind die Festigkeitswerte nicht schlechthin unabhängige Werte und können nicht völlig frei gewählt werden. Insbesondere bei der Anwendung des Kriteriums auf Holz, bei dem die Festigkeiten stark differieren, wird die Bedingung (4.45) nicht erfüllt. Allerdings können im speziellen Fall des ebenen Spannungszustandes die Festigkeitswerte in der nicht berücksichtigten dritten Dimension derart manipuliert werden, dass der Konsistenzbedingung Genüge geleistet wird. Durch Umstellen der Konsistenzbedingung (4.45) folgt zwingend:

$$f_{z,c} = \frac{f_{z,t}}{1 - (L_1 + L_2) * f_{z,t}} \quad (4.46)$$

und aus dem Postulat einer geschlossenen Oberfläche (4.40):

$$f_{z,c} \begin{cases} \geq \frac{K}{f_{z,t} * [M_{11} + M_{22} + 2\sqrt{M_{11}M_{22}}]} \\ \leq \frac{K}{f_{z,t} * [M_{11} + M_{22} - 2\sqrt{M_{11}M_{22}}]} \end{cases} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N}{mm^2} \right] \\ f_{x,t} &= 60,0 \approx f_{L,t} \\ f_{x,c} &= 45,0 \approx f_{L,c} \\ f_{y,t} &= 3,5 \approx f_{R,t} \\ f_{y,c} &= 6,0 \approx f_{R,c} \\ \Rightarrow f_{z,t}^u &= 5,336 > f_{T,t} ! \\ f_{z,t}^o &= 6,660 \end{aligned}$$

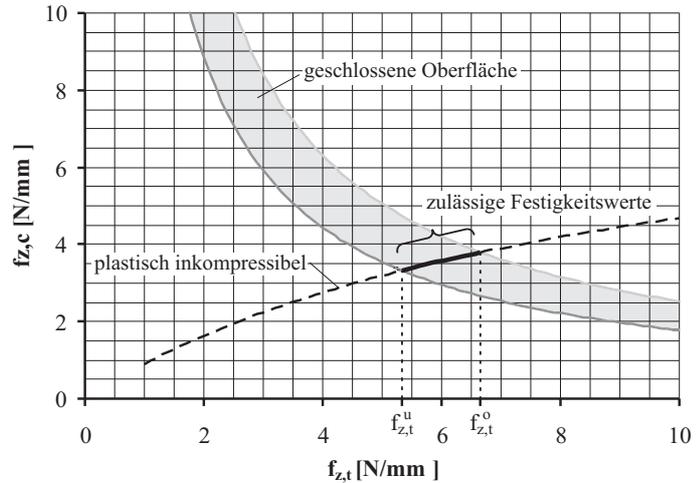


Abbildung 4.6: Zulässige Festigkeitsverhältnisse und Grenzwerte der Zugfestigkeit in der Z-Richtung bei Einhaltung der Bedingung (4.45) und (4.40)

Verwendet man in Gl. (4.46) und (4.47) als Zug- und Druckfestigkeiten Werte in der Größenordnung derer in longitudinaler resp. radialer Richtung, können die zulässigen Verhältnisse der Festigkeiten in der Z-Achse visualisiert werden. Wie aus Abb. 4.6 ersichtlich, sind nur Wertepaare zwischen den beiden Grenzwerten der Zugfestigkeit zulässig, die sich durch Gleichsetzen von Gl. (4.46) und (4.47) ergeben:

$$f_{z,t}^u = -\frac{1}{2} \frac{L^*}{M^+} + \sqrt{\left(\frac{L^*}{2M^+}\right)^2 + \frac{K}{M^+}} \quad (4.48)$$

$$f_{z,t}^o = -\frac{1}{2} \frac{L^*}{M^-} + \sqrt{\left(\frac{L^*}{2M^-}\right)^2 + \frac{K}{M^-}}$$

$$L^* = L_1 + L_2$$

$$M^+ = \left[M_{11} + M_{22} + 2\sqrt{M_{11}M_{22}} \right]$$

$$M^- = \left[M_{11} + M_{22} - 2\sqrt{M_{11}M_{22}} \right]$$

In ANSYS wird ein Materialmodell auf Grundlage des verallgemeinerten *Hill*-Kriteriums bereitgestellt, wobei die Gültigkeit einer assoziierten Fließregel unterstellt wird [117]. Dabei ist optional eine Verfestigung entsprechend einer zu definierenden Arbeitslinie verfügbar. Bei Reduktion auf einen ebenen Spannungszustand können mit diesem Ansatz bereits einige Problemstellungen des Holzbaus, insbesondere unter Druckbeanspruchung, mit annehmbarer Genauigkeit simuliert werden. So wurde dieses Modell von *Schmidt* in einer numerischen Parameteranalyse verwendet, um das nichtlineare Tragverhalten von Sechskantschrauben als Verbindungsmittel in einer Holz-Estrich-Verbundplatte zu simulieren [107].

4.4.3 Allgemein gültige Festigkeitstheorie für anisotrope Materialien nach *Tsai* und *Wu*

Am oben verwendeten Beispiel von Holz zeigt sich, dass durch den Ansatz materialspezifischer Festigkeiten die von *Mises* und später auch von *Hill* geforderte Unabhängigkeit des Fließkrite-

riums vom hydrostatischen Spannungszustand und damit auch die plastische Inkompressibilität nicht grundsätzlich gewährleistet ist. Im Widerspruch zu den genannten Modellen kann eine hohe hydrostatische Belastung porigen Materials durchaus zu einem Versagen und ebenfalls zu einer beachtlichen Komprimierung führen.

Es liegt also nahe, auf diese Restriktionen gänzlich zu verzichten. Setzt man in Gl. (4.41) den Vergleichswert der Festigkeit zu $K = 1,0$ und berücksichtigt alle denkbaren Elemente im Verschiebungsvektor $\{L\}$ als auch in der Matrix $[M]$, resultiert ein ganz allgemeiner quadratischer Ansatz für ein Fließkriterium, welches im dreidimensionalen Spannungsraum als Ellipsoid visualisiert werden kann (vgl. Abb. 4.7):

$$F = -\{\sigma\}^T\{L\} + \{\sigma\}^T[M]\{\sigma\} - 1 = 0 \quad (4.49)$$

Im 6-dimensionalen Spannungsraum kann diese Beziehung vorteilhaft durch Tensoren ausgedrückt werden, wodurch man die von *Tsai* und *Wu* postulierte allgemein gültige Festigkeitstheorie für anisotrope Materialien in vereinfachter Diktion erhält [116]:

$$\begin{aligned} F(\sigma) &= R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1 = 0 \\ i, j &= 1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (4.50)$$

Durch die aufeinander aufbauenden Erläuterungen zu den vorgenannten Theorien sollte herausgestellt werden, dass diese abwärts kompatibel sind. Sie lassen sich daher alle durch einen konsistenten Ansatz der Koeffizienten der Festigkeitstensoren als Sonderfälle der Formulierung von *Tsai* und *Wu* ausdrücken. Die allgemein gültige Bruchhypothese wird sehr häufig auf Holz angewandt. Es finden sich zahlreiche Arbeiten, die sich mit der Bestimmung von Festigkeitsparametern, die für dieses Kriterium angesetzt werden können, befassen. Daher wird an dieser Stelle etwas vertieft auf die Theorie eingegangen.

In der durch Gl. (4.50) gegebenen Form, auf welche im Folgenden stets Bezug genommen wird, stehen die Terme F_i und F_{ij} für Festigkeitstensoren zweiter resp. vierter Stufe. Es handelt sich dabei um eine abgekürzte Notierung für die allgemeine, ungekürzte Tensorschreibweise:

$$\begin{aligned} F(\sigma) &= R_{ij}\sigma_{ij} + R_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} - 1 = 0 \\ i, j, k, l &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (4.51)$$

Durch das Bruchkriterium erfolgt eine Zusammenfassung aller denkbaren Versagenszustände des orthotropen Materials zu einer einzigen Formel. Mithin ist eine hinreichend genaue Approximation tatsächlicher, materialspezifischer Grenzflächen möglich; bei Überschreitung der Bedingung ist jedoch die primäre Versagensursache nicht eindeutig identifizierbar.

Aufbauend auf der Herleitung zum verallgemeinerten *Hill*-Kriterium können einige Koeffizienten der Festigkeitstensoren aus Gl. (4.43) und (4.42) abgeleitet und auf Grundlage von Inge-

nieurfestigkeiten berechnet werden:

$$R_i = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{f_{x,t}-f_{x,c}}{f_{x,t}-f_{x,c}} \\ -\frac{f_{y,t}-f_{y,c}}{f_{y,t}-f_{y,c}} \\ -\frac{f_{z,t}-f_{z,c}}{f_{z,t}-f_{z,c}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{x,t}^{-1} - f_{x,c}^{-1} \\ f_{y,t}^{-1} - f_{y,c}^{-1} \\ f_{z,t}^{-1} - f_{z,c}^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \\ \cdot & R_{22} & R_{23} & R_{24} & R_{25} & R_{26} \\ \cdot & \cdot & R_{33} & R_{34} & R_{35} & R_{36} \\ \cdot & \cdot & \cdot & R_{44} & R_{45} & R_{46} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & R_{55} & R_{56} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & R_{66} \end{bmatrix} \quad \text{mit: } R_{ij}^T = R_{ij} \quad (4.53)$$

$$= \begin{bmatrix} (f_{x,t} * f_{x,c})^{-1} & R_{12} & R_{13} & R_{14} & R_{15} & R_{16} \\ \cdot & (f_{y,t} * f_{y,c})^{-1} & R_{23} & R_{24} & R_{25} & R_{26} \\ \cdot & \cdot & (f_{z,t} * f_{z,c})^{-1} & R_{34} & R_{35} & R_{36} \\ \cdot & \cdot & \cdot & f_{xy,s}^{-1} & R_{45} & R_{46} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_{yz,s}^{-1} & R_{56} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_{xz,s}^{-1} \end{bmatrix}$$

Inzident wird durch diese formale Herleitung gesichert, dass das Kriterium für einen einachsigen Normalspannungszustand die Zug- resp. Druckfestigkeit liefert. Zum Exempel:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -f_{x,c} \\ \Rightarrow F &= \left(\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}} \right) * (-f_{x,c}) + \frac{f_{x,c}^2}{f_{x,t} * f_{x,c}} - 1 \\ &= -\frac{f_{x,c}}{f_{x,t}} + 1 + \frac{f_{x,c}}{f_{x,t}} - 1 = 0 \end{aligned} \quad (4.54)$$

Für alle anderen Fälle ist analog zu verfahren. Die Belegung der Koeffizienten $R_4 = R_5 = R_6 = 0$ ist dem Empirem geschuldet, dass die Schubfestigkeit unabhängig vom Vorzeichen sein muss. Von den vormalig 6 + 21 Unbekannten bleiben letztlich noch 15 übrig, die nicht aus den Ingenieurfestigkeiten abgeleitet werden können. Durch Reflexionen zu den Schubfestigkeiten lässt sich die Anzahl der Unbekannten jedoch noch weiter verringern.

Die Elemente der Nebendiagonalen bewirken, äquivalent zum *Hill*-Kriterium, eine Drehung der Fließfigur um deren Schwerpunkt. Die Komponenten R_{45} , R_{46} und R_{56} beeinflussen die Interaktion zwischen den Schubspannungen. Erfahrungsgemäß kann die Schubfestigkeit in einer Gleitfläche nicht ansteigen, wenn eine zweite Schubkomponente wirkt, sondern wird eher kleiner. Außerdem muss die Fließfläche symmetrisch zu den Schubspannungsachsen verlaufen, da die Schubfestigkeiten nicht vom Vorzeichen abhängig sind. Die Koeffizienten mit dem Index $i = 1, 2, 3$ und $j = 4, 5, 6$ beschreiben dagegen eine Abhängigkeit der Schubfestigkeiten von der Auflast, auch im diesem Falle gilt die Symmetriebedingung. Wie in Abb. 4.8(b) dargestellt, bewirken die besagten Terme aber eine Rotation der Ellipse, also eine unsymmetrische Anordnung der Fließfläche. Daher ist die einzige allgemeingültige und damit beste Approximation:

$$R_{ij} = 0 \quad , \text{ für } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, 5 \\ j = 4, 5, 6 \\ i \neq j \end{cases} \quad (4.55)$$

Die verbleibenden noch unbestimmten Terme R_{12} , R_{13} und R_{23} legen die Rotation des Ellipsoids im Hauptspannungsraum fest - Abb. 4.8(a). Nach *Tsai* und *Wu* muss prinzipiell nur die Bedingung:

$$0 \leq R_{ii}R_{jj} - R_{ij}^2$$

$$i, j = 1, 2, \dots, 6$$

eingehalten sein, damit die Fließfläche geschlossen ist und nicht in einen Hyperboloid übergeht. In der Literatur finden sich zahlreiche empirische Ansätze, wie diese Koeffizienten für Holz berechnet werden sollten. Diese und zu dem Bruchkriterium von *Tsai/Wu* kongruente Ansätze, bei denen quadratische Polynome gewählt wurden und sich daher durch Gl. (4.50) beschreiben lassen, sind im Anhang B, Tab. B.1 zusammengefasst. Treffliche Extrakte zur Problematik sind z.B. in [23][24][25][48] oder [108] gegeben, weshalb die verschiedenen Konzepte an dieser Stelle nicht weiter diskutiert werden.

Es soll noch einmal betont werden, dass bei dem *Tsai/Wu*-Kriterium keine Verformungsbeziehungen oder andere mechanische Randbedingungen zur Bestimmung der Interaktions-Terme R_{ij} ($i \neq j$) Berücksichtigung finden. Folglich sind die Elemente der Nebendiagonalen prinzipiell unabhängige Größen, andererseits aber auch keine realen Materialparameter. Sie dienen vielmehr dazu, die Näherungsfunktion bestmöglich an die Versuchsergebnisse anzupassen. Folglich sind sie auch nicht durch Experimente eindeutig, d.h. vom Spannungszustand unabhängig, identifizierbar. Daher können auch keine zufrieden stellenden, allgemein gültigen Werte für diese Tensorkonstanten ermittelt werden, obwohl von verschiedenen Wissenschaftlern immer wieder Anstrengungen unternommen wurden, geeignete Versuche zu ersinnen [16][18][73].

Auf einen bisher wenig beachteten Aspekt soll an dieser Stelle etwas vertieft eingegangen werden. Um ein vollständiges Materialmodell zu erreichen, wird das Fließkriterium im einfachsten Fall mit einer assoziierten Fließregel kombiniert. Reduziert man die Anteile aus Gl. (4.50) auf den ebenen Spannungszustand in der xy-Ebene und berücksichtigt obige Annahmen zu den Interaktionskoeffizienten, lautet das Fließkriterium in ausführlicher, skalarer Schreibweise:

$$F = R_1 * \sigma_1 + R_2 * \sigma_2 + 2 * R_{12} * \sigma_1 * \sigma_2$$

$$+ R_{11} * \sigma_1^2 + R_{22} * \sigma_2^2 + R_{44} * \sigma_4^2 - 1 = 0$$

Bei Unterstellung idealer Plastizität kann bei Überschreitung der Fließgrenze die Richtung der plastischen Dehnung nach Gl. (4.3) mit $F = Q$ bestimmt werden:

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} \\ 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_4} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} R_1 + 2R_{11}\sigma_1 + 2R_{12}\sigma_2 \\ R_2 + 2R_{22}\sigma_2 + 2R_{12}\sigma_1 \\ 0 \\ 2R_{44}\sigma_4 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (4.56)$$

Betrachtet man nun beispielhaft den Fall des einachsigen Zugversuchs in x-Richtung ($1 = x$), so folgt:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= f_{x,t} \\ \sigma_2 &= \sigma_4 = 0 \end{aligned}$$

und es resultiert neben der longitudinalen Dehnung ein irreversibler Dehnungsanteil senkrecht zur Faser:

$$\varepsilon_{pl,y} = \lambda * (R_2 + 2 R_{12} f_{x,t}) \quad (4.57)$$

Aus energetischen Gründen muss λ stets größer als Null sein, daher liefert diese Gleichung eine Zugdehnung, wenn gilt:

$$R_2 + 2 R_{12} f_{x,t} > 0 \quad (4.58)$$

Bei fehlerfreiem Holz ist die Druckfestigkeit senkrecht zur Faser größer als die Zugfestigkeit, weshalb R_2 stets positiv wird (mit den im vorigen Abschnitt verwendeten Festigkeitswerten: $R_2 \approx 0,1990$). Folglich wird für alle Werte von:

$$\begin{aligned} R_{12} &> -\frac{1}{2} \frac{R_2}{f_{x,t}} = -\frac{1}{2} \frac{\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}}{f_{x,t}} \\ &> -\frac{1}{2} \frac{\frac{1}{3,5} - \frac{1}{6,0}}{60} = -9,9206E - 04 \end{aligned} \quad (4.59)$$

eine plastische Querdehnung berechnet. Zur Verdeutlichung des Sachverhaltes ist in Abb. 4.8 die Richtung der plastischen Dehnungen beispielhaft für den Fall $R_{12} = 0$ eingezeichnet. Im Anhang 6.2.1, Abb. 6.2 sind die Ergebnisse von FE-Berechnungen aufgeführt, bei denen dieser Sachverhalt auf ein praktisches Beispiel übertragen wurde. Bei Ansatz von $R_{12} = 0$ verbreitert sich der Zugstab im Widerspruch zum physikalischen Verständnis, anstatt sich einzuschnüren bzw. keine plastische Querdehnung aufzuweisen. Bei Nichtbeachtung dieser Randbedingungen können in FE-Berechnungen durchaus Zwangsspannungen entstehen, die zu unerwarteten und auf Grund der Interaktionen nur schwer überschaubaren Problemen führen. Im Beispiel führt das Aufquellen zu Querdruckspannungen, wodurch die aufnehmbare Längszugspannung erhöht wird. Bei Ansatz von $R_{12} = -0,0012$ ($\approx 20\%$ unter dem Grenzwert) schnürt sich der Stab dagegen geringfügig ein. Es treten nur geringe Querdzugspannungen auf und die Fließgrenze von $f_{x,t} = 60N/mm^2$ wird besser abgebildet. Man sollte daher bei Verwendung eines auf dem Kriterium von Tsai und Wu

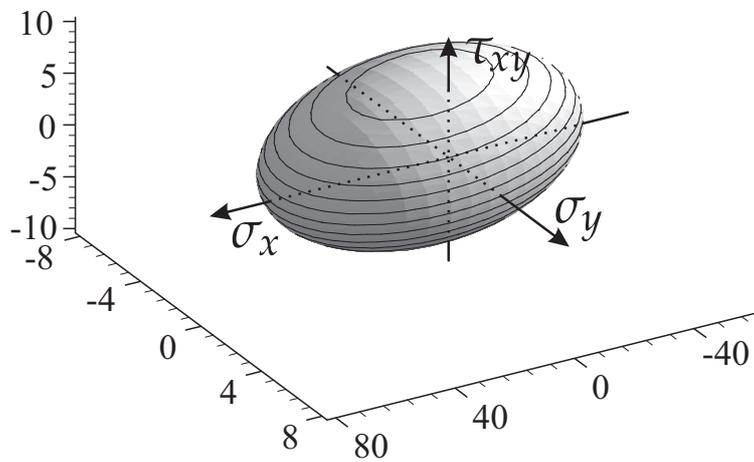


Abbildung 4.7: Grenzfläche der allgemein gültigen Festigkeitstheorie für anisotrope Materialien nach Tsai und Wu für den Fall des ebenen Spannungszustandes

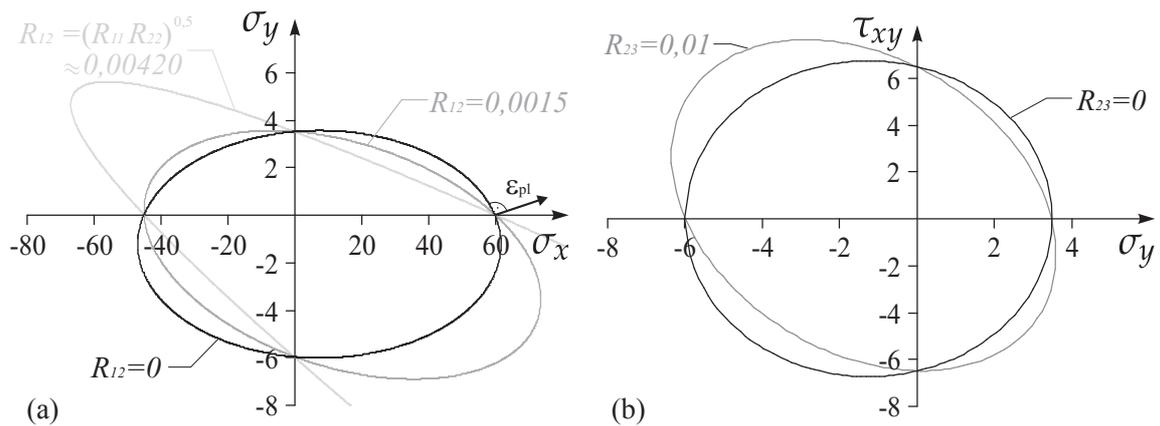


Abbildung 4.8: Schnitte durch das Fließkriterium nach Tsai und Wu für verschiedene Interaktionskoeffizienten R_{ij} : (a) ebener Hauptspannungszustand (b) Interaktion zwischen Schub und Querspannung

aufbauenden Materialmodells eine nichtassozierte Fließregel benutzen oder explizit darauf achten, dass zumindest physikalisch unmögliche Interaktionsterme ausgeschlossen werden. In der Literatur finden sich durchaus kritisch einzuschätzende Werte. So ist in [48] ein zu kleiner und in [23] gar ein positiver Wert für R_{12} angegeben.

Die erläuterte Betrachtung kann und sollte im Einzelfall für den Zug- als auch den Druckversuch und grundsätzlich für alle drei Hauptspannungsachsen vorgenommen werden, um alle drei noch verbleibenden unbekanntes Interaktionsterme einzugrenzen. Für den in Abb. 4.8(a) dargestellten Fall ist aber anhand der Lage der Ellipse ersichtlich, dass für die Bestimmung der oberen Grenze von R_{12} der longitudinale Zugversuch maßgebend wird.

4.4.4 Erweiterungen des Tensorpolynoms

Tsai und *Wu* haben in ihrer Theorie das Tensorpolynom auf die vierte Stufe begrenzt. Um eine Grenzfläche beschreiben zu können, deren Form deutlich von einem symmetrischen Ellipsoid abweicht, kann Gl. (4.50) formell um Anteile höherer Ordnung erweitert werden:

$$F(\sigma) = R_i \sigma_i + R_{ij} \sigma_i \sigma_j + R_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k + R_{ijkl} \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l + \dots - 1 = 0 \quad (4.60)$$

$$i, j, k, l = 1, 2, \dots, 6$$

Verschiedene Wissenschaftler haben Variationen dieses Ansatzes zur Erfassung des Bruchzustandes von orthotropen Materialien, wie Kunststoffen [43] [115], Knochenmaterial [18] [47] oder Holz [23] [48] [91] [92] verwendet.

Schon bei Verwendung des Festigkeitstensors sechster Stufe ergeben sich allerdings 729 Unbekannte [121]. Daher ist verständlich, dass nur einige wenige Elemente der zusätzlichen Tensoren Berücksichtigung finden können. Aus Betrachtungen zur notwendigen Symmetrie der Fließfläche bezogen zu den Schubspannungsachsen und der Eindeutigkeit der Lösungen bei reiner Schub- resp. Normalspannungsbeanspruchung reduzierten *Hemmer*[48] / *Ehlbeck et al.*[25] die Anzahl (im Falle des ebenen Spannungszustandes) auf nur vier:

$$R_{112}, R_{122}, R_{144}, R_{244}$$

Um eine weitere Steigerung der Genauigkeit zu erzielen, verwendeten sie zusätzlich vom Tensor achter Stufe das Element:

$$R_{1244}$$

Die Koeffizienten dieser Näherungsfunktion wurden anhand aufwändiger Versuchsreihen unter Verwendung symmetrisch aufgebauter, röhrenförmiger Prüfkörper aus Tannenholz mit einer Wandstärke von 5 mm bestimmt, bei denen ein nahezu ebener Spannungszustand in der LT-Ebene erzeugbar ist. Die von *Hemmer* durch Regressionsrechnungen ermittelten Tensorkonstanten sind in Tab. B.2 aufgeführt. Die sich daraus ergebende Grenzfläche ist in Abb. 4.9 dargestellt, seine Versuchsergebnisse sind ebenfalls eingetragen. Ohne Zweifel kann durch zusätzliche Koeffizienten eine hervorragende Anpassung an geprüfte Bruchzustände vorgenommen werden.

Im Rahmen der Arbeit erfolgte auch eine Implementierung eines Materialmodells auf Grundlage des erweiterten Tensorpolynomes in *ANSYS*. Die Fließbedingung wurde in der ausführlichen Schreibweise in Anlehnung an *Hemmer* formuliert. Auf Grund der sich daraus ergebenden Länge

des Ausdrucks ist die Gleichung unter der Bezeichnung (B.9) in den Anhang B, Seite B-5 eingeordnet. Da die Koeffizienten der höheren Festigkeitstensoren nur für den ebenen Spannungszustand bestimmt wurden, mussten die Indizes in der Formulierung auf die xy-Ebene bezogen werden. Hier wird außerdem die x-Achse in Faserlängsrichtung gewählt; folglich ist im Vergleich zu der Schreibweise von Hemmer der Index $_6$ durch $_4$ zu ersetzen sowie $_1$ und $_2$ zu vertauschen. Aus Gründen, die später erläutert werden, wurde allerdings keine Ver- oder Entfestigung vorgesehen, sondern ideale Plastizität unterstellt. Die plastischen Dehnungen werden unter Annahme einer assoziierten Fließregel ermittelt. Die partiellen Ableitungen des Fließkriteriums nach den Komponenten des Spannungsvektors sind in Gl. (B.10) zusammengefasst, welche ebenfalls in Anlage B, Seite B-5 angegeben ist.

Da sich Holz unter Druckbeanspruchung ausgesprochen duktil verhält, können unter Verwendung dieses Materialmodells bereits einige Probleme sehr treffend simuliert werden. Auch wenn das spröde Entfestigungsverhalten bei Schub- und Zugversagen keine Berücksichtigung findet, können durchaus Aussagen über die Bruchlast getroffen werden. Natürlich ist es aber nicht möglich, mittels dieses Ansatzes das Tragverhalten im postkritischen Bereich abzubilden. Zwei Berechnungsbeispiele, Simulationen des Versuchs von Hemmer und des Projektes B von Keenan, finden sich im Kap. 6.2.2 resp. Kap. 6.2.3.

Wie die Berechnungsbeispiele zeigen, kann durch Verwendung eines erweiterten Tensorpolynoms der Versagenszustand eines Holzbauteils treffend eingeschätzt werden. Allerdings sind doch einige kritische Anmerkungen zu diesem Bruchkriterium herauszustellen. Setzt man in das von Hemmer angegebene erweiterte Tensorpolynom z.B. die 3-fachen Werte der longitudinalen Druck-, radialen Zug- und Schubfestigkeit ein:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -3f_{L,c} \approx -129,194 \\ \sigma_y &= 3f_{T,t} \approx 11,049 \\ \tau_{xy} &= 3f_{TL,s} \approx 29,560\end{aligned}$$

liefert das Fließkriterium erwartungsgemäß:

$$\Rightarrow F(\{\sigma\}) = 0,344 > 0$$

Damit ist die Interaktionsgleichung überschritten und dieser Spannungszustand ruft eine Schädigung hervor. Setzt man dagegen die 4-fachen Festigkeitswerte ein, ergibt sich:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -4f_{L,c} \approx -172,258 \\ \sigma_y &= 4f_{T,t} \approx 14,732 \\ \tau_{xy} &= 4f_{TL,s} \approx 39,413 \\ \Rightarrow F(\{\sigma\}) &= -40.59252982 < \mathbf{0} !\end{aligned}$$

Durch das Fließkriterium wird also ein zulässiger Spannungszustand charakterisiert, obwohl der Punkt deutlich oberhalb der Ingenieurfestigkeiten und auch außerhalb der anvisierten Bruchfläche liegt. Zur Verdeutlichung ist dieser Spannungszustand in Abb. 4.9(b) eingetragen.

Es muss daher kritisch angemerkt werden, dass durch die Erweiterung des Tensorpolynoms nicht grundsätzlich ein einzelnes Volumen, welches die zulässigen Spannungszustände repräsentiert, eingefasst wird. Außerhalb der fokussierten Sphäre zur Erfassung des Bruchzustandes existieren bei der durch die Näherungsfunktion beschriebenen räumlichen Fläche weitere Bereiche,

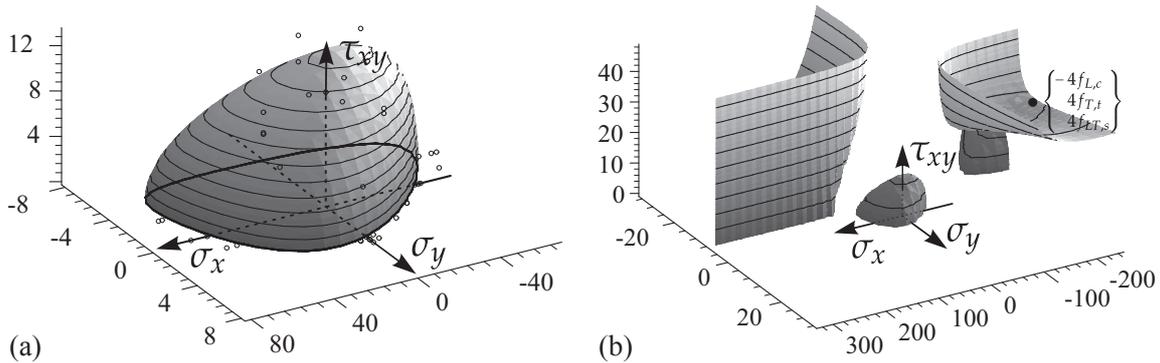


Abbildung 4.9: Fließkriterium auf Grundlage eines erweiterten Tensorpolynoms bei Unterstellung eines ebenen Spannungszustandes in der LT-Ebene, Koeffizienten nach Hemmer [48] siehe Tab. B.2: (a) anvisierte Näherungsfunktion zur Erfassung des Bruchzustandes (b) mathematisch beschriebene Oberfläche bei 4-fachem Herauszoomen

die ebenfalls zulässige Spannungskombinationen beschreiben, angedeutet in Abb. 4.9(b). Daher liefert das Fließkriterium kein eindeutiges Ergebnis, mit dem überprüft werden kann, ob Versagen vorliegt. Wird der inkrementelle Spannungszuwachs zu groß gewählt, kann das zu numerischen Problemen führen. Auf diesen Sachverhalt haben bereits Tsai und Wu in ihren Ausführungen hingewiesen.

Ein weiteres Problem ist, dass bisher ausschließlich ebene Spannungszustände untersucht worden sind. Um ein Materialmodell für den 6-dimensionalen Spannungsraum aufstellen zu können, welches die Interaktionen aller Spannungskomponenten berücksichtigt, müssten weitere Koeffizienten versuchstechnisch ermittelt werden. Da prinzipiell auch eine Interaktion zwischen den Schubspannungen zu unterstellen ist, würde sich die Anzahl der notwendigen Tensorkonstanten ungefähr verdreifachen. Außerdem ist zu bezweifeln, dass die dafür notwendigen Experimente überhaupt realisierbar sind.

Selbst wenn dieser Aufwand für eine Holzart betrieben werden sollte, ist die Allgemeingültigkeit auf Grund der Abhängigkeit der Holzfestigkeiten von verschiedenen Randbedingungen nicht gegeben. Die Koeffizienten sind auch nicht auf andere Spezies übertragbar, sondern müssten für alle Arten neu bestimmt werden.

Eine fundamentale Anforderung an das zu entwickelnde Materialmodell war, die aus den materialspezifischen Versagenszuständen resultierenden Festigkeitsentwicklungen im postkritischen Bereich in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und -richtung realitätsbezogen zu erfassen. Durch ein Tensorpolynom werden aber alle Versagenszustände zu einer einzigen Formel zusammengefasst. Daher besteht auch eine prinzipielle Abhängigkeit zwischen den Festigkeitsentwicklungen. Wenn die Koeffizienten durch einzelne Verfestigungsvorschriften separat manipuliert werden, sind die Auswirkungen auf das numerische Materialverhalten nicht mehr kontrollierbar. Eine solche ungleichmäßige Veränderung der Fließfläche, bei der die Gestalt modifiziert wird, ist bedenklich. Daher ist nach der klassischen Plastizitätstheorie auch nur die Möglichkeit vorgesehen, die Fließfläche entsprechend einer energetisch abgesicherten Verfestigungsvorschrift aufzublähen resp. zu verkleinern (isotropic work hardening) oder die Fließfläche im Spannungsraum zu verschieben (kinematic hardening).

Aus den genannten Gründen ist es nicht empfehlenswert, ein Tensorpolynom als Grundlage eines allgemeingültigen Materialmodells für Holz zu verwenden. Es wurde daher nach einer ande-

ren Möglichkeit gesucht, um das komplexe, anisotrope Verhalten von Holz im Versagenszustand beschreiben zu können.

4.4.5 Mehrflächige Fließbedingungen

Eine weitere Möglichkeit komplexes, anisotropes Bruchverhalten zu erfassen, ist, zulässige Spannungskombinationen durch mehrere, voneinander unabhängige Flächen einzugrenzen. Die einfachste Formulierung dieser Art stellt das Maximalspannungskriterium dar. Nach diesem Ansatz werden die Zug-, Druck- und Schubfestigkeiten in jeder Materialachse unabhängig voneinander limitiert. Für den ebenen Spannungszustand gilt also:

$$\begin{aligned} -f_{x,c} &\leq \sigma_x \leq f_{x,t} \\ -f_{y,c} &\leq \sigma_y \leq f_{y,t} \\ -f_{xy,s} &\leq \tau_{xy} \leq f_{xy,s} \end{aligned} \quad (4.61)$$

woraus sich 6 voneinander unabhängige Bedingungen ergeben. Bei Berücksichtigung aller Spannungskomponenten resultieren folglich 12 separate Grenzflächen in der Form:

$$\begin{array}{ccc} \text{Zug: } \sigma_i \geq 0 & \text{Druck: } \sigma_i < 0 & \text{Schub} \\ F = \sigma_i - f_{i,t} = 0 & F = -\sigma_i - f_{i,c} = 0 & F_{1/2} = \pm\sigma_j - f_{j,s} = 0 \\ i = 1, 2, 3 & & j = 4, 5, 6 \end{array} \quad (4.62)$$

Dass diese Betrachtungsweise durchaus treffend für Holz angewandt werden kann, wurde bereits von *Stüssi* [114] hervorgehoben. Anhand der Versuchsergebnisse von *Baumann* [5] zeigt sich sehr deutlich, dass mit diesem Kriterium eine wesentlich bessere Abbildung der Versagenslast uniaxialer Druckproben in Abhängigkeit des Kraft-Faser-Winkels erzielbar ist, als es die Interaktionsgleichungen nach DIN 1052 (04/1988) oder DIN 1052 (08/2004) vermögen - Abb. 4.4.5.

Vor allem für Kunststoffe und Laminare existieren zahlreiche Theorien, bei denen mehrere Bruchkriterien miteinander verschnitten wurden. Durch diese ist eine quantitative Erfassung unterschiedlicher Versagensursachen, wie Zug- und Druckversagen der Matrix resp. der Fasern, und eine Voraussage der daraus resultierenden Ausbreitung von Schädigungen möglich. Üblicherweise kommen hier quadratische Interaktionsbedingungen zum Einsatz, die als Derivate aus der Theorie von *Tsai/Wu* abgeleitet werden können. In der Literatur werden in diesem Zusammenhang häufig die Arbeiten von *Hashin* [46] und *Puck* [90] zitiert. Ein sehr umfassender Ansatz, der beide vorgenannten Theorien zusammenfasst, wird von *Dávila et al.* in [20] vorgestellt.

Auch die Beschreibung des Bruchverhaltens von regelmäßigem Mauerwerk, welches vor allem durch die potentiellen Destruktionen Steinversagen, Fugenversagen oder Versagen des Verbandes bedingt wird, ist vorteilhaft durch die Kombination mehrerer Fließbedingungen möglich. So entwickelte *Schlegel* die von *Ganz* [33] vorgeschlagene mehrflächige Fließbedingung weiter und konnte die praktische Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit seines Materialmodells anhand von Tragfähigkeitsuntersuchungen exponierter, gemauerter Bauwerke nachweisen [106][104].

Ebenfalls in der Felsmechanik ist das Festigkeitsverhalten des durch Trennflächen gekennzeichneten Materials durch die Verschmelzung verschiedener diskreter Schubbruchkriterien und einer Zugspannungsbegrenzung sehr gut erfassbar [119] [120] [122].

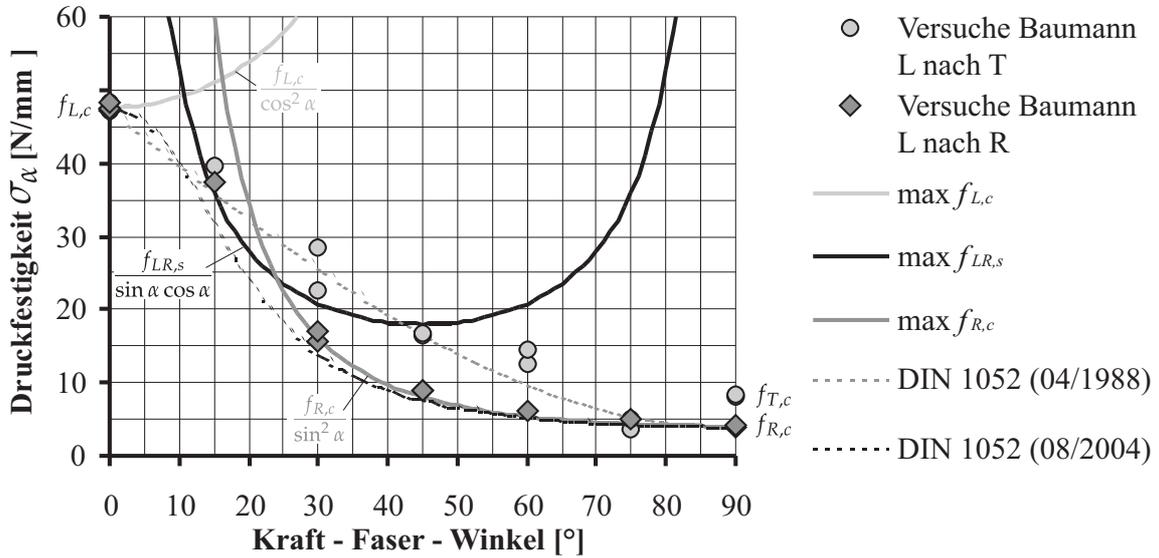


Abbildung 4.10: Ergebnisse des uniaxialen Druckversuchs nach *Baumann* [5] im Vergleich zu verschiedenen Berechnungsansätzen (angepasst an den Übergang von longitudinaler zu radialer Druckbeanspruchung, Ableiten auf der LT-Ebene)

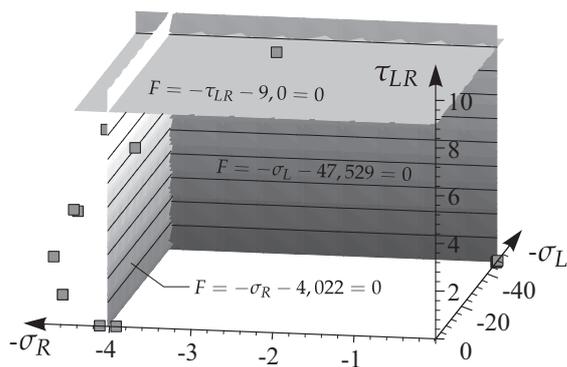


Abbildung 4.11: Maximalspannungskriterium im Druck-Druck-Schub-Quadranten bei Anpassung an die Versuchsergebnisse von *Baumann* [5]

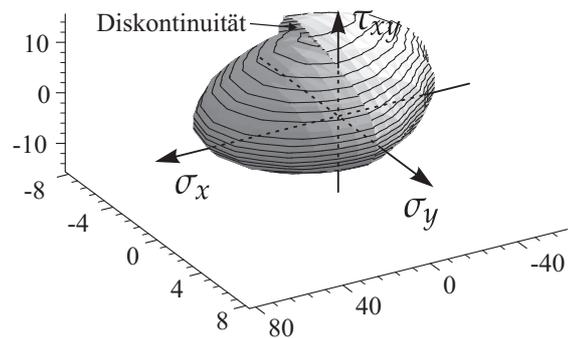


Abbildung 4.12: Bruchbedingung für Holz zusammengesetzt aus zwei Kriterien nach *van der Put* [91]

Im Bereich des Holzbaus ist dieses Vorgehen bisher jedoch weitgehend unbeachtet geblieben. Man beschränkte sich in der Vergangenheit vorrangig auf die Erfassung des Bruchzustandes von querzug- oder schubbeanspruchten Bauteilen. In diesen Fällen mit ausgesprochenem spröden Versagen können Betrachtungen zur Grenztraglast auf Grundlage der linear-elastischen Bruchmechanik durchgeführt werden. Aus der Literatur sind dem Autor bisher nur zwei Arbeiten bekannt, in denen zusammengesetzte Fließbedingungen für Holz, abgeleitet aus Reflexionen über den anatomischen Aufbau resp. auf Basis experimenteller Untersuchungen, vorgestellt wurden.

So schlug *van der Put* in Anlehnung an die Arbeit von *Hemmer* zwei separate Grenzflächen zur Erfassung des Bruchzustandes im Zug- resp. Druckbereich des ebenen Spannungszustandes vor [91] [92]. Allerdings besitzen diese Flächen keinen stetigen Übergang zueinander, weshalb sie für einen numerischen Ansatz ungeeignet sind - Abb. 4.12.

Auf der Grundlage der Ergebnisse biaxialer Versuche von *Eberhardsteiner* hat *Mackenzie-Helnwein* ein Bruchkriterium für den ebenen Spannungszustand in der *LR*-Ebene aufgestellt. Dafür wurden vier separate Fließkriterien miteinander verschnitten, welche die Normalspannungskomponenten auf die longitudinale resp. radiale Zug- und Druckfestigkeiten begrenzen und dabei Interaktionen zwischen den Normalspannungen σ_L , σ_R und der Schubspannung τ_{RL} einbeziehen [76].

Einen distinktiven, in der Konsequenz aber durchaus vergleichbaren Ansatz für die Berücksichtigung der separaten Versagensmodi wählten *Kaliske et al.* [58] [57]. Sie definierten den elastischen Spannungsraum zunächst unter Verwendung einer geschlossenen Fließbedingung, wie dem *Tsai/Wu*-Kriterium. Durch das elastisch-idealplastische Kontinuumsmodell kann das duktile Versagen bei Druckbeanspruchung berücksichtigt werden. Im FE-Modell werden dann Kontinuums-elemente entlang solcher Pfade, an denen eine Rissbildung infolge von Zug- oder Schubversagen auftreten kann, durch Interface-Elemente gekoppelt. Mit diesen speziellen Elementen ist es möglich, die Rissbildung diskret abzubilden und dabei auch die progressive Festigkeitsdegradation zu berücksichtigen. Auch *Daudeville* [19] konnte demonstrieren, dass die Rissbildung bei Holz und Nachbruchpfad mit Interface-Elementen berechnet werden kann.

4.5 Mehrflächige Plastizität

Im Kapitel 4.4.5 wurde gezeigt, dass durch ein mehrflächiges Fließkriterium materialspezifische Versagensmodi vorteilhaft erfasst werden können. Dieses Vorgehen ist in der Vergangenheit bei verschiedenen Materialien erfolgreich angewendet worden. Wenn eine solche zusammengesetzte Fließbedingung in einem Materialmodell auf Grundlage der Plastizitätstheorie angewendet werden soll, sind aber weitere Betrachtungen zu dem Vorgehen bei der Spannungsrelaxation an den Übergangsbereichen der Grenzflächen notwendig. Prinzipiell ist zu unterscheiden, ob die Fließkriterien stetig ineinander überlaufen oder ein diskontinuierlicher Übergang vorliegt. Im Falle einer stetigen Transition können die zusammentreffenden Fließbedingungen voneinander unabhängig bearbeitet werden. Die bei einer Überschreitung resultierenden plastischen Dehnungsinkremente an der Schnittkante sind dann äquivalent - Abb. 4.13.

Liegt hingegen ein Übergang mit einer Unstetigkeit vor, ist dieser Zusammenhang nicht mehr gegeben. Die Konsistenzbedingung Gl. (4.9) stellt eine notwendige, allerdings nicht hinreichende Kondition - nähere Ausführungen folgen - dafür dar, dass bei einer Verletzung beider Fließbedingungen durch den Trialsspannungszustand eine gleichzeitige Rückführung auf beide Flächen

erfolgen (Abb. 4.14(a)) und der zulässige Spannungszustand $\{\sigma_{i+1}^*\}$ daher auf der Schnittkante liegen muss (Abb. 4.14(c)). Die Inkremente der plastischen Dehnungen müssen folglich aus einer Linearkombination der plastischen Dehnungsvektoren aller Fließbedingungen, die verletzt sind, berechnet werden (Abb. 4.14(b)). Bezogen auf das in der Skizze dargestellte Beispiel mit zwei aktiven Fließflächen und idealer Plastizität ($H = 0$) folgt in Übereinstimmung zu Gl. (4.14) der Ansatz für die Spannungsrückführung:

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\varepsilon_{tot}\} &= \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} d\lambda_1 + \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} d\lambda_2 \\ \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\varepsilon_{tot}\} &= \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} d\lambda_1 + \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} d\lambda_2 \end{aligned} \quad (4.63)$$

Bei Verletzung mehrerer Fließbedingungen müssen also die nun voneinander abhängigen plastischen Multiplikatoren aus einem Gleichungssystem ermittelt werden. Berücksichtigt man außerdem eine Ver- oder Entfestigungsvorschrift - Gl. (4.63) wäre dementsprechend um den Anteil H zu ergänzen - lässt sich verallgemeinert festhalten:

$$\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\varepsilon_{tot}\} = \sum_{j=1}^k \left[\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right\} - \frac{\partial F_n}{\partial \kappa_n} \frac{d\kappa_n}{d\lambda_j} \right] d\lambda_j \quad (4.64)$$

- k – Anzahl Fließkriterien
 n, j – Index eines aktiven Fließkriteriums,
andererseits überspringen

Die Aktivität einer Fließbedingung ist aber nur dann sinnvoll, wenn die Lösung des Gleichungssystems einen positiven plastischen Multiplikator liefert. Anderenfalls würde sich die Richtung der plastischen Dehnungsinkremente umkehren. Es müsste also Energie aufgewendet werden, um den zulässigen Spannungszustand auf die Schnittkante zu zwingen. Daher führte *Simo* [110] zusätzlich eine in jeder Iteration zu prüfende Aktivitätsbedingung ein, nach der bei Überschreitung eines Fließkriteriums auch die Kondition gelten muss:

$$d\lambda_n \geq 0 \quad (4.65)$$

Eine hinreichende Bedingung für die Rückführung in den gemeinsamen Schnittpunkt der Fließflächen ist folglich gegeben, wenn der Trialspannungszustand in dem Kreuzungsbereich liegt, der durch die Vektoren $[D] \left\{ \frac{\partial Q_n}{\partial \sigma} \right\}$ aufgespannt wird - vergl. Abb. 4.15(a). Nur in diesem Fall sind alle plastischen Multiplikatoren positiv. Liegt hingegen der Trialspannungszustand - wie in Abb. 4.15(b) - außerhalb dieses Areal, erfolgt die Rückführung nur auf die aktiven ($d\lambda_n \geq 0$) Fließflächen.

Wie aus Abb. 4.14(b) ersichtlich ist, resultiert das plastische Dehnungsincrement aus der vektoriellen Verknüpfung der Anteile aller aktiven Fließkriterien:

$$d\varepsilon_{pl} = \sum_{j=1}^k d\lambda_j \left\{ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right\} \quad (4.66)$$

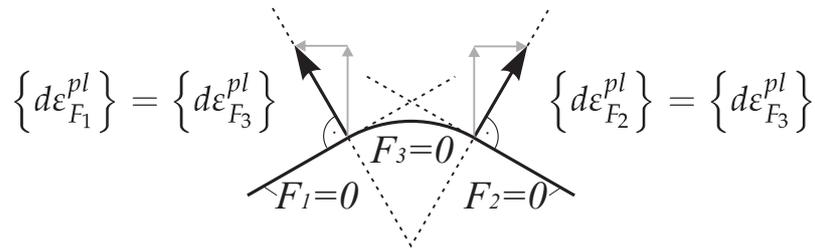


Abbildung 4.13: Kontinuierliche Transitionen bei einer mehrflächigen Fließbedingung durch Einfügen einer Übergangsfunktion

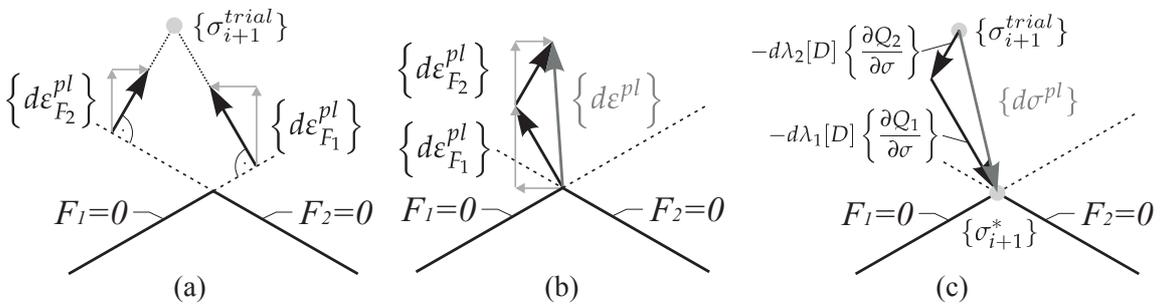


Abbildung 4.14: Spannungsrelaxation bei mehrflächiger Plastizität

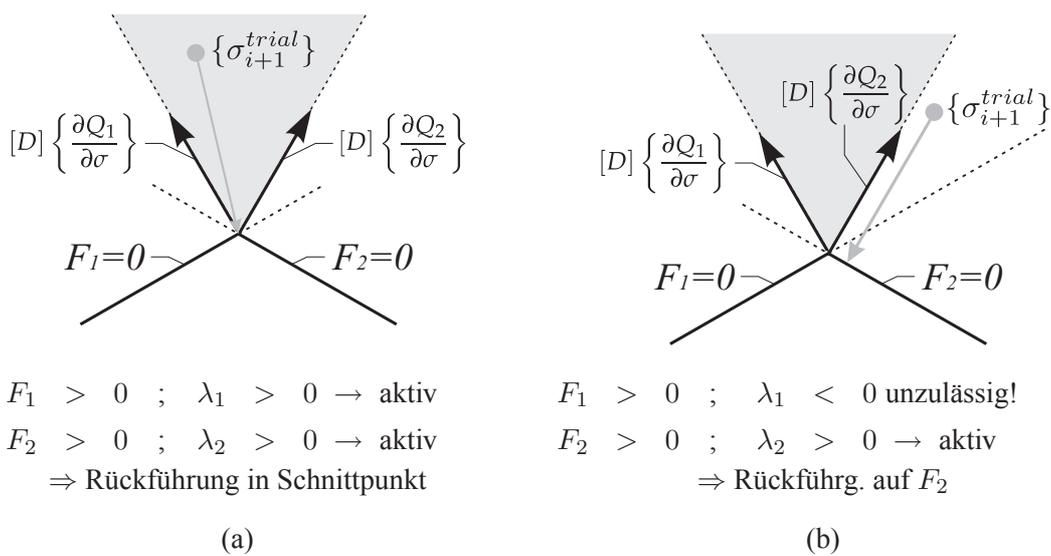


Abbildung 4.15: Denotation der Aktivitätsbedingung nach Simo [110]

Bedingt durch die Abhängigkeit der Fließkriterien von den Verfestigungsparametern κ_n ist die Lösung des Gleichungssystems (4.64) bei Berücksichtigung einer Festigkeitsentwicklung nur iterativ möglich. Ein Algorithmus, welcher bei der lokalen Spannungsrelaxation mehrflächige Fließbedingungen verarbeiten kann und dabei auch progressive Ver- oder Entfestigung des Materials berücksichtigt, wurde von *Schlegel* [105][104] in *ANSYS* implementiert und stand für die vorliegende Arbeit zur Verfügung.

4.6 Folgerungen für diese Arbeit

Im Kapitel 3.3 wurde gezeigt, dass sich bei Holz, je nach Beanspruchungsmodus, eindeutige Versagensmechanismen mit charakteristischen Festigkeitsentwicklungen unterscheiden lassen.

Zur Erfassung des Bruchzustandes des komplexen, anisotropen Werkstoffs Holz wurden in der Vergangenheit vorwiegend Derivate des Tensorpolynoms nach *Tsai/Wu* herangezogen. Durch ein erweitertes Tensorpolynom ist eine noch bessere Umschreibung der Spannungscombinationen möglich, die zum Versagen führen. Allerdings kann durch eine solche geschlossene Näherungsfunktion prinzipiell nicht zwischen den einzelnen Versagensarten unterschieden werden. Folglich ist es mit diesem Ansatz auch nicht möglich, die weitestgehend autarken und an den Beanspruchungsmodus gebundenen Ver- oder Entfestigungen abzubilden. Auch die unsichere Beurteilung unzulässiger Spannungszustände bei großen Lastinkrementen und die enorme Anzahl bisher unbekannter Festigkeitskoeffizienten sprachen gegen eine Verwendung dieser Theorie als Grundlage für ein allgemein gültiges Holzmodell.

Die Formulierung einzelner, voneinander unabhängiger Fließkriterien erlaubt indes eine treffende Beschreibung der holzspezifischen Versagensmechanismen, ist hinsichtlich der numerischen Umsetzung allerdings aufwändiger als geschlossene Funktionen. Die Grundlagen zur Verarbeitung mehrflächiger Fließfiguren und gleichzeitiger Berücksichtigung realen Festigkeitsverhaltens wurden bereits durch *Schlegel* geschaffen, so dass auf diesen Ansatz aufgebaut werden konnte. Diese Überlegungen führten dazu, ein mehrflächiges, elastoplastisches Materialmodell zu entwickeln. Bei dem im Folgenden erläuterten Vorgehen wurde zum einen versucht, die einzelnen Fließkriterien so zu wählen, dass die im Kapitel 3 dokumentierten materialspezifischen Versagensmechanismen treffend charakterisiert werden konnten, andererseits musste auch die Möglichkeit zur Implementierung der aus den diversen Detoriationen resultierenden typischen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen gegeben sein.

Kapitel 5

Räumliches Materialmodell für Holz

Im Folgenden werden die gewählten Ansätze des entwickelten räumlichen Materialmodells für Nadelholz ausführlich erläutert. Zunächst werden die phänomenologisch abgeleiteten Funktionen zur Beschreibung der einzelnen Arbeitslinien vorgestellt. Da der Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung charakteristisch für den jeweiligen Beanspruchungsmodus ist, soll durch diese Vorgehensweise nochmals hervorgehoben werden, dass durch die retrospektiv definierten Fließbedingungen die für Holz typischen Versagensmechanismen zutreffend erfasst werden.

5.1 Formulierung spezifischer Ver- und Entfestigungsvorschriften

5.1.1 Zugversagen senkrecht zur Faser

Die durch den anatomischen Aufbau des Holzes bedingten, mikromechanischen Vorgänge, welche zu dem auf makroskopischer Ebene durch Rissbildung charakterisierten Querzugversagen führen, wurden ausführlich im Abschnitt 3.3.1 diskutiert. Wie bei vielen anderen Werkstoffen auch, führt die Rissbildung zu einem spröden Entfestigungsverhalten. Für dessen numerische Erfassung ist der Ansatz einer Exponentialfunktion in Abhängigkeit der bei Rissbildung dissipierten Bruchenergie G^F gebräuchlich.

Wenn ein Körper bei progressiver Rissausbreitung vollständig zertrennt wird, kann die Bruchenergie vereinfachend als die Änderung des gesamten Energiepotentials Π resp. bei Vernachlässigung des Eigengewichtes als die verrichtete Arbeit W , als Fläche unter der Last-Lastpunktverschiebungs-Kurve (P - u -Kurve), bezogen auf die Bruchfläche aufgefasst werden:

$$G^F = \frac{|\Delta\Pi|}{a_{Lig} b} \approx \frac{W}{a_{Lig} b} = \frac{\int P(u) du}{a_{Lig} b} \quad (5.1)$$

a_{Lig} – Länge und

b – Breite der Ligamentrissfläche

In der vorliegenden Arbeit werden der Plastizitätstheorie entsprechend alle inelastischen Verformungen durch plastische Dehnungen erfasst. Die bei einer realen Rissbildung entstehende Relativverschiebung der Rissflanken δ_{cr} muss daher als Dehnung über den Bereich verschmiert werden,

in welchem die inelastischen Verformungen auftreten:

$$\varepsilon_{pl} = \frac{\delta_{cr}}{h} \quad (5.2)$$

Bei dem realen Material wird Energie nur innerhalb der Prozesszone infolge von Gefügeauflockerungen umgewandelt. Die Breite dieses Bereichs kann nach *Bazant* durch die Rissbandbreite h charakterisiert werden [6]. Außerhalb dieser Zone wird keine weitere Energie dissipiert; d.h. die Bruchenergie ist konstant, unabhängig davon, welche Bezugshöhe senkrecht zur Rissfläche gewählt wurde. Dass auch für Holz die Bruchenergie unabhängig von der Größe der Quersugsprobe ist, belegen unter anderem die Versuche von *Aicher* [2] oder auch *Daudeville* [19].

Eine praktikabele FE-Modellierung macht eine Vernetzung erforderlich, welche in der Elementgröße von der Rissbandbreite abweicht. Aus der Voraussetzung, dass auch in der Simulation der Rissbildung die Bruchenergie - als Materialkonstante - unabhängig von der gewählten Diskretisierung richtig wiedergegeben werden muss, lässt sich eine äquivalente Länge h ableiten. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist dann in der Art zu modifizieren, dass die volumenbezogene Bruchenergie am Integrationspunkt den Wert:

$$g_{Int}^F = \frac{h_{PR}}{h} g^F = \frac{G^F}{h} \quad (5.3)$$

mit:

- g_{Int}^F – volumenspezifische Bruchenergie des Integrationspunkts
- h_{PR} – Rissbandbreite
- h – äquivalente Länge
- G^F – Bruchenergie

annimmt. Auch mit Ansätzen lassen sich hinreichend genaue Ergebnisse erzielen [87] [118]. Wenn eine gleichmäßige quadratische oder kubische Vernetzung vorliegt, kann die äquivalente Länge vereinfachend durch einen Ausdruck in Abhängigkeit der Elementgeometrie ersetzt werden [87]:

<i>Volumenelemente</i>	<i>flächige Elemente</i>
$h = \sqrt[3]{\frac{V_E}{n_{int}}}$	$h = \sqrt{\frac{A_E}{n_{int}}}$
V_E – Elementvolumen	A_E – Elementfläche
n_{int} – Anzahl der Integrationspunkte	

(5.4)

Auch wenn der reale Riss im Modell nicht diskret abgebildet wird, ist es durch diesen Ansatz möglich, dessen Auswirkungen auf den Spannungs- und Verformungszustand der Struktur auf Grundlage der Kontinuumsmechanik zu beschreiben - siehe Abb. 5.2.

Durch die Einbeziehung der Rissbandbreite bzw. einer äquivalenten Länge h wird außerdem eine Minimierung der Netzunabhängigkeit des Nachbruchpfades erreicht. Anderenfalls würde die berechnete Längenänderung mit zunehmender Elementgröße ansteigen und die Fläche unter der Arbeitslinie größer werden, also mehr Energie dissipiert. Dass dieser, in der weiter unten aufgeführten Gl. (5.6) vollständig umgesetzte Ansatz eine weitestgehende Autonomie von der Vernetzungsdichte sichert, beweisen die in Abb. 5.3 zusammengefassten Berechnungen des modifizierten Versuchsaufbaues aus Abb. 5.2 mit unterschiedlicher Elementanzahl.

Die Berücksichtigung der Festigkeitsdegradation erfolgt im Materialmodell durch die Einführung einer Abminderungsfunktion Ω - Definition nach Gl. (4.7). Damit kann z.B. die Restfestigkeit bei tangentialer Belastung $f_{T,t}$ ausgedrückt werden als:

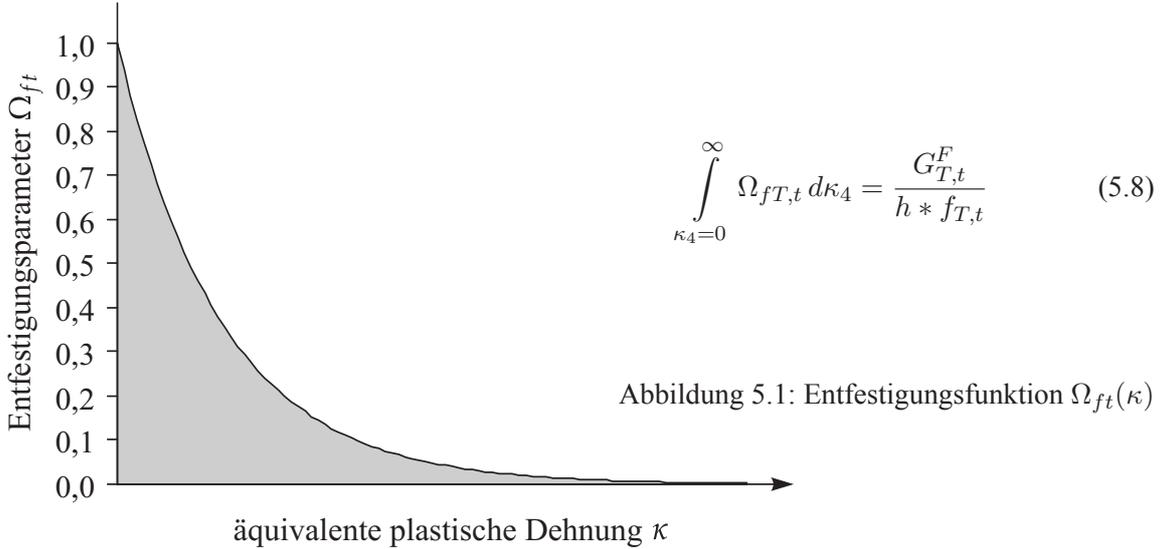
$$f_{T,t,\kappa}(\kappa_4) = f_{T,t} * \Omega_{f_{T,t}}(\kappa_4) \quad (5.5)$$

$$\Omega_{f_{T,t}}(\kappa_4) = e^{-\left(\frac{h * f_{T,t}}{G_{T,t}^F} * \kappa_4\right)} \quad (5.6)$$

Der Parameter κ ist, wie im Kapitel 4.2.3 erläutert, ein Maß für die plastischen Dehnungen. Durch ihn wird aber auch die Interaktion zwischen Versagenszuständen, in diesem Fall zwischen Querkzug, Längsschub und Rollschub in der LR-Ebene, berücksichtigt und eine synchrone Entfestigung erreicht:

$$\kappa_4 = \sqrt{\varepsilon_{pl,T,t}^2 + \varepsilon_{pl,TR,s}^2 + \varepsilon_{pl,TL,s}^2} \quad (5.7)$$

Im Falle einer reinen tangentialen Querkzugbeanspruchung begrenzt Gl. (5.6) eine Fläche von:



Aus der Übertragung von Gl. (5.8) auf eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung folgt, dass der Ansatz, wie oben gefordert, einen Bereich säumt, welcher der Bruchenergie $G_{T,t}^F$ entspricht:

$$\begin{aligned} \int_{\delta_{cr}=0}^{\infty} \sigma_T d\delta_{cr} &= \int_{\kappa_4=0}^{\infty} f_{T,t} \Omega_{f_{T,t}} * h d\kappa_4 \\ &= \frac{G_{T,t}^F}{h * f_{T,t}} * f_{T,t} * h = G_{T,t}^F \end{aligned} \quad (5.9)$$

Oft wird, wie bei den in Abb. 5.2 dargestellten und bereits zitierten Ergebnissen von Poulsen [88], die Spannung auch über die auf die Ausgangslänge l bezogene Längenänderung u/l aufgetragen. Dann begrenzt die simulierte Kurve im linear-elastischen Bereich eine Fläche, welche der spezifischen elastischen Formänderungsenergie U_{el} entspricht. Da in einem solchen Experiment die gesamte Probe in zwei Teile getrennt wird und die im Versuchsverlauf geleistete Arbeit vollständig aufgezehrt wird, repräsentiert die Fläche unter der Be- und Entlastungsfunktion die während der Rissbildung dissipierte Bruchenergie, bezogen auf die Ausgangslänge.

Äquivalent zur Festigkeitsdegradation in tangentialer Richtung folgt bei einer radialen Querkzugbeanspruchung:

$$f_{R,t,\kappa}(\kappa_2) = f_{R,t} * \Omega_{f_{R,t}}(\kappa_2) \quad (5.10)$$

$$\Omega_{f_{R,t}}(\kappa_2) = e^{-\left(\frac{h * f_{R,t}}{G_{R,t}^F} * \kappa_2\right)} \quad (5.11)$$

$$\kappa_2 = \sqrt{\varepsilon_{pl,R,t}^2 + \varepsilon_{pl,RL,s}^2 + \varepsilon_{pl,RT,s}^2} \quad (5.12)$$

Eine knappe Auswahl von Literaturangaben zu den Materialparametern Festigkeit und Bruchenergie fehlerfreien Nadelholzes bei Querkzugbeanspruchung, separat aufgelistet nach *RL*- und *TL*-Rissystem, findet sich im Anhang B.3 Tabelle B.6. Diese Übersicht soll lediglich einen Überblick zu Größe und Streuung der Parameter vermitteln. Daher wurden nur die Mittelwerte aufgeführt, genauere Angaben können den zitierten Arbeiten entnommen werden.

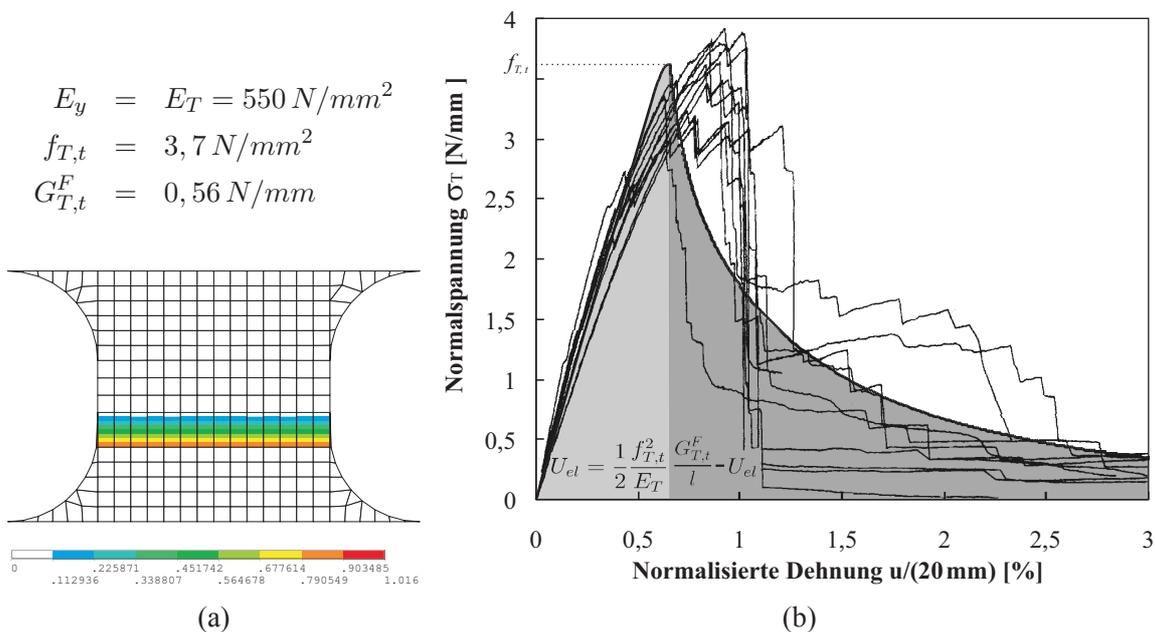


Abbildung 5.2: Querkzugversuch nach *Poulsen* [88] (a) berechnete plastische Dehnungen für $u/20\text{mm} = 3.0\%$; (b) Versuchsergebnisse und unter Verwendung von Gl. (5.6) simuliertes Entfestigungsverhalten

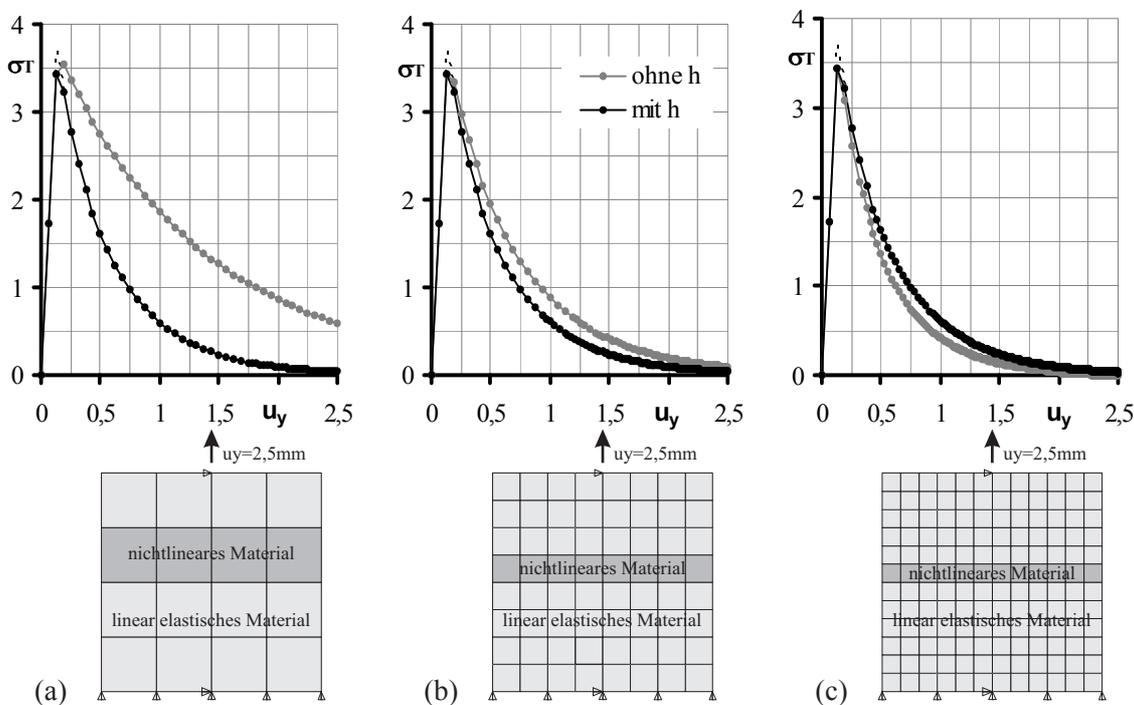


Abbildung 5.3: Verlauf der Entfestigung bei unterschiedlichen Vernetzungsdichten mit und ohne Berücksichtigung der äquivalenten Höhe h

5.1.2 Zugversagen in Faserrichtung

Fehlerfreies Holz besitzt eine sehr hohe Steifigkeit und Tragfähigkeit gegenüber Zugbeanspruchung in Faserrichtung. Diese positiven Eigenschaften sind jedoch mit einer überaus spröden Entfestigung infolge von Rissbildung verbunden. Im Kapitel 3.3.2 wurde bereits darauf hingewiesen, dass dem Verfasser aus der Literatur keine Versuche bekannt sind, bei denen die Bruchenergie $G_{L,t}^F$ ermittelt wurde. Einzig in dem Aufsatz von *Mackenzie-Helnwein* [76, Table 1] wird ein Wert von $G_{L,t}^F = 1,65 \text{ N/mm}$ aufgeführt, über die Herkunft dieser Angabe macht der Autor allerdings keine Angaben. Dagegen ist durch zahlreiche Experimente die Zugfestigkeit in Faserichtung $f_{L,t}$ auch in Abhängigkeit diverser Einflussparameter hinlänglich bestimmt.

