Beitrag zur Ermittlung der Gesamtstabilität von Hallenrahmen unter Berücksichtigung der konstruktiven Gestaltung von Rahmenecken

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

vorgelegt an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar

von

Dipl.-Ing. Alvin Masarira geb. am 04. Mai 1965 in Zvishavane, Republik Simbabwe Weimar, April 1997

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. F. Werner Prof. Dr.-Ing. habil. H.-E. Goeben Prof. Dr.-Ing. habil. G. Burkhardt

Tag der Disputation:05. Dezember 1997

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1	Einleitung	1
1.1	Vorbemerkung	1
1.2	Zielstellung und Vorgehensweise	2
2	Stand des Wissens zu Rahmenecken	3
2.1	Allgemeines zur Rahmenberechnung	3
2.2	Modellbildung für die Biegesteifigkeit von Rahmenecken	6
2.2.1	Klassische Modelle	6
2.2.2	Knotenmodell nach ÖSTV/SZS	7
2.2.3	Wind-Connection-Methode	10
2.2.4	Knotenmodelle nach EUROCODE 3	12
2.2.5	AISC-Data Base for Semirigid-Connections	14
2.2.6	Zusammenfassung	18
2.3	Wölbelastisches Verhalten von Rahmenecken	
	18	
2.3.1	Allgemeines	18
2.3.2	Rahmenecken mit Wölbeinfluß	23
2.4	Schlußfolgerungen	28
3	Steifigkeiten der Rahmenecken	31
3.1	Torsionssteifigkeit und Deformation von Rahmenecken	31
3.1.1	Verwölbung und Querschnittsdeformation von I-Trägern	31
3.1.2	Grundlagen für die Erfassung der Verwölbung und Deformation an	
	Rahmenecken	34
3.2	Verzerrungsenergie der Verwölbung und Querschnittsdeformation in	
	Abhängigkeit von der Rahmeneckform	37
3.3	Rahmeneckenuntersuchungen mit Finiten Flächenelementen	44
3.3.1	Einführung	44
3.3.2	Spannungsverteilung im Eckbereich	45
3.3.3	Wölbfedersteifigkeiten der Rahmenecken	53
3.3.4	Drehsteifigkeiten der Rahmenecken	58

4	Analyse des Beanspruchungszustands von Hallenrahmen	60
4.1	Biegedrillknicken der Riegel von Hallenrahmen nach dem Ersatzstab-	
	verfahren	60
4.1.1	Ideales Biegedrillknickmoment am gabelgelagerten Einfeldträger	60
4.1.2	Bestimmung von M_{Ki} für Stäbe mit Randmomenten und Gleichstrecken-	
	lasten	61
4.1.3	Ermittlung der Biegedrillknicklasten q_{Ki} von Hallenrahmen	62
4.2	Ermittlung der kritischen Last q_{Ki} von Hallenriegeln mit Finiten Stab-	
	elementen	66
4.3	Untersuchungen mit Finiten Flächenelementen	69
4.3.1	Eigenwerte für Biegedrillknicken	69
4.3.2	Vergleichsrechnung mit ANSYS 53	73
4.3.3	Einfluß der Vernetzungsdichte auf die kritischen Lasten	78
4.3.4	Biegedrillknicklasten am Beispiel vom Hallenrahmen L	80
4.3.5	Stabilisierung durch Pfetten und das Rahmenverhalten	84
4.3.6	Stabilisierung von Hallenrahmen durch Trapezprofile	100
4.3.7	Auswirkung einer zusätzlichen Stützung der inneren Rahmenecke	106
4.3.8	Verformungsverhalten der Hallenrahmen bei unterschiedlichen Rahmen-	
	ecken	115
5	Vergleiche und Anwendung der Biege- und Wölbeinspanngrade	
	der Rahmenecken	118
5.1	Vergleich der Biegedrillknicklasten zwischen den Berechnungsverfahren	118
5.2	Anwendung der Wölbeinspanngrade der Rahmenecken bei der Stabilitäts-	
	berechnung von Hallenrahmen	121
5.2.1	Zuordnung von Kennwerten zu den Rahmenecken bei Hallenrahmen	121
5.2.2	Zuordnung von Kennwerten für Verwölbung und Biegung zu den Rahmen-	
	ecktypen	126
5.2.3	Zuordnung von β_0 -Werten über die Wölbsteifigkeit der Rahmenecken	128

6	Zusammenfassung und Ausblick	132
7	Bezeichnungen, Formelzeichen	135

8 Literaturverzeichnis

Anhang:

A:	Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten im Rahmeneckbereich
B:	Tabellen zu den Biegedrillknicklasten der Rahmen nach dem Ersatzstabverfahren und mit Finite-Flächenmodell
C:	Tabellen zum Biegedrillknicklastenvergleich zwischen dem Ersatzstabverfahren, FE-Stabmodell und Finite-Flächenelementmodell
T:	Theoretische Grundlagen

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden zunächst die in der Praxis häufig verwendeten Rahmeneckformen zur Ermittlung ihrer Wölb- und Drehsteifigkeiten untersucht. Kontinuitätsbedingungen für die Verwölbung in den Rahmenecken werden nach der Theorie formuliert, die auf einer Kombination von Verwölbung und lokaler Querschnittsdeformation basiert. Daraus werden Wölbfedersteifigkeitswerte der Rahmenecken ermittelt, die mit einem FE-Schalenmodell bestätigt werden können. Eine Modellierung von Gesamthallenrahmen mit Finiten Schalenelementen zur Ermittlung der Biegedrillknicklasten der Riegel wird bei einer relativ exakten Abbildung der vorhandenen Aussteifungen in den Rahmenecken vorgenommen. Hallenrahmen mit unterschiedlichen Abmessungen, Profilen, Dachneigungen, Stabilisierungen und Rahmeneckformen werden untersucht, um die Auswirkung der Rahmeneckkonstruktion auf die kritische Last zu ermitteln. Durch vergleichende Untersuchungen der Biegedrill-knicklasten durch ein modifiziertes Ersatzstabverfahren, entsprechend der Vorgehensweise der DIN 18800, wird zu jeder Rahmeneckform β_{Z} - und β_{0} -Werte zugeordnet. Im Ergebnis dieser Arbeit werden realitätsnahe β_{Z} - und β_{0} -Werte vorgeschlagen, die die Bedingungen in den Rahmenecken wesentlich genauer einschätzen als die übliche Annahme einer Gabellagerung beim Stabilitätsnachweis von Rahmenriegeln.

Summary

First of all common joint types with different constructional details and stiffening arrangements are investigated. The continuity conditions for warping are formulated using a theorie which is based on coupled warping and local cross-sectional distortion at joints between thin-walled I-beams. Therefore can warping restraint values for the joints be determined which can be verified using a finite element shell model. Using this finite element model whole frames with different dimensions, section profiles, roof slopes, bracing sytsems and joint types are designed, their flexural torsional buckling loads calculated and the effects of joint construction on frame stability determined. A comparative investigation of the critical loads using an equivalent member method, as described in the German standards for steel structures, makes an assignment of relatively accurate β_z and β_0 coefficients which estimate the influence of the joint type on frame behaviour, to each joint type possible. This facilitates a simplified and effective calculation of the structure and a relatively precise approximation of

the joint type influence on frame stability. Realistic critical loads for flexural torsional buckling of steel frames using the equivalent member method can thus be determined.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als Graduierungsstudent an der Professur Stahlbau (Institut für Konstruktiven Ingenieurbau) der Bauhaus-Universität Weimar.

Ich möchte mich ganz besonders bei Herrn Professor F. Werner für die Betreuung der Arbeit, die wertvollen Anregungen und Unterstützung bedanken. Das ausgesprochen positive Arbeitsklima an der Professur Stahlbau hat sehr viel zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Hierfür möchte ich mich an allen Kollegen für ihre Diskussionsbereitschaft und Hilfe meinen Dank aussprechen.

Weiterhin möchte ich mich bei den Herrn

Prof. Dr.-Ing. habil. H-E, Goeben (Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur,

Leipzig)

Prof. Dr.-Ing. habil. G. Burkhardt (Bauhaus-Universität Weimar) für die Übernahme der Begutachtung dieser Arbeit herzlich bedanken.

Thesen zur Dissertation

 Die Effektivität der Konstruktion stählerner Rahmentragwerke aus dünnwandigen Stabelementen wird von den Möglichkeiten einer realitätsnahen Erfassung des Tragverhaltens

von Detailpunkten entscheidend beeinflußt.

Bei den üblichen Berechnungen dürfen nach den gültigen Normen (z. B. DIN 18800/Teil 2) die Stabilitäts- und Tragfähigkeitsnachweise an aus dem Tragwerk herausgeschnittenen Einzelstäben unter Einwirkung von Stabschnittgrößen nach Theorie II. Ordnung durchgeführt werden, wobei die Beachtung der wirklichen Randbedingungen gefordert wird.

Die Interaktion der verschiedenen Konstruktionselemente im Gesamttragwerk ist in den allgemein üblichen Stabmodellen kaum realitätsnah zu berücksichtigen. Besonders bei der Untersu-chung von Biegedrillknickproblemen ergeben sich Schwierigkeiten, da die praktisch häufig verwendeten Hilfsmittel nur einfache Randbedingungen abbilden.

2. Ziel der vorliegenden Untersuchungen ist es. Aussagen zum Deformationsverhalten von unterschiedlichen Rahmeneckkonstruktionen und zu ihrem Einfluß auf das Gesamttragver-halten von Rahmensystemen unter den praktisch auftretenden Einwirkungen zu erhalten. Damit sollen Lösungswege für eine effektive, wirklichkeitsnahe und praktisch einsetzbare Berechnung von Stahlrahmen erarbeitet und vorgeschlagen werden. Grundlage der Untersuchungen sind relativ einfache Modelle, die über die Analyse von Verzerrungsenergien Aussagen zum Verhal-ten von Rahmeneckkonstruktionen zulassen. Auf der Basis komplexer Parameterstudien mit Finite-Elementmodellen ist es möglich, den Einfluß der Rahmeneckkonstruktionen auf das Ge-samtverhalten von Rahmensystemen zu erfassen.

3. Die Stabelemente in Rahmentragwerken sind an den Rahmenecken konstruktiv miteinander gekoppelt. Der Einfluß dieser, teilweise sehr aufwendig konstruierten, Knoten auf das Gesamttrag- und insbesondere Stabilitätsverhalten des Systems kann wesentlich sein, so daß die Art des verwendeten Knotenmodells für die Tragwerksanalyse Bedeutung besitzt. Eine genaue Erfassung des Einflusses der Rahmenecken bildet die Basis für eine zuverlässige Ein-schätzung der Systemtragfähigkeit. Das verwendete Modell soll das räumliche Verformungsverhalten der Rahmenecke unter den verschiedenen Einwirkungen und die Übertragung der Schnittgrößen zwischen den gekoppelten Elementen abbilden. Die in der Praxis im allgemeinen eingesetzten vereinfachten Modelle

für Stabwerksanalyse basieren auf der simplen Annahme, daß die Stabelemente in den Rahmenecken entweder vollkommen biegesteif oder gelenkig in einem Punkt miteinander gekoppelt sind. Dadurch werden die komplizierte Struktur der Rahmenecken und die Rahmenberechnung wesentlich auf Kosten realistischer Ergebnisse vereinfacht.

4. Für aufwendigere Festigkeitsuntersuchungen von Rahmenecken setzt man in der Gegenwart unterschiedliche Modelle ein, die im wesentlichen auf Federkonstruktionen basieren und auch plastisches Tragverhalten simulieren können. Die benötigten Kennwerte sind aus Versuchen zu ermitteln (z. B. Knotenmodell des Österreichischen Stahlbauverbandes [ÖSTV] und der Schweizerischen Zentralstelle für Stahlbau [SZS] oder Eurocode 3).

Weitere Betrachtungsweisen sind die Annahme eines vollkommen gelenkigen Knotens für den vertikalen Lastanteil und eines vollkommen biegesteifen Knotens für den horizontalen Lastan-teil bei der Analyse von verschieblichen Rahmen nach der Wind-Connection-Methode und die voll und teilweise eingespannten Verbindungen aus den Normen des Amerikanischen Institutes für Stahlkonstruktionen (AISC).

Bei all diesen Modellen wird im wesentlichen die Biegesteifigkeit der Rahmenecken erfaßt. Eine zuverlässige Beurteilung des Stabilitätsverhaltens von Rahmentragwerken aus dünnwandigen Trägern ist nicht möglich, da diese insbesondere eine genaue Einschätzung des Wölbver-haltens der Rahmenecken erfordern.

5. Die vorhandenen Modelle für das Wölbverhalten von Rahmenecken erfassen teilweise nur die Verwölbungen in den Ecken und vernachlässigen den Beitrag der Querschnittsdeformationen, die für eine genauere Beschreibung der Verformungen und Ermittlung der Rahmenecksteifigkeiten notwendig ist. Dadurch können die Übergangsbedingungen nicht realistisch erfaßt bzw. die Konstruktionsformen nur ungenau abgebildet werden. Die bekannten Wölbsteifigkeitsuntersuchungen beschränken sich auf wenige Rahmeneckformen. Genauere Modelle erfordern die Aufstellung von Steifigkeitsmatrizen der Knotenstrukturen und der Stabelemente sowie ihr Einordnen in das Gleichungssystem des Gesamttragwerkes. Die erarbeiteten Hilfsmittel sind im allgemeinen nicht einfach in der praktischen Anwendung und erfordern einen hohen mathematischen bzw. rechentechnischen Aufwand. 6. Da eine genauere Abbildung der Übergangsbedingungen in den Rahmenecken nur schwer zu realisieren ist, dürfen Stabilitätsuntersuchungen auf der Basis vereinfachter Annahmen mit einzelnen Elementen unter idealisierten Randbedingungen (Gabellagerung) durchgeführt werden. Das Wölbproblem und die Übertragung der Wölbspannungen wird in den Grenzfällen betrachtet, wobei die Rahmenecken entweder als vollkommene Wölbeinspannungen oder als Wölbgelenke angenommen werden. Da die Rahmenecken sich aber sehr oft wie elastische Wölbfedern verhalten und die idealisierten Randbedingungen die wirklichen Verhältnisse in den Rahmenecken nur ungenau abbilden, sind weiterführende Untersuchungen des Deformationsverhaltens von Rahmenecken und ihr Einfluß auf das Tragsystem notwendig.

7. Das Wölbverhalten von Rahmenecken, das auf einer Kombination von Verwölbung und lokaler Deformation des Querschnittes basiert, kann über die Analyse der Verzerrungs-energien unter Beachtung der Kontinuitätsbedingungen in den Elementverbindungen nähe-

rungsweise ermittelt werden. Solche Untersuchungen wurden für zehn konstruktiv unterschiedliche Rahmenecktypen, darunter vier Rahmenecken mit Vouten mit Öffnungswinkeln zwischen 20 ° und 60 °, durchgeführt.

Eine universellere Möglichkeit der Untersuchung des Deformationsverhaltens von Rahmeneckkonstruktionen bieten FEM-Analysen.Die Wölbsteifigkeit einer Rahmeneck-konstruktion kann dabei als Verhältnis zwischen angesetzten Bimomenten und der Verdrillung im Rahmenriegel ermittelt werden. Die erhaltenen Ergebnisse der FEM-Analyse aus der Berechnung der zehn Rahmenecktypen, die auch über Verzerrungsenergien analysiert wurden, stimmen gut mit den dort ermittelten Werte überein. Das kann als Bestätigung dieses wenig aufwendigen Näherungsverfahrens angesehen werden.

8. Die Größe des Einflusses der Rahmenecken auf das Gesamttragverhalten von Rahmenkonstruktionen hängt wesentlich von der Art des Gesamtsystems ab. Um diesen Einfluß zu untersuchen, wurde eine Modellierung kompletter Hallenrahmen mit unterschiedlichen Abmessungen, Profilgrößen, Dachneigungen, Stabilisierungen und Rahmeneckformen mit Fini-ten Schalenelementen durchgeführt. Die spezifischen Rahmeneckkonstruktionen konnten da-bei relativ gut abgebildet werden. Als Beurteilungsgröße dienten die Biegedrillknicklasten der Tragwerke in Abhängigkeit von den Konstruktionsparametern. Der Einfluß der Rahmeneck-formen auf das Stabilitätsverhalten der Hallenrahmen konnte deutlich dargestellt werden.

9. Die durchgeführten Berechnungen lassen, neben den bekannten Effekten von Steifigkeitsverhältnissen auf die Tragwirkung, folgende allgemeine Aussage zu:

- Mit zunehmender Spannweite von Rahmenriegeln ohne horizontale Stützung (z. B. durch Pfetten) nimmt der Einfluß der Rahmeneckkonstruktion auf die kritischen Lasten für das Biegedrillknicken ab, d. h. Einspannungen in den Knoten sind bei größeren Trägerlängen logischerweise weniger wirksam.
- Mit ansteigender horizontaler Stützung des Rahmenriegels wird eine gebundene Drehachse angenähert. Damit wächst die Höhe der kritischen Last, und der Unterschied zwischen den Versagenslasten bei verschiedenen Rahmeneckformen nimmt zu.
- Eine diskrete horizontale Stützung des Riegels in den Zehntelpunkten entspricht einer kontinuierlichen Stützung.
- Durch das negative Moment im Eckbereich kann es bei drillweichen Rahmeneckkonstruktionen zum Ausweichen der Innengurte schon vor dem Erreichen der kritischen Biegedrillknicklast des Rahmenriegels kommen.

Außerdem besteht bei nicht ausgesteiften Eckbereichen die Gefahr des Systemversagens auf Grund lokaler Instabilitäten.

 Voutenkonstruktionen in den Rahmenecken führen neben einer optimalen Materialausnutzung auch zu einer sehr hohen Gesamtstabilität des Systems. Durch die Querschnittsvergrößerung an den Stabenden bilden solche Rahmenecken sehr steife Elementverbindungen. Sie besitzen eine hohe Dreh- und Wölbsteifigkeit und verkleinern die effektive Knicklänge des Rahmenriegels.

10. Bei Hallenrahmen mit einer horizontalen Stützung des Obergurtes des Rahmen-riegels bestimmt die Rahmeneckkonstruktion weitgehend die kritische Last, da das Versagen des Eckinnengurtes maßgebend wird. Die Traglast kann in diesen Fällen durch eine zusätzliche Stützung der Innengurte der Rahmenecke gegen Verschiebung senkrecht zur Rahmenebene auch für einfache Rahmeneckformen (geringer Konstruktionsaufwand) wesentlich erhöht wer-den. Es ist zu beachten, daß bei einfachen Eckkonstruktionen mit wenigen Steifen die Gefahr des Versagens durch lokales Beulen im Stegbereich der Ecke zunimmt.

11. Die Analyse praktisch häufig vorkommender Rahmeneckkonstruktionen mittels FEM-Modelle sowohl im Detail als auch in Gesamtsystemen von Rahmentragwerken und der Vergleich mit Berechnungen auf der Basis praktisch üblicher Näherungsverfahren, wie z. B. das Ersatzstabverfahren, ermöglichen Aussagen zur Einordnung der Rahmeneckkonstruktion bezüglich ihrer Wölb- und Biegesteifigkeit.

Davon ausgehend lassen sich diesen Rahmeneckkonstruktionen allgemein gebräuchliche Kennwerte β_0 und β_z zuordnen, die in einfacher Weise eine wirklichkeitsnahe Ermittlung von Biegedrillknicklasten unter Nutzung der üblichen praktischen Berechnungsmethoden gestatten.

Damit ist neben den prinzipiellen Erkenntnissen zum Tragverhalten von Rahmeneckkonstruktionen auch ein praktisch nützliches Ergebnis vorzuweisen, das ohne Steigerung des Rechenaufwandes dem Praktiker eine gute Auslastung der Konstruktion ermöglicht.

12. Das Tragverhalten von dünnwandigen Rahmenkonstruktionen wird durch eine große Anzahl von Parametern beeinflußt und ist in seiner Erscheinungsform sehr komplex.

Deshalb bleibt auch nach den vorliegenden Untersuchungen eine Reihe von Fragen offen, die für die Erstellung von effektiven und gleichzeitig zuverlässigen Konstruktionen von Bedeutung sind.

Dazu gehören insbesondere folgende Problemkreise:

- Erfassung des Einflusses von Verbindungsmitteln (Schrauben, Stirnplatten, Schweißnähten usw.) auf das örtliche und globale Tragverhalten;
- Einfluß lokaler Stabilitätserscheinungen auf das Gesamttragverhalten insbesondere auch unter Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Imperfektionen;
- Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens.

Die Berücksichtigung von Einwirkungs- und Widerstandsgrößen mit stochastischen Eigenschaften führt zu Fragenstellungen, die nur in Abhängigkeit von den aufgezeigten Detailkennt-nissen gelöst werden können. Die Möglichkeiten einer stärkeren Nutzung von FEM-Analysen werden in den nächsten Jahren für den Praktiker neue Wege einer effektiven Auslegung von Rahmentragwerken eröffnen. Trotzdem bleibt die Notwendigkeit, die kritische Fragestellung so aufzuarbeiten, daß zuverläs-sige Ergebnisse erhalten werden.

1 Einleitung

1.1 Vorbemerkung

Ein bedeutendes bauliches System im Stahlhochbau sind Rahmentragwerke. Sie bestehen aus dünnwandigen Stabelementen, die sich gegenseitig über verschiedene Verbindungsarten beein-flussen. Sie sind wirtschaftlich und relativ einfach zu konstruieren, aber trotz dieser scheinbaren Einfachheit müssen bei der Tragwerksplanung genauso viele Einflußfaktoren und Konstrukti-onskriterien wie bei komplizierteren Bauwerken beachtet und erfüllt werden [6]. Im all-gemeinen werden diese Konstruktionsfaktoren nur mit starker Näherung berücksichtigt.

Geometrische und physikalische Idealisierungen (Modellbildung) werden vorgenommen, um das Tragwerk baumechanisch analysieren zu können. Das Gesamttragwerk wird durch ein Stabmodell ersetzt und die Lagerungsbedingungen an den Stützenfüßen werden vereinfacht als gelenkig oder eingespannt beschrieben. Die Stabelemente sind an Knotenpunkten miteinander gekoppelt und durch anschließende Bauteile gehalten. Diese Interaktion zwischen den ver-schiedenen Bauelementen stellt ein Problem bei der Berechnung und Bemessung von Tragwer-ken dar.

Bei Rahmentragwerken hat die Gestaltung und Ausführung der Rahmenecken einen entscheidenden Einfluß auf das Gesamtverhalten und die Schnittgrößenverteilung im Gesamtsystem. Es ist deshalb maßgebend, welche Knotenmodelle man bei der Berechnung verwendet, da die Ef-fektivität der Konstruktion von der Möglichkeit einer wirklichkeitsnahen Erfassung des Trag-verhaltens beeinflußt wird. Ein wesentliches Ziel ist, die Modelle ständig zu verbessern, um zu einer immer wirklichkeitsnäheren Widerspiegelung des tatsächlichen Tragwerkes zu gelangen. Damit wird die Tragwerksberechnung zuverlässiger und wirtschaftlicher.

1.2 Zielstellung und Vorgehensweise

Ziel dieser Arbeit ist es, die Randbedingungen für die Berechnung von Hallenrahmen mit offe-nen, dünnwandigen Querschnitten im Stahlhochbau genauer zu ermitteln und den Einfluß der Rahmenecken auf das Stabilitätsverhalten von Rahmentragwerken darzustellen. Durch die Analyse von konstruktiv unterschiedlichen Rahmenecken soll das Verhalten der Ecken im Hin-blick auf Verwölbung und Biegung untersucht werden, um reale Federsteifigkeiten im Eckbe-reich zu ermitteln. Diese Untersuchungen sollen das in der Baupraxis gängige Berechnungsver-fahren von Rahmentragwerken verbessern. Im Ergebnis werden die konstruktiven Bedingun-gen im Eckbereich durch einfache Faktoren genauer erfaßt und bei der Berechnung berück-sichtigt, ohne aber den Rechenaufwand unverhältnismäßig zu erhöhen.

Nach der Vorstellung und Auswertung von vorhandenen Betrachtungsweisen und Modellen zur Erfassung von Rahmenecken werden Kontinuitätsbedingungen in Träger-Stützen-Verbindungen für verschiedene Rahmenecktypen aufgestellt. Der Wölbsteifigkeitsbeitrag der Rahmenecke wird daraus ermittelt. Mit einem Finite-Elemente-Flächenmodell werden die Spannungsverteilungen im Eckbereich untersucht, um damit das Tragverhalten der Rahmenecken zu erfassen, die Übergangsbedingungen zu definieren und Federsteifigkeitswerte für die Verwölbung und Biegung zu ermitteln.

Mit dem Ersatzstabverfahren werden kritische Streckenlasten für das Biegedrillknicken des Rahmenriegels an verschiedenen Hallenrahmen ermittelt. Vergleichsrechnungen unter Verwendung von Finiten-Stabelelementen und mit Finiten-Flächenelementen werden durchgeführt, wobei die Rahmeneckkonstruktion berücksichtigt wird. Damit soll anhand des Biegedrillknick-verhaltens einfacher Hallenrahmen der Einfluß der unterschiedlichen Rahmenecken auf das Tragwerk untersucht werden. Die seitliche Stützung des Riegelobergurtes durch Pfetten wird analysiert, um den Stabilisierungseffekt durch Pfetten bei unterschiedlichen Rahmeneckformen zu erfassen. Der steigende Einfluß der Rahmenecken auf die Tragfähigkeit bei Hallenrahmen mit Pfetten und die Wirtschaflichkeit der Berücksichtigung der Stabilisierung durch Pfetten im Riegel bei der Tragwerksberechnung sollen damit veranschaulicht werden. Untersucht werden auch die Verformungen im Gesamtsystem in Abhängigkeit von der Rahmeneckgestaltung und Systembelastung.

2 Stand des Wissens zu Rahmenecken

2.1 Allgemeines zur Rahmenberechnung

Wie alle Tragwerke sind Rahmentragwerke so zu entwerfen, daß die Konstruktion ausreichend zuverlässig und sicher ist. Der benötigte Gesamtaufwand soll dabei möglichst klein bleiben. Die während seiner Lebens- oder Nutzungsdauer auftretenden Einwirkungen sollen vom Tragwerk aufgenommen und ohne Verlust der Tragfähigkeit an die Fundamente abgegeben werden. Das System oder Teile davon dürfen dabei nicht versagen und das Tragwerk soll seine Nutzungs-fähigkeit behalten.

Bei den üblichen Berechnungen von Rahmentragwerken werden die Nachweise an den aus dem Tragwerk herausgeschnittenen Einzelstäben durchgeführt. Das Verhalten des Tragsystems wird anhand des Tragverhaltens der einzelnen Elemente eingeschätzt und beurteilt. Die Inter-aktion der unterschiedlichen Einflüsse im Gesamttragwerk ist schwierig zu beschreiben und bleibt teilweise unberücksichtigt. Besonders bei der Untersuchung des Biegedrillknickens erge-ben sich Schwierigkeiten und Unsicherheiten, da keine geschlossenen Lösungen dazu vorlie-gen.

Das Verhalten des Tragwerkes während der Beanspruchung durch die verschiedenen Einwirkungen muß im Hinblick auf die Tragfähigkeit und Nutzungsfähigkeit untersucht werden. Es ist deshalb notwendig, die einzelnen Teile des Systems zu analysieren und ihren Einfluß auf das Tragwerk als komplexe Einheit richtig einzuschätzen. Von Bedeutung sind auch die Lagerungsbedingungen an den Stützenfüßen von Rahmentragwerken, da sie mit einfachen Modellen schwer abzubilden sind.

Die Anschlüsse an den verschiedenen Verbindungsstellen im System müssen auf ihre Grenztragfähigkeit und Nachgiebigkeit nachgewiesen werden. Es ist nicht möglich, zuverlässige Aus-sagen zum Verhalten des Tragwerkes zu machen, wenn die Anschlußbedingungen nicht richtig erfaßt sind, da die getroffenen Annahmen für die Anschlüsse in die Tragwerksberechnung ein-gehen und das Ergebnis wesentlich beeinflussen. Einen kritischen Punkt bilden die Rahmenecken, weil die Schnittgrößenübertragung "um die Ecke" nicht einfach zu erfassen ist. Der Nachweis von Stahlbauten wird meistens mit der vereinfachten Annahme durchgeführt, wobei die Knoten entweder gelenkig oder biegesteif sind. Die Annahme der gelenkigen Lagerung bedeutet, daß die dem Knoten angrenzenden Stäbe sich frei verdrehen und keine Momente übertragen werden können. Die Annahme der vollen Einspannung bedeutet, daß die Anfangswinkel zwischen den Stäben erhalten bleiben und daß während der Belastung Momente entstehen können. Trotz dieser idealisierten Annahmen beim Nachweis verhalten sich Knoten von wirklichen Konstruktionen selten so ideal. Bei Rahmen aber, deren Knoten als starr angenommen werden, führen biegeweiche Knoten zu größeren Verformungen, die die Stabilität des Tragwerkes beeinträchtigen können.

Nach der Theorie der dünnwandigen offenen Stäbe führt Torsion zur Verwölbung der Trägerquerschnitte. Die Grenzlasten (z. B. Verzweigungs- oder Traglasten) von belasteten Rahmen mit offenen, dünnwandigen Querschnitten sind von den Übergangsbedingungen hinsichtlich der Querschnittsverwölbungen an den Rahmenecken abhängig. Die genaue Ermittlung dieser Über-gangsbedingungen ist aber nicht auf einfachem Wege möglich, da sie nicht nach der klassischen Theorie der Baustatik und der Wölbkrafttorsion wie alle anderen Übergangsbedingungen aus Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbetrachtungen zu formulieren sind. Deshalb wird in der vereinfachten Stabilitätsuntersuchung mit einzelnen Elementen mit idealisierten Randbedin-gungen gearbeitet.

- a) Verwölbung frei (Wölbgelenk)
- b) Verwölbung behindert (Wölbeinspannung)

Die Annahme **a**) geht davon aus, daß die Rahmenecke keine Wölbsteifigkeit besitzt und dadurch sich die Querschnitte an der Rahmenecke frei verwölben können. Die Annahme **b**) setzt voraus, daß die Rahmenecke so steif ausgebildet ist, daß die Querschnittsverwölbungen an der Rahmenecke völlig behindert sind. In Wirklichkeit aber weist die Rahmenecke eine elastische Einspannung auf, so daß die Verwölbungen weder frei noch völlig behindert, sondern nur teilweise behindert sind (elastische Wölbfeder).

Es ist deshalb wichtig, einen möglichst realitätsnahen Wert für die Wölbsteifigkeit entsprechend der konstruktiven Ausbildung der Rahmenecke bei der Dimensionierung von Rahmentragwerken anzunehmen, da die Berechnung mit der auf der sicheren Seite liegenden Annahme **a**) zu einer zu unwirtschaftlichen Dimensionierung der Rahmen führen kann. Auch als Wirtschaftsfaktor spielen Anschlüsse und Verbindungen eine große Rolle. Es wird eingeschätzt, daß über 30 % der Gesamtkosten eines mittleren Stahlskeletts durch die Anschlüsse entstehen [42] . Damit sind sie maßgebend für die Erhöhung der Wirtschaftlichkeit einer Stahlkonstruktion.

Eine Reihe von Untersuchungen werden zur Zeit weltweit durchgeführt, um Modelle zu entwickeln, die das Verhalten der Rahmenecken erfassen. Aufgrund der vielen Faktoren, die das Verhalten der Rahmenecken bestimmen, ist diese Modellbildung oft sehr aufwendig.

2.2.1 Klassische Modelle

Die Stützen und Riegel von Rahmentragwerken sind dreidimensionale Tragelemente mit einer dominanten Länge im Vergleich zur Breite und Höhe. Durch die geometrische Idealisierung, vor allem in der Statik der Tragwerke, werden Tragelemente mit niedriger Dimensionszahl ver-wendet. Die Stabelemente können allein durch ihre Stabachse repräsentiert werden und die Querschnittsform findet nur noch Eingang in die Querschnittswerte. Im Hinblick auf die wirkenden Kraftfelder werden auch Idealisierungen vorgenommen, denn durch kausale Beziehungen verbindet die Statik Verformungszustände von Tragwerken mit eingeprägten Kräften [46].

Rahmenecken werden als dimensionslose Knotenpunkte betrachtet, obwohl sie in Wirklichkeit dreidimensionale räumliche Strukturen sind. Die konventionelle Berechnungsmethode und die vereinfachende Annahme, daß diese Rahmenknoten entweder vollkommen biegesteife oder gelenkige Verbindungen zwischen Stütze und Riegel darstellen, vereinfacht zwar die Rahmenberechnung sehr, jedoch kann hiermit das Tragverhalten des Systems im allgemeinen nicht realistisch und zutreffend für alle Einflüsse beschrieben werden. Das Knotenmodell nach *Tschemmernergg* [83] stellt den Zusammenhang zwischen Moment M und Verdrehung 9 durch eine Drehfeder mit elastisch-plastischem Verhalten dar. Zur Beschrei-bung der Federkurve sind folgende Kennwerte aus der Krafteinleitung E, der Querkraft Q und der Anschlußkonstruktion C notwendig:

M_{eE} , M_{eQ} , M_{eC}	:	elastische Grenzmomente
M_{pE}, M_{pQ}, M_{pC}	:	plastische Grenzmomente
ϑ_{pE} , ϑ_{pQ} , ϑ_{pC}	:	Grenzverdrehung
C_E , C_Q , C_C	:	Drehfedersteifigkeit (Ursprungsanstieg)

Die Kennwerte wurden aus Versuchen ermittelt. Im Anhang von [83] sind Knotenkennwerte für einige unterschiedlich gestaltete Rahmenecken tabellarisch angegeben. Zunächst wird ein allgemeines Modell entwickelt (Bild 2.1). Dabei werden mit Federn die unterschiedlichen Nachgiebigkeiten, bedingt durch Verbindungsmittel, Krafteinleitung und eine eventuell vorhandene Querkraft, modelliert. Die Anschlußkonstruktionen (z. B. Stirnplatten- oder Winkelanschluß) können unterschiedlich ausgeführt werden und haben sehr stark variierende Nachgiebigkeiten. Die Nachgiebigkeit der Anschlußkonstruktion vergrößert die Gesamtverdrehung zu $9_Q + 9_E + 9_C$. Liegt die plastische Grenzlast der Anschlußkonstruktion unter der des Knotens, so wird diese für den Tragwiderstand des gesamten Knotens maßgebend. Sinnvollerweise soll der Tragwiderstand und die Steifigkeit der Anschlußkonstruktion dem Tragwiderstand und der Steifigkeit des Knotens angepaßt werden. Betrachtet man das Gesamtverhalten eines Knotens inklusive Anschlußkonstruktion, so kann das M-9-Verhalten in drei Gruppen zusammengefaßt werden (Bild 2.2):

- starrer Knoten (rigid)
- nachgiebiger Knoten (semirigid)
- gelenkiger Knoten (hinged).



1. Einleitungsfeder 2. Querkraftfeder 3. Anschlussfeder Rahmenknotenfeder

Bild 2.1: Allgemeingültiges Federmodell und die Federkurven nach ÖSTV/SZS [83]



Bild 2.2: M-9-Verhalten der Knoten nach ÖSTV/SZS [83]

Das Modell (Bild 2.1) ist zwar als mechanisches Modell zur Untersuchung des Verformungsverhaltens gut geeignet, aber es ist viel zu aufwendig in der Diskretisierung. Ein modifiziertes Knotenbild (Bild 2.3) wurde deshalb abgeleitet. Die Anschluß- und Einleitungsfedern werden durch eine Drehfeder im Riegel und die Querkraftfeder durch gekoppelte Drehfedern in den Stützen ersetzt. Durch dieses Modell können die räumliche Ausdehnung des Knotens erfaßt und die Schubverformungen im Knoten abgebildet werden. Einer einfachen Berechnung der Federkennwerte der Momenten-Rotations-Charakteristik steht eine aufwendige Diskretisierung gegenüber, da neben den Riegeldrehfedern zusätzlich Stützendrehfedern und biegestarre Knotenstäbe eingeführt werden müssen.



Bild 2.3: Knotenmodell mit Drehfedern nach ÖSTV/SZS [83]

Bei der Berechnung der charakteristischen Federkennwerte wird die Anschlußfeder nicht berücksichtigt, da entweder eine geschweißte Verbindung oder eine geschraubte Stirnplattenverbindung mit hochfesten Schrauben vorausgesetzt wird. Die charakteristischen Federkennwerte der Einleitungsfeder und der Querkraftfeder werden unter Berücksichtigung eventuell vorhandener Steifen mit Hilfe von Querschnitts- und Materialwerten im elastischen und plastischen Bereich ermittelt. Bei der ausgesteiften Einleitungsfeder und der Querkraftfeder darf von einer unbegrenzten Rotationskapazität ausgegangen werden. Für die Momenten-Rotations-Charakteristik wird ein bilinearer Verlauf zugrunde gelegt.

2.2.3 Wind-Connection-Methode

Bei verschieblichen Rahmen werden horizontale Kräfte von den Rahmen selbst aufgenommen.

Die Rahmenknoten erfahren seitliche Verschiebungen. Bei den unverschieblichen Rahmen werden die Knoten über Aussteifungselemente seitlich gehalten. Die horizontalen Kräfte werden dabei zu den Aussteifungselementen übertragen. Die Rahmenkonstruktion ist deshalb für das Maß der seitlichen Verschiebung bei verschieblichen Rahmen entscheidend, besonders bei denen die Knoten als biegesteif angenommen werden können. Die Wind-Connection-Methode wird bei der Berechnung und Bemessung von verschieblichen Rahmen verwendet. Dabei werden bei der Rahmenberechnung die Knoten als vollkommen gelenkig für vertikale Lastanteile und vollkommen biegesteif für horizontale Anteile der Gesamtlast angenommen. Weil "biegesteife" Rahmenecken eine gewisse Nachgiebigkeit und "gelenkige" Rahmenecken eine gewisse Drehsteifigkeit besitzen, wird die Steifigkeit der Rahmenecken bei der Wind-Connection-Methode ausgenutzt, um den seitlichen Belastungen entgegenzuwirken. Die Annahme bei den seitlichen Einwirkungen überschätzt möglicherweise die Drehsteifigkeit der Knoten. Das Problem dieser Methode ist nicht "Wie können sich Rahmenecken als gelenkig bei Vertikallasten und als biegesteif bei Windlasten verhalten?", sondern "Kann das wirkliche Verhalten des Rahmens beschrieben werden, und ist die Tragsicherheit gewährleistet durch ein Modell, bei dem die Knoten als gelenkig bei Vertikallasten und biegesteif bei Horizontallasten angenommen werden?" {[65], S. 376}.

