

Lorentzkraft-Anemometrie von elektrisch schwach leitfähigen Fluiden

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

vorgelegt der
Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Ilmenau

von Herrn

Dipl.- Ing. Christian Diethold
geboren am 06.06.1981 in Sömmerda

Gutachter: Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Gerd Jäger, Ilmenau
Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Klaus Zimmermann, Ilmenau
Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Tino Hausotte, Erlangen

eingereicht: 12.10.2015

verteidigt: 07.09.2016

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Prozessmess- und Sensortechnik der Technischen Universität Ilmenau. Diese Dissertation wurde im Rahmen des Graduiertenkollegs GRK1567 „Elektromagnetische Strömungsmessung und Wirbelstromprüfung mittels Lorentzkraft“ erstellt. Die Aufgabenstellung des Projektteils B-2 ist die Entwicklung von hochpräzisen Kraftmesssystemen.

An dieser Stelle möchte ich vor allem meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Gerd Jäger für die wissenschaftliche Betreuung sowie den vielen Hinweisen und Hilfestellungen, die zum erfolgreichen erstellen meiner Dissertation beigetragen haben danken. Weiterhin gilt mein Dank Prof. Dr. rer. nat. habil. André Thess als Leiter des Graduiertenkollegs sowie den Herren Prof. Dr.-Ing. Thomas Fröhlich und Dr.-Ing. Falko Hilbrunner für die wissenschaftlichen Diskussionen und für die hilfreichen Hinweise. Der Dank gilt außerdem allen Mitarbeitern des Institutes für Prozessmess- und Sensortechnik der Technischen Universität Ilmenau.

Ein besonderer Dank gilt meinen beiden Kollegen André Wegfraß und Michael Werner. Aufgrund unserer engen Zusammenarbeit war es möglich, die praktische und theoretische Umsetzung der Durchflussmessung von schwach leitfähigen Fluiden mittels Lorentzkraft-Anemometrie zu realisieren.

Meiner Familie, insbesondere meiner Frau Andrea und meinen Eltern, danke ich sehr herzlich für die Ermutigungen und die Unterstützung.

Erfurt, Oktober 2015

Christian Diethold

Kurzfassung

Die Lorentzkraft-Anemometrie stellt ein neuartiges, berührungsloses Messverfahren zur Bestimmung von Durchflüssen bzw. Strömungsgeschwindigkeiten von elektrisch leitfähigen Fluiden dar. Das strömende Fluid erzeugt in Verbindung mit einem externen Magnetfeld eine Lorentzkraft, die mittels eines Kraftmesssystems berührungslos erfasst wird. Gegenüber anderen Durchflussmessverfahren können die Fluide heiß, chemisch aggressiv und opak sein.

Die Lorentzkraft, welche von schwach leitfähigen Fluiden, wie Elektrolyten, in der magnetischen Wechselwirkung hervorgerufen wird, liegt in der Größenordnung von wenigen Mikronewton. Die besondere Herausforderung besteht darin, dass das am Kraftmesssystem befestigte Magnetsystem zur Erzeugung des erforderlichen magnetischen Feldes hingegen eine Gewichtskraft in der Größenordnung von mehreren Newton aufweist. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt in der Entwicklung und Untersuchung eines Kraftmesssystems, welches auf dem Kompensationsprinzip beruht. Hierbei wird die zu messende Lorentzkraft durch eine ihr proportionale Gegenkraft elektromagnetisch kompensiert.

Zur Charakterisierung und Kalibrierung des Kraftmesssystems wird ein Kalibriersystem entwickelt, welches auf dem Prinzip der elektromagnetischen Krafterzeugung beruht. Die messtechnischen Eigenschaften und die Messunsicherheit des Kalibriersystems werden vor allem von der Ausrichtung der Spule zum Topfmagneten und dem Spulenstrom bestimmt. Das Kalibriersystem ermöglicht eine Krafterzeugung, die unabhängig von der Erdbeschleunigung ist. Dies stellt einen entscheidenden Vorteil gegenüber der Kalibrierung mit Gewichtsstücken dar.

Die Untersuchungen zur Durchflussmessung mittels des auf Basis des entwickelten Kraftmesssystems umgesetzten Lorentzkraft-Anemometers werden an Salzwasser durchgeführt. Dieses Modellfluid ist transparent und bei Zimmertemperatur flüssig, somit können verschiedene kommerzielle Referenzmesssysteme zur Bestimmung des Durchflusses genutzt werden. Weiterhin kann die elektrische Leitfähigkeit des Fluids durch die Salzkonzentration variiert werden. Es wird nachgewiesen, dass die ermittelte Lorentzkraft proportional zur Strömungsgeschwindigkeit und zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids ist. Wesentliche Einflussfaktoren auf die gemessene Lorentzkraft stellen die Neigung und die Schwingung des Messaufbaus dar.

Abstract

The Lorentz force velocimetry is a novel, non-contact measurement method for the determination of flow rates and flow velocities of electrically conducting fluids. The moving fluid generates the Lorentz force with an external magnetic field. The Lorentz force is measured contactless with a force measurement system. In contrast to other flow measurement techniques the fluids can be hot, chemically aggressive and opaque.

The Lorentz force which is generated by poorly conducting fluids like electrolytes in presence of a magnetic field is in the micro Newton range. The magnet system which generates the magnetic field and which is attached to the force measurement system has a weight force in the range of several Newton which is a particular challenge. The main task of the work is the development of a force measurement system which is based on the principle of compensation. The acting Lorentz force is compensated by an equivalent electromagnetic force.

The force measurement system is characterized and calibrated using a calibration system which bases on the principle of electromagnetic force generation. Its metrological properties and its uncertainty are mainly influenced by the alignment of the voice coil towards its magnet and the current. The calibration system enables the possibility of generating forces which are independent of the gravitational acceleration. This is a crucial advantage compared to the calibration using standard mass pieces.

The investigations of the flow rate using Lorentz force velocimetry perform on salt water as model fluid. This model fluid is transparent and liquid at room temperature therefore several commercial reference measurement systems can be used for the determination of flow rate. Furthermore the fluid's electrical conductivity can be varied by changing the salt concentration. It is shown that the measured Lorentz force is proportional to the flow rate and the electrical conductivity of the fluid. The measured Lorentz force is substantially influenced by the titling of the measurement setup and its vibration.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Abkürzungen und Variablen	VII
1. Einleitung	1
2. Grundlagen & Stand der Technik	4
2.1. Durchflussmessung	4
2.2. Kraftmesstechnik	8
3. Kalibrierung des Kraftmesssystems - Kalibriersystem	11
3.1. Grundlagen Kalibriersystem	11
3.1.1. Elektrostatische Krafterzeugung	13
3.1.2. Elektromagnetische Krafterzeugung	13
3.2. Aufbau und Funktionsweise	14
3.2.1. numerische Simulation der Kalibrierkraft	16
3.3. Messungen - Kalibriersystem	19
3.3.1. Rückführbarkeit Krafterzeugung - Kalibrierung	19
3.3.2. Ermittlung des Einflusses der Eintauchtiefe	20
3.3.3. Einfluss des radialen Versatzes der Spule	21
3.3.4. Zusammenhang zwischen Kalibrierstrom und Kalibrierkraft	22
3.3.5. Wiederholbarkeit der Kalibrierkraft	25
3.3.6. Messunsicherheit Kalibriersystem	25
3.3.7. Einfluss der Temperatur	27
3.4. Zusammenfassung - Kalibriersystem	29
4. Kraftmesssystem mit elektromagnetischer Kraftkompensation	31
4.1. Grundlagen der elektromagnetischen Kraftkompensation	31
4.2. Messaufbau EMK-Kraftmesssystem	33
4.2.1. mechanischer Aufbau	33
4.2.2. Lageindikator	34
4.2.3. Regelung	35

4.3. Messtechnische Eigenschaften	36
4.3.1. Statisch mechanische Beschreibung des Kraftmesssystems	37
4.3.2. Dynamische Beschreibung des Kraftmesssystems - Messdynamik	44
4.3.3. Dimensionierung der Regelung	51
4.4. Messungen - EMK-Kraftmesssystem	56
4.4.1. Empfindlichkeit des EMK-Kraftmesssystems	56
4.4.2. Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems	60
4.4.3. Wiederholbarkeit Kraftmessung	61
4.4.4. Kippung des EMK-Kraftmesssystems	62
4.5. Berechnung Messunsicherheit EMK-Kraftmesssystem	65
4.6. Zusammenfassung - Kraftmesssystem mit elektromagnetischer Kraft- kompensation	67
5. Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem	69
5.1. Messaufbau - Lorentzkraftanemometer mit EMK-Kraftmesssystem	69
5.2. Messung Lorentzkraft	72
5.2.1. Erfassung der Strömungsgeschwindigkeit	72
5.2.2. Messwerterfassung und Messwertverarbeitung	74
5.2.3. Klassisches Magnetsystem	76
5.2.4. Magnetsystem mit Halbach-Arrays	77
5.3. Untersuchung des Schwingungsverhaltens	78
5.3.1. Messungen - vereinfachter Versuchsaufbau	79
5.3.2. Minimierung der Schwingungen	80
5.4. Zusammenfassung - Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem	86
6. Zusammenfassung	87
Literaturverzeichnis	90
A. Schaltung Lageindikator EMK-Kraftmesssystem	94
B. Koeffizientenvergleich Regelstrecke EMK-Kraftmesssystems	96
C. Regelung EMK-Kraftmesssystem	99

Abkürzungen und Variablen

Abkürzungen

DMS	Dehnungsmessstreifen
EMK	elektromagnetische Kraftkompensation
FEM	Finite Elemente Methode
LDA	Laser Doppler Anemometrie
MID	magnetisch-induktiver Durchflussmesser
UDV	Ultraschall-Durchflussmesser

Variablen

A	Fläche/ Querschnitt
A_C	Fläche Plattenkondensator
A_R	Amplitudenreserve
B	magnetische Flussdichte
b	Breite Querschnitt
C	Kapazität
C_1, C_2	Integrationskonstanten
c_{Index}	Sensitivitätskoeffizient der entsprechenden Größe 'Index'
c_L	Konstante Lorentzkraft-Anemometrie
c_s	Federsteifigkeit
D	lehresches Dämpfungsmaß
d	Durchmesser
d_C	Abstand Plattenkondensator
E	Elastizitätsmodul
E_{cal}	Empfindlichkeit Kalibriersystem
E_{EMK}	Kalibrierkonstante EMK-Kraftmesssystem
E_{el}	elektrische Feldstärke
E_L	Empfindlichkeit Lorentzkraft-Anemometrie
E_{MS}	Empfindlichkeit EMK-Kraftmesssystem
E_φ	Kippempfindlichkeit
F	Kraft allgemein

F_{cal}	Kalibrierkraft
F_C	Kraft durch Federsteifigkeit
F_d	Kraft durch Dämpfung
F_E	elektrostatische Kraft
F_G	Gewichtskraft
F_{Kipp}	Kraft durch Kippung Kraftmesssystem
F_L	Lorentzkraft
$F_{L,EMK}$	Kompensationskraft EMK-Wägesystem
F_M	Messkraft
F_R	Rückstellkraft
F_{tan}	Tangentialkraft
f_0	Eigenfrequenz
f_D	Durchtrittsfrequenz
f_s	Abtastfrequenz
G	Übertragungsfunktion
g	Erdbeschleunigung
h	Höhe Querschnitt
h_{diff}	Höhendifferenz
I_{cal}	Kalibrierstrom
I_{FE}	Fotostrom Fotodiode
I_{LED}	LED-Strom Lageindikator EMK-Wägesystem
I_{Spule}	Spulenstrom
i_{ab}	Übersetzungsverhältnis Koppelstück - Lageindikator
i_{Spule}	Übersetzungsverhältnis Koppelstück - Spule
j	Laufvariable
J	Stromdichte
K	Verstärkungsfaktor
l	Länge
l_p	Länge Parallelenker EMK-Wägesystem
$M_{Bz}(x)$	Biegemoment an der Stelle x
M_R	Rückstellmoment
M	Moment allgemein
m	Masse allgemein
$m_{0,mag}$	Masse Magnetsystem
m_{Fl}	Masse Fluid
\dot{m}_{Fl}	Massenstrom Fluid
N	Windungszahl
n	Anzahl
n_{Pumpe}	Drehzahl Pumpe

p_{dyn}	hydrodynamischer Druck
p_{stat}	hydrostatischer Druck
p_{verl}	Druckverluste
Q	Durchfluss
Q_{el}	elektrische Ladung
R	elektrischer Widerstand
r_{cal}	radialer Versatz Kalibrierspule
\vec{r}	Ortsvektor
$s_{F,M}$	Reproduzierbarkeit Messkraft
T	Zeitkonstante
t	Zeit
$t_{s,system}$	Einschwingzeit/ Einstellzeit
TK_{cal}	Temperaturkoeffizient des Kalibriersystems
U	elektrische Spannung
U_C	Spannung Plattenkondensator
U_{Diff}	Differenzspannung Lagesignal EMK-Wägesystem
U_{Ind}	induzierte elektrische Spannung
u_{Index}	Unsicherheit der entsprechenden Größe 'Index'
v_{Fl}	Strömungsgeschwindigkeit Fluid
V	Volumen
\dot{V}	Volumenstrom
V_{Fl}	durchströmtes Messvolumen
v	Auslenkung
v_{ab}	Auslenkung am Lageindikator
v_{Spule}	Auslenkung an der Spule
z_{cal}	Eintauchtiefe Kalibrierspule
α	Auslenkwinkel
ϵ_0	Permittivität
ϵ_r	relative Permittivität
ϑ	Temperatur
ρ_{Fl}	Dichte Fluid
σ_{Fl}	elektrische Leitfähigkeit Fluid
φ_R	Phasenreserve
φ	Kippwinkel
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Eigenkreisfrequenz

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit behandelt die berührungslose Messung der Strömungsgeschwindigkeit eines Fluids mittels Lorentzkraft. Bei der sogenannten Lorentzkraft- Anemometrie wird ein elektrisch leitfähiges Fluid von einem statischen Magnetfeld durchdrungen. In Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids werden im Fluid Wirbelströme induziert, welche mit dem magnetischen Feld eine Lorentzkraft bewirken. Diese Lorentzkraft wirkt sowohl auf das Fluid, als auch auf das Magnetsystem. Die Lorentzkraft F_L ist dabei direkt proportional zu der Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} , der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids σ_{Fl} und dem durchströmten Messvolumen V_{Fl} , sowie dem Quadrat der magnetischen Flussdichte des Magnetsystems B [1], [2]:

$$F_L \propto v_{Fl} \cdot \sigma_{Fl} \cdot V_{Fl} \cdot B^2 \quad (1.1)$$

Die Lorentzkraft-Anemometrie ermöglicht es, die Strömungsgeschwindigkeit eines Fluids komplett berührungslos zu messen, was ein entscheidender Vorteil gegenüber kommerziellen Durchflussmessverfahren ist. Eine Übersicht über die bestehende Durchflussmesstechnik wird in Kapitel 2 gegeben.

Ein wesentlicher Bestandteil dieses Messverfahrens ist die Bestimmung der Lorentzkraft mittels eines geeigneten Kraftmesssystems. Für Metallschmelzen, deren elektrische Leitfähigkeit sehr groß ist, wurden eine Vielzahl von Untersuchungen durchgeführt. Die dabei wirkende Lorentzkraft liegt bei Metallschmelzen im Bereich von einigen Newton für Volumenströme von wenigen Litern pro Sekunde [3], [4].

Für Elektrolyte, deren elektrische Leitfähigkeit gegenüber Metallschmelzen um fünf bis sieben Größenordnungen kleiner ist, ist die Lorentzkraft, die durch ein strömendes Fluid hervor gerufen wird sehr klein und liegt im Bereich von wenigen Mikronewton. Ein weiterer Einflussfaktor ist die magnetische Flussdichte des Magnetsystems im durchströmten Messvolumen (siehe Gleichung 1.1). Die Lorentzkraft ist direkt proportional zum Quadrat der magnetischen Flussdichte. Eine Erhöhung der magnetischen Flussdichte führt zu einer größeren Lorentzkraft bei gleicher elektrischer Leitfähigkeit und Strömungsgeschwindigkeit des Fluids. Die Erhöhung der magnetischen Flussdichte bedingt jedoch eine Zunahme des magnetisch aktiven Materials und damit eine Vergrößerung der Masse des Magnetsystems. Diese Masse bzw. die Gewichtskraft des Magnetsystems wirkt zusätzlich zur Lorentzkraft auf das Kraftmesssystem. Während

die zu messende Lorentzkraft im Bereich von wenigen Mikronewton liegt, beträgt die Gewichtskraft eines entsprechend dimensionierten Magnetsystems mehr als zehn Newton [5]. Das Verhältnis zwischen Gewichtskraft und Lorentzkraft ist demnach 10^7 . Bedingt durch dieses große Verhältnis wird eine Entkopplung von Gewichtskraft und Lorentzkraft angestrebt, so dass das Kraftmesssystem nur die Lorentzkraft erfasst und die Gewichtskraft senkrecht zu dieser wirkt. Da die Gewichtskraft definitionsgemäß in Richtung der Fallbeschleunigung wirkt, muss die Lorentzkraft senkrecht zu dieser gerichtet sein, um eine Entkopplung zu erreichen. Im Idealfall hat die Gewichtskraft somit keinen Einfluss auf die Lorentzkraft.

In der vorliegenden Arbeit werden die Messungen an einem Modellfluid durchgeführt. Als Modellfluid wird eine Lösung aus Wasser und Natriumchlorid (Kochsalz) verwendet. Das Natriumchlorid dissoziiert im Wasser, so dass neben den Wasser Natrium- und Chloridionen vorliegen. Durch diese Dissoziation liegt ein Elektrolyt vor, die elektrische Leitfähigkeit wird somit durch die Ionen ermöglicht. Zur Untersuchung des Einflusses der elektrischen Leitfähigkeit auf die Lorentzkraft wird die Konzentration der Natriumchloridlösung variiert, da die Menge der im Wasser gelösten Ionen direkt proportional zur elektrischen Leitfähigkeit ist.

Das Modellfluid ist transparent und bei Raumtemperatur flüssig, dies ermöglicht es etablierte Strömungsmessverfahren als Referenzmesssysteme einsetzen zu können. Die verwendeten Referenzmesssysteme sind ein Laser-Doppler-Anemometer (LDA) zur orts aufgelösten Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit, sowie ein Ultraschalldurchflussmesser (UDV) und ein magnetisch-induktiver Durchflussmesser (MID), welche jeweils den Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit erfassen. Mit diesen Messverfahren kann die Kalibrierung des Lorentzkraft-Anemometers durchgeführt und die Messungen verglichen werden.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Lorentzkraft-Anemometer beruht auf der elektromagnetischen Kraftkompensation (EMK), bei der die Lorentzkraft als Messgröße durch eine ihr proportionale Kompensations- bzw. Gegenkraft kompensiert wird. Das Kapitel 4 behandelt die messtechnischen Eigenschaften dieses Messverfahrens. Als Kraftmesssystem kommt ein kommerzielles EMK-Wägesystem zum Einsatz, welches für diesen Anwendungsfall modifiziert wurde. Das Prinzip des Kraftmesssystems bedingt einen geschlossenen Regelkreis, der die Kompensationskraft nachstellt. Die Berechnung und Dimensionierung dieses Regelkreises erfolgt anhand der dynamischen Parameter des Kraftmesssystems und wird im Abschnitt 4.3 ausführlich betrachtet. Ist die Kompensationskraft gleich der Lorentzkraft, so ist der statische Zustand erreicht. Im statischen Zustand gibt es keine Auslenkung des Magnetsystems, eine rückstellende Kraft durch

die Gewichtskraft des Magnetsystems tritt somit nicht auf. In der vorliegenden Arbeit wird nachgewiesen, dass die Gewichtskraft des Magnetsystems keinen wesentlichen Einfluss auf die Messgröße hat. Es wird gezeigt, dass mit diesem Messprinzip eine Lorentzkraft im Bereich von weniger als einem Mikronewton wiederholbar gemessen werden kann.

Das Magnetsystem des Lorentzkraft-Anemometers wird für die Untersuchung der messtechnischen Eigenschaften des EMK-Kraftmesssystems entfernt und durch eine bekannte Masse ersetzt. Dies ermöglicht Untersuchungen zum Einfluss der Gewichtskraft auf das Kraftmesssystem. Weiterhin werden störende Einflüsse durch die Reluktanzkraft des Magnetsystems ausgeschlossen.

In Kapitel 5 wird die Strömungsgeschwindigkeit eines strömenden, elektrisch leitfähigen Fluids mittel Lorentzkraft-Anemometrie gemessen. Sowohl die Strömungsgeschwindigkeit, als auch die elektrische Leitfähigkeit des Fluids wurden für die Untersuchungen variiert und deren Einfluss auf die Lorentzkraft bestimmt. Im Rahmen der Untersuchungen wurden zwei verschiedene Konzepte von Magnetsystemen eingesetzt, die unterschiedliche magnetische Eigenschaften aufweisen und damit ebenso die Lorentzkraft quantitativ beeinflussen. Weiterhin wurden Störeinflüsse auf die Kraftmessung untersucht und Wege zur Minimierung dieser aufgezeigt.

Ein weiterer Bestandteil der Arbeit ist die Entwicklung eines Kalibriersystems, welches die Kalibrierung des Kraftmesssystems ermöglicht. Wirkt die Gewichtskraft des Magnetsystems auf das EMK-Kraftmesssystem, so tritt eine Dehnung der Gelenke des EMK-Wägesystems auf. Durch diese lastabhängige Dehnung ändert sich die Federsteifigkeit des EMK-Wägesystems [6]. Um diesen Zustand zu umgehen, wird das EMK-Kraftmesssystem in der Einbaulage mit der entsprechend wirkenden Gewichtskraft des Magnetsystems kalibriert. Diese Kalibrierung bedingt jedoch eine senkrecht zur Gewichtskraft wirkende Kalibrierkraft. Weiterhin werden mit diesem Kalibriersystem verschiedene Einflüsse auf das EMK-Kraftmesssystem untersucht.