Trotzdem wird auch für dieses, im Gegensatz zum Querszugversagen aber nicht durch eine scharfkantige, sondern vielmehr fransige Risslinie gekennzeichnete Deteriorationsphänomen ebenfalls eine exponentielle Entfestigung auf Grundlage der dissipierten Bruchenergie verwendet:

$$f_{L,t,\kappa}(\kappa_1) = f_{L,t} * \Omega_{f_{L,t}}(\kappa_1) \quad (5.13)$$

$$\Omega_{f_{L,t}}(\kappa_1) = e^{-\left(\frac{h * f_{L,t}}{G_{L,t}^F} * \kappa_1\right)} \quad (5.14)$$

$$\kappa_1 = \varepsilon_{pl,L} \quad \text{für } \varepsilon_{pl,L} \geq 0 \quad (5.15)$$

Hinsichtlich der numerischen Verarbeitung ist eine sukzessive Festigkeitsdegradation einer ideal spröden vorzuziehen. Bei einem abrupten Versagen einzelner Elemente würden relativ große Ungleichgewichtskräfte auftreten, welche nur durch sehr kleine Lastinkremente in der Struktur umgelagert werden könnten und häufig auch zu keiner konvergierenden Lösung führen. Die numerische Instabilität kann somit deutlich vor der eigentlichen maximal aufnehmbaren Belastung das Erreichen einer Grenztraglast suggerieren. Bei Ansatz einer dezenten Entfestigungskurve, bei der die Energie langsamer dissipiert, kann die Traglast dagegen meist realistischer abgeschätzt werden. Da auch größere Zeitschritte zu konvergierenden Lösungen führen, wird i.d.R. auch die erforderliche Rechenzeit verkürzt.

Anhand des Beanspruchungsmodus Zug || sollen im Folgenden noch einige prinzipielle Betrachtungen zum Quantum der Bruchenergie angestellt werden. Um eine numerisch sinnvolle Lösung für die resultierenden plastischen Dehnungen zu erhalten, muss Gl. (4.14) ein positives $d\lambda$ ergeben. Wie später erläutert wird, kommt für das Kriterium Faserzugbruch ein Maximalspannungskriterium zum Einsatz und der Hardening-Modul ergibt sich zu:

$$H = -\frac{\partial F_1}{\partial \kappa_1} * \frac{\partial \kappa_1}{\partial \lambda_1} = -\frac{h * f_{L,t}^2 * \Omega_{f_{L,t}}}{G_{L,t}^F} * 1 \quad (5.16)$$

Für den Faserzugbruch wird außerdem eine assoziierte Fließregel verwendet:

$$\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T = \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Durch eine näherungsweise Vernachlässigung der Querdehnungseffekte vereinfacht sich die Steifigkeitsmatrix und es gilt:

$$\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} = E_x \hat{=} E_L \quad (5.18)$$

Damit nun gesichert ist, dass $d\lambda$ stets positiv wird, folgt aus (5.16) und (5.18) für den Nenner von Gl. (4.14):

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} + H = E_L - \frac{h * f_{Lt}^2 * \Omega_{fL,t}}{G_{L,t}^F} > 0 \quad (5.19)$$

Bei einer Vernetzung mit quadratischen Scheibenelementen ohne Zwischenknoten gilt entsprechend Gl. (5.4):

$$h = \sqrt{\frac{a_{Elem}^2}{4}} = \frac{1}{2} a_{Elem} \quad (5.20)$$

Außerdem nimmt Ω im Falle einer Entfestigung einen Wert zwischen 1, 0 und 0 ein, der ungünstigste Wert ist also 1, 0. Aus den beiden vorangegangenen Formeln erhält man durch Umstellen eine Beziehung, mit der ein Mindestbetrag für die Bruchenergie bei Rissbildung abgeschätzt werden kann, um prinzipiell eine stabile Rechnung zu gewährleisten:

$$\frac{1}{2} \frac{f_{L,t}^2}{E_L} a_{Elem} < G_{L,t}^F \quad (5.21)$$

Der Term auf der linken Seite entspricht der im Element gespeicherten elastischen Formänderungsenergie, bezogen auf die „Rissfläche“, welche im aktuellen Lastschritt freigesetzt werden könnte (vgl. Abb. 5.2). Wird also bei dem Rissfortschritt weniger Energie dissipiert als gespeichert ist, herrscht ein Energieüberschuss. Es resultiert ein instabiler Rissfortschritt, der infolge von $d\lambda < 0$ durch eine rückläufige Kraft-Verschiebungskurve gekennzeichnet ist, häufig als „snap-back“ bezeichnet - siehe Abb. 5.4. Dieser Zusammenhang ist sinngemäß auf das Zugversagen in den transversalen Achsen übertragbar.

In einem realen Versuch kann eine solche Arbeitslinie aber nicht aufgezeichnet werden, da die Prüfmaschine nur positive Arbeit verrichten kann und nicht in der Lage ist, dem System Energie zu entziehen. Ein instabiler Rissfortschritt kann aber wieder aufgefangen werden, wenn der Überschuss an kinetischer Energie durch Bildung neuer Rissflächen abgebaut wird [102, Kap. 2.4.4]. Dann sind die gemessenen Kurven durch einen plötzlichen Abfall der Kraft gekennzeichnet und verlaufen im Anschluss wieder mehr oder weniger stetig. Dies trifft unter anderem auf die Mehrzahl der in Abb. 5.2 oder Abb. 3.11 dargestellten Querkzugversuche von *Poulsen* zu. Derartige Arbeitslinien waren auch typisch für die Experimente zur Beanspruchungsanalyse von Ausklinkungen, durchgeführt von *Rautenstrauch et al.* [97] - siehe Abb. 5.4.

Um eine stabile Entfestigung in einem Zugversuch zu erzielen, der nicht durch eine Spannungsdiskontinuität mittels eines Initialrisses präpariert ist, muss also die Höhe des Probekörpers begrenzt werden:

$$\begin{aligned} U_{el} &= \frac{1}{2} \frac{f_t^2}{E} < \frac{G^F}{l} \\ \Rightarrow l &< \frac{2EG^F}{f_t^2} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Unter Ansatz von den Materialparametern bei tangentialer Beanspruchung folgt aus diesem Zusammenhang, dass der Versuchskörper von *Poulsen* (Abb. 5.2) maximal eine Höhe haben darf von:

$$\begin{aligned} l &< \frac{2 * 550 \frac{N}{mm^2} * 0,4 \frac{Nmm}{mm^2}}{3,52 \frac{N^2}{mm^4}} \\ &< 35,9 \text{ mm} \end{aligned}$$

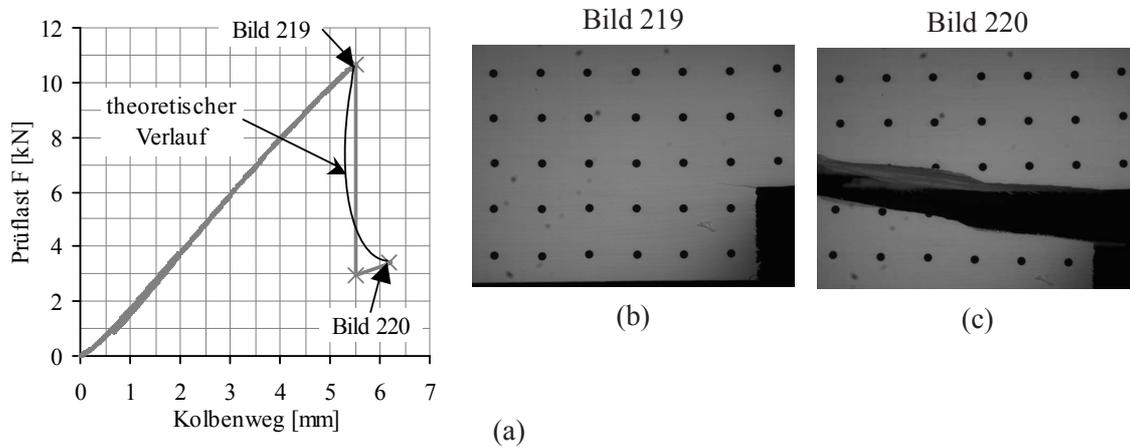


Abbildung 5.4: (a) Typische Arbeitslinie mit instabilen Rissfortschritt trotz weggesteuerter Belastung bei Versuchen zur Ermittlung der Beanspruchungsanalyse von Ausklinkungen aus *Rautenstrauch et al.* [97, Anhang A]; Photogrammetrische Aufnahmen im Bereich der Ausklinkung bei (b) Höchstlast (c) ca. 1 s später

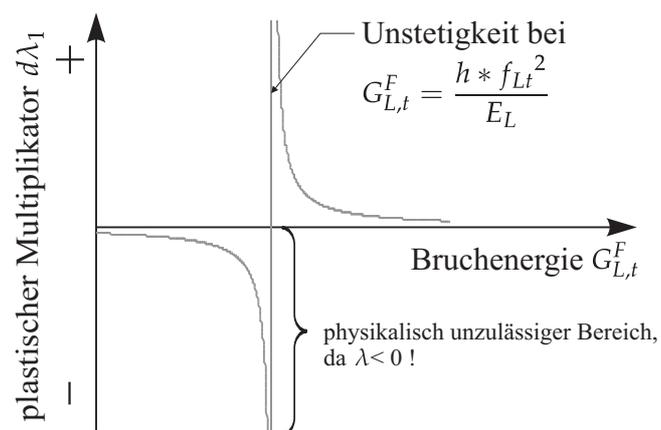


Abbildung 5.5: Plastischer Multiplikator in Abhängigkeit der Bruchenergie bei Überschreitung des Faserzugbruch-Kriteriums ($\Omega = 1, 0$)

Mit einer Dimension von 20mm^3 wurde diese Begrenzung in seinem Experiment also eingehalten.

Bei der numerischen Verarbeitung ergibt sich aus dem geschilderten Zusammenhang das Problem, dass der plastische Multiplikator $d\lambda = f(G^F)$, ausgedrückt als Funktion in Abhängigkeit der Bruchenergie, eine Unstetigkeit aufweist. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 5.5 verdeutlicht. Bei einer zu geringen Bruchenergie werden die plastischen Dehnungen nicht nur negativ, sondern können auch exorbitante Werte annehmen. Aus diesen immensen Stauchungen können infolge von Zwangsbeanspruchung, z.B. weggesteuerte Lastaufbringung, wiederum so große Druckkräfte resultieren, dass nun das Druckversagenskriterium maßgebend wird. Daher muss der plastische Multiplikator in jedem Fall auf ein sinnvolles Maß limitiert werden. Dies kann opportun unter Beachtung von Gl. (5.22) geschehen, indem die Elementabmessung begrenzt wird. Bazant empfiehlt sogar, dass für Berechnungen maximal nur 50% dieses Grenzwertes angewendet werden sollte. Kann die Vernetzung aber nicht ausreichend klein vorgenommen werden, muss entsprechend Gl. (5.21) die Bruchenergie erhöht werden.

5.1.3 Schubversagen

Im Kapitel 5.1.1 wurde bereits angedeutet, dass im Materialmodell das Längsschubversagen mit der Entfestigung infolge der jeweils senkrecht zur Gleitebene einwirkenden Querkzugspannung gekoppelt ist. Demzufolge wurde auch für das Schubversagen die bereits ausführlich erläuterte exponentielle Degradation gewählt. Dabei ist zwischen den drei möglichen Beanspruchungszuständen der Gleitflächen zu unterscheiden:

1. Das *Längsschubversagen in der LT- Gleitfläche*, zurückzuführen auf die Einwirkung von $\tau_{RL,s}$, ist über den Entfestigungsparameter κ_2 mit den Degradationen infolge der senkrecht zu dieser Ebene stehenden Querkzugkomponente $\sigma_{R,t}$ und der in derselben Fläche wirkenden Rollschubbeanspruchung $f_{RT,s}$ gekoppelt.

$$\begin{aligned} f_{RL,s,\kappa}(\kappa_2) &= f_{RL,s} * \Omega_{f_{RL,s}}(\kappa_2) \\ \Omega_{f_{RL,s}}(\kappa_2) &= e^{-\left(\frac{h * f_{RL,s}}{G_{RL,s}^F} * \kappa_2\right)} \\ \kappa_2 &= \sqrt{\varepsilon_{pl,R,t}^2 + \varepsilon_{pl,RL,s}^2 + \varepsilon_{pl,RT,s}^2} \end{aligned} \quad (5.23)$$

2. Für das *Längsschubversagen in der LR- Gleitfläche* infolge der Schubspannung $\tau_{TL,s}$ wird eine synchrone Entfestigung zur Deterioration durch die Querkzugspannung $\sigma_{T,t}$ und Rollschubspannung $f_{TR,s}$ über den Entfestigungsparameter κ_4 erreicht.

$$\begin{aligned} f_{TL,s,\kappa}(\kappa_4) &= f_{TL,s} * \Omega_{f_{TL,s}}(\kappa_4) \\ \Omega_{f_{TL,s}}(\kappa_4) &= e^{-\left(\frac{h * f_{TL,s}}{G_{TL,s}^F} * \kappa_4\right)} \\ \kappa_4 &= \sqrt{\varepsilon_{pl,T,t}^2 + \varepsilon_{pl,TR,s}^2 + \varepsilon_{pl,TL,s}^2} \end{aligned} \quad (5.24)$$

3. Prinzipiell wird also zwischen einem *Rollschubversagen in der LT- resp. LR-Ebene* unterschieden (vgl. 3.3.3).

$$f_{RT,s,\kappa}(\kappa_2) = f_{RT,s} * \Omega_{f_{RT,s}}(\kappa_2)$$

$$\Omega_{f_{RT,s}}(\kappa_2) = e^{-\left(\frac{h * f_{RT,s}}{G_{RT,s}^F} * \kappa_2\right)}$$

(5.25)

$$f_{TR,s,\kappa}(\kappa_4) = f_{TR,s} * \Omega_{f_{TR,s}}(\kappa_4)$$

$$\Omega_{f_{TR,s}}(\kappa_4) = e^{-\left(\frac{h * f_{TR,s}}{G_{TR,s}^F} * \kappa_4\right)}$$

(5.26)

Auch der Querkrafttragfähigkeit von Biegeträgern galt in der Vergangenheit großes Interesse, so dass sich zahlreiche Literaturangaben zu den Schubfestigkeiten $f_{RL,s}$ und $f_{TL,s}$ finden. Untersuchungen und numerische Simulationen zum Schubversagen wurden bisher fast ausschließlich auf Grundlage der linear elastischen Bruchmechanik durchgeführt. Werden aber in einem bruchmechanischen Versuch die Bauteilhälften entlang der Rissfläche vollständig getrennt, kann neben der kritischen Energiefreisetzungsrate G^c auch die Bruchenergie G^F als deren asymptotischer Grenzwert ermittelt werden. Daher finden sich auch einige Werte zu den für die vorgeschlagenen Entfestigungsfunktionen erforderlichen Angaben zu Bruchenergien. In Tabelle B.5 Anhang B.3 ist eine Auswahl von Literaturangaben zusammengetragen, um einen Überblick zu diesen Materialparametern zu geben. Bei genauerer Betrachtung fällt jedoch auf, dass die Versuchsergebnisse enorm streuen. Dies ist vor allem auf die unterschiedlichen Testmethoden und Auswertalgorithmen zurückzuführen. An dieser Stelle besteht also noch Forschungsbedarf, damit auf verlässliche Angaben zurückgegriffen werden kann. Einen Beitrag in diesem Sinn leistete bereits der RILEM-Report „*Determination of Fracture Energy of Wood in Mode II*“ [3].

Nur sehr wenige Angaben (siehe Tabelle B.4) finden sich hingegen zum Versagen infolge von Rollschub. Durch die zunehmende Entwicklung kreuzweise verleimter Schichtträger kommt der Einschätzung der Tragfähigkeit bei diesem Beanspruchungszustand, welcher mit dem Mode III verglichen werden kann, verstärkt Bedeutung zu. In naher Zukunft sind daher weitere Erkenntnisse zum Rollschubversagen zu erwarten.

Am Beispiel der von *Boström* [13] durchgeführten Experimente, bei denen kleine, symmetrisch eingeschnittene Proben im RL-Rissystem auf Schub beansprucht wurden, soll die implementierte Festigkeitsdegradation bei Längsschubversagen demonstriert werden. Bei Voruntersuchungen stellte *Boström* fest, dass durch das Aufbringen einer gleichzeitigen geringen Zug- resp. Druckkraft von 20 N senkrecht zu der nur 10 * 20 mm großen Rissfläche weder die Schubfestigkeit noch die Bruchenergie wesentlich beeinflusst wurde. Daher brachte er bei den Hauptversuchen keine Querspannung auf. *Boström* gibt in seiner Arbeit nur den Verlauf der Schubspannung in Abhängigkeit der gegenseitigen Verschiebung der Bauteilhälften im postkritischen Bereich an, der linear elastische Bereich wurde abgeschnitten (Abb. 5.6).

Dieses Experiment wurde zunächst mit den von *Boström* angegebenen Mittelwerten der Materialparameter $f_{RL,s} = 11,0 \text{ N/mm}^2$ bzw. $G^F = 0,815 \text{ N/mm}$ und unter Verwendung ebener Scheibenelemente berechnet. Vereinfachend wurden dabei die Lasteinleitungsapparatur vernachlässigt und nur die Probenhälften parallel gegeneinander verschoben. In Abb. 5.6 ist der berechnete Funktionsverlauf den experimentellen Werten gegenübergestellt. Außerdem ist die Verteilung der plastischen Schubverzerrung sowie der plastischen Querdehnungen für den Zustand unmittelbar nach dem Überschreiten der Höchstlast dargestellt. Der Konturplot der Schubverzerrungen verdeutlicht, wie sich der Riss - im verschmierten Rissmodell durch plastische Dehnungen charakterisiert - von außen nach innen ausbreitet. An den Kanten der Einschnitte sind außerdem ir-

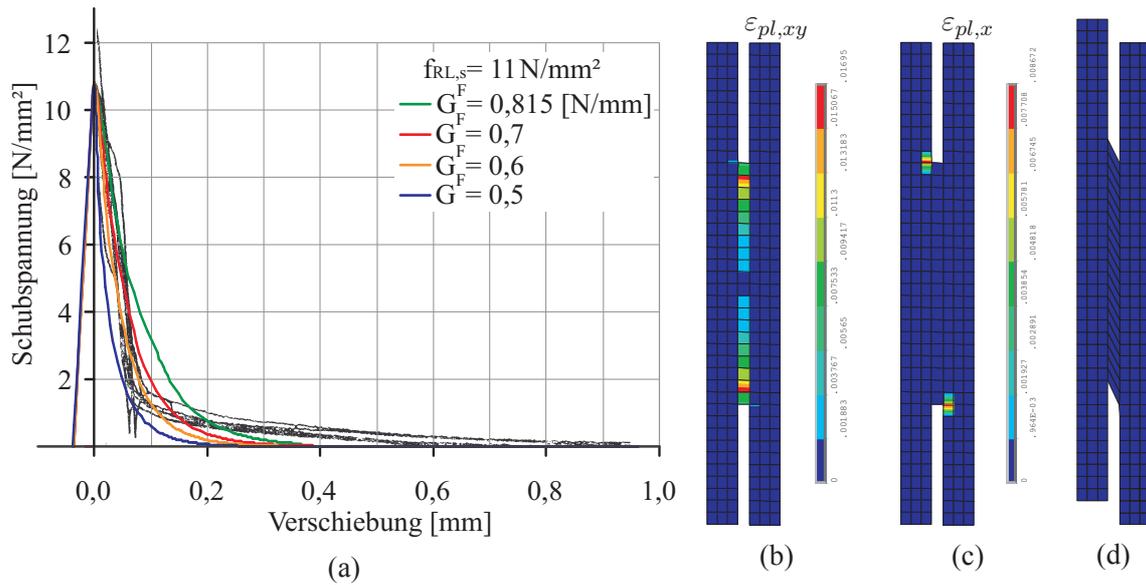


Abbildung 5.6: Schubversuch nach *Boström* [13] (a) Vergleich zwischen experimentell bestimmten und simulierten Festigkeitsdegradationen; (b) plastische Schubverzerrung und (c) plastische Querdehnung unmittelbar nach Erreichen der Höchstlast; (d) verformte Struktur bei 1 mm Wegvorgabe

reversible Querdehnungen zu verzeichnen. An diesen Punkten wird also die Rissbildung durch initiales Quersugversagen eingeleitet, so dass die Stellen der höchsten plastischen Aktivität infolge Längsschubversagens in geringem Abstand zur Kante auftreten.

Es ist jedoch festzustellen, dass die so berechnete Festigkeitsdegradation den experimentellen Verlauf nur mäßig gut beschreibt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die realen Kurven zunächst steil abfallen, dann aber mit einer sehr flachen Neigung weiterverlaufen. Dagegen nähern sich die exponentiell abfallenden, rechnerischen Kurven schneller an die Abszisse an. Da die Flächen unter den beiden Kurven gleich groß sind, muss die rechnerische Funktion zu Beginn etwas flacher verlaufen. *Boström* selbst räumt ein, dass bei dem Schubversagen zwei Mechanismen wirken könnten. Im ersten Bereich, der durch den steilen Abfall charakterisiert wird, findet das eigentliche Schubversagen statt. Im zweiten Abschnitt könnte seiner Meinung nach Reibung wirken, wodurch demzufolge der Kurvenverlauf gestreckt wird und somit zusätzlich Arbeit aufzuwenden wäre. Um aber bei größeren Bauteilen das Abscheren des Holzes einschätzen zu können, ist es vor allem notwendig, den steilen Festigkeitsabfall korrekt einzubeziehen. Die spätere geringe Restfestigkeit fällt bei der Bewertung der Tragfähigkeit kaum ins Gewicht. Die Berechnungen wurden daher mit variierenden Werten für die Bruchenergie wiederholt. Aus dem Vergleich der Kurven ist ersichtlich, dass bei Ansatz von $G^F = 0,6 - 0,7 \text{ N/mm}$ eine bessere Übereinstimmung im ersten Abschnitt erreicht werden kann. In dieser Größenordnung liegen auch die Ergebnisse anderer Forscher, deren Experimente größere Rissflächen aufwiesen (vgl. Tab. B.5).

5.1.4 Druckbeanspruchung senkrecht zur Faser

Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen, durch Rissbildung gekennzeichneten, spröden Entfestigungsverhalten infolge von Zug- oder Schubbeanspruchung verhält sich Holz bei Druckbeanspruchung ausgesprochen duktil. Charakteristisch für die transversale Kompression ist dabei, dass die Festigkeit in Abhängigkeit der irreversiblen Stauchungen stets ansteigt, also kein lokaler

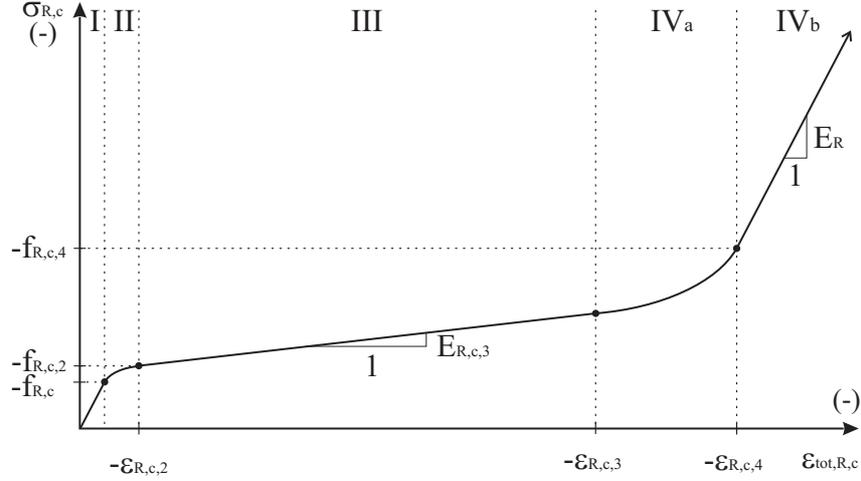


Abbildung 5.7: Implementiertes Verfestigungsverhalten bei transversaler Kompression am Beispiel radialer Druckbeanspruchung

Extremwert zu verzeichnen ist. Durch starke Kompaktierung des porösen Materials ist sogar eine Konsolidation erreichbar. Die mikromechanischen Versagensmechanismen die zu der für Holz typischen Festigkeitsentwicklung führen, wurden ausführlich im Kapitel 3.3.4 diskutiert.

Aus dem prinzipiellen Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen bei radialer und tangentialer Druckbeanspruchung (Abb. 3.20) ist ersichtlich, dass deren Formen ähnlich sind. Vernachlässigt man den marginalen Abfall der Radialdruckspannung beim Übergang zur plastischen Phase, können beide Festigkeitsentwicklungen in vier Bereiche eingeteilt werden. Die numerische Umsetzung erfolgte durch eine abschnittsweise Formulierung der konstitutiven Zusammenhänge. Am Beispiel der radialen Kompression wird im Folgenden die in das Materialmodell implementierte Verfestigungsvorschrift erläutert. Für die Berechnung ist die Eingabe der in Abb. 5.7 eingetragenen Parameter (Pressung und Stauchungen ohne Vorzeichen!), getrennt für radiale und tangentialer Richtung, notwendig.

Bereich I: Bis zum Erreichen der Proportionalitätsgrenze $f_{R,c}$ kann linear-elastisches Verhalten vorausgesetzt werden:

$$\sigma_I = \epsilon_{tot,R,c} * E_R \quad (5.27)$$

Bereich III: Auch in der plastischen Phase ist augenscheinlich ein linearer Zusammenhang zwischen den Spannungen und Stauchungen gegeben:

$$\sigma_{III} = \epsilon_{tot,R,c} * E_{R,c,3} + (f_{R,c,2} - E_{R,c,3} * \epsilon_{R,c,2}) \quad (5.28)$$

Für die Implementierung in das Materialmodell sind die Fließbedingungen und daher auch die Verfestigungsvorschriften in Abhängigkeit von den plastischen Dehnungen bzw. den Schädigungsparametern κ_i zu formulieren. Nach Erreichen der Streckgrenze können die Druckspannungen senkrecht zur Faser ausgedrückt werden als:

$$\sigma_{R,c} = \Omega_{fR,c} * f_{R,c} \quad (5.29)$$

$$\Omega_{fR,c} = f(\kappa_3)$$

$$\kappa_3 = \epsilon_{pl,R,c}$$

Die Verfestigungsfunktion $\Omega_{f_{R,c}}$ für den III. Abschnitt ($-\kappa_{R,c,3} < \kappa_3 \leq -\kappa_{R,c,2}$) lässt sich auf Grundlage von Gl. (4.5) aus den Eingangsgrößen, welche in Bezug auf totale Dehnungen ε_{tot} zu definieren sind (siehe Abb. 5.8), herleiten zu:

$$\begin{aligned} \Omega_{III} : \quad \Omega_{f_{R,c,III}} &= m_{R,c,3,\Omega} * (-\kappa_3) + n_{R,c,3,\Omega} & (5.30) \\ m_{R,c,3,\Omega} &= \frac{E_R * E_{R,c,3}}{E_R - E_{R,c,3}} * \frac{1}{f_{R,c}} \\ n_{R,c,3,\Omega} &= \frac{(f_{R,c,2} - E_{R,c,3} * \varepsilon_{R,c,2}) * E_R}{(E_R - E_{R,c,3})} * \frac{1}{f_{R,c}} > \mathbf{1,0 !} \\ \kappa_{R,c,2} &= \varepsilon_{R,c,2} - \frac{f_{R,c,2}}{E_R} \\ \Omega_{R,c,2} &= \frac{f_{R,c,2}}{f_{R,c}} \end{aligned}$$

Die Gerade verläuft bis zum Punkt ($-\kappa_{R,c,3} ; \Omega_{R,c,3}$):

$$\begin{aligned} \kappa_{R,c,3} &= \varepsilon_{R,c,3} - f_{R,c,3}/E_R & (5.31) \\ \Omega_{R,c,3} &= f_{R,c,3}/f_{R,c} \\ n_{R,3,tot} &= f_{R,c,2} - E_{R,3} * \varepsilon_{R,c,2} \\ f_{R,c,3} &= E_{R,3} * \varepsilon_{R,c,3} + n_{R,3,tot} \end{aligned}$$

Bereich II ($\kappa_3 > -\kappa_{R,c,2}$): Die Übergangskurve zwischen den Abschnitten I und III muss folgenden Konditionen genügen (siehe Abb. 5.8):

- Schnittpunkt mit σ_I bei der Streckgrenze $f_{R,c}$ bzw. $\Omega_{f_{R,c}}(\kappa_3 = 0) = 1,0$
- stetiger Übergang bei Erreichen der Streckgrenze durch $d\sigma_{R,c}/d\varepsilon_{tot} = E_R$ bzw. Wendepunkt von $\Omega_{f_{R,c}}$ bei (0 ; 1)
- Schnittpunkt mit σ_{III} bei der Festigkeit $f_{R,c,2}$ bzw. von Ω_{II} mit Ω_{III} bei $\Omega_{R,c,2}$
- stetiger Übergang zu σ_{III} durch $d\sigma_{R,c}/d\varepsilon_{tot} = E_{R,c,3}$ bzw. $d\Omega_{II}/d\kappa_3 = -m_{R,c,3,\Omega}$
- die Funktion verläuft im Übergangsbereich degressiv, der Anstieg fällt monoton von E_R auf $E_{R,c,3}$

Durch ein Polynom 3.-Grades können zwar die ersten vier Bedingungen erfüllt, jedoch Wendepunkte im Gültigkeitsbereich nicht ausgeschlossen werden. Am geeignetsten erscheint daher der Ansatz einer Ellipse mit achsenparalleler Lage. Die allgemeine mathematische Formulierung für diese Kurve 2. Ordnung lautet in impliziter Schreibweise bzw. explizit nach y umgestellt:

$$F(x, y) = \frac{(x - c)^2}{a^2} + \frac{(y - d)^2}{b^2} - 1 = 0 \quad (5.32)$$

$$\text{bzw.} \quad y = d \pm \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{a^2} * (x - c)^2} \quad (5.33)$$

Damit eine Übergangskurve 2. Ordnung berechnet werden kann, muss der Schnittpunkt von Ω_{III} mit der $\Omega_{R,c}$ -Achse grundsätzlich oberhalb von 1,0 liegen - siehe Abb. 5.8(a). Die Berechnung der

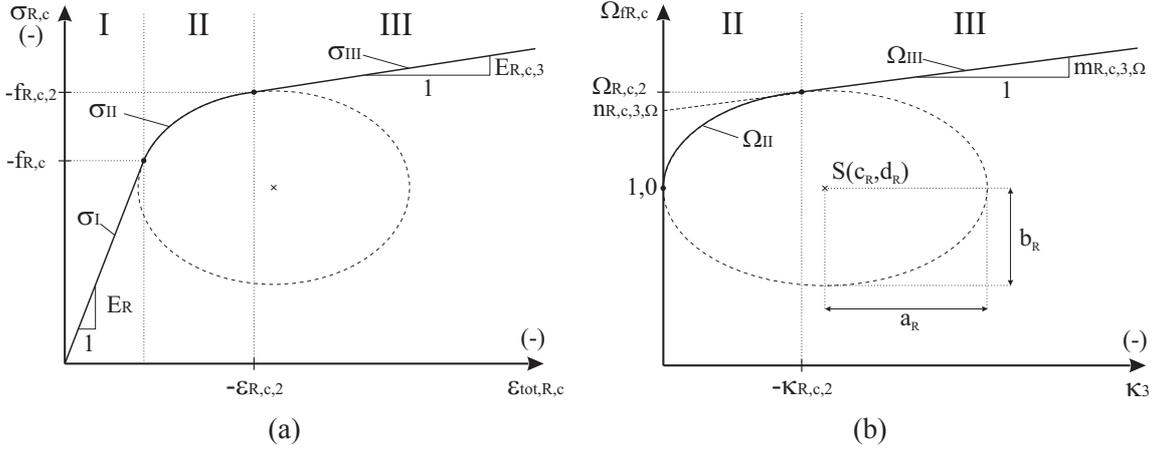


Abbildung 5.8: Randbedingungen für die Übergangskurve im *Bereich II* bezogen auf die (a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung (b) Verfestigungsvorschrift $\Omega_{fR,c}$

Unbekannten a, b, c und d ist ebenfalls in Bezug zum Schädigungsparameter κ_3 vorzunehmen, so dass die Übergangskurve für die Verfestigungsvorschrift im II. Abschnitt ($\kappa_3 < \kappa_{R,c,2}$) lautet:

$$\begin{aligned} \Omega_{II} : \quad 0 &= \frac{(-\kappa_3 - c_R)^2}{a_R^2} + \frac{(\Omega_{fR,c} - d_R)^2}{b_R^2} - 1 \\ \Rightarrow \quad \Omega_{fR,c,II} &= d_R + \sqrt{b_R^2 - \frac{b_R^2}{a_R^2} * (-\kappa_3 - c_R)^2} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Aus den ersten beiden der oben angeführten Randbedingungen für die Übergangskurve Ω_{II} folgt:

$$\begin{aligned} c_R &= a_R \\ d_R &= 1, 0 \end{aligned} \quad (5.35)$$

Die Forderung nach einem stetigen Übergang im Punkt $(-\kappa_{R,c,2}; \Omega_{R,c,2})$ lässt sich am einfachsten aus der impliziten Schreibweise formulieren. Nach der Kettenregel gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_{II}}{d\kappa_3} &= \frac{\partial\Omega_{II}}{\partial\kappa_3} + \frac{\partial\Omega_{II}}{\partial\Omega_{fR,c}} * \frac{d\Omega_{fR,c}}{d\kappa_3} = 0 \\ \Rightarrow \frac{d\Omega_{fR,c,II}}{d\kappa_3} &= -\frac{\frac{\partial\Omega_{II}}{\partial\kappa_3}}{\frac{\partial\Omega_{II}}{\partial\Omega_{fR,c}}} = \frac{b_R^2}{a_R^2} * \frac{(-\kappa_3 - c)}{(\Omega_{R,c,2} - d_R)} = -m_{R,c,3,\Omega} \\ \Rightarrow b_R^2 &= -\frac{a_R^2 * m_{R,c,3,\Omega} * (\Omega_{R,c,2} - d)}{(\kappa_{R,c,2} - a_R)} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Der geforderte Schnittpunkt von Ω_{II} und Ω_{III} liefert:

$$\Omega_{II} : \quad \frac{(\kappa_{R,c,2} - c_R)^2}{a_R^2} + \frac{(\Omega_{R,c,2} - d_R)^2}{b_R^2} - 1 = 0 \quad (5.37)$$

Nach Einsetzen von (5.35) und (5.36) in (5.37) und Umstellen ergibt sich der letzte noch unbekannte Parameter:

$$a_R = \frac{\kappa_{R,c,2}^2 - \frac{(\Omega_{R,c,2} - d)}{m_{R,c,3,\Omega}} \kappa_{R,c,2}}{2 \kappa_{R,c,2} - \frac{(\Omega_{R,c,2} - d_R)}{m_{R,c,3,\Omega}}} \quad (5.38)$$

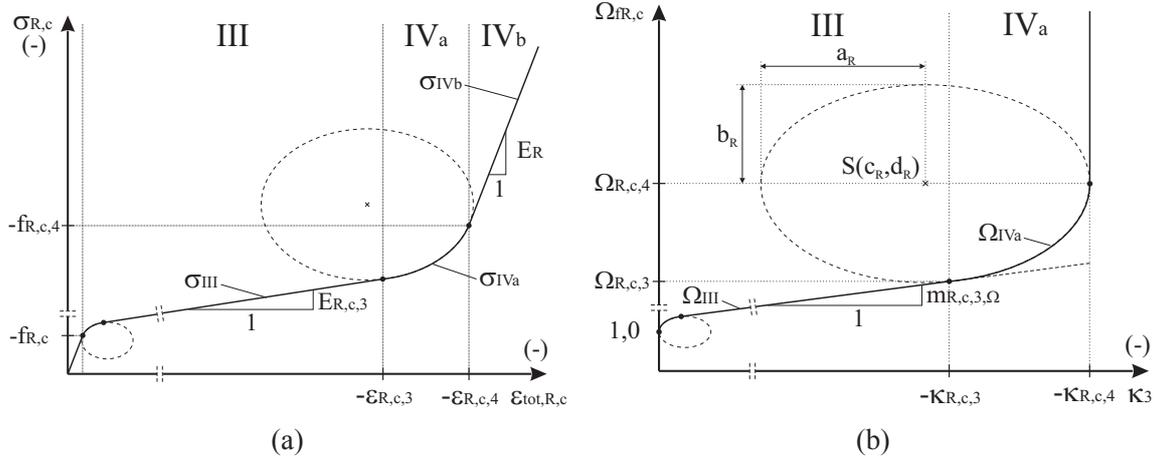


Abbildung 5.9: Randbedingungen für die Übergangskurve im *Bereich IVa* bezogen auf die (a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung (b) Verfestigungsvorschrift $\Omega_{fR,c}$

Beim Umstellen von (5.37) nach (5.38) geht die Lösung $c_R = a_R = \kappa_{R,c,2}$ verloren. Für den Fall, dass eine σ - ε - Beziehung mit einem horizontalen Verlauf im III. Abschnitt gewählt wird, ist (5.38) wegen $1/m_{R,c,3,\Omega} = 1/0$ in dieser Form nicht lösbar. Wie aus Abb. 5.8(b) ersichtlich, vereinfacht sich die Lösung jedoch zu:

$$\begin{aligned} d_R &= 1,0 \\ c_R = a_R &= \kappa_{R,c,2} \\ b_R &= (\Omega_{R,c,2} - d_R) \end{aligned} \quad (5.39)$$

Bereich IV: Bei hoher Komprimierung des Materials ist eine immense Verfestigung zu verzeichnen, der Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Beziehung erhöht sich kontinuierlich (*Bereich IVa*; $-\kappa_{R,c,4} < \kappa_3 \leq -\kappa_{R,c,3}$). Infolge der vollständigen Verdichtung der Zell-Lumen verhält sich das Material dann wieder wie die Zellwandsubstanz. Ein größerer Anstieg als der initiale E-Modul ist aber numerisch nicht möglich (*Bereich IVb*; $\kappa_3 \geq -\kappa_{R,c,4}$). Als Übergangskurve im *Bereich IVa* wurde ebenfalls eine Funktion 2. Ordnung gewählt, bei der expliziten Schreibweise ist aber nur die untere Hälfte der Funktion von Bedeutung:

$$\Omega_{fR,c,IVa} = d_R - \sqrt{b_R^2 - \frac{b_R^2}{a_R^2} * (-\kappa_3 - c_R)^2} \quad (5.40)$$

Da auch in diesem Fall ein Wendepunkt der Ellipse geometrisch bestimmt ist, vereinfacht sich die Berechnung der Parameter und aus Abb. 5.9(b) folgt:

$$d_R = \Omega_{R,c,4} \quad (5.41)$$

$$c_R = \kappa_{R,c,4} - a_R \quad (5.42)$$

$$\kappa_{R,c,4} = \varepsilon_{R,c,4} - f_{R,c,4}/E_R$$

$$\Omega_{R,c,4} = f_{R,c,4}/f_{R,c}$$

$$< m_{R,c,3,\Omega} * \kappa_{R,c,4} + n_{R,c,3,\Omega} !$$

Unter Berücksichtigung eines stetigen Übergangs von *III* zu *IVa* kann für $\kappa_3 = -\kappa_{R,c,3}$ weiterhin gefolgert werden:

$$\begin{aligned}\frac{d\Omega_{fR,c,IVa}}{d\kappa_3} &= \frac{b_R^2}{a_R^2} * \frac{(\kappa_{R,c,3} - c_R)}{(\Omega_{R,c,3} - d_R)} = -m_{R,c,3,\Omega} \\ \Rightarrow b_R^2 &= -\frac{a_R^2 * m_{R,c,3,\Omega} * (\Omega_{R,c,3} - \Omega_{R,c,4})}{(\kappa_{R,c,3} - \kappa_{R,c,4} + a_R)}\end{aligned}\quad (5.43)$$

Da sich die Funktionen für den Bereich *III* und *IVa* im Punkt $(-\kappa_{R,c,3}; \Omega_{R,c,3})$ schneiden, gilt weiterhin:

$$\Omega_{IVa} : \frac{(\kappa_{R,c,3} - \kappa_{R,c,4} + a_R)^2}{a_R^2} + \frac{(\Omega_{R,c,3} - \Omega_{R,c,4})^2}{b_R^2} - 1 = 0 \quad (5.44)$$

Durch Einbeziehung von (5.43) kann aus diesem Zusammenhang der noch unbekannte Parameter a_R ermittelt werden:

$$\begin{aligned}a_R &= \frac{-\Delta\kappa_{R,c,4}^2 + q_R * \Delta\kappa_{R,c,4}}{2\Delta\kappa_{R,c,4} - q_R} \\ q_R &= \frac{(\Omega_{R,c,3} - \Omega_{R,c,4})}{m_{R,c,3,\Omega}} \\ \Delta\kappa_{R,c,4} &= \kappa_{R,c,3} - \kappa_{R,c,4}\end{aligned}\quad (5.45)$$

Im Falle von $m_{R,c,3,\Omega} = 0$ gilt jedoch:

$$\begin{aligned}a_R &= \kappa_{R,c,4} - \kappa_{R,c,3} \\ b_R &= \Omega_{R,c,4} - \Omega_{R,c,3} \\ c_R &= \kappa_{R,c,3} \\ d_R &= \Omega_{R,c,4}\end{aligned}\quad (5.46)$$

Im anschließenden *Bereich IVb* ($\kappa_3 \leq -\kappa_{R,c,4}$) wurde das Material derart komprimiert, dass keine weiteren Hohlräume im Material verbleiben. Die gefalteten Zellwände liegen aufeinander und die Druckspannung wird durch Kontaktpressung direkt über die Zellwandsubstanz übertragen, weitere relevante irreversible Stauchungen können ausgeschlossen werden. Daher entspricht der Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Funktion nun der Steifigkeit der Zellulosefasern resp. des Lignins. Numerisch kann aber nur der initiale E-Modul verarbeitet werden:

$$\Omega_{fR,c,IVb} = \infty \quad (5.47)$$

Bei tangentialer Druckbeanspruchung wird eine kongruente Festigkeitsentwicklung verwendet. Als maßgebender Verfestigungsparameter κ wurde festgelegt:

$$\begin{aligned}\kappa_5 &= \varepsilon_{pl,T,c} \\ \Rightarrow \Omega_{fT,c} &= f(\kappa_5)\end{aligned}\quad (5.48)$$

Die notwendigen Eingabeparameter sind äquivalent zu der oben beschriebenen Vorgehensweise bezeichnet, der Index R ist demnach durch T zu ersetzen.

5.1.5 Druckbeanspruchung parallel zur Faser

Auch die Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung weist verschiedene charakteristische Bereiche auf (siehe Abschnitt 3.3.5), weshalb für diese Arbeitslinie ebenfalls eine abschnittsweise Formulierung vorgenommen wurde. Im Holzbau wird üblicherweise die Proportionalitätsgrenze auf den lokalen Maximalwert bezogen; dieser Ansatz wird auch in der Formulierung der Verfestigungsvorschrift beibehalten. Im Gegensatz zu der transversalen Kompression ist aber nach Erreichen der Höchstlast eine deutliche Entfestigungsphase zu verzeichnen. Die Schädigung ist dabei auf den Bereich der Stauchzone lokalisiert.

Es wurden zwei verschiedene Spannungs-Dehnungs-Beziehungen integriert, mittels derer diese Entfestigung beschrieben werden kann:

- *Variante 1* unter Verwendung eines Ellipsensegmentes und einer Geraden, wodurch ein stetiger Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Beziehung im plastischen Bereich vorgegeben werden kann
- *Variante 2* unter Berücksichtigung der während der Ausbildung des Stauchbandes dissipierten Energie und der äquivalenten Höhe

Variante 1 - Degradation unter Verwendung eines Ellipsensegmentes und einer Geraden

Diese Option wird durch Setzen von $nLA = 1$ aktiviert. Alle weiteren durch Abb. 5.10(a) näher bezeichneten Eingabeparameter, welche die Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschreiben, müssen für die numerische Verarbeitung zunächst in Grenzwerte für die äquivalente plastische Dehnung und den Verfestigungsparameter umgerechnet werden. Die Transformation basiert auf Gl. (4.5):

$$\begin{aligned}
 \Omega_{L,c,1} &= f_{L,c,1}/f_{L,c} \\
 \Omega_{L,c,3} &= f_{L,c,3}/f_{L,c} \\
 f_{L,c,4} &= E_{L,c,4} * \varepsilon_{L,c,4} + (f_{L,c,3} - E_{L,4} \varepsilon_{L,c,3}) \\
 \Omega_{L,c,4} &= f_{L,c,4}/f_{L,c} \\
 \Omega_{L,c,5} &= f_{L,c,5}/f_{L,c} \\
 &> m_{L,c,4,\Omega} * \kappa_{L,c,5} + n_{L,c,4,\Omega} ! \\
 \kappa_{L,c,2} &= \varepsilon_{L,c,2} - f_{L,c}/E_L \\
 \kappa_{L,c,3} &= \varepsilon_{L,c,3} - f_{L,c,3}/E_L > \kappa_{L,c,2} ! \\
 \kappa_{L,c,4} &= \varepsilon_{L,c,4} - f_{L,c,4}/E_L \\
 \kappa_{L,c,5} &= \varepsilon_{L,c,5} - f_{L,c,5}/E_L \\
 m_{L,c,4,\Omega} &= \frac{E_L E_{L,c,4}}{(E_L - E_{L,c,4}) f_{L,c}} \\
 n_{L,c,4,\Omega} &= \Omega_{L,c,3} - m_{L,c,4,\Omega} * \kappa_{L,c,3}
 \end{aligned} \tag{5.49}$$

Unter Verwendung dieser Hilfsgrößen kann die Verfestigungsvorschrift in Abhängigkeit der irreversiblen Stauchungen formuliert werden:

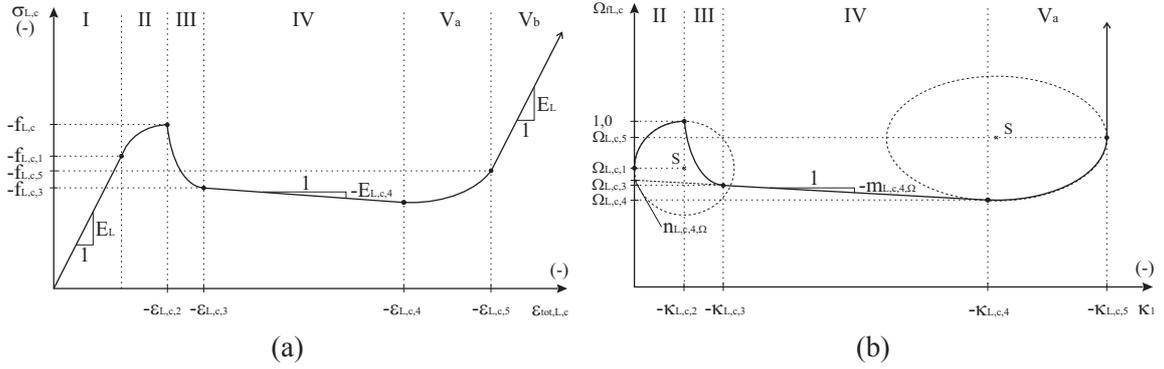


Abbildung 5.10: Variante 1 der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Kompression (a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung und erforderliche Eingabeparameter (b) Verfestigungsvorschrift $\Omega_{fL,c}$ - Umrechnung der Eingangsparameter siehe Gl. (5.49)

$$\sigma_{L,c} = \Omega_{fL,c} f_{L,c} \quad (5.50)$$

$$\Omega_{fL,c} = f(\kappa_1)$$

$$\kappa_1 = \epsilon_{pl,L} \quad \text{für } \epsilon_{pl,L} < 0$$

Bereich I ($\kappa_1 = 0$): Bis zum Erreichen der Proportionalitätsgrenze von $\Omega_{fL,c,1} \approx 0,8$ kann linear-elastisches Verhalten unterstellt werden.

Bereich II ($0 > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,2}$): Oberhalb dieser Grenze resultieren irreversible Stauchungen, wobei der Anstieg der Arbeitslinie stetig abnimmt. Auch hier wurde eine Kurve 2. Ordnung gewählt:

$$\Omega_{fL,c,II} = \Omega_{L,c,1} + \sqrt{(1.0 - \Omega_{L,c,1})^2 - \frac{(1.0 - \Omega_{L,c,1})^2}{\kappa_{L,c,2}^2} (-\kappa_1 - \kappa_{L,c,2})^2} \quad (5.51)$$

Bereich III ($-\kappa_{L,c,2} > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,3}$): Durch die Ausbildung des Stauch- oder Knickbandes ist nach dem Erreichen der Höchstlast eine moderate Abnahme der Restfestigkeit zu verzeichnen. Bei dieser Variante der Arbeitslinie kommt als Formulierung eine Parabel zum Ansatz:

$$\Omega_{III} : \Omega_{fL,c,III} = X_1 * \kappa_1^2 + X_2 * \kappa_1 + X_3 \quad (5.52)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten X_i stehen drei Randbedingungen zur Verfügung:

- Schnittpunkt mit Ω_{II} bei $(-\kappa_{L,c,2}; 1, 0)$
- Schnittpunkt mit Ω_{IV} bei $(-\kappa_{L,c,3}; \Omega_{L,c,3})$
- stetiger Übergang an diesem Punkt durch $d\Omega_{III}/d\kappa_1 = -m_{L,c,4,\Omega}$,

welche mathematisch durch das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \kappa_{L,c,2}^2 & -\kappa_{L,c,2} & 1 \\ \kappa_{L,c,3}^2 & -\kappa_{L,c,3} & 1 \\ -2\kappa_{L,c,3} & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, 0 \\ \Omega_{L,c,3} \\ -m_{L,c,4,\Omega} \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$[A] * \{X\} = [B]$$

5.1. FORMULIERUNG SPEZIFISCHER VER- UND ENTFESTIGUNGSVORSCHRIFTEN 101

beschrieben werden können. Die Koeffizienten ergeben sich demnach als Lösung des linearen Gleichungssystems zu

$$\{X\} = [A]^{-1} [B] \quad (5.54)$$

Um zusätzlich dem Anspruch zu genügen, dass die Fläche unter der Entfestigungskurve der während der Knickbandbildung dissipierten Energie entspricht, darf die Dehnungsgrenze $\kappa_{L,c,3}$ nicht direkt aus den Eingangsparametern berechnet werden. Vielmehr muss Gl. (5.52) die Bedingung erfüllen:

$$\int_{-\kappa_{L,c,3}}^{-\kappa_{L,c,2}} (\Omega_{fL,c} - \Omega_{L,c,3}) d\kappa_1 = \frac{G_{L,c,3}^F}{h f_{L,c}} \quad (5.55)$$

Die Lösung für $\kappa_{L,c,3}$ aus der nun resultierenden kubischen Gleichung ist zwar möglich, allerdings kompliziert und numerisch sehr aufwändig. Wenn die Elementhöhe a_{Elem} aber nicht übertrieben groß gewählt wird, ist die bleibende Schädigung infolge der Faserstauchung (Bereich 2) jedoch wesentlich geringer als jene infolge der Knickbandbildung. Um bei Zugrundelegung unterschiedlicher Elementhöhen dennoch similitäre Entfestigungsverläufe zu erreichen, kann die Dehnungsgrenze näherungsweise mit:

$$\varepsilon_{L,c,3} = \frac{f_{L,c}}{E_{L,c}} + \frac{u_{pl,3}}{a_{Elem}} \quad (5.56)$$

angepasst werden. Dabei entspricht $u_{pl,3}$ der gesamten irreversiblen Stauchung des Knickbandes zum Zeitpunkt dessen vollständiger Ausbildung.

Bereich IV ($-\kappa_{L,c,3} > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,4}$): In der Phase des „steady-state-kinking“ wurde eine lineare Funktion gewählt. Es kann - in gewissen Grenzen - sowohl ein positiver als auch negativer Gradient oder ein konstanter Verlauf gewählt werden:

$$\Omega_{fL,c,IV} = -m_{L,c,4,\Omega} * \kappa_1 + n_{L,c,4,\Omega} \quad (5.57)$$

Durch die Vorgabe des Gradienten kann ein kontinuierlicher Abfall der Spannungs-Verformungs-Beziehung, wie er bei den eigenen Druckversuchen durch Splitting bedingt war, phänomenologisch berücksichtigt werden. Allerdings ist anzumerken, dass durch die Vorgabe des Anstieges auf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($E_{L,c,4}$) auch in der Phase des „steady-state-kinking“ eine Abhängigkeit der Verformung von a_{Elem} besteht. Mithin würden bei unterschiedlichen Elementhöhen die Geraden bei zunehmender Verformung auseinander driften. Durch eine Modifikation in Form von:

$$E_{L,c,4,Netz2} = E_{L,c,4,Netz1} * \frac{a_{Netz2}}{a_{Netz1}} \quad (5.58)$$

kann in diesem Abschnitt ein paralleler Verlauf der Arbeitslinien erreicht werden. Auf eine genauere Formulierung zur Gewährleistung einer Netzunabhängigkeit der Entfestigungsgeschwindigkeit wird bei dieser Variante verzichtet. Die Eingabeparameter $G_{L,c,3}^F$ und h sind in diesem Fall für die Beschreibung der Arbeitslinie bei longitudinaler Kompression bedeutungslos.

Bereich Va ($-\kappa_{L,c,4} > \kappa_1 > -\kappa_{L,c,5}$): Es findet eine stetige Verfestigung statt, die wiederum durch eine Parabel angenähert wird:

$$\Omega_{fL,c,Va} = d_L - \sqrt{b_L^2 - \frac{b_L^2}{a_L^2} (-\kappa_1 - c_L)^2} \quad (5.59)$$

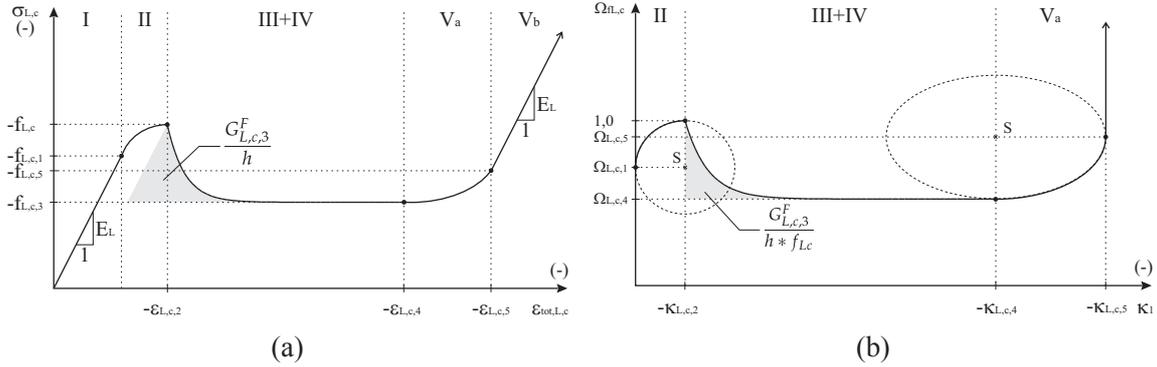


Abbildung 5.11: Variante 2 der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Kompression (a) Spannungs-Dehnungs-Beziehung und erforderliche Eingabeparameter (b) Verfestigungsvorschrift $\Omega_{fL,c}$)

für: $E_{L,c,3} = 0$:

$$\begin{aligned} a_L &= (\kappa_{L,c,5} - \kappa_{L,c,4}) \\ b_L^2 &= (\Omega_{L,c,5} - \Omega_{L,c,4})^2 \\ c_L &= \kappa_{L,c,4} \\ d_L &= \Omega_{L,c,5} \end{aligned}$$

für $E_{L,c,3} \neq 0$:

$$\begin{aligned} a_L &= \frac{-\Delta\kappa_{L,c,5}^2 + q_L \Delta\kappa_{L,c,5}}{2 \Delta\kappa_{L,c,5} - q_L} \\ b_L^2 &= -a_L^2 m_{L,c,4,\Omega} \frac{\Omega_{L,c,4} - \Omega_{L,c,5}}{\Delta\kappa_{L,c,5} + a_L} \\ c_L &= \kappa_{L,c,5} - a_L \\ d_L &= \Omega_{L,c,5} \\ q_L &= \frac{\Omega_{L,c,4} - \Omega_{L,c,5}}{m_{L,c,4,\Omega}} \\ \Delta\kappa_{L,c,5} &= \kappa_{L,c,4} - \kappa_{L,c,5} \end{aligned}$$

Bereich Vb ($\kappa_1 \leq -\kappa_{L,c,5}$): Auf Grund der hohen Komprimierung des Materials kann derselbe E-Modul wie im ersten Bereich unterstellt werden; es treten keine weiteren irreversiblen Stauchungen auf.

$$\Omega_{fL,c,Vb} = \infty \quad (5.60)$$

Variante 2 - Berücksichtigung der während der Ausbildung des Stauchbandes dissipierten Energie

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass das Stauchband eine lokale Schädigung ist. Genau wie bei dem Zugversagen ist für die eindeutige Beschreibung der Festigkeitsdegradation die Spannungs-Verschiebungs-Funktion zu berücksichtigen, damit eine annähernde Netzunabhängigkeit der Berechnungslösung erreicht werden kann. Die zweite Variante der Arbeitslinie bei longitudinaler Druckbeanspruchung soll diese Anforderung stringent erfüllen.

Nach *Poulsen* entfestigt das Holz im postkritischen Bereich auf einen unteren Grenzwert. Dieses Niveau ergibt sich aus der Arbeit, die notwendig ist, neues, an das Knickband angrenzendes Material in die Schädigungszone hineinzupressen, also die Fasern längs zu knautschen. Folglich kann man die Fläche unter der Entfestigungsfunktion und oberhalb dieses Grenzwerts als die Energie auffassen, die allein beim Ausknicken der Fasern aufgewendet wird. In Anlehnung an das Vorgehen bei Zug- oder Schubentfestigung wird, wie in Abb. 5.11 dargestellt, eine Exponentialfunk-

tion vorgeschlagen, die eine asymptotische Annäherung an den Festigkeitswert $f_{L,c,4} = f_{L,c,3}$ gewährleistet:

$$\Omega_{III} : \Omega_{fL,c,III} = e^{\left[\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} (1 - \Omega_{L,c,4}) (\kappa + \kappa_{L,c,2}) \right]} (1 - \Omega_{L,c,4}) + \Omega_{L,c,4} \quad (5.61)$$

Der Übergang zu den angrenzenden Bereichen ist gegeben:

$$\begin{aligned} \text{für: } \kappa_1 = -\kappa_{L,c,2} &\Rightarrow e^0 = 1 \Rightarrow \Omega_{fL,c} = 1, 0 \\ \text{für: } \kappa_1 = -\infty &\Rightarrow e^{-\infty} = 0 \Rightarrow \Omega_{fL,c} = \Omega_{L,c,4} \end{aligned}$$

Und aus der Integration folgt:

$$\begin{aligned} &\int_{-\kappa-\infty}^{-\kappa_{L,c,2}} (\Omega_{fL,c} - \Omega_{L,c,4}) d\kappa_1 \quad (5.62) \\ &= \left[\frac{e^{\left[\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} (1 - \Omega_{L,c,4}) (\kappa + \kappa_{L,c,2}) \right]} (1 - \Omega_{L,c,4})}{\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} (1 - \Omega_{L,c,4})} \right]_{-\kappa-\infty}^{-\kappa_{L,c,2}} \\ &= \left[\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} * e^0 \right] - \left[\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} * e^{-\infty} \right] \\ &= \frac{G_{L,c,3}^F}{h f_{L,c}} \end{aligned}$$

Wurde im Verhältnis zu $\Omega_{L,c,4}$ die Bruchenergie $G_{L,c,3}^F$ zu groß oder h zu klein gewählt, könnte ein unstetiger Übergang zum Bereich Va auftreten. Zur numerischen Stabilisierung wird dann in diesem Abschnitt ein korrigierter Grenzwert angesetzt:

$$\Omega_{L,c,4,korr} = e^{\left[\frac{h f_{L,c}}{G_{L,c,3}^F} (1 - \Omega_{L,c,4}) (-\kappa_{L,c,4} + \kappa_{L,c,2}) \right]} (1 - \Omega_{L,c,4}) + \Omega_{L,c,4} \quad (5.63)$$

Es ist aber dennoch darauf zu achten, dass die Eingabeparameter verträglich sind, um den „Energieverbrauch“ nicht zu verfälschen. Andererseits ermöglicht es die hier vorgestellte Funktion für die Festigkeitsdegratation, durch den Ansatz einer sehr hohen Schädigungsenergie $G_{L,c,3}^F$ nach dem Erreichen der lokalen Höchstlast ein nahezu konstantes Spannungsplateau zu erzwingen, etwa um die Festigkeitsentwicklung bei reiner Faserstauchung ohne Knickbandbildung zu simulieren.

In den Abschnitten II , Va (hier für $E_{L,c,3} = 0$) und Vb gelten ansonsten dieselben Funktionen wie zuvor erläutert. Für diese Variante ist der Steuervariablen nLA ein Wert $\neq 1$ zuzuweisen, die Eingangsparmeter $\varepsilon_{L,c,3}$ und $E_{L,c,4}$ sind ohne Bedeutung.

Materialparameter

Glos untersuchte in seiner Arbeit die Abhängigkeit der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung von verschiedenen Kenngrößen, wie Rohdichte, Holzfeuchtigkeit, Ästigkeit u.a. [37]. Basierend auf umfangreichen Regressionsanalysen schlug er für die Beschreibung der Arbeitslinie die geschlossene Funktion

$$\sigma_{L,c} = \frac{\varepsilon_d + k_1 \varepsilon_d^7}{k_2 + k_3 \varepsilon_d + k_4 \varepsilon_d^7} \quad (5.64)$$

vor. Dabei berücksichtigen die Koeffizienten k_i die Relation zu den Einflussgrößen. Obwohl diese Funktion von Anbeginn leicht degressiv verläuft und im postkritischen Bereich nicht das lokale Auftreten des Stauchbandes berücksichtigt - also eine Abhängigkeit von der Bauteil- bzw. Elementgröße aufweist - können doch die zur Beschreibung der hier vorgeschlagenen Arbeitslinien die Größen

- initialer E-Modul E_L
- Druckfestigkeit $f_{L,c}$
- Bruchdehnung $\varepsilon_{L,c,2}$
- asymptotische Festigkeit im plastischen Bereich $f_{L,c,3}$

auf Grundlage der von ihm vorgenommenen Untersuchungen berechnet werden.

Becker [7] fasst als Ergebnisse der Auswertung verschiedener Literaturquellen zusammen, dass die Proportionalitätsgrenze bei ca. 80% und die asymptotische Endfestigkeit bei ca. 85% der Kurzzeitfestigkeit liegt. Außerdem schlägt er vor, die Bruchdehnung auf ca. 117,4% des elastischen Anteils festzulegen ($\varepsilon_{L,c,2} = 1,173633 * f_{L,c}/E_L$). Die im Rahmen der eigenen Druckversuche durchgeführte Parameteridentifikation bestätigt den Wert für Ω_3 , die Grenze des elastischen Bereiches lag dagegen bei 70%. Eine Übersicht zu den experimentell ermittelten Materialparametern ist durch Tabelle A.12 gegeben.

Nach den Untersuchungen von *Adalian* und *Morlier* war eine Verfestigung ab etwa $\varepsilon_{L,c,4} = 55\%$ (entspricht einer wahren Dehnung von 80%) zu verzeichnen, wobei ab ungefähr 60% wieder ein linearer Gradient der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vorlag.

Nachdem die konstitutiven Formulierungen für die Beschreibung des Festigkeitsverhaltens vorgestellt wurden, soll darauf aufbauend ein mehrflächiges Fließkriterium vorgestellt werden, welches die potentiellen Versagensmodi erfasst.

5.2 Mehrflächiges Fließkriterium unter Berücksichtigung von Entfestigungsparametern

Im Abschnitt 4.4 wurden verschiedene Bruchhypothesen für orthotrope Materialien diskutiert und herausgestellt, weshalb als Basis für das Materialmodell ein mehrflächiges Fließkriterium gewählt wurde. Eine grundlegende Überlegung war, dass die für Holz charakteristischen Versagensmodi durch separate Fließbedingungen erfasst werden können. Durch dieses Vorgehen sind ebenfalls die größtenteils autonom ablaufenden, aber von der Beanspruchungsart und -richtung abhängigen Festigkeitsverläufe - wie sie in den vorhergehenden Abschnitten ausführlich erläutert wurden - numerisch adäquat und entkoppelt umsetzbar.

Unter Bezug auf den anatomischen Aufbau des Materials wurde bereits im Kapitel 3 versucht herauszustellen, dass bei Holz zum einen tatsächlich zwischen typischen Versagenszuständen differenziert werden kann und zum anderen eine Interaktion nur zwischen der Längsschub-, Rollschub- und der jeweils senkrecht dazu wirkenden Querspannungen bestehen kann. Einen Beweis für diese Hypothese kann nur auf Basis von Experimenten erbracht werden.

Im folgenden Abschnitt werden die Untersuchungen verschiedener Wissenschaftler vorgestellt und zusammengefasst, anhand derer sich das für Holz erarbeitete mehrflächige Fließkriterium für den räumlichen Spannungszustand ableiten lässt.

5.2.1 Erkenntnisse aus bisherigen Forschungsarbeiten

Bei der im Holzbau alltäglichen Bemessungssituation Einfeldträger fallen am Auflager die Bereiche mit der maximalen Schub- und Querdruckbeanspruchung zusammen. Es liegt also nahe, den bei anderen Materialien auftretenden Reibungseffekt auch bei Holz ausnutzen zu wollen. Daher finden sich in der Literatur einige Arbeiten, welche sich mit der Untersuchung der Interaktion zwischen Längsschub und Querdruck auseinandersetzen.

Ein simpler Versuchsaufbau, in welchem diese Spannungskombination erzeugt werden kann, ist der uniaxiale Druckversuch, bei dem der Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung variiert wird (siehe 6.2.3). Nebenbei ist auch der Einfluss der longitudinalen Kompression bestimmbar. Allerdings können bei diesem Test nur spezielle Spannungskombinationen erzeugt werden.

Beliebige Kombinationen lassen sich dagegen nur durch Schubversuche mit Querbeanspruchung, wie z.B. slip-block-Test oder ASTM-shear-block-Test, realisieren. Solche Tests weisen aber prinzipiell das Manko auf, eine undefinierte Verteilung der Spannungen entlang der Risslinie zu besitzen und eben nur zwei Spannungskomponenten einzubeziehen.

Wenig Literatur findet man dagegen zu der Interaktion zwischen einer longitudinalen und den transversalen Zug- resp. Druckbeanspruchungen bzw. zwischen den transversalen Normalspannungskomponenten selbst. Kaum untersucht sind die Einflüsse auf die Rollschubfestigkeit.

Einen Überblick zu ausgewerteten Versuchsergebnissen gibt Tabelle 5.1. Besonders hervorzuheben sind die Versuche von *Baumann, Eberhardsteiner, Hemmer / Ehlbeck* und *Keenan*. Auf die einzelnen Experimente soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden. In den folgenden Kapiteln erfolgt vielmehr ein direkter Vergleich des mehrflächigen Fließkriteriums mit den Versuchsergebnissen, in denen die einzelnen Fließbedingungen des Materialmodells vorgestellt und erläutert werden. Die Flächen wurden in Abhängigkeit der Komponenten des räumlichen Spannungsvektors definiert, wobei die folgende Zuordnung zwischen Stoffachsen und kartesischem Koordinatensystem zu Grunde gelegt wurde:

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= \left\{ \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \right\}^T \\ &\hat{=} \left\{ \sigma_L \quad \sigma_R \quad \sigma_T \quad \tau_{RL} \quad \tau_{RT} \quad \sigma_{TL} \right\}^T \end{aligned}$$

5.2.2 Faserruptur

Erkenntnisse zu einer möglichen Fließbedingung, welche das Versagen des Holzes infolge einer Ruptur der Fasern charakterisiert, lassen sich aus den Versuchen von *Eberhardsteiner* [23] oder *Hemmer* [48] / *Ehlbeck* [25] ziehen. Obwohl in diesen beiden Versuchen unterschiedliche Ebenen beansprucht wurden - bei *Eberhardsteiner* lag ein ebener Spannungszustand in der *LR*-Ebene vor, bei *Hemmer* dagegen in der *LT*-Ebene - sind die Ergebnisse beider Experimente für diesen Fall vergleichbar. In den Abbildungen 5.14 resp. 5.15 sind diejenigen Hauptspannungszustände zusammengefasst, die zum Versagen führten.

Mit Augenmerk auf das Längszugversagen ist zunächst festzustellen, dass die Ruptur bei beiden Experimenten im Mittel bei ca. 55 N/mm^2 eintritt. Fehlerfreies Holz besitzt bei longitudinaler Zugbeanspruchung die höchste Beanspruchbarkeit; sie ist etwa 10-mal größer als die quer zur Faser. Auffällig ist aber, dass die Festigkeit gegenüber den anderen Modi sehr stark streut.