Diese Methode ist vorwiegend in Großbritannien verbreitet, wo es eine große Anzahl von zwei- oder dreistöckigen Großraumgebäuden gibt, bei denen keine Aussteifungselemente vorhanden sind. Sie ist eine sehr praktische Methode, um überdimensionierte Verbindungen und Stützen zu vermeiden. Die historische Entwicklung dieser Methode wird von *MacGuire* [59] gegeben. *Souroschnikoff* [79] hat als erster versucht, die Tauglichkeit des Verfahrens anhand des Verhaltens eines einfachen Hallenrahmens zu verdeutlichen.

Eine klare und einfache Darstellung der Wind-Connection-Methode ist in einem AISI-Dokument zu finden. (AISI: Typ 2 - Construction with Wind Moment Connections, Washington, American Iron and Steel Institute, 1976). Untersuchungen zum wirklichen Verhalten von Rahmen, die danach berechnet worden sind, wurden hauptsächlich in zwei Formen durchgeführt. Es sind auf der einen Seite vereinfachte Untersuchungen von Hallenrahmen, bei denen das Knotenverhalten in einer günstigen Form eingeschätzt wird (z. B. durch die Verwendung einer bilinearen M-9-Relation) und auf der anderen Seite rechnergestützte Untersuchungen von komplizierteren Rahmentragwerken mit der Verwendung von Steifigkeitsmatrizen, die das nichtlineare Verhalten verschiedener Knoten erfassen.

Eine Version des grundlegenden Gedankens der Wind-Connection-Methode wurde von *Disque* [18] vorgeschlagen. Als "Directional Moment Connections" bezeichnet, verwendet sie Knoten, die absichtlich so bemessen worden sind, daß sie ihre Rotationssteifigkeit schon bei Momenten verlieren, die unter dem maximalen Tragmoment des Trägers liegen. Der Rahmen wird dabei durch die Steifigkeit der elastisch entlastenden Knoten stabilisiert. Der Stützenkopf wird als gelenkig angesehen. Deshalb weisen die Untersuchungen von *MacGuire* [59] darauf hin, daß eine direkte Anwendung der Wind-Connection-Methode bei Rahmen mit relativ steifen Knoten zu einer Überbeanspruchung der Stützen und zu großen Verformungen führen kann. Eine überlegte Anwendung der Wind-Connection-Methode kann jedoch zu Tragwerken führen, die sich wirklichkeitsnah verhalten.

Die Unsicherheiten dieser Methode liegen aber darin, daß die tatsächlichen seitlichen Verformungen größer sein können als die errechneten Verformungen mit der Annahme der biegestarren Knoten. Die Vernachlässigung der Momente am Stützenkopf durch die Annahme der gelenkigen Knoten bei Vertikallasten kann zu einer Unterbemessung des Stützenprofils führen.

2.2.4 Knotenmodell nach EUROCODE 3

Beim Knotenmodell nach Eurocode 3 wird der Riegel mit einer Drehfeder an die Stütze im Schnittpunkt der Schwerachsen von Stütze und Riegel angeschlossen.



Bild 2.4: Knotenmodell nach Eurocode 3

Durch die Momenten-Rotations-Charakteristik wird das Knotenverhalten gekennzeichnet. Sie gibt Auskunft über den Zusammenhang zwischen Grenzmoment, Rotationssteifigkeit und Rotationsvermögen.



Bild 2.5: Momenten-Rotations-Charakteristik

Für Berechnungen werden vereinfachend lineare Beziehungen angenommen, obwohl eine nichtlineare Momenten-Rotations-Charakteristik wirklichkeitsnäher ist. Im allgemeinen ist jedoch eine bilineare Momenten-Rotations-Charakteristik hinreichend genau. Falls ein exakteres Modell erforderlich ist, kann auf eine trilineare Momenten-Rotations-Charakteristik zurückgegriffen werden, was jedoch die relativ aufwendige Berechnung zweier Sekantensteifigkeiten S_j nach sich zieht. Die räumliche Ausdehnung des Knotens kann aber nicht berücksichtigt und die Schubverformungen im Knoten können nicht abgebildet werden. Der Schubeinfluß wird näherungsweise durch die Abminderung der Rotationssteifigkeit berücksichtigt. Der aufwendigen Berechnung der charakteristischen Federkennwerte steht jedoch eine sehr einfache Diskretisierung gegenüber, da für jeden Riegelanschluß nur eine Drehfeder hinzukommt.



Bild 2.6: Vereinfachung der Momenten-Rotations-Charakteristik nach EC 3



Aus den Beanspruchbarkeiten der einzelnen Anschlußkomponenten, wie des Stützensteges in der Schub-, Zug- und Druckzone, des Stützenflansches, der Schrauben und der Kopfplatten in der Zugzone, erfolgt die Berechnung der charakteristischen Federkennwerte für die Momenten-Rotations-Beziehung. Die Beanspruchbarkeit der Schraubenreihen in der Zugzone wird hieraus ermittelt, mit deren Hilfe und weiteren Faktoren dann die Momentenbeanspruchbarkeit, die Rotationssteifigkeit und die Rotationskapazität bestimmt werden. Die Rotationskapazität ist unbegrenzt, wenn ein Schubversagen oder ein Versagen des Stützenflansches maßgebend ist.

2.2.5 AISC - Database for Semirigid-Connections

Die Bestimmung der Steifigkeit von Semirigid-Connections bereitet immer Schwierigkeiten. An der Universität Illinois führte *Young* die ersten Versuche im Jahre 1917 aus, um diese Steifigkeit einschätzen zu können [7]. Seitdem sind eine Menge von Versuchen durchgeführt worden. Die "American Institute of Steel Construction (AISC)"-Normen von 1986 - Load and Resistance Factor Design (LRFD) - unterscheidet zwischen zwei Arten von Träger-Stützen-Verbindungen [8].

- Typ FR (fully restrained - volle Einspannung)

- Typ PR (partially restrained - teilweise Einspannung)

Bei der Verwendung vom Typ PR soll der Einfluß der Anschlußnachgiebigkeit auf das Verhalten und Tragfähigkeit des Gesamtsystems bei der Berechnung und Bemessung berücksichtigt werden. Das nichtlineare Verhalten der Anschlüsse ist entscheidend für die Festlegung des Berechnungsverfahrens von Stahlrahmen. Bei der Entwicklung der LRFD-Spezifikationen haben Untersuchungsergebnisse u. a. von *Goverdhan* (1983), *Nethercot* (1985), *Kishi/Chen* (1986) zu Momenten-Rotation-Verhältnissen und zur Formulierung von Gleichungen maßgeblich beigetragen [8]. Auf der Basis der gesammelten Versuchsdaten wurde eine Datenbank zu den Träger-Stützen-Anschlüssen entwickelt. Das Steel Connection Data Bank Programm (SCDB) dient zur Systematisierung und Verwaltung dieser Datenbank.

Das Programm beinhaltet sieben Hauptfunktionen einschließlich einer Routine zur Tabellarisierung und grafischen Darstellung der experimentellen Versuchsdaten. Eine Reihe von Gleichungen für die Einschätzung der Anschlußsteifigkeiten wird angegeben.

Eine Anzahl von analytischen Modellen für die Anschlußsteifigkeiten ist entwickelt worden. Sie basieren entweder auf numerischen Simulationen oder auf einer Interpretation von Versuchsergebnissen. Anfänglich hat man ein lineares M-9-Modell verwendet, welches aber die Gesamtsteifigkeit der Anschlüsse nicht erfassen kann. Ein bilineares Modell schätzt die Anschlußsteifigkeit besser ein [7].

a) Polynominal Modell

Das Polynominal Modell nach *Freye* und *Morris* (1976) wird häufig angewendet für die Bestimmung der Momenten-Rotations-Charakteristiken von Anschlüssen. Diese polynominale Funktion soll das Rotationsverhalten für verschiedene Anschlußtypen darstellen.

$$\vartheta_{\rm r} = C_1 \, ({\rm KM}) + C_2 \, ({\rm KM})^3 + C_3 \, ({\rm KM})^5$$
(2.01)

C₁, C₂, C₃: Kurven-Anpassungskonstanten

K : Standardfaktor (dimensionslos), abhängig von Anschlußart und -geometrie

Der Nachteil dieser Funktion ist, daß die 1. Ableitung, welche die Steifigkeit enthält, unstetig und/oder negativ sein kann, was physikalisch nicht möglich ist.

b) Modifiziertes Exponential-Modell

Das Exponential-Modell nach *Chen-Lui* wurde durch die Einbeziehung von linearen Komponenten verfeinert und als Modifiziertes Exponential-Modell veröffentlicht. Die Funktion hat die Form:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{0} + \sum_{j=1}^{m} \mathbf{C}_{j} \left[1 - \mathbf{e}^{\left(\frac{\vartheta_{r}}{2j\alpha}\right)} \right] + \sum_{k=1}^{n} \mathbf{D}_{k} \left(\left| \vartheta_{r} \right| - \left| \vartheta_{k} \right| \right) \mathbf{H} \left[\left| \vartheta_{r} \right| - \left| \vartheta_{k} \right| \right]$$
(2.02)

M_0	:	Anfangs-Verbindungsmoment
α	:	Skalierfaktor

- C_i , D_k : Kurven-Anpassungs-Faktoren
- : Anfangsverdrehung der k-ten Komponente aus der experimentellen M-9- ϑ_k Kurve
- Η : *Heavisde'sche Step*-Funktion H $[\vartheta] = 1$ für $\vartheta \ge 0$ $H[\vartheta] = 0$ für $\vartheta < 0$

Das Modell hat folgende Vorzüge:

- 1. Die Formulierung ist einfach und schnell anwendbar.
- 2. Das Modell ist für die Ermittlung der Rotation bei einer Tragwerksberechnung nach Theorie II. Ordnung in belastetem und entlastetem Zustand anwendbar.
- 3. Die abrupte Änderung der Verbindungssteifigkeit liegt an den einbezogenen experimentellen Charakteristiken.

c) Kraft-Modell mit drei Parametern

Von Kishi und Chen (1987) wurde eine andere Methode entwickelt, um die Momenten-Rotations-Charakteristik von Riegel-Stützen-Verbindungen zu bestimmen [8]. Dabei werden die elastische Anfangssteifigkeit und das plastische Moment der Verbindungen durch ein einfaches analytisches Modell bestimmt. Zur Veranschaulichung der Momenten-Rotations-Beziehungen der Verbindungen wurde für diese Werte ein Drei-Parameter-Power-Modell nach Richard und Abbott (1975) angewandt.

Die allgemeine Form der Gleichung ist: D

0

$$M_{u} = \frac{R_{Ki}\vartheta_{r}}{\left\{1 + \left(\frac{\vartheta_{r}}{\vartheta_{o}}\right)^{n}\right\}^{\frac{1}{n}}}$$
(2.03)

R_{ki} : Anfangssteifigkeit

M_u : Grenzmoment

 ϑ_{o} : plastische Rotation mit $\vartheta_{o} = \frac{M_{u}}{R_{v}}$

n : Formparameter

d) B-spline-Modell

Von *Jones et al.* (1982) wurde die B-spline-Methode angewendet, um die ermittelten Versuchsdaten der Anschlüsse an die Kurven anzupassen. Dabei werden die Versuchsdaten für

M-9 in eine Anzahl von Gruppen eingeteilt. Jede Einteilung umfaßt eine kleine Momentenspanne. Eine kubische B-spline-Kurve wird angewendet, um jede Dateneinteilung zu erfassen. Die Stetigkeit der Ableitungen der Funktionen wird gewährleistet. Durch dieses Modell wird das Problem der negativen Steifigkeiten umgangen. Das nichtlineare M-9-Verhalten wird relativ gut dargestellt. Jedoch wird bei diesem Kurvenanpassungsverfahren eine große Datenmenge benötigt.

Die Daten aus den Versuchen von Träger-Stützen-Verbindungen mit verschiedenen Anschluß-konstruktionen werden zur Analyse von Rahmentragwerken mit Semirigid-Connections ver-wendet. Sie werden in die Datenbank eingegeben und nach sechs Gesichtspunkten klassifiziert:

- 1. Anschlußform und Befestigungsart (Befestigungsmittel).
- 2. Versuchsdurchführer und das Land, in dem der Test erfolgte.
- Materialabmessungen, -eigenschaften, -kenngrößen und Parameter der Befestigungsmittel.
- 4. Materialkenngrößen der Winkelelemente für die Verbindungen.
- 5. Alle Parameter, die für den Anschluß verwendet wurden.
- 6. Momenten-Rotations-Testdaten.

Mit dem SCDB-Programm ist es möglich, Vergleichsuntersuchungen zur Rolle der unterschiedlichen Verbindungsparameter beim M-9-Verhalten durchzuführen [7].

2.2.6 Zusammenfassung

Die vorgestellten Modelle erfassen, mit unterschiedlicher Genauigkeit, im wesentlichen die Biegesteifigkeit der Rahmenecken. Die Betrachtung der Rahmenecke als vollkommen gelenkiger oder biegesteifer Knotenpunkt benötigt einen geringen Aufwand bei der Analyse der Tragwerke. Das räumliche Verformungsverhalten der Rahmenecke unter den verschiedenen Einwirkungen und die Übertragung der Schnittgrößen zwischen den gekoppelten Elementen werden aber nicht genau abgebildet. Die komplizierte Struktur der Rahmenecke und die Rahmenberechnung werden auf Kosten realistischer Ergebnisse vereinfacht. Man muß auf Kennwerte aus Versuchen zurückgreifen, um die aufwendigeren Modelle (z. B. ÖSTV/SZS-Modell) bei der Tragwerksberechnung einzusetzen, da sie auf Federkonstruktionen basieren und plastisches Tragverhalten simulieren können.

Auf die Übertragung der Verwölbung im Eckbereich oder die Wölbsteifigkeit der Rahmenecken wird bei diesen Modellen nicht gesondert eingegangen. Nur die obere und die untere Schranke werden betrachtet, wobei die Anschlüsse als entweder vollkommene Wölbgelenke oder Wölbeinspannungen angenommen werden. Diese Annahme liegt bei der Tragwerksberechnung auf der sicheren Seite und dadurch wird die Sicherheit des Systems nicht gefährdet. Für eine wirtschaftlichere Bemessung der Rahmentragwerke wird hier aber eine wichtige Charakteristik der Rahmenecke ungenügend berücksichtigt, da für eine zuverlässige Beurteilung der Tragfähigkeit von Rahmen aus dünnwandigen Trägern, insbesonders bei der Stabilitätsuntersuchung, eine wirklichkeitsnahe Einschätzung des wölbelastischen Verhaltens der Rahmenecken erforderlich ist.

2.3 Wölbelastisches Verhalten von Rahmenecken

2.3.1. Allgemeines

Die Auswirkungen der Verwölbung und der Wölbsteifigkeit an den Stabenden auf das Verhalten eines Stabelementes wurden seit Anfang des 20. Jahrhunderts z. B von *Timoshenko* [75] untersucht. Von *Wlassow* [88] insbesondere wurde die Idee der Bimomente und der Verwölbung eingeführt und das Problem ausführlich behandelt. Durch die Untersuchung der Kinematik am dünnwandigen Profilquerschnitt, der Abhängigkeit zwischen Spannungen und Deformationen und der mechanischen Bedeutung des Bimomentes wurden die Grundlagen dieser erweiterten Stabtheorie aufgestellt. *Roik* [75] stellt anhand von Differentialgleichungen des Gleichgewichts am Stabelement die grundsätzlichen Zusammenhänge des Biegetorsionsproblems Theorie II. Ordnung dar. Von *Friemann* [26] sowie von *Schweda* [79] werden, vereinfacht und für die praktische Anwendung geeignet, die Lagerungsbedingungen an den Stabenden unter Berücksichtigung von Spannungen infolge Wölbkrafttorsion behandelt. Mittels Ersatzstabverfahren kann eine vereinfachte Stabilitätsuntersuchung für Rahmentragwerke an den Einzelstäben durchgeführt werden. Das wölbelastische Verhalten und die Biegeeinspannung der Rahmenecken werden durch β_0 - und β_z -Faktoren erfaßt. Für ein allgemeines Verständnis der Problematik des Wölbverhaltens werden die Grundlagen für die Randbedingungen von Stabelementen dargestellt.

Nach der Elastizitätstheorie wird die Beanspruchung bei beliebiger Belastung für einen geraden dünnwandigen Stab (Bild 2.8) durch die sechs Schnittgrößen festgelegt. Die Stabendverschie-bungen und -verdrehungen sind die Freiheitsgrade jedes Stabendes.

 $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^1 & \mathbf{v}_y^1 & \mathbf{v}_z^1 & \vartheta_x^1 & \vartheta_y^1 & \vartheta_z^1 & \upsilon_z^2 & \mathbf{v}_z^2 & \upsilon_z^2 & \vartheta_z^2 & \vartheta_z^2 & \vartheta_z^2 \end{bmatrix}$ (2.04)

Jedes Stabende hat 6 Freiheitsgrade, drei Verschiebungen $(v_x \ v_y \ v_z)$ und drei Verdrehungen $(\vartheta_x \ \vartheta_y \ \vartheta_z)$.



Bild 2.8: Belastung und Schnittgrößen am geraden dünnwandigen Stab nach [75]

Torsionsmomente M_T - das sind um die Stablängsachse drehende Momente - erzeugen eine Verdrehung des Stabes, wobei der Drehwinkel ϑ sich entlang der Stabachse ändert. Für ein Stabelement der Länge dx und eine einteilige Verdrehung d ϑ ist:

Verdrillung = $d\vartheta/dx = \vartheta = \theta$. (2.05)



Bild 2.9: a) Verdrillung und Verwölbung eines Trägers nach [26]b) Symbolische Darstellung

Die Drehung eines Querschnittes erfolgt um den Drehpunkt D, der mit dem Schubmittelpunkt M zusammenfällt, sofern nicht konstruktiv ein anderer Drehpunkt erzwungen wird. Die Verbindung der Drehpunkte ist die Drehachse. Durch die Verdrehung des Stabes können - abhängig von der Querschnittsform - Querschnittsverwölbungen entstehen. Bei offenen dünnwandigen Profilen ist das St. Venantsche Torsionsmoment:

$$M_{\rm T} = G I_{\rm T} \vartheta'(\mathbf{x}) \tag{2.06}$$

Wird die Verwölbung behindert, z. B. an Einspannstellen oder durch Querschnittsänderungen, führt die Wölbbehinderung zu Wölbnormalspannungen. Durch veränderliche Torsionsmomente bei nicht wölbfreien Querschnitten entstehen Wölbbehinderungen, die zu Normalspannungen σ_x führen. Bei der Wölbkrafttorsion kann das Gesamttorsionsmoment dargestellt werden mit:

$$M_{\rm T} = M_{\rm T,I} + M_{\rm T,II} \tag{2.07}$$

Der erste Teil $M_{T,I}$ (primärer Anteil) ist identisch mit dem Momentenanteil nach den St. Venantschen Schubspannungen. Für einen allgemeinen Querschnitt erhält man den zweiten (sekundären) Anteil mit:

$$M_{T,II} = - E C_M \vartheta^{(1)}(x)$$
 (2.08)

Das Gesamttorsionsmoment nach Gleichung (2.07) ist dann:

$$M_{\rm T} = G I_{\rm T} \vartheta'(x) - E C_{\rm M} \vartheta'''(x)$$
(2.09)

 M_T an einer beliebigen Trägerstelle x läßt sich durch die Anfangsgröße $M_T(0)$ und die Torsionsbelastung $m_T(x)$ ausdrücken.

$$M_{T}(x) = M_{T}(0) - \int_{0}^{x} m_{T}(x) dx$$
(2.10)



Bild 2.10: Gleichgewicht der Torsionsmomente am Trägerabschnitt x [26]

Um $\vartheta(x)$ in Abhängigkeit von der vorgegebenen Belastung zu erhalten, wird die Gleichung (2.09) nochmals differenziert:

$$- G I_T \vartheta''(x) + E C_M \vartheta''''(x) = + m_T(x)$$
(2.11)

Führt man
$$\lambda = \sqrt{G I_T / E C_M}$$
 (2.12)

als Abklingfaktor ein, so folgt aus Gleichung (2.09) und nach einer Division durch EC_M :

$$\mathfrak{G}^{\prime\prime\prime}(\mathbf{x}) - \lambda^2 \,\mathfrak{G}^{\prime}(\mathbf{x}) = - \,\mathbf{M}_{\mathrm{T}} / \,(\mathrm{EC}_{\mathrm{M}}) \tag{2.13}$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung findet man mit dem Ansatz:

$$\vartheta(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_1 \sinh \lambda \mathbf{x} + \mathbf{A}_2 \cosh \lambda \mathbf{x} + \mathbf{A}_3 + \mathbf{M}_T \mathbf{x} / (\lambda^2 \mathbf{E} \mathbf{C}_M)$$
(2.14)

Durch Rand- und Übergangsbedingungen lassen sich die Konstanten A₁, A₂ und A₃ bestimmen; mit den Ableitungen von $\vartheta(x)$ können dann entsprechend Gleichungen (2.06) und (2.08) M_{T,I} und M_{T,II} angegeben werden. Ein Wölbmoment M_W ist aus den im Querschnitt auftretenden Wölbnormalspannungen σ_w und der Hauptverwölbung ω_M zu ermitteln.

$$M_{W} = \int_{A} \sigma_{W} \omega_{M} \, dA \qquad [kNm^{2}]$$
(2.15)

Aufgrund des Zusammenhangs zwischen den Wölbnormalspannungen σ_W und den sekundären Schubspannungen (τ_S) besteht zwischen dem Wölbmoment M_W und $M_{T,II}$ die Beziehung:

$$\frac{\mathrm{d}M_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}x} = M_{\mathrm{T,II}} \tag{2.16}$$

Aus Gleichung (2.08) findet man dann:

$$M_{\rm W} = - E C_{\rm M} \vartheta^{\prime\prime}(x) \tag{2.17}$$

In [76] werden für einige Torsionslastfälle und Trägerarten Lösungen der Differentialgleichung (2.13) sowie Funktion und Verlauf von $M_{T,I}$, $M_{T,II}$ und M_W angegeben.

2.3.2 Untersuchungen zu Rahmenecken mit Wölbeinfluß

Stabtragwerke als ebene oder räumliche Systeme eindimensionaler Strukturelemente werden häufig unter folgenden Voraussetzungen modelliert:

- Für Längskraft und Biegung entsprechen die Strukturelemente dem Bernoulli-Balken, für Torsion dem St.Venantschen Modell.
- Die Stabwerksknoten werden als Knotenpunkte ohne ebene oder räumliche Ausdehnung betrachtet.

Diese Annahmen sind immer dann vertretbar, wenn alle Abweichungen von der Stabtheorie und die reale konstruktive Gestaltung der Stabwerksknoten im Sinne des Prinzips von St. Venant nur zu lokalen Störungen führen, deren Einfluß auf das globale Strukturverhalten vernachlässigt werden kann. Werden als Strukturelemente Stabmodelle verwendet, für die die Modellgleichungen der Wölbkrafttorsion gelten, treten auch an den Stabwerksknoten Wölbbehinderungen auf. Die Spannungsstörungen, die dadurch entstehen, klingen nicht mehr so schnell von der Störungsstelle aus ab, d. h., die durch die Wölbkrafttorsion hervorgerufenen Effekte haben nicht nur lokalen Charakter, sondern können auch das globale Strukturverhalten beeinflussen. In den letzten Jahren gab es vielfache Bemühungen, diese Charakteristik der Wölbkrafttorsion genauer zu berücksichtigen.

a) Anwendung der Deformationsmethode

Von *Diener* [16] wird eine allgemeine Anwendung dieser Methode beschrieben. An jedem Knoten wird ein siebenter Freiheitsgrad eingeführt, der einer Stabverdrillung entspricht. Diese Knotenvariable weist für alle angeschlossenen Stäbe den gleichen Beitrag auf. Das Problem der Wölbkrafttorsion wird im Zusammenhang mit der Anwendung der Deformationsmethode bei Stabtragwerken behandelt. Am Knoten werden nicht nur Kräfte und Momente ins Gleich-gewicht gesetzt, sondern es muß auch das Bimomentengleichgewicht erfüllt sein. Die St. Venantsche Drillsteifigkeit soll vernachlässigbar sein, die Biegung des Querschnitts erfolgt um die Hauptträgheitsachsen und die Drehung um den Schubmittelpunkt. Die Verdrehung ge- schieht bei freien Stabenden und dadurch kann die Verwölbung aus rein geometrischen Be-
trachtungen berechnet werden.

Ein Knotenpunkt wird zwar als sehr kleiner, aber doch endlich ausgedehnter Körper betrachtet. Er kann entweder als starr (keine Verwölbung) oder als weich aufgefaßt werden. Der wölb-elastische Zustand, der zwischen diesen beiden Extremfällen liegt, ist bei dieser Modellvor-stellung nicht vorhanden. Es wird davon ausgegangen, daß ein Körper, der in seinen Abmessungen gegen Null strebt, als weich zu betrachten ist. Unter der Bedingung, daß der einzuführende siebente Freiheitsgrad weder Rotation noch Translation des Knotenpunktes hervorruft, werden aus Gleichgewichtsbedingungen die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

bei der Verwölbung und schließlich die Differentialgleichung $\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{M_{\omega}}{EC_{M}}$ ermittelt, wobei

9 die Verdrehung und x die Stablängsrichtung sind. Der Winkel 9 kann bei gleicher Verwölbung des Querschnittes sowohl positiv als auch negativ sein. Das bedeutet, daß man beim Anschluß von Stäben am Knoten bzw. bei Stäben mit unterschiedlichen Querschnitten von vornherein wissen muß, ob bei positiver Vorgabe von 9 am Knoten an den anschließenden Stäben ein positiver oder negativer Winkel 9 entsteht. Auf die Knotengestaltung oder die Beziehung zwischen der Gestaltung und der Übertragung der Verwölbung sowie die Wölbsteifigkeitsermittlung wird bei diesem Modell nicht eingegangen.

b) Rahmen aus dünnwandigen Profilen

Untersuchungen von *Witt* [86] basieren auf Problemstellungen des Fahrzeugrahmenbaues und gehen davon aus, daß die Rahmenecken als räumliche Bereiche zu betrachten sind. Für die angeschlossenen Stäbe wirkt der Eckbereich verwölbungsverhindernd. Der Einfluß der Wölbkrafttorsion im Stab wird durch das Gleichsetzen der Verdrehwinkel z. B. bei einem auf der einen Seite freien und auf der anderen Seite verwölbungsverhindernd gelagerten Stab und einem nur St. Venantscher Torsion ausgesetzten Stab erfaßt. Das heißt, jedem Strukturelement wird eine Ersatztorsionssteifigkeit zugeordnet, die sowohl die St. Venantsche als auch die Wölbtorsionssteifigkeit zumindest näherungsweise erfaßt und dann kann die Rahmenberechnung in konventioneller Form durchgeführt werden. Jeder Stab wird über eine wölbelastische Feder (Federkonstante C_B) am Knotenbereich angeschlossen. Das Modell knüpft auf die von *Wlassow* in [88] vorgestellte Wirkung eines Querschotts auf den dünnwandigen Stab an, für das eine wölbelastische Federkonstante $C_B = \frac{1}{3}(G_B \cdot h_B^3 \cdot A_B)$ gilt. Dabei ist G_B der Schubmodul, A_B die Fläche und h_B die Querblechdicke. Die eigentlichen Schwierigkeiten können mit diesem Modell aber nicht überwunden werden. Man kann damit keine akzeptable Annahmen über die Randbedingungen treffen, noch kann die gegenseitige Beeinflussung der Wölb-verformungen der an einem Knoten angeschlossenen Stäbe erfaßt werden. Die Frage der Querschnittsdeformation an den Rahmenecken sowie die Ermittlung der Federkonstanten bei mehreren Quersteifen im Eckbereich werden damit nicht erfaßt. "Die genauere Erfassung der Übergangsbedingungen über den Knotenbereich wird zukünftigen Untersuchungen vor allem mit Hilfe der Methode der finiten Elementen überlassen bleiben." {[86], S. 159}.

c) Wölbbehinderung bei Torsionsschwingungen ebener Rahmen

Die im Maschinenbau häufig vorkommenden Torsionsschwingungen der Rahmen, die von der Wölbbehinderung in den Rahmenecken beeinflußt werden, werden von *Freund* [30] untersucht. Eine bestimmte Eckgeometrie wird mit Hilfe Finiten-Volumenelementen abgebildet und das Modell wird danach in zwei Schritten (Modell A \rightarrow Modell B \rightarrow Modell C) auf ein finites Element mit zwei Knoten zu je sieben Freiheitsgraden reduziert. So wird mit den Ele-mentenmatrizen des Modells C die Wölbbehinderung im Eckbereich in einer Finiten-Elementen-Berechnung mit Balkenelementen approximiert.

Die Randbedingungen und die Übergangsbedingungen bei Rahmeneckkonstruktionen, die in Rahmentragwerken des Stahlhochbaus vorkommen, werden aber nicht untersucht und auch keine Aussagen dazu gemacht. Die Auswirkung der einzelnen Aussteifungsbleche auf den siebenten Freiheitsgrad an den Stabenden und die Größe der Verwölbung und der Wölbsteifig-keit in den Rahmenecken werden nicht erfaßt.

d) Das elastische Knotenverhalten von Stabtragwerken

In den Arbeiten von *Grunder und Witt* [32] wird der Knotenbereich als selbständiger elastischer Bereich betrachtet. Die Stäbe, wie sie im Nutzkraftwagenbau vorkommen, sind in Knoten miteinander verbunden. Wenn diese Teile des Tragwerkes mit der Methode der finiten Elemente berechnet werden, können reale Knotenelastizitäten bei der Berechnung des Tragwerks und die Kopplung der Stäbe und Knoten berücksichtigt werden. Auf den Grundlagen der Kinematik von *Wlassow* werden die Steifigkeitsbeziehungen des dünnwandigen Stabes dargestellt. In Form von Differentialgleichungen werden diese Beziehungen, die bei der Formulierung der Kompatibilitäts- und Äquivalenzbedingungen zwischen Stab und elastischer Knotenstruktur zu berücksichtigen sind, angegeben.

Die Knotenstrukturen werden mit Finite-Scheiben-Platten-Elementen vernetzt. Die Grundelemente sind rechteck- und dreieckförmige Scheiben-Platten-Elemente mit fünf Freiheitsgraden an jedem Eckknoten. Die Elemente sind Bestandteil des Programmsystems AUTRA. Die Elementsteifigkeitsmatrizen der Grundelemente werden zunächst in die Steifigkeitsmatrix des Makroelementes eingeordnet und diese Matrix läßt sich nach internen und externen FE-Knoten ordnen. Durch die Elimination der internen Kraft- und Verformungsgrößen erfolgt die statische Kondensation auf die externen Zustandsgrößen und so wird die benachbarte Substruktur mit benachbarten Substrukturen kontaktbereit. Zur Ermittlung der Steifigkeitsmatrix der elastischen Knotenstruktur wird diese Berechnung solange ausgeführt, bis alle auf den Stabschlußrändern der Knotenstruktur liegenden FE-Knoten extern sind.

Für die Stabtragwerksberechnung sind die Steifigkeitsbeziehungen zwischen den FE-Knoten auf den Stabanschlußrändern nicht direkt anwendbar. Die Matrix muß auf den Freiheitsgrad der entsprechenden Stabanschlüsse kondensiert werden. Die Kompatibilitätsbedingungen zwischen den Verformungen der FE-Knoten und den Stabverformungen können an dem Anschlußrand aufgestellt werden. Die Berechnung des Gesamttragwerkes erfolgt durch das Einordnen der Stabsteifigkeitsmatrizen und der kondensierten Knotenstrukturmatrizen in das Gleichungssytem für die unbekannten Stabverformungen an den Systemknoten. Die Lagerungsbedingungen und die Knoteneinzellasten werden in das Gleichungssystem eingearbeitet und danach das Gleichungssystem gelöst. Die Stabverformungen an den Systemknoten werden ermittelt und zur Berechnung der Schnittgrößen an den Systemknoten genutzt.

e) Rahmen mit Vouten und Steifen

Von *Stoverink* [81] wird ein Berechnungsverfahren für die Traglastermittlung von Hallenrahmen mit beliebig ausgebildeten Stützen und Riegeln vorgestellt. Die Träger werden durch modifizierte Hrennikoffelemente abgebildet. Das sind Fachwerkelemente zur Diskretisie-

rung von Scheiben, die bei reiner Dehnung und bei Schubdeformation dafür gut geeignet sind. Die Biegedehnung wird aber nur ungenau berücksichtigt.

Mit den Hrennikoffelementen können auch Rahmenecken modelliert werden. Dabei werden zwei Ausbildungsformen von Rahmenecken untersucht, Gehrungsstoß mit Diagonalsteife und Rippenkonstruktion mit Schubfenster. *Stoverink* kommt zu dem Ergebnis, daß eine Rahmenecke mit dem Schubfenster eine Umkehr der Verwölbung zwischen der Stütze und dem Riegel bewirkt, während bei einem Gehrungstoß mit Diagonalsteife die Verwölbung kontinuerlich ist. Aus [87] werden die Wölbfedersteifigkeiten der beiden Rahmenecken entnommen. Durch die Ausbildung als Gitterrost werden die Traglasten von belasteten Rahmentragwerken mit Ecken mit verschiedenen Steifenanordnungen ermittelt.

In [28] werden von *Friemann et al.* mit Hilfe eines Fachwerkträgermodells auch räumlich beanspruchte Rahmentragwerke berechnet. Die verschiedenen Rahmeneckformen werden bei den Versuchen durch die konstruktive Gestaltung berücksichtigt, ohne aber die Übergangsbedingungen für die Verwölbung mathematisch zu beschreiben.

f) Berücksichtigung der Rahmenecken bei der Rahmenberechnung

Anhand eines Systems aus einem Riegel und einem Stiel, die im Knotenpunkt miteinander steif verbunden sind, versucht *Hassanein* [36] Wölbfedersteifigkeiten von rechtwinkligen Rahmen-ecken durch Näherungsformeln zu ermitteln. Der Riegel wird herausgeschnitten, um den Einfluß des Stieles durch Federn zu simulieren. Bei einer Verdrillung β_R ` des Riegelendes entsteht ein Reaktionsbimoment am Riegelende von der Größe $M_{\omega R} = C_{\omega R}$. β_R `. Das

Bimoment wird in zwei gleichgroße entgegengesetzte Flanschbiegemomente $M_{ZS} = \frac{M_{\omega R}}{h_R}$

zerlegt. Dabei ist h_R die Riegelhöhe. Die Wölbfedersteifigkeit am Riegelende $C_{\omega R}$ wird so bestimmt, daß man nur den Stiel mit zwei angreifenden, gleichgroßen entgegengesetzten Torsionsmomenten betrachtet.

Es wird davon ausgegangen, daß an den Angriffspunkten der Torsionsmomente der Stiel um seine Längsachse eine gegenseitige Verdrehung $\beta_S = \frac{1}{2} (h_R . \beta_R)$ aufweist. Ohne aber die Übergangsbedingungen im Riegel-Stützen-Anschluß, die wesentlich von der Rahmeneckkon-

struktion abhängig sind, zu beschreiben, wird eine Beziehung zwischen M_{ZS} und β_S angeführt. Das kann zu einer ungenaueren Einschätzung der Übertragung der Verwölbung in den Rahmenecken führen, da die Kontinuitätsbedingungen wesentlich von der Anordnung der Aussteifungsbleche im Eckbereich abhängig sind.

Die Flanschbiegemomente und Flanschverdrehungen der Rahmenriegeln und für drei Rahmen-eckvarianten werden mit Hilfe eines FEM-Programms ermittelt. Damit und aus dem Zusam-menhang zwischen dem Bimoment und den Flanschbiegemomenten wird ein Ausdruck für die Wölbsteifigkeit am Riegelende ermittelt.

g) Biegedrillknicken von Hallenrahmen

Die Biegedrillknicklasten und Eigenformen von Hallenrahmen und der Einfluß der Rahmenecken werden von *Saal* [77] untersucht. Beim Zweigelenkrahmen werden zwei Ausführungsformen der Rahmenecken unterschieden. Wie in [81] wird die Rippenkonstruktion mit Schubfenster und Gehrungsstoß mit Diagonalsteifen betrachtet. An den Übergangsstellen werden die Wölbfedersteifigkeiten und die Übergangsbedingungen der Wölbkrafttorsion dieser Rahmenecken nach [87] und [81] angenommen. Die Biegedrillknicklasten und Eigenformen werden für den Rahmen und für die beiden Eckformen mit einem FE-Stabwerksprogramm [69] ermittelt. Untersuchungen zum Einfluß der Stabilisierung durch Pfetten sowie der Hallenhöhe und -breite auf die kritische Last werden durchgeführt.

2.4 Schlußfolgerungen

Die Methoden, bei denen die Wölbkrafttorsion und Wölbsteifigkeit der Rahmenecken bei der Tragwerksberechnung ermittelt und berücksichtigt (Abschn. 2.3.2) werden, erweisen sich oft als sehr aufwendig. Diese Verfahren sowie Laborversuche mit Rahmenmodellen von *Hartmann* [34] und von *Morrel* [64] weisen auf den Einfluß der Verwölbung in den Rahmenecken hin. Der rechnerische und rechentechnische Aufwand dafür ist oft hoch und bereitet Probleme. Komplizierte Berechnungen sind erforderlich, um die räumlichen Vorgänge näherungsweise zu erfassen. Eine Finite-Flächenmodellierung und die Berechnung der Tragsysteme unter Berücksichtigung der Verwölbung in den Anschlüssen benötigt aufwendige Rechentechnik,

und das wird bei der Kosten-Nutzen-Analyse in der Baupraxis sehr oft als nicht rentabel

angesehen.

Die meisten der bisherigen Wölbsteifigkeitsuntersuchungen haben sich nur auf wenige Varianten der Rahmeneckausbildung beschränkt. Das bedeutet, daß umfangreiche Untersuchungen selten durchgeführt worden sind und dem Anwender wenige Lösungsvorschläge bei der Betrachtung des Wölbproblems zur Verfügung stehen.

Die erarbeiteten Hilfsmittel für diese Problematik sind oft nicht einfach anzuwenden, da sie, wie schon erwähnt, einen hohen mathematischen und rechentechnischen Aufwand benötigen. Daraus entsteht die Notwendigkeit einer einfacheren Handhabung des Wölbproblems und der Erfassung des Einflusses der Rahmenecken auf Rahmentragwerke. Eine wirklichkeitsnahe Einschätzung der Dreh- und Wölbsteifigkeiten der Rahmenecken soll in das Verfahren für die Berechnung von Tragwerken eingebaut werden, ohne den Rechenaufwand unverhältnismäßig zu erhöhen.

Die in [87] dargestellten und in [77] und [81] angewendeten Übergangsbedingungen der Wölb-krafttorsion für zwei Rahmeneckformen berücksichtigen nur den Steifigkeitsbeitrag aus der Verwölbung und vernachlässigen den Beitrag aus der Querschnittsdeformation. Nach der Theorie der dünnwandigen Träger wird angenommen, daß die Querschnitte ihre Form behalten, aber sich verwölben können.