Das Prinzip des Kalibriersystems beruht auf einer Lorentzkraft, welche durch eine stromdurchflossene Spule und einem magnetischen Feld eines Permanentmagneten erzeugt wird. Die Lorentzkraft des Kalibriersystems wird als Kalibrierkraft bezeichnet und ist proportional zum Strom, der durch dessen Spule fließt. Die Krafterzeugung ist berührungslos und die Kalibrierkraft ist unabhängig von der Einbaulage des Kalibriersystems. Der Zusammenhang zwischen der Kalibrierkraft und dem Strom, der durch die Spule fließt wird in vertikaler Lage durch eine Kalibrierung gegenüber der Gewichtskraft von Gewichtsstücken bekannter Masse ermittelt. Das Kalibriersystem wird in Kapitel 3 messtechnisch untersucht. Es werden die Einflussgrößen auf das Kalibriersystem betrachtet und es wird nachgewiesen, dass eine Kalibrierung des vorgestellten Kraftmesssystems mit hinreichend kleiner Messunsicherheit möglich ist.

2. Grundlagen & Stand der Technik

2.1. Durchflussmessung

Die Durchflussmessung von flüssigen und gasförmigen Stoffen ist weit verbreitet und wird vor allem zur Prozessüberwachung und -kontrolle in der chemischen Industrie, der Nahrungsmittelerzeugung, in der Kraftwerkstechnik und in vielen weiteren Bereichen eingesetzt. Es gibt zurzeit eine Vielzahl von etablierten Durchflussmessverfahren. Grob unterteilt werden die Verfahren in mechanische Wirkprinzipien, magnetisch induktive Verfahren sowie in thermische, akustische und optische Strömungsmessung [7].

Die mechanischen Wirkprinzipien nutzen Drucksonden, Blenden, Düsen, Flügelräder, Messkammern und weitere mechanische Elemente, um entweder durchflussabhängige Druckunterschiede zu erfassen bzw. das Messmedium in bekannte und quantifizierbare Volumina zu unterteilen. Der Nachteil dieser Verfahren ist, dass die messtechnisch relevanten Komponenten mit dem Fluid in mechanischem Kontakt stehen. Heiße und aggressive Fluide führen zu erhöhtem Verschleiß bzw. zur Zerstörung dieser Komponenten. Ein Einsatz ist hier nicht oder nur sehr beschränkt möglich. Coriolis-Massendurchflussmesser gehören ebenso zu den mechanischen Verfahren. Hierbei werden in Schwingung versetzte gebogene Rohrabschnitte vom Fluid durchströmt. Abhängig vom Massendurchfluss ändert sich die Phase und Amplitude der Schwingung.

Bei den thermischen Verfahren wird der Wärmetransport einer Strömung ausgenutzt, dazu ragt ein beheizter Draht bzw. eine beheizte Sonde in die Strömung. Ein strömendes Fluid bewirkt einen Wärmetransport, die Sonde wird gekühlt. Dieses Verfahren eignet sich ebenso nicht für heiße und aggressive Fluide, da der Wärmetransport einen Temperaturunterschied zwischen (heißer) Sonde und Fluid bedingt und die Sonde durch die Strömung einen erhöhten Verschleiß ausgesetzt ist.

Optische, sowie akustische Verfahren haben den großen Vorteil, dass sie berührungslos und damit verschleißfrei arbeiten. Der Nachteil der optischen Verfahren ist, dass sie ein im jeweiligen Wellenlängenbereich des Messverfahrens ein transparentes Fluid erfordern, um die Strömungsgeschwindigkeit im Fluid zu bestimmen. Die Erfassung der Strömungsgeschwindigkeit an der Oberfläche ist mit den optischen Verfahren unabhängig vom Transmissionsgrad des Fluides.

Die akustischen Verfahren nutzen Schallwellen, welche durch das Fluid gesendet und von einem Empfänger detektiert werden. Die Schallwellen werden dazu idealerweise in

Strömungsrichtung ausgesendet. Ein strömendes Fluid verändert durch den Dopplereffekt die Frequenz der Schallwelle [7, S. 231]. Die Transmitter (Sender und Empfänger) dieser akustischen Verfahren stehen in Kontakt mit dem Rohr bzw. dem Kanal, durch den das Fluid strömt. Bei heißen Fluiden erwärmt sich ebenso das Rohr bzw. der Kanal und folglich auch die Transmitter. Der Einsatzbereich der akustischen Verfahren beschränkt sich daher auf Fluidtemperaturen bis maximal 450 °C [8].

Bei den magnetisch induktiven Verfahren entsteht durch ein elektrisch leitfähiges, strömendes Fluid in einem Magnetfeld ein elektrischer Potentialunterschied, welcher als Spannung über Elektroden abgegriffen werden kann. Das Fluid steht in Kontakt mit den Elektroden, daher ist ein Einsatz in sehr heißen und aggressiven Fluiden wie Schmelzen nicht möglich.

Zurzeit (2015) gibt es kein kommerzielles Messsystem, welches den Durchfluss bzw. die Strömungsgeschwindigkeit von Schmelzen mit einer hohen Temperatur von über 450 °C, bzw. von heißen, aggressiven Fluiden erfassen kann. Vollständig berührungslose Messverfahren, welche weder direkt mit dem Fluid bzw. dessen Rohr- bzw. Kanalwandung in Kontakt sind, befinden sich in der Entwicklung, reichen jedoch noch nicht über den experimentellen Status hinaus.

Ein experimentelles Messverfahren nutzt die induktive Kopplung einer Erregerspule und von zwei Empfängerspulen aus, wobei die induktive Kopplung zwischen den Spulen über das elektrisch leitfähige Fluid erreicht wird. Abhängig von der elektrischen Leitfähigkeit und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit des Fluids ändert sich die Phasendifferenz zwischen den Empfängerspulen. Für eine optimale Erregerfrequenz f der Erregerspule ergibt sich eine minimale Auflösung der Strömungsgeschwindigkeit von $v_{FL,min} = 1 \text{ cm/s}$ bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $v_{FL,max} \approx 1,8 \text{ m/s}$. Das Fluid war geschmolzenes Natrium mit einer Temperatur von $\vartheta = 220 \text{ °C}$, wobei die maximale Temperatur des Fluids mit $\vartheta_{max} = 800 \text{ °C}$ angegeben wird. Die maximale Einsatztemperatur hängt von der Temperaturbeständigkeit der Erreger- und Empfangsspulen ab [9], [10].

Ein weiteres experimentelles Messverfahren zur Ermittlung der Strömungsgeschwindigkeit ist die sogenannte Lorentzkraft-Anemometrie. Sie beruht auf der Wechselwirkung eines magnetischen Feldes mit einem elektrisch leitfähigen Fluid. Das Prinzip gleicht einer Wirbelstrombremse, bei der ein bewegter, elektrisch leitfähiger Festkörper unter Einwirkung eines äußeren magnetischen Feldes abgebremst wird.

Bewegt sich ein elektrisch leitfähiges Fluid mit der elektrischen Leitfähigkeit σ_{FL} und einer Strömungsgeschwindigkeit \vec{v}_{FL} durch ein magnetisches Feld, mit der magnetischen Flussdichte \vec{B} , so werden in dem Fluid Wirbelströme \vec{j} induziert. Die Wirbelströme erzeugen ihrerseits mit dem magnetischen Feld eine Lorentzkraft \vec{F}_L . Das Prinzip ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

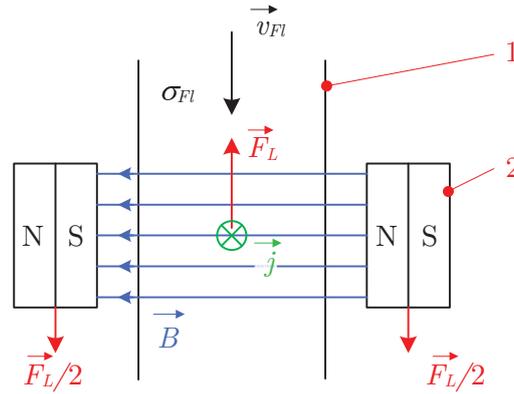


Abbildung 2.1.: Prinzipdarstellung Lorentzkraft-Anemometer

1 - Strömungskanal, 2 - Permanentmagnete, v_{Fl} - Strömungsgeschwindigkeit, B - magnetische Flussdichte, σ_{Fl} - elektrische Leitfähigkeit Fluid, j - Wirbelströme (aus der Zeichnungsebene), F_L - Lorentzkraft

Die Lorentzkraft wirkt entgegen der Strömung und bremst diese. Durch die Impulserhaltung wirkt die Lorentzkraft ebenso auf das Magnetsystem. In der hier vorliegenden Arbeit werden Magnetsysteme mit zwei identischen Permanentmagneten bzw. mit zwei identischen Halbach-Arrays verwendet, die Lorentzkraft wirkt somit auf beide Permanentmagnete bzw. Halbach-Arrays zu gleichen Anteilen mit $\vec{F}_L/2$.

Die Wirbelströme können mittels Ohm'schen Gesetz für bewegte Ladungsträger berechnet werden.

$$\vec{j} = \sigma_{Fl} \cdot (\vec{E}_{el} + \vec{v}_{Fl} \times \vec{B}) \quad (2.1)$$

Die elektrische Feldstärke \vec{E}_{el} ist in diesem Fall Null, da kein äußeres elektrisches Feld anliegt bzw. auf das Fluid einwirkt. Die Wirbelströme erzeugen mit dem magnetischen Feld des Magnetsystems die Lorentzkraft \vec{F}_L .

$$\vec{F}_L = \iiint_{V_{Fl}} (\vec{j} \times \vec{B}) dV \quad (2.2)$$

Die resultierende Lorentzkraft ist das Volumenintegral über das von den Magnetfeldlinien durchdrungene Fluid, dem sogenannten Messvolumen V_{Fl} . Die aus den Gleichungen 2.1 und 2.2 resultierende Lösung für die Lorentzkraft kann abgesehen von einigen wenigen Spezialfällen (magnetischer Dipol, unendlich ausgedehnter elektrischer Leiter) nur numerisch gelöst werden. Die analytische Näherungslösung für die Lorentzkraft lautet:

$$F_L = c_L \cdot v_{Fl} \cdot \sigma_{Fl} \cdot V_{Fl} \cdot B^2 \quad (2.3)$$

Die Konstante c_L hängt unter anderem von der Geometrie des Magnetsystems und

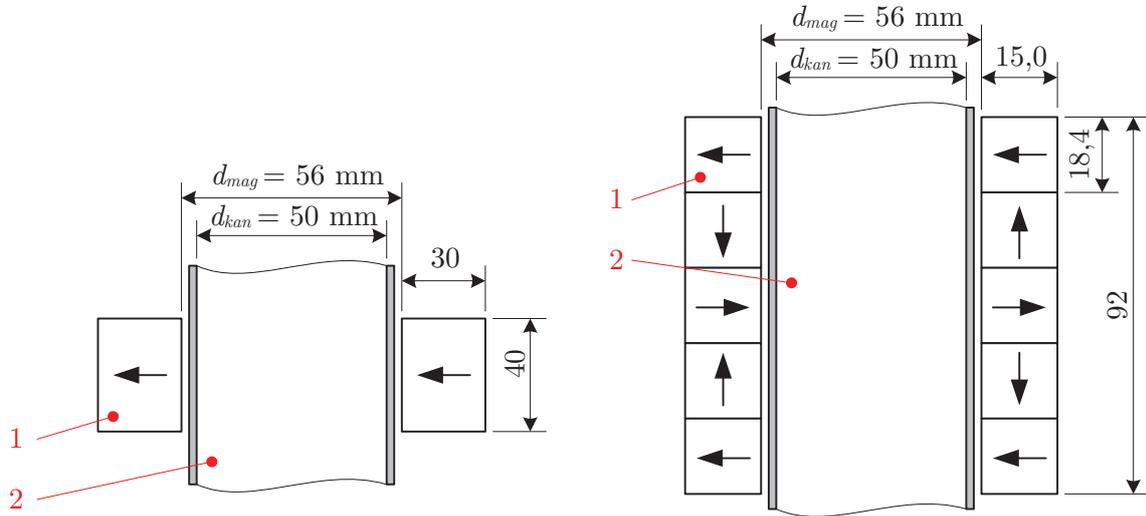
dessen magnetischer Flussdichte, sowie vom Strömungsprofil des Fluids ab.

Die Strömungsmessung mittels Lorentzkraft-Anemometrie ist für Fluide mit einer hohen elektrischen Leitfähigkeit besonders gut anwendbar. Es gibt neben einigen experimentellen Aufbauten bereits Untersuchungen in industriellen Anwendungen wie beispielsweise an geschmolzenem Aluminium [11] oder Zink [12]. In einer Aluminiumschmelze mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 3,01 \cdot 10^6$ S/m wurde eine Lorentzkraft im Bereich von bis zu $F_L = 0,5$ N gemessen. Der Volumenstrom betrug hierbei $\dot{V} = 10,55$ l/s und die magnetische Flussdichte im Fluid betrug $B = 13,5$ mT. Als Kraftmesssystem wurde dabei eine handelsübliche Waage verwendet [11].

Der in [13] dargestellte experimentelle Messaufbau zur orts aufgelösten Lorentzkraft-Anemometrie nutzt ein sehr kleines Magnetsystem, bestehend aus einem einzelnen Permanentmagneten mit einer Masse von circa $m_{0,mag} \approx 7,4$ g, dessen magnetische Flussdichte im Fluid $B = 147$ mT beträgt. Die Messungen wurden an einer Metallschmelze mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 3,46 \cdot 10^6$ S/m durchgeführt. Die gemessene Lorentzkraft beträgt hier $F_L = 1,6$ mN bei einem Volumenstrom von $\dot{V} = 0,335$ l/s. Als Kraftmesssystem kam hier eine interferenzoptische Waage zum Einsatz.

Aus Gleichung 2.3 geht hervor, dass die Lorentzkraft direkt proportional zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids ist. Während Metallschmelzen eine elektrische Leitfähigkeit in der Größenordnung von $\sigma_{Fl, Metall} = 10^6$ S/m aufweisen, haben Elektrolyte Leitfähigkeiten in der Größenordnung von $\sigma_{Fl, Elektrolyt} = 10^{-6} \dots 10^2$ S/m. Daraus ergibt sich gegenüber Metallschmelzen eine um fünf bis zwölf Größenordnungen kleinere Lorentzkraft bei gleichen Randbedingungen, wie Volumenstrom und magnetischer Flussdichte. Nach Gleichung 2.3 ist die Lorentzkraft proportional zum Quadrat der magnetischen Flussdichte. Durch eine Erhöhung der magnetischen Flussdichte kann der Einfluss der relativ geringen elektrischen Leitfähigkeit teilweise kompensiert werden. Eine Erhöhung der magnetischen Flussdichte bedingt eine Zunahme der Masse des Magnetsystems, welche sich in Form der Gewichtskraft auf das Messsystem auswirkt. Das für die Anwendung entworfene Magnetsystem besteht aus zwei Neodym-Eisen-Bor Permanentmagneten, die sich mit einem Abstand von $d_{Mag} = 56$ mm gegenüber stehen (siehe Abbildung 2.2a). Die maximale magnetische Flussdichte dieses Magnetsystems beträgt $B = 500$ mT bei einer Gesamtmasse von $m_{0,mag} = 0,95$ kg. Zur Gewichtersparnis wurde kein Eisenrückschluss zur Leitung des magnetischen Flusses verwendet. Die Magnete sind durch einen leichten Halter aus kohlefaserverstärktem Kunststoff verbunden. Dies hat jedoch zur Folge, dass ein Großteil der magnetischen Flussdichte der Permanentmagnete als Streufeld nicht das Messvolumen durchdringt und somit nicht genutzt werden kann. Durch geschickte Anordnung von mehreren Permanentmagneten

in sogenannten Halbach-Arrays (siehe Abbildung 2.2b), kann die magnetische Flussdichte bei gleichem Abstand und gleicher Masse auf $B_{HB} = 800$ mT erhöht werden. Weiterhin wird durch diese Anordnung das Messvolumen V_{Fl} erhöht und das Streufeld der magnetischen Flussdichte erheblich minimiert [5].



(a) Magnetsystem mit zwei Permanentmagneten (b) Magnetsystem mit zwei Halbach-Arrays

Abbildung 2.2.: Prinzipdarstellung Magnetsysteme

- 1 - Permanentmagnete (Pfeil gibt Richtung der Magnetisierung an),
2 - Kanal

Die Lorentzkraft, welche ein schwach leitfähiges Fluid mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 4$ S/m und einem Volumenstrom von $\dot{V} = 12,5$ l/s erzeugt, wurde durch Simulation auf $F_{L,sim} = 54$ μ N für das Magnetsystem mit zwei Permanentmagneten abgeschätzt. Für das Magnetsystem mit Halbach-Arrays ergab die Simulation bei gleichen Parametern eine Lorentzkraft von $F_{L,HB,sim} = 101,4$ μ N [14]. Für kleinere Volumenströme und Leitfähigkeiten ergibt sich eine entsprechend kleinere Lorentzkraft. Die Gewichtskraft des Magnetsystems beträgt in beiden Fällen $F_G \approx 10$ N.

2.2. Kraftmesstechnik

Aus der abgeschätzten Lorentzkraft und der Gewichtskraft ergeben sich die Anforderungen an das Kraftmesssystem zur Messung der Lorentzkraft. Es sollen Kräfte im Bereich von einem Mikronewton reproduzierbar gemessen werden. Zusätzlich ist die Gewichtskraft von mindestens zehn Newton bei der Dimensionierung des Kraftmesssystems zu berücksichtigen. Damit ergibt sich ein Verhältnis von Gewichtskraft zu Lorentzkraft in der Größenordnung von bis zu 10^7 . Auf Grund dieses großen Verhältnisses wird eine weitgehende Entkopplung der Lorentzkraft von der Gewichtskraft

angestrebt. Da die Gewichtskraft stets in Richtung der Erdbeschleunigung wirkt, erreicht man eine Entkopplung der beiden Kräfte, in dem die Lorentzkraft senkrecht zur Gewichtskraft, also horizontal gerichtet ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Kraftmesssystem nach dem Kompensationsprinzip sowie ein Kraftmesssystem nach dem Prinzip der Auslenkung eingehend untersucht.

Beim Kraftmesssystem nach dem Prinzip der Auslenkung ist das Magnetsystem elastisch mittels einer Parallelanordnung pendelnd gelagert (siehe Abbildung 2.3).

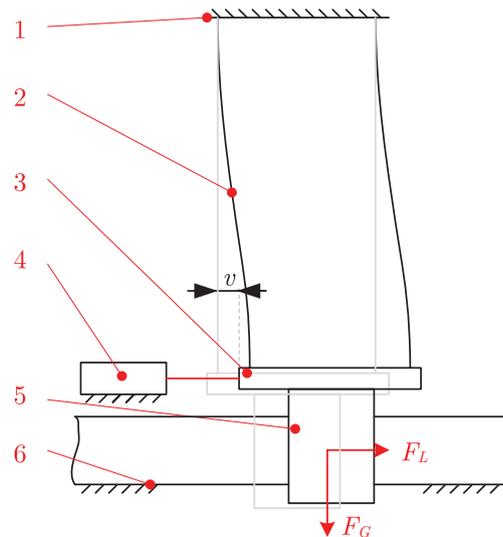


Abbildung 2.3.: Kraftmesssystem nach dem Prinzip der Auslenkung

F_L - Lorentzkraft, F_G - Gewichtskraft, v - Auslenkung; 1 - Gestell,
 2 - elastische Aufhängung (Pendel), 3 - Koppelstück,
 4 - interferometrische Messung, 5 - Magnetsystem, 6 - Strömungskanal

Wirkt die Lorentzkraft F_L auf das Magnetsystem, so wird dieses um die Größe v ausgelenkt. Diese Auslenkung wird interferometrisch erfasst und ist direkt proportional zur wirkenden Lorentzkraft. Die Nachteile für dieses System sind unter anderem der Einfluss der Gewichtskraft F_G des Magnetsystems auf die Messgröße und die erforderliche große Länge des Pendels.

Beim Kompensationsprinzip wird die Messkraft durch eine ihr proportionale Gegenkraft kompensiert. Die Kompensationskraft kann hierbei durch verschiedene Wirkprinzipien wie beispielsweise durch Elektrostatik oder Elektromagnetik erzeugt werden.

Waagen, welche auf dem Prinzip der elektromagnetischen Kraftkompensation (kurz: EMK) beruhen, haben eine relative Messunsicherheit von etwa $1 \cdot 10^{-6}$ für einen Lastbereich von 100 g bis 50 kg [15] bis hin zu $3 \cdot 10^{-9}$ für Massekomparatoren mit speziellen Umgebungsbedingungen [16].

Waagen mit elektrostatischer Kraftkompensation weisen, bedingt durch das Messprinzip einen sehr kleinen Lastbereich von wenigen hundert Mikronewton bzw. wenigen Milligramm auf; die relative Messunsicherheit liegt derzeit im Bereich von $5 \cdot 10^{-4}$ [17].

Sie werden meist nur in Experimentalaufbauten von Forschungseinrichtungen genutzt und sind nicht kommerziell verbreitet.

Ein Kraftmesssystem mit EMK, welches einen Messbereich von 1 N mit einer entsprechenden Messunsicherheit ($1 \mu\text{N}$) hat, eignet sich sehr gut zur Messung der Lorentzkraft an schwach leitfähigen Fluiden (siehe Kapitel 4).