Name	Versuchskörper	Material	Interaktion zwischen
Baumann [5]	uniaxialer Druckversuch, Variation des Kraft-Faser-Winkels und der Jahrringneigung (a)	verschiedene	$\sigma_{L,c}$, τ_{RL} , $\sigma_{R,c}$, τ_{TL} , $\sigma_{T,c}$ und τ_{RT} resp. τ_{TR}
	uniaxialer Zugversuch	verschiedene	$\sigma_{L,t}$, τ_{TL} und $\sigma_{T,t}$
Eberhardsteiner [23]	Scheibe mit ebenen Spannungszustand (b)	Fichte	$\pm\sigma_L$, $\pm\sigma_R$ und τ_{RL}
François / Morlier [27]	biaxiale und triaxiale Druckversuche	Pappel	$\sigma_{L,c}$, $\sigma_{R,c}$ und $\sigma_{T,c}$
Hemmer [48] / Ehlbeck [25]	Torsionsröhre (d)	Tanne	$\pm\sigma_L$, $\pm\sigma_T$ und τ_{TL}
Keenan [62]	A modifizierter ASTM-Schubblock (c)	Douglas fir	$\sigma_{R,c}$ und τ_{RL} bzw. $\sigma_{T,c}$ und τ_{TL}
	B1 uniaxialer Druckversuch (a)		$\sigma_{L,c}$, $\sigma_{R,c}$ und τ_{RL}
	B2 uniaxialer Druckversuch (a)		$\sigma_{L,c}$, $\sigma_{T,c}$ und τ_{TL}
C Torsionsröhre (d)		$\sigma_{T,c}$ und τ_{TL}	
Mandery [78]	A kurzer gekerbter Biegeträger	Douglas fir	σ_{\perp} und Längsschub
	B ASTM-Schubblock (c)		σ_{\perp} und Längsschub
Reiterer / Stanzl-Tschegg [99]	uniaxialer Druckversuch (a)	Fichte	$\sigma_{L,c}$, τ_{RL} und $\sigma_{R,c}$
Riyanto / Gupta [101]	ASTM-Schubbl., Variation der Jahrringneigung (c)	Douglas fir	τ_{RT} und τ_{TR}
Spengler [113]	symm. gekerbte Brettlamelle (e)	Fichte	σ_{\perp} und Längsschub

Tabelle 5.1: Zusammenstellung verschiedener Experimente zur Identifikation der Interaktionen zwischen den Komponenten des Spannungsvektors - Skizzen zu den meisten Versuchsaufbauten sind in Abb. 5.12 abgebildet

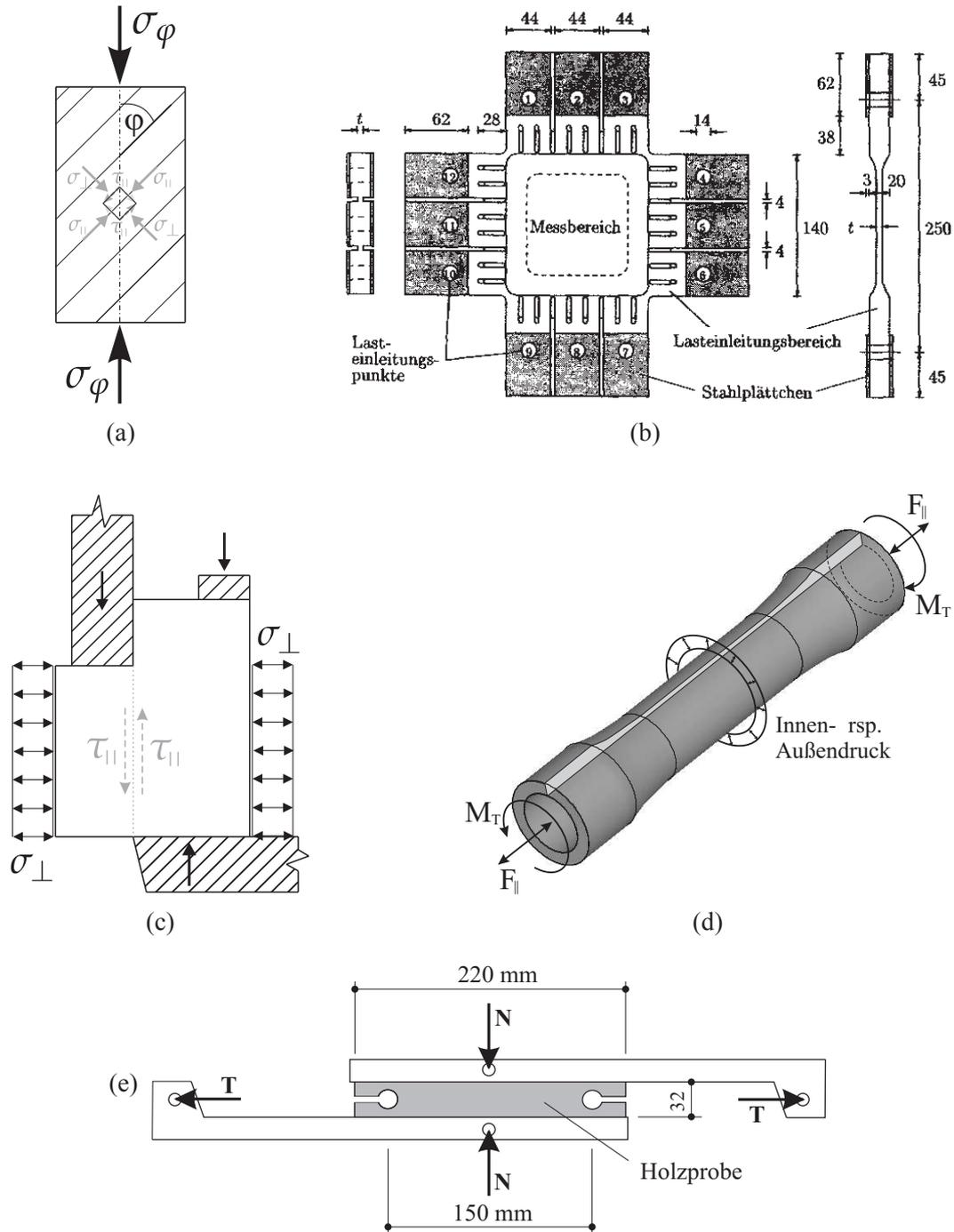


Abbildung 5.12: Versuchsaufbauten zur Identifikation von Spannungsinteraktionen (a) uniaxialer Druckversuch (b) Kreuzförmige Holzscheibe für biaxiale Bruchversuche nach *Eberharsteiner* [23, Abb. 3.5] (c) ASTM-Scrubblock (d) Torsionsröhre (e) symmetrisch gekerbte Brettlamelle

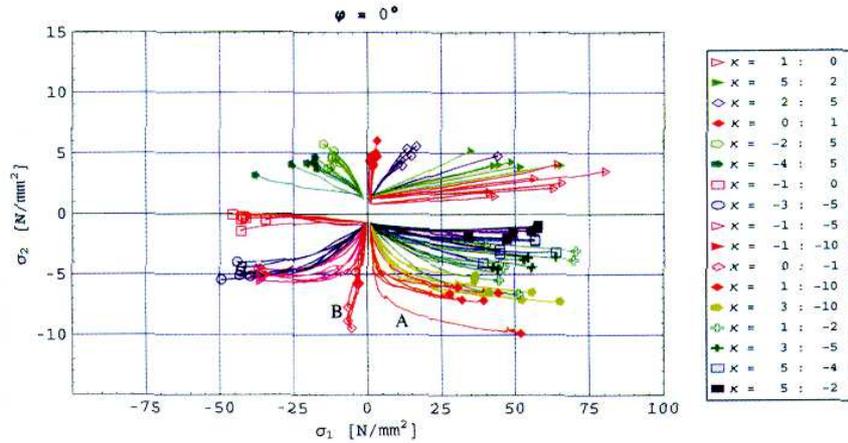


Abbildung 5.13: Verlauf des Spannungsverhältnisses $\kappa = \sigma_2/\sigma_1$ bei einer Faserrichtung von $\varphi = 0^\circ$ in den Versuchen von *Eberhardsteiner* [23, Abb. 4.22]

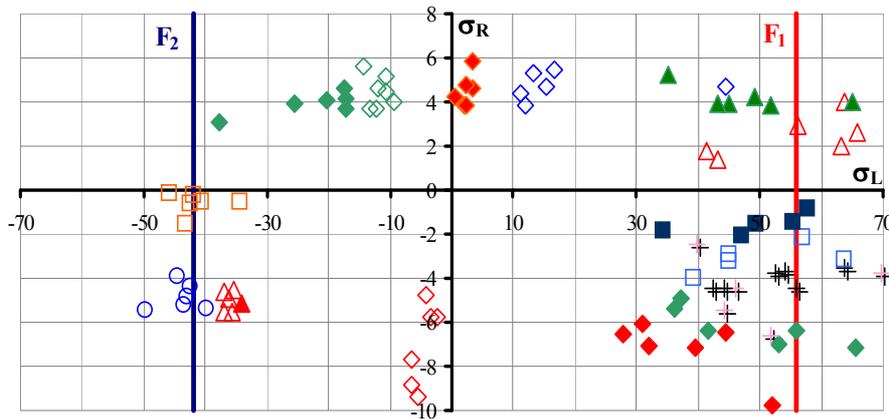


Abbildung 5.14: Biaxiale Festigkeiten nach den Untersuchungen von *Eberhardsteiner* [23, Abb. 4.21] bei einer Faserrichtung von $\varphi = 0^\circ$ - ebener Hauptspannungszustand in der *LR*-Ebene

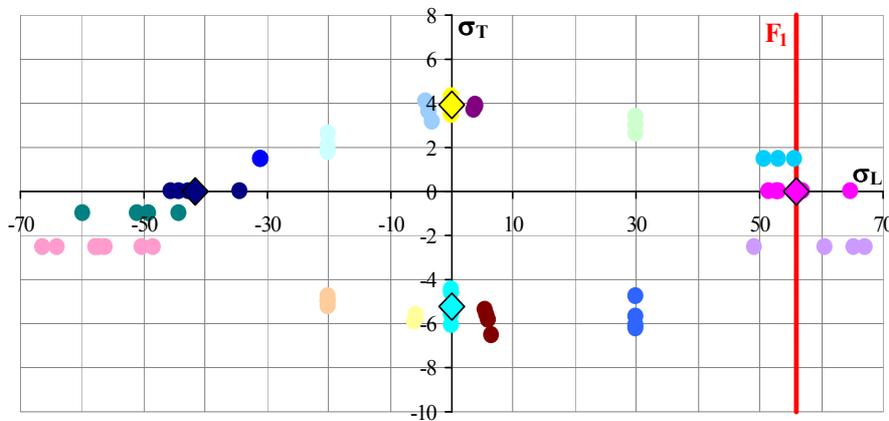


Abbildung 5.15: Versagenszustände nach den Untersuchungen von *Hemmer* [48, Tabellen 5-9] für den ebenen Hauptspannungszustand in der *LT*-Ebene

Versagenszustände bei gleichzeitiger Querkzug- oder auch Querdrukbeanspruchung in Größenordnung der jeweiligen transversalen Festigkeit verlaufen deutlich parallel zur Abszisse. Durch Abb. 5.21 ist außerdem belegbar, dass auch die Ordinaten bei Schubversagen diesem Trend folgen. Die Interpretation der Bruchzustände lässt daher nur eine Schlussfolgerung zu, die Längszugfestigkeit ist unabhängig von der Wirkung weiterer Spannungskomponenten.

Auch die folgende Überlegung führt zu derselben Erkenntnis: Wird ein Zugstab in zwei oder mehrere Teile längs gespaltet, ist die Tragkraft dieses Bündels keinesfalls geringer als die des unversehrten Stabes. Die Zugfestigkeit fehlerfreien Holzes ist vielmehr nur von der Festigkeit der nahezu parallel zur Zelle angeordneten Cellulosefibrillen der S2-Schicht resp. der Bindung zwischen den Zellen abhängig. Da die Fibrillen aber durch andere Beanspruchungsarten nicht geschädigt werden, kann auch keine Beeinträchtigung der Längszugfestigkeit gegeben sein.

Als Bedingung für die Faserruptur kann also ein Maximalspannungskriterium verwendet werden. Im Materialmodell wurde dieses Versagen berücksichtigt durch:

$$F_1 = \sigma(1) - \Omega_{f,L,t} * f_{L,t} = 0 \quad (5.65)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right\}^T \quad (5.66)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa_1} = \frac{h * f_{L,t}^2 * \Omega_{f,L,t}}{G_{L,t}^F} \quad (5.67)$$

Aus (5.67) bzw. (5.14) ist ersichtlich, dass die Parallelverschiebung dieser Bedingung im Spannungsraum einzig vom Verfestigungsparameter κ_1 beeinflusst wird, der die plastischen Längsdehnungen der Fasern repräsentiert. In dieser Achse wurde eine Überlagerung der irreversiblen Verformungen bei Vorzeichenwechsel der Belastung in Betracht gezogen, so dass Anteile aus der Bedingung F_1 und F_2 , letztere wird im nachfolgenden Kapitel erläutert, resultieren können:

$$\kappa_1 = \varepsilon_{pl,L} = \varepsilon_{pl}(1, 1) + \varepsilon_{pl}(2, 1) \quad (5.68)$$

Durch das Einsetzen von (4.3) und (4.4) folgt:

$$\kappa_1 = d\lambda_1 \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma_1} + d\lambda_2 \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_1} \quad (5.69)$$

Die Ableitung des Verfestigungsparameters nach dem plastischen Multiplikator der Fließfläche F_1 ist daher sehr einfach und liefert:

$$\frac{d\kappa_1}{d\lambda_1} = \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial F_1}{\partial \sigma_1} = 1 \quad (5.70)$$

5.2.3 Faserstauchung

Das Längsdruckversagen von Holz wird durch zwei Mechanismen beeinflusst: zunächst das Knautschen der Fasern und dann ein Ausknicken der Tracheiden, wobei sich ein makroskopisch sichtbares Stauch- oder Knickband bildet.

Das Ausknicken erfolgt tendenziell in der LT -Ebene. Nun wäre es denkbar, dass eine tangentiale Auflast eine Stabilisierung der Fasern bewirken könnte. Tatsächlich konnte aber eine solcher

Zusammenhang nicht eindeutig belegt werden. Einzig in den Versuchen von *Hemmer* an Torsionsröhren ist eine Zunahme der Längsdruckfestigkeit bei gleichzeitiger Querdruck- resp. eine Abnahme bei Querkzugbeanspruchung zu verzeichnen. Diese Interaktion hält aber bei genauerer Analyse des Versuchsaufbaus nicht stand und wird auch von anderen Wissenschaftlern in Frage gestellt [92]. Glaubhafter ist nämlich, dass die ausgewiesene Interaktion auf ein Stabilitätsproblem der sehr dünnen Röhrenwandung zurückzuführen ist. Diese neigt unter Längsdruck dazu auszubeulen, was durch den Innendruck zur Erzeugung einer Ringzugspannung in der Wandung noch verstärkt wird. Umgekehrt wird durch einen Außendruck, welcher eine Ringdruckspannung bewirkt, das Ausbeulen oder auch ein seitliches Ausweichen der Röhre behindert. Dieser Sachverhalt wird unter anderem nochmals im Abschnitt 6.2.2 anhand von Berechnungsergebnissen und Bruchbildern diskutiert.

Als mit der Entwicklung des Materialmodells begonnen wurde, standen die Versuchsergebnisse von *Eberhardsteiner* noch nicht zur Verfügung, da sie zu diesem Zeitpunkt noch nicht veröffentlicht waren. Inspiriert allein durch *Hemmers* Resultate wurde im ersten Stadium noch eine Interaktion zu der Querkzugspannung in Betracht gezogen, mittels derer das bei Längsdruck häufig auftretende „splitting“ beschrieben werden sollte. Zum Ansatz kam eine parabelförmige Begrenzungsfläche - siehe Abb. 5.16. Im Laufe der Zeit kristallisierte sich aber die Überzeugung heraus, dass ein „splitting“ vielmehr eine Dilatationserscheinung darstellt. Natürlich treten solche Längsrisse vermehrt an Stellen auf, an denen Äste die Homogenität stören. Hierbei kann es sich auch um verwachsene Äste handeln, die von außen nicht sichtbar sind. Durch das Knautschen der Fasern kommt es aber auch zu einer transversalen plastischen Querdehnung, die zwar marginal ist, bei sehr hohen Stauchungsraten aber durchaus zu Querkzugbeanspruchungen führen kann. Eine solche überproportionale Zunahme der lateralen Dehnung bei axialer Kompression ist bislang nur in den Experimenten von *Gong / Smith* erfasst worden [38]. Weitere Versuche, durch welche ein entsprechendes plastisches Potential bestimmt werden könnte, sind bisher aber noch nicht in der Literatur dokumentiert. Die primäre Ursache für das Querspalten sind aber Inhomogenitäten, wie Faserabweichungen oder Steifigkeitsunterschiede, die ein ungleichmäßiges Knicken der Tracheiden und eine Ablenkung des Knickbandes von der idealen, geneigten Ausbreitungsrichtung bewirken. Benachbarte Fasern weichen in unterschiedliche Richtungen aus und bewegen sich voneinander weg, es resultieren große Querkzugspannungen, die das Holz spalten.

Die Versuchsergebnisse von *Eberhardsteiner* belegen dagegen zweifelsfrei, dass zwischen den Versagen infolge einer Faserstauchung und transversaler Beanspruchung keine Interaktion besteht. Auch für die Erfassung des Versagensmechanismus Faserstauchung wird daher ein Maximalspannungskriterium vorgeschlagen:

$$F_2 = -\sigma(1) - \Omega_{f,L,c} * f_{L,c} = 0 \quad (5.71)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_2}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.72)$$

Da zwei verschiedene Arbeitslinien gewählt werden können und diese außerdem abschnittsweise formuliert sind, ist die Ableitung der Fließbedingung F_2 nach dem Verfestigungsparameter κ_1 ebenfalls nur abschnittsweise möglich:

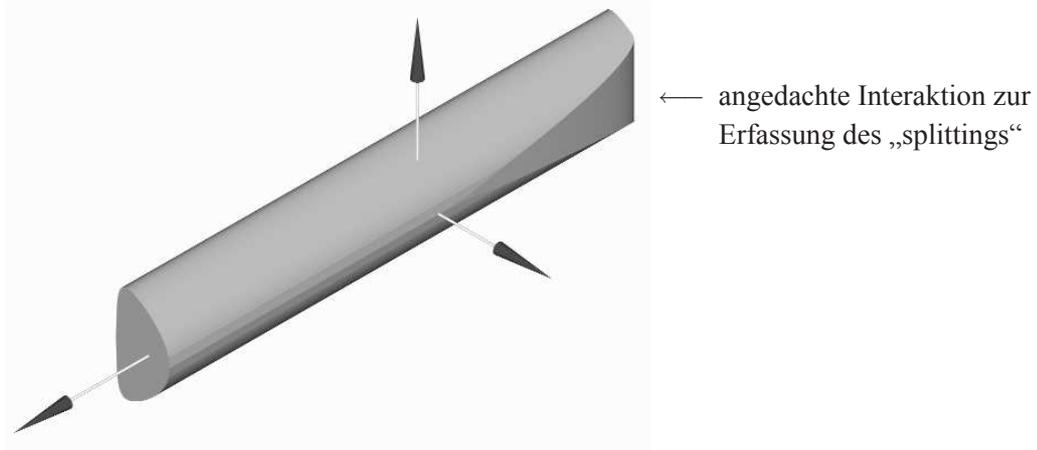


Abbildung 5.16: Ursprüngliche, später verworfene Fließbedingung unter Einbeziehung einer Interaktion von Längsdruck und Querkzug

Erste Variante - Degradation unter Verwendung einer Ellipse

Wurde die Variante 1, also eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung als Verfestigungsvorschrift gewählt ($nLA = 1$), wird der Hardeningmodul unter Verwendung folgender Ableitungen berechnet. Aus Gl. (5.71) folgt in Verbindung mit:

- Gl. (5.51) $(0 > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,2})$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{2,II}}{\partial \kappa_1} = \frac{(1.0 - \Omega_{L,c,1})^2 (\kappa_1 + \kappa_{L,c,2}) f_{L,c}}{(\Omega_{fL,c} - \Omega_{L,c,1}) \kappa_{L,c,2}^2} \quad (5.73)$$

- Gl. (5.52) $(-\kappa_{L,c,2} > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,3})$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{2,III}}{\partial \kappa_1} = -(2 X_1 \kappa_1 + X_2) f_{L,c} \quad (5.74)$$

- Gl. (5.57) $(-\kappa_{L,c,3} > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,4})$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{2,IV}}{\partial \kappa_1} = m_{L,c,4,\Omega} f_{L,c} \quad (5.75)$$

- Gl. (5.59) $(-\kappa_{L,c,4} > \kappa_1 > -\kappa_{L,c,5})$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{2,Va}}{\partial \kappa_1} = \frac{e_L (\kappa_1 + c_L) f_{L,c}}{(\Omega_{fL,c} - d_L) a_L^2} \quad (5.76)$$

- (Gl. 5.60) $(\kappa_1 \leq -\kappa_{L,c,5})$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{2,Vb}}{\partial \kappa_1} = \infty \quad (5.77)$$

Zweite Variante - Entfestigung unter Berücksichtigung der dissipierten Energie

Die Ableitungen der Fließfläche nach dem Verfestigungsparameter entsprechen im Abschnitt *II*, *Va* und *Vb* denen der Variante 1, der Bereich *IV* entfällt. Im *III*. Abschnitt ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (5.61) in (5.71) im Gültigkeitsbereich ($-\kappa_{L,c,2} > \kappa_1 \geq -\kappa_{L,c,4}$):

$$\frac{\partial F_{2,III}}{\partial \kappa_1} = \frac{-h * f_{L,c}^2}{G_{L,c,3}^F (1.0 - \Omega_{L,c,4}) (\Omega_{f,L,c} - \Omega_{L,c,4})} \quad (5.78)$$

Für die Ermittlung des Hardening-Moduls ist noch $\frac{d\kappa}{d\lambda}$ zu bestimmen. Aus (5.69) kann abgeleitet werden:

$$\frac{d\kappa_1}{d\lambda_2} = \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial F_2}{\partial \sigma_1} = -1 \quad (5.79)$$

5.2.4 Rissbildung parallel zur LT-Ebene

Rissbildung kann durch eine Querkzug-, Längsschub- oder Rollschubbeanspruchung hervorgerufen werden. Sehr umfangreiche Versuche zur Verifikation der Interaktion transversaler Beanspruchung und Längsschub, hier σ_R und τ_{RL} , führte *Keenan* durch. Die Ergebnisse seiner Experimente sind in Abb. 5.18 und Abb. 5.19 zusammengefasst. Die wesentlichen Erkenntnisse seiner Untersuchungen sind:

- Wenn sich die Rissfläche infolge Längsschubversagen ungehindert ausbreiten kann, folgt sie der i.d.R. schwächeren *LT*-Ebene.
- Wird Holz durch eine radiale Zugspannung beansprucht oder entlang der Jahrringe abgeschert, führt dies zu einer Rissbildung an der Grenzschicht zwischen Früh- und Spätholz. Durch eine Auflast verlagert sich das Schubversagen weiter ins Frühholz.
- Durch eine radiale Kompression wird aber die Längsschubfestigkeit nicht wesentlich beeinflusst.
- Unter hoher Kompression und Schub versagten die Proben des Projektes *A* auf Druck, was gleichermaßen für die Proben des Projektes *B* bei großen Kraft-Faser-Winkeln zutraf.

In Abb. 5.17 sind stellvertretend für die Vielzahl der Versuchsdaten von *Eberhardsteiner* diejenigen bei einer Faserrichtung von $\varphi = 30^\circ$ und 40° eingetragen. Die Unabhängigkeit der Schubspannung τ_{RL} von der Querdruckspannung σ_R wurde auch durch diese Experimente bestätigt. Da bei diesen Untersuchungen dünne Holzscheiben verwendet wurden, kann der marginale Abfall der Schubspannungen bei hoher Pressung durch ein leichtes Beulen der Proben gedeutet werden.

Scheinbar war die Druckfestigkeit bei den Versuchen von *Keenan* deutlich größer als bei denen von *Eberhardsteiner*. Dies ist aber dadurch erklärbar, dass die „Druckfestigkeiten“ bei *Keenan* Auflasten repräsentieren, die aufgebracht werden sollten, aber nicht erreicht wurden, da das Material vorher versagte. Weiterhin ist es bei Druck senkrecht zur Faser schwierig, eine „Bruchlast“ zu definieren, da die Spannung oberhalb der Proportionalitätsgrenze ja stetig ansteigt. Allein durch die subjektiv durch die Wissenschaftler festgelegten Kriterien für die Festlegung der Querdruckfestigkeit können daher sehr große Unterschiede entstehen.

Markant ist jedoch bei beiden Versuchen, dass die Längsschubfestigkeit wesentlich größer ist als die Querkzugfestigkeit und auch über der Querdruckfestigkeit liegt. Folglich ist die klassische Spannungstheorie nach *Mohr* nicht auf Holz übertragbar.

Im Druckbereich ($\sigma_R \hat{=} \sigma(2) \leq 0$) wird bei einem Schubversagen in der LT -Ebene ausschließlich eine Interaktion zwischen Längs- und Rollschub berücksichtigt. Da der Rückgabewert der Fließbedingung unabhängig von dem Vorzeichen der Schubspannung sein muss, empfiehlt sich ein quadratische Funktion mit achsenparalleler Lage:

$$F_3 = \left(\frac{\sigma(4)}{\Omega_{fRL,s} f_{RL,s}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{fRT,s} f_{RT,s}} \right)^2 - 1 = 0 \quad (5.80)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_3}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{2\sigma(4)}{(\Omega_{fRL,s} f_{RL,s})^2} \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{fRT,s} f_{RT,s})^2} \quad 0 \right\}^T \quad (5.81)$$

Für den Fall des ebenen Spannungszustands gilt $\tau_{RT} \hat{=} \sigma(5) = 0$ und aus dieser Gleichung resultieren zwei zu den Hauptspannungsachsen parallele Flächen. In den $2D$ -Diagrammen der Abb. 5.18 und 5.17 ist die Grenzfläche im positiven Schubspannungsbereich durch eine horizontale Linie dargestellt. Die Ableitung der Fließbedingung nach dem für diese Gleifläche maßgebenden Entfestigungsparameter κ_2 , der eine synchrone Degradation von Querkzug, Längsschub und Rollschub sicherstellt, kann durch Einsetzen von (5.23) und (5.25) in (5.80) gebildet werden. Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial F_3}{\partial \kappa_2} = \frac{2h}{f_{RL,s} G_{RL,s}^F} \left(\frac{\sigma(4)}{\Omega_{f,RL,s}} \right)^2 + \frac{2h}{f_{RT,s} G_{RT,s}^F} \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{f,RT,s}} \right)^2 \quad (5.82)$$

Im Zugbereich ($\sigma_R \hat{=} \sigma(2) \geq 0$) wird hingegen eine Überlagerung mit der radialen Zugspannungskomponente einbezogen:

$$F_4 = \left(\frac{\sigma(2)}{\Omega_{fR,t} * f_{R,t}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(4)}{\Omega_{fRL,s} f_{RL,s}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{fRT,s} f_{RT,s}} \right)^2 - 1 = 0 \quad (5.83)$$

$$\left\{ \frac{\partial F_4}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad \frac{2\sigma(2)}{(\Omega_{fR,t} f_{R,t})^2} \quad 0 \quad \frac{2\sigma(4)}{(\Omega_{fRL,s} f_{RL,s})^2} \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{fRT,s} f_{RT,s})^2} \quad 0 \right\}^T \quad (5.84)$$

Folglich muss bei der Berechnung des Hardening-Moduls auch (5.11) berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_4}{\partial \kappa_2} = & \frac{2h}{f_{R,t} G_{R,t}^F} \left(\frac{\sigma(2)}{\Omega_{f,R,t}} \right)^2 \\ & + \frac{2h}{f_{RL,s} G_{RL,s}^F} \left(\frac{\sigma(4)}{\Omega_{f,RL,s}} \right)^2 + \frac{2h}{f_{RT,s} G_{RT,s}^F} \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{f,RT,s}} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.85)$$

Um eine gleichmäßige Degradation von Querkzug-, Längsschub- und Rollschubfestigkeit zu erreichen, wurden diese Entfestigungsvorschriften in Abhängigkeit der äquivalenten plastischen Dehnung κ_2 formuliert - siehe Gl. (5.12). Durch Einbeziehung der Fließregel - Gl. (4.3) in Verbin-

dung mit (4.4) - kann der Entfestigungsparameter ausführlich notiert werden als:

$$\begin{aligned}
 \kappa_2 &= \sqrt{\begin{matrix} \varepsilon_{pl,R,t}^2 \\ + \varepsilon_{pl,RL,s}^2 \\ + \varepsilon_{pl,RT,s}^2 \end{matrix}} = \sqrt{\begin{matrix} \varepsilon_{pl}(4,2)^2 \\ + [\varepsilon_{pl}(3,4) + \varepsilon_{pl}(4,4)]^2 \\ + [\varepsilon_{pl}(3,5) + \varepsilon_{pl}(4,5)]^2 \end{matrix}} \\
 &= \sqrt{\begin{matrix} \left[\lambda_4 \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_2} \right]^2 \\ + \left[\lambda_3 \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_4} + \lambda_4 \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_4} \right]^2 \\ + \left[\lambda_3 \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_5} + \lambda_4 \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_5} \right]^2 \end{matrix}} \quad (5.86)
 \end{aligned}$$

Demnach ergeben sich Anteile von κ_2 aus den Fließbedingungen F_3 oder F_4 , diese sind aber niemals gleichzeitig aktiv. Die Ableitungen nach den plastischen Multiplikatoren können unter Verwendung der in (5.86) implizit angegebenen Definitionen der Dehnungskomponenten $\varepsilon_{pl,R,t}$, $\varepsilon_{pl,RL,s}$ und $\varepsilon_{pl,RT,s}$ etwas übersichtlicher formuliert werden:

$$\frac{d\kappa_2}{d\lambda_3} = \frac{\varepsilon_{pl,RL,s} \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_4} + \varepsilon_{pl,RT,s} \frac{\partial F_3}{\partial \sigma_5}}{\kappa_2} \quad (5.87)$$

$$\frac{d\kappa_2}{d\lambda_4} = \frac{\varepsilon_{pl,R,t} \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_2} + \varepsilon_{pl,RL,s} \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_4} + \varepsilon_{pl,RT,s} \frac{\partial F_4}{\partial \sigma_5}}{\kappa_2} \quad (5.88)$$

Eine Interaktion mit einer tangentialen Querbeanspruchung oder Längsschub in der LR -Ebene wird ausgeschlossen, da die Schädigungen auf mikroskopischer Ebene in anderen Bereichen der Zelle stattfinden und die Risse auch auf makroskopischer Ebene offensichtlich den Materialachsen folgen. Daher müssen auch die Entfestigungen unabhängig voneinander ablaufen.

5.2.5 Radiale Kompression der Fasern

In uniaxialen Druckversuchen wird die übertragbare Last bei großen Kraft-Faser-Winkeln durch die transversale Druckfestigkeit limitiert - siehe Abb. 6.8. Der durch die Fließbedingung F_3 gesäumte Bereich zulässiger Spannungskomponenten ist im Druckbereich aber noch geöffnet. Berücksichtigt man außerdem die Unabhängigkeit der axialen Festigkeiten, kann die erforderliche Begrenzung ebenfalls sehr treffend durch ein Maximalspannungskriterium vorgenommen werden. Dass mittels dieses Kriteriums die Fließgrenze bei radialer Druckbeanspruchung beschrieben werden kann, bestätigen vor allem die Ergebnisse von *Eberhardsteiner* (Abb. 5.14 und 5.17). Hier sind die Versagenspunkte unter hohem, transversalem Druck augenscheinlich um eine Fläche angeordnet, die parallel zu den Achsen σ_L und τ_{RL} verläuft.

In diesem Zusammenhang noch interessanter sind indes die Entwicklungen der Spannungen σ_2 und σ_1 , welche von *Eberhardsteiner* ebenfalls aufgezeichnet wurden (Abb. 5.13). Im Gegensatz zu allen anderen Spannungskombinationen weisen allein diejenigen im radialen Druckbereich einen nichtlinearen Verlauf auf, obwohl durch eine komplizierte Vorgabe von Verschiebungen an den 12 Lasteinleitungspunkten eine gleichmäßige Steigerung der Hauptspannungen erreicht werden sollte. Markant ist, dass die Proportionalitätsgrenze sowohl bei Längsdruck als auch -zug bei

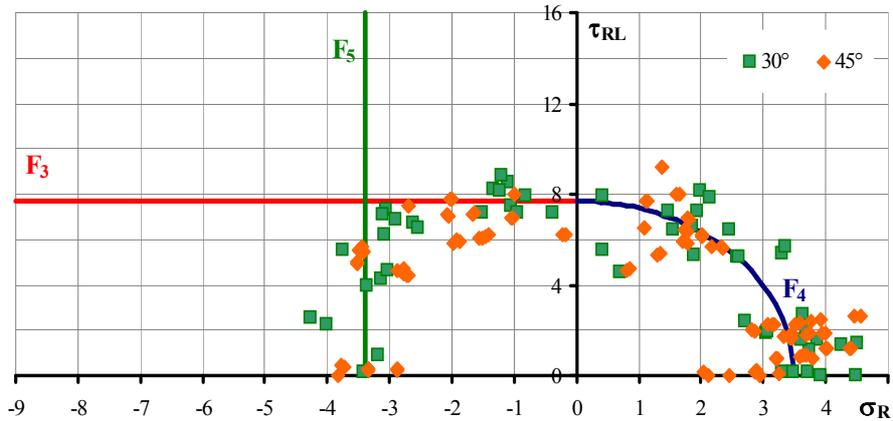


Abbildung 5.17: Interaktion zwischen Längsschub in der LT -Gleitfläche und Zug senkrecht zu dieser Ebene nach den Versuchsergebnissen von Eberhardsteiner [23] ($\varphi = 30^\circ$ bzw. 45°)

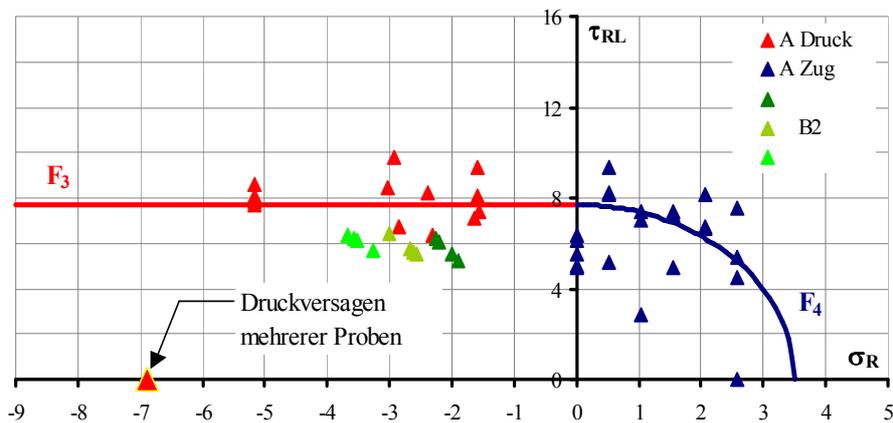


Abbildung 5.18: Interaktion zwischen Längsschub in der LT -Gleitfläche und Zug senkrecht zu dieser Ebene nach den Versuchsergebnissen von Keenan [62]

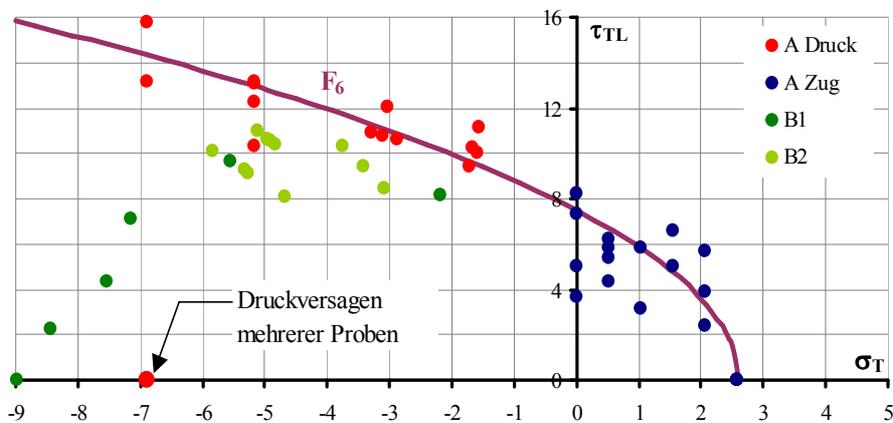


Abbildung 5.19: Interaktion zwischen Längsschub in der LR -Gleitfläche und einer Normalspannung senkrecht zu dieser Ebene nach den Versuchsergebnissen von Keenan [62]

ca. 70% der erreichten radialen Festigkeit liegt und diese auch in beiden Quadranten etwa gleich groß ist. Die scheinbar höhere Festigkeit der drei Werte bei $\kappa = 0 : -1$ sind mit dem zuvor diskutierten Problem bei der Festlegung der „Bruchlast“ erklärbar. Vor allem in den Diagrammen ¹ mit einer Faserneigung $\varphi \geq 15^\circ$ [23, Abb. 4.26 bis 4.30] sind die Versagenspunkte, die ein radiales Druck- oder Zugversagen repräsentieren, entlang von Geraden angeordnet, die unter dem Winkel der Faserneigung zur Horizontalen geneigt sind.

Aus *Keenans* Versuchen ist die Bedingung nicht eindeutig verifizierbar, da er die radiale Auflast nicht konform zur Schubbeanspruchung erhöhte, sondern vorher aufbrachte.

Das für diesen Beanspruchungsmodus vorgeschlagene Maximalspannungskriterium wurde wie folgt definiert:

$$F_5 = -\sigma_2 - \Omega_{fR,c} * f_{R,c} = 0 \quad (5.89)$$

Analog zur Faserstauchung F_2 ergibt sich als partielle Ableitung nach dem Spannungsvektor:

$$\left\{ \frac{\partial F_5}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.90)$$

Auch für diesen Fall wurde die Arbeitslinie abschnittsweise definiert, so dass die Ableitung nach dem Verfestigungsparameter κ_3 in den Gültigkeitsgrenzen lautet:

- Gl. (5.34) ($0 > \kappa_3 > -\kappa_{R,c,2}$)

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{5,II}}{\partial \kappa_3} = \frac{f_{R,c} b_R^2 (\kappa_3 + c_R)}{(\Omega_{fR,c} - d_R) a_R^2} \quad (5.91)$$

- Gl. (5.30) ($-\kappa_{R,c,2} \geq \kappa_3 > -\kappa_{R,c,3}$)

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{5,III}}{\partial \kappa_3} = f_{R,c} m_{R,c,3,\Omega} \quad (5.92)$$

- Gl. (5.40) ($-\kappa_{R,c,3} \geq \kappa_3 > -\kappa_{R,c,4}$)

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{5,IVa}}{\partial \kappa_3} = \frac{f_{R,c} b_R^2 (\kappa_3 + c_R)}{(\Omega_{fR,c} - d_R) a_R^2} \quad (5.93)$$

- (Gl. 5.47) ($\kappa_3 \leq -\kappa_{R,c,4}$)

$$\Rightarrow \frac{\partial F_{5,IVb}}{\partial \kappa_3} = \infty \quad (5.94)$$

Bei diesem Beanspruchungsmodus resultiert der Verfestigungsparameter κ_3 aus nur einer Fließfläche und kann durch Einsetzen von (4.3) und (4.4) in (5.29) wie folgt berechnet werden:

$$\kappa_3 = \varepsilon_{pl,R,c} = d\lambda_5 \frac{\partial Q_5}{\partial \sigma_2} \quad (5.95)$$

$$\Rightarrow \frac{d\kappa_3}{d\lambda_5} = \frac{\partial Q_5}{\partial \sigma_2} = \frac{\partial F_5}{\partial \sigma_2} = -1 \quad (5.96)$$

¹Auf Grund der sehr umfangreichen Auswertung konnten diese Abbildungen nicht eingearbeitet werden.

5.2.6 Rissbildung parallel zur LR-Ebene

Für die Verifikation der Interaktion des spröden Querkzug-, Längsschub- und Rollschubversagens in einer Gleitfläche parallel zu LR-Ebene stehen neben den Versuchen von *Keenan* (Abb. 5.19) auch die Untersuchungen von *Hemmer / Ehlbeck* (Abb. 5.20) zur Verfügung. Bereits im Kapitel 3.3.3 wurde diskutiert, dass die aufnehmbare Längsschubspannung τ_{TL} mit der tangentialen Pressung ansteigt, der Zuwachs aber degressiv verläuft. Die Versuchsergebnisse beider Wissenschaftler bestätigen diesen Zusammenhang unabhängig voneinander trotz Verwendung verschiedener Testaufbauten. Die Resultate beider Arbeiten sind in Abb. 5.21 zusammengefasst, wobei versucht wurde, einen räumlichen Eindruck dieser Interaktion zu vermitteln.

Aus den Diagrammen ist ersichtlich, dass die Grenzfläche nach *Hemmer* im Bereich hoher Querdruk- und Längsschubbeanspruchung das Versagen deutlich unterschätzt. Wesentlich treffender bilden dagegen die vorgeschlagenen und in Abb. 5.19 eingezeichneten Fließbedingungen F_6 und F_7 die Versuchsergebnisse ab.

Die Bedingung F_6 wurde aus der Formulierung von *Tsai / Wu*, Gl. (4.50), abgeleitet. Man kann die Formulierung so interpretieren, dass sie das Festigkeitsverhalten der Zellwandsubstanz, insbesondere der Mittellamelle, beschreibt.

Zunächst ist es möglich, die Tensorkoeffizienten auf die Anteile von $\sigma_T \hat{=} \sigma(3)$, $\tau_{TL} \hat{=} \sigma(6)$ und $\tau_{TR} \hat{=} \sigma(5)$ zu reduzieren, da eine Interaktion mit allen anderen Spannungskomponenten ausgeschlossen werden kann. Die Gründe wurden bereits in den vorangegangenen Ausführungen erläutert. Die Schubgrenzfläche muss symmetrisch zur Achse der verbleibenden Normalspannung verlaufen, daher entfallen deren Festigkeitskoeffizienten zweiter Stufe.

Da nun die Druckfestigkeit der Zellulosefasern und des Lignins um ein Vielfaches größer ist als die Zugfestigkeit des Lignins (Versagensart *IC*: Aufreißen der Mittellamelle) bzw. die Haftzugfestigkeit zwischen Lignin und Zellulosefasern (Versagensart *IW*: Ablösen der *S1* von der *S2*-Schicht) gilt:

$$R_3 \approx \frac{1}{f_{T,t}} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{f_{T,t}}$$

$$R_{33} \approx \frac{1}{f_{T,t} * \infty} = 0$$

Unter Einbeziehung der Degradationsgleichungen wurde das kombinierte Querkzug-, Längsschub- und Rollschubversagen in der *LR*-Ebene also mathematisch formuliert als:

$$F_6 = \frac{\sigma(3)}{\Omega_{fTt} f_{T,t}} + 0 * \sigma(3)^2 + \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{fTR,s} f_{TR,s}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(6)}{\Omega_{fTL,s} f_{TL,s}} \right)^2 - 1 = 0 \quad (5.97)$$

Diese Funktion beschreibt in der σ_T - τ_{TL} -Ebene eine Ellipse, deren Wendepunkt im Druckbereich im Unendlichen liegt (Abb. 5.20). Dadurch ist der Anstieg der Schubspannungen stets positiv, fällt aber kontinuierlich. Diese Eigenschaft repräsentiert die Verlagerung des Schubbruches von Fasertrennung (*IW* oder *IC*) hin zu Faserbruch (*TW*). Entlang der σ_L - resp. σ_R ist die Schnittfläche konstant, hingegen ellipsoid entlang der τ_{TR} -Achse.

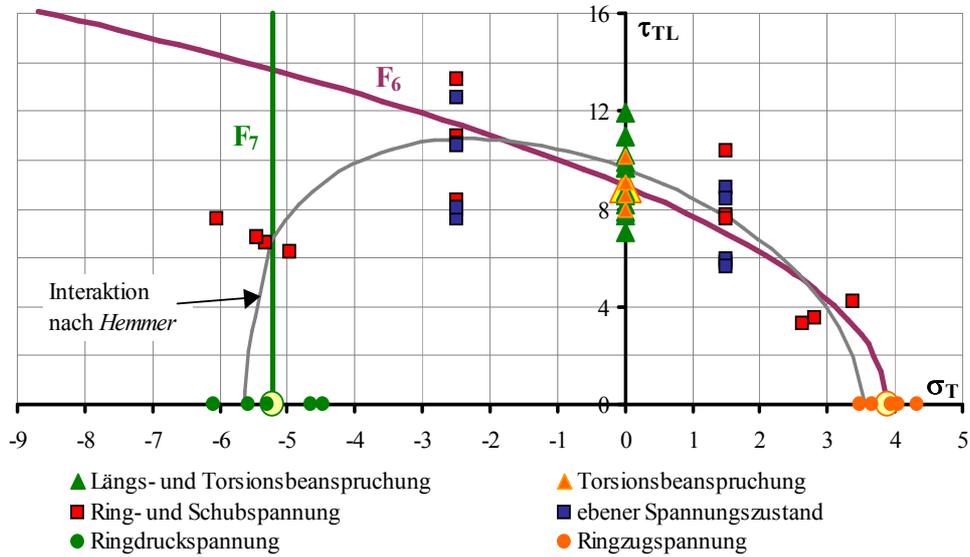


Abbildung 5.20: Interaktion zwischen dem Längsschub in der LR -Gleitfläche und einer Normalspannung senkrecht zu dieser Ebene nach den Versuchsergebnissen von Hemmer [48]

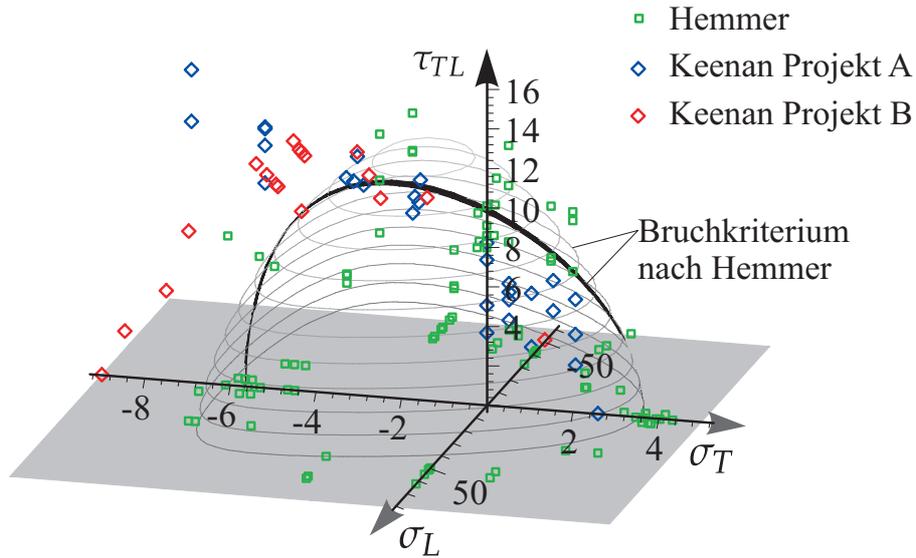


Abbildung 5.21: Interaktion zwischen dem Längsschub in der LR -Gleitfläche und einer Normalspannung senkrecht zu dieser Ebene - Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse von Hemmer und Keenan

Die für die Spannungsrelaxation notwendigen Ableitungen ergeben sich zu:

$$\left\{ \frac{\partial F_6}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\Omega_{fT,t} f_{T,t}} \quad 0 \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{fTR,s} f_{TR,s})^2} \quad \frac{2\sigma(6)}{(\Omega_{fTL,s} f_{TL,s})^2} \right\}^T \quad (5.98)$$

Durch Einsetzen von (5.6), (5.24) und (5.26) in (5.97) und Ableiten nach dem Entfestigungsparameter erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_6}{\partial \kappa_4} &= \frac{h}{G_{T,t}^F} \frac{\sigma(3)}{\Omega_{f,T,t}} \\ &+ \frac{2h}{f_{TR,s} G_{TR,s}^F} \left(\frac{\sigma(5)}{\Omega_{f,TR,s}} \right)^2 + \frac{2h}{f_{TL,s} G_{TL,s}^F} \left(\frac{\sigma(6)}{\Omega_{f,TL,s}} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.99)$$

In der LR -Ebene wird die Interaktion der Spannungskomponenten, die zu einer Rissbildung führen, nur durch eine Fließbedingung beschrieben. Der die Entfestigung steuernde Parameter κ_4 , nach (5.7) definiert als äquivalente plastische Dehnung, besagt in ausführlicher Schreibweise folglich:

$$\begin{aligned} \kappa_4 &= \sqrt{\begin{matrix} \varepsilon_{pl,T,t}^2 \\ + \varepsilon_{pl,TR,s}^2 \\ + \varepsilon_{pl,TL,s}^2 \end{matrix}} = \sqrt{\begin{matrix} \varepsilon_{pl}(6,3)^2 \\ + \varepsilon_{pl}(6,5)^2 \\ + \varepsilon_{pl}(6,6)^2 \end{matrix}} = \sqrt{\begin{matrix} \left[\lambda_6 \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_3} \right]^2 \\ + \left[\lambda_6 \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_5} \right]^2 \\ + \left[\lambda_6 \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_6} \right]^2 \end{matrix}} \quad (5.100) \\ \Rightarrow \frac{d\kappa_4}{d\lambda_6} &= \frac{\varepsilon_{pl,T,t} \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_3} + \varepsilon_{pl,TR,s} \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_5} + \varepsilon_{pl,TL,s} \frac{\partial F_6}{\partial \sigma_6}}{\kappa_4} \quad (5.101) \end{aligned}$$

5.2.7 Tangentiale Kompression der Fasern

Auch das Kriterium F_6 besitzt im transversalen Druckbereich noch keine Begrenzung. Diese Einfassung wird durch eine einfache Fließbedingung erreicht, welche die fortschreitende Komprimierung der Tracheiden bei hoher Druckbeanspruchung unkompliziert abzubilden vermag.

Die Proportionalitätsgrenze zwischen tangentialer Pressung und Stauchung ist in einer Biegebeanspruchung der in radialer Richtung, also senkrecht zur Auflast verlaufenden Zellwände begründet. Es ist nachvollziehbar, dass auf Grund deren außerordentlich plastischen Biegetragverhaltens eine gleichzeitige Längsschubspannung in der Mittellamelle die Fließgrenze nicht beeinflusst. Vor allem die Experimente von Hemmer - visualisiert in Abb. 5.20 und 5.21 - bestätigen die Anordnung der Versagenszustände entlang einer steil verlaufenden Begrenzungsfläche. Für die Berücksichtigung des tangentialen Druckversagens wurde daher ebenfalls ein Maximalspannungskriterium gewählt:

$$F_7 = -\sigma_3 - \Omega_{fT,c} * f_{T,c} = 0 \quad (5.102)$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{\partial F_7}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.103)$$

Der abschnittsweise Verlauf von $\frac{\partial F_7}{\partial \kappa_5}$ ist äquivalent zu F_5 ableitbar und wird daher nicht nochmals vorgestellt. Die Translation der Grenzfläche wird durch den Verfestigungsparameter κ_5 gesteuert,

so dass aus der Zusammenführung von (4.3), (4.4) und (5.48) folgt:

$$\kappa_5 = \varepsilon_{pl,T,c} = d\lambda_7 \frac{\partial Q_7}{\partial \sigma_3} \quad (5.104)$$

$$\Rightarrow \frac{d\kappa_5}{d\lambda_7} = \frac{\partial Q_7}{\partial \sigma_3} = \frac{\partial F_7}{\partial \sigma_3} = -1 \quad (5.105)$$

Das aus den erläuterten, sieben Fließbedingungen zusammengesetzte, mehrflächige Kriterium ist in Abb. 5.22 für den Fall des ebenen Spannungszustandes in der LR-Ebene (Rissbildung parallel zur LT-Gleitfläche) und in 5.23 für den ebenen Spannungszustandes in der LT-Ebene (Rissbildung parallel zur LR-Gleitfläche) dargestellt, um einen räumlichen Eindruck des begrenzten elastischen Raumes zu verdeutlichen. Es ist zu beachten, dass auf Grund der hohen Festigkeitsunterschiede keine maßstäbliche Darstellung gewählt werden konnte.

5.2.8 Abbildung von Bauteilfugen

Zusätzlich wurde das Fließkriterium durch zwei weitere, optionale Fließflächen ergänzt, um Bauteilfugen abbilden zu können. Diese Flächen können orthogonal zum Elementkoordinatensystem (Index $Elem$, x normal zur Gleitfläche) ausgerichtet werden. Dabei kommt das klassische Mohr-Coulomb Bruchkriterium zur Anwendung, welches mit einer Zugspannungsbegrenzung verschnitten ist:

- Zugversagen der Bauteilfuge

$$F_8 = \sigma_{Elem}(1) - \Omega_{ft,x} \cdot f_{t,x} = 0 \quad (5.106)$$

$$\Omega_{ft,x} = e^{-\left(\frac{h \cdot f_{t,x}}{G_{t,x}^F} \kappa_{ft,x}\right)}$$

- Schubversagen der Bauteilfuge

$$F_9 = \tau_{res} + \mu \cdot \sigma_{Elem}(1) - \Omega_c \cdot c = 0 \quad (5.107)$$

$$\tau_{res} = \sqrt{\sigma_{Elem}(4)^2 + \sigma_{Elem}(6)^2}$$

$$\Omega_c = e^{-\left(\frac{h \cdot c}{G_c^F} \kappa_{s,c}\right)}$$

5.3 Fließregeln

In der numerischen Berechnung resultiert die Richtung des Zuwachses der plastischen Dehnungen aus der partiellen Ableitung des plastischen Potentials Q nach den Komponenten des Spannungsvektors $\{\sigma\}$ - siehe Kapitel 4.2.2. Da für Holz zur Bestimmung des plastischen Potentials der einzelnen Versagensmodi bisher kaum abgesicherte Versuchsergebnisse zur Verfügung stehen, werden im Materialmodell prinzipiell assoziierte Fließregeln verwendet:

$$Q(\sigma, \kappa) = F(\sigma, \kappa)$$

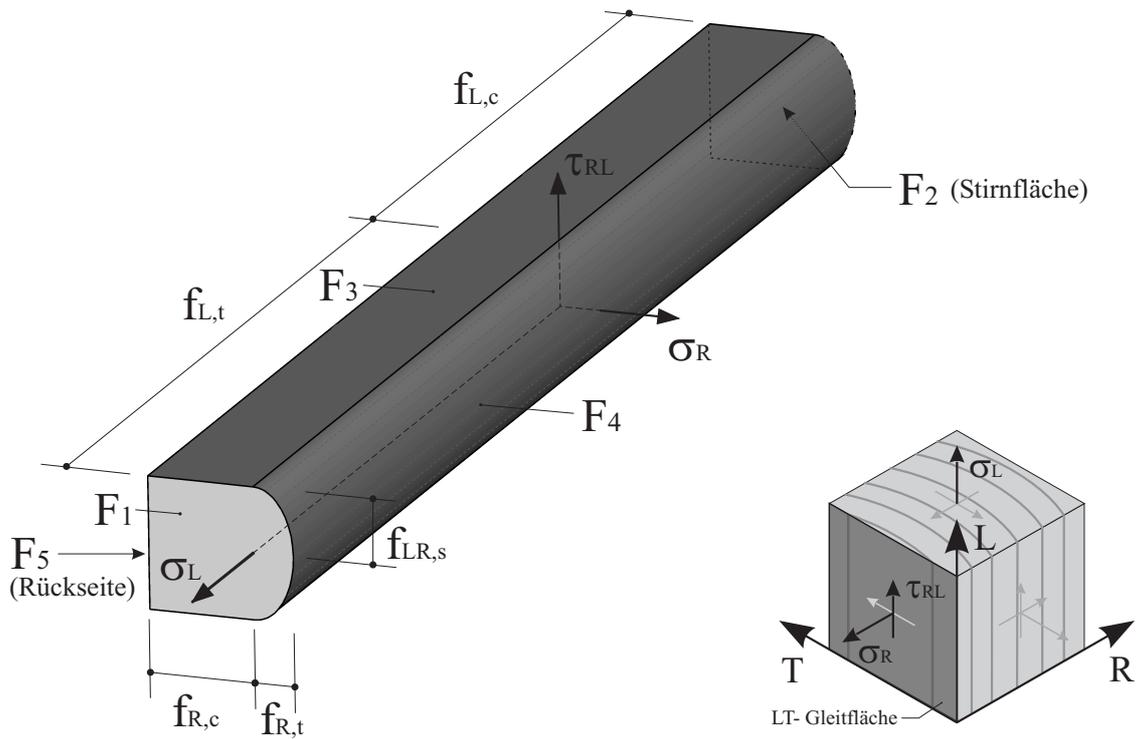


Abbildung 5.22: Fließkriterium für den Fall des ebenen Spannungszustandes in der LR-Ebene (Rissbildung parallel zur LT-Gleitfläche)

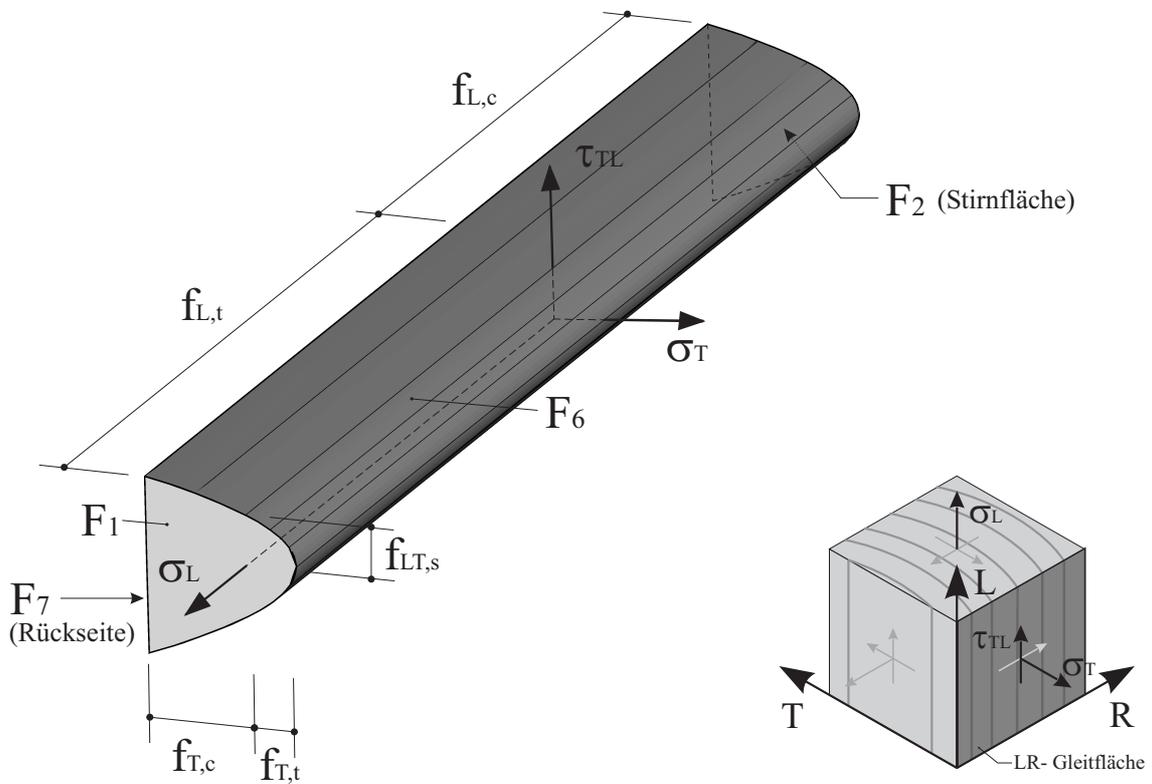


Abbildung 5.23: Fließkriterium für den Fall des ebenen Spannungszustandes in der LT-Ebene (Rissbildung parallel zur LR-Gleitfläche)

Diese Vorgehensweise erscheint in den meisten Fällen auch als folgerichtig. Auf Grund der porösen Struktur ist nachvollziehbar, dass bei transversaler Kompression die Zellwände in die Hohlräume der Lumen gefaltet werden und daher keine relevanten Querdehnungen zu erwarten sind. Auch bei fortschreitender Kompaktierung liefern die entsprechenden Maximalspannungskriterien F_5 und F_7 nur eine Dehnungskomponente in der jeweilige Materialachse:

$$\left\{ \frac{\partial Q_5}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.108)$$

$$\left\{ \frac{\partial Q_7}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.109)$$

Aus einem Längszugversagen resultiert zwar eine fransige Bruchfläche, keinesfalls ist aber ein Einschnüren der Zugproben zu verzeichnen. Daher bildet auch hier das Maximalspannungskriterium bei assoziierter Plastizität das real zu beobachtende Dehnungsverhalten hinreichend genau ab:

$$\left\{ \frac{\partial Q_1}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.110)$$

Die Grenzflächen der Schubspannungskriterien sind symmetrisch zu den transversalen Normalspannungsachsen angeordnet und liefern auf Grund der verwendeten, quadratischen Formulierung bei reiner Querkzugbeanspruchung ($\sigma(4) = \sigma(5) = \sigma(6) = 0$) ebenfalls keine Querdehnungs- oder Verzerrungsanteile ($\{\partial Q_6/\partial \sigma\}$ siehe Gl. (5.113):

$$\left\{ \frac{\partial Q_4}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad \frac{2\sigma(2)}{(\Omega_{f_{R,t}} f_{R,t})^2} \quad 0 \quad \frac{2\sigma(4)}{(\Omega_{f_{RL,s}} f_{RL,s})^2} = 0 \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{f_{RT,s}} f_{RT,s})^2} = 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.111)$$

Auch im Druckbereich liefert die Ableitung der Fließfläche $\partial F_3/\partial \sigma_R$ keine Dilatation bei Längsschubversagen in der LT-Ebene. Tatsächlich führt ein Abscheren entlang der Jahrringe auch zu einer sehr glatten Bruchfläche, so dass ein Aufgleiten in dieser Ebene als unmaßgeblich eingestuft werden kann:

$$\left\{ \frac{\partial Q_3}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad \mathbf{0} \quad 0 \quad \frac{2\sigma(4)}{(\Omega_{f_{RL,s}} f_{RL,s})^2} \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{f_{RT,s}} f_{RT,s})^2} \quad 0 \right\}^T \quad (5.112)$$

Dagegen resultiert aus der Fließfläche F_6 sehr wohl eine Komponente in tangentialer Richtung und damit ein Aufgleiten infolge des Längsschubversagens τ_{TL} :

$$\left\{ \frac{\partial Q_6}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{\mathbf{1}}{\Omega_{\mathbf{f}_{T,t}} \mathbf{f}_{T,t}} \quad 0 \quad \frac{2\sigma(5)}{(\Omega_{f_{TR,s}} f_{TR,s})^2} \quad \frac{2\sigma(6)}{(\Omega_{f_{TL,s}} f_{TL,s})^2} \right\}^T \quad (5.113)$$

Aber auch dies ist in der Realität zu erwarten, da die Bruchfläche in der LR-Ebene wesentlich rauer ist.

Bei den eigenen Druckversuchen mit Teilflächenbeanspruchung wurde festgestellt, dass trotz der starken longitudinalen Komprimierung des Materials oberhalb der Lasteinleitungsbereiche geringe, aber marginale Querdehnungen auftraten. Es kam zwar zu Verwerfungen auf der Oberfläche, die Fasern wurden jedoch vorwiegend in die Zellhohlräume gefaltet. Auch die Impactversuche von *Adalian* und *Morlier* belegen diesen Sachverhalt [1]. Wie Abb. 5.24 beweist, blieb die Grundfläche der Versuchskörper aus Pappelholz trotz enorm hoher Kompressionsraten in ihren Abmessungen konstant. Demnach kann auch für den Fall der Faserstauchung, welcher im Materialmodell

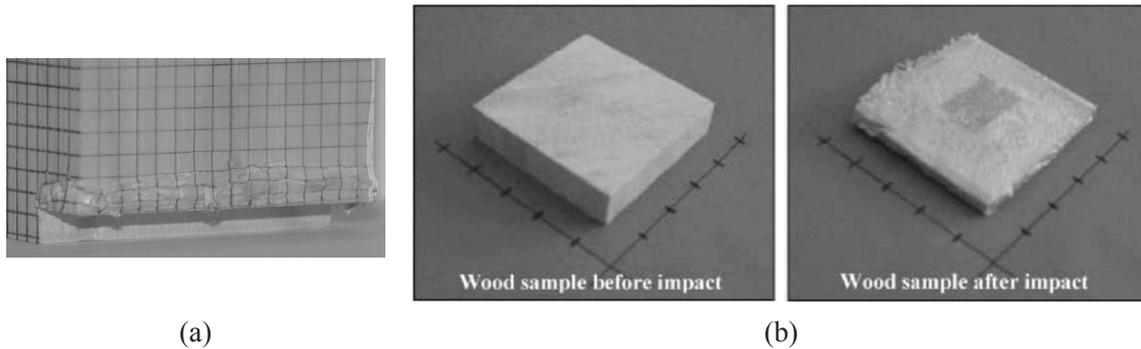


Abbildung 5.24: Holzproben nach einer starken longitudinalen Stauchung ohne Knickbandbildung und Querspalten (a) Druckversuch unter Teilflächenbeanspruchung (b) Impactversuch von *Adalian* und *Morlier* [1, Fig. 3a,b]

durch ein Maximalspannungskriterium berücksichtigt wird, die Richtung der plastischen Dehnungen ebenfalls näherungsweise durch eine assoziierte Fließregel berücksichtigt werden:

$$\left\{ \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (5.114)$$

Anders stellt sich der Sachverhalt allerdings bei der Bildung von Splitting-Rissen und Abplatzungen oder der Ausbildung eines Knickbandes dar. Durch die Formulierung einer nichtassozierten Fließregel ($Q(\sigma, \kappa) \neq F(\sigma, \kappa)$) für den Fall einer longitudinalen Druckbeanspruchung könnte das Materialmodell noch erweitert werden, um die schräge Ausbildung und die Verzerrung des Knickbandes einzubeziehen. Möglicherweise kann durch eine solche Formulierung auch das Querspalten des Holzes und die damit verbundene, eklatante Zunahme der Querdehnung abgebildet werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden aber keine weiteren Betrachtungen in dieser Hinsicht angestellt. Bei der hier angestrebten Analyse des Tragverhaltens von Verbindungsmitteln, bei denen im Bereich der Kontaktfläche eine lokale Überbeanspruchung der Holzfasern auftritt, wird dieser Effekt als unmaßgeblich eingeschätzt und daher vernachlässigt.

Um die getroffenen Annahmen zum plastischen Potential verifizieren oder gegebenenfalls nichtassozierte Fließregeln aufstellen zu können, sind fundamentale, experimentelle Untersuchungen notwendig, die bislang noch nicht durchgeführt wurden.

Ein weiterer Vorteil ist, dass durch die ausschließliche Verwendung assoziierter Fließregeln die elasto-plastische Tangentenmatrix symmetrisch bleibt. Bei Verwendung nichtassoziierter Fließregeln wird sie aber unsymmetrisch und kann numerisch nicht direkt verarbeitet werden. In diesem Fall wird in *ANSYS* die Matrix unter Verwendung von F und Q berechnet und anschließend gemittelt. Durch dieses Vorgehen verschlechtert sich allerdings das Konvergenzverhalten.

Im Materialmodell sind größtenteils plane Grenzflächen durch Maximalspannungskriterien vorgegeben. In diesem Fall kann bei der Spannungsrelaxation im lokalen Iterationsschritt der Trialspannungspunkt in einem Zug auf die Oberfläche zurückgeführt werden, wodurch ein sehr schnelles Konvergenzverhalten erreicht wird. Bei den Flächen F_4 und F_6 sind auf Grund der Krümmung dagegen weitere lokale Iterationen notwendig.

5.4 Fazit

Es wurde ein räumliches Materialmodell für den Werkstoff Nadelholz vorgestellt. Das Modell basiert auf der Feststellung, dass sich für Holz charakteristische Versagensprozesse unterscheiden lassen und diese weitestgehend unabhängig voneinander ablaufen.

Diese Deteriorationsphänomene lassen sich größtenteils durch ein einfaches Maximalspannungskriterium erfassen. Im Abschnitt 4.4.5 wurde bereits aufgezeigt, dass diese Betrachtungsweise vortrefflich die Ergebnisse uniaxialer Druckversuche abzubilden vermag. Allerdings konnte durch verschiedene Wissenschaftler eine Korrelation von Querkzug, Längsschub und Rollschub in der LT- resp. LR- Ebene belegt werden. Diese ist, wie in Abschnitt 3.3.3 erläutert, auch mechanisch sinnvoll. Eine weitere Ausnahme bildet die durch *Keenan* [62] belegte Zunahme der Längsschubfestigkeit in der LR-Ebene bei gleichzeitig wirkender Querdruckspannung $\sigma_{T,c}$. Diese drei Spannungsinteraktionen werden in dem Materialmodell berücksichtigt. Das konstitutive mehrflächige Fließkriterium wurde aus 7 Bedingungen gebildet, wobei das Kriterium F_4 stetig in F_3 übergeht. Dabei handelt es sich explizit um:

- Faserruptur: F_1
- Faserstauchung: F_2
- Rissbildung parallel zur LT-Ebene: F_3 und F_4
- radiale Kompression: F_5
- Rissbildung parallel zur LR-Ebene: F_6
- tangentielle Kompression: F_7

Weiterhin wurde ein Ansatz vorgestellt, mittels dessen im postkritischen Bereich die relativ spröden Festigkeitsdegradationen infolge von progressiver Rissbildung bei Querkzug, Längs- und Rollschub erfasst werden können. Für die phänomenologische Beschreibung der duktilen Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler resp. transversaler Kompression wurden abschnittsweise definierte Spannungs-Dehnungs-Beziehungen erarbeitet.

Für die Erfassung des bei longitudinaler Druckbeanspruchung zu beobachtenden Festigkeitsabfalls auf eine relativ hohe Restfestigkeit wurden zwei Varianten vorgestellt. In der Realität kommt es zu einer Lokalisierung der Schädigung durch Ausbildung einer Stauchschicht. Es wurde gezeigt, dass es für beide Ansätze möglich ist, weitestgehend von der Vernetzungsdichte unabhängige Nachbruchpfade zu gewährleisten.

Es wurde empirisch dargelegt, dass durch Unterstellung assoziierter Fließregeln das plastische Potential von Holz, welches weitestgehend durch die porige, zelluläre Mikrostruktur bedingt ist, hinlänglich charakterisiert wird. Um zu fundamentaleren Erkenntnissen zu gelangen, sind diesbezüglich noch experimentelle Untersuchungen zwingend notwendig.

Kapitel 6

Numerische Simulationen

6.1 Allgemeines

Durch die Simulation der eigenen Experimente und von Versuchen, die der Literatur entnommen wurden, soll in den folgenden Abschnitten das entwickelte Materialmodell für Nadelholz verifiziert werden. In den Abschnitten 5.1.1 und 5.1.3 wurde bereits nachgewiesen, dass die implementierten Entfestigungsvorschriften geeignet sind, die Auswirkungen progressiver Rissbildung auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten abzubilden. Die Zweckmäßigkeit der entwickelten Varianten für die Beschreibung der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung wird anhand der eigenen und der von *Poulsen* durchgeführten Druckversuche aufgezeigt.