Eine Zulassung einer Form von Querschnittsdeformation ist für eine genauere Beschreibung der Verwölbung und die Ermittlung der Verformung der Rahmenecke notwendig. Auf der Basis der Untersuchungen von *Vacharajittiphan* und *Trahair* [85], wo die Verzerrung und Verwölbung in unterschiedlich gestalteten Rahmenecken untersucht worden sind, ist von *Krenk* und *Damkilde* [48] eine Theorie für die Übertragung und teilweise Einspannung der Verwölbung entwickelt worden. Die Theorie basiert auf einer Kombination von Verwölbung und lokaler Querschnittsdeformation, um Kontinuitätsbedingungen und Steifigkeitsbeiträge für verschiedene Rahmenecken zu ermitteln. Da diese Theorie die Grundlage der Untersuchungen im ersten Teil der vorliegenden Arbeit bildet, werden ihre wesentlichen Aussagen am Anfang vom Kapitel 3 erläutert. In [48] wird diese Theorie am Beispiel von vier Rahmenecken A bis D dargestellt. In der vorliegenden Arbeit wird diese Theorie an 10 Rahmenecktypen, die Gegen- stand der Untersuchungen sind, angewendet. Im Kapitel 3 werden die Übergangsbedingungen

und die Wölbfedersteifigkeiten dieser Rahmenecken hergeleitet und ermittelt. Durch die Modellierung mit Finiten-Flächenelementen und durch eine Belastung von Flanschen mit Stab-längskräften, die der Wirkung von Bimomenten entsprechen, wird die Wölbspannungsverteilung in den Rahmenecken untersucht und die Kontinuitätsbedingungen dargestellt. Durch diese Bimomente entstehen lokale Querschnittsdeformationen im Eckbereich, und aus ihrem Verhältnis zu den Bimomenten wird die lokale Wölbsteifigkeit der Rahmenecke ermittelt.

Kapitel 4 befaßt sich mit der Analyse des Gesamtbeanspruchungszustandes von Hallenrahmen mit verschiedenen Rahmenecken. Die kritischen Streckenlasten für das Biegedrillknicken des Rahmenriegels werden durch ein modifiziertes Ersatzstabverfahren an verschiedenen Hallenrahmen ermittelt. Durch einfache Faktoren werden die Randbedingungen variiert und für jede Lagerungsvariante die kritische Last ermittelt. Vergleichsrechnungen unter Verwendung eines FE-Stabmodells werden für die gleichen Hallenrahmen durchgeführt. Dabei werden die Lagerungsbedingungen durch Federn simuliert.

Eine genauere Modellierung der Hallenrahmen wird mit Finiten-Flächenelementen durchgeführt. Damit können auch die in der Praxis häufig vorkommenden Rahmenecken erfaßt werden. Mit dem Finite-Flächenmodell werden Biegedrillknicklasten der Hallenrahmen in Ab-hängigkeit von der Rahmeneckgestaltung sowie von der Hallengeometrie und Pfettenanordnung im Riegel bestimmt. Ermittelt werden auch die Verformungen im Gesamtsystem bei unterschiedlichen Rahmenecken und Belastungen.

Ein Vergleich der kritischen Lasten der Hallenrahmen zwischen dem Ersatzstabverfahren und Finite-Elemente-Modell - wird im Kapitel 5 vorgenommen. Daraus werden einfache Faktoren bestimmt, die die Randbedingungen für die Rahmenecken wirklichkeitsnah erfassen.

Anhand dieser Untersuchungen wird eine praktische und vereinfachte Anwendung der Wölbund Biegeeinspanngrade der Rahmenecke mit einem relativ geringen Rechenaufwand bei der Biegedrillknicklastermittlung von Hallenrahmen mit offenen, dünnwandigen Querschnitten entwickelt.

3 Steifigkeiten der Rahmenecken

3.1 Torsionssteifigkeit und Deformation von Rahmenecken

Die Einführung einer Verwölbungssteifigkeit und der Kontinuitätszustände ist notwendig, um die Auswirkungen von Rahmenecken bei Rahmentragwerken aus I-Trägern darzustellen. Die Gesamtverschiebung einer I-Trägerverbindung läßt sich als Verschiebung eines starren Körpers betrachten, die von drei Translationskomponenten, drei Rotationskomponenten und einer Deformation des Querschnitts beschrieben wird. Von *Krenk und Damkilde* [48] wird die Querschnittsdeformation zugelassen, um die Verwölbung genauer zu beschreiben.



Bild 3.1: Verwölbung und Querschnittsdeformation eines I-Trägers [48]

3.1.1 Verwölbung und Querschnittsdeformation von I-Trägern

Im Bild 3.1 ist die Verwölbungsverformung eines symmetrischen I-Trägers von Höhe h dargestellt. Die beiden Gurte haben eine Rotation in entgegengesetzten Richtungen. Jeder Gurt dreht sich um den Winkel $\frac{1}{2}$ h9 und erzeugt dabei eine relative Rotation der Größe h9. Der Parameter 9 beschreibt die Verwölbungsintensität. Für die Gewährleistung der Kompatibilät zwischen den oberen und den unteren Gurten während der Verformung der Ecke wird eine Verformungsart des I-Trägers mit einer relativen axialen Rotation der beiden Gurte eingeführt. Die Intensität ψ dieser Deformation ist die relative Rotation des oberen und des unteren Gurts des Querschnitts. Die Querschnittsdeformation ψ wird in der klassischen Theorie der dünnwandigen Träger nicht berücksichtigt. Andernfalls wird ihre Verteilung mit Hilfe zusätz-

licher Differentialgleichungen und geeigneter Bedingungen an den Rahmenecken und Auflagern berechnet. In [48] werden die erforderlichen Parameter aus der zugehörigen Verzerrungsenergie ermittelt. Die Verzerrungsenergie pro Längeneinheit besteht aus zwei Anteilen: einen aufgrund der Verwölbung und einen von der St.Venantschen Torsion.

$$W_{\theta} = \frac{1}{2} E I_{\omega} \vartheta^{2} + \frac{1}{2} G I_{T} \vartheta^{2}$$
(3.01)

Für einen symmetrischen I-Träger ist $I_{\omega} = \frac{1}{2} h^2 * I_f$, wobei I_f das Trägheitsmoment eines Gurtes bezeichnet. Die Verzerrungsenergie der Querschnittsdeformation enthält auch zwei Anteile: einen aus der Verwindung der Gurte und einen anderen aufgrund der Biegung des Steges.

$$W_{\psi} = \frac{1}{2} K_{f} \left(\frac{1}{2} \psi^{*}\right)^{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{h} D_{w} \psi^{2}$$
(3.02)

Hierbei bedeutet K_f den St.Venantsche Torsionswiderstand eines Gurtes ($= I_{T(Flansch)}$) und $D_w = E t_w^3 / 12(1 - v^2)$ die Biegesteifigkeit des Steges und dabei ist t_w die Stegdicke und v die Querdehnzahl (Stahl: v = 0,3).

Die Eulerschen Gleichungen für die Gleichungen (3.01) und (3.02) sind:

$$E I_{\omega} \vartheta^{\prime\prime} - G I_{T} \vartheta = 0 \tag{3.03}$$

$$G \frac{1}{2} K_{f} \psi^{\prime \prime} - (D_{w} / h) \psi = 0$$
 (3.04)

Wichtige Parameter für die Lösung dieser Gleichungen sind:

$$k_{a}^{2} = G K / E I_{\omega} und k_{\psi}^{2} = 2 D_{w} / G K_{f} h$$
 (3.05)

 k_{ϑ} und k_{ψ} sind Schwächungsparameter der Verwölbung und der Deformation in Abhängigkeit vom Abstand zum Knoten. In der Regel ist k_{ψ} größer als k_{ϑ} und das bedeutet eine größere

Schwächung der Verwölbung. Der Parameter k_{ψ} für die Querschnittsdeformation ergibt sich aus:

$$k_{\psi}^{2} = \frac{1}{1 - \nu} \frac{1}{b h} \left[\frac{t_{w}}{t_{f}} \right]^{3}$$
(3.06)

Dabei ist h die Querschnittshöhe, b die Flanschbreite, t_f die Flanschdicke und t_w die Stegdicke. Eine an einem Ende eines Trägers eingeleitete Querschnittsdeformation nimmt exponentiell ab, und bei $k_{\psi} * 1 > 1.5$ kann die Energie E_{ψ} der Querschnittsdeformation als für einen quasiunendlichen Träger berechnet werden:

$$E_{\psi} = \psi * \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D_{w}}{2h}} GK_{f}$$
(3.07)

Die Deformationsenergie des Trägers wird durch den Steifigkeitsparameter

 $D = \sqrt{(D_w / 2h)GK_f}$ ausgedrückt. Das ist ein geometrischer Mittelwert der Rotationssteifigkeit des Gurtes und der Biegesteifigkeit des Steges. Die Querschnittsdeformation ist für die meisten Träger eine lokale Wirkung im Zusammenhang mit der Rahmenecke, an der sie auftritt, und sie ist unabhängig von den Bedingungen an die benachbarten Verbindungen. Dadurch ist es möglich, die Wirkung der Querschnittsdeformation als eine lokale Eigenschaft der Rahmenecke einzuführen. Der Ausdruck für die Deformationsenergie der Rahmenecke lautet:

$$E_{\psi} = \frac{1}{2} \left[\psi_{1}, \psi_{2} \right] \begin{bmatrix} \sqrt{(D_{w1} / 2h_{1})GK_{f1}} & 0\\ 0 & \sqrt{(D_{w2} / 2h_{2})GK_{f2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1}\\ \psi_{2} \end{bmatrix}$$
(3.08)

Diese Beziehung gilt für alle Knoten, aber für die Anwendung dieser Beziehung müssen die Deformationsparameter (ψ_1 , ψ_2) durch die Verwölbungsparameter (ϑ_1 , ϑ_2) über die Kontinuitätsbedingungen ausgedrückt werden.



3.1.2 Grundlagen für die Erfassung der Verwölbung und Deformation an Rahmenecken

Bild 3.2: Vier Typen von Rahmenecken [48]

Die relative Rotation der Schnittlinien der beiden oberen und unteren Gurte definiert die Deformation der Rahmenecken. Diese relative Rotation kann durch die Parameter $h_1 \vartheta_1, \psi_1$ oder $h_2 \vartheta_2, \psi_2$ beschrieben werden. Bild 3.3 zeigt die Zerlegung der Rotationsvektoren in eine Verwölbungskomponente $h\theta/2$ und ein Deformationskomponente $\psi/2$. Die Rotationsvektoren ergeben folgende Kontinuitätsbedingung:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sin\alpha} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \cos\alpha & -\mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}_1 & -\mathbf{h}_2 \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_1 \\ \boldsymbol{\vartheta}_2 \end{bmatrix}$$
(3.09)



Bild 3.3: Rotationsvektoren: Verwölbungs- und Deformationsparameter [48]

Trotz des Anschlußwinkels α wird angenommen, daß die Parameter 9 und ψ des Knotens auch für die Verwölbung und Deformation am Querschnitt des Stabendes des jeweiligen Trägers gelten. Wenn die Deformation des Trägerquerschnitts als unabhängig von den Bedingungen am anderen Ende des Trägers angenommen wird, können mit diesen Bedingungen die Parameter (ψ_1 , ψ_2) lokal eliminiert werden. Das ermöglicht eine Formulierung der Theorie ausschließlich mit den Verwölbungsparametern (ϑ_1 , ϑ_2). Die Verwölbung an den Enden von zwei verbundenen Trägern wird von den Parametern ϑ_1 und ϑ_2 bezeichnet. Eine theoretische Darstellung des Zusammenhangs zwischen ϑ_1 und ϑ_2 ist für jeden Typ von Rahmenecken notwendig. Die Querschnittsdeformation der verbundenen Träger und die Deformation der Versteifungen der Rahmenecke entsprechen einer lokalen Verzerrungsenergie. Diese Verzerrungsenergie ergibt eine lokale Verwölbungssteifigkeit, die durch θ_1 und θ_2 ausgedrückt werden kann.

Es wird bei der klassischen Theorie der dünnwandigen Träger angenommen, daß für die Querschnittsdeformation keine Energie benötigt wird. Aber die Kontinuität an den Rahmenecken erfordert eine Deformation des Querschnittes, und diese Art der Verformung erfordert ein gewisses Maß von Verzerrungsenergie und deshalb gibt es einen zusätzlichen Steifigkeitsterm.

Als Beispiel wird hier die Vorgehensweise nach [48] für die Rahmenecke C (mit Schubfenster) dargestellt. Für die Rahmenecken A, B und D ist die Ermittlung der Steifigkeitswerte im Anhang zu finden.

Die Rotation der Flansche für die Knotenverwölbung ist im Bild 3.4 dargestellt.



Bild 3.4: Verwölbung der Rahmenecke C [48]

Wenn die Rotationen der Flansche $h_1 \vartheta_1/2$ und $h_2 \vartheta_2/2$ sind, dann ist:

$$2\left(\frac{1}{2}\mathbf{h}_{1}\boldsymbol{\vartheta}_{1}\right)\frac{\mathbf{h}_{2}}{\cos\boldsymbol{\alpha}}+2\left(\frac{1}{2}\mathbf{h}_{2}\boldsymbol{\vartheta}_{2}\right)\frac{\mathbf{h}_{1}}{\cos\boldsymbol{\alpha}}=0$$
(3.10)

Es gibt nur einen Verwölbungsparameter, der diese Bedingung erfüllt.

$$\vartheta_1 = -\vartheta_2 = \vartheta_c \tag{3.11}$$

Es sind zwei Energiebeiträge festzustellen: Ein Beitrag der zusätzlichen Gurtlängen mit den Abmessungen b_1t_1 und b_2t_2 und ein anderer Beitrag durch die Querschnittsdeformation in den Trägern. Dies ergibt

$$E_{9} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} G \frac{h_{2} b_{1}}{\sin \alpha} t_{1}^{3} + \frac{1}{3} G \frac{h_{1} b_{2}}{\sin \alpha} t_{2}^{3} \right) \vartheta_{c}^{2}$$
(3.12)

Die Deformationsparameter ψ_1 und ψ_2 werden aus Gleichung (3.09) ermittelt mit $\vartheta_1 = -\vartheta_2 = \vartheta_c$.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{1} \\ \boldsymbol{\Psi}_{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sin \boldsymbol{\alpha}} \begin{bmatrix} h_{1} \cos \boldsymbol{\alpha} + h_{2} \\ h_{2} \cos \boldsymbol{\alpha} + h_{1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_{c}$$
(3.13)

Wenn Gleichung (3.13) in (3.08) eingesetzt wird, erhält man für die Deformationsenergie der Rahmenecke C

$$E_{\Psi} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{h_1 \cos \alpha + h_2}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{W1}}{2h_1}} GK_{f1} + \left(\frac{h_2 \cos \alpha + h_1}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{W2}}{2h_2}} GK_{f2} \right\} \quad \vartheta_c^2 \quad (3.14)$$

Der Steifigkeitsparameter K^C der Rahmenecke wird identifiziert durch

$$E_{\vartheta} + E_{\psi} = \frac{1}{2} K^{c} \vartheta_{c}^{2}$$
(3.15)

Bei dieser Rahmenecke wird die lokale Steifigkeit mit zunehmenden Winkel α kleiner und bei $\alpha = 90^{\circ}$ sind die Deformationsteifigkeiten der Typen B und C identisch.

Daraus ist zu erkennen, daß Verwölbung nur möglich ist im Zusammenhang mit einer Querschnittsdeformation an der Ecke. Durch die Forderung, daß die Gurte während der Verformung verbunden bleiben, ergibt sich durch die Verwölbungsparameter der beiden Träger ein Maß für die Querschnittsdeformation.

Für einfache Träger-Stützen-Verbindungen bei Hallenrahmen werden in der Praxis heute vier Lösungsvarianten für die Ausbildung von geschweißten und geschraubten Rahmenecken vorgezogen.

- a) Rahmenecke mit Schubfenster
- b) Rahmenecke mit Gehrungsstoß und Diagonalsteifen
- c) Rahmenecke mit durchgehendem inneren Stützenflansch
- d) Rahmenecke mit Voute

In dieser Arbeit werden Untersuchungen zu diesen Rahmeneckvarianten und zu sechs weiteren (Bild 3.5) in bezug auf ihre Steifigkeiten, Schnittgrößenübertragung, Übertragung der Verwölbung und ihren Einfluß auf das Stabilitätsverhalten von Hallenrahmen durchgeführt.

3.2 Verzerrungsenergie der Verwölbung und der Querschnittsdeformation in Abhängigkeit von der Rahmeneckform

Nach [48] kann die lokale Steifigkeit von vier Rahmenecken auf der Grundlage der Verzerrungsenergie der Verwölbung E_9 und der Querschnittsdeformation E_{ψ} ermittelt und dargestellt werden. Mit den Parametern 9 und ψ wurden die Intensitäten für die Verwölbung und Querschnittsdeformation beschrieben. Bei den durchgeführten Untersuchungen wurde in dieser Arbeit das Verfahren auf sechs weiteren Rahmenecktypen (II, III, VII, VIII, IX, X) erweitert, und darunter sind auch Rahmenecken mit Vouten. Die zugehörige Energien der verschiedenen Rahmenecktypen sind aus der Geometrie und den Querschnittswerten der Rahmenecken zu ermitteln.





Typ IX: Mit 45° Voute



Typ X: Mit 60° Voute

Bild 3.5: Typen der untersuchten Rahmenecken

a) TYP I: Rahmenecke ohne Steifen (Rahmenecke A in [48])



$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{\Psi}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{\mathrm{I}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_{\mathrm{I}} \\ \boldsymbol{\vartheta}_{\mathrm{2}} \end{pmatrix}$$
(3.17)

Die Grundlagen der Theorie im Abschn. 3.1 finden auch für andere Rahmenecktypen Anwendung. Die Gleichungen der Verzerrungsenergien E_{ϑ} und E_{ψ} für Rahmenecktypen II und III, mit durchgehendem unteren Riegelflansch (Gl. 3.18 und 3.19) bzw. inneren Stützenflansch

(Gl. 3.21 und 3.22) können analog aufgestellt werden. Damit sind die Steifigkeitsbeiträge K^{II} (Gl. 3.20) und K^{III} (Gl. 3.23) zu ermitteln.

b) TYP II: Rahmenecke mit durchgehendem unteren Riegelflansch



$$E_{\Psi} = \frac{1}{2} \left[a_{1}^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{f1} \right] \vartheta_{c}^{2}$$
(3.19)

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{\mathrm{II}} \cdot \vartheta^2 \tag{3.20}$$

mit
$$K^{II} = \frac{G}{3} (h_c b_c t_c^3) + \left[a_1^2 \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_1}} GK_{fI} \right]$$

c) TYP III: Rahmenecke mit durchgehendem inneren Stützenflansch



$$E_{\vartheta} = \frac{G}{6} \left(h_{c} b_{c} t_{c}^{3} \right) \quad \vartheta_{c}^{2}$$
(3.21)

$$E_{\Psi} = \frac{1}{2} \left[a_{2}^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{f2} \right] \vartheta_{c}^{2}$$
(3.22)

$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{\vartheta}} + \mathbf{E}_{\boldsymbol{\psi}} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{\text{III}} \cdot \boldsymbol{\vartheta}^2 \tag{3.23}$$

mit K^{III} =
$$\frac{G}{3} (h_c b_c t_c^3) + \left[a_2^2 \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_2}} GK_{f2} \right]$$

d) TYP IV: Rahmenecke mit Diagonalsteifen (Rahmenecke B in [48])

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{IV} \cdot \vartheta^{2}$$
(3.26)
mit $\mathbf{K}^{IV} = \left(\frac{1}{3} \mathrm{Gh}_{c} \mathrm{b}_{c} \mathrm{t}_{c}^{3}\right) + \left[a_{1}^{2} \sqrt{\frac{\mathrm{D}_{w1}}{2\mathrm{h}_{1}}} \mathrm{GK}_{\mathrm{fl}} + a_{2}^{2} \sqrt{\frac{\mathrm{D}_{w2}}{2\mathrm{h}_{2}}} \mathrm{GK}_{\mathrm{f2}}\right]$

e) TYP V: Rahmenecke mit Schubfenster (Rahmenecke C in [48])

$$E_{9} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} G \frac{h_{2}b_{1}}{\sin \alpha} t_{1}^{3} + \frac{1}{3} G \frac{h_{1}b_{2}}{\sin \alpha} t_{2}^{3} \right) \quad \vartheta_{c}^{2}$$

$$(3.27)$$

$$E_{\psi} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{h_{1}\cos \alpha + h_{2}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{r1} + \left(\frac{h_{2}\cos \alpha + h_{1}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{r2} \right\} \quad \vartheta_{c}^{2} \quad (3.28)$$

41

$$D_{w1} = \frac{E \cdot t_{w1}^3}{12(1 - v^2)} \qquad D_{w2} = \frac{E \cdot t_{w2}^3}{12(1 - v^2)}$$
(3.29)

Dabei ist D_w die Biegesteifigkeit und t_w die Dicke des Steges und K_f der St.Venantschen Torsionswiderstand und t die Dicke des Flansches (= $I_{T(Flansch)}$).

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{\mathrm{V}} \cdot \vartheta^{2}$$
(3.30)

mit
$$\mathbf{K}^{\mathbf{v}} = \left(\frac{1}{3}G\frac{\mathbf{h}_{2}\mathbf{b}_{1}}{\sin\alpha}\mathbf{t}_{1}^{3} + \frac{1}{3}G\frac{\mathbf{h}_{1}\mathbf{b}_{2}}{\sin\alpha}\mathbf{t}_{2}^{3}\right) + \left\{ \left(\frac{\mathbf{h}_{1}\cos\alpha + \mathbf{h}_{2}}{\sin\alpha}\right)^{2}\sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w1}}{2\mathbf{h}_{1}}}G\mathbf{K}_{f1} + \left(\frac{\mathbf{h}_{2}\cos\alpha + \mathbf{h}_{1}}{\sin\alpha}\right)^{2}\sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w2}}{2\mathbf{h}_{2}}}G\mathbf{K}_{f2} \right\}$$

f) TYP VI: Rahmenecke mit Schubfenster und Diagonalsteifen

(Rahmenecke D in [48])

$$E_{\vartheta} = \frac{G}{6} \left(\frac{h_2 b_1}{\sin \alpha} t_1^3 + \frac{h_1 b_2}{\sin \alpha} t_2^3 + h_c b_c t_c^3 \right) \quad \vartheta_c^2 \quad \underbrace{ \overset{h_2}{\longleftarrow} }_{(3.31)}$$

$$E_{\Psi} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{h_{1} \cos \alpha + h_{2}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{f1} + \left(\frac{h_{2} \cos \alpha + h_{1}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{f2} \right\} \quad \vartheta_{c}^{2} + \frac{1}{2} \left[a_{1}^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{f1} + a_{1}^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{f2} \right] \quad \vartheta_{c}^{2}$$
(3.32)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} &= \frac{1}{2} \mathbf{K}^{VI} \cdot \vartheta^{2} \end{aligned} \tag{3.33} \\ \text{mit } \mathbf{K}^{VI} &= \frac{G}{3} \left(\frac{\mathbf{h}_{2} \mathbf{b}_{1}}{\sin \alpha} \mathbf{t}_{1}^{3} + \frac{\mathbf{h}_{1} \mathbf{b}_{2}}{\sin \alpha} \mathbf{t}_{2}^{3} + \mathbf{h}_{c} \mathbf{b}_{c} \mathbf{t}_{c}^{3} \right) + \\ & \left\{ \left(\frac{\mathbf{h}_{1} \cos \alpha + \mathbf{h}_{2}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w1}}{2\mathbf{h}_{1}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f1} + \left(\frac{\mathbf{h}_{2} \cos \alpha + \mathbf{h}_{1}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w2}}{2\mathbf{h}_{2}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f2} \right\} + \\ & \left[\mathbf{a}_{1}^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w1}}{2\mathbf{h}_{1}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f1} + \mathbf{a}_{1}^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w2}}{2\mathbf{h}_{2}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f2} \right] \end{aligned}$$

Am Beispiel einer Riegel-Stützen-Verbindung aus zwei HEA 400 Trägern (Bild 3.5) werden die K-Werte für die Rahmeneckformen ermittelt.



Bild 3.6: Träger-Stützen-Verbindung aus I-Profilen (HEA 400)

Die K-Werte aus den Energiegleichungen für die Rahmenecktypen I - VI sind in der Tabelle 3.1 dargestellt:

Tabelle 3.1: K-Werte der Rahmenecktypen I-VI

Rahmeneck e (Typ)	I	II	III	IV	V	VI
K-Werte						
[kNm ³]	87,2	106,6	106,2	179,6	213,2	393,0

3.3 Rahmeneckuntersuchungen mit Finiten-Flächenlementen

3.3.1 Einführung

Um das Tragverhalten und die Interaktion der unterschiedlichen Einflüsse im Gesamttragwerk zu erfassen, ist eine Modellierung des Tragsystems oder dessen Teile mit Finiten-Flächenelementen zweckmäßig. Es wird hier das Programm FEMAS 90 [24] angewendet. Das Programmsystem stellt eine Sammlung ausgewählter Programmbausteine zur Lösung struktur-mechanischer Problemstellungen auf der Basis der Finite-Elemente-Methode dar. Problem-lösungen werden für die Aufgabenbereiche u. a. Statik und Dynamik, Spannungsund Verformungs- und Stabilitätsberechnungen angeboten. Eine umfangreiche Bibliothek Finiter Elemente ermöglicht die Abbildung komplexer Strukturen durch ein mechanisches Modell. Es sind Linien-, Flächen- und Volumenelemente ebenso wie rotationssymmetrische Flächen- und Volumenelemente vorhanden. Zur Modellierung der Rahmentragwerke und Tragelemente wurden in dieser Arbeit Drei- und Viereckflächenelemente (MPLT3 und MPLT4) verwendet. Das sind beliebig im Raum orientierte Scheiben-Platten-Elemente. Jeder Knoten hat sechs Freiheitsgrade. Die Verschiebungen in der Scheibenebene werden durch lineare Ansatz-funktionen und senkrecht zur Ebene durch eine kubische Funktion angenähert. Die Aussagekraft und Genauigkeit der Berechnungsergebnisse wird von der FE-Vernetzung wesentlich beeinflußt. Das Netz muß so unterteilt werden, daß genügend Knoten zur Approximation des Verformungsverlaufs vorhanden sind. Bereiche mit starken Gradienten erfordern kleinere Abstände als Bereiche mit flachem Verlauf, aber Nachbarelemente dürfen nicht extrem

unterschiedlich groß sein. Ein direkter Zusammenhang besteht zwischen der Vernetzung, Rechenzeit und Speicherplatzbedarf und damit zur Wirtschaftlichkeit der gesamten Berechnung.

Zur Bestimmung der Wölbfedersteifigkeit wurden Untersuchungen mit diesem [24] Finite-Flächenmodell durchgeführt. Die unterschiedlichen Rahmenecktypen in Bild 3.5 aus der Träger-Stützen-Verbindung zwischen zwei HEA 400 Profilen (Bild 3.6) wurden modelliert, um ihr Tragvehalten zu untersuchen. Die Gurte, Stege, Vouten und Aussteifungen sind aus MPLT4- und MPLT3-Flächenelementen generiert worden und die Stöße zwischen den einzelnen Bauelementen wurden als geschweißt angenommen, um die Modellierung zu vereinfachen.

3.3.2 Spannungsverteilung im Eckbereich

Bei der Untersuchung der Spannungsverteilung im Rahmeneckbereich wurden alle sechs Freiheitsgrade der Knoten an der Stelle A (Bild 3.6) unterdrückt und Lasten in Stablängsrichtung an der Stelle C eingeleitet, die Spannungen und Deformationen in den Finiten Elementen erzeugen. Da unterschiedliche Belastungsarten auch unterschiedliche Spannungsverteilungen und Verformungen erzeugen, wurden bei diesen Untersuchungen vier verschiedene Lastfälle und zwei Lastfallkombinationen verwendet.

- LF 1: Normalkraft
- LF 2: Querkraft
- LF 3: Wölbnormalkräfte
- LF 4: Normalkräfte aus Biegemomenten
- LF 5: Normalkraft + Normalkräfte aus Biegemomenten + Wölbnormalkräfte + Querkräfte
- LF 6: Normalkraft + Querkraft + Normalkräfte aus Biegemomenten

Als Vergleichsbasis für das Verhalten der Rahmenecken bei unterschiedlichen Lastfällen wurden die Spannungsverteilungen in den Flächenelementen verwendet:

SX : Spannung in lokale Koordinate X

SY : Spannung in lokale Koordinate Y

SXY : Schubspannung



Bild 3.7: Riegel-Stützen-Verbindung (Finite-Element-Modell)

- a) Unverformt
- b) Verformung durch Wölbnormalkräfte in Riegelober- und untergurt an der Stelle C

Für die Einschätzung der Verwölbung und Wölbsteifigkeit der Rahmenecken ist die Verteilung der Wölbnormalspannungen aus den Bimomenten und ihre Übertragung in den Stabelementen und Rahmenecken maßgebend. Normalkräfte, die der theoretischen Wirkung von Bimomenten entsprechen (LF 3), wurden in die Riegelgurte eingeleitet. Die Spannungsverteilung wurde an bestimmten Schnitten vor, nach und im Rahmeneckbereich besonders betrachtet. Für Rahmenecken mit Vouten (Typ I bis VI) wurden sieben Schnitte (Bild 3.8) und bei den Rahmenecken mit Vouten (Typ VII bis X) zehn Schnitte (Bild 3.9) untersucht. Die erzeugten Spannungen in den einzelnen Schnitten der Rahmenecken sind in den Bildern 3.10 - 12 und auf Seiten A1 bis A7 des Anhanges grafisch darstellt. Diese Spannungsverteilung wird für die ver-schiedenen Eckvarianten miteinander verglichen.



Bild 3.8: Schnitte bei Rahmenecken ohne Vouten (Typ I - VI)



Bild 3.9: Schnitte bei Rahmenecken mit Vouten (Typ VII - X)

Tabelle 3.2: Wölbnormalspannungen $SX_{(max)}$ [N/mm²] in den Schnitten bei Typen I-VI

$SX_{(max)}$ [N/mm ²] in den Schnitten

RAHMEN-	1	2	3	4	5	6	7
ECKTYP							
I	7,61	7,61	4,96	1,11	-0,68	-1,25	-1,14
П	7,61	7,63	5,93	2,93	-1,12	-0,90	-0,75
III	7,61	7,62	5,55	2,08	-0,66	-1,01	-0,91
IV	7,61	7,64	6,49	4,76	3,63	3,03	2,51
V	7,61	7,65	6,73	5,48	-4,09	-3,52	-3,30
VI	7,61	7,65	7,07	6,41	-0,67	-0,54	-0,45

Tabelle 3.3: Wölbnormalspannungen $SX_{(max)}$ [N/mm²] in den Schnitten bei Typen VII-X

		SX _(max) [N/mm ²] in den Schnitten										
RAHMEN-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
ECKTYP												
VII 20° Voute												
200	7,61	7,65	7,55	7,28	5,35	3,24	1,46	0,65	-1,21	-1,12		
VIII30°Voute												
30°	7,61	7,65	7,42	7,14	5,20	2,98	1,13	0,47	-0,80	-0,76		
IX 45° Voute												
45°	7,61	7,65	7,35	7,07	5,31	3,21	1,10	0,45	-0,65	-0,63		
X 60° Voute												
60°	7,61	7,65	7,05	6,72	5,12	3,58	2,04	0,88	-0,81	-0,79		



Bild 3.10: Typ IV-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4, 5



Bild 3.11: Typ V-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4, 5



Bild 3.12: Typ VIII-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 6, 9

Um den Einfluß der Eckkonstruktion bei Rahmenecken I bis VI einzuschätzen, kann man die Veränderung des Spannungszustandes zwischen den Schnitten 1 und 4 (Bild 3.8) für die verschiedenen Eckvarianten ermitteln. Die Wölbnormalspannung nimmt in Stablängsrichtung bei unterschiedlichen Rahmenecken ab. Die maximale Wölbnormalspannung im Schnitt 4 (SX₄) als Prozentsatz der Spannung im Schnitt 1 (SX₁) ist in Tabelle 3.4 dargestellt.

Tabelle 3.4: Wölbnormalspannungsverhältnis in Prozent [%] - Schnitt 4 zu Schnitt 1

Rahmen-	and a start					
ecktyp	Ι	II	III	IV	V	VI
(SX ₄ /SX ₁)				•		
[%]	15	39	27	63	72	84

Damit wird der Einfluß der konstruktiven Gestaltung der Rahmenecke auf das Wölbverhalten sehr deutlich dargestellt. Davon ausgehend kann man die relativen Wölbsteifigkeiten durch die unterschiedlichen Rahmenecken einschätzen. Die Erhöhung der Wölbsteifigkeit von Rahmen-ecken (z. B. Typ V oder VI) gegenüber den Ausführungen I bis III ist für die praktische Nutzung von Bedeutung.

Die Übertragung der Bimomente um die Ecke kann auch anhand der Spannungen in den Schnitten 5, 6 oder 7 (Tabelle 3.2) betrachtet werden. Während die Wölbnormalspannungen nach dem Übergang vom Riegel zum Stiel bei fast allen Rahmenecktypen das Vorzeichen wechselt, behält sie ihr Vorzeichen beim Typ IV (mit Diagonalsteifen). Das bedeutet, daß die Verwölbungsintensität an einer Rahmenecke vom Typ IV kontinuierlich ist, wie in [48] bzw. im Anhang durch die Kontinuitätsbedingung dargestellt wurde.

Bei Rahmenecken mit Vouten (Typ VII-X) sind Wölbnormalspannungen sowohl im Riegelober- und untergurt als auch im Voutenflansch vorhanden. Die Wölbspannungen im Voutenflansch haben eine ähnliche Verteilung wie im Riegelobergurt. Auch bei diesen Rahmenecken wechselt das Spannungsvorzeichen nach dem Übergang vom Riegel zum Stiel (Tabelle 3.3).

3.3.3 Wölbfedersteifigkeiten der Rahmenecken

Ein doppelt symmetrischer I-Querschnitt eines Stabes verwölbt sich, wenn dieser sich an seinem Ende x = L um 9 verdreht. Dabei weisen die beiden Flansche eine gleichgroße gegenseitige Verdrehung $\theta = \theta_u = -\theta_o = |h/29|$ auf. Das Bimoment am Stabende mit einem wölbelastischen Element ist nach [36], analog zur Definition der Drehfedersteifigkeit, $M_{\omega} = C_{\omega} 9^{\circ}$. Die Wölbsteifigkeit einer Rahmenecke kann damit durch eine Wölbfederkonstante ausgedrückt werden.

$$C_{\omega} = M_{\omega} / \vartheta$$
 (3.34)

Anhand der in den Riegelgurten eingeleiteten Bimomente M_{ω} und der dadurch entstehenden Verdrillung ϑ ` kann mit der Gleichung (3.34) die Wölbfedersteifigkeiten am Riegelende des betrachteten Systems ermittelt werden. Für die untersuchten Rahmenecken I - VI (Bild 3.5 und 3.6) ergeben sich die C_{ω}-Werte, die in der Tabelle 3.5 dargestellt sind.



ТҮР	I	II	III	IV		VI
C _w						
[kNm ³]	79,4	107,7	102,6	182,8	213,3	367,8

In Bild 3.12 ist die Verteilung der Wölbnormalspannung im Bereich einer Rahmenecke mit einer Voute dargestellt. Eine Ermittlung der Wölbsteifigkeitswerte erfolgt wie für die anderen Rahmenecken mit der Gleichung (3.34).



 $t_{wv} = 0.011 \text{ m}$ (Voutenstegdicke)

Für jede der Rahmenecken VII - X wird die Voutenfläche und der größte Gesamttorsionswiderstand vom Riegel- und Voutenquerschnitt $I_{T(v\phi/R)}$ (d. h. am Voutenende, Schnitt B-B) ermittelt (Tab. 3.6). Die Voutenfläche ist $A_{(v \phi)} = \frac{H_{(v\phi)}^2 \cdot \cot \phi}{2}$, wobei ϕ der Voutenöffnungswinkel und $H_{(v \phi)}$ die Voutenhöhe ist. Eine vergleichende Auswertung der Wölbsteifigkeitswerte zeigt einen Zusammenhang zwischen den C_{ω} -Werten untereinander in Abhängigkeit von den Voutenflächen $A_{(v \phi)}$ und den $I_{T(v\phi/R)}$ -Werten (Tabelle 3.6).

Die Voutenhöhe H _(V 20 °) vom Rahmenecktyp VII ist gleich der Profilhöhe h des Rahmenecktyps V. Der C_{ω}-Wert vom Rahmenecktyp VII ist circa doppelt so groß wie der vom Rahmenecktyp V. Wenn bei den restlichen Rahmenecktypen (VIII, IX, X) die Voutenfläche A_(v ϕ) und der I_{T(v ϕ / R)}-Wert in einer Relation zu den Werten A_(v 20°) und I_{T(v20° / R)} vom Rahmenecktyp VII (mit 20 ° Voute) gestellt werden, sind die damit ermittelten C_{ω}-Werte mit den Werten aus

dem FE-Flächenmodell (Tab. 3.6) gut vergleichbar. Damit kann man für die untersuchten Rahmenecken mit Vouten und zumindest für diese bestimmten Profilquerschnitte durch eine

Erweiterung der Gleichungen 3.27, 3.28 und 3.30, die Verzerrungsenergien E_{θ} und E_{ψ} für die Rahmenecken mit Vouten näherungsweise ermitteln.