3. Kalibrierung des Kraftmesssystems - Kalibriersystem

3.1. Grundlagen Kalibriersystem

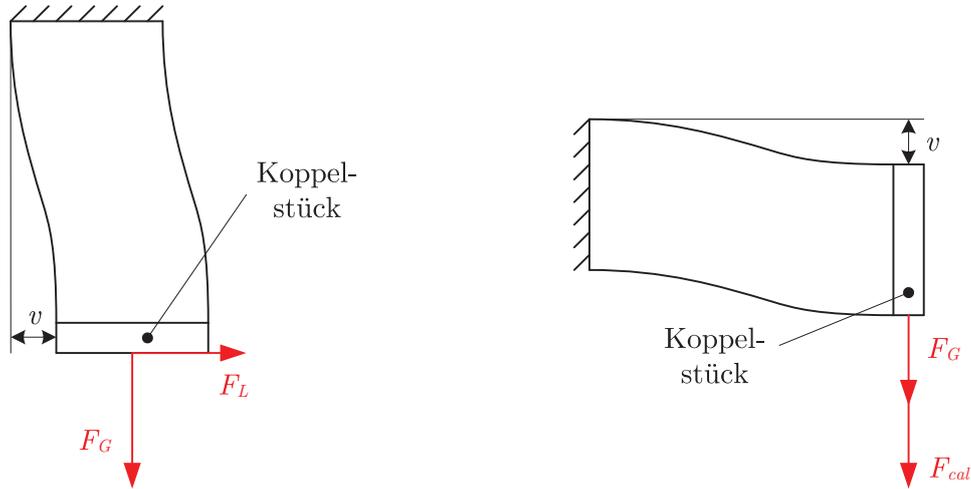
Das Ausgangssignal des Kraftmesssystems ist eine der Kraft proportionale Größe. Das Kompensationsprinzip liefert als Ausgangsgröße einen, der Messkraft proportionalen Strom. Die Lorentzkraft-Anemometrie erfordert jedoch die Messung einer Kraft. Die entsprechende Beziehung des Spulenstroms des Kompensationsprinzips zur Lorentzkraft kann über eine analytische Lösung bzw. über die Modellgleichung des Kraftmesssystems bestimmt werden. Nachteilig an der analytischen Lösung ist, dass die Bestimmungsgrößen der Modellgleichung nur mit einer gewissen Unsicherheit angegeben werden können. Weiterhin gibt es unbekannte Einflussgrößen, die von der Modellgleichung nicht erfasst werden können. Diese systematischen und zufälligen Abweichungen wirken sich auf die Messunsicherheit bei der Bestimmung der Kraft aus. Um den Einfluss der systematischen Abweichungen und die Messunsicherheit zu reduzieren, empfiehlt es sich eine Kalibrierung des Kraftmesssystems vorzunehmen.

Das Kalibriersystem ermöglicht weiterhin messtechnische Untersuchungen des EMK-Kraftmesssystems wie beispielsweise zum Einfluss der Gewichtskraft des Magnetsystems auf die zu messende Lorentzkraft. Zusätzlich können mit diesem System dynamische Kräfte erzeugt werden, die beispielsweise bei der Systemidentifikation des Kraftmesssystems nötig sind.

Die Kalibrierung kann mit Standardnormalen oder Transfornormalen vorgenommen werden. In der Kraftmesstechnik werden im niedrigen Lastbereich Gewichtsstücke mit bekannter Masse zur Kalibrierung herangezogen. Über die Erdbeschleunigung am Aufstellort wird die Gewichtskraft der Gewichtsstücke berechnet. Dieses Verfahren kann nur angewendet werden, wenn die Messkraft in Richtung der Erdbeschleunigung wirkt. Eine Umlenkung der Kraft über Umlenkrollen ist möglich, hat allerdings Reibungsverluste zur Folge, die sich als Messunsicherheit auswirken.

Die zu messende Lorentzkraft F_L , wirkt senkrecht zur Gewichtskraft F_G des Koppelstücks des Kraftmesssystems (siehe Abbildung 3.1a). Die Gewichtskraft des Kraftmesssystems setzt sich aus der Masse des Magnetsystems und der Masse des Koppelstücks

zusammen. Für eine Kalibrierung des Kraftmesssystems mit Hilfe von Gewichtsstücken, müsste das Kraftmesssystem so gedreht werden, dass die zu messende Kraft, hier die Kalibrierkraft F_{cal} in Richtung der Erdbeschleunigung wirkt (siehe Abbildung 3.1b).



- (a) Messung der Lorentzkraft F_L senkrecht zu Gewichtskraft F_G des Koppelstücks, v - Auslenkung
- (b) Kalibrierung des Kraftmesssystems mit Gewichtskraft von bekannten Gewichtsstück (Kalibrierkraft F_{cal}) in Richtung der Gewichtskraft F_G des Koppelstücks

Abbildung 3.1.: Prinzipskizze Lage Kraftmesssystem und angreifende Kräfte

Das EMK-Kraftmesssystem kann unter Zuhilfenahme von Gewichtsstücken nach Abbildung 3.1b kalibriert werden. Dazu muss das Magnetsystem entfernt werden, da die Gewichtskraft des Magnetsystems von $F_G \approx 10$ N den Messbereich des EMK-Wägesystems überschreitet. Zur Messung der Lorentzkraft wird das kalibrierte Kraftmesssystem so verbaut, dass die Gewichtskraft des montierten Magnetsystems senkrecht zur Lorentzkraft wirkt (siehe Abbildung 3.1a). Die Gewichtskraft des Magnetsystems führt zu einer Dehnung der Festkörpergelenke des verwendeten EMK-Wägesystems. Diese Dehnung führt zu einer Veränderung der Geometrie der Festkörpergelenke und damit auch zu einer Veränderung der Federsteifigkeit des Kraftmesssystems. Es gibt somit eine Abweichung der Federsteifigkeit des EMK-Kraftmesssystems zwischen der Kalibrierung und der Messung der Lorentzkraft [6].

Für die Kalibrierung des Kraftmesssystems muss, aus den oben genannten Gründen, ein Transfornormal genutzt werden, mit dem die Kalibrierkraft unabhängig von der Erdbeschleunigung und reibungsfrei aufgebracht werden kann. Die beiden möglichen Prinzipien beruhen auf der elektrostatischen Krafterzeugung und der elektromagnetischen Krafterzeugung.

3.1.1. Elektrostatische Krafterzeugung

Die Betrachtungen zur elektrostatischen Krafterzeugung beziehen sich auf einen Plattenkondensator mit Luft als Dielektrikum. Die elektrostatische Kraft F_E , welche eine ruhende Ladung Q_{el} in einem elektrischen Feld E_{el} erfährt ist definiert zu:

$$\vec{F}_E = Q_{el} \cdot \vec{E}_{el} \quad (3.1)$$

Das elektrische Feld eines Plattenkondensators wird über den Potentialunterschied zwischen den Platten, also einer Spannung U_C und den Abstand der Platten d_C bestimmt:

$$E_{el} = \frac{U_C}{d_C} \quad (3.2)$$

Die elektrische Ladung eines Plattenkondensators ist das Produkt aus der Kapazität des Kondensators C und der anliegenden Spannung. Die elektrische Kapazität ist über die Plattenfläche A_C und den -abstand d_C , sowie die Permittivität des Vakuums ε_0 und die relativen Permittivität ε_r bestimmt.

$$Q_{el} = C \cdot U_C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_C}{d_C} \cdot U_C \quad (3.3)$$

Somit folgt für eine elektrostatische Kraft aus den Gleichungen 3.1 bis 3.3:

$$F_E = q \cdot \frac{U_C}{d_C} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A_C}{d_C^2} \cdot U_C^2 \quad (3.4)$$

Aus Gleichung 3.4 ist ersichtlich, dass entweder große Spannungen oder eine große Fläche bzw. ein geringer Plattenabstand nötig ist, um entsprechend große Kräfte für die Kalibrierung der Kraftmesssysteme zu erzeugen. Die relative Permittivität von Luft hängt von ihrer Zusammensetzung ab, so führen beispielsweise Änderungen der Luftfeuchte zu einer Änderung der Permittivität [18]. Im Vakuum gibt es die Änderung der relativen Permittivität nicht, sie ist im Vakuum $\varepsilon_r = 1$. Die elektrostatische Kraftkompensation wird daher beispielsweise zur Erzeugung kleiner Kräfte im Vakuum eingesetzt [19], [20].

3.1.2. Elektromagnetische Krafterzeugung

Zur Erzeugung elektromagnetischer Kräfte wird ein mit dem Strom I durchflossener Leiter der Länge l in ein Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte B platziert. Die erzeugte Lorentzkraft berechnet sich nach Gleichung 3.5.

$$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (3.5)$$

Der Leiter ist zu einer Spule mit der Windungszahl N und dem Durchmesser d gewickelt. Die Spule taucht in einen Topfmagneten, so dass die magnetische Flussdichte im idealen Fall (homogene magnetische Flussdichte) senkrecht zum Leiter steht. Damit vereinfacht sich die Gleichung 3.5 zu Gleichung 3.6.

$$F_L = I \cdot \pi \cdot d \cdot N \cdot B \quad (3.6)$$

Mit relativ kleinen Abmessungen dieser Anordnung eines Spulenantriebes und geringen Strömen, können im Vergleich zur elektrostatischen Krafterzeugung, relativ große Kräfte erzeugt werden.

Aufgrund der Vorteile des Spulenantriebes gegenüber den anderen technischen Möglichkeiten kommt dieser als Kalibriersystem zum Einsatz.

3.2. Aufbau und Funktionsweise

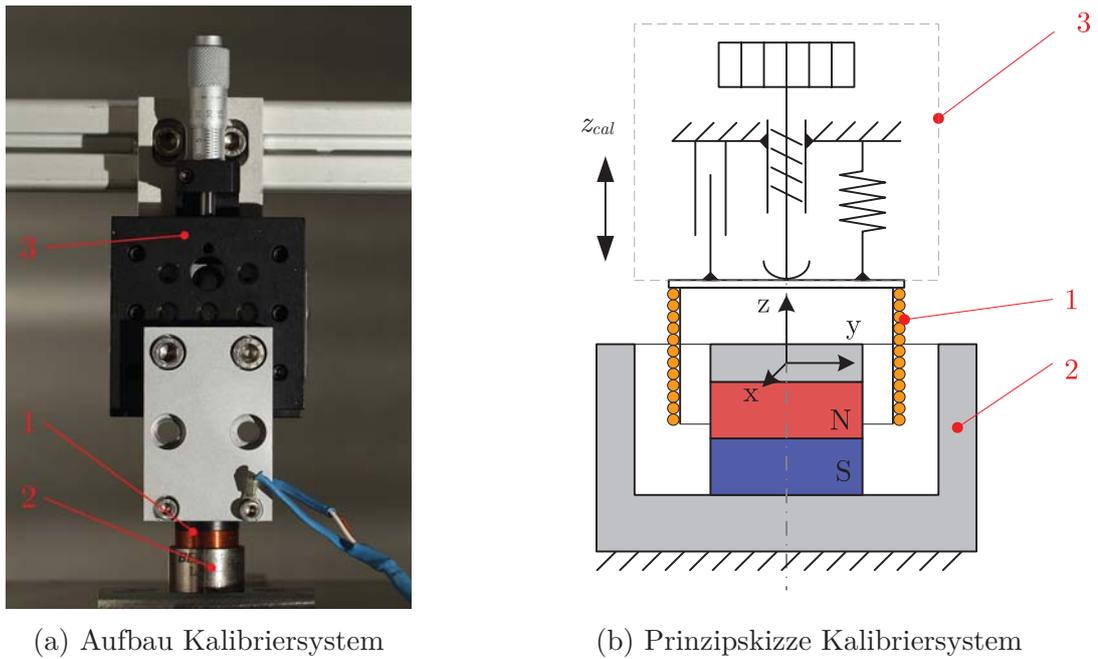
Für die Kalibrierung wird ein kommerzieller Spulenantrieb der Firma BeiKimco Magnetics, Modell *LA10-08-00A* verwendet. Dieses System besteht aus einem sogenannten Topfmagneten und der Spule. Der Topfmagnet besteht aus einem Permanentmagneten und einem Eisenrückschluss, welcher den magnetischen Fluss so leitet, dass dieser im Bewegungsbereich der Spule eine geringe Streuung aufweist. Der Topfmagnet und die Spule sind mechanisch voneinander getrennt, so dass die Erzeugung der Kraft reibungsfrei ist. Das Verhältnis von erzeugter Lorentzkraft in Abhängigkeit vom Spulenstrom ist mit maximal $(3,89 \pm 0,39)$ N/A angegeben. Dieses Verhältnis hängt von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten ab [21].

In Abbildung 3.2 ist links der Aufbau und rechts die Prinzipskizze des Kalibriersystems dargestellt.

Die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten kann mittels einer manuellen Positioniereinrichtung eingestellt werden. Die Positioniereinrichtung ist eine Linearführung von Thorlabs Inc. mit einer Positionierauflösung von $A_z = 10 \mu\text{m}$ [22]. Die Lorentzkraft des in Abbildung 3.2 gezeigten Kalibriersystems wirkt, abhängig vom Spulenstrom in z-Richtung. Die Lorentzkraft wird hier als Kalibrierkraft F_{cal} bezeichnet und ist proportional zum Kalibrierstrom I_{cal} , welcher durch die Spule fließt (siehe Gleichung 3.7).

$$\vec{F}_{cal} = I_{cal} \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (3.7)$$

Das Vektorprodukt $\vec{l} \times \vec{B}$ beschreibt den Zusammenhang der Länge des Spulendrahtes l und der magnetischen Flussdichte B im Bewegungsbereich der Spule. In erster Näherung sind beide Komponenten senkrecht zueinander, so dass sich die Berechnung der Kalibrierkraft zu Gleichung 3.8 vereinfacht, das Vektorprodukt wird vereinfacht zum Faktor $B \cdot l$, der Kenngröße des Spulenantriebes vereinfacht.



(a) Aufbau Kalibriersystem

(b) Prinzipskizze Kalibriersystem

Abbildung 3.2.: Aufbau des Kalibriersystems mit elektromagnetischer Krafterzeugung
 1 - Spule, 2 - Topfmagnet mit Permanentmagnet und Eisenrückschluss,
 3 - Positioniereinrichtung (Linearführung)

$$F_{cal}(z_{cal}, r_{cal}) = I_{cal} \cdot B \cdot l(z_{cal}, r_{cal}) \quad (3.8)$$

Durch die räumliche Verteilung der magnetischen Flussdichte im Bewegungsbereich der Spule ist der Faktor $B \cdot l$ und somit auch die Kalibrierkraft von der Eintauchtiefe z_{cal} und vom lateralen Versatz r_{cal} der Spule relativ zum Topfmagneten abhängig. Die magnetische Flussdichte ist weiterhin abhängig von der Temperatur, wodurch eine Temperaturabhängigkeit der Kalibrierkraft besteht. Diese Abhängigkeiten werden in den Abschnitten 3.2.1 bzw. 3.3.7 numerisch durch Simulationen und experimentell ermittelt.

Zur Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems für die Lorentzkraft-Anemometrie wird das Kalibriersystem so ausgerichtet, dass die Kalibrierkraft senkrecht zur Gewichtskraft wirkt. Der Topfmagnet wird zur Kalibrierung an das EMK-Kraftmesssystem montiert. Die Spule und die dazu gehörige Positioniereinrichtung werden am Gestell des Kraftmesssystems befestigt (siehe Abb. 4.17, Seite 57). Die Krafterzeugung und -übertragung vom Kalibriersystem auf das EMK-Kraftmesssystem ist berührungslos. Es gibt durch diese Anordnung keine Reibungsverluste und somit auch keine Hysterese bei der Kalibrierung des Kraftmesssystems. Weiterhin ist die Erzeugung der Kalibrierkraft unabhängig von der Einbaulage bzw. der Gewichtskraft, es kann sowohl in Richtung der Erdbeschleunigung, als auch senkrecht zu dieser kalibriert werden.

3.2.1. numerische Simulation der Kalibrierkraft

Die Lage der Spule relativ zum Topfmagneten beeinflusst die Kalibrierkraft. Auf Basis der geometrischen Dimensionen der Spule und des Topfmagneten wird die magnetische Flussdichte und die Kalibrierkraft numerisch berechnet. Die Berechnung erfolgt auf Basis einer FEM-Analyse mit dem Programm Maxwell von Ansoft. Die Grundlage für die Berechnung der Lorentzkraft ist Gleichung 3.9. Sie stellt das Volumenintegral des Vektorprodukts von der elektrischer Stromdichte \vec{J} und der magnetischer Flussdichte \vec{B} für ein Volumenelement dV dar.

$$\vec{F}_L = \int_V (\vec{J} \times \vec{B}) dV \quad (3.9)$$

Die bekannten Abmessungen von Topfmagnet und Spule [21] sind in Abbildung 3.3a dargestellt. Der Topfmagnet besteht aus einem Permanentmagneten (1), sowie aus dem Eisenrückschluss (2) und der sogenannten Polplatte (3).

Nicht bekannt sind die physikalischen Eigenschaften des Permanentmagneten, des Eisenrückschlusses und der Polplatte. Aus diesem Grund wird lediglich eine qualitative Berechnung durchgeführt. Für den Permanentmagnet wird in der Simulation eine Samarium-Cobalt-Legierung (SmCo24) angenommen. Der Eisenrückschluss sowie die Polplatte des Topfmagneten werden als Stahl (1008) angenommen. Die Abbildung 3.3b stellt den Spulenantrieb mit seinen magnetischen Feldlinien zweidimensional in der Y-Z-Ebene dar. Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass die x- und y-Achse ihren Ursprung auf der Rotationsachse des Spulenantriebes haben. Der Ursprung der z-Achse befindet sich bei der Position der Spule, bei der die maximalen Lorentzkraft erzeugt wird, also näherungsweise dem Ort der maximalen magnetischen Flussdichte im Luftspalt des Topfmagneten.

Der Permanentmagnet ist in z-Richtung polarisiert, so dass der magnetische Fluss über die Polplatte und den Eisenrückschluss geleitet wird. Die Abbildung 3.3b zeigt die numerische Simulation des magnetischen Flusses. Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, dass die magnetischen Feldlinien im Luftspalt divergent sind. Damit ist das Vektorprodukt aus der magnetischen Flussdichte und der Länge des stromdurchflossenen Leiters $\vec{B} \times \vec{l}$ von der Position der Spule relativ zum Topfmagneten abhängig.

Einfluss der Eintauchtiefe

Die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten hat den größten Einfluss auf die erzeugte Kalibrierkraft, da die magnetische Flussdichte entlang der z-Achse nicht konstant ist. Die Abbildung 3.4 zeigt die relative Kalibrierkraft in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten. Die relative Kalibrierkraft ist definiert als Quotient aus der Kalibrierkraft bei einer Eintauchtiefe z_{cal} und der maximalen Kalibrierkraft

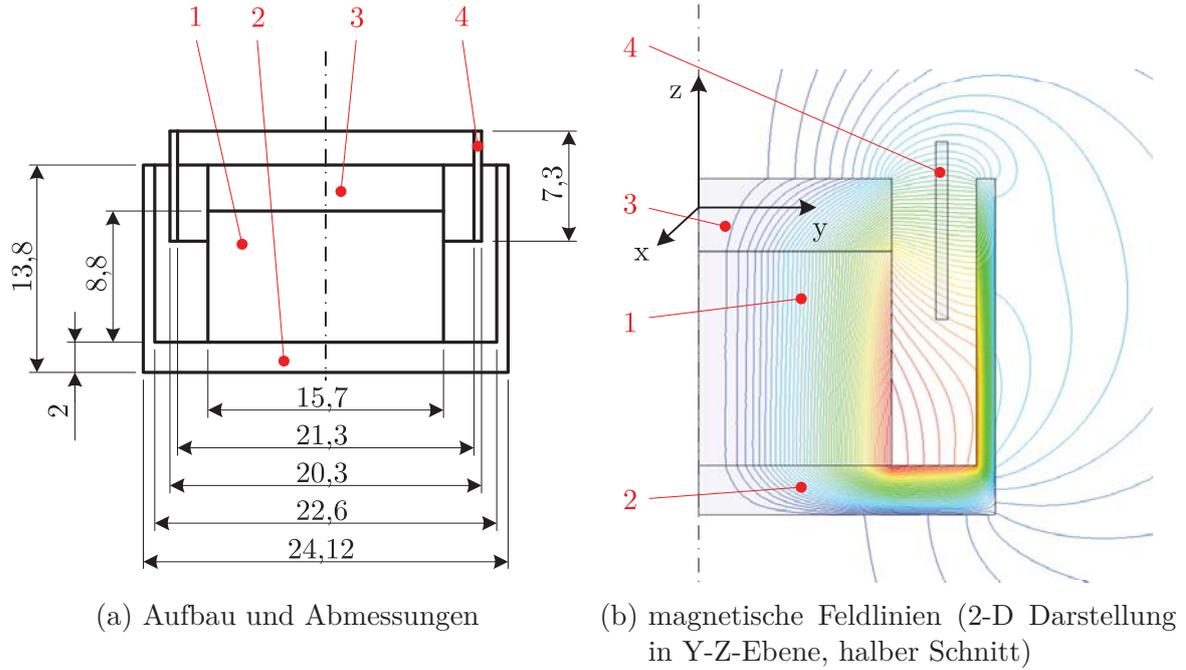


Abbildung 3.3.: Spulenantrieb des Kalibriersystems

1 -Permanentmagnet, 2 -Eisenrückschluss, 3 -Polplatte, 4 -Spule

 $F_{cal,max}$, welche bei $z_{cal} = 0$ auftritt:

$$F_{cal,rel} = \frac{F_{cal}(z_{cal})}{F_{cal}(z_{cal} = 0)} = \frac{F_{cal}(z_{cal})}{F_{cal,max}} \quad (3.10)$$

Die Spule ist gegenüber dem Topfmagneten koaxial ausgerichtet, also bei $x_{cal} = 0$ und $y_{cal} = 0$. Realisiert wird das über die Justage per Auge. In Abbildung 3.4 ist die relative Kalibrierkraft in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe dargestellt.