Der Nachweis der praktischen Anwendbarkeit nichtlinearer FE-Modelle wird durch die Simulation der im Kapitel 2 vorgestellten Versuche mit Schubverbindungselementen geführt. Es wird gezeigt, dass numerische Berechnungsmodelle als leistungsfähige Werkzeuge sowohl zur Bewertung des Tragvermögens als auch zur Beurteilung von Riss- bzw. Schädigungsursachen eingesetzt werden können.

Zunächst sollen aber Anwendungsbeispiele vorgestellt werden, bei denen die Berechnung auf Grundlage des ebenfalls implementierten, erweiterten Tensorpolynoms und eines elastisch-idealplastischen Ansatzes erfolgte.

6.2 Anwendungsbeispiele auf Grundlage des erweiterten Tensorpolynoms

6.2.1 Auswirkung des Interaktionsterms R_{12} auf die plastische Querdehnung

Im Abschnitt 4.4.3 wurde herausgestellt, dass durch eine optimale Wahl des Interaktionsterms R_{12} eine bessere Anpassung der ellipsoiden Bruchfläche nach *Tsai* und *Wu* an Versuchswerte möglich ist. Bei Verwendung einer assoziierten Fließregel sind aber Randbedingungen einzuhalten, damit die resultierenden plastischen Querdehnungen in physikalisch sinnvollem Rahmen liegen. Ein Ansatz zur Abschätzung des Grenzwertes R_{12} konnte durch Gl. (4.60) gegeben werden. Anhand eines longitudinal beanspruchten Zugstabes sollten die Probleme, die sich aus einer Nichtbeachtung ergeben können, verdeutlicht werden. Im Abschnitt 4.4.3 wurde bereits auf das im Folgenden näher beschriebene Beispiel Bezug genommen.

Es wurde ein kurzer Zugstab durch ein ebenes Scheibenmodell abgebildet, bei dem nur für

die Elemente im mittleren Streifen ein ideal plastisches Materialverhalten zum Ansatz kam. Die X-Achse entsprach der Faserlängsrichtung. Der Stab wurde am rechten Rand weggesteuert bis zu einer Gesamtverschiebung von 1 mm gedehnt. FE-Modell und Festigkeiten sind in Abb. 6.1 zusammengestellt.

Zunächst wurde die Berechnung mit $R_{12} = 0$ durchgeführt, so dass die für den ebenen Hauptspannungszustand elliptische Fließgrenze (vgl. Abb. 4.8) achsparallel ausgerichtet war. Für eine Gegenüberstellung wurde die Berechnung unter denselben Randbedingungen, aber mit einem Wert von $R_{12} = -0,0012$ wiederholt. Die Ergebnisse sind in Form von Konturplots in Abb. 6.2 verglichen.

Es ist festzustellen, dass für $R_{12} = 0$ entgegen der physikalischen Vorstellung trotz longitudinaler Zugdehnung eine plastische Querdehnung berechnet wird; das Material quillt seitlich heraus. Es findet also eine nicht zu rechtfertigende Volumenzunahme statt. An den Übergängen zum Material mit linearem Verhalten werden die großen Querdehnungen behindert, so dass sich im nichtlinearen Bereich Querdruck und in den angrenzenden Elementen Querzug einstellt. Die Interaktion mit den erheblichen Querdruckspannungen von $-2,2\text{ N/mm}^2$ (ca. 37% der transversalen Druckfestigkeit!) führt dazu, dass entsprechend dem Fließkriterium eine geringfügig höhere Längszugfestigkeit von rund 61 N/mm^2 aufgenommen werden kann.

Die Ergebnisse in Abb. 6.3 erscheinen plausibler. Durch Vorgabe von $R_{12} = -0,0012$ schnürt sich der nichtlineare Abschnitt marginal ein. Die resultierenden Querspannungen sind vernachlässigbar klein und folglich wird die einachsige Zugfestigkeit von 60 N/mm^2 besser erfasst.

Eine Behinderungen der Querdehnung, wie sie in diesem Modell durch unterschiedliches Materialverhalten vorgegeben wurde, kann durchaus auch bei komplexeren Beanspruchungssituationen und Randbedingungen auftreten. Durch das unkontrollierte plastische Potential wird dann der Spannungszustand falsch eingeschätzt. Der aufgezeigte Zusammenhang gilt sinngemäß auch für den adversativen Fall der Druckbeanspruchung. Im Fall von $R_{12} = 0$ würden dann so hohe Querspannungen auftreten, die zu einem Längsspalt des Materials führen könnten. Das Berechnungsbeispiel zeigt, wie sensibel die Berechnungsergebnisse von der Wahl des Interaktionskoeffizienten beeinflusst werden. Die Ergebnisse lassen erahnen, dass bei einer Berücksichtigung individueller Festigkeitsdegradation in den Materialachsen die Auswirkungen auf die resultierenden plastischen Dehnungen nicht mit Bestimmtheit eingeschätzt werden können.

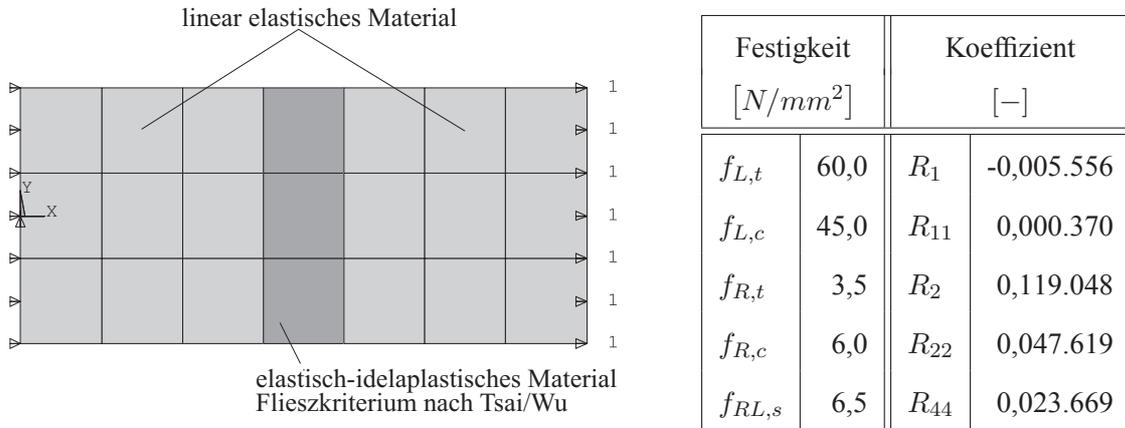


Abbildung 6.1: Für das Berechnungsbeispiel Zugstab verwendete Festigkeiten und äquivalente Festigkeitskoeffizienten

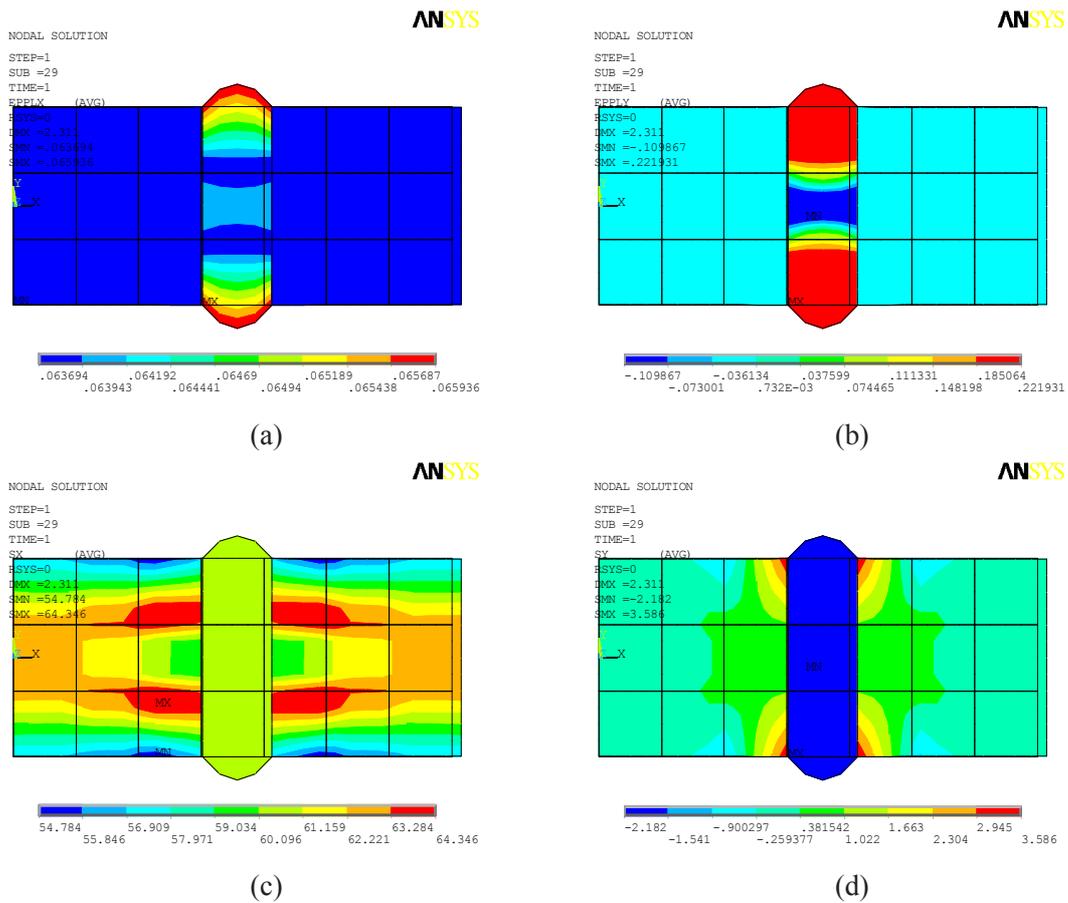


Abbildung 6.2: Berechnungsergebnisse für den Zugstab bei Ansatz von $R_{12} = 0$; das Material quillt seitlich heraus: plastische Dehnung (a) longitudinal $\epsilon_{pl,x}$ und (b) radial $\epsilon_{pl,y}$; Verteilung der Spannungen (c) σ_x und (d) σ_y

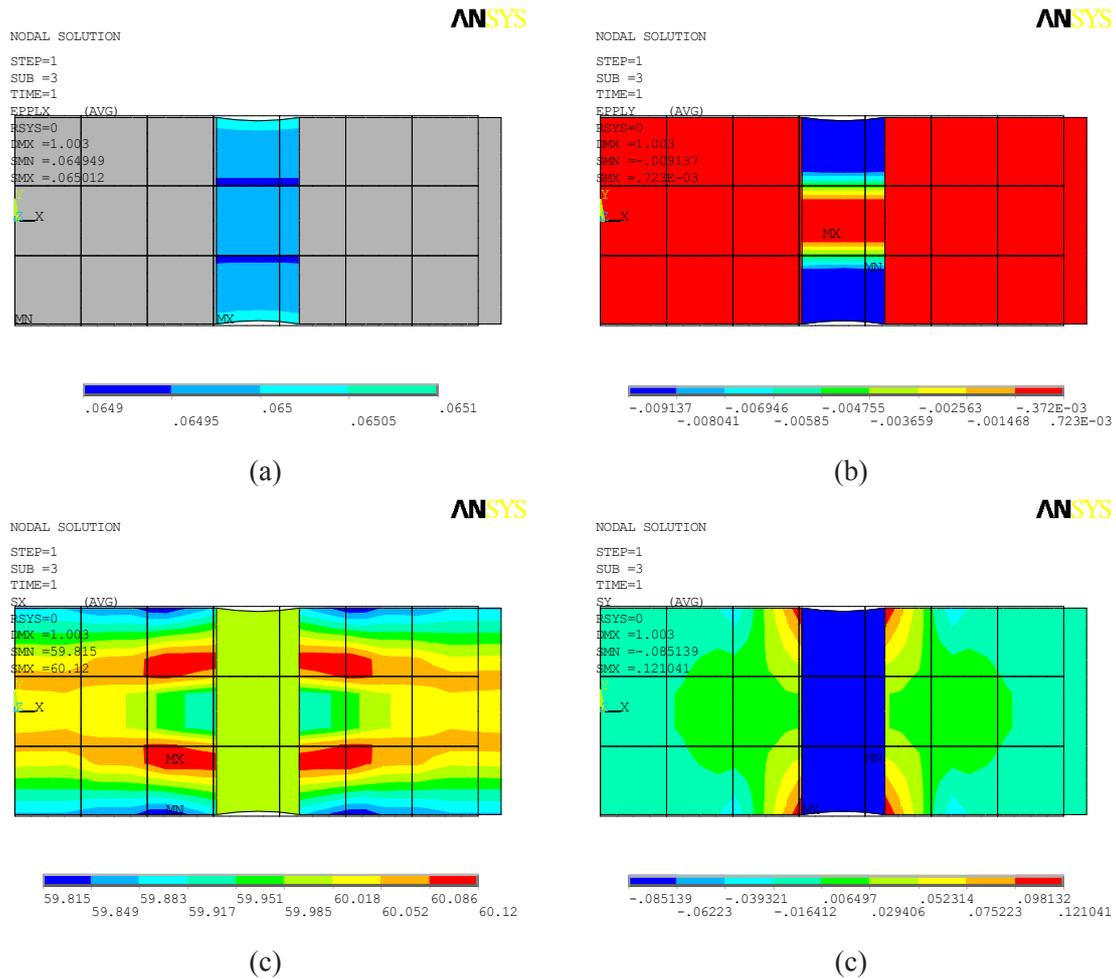


Abbildung 6.3: Berechnungsergebnisse für den Zugstab bei Ansatz von $R_{12} = -0,0012$; das Material zieht sich marginal zusammen: plastische Dehnung (a) longitudinal $\varepsilon_{pl,x}$ und (b) radial $\varepsilon_{pl,y}$; Verteilung der Spannungen (c) σ_x und (d) σ_y

6.2.2 Versuche von Hemmer [48] / Ehlbeck et al. [25]

Zur Ermittlung einer Bruchbedingung wählten *Hemmer / Ehlbeck et al.* einen röhrenförmigen Prüfkörper, der es erlaubte, einen nahezu ebenen Spannungszustand in der Wandung zu erzeugen. Die Proben konnten auf einfache Weise durch Längsdruck oder -zug beansprucht werden. Zur Generierung einer Ringdruckspannung in der Röhre wurde ein Außendruck im mittleren Bereich der Röhre aufgebracht; eine tangential Ringzugspannung konnte durch einen Röhreninnendruckes realisiert werden. Durch Aufbringen einer Torsionsbeanspruchung war es möglich, eine definierte Längsschubspannung in der Röhrenwandung vorzugeben.

Für die Simulation erfolgte eine Abbildung durch ein dreidimensionales Volumenmodell mit dem 20-knotigen Element *Solid95*. Über die Wandstärke der Röhre wurden drei Elemente verteilt. Der Übergangsbereich von den stärkeren Enden zum dünnwandigeren Mittelteil konnte durch eine quadratische Parabel angenähert werden. Einen Plot der vernetzten Röhre zeigt Abb. 6.7(a).

Um die implementierte Fließbedingung auf Grundlage des erweiterten Tensorpolynoms anwenden zu können, mussten die Elementkoordinatensysteme so angeordnet werden, dass die x-Achse in der Röhrenlängs- und die y-Achse in der tangentialen Richtung verläuft. Die Ausrichtung ist beispielhaft an den Elementen des Lasteinleitungsbereiches in Abb. 6.7(b) dargestellt. Es wurden Gl. (4.60) und die von *Hemmer* mittels Regressionsanalyse gewonnenen Koeffizienten nach Tab. 6.6 verwendet.

Im FE-Modell erfolgte das Aufbringen der Lasten in longitudinaler Richtung bei einachsiger Belastung weggesteuert. In Querrichtung wurde der Druck innen oder außen mittels einer Oberflächendruckbelastung aufgebracht, wobei dieser nach den Gleichungen [48, (29) und (30)] berechnet wurde. Bei Kombinationen von Quer- und Längsbelastungen wurden die Nachrechnungen teilweise durch Weg- als auch Spannungsvorgaben belastet.

Hemmer dokumentierte lediglich die Arbeitslinien für die einachsigen Belastungszustände, so dass nur diese für eine Verifikation herangezogen werden konnten. In Abb. 6.4 sind die berechneten Verläufe den experimentell ermittelten gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass durch die Simulationen das Kraft-Verformungs-Verhalten erstaunlich gut nachvollzogen werden konnte, obwohl nur eine elastisch-idealplastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu Grunde gelegt wurde. Einzig die Last-Verschiebungs-Kurve bei Ringdruckspannung weist eine größere Abweichung im Anstieg der Kurve auf; die berechnete, maximal aufnehmbare Außendruckspannung stimmt aber mit den Messwerten überein. Der stark gekrümmte Verlauf und der plötzliche Abfall der Last im Experiment könnte auf ein vorzeitiges Versagen der Röhre hinweisen. Das aus *Hemmers* Arbeit entnommene Bruchbild - Abb. 6.6(a) - bestätigt, dass bei verschiedenen Proben die Wandung der Röhren eingedrückt wurde und kein für Holz charakteristisches, duktiler Querdruckversagen auftrat.

Für die Identifikation des Bruchkriteriums wurden von *Hemmer / Ehlbeck* verschiedenen mehrachsigen Spannungszustände untersucht. Um diese mittels des FE-Modells simulieren zu können, wurde die Lastaufbringung identisch zu den Experimenten vorgenommen. In einem ersten Schritt erfolgte daher die Belastung durch Vorgabe von Druck oder Zugkräften. In einem zweiten Lastschritt wurde die zusätzliche Spannungskomponente durch Aufbringen einer Verschiebung, also weggesteuert generiert. Von den untersuchten Spannungs-kombinationen sind in Abb. 6.5 stellvertretend die Ergebnisse der Berechnung für das Zusammenspiel von Längsdruck und anschließend kontinuierlich gesteigerter Querdruck- resp. Querzugbeanspruchung dargestellt. Da in den Experimenten für diese Serien keine Last-Verschiebungs-Kurven aufgezeichnet wurden, konnten nur die erreichten Maximalspannungen verglichen werden. Die berechnete maximale Querdruck- und

Querzugspannung erreicht aber eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Mittelwerten.

Bei den durchgeführten Simulationen war von größerem Interesse, die durch das Bruchkriterium ausgewiesene Erhöhung der longitudinalen Druckbeanspruchung bei Interaktion mit einer tangentialen Ringdruckspannung zu analysieren. Die gewonnenen Erkenntnisse können bereits anhand des Längsdruckversuches erläutert werden. In den Bildern 6.7(c) bis (f) sind Berechnungsergebnisse bei einer vorgegebenen Längsverschiebung von $u_x = 2 \text{ mm}$ visualisiert. Es ist zu erkennen, dass neben der zu erwartenden, longitudinalen Kompression auch eine plastische Querdehnung resultiert, welche sich in einem tangentialen Querzugversagen äußert. Das Versagensbild ähnelt dem durch *Hemmer* dokumentierten Querzugversagen - vergl. Abb. 6.6(d) und (c). Die Röhre neigt also dazu, durch Längsdruck auszubeulen. Es ist daher nicht verwunderlich, dass *Hemmers* Fließfläche eine Interaktion zwischen Längsdruck und Querzug ausweist. Diese ist aber nicht auf einen materialspezifischen Zusammenhang zurückzuführen, sondern vielmehr auf ein Stabilitätsproblem des Prüfkörpers. Denn durch einen zusätzlichen Innendruck, der eine tangentiale Querzugbeanspruchung erzeugt, wird das Ausbeulen der Röhrenwandung weiter verstärkt. Dagegen wird die Wandung durch einen Außendruck gestützt und so einem Ausbeulen entgegengewirkt. Erst jetzt kann sich der für Holz typische Versagensmechanismus einstellen. In Abb. 6.6(b) sind, trotz der schlechten Qualität der Aufnahme, makroskopische Stauchlinien festzustellen. Die Probe ist in diesem Fall auch nicht durch Längsrisssbildung zersplissen.

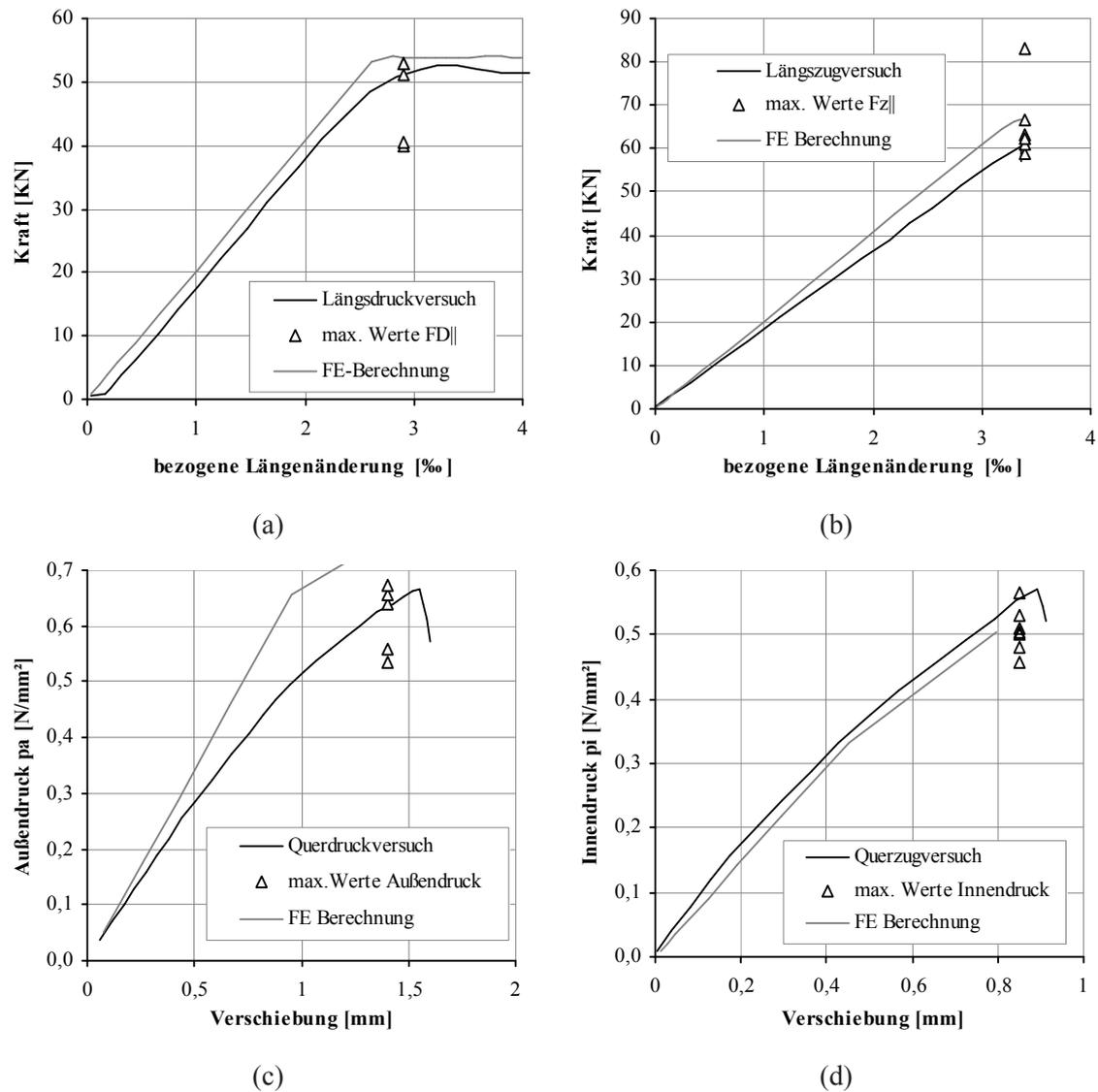
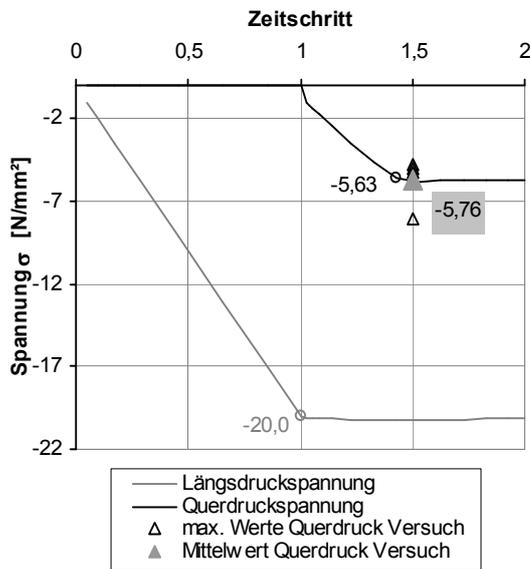
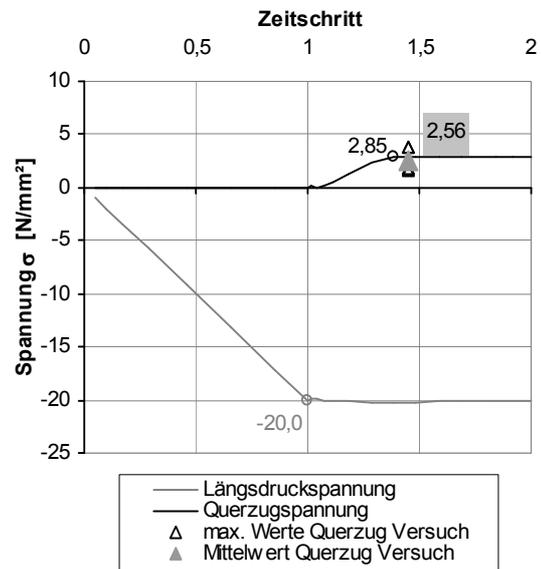


Abbildung 6.4: Vergleich der experimentell bestimmten [48] und berechneten Last-Verschiebungs-Kurven für die einachsigen Versuche (a) Längsdruckbelastung (b) Längszugbelastung (c) Ringdruckbelastung (d) Ringzugbelastung

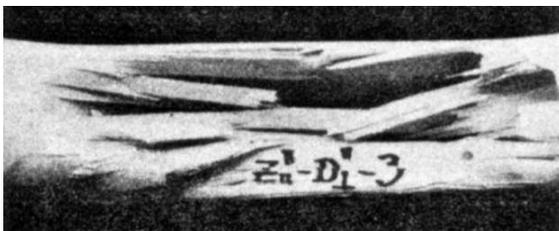


(a)

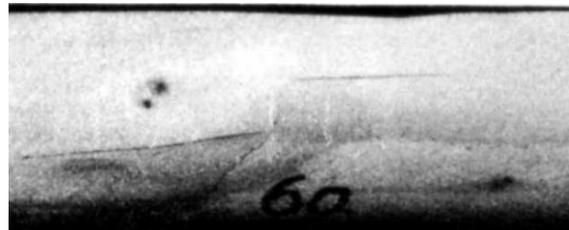


(b)

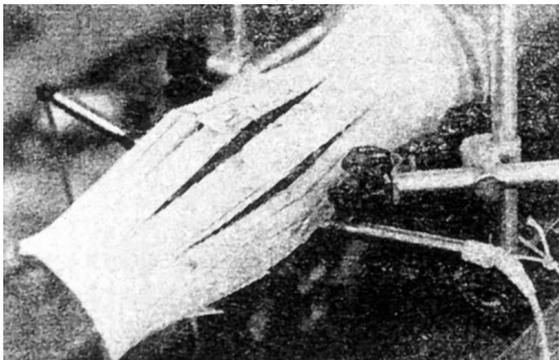
Abbildung 6.5: Berechnete Spannungsverläufe bei konstanter Längsdruckspannung und (a) gesteigerter Querdruckspannung (b) gesteigerter Querzugbelastung



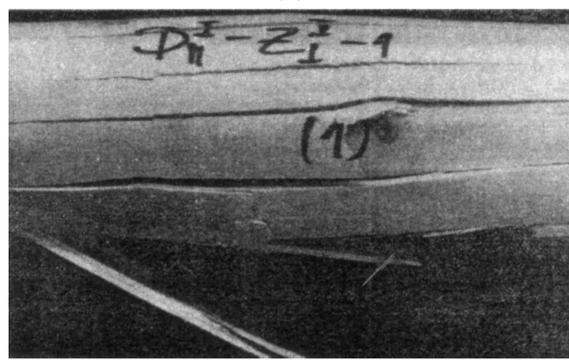
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 6.6: Bruchbilder von Versuchskörpern [48, Bild 52]: Bruchbild bei (a) hohem Außendruck und geringer Längszugbeanspruchung (b) geringem Außendruck und hoher Längsdruckspannung (c) hoher Querzugbeanspruchung (Innendruck) (d) Längsdruck- und geringer Querzugbelastung

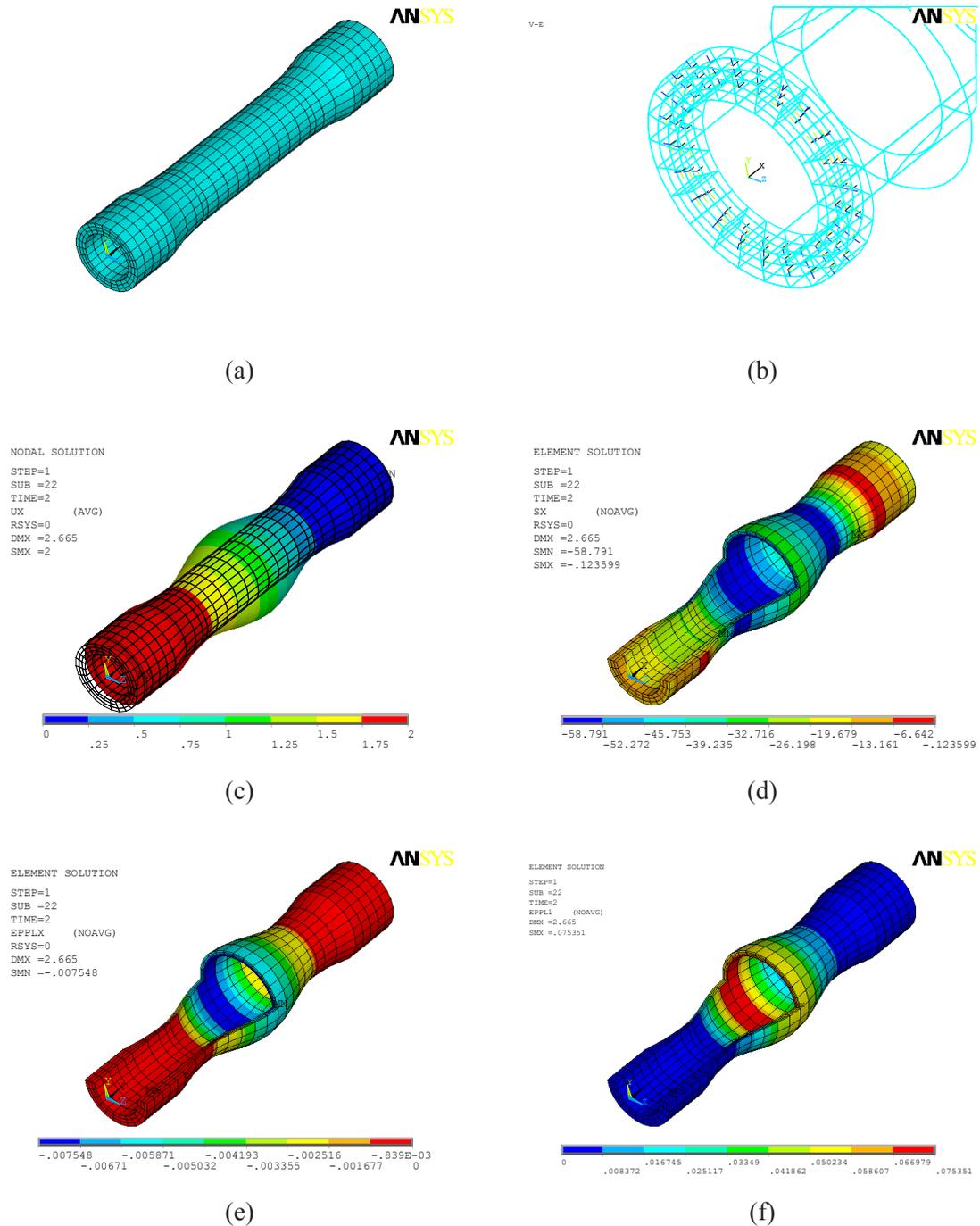


Abbildung 6.7: Ergebnisse der Simulation der Versuche von *Hemmer / Ehlbeck et al.* bei einer Verschiebung von $u_x = 2 \text{ mm}$: (a) FE-Modell (b) Orientierung der Elementkoordinatensysteme - nur die Elemente im Lasteinleitungsbereich dargestellt (c) aufgezwungene Längenänderung (d) Längsspannung (e) plastische Dehnungen in x-Richtung (f) plastische Dehnungen in tangentialer Richtung

6.2.3 Simulation des Projektes B von Keenan [62]

Keenan hat in seiner Arbeit drei verschiedene Versuchsreihen durchgeführt, um den Einfluss der transversalen Beanspruchung auf die Längsschubfestigkeit von *Douglas-Fir* zu untersuchen, Projekt A: ASTM shear block, Projekt B: uniaxialer Druckversuch, Projekt C: Torsionsröhre [60] [62] [59]. An dieser Stelle werden ausschließlich die Ergebnisse des Projektes B herangezogen.

In seiner Versuchsreihe unterschied *Keenan*, ob ein Abgleiten auf der LT- (kurz: T, Übergang von longitudinaler zu radialer Druckbeanspruchung) oder der LR-Ebene (kurz: R, Übergang von longitudinaler zu tangentialer Druckbeanspruchung) erfolgte. Um die Versuchsergebnisse mit denen von *Hemmer* (Material: *Tanne*) vergleichen zu können, werden hier nur die Daten mit einer LR-Versagensfläche betrachtet.

Komparabel zu *Keenan's* Testaufbau sind auch die Experimente von *Baumann* [5] (Proben aus *Gotthard-Tanne*), der ebenfalls den Winkel zwischen der Kraft und der Faser, aber auch zwischen der Belastung und den Jahrringen variierte. Die Versuchsergebnisse für die LT-Gleitfläche (Übergang von longitudinaler zu radialer Druckbeanspruchung) wurden bereits in Abb. 4.10 verwendet. Zusammenfassungen zu weiteren Versuchen diesen Typs geben u.a. *Gehri / Steurer* [34], *Goodman / Bodig* [39] und *Kollmann* [64], wobei auch diverse Ansätze zur Ermittlung der rechnerischen Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser diskutiert werden.

Bei einem Vergleich der Versuchs- und Simulationsergebnisse, dargestellt in Abb. 6.8, ist zunächst festzustellen, dass die Experimente von *Baumann* und *Keenan* vergleichbare Resultate liefern. Die von *Hemmer* ermittelten loxogonalen Druckfestigkeiten liegen dagegen deutlich unterhalb der Werte der beiden anderen Wissenschaftler. Werden aus diesen Daten durch Transformation auf die natürlichen Achsen des Holzes die bei Versagen vorliegende axiale resp. transversale Normal- und die Schubspannung berechnet, können mit Hilfe der gewonnenen Spannungspunkte die Interaktionen zwischen den Spannungskomponenten dargestellt werden. In den so erstellten Diagrammen der Abb. 6.9 zeigt sich, dass die Druckfestigkeiten nach *Hemmer's* Tensorpolynom zu gering eingeschätzt werden. Hiermit wird nochmals sehr deutlich bestätigt, was im vorigen Kapitel bereits angesprochen wurde. Die Torsionsröhre versagt auf Grund eines Stabilitätsproblems infolge des Ausbeulens der Wandung frühzeitig und liefert daher eine geringere Längs- als auch Tangentialdruckfestigkeit.

Die Simulationen auf Basis des erweiterten Tensorpolynoms liefern sehr gute Ergebnisse im Bereich des Kraft-Faser-Winkels von 10° bis ca. 30° . In Anlehnung an Abb. 4.10 kann der Schluss gezogen werden, dass die Proben in diesem Bereich auf Schub versagen. Abb. 6.9(a) beweist eine gute Übereinstimmung der rechnerischen Schubfestigkeit mit den Versuchswerten.

Zwischen 30° und 90° wird das transversale Druckversagen maßgebend. Da die Tangentialdruckfestigkeit durch *Hemmer's* Ansatz etwas zu gering abgeschätzt wird, liegt die Traglastkurve unter den Versuchsdaten.

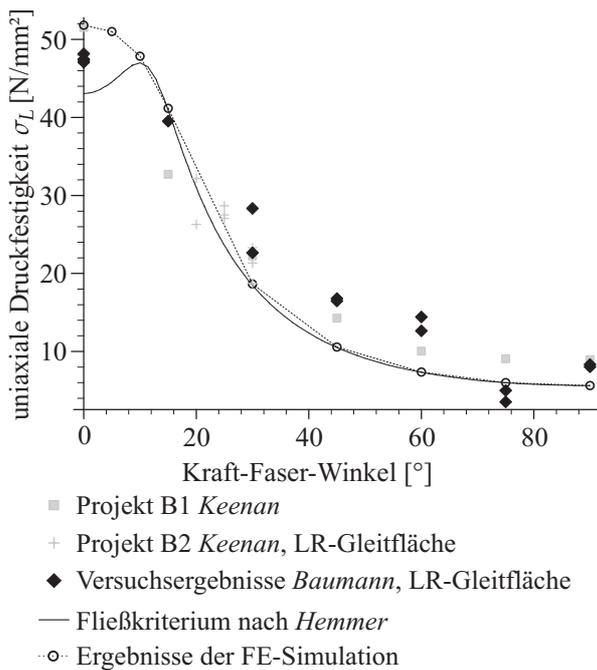
Im FE-Modell wurde eine Querdehnungsbehinderung durch Reibung zwischen den Lasteinleitungsplatten und dem Probekörper unterstellt, so dass auch bei geringer Faserneigung eine transversale Druckspannung resultiert. Auf Grund der von *Hemmer* unterstellten Interaktion folgt aus seiner Fließbedingung daher eine erhöhte Längsdruckfestigkeit. Bei kleinen Winkeln von 0° bis 10° liegen die berechneten uniaxialen Festigkeiten daher oberhalb der von ihm durch die Transformation der Festigkeitstensoren ([48, Kap. 8.3]) aufgestellten Beziehung.

Bei Betrachtung der Abb. 6.9 mag es so erscheinen, als ob das der Berechnung zu Grunde liegende Fließkriterium nach *Hemmer* numerisch nicht korrekt erfasst wurde. Anhand der bei der

Spannungsrelaxation mittels des Materialmodells berechneten zulässigen Spannungszustände an den Integrationspunkten des Elementes 1, Element am linken Rand oberhalb des Widerlagers, soll diesem Eindruck entgegengewirkt werden. In Abb. 6.10 sind diese Spannungszustände zum Vergleich gemeinsam mit der Fließfläche von *Hemmer* eingetragen; alle Punkte liegen auf der Oberfläche. Das Materialmodell bildet also das Fließkriterium korrekt ab.

Bei diesem recht simplen Versuchsaufbau ist ein weiterer Punkt sehr interessant. In Abb. 6.11 sind einige Berechnungsergebnisse bei einem Kraft-Faser-Winkel von 45° dargestellt. Bei diesem Winkel sind die auf die natürlichen Achsen transformierten Normalspannungen gleich groß. Die Fasern verlaufen von rechts unten nach links oben (mit Blick auf die stehenden Jahrringe), der E-Modul ist in dieser Richtung also wesentlich größer als in der transversalen. Der ursprünglich quadratische Probekörper wird infolge der Beanspruchung daher über die nach rechts fallende Diagonale deutlich stärker gestaucht als über die nach links fallende. Die Probe muss folglich senkrecht kürzer, dabei aber nach rechts verzerrt werden - siehe Abb. 6.11(b).

Bei diesem Kraft-Faser-Winkel wird das Querdruckversagen maßgebend, die vormalig quadratischen Elemente sind im geschädigten Bereich zu einer Raute deformiert. Dementsprechend und infolge der gleichzeitigen Wirkung des Schubes ist die Druckspannung senkrecht zur Faser auf einen Wert etwas unterhalb der Druckfestigkeit von $f_{T,c} = 5,63 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ begrenzt.



Projekt	Neigungs-Winkel	Versagens-art
B_1	0°	σ_{\parallel}
	15°	$\tau + \sigma_{\parallel}$
	30°	$\tau + \sigma_{\perp}$
	45°	σ_{\perp}
	60°	σ_{\perp}
	75°	σ_{\perp}
	90°	σ_{\perp}
B_2	20°	τ
	25°	τ
	30°	$\tau + \sigma_{\perp}$

Abbildung 6.8: Vergleich der berechneten loxogonalen Druckfestigkeit mit den Versuchsergebnissen von *Baumann* und *Keenan* - Versagensarten in Abhängigkeit des Kraft-Faser-Winkels in *Keenan*'s Versuchen

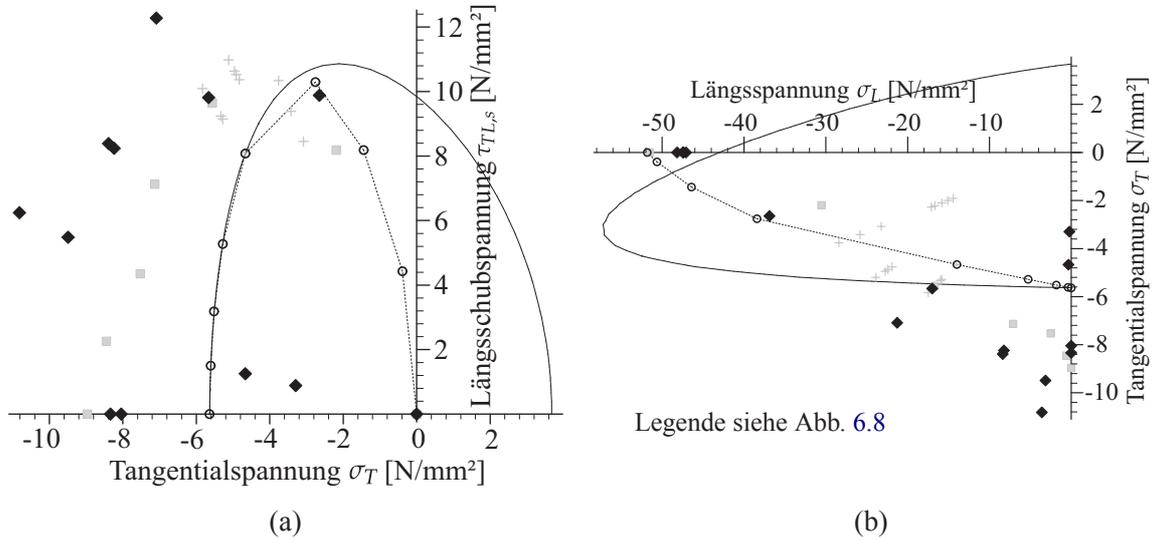


Abbildung 6.9: Aus den Versuchsdaten resp. der Simulation transformierte Beziehungen zwischen: (a) Querdruckbeanspruchung und Längsschub (b) Längsdruck- und Querdruckbelastung

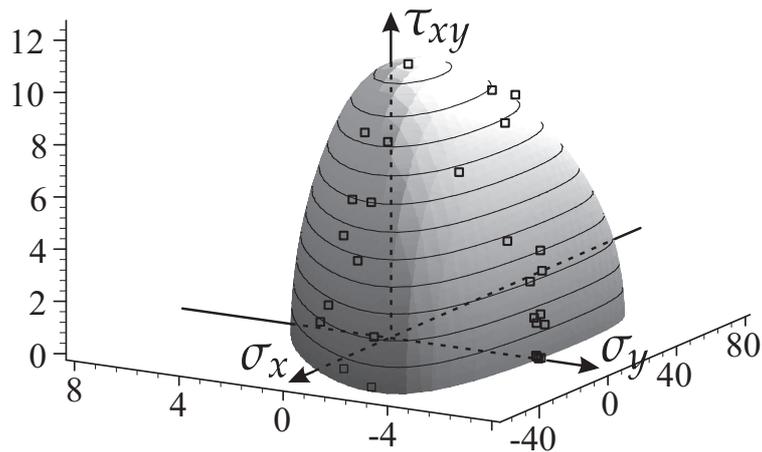


Abbildung 6.10: Vergleich der bei der Spannungsrelaxation an den Integrationspunkten von Element 1 berechneten Spannungszustände (für $u = 1\text{mm}$ und verschiedene Kraft-Faser-Winkel) mit dem Fließkriterium nach Hemmer - alle Punkte liegen auf der Oberfläche

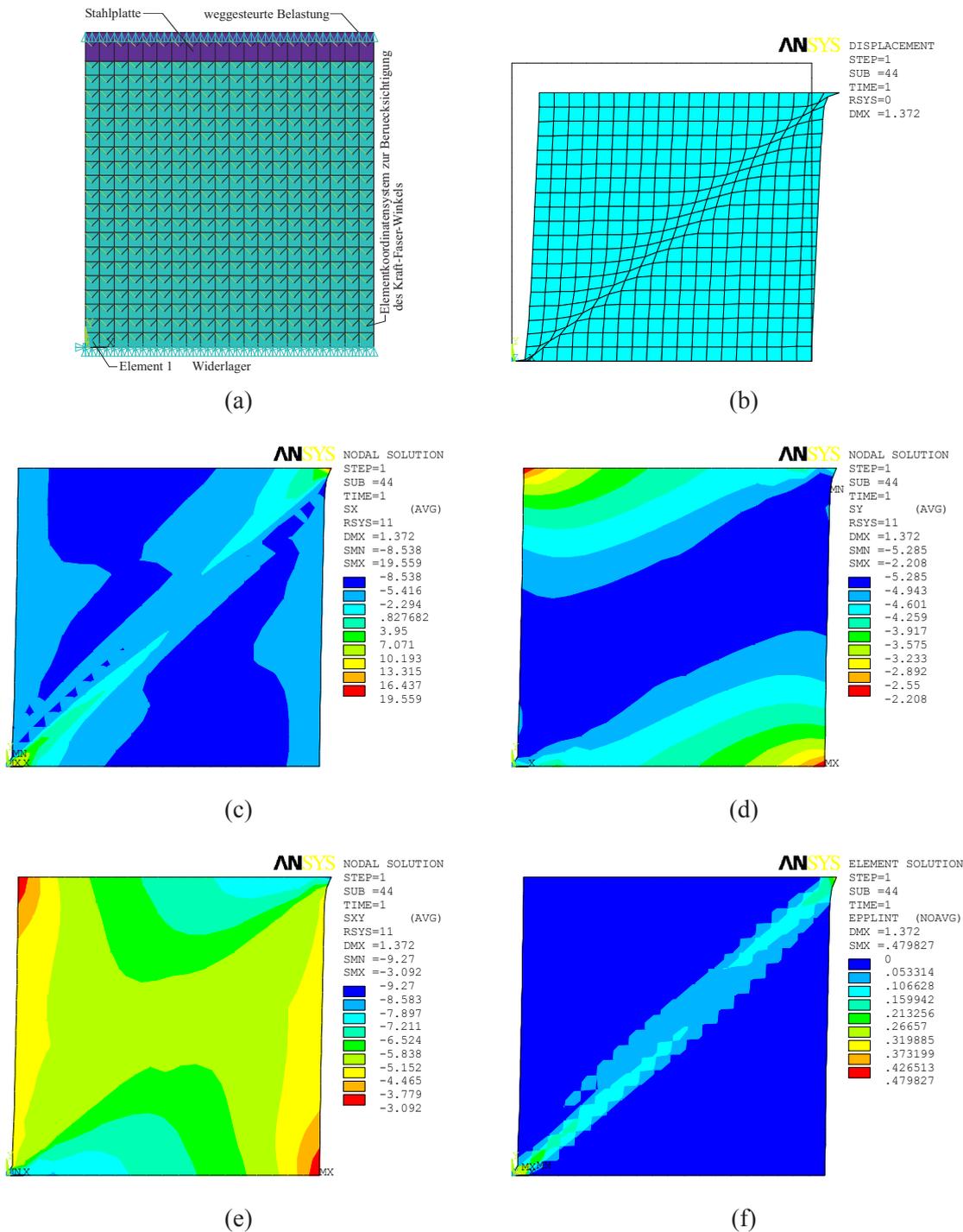


Abbildung 6.11: Simulationsergebnisse des Projektes B von Keenan (LR-Gleitfläche) bei einer Verschiebung von $u_y = 1 \text{ mm}$: (a) FE-Modell (b) deformierte Struktur, überhöht dargestellt (c) Normalspannung in Faserlängsrichtung, $R_{sys} = 11$ (d) Querdruckspannung (e) Schubspannung (f) Intensität der plastischen Dehnungen als Maß für Schädigung - bei dieser Faserneigung vorwiegend Kompression senkrecht zur Faser

6.3 Simulationen von Versuchen mit Holzproben

6.3.1 Druckversuche von *Poulsen*

Durch die Nachrechnung der von *Poulsen* [88] durchgeführten Druckversuche sollen die beiden Derivate der implementierten Verfestigungsvorschrift bei longitudinaler Kompression, welche im Abschnitt 5.1.5 erläutert wurden, miteinander verglichen und die Auswirkungen unterschiedlicher Vernetzungsdichten bei Ansatz der *Variante 2* demonstriert werden. Zum Vergleich wurden die Ergebnisse der Probe 950216-4 herangezogen, da sich deren Spannungs-Verschiebungs-Beziehung durch einen eindeutig horizontalen Verlauf im plastischen Bereich auszeichnet. Die Abmessungen des Versuchskörpers und der verwendeten FE-Modelle sind in Abb. 6.12 dargestellt. Die Generierung des Geometriemodells erfolgte unter Ausnutzung der Symmetrie an einem in Krafrichtung halbierten Teilstück des Probekörpers.

Bei der Nachrechnung erfolgte die Abbildung des Tragverhaltens idealisiert, indem der plastische Anteil der Verformungen in Längsrichtung nur einem Element in Höhe des Knickbandes zugewiesen wurde. Dieses Vorgehen erlaubt, die Vernetzungsdichte in mehreren Rechnungen zu variieren um damit den Einfluss der von der äquivalenten Höhe der Stauchschicht unabhängigen resp. abhängigen Formulierung der Verfestigungsvorschrift zu demonstrieren. Da sich die Schädigung unter einem Winkel von 23° ausbildete, wurde die Höhe des nichtlinearen Bereiches in der ersten Vergleichsrechnung zu $h = 7,81 \text{ mm}$ festgelegt. In einer vergleichbaren Weise ging auch *Poulsen* bei seinen Simulationsrechnungen vor, er berücksichtigte das lokale Auftreten der Stauchschicht allerdings durch Interface-Elemente.

Wie gut mit diesem FE-Modell die gemessene Arbeitslinie nachvollzogen werden kann, ist letztlich von der Wahl der Materialparameter abhängig, mit denen die implementierte Verfestigungsvorschrift beschrieben wird. In diesem eindeutigen Fall ist es nun möglich, die Festigkeitsentwicklung aus den Messwerten direkt zu berechnen. Unter Verwendung des im Tabellenkalkulationsprogramm *Excel* enthaltenen Solvers wurden die erforderlichen Eingangparameter nun so optimiert, dass die Summe der Fehlerquadrate aus der Differenz von gemessener zu berechneter Auflast minimal wurde.

Unter Ansatz des zu bestimmenden E-Moduls kann aus der gemessenen Verkürzung des Stabes im Messbereich die elastische und plastische Verformung der finiten Elemente mit nichtlinearen Materialeigenschaften ermittelt werden. Bei Anwendung der im Abschnitt 5.1.5 erläuterten Verfestigungsvorschriften und Einbeziehung der noch unbekannt Materialparameter ist es möglich, aus dem Schädigungsparameter κ_1 die zur gemessenen Gesamtverformung des Elements zugehörige, zulässige Druckspannung zu berechnen. Diese sollte dann bestmöglichst mit der gemessenen und auf die Grundfläche bezogenen Prüflast übereinstimmen. Die Extremalaufgabe lautete demnach:

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{F_i}{A} - \sigma_{i,berechnet} \right)^2 \rightarrow \min \quad (6.1)$$

- F_i — Prüflast des Messpunktes i auf
der gemessenen Kraft-Verformungs-Kurve
- $\sigma_{i,berechnet}$ — aus der gemessenen Verformung u_i und der
Elementhöhe $h = 7,81 \text{ mm}$ berechnete,
zulässige Längsdruckspannung

Die für den Probekörper 950216-4 ermittelten Materialparameter, mit denen die Berechnung durchgeführt wurde, sind in Tabelle 6.1 angegeben. Die Abschnitte Va und Vb zur Beschreibung der Verfestigung bei sehr hohen Komprimierungsraten sind bei diesem Beispiel nicht von Belang.

Aus Abb. 6.13(a) ist nun ersichtlich, dass mit der in Variante 1 verwendeten Entfestigungsvorschrift einer Parabel im 3. Abschnitt und anschließender Geraden ein nahezu identischer Verlauf der Spannungs-Verformungs-Beziehung simuliert wurde. Durch den Ansatz der 2. Variante, Berücksichtigung der lokalen Ausbildung des Stauchbandes durch eine Formulierung in Abhängigkeit der Schädigungsenergie, konnte der Kurvenverlauf im Entfestigungsbereich nicht ganz exakt, dennoch mit einem sehr hohen Maß an Übereinstimmung reproduziert werden.

Unter Anwendung der Variante 2 wurde die Berechnung nun mit verschiedenen Vernetzungsdichten, $h = 5; 10; 20 \text{ mm}$, wiederholt. Die Ergebnisse der Kalkulationen - dargestellt in Abb. 6.13(b) - zeigen, dass zum Zeitpunkt des Erreichens der Druckfestigkeit die Verformungen des Druckstabes wie gewünscht äquivalent zur Elementhöhe ansteigen. Diese Gradation repräsentiert das über den gesamten durch Längsdruckspannung beanspruchten Bereich verteilte Auftreten von mikroskopischen Scherflächen in den Sekundärwänden der Fasern und Micro-Stauchlinien, welche bereits vor der Ausbildung des Knickbandes zu einer überproportionalen Zunahme der Dehnungen führen.

Im Gegensatz dazu stellt die Ausbildung des Knickbandes im postkritischen Bereich eine lokalisierte Schädigung dar. Durch die Berücksichtigung der äquivalenten Elementhöhe h wird erreicht, dass die Entfestigungsgeschwindigkeit unabhängig von der Vernetzungsdichte ist. Daher sind die Kurvenverläufe im Abschnitt der Degradation kongruent, d.h. die Arbeitslinien sind parallel zur Abszissenachse verschoben. Auf Grund des exponentiellen Verlaufes nähern sich die Ordinaten sehr schnell an die Restfestigkeit an.

Eliminiert man allerdings die in Gl. (5.61) gegebene Abhängigkeit der Festigkeitsdegradation von h , nehmen auch im postkritischen Bereich die Verformungen proportional zur Elementhöhe zu (vgl. Abb. 6.13(c)). Demzufolge wird die Fläche unter der Arbeitslinie, welche der dissipierten Energie entspricht, größer. Die lokalen Schädigungen innerhalb des Knickbandes und daher auch die ausschließlich in dieser Zone auftretenden plastischen Verformungen würden dann numerisch nicht korrekt erfasst.

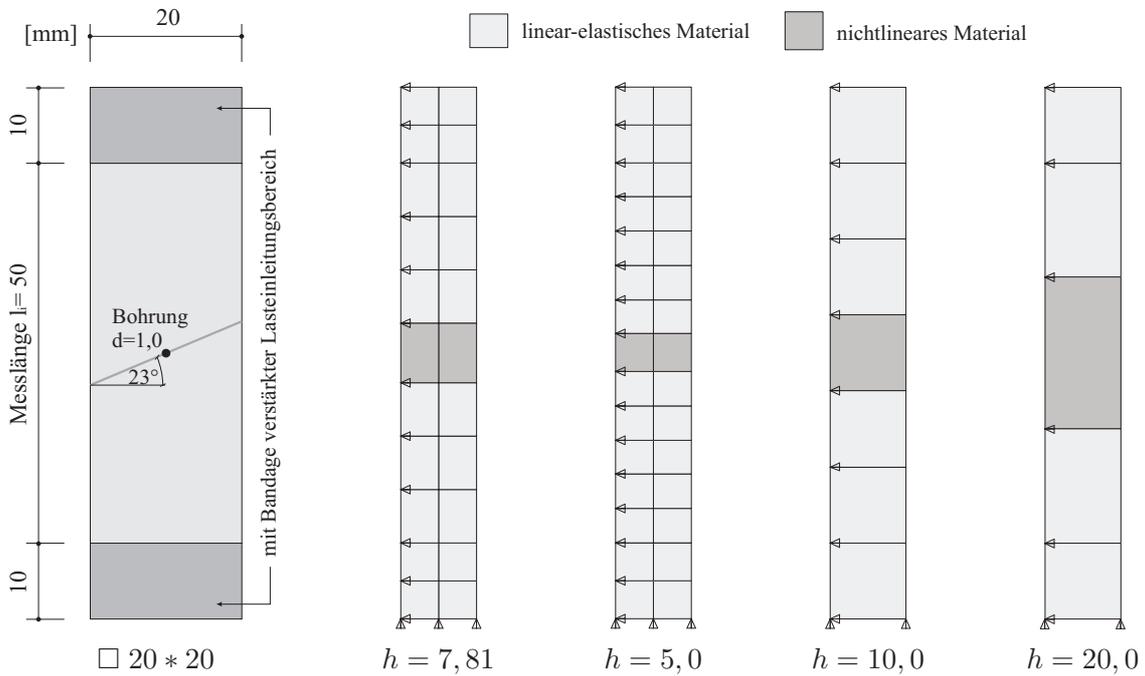


Abbildung 6.12: Abmessungen des Versuchskörpers von *Poulsen* und zur Nachrechnung verwendete FE-Modelle (h – Höhe des Elementes mit nichtlinearem Materialverhalten)

Parameter	Variante 1	Variante 2
$E_{L,c}$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	11054,474	11054,474
Ω_1	$\frac{34,324}{40,915} = 0,839$	$\frac{34,324}{40,915} = 0,839$
$f_{L,c}$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	40,915	40,915
$\varepsilon_{g,L,c,2}$	$6,676 \cdot 10^{-3}$	$6,676 \cdot 10^{-3}$
$f_{L,c,3}$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	32,629	32,560
$\varepsilon_{g,L,c,3}$	$3,960 \cdot 10^{-2}$	
$G_{L,c,3}^F$ $\left[\frac{Nmm}{mm^2}\right]$		0,817
$E_{L,c,4}$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	1,087	

Tabelle 6.1: Aus der Optimierungsaufgabe gewonnene und bei der Simulation des Druckversuches von *Poulsen* verwendete Materialparameter zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung

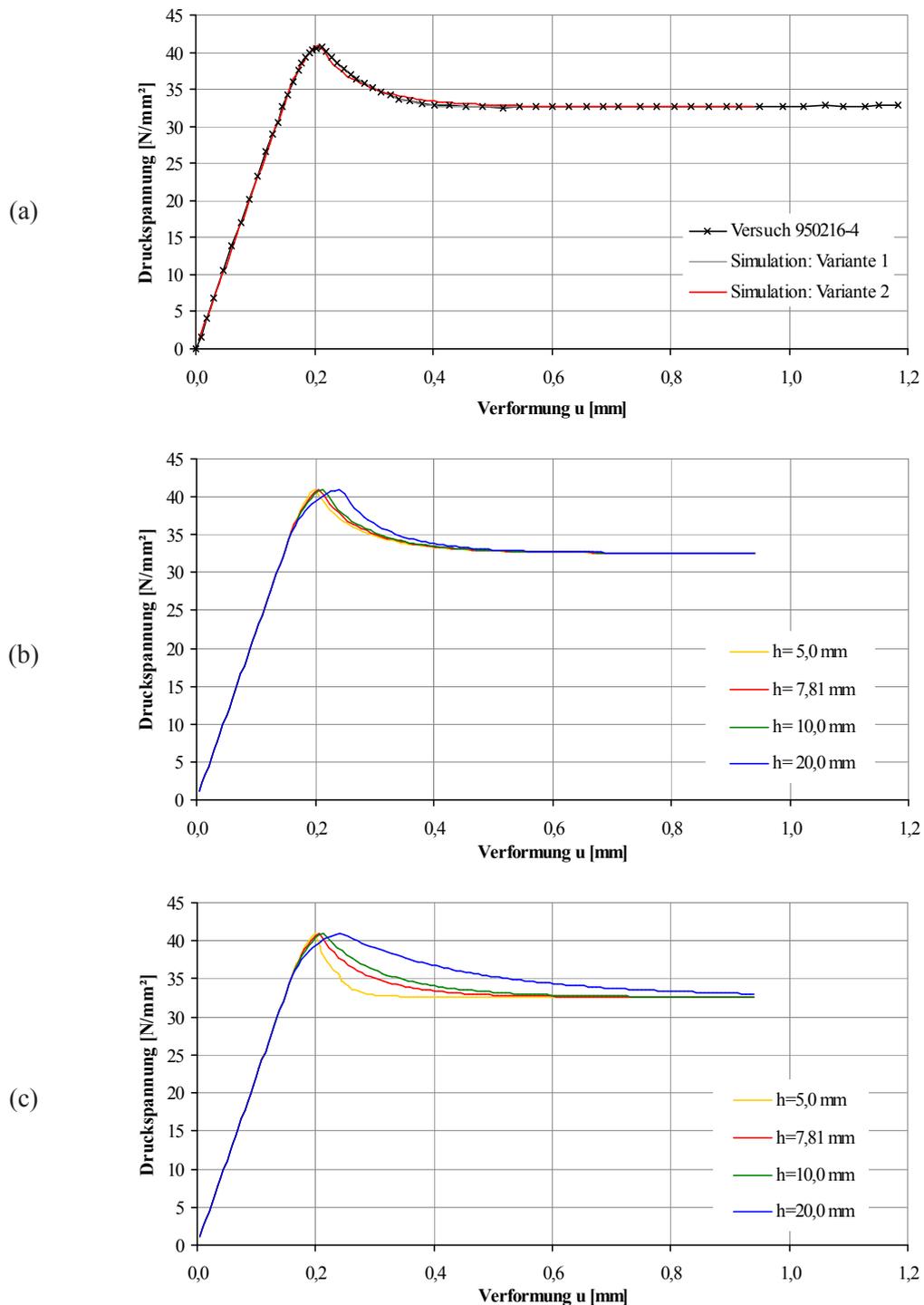


Abbildung 6.13: Verifikation der Variante 2 der Verfestigungsvorschrift Gl. (5.61) bei longitudinaler Druckbeanspruchung anhand der Versuchsergebnisse von *Poulsen*:

- (a) berechnete Arbeitslinien bei Ansatz der aus der Optimierungsaufgaben gewonnenen Materialparameter für Variante 1 und 2 im Vergleich zur Messkurve
- (b) Variante 2 mit Berücksichtigung der Elementhöhe h
- (c) ohne Berücksichtigung der Elementhöhe h , die Verformungen nehmen auch im postkritischen Bereich proportional zur Elementhöhe zu

6.3.2 Druckversuche mit vollflächiger Beanspruchung

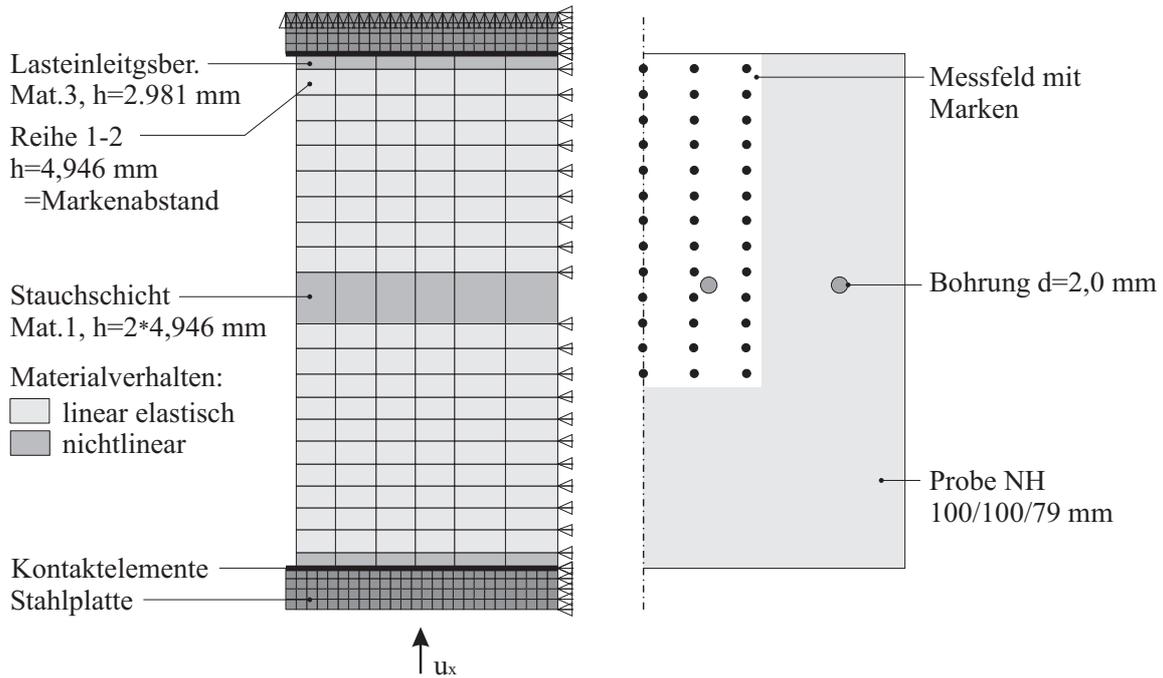
In den eigenen Druckversuchen mit vollflächiger Beanspruchung war der Verlauf der Arbeitslinien nach Ausbildung der Stauchsicht durch einen leicht degressiven Verlauf gekennzeichnet. Mit der im vorigen Abschnitt näher untersuchten 2. Variante der implementierten, longitudinalen Festigkeitsentwicklung kann allerdings nur eine Annäherung an eine Restfestigkeit erreicht werden, jedoch keine weitere lineare Degradation. Für derartige Fälle ist mit der ersten Variante, lokale Entfestigung nach Gl. (5.52) und (5.57), eine bessere Anpassung an die Messwerte möglich.

Für die Verifikation des Funktionsverlaufes wurden die Ergebnisse der Probe $d_LT_v_2$ herangezogen (vgl. Abb. A.52). Sie können als charakteristisch für die gesamte Serie angesehen werden, da die nichtlinearen Verformungen nachweislich nur im Bereich des Stauchbandes und im Lasteinleitungsbereich auftraten und lediglich ein gemäßigttes Splitting zu verzeichnen war. Eine Auswertung der Verformungen im Stauchband war bei dieser Probe allerdings nur bis ca. 3 mm möglich. Der Versuchskörper wurde wiederum unter Ausnutzung der Symmetrie modelliert, wobei die Lage der relevanten Messpunkte berücksichtigt wurde. Das verwendete FE-Modell ist im Vergleich zu einer Skizze der dazu symmetrischen Hälfte des Probekörpers in Abb. 6.14 dargestellt.

Da außerhalb des Lasteinleitungsbereiches und der Stauchsicht keine Schädigungen auftraten, können diese Abschnitte mit linear-elastischem Verhalten modelliert werden. Dadurch vereinfacht sich die Eingrenzung der rechnerischen plastischen Aktivitäten auf die relevanten Zonen. Auch in diesem Fall wurden die Eingangsparameter für die Beschreibung der Festigkeitsentwicklung, enthalten in Abb. 6.14, aus der Lösung einer Optimierung unter Bezug auf die Gesamtquerschnittsfläche gewonnen. Als Grundlage dienten die aus der photogrammetrischen Vermessung ermittelten Verschiebungswerte. Im realen Versuch wurde das Knickband durch die Bohrungen lokalisiert, woraus Spannungsspitzen an den Fehlstellen und eine höhere mittlere Längsdruckspannung in diesem Schnitt resultierte. Um diesen Effekt in der Simulation zu berücksichtigen, wurde für die Berechnung dagegen die Längsdruckfestigkeit für den Lasteinleitungsbereich geringfügig (um 1 %) angehoben.

Eine weitere Möglichkeit, im FE-Modell die beobachteten Eindrückungen der Stahlplatten in die Holzprobe zu berücksichtigen, wäre der Ansatz eines reduzierten E-Moduls im Lasteinleitungsbereich. Die Optimierung lieferte für $h_{LE} = 2,981 \text{ mm}$ einen Wert von $E_{L,c} \approx 1800 \text{ N/mm}^2$. Da aber für die noch folgenden Simulationen des Tragverhaltens von Schubverbindungselementen die Öffnung der Fugen zwischen den Teilquerschnitten und vor allem im Bereich der Verbindungsmittel diskret abgebildet werden soll, kommen an diesen Stellen Kontaktelemente (Fläche-zu-Fläche) zum Einsatz. An dem hier erläuterten Beispiel soll nun aufgezeigt werden, dass es möglich ist, die nachgewiesenen erhöhten Eindrückungen vorteilhaft durch solche Kontaktelemente abzubilden. Wie andere Elemente auch, besitzen diese eine Normalsteifigkeit, welche die Relation zwischen der senkrecht zur Fuge zu übertragenden Druckkraft und der Relativverschiebung, hier das Eintauchen des Kontaktelementes in die Zielfläche, bestimmt. Die Normalsteifigkeit wird in ANSYS programmintern, in Abhängigkeit der Eigenschaften und Abmessungen der angrenzenden Kontinuumselemente festgelegt, kann aber vom Nutzer durch einen Skalierungsfaktor justiert werden. So ist es möglich, in mehreren Berechnungsschritten das Verhalten der Kontaktelemente so zu kalibrieren, dass im elastischen Bereich das berechnete Kraft-Verformungs-Verhalten mit dem gemessenen übereinstimmt. Im vorliegenden Fall ergab die Kalibrierung bei Anordnung symmetrischer Kontaktpaare in den Fugen einen Faktor von $FKN = 0,05$.