Rahmenecke	Voutenfläche	Torsionswiderstand	C_{ω}
(Typ)	$A_{(v\phi)}$ [m ²]	(Schnitt B-B)	[kNm ³]
		$I_{T(v\phi/R)}\ [m^4]$. $10^{\text{-}6}$	(FE-Flächenmodell)
VII (20° Voute)			
	0,175	2,37	438,2
VIII (30° Voute)			
	0,213	2,43	518,0
IX (45° Voute)			
	0,281	2,55	656,5
X (60° Voute)			
	0,213	2,59	481,7

Tabelle 3.6: Voutenfläche, Torsionswiderstand im Schnitt B-B und C $_{\omega}$ -Werte für die Rahmenecken mit Vouten

TYP VII: Rahmenecke mit einer 20 ° Voute



Bei dieser Rahmenecke ist die Voutenhöhe $H_{(v\phi)}$ gleich der Höhe des Riegels h.

$$E_{\vartheta} = \frac{G}{3} \left(\frac{h_2 b_1}{\sin \alpha} t_1^3 + \frac{h_1 b_2}{\sin \alpha} t_2^3 \right) \quad \vartheta_c^2$$
(3.35)

$$E_{\psi} = \left[\left(\frac{h_1 \cos \alpha + h_2}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_1}} GK_{f1} + \left(\frac{h_2 \cos \alpha + h_1}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_2}} GK_{f2} \right] \vartheta_c^2 \qquad (3.36)$$

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}_{\text{VII}} \, \vartheta^2 = \mathbf{K}_{\text{V}} \, . \vartheta^2$$
(3.37)

mit
$$\mathbf{K}^{\mathbf{VII}} = \mathbf{2}\mathbf{K}^{\mathbf{V}} = \frac{2G}{3} \left(\frac{\mathbf{h}_2 \mathbf{b}_1}{\sin \alpha} \mathbf{t}_1^3 + \frac{\mathbf{h}_1 \mathbf{b}_2}{\sin \alpha} \mathbf{t}_2^3 \right) +$$

$$2\left\{\left(\frac{h_{1}\cos\alpha + h_{2}}{\sin\alpha}\right)^{2}\sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}GK_{f1}} + \left(\frac{h_{2}\cos\alpha + h_{1}}{\sin\alpha}\right)^{2}\sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}GK_{f2}}\right\}$$

TYP VIII: Rahmenecke mit einer 30 ° Voute



$$E_{9} = \frac{G}{3} \frac{A_{(v30)}}{I_{T(v30/R)}} \cdot \frac{I_{T(v20/R)}}{A_{(v20)}} \left(\frac{h_{2}b_{1}}{\sin \alpha} t_{1}^{3} + \frac{h_{1}b_{2}}{\sin \alpha} t_{2}^{3} \right) \quad \vartheta_{c}^{2}$$
(3.38)

 $E_{\psi} =$

$$\frac{\mathbf{A}_{(v30)}}{\mathbf{I}_{T(v30/R)}} \cdot \frac{\mathbf{I}_{T(v20/R)}}{\mathbf{A}_{(v20)}} \left[\left(\frac{\mathbf{h}_{1} \cos \alpha + \mathbf{h}_{2}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w1}}{2\mathbf{h}_{1}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f1} + \left(\frac{\mathbf{h}_{2} \cos \alpha + \mathbf{h}_{1}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{\mathbf{D}_{w2}}{2\mathbf{h}_{2}}} \mathbf{G} \mathbf{K}_{f2} \right] \boldsymbol{\vartheta}_{c}^{2}$$

$$(3.39)$$

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{\text{VIII}} \cdot \vartheta^2 = \frac{\mathbf{A}_{(v30)}}{\mathbf{I}_{T(v30/R)}} \cdot \frac{\mathbf{I}_{T(v20/R)}}{\mathbf{A}_{(v20)}} \cdot \mathbf{K}^{\text{V}} \cdot \vartheta^2$$
(3.40)

TYP IX: Rahmenecke mit 45 ° Voute



$$\frac{G}{3} \frac{A_{(v45)}}{I_{T(v45/R)}} \cdot \frac{I_{T(v20/R)}}{A_{(v20)}} \left(\frac{h_2 b_1}{\sin \alpha} t_1^3 + \frac{h_1 b_2}{\sin \alpha} t_2^3 \right) \quad \vartheta_c^2$$
(3.41)

$$E_{\psi} = \frac{A_{(v45)}}{I_{T(v45/R)}} \cdot \frac{I_{T(v20/R)}}{A_{(v20)}} \left[\left(\frac{h_{1} \cos \alpha + h_{2}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{f1} + \left(\frac{h_{2} \cos \alpha + h_{1}}{\sin \alpha} \right)^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{f2} \right] \vartheta_{c}^{2}$$
(3.42)

$$\mathbf{E}_{\boldsymbol{\vartheta}} + \mathbf{E}_{\boldsymbol{\Psi}} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{K}^{\mathbf{I}\mathbf{X}} \cdot \boldsymbol{\vartheta}^2 = \frac{\mathbf{A}_{(v45)}}{\mathbf{I}_{T(v45/R)}} \cdot \frac{\mathbf{I}_{T(v20/R)}}{\mathbf{A}_{(v20)}} \cdot \mathbf{K}^{\mathbf{V}} \cdot \boldsymbol{\vartheta}^2$$
(3.43)

TYP X: Rahmenecke mit 60 ° Voute

 E_{ϑ}

Eэ

..**l**....**l**..

$$\frac{G}{3} \frac{A_{(v60)}}{I_{T(v60/R)}} \cdot \frac{I_{T(v20/R)}}{A_{(v20)}} \left(\frac{h_2 b_1}{\sin \alpha} t_1^3 + \frac{h_1 b_2}{\sin \alpha} t_2^3 \right) \quad \vartheta_c^2$$
(3.44)

$$E_{\Psi} = \frac{A_{(v60)}}{I_{T(v60/R)}} \cdot \frac{I_{T(v20/R)}}{A_{(v20)}} \left[\left(\frac{h_1 \cos \alpha + h_2}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_1}} GK_{f1} + \left(\frac{h_2 \cos \alpha + h_1}{\sin \alpha} \right)^2 \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_2}} GK_{f2} \right] \vartheta_{\alpha}^2$$

$$(3.45)$$

$$\mathbf{E}_{\vartheta} + \mathbf{E}_{\psi} = \frac{1}{2} \mathbf{K}^{\mathrm{X}} \cdot \vartheta^{2} = \frac{\mathbf{A}_{(v\,60)}}{\mathbf{I}_{\mathrm{T}(v60/\mathrm{R})}} \cdot \frac{\mathbf{I}_{\mathrm{T}(v20/\mathrm{R})}}{\mathbf{A}_{(v20)}} \cdot \mathbf{K}^{\mathrm{V}} \cdot \vartheta^{2}$$
(3.46)

Die über die Verzerrungsenergien ermittelten K-Werte und die C_{ω} -Werte aus dem FEM-Modell für die 10 Rahmenecktypen werden in der Tabelle 3.7 miteinander verglichen. Die K-Werte - ermittelt auf der Basis der Verzerrungsenergien der Rahmenecken - sind mit den C_{ω} -Werten mit dem FE-Flächenmodell sehr gut vergleichbar. Die Abweichung zwischen den ausgerechneten K- und C_{ω} -Werten liegt bei maximal 10 %.

Bei Rahmenecken mit Vouten ist es festzustellen, daß für die Wölbsteifigkeit die Voutenhöhe (H_v) , der Voutenöffnungswinkel (ϕ), die sowohl die Voutenfläche als auch den St. Venantschen Torsionswiderstand direkt beeinflussen, eine maßgebende Rolle spielen.

Tabelle 3.7: C_{ω} -Werte mit FE-Flächenmodell und K-Werte aus Verzerrungsenergien für die Rahmenecktypen I - X

Rahmen-										
ecke	I	П	ш	IV	v	VI				×
(Typ)		ահատուհո		I I			VII 20			X x
C_{ω}										
[kNm ³]	79,4	107,7	102,6	182,8	213,3	367,8	438,2	518,0	656,5	481,7
Κ										
[kNm ³]	87,2	106,6	106,6	179,6	213,2	393,0	426,6	503,8	637,8	473,6

3.3.4 Drehsteifigkeiten der Rahmenecken

Durch Federkonstanten kann sowohl die Wölbsteifigkeit als auch die Drehsteifigkeit einer Rahmenecke ausgedrückt werden. Die Drehsteifigkeit C_9 wird aus dem Moment und dem Neigungswinkel im Rahmeneckbereich ermittelt.

Die Anzahl und Anordnung von Aussteifungen im Träger-Stützen-Anschlußbereich trägt wesentlich zur Drehsteifigkeit des Anschlusses bei. Durch die Aussteifungen und Vouten in der

Rahmenecke kann die Biegesteifigkeit E I(x) variiert werden und damit auch der Neigungswinkel und die Durchbiegung. Die Drehsteifigkeit der Rahmenecke wird durch das Verhältnis zwischen dem Eckmoment und dem Drehwinkel definiert.

$$C_{\vartheta} = M/\vartheta \tag{3.47}$$

Aus den Finite-Flächenelementuntersuchungen wurde für jede der zehn Rahmenecken (HEA 400) der Neigungswinkel bei einem eingeleiteten Moment im Eckbereich berechnet. Unter Anwendung von Gl. (3.47) werden die Drehfedersteifigkeiten ermittelt (Tab. 3.8).

Tabelle 3.8: Drehfedersteifigkeiten der Rahmenecken I-X

ТҮР	I	П		IV	v	VI		30°	45°	60°
Сэ										
[kNm/ rad].10 ⁶	3,60	3,61	3,78	3,70	3,80	3,80	15,21	21,02	30,50	36,57

Der Einfluß der Eckkonstruktion auf die Drehsteifigkeit ist bei Rahmenecken ohne Vouten (Typen I bis VI) relativ gering. Der Unterschied in den Drehsteifigkeiten dieser Rahmenecken liegt unter 7 %. Durch eine Voute wird die Drehsteifigkeit wesentlich erhöht. Die verschiedenen Voutengeometrien (Öffnungswinkel, Fläche) führen zur Variation der Drehsteifigkeit der Rahmenecke. Im Vergleich zum Rahmenecktyp V wird bei den untersuchten Rahmenecken durch die 20 ° Voute die Drehsteifigkeit vervierfacht.
4 Analyse des Beanspruchungszustands von Hallenrahmen

4.1 Biegedrillknicken der Riegel von Hallenrahmen nach dem Ersatzstabverfahren

4.1.1 Ideales Biegedrillknickmoment am gabelgelagerten Einfeldträger

Das ideale Biegedrillknickmoment (Kippmoment) für einen gabelgelagerten Träger wird nach der DIN 18800/T2 mit der Gleichung ermittelt:

$$M_{Ki,y} = \xi \cdot N_{Ki,z} \cdot \left(\sqrt{c^2 + 0.25 \cdot z_p^2} + 0.5 \cdot z_p \right)$$
(4.01)

mit dem Drehradius c² =
$$\frac{I_{\omega} + 0.039.1^2 \cdot I_T}{I_z}$$
 (4.02)

Nach DIN 4114 sowie TGL 13503/02 kann der Ausdruck c² bestimmt werden durch

$$c^{2} = \frac{I_{\omega} \cdot \frac{(\beta_{z} \cdot l)^{2}}{(\beta_{o} \cdot l_{o})^{2}} + 0,039 \cdot (\beta_{z} \cdot l)^{2} \cdot I_{T}}{I_{z}}$$
(4.03)

und dadurch kann der Grad der Biege- bzw. Wölbeinspannung an den Stabenden erfaßt werden. Hierin ist β_z der Grad der Biegeeinspannung rechtwinklig zur Rahmenebene:

 $\beta_z = 1,0$ (gelenkige Lagerung)

 $\beta_z = 0,5$ (starre Einspannung)

und β_o der Grad der Wölbeinspannung

 $\beta_0 = 1,0$ (Gabellagerung - wölbfreie Lagerung)

 $\beta_o = 0,5$ (Wölbeinspannung)

Für $\beta_z = \beta_0 = 1,0$ gelten die Randbedingungen einer Gabellagerung und $\beta_z = \beta_0 = 0,5$ bedeutet eine volle Einspannung für Biegung und Verwölbung. Mit M_{Ki,y} kann der bezogene Schlankheitsgrad $\overline{\lambda}_M$ und dadurch auch der für den Biegedrillknicknachweis benötigte Abminderungs-faktor κ_M ermittelt werden.

4.1.2 Bestimmung von M_{ki} für Stäbe mit Randmomenten und Gleichstreckenlasten

Die in der DIN18800/T2 angegebene Bestimmungsgleichung für das ideale Biegedrillknickmoment $M_{Ki,y}$ berücksichtigt nur gabelgelagerte Einfeldträger. Die Momentenbeiwerte ξ sind ebenfalls nur für einfache Lastfälle angegeben. Die für Rahmenriegel typische Belastung, eine Kombination von Randmomenten und Gleichstreckenlast, findet hier keine Berücksichtigung. Eine Abschätzung der ξ -Werte nach der Tab. 10 (DIN 18800/T2) für einen solchen Momentenverlauf kann nur eine grobe Näherung sein und führt möglicherweise zu Unsicherheiten oder zu falschen Ergebnissen.

Von *Kindmann* [45] wurden Durchlaufträger, die in gabelgelagerte Einfeldträger aufgeteilt sind, auf Biegedrillknicken untersucht. Der vorhandene Momentenverlauf findet hierbei Berücksichtigung. Bezugswert ist das Moment, das sich aus der Streckenlast ergibt, und hierzu wird der Index "0" eingeführt:

$$M_0 = q_z \,.\, l^2 \,/\, 8 \tag{4.04}$$

Die Gleichung (4.01) wird modifiziert und man erhält:

$$M_{Ki,0} = \xi_0 \cdot N_{Ki,z} \cdot (\xi_0 \cdot 0,4053 \cdot z_p + \sqrt{(\xi_0 \cdot 0,4053 \cdot z_p)^2 + c^2})$$

= q_{Ki} \cdot 1²/8 (4.05)

Der Momentenbeiwert ξ_0 tritt hierbei auch als Faktor von z_p (Abstand Lastangriff zum Schwer-punkt) auf. In Gleichung (4.01) stellt der Faktor eine Vereinfachung dar. Die auf M_B (Randmoment) bzw. max M_{Feld} bezogenen idealen Biegedrillknickmomente eines Stabes in einem Tragwerk berechnen sich zu:

$$M_{Ki,B} = M_{Ki,0} \cdot M_B / M_0$$
 und max $M_{Ki,Feld} = M_{Ki,0} \cdot \max M_{Feld} / M_0$ (4.06)

Das maximale Biegemoment im Feld aus der wirklichen Belastung am Tragwerk ist max M_{Feld} . Der Wert für ξ_0 wird unter Berücksichtigung des Momentenverhältnisses ψ ermittelt ($\psi = M_B / M_0$). Der Nachweis für Biegedrillknicken ist mit $M_{Ki,Feld}$ zu führen. In Bild 4.1 sind die Momentenbeiwerte ξ_0 für unterschiedliche Momentenverhältnisse angegeben. Berücksichtigt sind hier drei Fälle:

$M_0 = q \cdot l^2/8$ $M_A \left(\begin{array}{c} & & \\ & & $							
ψ =	M _B M ₀	$\zeta_0 \text{ für}$ $M_A = 0$	$\xi_0 \text{ für}$ $M_A = M_B/2$	ζ ₀ [ür M _A = M _B			
	0	1,12	1,12	1,12			
	- 0,1	1,19	1,22	1,26			
	- 0,2	1,26	1,34	1,44			
1	- 0,3	1,34	1,49	1,67			
i i	- 0,4	1,43	1,67	2,00			
ψ	- 0,5	1,53	1,90	2,46			
	- 0,6	1,64	2,19	3,17			
	- 0,7	1,76	2,57	4,30			
	- 0,8	1,91	3,09	5,61			
	- 0,9	2,06	3,78	5,15			
	- 1,0	2,24	4,43	4,10			
	- 0,9	2,42	4,19	3,12			
	- 0,8	2,66	3,42	2,31			
	- 0,7	2,78	2,63	1,68			
1	- 0,6	2,38	1,93	1,21			
I	- 0,5	1,80	1,35	0,87			
ψ	- 0,4	1,26	0,91	0,60			
1	- 0,3	0,82	0,58	0,40			
	- 0,2	0,47	0,33	0,24			
	- 0,1	0,20	0.14	0,11			
	0	ζ _B = 1,77 *)	$\xi_{\rm B} = 1.32^{-5}$	$\zeta_{B} = 1.00^{-5}$			
L							

a)
$$M_A = 0$$
 und $M_B = M$ b) $M_A = M_B / 2$ c) $M_A = M_B$

Bild 4.1: Momentenbeiwerte ξ₀ nach *Kindmann* [45]

4.1.3 Ermittlung der Biegedrillknicklasten q_{Ki} von Hallenrahmen

Die kritischen Lasten q_{Ki} werden für zwölf Hallenrahmen (Bild 4.2) A bis L aus Tab. 4.1 ermit-telt. In diesem Abschnitt wird nur an dem Hallenrahmen L das Berechnungsverfahren dar-gestellt. Die Berechnungsergebnisse für die Hallenrahmen A bis K sind in der Anlage A auf-geführt.

Der Riegel wird aus dem Tragwerk gedanklich herausgetrennt. Das ideale Biegedrillknickmoment und die dazugehörige Last q_{Ki} werden am Einzelstab mit Randmomenten und Gleichstreckenlast nach Gleichung (4.05) berechnet. Die Stützen und Riegel bestehen aus I-Profilen (IPE 360, IPE 500, HEA 400, HEA 500) und eine Gleichstreckenlast q_z greift im Obergurt des Riegels an. z. B. Für IPE 500 ist:

S1



Bild 4.2: Eingespannter Rechteckrahmen mit Vollast auf dem Riegel

52

Mit den Rahmenformeln wurden die Momente an den Stützenfüßen M_{S1} , M_{S2} und die Eckmomente M_A , M_B ermittelt. Dabei ist 1 die Riegellänge, h die Rahmenhöhe, I_R , I_S die Trägheitsmomente vom Riegel und Stiel und c eine Hilfsgröße.

Ms2

Ms1

Tabelle 4.1: Abmessungen und Momente der Hallenrahmen

Hallenrahmen	Spannweite	Höhe	с	$M_{S1} = M_{S2}$	$M_A = M_B$
	l [m]	h [m]		[kNm]	[kNm]
А	10 (IPE 500)	4 (IPE 500)	0,400	3,47.qz	-6,94.qz
В	10 (IPE 500)	6 (IPE 500)	0,600	3,21.qz	-6,42.qz
С	12,5 (IPE 500)	4 (IPE 500)	0,320	5,61.qz	-11,22.qz
D	15 (IPE 360)	5 (IPE 360)	0,333	8,04.qz	-16,07.qz
E	15 (IPE 500)	5 (IPE 500)	0,333	8,04.qz	-16,07.qz
F	15 (IPE 500)	5 (HEA 500)	0,185	8,58.qz	-17,16.qz
G	15 (HEA 400)	5 (HEA 400)	0,333	8,04.qz	-16,07.qz
Н	15 (IPE 500)	10 (IPE 500)	0,667	7,03.qz	-14,06.qz
Ι	17,5 (IPE 500)	4 (IPE 500)	0,229	11,45.q _z	-22,90.qz
J	17,5 (IPE 500)	6 (IPE 500)	0,343	10,89.q _z	-21,78.q _z
K	20 (IPE 500)	4 (IPE 500)	0,200	15,15.q _z	-30,30.qz
L	20 (IPE 500)	8 (IPE 500)	0,400	13,89.qz	-27,78.qz

<u>Hallenrahmen L</u>

Mit der Gleichung (4.05) wird das ideale Biegedrillknickmoment $M_{Ki,0}$ jeweils ermittelt. Dazu sind die Knicklast $N_{ki,z}$ und der Drehradius notwendig. Aus $M_{Ki,0}$ wird q_{Ki} für den Rahmenriegel gerechnet.

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2. \frac{E.I_z}{(\beta_z.1)^2}$$

Für unterschiedliche Biegeeinspanngrade um die z-Achse werden die Knicklasten ermittelt.

 $\beta_z = 0.5$: volle Einspannung

 $\beta_z = 1,0$: gelenkige Lagerung ($M_z = 0$)

β _z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	443,54	308,03	226,31	173,21	136,89	110,93

•Drehradius: (Gl. 4.03)

$c^{2} [m^{2}]$	β₀ =0,5	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,884	0,813	0,770	0,742	0,723	0,709
$\beta_z = 0,9$	0,716	0,659	0,624	0,601	0,583	0,575
$\beta_z = 0.8$	0,566	0,520	0,493	0,475	0,463	0,454
$\beta_z = 0,7$	0,433	0,398	0,377	0,364	0,354	0,348
$\beta_z = 0,6$	0,318	0,293	0,277	0,267	0,260	0,255
$\beta_z = 0,5$	0,221	0,203	0,193	0,186	0,181	0,177

• Ideales Biegedrillknickmoment $M_{\rm Ki,0}$ (Gl. 4.05)

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	221,77	209,99	202,63	197,74	194,37	191,87
$\beta_z = 0,9$	238,32	225,49	217,38	211,93	207,61	205,67
$\beta_z = 0.8$	257,45	242,93	234,15	228,18	224,15	221,09
$\beta_z = 0,7$	279,43	263,26	253,28	246,99	242,08	239,11
$\beta_z = 0,6$	304,82	287,03	275,33	267,89	262,62	258,82
$\beta_z = 0,5$	334,37	313,22	301,19	292,64	286,46	281,48

• Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{Ki} = M_{Ki,0} . 8 / l^2$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	4,44	4,20	4,05	3,95	3,89	3,84
$\beta_z = 0,9$	4,77	4,51	4,35	4,24	4,15	4,11
$\beta_z = 0.8$	5,15	4,86	4,68	4,56	4,48	4,42
$\beta_z = 0,7$	5,59	5,27	5,07	4,94	4,84	4,78
$\beta_z = 0,6$	6,10	5,74	5,51	5,35	5,25	5,18
$\beta_z = 0,5$	6,68	6,26	6,02	5,85	5,73	5,63

4.2 Ermittlung der kritischen Last q_{Ki} von Hallenriegeln mit Finiten Stabelementen

Mit einem auf [68] basierenden FE-Stabwerksprogramm BTPL [69] zur nichtlinearen Berechnung von ebenen Rahmen nach der Biegetorsionstheorie wurde das Verhalten von Hallenrahmen bei unterschiedlichen Stabendbedingungen untersucht. Dabei findet ein Finite-Balkenelement für offene dünnwandige Querschnitte mit einem Verwölbungsfreiheitsgrad zusätzlich zu den sechs üblichen Freiheitsgraden Anwendung. Von *Osterrieder* [68] wurde ein Finite-Balkenelement entwickelt, um Spannungsprobleme und Eigenwerte bei räumlichen Stabtragwerken zu untersuchen. Eine inkrementelle Gleichgewichtsbedingung für ein allgemeines Kontinuum, die mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen erstellt worden ist, bildet dabei die Grundlage. Der letzte bekannte Gleichgewichtszustand wird als Bezugszustand für das folgende Inkrement gewählt. Dadurch entsteht eine mitgehende ("updated") Lagrange-Formulierung. Es wird eine Diskretisierung des Problems im Sinne der Finite-Elemente-Methode mit bereichsweisen Verschiebungsansätzen gewählt.

Für die Anwendung in der Praxis wird das Element erweitert. Die Verformung innerhalb eines Elementes wird durch kubische Polynome für die Verschiebungen quer zur Stabachse sowie für die Torsionsverdrehung beschrieben. Damit kann das zu berechnende Tragwerk in eine vom Benutzer vorzugebende Anzahl von Abschnitten (Finite Elemente) unterteilt werden. Bei der Berechnung von Rahmentragwerken werden der Riegel und die Stützen als voneinander unabhängige Träger definiert und eingegeben. Die Randbedingungen können als Verformungs-

randbedingungen definiert werden, um die Verformung (Verschiebung, Rotation, Verwölbung) als behindert, unbehindert oder gekoppelt zu beschreiben.

Das Verhalten der im Stahlbau üblichen Knotenausbildungen kann mittels eines Translations-, Dreh- und Wölbfederelementes näherungsweise erfaßt werden. Unter Berücksichtigung der Wölbsteifigkeit der Rahmenecken wurden die Biegedrillknicklasten und die Eigenformen der Hallenrahmen ermittelt. Die Wölbfedersteifigkeiten C_{ω} für die Rahmeneckformen aus den Abschnitten 3.1 und 3.2 wurden in die Berechnung eingesetzt. In den Tabellen 4.2 a und b sind die kritischen Lasten für die Hallenrahmen A bis L (aus Tab. 4.1) bei C_{ω} -Werten zwischen 0 und ∞ dargestellt.

In den Rahmenecken sind Pfetten vorgesehen und die Stützenfüße der Hallenrahmen wurden eingespannt gelagert. Ein Wandriegel auf halber Hallenhöhe stützt den Außengurt der Stützen,

um das Versagen der Stützen zu verhindern. Damit ist die ermittelte Biegedrillknicklast jedes untersuchten Hallenrahmens die kritische Last für das Versagen des Rahmenriegels (Bild 4.3).

q _{Ki} [kN/m] der HALLENRAHMEN										
Cω	Α	B	C	D	Ε	F	G	Η	Ι	
[kNm ³]	l = 10 m	l = 10 m	l = 12,5 m	1=15 m	l = 15m	l = 15 m	1 = 15 m	l = 15 m	l = 17,5 m	
	h = 4 m	h = 6 m	h = 4 m	h = 5 m	h = 5 m	h = 5 m	h = 5 m	h = 10 m	h = 4 m	
	IPE 500	IPE 500	IPE 500	IPE 360	IPE 500	IPE 500	HEA 400	IPE 500	IPE 500	
	und	und	und	und	und	und	und	und	und	
	IPE 500	IPE 500	IPE 500	IPE 360	IPE 500	HEA 500	HEA 400	IPE 500	IPE 500	
0	28,12	27,30	15,39	4,57	9,39	9,89	26,86	8,72	6,30	
20	29,77	28,85	16,15	4,94	9,77	10,32	27,42	9,06	6,52	
40	31,20	30,19	16,80	5,16	10,09	10,68	27,93	9,34	6,71	
60	32,45	31,35	17,35	5,30	10,37	10,99	28,41	9,57	6,86	
80	33,54	32,36	17,83	5,40	10,60	11,11	28,85	9,77	6,99	
100	34,51	33,26	18,25	5,48	10,80	11,48	29,26	9,95	7,11	
1000	45,97	43,81	22,87	5,93	12,93	13,92	36,07	11,75	8,26	
5000	49,33	46,88	24,12	5,99	13,47	14,55	39,17	12,20	8,54	
∞	50,38	47,86	24,49	6,01	13,63	14,74	40,29	12,35	8,62	

Tabelle 4.2a: Kritische Lasten q_{Ki} [kN/m] für Biegedrillknicken Hallenrahmen A - I (Riegel- und Stützenprofile)

Hallenrahmen J - L (Riegel- und Stützenprofile)

	q _{ki} [kN/m] der HALLENRAHMEN							
C_{ω}	J	K	L					
[kNm ³]	l = 17,5 m IPE 500	l = 20 m IPE 500	l = 20 m IPE 500					
	h = 6 m und	h = 4 m und	h = 8 m und					
	IPE 500	IPE 500	IPE 500					
0	6,18	4,41	4,24					
20	6,40	4,54	4,37					
40	6,57	4,65	4,47					
60	6,72	4,75	4,55					
80	6,81	4,82	4,63					
100	6,85	4,89	4,69					
1000	8,05	5,55	5,29					
5000	8,32	5,71	5,43					
00	8,40	5,76	5,47					

Der Einfluß der Wölbsteifigkeit im Rahmeneckbereich auf die Biegedrillknicklast des Hallenrahmens wird deutlich. Eine Erhöhung des C_{ω} -Wertes bedeutet eine Vergrößerung der Wölbsteifigkeit und dadurch der Gesamtstabilität des Tragsystems. Bis zu einem Wölbsteifigkeitswert von 100 kNm³ ist das Verhältnis zwischen der Wölbsteifigkeit einer

Rahmenecke und der jeweiligen Biegedrillknicklast annähernd linear und bei höheren Werten gibt es nur einen nichtlinearen Zuwachs des Eigenwertes.

Die Abhängigkeit der Biegedrillknicklast von der Wölbsteifigkeit entspricht tendenziell dem zwischen dem β_0 -Wert und der kritischen Last q_{Ki} beim Ersatzstabverfahren (Abschn. 4.1.3) für die untersuchten Hallenrahmen. Der Einfluß der Rahmengeometrie und der verwendeten Querschnittsprofile auf das Stabilitätsverhalten des Hallenrahmens ist deutlich zu erkennen.

Die Eigenform (Bild 4.3) des Hallenrahmens I wird hier als Beispiel dargestellt.



Bild 4.3: Die Eigenform des Hallenrahmens I

4.3 Untersuchungen mit Finiten Flächenelementen

Mit Hilfe des Finite-Flächenelementmodells [24], wie im Abschn. 3.3, wurden Hallenrahmen modelliert und untersucht. Die Hallenrahmen mit unterschiedlichen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten wurden auf den Einfluß der Rahmeneckkonstruktion auf das Tragverhalten des Systems analysiert. Das Stabilitätsverhalten, die Eigenwerte für Biegedrillknicken und die Eigenform sowie die Verformungen des jeweiligen Sytems wurden ermittelt und als Vergleichsbasis für den Einfluß der Eckkonstruktion verwendet. Für eine Stabilitätsuntersuchung wurde die Belastung als Streckenlast in vertikale Richtung im Riegelobergurt eingeleitet. Für die Verformungsermittlung wurde auch eine horizontale Streckenlast auf den Stiel berücksichtigt.

4.3.1 Eigenwerte für Biegedrillknicken

Für die vergleichenden Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten wurden Finite Elemente-Scheibenmodelle von 15 Hallenrahmen mit unterschiedlichen Parametern erstellt (Tab. 4.3).

Die Hallenrahmen A bis L sind aus der Tabelle 4.1 entnommen worden. Die Rahmen unterscheiden sich in den folgenden Parametern:

- Geometrie
- Dachneigung
- Rahmeneckform
- Riegel-und Stielquerschnitte
- Lagerung der Stützenfüße
- Stabilisierungsvarianten durch Pfetten und Wandriegel

Die Bilder 4.4 und 4.5 zeigen Beispiele von den untersuchten Rahmen (eingespannte Stiele und ohne Halterung der Riegel senkrecht zur Rahmenebene) und ihre 1. Eigenfiguren.

HALLENRAHMEN	SPANNWEITE B [m]	НÖНЕ Н [m]	DACHNEIGUNG	PROFILQUERSCHNITT	
				RIEGEL	STÜTZE
А	10	4	0°	IPE 500	IPE 500
В	10	6	0°	IPE 500	IPE 500
С	12,5	4	0°	IPE 500	IPE 500
D	15	5	0°	IPE 360	IPE 360
Е	15	5	0°	IPE 500	IPE 500
F	15	5	0°	IPE 500	HEA 500
G	15	5	0°	HEA 400	HEA 400
Н	15	10	0°	IPE 500	IPE 500

Ι	17,5	4	0°	IPE 500	IPE 500
J	17,5	6	0°	IPE 500	IPE 500
K	20	4	0°	IPE 500	IPE 500
L	20	8	0°	IPE 500	IPE 500
М	20	8	5°	IPE 500	IPE 500
Ν	20	8	15°	IPE 500	IPE 500
0	8	6	20°	IPE 330	IPE 330



Bild 4.4: Hallenrahmen mit Flachdach und die Eigenfigur



Bild 4.5: Hallenrahmen mit Satteldach und die Eigenfigur

Das Verhalten der Hallenrahmen wurde bei folgenden Stabilisierungsvarianten untersucht:

P0_o : Eingespannter Rahmen, ohne Pfetten

PO_E : Eingespannter Rahmen mit Pfetten nur im Eckbereich

P1:Zweigelenksystem mit Pfetten nur im Eckbereich

P2: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = 5,0 m, Wandriegel in Höhe H/2

P3: Eingespannter Rahmen, Pfettenabstand a = 5,0 m, Wandriegel in Höhe H/2

P4: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = 2,5 m, Wandriegel in Höhe H/2

P5: Eingespannter Rahmen, Pfettenabstand a = 2,5 m, Wandriegel in Höhe H/2

P6: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = B/10, Wandriegel in Höhe H/2

P7: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = B/10, Wandriegel in Höhe H/3

P8: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = 1,0 m, Wandriegel in Höhe H/2

P9: Zweigelenksystem, Pfettenabstand a = 1,0 m, Wandriegel in Höhe H/3

Beim Zweigelenkrahmen wurden die Stützenfüße als wölbfrei, gabelgelagert und gelenkig senkrecht zur Rahmenebene angenommen. Für die ausgewählten Rahmenkonstruktionen, Rah-meneckformen (Typen I bis X) und Stabilisierungsvarianten P0 bis P9 wurden die kritischen Streckenlasten im Riegel für das Biegedrillknicken ermittelt. Um den Einfluß der Rahmeneckkonstruktion auf das Gesamtsystem darzustellen, wurden nur einige der Rahmenecktypen untersucht. Die Eigenwerte für die Hallenrahmen D, G und L wurden für 8 Rahmenecktypen (außer 20 ° und 60 ° Vouten) ermittelt. Für Hallenrahmen A bis C, E, F, H bis K, M und N sind Untersuchungen mit 6 Rahmenecktypen (I, IV, V, VI, VIII, IX) und für Rahmen O mit 4 Ecktypen (I, IV, V, VI) durchgeführt worden. Ein Pfettenabstand von 5 m wurde für die Hallenrahmen C (Spannweite 12,5 m), I und J (Spannweite 17,5 m) nicht vorgesehen, da ein 5-m-Pfettenabstand bei diesen Hallenspannweiten in der Praxis kaum Verwendung findet.

4.3.2 Vergleichsrechnung mit ANSYS 53

Um die Genauigkeit des für die Lösung des Eigenwertsproblems angewendeten FEM-Modells [24] zu ermitteln, wurden Vergleichsuntersuchungen mit einem zweiten Finite-Flächenelementmodell ANSYS 53 [3] an zwei Hallenrahmen durchgeführt. Die Kontinuumselemente des FE-Programms ANSYS 53 sind PLANE42 und PLANE82, Scheibenelemente mit 4 bzw. 8 Knoten. Das sind isoparametrische Elemente des zweidimensionalen ebenen

Spannungs- und Verzerrungszustandes. Das Kennzeichen der isoparametrischen Kontinuumselemente ist, daß die Verschiebungen der Knotenpunkte mit einheitlichen Formfunktionen genähert werden. Bei Strukturelementen werden die Verschiebungen und Verdrehungen der Mittelflächen der Elemente benutzt, um die Verschiebungen im Element darzustellen. Die Eigenschaften der Elemente sind an bestimmte Strukturen angepaßt, wie z.
B. Balkenelemente, Platten- und Schalenelemente. Im Programmsystem ANSYS kommen 3
Finite-Schalenelementtypen zum Einsatz, SHELL 63 (4-Node Elastic Shell), SHELL 93 (8-Node Structural Shell) und SHELL 43 (4-Node Plastic Shell).

Die Auswahl erfolgt auf der Basis der Untersuchungen von *Lehmkuhl* [51], der umfangreiche Variantenanalysen mit ANSYS 53 für die Anwendung der Methode der Finiten Elemente zur Modellierung hinsichtlich der Wahl des Elementtyps, der Randbedingungen und der Diskretisierung durchgeführt hat.

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Eigenwertuntersuchungen erfordern ein Schalenelement, welches für große Verformungen eingesetzt werden kann. Das Schalenelement SHELL 43, das bereits für andere Probleme mit Erfolg einegsetzt worden ist, erschien am geeignetsten, auch nicht zuletzt wegen dem günstigen Verhältnis zwischen Rechen-genauigkeit und erforderlicher Rechenzeit.

Die Biegedrillknicklasten von Hallenrahmen E und K wurden mit ANSYS 53 bei unterschiedlichen Rahmenecktypen und Stabilisierungsvarianten ermittelt. Bei der Betrachtung der Eigenwerte mit Hilfe von FEMAS 90 und ANSYS 53 ist eine gute Übereinstimmung der Untersuchungsergebnisse festzustellen (Tabelle 4.4 und 4.5). Daher kann davon ausgegangen werden, daß die weiteren Eigenwertuntersuchungen an anderen Hallenrahmen mit FEMAS 90 die praktisch notwendige Genauigkeit aufweisen. Tabelle 4.4: Vergleichswerte der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m]

mit FEMAS 90 und ANSYS 53 für Hallenrah	nmen E
---	--------

(B = 15 m, I)	H = 5 m,	Dachneigung	0°,	Riegel	und Stützen	IPE 500)
---------------	----------	-------------	-----	--------	-------------	----------

		q	q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten							
		P1	P2	P4	P6	P7	P8	P9		
RAHMEN-	FEM -	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-		
ECKE	Programm	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen		
(TYP)		+ Eck-	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m		
		pfetten			= 1,5 m	= 1,5 m				
			H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3		
IV	FEMAS 90	12,19	33,48	52,01	53,81	54,37	54,99	55,48		
	ANSYS 53	12,34	32,96	53,64	53,95	54,70	55,16	55,92		
v	FEMAS 90	12,29	37,53	56,94	59,61	59,77	60,93	61,04		
	ANSYS 53	12,48	35,56	54,49	58,59	58,67	59,55	59,63		
VI	FEMAS 90	14,73	39,11	85,14	89,43	88,91	93,08	93,39		
	ANSYS 53	14,32	37,47	82,05	89,43	91,68	95,40	98,47		

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.5: Vergleichswerte der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m]

		q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten							
		P1	P2	P4					
RAHMENECKE	FEM -	Zweigelenkrahmen	Zweigelenkrahmen	Zweigelenkrahmen					
(TYP)	Programm	+ Eckpfetten	a = 5,0 m H/2	a = 2,5 m H/2					
IV	FEMAS 90	4,97	19,91	21,35					
	ANSYS 53	4,96	18,87	22,18					
V	FEMAS 90	4,75	21,78	26,05					
	ANSYS 53	4,84	22,79	26,55					
VI	FEMAS 90	5,42	24,61	37,45					
	ANSYS 53	5,34	23,24	36,09					

mit FEMAS 90 und ANSYS 53 für Hallenrahmen K

 $(B = 20 \text{ m}, H = 4 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

An Beispiel von Hallenrahmen K werden die Eigenformen bei zwei Stabilisierungsvarianten -P1 und P4 - in Bild 4.6 und 4.7 dargestellt.



Bild 4.6: Eigenform des Hallenrahmens K (Stabilisierungsvariante P1)



Bild 4.7: Eigenform des Hallenrahmens K (Stabilisierungsvariante P4)

4.3.3 Einfluß der Vernetzungsdichte auf die kritischen Lasten

Eine Berechnung mit der Methode der Finiten Elemente konvergiert mit einem steigenden Grad der Diskretisierung auf die genauere Lösung, die die Idealisierung beschreibt. Das FE-Netz beeinflußt die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse, Rechenzeit und den Speicherplatzbedarf. Für die Konvergenzuntersuchungen wurden die kritischen Lasten des Hallenrahmens E mit Rahmenecktyp V und Stabilisierungsvariante P1 bei drei unterschiedlichen Netzdichten ermittelt:

ND 1: 616 Elemente (jeweils 2 Elemente in Steghöhe und Flanschbreite)

ND 2: 2464 Elemente (jeweils 4 Elemente in Steghöhe und Flanschbreite)

ND 3: 5544 Elemente (jeweils 6 Elemente in Steghöhe und Flanschbreite)

Tabelle 4.6: Auswertung der Konvergenzuntersuchungen

Netzdichte	ND 1	ND 2	ND 3
Elemente	616	2464	5544
Kritische Last	14,14	12,48	12,43
q _{кі} [kN/m]			
Differenz zur			
vorherigen ND		12 %	0,5 %

Der Einfluß der Vernetzungsdichte ist zwischen ND 2 und ND 3 nicht mehr maßgebend. Deshalb wurde für die Eigenwertuntersuchungen die Vernetzungsdichte ND 2 gewählt und verwendet. Damit wurde, bei ausreichender Genauigkeit der Berechnung, der Generierungsaufwand, die Rechenzeit und der Speicherplatzbedarf verringert.