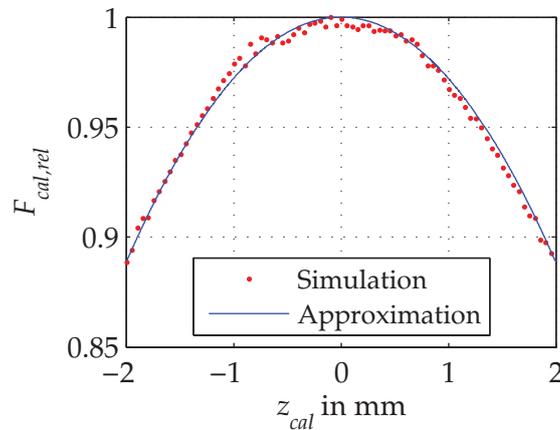


Abbildung 3.4.: Simulation der relativen Kalibrierkraft $F_{cal,rel}$ in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe z_{cal}
 Simulation(rote Punkte), Approximation der Simulation mit quadratischer Funktion (blaue Linie)

Aus der Simulation ist ersichtlich, dass es eine deutliche Abhängigkeit der erzeugten Kalibrierkraft von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten gibt. Die maximale Abweichung der Kalibrierkraft bei $z_{cal} = 2$ mm beträgt $\Delta F_{cal,rel} \approx -12$ %.

Die Abhängigkeit der Kalibrierkraft von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten kann in einem Bereich von $-2 \text{ mm} \leq z_{cal} \leq 2 \text{ mm}$ mit einer quadratischen Funktion approximiert werden (siehe Gleichung 3.11).

$$F_{cal}(z_{cal}) = -k_{cal} \cdot z_{cal}^2 \cdot I_{cal} + F_{cal,max} \quad (3.11)$$

Die Kalibrierung wird idealerweise bei einer Eintauchtiefe von $z_{cal} = 0$ mm durchgeführt. Unsicherheiten der Positionierung der Spule entlang der z-Achse gegenüber dem Topfmagneten wirken sich bei dieser Eintauchtiefe am geringsten auf die erzeugte Kalibrierkraft aus und die Kalibrierkraft ist maximal.

Einfluss des radialen Versatzes

Der radiale Versatz der Spule ist der Abstand der Rotationsachsen von Spule und Topfmagnet, in diesem Falle eine Abweichung entlang der x-bzw. y-Achse. Da der Spulentrieb rotationssymmetrisch ist, wird der Versatz in radialer Richtung betrachtet.

Der Zusammenhang zwischen der relativen Kalibrierkraft $F_{cal,rel}$ und dem radialen Versatz r_{cal} wird in Abbildung 3.5 gezeigt.

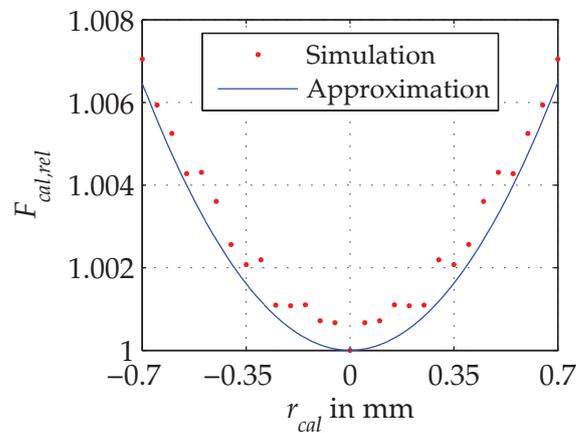


Abbildung 3.5.: Simulation der relativen Kalibrierkraft $F_{cal,rel}$ in Abhängigkeit vom radialen Versatz r_{cal}

Die Approximation der Kalibrierkraft in Abhängigkeit vom radialen Versatz erfolgt nach Gleichung 3.12.

$$F_{cal}(r_{cal}) = q_{cal} \cdot r_{cal}^2 \cdot I_{cal} + F_{cal,max} \quad (3.12)$$

Der Einfluss des radialen Versatzes auf die erzeugte Lorentzkraft ist im Vergleich zum

Einfluss der Eintauchtiefe gering und liegt im radialen Bewegungsbereich der Spule von $-0,7 \text{ mm} \leq r_{cal} \leq 0,7 \text{ mm}$ bei maximal 0,7 %.

Die Spule wird so justiert, dass Spule und Topfmagnet koaxial zueinander liegen. Damit wird gewährleistet, dass es nicht zum mechanischen Kontakt beider Komponenten kommt. Weiterhin lassen sich Symmetrien (in diesem Falle die Exzentrizität der Spule zum Topfmagneten bzw. der radiale Versatz) sehr gut mit dem Auge ohne Hilfsmittel erkennen und können entsprechend eingestellt werden.

3.3. Messungen - Kalibriersystem

3.3.1. Rückführbarkeit Kraftherzeugung - Kalibrierung

Das Kalibriersystem besitzt als Stellgröße den Kalibrierstrom I_{cal} und als Ausgangsgröße die Kalibrierkraft F_{cal} . Wie bereits in Abschnitt 3.2 dargestellt, hängt die Kalibrierkraft zusätzlich von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten, sowie vom lateralen Versatz der Spule bezüglich des Topfmagneten ab.

Der Zusammenhang zwischen der Kalibrierkraft und dem Kalibrierstrom wird als Empfindlichkeit des Kalibriersystems E_{cal} bezeichnet:

$$E_{cal} = \frac{F_{cal}}{I_{cal}} \quad (3.13)$$

Diese Empfindlichkeit wird durch Messungen experimentell ermittelt. Weiterhin werden der Einfluss der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten, als auch der Einfluss des lateralen Versatzes bestimmt.

Zur Ermittlung der Einflüsse auf das Kalibriersystem und dessen Empfindlichkeit, wurde ein Messaufbau zur metrologisch rückführbaren Messung der Eintauchtiefe und der Kraft entwickelt. Die Kraft wird auf die SI-Basiseinheit Masse zurückgeführt. Die Kraft ist das Produkt einer bekannten Masse von Gewichtsstücken m_{cal} und der Erdbeschleunigung am Aufstellort g . Die Erdbeschleunigung wird über das Schwere-Informationssystem der PTB [23] ermittelt. Der Einfluss der Eintauchtiefe wird interferometrisch und damit rückführbar auf die Wellenlänge des Lichts bestimmt.

Der Messaufbau zur Bestimmung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Der Topfmagnet des Kalibriersystems ist über ein Koppelstück mittels einer Parallelfederführung gelagert. Die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten wird über die Positioniereinrichtung eingestellt und mittels Laserinterferometer gemessen.

Die Auslenkung des Topfmagneten bzw. des Koppelstücks wird über einen optischen Lageindikator erfasst. Eine Regelung führt den Kalibrierstrom so nach, dass das Lage-signal (Differenzspannung) des optischen Lageindikators stets auf eine feste Position

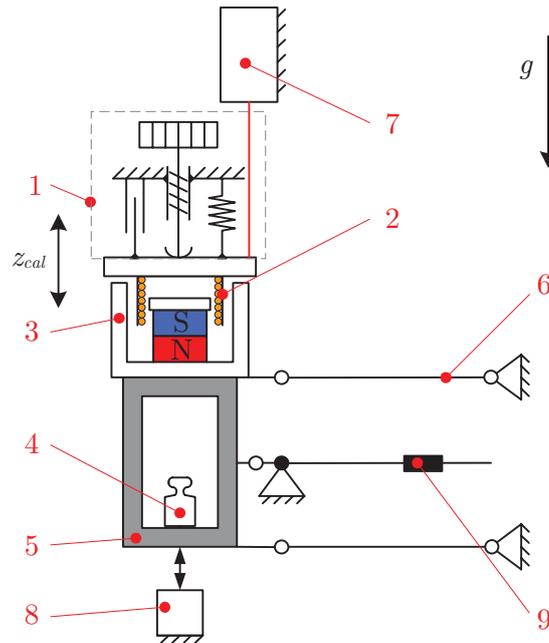


Abbildung 3.6.: Prinzip des Messaufbaus zur Bestimmung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems

- 1 - Positioniereinrichtung, 2 - Spule, 3 - Topfmagnet, 4 - Gewichtsstück,
 5 - Koppelstück, 6 - Parallelfederführung, 7 - Laserinterferometer,
 8 - optischer Lageindikator, 9 - Kompensation Grundlast

geregelt wird. Wirkt nun eine Kraft auf das Koppelstück, so wird der Kalibrierstrom nachgeführt und ist damit ein Maß für die aufgebrachte Kraft. Die Grundlast, bestehend aus dem Topfmagneten, dem Koppelstück und der Parallelfederführung wird über ein Hebelsystem mit einer zur Grundlast proportionalen Gewichtskraft kompensiert. Zur Kalibrierung des Kalibriersystems werden Gewichtsstücke mit bekannter Masse auf das Koppelstück aufgelegt, die Kraftmessung ist damit über die Erdbeschleunigung am Aufstellort rückführbar auf die Masse. Während der Messung wird im statischen Zustand die Parallelfederführung nicht ausgelenkt, somit wirkt sich deren Federsteifigkeit nicht auf die Messung der Kalibrierkraft aus.

3.3.2. Ermittlung des Einflusses der Eintauchtiefe

In einem ersten Schritt wird der Einfluss der Eintauchtiefe auf die erzeugte Kalibrierkraft untersucht. Der Spulenstrom des Kalibriersystems des oben beschriebenen Versuchsaufbaus wird so geregelt, dass die auf den Topfmagneten wirkende Gewichtskraft kompensiert wird. Die Eintauchtiefe der Spule in dem Topfmagneten wird mittels der Positioniereinrichtung in einem Bereich von $-2 \text{ mm} \leq z_{cal} \leq 2 \text{ mm}$ verändert und interferometrisch erfasst. In Abhängigkeit von der Eintauchtiefe muss der Spulenstrom des Kalibriersystems um ΔI_{cal} verändert werden, so dass die erzeugte Lorentz- bzw.

Kalibrierkraft die Gewichtskraft kompensiert.

Die Abbildung 3.7 stellt die Änderung des sich einstellenden Spulenstromes des Kalibriersystems ΔI_{cal} über die Eintauchtiefe z_{cal} dar.

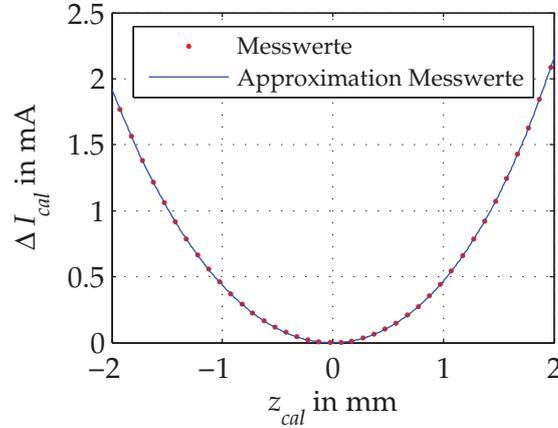


Abbildung 3.7.: Spulenstrom I_{cal} in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe z_{cal} des Kalibriersystems
 Messwerte (rote Punkte) und quadratische Approximation der Messwerte (blaue Linie)

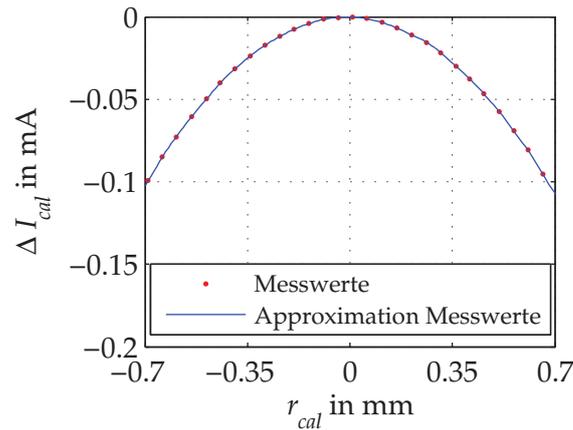
Ein größerer Spulenstrom bedeutet eine geringere Empfindlichkeit E_{cal} . Die Position $z_{cal} = 0$ mm ist definiert als die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten, bei der die Empfindlichkeit des Kalibriersystems maximal bzw. eine Änderung des Spulenstromes von $\Delta I_{cal} = 0$ mA auftritt.

3.3.3. Einfluss des radialen Versatzes der Spule

Es wird weiterhin der Einfluss des radialen Versatzes der Spule bezüglich des Topfmagneten untersucht. Bei $r_{cal} = 0$ sind die Rotationsachsen von Spule und Topfmagnet deckungsgleich.

Die Untersuchung erfolgt analog zu der in Abschnitt 3.3.2. Der radiale Versatz der Spule wird mittels einer Positioniereinrichtung eingestellt. Änderungen der erzeugten Lorentzkraft werden über die Regelung kompensiert, so dass sich der Spulenstrom in Abhängigkeit des radialen Versatzes entsprechend ändert. Abbildung 3.8 zeigt die Änderung des Spulenstromes ΔI_{cal} in Abhängigkeit vom radialen Versatz r_{cal} , welcher im Bereich von $-0,7 \text{ mm} \leq r_{cal} \leq 0,7 \text{ mm}$ variiert wurde.

Aus der Abbildung 3.8 ist ersichtlich, dass sich der Spulenstrom mit wachsendem radialen Versatz verringert, somit steigt die Empfindlichkeit mit dem radialen Versatz.


 Abbildung 3.8.: Spulenstrom I_{cal} in Abhängigkeit vom radialen Versatz r_{cal}

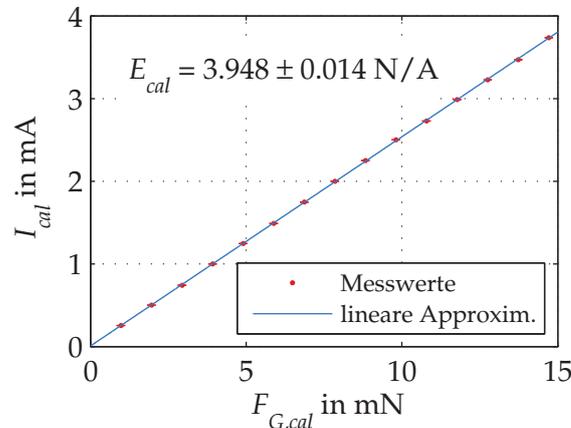
3.3.4. Zusammenhang zwischen Kalibrierstrom und Kalibrierkraft

Zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen der Kalibrierkraft F_{cal} und dem Kalibrierstrom I_{cal} wird die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten so eingestellt, dass die erzeugte Lorentz- bzw. Kalibrierkraft maximal ist (siehe Abschnitt 3.3.2). Die Gewichtskraft ergibt sich aus der Masse von Gewichtsstücken der Klasse F1 [24] und der bekannten Erdbeschleunigung g am Aufstellort [23].

$$g = (9,810131 \pm 0,000041) \text{ m/s}^2 \quad (k = 2)$$

Die Masse wurde von $0,1 \text{ g} \leq m_{cal} \leq 1,5 \text{ g}$ in Schritten von $\Delta m_{cal} = 0,1 \text{ g}$ verändert. Die Gewichtskraft der Gewichtsstücke wird durch die Lorentz- bzw. Kalibrierkraft kompensiert, der sich einstellende Kalibrierstrom ist ein Maß für die Kalibrierkraft.

In Abbildung 3.9 ist der Zusammenhang zwischen dem Kalibrierstrom und der Gewichtskraft dargestellt.

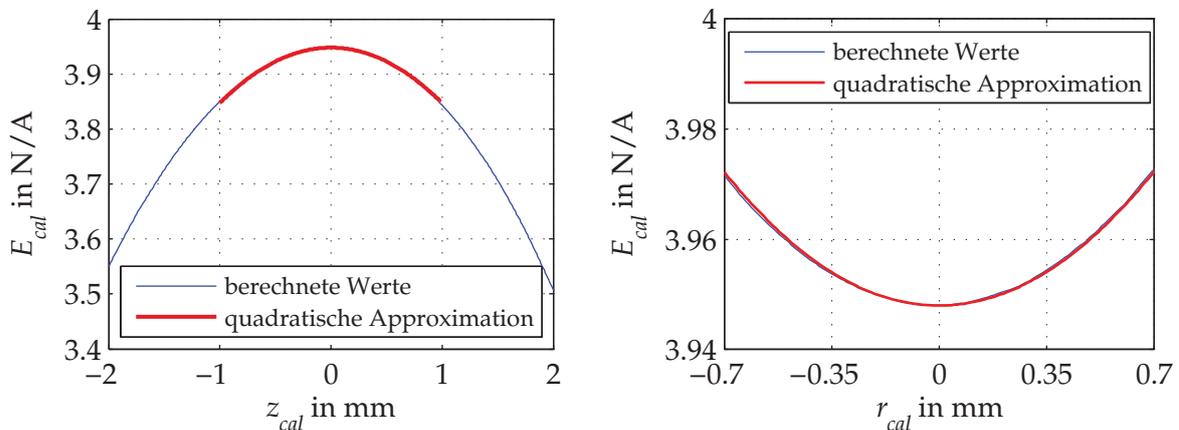

 Abbildung 3.9.: Kalibrierstrom I_{cal} in Abhängigkeit von der Gewichtskraft $F_{G,cal}$

Der lineare Anstieg der Regressionsgeraden der Messwerte ergibt die Empfindlichkeit des Kalibriersystems E_{cal} . Für eine Eintauchtiefe von $z_{cal} = 0$ mm beträgt die Empfindlichkeit:

$$E_{cal} = \frac{F_{G,cal}}{I_{cal}} = (3,948 \pm 0,014) \text{ N/A} \quad (k = 2)$$

Die erweiterte Standardunsicherheit der Empfindlichkeit ergibt sich aus der Unsicherheit des Regressionskoeffizienten des Anstiegs der Gerade [25].

Mit dem in Abschnitt 3.3.2 ermittelten Einfluss der Eintauchtiefe und dem radialen Versatz der Spule bezüglich des Topfmagneten kann die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Kalibriersystems von der Lage der Spule zum Topfmagneten berechnet werden. In Abbildung 3.10a ist die Empfindlichkeit des Kalibriersystems in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe und in 3.10b vom lateralen Versatz r_{cal} dargestellt.



(a) Einfluss der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagnet z_{cal} bei $r_{cal} = 0$ (b) Einfluss des radialen Versatzes der Spule zum Topfmagnet r_{cal} bei $z_{cal} = 0$

Abbildung 3.10.: Empfindlichkeit des Kalibriersystems E_{cal} in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe und dem lateralen Versatz

Die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Kalibriersystems von der Eintauchtiefe kann in einem Bereich von $-1 \text{ mm} \leq z_{cal} \leq 1 \text{ mm}$ näherungsweise mit einer quadratischen Funktion approximiert werden.

$$E_{cal}(z_{cal}) = k_{cal} \cdot z_{cal}^2 + E_{cal,0} \quad (3.14)$$

Der Koeffizient der Approximation beträgt:

$$k_{cal} = (-1,010 \pm 0,002) \cdot 10^5 \text{ N/(A m}^2) \quad (k = 2)$$

Die Gleichung 3.15 gibt die Empfindlichkeit des Kalibriersystems in Abhängigkeit des lateralen Versatzes an, sie wird ebenso mittels quadratischer Funktion approximiert.

$$E_{cal}(r_{cal}) = q_{cal} \cdot r_{cal}^2 + E_{cal,0} \quad (3.15)$$

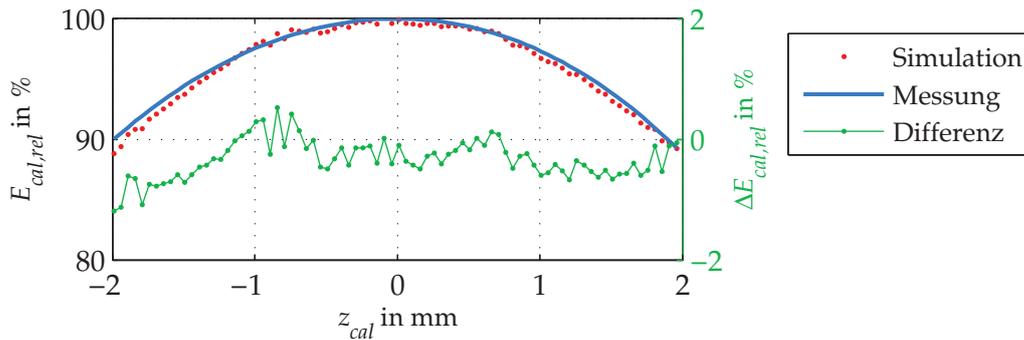
Der Koeffizient der Approximation wurde mit

$$q_{cal} = (4,903 \pm 0,007) \cdot 10^4 \text{ N}/(\text{A m}^2) \quad (k = 2)$$

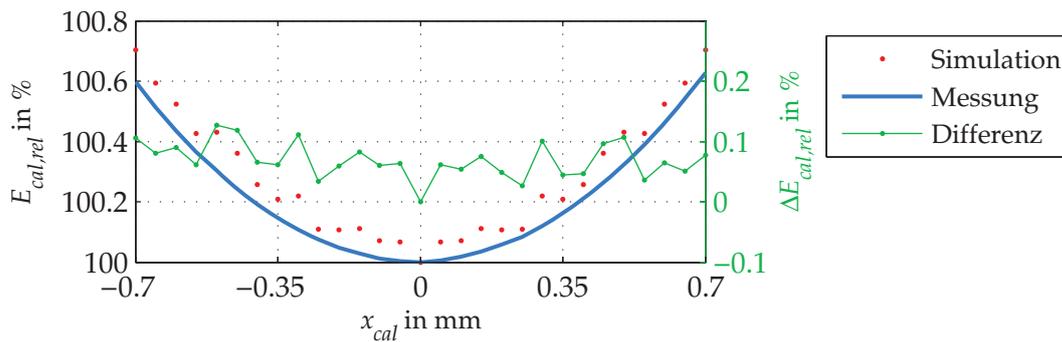
ermittelt. $E_{cal,0}$ stellt die Empfindlichkeit des Kalibriersystems bei einer Lage der Spule von $r_{cal} = 0$ mm und $z_{cal} = 0$ mm dar.