Die mit diesem Modell berechneten Verformungen im Lasteinleitungsbereich, zwischen den



	$E_{L,c}$	$f_{L,c}$	$f_{L,c,1}$	$\varepsilon_{L,c,2}$	$f_{L,c,3}$	$\varepsilon_{L,c,3}$	$E_{L,c,4}$
Mat.3	11.000	45,443	35,034	$9,912 \cdot 10^{-3}$	39,758	$9,396 \cdot 10^{-2}$	-11,937
Mat.1	''	45,897	''	$5,520 \cdot 10^{-2}$	''	''	''

Abbildung 6.14: FE-Modell für die Nachrechnung der Druckversuche an vollflächig beanspruchten, gedrunzenen Holzproben und Skizze der dazu symmetrischen Hälfte des Probekörpers; anhand der Messwerte optimierte Eingangsparameter für das Materialmodell

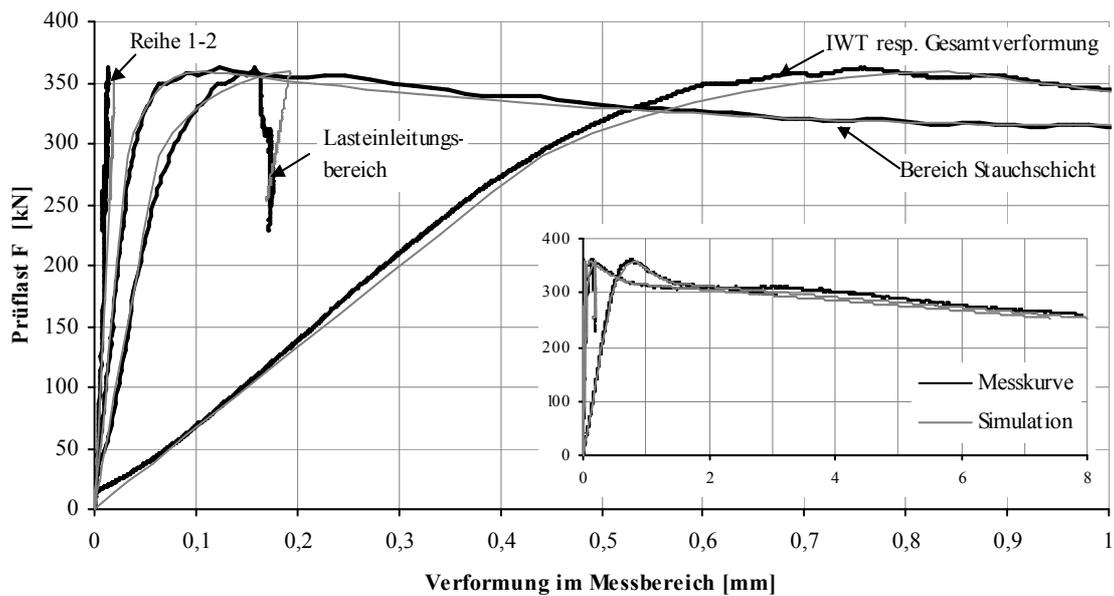


Abbildung 6.15: Vergleich der Versuchsergebnisse und der berechneten Verformungen

Knoten in Höhe der Messmarkenreihe 1 und 2, in der Stauchschicht sowie die Gesamtverschiebung der Lasteinleitungsplatte sind in Abb. 6.15 den gemessenen Werten (Photogrammetrie und IWT) gegenübergestellt. Durch die Parameteroptimierung (Material 1) konnte die Verformung des Stauchbandes sehr treffend nachvollzogen werden. Die Verformung im Lasteinleitungsbereich setzt sich aus der Eindrückung der Kontaktelemente und der nichtlinearen Verformung der darunter liegenden Scheibenelemente zusammen. Durch die Kombination dieser beiden Anteile wurde die versuchstechnisch ermittelte Last-Verschiebungs-Kurve ebenfalls sehr gut abgebildet. Die Kalibrierung der Materialparameter und des Steifigkeitsfaktors für die Kontaktelemente konnte nur für die obere Anschlussfuge vollzogen werden. Dennoch wurde auch die mittels IWT gemessene Gesamtverkürzung der Probe mit sehr guter Übereinstimmung simuliert. Damit ist nachgewiesen, dass im Versuch bei beiden Kontaktstellen vergleichbare Eindrückungen aufgetreten sind.

Um auch für die erste Variante der implementierten Arbeitslinie den Einfluss der Vernetzungsdichte aufzuzeigen, wurde die Berechnung mit variierender Höhe der Stauchschicht ($a_{Elem} = 1 * 4,946$ und $a_{Elem} = 3 * 4,946$) wiederholt. Dabei blieb die Elementhöhe bei der Parametervorgabe zunächst unberücksichtigt, im zweiten Schritt erfolgte aber eine Anpassung des Grenzwertes der Dehnung im Entfestigungsbereich $\varepsilon_{L,c,3}$ nach Gl. (5.56) resp. des Gradienten $E_{L,c,4}$ nach Gl. (5.58):

$$\begin{aligned} u_{pl,3} &= \left(9,396 * 10^{-2} - \frac{45,443}{11.000} \right) * 2 * 9,846 \text{ mm} \\ &= 0,8886 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{L,c,4} &= -11.937 \text{ N/mm}^2 * \frac{a_{Elem}}{9,892 \text{ mm}} \\ &= \begin{cases} -5,969 & \text{für } a_{Elem} = 1 * 4,946 \text{ mm} \\ -17,905 & \text{für } a_{Elem} = 3 * 4,946 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

Die Ergebnisse sind in Abb. 6.16 aufbereitet. Es ist ersichtlich, dass die Funktionsverläufe ohne eine Anpassung an die Vernetzung stark voneinander abweichen. Da die Dehnungen im Stauchband bei gleicher Auflast in den drei Vernetzungsvarianten gleich groß sind, steigt demzufolge mit zunehmender Höhe auch die Verformung. Durch die Skalierung auf eine konstante plastische Verformung $u_{pl,3}$ kann der Einfluss von a_{Elem} auf die lokale Entfestigung dagegen weitestgehend supprimiert werden. Im Gegensatz zu der im vorigen Abschnitt erläuterten Variante sind die Entfestigungskurven aber nicht parallel verschoben, sondern laufen auf das Maß der identischen plastischen Verformung zu. In der Abb. 6.16(a) ist ebenfalls ein Auseinanderdriften der Geraden in der Phase des „steady-state-kinking“ zu erkennen, da auch in diesem Abschnitt eine Abhängigkeit der Verformung von der Elementhöhe besteht. Durch die Modifikation des Gradienten kann dieser Einfluss jedoch eliminiert werden, so dass die Funktionsverläufe in Abb. 6.16(b) bei größeren Verformungen nahezu identisch sind.

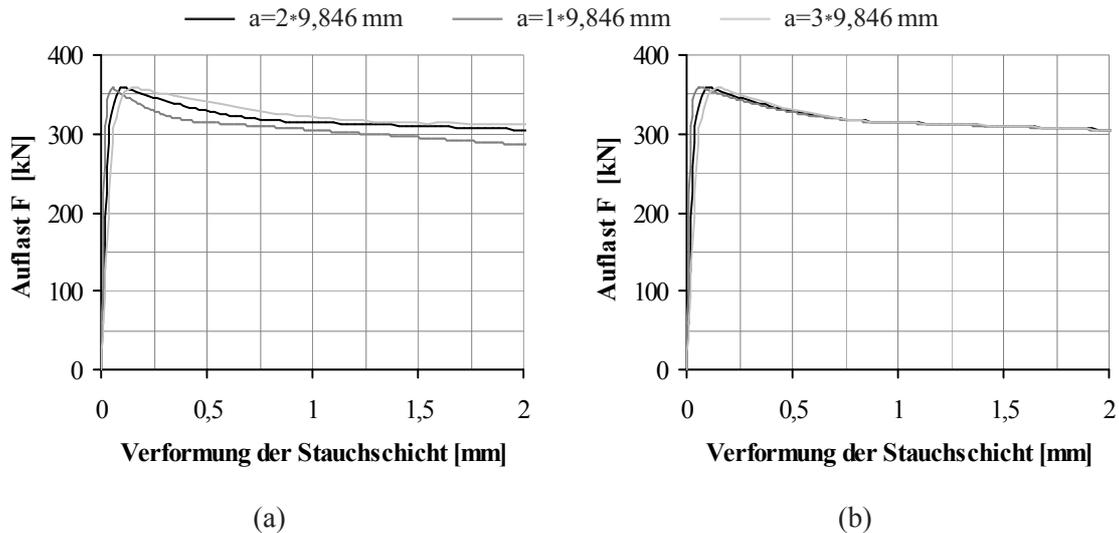


Abbildung 6.16: Berechnete Arbeitslinien für den Bereich der Stauchschiicht bei Variation der Elementhöhe (a) ohne Berücksichtigung von a_{Elem} (b) näherungsweise Einbeziehen von a_{Elem} nach Gl. (5.56) und (5.58)

6.3.3 Druckversuche mit Teilflächenbeanspruchung

Anhand der eigenen Druckversuche mit gedrungenen Proben unter Teilflächenbelastung soll nun demonstriert werden, dass mit dem entwickelten Materialmodell auch die Versagensmechanismen treffend prognostiziert werden können. Bei diesen Experimenten wurden die Widerlagerkonsolen an der Unterseite in das Holz eingedrückt, wobei das Material direkt über den Lasteinleitungsbereichen stark komprimiert wurde (vgl. Abb. 2.16(b) und 6.17). Da die Fasern in der unteren Aufstandsfläche relativ gleichmäßig beansprucht wurden, konnte sich an diesen Stellen kein Knickband bilden. Vielmehr wurden die Tracheiden geknautscht und gefaltet, so dass sich eine recht gleichmäßige Stauchschiicht bildete. Bei wenigen Proben traten aber auch in einigem Abstand zum Lasteinleitungsbereich Zonen mit Knickbandbildung auf, was auf verwachsene Äste oder andere Strukturstörungen zurückzuführen war.

Sehr häufig trat aber noch eine weitere Versagensform auf. Bei dem Einpressen der Konsolen in das Holz muss das Material über den Kanten abscheren. Dabei kam es oft, wie in Abb. 6.18 dargestellt, zu einer Längsrissbildung, so dass Teile von der Probe abgespalten wurden. Dieses Abspalten trat vorwiegend entlang der Grenzschicht zwischen Früh- und Spätholz auf, so dass bei den nicht orientierten Proben auch teilweise nur Kanten ausbrachen. Bei wenigen Proben mit einer Ausrichtung der Jahrringe parallel zur Ansichtsfläche ($d_{LT_{tb}}$) trat die Abtrennung aber auch in der LR-Ebene auf, wobei die Trennfläche hier durch Schwindrisse vorgegeben war.

Für die Simulation wurde ein gleichmäßiges Netz aus 4-knotigen, ebenen Scheibenelementen gewählt; die Ausrichtung des Materials erfolgte in der LR-Ebene. Bei diesem Beispiel lag das Hauptaugenmerk darauf, die Kombinatens aus dem Schub- und Druckversagen abzubilden und nicht die Arbeitslinien nachzuvollziehen. Daher wurde auf die Anordnung von Kontaktelementen verzichtet und die Eingangsparameter für die Beschreibung der Längsdruckfestigkeit aus dem vorigen Beispiel übernommen. Eine erste Berechnung wurde mit einer Schubfestigkeit von $f_{RL,s} = 11 \text{ N/mm}^2$ durchgeführt. Dieser Wert liegt in der Größenordnung des Höchstwertes der in Tabelle B.5 zusammengetragenen Literaturangaben. Die mit diesem Modell berechnete Vertei-

lung der plastischen Dehnungen in Faserrichtung (\cong der X-Achse) und Schubverzerrungen sind in Abb. 6.17 den realen Schädigungen an der Probe *d_LR_tb_3* gegenübergestellt, bei der keine Längsrisssbildung zu verzeichnen war. Die Berechnung wurde nur bis 3 mm Verschiebung durchgeführt; die Proben wurden aber ca. 8 mm eingedrückt. Dennoch ist bei der Simulation zu diesem Zeitpunkt bereits eine Lokalisierung der Faserstauchung direkt über dem Lasteinleitungsbereich zu verzeichnen, wobei eine hohe Kompressionsrate einzelner Bereiche erreicht wird. Die Darstellung der plastischen Verzerrungen belegt, dass ein Abscheren der Fasern maßgeblich nur im gestauchten Bereich eintritt.

In einer zweiten Berechnung wurde nun eine geringe Schubfestigkeit von 6 N/mm^2 gewählt, was in etwa dem schlechtesten, aufgeführten Wert entspricht. Nun zeigt sich auch in der Berechnung ein abweichender Versagensmechanismus. Wie es unter anderem auch bei der Probe *d_LR_tb_5* beobachtet wurde, tritt ein Längsschubbruch über der Kante der Lasteinleitungskonsole auf. Entlang des abgetrennten Probenteiles ist die Spannung konstant, daher sind die plastischen Stauchungen in der Rechnung relativ gleichmäßig über die Höhe verteilt. Auch die Aufnahme des Probekörpers belegt das Auftreten von Quetschfalten über die gesamte Länge des abgetrennten Stückes.

Im zweiten Modell konnten allerdings die Schädigungen im Lasteinleitungsbereich nicht realistisch abgebildet werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass im FE-Modell das Abspalten schon recht frühzeitig auftrat, während dies im Versuch erst bei einer höheren Last festgestellt wurde. Dennoch war es möglich, mittels der numerischen Simulationen die beiden beobachteten Versagensmechanismen treffend nachzuvollziehen.

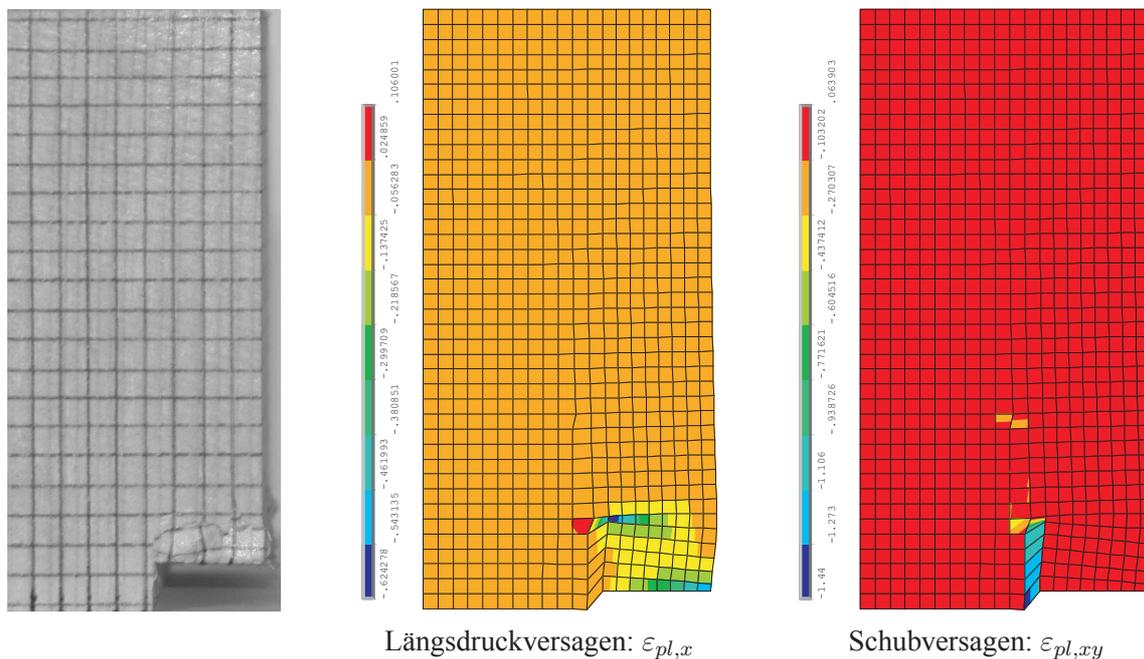


Abbildung 6.17: Simulationsergebnisse bei Ansatz einer hohen Schubfestigkeit von $f_{RL,s} = 11 \text{ N/mm}^2$ für $u = 3 \text{ mm}$ im Vergleich zur realen Schädigung des Probekörpers $d_{LR_tb_3}$

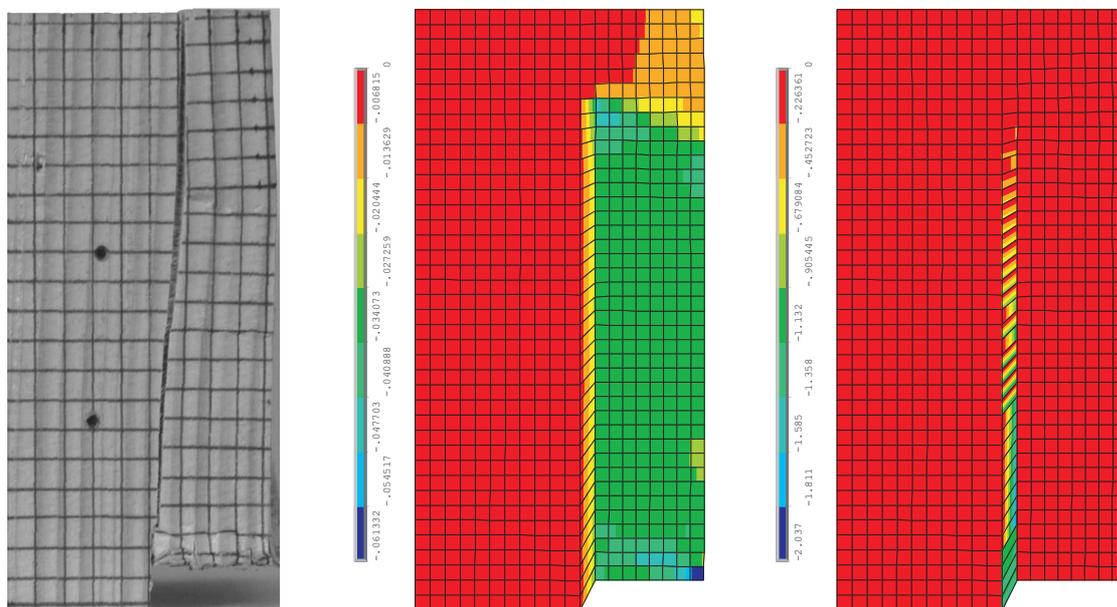


Abbildung 6.18: Simulationsergebnisse bei Verwendung einer geringen Schubfestigkeit von $f_{RL,s} = 6 \text{ N/mm}^2$ für $u = 3 \text{ mm}$ im Vergleich zur realen Schädigung des Probekörpers $d_{LR_tb_5}$

6.4 Simulationen zu den Versuchen mit Schubverbindungselementen für Holz-Beton-Verbundbauteile

6.4.1 Materialmodell für Beton

Um die durchgeführten Scherversuche mit Schubverbindungselementen für Holz-Beton-Verbundkonstruktionen simulieren zu können, ist ebenso ein nichtlineares Materialmodell für den Baustoff Beton erforderlich. Im Gegensatz zu Holz handelt es sich bei Beton - oder auch anderen mineralischen Deckschichten - um nahezu isotropes und homogenes Material. Wie im Kapitel 4.3 erläutert wurde, muss die Definition des Versagenszustandes für isotropes Material unabhängig von der Wahl des Bezugskordinatensystems sein. Es empfiehlt sich eine Formulierung der Fließbedingung in Abhängigkeit der Hauptspannungen bzw. der Invarianten des Spannungsvektors. Das verwendete Materialmodell basiert auf einem singulären Drucker-Prager-Kriterium, welches von *Hintze* [51] für Beton vorgeschlagen wurde. Diese in Abb. 6.19 dargestellte Versagensbedingung wird durch zwei Fließkriterien gebildet. Durch die erste wird die Zugfestigkeit auf ein reales Maß begrenzt; die zweite charakterisiert das Druckversagen. Dieses Modell wurde von *Schlegel* [104] durch eine Ent- bzw. Verfestigungsfunktion erweitert, um damit das Verhalten von Mauermörtel abbilden zu können.

Auch Beton erweist sich bei einer Druckbeanspruchung als recht duktil. Das Zugversagen ist dagegen durch Rissbildung gekennzeichnet, wobei eine spröde Entfestigung stattfindet:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \sigma_S + \beta_t * \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yt} * \Omega_t & F_2 &= \sigma_S + \beta_c * \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yc} * \Omega_c \\
 \beta_t &= \frac{\sqrt{3} (R_D - R_Z)}{R_D + R_Z} & \beta_c &= \frac{\sqrt{3} (R_U - R_D)}{2R_U - R_D} \\
 \tilde{\sigma}_{yt} &= \frac{2R_D R_Z}{\sqrt{3} (R_D + R_Z)} & \tilde{\sigma}_{yc} &= \frac{R_U R_D}{\sqrt{3} (2R_U - R_D)}
 \end{aligned} \tag{6.2} \tag{6.3}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \sigma_S = \sqrt{I_2}$$

- mit:
- σ_m = hydrostatische Spannung
 - I_2 = zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen
 - R_Z = einachsige Zugfestigkeit
 - R_D = einachsige Druckfestigkeit
 - R_U = zweiachsige Druckfestigkeit
 - Ω = Ent- resp. Verfestigungsfunktion

Im Zugbereich ($\sigma_m > 0$) wird nach Überschreiten der Fließbedingung durch eine exponentielle Degradation der Zugfestigkeit der einsetzenden Rissbildung Rechnung getragen:

$$\Omega_t = e^{-\left(\frac{h * R_Z}{G_I^F} * \kappa_t\right)} \tag{6.4}$$

Die Festigkeitsentwicklung im Druck-Zug und Druck-Druck Bereich wird dagegen durch eine abschnittsweise formulierte Funktion beschrieben. Für deren Definition ist die Eingabe von Stützpunkten auf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vorzunehmen (vgl. Abb. 6.19). In diesem Fall

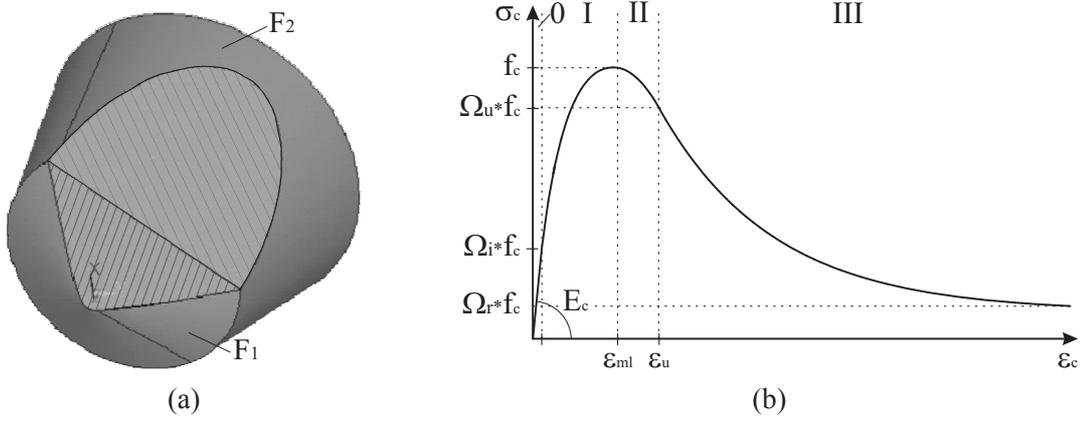


Abbildung 6.19: Verwendetes Materialmodell für Beton (a) singuläre Drucker-Prager-Fließbedingung (b) Verfestigungsvorschrift im Druck-Zug und Druck-Druck Bereich

werden bei der Definition der äquivalenten plastischen Dehnung Anteile beider Fließflächen berücksichtigt:

$$d\kappa_c = \frac{1}{\sigma_e} \{\sigma\}^T d\varepsilon_{pl} \quad (6.5)$$

$$\text{mit: } d\varepsilon_{pl} = d\varepsilon_{pl,F1} + d\varepsilon_{pl,F2} \quad (6.6)$$

In Abhängigkeit dieses Parameters wurde nun die Festigkeitsentwicklung formuliert. Im *Bereich I* ($\kappa_c \leq \kappa_{ml}$) gilt:

$$\Omega_c = \Omega_i + (1 - \Omega_i) \sqrt{\frac{2\kappa_c}{\kappa_{ml}} - \left(\frac{\kappa_c}{\kappa_{ml}}\right)^2} \quad (6.7)$$

für den *Bereich II* ($\kappa_{ml} \leq \kappa_c \leq \kappa_u$):

$$\Omega_c = 1 + (\Omega_u - 1) \left(\frac{\kappa_c - \kappa_{ml}}{\kappa_u - \kappa_{ml}}\right)^2 \quad (6.8)$$

und den *Bereich III* ($\kappa_u \leq \kappa_c$):

$$\Omega_c = \Omega_r + (\Omega_u - \Omega_r) e^m \quad (6.9)$$

$$\text{mit: } m = \frac{2(\Omega_u - 1)(\kappa_c - \kappa_u)}{(\Omega_u - \Omega_r)(\kappa_u - \kappa_{ml})}$$

Für mehraxiale Druckspannungszustände wird die erreichbare Höchstspannung der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit einem Faktor f_{st} vergrößert. Somit ergibt sich für die Vergleichsspannung:

$$\sigma_e = f_{st} * R_D(\kappa_c) = R_{DD} \quad (6.10)$$

Zur Steuerung der Querdehnung wurden nichtassoziierte Fließregeln eingeführt:

$$Q_1 = \sigma_S + \delta_c \beta_t \sigma_m \quad (6.11)$$

$$Q_2 = \sigma_S + \delta_c \beta_c \sigma_m$$

Der Dilatanzfaktor δ_c kann dabei einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen. Der vollständige Ansatz von *Schlegel* erlaubt darüber hinaus eine differenzierte Anpassung des Modells, um das in

Versuchen beobachtete Querdehnungsverhalten unter mehraxialen Druckspannungszuständen anzupassen. Für das vorliegende Problem erscheint dies nicht notwendig, da im Anschlussbereich der Schubverbindungselemente keine hohen Querdruckspannungsverhältnisse zu erwarten sind und auch der Einfluss der Querdehnung selbst vernachlässigt werden kann.

Die im Materialmodell verwendete Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist an jene im EC 2 (Norm DIN ENV 1992-1-1:1991 4.2.1.3.3) angelehnt. Die für die Definition des Funktionsverlaufes notwendigen Stützpunkte können daher in Abhängigkeit der Festigkeitsklasse des Betons aus der Norm entnommen werden. Allerdings verläuft die Kennlinie nach der Norm von Anbeginn nicht-linear. Daher empfiehlt es sich, die Proportionalitätsgrenze Ω_i zu 40% festzulegen, um einen anfänglichen Bereich mit linear elastischem Verhalten zu gewährleisten.

Mit Hilfe der Materialmodelle für Holz und Beton ist es nun möglich, das Tragverhalten und die Versagensmechanismen von Holz-Beton-Verbund-Konstruktion zu simulieren. Am Beispiele der durchgeführten Scherversuche soll nun die Leistungsfähigkeit solcher numerischer Modelle aufgezeigt werden.

6.4.2 Simulation des Tragverhaltens der Verbindung mittels Flachstahlschloss

Im Rahmen der im Kapitel 2.3 beschriebenen Scherversuche konnten nicht alle Einflussparameter auf das Tragverhalten der Verbindung untersucht werden. Es wurde bereits erwähnt, dass insbesondere die Frage nach dem Einfluss der Betonfestigkeitsklasse auf die Tragfähigkeit strittig war. Versuchsreihen mit variierender Betongüte durchzuführen, wäre sehr aufwändig gewesen. Es wurde daher der Weg gewählt, die Push-Out-Tests mittels eines detailgetreuen FE-Modelles unter Verwendung nichtlinearer, idealplastischer Materialmodelle für die beteiligten Baustoffe Holz, Beton und Stahl zu simulieren und diese Berechnung anhand der gewonnenen Versuchsdaten zu verifizieren.

Der Versuchsaufbau kann durch eine Reduzierung auf den ebenen Spannungszustand mit Hilfe von Scheibenelementen modelliert werden. Zur Abbildung der Fugen wurden Kontaktelemente verwendet, um die Fugenöffnungen und die daraus resultierenden Spannungsumlagerungen berücksichtigen zu können. Daher war es opportun, die erhöhten Eindrückungen des Holzes im Bereich des Kontaktanschlusses durch eine Kalibrierung der Normalsteifigkeit der um das Flachstahlschloss angeordneten Kontaktelemente - also über eine Anpassung der Kraft-Verschiebungs-Kurve im elastischen Bereich - zu reproduzieren. Abbildung 6.20(a) zeigt das verwendete FE-Modell.

Die berechneten plastischen Dehnungen zum Zeitpunkt des Erreichens der Höchstlast sind in Abb.6.20(a) im Vergleich zu den realen Schädigungen eines Versuchskörpers dargestellt. Es kann konstatiert werden, dass sowohl die auftretenden Risse im Beton als auch die geringfügigen Plastizierungen des Holzes im Bereich des Kontaktanschlusses sehr gut nachvollzogen werden konnten.

Im Rahmen der Push-Out-Tests wurden zwei Versuchsserien durchgeführt. Bei der ersten fand eine besonders gute ($f_{cm} = 41 \text{ N/mm}^2$), bei der zweiten eine ausgesprochen schlechte Betonqualität ($f_{cm} = 24 \text{ N/mm}^2$) Verwendung. In Abb. 6.21 sind die experimentell bestimmten Kraft-Verschiebungskurven (gemittelte Regressionskurven) dieser beiden Serien und die mit den entsprechenden Materialparametern berechneten Verläufe bis zum Erreichen der Höchstlast dargestellt. Mit dem nichtlinearen numerischen Modell konnte auch das Tragverhalten der Flachstahlschlossverbindung hervorragend abgebildet werden.

Nach dieser Verifizierung des FE-Modells wurde der Einfluss der Betongüte durch den Ansatz

der mechanischen Eigenschaften für die Betonfestigkeitsklassen nach DIN ENV 206 untersucht. Als Ergebnis dieser Berechnungen konnte prognostiziert werden, dass die Traglast des Schubverbindungselements nicht im gleichen Maß wie die Druckfestigkeit der untersuchten Betongüte abfällt. Durch die Berechnungen konnte belegt werden, dass der Zusammenhang durch ein Polynom 2. Grades - im Bereich üblicher Anwendungen sogar hinreichend genau durch eine lineare Abhängigkeit - erfasst werden kann. Der ermittelte Zusammenhang ist in Abb. 6.22 aufbereitet. Da bei diesen Berechnungen keine statistischen Streuungen Berücksichtigung fanden, wurde die Regressionsgleichung bis in den durch die Versuche bestimmten Punkt der charakteristischen Tragfähigkeit der ersten Serie ($R_k = 310,3 \text{ kN/m} = 93,1 \text{ kN/VM}$) parallel nach unten verschoben. Die daraus erhaltene Funktion für die charakteristische Traglast der Schubverbindung in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit f_{cm} lautet:

$$R_k = -0,0143 f_{cm} + 1,909 f_{cm} + 38,338 \quad (6.12)$$

In Tabelle 6.2 sind die Ergebnisse der Untersuchung nochmals zusammengefasst. Diese Angaben ermöglichen eine ausreichend genaue Einschätzung der Traglast des Schubverbindungselements und damit die baupraktische Dimensionierung von Verbunddeckenplatten bei Verwendung von Betonen der Festigkeitsklassen C25/30 bis C60/70. Im Hinblick auf die Ergebnisse der Versuchsreihe HVSII/F/6..10, bei denen ein weniger duktiler Versagen eintrat, wird aus wirtschaftlichen Überlegungen die baupraktische Anwendung von Betongüteklassen unterhalb eines C25/30 für nicht sinnvoll erachtet. Gleichwohl wurden auch die in der Tabelle für die Betongüteklasse C20/25 angegebenen Kennwerte sowohl durch die Modellrechnung als auch die 2. Versuchsreihe verifiziert. Diese Kombination aus experimenteller und numerischer Untersuchung bildet die Grundlage für die Angaben zur Traglast dieser Verbindung in der Allg. Bauaufsichtlichen Zulassung Z-9.1-473.

6.4.3 Simulation der Scherversuche mit Nutverbindungen

Auch die durchgeführten Push-Out-Tests mit Nutverbindungen wurden numerisch als ebenes Problem abgebildet. Auch in diesem Fall wurden die Fugen durch Kontaktelemente berücksichtigt. Das verwendete FE-Modell ist in Abb. 6.23 dem realen Versuchsaufbau gegenübergestellt.

Bereits im Kapitel 2.4 wurde darauf hingewiesen, dass durch den unterschiedlichen Betoniervorgang bei den Varianten *HBV-80* und *HBV-90/100* stark streuende Betonqualitäten im Bereich des Kontaktanschlusses auftraten. Die Folge waren differierende Arbeitslinien der Serien, wobei vor allem die Verschiebungsmoduln, also die Anstiege im linear elastischen Bereich, deutlich voneinander abwichen. Anhand der numerischen Untersuchungen kann diese Behauptung eingehend belegt werden. Als wesentliche Erkenntnis der Simulationen ist festzustellen, dass weder die Traglast noch das Tragverhalten im Push-Out-Versuch signifikant durch die Flankenneigung beeinflusst werden. Wie aus Abb. 6.23 ersichtlich ist, bilden sich bei diesem Versuchsaufbau Druckstreben direkt zwischen Lasteinleitungspunkt und Widerlagern heraus. Mithin wird die Traglast bei ausreichender Vorholzlänge durch die Druckfestigkeit des Betons bestimmt. Der Beanspruchungszustand im Bereich der Kontaktfläche ist aber bei allen Varianten in etwa identisch. Im Versuch äußerte sich dies durch vergleichbare Gefügezerstörungen des Betons im Bereich des Kontaktanschlusses.

Es ist anzumerken, dass durch den Ansatz der geprüften Zylinderdruckfestigkeit von $f_{cm} = 40,0 \text{ N/mm}^2$ die experimentell ermittelten Arbeitslinien im numerischen Modell nicht zufriedenstellend nachvollzogen werden konnten. Dies ist ein weiteres Indiz dafür, dass die Qualität des Betons in den Probekörpern schlechter ausgefallen sein muss. Während die Prüfzylinder sachgemäß

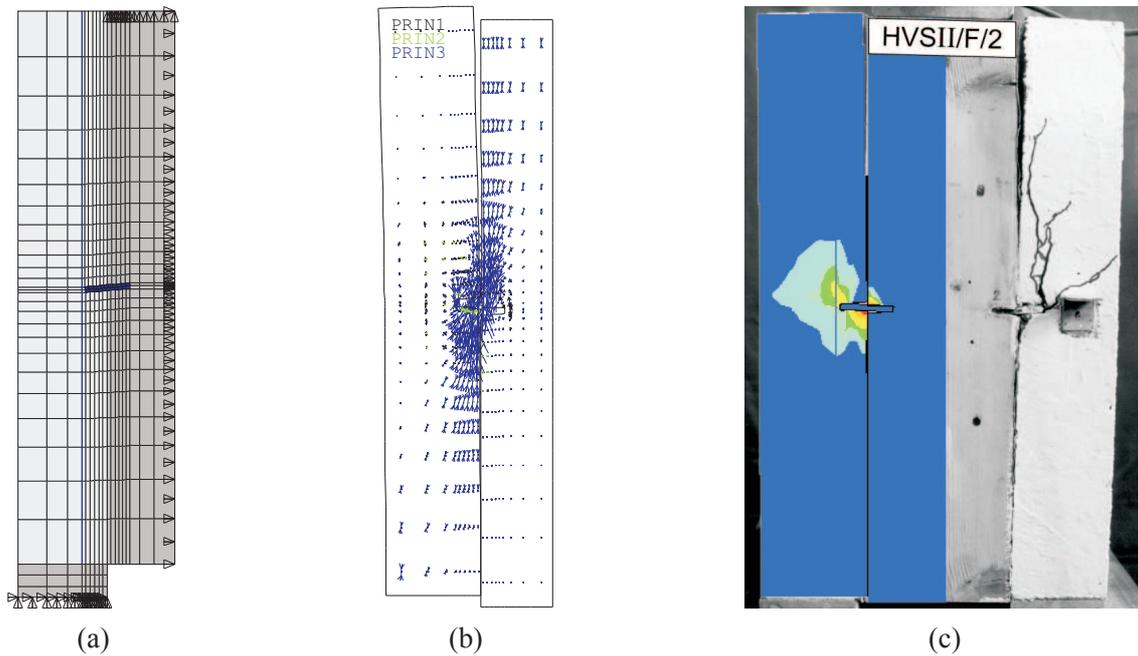


Abbildung 6.20: Simulation des Tragverhaltens der Schubverbindung mittels Flachstahlschloss (a) FE-Modell unter Ausnutzung der Symmetrie (b) Verlauf der Hauptspannungen (c) berechnete im Vergleich zu realen Schädigung

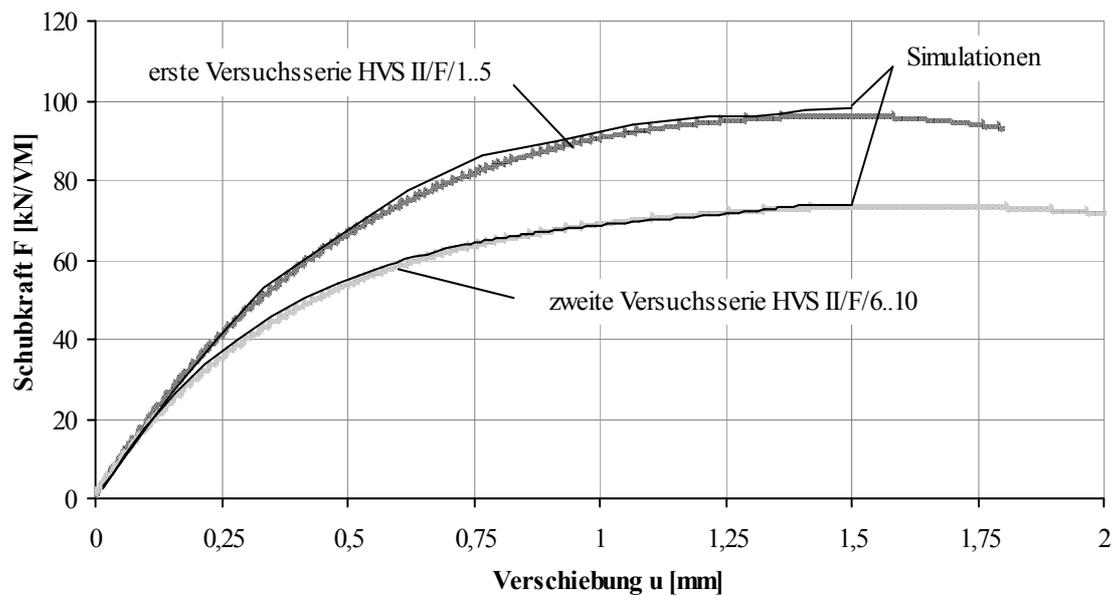


Abbildung 6.21: Experimentell bestimmte (gemittelte) und berechnete Kraft-Verschiebungskurven der Verbindung mittels Flachstahlschloss

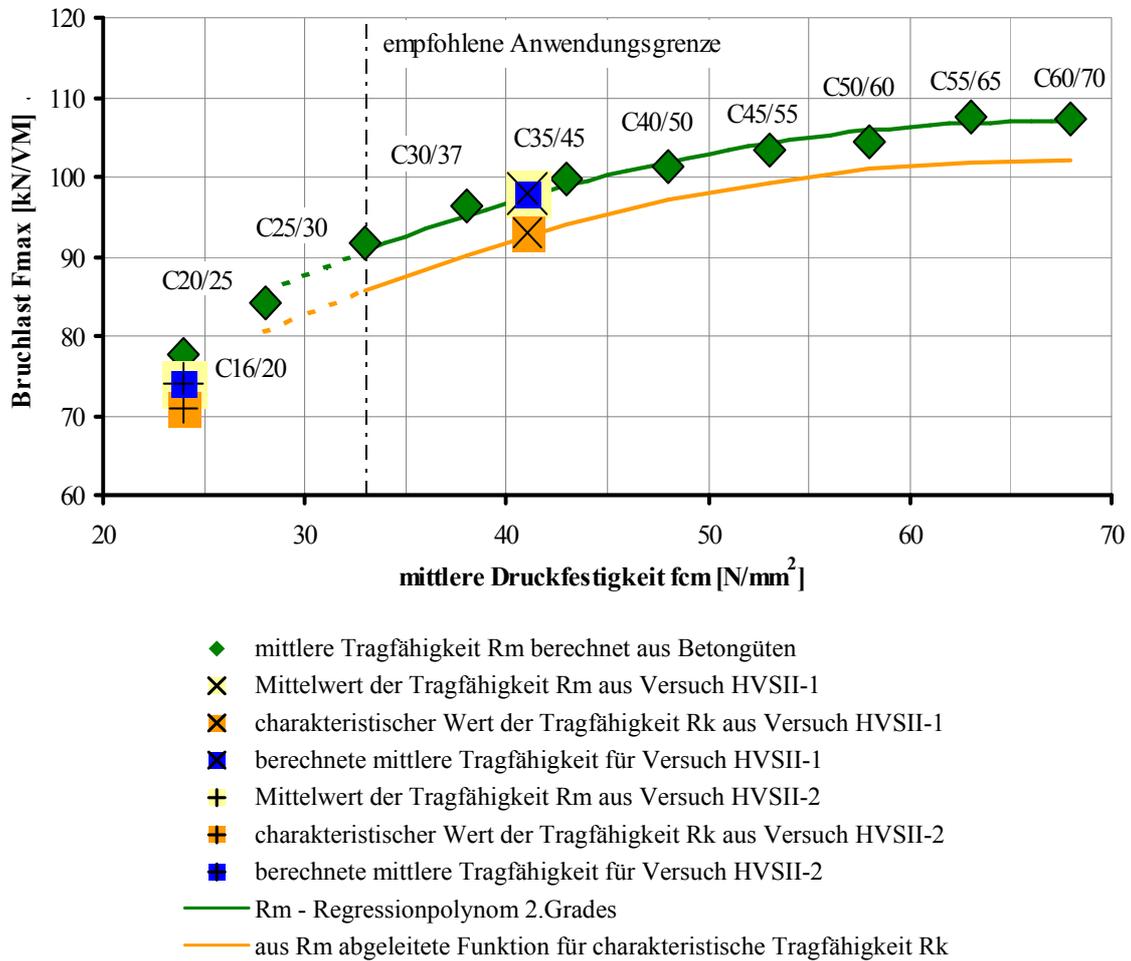


Abbildung 6.22: Berechnete Traglast der Flachstahlschlösser in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit

	Betongüteklasse C...								
	20/25	25/30	30/37	35/45	40/45	45/55	50/60	55/65	60/70
R_k [$\frac{kN}{m}$]	268,6	285,9	300,8	313,3	323,4	331,2	336,5	339,5	340,1
K_s [$\frac{kN}{mm*m}$]	530	530							

Tabelle 6.2: Traglast R_k und experimentell ermittelter Verschiebungsmodul K_s in Abhängigkeit der verwendeten Betongüteklasse

verdichtet und unter Normbedingungen gelagert werden konnten, war dies bei den Probekörpern selbst nicht zweifelsfrei möglich. Hier erfolgte die Verdichtung nur mittels einer Rüttelflasche, so dass auch im Hinblick auf die stark streuenden Ergebnisse zwischen den Serien eine schlechtere Qualität vorgelegen haben muss. Trotzdem wurden die für die Varianten berechneten Arbeitslinien in Abb. 6.25 dargestellt. Anhand des Diagrammes soll nochmals verdeutlicht werden, dass in den durchgeführten Push-Out-Versuchen die Flankenneigung keinen signifikanten Einfluss auf die Traglast hat. Tendenziell ist nur eine marginale Abminderung bei geringerer Neigung zu verzeichnen.

In den Simulationen konnte aber das beobachtete Versagen sehr gut rekonstruiert werden (vgl. Abb. 6.26). Bei allen Varianten bilden sich am Kontaktanschluss Bereiche, in denen das Betondruckversagen durch plastische Stauchungen charakterisiert wird. Diese Zonen sind bei allen Varianten in etwa gleich groß; bei der Variante mit 80° Flankenneigung konzentrieren sich die größten plastischen Aktivitäten aber an der Spitze der Kervenflanke. Die irreversiblen Dehnungen sind bei den anderen Varianten gleichmäßiger entlang der gesamte Kontaktfläche verteilt; es wird aber auch ein kleiner Bereich oberhalb der Betonkonsole in Mitleidenschaft gezogen. Im direkten Vergleich zu den Versuchen kann festgestellt werden, dass die beobachteten Schädigungen des Betons durch die Simulation äquivalent abgebildet wurden.

Wie im Kapitel 3.3.5 hinlänglich begründet wurde, findet das Längsdruckversagen des Holzes zunächst auf mikroskopischer Ebene statt. Daher können resultierende Schädigungen oberhalb der Proportionalitätsgrenze und vor Erreichen der Druckfestigkeit nicht mit bloßem Auge beobachtet werden. Erst bei höherer Kompression treten markante Verwerfungen auf der Holzoberfläche auf. In den Versuchen konnten bei den Serien *HBV-90/100* keine makroskopischen Stauchlinien im Holz an der Kontaktfläche festgestellt werden. Dagegen belegen die Simulationen geringfügige, bleibende Eindrückungen an der oberen Kante des Einschnittes (Abb. 6.27). Wesentlich ausgeprägtere plastische Aktivität wurde aber für die Variante *HBV-80* berechnet. Tatsächlich konnte in den Versuchen bei dieser Variante ein deutliches Längsdruckversagen an der oberen Flankenkante beobachtet werden.

Bei drei Proben der Serie *HBV-80* und einer der Serie *HBV-90* trat im Versuch ein Längsschubversagen einzelner Lamellen auf, wobei diese abgeschert wurden. Die Berechnungen belegen eine hohe Schubspannung an der unteren Spitze der Einfräsung, am Beispiel der Variante mit 80° Flankenneigung dargestellt in Abb. 6.28. Die Berechnung wurde mit einer geringeren Schubfestigkeit von nur $f_{RL,s} = 6,0 \text{ N/mm}^2$ wiederholt. In diesem Fall kam es auch in der Simulation zu einem spröden Versagen infolge des Abscherens des Vorholzes bereits bei einer Gesamtverschiebung von ca. 1 mm , was sich in einer nicht konvergierenden Lösung bei diesem Lastschritt äußerte. In der Darstellung ist die Verteilung der plastischen Schubverzerrungen entlang des Risspfades im Versagenszustand farblich hervorgehoben. Anbei bemerkt sei, dass in der Aufnahme des Lamellenbruches der Probe *HBV-80-5* (Abb. 6.28) nochmals sehr deutlich zu erkennen ist, wie der Längsschuriss zickzackförmig dem Verlauf der Jahrringe folgt.

Durch die Simulation der durchgeführten Push-Out-Tests mit Nutverbindungen konnte belegt werden, dass das Tragverhalten nicht signifikant durch die Flankenneigung beeinflusst wird. Die Unterschiede in den experimentell ermittelten Arbeitslinien sind allein auf die streuende Betonqualität zurückzuführen, die sich aus dem Vorgehen beim Betonieren ergaben. Die Qualität der mineralischen Deckschicht muss in den Versuchen schlechter ausgefallen sein, als die Prüfung des Materials an normgerecht hergestellten Prüfzylindern auswies. Dennoch konnten die beobachteten Versagensmechanismen im numerischen Modell äquivalent nachvollzogen werden. Im Vergleich

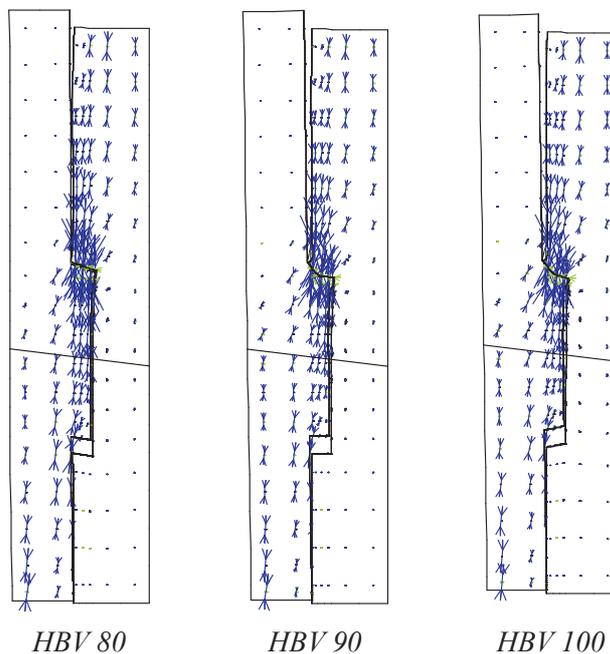
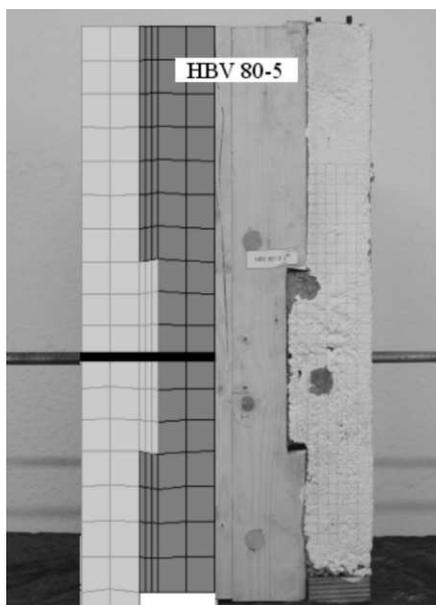


Abbildung 6.23: FE-Modell für die Simulation der durchgeführten Push-Out-Tests

Abbildung 6.24: Berechnete Hauptspannungsverläufe bei einer Gesamtverschiebung von 2 mm, Verformungen 10-fach überhöht

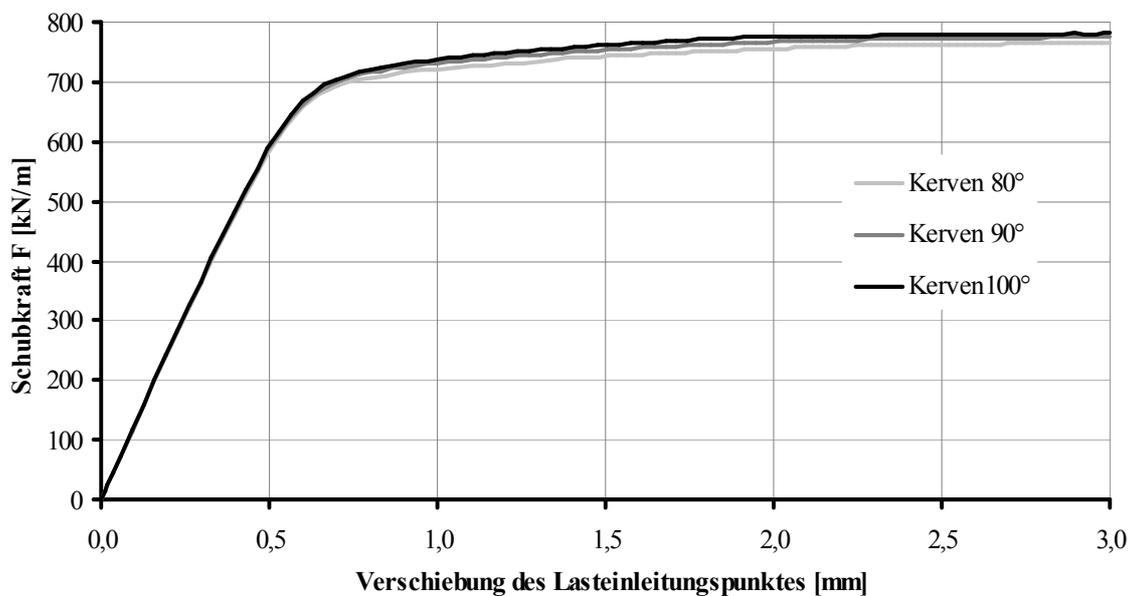


Abbildung 6.25: Berechneter Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurven für die untersuchten Varianten

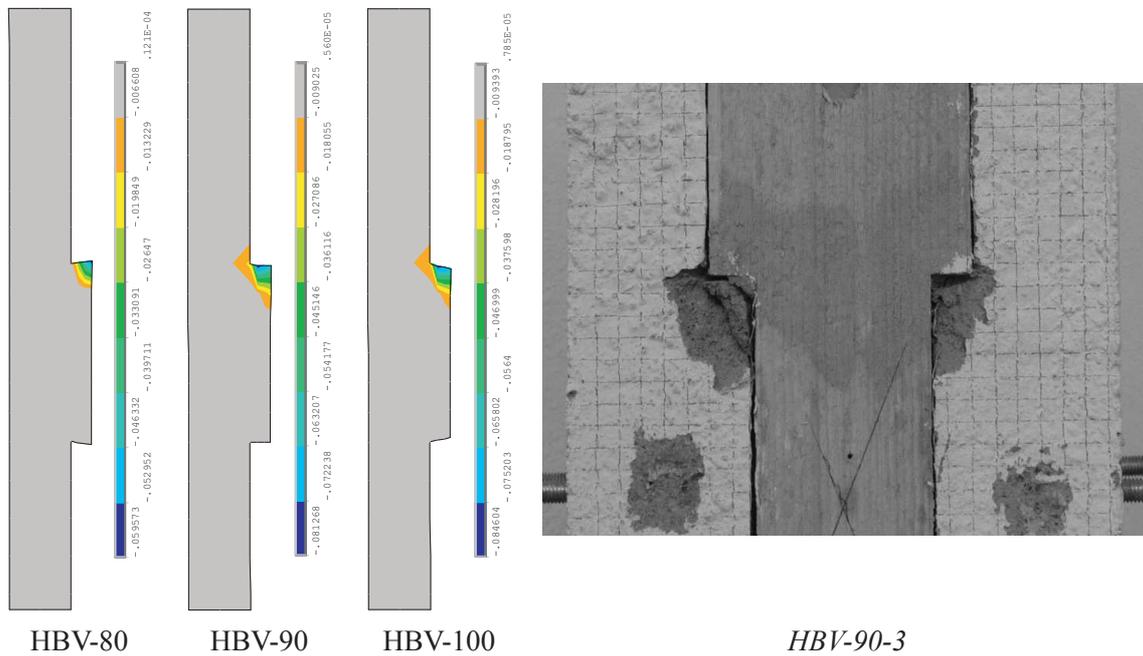


Abbildung 6.26: Berechnete plastische Hauptdruckdehnung $\varepsilon_{pl,3}$, welche das Druckversagen des Betons charakterisiert, im Vergleich zur Schädigung am Probekörper *HBV-90-3*

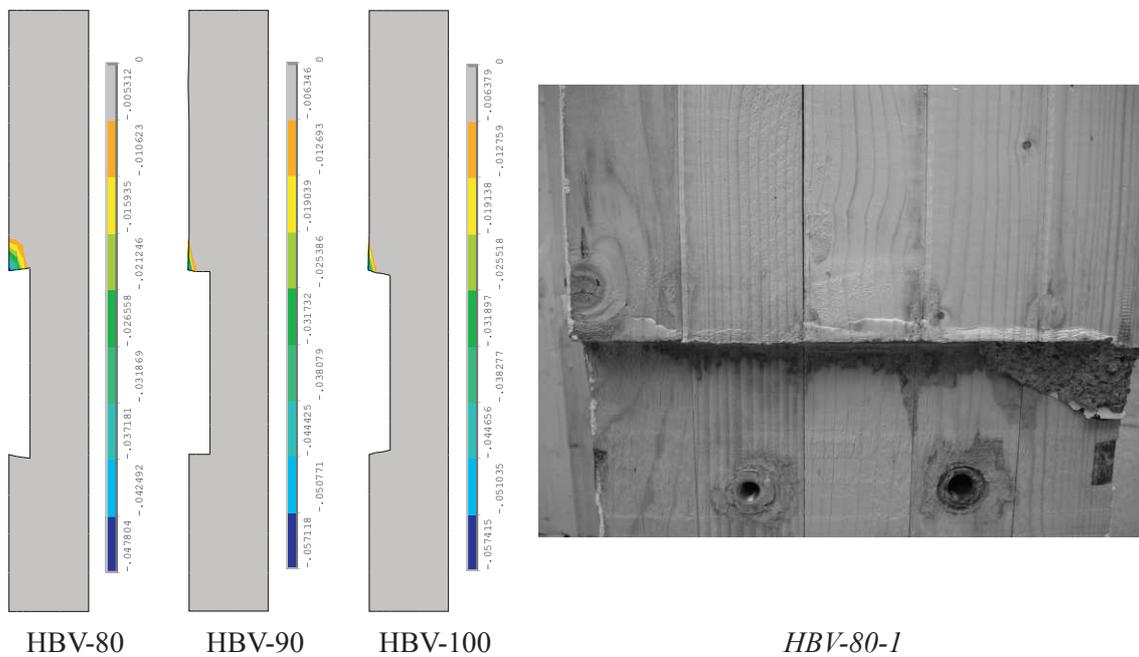


Abbildung 6.27: Berechnete plastische Dehnung in Faserrichtung $\varepsilon_{pl,x}$, welche das Druckversagen des Holzes charakterisiert, sowie Längsdruckversagen an der oberen Flankenkante bei dem Probekörper *HBV-80-1*

zu den beiden anderen Varianten belegen die Berechnungen für die schwalbenschwanz-förmige Ausbildung der Kerne eine höhere Beanspruchung an den spitzwinklig zulaufenden Kanten. Da beide Baustoffe aber ein ausreichend duktileres Verhalten bei Druckbeanspruchung aufweisen, resultiert aus dieser lokal höheren Beanspruchung kein wesentlicher Unterschied im Tragverhalten; durch die Plastizierungen kann eine gleichmäßige Umlagerung der Kräfte in der Kontaktfläche erreicht werden.

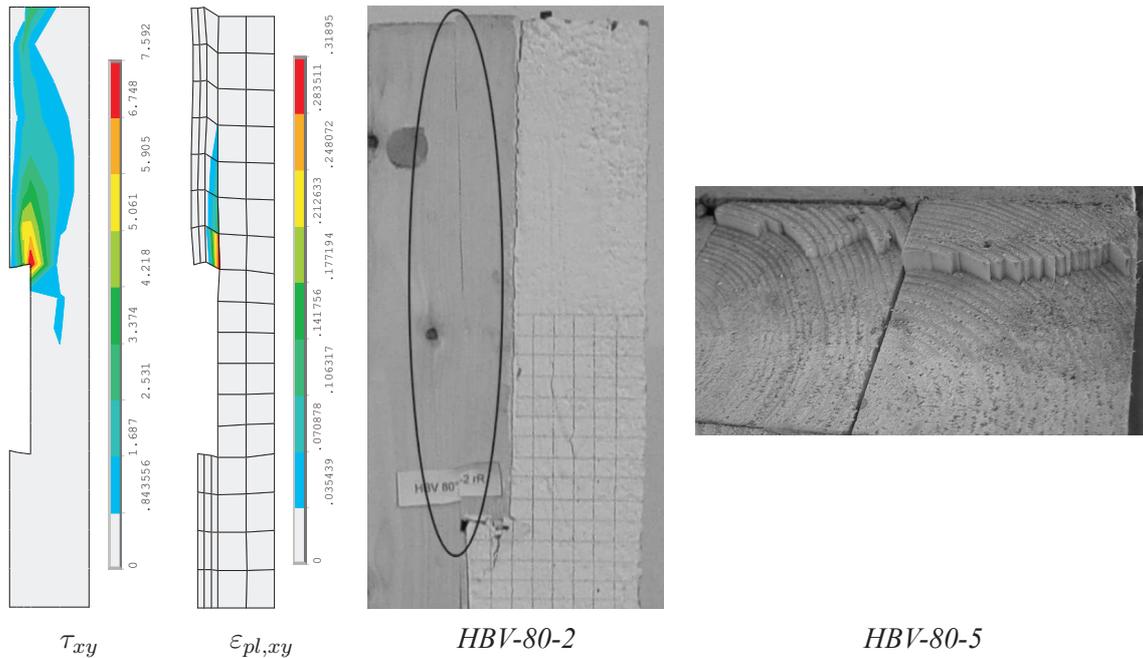


Abbildung 6.28: Verteilung der Längsschubspannung bei Ansatz einer hohen und sprödes Abscheren entlang des Vorholzes bei einer geringen Längsschubfestigkeit bei $u_{ges} \approx 1 \text{ mm}$; Längsschubversagen bei dem Probekörper *HBV-80-2* und Lamellenbruch bei *HBV-80-5*

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Die Motivation für die vorliegende Arbeit lieferten zahlreiche Versuche mit speziellen Verbindungstechniken für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen, die im Rahmen eines Forschungs- und Entwicklungsvorhabens durchgeführt wurden. Als eine der effizientesten Varianten stellte sich die Verbindung mittels Flachstahlschloss heraus, auf die im Abschnitt 2.3 vertieft eingegangen wurde. Zur Klärung des Tragverhaltens wurden zunächst horizontal angeordnete Scherversuche mit nur einer Verbundfuge (Slip-Block-Test) ausgeführt. Weiterhin wurde eine Versuchsreihe mit vertikal ausgerichteten, symmetrisch aufgebauten Versuchskörpern (Push-Out-Test) durchgeführt, da sich dieser Aufbau mittlerweile auch für den Holz-Beton-Verbundbau durchgesetzt hat. Im direkten Vergleich der Ergebnisse ergab sich im Push-Out-Test sowohl eine höhere mittlere Traglast als auch ein besserer Verschiebungsmodul, obwohl vergleichbare Materialqualitäten verwendet wurden und auch ein adäquater Versagensmechanismus zu beobachten war. Eine Begründung dafür sind die unterschiedlichen Randbedingungen für Lagerung und Lasteinleitung in den Versuchsaufbauten und die nicht korrekt zu ermittelnde Verteilung der Schubkräfte auf die Verbundfugen bei den symmetrisch aufgebauten Versuchskörpern. In einer zweiten Versuchsreihe wurde das Schubverbindungselement bei Verwendung einer ausgesprochen schlechten Betonqualität getestet, um den Einfluss derselben auf das Tragverhalten experimentell zu belegen. Während der Verschiebungsmodul aus der ersten Versuchsreihe bestätigt wurde, ergab sich erwartungsgemäß eine geringere Traglast, aber auch ein weniger duktiler Versagen. In zusätzlich durchgeführten Biegeversuchen an Deckenelementen konnten das in den Scherversuchen ermittelte Tragverhalten und die dort beobachteten Versagensmechanismen verifiziert werden. Ein weiteres Schubverbindungselement, welches für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen eingesetzt werden kann, stellt die im Abschnitt 2.4 behandelte Nutverbindung dar. Obwohl dieser Anschluss bereits in der Normung Erwähnung findet, konnten einschlägigen Veröffentlichungen dennoch keine aussagefähigen Kraft-Verformungs-Kennlinien entnommen werden. Außerdem wurde bisher der Einfluss der Flankenneigung noch nicht experimentell belegt, weshalb Versuchsreihen mit variierender Kervengeometrie im Push-Out-Test untersucht wurden.

Als periphere Erkenntnis der zahlreichen, experimentellen Untersuchungen musste konstatiert werden, dass mit Hilfe von herkömmlicher Messtechnik allein nur verhältnismäßig wenige Informationen aus einem Versuch gewonnen werden können. Dagegen kann durch begleitende, numerische Simulationen die Verteilung der Spannungen und Dehnungen realitätsbezogen berechnet und

damit das Tragverhalten des im Experiment untersuchten Bauteils visualisiert werden. Da Probekörper in Versuchen bis weit in den Versagensbereich hinein beansprucht werden, um Aussagen zu Traglast und Bruchverhalten zu gewährleisten, muss für eine realistische Abbildung mittels der FE-Methode auch das materialspezifische Versagen aller beteiligten Baustoffe einbezogen werden. Es musste aber festgestellt werden, dass noch kein konstitutives Materialmodell für Holz verfügbar war, welches die Auswirkungen der spezifischen Deteriorationsphänome auf die Spannungs-Verformungs-Beziehung abzubilden vermag. Um also mit FE-Modellen das Kurzzeittragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen bis in den Versagenszustand hinein prognostizieren zu können, musste ein solches zunächst in das verwendete Programmsystem *ANSYS* implementiert werden.

Bei Holz handelt es sich um einen hoch komplexen, natürlichen Verbundwerkstoff. Dies ist in dem gerichteten Aufbau aus einzelnen röhrenförmigen Zellen begründet. Es ist ein inhomogenes, anisotropes und hygroskopisches Material und liefert daher interessante Ansatzpunkte für wissenschaftliche Forschungen. Kapitel 3 beinhaltet nähere Erläuterung zum anatomischen Aufbau des Nadelholzes. Weiterhin wurden Erkenntnisse zum größtenteils auf mikroskopischer Ebene stattfindenden Bruch- und Versagensverhalten zusammengetragen und anhand der charakteristischen Gefügestruktur von Nadelholz erörtert. Holz kann näherungsweise als Werkstoff mit einer orthotropen Ausrichtung der natürlichen Materialachsen aufgefasst werden. Die ausgeprägte Anisotropie besteht nicht nur hinsichtlich der elastomechanischen Eigenschaften, sondern gilt auch für das Bruchverhalten. Prinzipiell kann festgestellt werden, dass die Zug- und Druckfestigkeiten in jeder Materialachse unterschiedlich sind, in der Faserlängsrichtung aber deutlich über denen in transversaler Richtung liegen. Holz zeigt bei Längs- und Querzug- sowie Längsschubbeanspruchung infolge von Rissbildung ein sprödes Versagen. Dagegen kann das Verhalten bei transversaler und longitudinaler Druckbeanspruchung als ausgesprochen duktil charakterisiert werden. Es konnte herausgestellt werden, dass die für die einzelnen Beanspruchungsmodi größtenteils voneinander unabhängig ablaufende, spezifische, mikroskopische Versagensmechanismen zu unterscheiden sind. Progressive Rissbildung sowie Schädigungen infolge von Kompression breiten sich nur ausgerichtet zu den natürlichen Materialachsen aus.

Im Kapitel 4 wurde herausgestellt, dass sich das komplexe, nichtlineare Kurzzeittragverhalten von Nadelholz opportun auf Grundlage der zeitunabhängigen Plastizitätstheorie abbilden lässt. Es wurden die elementaren Grundlagen dieser Theorie erläutert und die Bedeutung der drei konstitutiven Beziehungen Fließkriterium, Fließregel und Ver- resp. Entfestigungsvorschrift herausgearbeitet. Zunächst wurden Bruchkriterien für orthotrope Materialien - einschließlich der für die Beschreibung notwendigen Festigkeitsparameter - verglichen und bewertet. Aufbauend auf dem *von Mises*-Kriterium wurde herausgestellt, dass diese Theorie und ebenfalls das standardmäßig in *ANSYS* verfügbare *Hill*- und verallgemeinerte *Hill*-Kriterium ein Sonderfall des Tensorpolynoms nach *Tsai/Wu* darstellen, welches wiederum sehr häufig zur Erfassung des Bruchzustandes von Holz und anderen orthotropen Materialien herangezogen wird. Durch eine Erweiterung um zusätzliche Festigkeitskoeffizienten höherer Ordnung, wie es unter anderem von *Hemmer* vorgeschlagen wurde, kann durchaus eine noch bessere Anpassung der Grenzfläche an experimentelle Ergebnisse erreicht werden. Mittels solch einer geschlossenen Näherungsfunktion kann aber prinzipiell nicht zwischen einzelnen, materialspezifischen Versagensmechanismen unterschieden werden. Folglich ist es mit diesem Ansatz auch nicht möglich, die weitestgehend voneinander unabhängig stattfindenden und an den Beanspruchungsmodus gebundenen Ver- resp. Entfestigungen des Materials abzubilden. Auch die unsichere Beurteilung unzulässiger Spannungszustände bei großen Lastin-

krementen und die enorme Anzahl bisher unbekannter Festigkeitskoeffizienten sprachen gegen eine Verwendung dieser Theorie als Grundlage für ein konstitutives, räumliches Materialmodell für Holz.

Eine ausführliche Beschreibung zum entwickelten Materialmodell für Nadelholz und Erläuterungen zur Wahl der konstitutiven Beziehungen findet sich im Kapitel 5. Zunächst wurden die Ansätze für die Beschreibung der Entfestigung bei progressiver Rissbildung infolge von Zug- oder Längsschubversagen sowie der Festigkeitsentwicklung bei zunehmender Kompression des Materials in longitudinaler resp. transversaler Richtung diskutiert. Damit wurde nochmals untermauert, dass die spezifischen Versagensmodi vorteilhaft durch einzelne, voneinander unabhängige Fließkriterien erfasst werden können. Der erarbeitete phänomenologische Ansatz basiert daher vorwiegend auf einem Maximalspannungskriterium. Jedoch wurde eine Interaktion zwischen Längsschub und Rollschub in der LR- resp. LT-Gleitfläche sowie Querkzug senkrecht zu diesen Ebenen berücksichtigt. Darüber hinaus wurde auch die nachweislich nur für die LR-Gleitfläche zutreffende Gradation der Schubfestigkeit bei tangentialer Auflast einbezogen. Durch die Formulierung in Abhängigkeit eines allgemeinen räumlichen Spannungszustandes und die Einbeziehung der charakteristischen Festigkeitsentwicklungen wurde mit dem Materialmodell eine eminente Grundlage geschaffen, das Tragverhalten von hölzernen Bauteilen bis in den Versagenszustand hinein mittels Simulationen auf Grundlage der FE-Methode realitätsbezogen prognostizieren zu können.

Es wurde ein Druckversuch präsentiert, mit dessen Hilfe das Tragverhalten von longitudinal beanspruchtem Holz ermittelt wurde. Aus dem Experiment konnte die während der Knickbandbildung dissipierte Bruchenergie bestimmt und außerdem das Verhalten von Kontaktanschlüssen genauer erforscht werden. Anhand dieses Versuches konnte stringent belegt werden, dass im Bereich der Kontaktfuge signifikant höhere Verformungen stattfinden. Die Auswirkungen dieses Phänomens auf den Anstieg der Traglastkurve wurde in den numerischen Simulationen durch die Kalibrierung der Normalsteifigkeit der für die Modellierung der Fugenöffnungen verwendeten Kontaktelemente berücksichtigt. Das geschilderte Kontaktproblem besitzt im Allgemeinen eine große Bedeutung für den Holzbau, da bei vielen Anschlusspunkten die Kräfte über Kontaktpressung übertragen werden. Anhand dieser Druckversuche und weiterer Experimente, welche der Literatur entnommen wurden, konnte das entwickelte Materialmodell verifiziert werden. Weiterhin wurde ein Materialmodell für Beton vorgestellt. Dieses wurde benötigt, um das Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktion zu simulieren. Die Simulationen der eigenen Versuche mit Schubverbindungselementen haben gezeigt, dass numerische Berechnungsmodelle als leistungsfähige Werkzeuge sowohl zur Bewertung des Tragvermögens als auch zur Beurteilung von Riss- bzw. Schädigungsursachen eingesetzt werden können.

7.2 Ausblick

Als eine Einschränkung wurde ausgewiesen, dass das entwickelte Materialmodell nur für fehlerfreies Nadelholz gültig ist. Die Einbeziehung von Fehlstellen ist aber notwendig, um Aussagen zur Sicherheit von hölzernen Bauteilen - insbesondere bei Querkzug- und Schubbeanspruchung - treffen zu können. Prinzipiell ist es möglich, im gewählten Ansatz zumindest die Festigkeiten anhand eines der zahlreichen Maßstabgesetze an die jeweilig zu untersuchenden Gegebenheiten anzupassen. Zu klären wäre aber, inwieweit sich Fehlstellen im Material auf die Festigkeitsentwicklung im postkritischen Bereich auswirken.

Weiterhin wurde die Anwendung auf die Erfassung des quasistatischen Kurzzeittragverhaltens beschränkt. Da es sich bei Holz aber um ein Material mit ausgesprochen zeit- und feuchteabhängigem Verhalten handelt, kommt einer Erweiterung um das hygrothermische Langzeittragverhalten große Bedeutung zu.