Bild 4.8 1. Eigenform bei Vernetzungsdichte ND 1



Bild 4.9 1. Eigenform bei Vernetzungsdichte ND 3

4.3.4 Biegedrillknicklasten am Beispiel vom Hallenrahmen L

Als Beispiel dieser Untersuchungen werden in diesem Abschnitt die Biegedrillknicklasten für den Hallenrahmen L bei verschiedenen Rahmenecktypen und Stabilisierungsvarianten dargestellt (Tab. 4.7). Im Anhang (Anlage B) sind die ermittelten Eigenwerte für die Hallenrahmen A bis K und M bis O mit den verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten dargestellt (Tab. B1 - B14).

Tabelle 4.7:HALLENRAHMEN L(Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 20 m, H = 8 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten									
Rahmenecke	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5				
(Tvn)	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-				
	nter Rahmen	nter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen				
	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2				
1	3,18	3,30	3,20	3,91	3,95	3,97	3,98				
П	3,75	3,91	3,88	12,85	13,23	13,99	14,39				
	3,96	4,10	4,07	16,67	17,25	19,68	20,03				
IV	4,58	4,72	4,63	17,20	17,93	21,73	22,31				
V	4,57	4,71	4,61	18,53	19,13	20,78	21,39				
VI	5,19	5,34	5,28	22,33	23,01	35,57	36,91				
30° Voute	7,27	7,59	7,46	29,70	32,08	42,93	44,12				
45° Voute	6,45	6,68	6,63	25,03	26,22	40,53	42,36				

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Die untersuchten Parameter und ihr Einfluß auf die Tragwerksstabilität sind in der Tabelle 4.8 zusammengefaßt. Durch die Rahmeneckkonstruktion wird das Biegedrillknickmoment beeinflußt. Durch die Steifenanordnung in der Ecke (d. h. die Konstruktion) kann die Wölb- und Biegesteifigkeit an den Stabenden variiert werden (Abschnitt 3.2), und demzufolge wird die Schnittgrößenverteilung und die Verzweigungslast des Systems beeinflußt. Dieser Einfluß ist bei allen untersuchten Hallenrahmen, unabhängig von den Rahmengeometrien oder Dachneigung, zu beobachten. Je nach Rahmenecktyp ist der Eigenwert für die Hallenrahmen unterschiedlich.

Die Vouten in den Rahmenecken führen nicht nur zum höheren Wölbwiderstand, sondern auch zu höheren Biegesteifigkeiten an den Riegelenden. Damit steigt die Tragfähigkeit des Systems. Somit sind beim Biegedrillknicken von Rahmen mit Vouten nicht nur der St.Venantsche Torsionswiderstand I_T oder Wölbwiderstand I_{ω} maßgebend, sondern auch die erhöhten Träg-heitsmomente I_y und I_z im Eckbereich.

Ein Vergleich zwischen eingespanntem Rahmen und Zweigelenkrahmen - beide mit Eckpfetten - zeigt, daß die Einspannung der Stützenfüße nur eine geringfügige Erhöhung der Biegedrillknicklast bewirkt. Die Größe der stabilisierenden Wirkung der Stützenfußeinspannung kann aber nicht verallgemeinert werden, da sie auch von der Rahmengeometrie und von der Anzahl und Anordnung der Pfetten im Riegel abhängig ist.

Die Tragwerksstabilität und die Größe der kritischen Last hängt auch von der Rahmenspannweite ab. Bei zunehmender Riegellänge und pfettenlosem Dach spielen die Lagerungsbedingungen mehr und mehr eine untergeordnete Rolle. Der Beitrag der Rahmenecken zur Systemsteifigkeit wird geringer. Der Unterschied zwischen den Rahmenecken und ihren Einflüsse auf das System ist bei großen Hallenspannweiten nicht mehr so entscheidend wie bei kleineren Spannweiten.

Der Einfluß der unterschiedlichen Ausbildung der Rahmenecken ist bei niedrigeren Rahmen be-trächtlich höher als bei hohen Rahmen. Der Eigenwert nimmt bei abnehmender Hallenhöhe zu und das Tragwerk wird steifer. Bei freistehenden Rahmen oder Rahmen mit Pfetten nur im Eckbereich führt eine Dachneigung (Satteldach) zu einem niedrigeren Eigenwert im Vergleich zu Rahmen mit einem Flachdach. Das System wird weicher, je größer die Dachneigung ist. An

den Hallenrahmen L (Tab. 4.7), M und N (im Anhang: Tab. B12 und B13) wird der Einfluß der Dachneigung an die Biegdrillknicklasten deutlich. Durch ein größeres Stützenprofil wird

das Tragsystem steifer. Die Eigenwerte für den Hallenrahmen F sind höher als für Hallenrahmen E.

Der Einfluß der diskreten Stützung durch Pfetten im Riegelobergurt wird im nächsten Abschnitt behandelt.

 Tabelle 4.8:
 Zusammenfassung:
 Einflußparameter und Auswirkungen am Rahmentragwerk

EINFLUSSPARAMETER	AUSWIRKUNGEN

	Veränderung der Biege- und Wölbsteifigkeit an den						
1. Rahmeneckkonstruktion	Stabenden und dadurch in der Schnittgrößenverteilung.						
	Biegedrillknicklast des Tragsystems von der Rahmenecke						
	abhängig.						
	- Erhöhung von C_{ω} wegen höherer I_T und I_{ω} .						
2. Vouten im Eckbereich	- Höhere I_y und I_z und Biegesteifigkeit durch die Quer-						
	schnittsvergrößerung an den Stabenden.						
3. Einspannung der Stützen- füße	Höhere Biegedrillknicklast, auch wenn oft geringfügig.						
4. Stabilisierung durch Pfetten	Iragsystem stelfer durch die Halterung gegen Ausweichen						
(auch Abschn. 4.3.2)	im Riegelobergurt.						
5 Snannweite des Rahmens	Finfluß der Rahmenecke nimmt bei abnehmender Rah-						
5. Spannwerte des Kannens	monopopopolito zu						
	menspannweite zu.						
6. Höhe des Rahmens	Höherer Eigenwert bei niedrigerer Rahmenhöhe.						
7. Dachneigung	Niedrigere Eigenwerte bei höheren Dachneigungen.						
8. Profilquerschnitt	Beim größeren Stützenprofil ist das Tragwerk steifer.						

4.3.5 Stabilisierung durch Pfetten und das Rahmenverhalten

Bei 9 Varianten der Pfettenanordnung (P1 bis P9) wurde die Stützung im Riegelobergurt untersucht und das Rahmenverhalten in Abhängigkeit von der Rahmeneckform analysiert. Durch einen Wandriegel auf halber Hallenhöhe (H/2) wurden die Stützen stabilisiert. Die Untersuchungen wurden an 5 Hallenrahmen A, E, G, I und L aus Tab. 4.3 durchgeführt. Die Biegedrillknicklasten wurden für die Hallenrahmen bei unterschiedlichen Rahmenecken und Varianten der Pfettenanordnung ermittelt und in den folgenden Tabellen dargestellt:

- Hallenrahmen A	:	Tabelle 4.9
- Hallenrahmen E	:	Tabelle 4.12
- Hallenrahmen G	:	Tabelle 4.15
- Hallenrahmen I :	Tab	elle 4.18
- Hallenrahmen L:	Tab	elle 4.21

Die relativen kritischen Lasten bei den verschiedenen Varianten sind jeweils für den Rahmeneckenvergleich und für den Stabilisierungsvariantenvergleich für diese Hallenrahmen ermittelt worden. Für den Vergleich der Rahmeneckformen wurde die Rahmenecke vom Typ V, und beim Vergleich der Stabilisierungen die Variante P1 als Vergleichsbasis verwendet. Die kritischen Lasten bei diesen Varianten wurden jeweils als 100 % angenommen. Die relativen kritischen Lasten beim Rahmenecken- und Stabilisierungsvariantenvergleich sind in den folgenden Tabellen dargestellt:

- Hallenrahmen A	: Ta	bellen 4.10 und 4.11
- Hallenrahmen E	: Ta	bellen 4.13 und 4.14
- Hallenrahmen G	: Ta	bellen 4.16 und 4.17
- Hallenrahmen I :	Tabellen 4	4.19 und 4.20
- Hallenrahmen L:	Tabellen 4	4.22 und 4.23

Tabelle 4.9: HALLENRAHMEN A - Kritische Lasten q_{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten

 $(B = 10 \text{ m}, H = 4 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten	

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
(Tyn)	pfetten					= 1,0 m	= 1,0 m		
(13P)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
I	28,35	33,01	34,93	35,13	36,21	37,18	37,52	37,18	37,52
IV	44,57	141,56	146,57	153,12	158,72	169,08	171,25	169,08	171,25
v	46,81	166,08	170,69	184,57	186,83	196,11	196,83	196,11	196,83
VI	55,27	191,48	193,68	230,35	235,69	269,96	270,99	269,96	270,99
30° Voute	117,12	291,23	293,09	365,07	366,23	372,17	379,22	372,17	379,22
45° Voute	95,58	234,47	237,05	341,23	345,21	358,14	361,43	358,14	361,43

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.10: HALLENRAHMEN A - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Rahmenecken)

	Relativ	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten											
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9				
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR				
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m				
(Tyn)	pfetten					= 1,0 m	= 1,0 m						
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3				
Ι	61	20	20	19	19	19	19	19	19				
IV	95	85	86	83	85	86	87	86	87				

V	100	100	100	100	100	100	100	100	100
VI	118	115	113	125	126	138	138	138	138
VIII	250	175	172	198	196	190	193	190	193
30° Voute									
IX	205	141	139	185	185	183	184	183	184
45° Voute									

Tabelle 4.11: HALLENRAHMEN A - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

	Relativ	e kritische	e Lasten [ˈ	%] bei ve	rschieden	en Stabili	sierungsv	arianten	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
(Typ)	pfetten					= 1,0 m	= 1,0 m		
(Typ)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
Ι	100	116	123	124	128	131	132	131	132
IV	100	318	329	344	356	379	384	379	384
V	100	355	365	394	399	419	420	419	420
VI	100	346	350	417	426	488	490	488	490
VIII	100	249	250	312	313	318	324	314	324
30° Voute									
IX	100	245	248	357	361	375	378	375	378
45° Voute									

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.12: HALLENRAHMEN E - Kritische Lasten q_{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten

 $(B = 15 \text{ m}, H = 5 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

		q _{Ki} [kN/	/m] bei ve	erschieder	nen Stabili	isierungsv	varianten		
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
Rahmen-	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
aalvo	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m		
еске		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
(Тур)									
N	10,69	16,77	16,91	17,03	17,54	38,62	38,77	38,65	38,79
I									
	12,19	33,48	35,23	52,01	53,15	53,81	54,37	54,99	55,48
IV									

v	12,29	37,53	39,16	56,94	58,03	59,61	59,77	60,93	61,04
VI	14,73	39,11	40,25	85,14	87,06	88,18	88,91	93,08	93,39
30° Voute	23,90	48,79	50,55	108,37	110,94	113,56	114,03	115,23	115,66
45° Voute	20,35	44,07	45,45	105,62	107,86	111,56	111,66	114,85	114,90

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

 Tabelle 4.13: HALLENRAHMEN E - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten Vergleich der Rahmenecken)

	Relativ	e kritische	e Lasten [%] bei ve	erschieden	en Stabili	sierungsv	arianten	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
(Typ)	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m		
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
Ι	87	45	43	30	30	65	65	63	64
IV	99	89	90	91	90	91	92	91	92
V	100	100	100	100	100	100	100	100	100
VI	120	104	103	150	150	149	149	153	153
VIII	194	130	129	190	191	191	191	189	189
30° Voute									
IX	166	117	116	185	186	187	187	188	188
45° Voute									

 Tabelle 4.14: HALLENRAHMEN E - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

	Relativ	e kritische	e Lasten [%] bei ve	rschieden	en Stabili	sierungsv	arianten	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
Rahmen-	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
ecke	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m		
(T)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
(Тур)									
Ι	100	157	158	159	164	361	363	362	363
IV	100	275	289	427	436	441	446	451	455
V	100	305	319	463	472	485	486	496	497
VI	100	266	273	578	591	599	604	632	634
VIII	100	204	212	454	464	475	477	482	484
30° Voute									
IX	100	217	223	519	530	548	549	564	565
45° Voute									

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

$Tabelle \ 4.15: HALLENRAHMEN \ G \ - \ Kritische \ Lasten \ q_{Ki} \ [kN/m] \ bei \ verschiedenen \\ Stabilisierungsvarianten$

 $(B = 15 \text{ m}, H = 5 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen HEA 400)$

		q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten											
	P1	P2	Р3	P4	P5	P6	P7	P8	P9				
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR				
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m				
(Turn)	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m						
(1yp)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3				
I	21,45	24,57	26,78	26,68	27,70	28,01	28,16	28,06	28,20				
Ш	25,21	55,00	57,93	73,29	76,56	80,97	81,35	81,04	81,41				
Ш	25,47	63,97	66,71	98,95	103,50	111,64	112,01	111,67	112,01				
IV	30,17	75,63	77,92	129,28	130,16	141,77	143,39	144,96	146,48				
v	28,87	77,29	80,04	121,05	124,33	132,21	133,53	139,10	139,92				
VI	34,76	90,70	92,13	175,01	179,70	183,60	183,60	198,71	198,80				

30° Voute	60,61	147,90	149,07	213,33	215,56	250,37	252,92	256,09	256,76
30° VIII									
45° Voute	55,46	108,78	109,25	197,83	199,01	243,85	245,48	245,05	246,49
45°									

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

 Tabelle 4.16: HALLENRAHMEN G - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Rahmenecken)

	Relativ	e kritische	e Lasten [%] bei ve	rschieden	en Stabili	sierungsv	arianten	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
(Typ)	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m		
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
Ι	74	32	33	22	22	21	21	20	20
II	87	71	72	61	62	61	61	58	58
III	88	83	83	82	83	84	84	80	80
IV	105	98	97	107	105	107	107	104	105
V	100	100	100	100	100	100	100	100	100
VI	120	117	115	145	145	139	137	143	142
VIII	210	191	176	173	173	189	189	184	184
30° Voute									
IX	192	141	136	163	160	184	184	176	176
45° Voute									

Tabelle 4.17: HALLENRAHMEN G - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

	Relativ	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten											
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9				
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR				
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m				
(Typ)	pfetten					= 1,5 m	= 1,5 m						
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3				
Ι	100	115	125	124	129	131	131	131	131				
Π	100	218	230	291	304	321	323	321	323				

Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

III	100	251	262	388	406	438	440	438	440
IV	100	257	251	429	431	470	475	480	486
V	100	268	277	419	431	458	463	482	485
VI	100	261	265	503	517	528	528	572	572
VIII	100	244	246	352	356	413	417	423	423
30° Voute									
IX	100	196	197	357	359	440	443	442	444
45° Voute									

Tabelle 4.18: HALLENRAHMEN I - Kritische Lasten q_{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten

 $(B = 17,5 \text{ m}, H = 4 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

	q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten										
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	Р9		
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR		
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m		
(Typ)	pfetten					= 1,75 m	= 1,75 m				
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3		
	4,74			5,31	5,32	5,32	5,33	5,33	5,34		
		-	-								
	7,69			29,25	31,53	31,83	32,06	32,60	32,78		
		-	-								
	7,57			38,06	40,18	40,98	41,46	41,96	42,24		
v ·		-	-								
	8,80			50,38	53,57	53,63	53,67	57,36	57,51		
		-	-								
30° Voute	13,29			60,37	63,30	66,19	66,36	68,86	69,02		
30°		-	-								
45° Voute	11,61			58,13	60,75	65,95	66,09	68,39	68,64		
45°		-	-								

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten										
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9		
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR		
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m		
(Typ)	pfetten					= 1,75 m	= 1,75 m				
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3		
Ι	62	-	-	14	13	13	13	13	13		
IV	102	-	-	77	78	78	77	78	78		
V	100	-	-	100	100	100	100	100	100		
VI	116	-	-	132	133	131	129	137	137		
VIII	176	-	-	159	158	162	160	164	163		
30° Voute											
IX45° Voute	153	-	-	153	151	161	159	163	163		

 Tabelle 4.19: HALLENRAHMEN I - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Rahmenecken)

Tabelle 4.20: HALLENRAHMEN I - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten										
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9		
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR		
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m		
(Typ)	pfetten					= 1,75 m	= 1,75 m				
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3		
Ι	100	-	-	112	112	112	112	112	112		
IV	100	-	-	380	410	414	417	424	426		
V	100	-	-	503	531	541	548	554	558		
VI	100	-	-	573	609	609	610	652	654		
VIII	100	-	-	454	476	498	499	518	519		
30°Voute											
IX45° Voute	100	-	-	501	523	568	569	589	591		

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.21: HALLENRAHMEN L - Kritische Lasten q_{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten

		q _{Ki} [kN/m] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten										
	P1	P2	Р3	P4	P5	P6	P7	P8	Р9			
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR			
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m			
(Typ)	pfetten					= 2,0 m	= 2,0 m					
(Typ)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3			
I	3,20	3,91	3,95	3,97	3,98	3,98	4,00	8,30	8,36			
п	3,88	12,85	13,23	13,99	14,39	14,41	14,52	14,54	14,61			
Ш	4,07	16,67	17,25	19,68	20,03	20,09	20,21	20,27	20,38			
IV	4,63	17,20	17,93	21,73	22,31	23,01	23,11	23,61	23,63			
v	4,61	18,53	19,13	20,78	21,39	21,57	21,59	21,96	21,99			
VI	5,28	22,33	23,01	35,57	36,91	37,07	37,31	39,59	39,72			
30° Voute	7,46	29,70	32,08	42,93	44,12	44,43	45,30	45,51	46,80			
45° Voute	6,63	25,03	26,22	40,53	42,36	43,67	44,57	44,71	45,99			

$(B=20\mbox{ m}$, $H=8\mbox{ m}$, Dachneigung 0°	, Riegel und Stützen IPE 500)
---	-------------------------------

ZGR: Zweigelenkrahmen ER: Eingespannter Rahmen a: Pfettenabstand q: Streckenlast H/2, H/3: Abstand der Wandriegel

 Tabelle 4.22: HALLENRAHMEN L - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Rahmenecken)

Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a= B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m
(Typ)	pfetten					= 2,0 m	= 2,0 m		
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3
Ι	69	21	21	19	19	18	19	38	38
II	84	69	69	67	67	67	67	66	66
III	88	90	90	96	94	93	94	92	93
IV	100	93	94	105	104	107	107	108	107
V	100	100	100	100	100	100	100	100	100
VI	115	121	120	171	173	172	173	180	181
VIII	162	160	168	207	206	206	210	20	213
30° Voute									
IX45° Voute	144	135	137	195	198	202	206	204	209

 Tabelle 4.23: HALLENRAHMEN L - Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen

 Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten										
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9		
Rahmen-	ZGR	ZGR	ER	ZGR	ER	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR		
ecke	+ Eck-	a = 5,0 m	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = B/10	a = 1,0 m	a = 1,0 m		
(Typ)	pfetten					= 2,0 m	= 2,0 m				
(190)		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2	H/3	H/2	H/3		
Ι	100	122	123	124	124	124	125	259	261		
Π	100	331	341	361	371	371	374	375	377		
III	100	410	424	484	492	494	497	498	501		
IV	100	371	387	469	482	497	499	510	510		
V	100	402	415	451	464	468	468	476	477		
VI	100	423	436	674	699	702	707	750	752		
VIII 30°	100	398	430	575	591	596	607	610	627		
Voute											
IX45° Voute	100	378	395	611	639	659	672	674	694		

Am Beispiel vom Hallenrahmen L soll die Beziehung zwischen der Rahmeneckform, dem Pfettenabstand und der Stabilität des Rahmens dargestellt werden. Durch den Betrag der Erhöhung oder Verringerung der kritischen Last bei unterschiedlichen Rahmeneckformen und Pfettenabstände ist der relative Einfluß der Pfettenstabilisierung zu erkennen. Aus der Tab. 4.7 werden die Differenzen der relativen kritischen Lasten zwischen dem Rahmenecktyp V und einigen der Rahmenecken für fünf Varianten der Pfettenanordnung ermittelt und in der Tab. 4.24 dargestellt. Für Hallenrahmen A, E, I und G sind die Tabellen für die Differenzen der kritischen Lasten III (Tab. B15 - B18, Seite B37 - B40).

Tabelle 4.24: Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%] bei verschiedenen Rahmenecken

	Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%]										
Rahmenecke	P1	P2	P4	P6	P8						
(Typ)	Eckpfetten	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR						
	(a = 20 m)	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10 = 2,0 m	a = 1,0 m						
		H/2	H/2	H/2	H/2						
I	- 31	- 79	- 81	- 82	- 62						
	- 16	- 31	- 33	- 33	- 34						
IV	0	- 7	+ 5	+ 7	+ 8						
V	± 0	± 0	± 0	± 0	± 0						
VI	+ 15	+ 21	+ 71	+ 72	+ 80						
30° Voute	+ 62	+ 60	+ 107	+ 106	+ 107						

und Stabilisierungsvarianten für Hallenrahmen L

ZGR: Zweigelenkrahmen a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Durch die Stützung mit Pfetten im Riegelobergurt erhöht sich die Stabilität des Riegels gegen seitliches Ausweichen und Verdrehen, also gegen ein mögliches Biegedrillknicken. Je kleiner der Pfettenabstand ist, um so geringer wird die Möglichkeit einer Verformung bei freier Drehachse, und eine Verformung mit gebundener Drehachse wird dadurch angenähert. Eine Abnahme der Pfettenabstände bewirkt dadurch höhere kritische Lasten. Die Halterung im Obergurt läßt nur ein Versagen durch die Druckbeanspruchung, infolge des Momentenverlaufes, im Untergurt zu. Die Steifigkeit im Rahmeneckbereich, bedingt durch die konstruktive Gestaltung der Rahmenecke, spielt dabei eine maßgebende Rolle. In der Tab. 4.24 ist zu erkennen, daß der Einfluß der Rahmenecke auf das Versagen mit abnehmendem Pfettenabstand zunimmt. Die Steifen in den Rahmenecken bewirken eine Halterung gegen das Ausweichen des Riegeluntergurtes und Stützeninnengurtes im Eckbereich (Bilder 4.10 bis 4.14). Der Unterschied zwischen den Versagenslasten bei unterschiedlichen Rahmenecken wird deutlicher bei abnehmendem Pfettenabstand.



Bild 4.10: Versagensbild des Hallenrahmens mit Pfetten im Eckbereich und Rahmenecktyp VI



Bild 4.11: Versagensbild beim Hallenrahmen mit Vouten und Pfetten im Eckbereich



Bild 4.12: Versagensbild des Hallenrahmens mit Halterung im Riegelobergurt und Rahmenecktyp I


Bild 4.13: Versagensbild eines Hallenrahmens mit Halterung im Riegelobergurt und Rahmenecktyp VI



Bild 4.14: Versagensbild eines Hallenrahmens mit Halterung im Riegelobergurt und 30 ° Voute im Eckbereich

96

Durch den Vergleich der kritischen Lasten für die Hallenrahmen wird der Effekt einer sukzessiven Verringerung der Pfettenabstände eindeutig. Wenn die kritischen Lasten bei der Stabilisierungsvariante P1 (Eckpfetten) als Vergleichsbasis angenommen werden, kann der Erhöhungsfaktor der kritischen Lasten bei einer anderen Stabilisierungsvariante und für die unterschiedlichen Rahmenecktypen ermittelt werden. Aus den Tabellen 4.11, 4.14, 4.17, 4.20 und 4.23 können diese Faktoren für die fünf Hallenrahmen ermittelt werden. Die Erhöhungsfaktoren sind in der Tab. 4.25 zusammengefaßt, und die angegebenen Bereiche erfassen die unterschiedlichen Rahmeneckformen.

Tabelle 4.25:Erhöhungsfaktor der kritischen Lasten durch sukzessive Verringerung desPfettenanstandes von B (nur Eckpfetten) zu a

		Erhöhungsfaktor der kritischen Lasten bei Verringerung des								
		Pfettenabstandes von B zu a								
	HALLEN-									
	RAHMEN	a = 5,0 m	a = 2,5 m	$\mathbf{a} = \mathbf{B}/10$	a = 1,0 m					
A	B=10m H=4 m	1,2 bis 3,6	1,3 bis 4,3	1,3 bis 4,9	1,3 bis 4,9					
	IPE 500									
E	B=15 m H=5 m	1,6 bis 3,2	1,6 bis 5,9	3,6 bis 6,0	3,6 bis 6,3					
	IPE 500									
G	B=15 m H=5 m	1,3 bis 2,8	1,3 bis 5,2	1,3 bis 5,3	1,3 bis 5,7					
	HEA 400									
ΙE	8=17,5m H=4 m		1,1 bis 6,1	1,1 bis 6,1	1,1 bis 6,5					
	IPE 500	*								
L	B=20 m H=8 m	1,2 bis 4,3	1,2 bis 7,0	1,2 bis 7,1	1,2 bis 7,5					
	IPE 500									

(B - Spannweite des Rahmens; a - Pfettenabstand)

* Kritische Lasten nicht untersucht.

Durch die Stützung mit Pfetten nimmt die kritische Last auf das vierfache (bei a = 5,0 m), und bei einem Pfettenabstand von 2,5 m sogar bis auf das siebenfache zu. Der Betrag der Erhöhung ist auch von der Rahmeneckform und Hallengeometrie abhängig. Für diese besonderen Stützungsarten mit Pfetten finden sich jedoch nur selten Angaben in den Tabellenwerken, so daß auf ein Rechenprogramm zurückgegriffen werden oder eine durch die Erfahrung gestützte Extrapolation vorgenommen werden muß. Diese Stützung nicht zu berücksichtigen wäre also unwirtschaftlich [77].

4.3.6 Stabilisierung von Hallenrahmen durch Trapezprofile

Für die Biegedrillknicksicherheit von stählernen I-Trägern kann zum einen die drehelastische Stützung der Dachhaut und zum anderen deren Steifigkeit in der Dachebene herangezogen werden. Trapezblechscheiben, die untereinander und mit Randträgern schubfest verbunden sind, bilden ein Schubfeld. Von *Heil* [37] wird ein einfacher und wirtschaftlicher Nachweis der Biegedrillknicksicherheit für Einfeld- und Durchlaufträger mit angeschlossenen Schubfeldern vorgeschlagen. Eine zweckmäßige Formel zur Ermittlung der erforderlichen Schubfeldsteifig-keit wird abgeleitet und mit diesen Werten werden insbesondere Durchlaufträger untersucht.

Von einem Trapezprofil kann die vorhandene Schubfeldsteifigkeit ermittelt werden. Durch eine Umrechnung kann die stabilisierende Wirkung des Schubfeldes als Wegfeder in der Dachebene senkrecht zum Rahmenriegel ausgedrückt werden. Biegedrillknicklasten von Hallenrahmen G, I und L mit einer kontinuerlichen Stützung durch Wegfedern im Riegelobergurt sind in der Tabelle 4.26 dargestellt. Für die Dachdeckung wurde das Stahltrapezprofil E 160 verwendet. Die Schubfeldsteifigkeit wurde durch das Einsetzen von Wegfedern f_y an den diskreten Knotenpunkten im Riegelobergurt simuliert.

Die Biegedrillknicklasten bei unterschiedlichen Rahmeneckformen werden für Zweigelenkrahmen mit Trapezprofilen auf dem Riegel und Wandriegeln in Höhe H/2 ermittelt (P10). Wenn die kritische Last bei der Stabilisierungsvariante P1 als Vergleichsbasis für jede Rahmen-eckform angenommen wird, können die relativen kritischen Lasten für die anderen Stabilisie-rungsvarianten ermittelt werden. In den Tabellen 4.27, 4.28 und 4.29 sind die relativen kritischen Lasten bei den unterschiedlichen Stabilisierungsvarianten und Rahmeneckformen für die Hallenrahmen G, I und L dargestellt.

Tabelle 4.26: Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] von Hallenrahmen mit einer Stabilisierung durch

Pfetten (a =1,0 m) und Trapezprofile in der Dachebene

	hallenrahmen G		HALLENR	AHMEN I	HALLENRAHMEN L		
B = 15 m $H = 5 m$ HEA		= 5 m HEA 400	B = 17,5 m H	= 4 m IPE 500	B = 20 m $H = 8 m$ IPE 500		
RAHMEN-	Stabilisierungsvariante		Stabilisieru	Stabilisierungsvariante		Stabilisierungsvariante	
ECKE	P8	P10	P8	P10	P8	P10	
	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	
(Typ)	a = 1,0 m	Trapezprofile	a = 1,0 m	Trapezprofile	a = 1,0 m	Trapezprofile	
	+	+	+	+	+	+	
	Wandriegel H/2	Wandriegel H/2	Wandriegel H/2	Wandriegel H/2	Wandriegel H/2	Wandriegel H/2	
I	28,06	28,85	5,33	5,34	8,30	8,38	
п	81,04	82,45	*	*	14,54	14,66	
	111,67	114,45	*	*	20,27	20,43	
	144,96	147,79	32,60	33,01	23,61	23,89	
V	139,10	146,89	41,96	42,76	21,96	22,18	
VI	198,71	218,73	57,36	59,65	39,59	40,21	
30° Voute	256,09	257,38	68,86	71,94	45,51	48,63	
45° Voute	245,05	247,77	68,39	72,36	44,71	47,81	

* Biegedrillknicklasten nicht untersucht.

a: Pfettenabstand

H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.27: HALLENRAHMEN G

Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

RAHMEN-	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten							
ECKE					_			
(Тур)	P1	P2	P4	P6	P8	P10		
	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR		
	Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = 1,0 m	Trapezprofile		
	a = 15 m			= 1,5 m				
		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2		
No. No.								
Ι	100	115	124	131	131	134		
П	100	218	291	321	321	327		
Ш	100	251	388	438	438	449		
IV	100	257	429	470	480	490		
V	100	268	419	458	482	509		
VI	100	261	503	528	572	629		
30° Voute								
30° VIII	100	244	352	413	423	425		
45° Voute								
45°	100	196	357	440	442	447		

ZGR: Zweigelenkrahmen a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.28: HALLENRAHMEN I

Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

RAHMEN-	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten
ECKE	

(Тур)	P1	P2	P4	P6	P8	P10
	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
	Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10	a = 1,0 m	Trapezprofile
	a = 17,5 m			=1,75m		
-		H/2	H/2	H/2	H/2	H/2
	100	*	112	112	112	112
IV	100	*	380	414	424	429
v	100	*	503	541	554	565
VI	100	*	573	609	652	678
30° Voute	100	*	454	498	518	541
45° Voute	100	*	501	568	589	623

* Biegedrillknicklasten nicht untersucht.

ZGR: Zweigelenkrahmen	a: Pfettenabstand	H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.29: HALLENRAHMEN L

Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten (Vergleich der Stabilisierungsvarianten)

RAHMEN-	Relative kritische Lasten [%] bei verschiedenen Stabilisierungsvarianten
ECKE	

(Тур)	P1	P2	P4	P6	P8	P10
	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR
	Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a=B/10=2,0 m	a = 1,0 m	Trapezprofile
	a = 20 m	H/2	H/2	H/2	H/2	H/2
	100	122	124	124	259	262
	100	122	121	121	237	202
п	100	331	361	371	375	378
	100	410	484	494	498	502
IV	100	371	469	497	510	516
V	100	402	451	468	476	481
VI	100	423	674	699	750	762
30° Voute	100	398	575	596	610	652
45° Voute	100	378	611	659	674	721

ZGR: Zweigelenkrahmen a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Die Trapezprofile verursachen auch eine geringfügige Änderung der kritischen Lasten im Vergleich zu den Eigenwerten bei Pfettenabständen von 1,0 m oder bei Pfettenabständen, die geringer sind als B/10. Bei der Betrachtung der kritischen Lasten des Hallenrahmens L ist festzustellen, daß nur eine Erhöhung der Eigenwerte um 1 % bis 7 % zu verzeichnen ist, wenn der Pfettenabstand von B/10 zu 1,0 m verkleinert wird. Die diskrete Stützung in den Zehntelpunkten kann deshalb als eine kontinuierliche Stützung angenommen werden. In [77] stellt *Saal* fest, daß die diskrete Stützung in den Achtelpunkten zu einer kritischen Last führt, die nur knapp unter der für eine kontinuierliche Stüzung liegt. Bei Hallenrahmen L weichen

hier die Biegedrillknicklasten bei Anordnung der seitlichen Abstützungen in den Achtelpunkten um 10 % und bei Anordnung in den Viertelspunkten um 40 % ab.

4. 3. 7 Auswirkung einer zusätzlichen Stützung der inneren Rahmenecke

Aus dem Abschn. 4.3.5 ist zu entnehmen, daß durch geringe Pfettenabstände im Riegelobergurt ein Stabilitätsversagen des Hallenrahmens in Form eines Ausweichens des Riegeluntergurtes hervorgerufen wird (Bilder 4.12 - 4.14). Aus den ermittelten kritischen Lasten wurde bei solchen Hallenrahmen festgestellt, daß die Rahmeneckform für die Stabilität des Systems mit abnehmendem Pfettenabstand an Bedeutung gewinnt. Die Steifigkeit der Rahmenecke hängt wesentlich von der Anzahl und Anordnung der Steifen im Riegel-Stützenanschluß ab.

Durch eine Verschiebungsfeder in der inneren Rahmenecke, d. h. an der Schnittstelle des Riegelunter- und des Stützeninnengurtes, können Verschiebungen senkrecht zur Rahmenebene und ein Ausweichen des inneren Rahmeneckbereiches verhindert werden. Am Beispiel von 5 Hallenrahmen (A, D, G, K, L) wurde das Stabilitätsverhalten bei einer Halterung der inneren Rahmenecke für verschiedene Rahmeneckformen und Pfettenabstände untersucht.

Die kritischen Lasten für das Stabilitätsverhalten der 5 Hallenrahmen in den Tabellen 4.30 bis 4.34 lassen folgende Feststellungen zu:

- Es ist eine eindeutige Steigerung der kritischen Lasten aufgrund der Halterung der Innenecke zu verzeichnen.
- Die Versagenslast nimmt mit abnehmenden Pfettenabständen zu.
- Bei Hallenrahmen A, D und G mit Pfetten im Riegelobergurt, bei sehr weichen aber innen gehaltenen Rahmenecken (I, II, III) und ist das Stabilitätsversagen durch lokales Beulen im Steg der Ecke (Bild 4.15) bedingt.
- Trotz weicher Rahmeneckform und Halterung der inneren Ecke versagen einige Hallenrahmen, wie bei steifen Rahmenecken, durch das Biegedrillknicken des Riegels (Bild 4.17).

Tabelle 4.30: HALLENRAHMEN A (B = 10 m, H = 4 m, Riegel und Stützen IPE 500)

(Vergleich der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] beim Hallenrahmen mit und ohne Halterung der inneren Rahmenecke)

		q_{Ki} [kN/m] be	ei den Stabilisier	ungsvarianten	
Rahmen-		P1	P2	P4	P8
ecke	Stabilisierung	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-
(Tyn)	der inneren	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen
(1))	Ecke	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=1,0m; H/2
	Keine Halterung	28,35	33,01	35,13	37,18
I	der inneren Ecke				
	Halterung	29,68	116,70*	117,47*	118,42*
	der inneren Ecke				
	Keine Halterung	44,57	141,56	153,12	169,08
IV	der inneren Ecke				
	Halterung	50,54	194,53	221,53	226,21
	der inneren Ecke				
	Keine Halterung	46,81	166,08	184,57	196,11
V	der inneren Ecke				
	Halterung	52,71	190,19	274,38	283,69
	der inneren Ecke				

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

* Versagen durch lokales Beulen in der Rahmenecke



Bild 4.15: Stabilitätsversagen durch lokales Beulen im Eckbereich bei Hallenrahmen mit Halterung der inneren Ecke



Bild 4.16: Stabilitätsverlust durch globales Versagen des Rahmenriegels bei Hallenrahmen mit



Bild 4.17: Stabilitätsverlust durch globales Versagen des Riegels bei Hallenrahmen mit Halterung der inneren Ecke

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten				
Rahmen-		P1	P2	P4	P8	
ecke	Stabilisierung	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	
(Tyn)	der inneren	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen	
(190)	Ecke	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=1,0m; H/2	
	Keine Halterung	3,35	9,95	11,07	19,17	
I	der inneren Ecke					
	Halterung	4,00	14,05	17,78*	21,81*	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	4,22	10,91	13,05	20,01	
Π	der inneren Ecke					
	Halterung	4,70	16,89	18,66	22,07	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	4,50	14,28	16,00	23,52	
Ш	der inneren Ecke					
	Halterung	5,30	18,89	19,57	24,37	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	4,74	16,97	21,50	24,71	
IV	der inneren Ecke					
	Halterung	5,92	21,95	22,86	25,83	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	4,71	15,98	21,42	24,65	
v	der inneren Ecke					
	Halterung	5,42	20,58	21,90	25,00	
	der inneren Ecke			·		

Tabelle 4.31: HALLENRAHMEN D(B = 15 m, H = 5 m, Riegel und Stützen IPE 360)(Vergleich der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] beim Hallenrahmen mit und ohne Halterung der inneren Rahmenecke)

* Versagen durch lokales Beulen in der Rahmenecke

Tabelle 4.32: HALLENRAHMEN G(B = 15 m, H = 5 m, Riegel und Stützen HEA 400)(Vergleich der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] beim Hallenrahmen mit und ohne Halterung der inneren Rahmenecke)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten				
Rahmen-		P1	P2	P4	P8	
ecke	Stabilisierung	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	
(Tvn)	der inneren	rahmen	rahmen	rahmen	rahmen	
(-,,p)	Ecke	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=1,0m; H/2	
	Keine Halterung	21,45	24,57	26,68	28,08	
Ι	der inneren Ecke					
	Halterung	21,53	58,18*	59,40*	59,47*	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	25,21	55,00	73,29	81,04	
П	der inneren Ecke					
r dimension	Halterung	26,05	60,75*	112,48*	117,20*	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	25,47	63,97	98,95	111,67	
Ш	der inneren Ecke					
te calment canader e	Halterung	31,50	65,87	116,74*	123,29*	
	der inneren Ecke					
	Keine Halterung	30,17	75,63	128,28	144,96	
IV	der inneren Ecke					
	Halterung	34,51	77,81	152,04	163,75	
	der inneren Ecke	,	,	,	,	
	Keine Halterung	28,87	77,29	121,05	139,10	
V	der inneren Ecke					
	Halterung	32,51	79,34	146,48	187,22	
	der inneren Ecke	-			-	

*Versagen durch lokales Beulen in der Rahmenecke

Tabelle 4.33: HALLENRAHMEN K(B = 20 m, H = 4 m, Riegel und Stützen IPE 500)(Vergleich der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] beim Hallenrahmen mit und ohne Halterung der inneren Rahmenecke)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten					
Rahmen-		P1	P2	P4	P8		
ecke (Typ)	Stabilisierung der inneren Ecke	Zweigelenk- rahmen + Eckpfetten	Zweigelenk- rahmen a=5,0m; H/2	Zweigelenk- rahmen a=2,5m; H/2	Zweigelenk- rahmen a=1,0m; H/2		

I	Keine Halterung der inneren Ecke	3,40	4,01	4,06	7,85
n sherrondor	Halterung der inneren Ecke	3,99	14,38	15,88	15,96
IV	Keine Halterung der inneren Ecke	4,97	19,91	23,92	25,81
	Halterung der inneren Ecke	5,79	26,71	30,18	32,13
V	Keine Halterung der inneren Ecke	4,75	21,78	26,05	27,27
	Halterung der inneren Ecke	5,94	30,04	31,24	34,05

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle 4.34: HALLENRAHMEN L(B = 20 m, H = 8 m, Riegel und Stützen IPE 500)(Vergleich der Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m] beim Hallenrahmen mit und ohne Halterung der inneren Rahmenecke)

		q_{Ki} [kN/m] be	i den Stabilisie	rungsvarianten	1
Rahmen-		P1	P2	P4	P8
ecke (Typ)	Stabilisierung der inneren Ecke	Zweigelenk- rahmen + Eckpfetten	Zweigelenk- rahmen a=5,0m; H/2	Zweigelenk- rahmen a=2,5m; H/2	Zweigelenk- rahmen a=1,0m; H/2
I	Keine Halterung der inneren Ecke	3,20	3,91	3,97	8,30

	Halterung der inneren Ecke	3,88	17,59	19,83	19,95
П	Keine Halterung der inneren Ecke	3,88	12,85	13,99	14,54
	Halterung der inneren Ecke	3,97	18,52	21,34	23,64
Ш	Keine Halterung der inneren Ecke	4,07	16,67	19,68	20,27
	Halterung der inneren Ecke	5,17	22,16	23,80	24,90
IV	Keine Halterung der inneren Ecke	4,63	17,20	21,73	23,61
	Halterung der inneren Ecke	5,42	23,09	24,14	25,01
V	Keine Halterung der inneren Ecke	4,61	18,53	20,78	21,96
	Halterung der inneren Ecke	5,26	23,27	23,91	24,00

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Die Systemsteifigkeit und damit die kritischen Lasten sind von den konstruktiven und geometrischen Parametern (Abmessungen, Rahmeneckform, Profilquerschnitte, Pfettenabstände) des Rahmentragwerkes abhängig. Folgendes läßt sich feststellen:

- Die Gefahr des Versagens durch lokales Beulen bei weichen Rahmeneckformen nimmt mit abnehmendem Pfettenabstand zu.
- Bei kleineren Spannweiten (z. B.Hallenrahmen A), geringen Pfettenabständen und weichen Rahmeneckformen ist im Gegensatz zu Hallenrahmen mit großen Spannweiten die

Druck-/Schubbeanspruchung und deshalb das Beulen im Eckbereich maßgebend.