Vergleich Messung mit Simulation

Die relative Abweichung der Empfindlichkeit $E_{cal,rel}$ des Spulenantriebes ist in Abb. 3.11a in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe bzw. in Abb. 3.11b für den lateralen Versatz dargestellt. Vergleichend dazu sind die Simulationsergebnisse in den Diagrammen aufgezeichnet.



(a) relative Empfindlichkeit $E_{cal,rel}$ in Abhängigkeit der Eintauchtiefe



(b) relative Empfindlichkeit $E_{cal,rel}$ in Abhängigkeit vom lateralen Versatz

Abbildung 3.11.: Vergleich der Messung (blau) und Simulation (rot) der relativen Empfindlichkeit des Kalibriersystems $E_{cal,rel}$ in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe und dem lateralen Versatz, Differenz Simulation - Messung (grün)

Die Abweichung der Simulation zur Messung der Empfindlichkeit in Abhängigkeit der

Eintauchtiefe beträgt $\Delta E_{cal,rel}(z_{cal}) \approx \pm 1 \%$. Die Abweichung der Empfindlichkeit in Abhängigkeit des lateralen Versatzes beträgt $\Delta E_{cal,rel}(z_{cal}) \leq 0,15 \%$. Die Simulation und die Messungen stimmen damit sehr gut überein.

3.3.5. Wiederholbarkeit der Kalibrierkraft

Die Wiederholbarkeit der Kalibrierkraft wurde durch mehrfaches Aufbringen einer bekannten Gewichtskraft ermittelt. Gewichtsstücke sind nur bis $m_{OIML,min} = 1 \text{ mg}$ definiert [24], was einer Gewichtskraft von $F_{G,cal} \approx 1 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ entspricht. Solch kleine Gewichtsstücke sind in der Klasse F1 als dünne Folien hergestellt, haben eine große relative Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-2}$ und lassen sich schlecht handhaben. Aus diesem Grund wird auf ein Gewichtsstück von $m_{R,cal} = 1 \text{ g}$ zurück gegriffen (relative Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-4}$). Die Gewichtskraft zur Bestimmung der Wiederholbarkeit beträgt somit $F_{G,R,cal} = (9,810 \pm 0,001) \text{ mN}$. Die Masse wurde zehnmal aufgebracht.

$$\begin{aligned} \text{Standardabweichung} & s_F = 28,1 \text{ } \mu\text{N} \\ \text{Standardunsicherheit des Mittelwertes} & u_F = 17,8 \text{ } \mu\text{N} \\ \text{relative Standardunsicherheit} & u_{F,rel} = 1,8 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

3.3.6. Messunsicherheit Kalibriersystem

Der erzeugten Kalibrierkraft kann eine Messunsicherheit zugeordnet werden. Die bekannten systematischen Einflussgrößen auf die Kalibrierkraft sind die Empfindlichkeit des Kalibriersystems $E_{cal,0}$, die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten z_{cal} und der radiale Versatz r_{cal} sowie der Kalibrierstrom I_{cal} . Für die Kalibrierkraft in Abhängigkeit von den Einflussgrößen ergibt sich folgende Modellgleichung:

$$F_{cal} = k_{cal} \cdot z_{cal}^2 \cdot I_{cal} + q_{cal} \cdot r_{cal}^2 \cdot I_{cal} + E_{cal,0} \cdot I_{cal} \quad (3.16)$$

Die Unsicherheitsbeiträge und die Sensitivitätskoeffizienten werden nach GUM [26] berechnet und die kombinierte Standardunsicherheit für die Kalibrierkraft ermittelt.

Die Sensitivitätskoeffizienten der einzelnen Unsicherheitsbeiträge werden durch die partielle Ableitung der Modellgleichung nach der Einflussgröße berechnet. So beträgt der Sensitivitätskoeffizient für die Eintauchtiefe z_{cal} nach GUM:

$$c_{z,cal} = \frac{\partial F_{cal}}{\partial z_{cal}} = 2 \cdot k_{cal} \cdot z_{cal} \cdot I_{cal} \quad (3.17)$$

Durch das Einsetzen der Werte würde sich ein Sensitivitätskoeffizient der Eintauchtiefe von $c_{z,cal} = 0$ ergeben, da $z_{cal} = 0$ ist. In [27] wird ein alternativer Ansatz zur Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten bei Kosinusfunktionen diskutiert. Die Berechnung erfolgt für den Anstieg der Modellfunktion an der Stelle der Messunsicherheit.

Damit folgt für den Sensitivitätskoeffizient der Eintauchtiefe für einen Kalibrierstrom von $I_{cal} = 100 \mu\text{A}$: Durch das Einsetzen der Werte würde sich ein Sensitivitätskoeffizient der Eintauchtiefe von $c_{z,cal} = 0$ ergeben, da $z_{cal} = 0$ ist. In [27] wird ein alternativer Ansatz zur Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten bei Kosinusfunktionen diskutiert. Die Berechnung erfolgt für den Anstieg der Modellfunktion an der Stelle der Messunsicherheit. Damit folgt für den Sensitivitätskoeffizient der Eintauchtiefe für einen Kalibrierstrom von $I_{cal} = 100 \mu\text{A}$:

$$c_{z,cal}(u_{z,cal}) = 2 \cdot k_{cal} \cdot u_{z,cal} \cdot I_{cal} = -5,05 \cdot 10^{-6} \text{ N/m} \quad (3.18)$$

Analog dazu erfolgt die Berechnung des Sensitivitätskoeffizienten des radialen Versatzes.

$$c_{r,cal}(u_{r,cal}) = 2 \cdot q_{cal} \cdot u_{r,cal} \cdot I_{cal} = 2,94 \cdot 10^{-3} \text{ N/m} \quad (3.19)$$

Die Sensitivitätskoeffizienten für k_{cal} bzw. q_{cal} betragen:

$$c_{k,cal} = \frac{\partial F_{cal}}{\partial k_{cal}} = z_{cal}^2 \cdot I_{cal} \quad (3.20)$$

$$c_{q,cal} = \frac{\partial F_{cal}}{\partial q_{cal}} = r_{cal}^2 \cdot I_{cal} \quad (3.21)$$

Nach GUM ergäbe sich wiederum Sensitivitätskoeffizienten von $c_{k,cal} = 0$ bzw. $c_{q,cal} = 0$, die Berechnung erfolgt damit ebenso nach [27].

Die Positioniergenauigkeit der Spule wurde in zehn aufeinander folgenden Schritten mit dem Interferometer bestimmt (GUM Typ A). Die Standardunsicherheit der Eintauchtiefe wurde mit $u_{z,cal} = \pm 0,25 \mu\text{m}$ ermittelt. Der radiale Versatz kann nur grob mit einer Standardunsicherheit von $u_{r,cal} = \pm 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ eingestellt werden.

Die Spule wird über eine Präzisionsstromquelle von Hewlett Packard mit dem Spulenstrom gespeist. Die Präzisionsstromquelle besitzt mehrere Bereiche für den Strom, mit unterschiedlichen Auflösungen [28]. Zur Bestimmung der Unsicherheit des Stromes für die einzelnen Bereiche, wurde der Strom mittels eines Multimeters gemessen. Es wurden in zehn aufeinander folgenden Schritten der gleiche Strom eingestellt und gemessen. Die Standardunsicherheit dieser Strommessung ist in Tabelle 3.1 gelistet. Sie ergibt sich aus den Abweichungen von Stromquelle und Multimeter.

In Tabelle 3.2 sind die Sensitivitätskoeffizienten und Unsicherheitsbeiträge der einzelnen Einflussgrößen, sowie die kombinierte Standardunsicherheit der erzeugten Kalibrierkraft aufgelistet.

Tabelle 3.1.: Bereiche und Unsicherheiten des Kalibrierstromes des Hewlett Packard HP 3245A

Strom-Bereich in mA	Auflösung lt. Datenblatt in nA	Standardunsicherheit in nA
0,1	0,1	30
1	1	31
10	10	21
100	100	58

Tabelle 3.2.: Sensitivitätskoeffizienten und Unsicherheitsbeiträge, sowie kombinierte Standardunsicherheit der erzeugten Kalibrierkraft

Einflussgröße	Wert	Unsicherheit	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag
k_{cal}	$-1,010 \cdot 10^5 \text{ N}/(\text{A m}^2)$	$100 \text{ N}/(\text{A m}^2)$	$6,25 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2 \text{ A}$	$-6,25 \cdot 10^{-16} \text{ N}$
q_{cal}	$4,903 \cdot 10^4 \text{ N}/(\text{A m}^2)$	$350 \text{ N}/(\text{A m}^2)$	$9 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \text{ A}$	$3,15 \cdot 10^{-9} \text{ N}$
E_{cal}	$3,948 \text{ N}/\text{A}$	$0,007 \text{ N}/\text{A}$	10^{-4} A	$7 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
I_{cal}	$1 \cdot 10^{-4} \text{ A}$	$3,0 \cdot 10^{-8} \text{ A}$	$3,948 \text{ N}/\text{A}$	$1,18 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
r_{cal}	0 m	$3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$2,94 \cdot 10^{-3} \text{ N}/\text{m}$	$8,82 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
z_{cal}	0 m	$2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	$-5,05 \cdot 10^{-6} \text{ N}/\text{m}$	$-1,26 \cdot 10^{-12} \text{ N}$
F_{cal}	$(3,948 \pm 0,011) \cdot 10^{-4} \text{ N}$			$k = 1$

Für einen Kalibrierstrom von $I_{cal} = 100 \mu\text{A}$ beträgt die erzeugte Kalibrierkraft

$$F_{cal} = (394,8 \pm 2,2) \mu\text{N} \quad k = 2$$

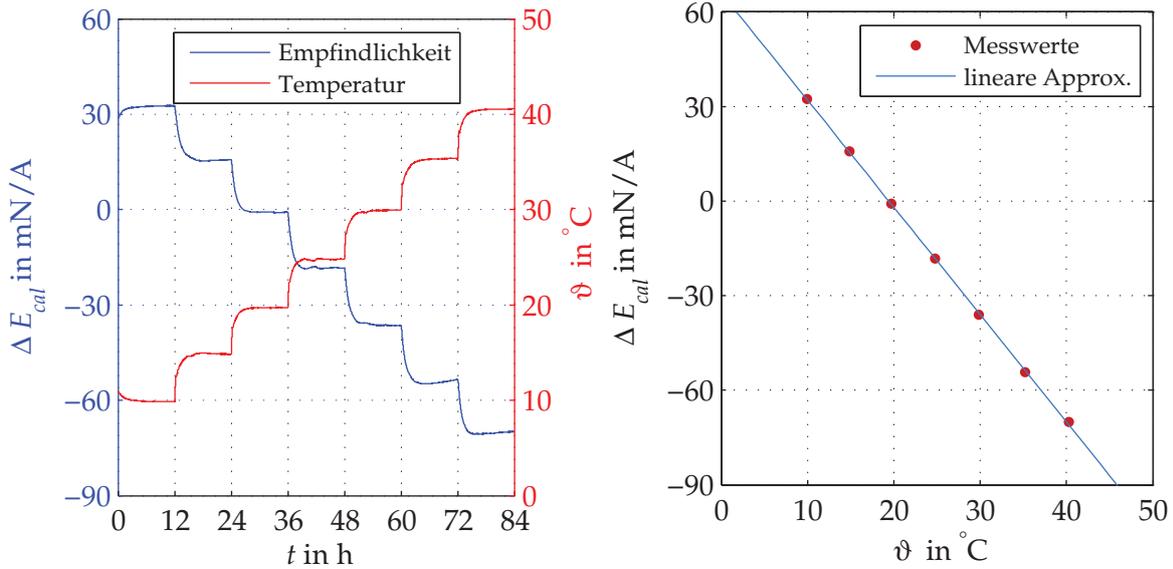
Die relative Messunsicherheit der Kalibrierkraft ergibt sich zu $u_{F,cal,rel} = 0,55 \%$ ($k = 2$). Die größten Unsicherheitsbeiträge zur erweiterten Standardunsicherheit der Kalibrierkraft liefern die ermittelte Empfindlichkeit des Spulenantriebes und der radiale Versatz der Kalibrierspule bezüglich des Topfmagneten sowie die Unsicherheit des Spulenstromes.

3.3.7. Einfluss der Temperatur

Die magnetische Flussdichte von Permanentmagneten ist temperaturabhängig und nimmt mit steigenden Temperaturen ab [29]. Damit nimmt auch die Lorentzkraft bzw. die Empfindlichkeit des Kalibriersystems mit steigender Temperatur ab. Die Ermittlung des Temperaturkoeffizienten der Empfindlichkeit des Kalibriersystems wurde in einer Klimakammer durchgeführt. Dabei wurde die Temperatur im Bereich von $10 \text{ °C} \leq \vartheta \leq 40 \text{ °C}$ in Schritten von $\Delta\vartheta = 5 \text{ K}$ eingestellt, wobei jeder Temperaturschritt für zwölf Stunden konstant gehalten wurde. Der Kalibrierstrom wurde so geregelt, dass die Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten konstant blieb (siehe Abschnitt

3.3.1).

Die ermittelte Änderung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems ΔE_{cal} , sowie die Temperatur über die Messzeit ist in Abbildung 3.12a dargestellt. Trägt man die Änderung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems über die Temperatur auf, so ist ein linearer Zusammenhang gegeben (siehe Abbildung 3.12b).



(a) Änderung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems ΔE_{cal} (blau) und der Temperatur (rot) über die Messzeit t (b) Änderung der Empfindlichkeit über die Temperatur

Abbildung 3.12.: Einfluss der Temperatur ϑ auf die Empfindlichkeit des Kalibriersystems E_{cal}

Der Kreuzkorrelationskoeffizient zwischen Temperatur und der Änderung der Empfindlichkeit des Kalibriersystems beträgt $R_{\vartheta, E} = -0,999$. Der Temperaturkoeffizient des Kalibriersystems beträgt $TK_{cal} = -3,40 \text{ mN}/(\text{A K})$. Er entspricht dem Anstieg der linearen Approximation von der Empfindlichkeit des Kalibriersystems und der Temperatur. Eine Änderung der Temperatur bewirkt eine relative Änderung der Empfindlichkeit von:

$$\frac{\Delta E_{cal}}{E_{cal}} \approx 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K} \cdot \Delta T$$

Der Einfluss der Temperatur ist gering. Er ist gegenüber der ermittelten Messunsicherheit um eine Größenordnung kleiner.

3.4. Zusammenfassung - Kalibriersystem

Das Kalibriersystem auf Basis eines Spulenantriebes hat den Vorteil, dass die von ihm erzeugte Lorentzkraft unabhängig von der Orientierung des Kalibriersystems bezüglich der Erdbeschleunigung ist. Die Lorentzkraft wird bei dem Kalibriersystem als Kalibrierkraft bezeichnet. Die Krafterzeugung ist berührungslos und somit reibungs- und hysteresefrei. Ein System welches auf Basis der elektrostatischen Krafterzeugung basiert, hat die gleichen Vorteile. Nachteilig ist jedoch, dass die geometrischen Abmessungen und die Spannung zur Erzeugung der Kraft relativ groß sein müssen, um entsprechende Kräfte zu generieren, weiterhin hat die Änderung der Permittivität (beispielsweise durch Änderung der Luftfeuchtigkeit) einen wesentlichen Anteil zur Unsicherheit eines solchen Systems.

Die Lorentzkraft des Kalibriersystems ist abhängig von der magnetischen Flussdichte des Topfmagneten, dem Spulenstrom und der Länge des Drahtes der Spule. Der Spulenantrieb des Kalibriersystems ist ein kommerzielles System von BeiKimco Magnetics. Eine Simulation hat gezeigt, dass die magnetische Flussdichte im Luftspalt des Topfmagneten nicht konstant ist, daraus ergeben sich eine Abhängigkeit der Kalibrierkraft von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten sowie eine Abhängigkeit vom radialen Versatz zwischen Spule und Topfmagnet. Dies konnte ebenso anhand der Messungen nachgewiesen werden. Der Einfluss der Eintauchtiefe ist relativ groß, daher wird die Eintauchtiefe der Spule über eine manuelle Positioniereinrichtung mit einer Auflösung von $A_z = 10 \mu\text{m}$ eingestellt. Die Einstellung des lateralen Versatzes der Spule bezüglich des Topfmagneten erfolgt grob, so dass die Symmetrie eingehalten wird. Diese Einstellung erfolgt mit einer Standardunsicherheit von $\pm 300 \mu\text{m}$.

Die Empfindlichkeit des verwendeten Spulenantriebes beträgt $E_{cal} = (3,948 \pm 0,014) \text{ N/A}$ ($k = 2$). Diese Empfindlichkeit des Kalibriersystems gibt den Quotienten aus erzeugter Kalibrierkraft und dem Kalibrierstrom an. Die relative Unsicherheit der Kalibrierkraft wurde für einen Spulenstrom von $I_{cal} = 100 \mu\text{A}$ zu $u_{F,cal,rel} = 0,55 \%$ ($k = 2$) ermittelt.

Der Einfluss der Temperatur ist als gering anzusehen, der ermittelte Temperaturkoeffizient der Empfindlichkeit des Kalibriersystems beträgt $\Delta E_{cal}/E_{cal} \approx 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K} \cdot \Delta T$. Der Temperatureinfluss ist geringer als die Unsicherheit der Empfindlichkeit des Kalibriersystems.

Mit den Messungen konnte nachgewiesen werden, dass ein Kalibriersystem, welches unabhängig von der Erdbeschleunigung arbeitet und auf Basis der elektromagnetischen Krafterzeugung funktioniert, gute messtechnische Eigenschaften besitzt.

Das EMK-Kraftmesssystem für die Lorentzkraft-Anemometrie misst die Lorentzkraft senkrecht zur Gewichtskraft. Mit Hilfe des, im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kalibriersystems kann das EMK-Kraftmesssystem mit einer geringen Unsicherheit, reibungs- und hysteresefrei, kalibriert, sowie die messtechnischen Eigenschaften des EMK-Kraftmesssystems bestimmt werden.

4. Kraftmesssystem mit elektromagnetischer Kraftkompensation

4.1. Grundlagen der elektromagnetischen Kraftkompensation

Das Messprinzip des Kraftmesssystems für die Lorentzkraft-Anemometrie beruht auf dem sogenannten Kompensationsprinzip, die zu messende Lorentzkraft wird durch eine ihr proportionale Gegenkraft kompensiert.

Ein Wägesystem, welches auf dem Prinzip der elektromagnetischen Kraftkompensation (EMK) beruht, kompensiert die aufbrachte Gewichtskraft eines Gewichtsstücks bzw. des Wägegutes mit der Masse m durch eine elektromagnetisch erzeugte Gegenkraft (Lorentzkraft). Die Funktionsweise eines solchen EMK-Wägesystems ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

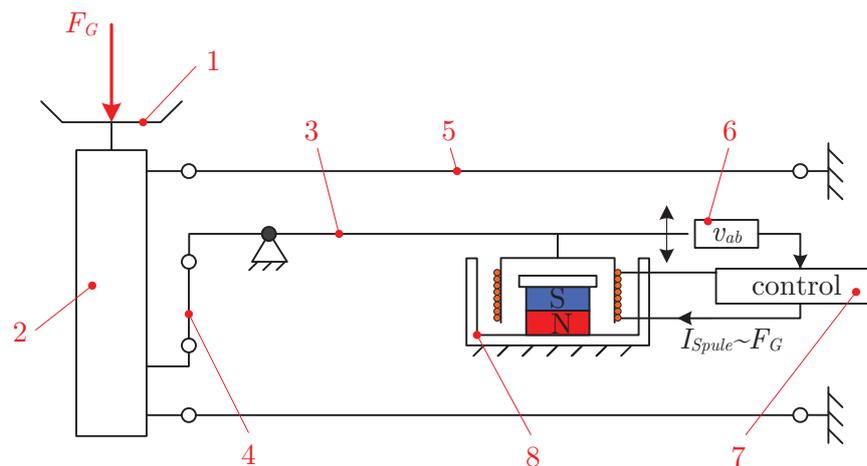


Abbildung 4.1.: Prinzipskizze EMK-Wägesystem

1 - Waagschale, 2 - Koppelstück, 3 - Übersetzungshebel, 4 - Koppelband, 5 - Parallelenkersystem, 6 - Lageindikator, 7 - Regelung, 8 - elektromagnetischer Antrieb, F_G - Gewichtskraft, v_{ab} - Auslenkung Übersetzungshebel, $I_{Spule} \sim F_G$

Wirkt eine Gewichtskraft F_G auf die Waagschale, so wird diese Kraft über das Koppelstück und das Koppelband auf den Übersetzungshebel übertragen. Das Koppelstück und damit die Waagschale sind über ein Parallelenkersystem geführt, welches im Idealfall eine Unabhängigkeit des Kraftangriffspunktes (außermittige Aufbringung der Last auf die Waagschale) von der Kraftmessung ermöglicht. Die Lage des Übersetzungshebels wird mit einem optischen Lageindikator erfasst. Dieser Lageindikator besteht aus einer (Infrarot-) LED, welche durch einen Spalt auf eine Doppelfotodiode leuchtet. Die LED und die Doppelfotodiode sind gestellfest, während der Spalt ein Teil des Übersetzungshebels und somit beweglich ist. In Abhängigkeit von der Lage des Spalts ändert sich die Beleuchtung der Doppelfotodiode, so dass ein Fotoelement stärker und das andere entsprechend schwächer beleuchtet wird. Eine Elektronik wertet die Fotoströme aus und gibt eine der Lage des Übersetzungshebels proportionale Differenzspannung aus. Am Übersetzungshebel ist eine Spule befestigt, welche in einem Topfmagnet geführt ist. Beim Aufbringen einer Gewichtskraft wird der Spulenstrom durch eine Regelung nachgeführt, bis der Übersetzungshebel in eine definierte Lage geregelt ist; die Differenzspannung entspricht somit der Regelgröße. Der vom Spulenstrom durchflossene Leiter der Spule und die magnetische Flussdichte B des Topfmagneten erzeugen die Lorentzkraft bzw. Kompensationskraft des EMK-Wägesystems $F_{L,EMK}$.

$$\vec{F}_{L,EMK} = q \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) = I_{Spule} \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (4.1)$$

Der Vektor des vom Spulenstrom durchflossenen Leiters mit seiner Länge l steht senkrecht zur magnetischen Flussdichte B . Damit vereinfacht sich Gleichung 4.1 zu:

$$F_{L,EMK} = I_{Spule} \cdot l \cdot B \quad (4.2)$$

Die Lorentzkraft des EMK-Wägesystems ist proportional der Gewichtskraft. Der Proportionalitätsfaktor entspricht dem Übersetzungsverhältnis zwischen dem Koppelstück und der Spule i_{Spule} des Wägesystems (Gleichung 4.3).

$$F_G = m \cdot g = i_{Spule} \cdot F_{L,EMK} = i_{Spule} \cdot I_{Spule} \cdot l \cdot B \quad (4.3)$$

Der Spulenstrom I_{Spule} ist somit proportional der aufgebrachten Gewichtskraft F_G , bzw. der Masse m .