Obwohl versucht wurde, die notwendigen Eingangsparameter für die konstitutiven Beziehungen auf ingenieurtechnisch sinnvolle und nachvollziehbare Angaben zu beschränken, sind auf Grund des komplexen Tragverhaltens von Holz dennoch eine Vielzahl von Angaben zu tätigen. Es ist aber hinlänglich bewiesen, dass die meisten mechanischen Eigenschaften mit der Rohdichte korrelieren. Es wäre wünschenswert, die Festigkeitsparameter in Abhängigkeit dieser charakteristischen Größe zu formulieren. Allerdings geht auf diesem Wege die Möglichkeit für eine individuelle Anpassung verloren, weshalb im Entwicklungsstadium auf dieses Vorgehen verzichtet wurde.

Bisher wurden in Versuchen die resultierenden plastischen Dehnungen transversal zur Belastungsrichtung oder andere Dilatationen nicht dokumentiert. Um aber Effekte abbilden zu können, die durch Querdehnungsbehinderung entstehen, ist es notwendig, das plastische Potential genauer zu bewerten. Vielversprechend ist in diesem Zusammenhang der Einsatz eines photogrammetrischen Messverfahrens, da mit diesem System im Vergleich zu konventioneller Messtechnik sehr viel mehr Informationen über den Verformungszustand aus einem Experiment gewonnen werden können. Insbesondere bei Längsdruckbeanspruchung könnte eine Zunahme der seitlichen Querdehnung durch das Stauchen der Fasern markant sein. Außerdem wäre es denkbar, die geneigte Lage und die Verzerrung des Knickbandes durch Einführung einer nichtassoziierten Fließregel abbilden zu können. Möglicherweise könnte auf diesem Wege auch die häufig einhergehende Längsrisssbildung durch Splitting erfasst werden. Dieser Versagensmechanismus wird im Modell bisher nicht befriedigend berücksichtigt.

Das entwickelte Holzmodell kann als Grundlage für die Berechnung vieler im Holzbau denkbaren Problemstellungen eingesetzt werden. Auch das Versagen von Bereichen mit Querkzug- und Schubbeanspruchungen - wie Ausklinkungen, Durchbrüche, Queranschlüsse - kann auf Grundlage des konzipierten Ansatzes realitätsbezogen simuliert werden. Im Rahmen der Arbeit lag der Schwerpunkt der Anwendung auf der Abbildung von Kontaktstößen in Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. Als direkte Fortsetzung dieser Arbeit bietet sich daher die Untersuchung von zimmermannsmäßigen Anschlüssen an. Für Versätze, die ein ähnliches Tragverhalten wie die untersuchten Schubverbindungselemente besitzen, wurden bereits erste Berechnungen durchgeführt, aber nicht eingearbeitet.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Anschlussdetail des Flachstahlschlusses	9
2.2	Versuchsaufbau des Slip-Block-Tests	10
2.3	Last-Verschiebungskurve der Verbindung mittels Flachstahlschloss	12
2.4	Aufnahmen des Versuchskörpers HVS/F/4 nach der Versuchsdurchführung	12
2.5	Ausbildung der Probekörper der Variante HVSII/F und Versuchsaufbau	15
2.6	Kräftefluss im Push-Out-Versuch	15
2.7	Typische Rissbildung am VM	15
2.8	Ungleichmäßige Ausnutzung der VM infolge Schrägstellung	15
2.9	Schematischer Versuchsaufbau, Abmessungen der Deckenelemente und Anordnung der Flachstahlschlösser im Biegeversuch	17
2.10	Vergleich der gemessenen Durchbiegung eines Deckenelementes mit theoretischen Grenzfällen	18
2.11	Versagensmechanismus der Schubverbindung mittels Flachstahlschloss im Biegeversuch	19
2.12	Abmessungen der getesteten Versuchskörper mit Nutverbindungen	22
2.13	Versuchsaufbau der Push-Out-Tests mit Nutverbindungen	22
2.14	Vergleich der ermittelten Arbeitslinien aller Proben mit Nutverbindungen	23
2.15	Typisches Bruchbild der Nutverbindungen	23
2.16	Aufbau der Druckversuche mit gedrunghenen Holzproben	26
2.17	Versuchsstand für Druckversuche mit klassischer Messtechnik und hochauflösender CCD-Kamera	26
2.18	Bezeichnung der Druckproben, Verlauf der Jahrringe in der Untersicht	27
2.19	Kraft-Verformungs-Diagramm der Probe $d_{LR_v_4}$	28
2.20	Vergleich der Verformungen am Bsp. der Probe $d_{LR_v_3}$	30
2.21	Übersicht zu der Auswertung der mittels IWT gewonnenen Arbeitslinien	32
3.1	3D-Ansicht von Holz im Raster-Elektronenmikroskop © C. Sander	36
3.2	Querschnitt von Fichtenholz	36
3.3	Zellformen des Nadelholzes	36
3.4	Tangentialschnitt durch Nadelholz	37
3.5	Schematischer Aufbau einer Zellwand	38
3.6	Tracheiden der Fichte im REM	38
3.7	Schnitte durch eine Zellwand	38
3.8	Bruchversagen des Holzes auf mikroskopischer Ebene	39
3.9	Makroskopische Struktur des Holzes	40

3.10	Bruchflächen von Jack pine bei Querkzugbeanspruchung	42
3.11	Aufbau und Ergebnisse des Querkzugversuchs von <i>Poulsen</i> [88]	43
3.12	Versagensmechanismen bei Zugbeanspruchung zur Faser	45
3.13	Last-Verschiebungs-Diagramm von Microzugproben	45
3.14	Biegezugversagen bei 3–Punkt-Biegeversuchen	45
3.15	Zickzackförmige Rissfläche infolge Schubversagens	46
3.16	Bruchbild infolge von Rollschubbeanspruchung	47
3.17	Rollschubversagen eines geleimten Holzverbundträgers	47
3.18	Schubbruchfläche in der <i>LR</i> -Ebene	48
3.19	Schubbruchfläche in der <i>LR</i> -Ebene	48
3.20	Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Holz bei Druckbeanspruchung	49
3.21	Schematische Darstellung der Verformungen der Holzzellen unter radialer Druckbeanspruchung	50
3.22	Schematische Darstellung der Verformungen der Holzzellen unter tangentialer Druckbeanspruchung	51
3.23	Versagen von Holz bei longitudinaler Kompression	53
3.24	Längsrissbildung infolge von Splitting	53
4.1	Ermittlung einer Ver- resp. Entfestigungsfunktion Ω	58
4.2	Isotrope und kinematische Verfestigung	59
4.3	Spannungsrelaxation am Integrationspunkt	62
4.4	von <i>Mises</i> -Fließkriterium	64
4.5	Deviatorebenen der Fließkriterien <i>Mises</i> , <i>Hill</i> , generalisierter <i>Hill</i>	65
4.6	Zulässige Festigkeitsverhältnisse und Grenzwerte der Zugfestigkeit	68
4.7	Grenzfläche der allgemein gültigen Festigkeitstheorie nach <i>Tsai</i> und <i>Wu</i>	73
4.8	Schnitte durch das Fließkriterium nach <i>Tsai</i> und <i>Wu</i>	73
4.9	Fließkriterium auf Grundlage eines erweiterten Tensorpolynoms	76
4.10	Ergebnisse des uniaxialen Druckversuchs nach <i>Baumann</i> [5] im Vergleich zu verschiedenen Berechnungsansätzen	78
4.11	Maximalspannungskriterium	78
4.12	Bruchbedingung für Holz nach <i>van der Put</i> [91]	78
4.13	Kontinuierliche Transitionen bei einer mehrflächigen Fließbedingung durch Einfügen einer Übergangsfunktion	81
4.14	Spannungsrelaxation bei mehrflächiger Plastizität	81
4.15	Denotation der Aktivitätsbedingung nach <i>Simo</i> [110]	81
5.2	Querkzugversuch nach <i>Poulsen</i> [88]	87
5.3	Verlauf der Entfestigung bei unterschiedlichen Vernetzungsdichten mit und ohne Berücksichtigung der äquivalenten Höhe <i>h</i>	87
5.4	Typische Arbeitslinie mit instabilem Rissfortschritt trotz weggesteuerter Belastung	90
5.5	Plastischer Multiplikator in Abhängigkeit der Bruchenergie	90
5.6	Schubversuch nach <i>Boström</i> [13]	93
5.7	Implementiertes Verfestigungsverhalten bei transversaler Kompression	94
5.8	Randbedingungen für die Übergangskurve im <i>Bereich II</i>	96
5.9	Randbedingungen für die Übergangskurve im <i>Bereich IVa</i>	97

5.10	Variante 1 der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Kompression	100
5.11	Variante 2 der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Kompression	102
5.12	Versuchsaufbauten zur Identifikation von Spannungsinteraktionen	107
5.13	Verlauf des Spannungsverhältnisses $\kappa = \sigma_2/\sigma_1$ bei einer Faserrichtung von $\varphi = 0^\circ$ in den Versuchen von <i>Eberhardsteiner</i> [23, Abb. 4.22]	108
5.14	Biaxiale Festigkeiten nach den Untersuchungen von <i>Eberhardsteiner</i> [23]	108
5.15	Versagenszustände nach den Untersuchungen von <i>Hemmer</i> [48]	108
5.16	Ursprüngliche, später verworfene Fließbedingung unter Einbeziehung einer Inter- aktion von Längsdruck und Querszug	111
5.17	Interaktion zwischen Längsschub in der <i>LT</i> -Gleitfläche und Zug senkrecht zu die- ser Ebene nach [23]	115
5.18	Interaktion zwischen Längsschub in der <i>LT</i> -Gleitfläche und Zug senkrecht zu die- ser Ebene nach [62]	115
5.19	Interaktion zwischen Längsschub in der <i>LR</i> -Gleitfläche und einer Normalspan- nung senkrecht zu dieser Ebene nach [62]	115
5.20	Interaktion zwischen dem Längsschub in der <i>LR</i> -Gleitfläche und einer Normal- spannung senkrecht zu dieser Ebene nach [48]	118
5.21	Interaktion zwischen dem Längsschub in der <i>LR</i> -Gleitfläche und einer Normal- spannung senkrecht zu dieser Ebene - Vergleich von [48] und [62]	118
5.22	Fließkriterium für den Fall des ebenen Spannungszustandes in der <i>LR</i> -Ebene	121
5.23	Fließkriterium für den Fall des ebenen Spannungszustandes in der <i>LT</i> -Ebene	121
5.24	Holzproben nach einer starken longitudinalen Stauchung ohne Knickbandbildung und Querspalten	123
6.1	Für das Berechnungsbeispiel Zugstab verwendete Festigkeiten und äquivalente Fes- tigkeitskoeffizienten	127
6.2	Berechnungsergebnisse für den Zugstab bei Ansatz von $R_{12} = 0$	127
6.3	Berechnungsergebnisse für den Zugstab bei Ansatz von $R_{12} = -0,0012$	128
6.4	Vergleich der experimentell bestimmten [48] und berechneten Last-Verschiebungs- Kurven für die einachsigen Versuche	131
6.5	Berechnete Spannungsverläufe bei konstanter Längsdruckspannung	132
6.6	Bruchbilder von Versuchskörpern	132
6.7	Ergebnisse der Simulation der Versuche von <i>Hemmer / Ehlbeck et al.</i>	133
6.8	Vergleich der berechneten loxogonalen Druckfestigkeit mit den Versuchsergebnis- sen von <i>Baumann</i> und <i>Keenan</i>	135
6.9	Aus den Versuchsdaten resp. der Simulation transformierte Beziehungen	136
6.10	Vergleich der berechneten Spannungszustände mit dem Fließkriterium nach <i>Hemmer</i>	136
6.11	Simulationsergebnisse des Projektes B von <i>Keenan</i>	137
6.12	Abmessungen des Versuchskörpers von <i>Poulsen</i> und zur Nachrechnung verwen- dete FE-Modelle	140
6.13	Verifikation der Variante 2 der Verfestigungsvorschrift Gl. (5.61)	141
6.14	FE-Modell für die Nachrechnung der Druckversuche an vollflächig beanspruchten, gedrungenen Holzproben	143
6.15	Vergleich der Versuchsergebnisse und der berechneten Verformungen	143

6.16	Berechnete Arbeitslinien für den Bereich der Stauchschicht bei Variation der Elementhöhe	145
6.17	Simulationsergebnisse bei Ansatz einer hohen Schubfestigkeit	147
6.18	Simulationsergebnisse bei Verwendung einer geringen Schubfestigkeit	147
6.19	Verwendetes Materialmodell für Beton	149
6.20	Simulation des Tragverhaltens der Schubverbindung mittels FlaStaSchlo.	152
6.21	Experimentell bestimmte (gemittelte) und berechnete Kraft-Verschiebungs-Kurven der Verbindung mittels Flachstahlschloss	152
6.22	Traglast der Flachstahlschlösser in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit	153
6.23	FE-Modell für die Simulation der durchgeführten Push-Out-Tests	155
6.24	Berechnete Hauptspannungsverläufe	155
6.25	Berechneter Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurven	155
6.26	Berechnete plastische Hauptdruckdehnung	156
6.27	Berechnete plastische Dehnung in Faserrichtung	156
6.28	Verteilung der Längsschubspannung bei Ansatz einer hohen und sprödes Abscheren entlang des Vorholzes bei einer geringen Längsschubfestigkeit	157

Tabellenverzeichnis

2.1	Im Rahmen eines F & E-Projektes speziell für die Anwendung in Brettstapel-Beton-Verbunddecken untersuchte Varianten der Schubkraftübertragung	10
5.1	Zusammenstellung verschiedener Experimente zur Identifikation der Interaktionen zwischen den Komponenten des Spannungsvektors	106
6.1	Aus der Optimierungsaufgabe gewonnene und bei der Simulation des Druckversuches von <i>Poulsen</i> verwendete Materialparameter	140
6.2	Traglast R_k und experimentell ermittelter Verschiebungsmodul K_s in Abhängigkeit der verwendeten Betongüteklasse	153
A.1	Eigenschaften der verwendeten Baustoffe	A-1
A.2	Ergebnisse der einzelnen Proben aus der Serie HVS/F, Breite der Versuchskörper $b = 35cm$	A-2
A.3	Statistische Auswertung der Slip-Block-Tests für die Variante HVS/F	A-2
A.4	Ergebnisse der Push-Out-Tests der Verbindung mittels Flachstahlschlössern, erste Serie <i>HVSII/F/1 – 5</i> , Breite der Versuchskörper $b = 30cm$	A-10
A.5	Ergebnisse der Prüfung des projektierten Betons minderer Qualität	A-11
A.6	Ergebnisse der Push-Out-Tests der zweiten Serie <i>HVSII/F/6 – 10</i> , Breite der Versuchskörper $b = 30cm$	A-14
A.7	Ergebnisse der Prüfung des verwendeten Fertigbetons	A-18
A.8	Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie <i>HBV/80</i>	A-23
A.9	Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie <i>HBV/90</i>	A-23
A.10	Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie <i>HBV/100</i>	A-24
A.11	Gemessene, maximale Zugkraft in den Gewindestäben	A-24
A.12	Aus den Druckversuchen ermittelte Materialparameter zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung	A-42
B.1	Zusammenstellung verschiedener Bruchhypothesen und deren Festigkeitskoeffizienten, ausgedrückt in der Formulierung von <i>Tsai/Wu</i>	B-2
B.2	Zusammenstellung der von <i>Hemmer</i> mittels Regressionsrechnungen gewonnenen Tensorkonstanten [48, Tabelle 10 / Bild 75]	B-3
B.3	Aus den Koeffizienten der Tensoren zweiter und vierter Stufe (Tab. B.2) resultierende Ingenieurfestigkeiten	B-4
B.4	Angaben zu Materialparametern bei Rollschubbeanspruchung	B-6

- B.5 Auswahl an Literaturangaben zu Materialparametern für die Beschreibung des spröden Längsschubversagens B-7
- B.6 Auswahl an Literaturangaben zu Materialparametern für die Beschreibung des spröden Querkzugversagens B-8

Literaturverzeichnis

- [1] ADALIAN, C. ; MORLIER, P.: WOOD MODEL for the dynamic behaviour of wood im multiaxial compression. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 60 (2002), S. 433–439
- [2] AICHER, S.: Bruchenergien, kritische Energiefreisetzungsraten und Bruchzähigkeit von Fichte bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Faserrichtung. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 52 (1994), S. 361–370
- [3] AICHER, S. ; BOSTRÖM, L. ; GIERL, M. ; KRETSCHMANN, D. ; VALENTIN, G.: RILEM TC 133 Report: Determination of Fracture Energy of Wood in Mode II / Swedish National Testing and Research Institute. Boras 1997 (Sp Report 1997:13). – Forschungsbericht. – ISBN 91–7848–671–8
- [4] ASHKENAZI, E.K.: Problems of the anisotropy of strength. In: *Mekhanika Polimerov* 1 (1965), Nr. 2, S. 79–92
- [5] BAUMANN, R.: Die bisherigen Ergebnisse der Holzprüfungen in der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule Stuttgart, Heft 231. In: *Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*. Berlin : Verlag der Vereins Deutscher Ingenieure, 1922, S. 139
- [6] BAZANT, Z.P. ; OH, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete. In: *Materiaux et Constructions* 16 (1983), Nr. 93, S. 155–177
- [7] BECKER, P.: *Modellierung des zeit- und feuchteabhängigen Materialverhaltens zur Untersuchung des Langzeittragverhaltens von Druckstäben aus Holz*. Shaker Verlag, 2002 (Berichte aus dem Bauwesen). – ISBN 3–8322–0019–3
- [8] BLASS, H.-J.: *Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1987
- [9] BLASS, H.-J. ; GÖRLACHER, R.: Rolling shear in structural bonded timber elements. In: *Proceedings of the International Conference on Wood and Wood Fiber composites*. Stuttgart, 2000, S. 327–337
- [10] BODIG, J.: Stress-strain relationship for wood in transverse compression. In: *Journal of Materials* 1 (1966), Nr. 3, S. 645–666
- [11] BODIG, J. ; JAYNE, B.A.: *Mechanics of Wood and Wood Composites*. Malabar, Florida : Krieger Publishing Company, 1993. – ISBN 0–89464–777–6

- [12] BOSTRÖM, L.: The fictitious crack model, a fracture mechanics approach applied on wood. (1987)
- [13] BOSTRÖM, L.: *Method for determination of the softening behaviour of wood and the applicability of a nonlinear fracture mechanics model*, Lund (Schweden), Doctoral Thesis, Report TVBM-1012, 1992
- [14] BOUGHTON, G.N. ; HILL, K.: The behaviour of timber when loaded perpendicular to the Grain. In: *14th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials* (1995), Nr. 1, S. 223–226
- [15] BRAUN, H.J. ; SCHAAL, W. ; SCHNECK, F.: Der Brettstapel als Verbundelement-Vorschlag für einen Berechnungsansatz. In: *Bautechnik* 75 (1998), Nr. 8, S. 539–547
- [16] CLOUSTON, P. ; LAM, F. ; BARRETT, J.D.: Interaction term of Tsai-Wu theory for laminated veneer. In: *Journal of Materials in Civil Engineering* 10 (1998), May, Nr. 2, S. 112–116
- [17] COOK, J. ; GORDEN, J.E.: A mechanism for the control of crack propagation in all brittle systems. In: *Proceedings of the Royal Society A252* (1964), S. 508–520
- [18] COWIN, S.C.: On the strength anisotropy of bone and wood. In: *Journal of Applied Mechanics* 46 (1979), December, S. 832–838
- [19] DAUDEVILLE, L.: Fracture in spruce: experiment and numerical analysis by linear and nonlinear fracture mechanics. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 57 (1999), S. 425–432
- [20] DAVILA, C.G. ; JAUNKY, N. ; GOSWAMI, S.: Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress. In: *44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Norfolk, Virginia, April 7-10 2003, S. 11
- [21] DIBT: *Brettstapel-Beton-Verbunddecken mit Flachstahlschlössern*. Berlin: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-9.1-473, 10/2002
- [22] DILL-LANGER, G. ; LÜTZE, S. ; AICHER, S.: Microfracture in wood monitored by confocal laser. In: *Wood Science and Technology* 36 (2002), S. 487–499
- [23] EBERHARDSTEINER, J.: *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz, Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften*. Wien : Springer-Verlag, 2002
- [24] EDLUND, B.: Bruchhypothesen für orthotropes Material. In: EHLBECK, Steck (Hrsg.): *Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis*, Bruder-Verlag, Karlsruhe, 1982, S. 17–22
- [25] EHLBECK, J. ; HEMMER, K.: Erfassung, systematische Auswertung und Ermittlung von Grundlagen über das Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen bei fehlerfreiem und Fehler behafteten Nadelholz. Ein Beitrag zur Verbesserung des Tragfähigkeitsnachweis ist bei Spannungs Kombinationen und zur Sammlung von Ausgangswerten für ein neues Sicherheitskonzept / Universität Karlsruhe, Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktion. 1986 (Nr. 5764). – Forschungsbericht

- [26] FELLMOSE, P. ; BLASS, H.J.: Influence of the Rolling-Shear Modulus on the Strength and Stiffness of Structural Bonded Timber Elements. In: *CIB-W18 Proceedings meeting 37*. Edinburgh, UK, august 2004, S. 37–6–5
- [27] FRANCOIS, P. ; MORLIER, P.: Multiaxial Plasticity of Wood in Compression (Criteria, Flow Rules). (?), S. 35–55
- [28] FRANKE, St. ; FRANKE, B. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Determination of fracture mechanics parameters for wood with the help of close range photogrammetry. In: *CIB - W18 Proceedings: Meeting Thirty-Seven, Edingburgh, GB*, International Council for Research and Inovation in Building and Construction, Working Comission 18, September 2004, S. 37–19–2
- [29] FRANKE, St. ; FRANKE, B. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Beanspruchungsanalyse von Holzbau-teilen durch 2D-Photogrammetrie. In: *Bautechnik* (eingereicht 01/2005)
- [30] FREY-WYSSLING, A.: Über den Feinbau der Stauchlinien in überbeanspruchtem Holz. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 11 (1953), Juli, Nr. 7, S. 283–288
- [31] FREY-WYSSLING, A.: Über das anatomische Gefüge von technisch überbeanspruchtem Holz. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 4 (1994), Oktober, Nr. 10, S. 337–343
- [32] FRÜHMANN, K.: *Fracture of Wood on Different Hierarchical Levels*, Techn. Univ. Wien, Fakultät für Techn. Naturwissenschaften und Informatik, Dissertation, Oktober 2002. – 127 S
- [33] GANZ, H.R.: *Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub*. Basel : Birkhäuser Verlag, 1985
- [34] GEHRI, E. ; STEURER, T.: Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser / Schweizerische Arbeitsgemeinschaft für Holzforschung - Zürich. 1979 (Bulletin 1979 7/2). – Forschungsbericht. – 1–27 S
- [35] GIBSON, L.J. ; ASHBY, M.F.: *Cellular solids, Structure and properties*. Cambridge : Cambridge University Press, 1997. – 510 S. – ISBN 0–521–499–11–9
- [36] GINDL, W. ; TEISCHINGER, A.: Comparison of the TL-Shear Strength of Normal and Compression Wood of European Larch. In: *Holzforschung* 57 (2003), S. 421–426
- [37] GLOS, P.: *Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen*, München, Dissertation, 1978
- [38] GONG, M. ; SMITH, I.: Failure of softwood under static compression parallel to grain. In: *Journal of the institute of wood science* 15 (2000), Nr. 4, S. 204–210
- [39] GOODMAN, J.R. ; BODIG, J.: Orthotropic Strength of Wood In Compression. In: *Wood Science* 4 (1972), Nr. 2, S. 83–94
- [40] GROSSE, M. ; HARTNACK, R. ; LEHMANN, St. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Modellierung von diskontinuierlichen verbundenen Holz-Beton-Verbundkonstruktion, Teil 1: Kurzzeittragverhalten. In: *Bautechnik* 80 (2003), Nr. 8, S. 534–541

- [41] GROSSE, M. ; HARTNACK, R. ; RAUTENSTRAUCH, K. ; LEHMANN, St.: Modellierung und baupraktische Bemessung von Holz-Verbund-Decken mit mineralischen Deckschichten unter Berücksichtigung neuartiger Verbindungsmittel. In: *Holz-Beton-Verbund, Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus Praxis und Wissenschaft - Fachtagung Leipzig*. 1. Aufl. März 2004, S. 31–54. – ISBN 3–89932–054–9
- [42] GROSSE, M. ; LEHMANN, St. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Testing connector types of laminated timber concrete composite elements. In: *CIB - W18 Proceedings: Meeting Thirty-Four, Venice, Italy*, International Council for Research and Innovation in Building and Construction, Working Commission 18, August 2001, S. 34–7–5
- [43] HAHN, H.T. ; TSAI, St.W.: Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminates. In: *Journal of Composite Materials* 7 (1973), January, S. 102–118
- [44] HARTNACK, R. ; GROSSE, M. ; LEHMANN, St. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Modellierung von diskontinuierlichen verbundenen Holz-Beton-Verbundkonstruktion, Teil 2: Langzeittragverhalten. In: *Bautechnik* 80 (2003), Nr. 10, S. 693–701
- [45] HASEBE, K. ; USUKI, S.: Application of orthotropic failure criterion to wood. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (1989), Nr. 4, S. 867–872
- [46] HASHIN, Z.: Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. In: *Journal of Applied Mechanics* 47 (1980), S. 329–334
- [47] HAYES, W.C. ; WRIGHT, T.M.: An empirical strength theory for compact bone. In: *Fourth conference on fracture* University of Waterloo, Canada, 1977, S. 1173–1179
- [48] HEMMER, K.: *Versagensarten des Holzes der Weisstanne (abies alba) unter mehrachsiger Beanspruchung*, Karlsruhe, Dissertation, 1984
- [49] HILL, R.: *The Mathematical Theory of Plasticity*. New York, 1983
- [50] HILLERBORG, A.: Application of the fictitious crack model to different types of materials. In: *International Journal of Fracture* 51 (1991), S. 95–102
- [51] HINTZE, D.: *Zur Beschreibung des physikalisch nichtlinearen Betonverhaltens bei mehrachsigem Spannungszustand mit Hilfe differentieller Stoffgesetze unter Anwendung der Methode der finiten Elemente*, Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar, Dissertation, 1987
- [52] HOFFMANN, O.: The brittle strength of orthotropic materials. In: *Journal of Composite Materials* 1 (1967), S. 200–207
- [53] HÖRIG, H.: Über Mittelwertkörper elastisch anisotroper Systeme und deren Anwendung auf Holz. In: *Ing.-Arch.* 8 (1937), S. 1–10
- [54] HUJER, St. ; FRANKE, B. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Strain analysis of solid wood and glued laminated timber constructions by close range photogrammetry. In: *International Symposium: Non-Destructive Testing in Civil Engineering*. Berlin, 2003

- [55] HÜSKEN, G.: *Experimentelle Untersuchung des Bruchverhaltens von druckbeanspruchten Holzproben unter Teilflächenbelastung*, Bauhaus-Universität Weimar, Professur Holz- und Mauerwerksbau, Studienarbeit, Januar 2004
- [56] HÜSKEN, G.: *Das nichtlineare Tragverhalten von Holz bei longitudinaler Druckbeanspruchung oberhalb der Proportionalitätsgrenze*, Bauhaus-Universität Weimar, Professur Holz- und Mauerwerksbau, Diplomarbeit, Dezember 2004
- [57] KALISKE, M. ; SCHMIDT, J. ; GEISSLER, G. ; RESCH, E.: Finite Elemente Modellierung des Versagens von Anschlusskonstruktionen im Holzbau. In: *Erfahrung und Zukunft des Bauens*, Universität Leipzig, September 2004, S. 10
- [58] KALISKE, M. ; SCHMIDT, J. ; RESCH, E. ; GEISSLER, G.: Zur numerischen Simulation des Schwindverhaltens von Holz. In: *Aktuelles aus Forschung und Praxis im Umfeld von Mechanik und Statik*. Technische Universität Dresden : Zastrau et al., 2004, S. 77–92
- [59] KEENAN, F.J.: Shear strength of wooden beams. In: *Forest Products Journal* 24 (1974), Nr. 9, S. 63–70
- [60] KEENAN, F.J. ; JAEGER, T.A.: Effect of transverse stress on shear strength and failure mechanism of douglas-fir. In: *Proceedings of the International Conference on Wood Fracture, Banff, Alberta, Canada*. 1978, S. 73–87
- [61] KEITH, C.T.: The Mechanical Behavior of Wood in longitudinal Compression. In: *Wood Science* 4 (1972), Nr. 4, S. 234–244
- [62] KENNAN, F.J.: *The shear strength of glued laminated timber beams*, University of Toronto, Dissertation, 1978
- [63] KISSER, J. ; STEININGER, A.: Makroskopische und mikroskopische Strukturänderungen bei der Biegebeanspruchung von Holz. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 10 (1952), November, Nr. 11, S. 415–421
- [64] KOLLMANN, F.: Die Abhängigkeit der Festigkeit und der Dehnungszahl der Hölzer vom Faserverlauf. In: *Der Bauingenieur* 19/20 (1934), Mai, S. 198–200
- [65] KUCERA, L.J. ; BARISKA, M.: On the Fracture Morphology in Wood Part.1. In: *Wood Science and Technology* (1982), Nr. 16, S. 241–259
- [66] KUCERA, L.J. ; BARISKA, M.: On the Fracture Morphology in Wood Part.2. In: *Wood Science and Technology* (1985), Nr. 19, S. 19–34
- [67] KUHLMANN, U. ; GEROLD, M. ; SCHÄNZLIN, J.: Brettstapel-Beton-Verbund-Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden. In: *Bauingenieur* (2000), Nr. 75, S. 281–288
- [68] KUHLMANN, U. ; GEROLD, M. ; SCHÄNZLIN, J.: Trag- und Verformungsverhalten von Brettstapel- Beton- Verbunddecken. In: *Bauingenieur* 77 (2002), Nr. 1, S. 22–34

- [69] LARSEN, H.J.: The Fracture Energy of Wood in Tension Perpendicular to the Grain - Results from a Joint Testing Project. In: *International Council for Building Research Studies and Documentation Working Commission W18A - Timber Structures*, 1990, S. 1–35
- [70] LEHMANN, St.: *Untersuchungen zur Bewertung von Verbundbauteilen aus Brettstapelelementen im Flächenverbund mit mineralischen Deckschichten*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, Juli 2004
- [71] LEHMANN, St. ; GROSSE, M. ; RAUTENSTRAUCH, K.: New connector types of laminated timber concrete composite element joints. In: *Proceedings of the International RILEM Symposium: Joints of timber structures* University of Stuttgart, 2001
- [72] LEHMANN, St. ; GROSSE, M. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Neuartige Schubverbindung für Brettstapel-Beton-Verbunddeckenplatten. In: *Bautechnik* 80 (2003), Nr. 6, S. 385–392
- [73] LIU, J.Y.: Evaluation of the tensor polynomial strength. In: *Journal of Composite Materials* 18 (1984), May, S. 216–226
- [74] LIU, J.Y. ; FLOETER, L.H.: Shear strength in principal plane of wood. In: *Journal of Engineering Mechanics* 110 (1983), Nr. 6, S. 930–936
- [75] LOHMANN, U.: *Holz Lexikon*. 4. Auflage. DRW-Verlag, 2033. – ISBN 3–87181–355–9
- [76] MACKENZIE-HELNWEIN, P. ; EBERHARDSTEINER, J. ; MANG, H.A.: A Multi-Surface Plasticity Model for Clear Wood and its Application to the Finite Element Analysis of Structural Details. In: *Computational Mechanics* 31 (2003), S. 204–218
- [77] MALMEISTER, A.K.: Geometry of theories of strength. In: *Mekhanika Polimerov* 2 (1966), Nr. 4
- [78] MANDERY, W.: Relationship Between Perpendicular Compressive Stress and Shear Strength of Wood. In: *Wood Science* 1 (1968), Nr. 3, S. 177–182
- [79] MARCHAND, E. ; NATTERER, J.: Holz-Beton-Verbunddecke im Einsatz. In: *Schweizer Ingenieur- und Architektenzeitschrift* (1996), Nr. 36, S. 24–25
- [80] MARIN, J.: Theories of strength for combined stress and nonisotropic materials. In: *Journal of the aeronautical sciences* (1957), April, S. 265–274
- [81] MARK, R.E.: *Cell wall mechanics of tracheides*. Yale University Press, 1967
- [82] MINDES, S.: The fracture of wood in tension parallel to the grain. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 4(4) (1977), S. 412–416
- [83] MISES, R. von: Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 8 (1928), Juni, Nr. 3, S. 161–185
- [84] MÜLLER, U.: *Analyse der mechanischen Eigenschaften von Massivholz unter Berücksichtigung der Zellstruktur*. Wien, Universität für Bodenkultur (BOKU), Dissertation, 2003
- [85] MÜLLER, U. ; JOSČÁK, T. ; TEISCHINGER, A.: Strength of dried and re-moistened spruce wood compared to native wood. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 61 (2003), S. 439–443

- [86] ORTIZ, M. ; SIMO, J.C.: An Analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 23 (1986), Nr. 3, S. 353–366
- [87] PÖLLING, R.: *Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2000
- [88] POULSEN, J.S.: *Compression in clear wood*, Department of Structural Engineering and Materials, Technical Univ. of Denmark, Doctoral Thesis, 1997
- [89] POULSEN, J.S. ; MORAN, P.M. ; SHIH, C.F. ; BYSKOV, E.: Kink band initiation and band broadening in clear wood under compressive loading. In: *Mechanics of materials* (1997), Nr. 25, S. 67–77
- [90] PUCK, A. ; SCHURMANN, H.: Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002), Nr. 12-13, S. 1633–1662
- [91] PUT, T.A.C.M. van d.: Explanation of the Failure Criterion for Wood. , S. 229–250
- [92] PUT, T.A.C.M. van d.: A general failure criterion for wood. In: *IUFRO Timber Engineering Group Meeting*. Boras, Sweden, 1982, S. 323–342
- [93] RAUTENSTRAUCH, K. ; GROSSE, M. ; HARTNACK, R. ; LEHMANN, St.: Baupraktische Dimensionierung von Holz-Beton-Verbunddecken. In: *6. Informationstag des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau (IKI)* Bauhaus-Universität Weimar, 2003
- [94] RAUTENSTRAUCH, K. ; GROSSE, M. ; LEHMANN, St.: Untersuchung des Tragverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddeckenplatten mit neuartigen Verbindungsmitteln: Flachstahlschlösser in Rundhölzern, Flachstahlschlösser in Derbstange, Betonnocken in aufgestellten Lamellen, Verzinkte Lochbleche / Bauhaus-Universität Weimar. 05/2002. – Forschungsbericht
- [95] RAUTENSTRAUCH, K. ; GROSSE, M. ; LEHMANN, St.: Untersuchung des Tragverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddeckenplatten mit neuartigen Verbindungsmitteln aus Flachstahlschlössern / Bauhaus-Universität Weimar. 08/2000. – Forschungsbericht
- [96] RAUTENSTRAUCH, K. ; GROSSE, M. ; LEHMANN, St.: Holz-Beton-Verbunddecken - Eine moderne Bauweise. In: *5. Informationstag des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau (IKI)* Bauhaus-Universität Weimar, 2002
- [97] RAUTENSTRAUCH, K. ; SCHWARZ, W. ; FRANKE, B. ; FRANKE, St.: Beanspruchungsanalyse von Bauteilen aus Voll- und Brettschichtholz durch Industriephotogrammetrie am Beispiel von Ausklinkungen und Durchbrüchen / Bauhaus-Universität Weimar. 2004 (13399 BR/1). – AIF-Schlussbericht
- [98] REITERER, A. ; SINN, G. ; STANZL-TSCHEGG, S.E.: Fracture characteristics of different wood species under mode I loading perpendicular to the grain. In: *Materials Science and Engineering A332* (2002), S. 29–36

- [99] REITERER, A. ; STANZL-TSCHEGG, St.: Compressive behaviour of softwood under uniaxial loading at different orientations to the grain. In: *Mechanics of materials* (2001), Nr. 33, S. 705–715
- [100] RIBERHOLT, H. ; ENQUIST, B. ; GUSTAFSSON, P.J. ; JENSEN, R.B.: Timber beams notched at the support / Department of Structural Engineering and Materials, Technical Univ. of Denmark. 1991 (R 280). – Forschungsbericht. – 156 S. – ISBN 87-7740-089-5
- [101] RIYANTO, D.S.: Effect of ring angle on shear strength parallel to the grain of wood. In: *Forest Products Journal* 46 (1996), Nr. 7/8, S. 87–92
- [102] SCHATZ, T.: *Zur bruchmechanischen Modellierung des Kurzzeit-Bruchverhaltens von Holz im Reißöffnungsmodus I*. Stuttgart, 1994. – 189 S
- [103] SCHATZ, T.: Zur Bestimmung der Bruchenergie G_f bei Holz. In: *Holz als Roh- und Werkstoff* 53 (1995), S. 171–176
- [104] SCHLEGEL, R.: *Numerische Berechnung von Mauerwerkstrukturen in homogenen und diskreten Modellierungsstrategien*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, eingereicht 2004
- [105] SCHLEGEL, R. ; RAUTENSTRAUCH, K.: Konsistente numerische Umsetzung anisotroper Ver- und Entfestigungsmodelle bei Verwendung mehrflächiger Fließfunktionen. In: *20th CAD-FEM User's Meeting, 2002* (International Congress on FEM Technology)
- [106] SCHLEGEL, R. ; RAUTENSTRAUCH, K. ; ZROST, H.: Dreidimensionale Berechnung ein- und mehrschaliger Mauerwerkskonstruktionen unter Einbeziehung des anisotropen Reiß- und Entfestigungsverhaltens. In: *Das Mauerwerk* 7 (2003), Februar, Nr. 1, S. 2–10
- [107] SCHMIDT, J.: *Holz/Calciumsulfatfließestrich-Verbunddecken*, Universität Leipzig, Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Dissertation, 2003
- [108] SENDECKYJ, G.P.: A Brief Survey of Empirical Multiaxial Strength Criteria for Composites. In: *Composite Materials: Testing and Design (Second Conference)* ASTM American Society for Testing and Materials, 1972, S. 41–51
- [109] SHIH, C.F. ; LEE, D.: Further Developments in Anisotropic Plasticity. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* (1978), Nr. 100, S. 294–302
- [110] SIMO, J.C. ; KENNEDY, J.G. ; GOVINDJEE, S.: Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 26 (1988), S. 2161–2185
- [111] SJÖSTRÖM, E.: *Wood chemistry*. second. Academica Press, Inc., 1993. – ISBN 0-12-647481-8
- [112] SMITH, I. ; LANDIS, E. ; GONG, M.: *Fracture and fatigue in wood*. John Wiley and Sohns, 2003. – 234 S. – ISBN 0-471-48708-2

- [113] SPENGLER, R.: Festigkeitsverhalten von Brettelelementen aus Fichte unter zweiachsiger Beanspruchung: Ergebnisse aus experimentellen Untersuchungen / Technische Universität München, Bauingenieurwesen 2. 1986. – Forschungsbericht
- [114] STÜSSI, F.: Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser. In: *Schweizerische Bauzeitung* (1946), November, Nr. 20, S. 251–252
- [115] TENNYSON, R. C. ; MACDONALD, D. ; A.P., Nanyaro: Evaluation of the Tensor Polynomial Failure Criterion for Composite Materials. In: *Journal of Composite Materials* 12 (1978), January, S. 63–75
- [116] TSAI, S.W. ; WU, E.M.: A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. In: *Journal of Composite Materials* (1971), Nr. 5, S. 58–80
- [117] VALLIAPPAN, S.: Nonlinear Analysis for Anisotropic Materials. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 10 (1974), S. 294–302
- [118] WEIHE, S.: *Modelle der fiktiven Rißbildung zur Berechnung der Initiierung und Ausbreitung von Rissen. Ein Ansatz zur Klasifizierung*, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Dissertation, 1995
- [119] WILL, J.: *Beitrag zur Standsicherheitsberechnung im geklüfteten Fels in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik unter Verwendung impliziter und expliziter Berechnungsstrategien*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, März 1999
- [120] WITTKE, W.: *Felsmechanik - Grundlage des wirtschaftlichen Bauens im Fels*. Berlin : Springer Verlag, 1984
- [121] WU, E.M. ; SCHEUBLEIN, J.K.: Laminated strength- a direct characterization procedure. In: *Composite materials. Testing and design*, ASTM. STP. 546, 1974, S. 188–206
- [122] ZIENKIEWICS, O.C. ; PANDE, G.N.: Time dependent Multilaminate model of Rocks - A numerical Study of Deformation and Failure of Rock Masses. In: *Int. J. of Num. and Anal. Methods in Geomechanics* 1 (1977), S. 219–247

Anhang A

Versuche

A.1 Versuche mit dem Schubverbindungselement Flachstahlschloss

A.1.1 Slip-Block-Test

Mittelwert der Holzeigenschaften Holz: S10 (Fichte)			Mittelwert der Betoneigenschaften Sieblinie: AB Größtkorn 16 mm		
Rohdichte ρ_0 [g/cm^3]	Holzfeuchte u [%]	E-Modul [N/mm^2]	Würfeldruckfest. β_{WS} [N/mm^2]	Rohdichte ρ_B [g/cm^3]	E-Modul [N/mm^2]
0,43	11,5	14.867	44,3	2,25	27.100

Tabelle A.1: Eigenschaften der verwendeten Baustoffe

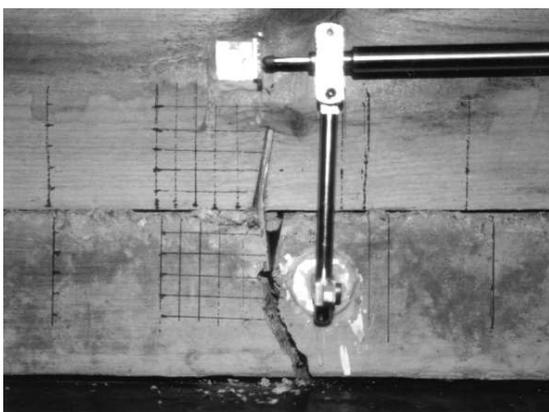


Abbildung A.1: Im Vorversuch Zugversagen der Betonplatte bei fehlender Bewehrung über dem Schloss



Abbildung A.2: Aufnahme des Slip-Block-Tests

Nr.	ν_i [mm]	$\nu_{i,mod}$ [mm]	k_i [kN/mm]	k_s [kN/mm]	ν_s [mm]	F_{max} [kN]
HVS/F/1	0,285	0,275	140,351	145,278	+0,010	98,52
HVS/F/2	0,246	0,255	162,933	157,068	-0,009	96,45
HVS/F/3	0,355	0,317	112,676	126,316	+0,038	89,18
HVS/F/4	0,249	0,248	160,643	161,290	+0,001	99,41
HVS/F/5	0,232	0,216	172,414	185,185	+0,016	91,93
HVS/F/6	0,385	0,388	103,896	103,093	-0,003	92,59
HVS/F/7	0,239	0,210	167,715	190,476	+0,029	99,55
HVS/F/8	0,304	0,302	131,580	132,450	+0,002	85,99
HVS/F/9	0,176	0,183	227,920	218,182	-0,008	109,11
HVS/F/10	0,195	0,181	205,656	220,588	+0,013	91,67

Tabelle A.2: Ergebnisse der einzelnen Proben aus der Serie HVS/F, Breite der Versuchskörper $b = 35\text{cm}$

	Höchstlast F_{max} für $b =$			Verschiebungsmodul k_s für $b =$		
	35 cm	100 cm		35 cm	100 cm	
Minimum	85,990	245,673	[kN]	103,093	294,551	[kN/mm]
Maximum	109,110	311,727	[kN]	220,588	630,251	[kN/mm]
Mittelwert	95,440	272,672	[kN]	163,993	468,550	[kN/mm]
Stadabw.	6,610	18,883	[kN]	39,184	111,955	[kN/mm]
Varianz	43,686	124,811	[kN ²]	1535,415	4386,899	[kN ² /mm ²]
Varkoeff.	6,925	19,786	[%]	23,894	68,269	[%]
5% Quantil	84,567	241,609	[kN]	99,534	284,384	[kN/mm]

Tabelle A.3: Statistische Auswertung der Slip-Block-Tests für die Variante HVS/F

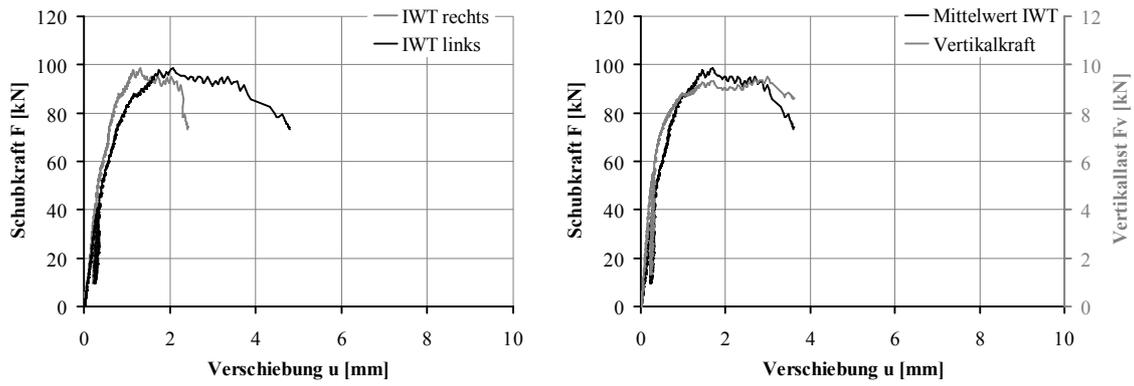


Abbildung A.3: Versuchskörper HVS/F/1

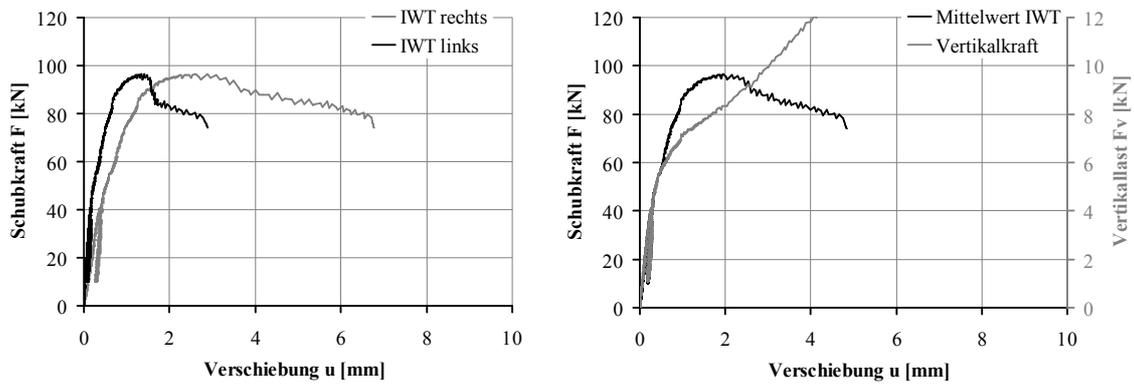


Abbildung A.4: Versuchskörper HVS/F/2

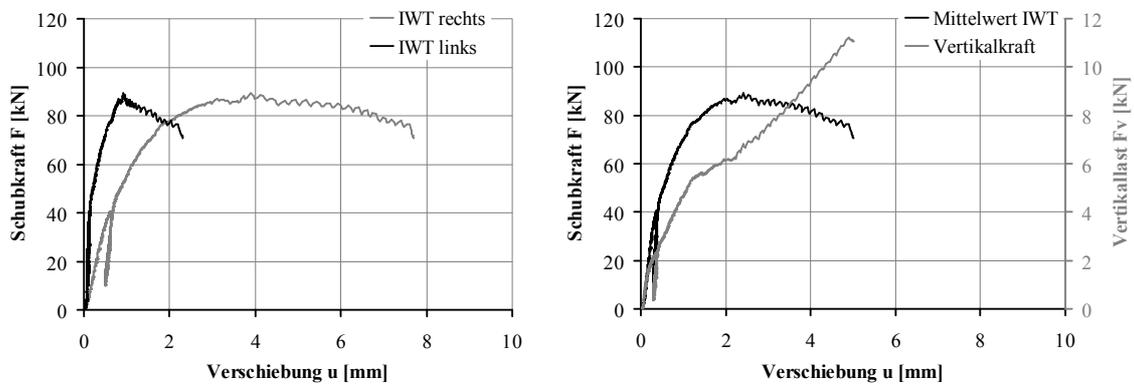


Abbildung A.5: Versuchskörper HVS/F/3

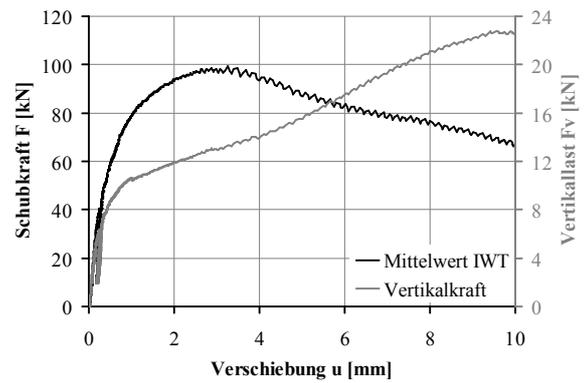
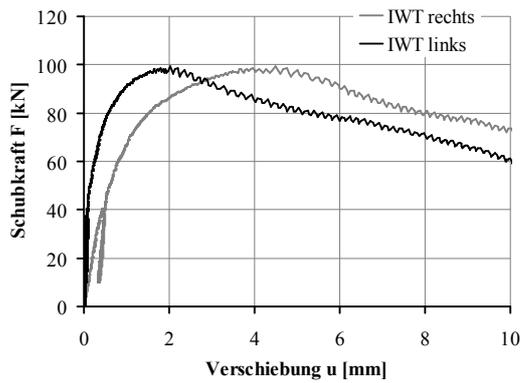


Abbildung A.6: Versuchskörper HVS/F/4

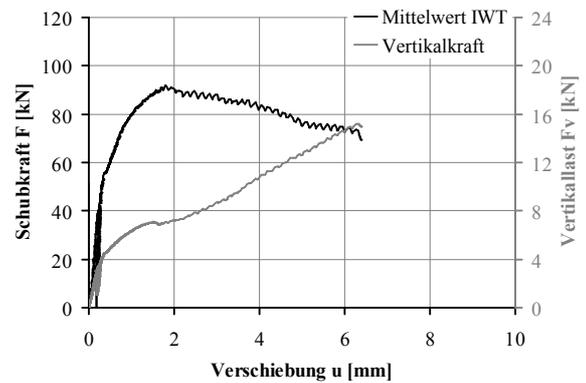
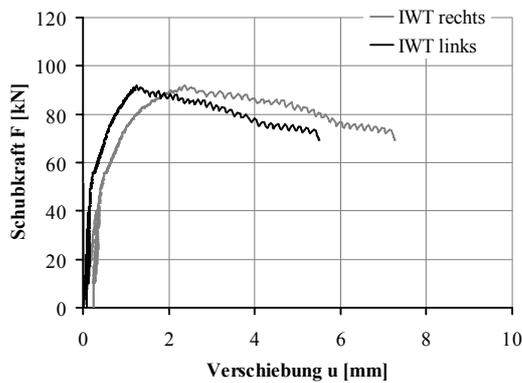


Abbildung A.7: Versuchskörper HVS/F/5

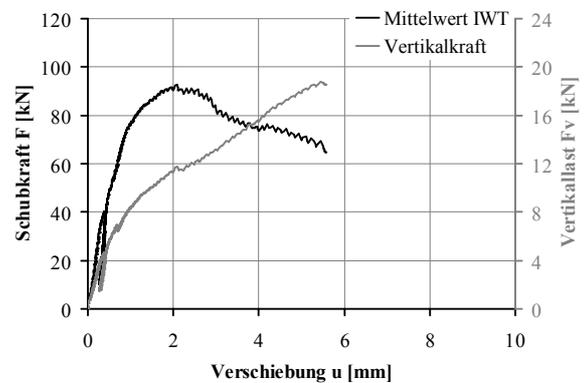
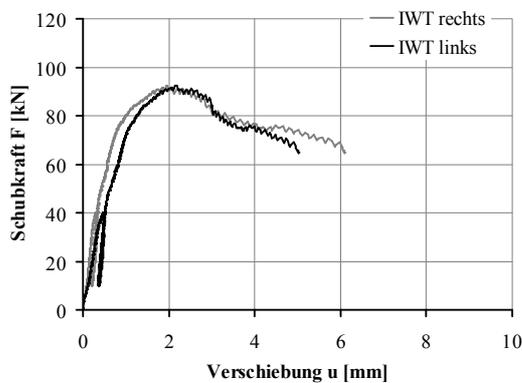


Abbildung A.8: Versuchskörper HVS/F/6

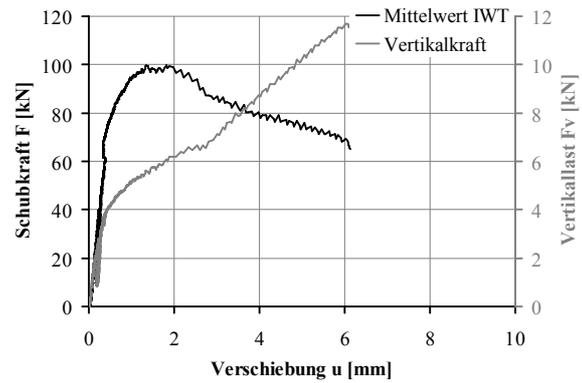
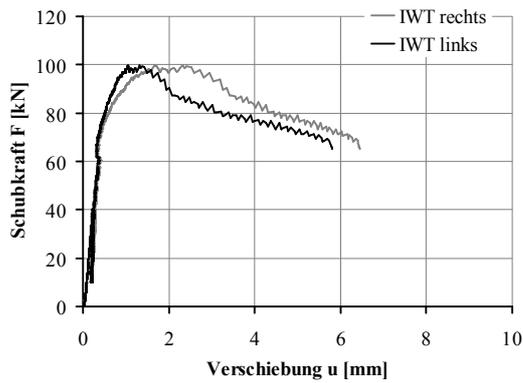


Abbildung A.9: Versuchskörper HV5/F/7

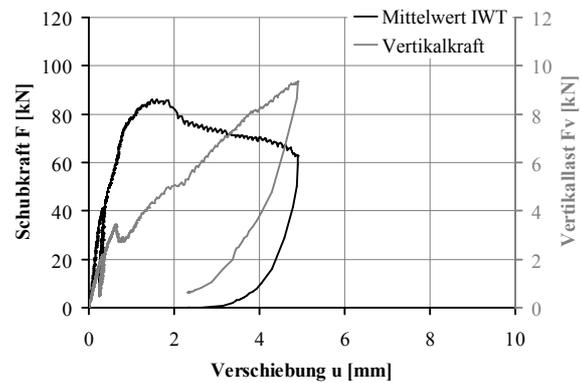
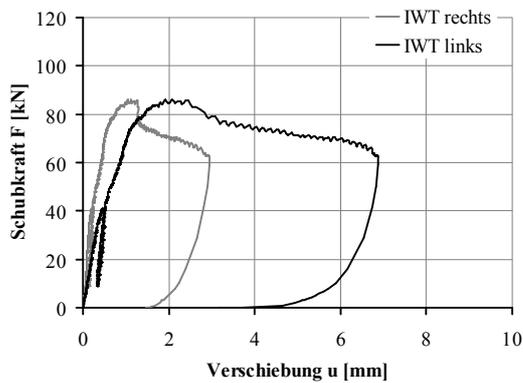


Abbildung A.10: Versuchskörper HV5/F/8

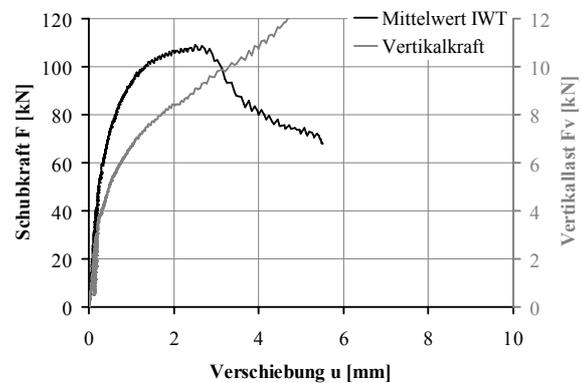
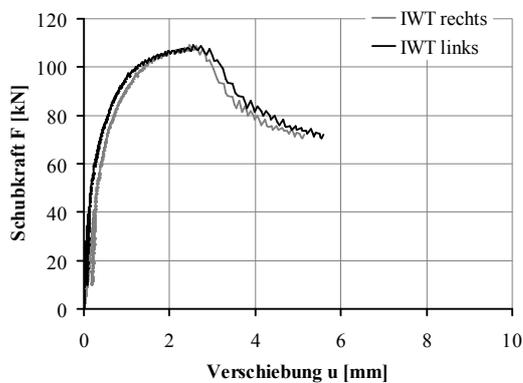


Abbildung A.11: Versuchskörper HV5/F/9

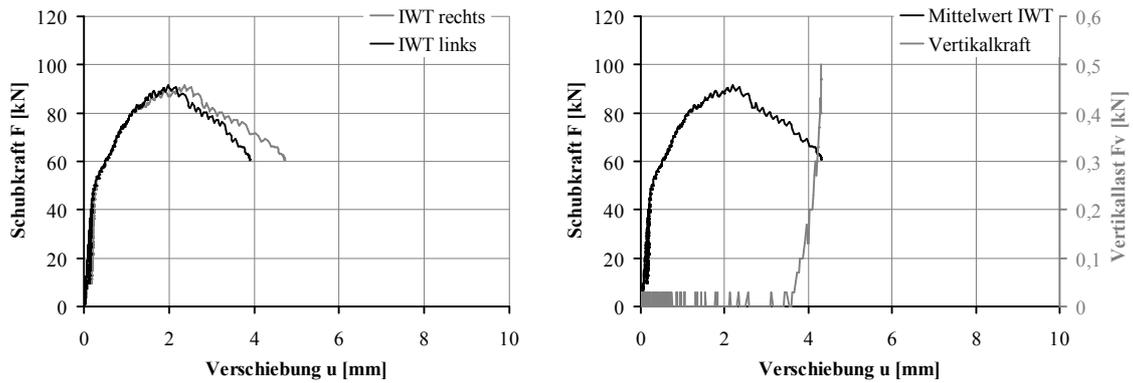


Abbildung A.12: Versuchskörper HVS/F/10

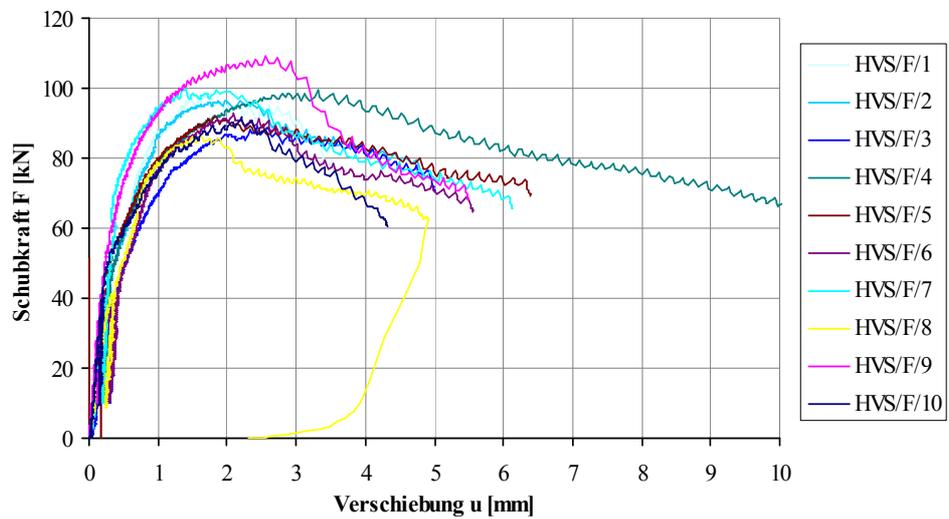


Abbildung A.13: Vergleich der Arbeitslinien aller getesteten Proben der Serie HVS/F

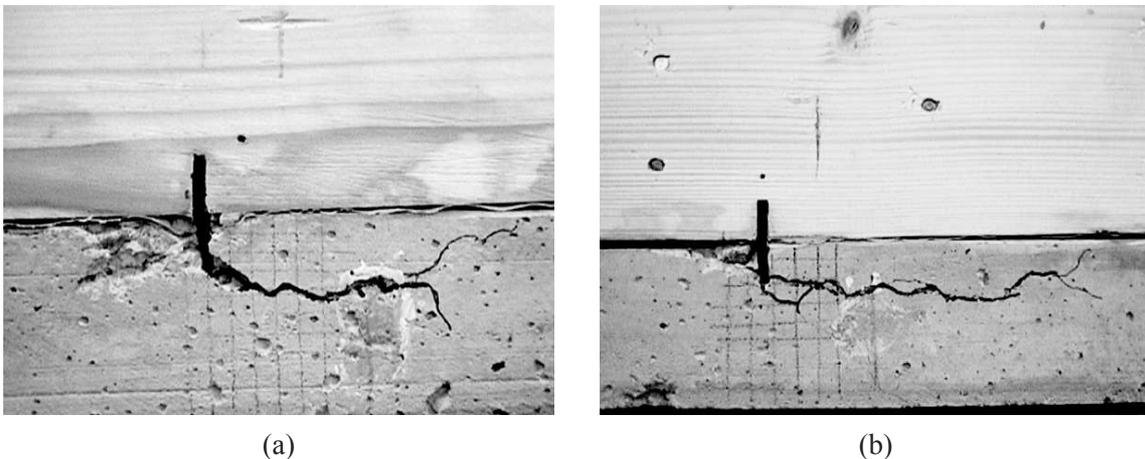


Abbildung A.14: Typische Rissbildung oberhalb der Bewehrung im Bruchzustand infolge der Hebelwirkung und Verdrehung des Flachstahlschlusses rechts und Betondruckversagen links vom Verbindungsmittel

A.1.2 Push-Out-Test erste Serie

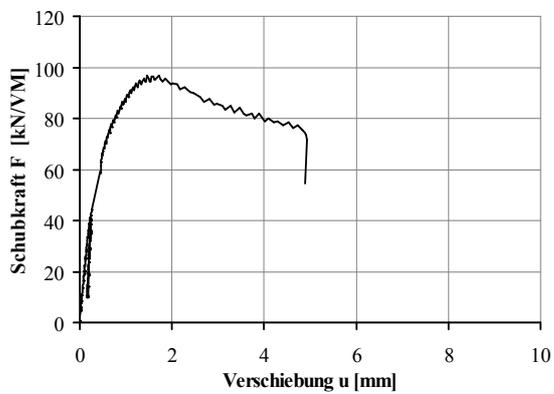
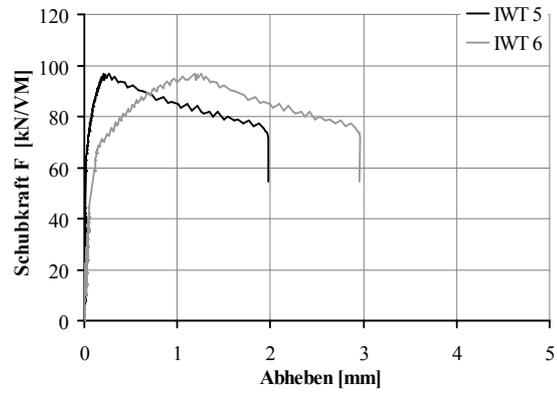
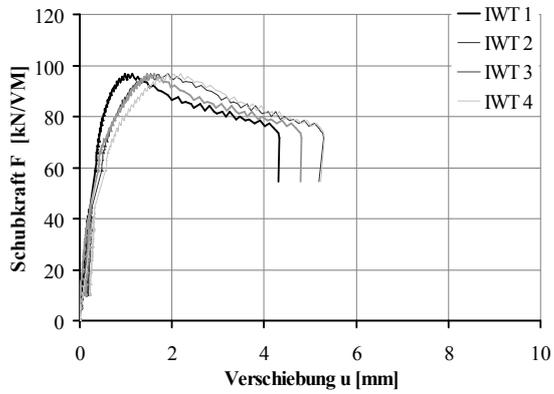


Abbildung A.15:
Ergebnisse Versuchskörper HVSII/F/1

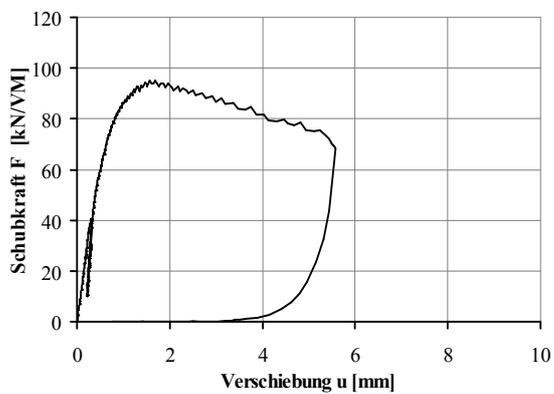
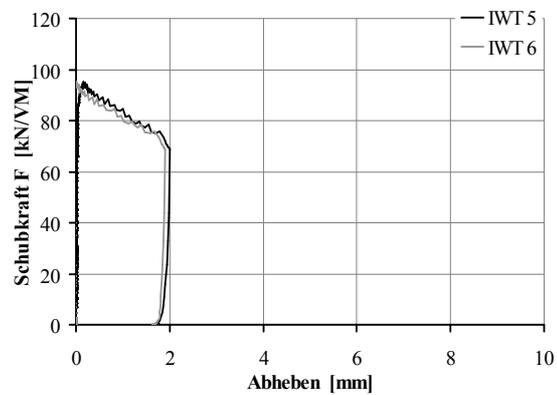
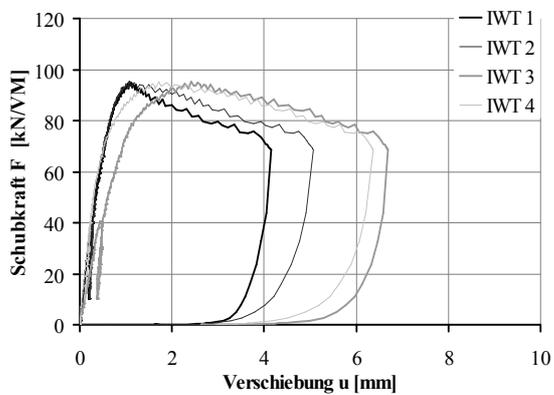


Abbildung A.16:
Ergebnisse Versuchskörper HVSII/F/2

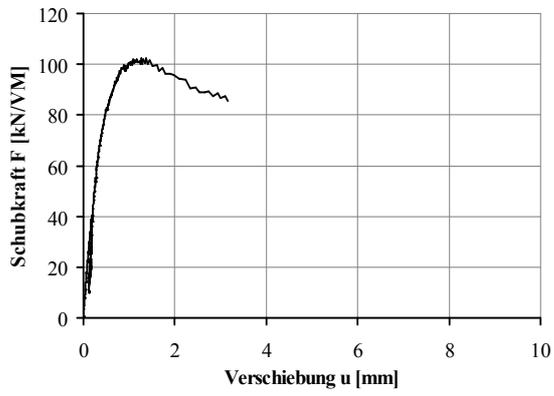
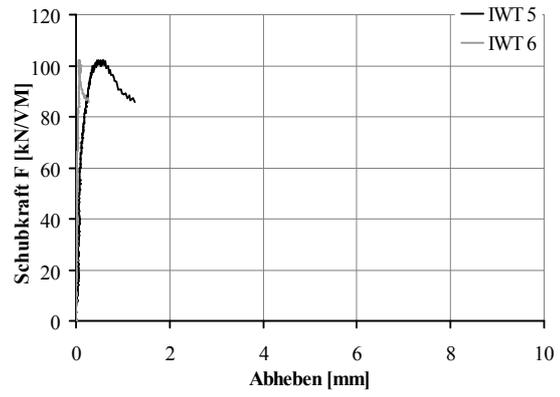
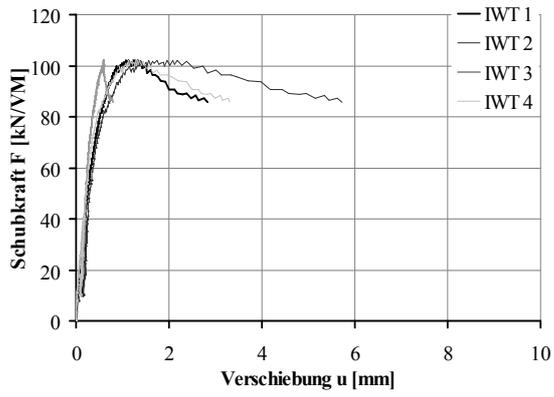


Abbildung A.17:
Ergebnisse Versuchskörper HVSII/F/3

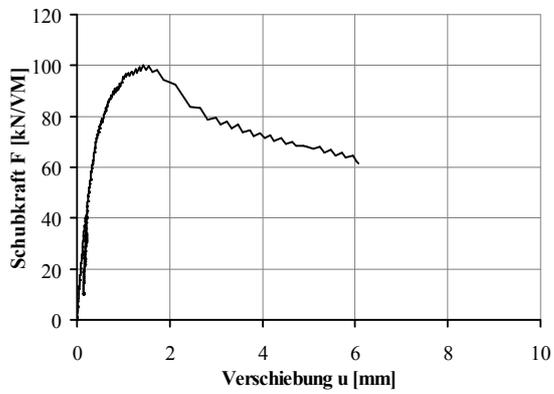
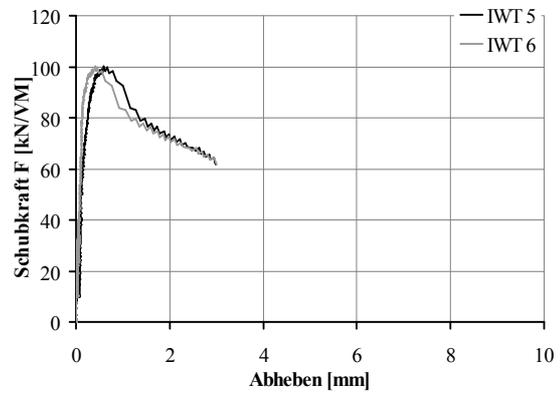
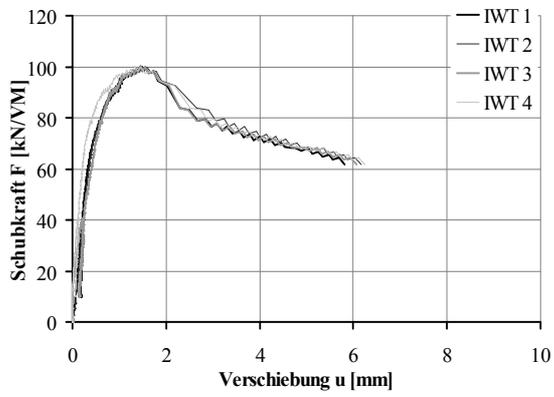