- Die stabilisierende Wirkung der Halterung der inneren Ecke wird mit abnehmender Rahmenecksteifigkeit deutlich, auch wenn die Beulgefahr bei solchen Ecken wesentlich ist.

Aus dem Stabilitätsverhalten der untersuchten Hallenrahmen können für die praktische Berechnung folgende Schlußfolgerungen abgeleitet werden: - Eine Halterung der inneren Ecke erhöht die Stabilität des Hallenrahmens. Höhere

Tragfähigkeiten können für die Hallenrahmen bei einer einfachen Rahmeneckform (geringer

Konstruktionsaufwand) durch die Stabilisierung der inneren Ecke mit Stäben erzielt werden,

- z. B. Hallenrahmen L Stabilisierungsvariante P4 (Rahmenecktyp I gehalten und Rahmenecktyp V - nicht gehalten, ähnliche kritische Lasten).
- Weiche Eckformen (I, II, III) sind prinzipiell zu vermeiden, auch wenn lokales Beulen im Eckbereich nicht in jedem Fall auftritt. Damit kann man den Berechnungsaufwand durch Beulnachweise vermeiden, die für die Einschätzung der Beulgefahr erforderlich sind. Bei abnehmenden Pfettenabständen sind steifere Rahmeneckformen für Hallenrahmen besser geeignet (Bild 4.16).
- In Fällen, wo die weichen Eckformen unumgänglich sind, ist das Versagen auf Beulen zu untersuchen.
- Für die Ermittlung und Unterscheidung der beiden Versagensformen, lokales Beulen und globale Instabilität, reichen die herkömmlichen Berechnungmethoden z. B. Ersatzstabverfahren oder der Einsatz von Stabwerksrechenprogrammen nicht mehr aus. Beide Verfahren können lokale Instabilitäten nicht erfassen.

4.3.8 Verformungsverhalten der Hallenrahmen bei unterschiedlichen Rahmenecken

Neben den Berechnungen zur Tragfähigkeit ist auch das Verformungsverhalten des Systems von Interesse. Die Verformungen müssen bekannt sein, um die Gebrauchstauglichkeit des Systems nachweisen zu können. Die Durchbiegung w in der Riegelmitte und die seitliche Verschiebung v an der Ecke sind vom Gesamtsystem, auch von der Rahmeneckform, abhängig. Der Hallenrahmen L (aus Tab. 4.3) wurde mit drei Lastfällen untersucht. Dieser Rahmen hat eine Dachneigung von 0 °, eingespannte Stützenfüße und keine Pfetten oder Wandriegel zur Stabilisierung. Das Profil des Riegels und der Stützen ist IPE 500. Es wurden Verformungen am Tragwerk durch eine vertikale Streckenlast von 3 kN/m auf dem Riegel, eine horizontale Streckenlast von 2 kN/m auf den Stiel und eine Kombination von beiden Lasten untersucht. Die Verformungsfiguren sind in den Bildern 4.18 und 4.19 dargestellt.

Die unterschiedlichen Drehsteifigkeiten der Rahmenecken (Abschnitt 3.3.4 und Tab. 3.8) bewirken unterschiedliche Systemsteifigkeiten. Die Untersuchungen zeigen eine Abhängigkeit zwischen Rahmeneckform und Verformungen am System. In der Tabelle 4.35 sind die Durchbiegungen in Riegelmitte und die seitlichen Verschiebungen der Ecken dargestellt. Beim Lastfall 1 beträgt der Unterschied in den Durchbiegungen in Riegelmitte bei Rahmenecktyp V und VI weniger als 2 % und beim Lastfall 2 ca.1 %. Durch die Vouten wird die Drehsteifigkeit der Rahmenecken erhöht und damit auch die Systemsteifigkeit. Die Durchbiegung in Riegelmitte beim Hallenrahmen L verringert sich um über 30 % bei einer 30° Voute im Vergleich zum Rahmen mit Rahmenecktyp V. Durch die 45°-Voute ergibt sich eine 25%ige Verringerung dieser Durchbiegung. Der Rahmeneckeinfluß ist auch bei der seitlichen Verschiebung v zu erkennen, allerdings nicht so deutlich wie bei den Durchbiegungen. Es ist aber auch festzustellen, daß der Einfluß der Rahmenecke auf das System im Hinblick auf die Verformung nicht so groß ist wie auf die Systemstabilität. Eine Verformungsermittlung bei den anderen Hallen-rahmen mit verschiedenen Spannweiten und Höhen weisen auch auf eine eindeutige Beziehung zwischen Verformung, Rahmeneckform und Hällengeometrie hin.



Bild 4.18: Verformungsfigur bei vertikaler Streckenlast



Bild 4.19: Verformungsfigur bei horizontaler Belastung

Tabelle 4.35: Hallenrahmen L: Verformungen - Durchbiegung in Riegelmitte w [mm] und

	Lastfall 1	Lastfall 2	La	stfall 3	
	Vertikallast (3 kN/m)	Horizontallast (2 kN/m)	Vertikal- und	l Horizontallast	
Rahmenecke	Durchbiegung w	Verschiebung v	W	V	
(Тур)	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
1	19,04	2,65	18,66	2,70	
П	18,93	2,48	18,55	2,52	
	18,91	2,65	18,53	2,71	
IV	18,49	2,61	18,48	2,67	
V	18,72	2,63	18,34	2,68	
VI	18,37	2,61	17,98	2,66	
30° Voute	12,36	2,09	11,95	2,11	
45° Voute	14,03	2,29	13,62	2,33	

horizontale Verschiebung der Ecke v [mm]

5 Vergleiche und Anwendung der Biege- und Wölbeinspanngrade der Rahmenecken

5.1 Vergleich der Biegedrillknicklasten zwischen den Berechnungsverfahren

Die ermittelten Biegedrillknicklasten der Hallenrahmen bei unterschiedlichen Rahmenecktypen mit Finiten-Elementen und dem Ersatzstabverfahren wurden miteinander verglichen. An Bei-spiel vom Hallenrahmen L wird dieser Vergleich dargestellt. Die Tabelle 5.1 stellt einen Aus-schnitt aus der Tabelle 4.7 dar. Einige der kritischen Gleichstreckenlasten vom Hallenrahmen L aus dem Abschn. 4.1.3 werden in der Tabelle 5.2 dargestellt. Für die anderen Hallenrahmen sind die Ergebnisse in Anlage C zu finden.

Tabelle 5.1:Biegedrillknicklasten vom Hallenrahmen L (Auschnitt aus der Tab. 4.7)B = 20 mH = 8 mRiegel und Stützen:IPE 500

FE-Flächen- modell	I	II	III	IV	V	VI
$q_{ m Ki}$	11				 	
[kN/m]						
POo						
(eingespannter	3,18	3,75	3,96	4,58	4,57	5,19
Rahmen ohne	,		,	,	,	
Pfetten)						
$P0_E$						
(eingespannter	3,30	3,91	4,10	4,72	4,71	5,34
Rahmen mit						
Eckpfetten)						

Tabelle 5.2: Kritische Gleichstreckenlasten (Biegedrillknicken) des Riegels vom Hallenrahmen L (Auschnitt aus Abschn. 4.1.3)

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						

$\beta_{z} = 1,0$	4,44	4,20	4,05	3,95	3,89	3,84
$\beta_z = 0,5$	6,68	6,26	6,02	5,85	5,73	5,63

ESV = Ersatzstabverfahren

Es ist festzustellen, daß ähnliche Biegedrillknicklasten für die Hallenrahmen in Abhängigkeit von der Rahmeneckkonstruktion mit den verschiedenen Verfahren ermittelt werden können. Die durch Finite-Elemente ermittelten Werte liegen auch innerhalb des Bereiches, der durch die Grenzwerte der Biege- und Wölbeinspannungen ($\beta_z = \beta_0 = 1,0$ und $\beta_z = \beta_0 = 0,5$) nach dem Erstzstabverfahren angegeben wird.

Wie erwartet, ist nach dem Ersatzstabverfahren der Eigenwert für eine starre Biegeeinspannung und volle Wölbeinspannung ($\beta_0 = \beta_z = 0.5$) höher als der Eigenwert nach dem FE-Flächenmodell für den Rahmenecktyp VI (die als eine Wölbeinspannung angenommen werden kann). Das heißt, diese Rahmenecke (Typ VI) ist genaugenommen keine vollkommene, son-dern auch nur eine elastische Wölbeinspannung.

Bei der Rahmenecke vom Typ I (ohne Aussteifungen) sind die Versagenslasten für einige Hal-lenrahmen, z. B. C und L, mit dem FE-Flächenmodell niedriger als die Biegedrillknicklasten für den Riegel mit dem Ersatzstabverfahren (mit $\beta_0 = 1,0$). Der Grund dafür liegt darin, daß bei diesen Rahmen die Versagenslast für den Eckbereich und nicht die Biegedrillknicklast des Riegels maßgebend ist. Das negative Moment im Eckbereich bringt den Innengurt zum Ausweichen, wie im Bild 4.11 zu sehen ist, schon bei einer Last, die unter der erforderlichen Last für das Versagen des Riegelobergurtes durch das Biegedrillknicken liegt. Dieses Verhalten solcher Rahmen kann nur durch eine Flächenmodellierung (z. B. FE-Flächenmodell) der Rahmen und nicht mit einem Stabmodell beobachtet und dargestellt werden. Während das

Stabmodell die Biegedrillknicklast des Riegels als kritische Last ermittelt, kann durch das Flächenmodell die niedrigere Versagenslast für das Ausweichen des Innengurtes ermittelt werden.

Bei den meisten Hallenrahmen sind die ermittelten Eigenwerte mit dem FE-Flächenmodell bei 30 ° und 45 ° Vouten höher als die kritischen Lasten mit dem FE-Stabmodell für Rahmen mit

 $C_{\omega} = \infty$ für die Rahmenecken (Tab. 4.2), und auch höher als die kritischen Lasten nach dem Ersatzstabverfahren bei $\beta_0 = \beta_z = 0.5$. Das bedeutet, daß auch eine unendlich hohe Wölbsteifigkeit an den Stabenden die Querschnittsvergrößerung und die Erhöhung der Wölb- und Drehsteifigkeiten durch die Voute im Eckbereich nicht vollständig erfassen kann. Die Höhe der Biegedrillknicklast bei Rahmen mit Vouten wird auch von den erhöhten Trägheitsmomenten I_v und I_z maßgeblich beeinflußt.

Die Vouten und ihre Größe beeinflussen die Biegedrillknicklast des Rahmens nicht nur durch die Erhöhung der Rahmenecksteifigkeiten, sondern auch durch eine gewisse Minderung der Knicklänge. Die Riegellänge ist die Grundlage für die Ermittlung der Knicklänge bei der Stabilitätsuntersuchung von Rahmentragwerken. Bei Rahmen mit Vouten aber ist anzunehmen, daß die effektive Stablänge nicht mehr aus der ganzen Riegellänge besteht, sondern aus dem Teil, der zwischen den Vouten liegt. Die Stablänge geht quadratisch in die Ermittlung der kriti-

schen Last ein (Gl. 4.05). Dadurch trägt jede Verminderung der effektiven Riegellänge wesentlich zur Erhöhung der kritischen Last des Rahmenriegels bei (Bild 4.12). Durch die Modellierung des Tragwerks mit Finiten-Flächenelementen können die Vouten besser erfaßt werden, und so liegen die Eigenwerte bei Rahmen mit Vouten aus der Finiten-Flächenelementeberechnung höher als die kritischen Lasten mit dem Ersatzstabverfahren für wölb- und biegeeingespannte Stabelemente.

5.2 Anwendung der Wölbeinspanngrade der Rahmenecken bei der Stabilitätsberechnung von Hallenrahmen

5.2.1 Zuordnung von Kennwerten zu den Rahmenecken bei Hallenrahmen

Aus der Analyse der Rahmentragwerke mittels FE-Modellen und Ersatzstabverfahren kann ein Vergleich zwischen den jeweils ermittelten kritischen Lasten vorgenommen werden. Für den Hallenrahmen L werden die Biegedrillknicklasten aus der Tab. 4.7 - mit horizontaler Stützung des Riegelobergurtes nur in den Ecken - bei verschiedenen Rahmeneckformen mit den kriti-schen Gleichstreckenlasten aus Abschn. 4.1.3 verglichen. In gleicher Weise können die Biegedrillknicklasten aus den beiden Modellen auch bei den anderen Rahmensystemen miteinander vergleichen werden. Damit ist eine Einordnung der Rahmeneckformen lassen sich bezüglich ihrer Wölb- und Biegesteifigkeit möglich. Den Rahmeneckformen lassen sich bestimmte β_0 - und β_z -Werte zuordnen (Tabelle 5.3).

Obwohl diese Zuordnung für die untersuchten Hallenrahmen A bis L und für die ausgewählten Hallengeometrien und Profilquerschnitte IPE 360, IPE 500, HEA 400 und HEA 500 vorgenommen worden ist, kann sie mit ausreichender Genauigkeit auf ähnliche Hallenrahmen mit anderen Profilen übertragen werden. Die Zuordnung der Rahmenecken zu bestimmten β_0 - und β_z -Werte, wie hier dargestellt, bedeutet eine bessere Berücksichtigung der Rahmeneck-konstruktion bei der Ermittlung der Biegedrillknicklasten von Hallenrahmen. Damit wird das Berechnungsverfahren wesentlich genauer. Daraus folgt, daß die in der Baupraxis gängige Betrachtungsweise der Randbedingungen am Stabende als Wölbgelenk oder Wölb-einspannung, drehgelenkig oder biegesteif zu einer ungenauen Ermittlung der kritischen Lasten für Biegedrillknicken des Rahmenriegels führen kann.

Tabelle 5.3a: HALLENRAHMEN A - F: β_0 - und β_z -Werte für Rahmenecktypen

HALLEN-	β	RAHMENECKTYP
---------	---	--------------

RAHMEN	Werte						
		I	II	III	IV	V	VI
A B = 10 m	β_0	1,0	0,9	0,9	0,6	0,6	0,5
Riegel: IPE500		0.0	0.0	0.0	0.7	0.6	0.6
H = 4 m Stützen: IPE500	β_z	0,9	0,9	0,9	0,7	0,6	0,6
B $B = 10 \text{ m}$	β_0	1,0	0,9	0,9	0,6	0,6	0,5
Riegel: IPE500							
H = 6 m Stützen: IPE500	β_z	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6
C B = 12,5 m	β_0	*	0,8	0,8	0,6	0,6	0,6
Riegel: IPE500							
H = 4 m Stützen: IPE500	β_z	*	0,8	0,8	0,7	0,7	0,5
D B = 15 m	β_0	*	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6
Riegel: IPE360							
H = 5 m Stützen: IPE360	β_z	*	1,0	0,9	0,7	0,9	0,6
E $B = 15 m$	β_0	0,9	0,9	0,9	0,7	0,6	0,5
Riegel: IPE500							
H = 5 m Stützen: IPE500	β_z	0,7	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6
F B = 15 m	β_0	0,9	0,9	0,8	0,6	0,6	0,5
Riegel: IPE500							
H = 5 m Stützen:HEA500	β_z	0,7	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5

* Versagenslast niedriger als Biegedrillknicklast des Riegels

Tabelle 5.3b: HALLENRAHMEN G - L : β_0 - und β_z -Werte für Rahmenecktypen

HALLEN-	β	RAHMENECKTYP					
RAHMEN	Werte	1.0. 					
		Ι	II	III	IV	V	VI
G B = 15 m	β_0	*	1,0	1,0	0,7	0,8	0,6
Riegel: HEA400 H = 5 m Stützen: HEA400	βz	*	1,0	1,0	0,8	0,9	0,7

\mathbf{H} B = 15 m	βo	0,9	0,9	0,9	0,6	0,7	0,6
Riegel: IPE500							
H = 10 m	ß,	0,9	0,8	0,8	0,6	0.7	0.5
Stützen: IPE500	P2	,	,	,	,	,	,
I B = 17,5 m	β_0	*	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6
Riegel: IPE500							
H = 4 m	0	*	0.0	0.0	0.8	0.8	0.6
Stützen: IPE500	pz		0,9	0,9	0,8	0,8	0,0
J B = 17,5 m	β_0	*	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6
Riegel: IPE500							
H = 6 m	ß,	*	0.9	0.9	0.7	0.8	0.6
Stützen: IPE500	P2		- 9-	- 9-		-) -	- 9 -
K B = 20 m	β_0	*	0,9	0,9	0,8	0,7	0,6
Riegel: IPE500							
H = 4 m	ß,	*	0,9	0,9	0,8	0,9	0,8
Stützen: IPE500	P2		,	,	,	,	,
L B = 20 m	β_0	*	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6
Riegel: IPE500							
H = 8 m	0	*	1.0	1.0	0.8	0.8	0.7
Stützon: IDE500	βz		1,0	1,0	0,8	0,8	0,7
Stutzen. IPE300	1						1

* Versagenslast niedriger als Biegedrillknicklast des Riegels

Durch die wirklichkeitsnahe Modellierung und Untersuchung der Rahmenecke war es möglich, einige Unsicherheiten der groben Einschätzung der Riegelstabenden nach den gängigen Verfahren darzulegen. Beispiel ist hier die Rahmenecke vom Typ I (ohne Steifen). Oft führt sie zum Systemversagen durch das Ausweichen des Untergurtes im Eckbereich bei einer Last, die niedriger ist als die Biegedrillknicklast. Bei einigen der untersuchten Rahmen ist daher eine Zuordnung von bestimmten β_0 - und β_z -Werten zum Rahmenecktyp I nicht möglich, weil das Tragsystem durch das Ausweichen des Untergurtes im Eckbereich versagt.

Bei Hallenrahmen mit Halterung der inneren Ecke (Abschn. 4.3.7) ist eine Zuordnung von β -Werten zu den verschiedenen Eckformen ebenfalls möglich z. B. vom Hallenrahmen L. Dafür sind die Biegedrillknicklasten aus der Tabelle 4.34 und die kritischen Gleichstreckenlasten aus dem Abschn. 4.13 miteinander verglichen worden. In der Tabelle 5.4 werden die β -Werte für einige Rahmenecktypen im Vergleich zu denen - ohne Halterung der inneren Ecke - aus der Tabelle 5.3b dargestellt. Aufgrund der Halterung der inneren Ecke ist eine erwartungsgemäße Steigerung der Tragwerksstabilität bzw. der kritischen Last zu verzeichnen, die auf eine erhöhte Rahmenecksteifigkeit zurückzuführen ist. Folgendes ist festzustellen:

- Für die Verwölbung und Biegung der innengehaltenen Rahmenecken können, bei der

Tragwerksberechnung nach dem Ersatzstabverfahren, kleinere β -Werte eingesetzt werden.

- Der Einfluß einer zusätzlichen Halterung in der Eckkonstruktion auf die Gesamtstabilität des Systems ist maßgebender bei relativ weichen als bei steiferen Rahmenecken.

Tabelle 5.4: Vergleich der β_0 - und β_z -Werte für Rahmenecktypen mit und ohne Halterung der inneren Ecke - HALLENRAHMEN L

 $(B = 20 \text{ m}, H = 8 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

Rahmen- ecktyp	Stabilisierung der inneren Ecke	β-Werte				
		βo	βz			
T	Keine Halterung der inneren Ecke	*	*			
	Halterung der inneren Ecke	1,0	1,0			
П	Keine Halterung der inneren Ecke	0,9	1,0			

	Halterung		
	der inneren Ecke	0,9	1,0
	Keine Halterung		
m	der inneren Ecke	0,8	1,0
	Halterung		
	der inneren Ecke	0,7	0,7
	Keine Halterung		
IV	der inneren Ecke	0,7	0,8
	Halterung		
	der inneren Ecke	0,6	0,7
	Keine Halterung		
V	der inneren Ecke	0,7	0,8
	Halterung		
	der inneren Ecke	0,7	0,7

* Versagenslast niedriger als Biegedrillknicklst des Riegels

5.2.2 Zuordnung von Kennwerten für Verwölbung und Biegung zu den Rahmenecktypen

Aus den Tabellen 5.3a) und b) kann eine Zuordnung von allgemeinen Kennwerten für Verwölbung und Biegung zu den untersuchten Rahmenecktypen erfolgen (Bild 5.1). Diese β_0 und β_z -Werte sind so bestimmt worden, daß durch ihre Verwendung die Berechnung der kritischen Lasten auf der sicheren Seite liegt.





Rahmenecke mit Voute



Bild 5.1: Rahmenecktypen und Kennwerte für Verwölbung und Biegung

Da die wirklichen Versagenslasten bei Hallenrahmen mit drillweichen Eckbereichen -Rahmen-ecken vom Typ I (ohne Steifen) - auf der Basis üblicher Stabmodelle für die Tragwerksberechnung (z. B. Ersatzstabverfahren, Stabwerksrechenprogramme) nicht immer zu ermitteln sind, kann für diese Eckform keine allgemeingültigen Kennwerte festgelegt werden.

Die Werte $\beta_0 = \beta_z = 0.5$ können die Rahmenecksteifigkeit aufgrund von Vouten nicht vollständig erfassen. Deshalb liegt diese Zuordnung für alle Rahmenecken mit Vouten, unabhängig vom Voutenöffnungswinkel, auf der sicheren Seite.

5.2.3 Zuordnung von β₀-Werten über die Wölbsteifigkeit der Rahmenecken

Aus den Wölbsteifigkeitswerten (C_{ω} - bzw. K-Werten), die auf der Basis von Verzerrungsenergien (siehe Abschnitte 3.2 und 3.3) zu ermitteln sind, soll zu den einzelnen Rahmeneckformen eine näherungsweise Zuordnung von β_0 -Werten vorgenommen werden. Damit kann das Wölbverhalten der Rahmenecken bei der Stabilitätsberechnung von Rahmenriegeln praktisch einfach erfaßt werden.

Tabelle 5.5: Wölbsteifigkeitswerte C_{ω} . [kNm³] der Rahmenecken bestimmter Profilquerschnitte

		C_{ω} . [kNm ³]						
Rahmen-	Eckklasse							
ecke		IPE 360	IPE 500	IPE 600	HEA 220	HEA 400	HEA 800	
(Typ)								
I								

	1	58	70	78	68	100	163
IV	2	116	142	147	139	180	386
v	3	118	148	155	146	213	402
VI	4	234	290	302	287	393	788
νι-x	5	304	377	393	373	503	951

Bei dieser Analyse werden nur Rahmenecken von Hallenrahmen mit gleichen Profilquerschnitten für Riegel und Stützen betrachtet.

Aufgrund der sehr hohen Wölbsteifigkeit durch die Vouten kann für die Eckklasse 5 ein β_0 -Wert von 0,5 angenommen werden. Für die weichen Rahmenecken (EK1) wird ein β_0 -Wert von 1,0 bis 0,9 angenommen (Abschn. 5.2.2).

Zunächst werden C_{ω} -Werte von Rahmenecken mit verschiedenen, vorgegebenen Profilquerschnitten berechnet (Tabelle 5.5). Die weichen Rahmenecktypen I bis III werden als eine Eckklasse (EK 1) betrachtet und mit einem mittleren C_{ω} -Wert belegt. Die sehr steifen Rahmenecken mit Vouten (Typ VII - X) werden ebenfalls als eine Eckklasse (EK 5) betrachtet. Der C_{ω} -Wert von der in der Praxis häufig angewendeten Rahmenecke mit einer 30 ° Voute wird als Grundwert dieser Eckklasse eingesetzt.

Um einen Bezug von der errechneten Steifigkeit der Rahmenecke, die wesentlich vom vorhandenen Profilquerschnitt abhängt, zum absoluten Faktor β_0 zu erhalten, wird ein Anpassungsfaktor R_{EKx} gebildet. Dieser Anpassungsfaktor wird aus den Ausdrücken für die K-Werte entlehnt und beinhaltet die wesentlichen Größen, die die Profile beschreiben. Zunächst wird der Faktor R_P eingeführt.

$$R_{\rm P} = \frac{2A_{\rm Flansch}}{A_{\rm Steg}} \cdot \frac{C_{\rm M}}{A_{\rm G}I_{\rm T}} t \ [m]$$
(5.01)

worin: A_G - Profilquerschnittsfläche [m²], t -Flanschdicke [m],

 I_{T} -Torsionsträgheitsmoment [m⁴], C_{M} -Wölbwiderstand [m⁶]

Für ausgewählte Profile wird R_P in der Tabelle 5.6 dargestellt.

Tabelle 5.6: Faktor R_P

	Profilquerschnitte								
	IPE 360 IPE 500 IPE 600 HEA 220 HEA 400 HEA 800								
$R_{P}[m]$	2,20	2,42	2,44	3,82	4,94	7,08			

In Abhängigkeit von der vorhandenen Wölbsteifigkeit und dem dazugehörigen Profil kann mit Gleichung (5.02) der Anpassungsfaktor R_{EKx} ermittelt werden (Tabelle 5.7).

$$R_{EKx} = \frac{C_{\omega}}{E R_{p}} \ 10^{6} \ [m^{4}]$$
(5.02)

Mit Hilfe vom R_{EKx} kann eine näherungsweise Zuordnung der Rahmenecktypen zu entsprechenden β_0 -Werten (Tabelle 5.7) erfolgen.

Tabelle 5.7: Anpassungsfaktor R_{EKx} [m⁴] und die Zuordnung von $\beta_{0 (EKx)}$

Eck-	Rahmen-		Zuordnung						
klasse	ecke			von B)(FKv)				
	(Typ)							· • • • • • •	(LIXX)
		IPE 360	IPE 500	IPE 600	HEA 220	HEA 400	HEA 800	R_{EKx}	$\beta_{0(EKx)}$
EK1	I - III	0,13	0,14	0,15	0,08	0,10	0,11	<0,2	1,0 - 0,9
EK2	IV	0,25	0,28	0,29	0,20	0,20	0,26		
EK3	V	0,26	0,29	0,30	0,20	0,22	0,27	0,2 - 0,4	0,8 - 0,7
EK4	VI	0,51	0,57	0,59	0,50	0,50	0,53	0,4 - 0,6	0,7 - 0,6
EK 5	VII - X	0,66	0,74	0,77	0,60	0,60	0,64	>0,6	0,5

Ein Vergleich der $\beta_{0 (EKx)}$ - und β_{0} -Werte (aus Abschn. 5.2) ist in Tabelle 5.8 vorgenommen. Durch den Anpassungsfaktor R_{EKx} und die Zuordnung von $\beta_{0(EKx)}$ -Werten kann das Wölbverhalten und damit der Einfluß der verschiedenen Eckklassen auf das Tragverhalten von Hallenrahmen näherungsweise erfaßt werden.

Tabelle 5.8: Vergleich zwischen $\beta_{0 (EKx)}$ - und β_0 - Werten aus Rahmenberechnungen

	Gegenüberstellung der $\beta_{0 (EKx)}$ - und β_{0} -Werte									
		IPE	IPE 360		IPE 500		HEA 400			
		β _{0 (EKx)}	βo	β _{0 (EKx)}	βo	β _{0 (EKx)}	βo			
	Rahmenecke (Typ)		Abschn. 5.2		Abschn. 5.2		Abschn. 5.2			
EK 1		1,0 - 0,9	0,9	1,0 - 0,9	0,9	1,0 - 0,9	0,9			
ЕК 2	IV	0,8 - 0,7	0,6	0,8 - 0,7	0,7	0,8 - 0,7	0,7			
EK 3	v	0,8 - 0,7	0,6	0,8 - 0,7	0,7	0,8 - 0,7	0,8			
EK 4	VI	0,7 - 0,6	0,6	0,7 - 0,6	0,6	0,7 - 0,6	0,6			
ЕК 5	30° VII	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5			

6 Zusammenfassung und Ausblick

Nach der erweiterten Stabtheorie von *Wlassow* führt Torsion bei nicht wölbfreien dünnwandigen Profilen zur Verwölbung der Trägerquerschnitte. Eine Analyse der in der Praxis verwendeten Berechnungsverfahren für Hallenrahmen zeigt, daß die Wölbsteifigkeit und die Verwölbung der Rahmenecken nur grob Berücksichtigung finden. Das Problem wird vereinfacht behandelt, d. h., die Verwölbung an den Stabenden wird freigelassen oder völlig behindert.

Diese Arbeit befaßt sich mit der Ermittlung der Verzweigungslast von Hallenrahmen mit offenen, dünnwandigen Querschnitten unter besonderer Berücksichtigung der konstruktiven Gestaltung der Rahmenecken. Ausgehend von einer Theorie für die Übertragung der Verwölbung und der teilweisen Einspannung für Rahmenecken und basierend auf einer Kombination von Verwölbung und lokaler Formänderung des Querschnittes wurden für zehn verschiedene konstruktive Ausbildungsmöglichkeiten von Rahmenecken Kontinuitätsbedingungen für die Verwölbung und Näherungsformeln zur Ermittlung der elastischen Wölbfedersteifigkeit an den Rahmenecken vorgeschlagen. Die Rahmenecken wurden mit Finiten-Flächenelementen model-liert. Die Schnittgrößen, Spannungen und Weggrößen wurden an ausgewählten Stellen im Eckbereich ermittelt und analysiert. Daraus wurden die Wölb- und Drehsteifigkeiten der Rahmenecken berechnet. Eine relative hohe Übereinstimmung war zwischen den Wölbsteifigkeiten der Rahmenecken, ermittelt aus den Kontinuitätsbedingungen und den Näherungsformeln, und den Wölbsteifigkeiten aus dem FE-Flächenmodell festzustellen. Die Abweichung zwischen den Werten nach den beiden Verfahren liegt unter 10 %.

Der Einfluß der Ausbildung der Rahmenecken und der Auflagerbedingungen auf die Steifigkeit und damit auf die Stabilität dünnwandiger Rahmen wurde anhand der kritischen Biegedrill-knicklasten von Hallenrahmen durch numerische Beispiele veranschaulicht. Mit einem modifi-zierten Ersatzstabverfahren, das den wirklichen Momentenverlauf im Rahmenriegel berück-sichtigt, wurden die kritischen Biegedrillknicklasten von Hallenrahmen mit unterschiedlichen Geometrien untersucht. Dabei wurde über β_z - und β_0 -Faktoren eine wirklichkeitsnähere Erfassung der Steifigkeiten und der Einflüsse aus Torsion und Verwölbung an den Rahmenek-ken berücksichtigt.

Unter Verwendung eines FE-Stabmodells mit Verwölbungsfreiheitsgrad wurden für die gleichen Hallenrahmen die kritischen Lasten ermittelt. Dabei wurden die Wölbsteifigkeitswerte eingesetzt, die für die verschiedenen Rahmenecktypen in dem Kapitel zuvor ermittelt worden sind. Mit einem FE-Flächenmodell wurden komplette Rahmen modelliert. Die in den Rahmen-ecken vorhandenen Aussteifungen konnten dabei relativ genau abgebildet werden. Es wurden Hallenrahmen mit unterschiedlichen Geometrien, Profilgrößen, Dachneigungen und Stabilisie-rungsvarianten betrachtet. Damit konnte der Einfluß der Gestaltung der Rahmenecken auf die kritische Biegedrillknicklast untersucht werden. Im Ergebnis wurden eindeutige Unterschiede im Stabilitätsverhalten der Hallenrahmen in Abhängigkeit von der Rahmeneckkonstruktion deutlich.

Die diskrete Stützung durch Pfetten im Riegelobergurt hat gezeigt, daß der Einfluß der Rahmenecke mit abnehmendem Pfettenabstand zunimmt. Die Stabilisierung durch Pfetten verhindert die Verformungen bei freier Drehachse. Bei geringen Pfettenabständen kann die Stützung als kontinuierlich angesehen werden. Eine Halterung der inneren Ecke erhöht die Stabilität des Hallenrahmens. D. h., höhere Tragfähigkeiten können für die Hallenrahmen bei einer einfachen Rahmeneckform (geringer Konstruktionsaufwand) durch die Stabilisierung der inneren Ecke mit Stäben erzielt werden. Es ist aber zu beachten, daß bei diesen einfachen Eckkonstruktionen die Gefahr des Versagens durch lokales Beulen im Stegbereich der Ecke zunimmt.

Ein Zusammenhang zwischen der Rahmeneckkonstruktion und den Verformungen im Tragsystem wurde festgestellt und nachgewiesen. Durch die Randbedingungen konnte die Biegesteifigkeit des Systems variiert werden. Das führte zu Unterschieden in den Durchbiegungen in Riegelmitte und in den seitlichen Verschiebungen der Rahmen bei den verschiedenen Rahmen-ecken.

Nach der DIN 18800 Teil 2 darf das Biegedrillknicken an dem aus dem Tragwerk herausgeschnittenen Einzelstab unter der Einwirkung der Stabschnittgrößen betrachtet werden. Es wird aber gefordert, die realen Randbedingungen der Einzelstäbe zu beachten, was an der Rahmenecke nicht immer einfach ist. Auch der EC 3 liefert keine Hilfestellung zur Frage der Randbedingungen. Durch den Vergleich der ermittelten kritischen Lasten nach dem Ersatzstab-verfahren und nach den Finite-Element-Modellen war eine Zuordnung von β_0 - und β_z -Werten zu den untersuchten Rahmenecken möglich. Dadurch können mit den Ergebnissen dieser

Arbeit Biegedrillknicklasten von Hallenrahmen mit dem Ersatzstabverfahren mit einer genaueren Berücksichtigung der Auflagerbedingungen im Rahmeneckbereich gerechnet werden. Diese kritischen Lasten sind wirklichkeitsnäher als die Ergebnisse bei einer Extremalwertbehandlung der Randbedingungen.

Die Vouten im Eckbereich erhöhen nicht nur die Wölbsteifigkeit an den Stabenden, sondern auch die Biegesteifigkeit. Die beiden Einflüsse sind nicht auf einfache Weise in die Ermittlung der Biegedrillknicklasten von Rahmenriegel einzubeziehen. Die allmähliche Querschnittsver-größerung am Stabende macht es schwierig festzustellen, wie groß der Einfluß sowohl der Wölbsteifigkeit als auch der Biegesteifigkeit auf die kritische Last ist. Dies und auch die Rahmenecke ohne Steifen (Typ I) rechnerisch zu erfassen, ist eine Aufgabe für weitere Untersuchungen.

Diese Arbeit hat sich nur auf Rahmen aus I-Profilen, d. h. parallelgurtige Profile, beschränkt. Der Steifigkeitsbeitrag von Rahmenecken und ihr Einfluß auf das Stabilitätsverhalten bei Rahmen aus voutenförmigen Profilen wurden nicht untersucht. Aus wirtschaftlichen Gründen versucht man in der Praxis, die Stahlprofile an den Biegemomentenverlauf anzupassen. Das führt oft zu konischen Profilen. Die Gestaltung der Rahmenecken bei solchen Profilen und die Übertragung der Verwölbung müssen noch untersucht werden.

Eine noch genauere Modellierung der Rahmenecken unter Berücksichtigung der Verbindungsmittel wie Schrauben, Stirnplatten oder Schweißnähte ist mit dem FEM-Modell nur mit erheblichen Aufwand möglich. Dafür sind Untersuchungen in Versuchslabors mit Rahmenmodellen oder Großversuche, wo Versuchshallen in Originalgröße aufgebaut und mit umfangreichen Meßgeräten ausgestattet werden, besser geeignet. Die Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens sowie die Beulgefahr von den Tragwerken in Abhängigkeit von der Gestaltung der Rahmenecke ist ein Gebiet, das noch nicht ausreichend untersucht worden ist.
Durch die Möglichkeit einer stärkeren Nutzung von FEM-Analysen werden in den nächsten Jahren für die Praxis neue Wege einer effektiven Auslegung von Rahmentragwerken eröffnet. Trotzdem bleibt die Notwendigkeit, die kritische Fragestellung so aufzuarbeiten, daß zuverlässige Ergebnisse erhalten werden.