4.2. Messaufbau EMK-Kraftmesssystem

4.2.1. mechanischer Aufbau

Für die Lorentzkraft-Anemometrie wird die Lorentzkraft F_L von der Gewichtskraft F_G entkoppelt, die Lorentzkraft wirkt senkrecht zur Gewichtskraft. Diese horizontal gerichtete Lorentzkraft wird von einem kommerziellen EMK-Wägesystem der Firma Sartorius Lab Instruments GmbH (Modell BP211D), welches um seine Querachse um 90° gedreht wurde, erfasst. Weiterhin werden Justageeinheiten an dem EMK-Wägesystem angebracht, um die senkrechte Ausrichtung des Wägesystems und des Magnetsystems einstellen zu können. Das gesamte Kraftmesssystem wird in einem Gestell befestigt (siehe Abbildung 4.2).

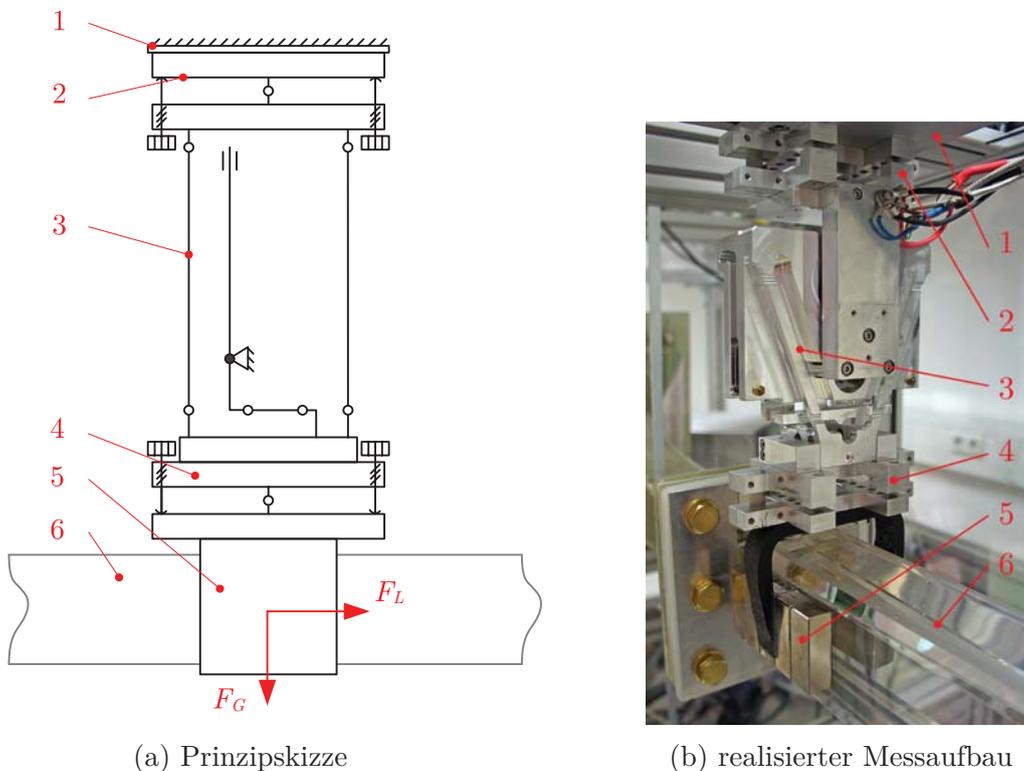


Abbildung 4.2.: Kraftmesssystem mit elektromagnetischer Kraftkompensation

1 - Gestell, 2 - Justageeinheit Wägesystem, 3 - EMK-Wägesystem,
 4 - Justageeinheit Magnetsystem, 5 - Magnetsystem, 6 - Kanal,
 F_L - Lorentzkraft, F_G - Gewichtskraft

Die Regelung des Kraftmesssystems ist abweichend vom kommerziellen EMK-Wägesystem digital mittels PC und MATLAB realisiert. Die Ausgangsspannung des Lageindikators mit seiner Elektronik ist eine Differenzspannung. Die Differenzspannung U_{Diff} wird mit einem hochauflösendem Multimeter *Agilent 3458A* gemessen und über den GPIB-Port an den Mess-PC übermittelt. Die Differenzspannung stellt dabei die

Regelgröße dar, sie kann Werte im Bereich von $-11 \text{ V} \leq U_{Diff} \leq 11 \text{ V}$ annehmen. Der Spulenstrom der Kompensationsspule ist die Führungsgröße. Der Spulenstrom wird mittels der Regelparameter der digitalen Regelung berechnet und über eine hochauflösende digitale Stromquelle *HP 3248A* an die Kompensationsspule ausgegeben. Der Vorteil dieser Anordnung ist, dass auf beliebige Differenzspannungen im Wertebereich geregelt werden kann, die Lage des Übersetzungshebels ist somit einstellbar. Weiterhin können die Regelparameter an verschiedene Konfigurationen des Messaufbaus und an die Masse des Magnetsystems angepasst werden.

4.2.2. Lageindikator

Der Lageindikator besteht aus einer gestellfesten Infrarot-LED, die durch einen beweglichen Spalt (Teil des Übersetzungshebels des EMK-Wägesystems) auf eine gestellfeste Doppelfotodiode leuchtet. In Abhängigkeit von der Lage des Spalts bzw. des Übersetzungshebels werden die beiden Empfangsflächen der Doppelfotodiode entsprechend beleuchtet. Die Elektronik des Lageindikators wandelt die Fotoströme der Doppelfotodiode in die zu messende Differenzspannung. Weiterhin wird die LED mit einem LED-Strom I_{LED} gespeist. Der LED-Strom wird so geregelt, dass das Summensignal der beiden Empfangsflächen der Doppelfotodiode stets gleich groß ist. Das Summensignal hängt direkt von der Beleuchtungsstärke der Empfangsflächen und somit von der Lichtleistung der LED ab. Diese sogenannte Leistungsregelung der LED ist nötig, da eine LED einen großen Temperaturkoeffizienten aufweist. Steigt die Temperatur der LED, sinkt die Lichtleistung bei konstantem LED-Strom [30].

Das Prinzip der Elektronik ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Die beiden Empfangsflächen der Doppelfotodiode bilden mit zwei gleich großen ohmschen Widerständen R_1 und R_2 ($R_1 = R_2 = R_{1,2}$) eine Brückenschaltung. Damit eine Spannung über die Widerstände der Brücke abfallen kann, wird die Doppelfotodiode mit einer Referenzspannung U_{ref} vorgespannt. Die Fotoströme $I_{FE,1}$ und $I_{FE,2}$ der Doppelfotodiode fließen über die Widerstände der Brückenschaltung. Der Potentialunterschied zwischen den beiden Zweigen der Brücke ist die Diagonalspannung, welche mittels Instrumentationsverstärker massiefrei erfasst wird. Der Instrumentationsverstärker hat eine einstellbare Verstärkung G_F , welche über den Widerstand R_G bestimmt wird. Die verstärkte Diagonalspannung wird als zu messende Differenzspannung U_{Diff} ausgegeben. Für die Differenzspannung folgt damit:

$$U_{Diff} = G_F \cdot (I_{FE,1} \cdot R_1 - I_{FE,2} \cdot R_2) = \left(1 + \frac{50 \text{ k}\Omega}{R_G}\right) \cdot R_{1,2} \cdot (I_{FE,1} - I_{FE,2}) \quad (4.4)$$

Die Leistungsregelung für den LED-Strom I_{LED} wird über den Summenstrom der

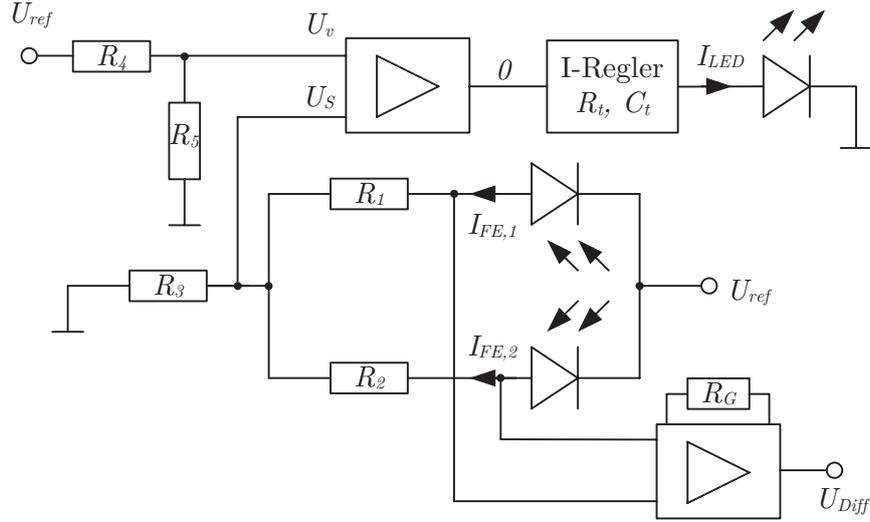


Abbildung 4.3.: Prinzipskizze der Elektronik des Lageindikators

U_{Diff} - Differenzspannung Lageindikator, I_{LED} - LED-Strom,
 U_{ref} - Referenzspannung, R - elektrischer Widerstand, U_v - Vergleichs-
 spannung, U_Σ - Summenspannung, I_{FE} - Fotostrom

Doppelfotodiode realisiert. Der Summenstrom fällt über einen gemeinsamen Widerstand R_3 als Summenspannung U_Σ ab. Ist die Summenspannung gleich groß einer Vergleichsspannung U_v , so ist die Abgleichbedingung für die Regelung des LED-Stromes erfüllt. Die Vergleichsspannung U_v wird aus einem Spannungsteiler mit R_4 und R_5 , sowie der Referenzspannung U_{ref} gebildet.

$$0 = U_\Sigma - U_V = (I_{FE,1} + I_{FE,2}) \cdot R_3 - U_{ref} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} \quad (4.5)$$

Der Regler des LED-Stromes ist ein analoger I-Regler mit einer Grenzfrequenz von:

$$f_{I,LED} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_t \cdot C_t} \quad (4.6)$$

Die Ausgangsspannung des Reglers wird über eine Leistungsstufe in den LED-Strom gewandelt. Die Leistungsstufe ist eine Kollektorschaltung mit einem bipolaren Transistor. Der LED-Strom wird über einen Vorwiderstand auf circa $I_{LED,max} \approx 70$ mA begrenzt.

Die komplette Schaltung ist in Anhang A genauer erläutert.

4.2.3. Regelung

Die Regelung des EMK-Kraftmesssystems erfolgt durch einen digitalen Regler, welcher mittels eines MATLAB-Codes realisiert ist. Die Struktur des gesamten Systems

besteht aus der Regelstrecke (Kraftmesssystem) und dem Regler, sowie einer Rückkopplung. Die Regelgröße ist die Differenzspannung des Lageindikators. Die Stell- und Ausgangsgröße des Systems ist der Spulenstrom der Kompensationsspule.

Die Dimensionierung des Reglers wird in Abschnitt 4.3.3 näher erläutert.

4.3. Messtechnische Eigenschaften

Für die Untersuchung der messtechnischen Eigenschaften des EMK-Kraftmesssystems wird das Magnetsystem entfernt und durch einen Lastträger ersetzt (Abbildung 4.4). Der Lastträger ermöglicht das Aufbringen von Gewichtsstücken mit bekannter Masse.

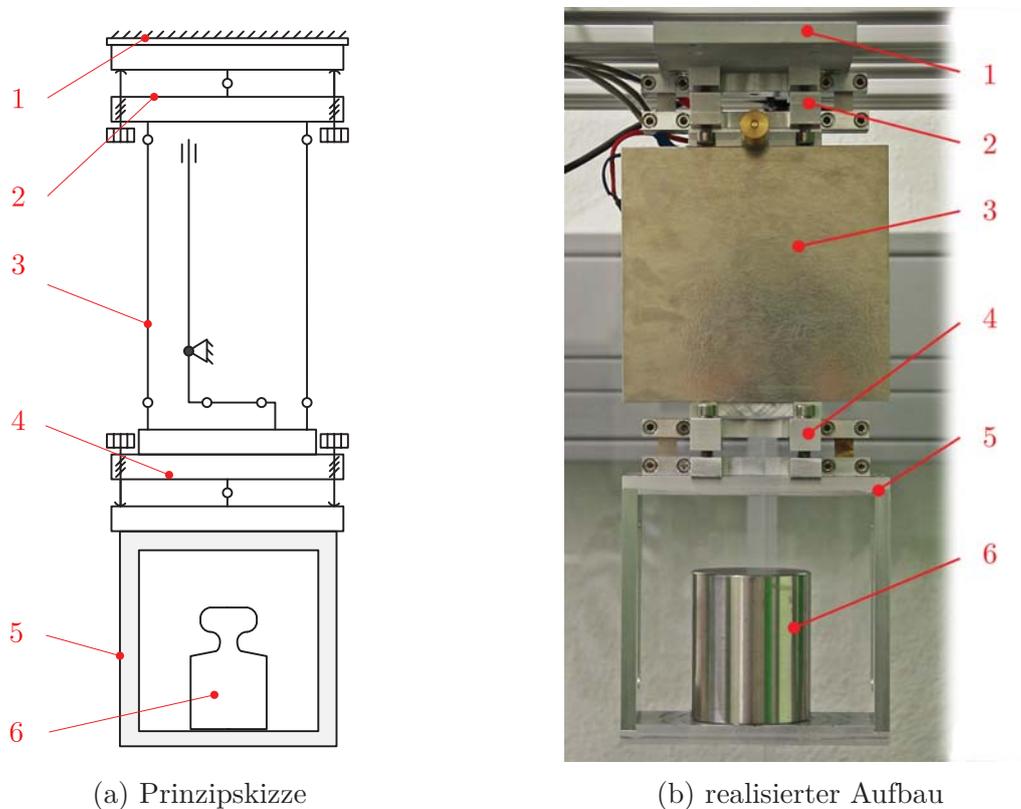


Abbildung 4.4.: EMK-Kraftmesssystem mit Lastträger

1 - Gestell, 2 - Justageeinheit Wägesystem, 3 - EMK-Wägesystem,
4 - Justageeinheit Lastträger, 5 - Lastträger, 6 - Gewichtsstück

Damit ist es möglich den Einfluss der Masse des Magnetsystems zu untersuchen wobei dessen magnetische Einflüsse, wie Reluktanzkräfte vermieden werden. Die Masse $m_{0,S}$ ist die bewegte Masse des EMK-Kraftmesssystems. Sie setzt sich aus der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$ bzw. aus der Masse des Lastenträgers $m_{0,L}$ und des Gewichtsstücks $m_{0,M}$, sowie aus der Masse der Justageeinheit des Magnetsystems $m_{0,J}$ und der bewegten Masse des EMK-Wägesystems $m_{0,EMK}$ zusammen.

$$m_{0,S} = m_{0,L} + m_{0,M} + m_{0,J} + m_{0,EMK} \quad (4.7)$$

Wird das Magnetsystem mit der Masse $m_{0,mag}$ eingesetzt, so werden der Lastträger und die Gewichtsstücke entfernt. Für die Masse $m_{0,S}$ folgt dann:

$$m_{0,S} = m_{0,mag} + m_{0,J} + m_{0,EMK} \quad (4.8)$$

4.3.1. Statisch mechanische Beschreibung des Kraftmesssystems

Die Nachführung des Spulenstromes, welcher der Lorentzkraft proportional ist, erfolgt nur, solange sich die Regelgröße, also das Ausgangssignal des Lageindikators ändert. Erfolgt keine Änderung der Regelgröße bzw. liegt diese Änderung unter der Auflösungsgrenze des Lageindikators, so erfolgt auch keine Nachführung des Spulenstromes und die Änderung der Messkraft kann nicht erfasst werden. Somit begrenzt die Auflösung des Lageindikators die Auflösung des Kraftmesssystems.

Die Änderung des Lagesignals bedeutet eine Auslenkung des Übersetzungshebels und somit auch eine Auslenkung des Koppelstücks bzw. des Magnetsystems durch die Lorentzkraft F_L . Zusätzlich zur Lorentzkraft wirken noch die Rückstellkraft F_C und die Gewichtskraft F_G auf das Kraftmesssystem. Abbildung 4.5 zeigt das ausgelenkte Kraftmesssystem mit den wirkenden Kräften.

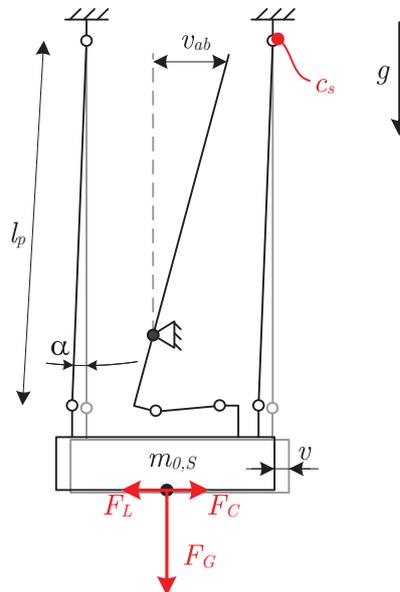


Abbildung 4.5.: ausgelenktes EMK-Kraftmesssystem

F_C - Rückstellkraft, F_L - Lorentzkraft, F_G - Gewichtskraft, $m_{0,S}$ - bewegte Masse Kraftmesssystem, l_p - Länge Parallelenker, v - Auslenkung Koppelstück, v_{ab} - Auslenkung Übersetzungshebel, c_s - Federsteifigkeit System, g - Erdbeschleunigung, α - Auslenkwinkel

Für kleine Auslenkwinkel α gilt das Momentengleichgewicht:

$$0 = (F_C - F_L) \cdot l_p + F_G \cdot v \quad (4.9)$$

Das Verhältnis zwischen der Auslenkung des Koppelstücks und der Auslenkung des Übersetzungshebels am Lageindikator wird als das Übersetzungsverhältnis i_{ab} bezeichnet, welche eine systemspezifische Konstante des Kraftmesssystems ist.

$$i_{ab} = \frac{v_{ab}}{v} \quad (4.10)$$

Das Übersetzungsverhältnis wurde über die Messung der Differenzspannung-Weg-Kennlinie des EMK-Wägesystems bestimmt. Hierfür wurde die Lage des Übersetzungshebels v_{ab} bzw. die Lage des Koppelstücks v in Abhängigkeit der Differenzspannung des Lageindikators interferometrisch gemessen (siehe Abbildung 4.6).

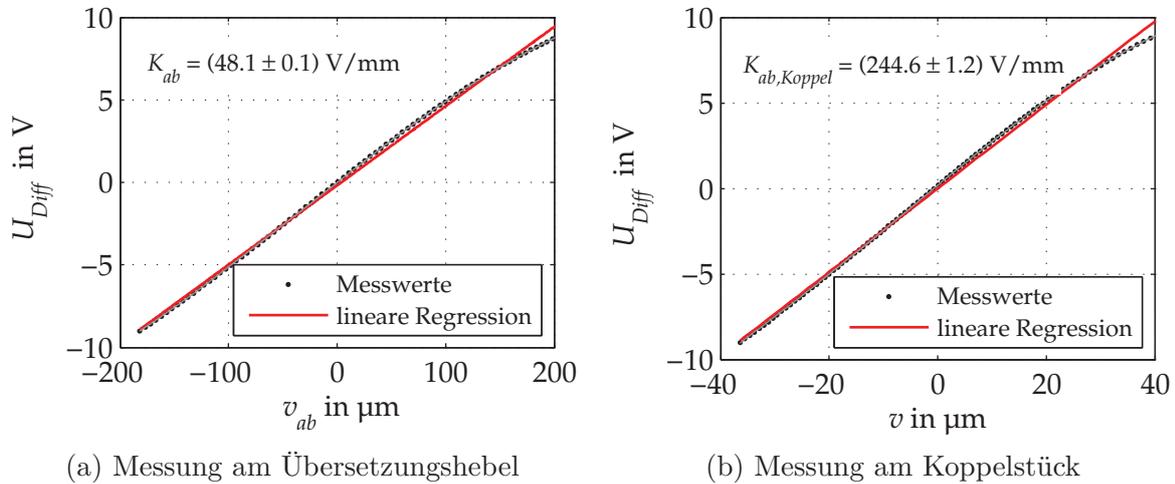


Abbildung 4.6.: Differenzspannung des Lageindikators U_{Diff} in Abhängigkeit der Lage des Koppelstücks v bzw. des Übersetzungshebels v_{ab}

Die Verstärkungsfaktoren des Koppelstücks $K_{ab,Koppel}$ und des Übersetzungshebels K_{ab} entsprechen dem Anstieg der Differenzspannung in Abhängigkeit der Lage des Koppelstücks bzw. des Übersetzungshebels. Sie wurden mittels linearer Regression ermittelt, deren Standardunsicherheit ist die Unsicherheit der entsprechenden Regressionskoeffizienten [25].

$$K_{ab,Koppel} = (244,6 \pm 1,2) \text{ V/mm}$$

$$K_{ab} = (48,1 \pm 0,1) \text{ V/mm}$$

Für das Übersetzungsverhältnis des EMK-Wägesystems ergibt sich aus dem Quotienten der beiden Verstärkungsfaktoren (Gleichung 4.11). Die Gleichung 4.12 gibt die Standardunsicherheit des Übersetzungsverhältnis an.

$$i_{ab} = \frac{K_{ab,Koppel}}{K_{ab}} \quad (4.11)$$

$$u_{i,ab} = \sqrt{\left(\frac{u(K_{ab,Koppel})}{K_{ab}}\right)^2 + \left(u(K_{ab}) \cdot \frac{-K_{ab,Koppel}}{K_{ab}^2}\right)^2} \quad (4.12)$$

$$i_{ab} = 5,09 \pm 0,03 \quad (4.13)$$

Wie in Abbildung 4.5 dargestellt, gibt es eine der Lorentzkraft entgegengesetzt wirkende Rückstellkraft, sobald das EMK-Kraftmesssystem ausgelenkt ist. Die Ursache für diese Rückstellkraft ist die Federsteifigkeit c_s der Festkörpergelenke. Im eingeregulierten Zustand ist die Rückstellkraft F_C konstant, da der Auslenkwinkel α stets gleich groß ist. Im Idealfall ist die Auslenkung null und die Rückstellkraft ebenso null.