Abbildung A.18:
Ergebnisse Versuchskörper HVSII/F/4

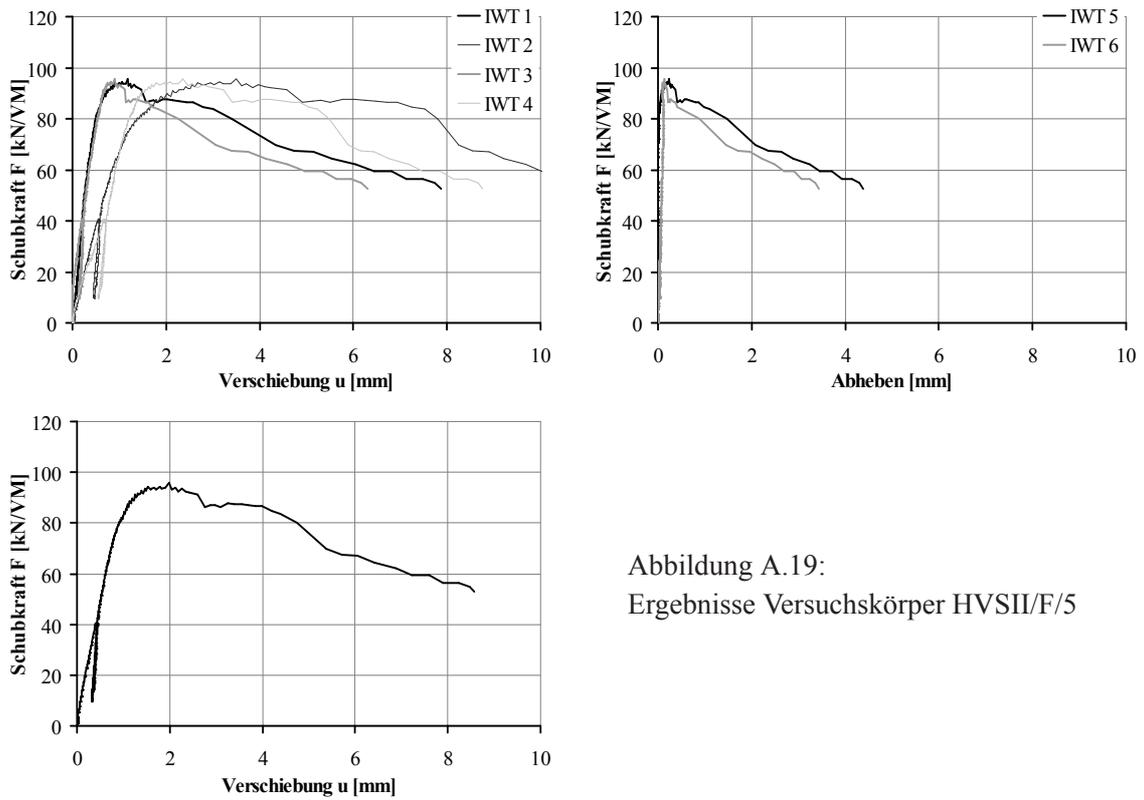


Abbildung A.19:
Ergebnisse Versuchskörper HVSII/F/5

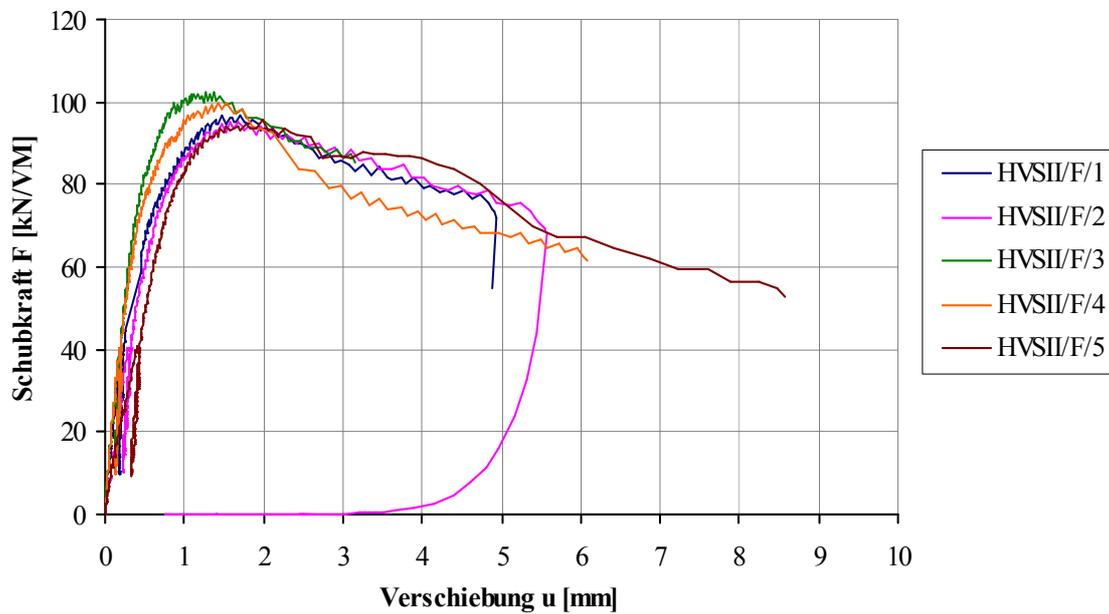


Abbildung A.20: Vergleich der Ergebnisse aller Versuchskörper der ersten Serie HVSII/F

Versuchskörper (VK)	Verschiebungen			k_i [kN/mm]	Verschiebungsmodul k_s		Höchstlast F_{max}		
	ν_i [mm]	$\nu_{i,mod}$ [mm]	ν_s [mm]		$b = 30\text{ cm}$ [kN/mm]	$b = 100\text{ cm}$ [kN/mm]	$b = 30\text{ cm}$ [kN/V M]	$b = 30\text{ cm}$ [kN/V K]	$b = 100\text{ cm}$ [kN/m]
HVSII/F/1	0,207	0,225	-0,018	193,237	177,515	591,717	96,756	193,512	322,520
HVSII/F/2	0,279	0,279	0,000	143,627	143,541	478,470	95,209	190,418	317,363
HVSII/F/3	0,190	0,207	-0,017	211,082	193,548	645,160	102,240	204,480	340,800
HVSII/F/4	0,184	0,205	-0,021	217,687	195,440	651,467	100,085	200,170	333,617
HVSII/F/5	0,376	0,405	-0,029	106,525	98,847	329,490	95,791	191,582	319,303
Minimum	0,184	0,205	-0,029	106,525	98,847	329,490	95,209	190,418	317,363
Maximum	0,376	0,405	0,000	217,687	195,440	651,467	102,240	204,480	340,800
Mittelwert	0,247	0,264	-0,017	174,432	161,778	539,261	98,016	196,032	326,721
Stadabw.	0,081	0,084	0,011	47,771	40,875	136,250	3,022	6,045	10,075
Varianz [...]²	0,007	0,007	0,000	2282,039	1670,754	5569,179	9,135	18,270	30,450
Varkoeff. [%]	32,916	31,869	-62,392	27,386	25,266	84,220	3,084	6,167	10,279
5% Quantil	0,247	0,264	-0,017	37,358	53,000	176,666	93,143	186,286	310,476

Tabelle A.4: Ergebnisse der Push-Out-Tests der Verbindung mittels Flachstahlschlössern, erste Serie *HVSII/F/1 – 5*, Breite der Versuchskörper $b = 30\text{ cm}$

A.1.3 Push-Out-Test zweite Serie

Prüfung Würfel $a = 150 \text{ mm}$		
lfd-Nr. Würfel	Rohdichte [g/cm^3]	Würfeldruckfest. [N/mm^2]
1	2,30	30,98
2	2,31	28,22
3	2,29	29,56
Ø	2,30	29,59

Prüfung Zylinder $\varnothing 150 \text{ mm}, h = 300 \text{ mm}$			
lfd-Nr. Zylinder	Rohdichte [g/cm^3]	E-Modul [N/mm^2]	Zylldruckfest. [N/mm^2]
1	2,28	28.800	24,7
2	2,26	28.200	24,6
3	2,27	28.500	22,6
	2,27	28.500	24,0

Tabelle A.5: Ergebnisse der Prüfung des projektierten Betons minderer Qualität

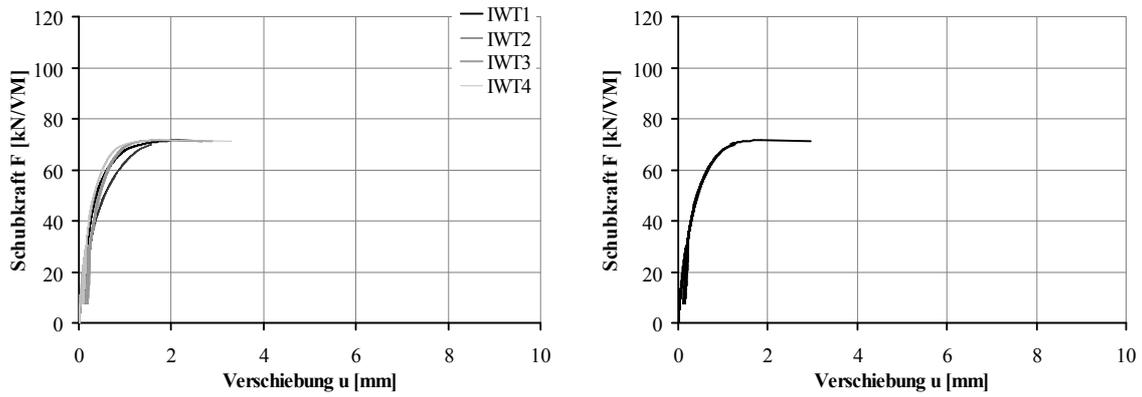


Abbildung A.21: Versuchskörper HVSII/F/6: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

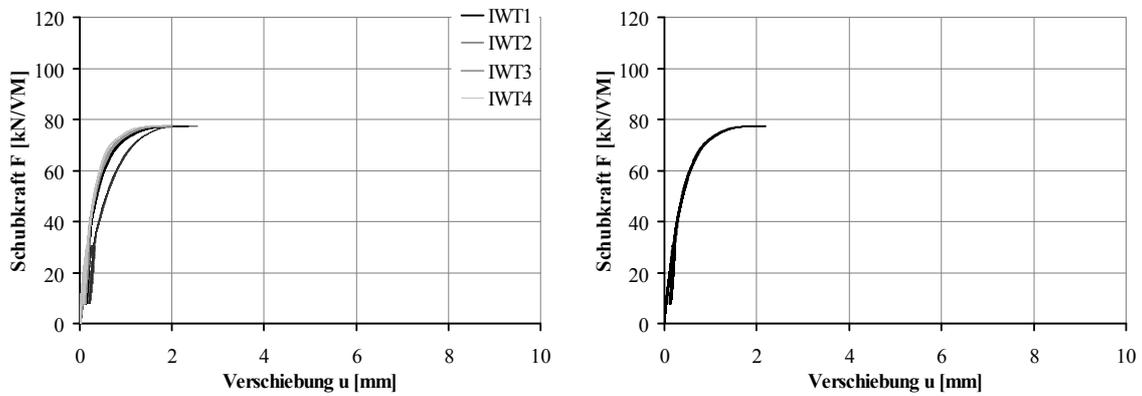


Abbildung A.22: Versuchskörper HVSII/F/7: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

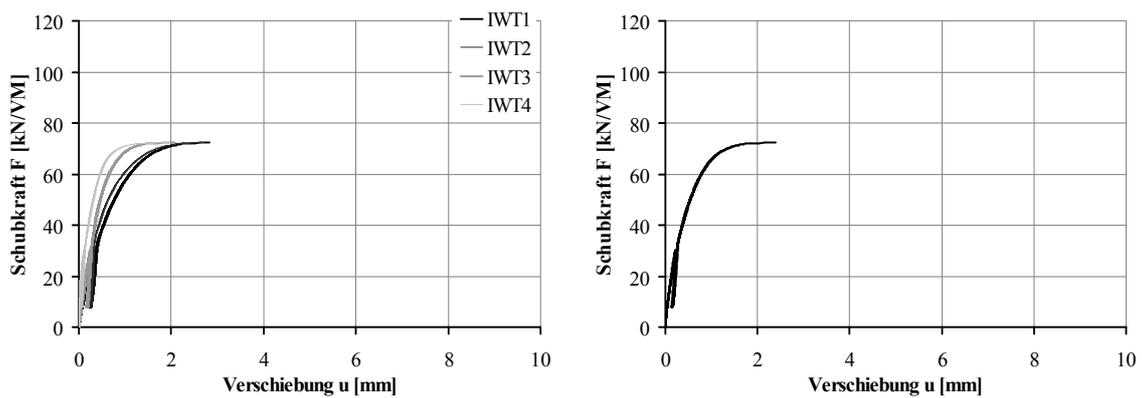


Abbildung A.23: Versuchskörper HVSII/F/8: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

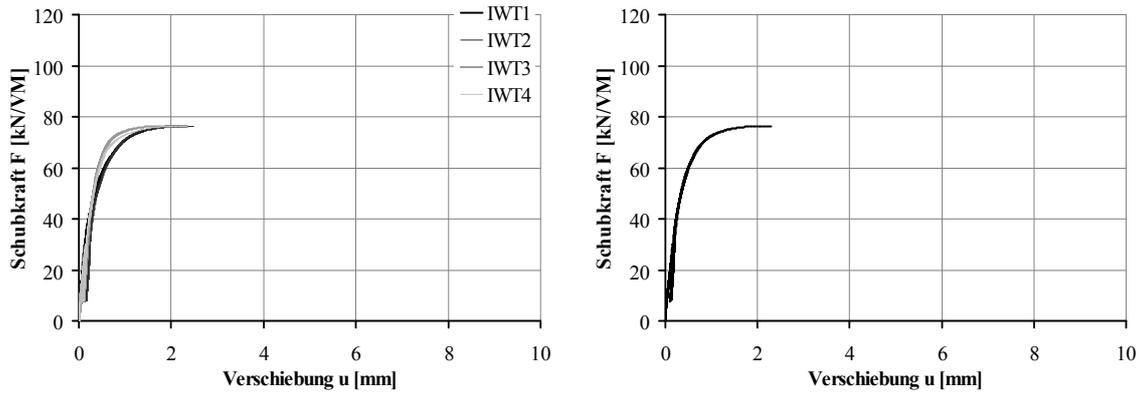


Abbildung A.24: Versuchskörper HVSII/F/9: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

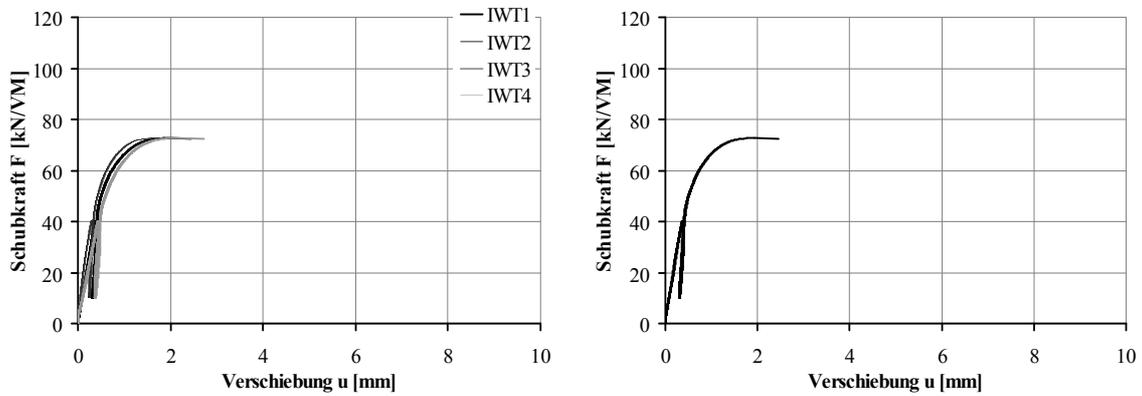


Abbildung A.25: Versuchskörper HVSII/F/10: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

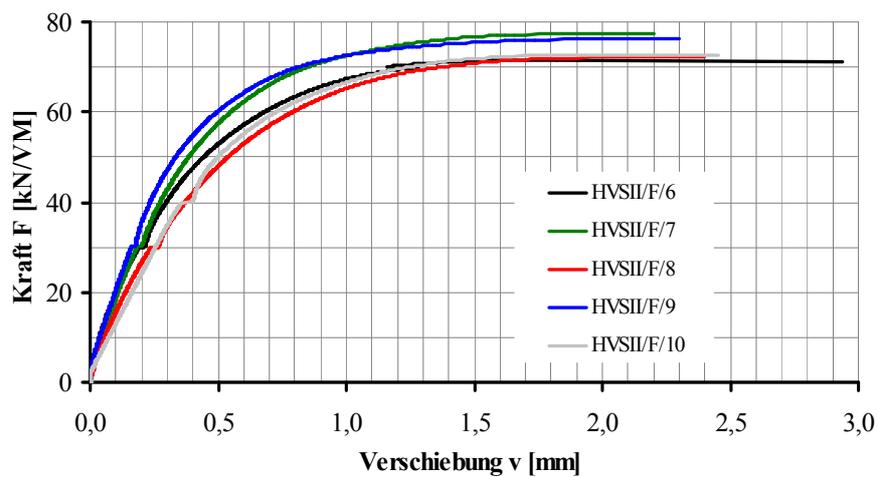


Abbildung A.26: Zusammenstellung der Traglastkurven der zweiten Serie von Push-Out-Tests, bei der ein Beton minderer Qualität verwendet wurde - die Hystereseschleifen wurden ausgeblendet

Versuchskörper (VK)	Verschiebungen			k_i [kN/mm]	Verschiebungsmodul k_s		Höchstlast F_{max}		
	ν_i [mm]	$\nu_{i,mod}$ [mm]	ν_s [mm]		$b = 30cm$ [kN/mm]	$b = 100cm$ [kN/mm]	$b = 30cm$ [kN/VM]	$b = 30cm$ [kN/VK]	$b = 100cm$ [kN/m]
HVSII/F/6	0,188	0,218	-0,030	170,048	146,575	488,584	71,481	142,962	238,271
HVSII/F/7	0,183	0,202	-0,019	174,675	158,523	528,410	77,383	154,766	257,944
HVSII/F/8	0,238	0,263	-0,025	134,724	121,807	406,024	72,312	144,624	241,040
HVSII/F/9	0,160	0,024	-0,022	199,697	175,985	586,618	76,313	152,627	254,378
HVSII/F/10	0,254	0,052	-0,015	126,167	118,944	396,478	72,690	145,380	242,300
Minimum	0,160	0,024	-0,030	126,167	118,944	396,478	71,481	142,962	238,271
Maximum	0,254	0,263	-0,015	199,697	175,985	586,618	77,383	154,766	257,944
Mittelwert	0,205	0,152	-0,022	161,062	144,367	481,223	74,036	148,072	246,787
Stadabw.	0,040	0,107	0,006	30,291	24,291	80,971	2,632	5,263	8,772
Varianz [...] ²	0,002	0,011	0,000	917,534	590,071	1966,904	6,925	13,850	23,084
Varkoeff. [%]	19,377	70,306	-25,759	18,807	16,826	56,087	3,554	7,109	11,848
5% Quantil	0,204	0,152	-0,022	80,807	86,679	288,930	70,831	141,662	236,103

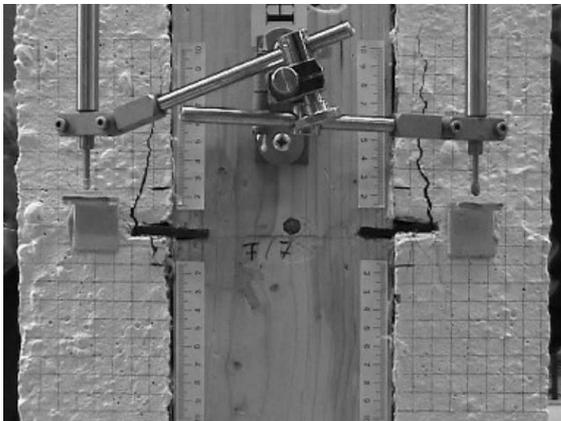
Tabelle A.6: Ergebnisse der Push-Out-Tests der zweiten Serie *HVSII/F/6 – 10*, Breite der Versuchskörper $b = 30cm$



(a)



(b)



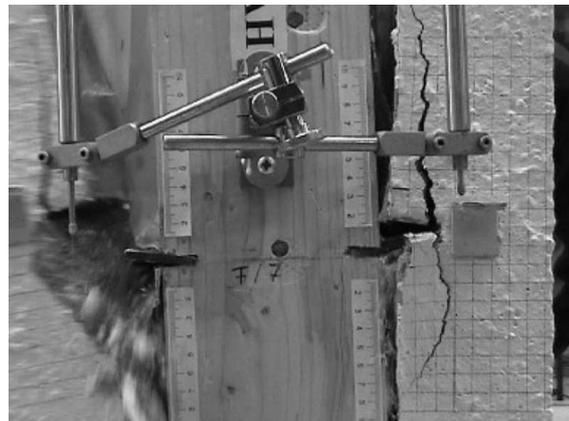
(c)



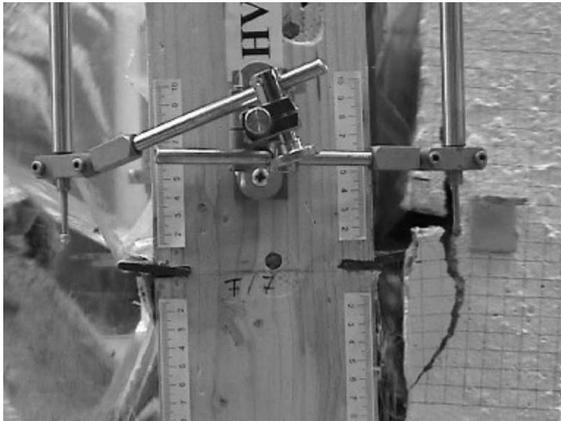
(d)



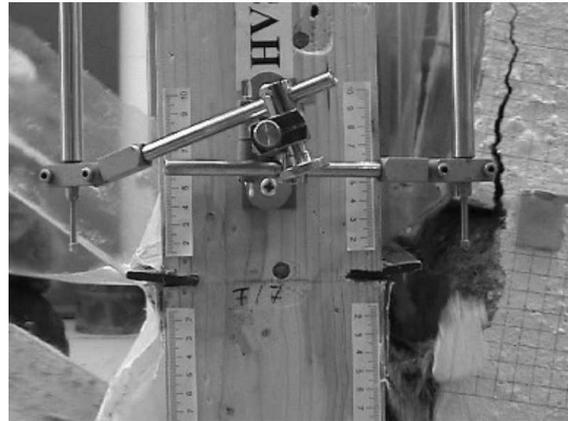
(e)



(f)



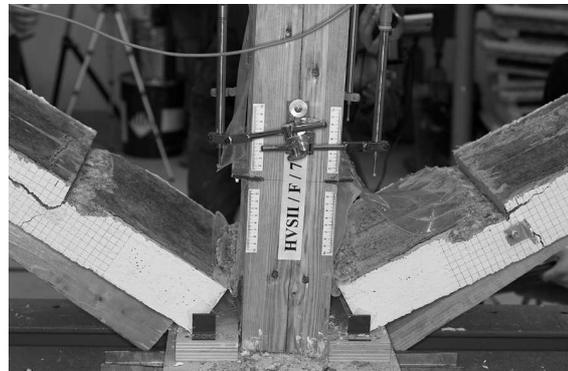
(g)



(h)



(i)



(j)

Abbildung A.27: Versagensmechanismus der Verbindung mittels Flachstahlschloss, aufgenommen in der zweiten Serie, in der ein Beton minderer Qualität verwendet wurde (Versuchskörper *HVSII/F/7*):

- (a) Aufnahme zu Versuchsbeginn
- (b) erste Rissbildung oberhalb der Schlösser infolge der Hebelwirkung der Flachstähle
- (c) fortschreitende Rissöffnung oberhalb und Druckversagen unterhalb der Schlösser
- (d) kurz vor Bruch, lokale Gefügezerstörung des Betons
- (e)-(h) der Brettstapel wird zwischen den Betonplatten hindurch gedrückt, wodurch diese nach außen umkippen
- (i) Aufnahme von der Rückseite, keilförmige Gefügezerstörung des Betons, dadurch Ausbildung einer Gleitschicht
- (j) Aufnahme nach Versuchsende

A.1.4 Biegeversuche

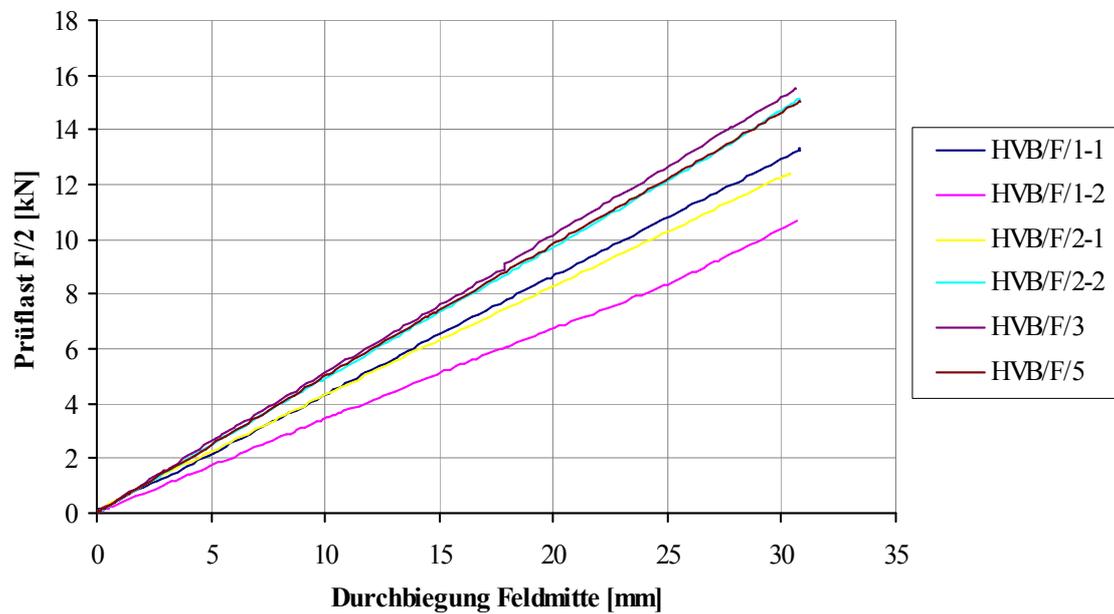


Abbildung A.28: Ergebnisse der Biegesteifigkeitsprüfung der rohen Brettstapelelemente

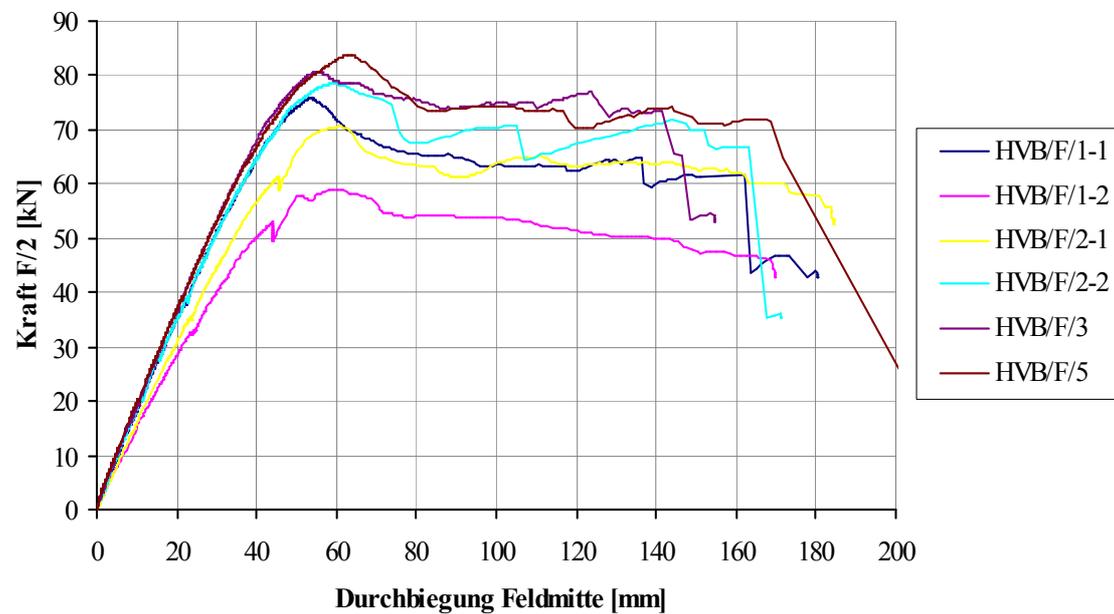


Abbildung A.29: Vergleich der Durchbiegung in Feldmitte aller im 4-Punkt-Biegeversuch getesteten Brettstapel-Verbundplatten

A.2 Push-Out-Tests mit Nutverbindungen

Für den Zementestrich wurde eine handelsübliche Trockenmischung eingesetzt und nach Vorschrift verarbeitet. Laut Herstellerangaben waren folgende Werte zu erwarten:

Hersteller	BAYOSAN
Bezeichnung	Beton-Estrich ZE 20-B25
Mörtelgruppe	ZE 20 nach DIN 18.560, B25 nach DIN 1045-1
Druckfestigkeit	$> 25 \text{ N/mm}^2$
Korngröße	0 – 8 mm
Wasserbedarf	14 %
Ausgangsstoffe	Zement nach DIN 11644, Zuschlag nach DIN 4226

Eine Prüfung im Labor der Bauhaus-Universität ergab:

Prüfung Zylinder $\varnothing 150 \text{ mm}$, $h = 300 \text{ mm}$			
lfd-Nr. Zylinder	Rohdichte [g/cm^3]	E-Modul [N/mm^2]	Zylldruckfest. [N/mm^2]
1	2,19	23.200	40,9
2	2,19	21.300	38,9
3	2,18	20.600	38,4
\varnothing	2,19	21.700	39,4

Tabelle A.7: Ergebnisse der Prüfung des verwendeten Fertigbetons

A.2.1 Versuchsreihe mit 80° Flankenneigung

Die Breite der Versuchskörper dieser Serie betrug $b_{80^\circ} = 30 \text{ cm}$.

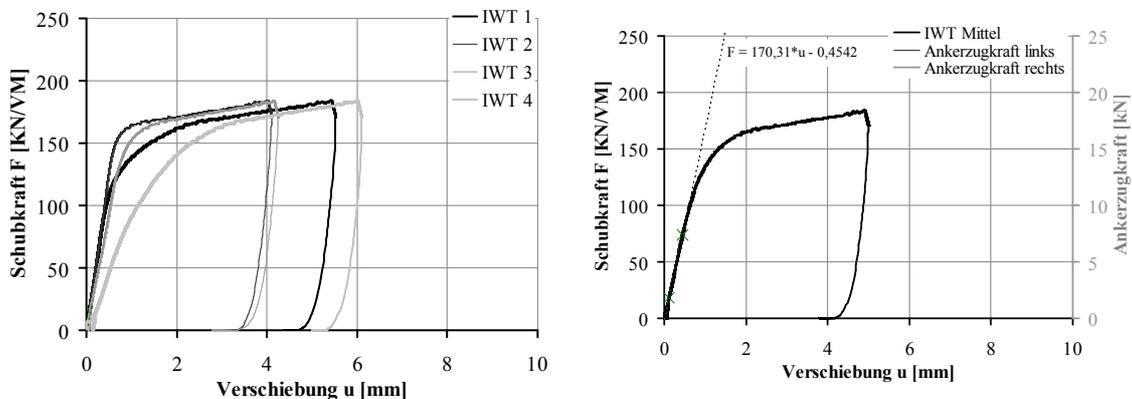


Abbildung A.30: Versuchskörper HBV/80/1: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

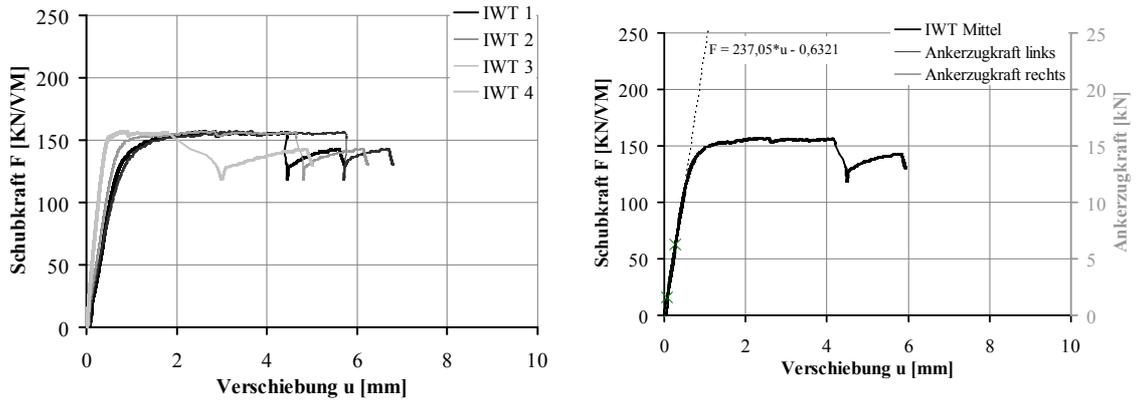


Abbildung A.31: Versuchskörper HBV/80/2: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

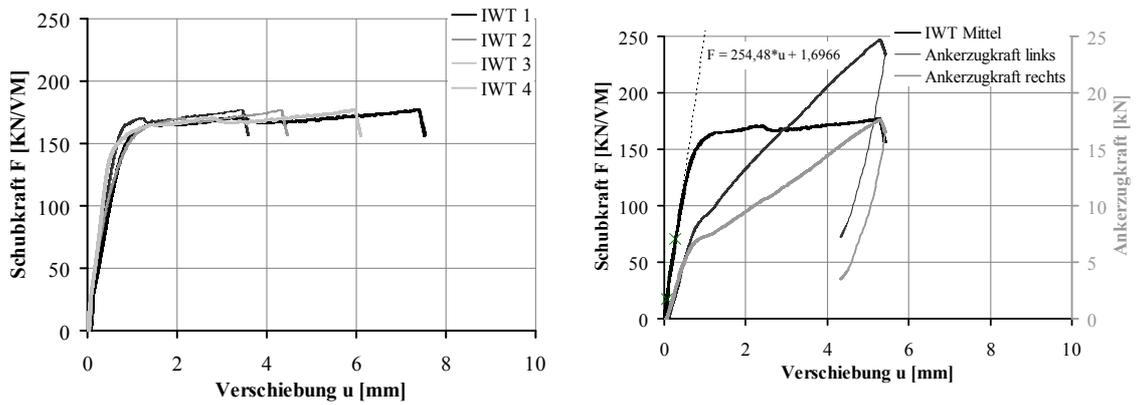


Abbildung A.32: Versuchskörper HBV/80/3: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

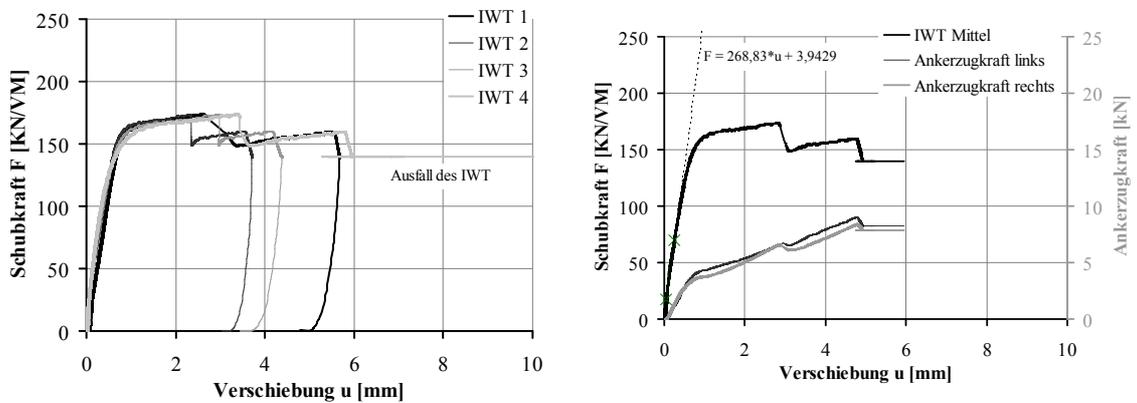


Abbildung A.33: Versuchskörper HBV/80/4: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

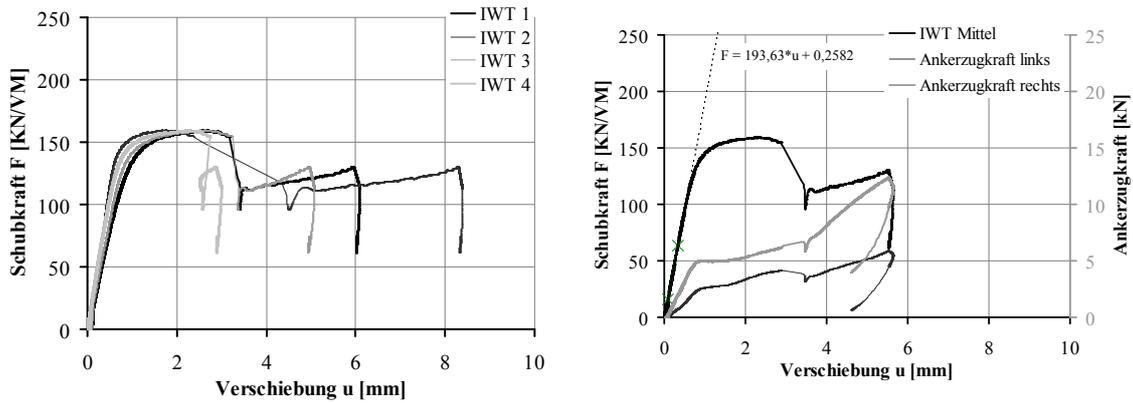


Abbildung A.34: Versuchskörper HBV/80/5: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

A.2.2 Versuchsreihe mit 90° Flankenneigung

Die Breite der Versuchskörper dieser Serie betrug $b_{90^\circ} = 32cm$.

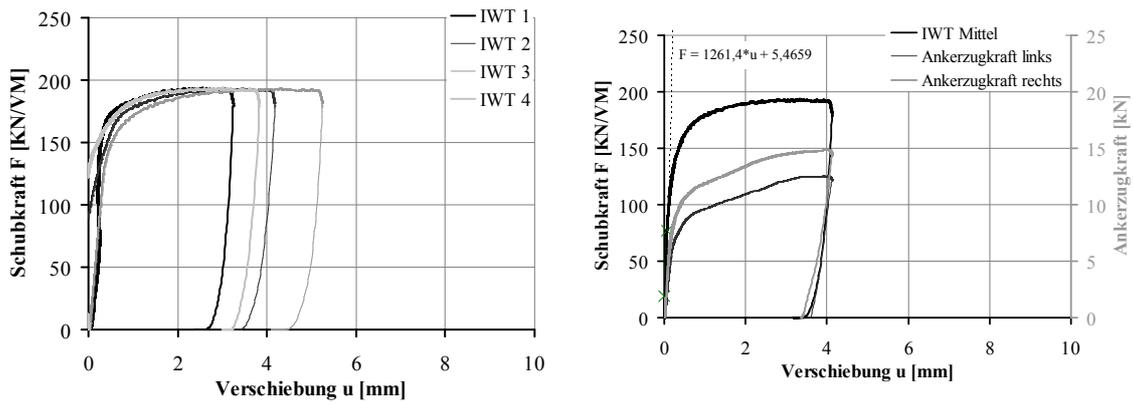


Abbildung A.35: Versuchskörper HBV/90/1: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

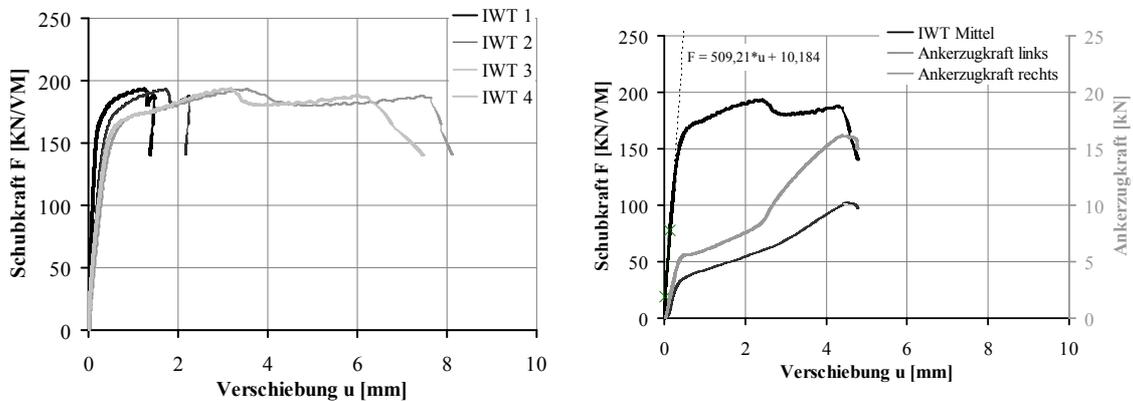


Abbildung A.36: Versuchskörper HBV/90/2: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

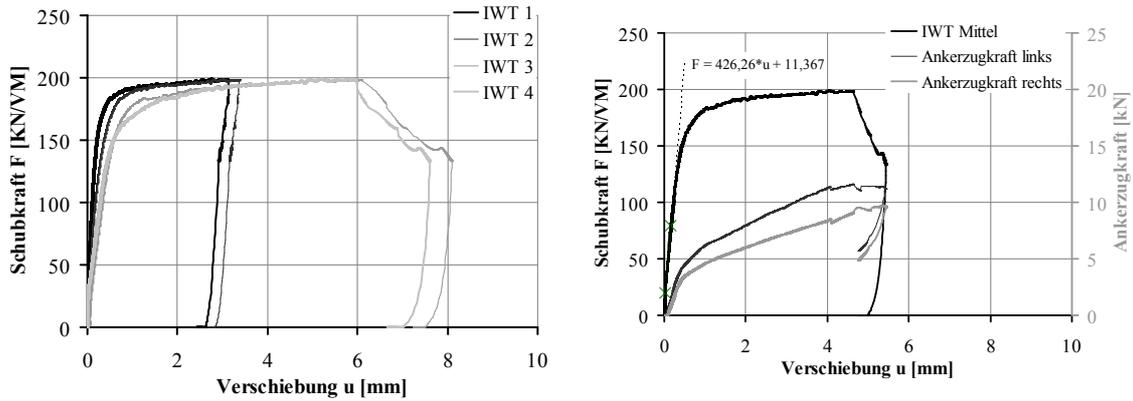


Abbildung A.37: Versuchskörper HBV/90/3: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

A.2.3 Versuchsreihe mit 100° Flankeneneigung

Die Breite der Versuchskörper dieser Serie betrug $b_{100^\circ} = 32\text{cm}$.

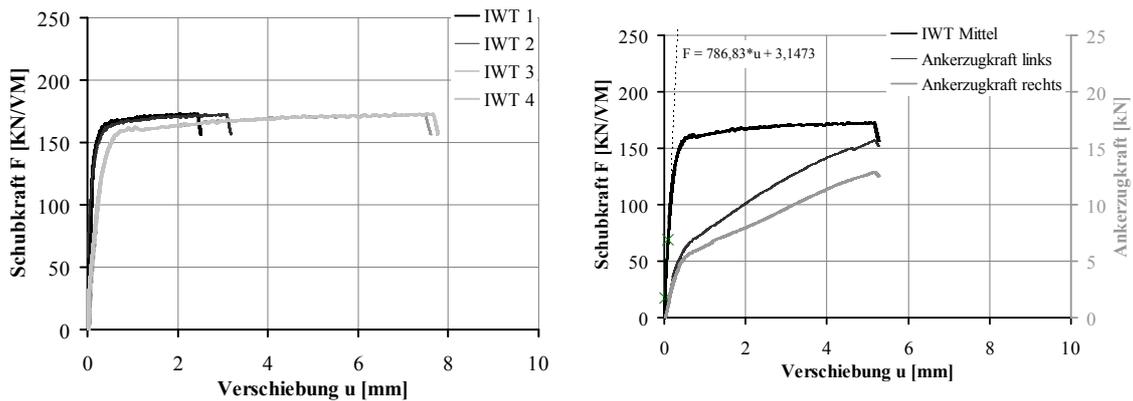


Abbildung A.38: Versuchskörper HBV/100/1: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

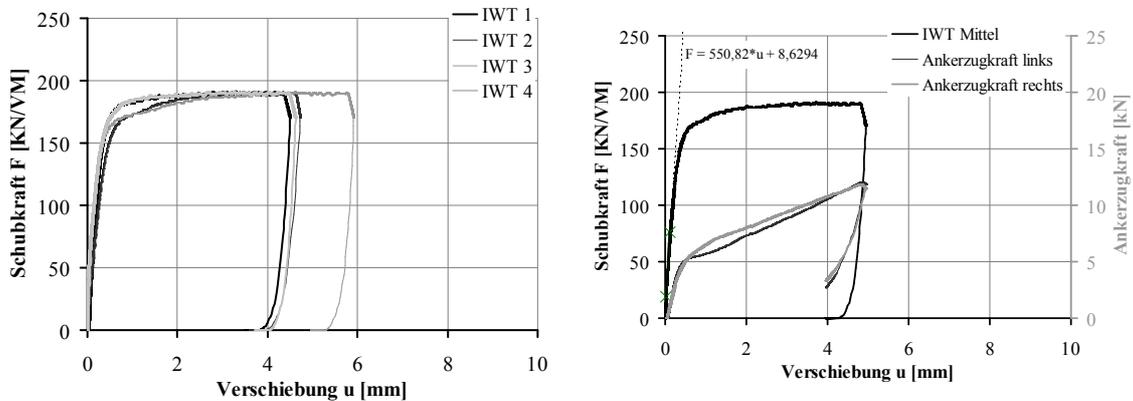


Abbildung A.39: Versuchskörper HBV/100/2: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

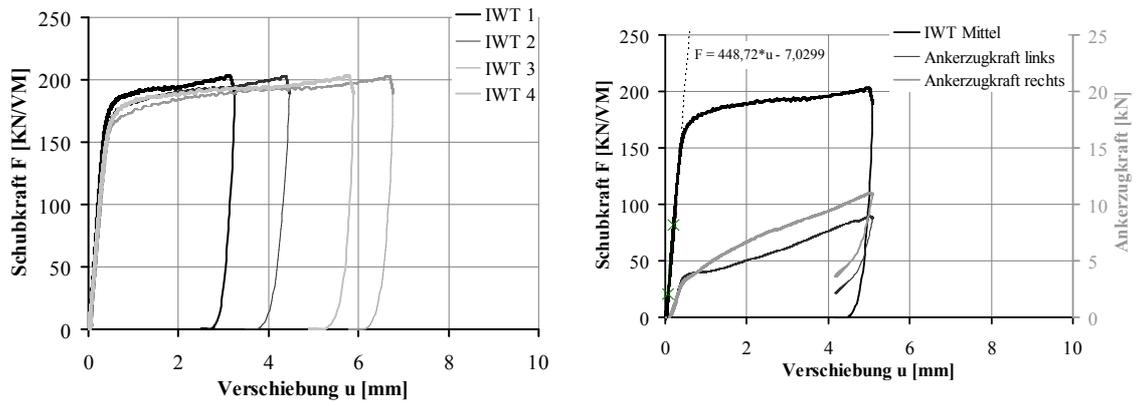


Abbildung A.40: Versuchskörper HBV/100/3: Verschiebungen aller IWT und Mittelwert

A.2.4 Vergleich der Ergebnisse aller Proben

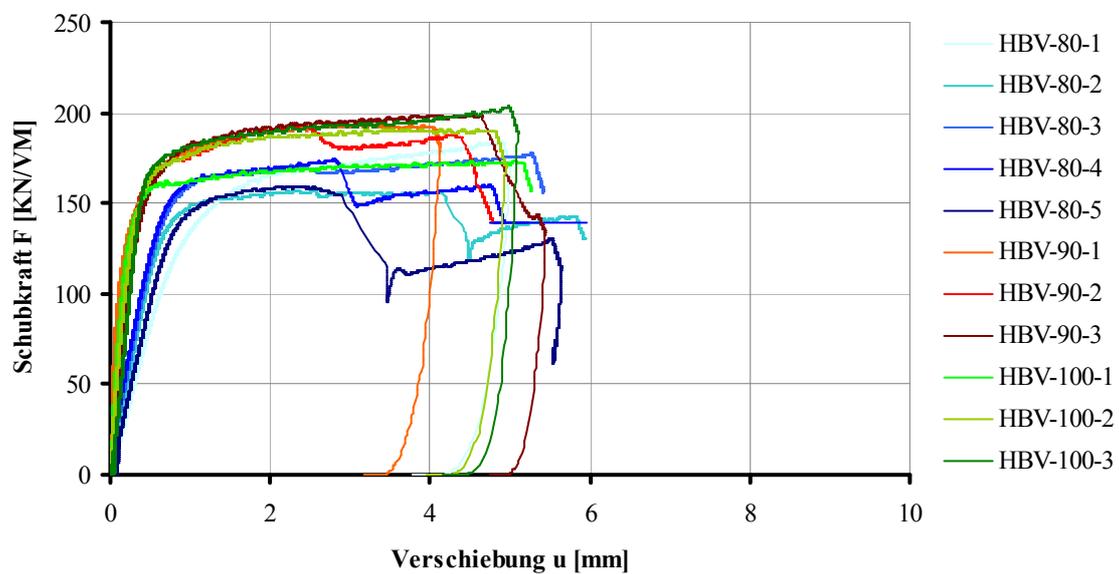


Abbildung A.41: Kraft-Verschiebungs-Kurven aller getesteten Versuchskörper mit Nutverbindung - die Breite der Versuchskörper war unterschiedlich und betrug für die Serie $HBV-80$ $b_{80^\circ} = 30\text{cm}$ und die Serien $HBV-90/100$ $b_{90/100^\circ} = 32\text{cm}$

Versuchskörper (VK)	b [cm]	k_s je VM [kN/mm]	k_s je m [kN/mm]	F_{max} je VM [kN]	u_{Fmax} [mm]	F_{max} je m [kN/m]
HBV-80-1	30,0	170,31	567,69	184,50	4,89	615,00
HBV-80-2	30,0	229,00	763,33	157,25	2,54	524,15
HBV-80-3	30,0	232,26	774,19	177,29	5,27	590,97
HBV-80-4	30,0	253,17	843,92	173,85	2,79	579,49
HBV-80-5	30,0	193,63	645,44	159,42	2,34	531,41
Minimum			567,69			615,00
Maximum			843,92			524,15
Mittelwert			718,91			568,20
Stadabw.			110,59			39,15
Varianz [...]²			12230,22			1532,49
Varkoeff. [%]			0,15			0,07
5% Quantil			717,09			567,56

Tabelle A.8: Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie *HBV/80*

Versuchskörper (VK)	b [cm]	k_s je VM [kN/mm]	k_s je m [kN/mm]	F_{max} je VM [kN]	u_{Fmax} [mm]	F_{max} je m [kN/m]
HBV-90-1	32,0	1289,39	(4029,35)	193,41	3,32	604,40
HBV-90-2	32,0	509,21	1591,27	193,50	2,41	604,68
HBV-90-3	32,0	426,26	1332,06	198,92	4,05	621,63
Minimum			1332,06			604,40
Maximum			1591,27			621,63
Mittelwert			1461,67			610,24
Stadabw.			183,28			9,87
Varianz [...]²			33593,05			97,35
Varkoeff. [%]			0,13			0,02
5% Quantil			1458,65			610,08

Tabelle A.9: Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie *HBV/90*

Versuchskörper (VK)	b [cm]	k_s je VM [kN/mm]	k_s je m [kN/mm]	F_{max} je VM [kN]	u_{Fmax} [mm]	F_{max} je m [kN/m]
HBV-100-1	32,0	711,38	2223,06	173,10	5,05	540,95
HBV-100-2	32,0	520,77	1627,41	190,95	3,72	596,72
HBV-100-3	32,0	396,27	1238,34	203,42	4,97	635,68
Minimum			1238,34			540,95
Maximum			2223,06			635,68
Mittelwert			1696,27			591,11
Stadabw.			495,96			47,62
Varianz [...]²			245976,11			2267,27
Varkoeff. [%]			0,29			0,08
5% Quantil			1688,11			590,33

Tabelle A.10: Ergebnisse der Push-Out-Tests der Nutverbindungen Serie *HBV/100*

Versuchskörper (VK)	Ankerzugkraft [kN]	
	linke Seite	rechte Seite
HBV-80-1	0,025	0,016
HBV-80-2	0,034	0,010
HBV-80-3	24,692	17,623
HBV-80-4	8,993	8,378
HBV-80-5	5,864	12,356
HBV-90-1	12,520	14,855
HBV-90-1	10,268	16,202
HBV-90-1	11,628	9,720
HBV-100-1	15,687	12,896
HBV-100-2	12,037	11,862
HBV-100-3	8,942	11,005

Tabelle A.11: Gemessene, maximale Zugkraft in den Gewindestäben

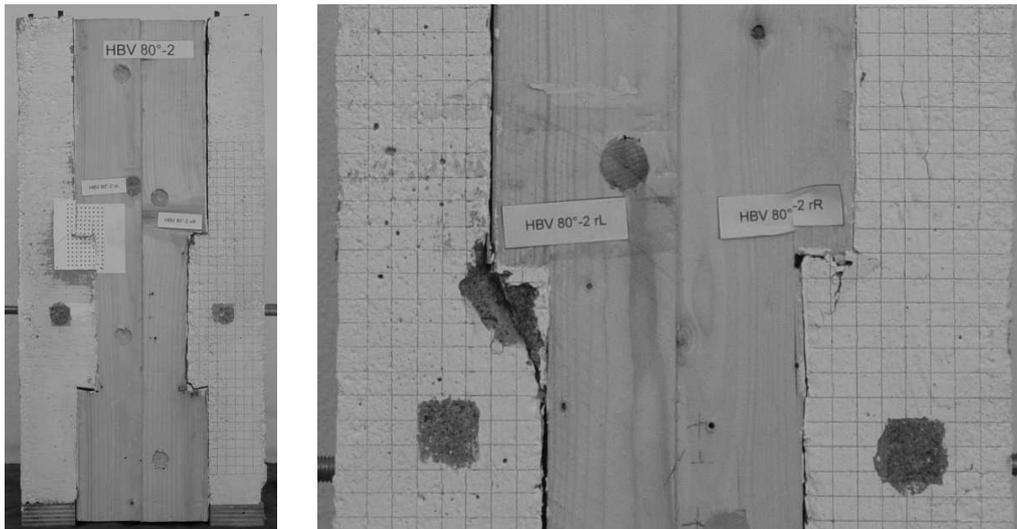


Abbildung A.42: Versagensbild der Probe *HBV/80-2*, Gefügauflockerung infolge von Betondruckversagen; (l) Gesamtansicht der Vorderseite des Körpers (r) Detailaufnahme von der Rückseite

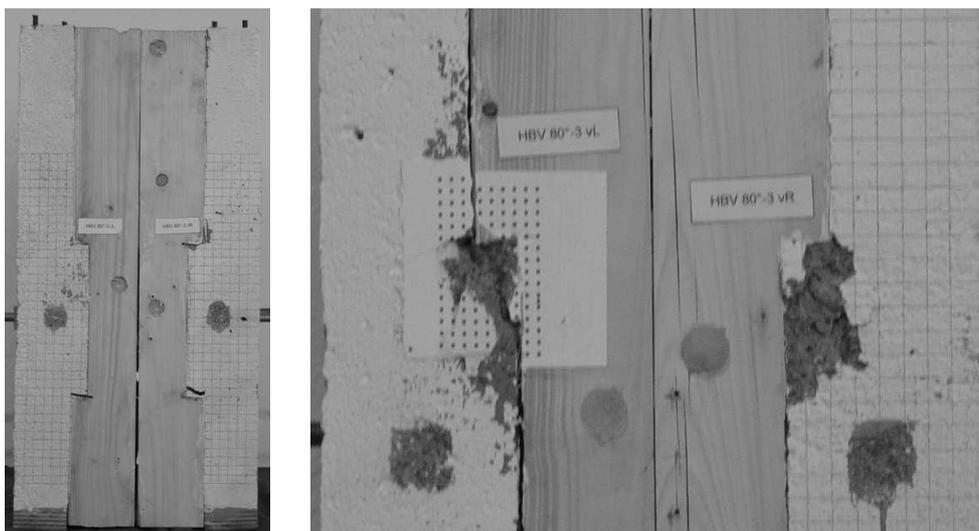


Abbildung A.43: Versagensbild der Probe *HBV/80-3*, Gefügauflockerung infolge von Betondruckversagen; (l) Gesamtansicht der Rückseite des Körpers (r) Detailaufnahme von der Vorderseite

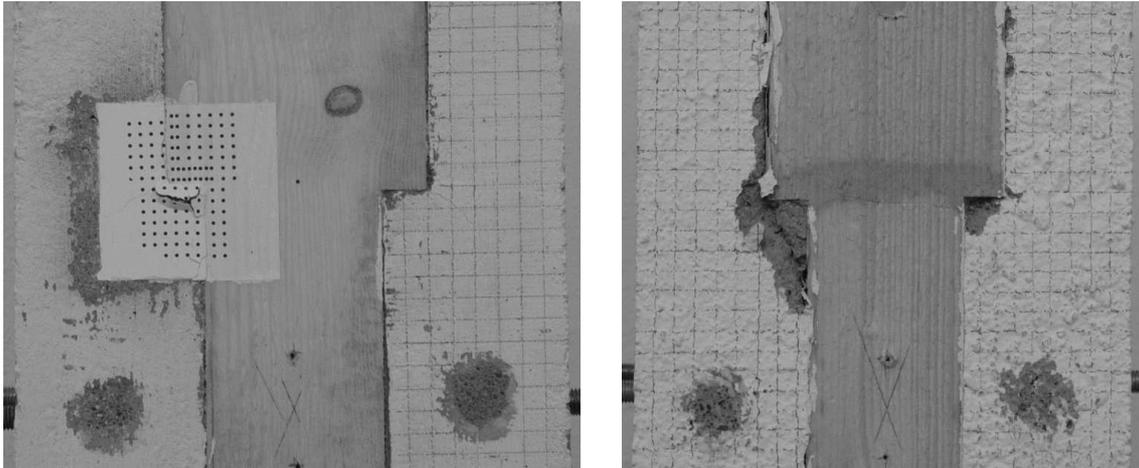


Abbildung A.44: Versagensbild der Probe *HBV/90-2*, Gefügauflockerung infolge von Betondruckversagen; (l) auf der Vorderseite des Körpers (r) auf der Rückseite; bei allen Proben der Reihe *HBV/90* kippte der Brettstapel aus der Symmetrieebene nach hinten heraus

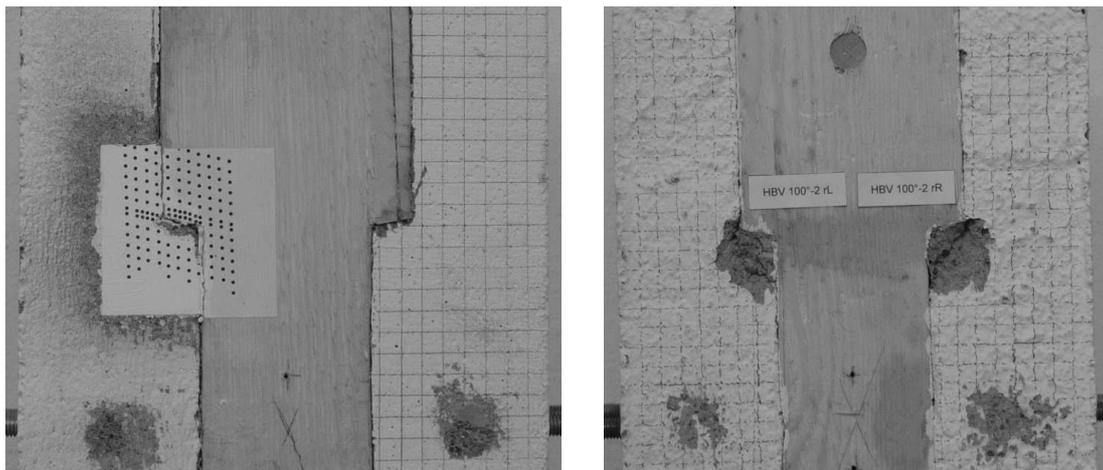


Abbildung A.45: Versagensbild der Probe *HBV/100-2*, Gefügauflockerung infolge von Betondruckversagen; (l) auf der Vorderseite des Körpers (r) auf der Rückseite; bei allen Proben der Reihe *HBV/100* kippte der Brettstapel aus der Symmetrieebene nach hinten heraus

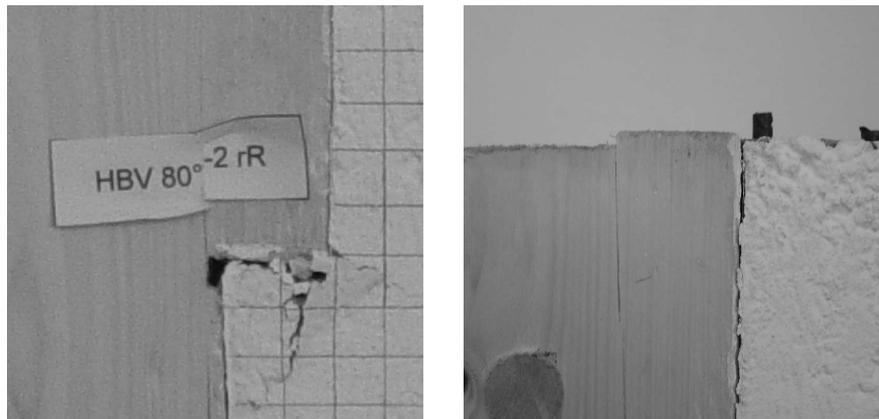


Abbildung A.46: Versagen der Probe *HBV/80-2* infolge Schubversagens des Vorholzes auf der rechten Seite (l) Nahaufnahme vom Bereich um die obere Flanke, ebenfalls zu erkennen das Betonversagen; (r) Rissbild an der Oberkante im Lasteinleitungsbereich

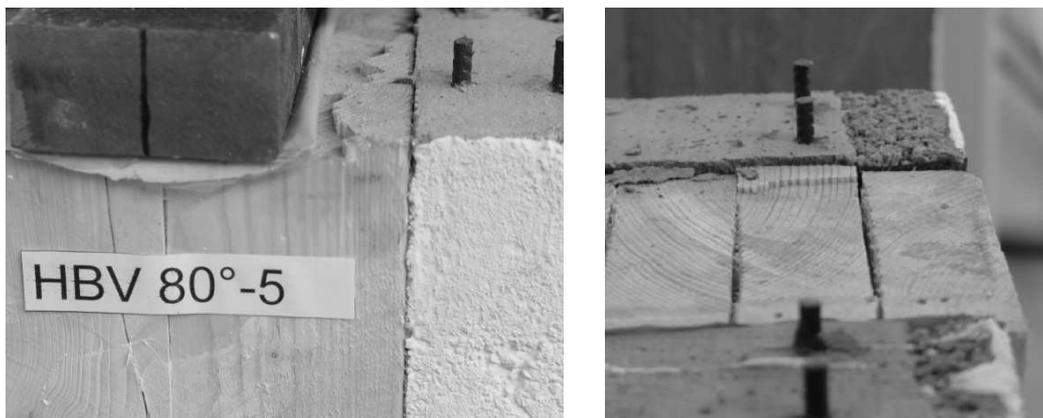


Abbildung A.47: Schubversagen einzelner Brettlamellen bei verschiedenen Proben:
(l) *HBV/80-5* (r) *HBV/90-3*

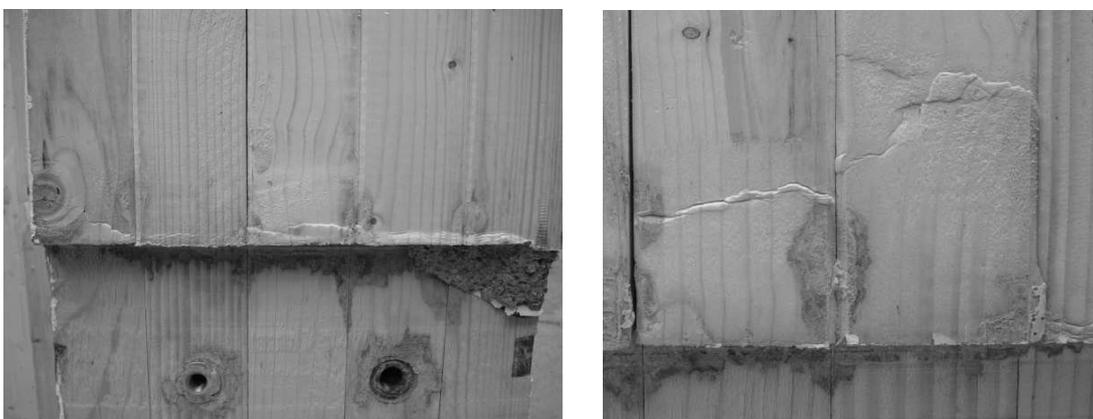


Abbildung A.48: Holzdruckversagen an den spitzen Kanten der Kerveneinschnitte:
(l) *HBV/80-1* (r) *HBV/80-3* an der 3. und 4. Lamelle

A.3 Druckversuche an gedrunenen Holzproben

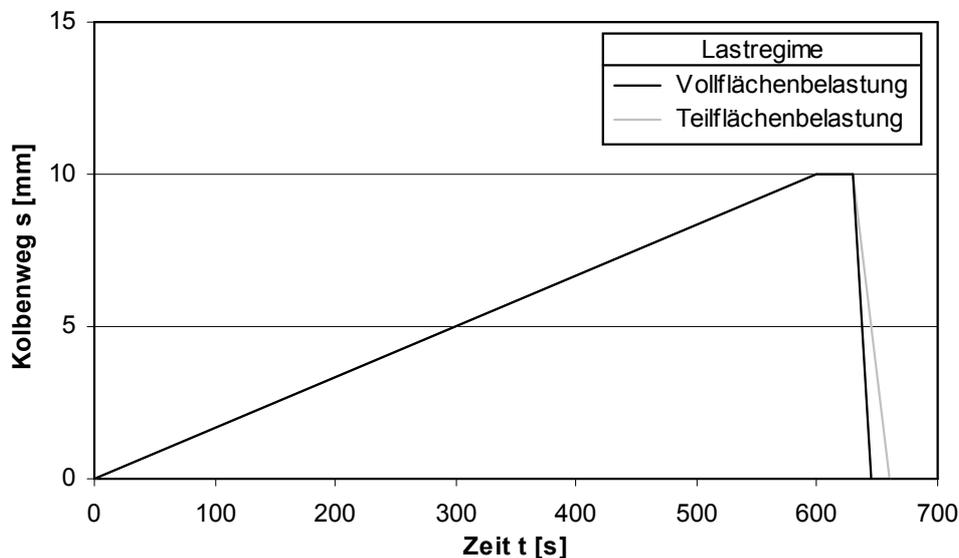


Abbildung A.49: Lastregime für die Druckversuche, Kolbenvorschub $1 \text{ mm}/\text{min}$, Entlastung mit $40 \text{ mm}/\text{min}$ resp. $20 \text{ mm}/\text{min}$

A.3.1 Serie mit vollflächiger Beanspruchung

Auf den folgenden Seiten sind die Ergebnisse der Serie mit vollflächiger Beanspruchung zusammengefasst. In Abb. A.50 sind die mittels induktiver Wegaufnehmer ermittelten Arbeitslinien zusammengestellt, um einen Überblick über die Streuung der Messergebnisse zu vermitteln.

In den Abb. A.52 bis A.64 wurden die Auswertungen der photogrammetrischen Messungen aufbereitet. Dazu wurde die Prüflast in Abhängigkeit der auf die Messlänge normierten Relativverschiebungen dargestellt. Die ausgewerteten Messbereiche und die Legende für diese Diagramme sind in Abb. A.51 erläutert. Zum direkten Vergleich sind in den Diagrammen ebenfalls die mittels IWT gemessenen Verschiebungen bezogen auf die Probekörperhöhe ($H = 100 \text{ mm}$) eingetragen.

Die Proben $d_{LT_v_1}$ und $d_{LR_v_1}$ aus dieser Serie konnten nicht photogrammetrisch ausgewertet werden, da die relevanten Messmarken durch Splitting zerstört wurden. Außerdem stellte sich bei dem Probekörper $d_{LR_v_1}$ nicht der gewünschte Verlauf der Stauchsicht ein. Vielmehr kam es zu einem Aufsplintern des Holzquaders direkt im Lasteinleitungsbereich, so dass die Auswertung im Vergleich zu den anderen Proben dieser Serie abweichende Ergebnisse lieferte. Dennoch sind die aus den Messwerten der IWT ermittelten Arbeitslinien in der Übersicht eingetragen.

Nur bei wenigen Proben konnten die Verformungen nahe an der sich ausbildenden Stauchsicht über den gesamten Zeitraum des Versuches photogrammetrisch vermessen werden. In den meisten Fällen wurden die Messmarken nach vollständiger Ausbildung des Bandes zerstört, so dass deren Lage nicht mehr eindeutig bestimmt werden konnte.

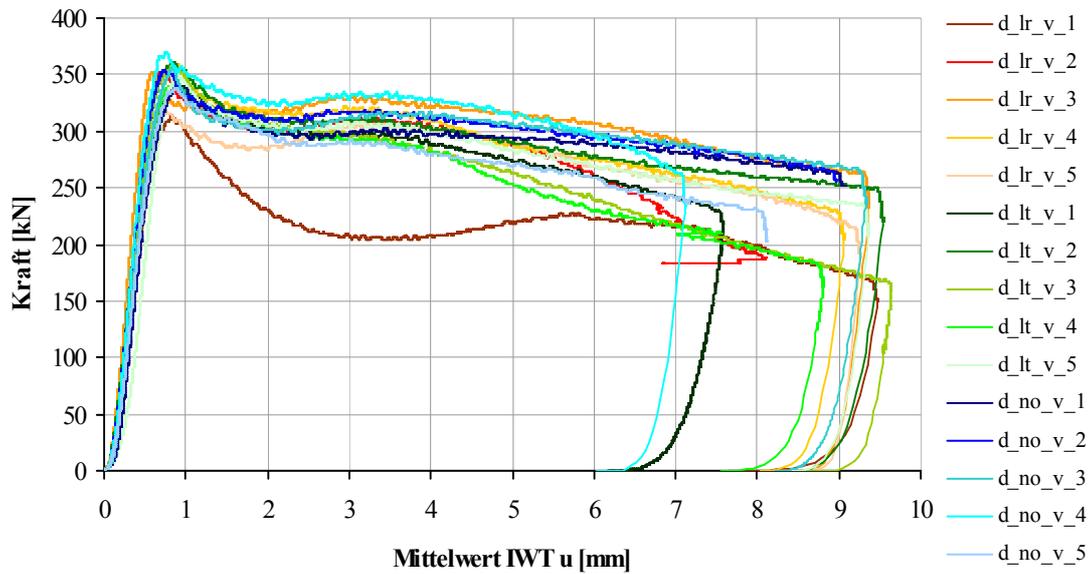


Abbildung A.50: Vergleich der mittels IWT ermittelten Arbeitslinien aller Proben der Serie mit vollflächiger Beanspruchung

Diese Abbildung dient als Legende für die Diagramme A.52 bis A.64!