7 Bezeichnungen, Formelzeichen

Koordinatensystem

Х	Stablängsachse
y, z	Querschnittshauptachsen
y_M , z_M	Koordinaten des Schubmittelpunktes

Verformungen

u, v, w	Verschiebungen in Hauptachsenrichtungen x, y, z
θ	Verdrehung
θ	Verdrillung (= $d\vartheta_x / dx$)
ω _M	Einheitsverwölbung (bezogen auf den Schubmittelpunkt)
3	Dehnung
γ	Schubverzerrung
ν	Querdehnzahl
ψ_1, ψ_2	Deformationsparameter
ϑ_1, ϑ_2	Verwölbungsparameter
k ₉	Schwächungsparameter der Verwölbung
k_{ψ}	Schwächungsparameter der Deformation

Querschnittswerte

- h Querschnittshöhe
- b Flanschbreite
- t_f Flanschdicke
- t_w Stegdicke
- $t_{f\,v} \qquad \quad Voutenflanschdicke$
- $t_{w\,v}$ Voutenstegdicke

ø	Voutenöffnungswinkel
$H_{(v\phi)}$	Voutenhöhe
$A_{(v\phi)}$	Voutenfläche
\mathbf{S}_{y}	statisches Flächenmoment um die y-Achse
Sz	statisches Flächenmoment um die z-Achse

A_w	statisches Flächenmoment der Wölbordinate (Wölbflächenmomen								
1.Grades)									
$M_{\omega} = M_{w} = B$	Wölbmoment (Bimoment)								
Iz	Trägheitsmoment um die z-Achse								
I_y	Trägheitsmoment um die y-Achse								
$I_{\rm f}$	Trägheitsmoment eines Gurtes								
$I_{\omega} = C_M$	Wölbwiderstand								
I _T	St. Venantsches Torsionsträgheitsmoment								
$I_{T(v \ \varphi \ / \ R)}$	Gesamttorsionswiderstand am Voutenende (Schnitt B-B)								
W	Widerstandsmoment								
А	Querschnittsfläche								
i_y , i_z	Trägheitsradius								
Zp	Abstand des Lastangriffs								
ξ, ξ0	Beiwert des Momentenverlaufes								
c	Drehradius des Querschnittes								
Ψ	Momentenverhältnis								
β_0	Kennwert für die Verwölbung								
β_z	Kennwert für die Biegung								

Spannungen

σ_x , σ_y , σ_z	Normalspannungen in Richtung der x-, y-, z-Achse
τ , τ_{xy} , τ_{xz}	Schubspannungen
σ_{ω}	Wölbnormalspannung
$ au_{\omega}$	Wölbschubspannung
Е	Elastizitätsmodul
G	Gleitmodul
C_{ω}	Wölbfedersteifigkeit
C ₉	Drehfedersteifigkeit
$W_{\boldsymbol{\theta}}$	Verzerrungsenergie pro Längeneinheit

W_{ψ}	Verzerrungsenergie der Querschnittsdeformation
E_{θ}	Energie der Verwölbung
E_{ψ}	Energie der Querschnittsdeformation
\mathbf{D}_{w}	Biegesteifigkeit des Steges

Schnittgrößen, Belastungen

Knicklast
Querkräfte
kritische Gleichstreckenlast
Gleichstreckenlast in z-Richtung
Biegemomente
ideales Biegedrillknickmoment
Bezugswert des Momentes
inneres Torsionsmoment (Schnittgröße)
äußeres Torsionsmoment
Schubfluß

Allgemeines

L	Stablänge
В	Hallenbreite
H, h	Hallenhöhe
1	Riegellänge

8 Literaturverzeichnis

- [1] Akay, H. U., Johnson. P., Mill, K. M.
 Lateral and Local Buckling of Beams and Frames
 Proc. ASCE. J. Str. Div. 103 (1978), S. 1821 1832
- [2] Altenbach, J., Kissing, W., Altenbach. H.
 Dünnwandige Stab- und Stabschalentragwerke
 Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1994.
- [3] ANSYS 53 (FEM-Programm)Swanson Analysis Systems Inc.,Houston, PA, USA 1996
- [4] Bock, H. M., Brocks, W., Läer, R., Marotzke, Ch.
 Ein Verfahren zur Berechnung des nichtlinearen Tragverhaltens von stählernen Rahmentragwerken mit finiten Elementen.
 Der Stahlbau 58 (1989), S. 365 - 370
- [5] Brandes, K.

Zum nichtlinearen Verhalten von Stahl-Rahmenkonstruktionen mit nachgiebigen Anschlüssen. Der Stahlbau 5 (1986), S. 146 - 147

- [6] Burkhardt, G.Beitrag zur elastisch-plastischen Untersuchung biegesteifer ebener Stabtragwerke.Habilitation, TU Dresden 1977
- [7] Chen, W. F., Kishi, N.

Semirigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling Proc. ASCE. J. Str. Eng. 115 (Jan. 1989), S. 105 - 119

- [8] Chen, W. F., Lui, E. M.Stability Design of Steel FramesCRC Press, Boca Raton 1991
- [9] Cunningham, R.
 Some Aspects of Semi-rigid Connections in Structural Steelwork The Structural Engineer / Vol. 63A/No. 12 (March 1990), S. 85 - 92
- [10] Cywinski, Z.

Bimoment Distribution Method for Thin-Walled Beams Der Stahlbau 4 (S. 106 - 113) und 5 (S. 152 - 157) 1978

- [11] Dabrowski, R.
 Zum Problem der gleichzeitigen Biegung und Torsion dünnwandiger Balken.
 Der Stahlbau 4 (1960), S. 104 111
- [12] Daddazio, R. P., Bieniek, M. P., DiMaggio, F. L.
 Yield Surface for Thin Bars with Warping Restraint
 Proc. ASCE. J. Eng. Mech. 109 (1982), S. 450 465
- [13] Davies, J. M.Inplane Stability in Portal FramesThe Structural Engineer Vol. 68/No. 8 (April 1990), S. 141 147
- [14] Davies, J. M.The Stability of Multibay Portal FramesThe Structural Engineer Vol. 69/No. 12 (June 1991), S. 223 229
- [15] Davies, J. M., Engel, P., Lui T. T. C., Morris, L. J.,
 Realistic Modelling of Steel Portal Behaviour
 The Structural Engineer Vol. 68/No. 1 (Jan. 1990), S. 1 6

[16] Diener, R.

Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion in räumlichen Stabtragwerken bei Anwendung der Deformationsmethode.

In IFL-Mitteilungen 12, 1973, S. 95 - 100

[17] Diephaus, K. J.

Zum Einfluß von Stabstössen und Anschlüssen mit nichtlinearer Rotationscharakteristik auf die Versagens- und Einspiellast perfekter und imperfekter, ebener Rahmensysteme. Diss. Universität Hannover 1989

[18] Disque, R.

Directional Moment Connections - a proposed design method for unbraced steel frames Engineering Journal, AISC, First Quarter 1975, S. 14 - 18

[19] Duy, W.

Näherungslösung für das Biegetorsionsproblem von gabelgelagerten Trägern mit beliebig offenen Querschnitt. Bauingenieur 64 (1989), S. 73 - 82

- [20] Ermopoulos, J., Vayas, I.Zum Nachweis von Rahmentragwerken mit verformbaren Knoten Der Stahlbau 60 (1991), S. 326 - 332
- [21] Ettouney, M. M., Kirby, J. B.Warping Restraint in Three-Dimensional FramesProc. ASCE. J. Str. Div. 107 (1981), S. 1481 1493
- [22] Evick, D., Heins, C. P.Torsion of Nonprismatic Beams of Open SectionProc. ASCE. J. Str. Div. 98 (1972), S. 2769 2784

Stability of Structures (Developments in Civil Engineering, 43) Elsevier, Amsterdam 1994

[24] FEMAS 90

Finite Element Moduln Allgemeiner Strukturen Institut für Statik und Dynamik; Ruhr-Universität Bochum 1991

[25] Friemann, H.

Der Computereinsatz in der Lehre am Beispiel des Biegedrillknickens (Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik, TH Darmstadt)

[26] Friemann, H.Schub und Torsion in geraden StäbenWerner-Verlag, Düsseldorf 1993

- [27] Friemann, H., Schäfer, P.
 Traglastversuche an einem Rahmenmodell
 (Beitrag zum Biegedrillknicken von Rahmenecken)
 Schriftreihe Wissenschaft und Technik 51
 TH Darmstadt 1990
- [28] Friemann, H., Lichtenthäler, K., Schäfer, P.
 Biegedrillknicken und Traglasten von ebenen Stabtragwerken mit I-förmigen Querschnitten.
 Der Stahlbau 57 (1988), S. 229 - 236
- [29] Friedrich & Lochner (Gemeinschaft Beratender Ingenieure)
 BT II Biegetorsionstheorie II. Ordnung
 (Biegedrillknicken)
 Stuttgart 1993
- [30] Freund, H.

Torsionsschwingungen ebener Rahmen mit Berücksichtigung der Wölbbehinderung.

Diss. TH Darmstadt 1984

[31] Gründer, J.

Verformungs- und Spannungsberechnung an Stabtragwerken aus dünnwandigen, offenen

Profilen unter Berücksichtigung des elastischen Knotenverhaltens. Diss. TU Dresden 1988

[32] Gründer, J., Witt, D.

Berechnung von Stabtragwerken aus dünnwandigen, offenen Profilen unter Berücksichtigung des elastischen Knotenverhaltens. In: Technische Mechanik 9 (1988) Heft 3, S. 196 - 201

- [33] Hancock, G. J., Bradford, M. A., Trahair, N. S.Web Distortion and Flexural-Torsional BucklingProc. ASCE. J. Str. Div. 106 (1980), S. 1557 1571
- [34] Hartmann, A. J.Experimental Study of Flexural-Torsional Buckling Proc. ASCE. J. Str. Div. 96 (1970), S. 1481 - 1493
- [35] Hartmann, A. J., Munse, W. H.
 Flexural-Torsional Buckling of Planar Frames
 Proc. ASCE. J. Eng. Mech. Div. 92 (1966), S. 37 59
- [36] Hassanein, S. A.
 Tragfähigkeit von räumlich belasteten ebenen Rechteckrahmen unter Berücksichtigung der Wölbfedersteifigkeit der Rahmenecken.
 Diss.Universität Karlsruhe 1984

[37] Heil, W.

Stabilisierung von biegedrillknickgefährdeten Trägern durch Trapezblechscheiben.

Der Stahlbau 63 (1994), S. 169 - 178

[38] Hildebrand, P.

Ein Beitrag zum Biegetorsionsproblem dünnwandiger Balken mit beliebigem offenem Querschnitt nach Theorie II. Ordnung. Der Stahlbau 6 (1972), S. 171 - 181

- [39] Hjelmstad, K. D.Warping Effects in Transverse Bending of Thin-walled Beams Proc. ASCE. J. Eng. Mech. 113 (1987), S. 907 - 924
- [40] Ho, W. M. G., Chan, S. L.
 Semibifurcation and Bifurcation Analysis of Flexibly Connected Steel Frames Proc. ASCE. J. Str. Div. 117 (1992), S. 2299 - 2319
- [41] Hollinger, B. A., Mangelsdorf, M.Inelastic Lateral Torsional Buckling of BeamsProc. ASCE. J. Str. Div. 107 (1981), S. 1551 1567
- [42] Hotz, R.

Traglastversuche für Stützen-Riegel-Verbindungen mit verbesserter Wirtschaftlichkeit Der Stahlbau 11 (1983), S. 329 - 334

- [43] Jennings, A.Frame Analysis including Change of Geometry Proc. ASCE. J. Str. Div. 94 (1968), S. 627 - 645
- [44] Jones, S. W., Nethercot, D. A., Kirby, P. A.Influence of Connection Stiffness on Column StrengthThe Structural Engineer Vol. 65A/No. 11 (Nov. 1987), S. 399 405
- [45] Kindmann, R.

Tragsicherheitsnachweise für biegedrillknickgefährdete Stäbe und Durchlaufträger Der Stahlbau 1 (1993), S. 17 - 26

- [46] Krätzig, W. B., Wittek, U.Tragwerke 1 und 2Springer-Verlag, Berlin 1990
- [47] Krayterman, B. L., Krayterman, A. B.
 Generalized Nonuniform Torsion of Beams and Frames Proc. ASCE. J. Str. Div. 113 (1987), S. 1772 - 1787
- [48] Krenk, S., Damkilde, L.
 Warping of Joints in I-Beam Assemblages
 Proc. ASCE. Journal of Engineering Mechanics 117(1991), S. 2457 2474
- [49] Kretzschmar, R.

Beitrag zur rationellen Lösung des Biegetorsionsproblems von beliebig belasteten und vorverformten Einfeldträgern mit Gabellagerung und beliebig offenem dünnwandigem Querschnitt.

Diss. TH Leipzig 1983

[50] Laabs, J.

Beitrag zur Spannungsberechnung in biegesteifen geschweißten Anschlüssen mit

Vouten

und I-Stützen Diss. HAB-Weimar-Universität 1981

[51] Lehmkuhl, H.

Analyse der Berechnungsmethoden von dünnwandigen, kaltgeformten Bauteilen Diplomarbeit, Professur Stahlbau, Bauhaus-Universität Weimar 1996

[52] Li, T. Q., Choo, B. S., Nethercot, D. A.Connection Element Method for the Analysis of Semi-rigid Frames Journal of Constructional Steel Research 32 (1995), S. 143 - 171

- [53] Lindner, J., Schmidt, J. S.
 Biegedrillknicken von I-Trägern unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Lasteinleitung.
 Der Stahlbau 9 (1982), S. 257 - 263
- [54] Lindner, J.Stabilisierung von Trägern durch TrapezblecheDer Stahlbau 1 (1987), S. 9 15
- [55] Lindner, J.

Stabilisierung von Biegeträgern durch Drehbettung - eine Klarstellung Der Stahlbau 12 (1987), S. 365 - 373

[56] Lindner, J.

Change of Lateral Torsional Buckling of Beam Columns By Constructional Detailing -International Colloquium European Session Stability of Steel Structures (Budapest, Hungary, Sept. 21-23, 1995)

[57] Link, M.

Finite Elemente in der Statik und Dynamik B.G. Teubner Stuttgart 1991

[58] Masarira, A.

Stabilität von Hallenrahmen (9. DASt-Forschungskolloquium) HAB-Weimar-Universität 29/30 Sept. 1995

[59] Mcguire, W.

The Simple Design - Wind Connection Method Proceedings, 2nd Conference on Steel Developments, AISC. Melbourne, 1977, S. 1 - 9

- [60] Medwadowski, S. J.Warping Moment DistributionProc. ASCE. J. Str. Div. 111 (1985), S. 453 466
- [61] Meek, J. L., Swannell, P.
 Stiffness Matrices for Beam Members including Warping Torsion Effects.
 Proc. ASCE. J. Eng. Mech. Div. 102 (1976), S. 193 - 197
- [62] Melchers, R. E., Maas, G.Column Base Restraint Effect for a Steel Portal Frame The Structural Engineer Vol. 72/No. 4 (Feb. 1994), S. 61 - 67
- [63] Moore, D. B., Nethercot, D. A., Kirby, P. A.
 Steel Frames Testing Steel Frames at Full Scale
 The Structural Engineer Vol. 71/No. 23 & 24 (Dec. 1993), S. 418 435
- [64] Morell, P. J. B.

The Influence of Joint Detail on the Torsional Behaviour of Thin-Walled Structures Having an Axial Discontinuity

(In: THIN-WALLED STRUCTURES, Recent Technical Advances and Trends in Design

Research and Construction: International Conference, University of Strathclyde, Glasgow, 3 -6 April 1979)

[65] Nethercot, D. A.

Joint Action and the Design of Steel Frames The Structural Engineer / Vol. 63A / No.12 (Dec. 1985), S. 371 - 379

 [66] Nukulchai-Kanok, W., Sivakumar, M.
 Degenerate Elements for Combined Flexural and Torsional Analysis of Thin-walled Structures
 Proc. ASCE. J. Str. Eng. 114 (1988), S. 657 - 674 [67] Oehlschlaeger, H.

Berechnung verwindungsweicher Nutzfahrzeugrahmen auf Torsion unter Berücksichtigung der Knotenausbildung. Diss. TU Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig 1981

- [68] Osterrieder, P.
 Traglastberechnung von räumlichen Stabtragwerken bei großen Verformungen mit finiten Elementen.
 Diss. Universität Stuttgart 1983
- [69] Osterrieder,P.
 BTPL Nichtlineare Berechnung von ebenen Rahmen nach Biegetorsionstheorie (Stabwerksprogramm Version 2/1991)
- [70] Petersen, C.StahlbauVieweg-Verlag Braunschweig 1993
- [71] Petersen, C.Statik und Stabilität der BaukonstruktionenVieweg-Verlag Braunschweig 1992
- [72] Powell, G., Klingner, R.Elastic Lateral Buckling of Steel BeamsProc. ASCE. J. Str. Div. 96 (1970), S. 1919 1932

- [73] Reilly, R. J.
 Stiffness Analysis of Grids including Warping
 Pro. ASCE. J. Str. Div. 98 (1972), S. 1511 1523
- [74] Robertson, A. P.

A Study of Base Fixity Efects on Portal Frame Behaviour The Structural Engineer Vol. 69/No. 2 (Jan. 1991), S. 17 - 24

- [75] Roik, K.Vorlesungen über StahlbauErnst & Sohn Berlin 1983
- [76] Roik, K., Carl, L., Lindner, J.Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger StäbeWilhelm Ernst & Sohn Berlin 1972
- [77] Saal, H.
 Biegedrillknicken von Hallenrahmen
 (Wissenschaft und Praxis: Veröffentlichung der Fachhochschule Biberach)
 Band 62, 13. Stahlbauseminar 1991
- [78] Schwarz, H. R.Methode der Finiten ElementeB. G. Teubner Stuttgart 1991
- [79] Schweda, E.BaustatikWerner-Verlag Düsseldorf 1987
- [80] Sourochnikoff, B.
 Wind Stresses in Semi-rigid Connections of Steelframework Transactions ASCE, 115, 1950, S. 382 - 402
- [81] Stoverink, H.

Beitrag zur Ermittlung der Gesamtstabilität von Hallenrahmen unter Berücksichtigung von Vouten und Steifen. Diss. RWTH Aachen 1985

[82] Trahair, N. S.

Flexural-Torsional Buckling of Structures E & FN SPON London 1993

[83] Tschemmernegg, F.

Rahmentragwerke in Stahl unter besonderer Berücksichtigung der steifenlosen Bauweise

-Österreichischer Stahlbauverband -Schweizerische Zentralstelle für Stahlbau 1987

- [84] Vacharajittiphan, P., Trahair, N. S.Elastic Lateral Buckling of Portal FramesProc. ASCE. J. Str. Div. 99 (1973), S. 821 835
- [85] Vacharajittiphan, P., Trahair, N. S.
 Warping and Distortion at I-Section Joints
 Proc. ASCE. J. Str. Div. 100 (1974), S. 547 564
- [86] Witt, D.

Berechnung von Rahmen aus dünnwandigen Profilen (Studientexte Stabtragwerke 3) TU Dresden 1977

[87] Wunderlich, W., Rapp, H., Schnabel, F., Schroedter, V.
STANAS und MASTA: Programmbausteine für den Stabilitätsnachweis räumlich belasteter Stäbe
-Theorie II. Ordnung und Verzweigungsprobleme
Benutzerhandbuch und Beispiele
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum Feb.1982

- [88] Wlassow, W. S.Dünnwandige elastische Stäbe Bd 1&2VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1964
- [89] Yang Yeong-Bin, McGuire William
 Joint Rotation and Geometric Nonlinear Analysis
 Proc. ASCE. J. Str. Eng. 112 (April 1986), S. 879 905
- [90] Yang, Y, B., McGuire, W.
 Stiffness Matrix for Geometric Nonlinear Analysis
 Proc. ASCE. J. Str. Eng. 112 (April 1986), S. 853 877

Anlage A

Wölbnornalspannungsverteilung in den Schnitten im Rahmeneckbereich nach den Bildern 3. 9 und 3. 10 für Typen I, II, III, VI, VII, IX und X



Typ I-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4, 5



Typ II-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4, 5



Typ III-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4, 5



Typ VI-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 4,5



Typ VII-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 6, 9



Typ IX-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 6, 9



Typ X-Wölbnormalspannungsverteilung in den Schnitten 3, 6, 9

Anlage B

- Ermittlung der kritischen Gleichstreckenlasten f
 ür das Biegedrillknicken der Hallenrahmen A bis K (aus Tab. 4.1) mit dem Ersatzstabverfahren unter Ber
 üksichtigung der Randbedingungen durch β₀- und β₂-Werte.
- 2. Bigedrillknicklasten bei unterschiedlichen Rahmenecktypen für Hallenrahmen A bis O (aus Tab. 4.3) mit dem Finite-Flächenelementmodell.

3. Tabelle zu den Differenzen der kritischen Lasten [%] bei verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten für Hallenrahmen A, E, G und I

1) Hallenrahmen A

	l = 10 m		h = 4 m
Eckmomente:		$M_A = N$	$M_{\rm B} = -6,94 . q_{\rm z}$
Moment aus Gleichstrec	kenlast:	$M_0 =$	$q_z . l^2 / 8 = 12,50 . q_z$
Momentenverhältnis:		ψ=-	6,94/12,50 = - 0,56
Durch lineare Interpolati	on (aus Bi	ld 4.1)	$\xi_0 = 2,89$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot l\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	1774,16	1232,06	905,18	693,03	547,58	443,54

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,396	0,325	0,282	0,254	0,235	0,221
$\beta_z = 0,9$	0,321	0,263	0,228	0,206	0,190	0,179
$\beta_z = 0,8$	0,254	0,208	0,180	0,163	0,150	0,142
$\beta_z = 0,7$	0,194	0,159	0,138	0,124	0,115	0,108
$\beta_z = 0,6$	0,143	0,117	0,101	0,091	0,085	0,080
$\beta_z = 0,5$	0,100	0,081	0,070	0,064	0,059	0,055

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	514,07	445,90	401,70	371,52	350,33	334,31
$\beta_z = 0,9$	545,54	470,81	422,67	391,03	367,25	350,51
$\beta_z = 0.8$	580,50	498,59	445,56	411,98	385,53	368,88
$\beta_z = 0,7$	617,02	527,57	470,79	431,45	405,46	384,84
$\beta_z = 0,6$	659,53	559,81	495,24	453,47	427,84	406,14
$\beta_z = 0,5$	707,21	591,12	520,88	481,51	448,10	420,95

•Kritische Gleichstreckenlast:

$$q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / 1^2$$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	41,13	35,67	32,14	29,72	28,03	26,75
$\beta_z = 0,9$	43,64	37,66	33,81	31,28	29,38	28,04
$\beta_z = 0,8$	46,44	39,89	35,64	32,96	30,84	29,51
$\beta_z = 0,7$	49,36	42,21	37,66	34,52	32,44	30,79
$\beta_z = 0,6$	52,76	44,78	39,62	36,26	34,23	32,49
$\beta_z = 0,5$	56,58	47,29	41,67	38,52	35,85	33,68

B3

2) Hallenrahmen B

 $\label{eq:main_state} \begin{array}{ll} l=10 \mbox{ m} & h=6 \mbox{ m} \\ \mbox{Eckmomente:} & M_A=M_B=-6,42 \ . \ q_z \\ \mbox{Moment aus Gleichstreckenlast:} & M_0=q_z \ . \ l^2 \ / \ 8=12,50 \ . \ q_z \\ \mbox{Momentenverhältnis:} & \psi=-6,42/12,50=-0,51 \\ \mbox{Durch lineare Interpolation (aus Bild 4.1)} & \xi_0=2,53 \end{array}$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot l\right)^2}$$

β _z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	1774,16	1232,06	905,18	693,03	547,58	443,54

•Drehradius:

$c^{2} [m^{2}]$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,396	0,325	0,282	0,254	0,235	0,221
$\beta_z = 0,9$	0,321	0,263	0,228	0,206	0,190	0,179
$\beta_z = 0.8$	0,254	0,208	0,180	0,163	0,150	0,142
$\beta_z = 0,7$	0,194	0,159	0,138	0,124	0,115	0,108
$\beta_z = 0,6$	0,143	0,117	0,101	0,091	0,085	0,080
$\beta_z = 0,5$	0,100	0,081	0,070	0,064	0,059	0,055

B4

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	475,22	414,14	374,42	347,22	328,07	313,58
$\beta_z = 0,9$	506,84	439,61	396,14	367,47	345,88	330,65
$\beta_z = 0.8$	542,53	468,44	420,25	389,64	365,46	350,22
$\beta_z = 0,7$	580,79	499,30	447,33	411,18	387,23	368,19
$\beta_z = 0,6$	626,03	534,38	474,70	435,94	412,09	391,84
$\beta_z = 0,5$	678,06	570,12	504,41	467,44	435,96	410,35

•Kritische Gleichstreckenlast:

$q_{Ki} =$	$M_{Ki,0}$.8	$/1^{2}$	2
------------	------------	----	----------	---

q _{кі} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	38,02	33,13	29,95	27,78	26,25	25,09
$\beta_z = 0,9$	40,55	35,17	31,69	29,40	27,67	26,45
$\beta_z = 0.8$	43,40	37,48	33,62	31,17	29,24	28,02
$\beta_z = 0,7$	46,46	39,94	35,79	32,89	30,99	29,46
$\beta_z = 0,6$	50,08	42,75	37,98	34,88	32,97	31,35
$\beta_z = 0,5$	54,24	45,61	40,35	37,40	34,88	32,83

B5

3) Hallenrahmen C

l = 12	2,5 m $h = 4 m$
Eckmomente:	$M_{\rm A} = M_{\rm B} = -11,22$. q_z
Momente aus Gleichstreckenlast	:: $M_0 = q_z . l^2 / 8 = 19,53 . q_z$
Momentenverhältnis:	$\psi = -11,22/19,53 = -0,57$
Durch lineare Interpolation (aus	Bild 4.1) $\xi_0 = 2,96$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{(\beta_z \cdot 1)^2}$$

β _z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	1135,46	788,52	579,32	443,54	350,45	283,87

•Drehradius:

$c^{2}[m^{2}]$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,488	0,416	0,373	0,345	0,326	0,313
$\beta_z = 0,9$	0,395	0,337	0,302	0,280	0,264	0,253
$\beta_z = 0.8$	0,312	0,267	0,239	0,221	0,209	0,200
$\beta_z = 0,7$	0,239	0,204	0,183	0,169	0,160	0,153
$\beta_z = 0,6$	0,176	0,150	0,134	0,124	0,117	0,113
$\beta_z = 0,5$	0,122	0,104	0,093	0,086	0,082	0,078

B6

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	386,78	345,67	319,70	302,15	289,91	281,37
$\beta_z = 0,9$	411,26	366,69	338,32	319,83	306,03	296,37
$\beta_z = 0.8$	438,60	390,63	359,23	338,34	324,08	313,19
$\beta_z = 0,7$	469,20	415,41	381,59	358,31	343,01	330,92
$\beta_z = 0.6$	503,65	443,30	404,52	379,58	361,77	351,46
$\beta_z = 0,5$	539,31	472,15	429,56	401,79	385,67	369,37

•Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$

q _{кі} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	19,80	17,70	16,37	15,47	14,84	14,41
$\beta_z = 0,9$	21,06	18,77	17,32	16,38	15,67	15,17
$\beta_z = 0.8$	22,46	20,00	18,39	17,32	16,59	16,04
$\beta_z = 0,7$	24,02	21,27	19,54	18,35	17,56	16,94

$\beta_z = 0,6$	25,79	22,70	20,71	19,43	18,52	17,99
$\beta_z = 0,5$	27,61	24,17	21,99	20,57	19,75	18,91

B7

4) Hallenrahmen D

	l = 15 m		h = 5 m
Eckmomente:		$M_A =$	$M_{\rm B}$ = - 16,08 . q_z
Momente aus Gleichstrecke	enlast:	M_0 =	$= q_z l^2 / 8 = 28,13 . q_z$
Momentenverhältnis:		ψ=-	30,30/50 = - 0,57
Durch lineare Interpolation	(aus Bild 4	.1)	$\zeta_0 = 2,96$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot 1\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	383,20	266,11	195,51	149,69	118,27	95,80

•Drehradius:

$c^{2}[m^{2}]$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,435	0,398	0,376	0,362	0,352	0,345
$\beta_z = 0,9$	0,353	0,323	0,305	0,293	0,285	0,279
$\beta_z = 0.8$	0,279	0,255	0,241	0,232	0,225	0,221

$\beta_z = 0,7$	0,213	0,195	0,184	0,177	0,172	0,169
$\beta_z = 0,6$	0,157	0,143	0,135	0,130	0,127	0,124
$\beta_z = 0,5$	0,109	0,100	0,094	0,090	0,088	0,086

B8

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	135,56	127,85	123,11	120,03	117,80	116,22
$\beta_z = 0,9$	145,71	137,24	131,99	128,42	126,00	124,17
$\beta_z = 0.8$	157,16	147,66	141,95	138,20	135,25	133,54
$\beta_z = 0,7$	169,91	159,50	152,95	148,70	145,62	140,65
$\beta_z = 0,6$	185,35	172,92	165,60	160,95	158,13	155,28
$\beta_z = 0,5$	202,53	189,40	180,42	174,33	171,25	168,15

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

•Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	4,82	4,55	4,38	4,27	4,19	4,13
$\beta_z = 0,9$	5,18	4,88	4,69	4,57	4,48	4,41
$\beta_z = 0.8$	5,59	5,25	5,05	4,91	4,81	4,75
$\beta_z = 0,7$	6,04	5,67	5,44	5,29	5,18	5,00
$\beta_z = 0,6$	6,59	6,15	5,89	5,72	5,62	5,52
$\beta_z = 0.5$	7,20	6,73	6,41	6,20	6,09	5,98

5) Hallenrahmen E

	1 = 15 m		h = 5 m
Eckmomente:		$M_{\rm A} = M_{\rm B} = -$	16,07 . q _z
Moment aus Gleichstreck	kenlast:	$M_0 = q_z \ .l^2 /$	$8 = 28,13 \cdot q_z$
Momentenverhältnis:		ψ = - 16,07/	28,13 = - 0,57
Durch lineare Interpolation	on (aus Bile	d 4.1)	$\zeta_0 = 2,96$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot 1\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	788,52	547,58	402,30	308,01	243,37	197,13

•Drehradius:

$c^{2} [m^{2}]$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,599	0,528	0,485	0,457	0,438	0,425
$\beta_z = 0,9$	0,486	0,428	0,393	0,370	0,355	0,344
$\beta_z = 0.8$	0,384	0,338	0,311	0,293	0,280	0,272
$\beta_z = 0,7$	0,294	0,259	0,238	0,224	0,215	0,208
$\beta_z = 0,6$	0,216	0,190	0,175	0,165	0,158	0,153
$\beta_z = 0,5$	0,150	0,132	0,121	0,114	0,110	0,106

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	309,29	285,80	269,20	258,70	250,71	243,69
$\beta_z = 0.9$	323,78	304,51	286,69	274,58	266,60	260,57
$\beta_z = 0.8$	356,20	325,60	305,70	292,61	283,69	276,91
$\beta_z = 0,7$	383,11	348,60	327,01	313,29	302,59	296,11
$\beta_z = 0,6$	413,30	375,82	350,78	334,89	323,47	315,29
$\beta_z = 0,5$	443,11	402,90	377,70	359,68	346,67	332,99

•Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$

q _{кі} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	10,99	10,16	9,57	9,20	8,91	8,66
$\beta_z = 0,9$	11,51	10,83	10,19	9,76	9,48	9,26
$\beta_z = 0.8$	12,66	11,58	10,87	10,40	10,09	9,85
$\beta_z = 0,7$	13,62	12,39	11,63	11,14	10,76	10,53
$\beta_z = 0,6$	14,70	13,36	12,47	11,91	11,50	11,21
$\beta_z = 0,5$	15,76	14,33	13,43	12,79	12,33	11,84

B11

6) Hallenrahmen F

	l = 15 m	h = 5 m
Eckmomente:		$M_{\rm A} = M_{\rm B} = -17,16$. q_z
Momente aus Gleichstrecke	nlast:	$M_0 = q_z l^2 / 8 = 28,13 . q_z$

Momentenverhältnis: $\psi = -17,16/28,13 = -0,61$ Durch lineare Interpolation (aus Bild 4.1) $\zeta_0 = 3,28$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{(\beta_z \cdot 1)^2}$$

β _z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	788,52	547,58	402,30	308,01	243,37	197,13

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,599	0,528	0,485	0,457	0,438	0,425
$\beta_z = 0.9$	0,486	0,428	0,393	0,370	0,355	0,344
$\beta_z = 0.8$	0,384	0,338	0,311	0,293	0,280	0,272
$\beta_z = 0,7$	0,294	0,259	0,238	0,224	0,215	0,208
$\beta_z = 0,6$	0,216	0,190	0,175	0,165	0,158	0,153
$\beta_z = 0,5$	0,150	0,132	0,121	0,114	0,110	0,106

B12

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	329,72	301,75	284,05	272,18	263,96	258,25
$\beta_z = 0,9$	351,20	320,46	301,10	288,01	279,31	272,83
$\beta_z = 0.8$	374,64	340,79	320,10	305,95	295,52	289,02
$\beta_z = 0,7$	400,64	363,51	340,38	324,57	314,24	306,10
$\beta_z = 0,6$	429,29	387,57	362,68	345,73	333,67	324,96

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

$\beta_z = 0,5$	460,37	413,94	384,72	365,76	354,79	343,73

•Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{Ki} = M_{Ki,0} . 8 / l^2$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	11,72	10,73	10,10	9,68	9,39	9,18
$\beta_z = 0,9$	12,49	11,39	10,71	10,25	9,93	9,70
$\beta_z = 0.8$	13,32	12,12	11,38	10,88	10,51	10,28
$\beta_z = 0,7$	14,24	12,92	12,10	11,54	11,17	10,88
$\beta_z = 0,6$	15,26	13,78	12,89	12,29	11,86	11,55
$\beta_z = 0,5$	16,37	14,72	13,68	13,00	12,61	12,22

B13

7) Hallenrahmen G

	1 = 15 m		h = 5 m
Eckmomente:		$M_A =$	$M_B = -16,08 \cdot q_z$
Momente aus Gleichstrecke	nlast:	M ₀ =	$= q_z l^2 / 8 = 28,13 . q_z$
Momentenverhältnis:		$\psi = -$	30,30/50 = - 0,57
Durch lineare Interpolation	(aus Bild 4	.1)	$\zeta_0 = 2,96$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot 1\right)^2}$$
β_z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	3154,06	2190,32	1609,22	1232,06	973,48	788,52

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,331	0,289	0,264	0,247	0,236	0,228
$\beta_z = 0,9$	0,268	0,234	0,214	0,200	0,191	0,185
$\beta_z = 0.8$	0,212	0,185	0,169	0,158	0,151	0,146
$\beta_z = 0,7$	0,162	0,142	0,129	0,121	0,116	0,112
$\beta_z = 0,6$	0,119	0,104	0,095	0,089	0,085	0,082
$\beta_z = 0,5$	0,083	0,072	0,066	0,062	0,059	0,057

B14

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	903,57	822,38	771,67	736,05	712,46	695,03
$\beta_z = 0.9$	962,86	874,23	819,64	780,21	754,29	736,74
$\beta_z = 0.8$	1030,31	932,44	871,82	828,88	800,98	780,75
$\beta_z = 0,7$	1103,18	998,39	927,39	882,44	853,83	830,64
$\beta_z = 0.6$	1185,59	1066,30	992,00	941,22	906,78	880,62
$\beta_z = 0,5$	1280,69	1139,45	1059,82	1005,82	964,37	936,57

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

•Kritische Gleichstreckenlast:

$$q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	32,13	29,24	27,44	26,17	25,33	24,71
$\beta_z = 0,9$	34,24	31,08	29,14	27,74	26,82	26,20
$\beta_z = 0.8$	36,63	33,15	30,99	29,47	28,48	27,76
$\beta_z = 0,7$	39,22	35,50	32,97	31,38	30,36	29,53
$\beta_z = 0,6$	42,15	37,91	35,27	33,47	32,24	31,31
$\beta_z = 0,5$	45,54	40,51	37,68	35,76	34,29	33,30

8) Hallenrahmen H

,	
1 = 15 m	h = 10 m
Eckmomente:	$M_{\rm A} = M_{\rm B} = -14,06$. q_z
Moment aus Gleichstreckenlast:	$M_0 = q_z \ .l^2 / 8 = 28,13 \ . \ q_z$
Momentenverhältnis:	$\psi = -14,06/28,13 = -0,49$
Durch lineare Interpolation (aus 1	Bild 4.1) $\xi_0 = 2,41$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot l\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	788,52	547,58	402,30	308,01	243,37	197,13

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,599	0,528	0,485	0,457	0,438	0,425
$\beta_z = 0,9$	0,486	0,428	0,393	0,370	0,355	0,344
$\beta_z = 0.8$	0,384	0,338	0,311	0,293	0,280	0,272
$\beta_z = 0,7$	0,294	0,259	0,238	0,224	0,215	0,208

$\beta_z = 0,6$	0,216	0,190	0,175	0,165	0,158	0,153
$\beta_z = 0,5$	0,150	0,132	0,121	0,114	0,110	0,106

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	269,63	248,26	234,68	225,55	219,21	214,80
$\beta_z = 0,9$	290,12	266,45	251,47	241,32	234,55	229,50
$\beta_z = 0.8$	313,28	286,94	270,77	259,66	251,46	246,33
$\beta_z = 0,7$	339,96	310,69	292,34	279,75	271,49	264,98
$\beta_z = 0.6$	370,79	337,31	317,19	303,42	293,59	286,48
$\beta_z = 0,5$	406,33	368,14	343,90	328,10	318,92	309,64

•Kritische Gleichstreckenlast:

$$q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	9,59	8,83	8,34	8,02	7,79	7,64
$\beta_z = 0,9$	10,32	9,47	8,94	8,58	8,34	8,16
$\beta_z = 0.8$	11,14	10,20	9,63	9,23	8,94	8,76
$\beta_z = 0,7$	12,09	11,05	10,39	9,95	9,65	9,42
$\beta_z = 0,6$	13,18	11,99	11,28	10,79	10,44	10,19
$\beta_z = 0,5$	14,45	13,09	12,23	11,67	11,34	11,01

9) Hallenrahmen I

 $\label{eq:leaded} \begin{array}{ll} l=17,5 \mbox{ m} & h=4 \mbox{ m} \\ Eckmomente: & M_A=M_B=-22,90 \ . \ q_z \\ Momente aus Gleichstreckenlast: & M_0=q_z \ .l^2 \ / \ 8=38,28 \ . \ q_z \\ Momentenverhältnis: & \psi=-22,90/38,28=-0,598 \\ Durch lineare Interpolation (aus Bild 4.1) & \zeta_0=3,16 \end{array}$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot 1\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	579,32	402,30	295,57	226,30	178,80	144,83