Aus den Gleichungen 4.9 und 4.10 folgt die Lorentzkraft, welche aufgebracht werden muss, um das System um einen gewissen Betrag auszulenken.

$$F_L = F_C + \frac{m_{0,S} \cdot g}{l_p} \cdot \frac{v_{ab}}{i_{ab}} \quad (4.14)$$

Eine Änderung der Auslenkung durch eine Abweichung der Lage des Übersetzungshebels, bewirkt eine Änderung der Rückstellkraft. Diese Änderung äußert sich als Messabweichung, da stets nur die Summe aus Lorentzkraft und Rückstellkraft erfasst wird. Auf Grund der komplexen Geometrie des Kraftmesssystems kann dessen Federsteifigkeit nur numerisch oder experimentell ermittelt werden.

Die experimentelle Ermittlung der Federsteifigkeit erfolgte, indem das Kraftmesssystem so gedreht wurde, dass die Messkraft in Richtung der Gewichtskraft wirkt und somit der Einfluss der bewegten Masse des Kraftmesssystems eliminiert wurde. Weiterhin wurde das Magnetsystem, sowie dessen Justageeinheit entfernt. Das Kraftmesssystem wurde nicht geregelt, die Spule war stromlos und der Übersetzungshebel befand sich im unteren Anschlag (Abbildung 4.7).

In einem ersten Schritt wurden Gewichtstücke mit bekannter Masse auf das Koppelstück des EMK-Wägesystems aufgelegt, bis der Übersetzungshebel aus seinem unteren Anschlag bewegt wurde. Durch das Auflegen von Gewichtstücken bekannter Masse (F1 nach OIML [24]) stellten sich verschiedene Lagen des Koppelstücks v ein. Die Lage des Koppelstücks wurde interferometrisch bestimmt. Im Diagramm 4.8 sind die Positionen des Koppelstücks in Abhängigkeit der Gewichtskraft der aufgelegten Masse dargestellt.

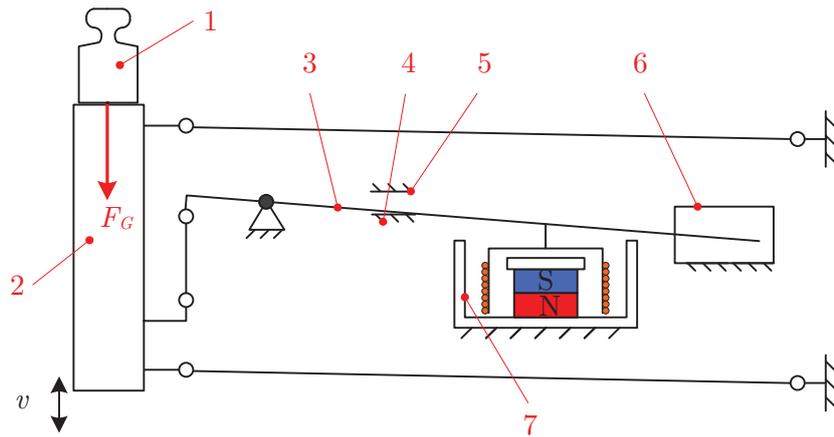
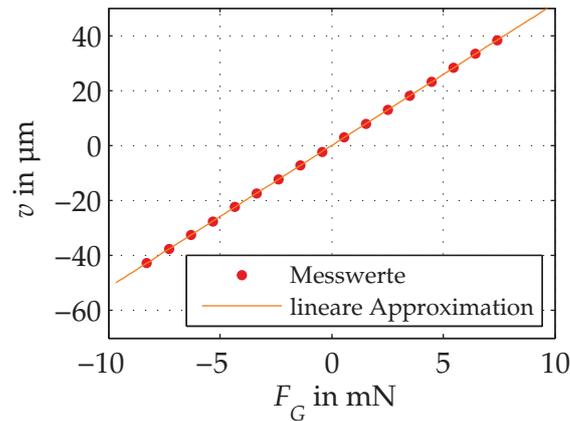


Abbildung 4.7.: Ermittlung der Federsteifigkeit des EMK-Wägesystems

1 - Gewichtsstück, 2 - Koppelstück, 3 - Übersetzungshebel, 4 - unterer Anschlag, 5 - oberer Anschlag, 6 - Lageindikator, 7 - Spulenantrieb, F_G - Gewichtskraft des Gewichtsstücks, v - Auslenkung Koppelstück


 Abbildung 4.8.: Position des Koppelstück v in Abhängigkeit von der Gewichtskraft F_G des EMK-Kraftmesssystems

Der Anstieg der Kurve entspricht der Federsteifigkeit c_s des Kraftmesssystems. Die Messunsicherheit der Federsteifigkeit ergibt sich aus der Unsicherheit des Regressionskoeffizienten [25].

$$c_s = \frac{dF_G}{dv} \approx \frac{\Delta F_G}{\Delta v} \approx (193,545 \pm 0,131) \text{ N/m} \quad (k = 2) \quad (4.15)$$

Unter Einbeziehung des Übersetzungsverhältnisses zwischen Koppelstück und Lageindikator i_{ab} (Gleichung 4.10) kann somit der Einfluss der Rückstellkraft F_C berechnet werden.

$$F_C = c_s \cdot \frac{v_{ab}}{i_{ab}} \quad (4.16)$$

Die Gleichung 4.14 wird um den Term der Rückstellkraft erweitert.

$$F_L = \left(c_s + \frac{m_{0,S} \cdot g}{l_p} \right) \cdot \frac{v_{ab}}{i_{ab}} \quad (4.17)$$

Durch die Ableitung der Gleichung 4.17 nach der Auslenkung des Übersetzungshebels, erhält man die Empfindlichkeit E_{MS} des Kraftmesssystems.

$$E_{MS} = \frac{dF_L}{dv_{ab}} = \frac{c_s}{i_{ab}} + \frac{m_{0,S} \cdot g}{l_p \cdot i_{ab}} \quad (4.18)$$

Aus der Gleichung 4.18 folgt, dass die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems linear von der Masse $m_{0,S}$ abhängt. Die Länge der Parallellenkler l_p und das Übersetzungsverhältnis i_{ab} beeinflussen die Empfindlichkeit, ebenso die Erdbeschleunigung g und die Federsteifigkeit c_s . Diese Größen sind konstruktionsbedingt vom verwendeten EMK-Wägesystem und die Erdbeschleunigung ist am Aufstellort vorgegeben und sind somit nicht variabel.

Durch die Ableitung der Empfindlichkeit des Kraftmesssystems nach der Masse $m_{0,S}$ erhält man den systemspezifischen Kennwert, mit dem die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems bei einer beliebigen Masse $m_{0,S}$ ermittelt werden kann.

$$\frac{dE_{MS}}{dm_{0,S}} = \frac{g}{l_p \cdot i_{ab}} \quad (4.19)$$

Die Erdbeschleunigung am Aufstellort beträgt $g = (9,810131 \pm 0,00002) \text{ m/s}^2$ [23]. Die Länge der Lenker wurde aus der technischen Zeichnung des EMK-Wägesystems ermittelt und beträgt $l_p = (75 \pm 0,03) \text{ mm}$ [31], ihre Unsicherheit ergibt sich aus der Fertigungstoleranz (0,05 mm) nach GUM Typ B (Rechteckverteilung).

$$\frac{dE_{MS}}{dm_{0,S}} = (25,67 \pm 0,30) \text{ N/(m kg)} \quad (k = 2)$$

Die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems bei einer Masse von $m_{0,S} = 0 \text{ kg}$ entspricht der Federsteifigkeit des Kraftmesssystems.

$$E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg}) = \frac{c_s}{i_{ab}} = 38,025 \pm 0,682 \text{ N/m} \quad (k = 2) \quad (4.20)$$

Die bewegte Masse des EMK-Kraftmesssystems $m_{0,S}$ setzt sich aus den Massen des Lastträgers $m_{0,L}$, dessen Justageeinheit $m_{0,J}$ und der zusätzlich aufgebrauchten Masse eines Gewichtsstücks $m_{0,M}$, sowie im Bedarfsfall der Masse des Magnetsystems des Kalibriersystems $m_{0,K}$ zusammen. Diese Massen lassen sich durch wiegen der Bauteile ermitteln. Weiterhin besitzen die bewegten Teile des EMK-Wägesystems eine Masse $m_{0,EMK}$, die ebenso berücksichtigt werden muss, aber nicht durch Wiegen ermittelt werden kann. Für die Masse $m_{0,S}$ gilt somit

$$m_{0,S} = m_{0,L} + m_{0,J} + m_{0,K} + m_{0,M} + m_{0,EMK} \quad (4.21)$$

Die Masse der bewegten Teile kann über den systemspezifischen Kennwert des Kraftmesssystems (Gleichung 4.19) und der Kenntnis des Wertes bei der hypothetischen Masse von $m_{0,S} = 0 \text{ kg}$ (Gleichung 4.20) ermittelt werden. Diese beiden Werte geben den Anstieg bzw. den Nullpunkt der Geradengleichung, welche durch Gleichung 4.18 gegeben ist an. Durch das Einsetzen der Gleichungen 4.19 und 4.20 ergibt sich damit die nachfolgende Gleichung 4.22.

$$E_{MS} = E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg}) + m_{0,S} \cdot \frac{dE_{MS}}{dm_{0,S}} \quad (4.22)$$

Die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems kann bei verschiedenen Massen ermittelt werden, wobei stets nur eine Änderung der zusätzlich aufgebrauchte Masse der Gewichtstücke $m_{0,M}$ möglich ist.

Zulässige Masse des Magnetsystems

Das EMK-Kraftmesssystem wird durch seine bewegte Masse $m_{0,S}$, bzw. durch die Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$ und die dadurch wirkende Gewichtskraft mechanisch beansprucht. Auf die Festkörpergelenke des EMK-Wägesystems wirken auf Grund ihrer Geometrie sehr hohe mechanische Spannungen. Diese mechanischen Spannungen in den Festkörpergelenken des EMK-Wägesystem sind proportional zur Gewichtskraft des Magnetsystems. Sind die mechanischen Spannungen zu groß findet eine plastische Verformung der Festkörpergelenke statt, wodurch das EMK-Kraftmesssystem beschädigt bzw. zerstört wird. Aus diesem Grund ist eine Limitierung der Gewichtskraft bzw. der Masse des Magnetsystems erforderlich. Das EMK-Wägesystem besitzt vier Parallelenker mit jeweils zwei Festkörpergelenken, welche auf Zug beansprucht werden. Weiterhin besteht das Drehgelenk des Übersetzungshebels aus zwei Festkörpergelenken, welche auf Scherung beansprucht werden, sowie insgesamt drei Festkörpergelenke des Koppelbandes.

Nach dem Hooke'schen Gesetz beträgt die zulässige mechanische Spannung σ_{zul} in den Festkörpergelenken der Parallelanordnung:

$$\sigma_{zul} = \frac{F_G}{A_{Fk}} \quad (4.23)$$

Der Querschnitt des Festkörpergelenkes entlang der Belastungsrichtung A_{Fk} ist nicht konstant. In Abbildung 4.9 ist ein Festkörpergelenk schematisch dargestellt.

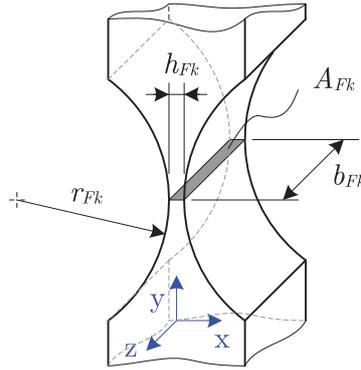


Abbildung 4.9.: Prinzipdarstellung Festkörpergelenk EMK-Wägesystem

A_{Fk} - Querschnitt Festkörpergelenk, h_{Fk} - Höhe Querschnitt Festkörpergelenk, b_{Fk} - Breite Querschnitt Festkörpergelenk, r_{Fk} - Radius Festkörpergelenk

Zur Abschätzung der zulässigen mechanischen Zugspannung auf die Festkörpergelenke der Parallelenker wird der minimale Querschnitt des Festkörpergelenks angenommen. Auf jeden Parallelenker des EMK-Wägesystems wirkt ein Viertel der Gewichtskraft, somit folgt für die zulässige mechanische Zugspannung in einem Festkörpergelenk:

$$\sigma_{zul} = \frac{m_{0,S} \cdot g}{4 \cdot h_{Fk} \cdot b_{Fk}} \quad (4.24)$$

Die Breite der Festkörpergelenke der Parallelenker beträgt $b_{Fk} = (6 \pm 0,06)$ mm, die minimale Höhe des Querschnittes ist $h_{Fk,min} = (70 \pm 4)$ μm . Die zulässig mechanische Spannung des Materials des Verformungskörpers beträgt $\sigma_{zul} = 260$ N/mm² [32]. Die Erdbeschleunigung am Aufstellort ist $g = (9,810131 \pm 0,00002)$ m/s². Die zulässige bewegte Masse Kraftmesssystems $m_{0,S,zul}$ ist durch Gleichung 4.25 beschrieben.

$$m_{0,S,zul} = \frac{4 \cdot \sigma_{zul} \cdot h_{Fk} \cdot b_{Fk}}{g} \quad (4.25)$$

$$m_{0,S,zul} = (44,5 \pm 5,2) \text{ kg} \quad (k = 2)$$

Diese zulässige bewegte Masse gilt für ideale Bedingungen, wie homogene Materialeigenschaften, und senkrecht wirkende Gewichtskraft.

Durch eine FEM-Analyse des EMK-Wägesystems können die auftretenden Spannungen im gesamten EMK-Wägesystem simuliert und somit die maximal zulässige bewegte Masse abgeschätzt werden. Durch die FEM-Analyse wird das EMK-Wägesystem in diskrete finite Elemente unterteilt und für jedes Element wird die mechanische Spannung berechnet. Die Kopplung der Elemente erfolgt durch die Randbedingung eines jeden Elements. Somit können mechanische Spannungen in komplexen Geometrien abgeschätzt werden. Die Festkörpergelenke werden auf Grund ihrer Geometrie sehr fein

unterteilt, um hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten (siehe Abbildung 4.10a).

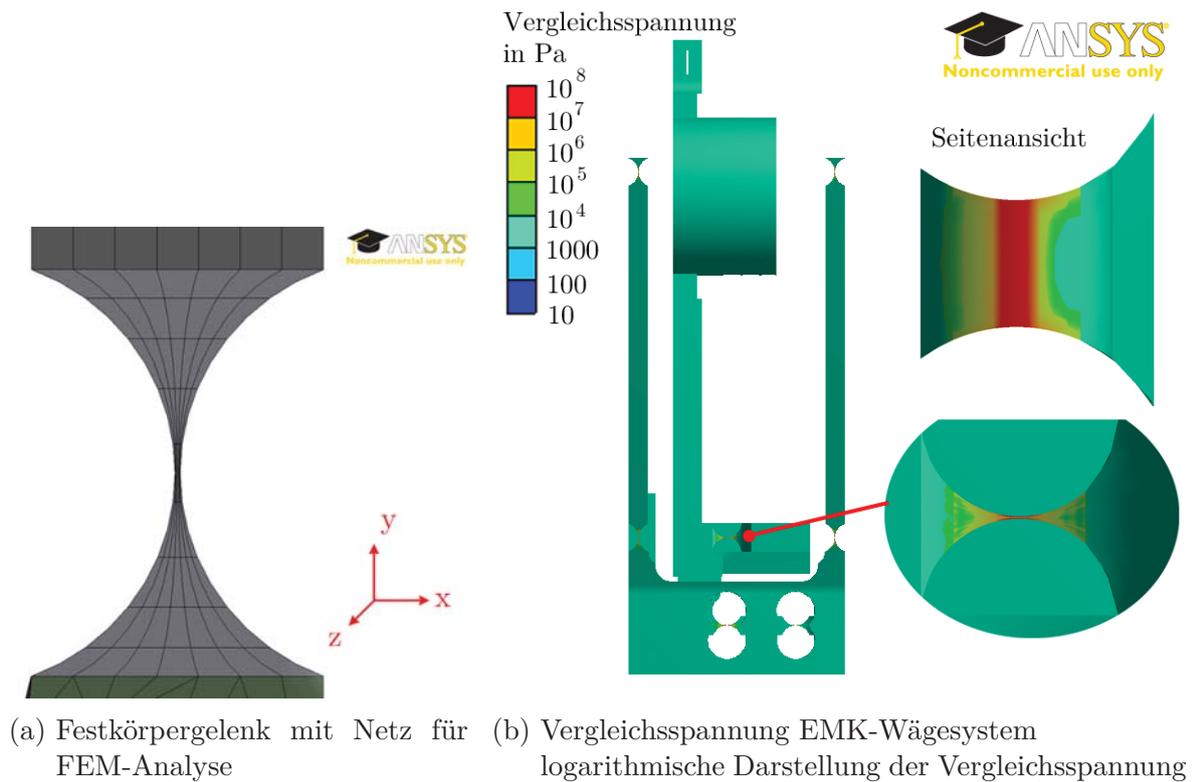


Abbildung 4.10.: FEM-Analyse EMK-Wägesystem

In der Abbildung 4.10b sind die Vergleichsspannungen des EMK-Wägesystems in einer seitlichen Ansicht dargestellt. Auf der rechten Seite ist ein Festkörpergelenk des Übersetzungshebels in zwei verschiedenen Ansichten vergrößert abgebildet. Für die angreifende Gewichtskraft von $F_G = 10 \text{ N}$ wurde eine maximale Vergleichsspannung von $\sigma = 68 \text{ N/mm}$ in den Festkörpergelenken des Übersetzungshebels ermittelt. Unter Berücksichtigung der zulässigen mechanischen Spannung wäre somit theoretisch eine bewegte Masse von $m_{0,S,max} \approx 3,8 \text{ kg}$ zulässig.

Wirkt zusätzlich zur Gewichtskraft eine Querkraft auf das EMK-Wägesystem, so reduziert sich die maximal zulässige bewegte Masse. Querkräfte, beispielsweise durch Verkippen des Kraftmesssystems beim Einrichten führen zu sehr hohen lokalen Spannungen, welche zur Beschädigung des Kraftmesssystems führen können. Die maximale Masse des Magnetsystems wird daher aus Sicherheitsgründen auf $m_{0,mag,max} = 3 \text{ kg}$ begrenzt.

4.3.2. Dynamische Beschreibung des Kraftmesssystems - Messdynamik

Die dynamische Beschreibung des EMK-Kraftmesssystems ist nötig, um eine Regelung für das Kraftmesssystem zu dimensionieren und die Messdynamik zu beschreiben. Das

Kraftmesssystem setzt sich aus der Regelstrecke und dem Regler zusammen. Die Regelstrecke unterteilt sich weiter in das mechanische System, den Lageindikator und den elektromagnetischen Antrieb (siehe Abbildung 4.11).

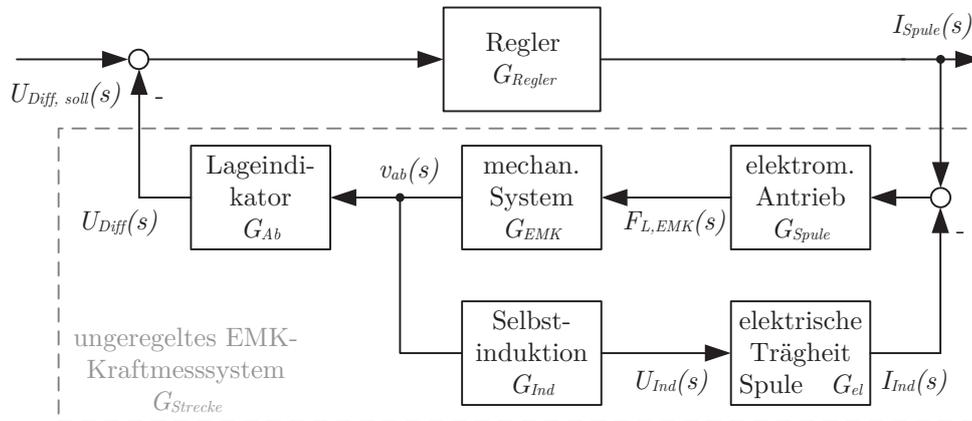


Abbildung 4.11.: Reglerstruktur EMK-Kraftmesssystem

Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten näher beschrieben.

Mechanisches System

Die auf das mechanische System wirkenden Kräfte sind anhand eines vereinfachten Prinzips (Abbildung 4.12) dargestellt.