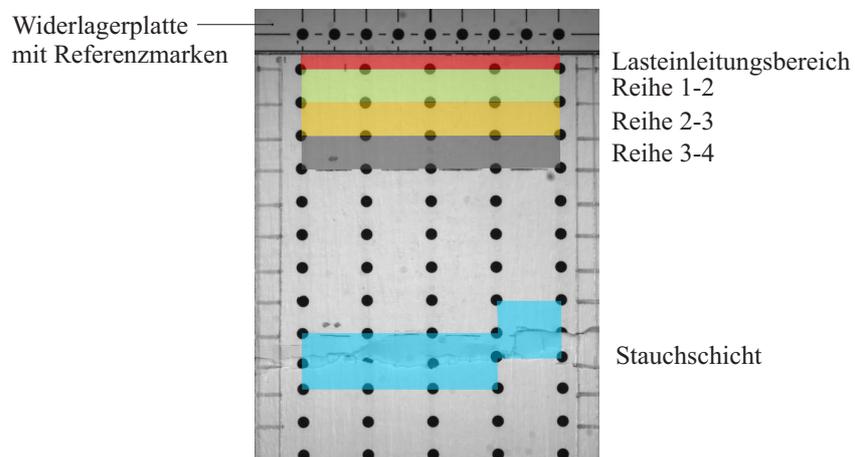


Abbildung A.51: Definition der Messbereiche, in denen Relativverschiebungen der Messpunkte photogrammetrisch ausgewertet wurden - die Bezugslänge betrug für den Lasteinleitungsbereich $l_{LE} \approx 2,98 \text{ mm}$, die Messpunktzeilen $l_i \approx 4,9 \text{ mm}$, die Stauchschicht $l_{LE} \approx 9,8 \text{ mm}$ und den IWT $l_{IWT} = 100 \text{ mm}$.

Proben mit Ausrichtung der Ansichtsfläche parallel zur LT-Ebene (d_{LT_v})

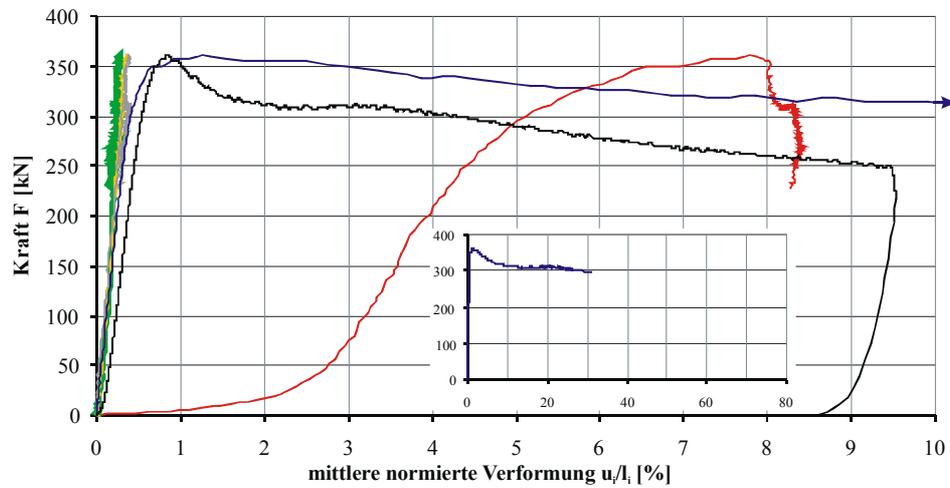


Abbildung A.52: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_v_2}$

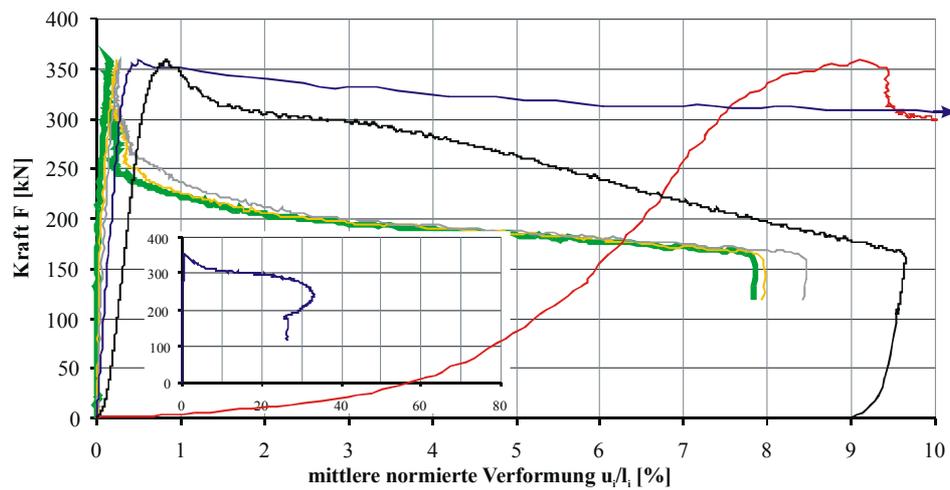


Abbildung A.53: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_v_3}$

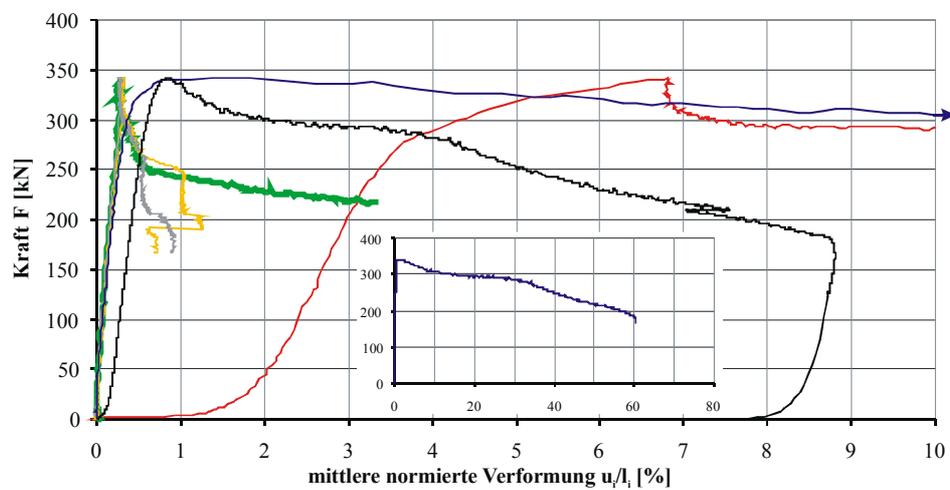


Abbildung A.54: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_v_4}$

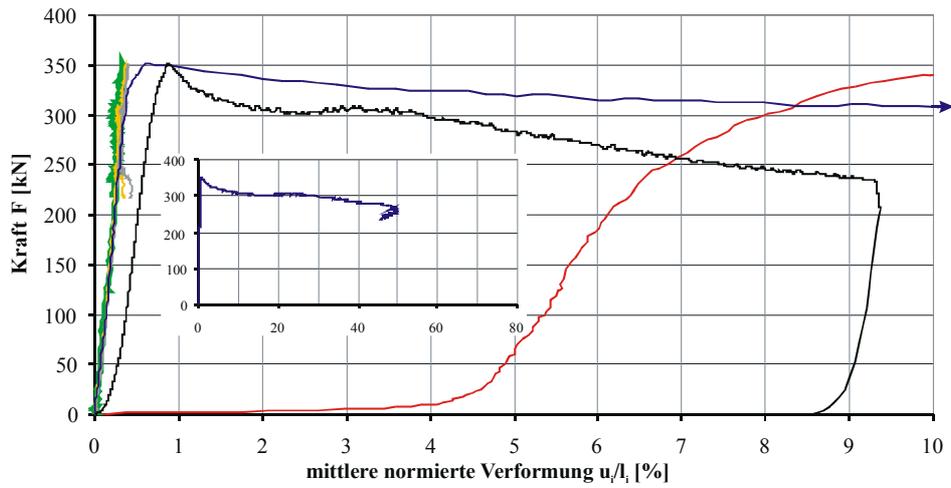


Abbildung A.55: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_v_5}$

Proben mit Ausrichtung der Ansichtsfläche parallel zur LR-Ebene (d_{LR_v})

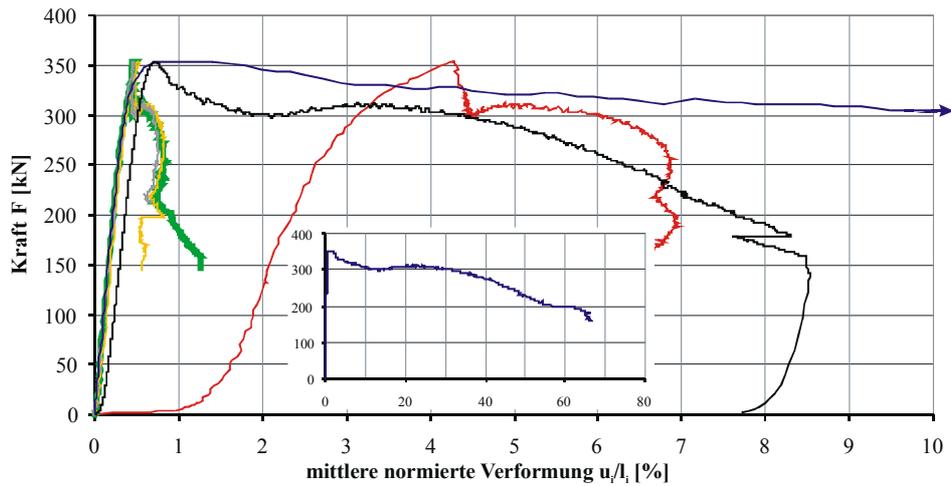
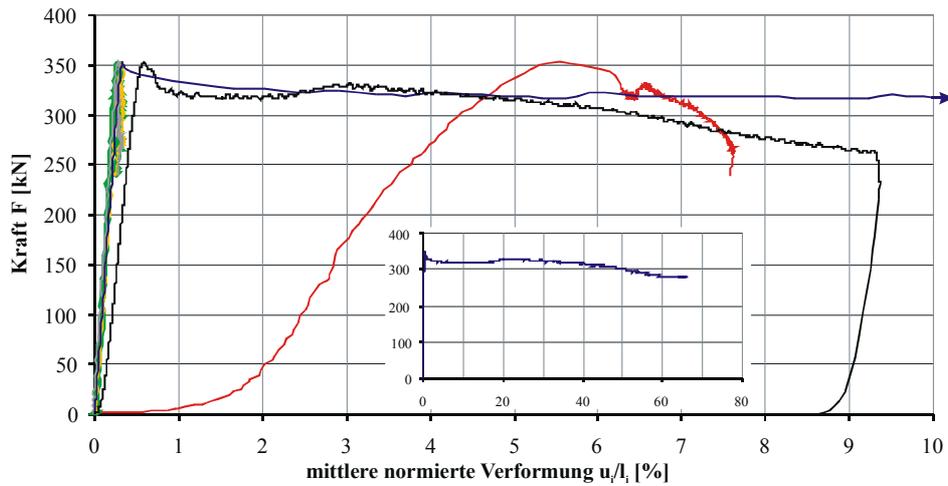
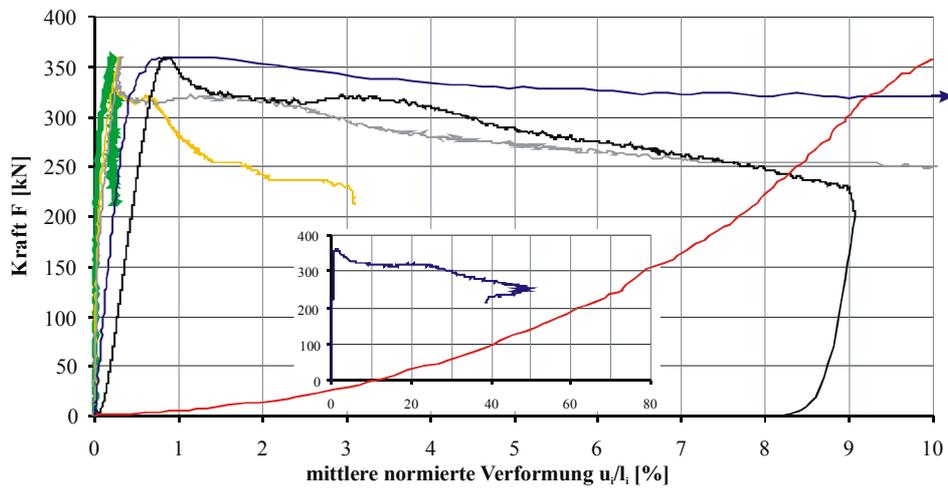
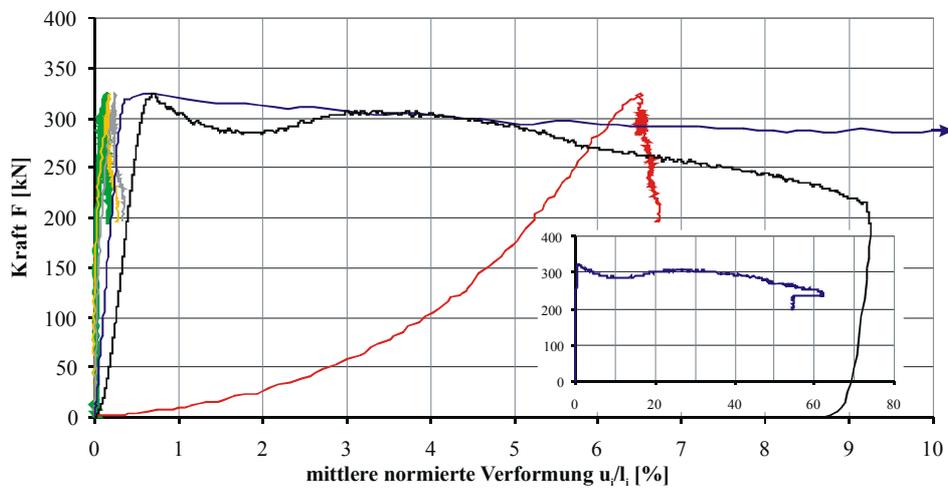


Abbildung A.56: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_v_2}$

Abbildung A.57: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_v_3}$ Abbildung A.58: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_v_4}$ Abbildung A.59: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_v_5}$

Proben ohne besondere Ausrichtung der Jahrringe (d_{no_v})

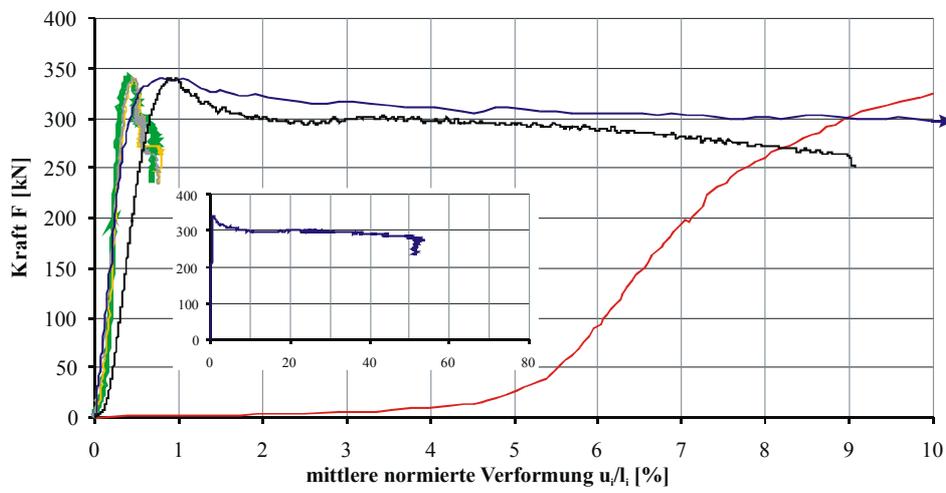


Abbildung A.60: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{no_v_1}$

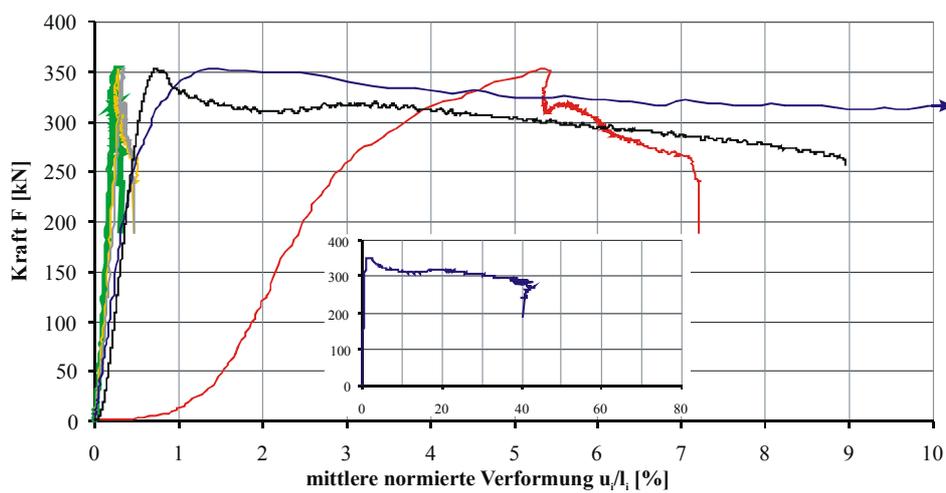


Abbildung A.61: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{no_v_2}$

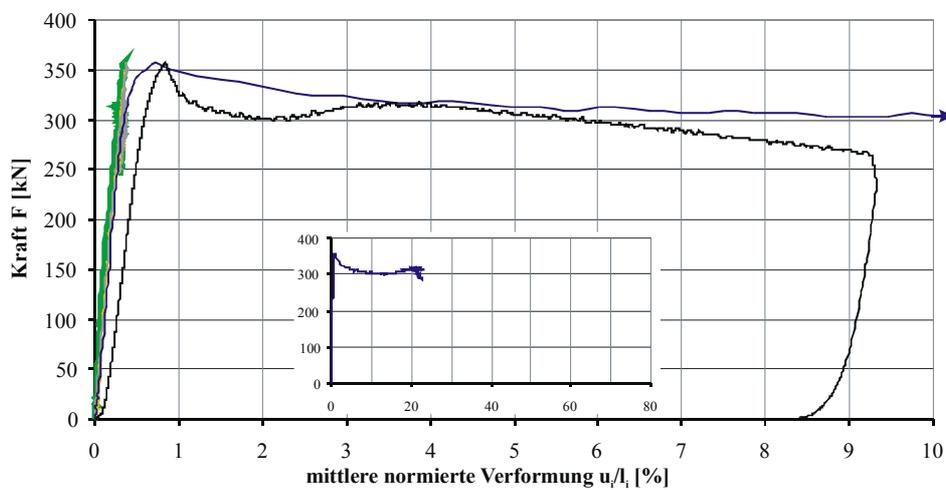
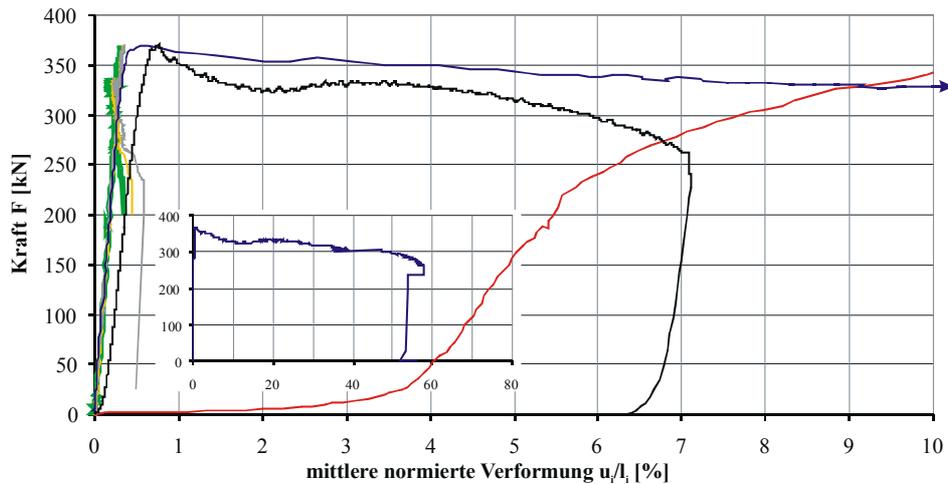
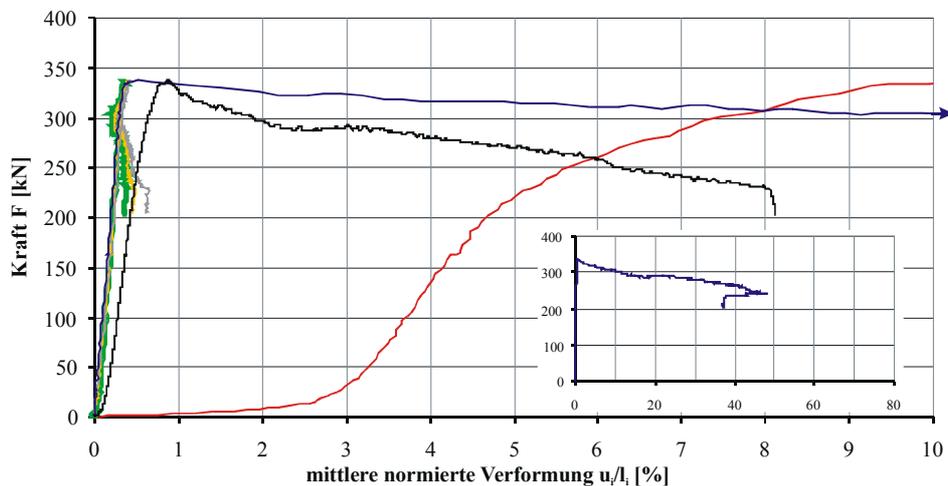


Abbildung A.62: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{no_v_3}$

Abbildung A.63: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_no_v_4$ Abbildung A.64: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_no_v_5$

A.3.2 Serie mit Teilflächenbeanspruchung

Auf den folgenden Seiten sind die Ergebnisse der Serie mit Teilflächenbeanspruchung zusammengefasst. Auch für diese Versuchsreihe wurden die mittels induktiver Wegaufnehmer ermittelten Arbeitslinien gemeinsam in dem Diagramm in Abb. A.65 eingetragen, um einen Überblick über die Streuung der Messergebnisse zu vermitteln.

In den Abb. A.67 bis A.80 wurden die Auswertungen der photogrammetrischen Messungen aufbereitet. Auch hier wurde die Prüflast in Abhängigkeit der auf die Messlänge normierten Relativverschiebungen dargestellt. Die ausgewerteten Messbereiche und die Legende für diese Diagramme sind in Abb. A.66 erläutert. Zum direkten Vergleich sind ebenfalls die mittels IWT gemessenen Verschiebungen bezogen auf die Probekörperhöhe ($H = 100\text{ mm}$) eingetragen.

Bei dieser Serie konnte nur die Probe $d_no_tb_1$ nicht photogrammetrisch ausgewertet werden, da die relevanten Messmarken durch Splitting zerstört wurden. Die Versuche mussten bei den Proben $d_LT_tb_1$, $d_LR_tb_4$ und $d_no_tb_3$ frühzeitig abgebrochen werden. Durch ein Absplittern von Material über dem Lasteinleitungsbereich traten zu große seitliche Deformationen auf, wodurch die

IWT gefährdet wurden. In der Abb. A.65 fallen deren Kurvenverläufe durch eine deutlich geringere Gesamtverformung auf.

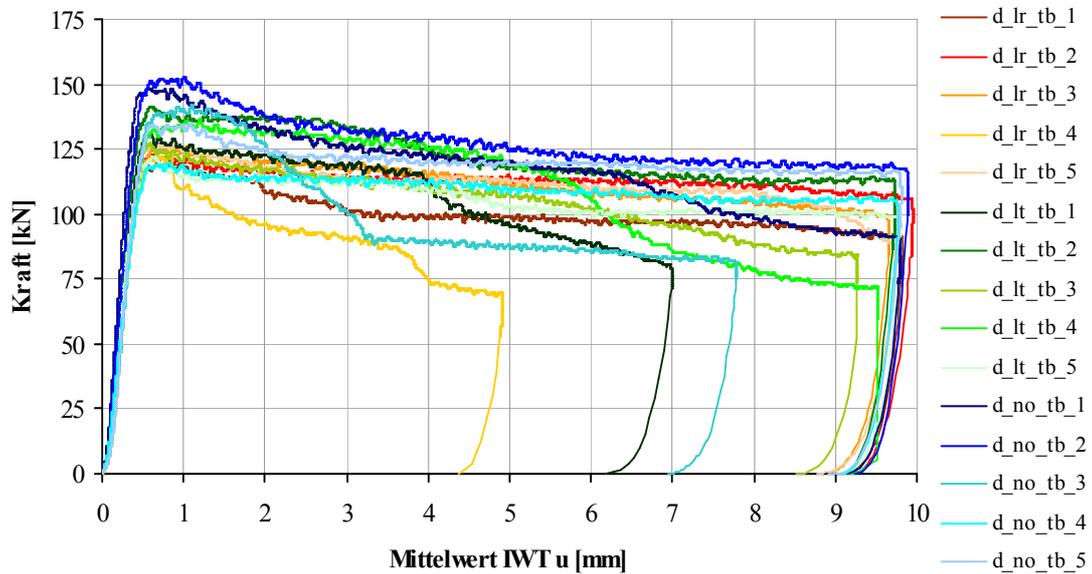


Abbildung A.65: Vergleich der mittels IWT ermittelten Arbeitslinien aller Proben der Serie mit Teilflächenbeanspruchung

Diese Abbildung dient als Legende für die Diagramme A.67 bis A.80!

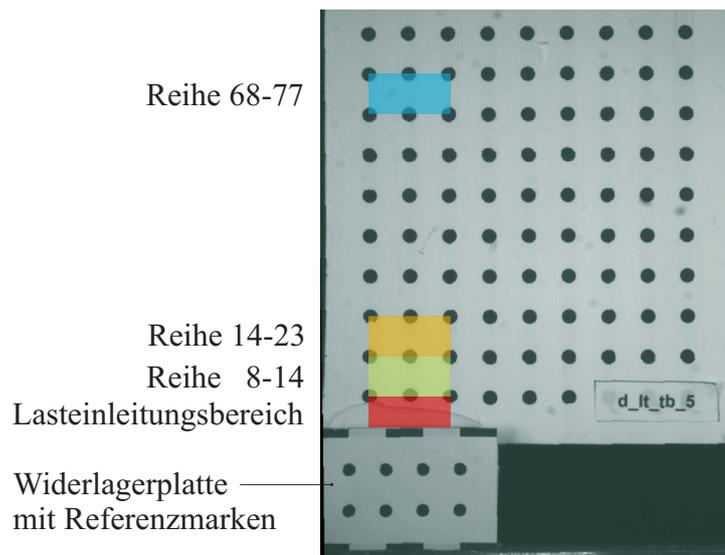


Abbildung A.66: Definition der Messbereiche, in denen Relativverschiebungen der Messpunkte photogrammetrisch ausgewertet wurden - die Bezugslänge betrug für den Lasteinleitungsbereich $l_{LE} \approx 2,98 \text{ mm}$, die Messpunktzeilen $l_i \approx 4,9 \text{ mm}$ und den IWT $l_{IWT} = 100 \text{ mm}$.

Proben mit Ausrichtung der Ansichtsfläche parallel zur LT-Ebene (d_{LT_tb})

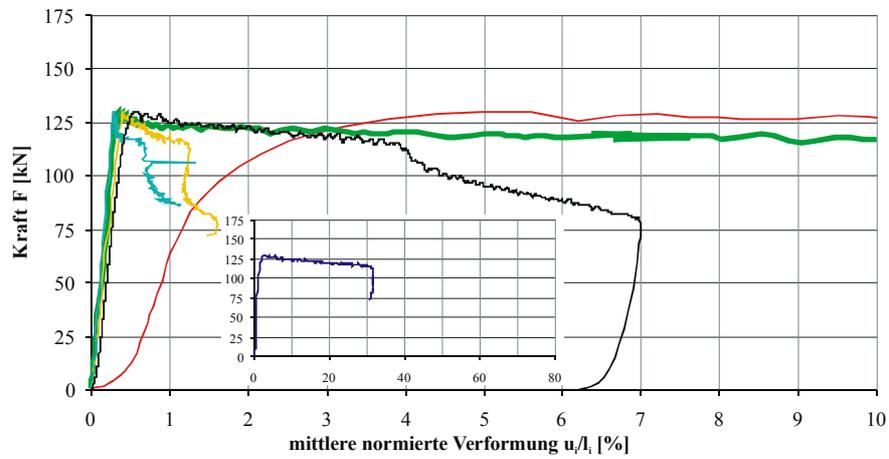


Abbildung A.67: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_tb_1}$

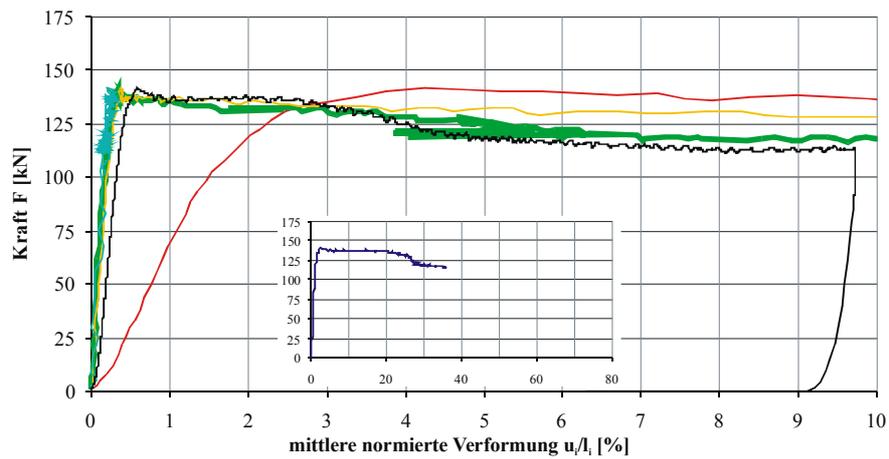


Abbildung A.68: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_tb_2}$

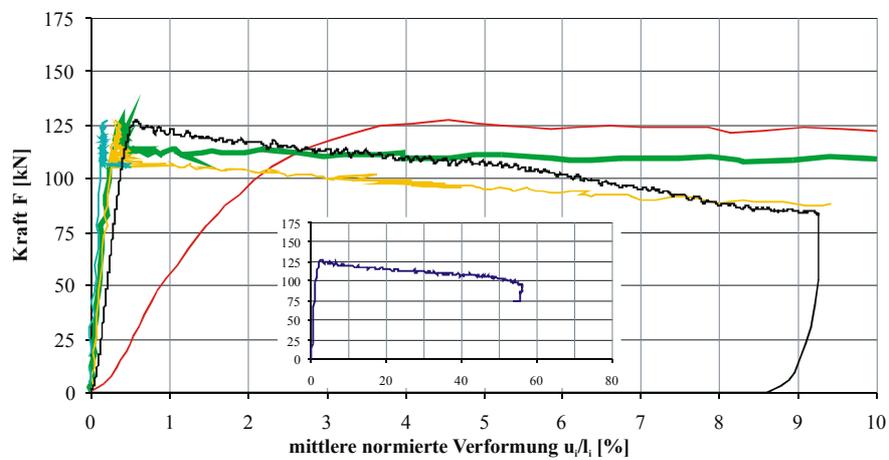


Abbildung A.69: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_tb_3}$

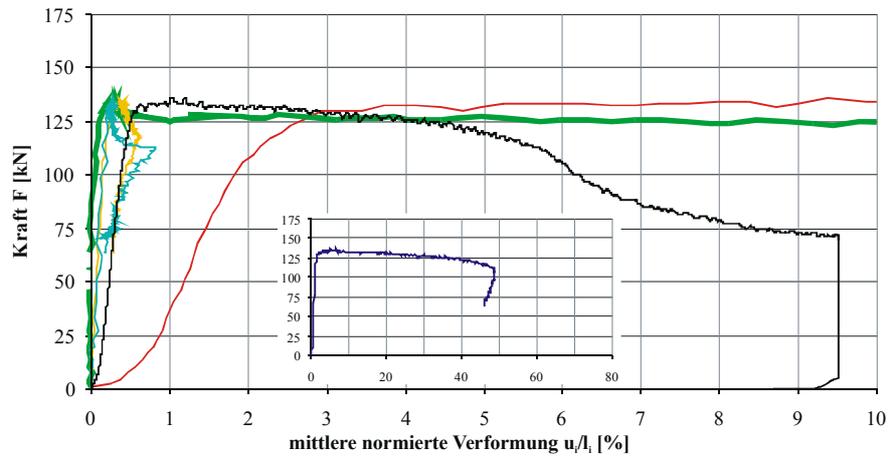


Abbildung A.70: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_tb_4}$

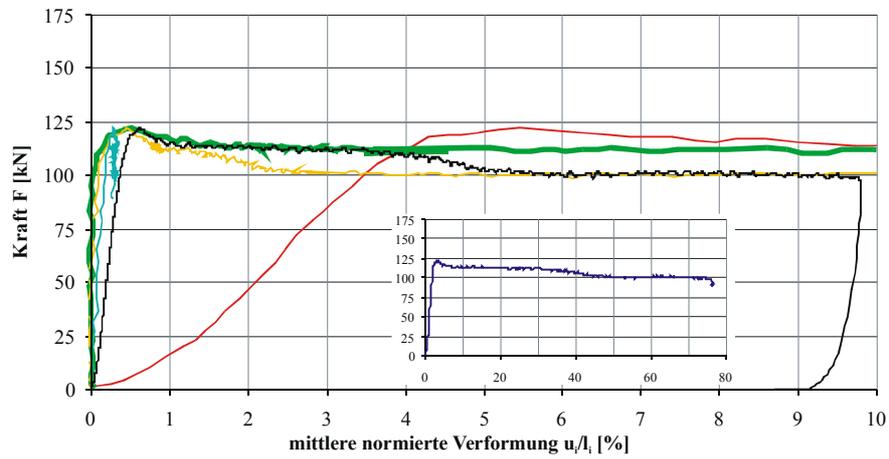


Abbildung A.71: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lt_tb_5}$

Proben mit Ausrichtung der Ansichtsfläche parallel zur LR-Ebene (d_{LR_tb})

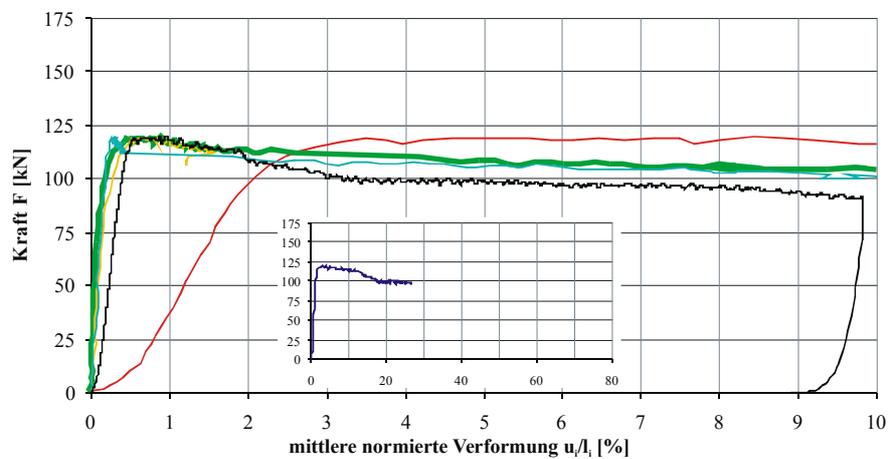
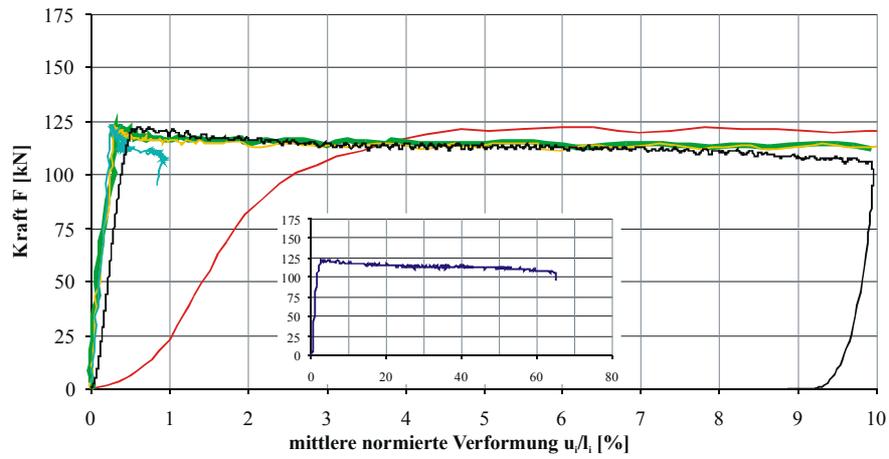
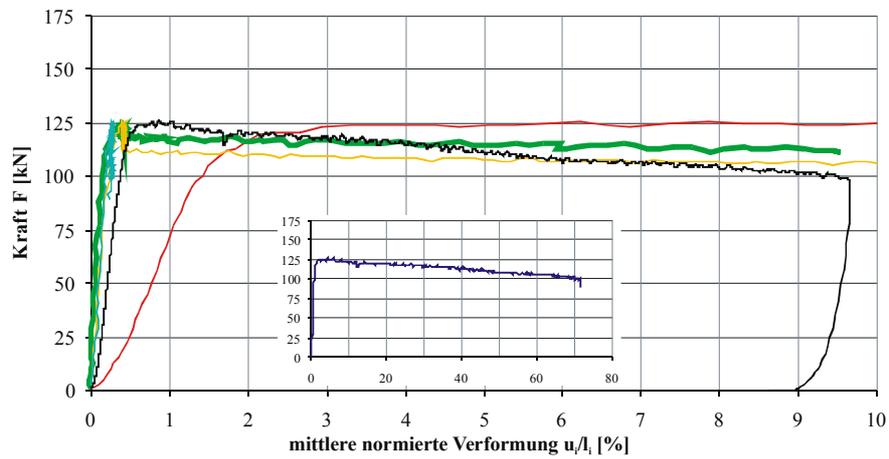
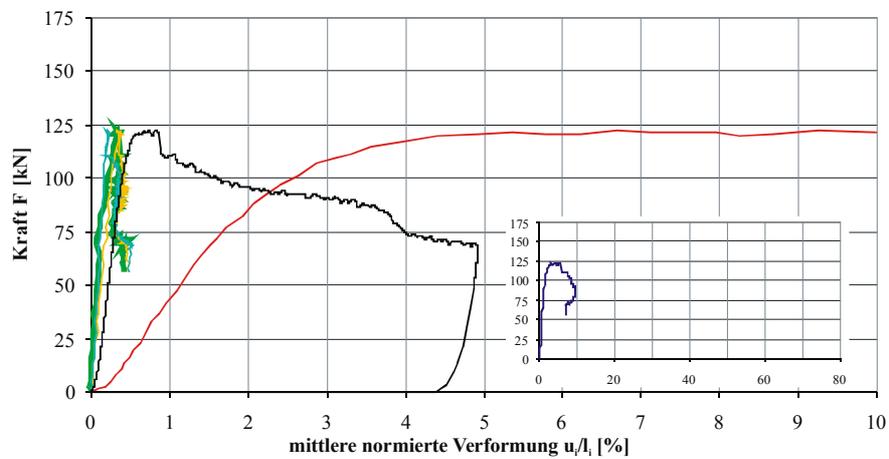


Abbildung A.72: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_tb_1}$

Abbildung A.73: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_tb_2}$ Abbildung A.74: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_tb_3}$ Abbildung A.75: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_tb_4}$

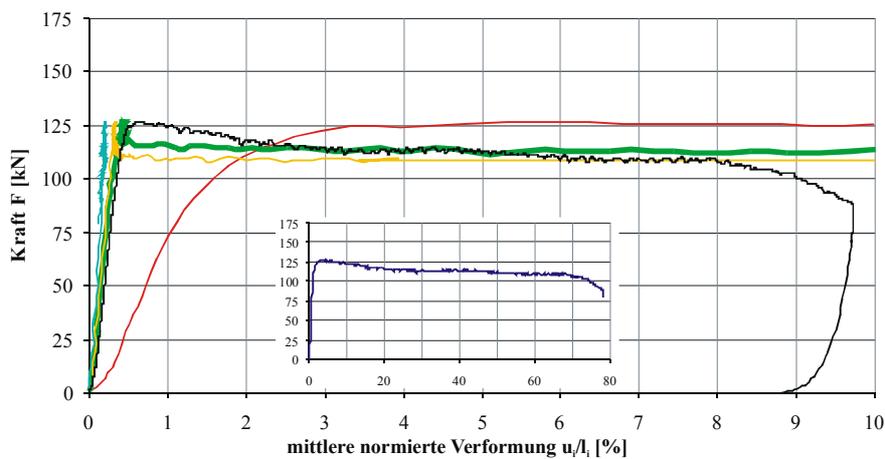


Abbildung A.76: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{lr_tb_5}$

Proben ohne besondere Ausrichtung der Jahrringe (d_{no_tb})

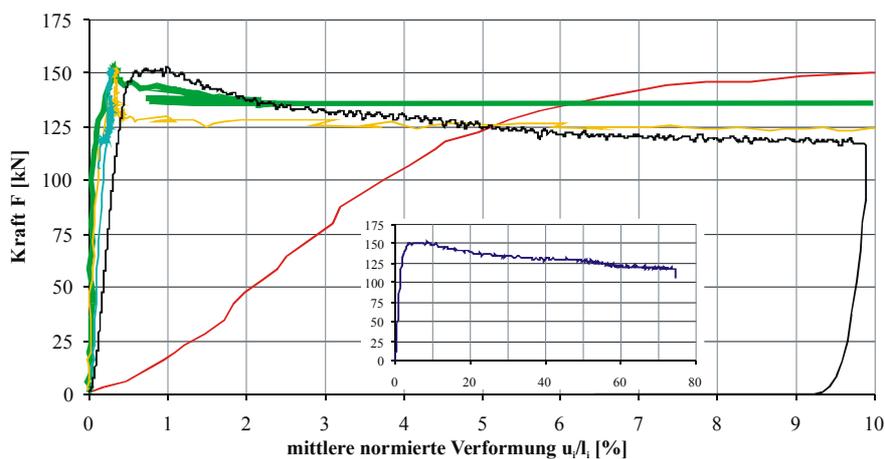


Abbildung A.77: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{no_tb_2}$

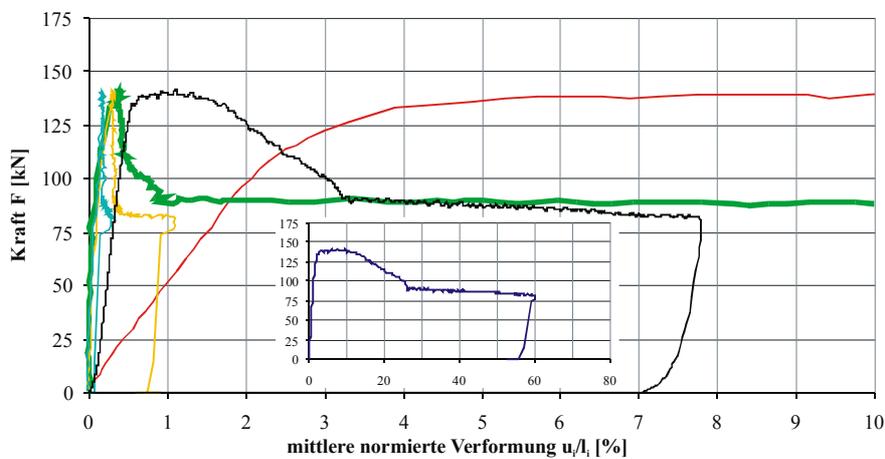
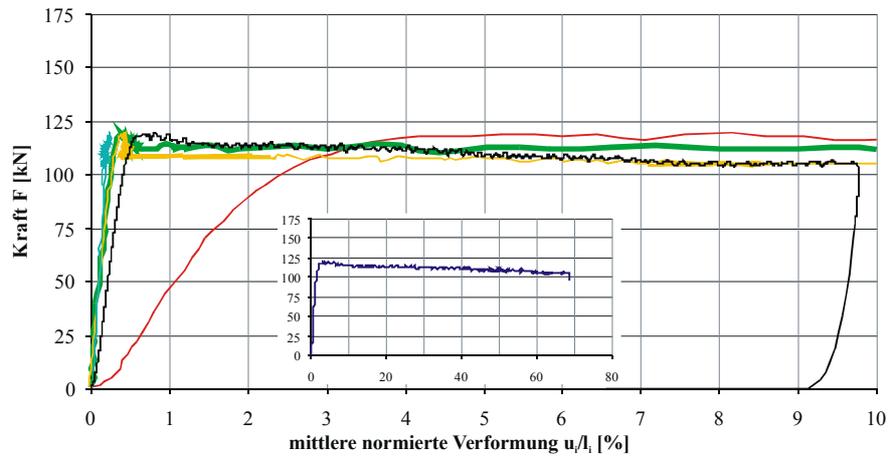
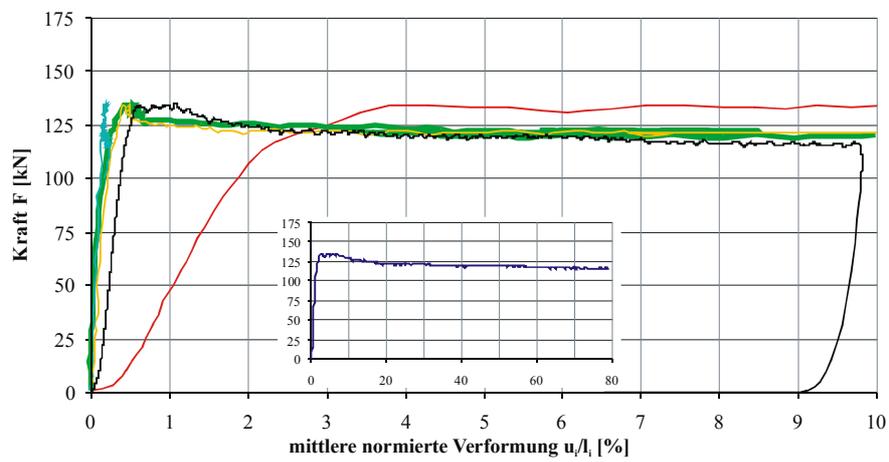
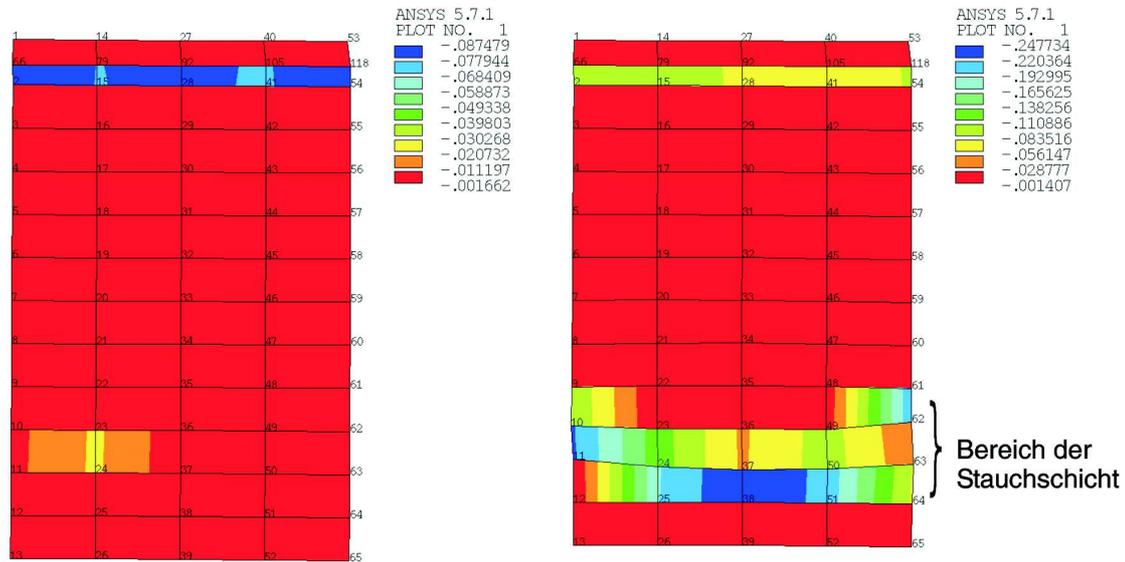


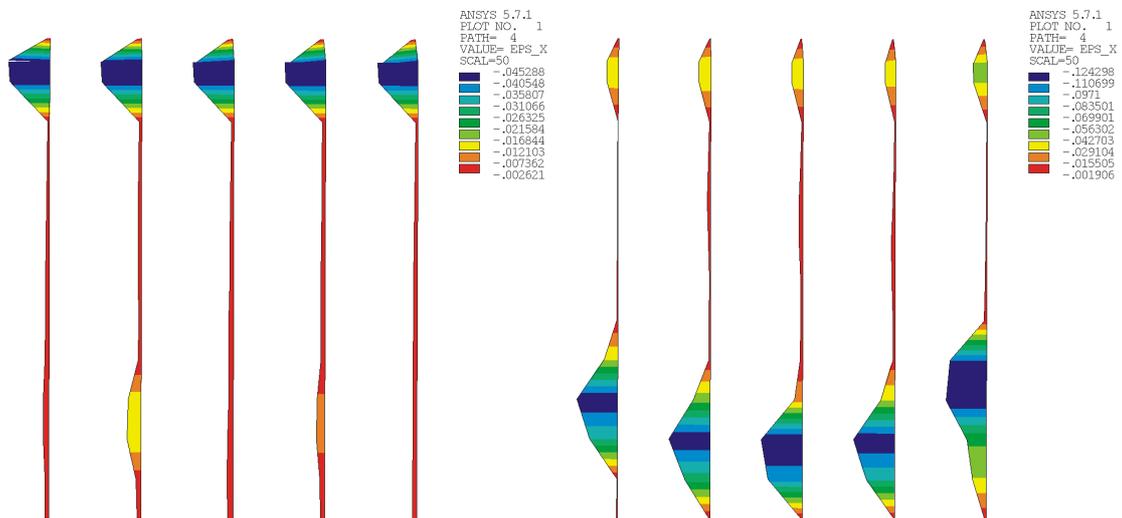
Abbildung A.78: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper $d_{no_tb_3}$

Abbildung A.79: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper *d_no_tb_4*Abbildung A.80: Mittlere normierte Verformungen am Probekörper *d_no_tb_5*

A.3.3 Aufbereitung der Photogrammetriedaten durch Übertragung der Messwerte auf ein FE-Modell



(a)



(b)

Abbildung A.81: Darstellung des Dehnungszustandes im Messfeld der Probe $d_{LR_v_4}$ (vergl. Abb. 2.19) durch Übertragung der ermittelten Mittelpunktkoordinaten der Messpunkte auf ein FE-Modell (a) als Konturplot (b) Pfadplot entlang der Messpunktspalten links: kurz vor dem Erreichen der Höchstlast rechts: zum Zeitpunkt der vollständigen Ausbildung des Knickbandes

		d_LR_v	d_LT_v	d_no_v	d_v ges.	d_LR_tb	d_LT_tb	d_no_tb	d_tb ges.	Poulsen
Höchstlast F_{max}	[kN]	341,08	350,75	351,69	347,84	123,73	131,45	139,55	131,58	16,35
Standardabweichung s		20,32	9,68	13,09	14,78	2,83	7,64	12,88	10,54	1,54
Variationskoeffizient ν	[%]	5,96	2,76	3,72	4,25	2,28	5,81	9,23	8,01	9,40
Druckfestigkeit $f_{L,c}$	[N/mm ²]	46,93	48,26	48,39	47,86	41,82	44,63	47,05	44,50	43,18
Standardabweichung		2,80	1,33	1,80	2,03	0,93	2,58	4,35	3,53	3,30
Variationskoeffizient		5,96	2,76	3,72	4,25	2,22	5,77	9,25	7,93	7,65
Propgrenze. $\Omega_1 = \frac{f_{L,c,1}}{f_{L,c}}$	[%]	71,59	69,83	67,43	69,62	58,67	82,71	73,52	71,63	84,85
Standardabweichung		4,27	1,36	1,15	3,04	29,05	10,88	36,39	27,54	5,53
Variationskoeffizient		5,97	1,95	1,70	4,36	49,51	13,16	49,50	38,44	6,51
aus IWT-Werten $E_{L,c}^*$	[N/mm ²]	8887,57	8634,58	8896,64	8806,26	11158,49	11871,80	12387,12	11805,80	13056,60
Standardabweichung		1138,20	473,19	731,19	776,32	447,75	857,63	2122,32	1351,39	1802,71
Variationskoeffizient		12,81	5,48	8,22	8,82	4,01	7,22	17,13	11,45	13,81
aus Photogr. $E_{L,c}$	[N/mm ²]	15463,00	12974,72	12492,21	13554,77	16719,59	21552,76	22511,79	20100,64	-
Standardabweichung		3017,46	2868,44	884,83	2527,96	2122,61	5725,17	4091,42	4725,60	-
Variationskoeffizient		19,51	22,11	7,08	18,65	12,70	26,56	18,18	23,51	-
Gradient $E_{L,c,4}$	[N/mm ²]	-114,86	-174,63	-93,19	-127,56	-	-	-	-	-
Standardabweichung		78,93	53,33	51,57	67,99	-	-	-	-	-
Variationskoeffizient		-68,71	-30,54	-55,34	-53,30	-	-	-	-	-
Schädigsgener. $G_{L,c,3}^F$	[kN/m]	2,23	3,51	2,99	2,95	-	-	-	-	1,34
Standardabweichung		1,15	0,11	0,90	0,92	-	-	-	-	0,48
Variationskoeffizient		51,48	3,24	30,25	30,99	-	-	-	-	35,55
Erweitergsenerg. $G_{L,c,E,4}^F$	[kN/m]	34,19	31,41	35,49	33,66	34,74	35,74	37,13	35,87	-
Standardabweichung		2,87	2,61	2,32	2,99	3,36	4,18	4,99	4,05	-
Variationskoeffizient		8,39	8,32	6,54	8,89	9,68	11,70	13,43	11,28	-
Restfestigkeit $f_{L,c,3}$	[N/mm ²]	39,08	41,40	41,81	40,76	-	-	-	-	33,32
Standardabweichung		6,37	0,74	2,01	3,80	-	-	-	-	3,40
Variationskoeffizient		16,3	1,79	4,81	9,33	-	-	-	-	10,19

Tabelle A.12: Aus den Druckversuchen ermittelte Materialparameter zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklung bei longitudinaler Druckbeanspruchung

Anhang B

Formeln

Es konnten nicht alle für die Arbeit relevanten Formeln und Tabellen im Textteil untergebracht werden. Diese wurden ausgegliedert und auf den nächsten Seiten als Anhang eingefügt.

B.1 Vergleich der Festigkeitskoeffizienten verschiedener Spannungs-Interaktions-Theorien

Theorie	Tensorpolynom	R_1	R_2	R_{11}	R_{22}	R_{12}	R_{66}
Ashkenazi [4]	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f_x^2}$	$\frac{1}{f_y^2}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{U^2} - \frac{1}{f_x^2} - \frac{1}{f_y^2} - \frac{1}{f_{xy,s}^2}\right)$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Cowin [18]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$\sqrt{R_{11}R_{22}} - \frac{1}{f_{xy,s}^2}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Fischer	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f_x^2}$	$\frac{1}{f_y^2}$	$-\frac{K}{2f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Hankinson*	$R_i\sigma_i - 1$	$\frac{1}{f_x}$	$\frac{1}{f_y}$				
Hill [49]	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f_x^2}$	$\frac{1}{f_y^2}$	$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{f_x^2} + \frac{1}{f_y^2}\right)$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Tsai-Hill	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f_x^2}$	$\frac{1}{f_y^2}$	$-\frac{1}{2f_x^2}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
verallg. Hill Shih / Lee [109]	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}} + \frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}\right)$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
		$R_1 + R_2 = 0!$					
Hoffman [52]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$-\frac{1}{2f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Liu [73]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{f_{x,t}f_{y,c}} + \frac{1}{f_{x,c}f_{y,t}} - \frac{1}{f_{xy,s}^2}\right)$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Malmeister [77]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}} - \frac{f_{x,t}f_{x,c} - f_{xy,s}[f_{x,c} - f_{x,t} - f_{x,c}(f_{x,t}/f_{y,t}) + f_{y,t}]}{2f_{xy,s}^2 f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Marin [80]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$-\frac{1}{2f_{x,t}f_{y,t}}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
von Mises [83]	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f^2}$	$\frac{1}{f^2}$	$-\frac{1}{2f^2}$	$\frac{3}{f^2}$
Norris /McKinnon	$R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$			$\frac{1}{f_x^2}$	$\frac{1}{f_y^2}$		$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$
Tsai-Wu [116]	$R_i\sigma_i + R_{ij}\sigma_i\sigma_j - 1$	$\frac{1}{f_{x,t}} - \frac{1}{f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}} - \frac{1}{f_{y,c}}$	$\frac{1}{f_{x,t}f_{x,c}}$	$\frac{1}{f_{y,t}f_{y,c}}$	$R_{12} \leq \sqrt{R_{11}R_{22}}$	$\frac{1}{f_{xy,s}^2}$

* unter Berücksichtigung der Spannungstransformation an der uniaxial beanspruchten Probe

Tabelle B.1: Zusammenstellung verschiedener Bruchhypothesen und deren Festigkeitskoeffizienten, ausgedrückt in der Formulierung von Tsai/Wu

B.2 Tensorkonstanten und Ingenieurfestigkeiten für Tannenholz nach Hemmer

Koeffizient ¹	Wert		Einheit
	für Gl. (4.50)	für Gl. (4.60)	
R_2	0,117	0,094	$[mm^2/N]$
R_1	-0,005.25	-0,005.22	
R_{22}	0,047.9	0,048.2	$[mm^4/N^2]$
R_{11}	0,000.365	0,000.418	
R_{44}	0,010.2	0,010.3	
R_{12}	-0,000.550	-0,001.13	
R_{122}	-	-0,000.110	$[mm^6/N^3]$
R_{112}	-	0,000.020.4	
R_{244}	-	0,000.310	
R_{144}	-	0,000.052.7	
R_{1244}	-	0,000.002.21	$[mm^8/N^4]$

Tabelle B.2: Zusammenstellung der von Hemmer mittels Regressionsrechnungen gewonnenen Tensorkonstanten [48, Tabelle 10 / Bild 75]

Aus den Konstanten der Tensoren zweiter und vierter Ordnung können die Ingenieurfestigkeiten zurückgerechnet werden. Nach Gleichung (4.52) resp. (4.54) gilt für $i = 1, 2, 3$:

$$R_i = -\frac{f_{i,t} - f_{i,c}}{f_{i,t} - f_{i,c}} = \frac{1}{f_{i,t}} - \frac{1}{f_{i,c}} \quad (\text{B.1})$$

$$R_{ii} = \frac{1}{f_{i,t} * f_{i,c}} \quad (\text{B.2})$$

Durch Umstellen von (B.2) erhält man:

$$f_{i,c} = \frac{1}{f_{i,t} * R_{ii}} \quad (\text{B.3})$$

Eingesetzt in (B.2) liefert:

$$R_i = \frac{1}{f_{i,t}} - f_{i,t} * R_{ii} \quad (\text{B.4})$$

¹Hemmer verwendete eine abweichende Zuordnung der Indizes. Da in ANSYS ebene Elemente aber nur in der xy-Ebene modelliert werden können, wurden die zusätzlichen Koeffizienten auf diese Ebene transformiert, so dass bezogen zu Hemmers Schreibweise die Indizes einfach zu vertauschen sind: $1 \Rightarrow 2 = y$, $2 \Rightarrow 1 = x$, $6 \Rightarrow 4 = xy$. Für eine bessere Vergleichbarkeit wurde die Reihenfolge der Koeffizienten aus [48, Tabelle 10] beibehalten.

Nach Umstellen ergibt sich eine quadratische Gleichung zur Berechnung der Zugfestigkeit:

$$0 = f_{i,t}^2 + f_{i,t} \frac{R_i}{R_{ii}} - \frac{1}{R_{ii}} \quad (\text{B.5})$$

Von den beiden Lösungen kommt aber nur der positive Wert in Frage, welcher gegeben ist durch:

$$+ f_{i,t} = -\frac{R_i}{2R_{ii}} + \sqrt{\frac{R_i^2}{4R_{ii}^2} + \frac{1}{R_{ii}}} \quad (\text{B.6})$$

Unter Verwendung der nun bekannten Zugfestigkeit kann aus Gl. (B.2) die Druckfestigkeit berechnet werden:

$$f_{i,c} = \frac{1}{f_{i,t} * R_{ii}} \quad (\text{B.7})$$

Die Schubfestigkeiten sind sehr einfach bestimmbar. Aus (4.54) folgt direkt:

$$f_{i,s} = \sqrt{\frac{1}{R_{ii}}} \quad \text{mit: } i = 4, 5, 6 \quad (\text{B.8})$$

Mit Hilfe dieser Formeln lassen sich aus den in Tab. B.2 angegebenen Koeffizienten die Ingenieurfestigkeiten ermitteln:

	Ingenieurfestigkeiten [N/mm^2]	
	für Gl. (4.50)	für Gl. (4.60)
$f_{L,t}$	60,026	55,553
$f_{L,c}$	45,642	43,065
$f_{T,t}$	3,508	3,683
$f_{T,c}$	5,951	5,633
$f_{TL,s}$	9,901	9,853

Tabelle B.3: Aus den Koeffizienten der Tensoren zweiter und vierter Stufe (Tab. B.2) resultierende Ingenieurfestigkeiten

Erweitertes *Tsai / Wu* Fließkriterium in Anlehnung an *Hemmer*:

$$\begin{aligned}
F = & R_1 * \sigma_x + R_2 * \sigma_y + R_3 * \sigma_z + R_4 * \tau_{xy} + R_5 * \tau_{yz} + R_6 * \tau_{xz} \\
& + R_{11} * \sigma_x^2 + 2 * R_{12} * \sigma_x * \sigma_y + 2 * R_{13} * \sigma_x * \sigma_z + 2 * R_{14} * \sigma_x * \tau_{xy} + 2 * R_{15} * \sigma_x * \tau_{yz} + 2 * R_{16} * \sigma_x * \tau_{xz} \\
& + R_{22} * \sigma_y^2 + 2 * R_{23} * \sigma_y * \sigma_z + 2 * R_{24} * \sigma_y * \tau_{xy} + 2 * R_{25} * \sigma_y * \tau_{yz} + 2 * R_{26} * \sigma_y * \tau_{xz} \\
& + R_{33} * \sigma_z^2 + 2 * R_{34} * \sigma_z * \tau_{xy} + 2 * R_{35} * \sigma_z * \tau_{yz} + 2 * R_{36} * \sigma_z * \tau_{xz} \\
& + R_{44} * \tau_{xy}^2 + 2 * R_{45} * \tau_{xy} * \tau_{yz} + 2 * R_{46} * \tau_{xy} * \tau_{xz} \\
& + R_{55} * \tau_{yz}^2 + 2 * R_{56} * \tau_{yz} * \tau_{xz} \\
& + R_{66} * \tau_{xz}^2 \\
& + 3 * R_{112} * \sigma_x^2 * \sigma_y + 3 * R_{122} * \sigma_x * \sigma_y^2 + 3 * R_{144} * \sigma_x * \tau_{xy}^2 + 3 * R_{244} * \sigma_y * \tau_{xy}^2 + 12 * R_{1244} * \sigma_x * \sigma_y * \tau_{xy}^2 - 1 \quad (B.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} &= R_1 + 2 R_{11} \sigma_x + 2 R_{12} \sigma_y + 2 R_{13} \sigma_z + 2 R_{14} \tau_{xy} + 2 R_{15} \tau_{yz} + 2 R_{16} \tau_{xz} \\
&+ 6 R_{112} \sigma_x \sigma_y + 3 R_{122} \sigma_y^2 + 3 R_{144} \tau_{xy}^2 + 12 R_{1244} \sigma_y \tau_{xy}^2 \\
\frac{\partial F}{\partial \sigma_y} &= R_2 + 2 R_{12} \sigma_x + 2 R_{22} \sigma_y + 2 R_{23} \sigma_z + 2 R_{24} \tau_{xy} + 2 R_{25} \tau_{yz} + 2 R_{26} \tau_{xz} \\
&+ 3 R_{112} \sigma_x^2 + 6 R_{122} \sigma_x \sigma_y + 3 R_{244} \tau_{xy}^2 + 12 R_{1244} \sigma_x \tau_{xy}^2 \\
\frac{\partial F}{\partial \sigma_z} &= R_3 + 2 R_{13} \sigma_x + 2 R_{23} \sigma_y + 2 R_{33} \sigma_z + 2 R_{34} \tau_{xy} + 2 R_{35} \tau_{yz} + 2 R_{36} \tau_{xz} \\
\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} &= R_4 + 2 R_{14} \sigma_x + 2 R_{24} \sigma_y + 2 R_{34} \sigma_z + 2 R_{44} \tau_{xy} + 2 R_{45} \tau_{yz} + 2 R_{46} \tau_{xz} \\
&+ 6 R_{144} \sigma_x \tau_{xy} + 6 R_{244} \sigma_y \tau_{xy} + 24 R_{1244} \sigma_x \sigma_y \tau_{xy} \\
\frac{\partial F}{\partial \tau_{yz}} &= R_5 + 2 R_{15} \sigma_x + 2 R_{25} \sigma_y + 2 R_{35} \sigma_z + 2 R_{45} \tau_{xy} + 2 R_{55} \tau_{yz} + 2 R_{56} \tau_{xz} \\
\frac{\partial F}{\partial \tau_{xz}} &= R_6 + 2 R_{16} \sigma_x + 2 R_{26} \sigma_y + 2 R_{36} \sigma_z + 2 R_{46} \tau_{xy} + 2 R_{56} \tau_{yz} + 2 R_{66} \tau_{xz} \quad (B.10)
\end{aligned}$$

B.3 Zusammenstellung von Materialparametern für Nadelholz

Name	Versuchsaufbau	Holzart	RL-Risssystem		TL-Risssystem	
			$f_{RT,s}$ [$\frac{N}{mm^2}$]	$G_{RT,s}^F$ [$\frac{N}{m}$]	$f_{TR,s}$ [$\frac{N}{mm^2}$]	$G_{TR,s}^F$ [$\frac{N}{m}$]
Frühmann [32]	Mode III	Fichte		1300		3160
	Beanspruchg.	Buche		6820		5240
Blaß [9]	Schichtträg.	Fichte	$f_{RT,s} = f_{TR,s} = 1, 2 - 2, 1$			

Tabelle B.4: Angaben zu Materialparametern bei Rollschubbeanspruchung

Name	Holzart	Versuchsaufbau	τ_{RL}		τ_{TL}	
			$f_{RL,s} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	$G_{RL,s}^F \left[\frac{N}{m} \right]$	$f_{TL,s} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	$G_{TL,s}^F \left[\frac{N}{m} \right]$
Boström [12]	schott. Kiefer	Slip-Block sym. gekerpt	11,0	815		
Frühmann [32]	Fichte	gekerpt.		680		
	Buche	Biegeträg.		1790		
Grindl [36]	Lärche	Schub-Block			15,5	
Hasebe [45]	jap. Zeder	ASTM	6,6			
Hemmer [48]	Tanne	Torsionsröhre	9,9			
Keenan [62]	Douglasie	A - modif. ASTM	8,9		7,8	
		B - uniax. Druckvers.	6,3		5,3	
		C - Torsionsröhre			10,5	
Liu [74]	Fichte	Flügel-Probe	6,3			
Mandery [78]	Douglasie	B - ASTM	5,3			
Poulsen [88]	Fichte	Slip-Block sym. gekerpt	11,3			
Riberholt [100]	Fichte		6,7	956	8,3	959
Riyanto [101]	Douglasie	ASTM	8,1		8,5	
Rilem Report [3, Kap. 4]	Fichte (nach Var. 3)	LTENF		584		611
		PTENF		556		675

Tabelle B.5: Auswahl an Literaturangaben zu Materialparametern für die Beschreibung des spröden Längsschubversagens

Name	Versuchsaufbau	Holzart	σ_R (RL-Risssystem)		σ_T (TL-Risssystem)		
			$f_{R,t} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	$G_{R,t}^F \left[\frac{N}{m} \right]$	$f_{T,t} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$	$G_{T,t}^F \left[\frac{N}{m} \right]$	
Aicher [2]	SENB- -Probe	Fichte		280 $\approx 0,62 \cdot \rho$ $(420 \leq \rho \leq 480 \frac{kg}{m^3})$			
Boström [12]	einseitig gekerpte Zugprobe	schott. Kiefer (Pinus Sylvestris) $\rho \simeq 460 \frac{kg}{cm^3}$	$u = 8\%$	5,3	460	4,1	550
			$u = 10\%$	5,0	445	4,2	500
			$u = 13\%$	4,5	535	4,0	460
			$u = 26\%$	4,1	515		
	$u = ?\%$	6,8	380	4,1	405		
	CT- -Probe			206			
Daudeville [19]	SENB- -Probe	Fichte		220		160	
		Tanne		210		157	
		Fichte		220		164	
		Fichte und Tanne $h = 45 mm$		251		157	
		$h = 67 \& 100 mm$				160	
Eberhardsteiner [23]	Scheibe	Fichte	4,5				
Frühmann [32]	Keil-Spalt Versuch	Fichte		180		230	
		Buche		540		730	
Hemmer [48]	Röhre	Weisstanne			3,7		
Larsen Gustaffson [69]	SENB- -Probe	Kiefer (und Fichte)		$\approx 1,04 \cdot \rho - 146$ $(300 \leq \rho \leq 750 \frac{kg}{m^3})$			
				$\approx 0,65 \cdot \rho$ $(300 \leq \rho \leq 450 \frac{kg}{m^3})$			
Poulsen [88]	Zugprobe	Fichte			3,5		
Reiterer [98]	Keil-Spalt Versuch	Fichte		337		213	
		Kiefer		422		422	
Schatz [103]	SENB	Fichte				225/333/390	

Tabelle B.6: Auswahl an Literaturangaben zu Materialparametern für die Beschreibung des spröden Querzugversagens