•Drehradius:

$c^{2} [m^{2}]$	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,732	0,661	0,618	0,590	0,570	0,557
$\beta_z = 0,9$	0,593	0,535	0,500	0,478	0,462	0,451
$\beta_z = 0,8$	0,468	0,423	0,395	0,377	0,365	0,356
$\beta_z = 0,7$	0,359	0,324	0,303	0,289	0,280	0,273
$\beta_z = 0,6$	0,263	0,238	0,222	0,212	0,205	0,200
$\beta_z = 0,5$	0,183	0,165	0,154	0,147	0,143	0,139

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	271,55	253,37	241,94	234,32	228,78	225,13
$\beta_z = 0,9$	290,30	270,22	257,66	249,58	243,61	239,45
$\beta_z = 0.8$	311,17	289,43	275,43	266,23	259,99	255,26
$\beta_z = 0,7$	335,46	310,93	295,72	285,36	278,61	273,30
$\beta_z = 0.6$	361,54	334,79	317,16	305,91	297,93	292,18
$\beta_z = 0,5$	392,04	360,70	341,03	328,30	320,94	313,52

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

•Kritische Gleichstreckenlast:

 $q_{\rm Ki}\,{=}\,M_{\rm Ki,0}\,\,.8\,{/}\,l^2$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	7,09	6,62	6,32	6,12	5,98	5,88
$\beta_z = 0,9$	7,58	7,06	6,73	6,52	6,36	6,26
$\beta_z = 0.8$	8,13	7,56	7,19	6,95	6,79	6,67
$\beta_z = 0,7$	8,76	8,12	7,72	7,45	7,28	7,14
$\beta_z = 0.6$	9,44	8,75	8,28	7,99	7,78	7,63
$\beta_z = 0,5$	10,24	9,42	8,91	8,58	8,38	8,19

	l = 17,5 m	h	$= 6 \mathrm{m}$
Eckmomente:]	$M_{\rm A} = M_{\rm B} = -$	21,78 . qz
Momente aus Gleich	streckenlast:	$M_0 = q_z \cdot l^2$	$/ 8 = 38,28 \cdot q_z$
Momentenverhältnis	: y	y = -21,78/3	8,28 = - 0,57
Durch lineare Interpo	olation (aus B	ild 4.1)	$\zeta_0 = 2,96$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot I\right)^2}$$

βz	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	579,32	402,30	295,57	226,30	178,80	144,83

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,732	0,661	0,618	0,590	0,570	0,557
$\beta_z = 0,9$	0,593	0,535	0,500	0,478	0,462	0,451
$\beta_z = 0.8$	0,468	0,423	0,395	0,377	0,365	0,356
$\beta_z = 0,7$	0,359	0,324	0,303	0,289	0,280	0,273
$\beta_z = 0.6$	0,263	0,238	0,222	0,212	0,205	0,200
$\beta_z = 0,5$	0,183	0,165	0,154	0,147	0,143	0,139

B20

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	β₀ =1,0
[kNm]						
$\beta_z = 1, 0$	260,09	242,92	232,13	224,92	219,69	216,24

$\beta_z = 0,9$	278,64	259,66	247,77	240,12	234,46	230,53
$\beta_z = 0.8$	299,45	278,85	265,57	256,83	250,91	246,42
$\beta_z = 0,7$	323,81	300,50	286,03	276,18	269,74	264,68
$\beta_z = 0.6$	350,31	324,79	307,95	297,20	289,57	284,07
$\beta_z = 0,5$	381,59	351,54	332,66	320,42	313,34	306,21

•Kritische Gleichstreckenlast:

$$q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$$

q _{кі} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	6,79	6,35	6,06	5,88	5,74	5,65
$\beta_z = 0,9$	7,28	6,78	6,47	6,27	6,12	6,02
$\beta_z = 0.8$	7,82	7,28	6,94	6,71	6,55	6,44
$\beta_z = 0,7$	8,46	7,85	7,47	7,21	7,05	6,91
$\beta_z = 0,6$	9,15	8,48	8,04	7,76	7,56	7,42
$\beta_z = 0,5$	9,97	9,18	8,69	8,37	8,19	8,00

B21

11) Hallenrahmen K

	1 = 20 m		h = 4 m
Eckmomente:		$M_A =$	$M_{\rm B}$ = - 30,30 . q_z
Momente aus Gleichstrecke	enlast:	M_0 =	$= q_z l^2 / 8 = 50 . q_z$
Momentenverhältnis:		$\psi = 0$	- 30,30/50 = - 0,61
Durch lineare Interpolation	(aus Bild 4	.1)	$\zeta_0 = 3,28$

•Knicklast:

$$N_{Ki,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\left(\beta_z \cdot 1\right)^2}$$

β _z	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
N _{Ki,z} [kN]	443,54	308,03	226,31	173,21	136,89	110,93

•Drehradius:

c ² [m ²]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	0,884	0,813	0,770	0,742	0,723	0,709
$\beta_z = 0,9$	0,716	0,659	0,624	0,601	0,583	0,575
$\beta_z = 0.8$	0,566	0,520	0,493	0,475	0,463	0,454
$\beta_z = 0,7$	0,433	0,398	0,377	0,364	0,354	0,348
$\beta_z = 0,6$	0,318	0,293	0,277	0,267	0,260	0,255
$\beta_z = 0.5$	0,221	0,203	0,193	0,186	0,181	0,177

B22

M _{Ki,0}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kNm]						
$\beta_z = 1,0$	241,92	228,72	220,49	215,01	211,25	208,45
$\beta_z = 0.9$	258,96	244,63	235,57	229,50	224,68	222,51
$\beta_z = 0.8$	278,45	262,29	252,52	245,89	241,41	238,02
$\beta_z = 0,7$	300,52	282,60	271,56	264,60	259,18	255,90
$\beta_z = 0.6$	325,55	305,97	293,11	284,94	279,16	275,00
$\beta_z = 0.5$	354,06	331,00	317,91	308,61	301,90	296,49

•Ideales Biegedrillknickmoment M_{Ki,0}

•Kritische Gleichstreckenlast:

$$q_{Ki} = M_{Ki,0} .8 / l^2$$

q _{Ki} [kN/m]	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
$\beta_z = 1,0$	4,84	4,57	4,41	4,30	4,23	4,17
$\beta_z = 0,9$	5,18	4,89	4,71	4,59	4,49	4,45
$\beta_z = 0.8$	5,57	5,25	5,05	4,92	4,83	4,76
$\beta_z = 0,7$	6,01	5,65	5,43	5,29	5,18	5,12
$\beta_z = 0.6$	6,51	6,12	5,86	5,70	5,58	5,50
$\beta_z = 0,5$	7,08	6,62	6,36	6,17	6,04	5,93

B23

Tabelle B1:HALLENRAHMEN A (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 10 m, H = 4 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q_{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten						
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5	
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-	
(Tym)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen	
(Typ)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2	
I	27,63	29,24	28,35	33,01	34,93	35,13	36,21	
IV	44,56	46,17	44,57	141,56	146,57	153,12	158,72	
v	46,62	48,18	46,81	166,08	170,69	184,57	186,83	
VI	52,54	57,62	55,27	191,48	193,68	230,35	235,69	
30° Voute	97,40	119,01	117,12	291,23	293,09	365,07	366,23	

45° Voute	87,15	97,61	95,58	234,47	237,05	341,23	345,21
45°							

B24

Tabelle B2:HALLENRAHMEN B (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 10 m, H = 6 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten						
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{E}$	P1	P2	P3	P4	P5	
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-	
(Typ)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen	
(Typ)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2	
	26,84	28,26	27,15	39,17	39,67	39,23	39,71	
I								
	40,52	43,53	41,98	145,88	150,47	169,04	171,28	
IV								
	42,10	45,37	43,70	148,45	157,92	172,76	175,37	
v								
	49,98	53,71	52,19	192,87	196,58	226,86	230,10	
VI								
30° Voute	71,48	80,35	84,27	291,81	303,28	317,36	321,17	
30° VIII								
45° Voute	67,31	73,46	79,75	245,90	247,73	304,91	309,54	
45°								

Tabelle B3:HALLENRAHMEN C(Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 12,5 m, H = 4 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

	q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten							
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{E}$	P1	P2	P3	P4	P5	
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-	
(Typ)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen	
(190)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2	
	10,70	11,82	10,99	_	_	11,25	14,41	
	20,95	23,28	22,36	_	_	84,51	87,55	
v	21,06	23,41	22,87	_	_	105,26	110,74	
VI	24,56	26,13	26,09	_	_	137,19	139,52	
30° Voute	47,01	50,06	49,95	_	_	217,35	222,04	
45° Voute	40,23	43,76	41,61	_	_	196,31	199,29	

Tabelle B4:HALLENRAHMEN D (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B =15 m, H = 5 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 360)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten						
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{\rm E}$	P1	P2	P3	P4	P5	
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-	
	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen	
(Typ)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2	
I	3,32	3,37	3,35	9,95	10,03	11,07	11,96	
п	4,19	4,26	4,22	10,91	12,81	13,05	13,65	
	4,39	4,97	4,50	14,28	15,47	16,00	18,37	
IV	4,47	5,92	4,74	16,97	17,81	21,50	23,03	
V	4,50	5,45	4,71	15,98	17,25	21,42	23,85	
VI	5,38	6,14	5,42	20,86	22,28	25,25	27,55	
30° Voute	9,34	10,07	9,40	28,70	30,05	50,63	55,91	
45° Voute	8,37	9,10	8,77	19,27	20,93	37,08	38,24	

	q_{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten						
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(Tym)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(190)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2
I	10,51	11,71	10,69	16,77	16,91	17,03	17,54
IV	12,17	12,37	12,19	33,48	35,23	52,01	53,15
V	12,27	12,42	12,29	37,53	39,16	56,94	58,03
VI	14,62	14,96	14,73	39,11	40,25	85,14	87,06
30° Voute	22,88	24,55	23,90	50,48	50,55	109,37	110,94
45° Voute	19,85	21,08	20,35	44,07	45,45	105,62	107,86

Tabelle B5:HALLENRAHMEN E (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 15 m, H = 5 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

Tabelle B6:	HALLENRAHMEN F	(Biegedrillknicklasten q _{Ki} [kN/m])
	(B = 15 m, H = 5 m, Dachneigu	ng 0°, Riegel IPE 500, Stützen HEA 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten							
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5		
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-		
(Typ)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen		
(190)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2		
I	11,49	11,70	11,69	17,83	18,05	20,20	20,34		
IV	13,33	14,53	13,36	35,47	37,21	58,99	59,12		
V	13,41	15,07	13,43	38,63	40,31	63,83	65,66		
VI	15,97	18,22	16,11	41,37	43,43	90,92	91,57		
30° Voute	24,29	29,15	26,23	55,21	58,30	122,53	124,25		
45° Voute	20,92	25,42	22,26	47,06	49,71	120,09	121,98		

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten							
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5		
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-		
	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen		
(Typ)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2		
I	21,41	21,56	21,45	24,57	26,78	26,68	27,70		
П	24,01	26,30	25,21	55,00	57,93	73,29	76,56		
	24,43	27,50	25,47	63,97	66,71	98,95	103,50		
IV	29,14	32,00	30,17	75,63	77,92	128,28	130,16		
v	27,74	30,32	28,87	77,29	80,04	121,05	124,33		
VI	33,65	37,05	34,76	90,70	92,13	175,01	179,70		
30° Voute	58,12	63,75	60,61	147,90	149,07	213,33	215,56		
45° Voute	52,98	58,76	55,46	108,70	109,25	197,83	199,01		

Tabelle B7:HALLENRAHMEN G (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])

(B =15 m , H = 5 m , Dachneigung 0° , Riegel und Stützen HEA 400)

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle B8:HALLENRAHMEN H(Biegedrillknicklasten q_{Ki} [N/m])(B = 15 m, H = 10 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten								
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5			
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-			
(True)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen			
(Тур)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2			
I	8,45	8,95	8,67	16,51	16,71	16,78	16,97			
IV	10,78	12,00	11,07	37,97	38,34	56,32	58,78			
V	10,82	12,26	11,14	36,28	38,54	46,52	50,33			
VI	12,66	14,96	13,69	42,14	43,77	62,05	65,73			
30° Voute	17,05	23,11	21,28	52,07	54,08	72,82	77,18			
45° Voute	15,43	19,65	18,14	46,70	48,83	70,28	74,49			

B31

Tabelle B9: HALLENRAHMEN I (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m]) $(B = 17,5 \text{ m}, H = 4 \text{ m}, Dachneigung 0^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten

Rahmeneck	P0 _o	$P0_{\rm E}$	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(Tym)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(19)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2
I	4,67	5,03	4,74	-	_	5,31	5,32
IV	7,83	7,87	7,69	_	_	29,25	31,53
v	7,55	7,71	7,57	_	_	38,06	40,18
VI	8,76	8,92	8,80	_	_	50,38	53,57
30° Voute	13,23	14,05	13,29	_	_	60,37	63,30
45° Voute	11,57	12,14	11,61	_	_	58,13	60,75

B32

Tabelle B10:HALLENRAHMEN J(Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 17,5 m, H = 6 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten					
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{E}$	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(T)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(1 yp)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2

I	4,61	4,81	4,65	_	_	5,38	5,80
IV	7,35	7,93	7,47	_	_	30,93	34,50
V	7,30	7,71	7,42	_	_	36,13	40,02
VI	8,29	8,74	8,70	_	_	51,62	55,98
30° Voute	12,83	14,05	13,11	—	_	76,83	78,09
45° Voute	11,15	12,08	11,43	_	_	73,01	75,28

q: Streckenlast a: Pfettenabstand H	H/2: Abstand der Wandriegel
-------------------------------------	-----------------------------

Tabelle B11:HALLENRAHMEN K(Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 20 m, H = 4 m, Dachneigung 0°, Riegel und Stützen IPE 500)

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten					
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{E}$	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(True)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(Тур)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2
1	3,30	3,65	3,40	4,01	4,72	4,06	4,96

	4,90	5,11	4,97	19,91	21,35	23,92	25,56
v	4,71	4,97	4,75	21,78	23,60	26,05	28,32
VI	5,35	5,53	5,42	24,61	25,76	37,45	39,51
30° Voute	8,01	8,21	7,76	32,88	34,24	45,75	47,72
45° Voute	7,17	7,43	6,91	27,80	30,89	42,97	45,72

q: Streckenlast	a: Pfettenabstand	H/2: Abstand der Wandriegel
-----------------	-------------------	-----------------------------

Tabelle B12:HALLENRAHMEN M (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 20 m, H = 8 m, Dachneigung 5°, Riegel und Stützen IPE 500)

	q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten						
Rahmeneck	P0 _o	$P0_{\rm E}$	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(Tym)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(19)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2
	1,66	1,70	1,67	1,71	1,73	1,74	1,76
I							
IV	2,34	3,79	2,10	7,35	7,49	9,63	9,74

v	2,06	3,38	2,36	7,91	8,03	9,01	10,13
VI	2,70	4,03	2,70	8,38	9,60	13,99	15,54
30° Voute	4,96	6,14	5,12	27,55	29,90	26,83	28,47
45° Voute	3,73	5,11	4,02	11,03	14,92	19,03	20,31

B35

 Tabelle B13:
 HALLENRAHMEN N
 (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])

 $(B = 20 \text{ m}, H = 8 \text{ m}, Dachneigung 15^{\circ}, Riegel und Stützen IPE 500)$

		q _{Ki} [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten					
Rahmeneck	P0 _o	P0 _E	P1	P2	P3	P4	P5
e	Eingespan-	Eingespan-	Zweigelenk-	Zweigelenk-	Eingespan-	Zweigelenk-	Eingespan-
(Tym)	nter Rahmen	ter Rahmen	rahmen	rahmen	nter Rahmen	rahmen	nter Rahmen
(Typ)	ohne Pfetten	+ Eckpfetten	+ Eckpfetten	a=5,0m; H/2	a=5,0m; H/2	a=2,5m; H/2	a=2,5m; H/2
I	0,61	0,63	0,62	1,93	1,95	1,96	1,98
IV	0,86	0,88	0,87	8,44	8,67	10,97	10,99
v	0,88	0,89	0,88	8,93	9,05	11,56	12,03

VI	1,01	1,02	1,01	10,57	10,82	17,39	17,52
30° Voute	2,21	2,27	2,26	29,06	30,01	31,37	32,09
45° Voute	1,24	1,28	1,28	13,07	14,01	21,56	22,89

B36

Tabelle B14:HALLENRAHMEN O (Biegedrillknicklasten q_{Ki} [kN/m])(B = 8 m, H = 6 m, Dachneigung 20°, Riegel und Stützen IPE 330)

	$q_{\kappa i}$ [kN/m] bei den Stabilisierungsvarianten					
Rahmenecke	PO_{E}	P1				
(Тур)	Eingespannter Rahmen	Zweigelenkrahmen				
	mit Eckpfetten	mit Eckpfetten				
	3,35	3,18				
	4,89	4,75				
v	4,32	4,10				
VI	7,23	6,95				

Tabelle B15: Differenzen der kritischen Lasten [%] bei verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten (HALLENRAHMEN A)

	-	Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%]						
Rahmenecke	P1	P2	P4	P6	P8			
(Typ)	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR			
	+ Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10 = 2,0 m	a = 1,0 m			
	(a = 20 m)	H/2	H/2	H/2	H/2			
I	-39	-80	-81	-81	-81			
IV	-5	-15	-17	-14	-14			
V	±0	±0	±0	±0	±0			
VI	+18	+15	+25	+38	+38			
30° Voute	+150	+75	+98	+90	+90			

Tabelle B16: Differenzen der kritischen Lasten [%] bei verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten (HALLENRAHMEN E)

	-	Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%]							
Rahmenecke	P1	P2	P4	P6	P8				
(Typ)	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR				
	+ Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10 = 2,0 m	a = 1,0 m				
	(a = 20 m)	H/2	H/2	H/2	H/2				
1	-13	-55	-70	-35	-37				
	-1	-11	-9	-9	-9				
V	±0	±0	±0	±0	±0				
VI	+20	+4	+50	+49	+53				
30° Voute	+94	+30	+90	+91	+89				
30°									

ZGR: Zweigelenkrahmen a: Pt

a: Pfettenabstand

H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle B17: Differenzen der kritischen Lasten [%] bei verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten (HALLENRAHMEN G)

		Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%]						
Rahmenecke	P1	P2	P4	P6	P8			
(Typ)	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR			
	+Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10 = 2,0 m	a = 1,0 m			
	(a = 20 m)	H/2	H/2	H/2	H/2			
I	-26	-68	-78	-79	-80			
Ш	-13	-29	-39	-39	-42			
IV	+5	-2	+7	+7	+4			
V	±0	±0	±0	±0	±0			
VI	+20	+17	+45	+39	+43			
30° Voute	+110	+91	+76	+89	+84			

ZGR: Zweigelenkrahmen

a: Pfettenabstand

H/2: Abstand der Wandriegel

Tabelle B18: Differenzen der kritischen Lasten [%] bei verschiedenen Rahmenecken und Stabilisierungsvarianten (HALLENRAHMEN I)

	-	Differenzen der kritischen Lasten in Prozent [%]							
Rahmenecke	P1	P2	P4	P6	P8				
(Typ)	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR	ZGR				
	+Eckpfetten	a = 5,0 m	a = 2,5 m	a = B/10 = 2,0 m	a = 1,0 m				
	(a = 20 m)	H/2	H/2	H/2	H/2				
I	-38	_	-86	-87	-87				
IV	+2	_	-23	-22	-22				
V	±0	_	±0	±0	±0				
VI	+16	_	+32	+31	+37				
30° Voute	+76	_	+59	+62	+64				

ZGR: Zweigelenkrahmen

a: Pfettenabstand

H/2: Abstand der Wandriegel

Anlage C

Tabellen zum Biegedrillknicklastvergleich für Hallenrahmen A bis L (aus Tab. 4.3) zwischen Finite-Flächenelementmodell, FE-Stabmodell und dem Erstazstabverfahren

1) Hallenrahmen A

B = 10 m H = 4 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE-Flächen-				NT
modell	I	IV	V	VI
q_{Ki}				
[kN/m]				
P0 _o				
(Eingespannter	27,63	44,56	46,62	52,54
Rahmen ohne				
Pfetten)				
PO_E				
(Eingespannter	29,24	46,17	48,18	57,62
Rahmen mit				
Eckpfetten)				

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	32,62	33,22	33,22	36,22	36,43	40,12

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	41,13	35,67	32,14	29,72	28,03	26,75
$\beta_z = 0,5$	56,58	47,29	41,67	38,52	35,85	33,68

2) Hallenrahmen B

B = 10 m H = 6 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE- Flächen- modell qki	I	IV		
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	26,84	40,52	42,10	49,98
P0 _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	28,26	43,53	45,37	53,71

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	31,51	32,07	32,07	34,85	35,04	38,45

ESV	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	38,02	33,13	29,95	27,78	26,25	25,09
$\beta_z = 0,5$	54,24	45,61	40,35	37,40	34,88	32,83

ESV - Ersatzstabverfahren

3) Hallenrahmen C

B = 12,5 m H = 4 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE - Flächen- modell q _{κi} [kN/m]	Ι	IV	V	
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	10,70	20,95	21,06	24,56
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	11,82	23,28	23,41	26,13

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
$q_{ m Ki}$						
[kN/m]	17,43	17,69	17,69	18,98	19,07	20,59

ESV	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	19,80	17,70	16,37	15,47	14,84	14,41
$\beta_z = 0.5$	27,61	24,17	21,99	20,57	19,75	18,91

ESV = Ersatzstabverfahren

4) Hallenrahmen D

B = 15 m H = 5 m Riegel und Stützen: IPE 360

FE-Flächen- modell q _{Ki}	I	II	III	IV	V	VI
[kN/m]						
P0 _o (Eingespannter	3,32	4,19	4,39	4,47	4,50	5,38
Rahmen ohne			-	-		
Pfetten)						
PO_E						
(Eingespannter Rahmen mit	3,37	4,26	4,97	5,92	5,45	6,14
Eckpfetten)						

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	55 kNm ³	59 kNm ³	59 kNm ³	116 kNm ³	118 kNm ³	234 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	5,27	5,29	5,29	5,53	5,54	5,72

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	4,82	4,55	4,38	4,27	4,19	4,13
$\beta_z = 0.5$	7,20	6,73	6,41	6,20	6,09	5,98

ESV = Ersatzstabverfahren

5) Hallenrahmen E

B = 15 m	H = 5 m	Riegel und Stützen: IPE 5	00
----------	---------	---------------------------	----

FE-Flächen-				
modell	I	IV	v	VI
q_{Ki}				
[kN/m]				
POo				
(Eingespannter	10.51	12,17	12,27	14,62
Rahmen ohne	,	,	,	,
Pfetten)				
PO_E				
(Eingespannter	11,07	12,37	12,42	14,96
Rahmen mit	,			
Eckpfetten)				

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	10,40	10,53	10,53	11,15	11,20	11,90

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	10,99	10,16	9,57	9,20	8,91	8,66
$\beta_z = 0,5$	15,76	14,33	13,43	12,79	12,33	11,84

C6

6) Hallenrahmen F

D 1 <i>5</i>	TT 7	D' 1 IDE 500	
B = 15 m	H = 5 m	Riegel: IPE 500	Stutzen: HEA 500

FE- Flächenmodell q _{Ki} [kN/m]	Ι	IV	V	VI
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	11,49	13,33	13,41	15,97
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	11,70	14,53	15,07	18,22

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	59 kNm ³	69 kNm ³	229 kNm ³	269 kNm ³	295 kNm ³	564 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	10,98	11,11	12,45	12,65	12,76	13,45

ESV	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	11,72	10,73	10,10	9,68	9,39	9,18
$\beta_z = 0,5$	16,37	14,72	13,68	13,00	12,61	12,22

C7

7) Hallenrahmen G

B = 15 m H = 5 m Riegel und Stützen: HEA 400

FE-Flächen- modell q _{κi} [kN/m]	I	II	III	IV	V	VI
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	21,41	24,01	24,43	29,14	27,74	33,65
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	21,56	26,30	27,50	32,00	30,32	37,05

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$					
	131 kNm ³	151 kNm ³	151 kNm ³	291 kNm ³	303 kNm ³	594 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	29,84	30,18	30,18	32,07	32,20	34,44

ESV						
q _{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	32,13	29,24	27,44	26,17	25,33	24,71
$\beta_z = 0.5$	45,54	40,51	37,68	35,76	34,29	33,30

C8

8) Hallenrahmen H

B = 15 m H = 10 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE- Flächen- modell q _{Ki}	I	IV	V	VI
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	8,45	10,78	10,82	12,66
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	8,95	12,00	12,26	14,96

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	9,60	9,72	9,72	10,24	10,28	10,88

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	9,59	8,83	8,34	8,02	7,79	7,64
$\beta_z = 0.5$	14,45	13,09	12,23	11,67	11,34	11,01

C9

9) Hallenrahmen I

B = 17,5 m H = 4 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE-Flächen modell q _{Ki}	I	IV	V	VI
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	4,67	7,83	7,55	8,76
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	5,03	7,87	7,71	8,92

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	6,88	6,96	6,96	7,30	7,32	7,71

ESV	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0.8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	7,09	6,62	6,32	6,12	5,98	5,88
$\beta_z = 0.5$	10,24	9,42	8,91	8,58	8,38	8,19

C10

10) Hallenrahmen J

B = 17,5 m H = 6 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE - Flächenmodell q _{Ki} [kN/m]	I	IV	V	
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	4,61	7,35	7,30	8,29
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	4,81	7,93	7,71	8,74

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q _{Ki}						
[kN/m]	6,74	6,81	6,81	7,14	7,16	7,53

ESV	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	6,79	6,35	6,06	5,88	5,74	5,65
$\beta_z = 0,5$	9,97	9,18	8,69	8,37	8,19	8,00

C11

11) Hallenrahmen K

B = 20 m H = 4 m Riegel und Stützen: IPE 500
FE- Flächenmodell q _{Ki} [kN/m]	Ι	IV	V	VI
PO _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	3,30	4,90	4,71	5,35
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	3,65	5,11	4,97	5,53

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	4,76	4,80	4,80	5,00	5,02	5,24

ESV	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
q_{Ki}						
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	4,84	4,57	4,41	4,30	4,23	4,17
$\beta_z = 0.5$	7,08	6,62	6,36	6,17	6,04	5,93

ESV = Ersatzstabverfahren

C12

12) Hallenrahmen L

B = 20 m H = 8 m Riegel und Stützen: IPE 500

FE-Flächen- modell q _{Ki}	I	II	III	IV	v	VI
[kN/m]						
P0 _o (Eingespannter Rahmen ohne Pfetten)	3,18	3,75	3,96	4,58	4,57	5,19
PO _E (Eingespannter Rahmen mit Eckpfetten)	3,30	3,91	4,10	4,72	4,71	5,34

FE - Stab-	Тур І	Typ II	Typ III	Typ IV	Typ V	Typ VI
modell	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$	$C_{\omega} =$
	63 kNm ³	74 kNm ³	74 kNm ³	142 kNm ³	148 kNm ³	290 kNm ³
q_{Ki}						
[kN/m]	4,56	4,60	4,60	4,79	4,80	5,00

ESV						
q_{Ki}	$\beta_0 = 0,5$	$\beta_0 = 0,6$	$\beta_0 = 0,7$	$\beta_0 = 0,8$	$\beta_0 = 0,9$	$\beta_0 = 1,0$
[kN/m]						
$\beta_z = 1,0$	4,44	4,20	4,05	3,95	3,89	3,84
$\beta_z = 0.5$	6,68	6,26	6,02	5,85	5,73	5,63

ESV = Ersatzstabverfahren

Anlage T

Theoretische Grundlagen

T1

T1.1 Spannungen infolge Wölbkrafttorsion

Infolge Torsionsmomente $M_{T,I}$ bzw. $M_{T,II}$ wirken in der Querschnittsfläche mit Wanddicke t_i parallel zum Rand laufende Schubspannungen τ und es gelten für die primären und sekundären Schubspannungen folgende Berechnungsgleichungen:

$$\tau_{\rm I} = M_{\rm T,I} / I_{\rm T} \tag{T1.01}$$

$$\tau_{\rm II} = M_{\rm T,II} A_{\rm W}(s) / (C_{\rm M} t_{\rm i})$$
(T1.02)

 t_i ist die Wanddicke des jeweiligen Querschnittsteils und $A_w(s)$ ist die Wölbfläche. Die Wölbnormalspannungen σ_w infolge des Wölbmomentes M_w errechnet man nach der Gleichung:

$$\sigma_{\rm W} = M_{\rm W} \,\omega_{\rm M} \,/\, C_{\rm M} \tag{T1.03}$$

Die Hauptverwölbung ω_M bestimmt also die Spannungsverteilung in der Querschnittsfläche. Die Wölbnormalspannungen befinden sich für jeden Querschnitt im Kraft- und Momentengleichgewicht.

T1.2 Grundlagerungsbedingungen eines torsionsbeanspruchten Trägers

Für einen torsionsbeanspruchten Träger sind vier Grundlagerungsbedingungen möglich. Außer diesen vier Grundlagerungsbedingungen können Dreh- oder Wölbfedern vorhanden sein, die geometrische und statische Anfangsgrößen miteinander koppeln.

a) Starre Einspannung

$$\vartheta(0) = 0 \text{ und } \vartheta'(0) = 0$$
 (T1.04)

Die Verwölbung ist behindert.

T2

b) Gabellager

$$\vartheta(0) = 0 \text{ und } \vartheta'(0) = 0$$
 (T1.05)

Die Wölbspannungen $\sigma_W = \sigma_x$ bzw. das Wölbmoment M_W sind Null.

c) Freies Ende

$$M_{W}(0) = -E C_{M} \vartheta''(0) \text{ und } M_{T}(0) = +G I_{T} \vartheta'(0) - E C_{M} \vartheta'''(0)$$
(T1.06)

Es können keine geometrischen Randbedingungen vorgegeben werden.

d) Starre Kopfplatte

$$\Theta'(0) = 0 \text{ und } M_T(0) = - E C_M \Theta'''(0)$$
 (T1.07)

Die starre Kopfplatte verhindert die Anfangsverwölbung. Ein Anfangstorsionsmoment kann vorhanden sein.

T2 Ermittlung der Verzerrungsenergien für die Rahmenecktypen A, B und D nach [48]

a) Rahmenecke A (Ohne Versteifung)

Die Verwölbungsparameter θ_1 und θ_2 sind unabhängig voneinander, während die Deformationsparameter gemäß Gleichung (3.09) so ausgedrückt werden:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{9}_1 \\ \mathbf{9}_2 \end{bmatrix}$$
(T2.01)

Wenn die Steifigkeitsmatrix in Gleichung (3.08) mit **D** bezeichnet wird, kann die Deformationsenergie als Funktion der Verwölbungsparameter ausgedrückt werden.

$$E_{\psi} = \frac{1}{2} (\vartheta_1, \vartheta_2) \mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{D} \mathbf{A} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_1 \\ \boldsymbol{\vartheta}_2 \end{bmatrix}$$
(T2.02)

Daraus folgt:

$$E_{\psi} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\vartheta}_{1}, \boldsymbol{\vartheta}_{2}) \frac{1}{\sin^{2} \boldsymbol{\alpha}} \begin{bmatrix} (D_{1} \cos^{2} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{D}_{2}) h_{1}^{2} & -(D_{1} + D_{2}) h_{1} h_{2} \cos \boldsymbol{\alpha} \\ -(D_{1} + D_{2}) h_{2} h_{1} \cos \boldsymbol{\alpha} & (D_{1} + D_{2} \cos^{2} \boldsymbol{\alpha}) h_{2}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_{1} \\ \boldsymbol{\vartheta}_{2} \end{bmatrix}$$
(T2.03)

oder anders ausgedrückt

$$E_{\Psi} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\vartheta}_{1}, \boldsymbol{\vartheta}_{2}) \left[\mathbf{K}^{A} \right] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\vartheta}_{1} \\ \boldsymbol{\vartheta}_{2} \end{pmatrix}$$

Dabei wurde D_1 und D_2 eingeführt und $D_1 = \sqrt{D_{w1} / 2h_1 GK_{f1}}$. D_2 ist ähnlich aufgebaut. [K^A] ist die Matrix der lokalen Steifigkeit der Rahmenecke. Somit verhält sich die unausgesteifte Rahmenecke A im Hinblick auf Verwölbung wie ein Wölbgelenk mit zwei unabhängigen Verwölbungparameter (ϑ_1 , ϑ_2) und einer zusätzlichen 2 x 2 elastischen Federsteifigkeitsmatrix

(Gleichung T2.03). Bei $h_1 = h_2$ bedeutet $\alpha = 0$ einen geraden Träger und die Gleichung (T2.03) wird singulär.

T4

b) Rahmenecke B (mit Diagonalversteifung)

Die Verwölbung dieser Rahmenecke beinhaltet sowohl die Biegung der Diagonalversteifung in ihrer eigenen Ebene als auch ihre Verwölbung. Ihre Biegesteifigkeit in der Ebene ist aber größer als die Wölbsteifigkeit und dadurch wird diese Biegung der Platte praktisch verhindert und es bleibt nur ein Parameter, um die Verwölbung und Deformation der Ecke zu beschreiben.

$$a_1 = \frac{(h_2 - h_1 \cos \alpha)}{\sin \alpha} \qquad a_2 = \frac{(h_1 - h_2 \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$
(T2.04)

$$\tan \alpha_1 = \frac{a_1}{h_1} \qquad \qquad \tan \alpha_2 = \frac{a_2}{h_2} \tag{T2.05}$$



Bild T2.1: a) Geometrie der Rahmenecke B [48]
b) Verwölbung θ_c und Biegung in der Ebene ψ_c

Die Länge der Diagonalversteifung ist:

$$h_{c} = \frac{h_{1}}{\cos \alpha_{1}} = \frac{h_{2}}{\cos \alpha_{2}}$$
(T2.06)
T5

Für die Verwölbung und Biegung in der Ebene der Diagonalversteifung werden die Parameter θ_c und ψ_c eingeführt. Aus den Rotationsvektoren für Träger 1 folgt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1} \boldsymbol{\vartheta}_{1} \\ \boldsymbol{\psi}_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \boldsymbol{\alpha}_{1} & \sin \boldsymbol{\alpha}_{1} \\ -\sin \boldsymbol{\alpha}_{1} & \cos \boldsymbol{\alpha}_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{c} \boldsymbol{\vartheta}_{c} \\ \boldsymbol{\psi}_{c} \end{bmatrix}$$
(T2.07)

Wenn man in Gleichung (T2.07) α_1 mit - α_2 ersetzt, erhält man den Ausdruck für ($h_2 \vartheta_2$, ψ_2). Vorausgesetzt, die Biegesteifigkeit der Diagonalversteifung ist viel größer als ihre Wölbsteifigkeit, dann kann $\psi_c = 0$ angenommen werden. Aus Gleichung (T2.07) folgt:

$$\frac{\mathbf{h}_{1}\boldsymbol{\vartheta}_{1}}{\cos\boldsymbol{\alpha}_{1}} = \frac{\mathbf{h}_{2}\boldsymbol{\vartheta}_{2}}{\cos\boldsymbol{\alpha}_{2}} = \mathbf{h}_{c} \boldsymbol{\vartheta}_{c}$$
(T2.08)

Mit Gleichungen (T2.06) und (T2.08) erhält man die Kontinuitätsbedingung:

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_c \tag{T2.09}$$

Deshalb bedeutet die Unterdrückung der Biegung der Diagonalversteifung in der Ebene ($\psi_c = 0$), daß die beiden angeschlossenen Stabelemente am Knotenpunkt identische Verwölbungsparameter haben ($\vartheta_1 = \vartheta_2$). Die Verwölbung der Diagonalversteifung und die Trägerquerschnittsdeformation werden wesentlich vom Verwölbungsparameter ϑ_c beeinflußt. Die Energie für die Verwölbung der Diagonalversteifung mit den Abmessungen $h_c x b_c x t_c$ ist:

$$E_{\vartheta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \operatorname{Gh}_{c} b_{c} t_{c}^{3} \right) \vartheta_{c}^{2}$$
(T2.10)

Die Deformationsparameter ψ_1 und ψ_2 werden aus Gleichung (3.09) und $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_c$ ermittelt. Wenn die geometrischen Parameter a_1 und a_2 aus Gleichung (T2.04) eingeführt werden, dann gilt

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \, \boldsymbol{\vartheta}_c \tag{T2.11}$$

Diese Beziehung wird in die Gleichung (3.08) eingesetzt und daraus ergibt sich der Ausdruck der Deformationsenergie:

$$E_{\psi} = \frac{1}{2} \left[a_{1}^{2} \sqrt{\frac{D_{w1}}{2h_{1}}} GK_{f1} + a_{2}^{2} \sqrt{\frac{D_{w2}}{2h_{2}}} GK_{f2} \right] \vartheta_{c}^{2}$$
(T2.12)

Die lokale Verbindungssteifigkeit der Rahmenecke besteht aus der Verwölbung der Diagonalversteifung und der Querschnittsdeformation in den Trägern. Die dazugehörige Energie beträgt:

$$E_{\vartheta} + E_{\psi} = \frac{1}{2} K^{B} \vartheta_{c}^{2}$$
(T2.13)

K^B ist hierbei der Steifigkeitsparameter der Rahmenecke.

d) Rahmenecke D (mit Schubfenster und Diagonalversteifung)

Die Rahmenecke vom Typ D muß die Kontinuitätsbedingungen sowohl für Rahmenecke B als auch für C erfüllen.

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = -\vartheta_2 \tag{T2.14}$$

Daraus folgt

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0 \tag{T2.15}$$

Die Deformation aus Gleichung (3.09) verschwindet und diese Rahmenecke kann mit ausreichender Genauigkeit als eine volle Verwölbungseinspannung ohne Deformation angenommen werden.

Erklärung

Ich erkläre, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Weimar, den 28. April 1997

Unterschrift

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name, Vorname:	Masarira, Alvin
Geburtsdatum:	04 Mai 1965
Geburtsort:	Zvishavane, Republik Simbabwe
Nationalität:	Simbabwe
Familienstand:	Ledig
Schulbildung	
1972 - 1978	Grundschule (Primary School), Zimbabwe
1979 - 1982	Oberschule (Secondary School), Zimbabwe
1983 - 1984	Abitur (Advanced Level), Zimbabwe
10/1987-08/1988	Deutschsprachkurs Herder-Institut (Leipzig) Zweigstelle: Glauchau (Sachsen)
Studium	
09/1988-10/1993	Universitätsstudium im Studiengang Bauingenieurwesen an der Bauhaus Universität Fakultät Bauingenieurwesen
10/1993-1997	Promotionsstudium an der Professur Stahlbau Bauhaus-Universität Weimar