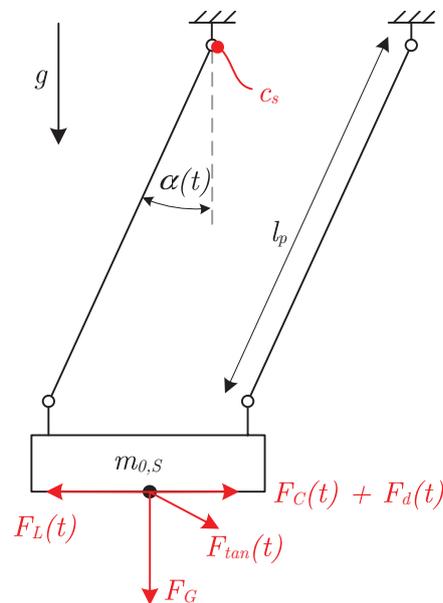


Abbildung 4.12.: Dynamische Kräfte am EMK-Kraftmesssystem

F_G - Gewichtskraft, $F_C(t)$ - Rückstellkraft durch Federsteifigkeit, c_s - Federsteifigkeit, $F_d(t)$ - Kraftwirkung durch Dämpfung, $F_{tan}(t)$ - Tangentialkraft, $F_L(t)$ - Lorentzkraft, $\alpha(t)$ - Auslenkwinkel, g - Erdbeschleunigung, l_p - Länge Parallelenker

Zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Messaufbaus, wird der Drehimpulssatz angewendet.

$$F_L(t) \cdot l_p \cdot \cos \alpha(t) = F_G \cdot l_p \cdot \sin \alpha(t) + F_C(t) \cdot l_p \cdot \cos \alpha(t) + F_d(t) \cdot l_p \cdot \cos \alpha(t) + F_{tan}(t) \cdot l_p \quad (4.26)$$

Die Gewichtskraft F_G ist proportional zur Masse $m_{0,S}$ und zur Erdbeschleunigung am Aufstellort g . Da sowohl die Masse, als auch die Erdbeschleunigung zeitlich konstant sind, ist die Gewichtskraft ebenso zeitlich konstant.

$$F_G = m_{0,S} \cdot g \quad (4.27)$$

Die Rückstellkraft durch die Federsteifigkeit des Kraftmesssystems $F_C(t)$ ist proportional zum Sinus des Auslenkwinkels $\alpha(t)$, zur Federsteifigkeit c_s und der Länge der Parallellenkler l_p .

$$F_C(t) = c_s \cdot l_p \cdot \sin \alpha(t) \quad (4.28)$$

Die Kraftwirkung durch die Dämpfung des Kraftmesssystems $F_d(t)$ wird durch die Dämpfungskonstante d bestimmt und der ersten Ableitung des zeitlich veränderlichen Auslenkwinkels $\dot{\alpha}(t)$.

$$F_d(t) = d \cdot l_p \cdot \dot{\alpha}(t) \quad (4.29)$$

Die Tangentialkraft $F_{tan}(t)$ wird durch die zweite Ableitung des zeitlich veränderlichen Auslenkwinkels $\ddot{\alpha}(t)$ bestimmt.

$$F_{tan}(t) = m_{0,S} \cdot l_p \cdot \ddot{\alpha}(t) \quad (4.30)$$

Stellt man die Gleichung 4.26 nach der Lorentzkraft um, so ergibt sich Gleichung 4.31.

$$F_L(t) = F_G \cdot \frac{\sin \alpha(t)}{\cos \alpha(t)} + F_C(t) + F_d(t) + \frac{F_{tan}(t)}{\cos \alpha(t)} \quad (4.31)$$

Durch Einsetzen der einzelnen Terme in Gleichung 4.31 ergibt sich folgende Differentialgleichung:

$$F_L(t) = m_{0,S} \cdot g \cdot \frac{\sin \alpha(t)}{\cos \alpha(t)} + c_s \cdot l_p \cdot \sin \alpha(t) + d \cdot l_p \cdot \dot{\alpha}(t) + m_{0,S} \cdot l_p \cdot \frac{\ddot{\alpha}(t)}{\cos \alpha(t)} \quad (4.32)$$

Zur Lösung dieser inhomogenen, nichtlinearen Differentialgleichung zweiter Ordnung

wird eine Linearisierung durch Annahme der Kleinwinkelnäherung (kleine Auslenkwinkel $\alpha \ll 5^\circ$) durchgeführt.

$$F_L(t) = m_{0,S} \cdot l_p \cdot \ddot{\alpha}(t) + d \cdot l_p \cdot \dot{\alpha}(t) + (g \cdot m_{0,S} + l_p \cdot c_s) \cdot \alpha(t) \quad (4.33)$$

Durch die Division mit dem Term $m_{0,S} \cdot l_p$ erhält man die normierte Form der Differentialgleichung:

$$\frac{F_L(t)}{m_{0,S} \cdot l_p} = \ddot{\alpha}(t) + \frac{d}{m_{0,S}} \cdot \dot{\alpha}(t) + \left(\frac{g}{l_p} + \frac{c_s}{m_{0,S}} \right) \cdot \alpha(t) \quad (4.34)$$

Die Lösung dieser linearen, inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung erfolgt im Frequenzbereich durch Laplace-Transformation, dadurch erhält man die Übertragungsfunktion des mechanischen Systems.

$$G_{EMK}(s) = \frac{\alpha(s)}{F_L(s)} = \frac{1}{(m_{0,S} \cdot l_p) \cdot \left[s^2 + \frac{d}{m_{0,S}} \cdot s + \left(\frac{g}{l_p} + \frac{c_s}{m_{0,S}} \right) \right]} \quad (4.35)$$

Aus der Gleichung 4.35 ergeben sich die systemrelevanten Parameter, wie die Kennkreisfrequenz ω_0 , die Dämpfung und der Proportionalitätsbeiwert. Die Kennkreisfrequenz ist die Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems [33, S. 56], sie setzt sich aus der Erdbeschleunigung g und der Länge der Parallellenkler l_p sowie aus der Federsteifigkeit des Kraftmesssystems c_s und der Masse $m_{0,S}$ zusammen. Für die Eigenfrequenz f_0 gilt dann:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l_p} + \frac{c_s}{m_{0,S}}} \quad (4.36)$$

Die Dämpfung des mechanischen Systems ist hier als Quotient aus der Dämpfungskonstante d und der Masse $m_{0,S}$ gegeben. In normierter Darstellung mit dem lehrschen Dämpfungsmaß D folgt für diesen Term:

$$\frac{d}{m_{0,S}} = 2 \cdot D \cdot \omega_0 \quad (4.37)$$

Die Dämpfung lässt sich analytisch nicht bestimmen, sie setzt sich hauptsächlich aus der inneren Reibung der Festkörpergelenke, sowie aus der Luftreibung zusammen. Die Dämpfung kann somit nur experimentell ermittelt werden. Die experimentelle Ermittlung erfolgte für das mechanische System (Verformungskörper) ohne Spulenantrieb, es ergibt sich eine Dämpfungskonstante von $d \approx 1 \text{ kg/s}$.

Der Auslenkwinkel α ist unter Berücksichtigung der Kleinwinkelnäherung der Quotient aus der Auslenkung des Koppelstücks v und der Länge der Parallellenkler l_p . Somit folgt für die Übertragungsfunktion des mechanischen Systems G_{EMK} :

$$G_{EMK}(s) = \frac{v(s)}{F_L(s)} = \frac{1}{m_{0,S} \cdot (s^2 + 2 D \cdot \omega_0 + \omega_0^2)} \quad (4.38)$$

Dies gilt für die Erregung am Koppelstück und die Auslenkung des Koppelstücks. Die Kompensationskraft des EMK-Wägesystems $F_{L,EMK}$ wird allerdings über den elektromagnetischen Antrieb erzeugt und die Auslenkung des Übersetzungshebels v_{ab} wird erfasst. Das Übersetzungsverhältnis zwischen Koppelstück und Lageindikator i_{ab} gibt den Zusammenhang zwischen der Auslenkung des Koppelstücks v und des Übersetzungshebels v_{ab} an. Für den Zusammenhang zwischen der Lorentzkraft F_L und Kompensationskraft des EMK-Wägesystems $F_{L,EMK}$ gilt das Übersetzungsverhältnis zwischen dem Koppelstück und der Spule.

$$i_{Spule} = \frac{F_L}{F_{L,EMK}} \quad (4.39)$$

Damit folgt für die Übertragungsfunktion des mechanischen Systems

$$G_{EMK}(s) = \frac{v_{ab}(s)}{F_{L,EMK}(s)} = \frac{i_{ab} \cdot i_{Spule}}{m_{0,S} \cdot (s^2 + 2 D \cdot \omega_0 + \omega_0^2)} \quad (4.40)$$

Das Übersetzungsverhältnis der Spule i_{Spule} wird aus der technischen Zeichnung des EMK-Wägesystems [31] bestimmt. In Abbildung 4.13 ist schematisch der Übersetzungshebel dargestellt.

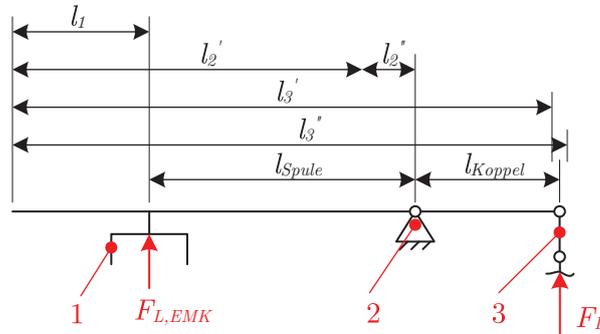


Abbildung 4.13.: schematische Darstellung des Übersetzungshebels des EMK-Kraftmesssystems
 1 - Spule, 2 - Drehpunkt, 3 - Koppelband, $F_{L,EMK}$ - Kompensationskraft, F_L - Lorentzkraft

Das Übersetzungsverhältnis der Spule ergibt sich aus dem Quotient der Abstände der Spule und des Koppelbandes vom Drehpunkt.

$$i_{Spule} = \frac{l_{Spule}}{l_{Koppel}} \quad (4.41)$$

In der technischen Zeichnung sind allerdings nur die Abstände von einem festen Bezugspunkt aus mit l_1 bis l_3'' angegeben. Damit folgt für das Übersetzungsverhältnis:

$$i_{Spule} = \frac{2 \cdot l'_2 + l''_2 - 2 \cdot l_1}{l'_3 + l''_3 - 2 \cdot l'_2 - l''_2} \quad (4.42)$$

Die Tabelle 4.1 listet alle Maße und deren Unsicherheiten sowie das berechnete Übersetzungsverhältnis der Spule auf. Die Standardunsicherheiten der Maße ergeben sich aus den Toleranzen (Rechteckverteilung) aus der technischen Zeichnung. Ist für das entsprechende Maß in der Zeichnung explizit keine Toleranz angegeben, so gelten die auf der Zeichnung angegebenen Allgmeintoleranzen nach ISO2768 [34].

Tabelle 4.1.: Maße und Toleranzen Berechnung Übersetzungsverhältnis Spule

Variable	Wert	Standardunsicherheit
l_1	32 mm	0,17 mm
l'_2	99 mm	0,17 mm
l''_2	6 mm	0,12 mm
l'_3	116,9 mm	0,06 mm
l''_3	123,1 mm	0,06 mm
i_{Spule}	3,89	0,39

Lageindikator

Die Differenzspannung des Lageindikators U_{Diff} ist der Auslenkung des Übersetzungshebels v_{ab} bzw. der Auslenkung des Koppelstücks v proportional. Zwischen dem Auslenkwinkel und der Auslenkung des Koppelstücks besteht ein trigonometrischer Zusammenhang, der unter Ausnutzung der Kleinwinkelnäherung als linearer Zusammenhang aufgefasst werden kann.

$$v = l_p \cdot \sin \alpha \approx l_p \cdot \alpha \quad (4.43)$$

Die Abhängigkeit der Differenzspannung U_{Diff} von der Auslenkung des Übersetzungshebels v_{ab} sowie der Auslenkung des Koppelstücks v wurde experimentell ermittelt (vgl. Abschnitt 4.3.1, Seite 37). In erster Näherung ist der Zusammenhang zwischen der Auslenkung und der Differenzspannung linear. Die Anstiege der gemessenen Geraden entsprechen den Verstärkungsfaktoren des Lageindikators für die Auslenkung des Koppelstücks $K_{ab,Koppel}$ und für die Auslenkung des Hebels K_{ab} . Die Verstärkungsfaktoren sind:

$$K_{ab} = \frac{dU_{Diff}}{dv_{ab}} = (48,1 \pm 0,1) \text{ V/mm}$$

$$K_{ab,Koppel} = \frac{dU_{Diff}}{dv} = (244,6 \pm 1,2) \text{ V/mm}$$

Das dynamische Verhalten des Lageindikators kann im Frequenzbereich bis $f \leq 1$ kHz als Proportionalglied angenommen werden. Die Übertragungsfunktion des Lageindikators ist damit:

$$G_{Ab} = \frac{U_{Diff}}{v} = K_{ab} \quad (4.44)$$

Elektromagnetischer Antrieb

Der elektromagnetische Antrieb besteht aus einer Spule und einem Topfmagneten. Der stromdurchflossene Leiter und das Magnetfeld des Topfmagneten erzeugen die Kompensationskraft des EMK-Wägesystems $F_{L,EMK}$. Die Übertragungsfunktion der Spule G_{Spule} im Frequenzbereich ist der Quotient aus der Ausgangsgröße (hier die Kompensationskraft $F_{L,EMK}$) und dem Spulenstrom I_{Spule} als Eingangsgröße. Die Übertragungsfunktion ist somit das Produkt aus der magnetischen Flussdichte B des Topfmagneten und der Länge des Drahtes l der Kompensationsspule.

$$G_{Spule} = \frac{F_{L,EMK}}{I_{Spule}} = B \cdot l \quad (4.45)$$

Weiterhin wird in einem Leiter, welcher sich durch ein magnetisches Feld bewegt eine Spannung induziert. Für die Induktionsspannung gilt:

$$\vec{U}_{Ind}(t) = \frac{\int \vec{B} \, d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{A} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{B} \quad (4.46)$$

Die zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte ist null. Die zeitliche Änderung der Fläche A ist das Produkt aus der Länge des Leiters der Spule l und der zeitlichen Änderung der Auslenkung der Spule bzw. die Geschwindigkeit des elektrischen Leiters in der Spule \vec{v}_{Spule} .

$$\vec{U}_{Ind} = l \cdot \vec{B} \cdot \frac{d\vec{v}_{Spule}}{dt} \quad (4.47)$$

Der Quotient aus der Auslenkung der Spule v_{Spule} und der bekannten Auslenkung des Übersetzungshebels v_{ab} entspricht dem Quotienten aus den Übersetzungsverhältnis der Spule i_{Spule} und des Lageindikators i_{ab} .

$$\frac{v_{Spule}}{v_{ab}} = \frac{i_{Spule}}{i_{ab}} \quad (4.48)$$

Damit folgt für die Induktionsspannung:

$$\vec{U}_{Ind} = l \cdot \vec{B} \cdot \frac{i_{Spule}}{i_{ab}} \cdot \frac{d\vec{v}_{ab}}{dt} \quad (4.49)$$

Die Übertragungsfunktion für die Selbstinduktion der Spule G_{Ind} ist der Quotient

der Induktionsspannung und der Auslenkung des Übersetzungshebels und lautet im Frequenzbereich:

$$G_{Ind} = \frac{U_{Ind}}{v_{ab}} = l \cdot B \cdot \frac{i_{Spule}}{i_{ab}} \cdot s \quad (4.50)$$

Im elektrischen Ersatzschaltbild ist die Spule eine Reihenschaltung aus deren elektrischen Widerstand R_{sp} und der Induktivität L_{sp} . Der Spannungsabfall über der Spule ist damit:

$$U_{Ind} = I_{Ind} \cdot (R_{sp} + j\omega \cdot L_{sp}) \quad (4.51)$$

bzw.

$$G_{el} = \frac{I_{Ind}}{U_{Ind}} = \frac{1}{R_{sp} + L_{sp} \cdot s} \quad (4.52)$$

Die Selbstinduktion G_{Ind} ist nach [35] eine Dämpfung und G_{el} ist die elektrische Trägheit der Spule. Beide Terme wirken als Rückkopplung zwischen der Ausgangsgröße des mechanischen Systems und der Eingangsgröße des elektromagnetischen Antriebes.

Übertragungsfunktion des EMK-Kraftmesssystems

Auf Basis der Reglerstruktur des EMK-Kraftmesssystem (siehe Abb. 4.11) ist die Übertragungsfunktion des unregulierten Kraftmesssystems (Strecke):

$$G_{Strecke} = \frac{G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ab}}{1 + G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ind} \cdot G_{el}} \quad (4.53)$$

Anhand der Übertragungsfunktion des unregulierten EMK-Kraftmesssystems kann eine Dimensionierung der Regelung erfolgen. Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises des EMK-Kraftmesssystems ergibt sich aus der Strecke und dem Regler:

$$G_{System} = \frac{G_{Strecke} \cdot G_{Regler}}{1 + G_{Strecke} \cdot G_{Regler}} \quad (4.54)$$

4.3.3. Dimensionierung der Regelung

Zusätzlich zur dynamischen Beschreibung des EMK-Kraftmesssystems mit der Übertragungsfunktion $G_{Strecke}$ wird der Amplitudenfrequenzgang des Messsystems erfasst und die Strecke somit messtechnisch identifiziert.

Die Anregung des Kraftmesssystems erfolgte mit der Kompensationsspule, durch das Anlegen eines Stromes mit der Amplitude \hat{I}_{Spule} . Der Strom wurde mit der Frequenz f_0 sinusförmig moduliert und für einzelne Frequenzen im Bereich von

$0,1 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 100 \text{ Hz}$ durchgestimmt. Ermittelt wurde die Amplitude des Differenzsignals des Lageindikators, welche die Regelgröße darstellt \hat{U}_{Diff} . Der Amplitudengang der Strecke $|G_{Strecke}|$ ergibt sich aus dem Quotient der Differenzspannung und des Spulenstromes (Gleichung 4.55).

$$|G_{Strecke}(f)| = \frac{\hat{U}_{Diff}}{\hat{I}_{Spule}} \quad (4.55)$$

Der Amplitudengang des EMK-Kraftmesssystems wurde für verschiedene bewegte Massen des EMK-Kraftmesssystems bestimmt. Die Masse der Gewichtsstücke wurde für die Messung im Bereich von $0 \text{ kg} \leq m_{0,M} \leq 2 \text{ kg}$ verändert. In Abbildung 4.14a sind die Amplitudengänge für verschiedene Massen $m_{0,M}$ des Kraftmesssystems dargestellt.

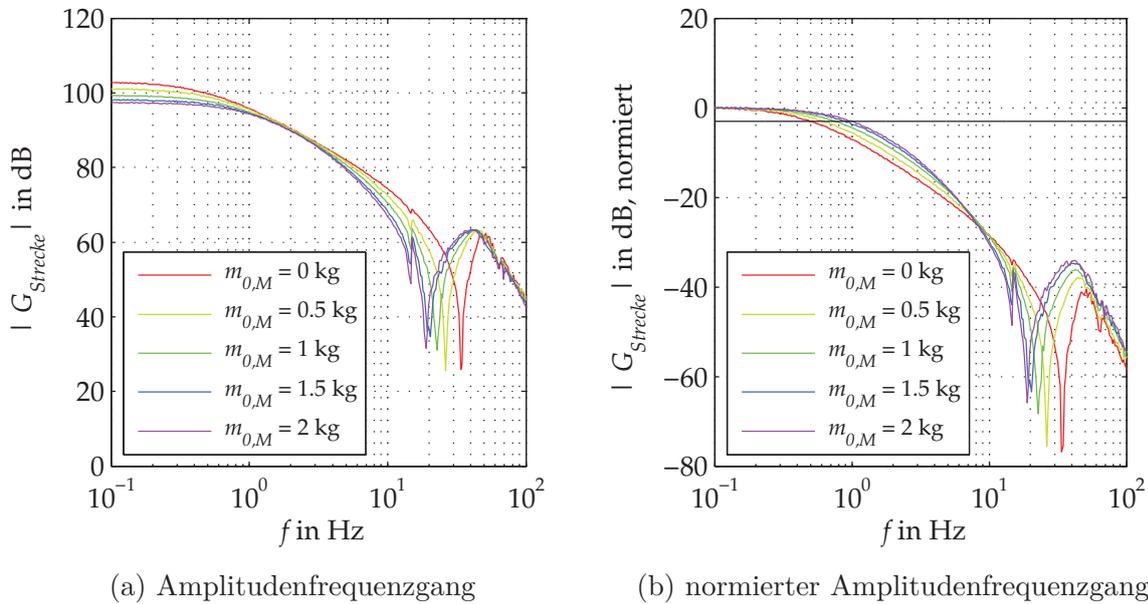


Abbildung 4.14.: Amplitudengänge des EMK-Kraftmesssystems in Abhängigkeit von der Masse $m_{0,M}$

Aus der Abbildung 4.14a ist ersichtlich, dass die Amplitude mit steigender Masse $m_{0,M}$ abnimmt. Normiert man die Amplitudengänge auf $|G_{Strecke}(f \rightarrow 0)| = 0 \text{ dB}$, so erhält man bei $|G_{Strecke}(f)| = -3 \text{ dB}$ die sogenannte Durchtrittsfrequenz, welche mit steigender Masse größer wird (siehe Abbildung 4.14b). Die Ursache hierfür ist die starke Dämpfung des Kraftmesssystems durch die Gegeninduktion des elektromagnetischen Antriebes in Verbindung mit der geänderten Masse des Magnetsystems. Setzt man die entsprechenden Größen in die analytische Gleichung 4.53 aus Abschnitt 4.3.2 ein und nimmt eine sinnvolle Dämpfung für das EMK-Wägesystem an ($d = 1$), so kann der Amplitudengang für niedrige Frequenzen bis $f_0 \leq 10 \text{ Hz}$ sehr gut nachgebildet werden. In Abbildung 4.15 sind die analytische

Lösung (blau) und die gemessenen Übertragungsfunktion der Strecke (rot) für verschiedenen Massen $m_{0,M}$ vergleichend dargestellt.

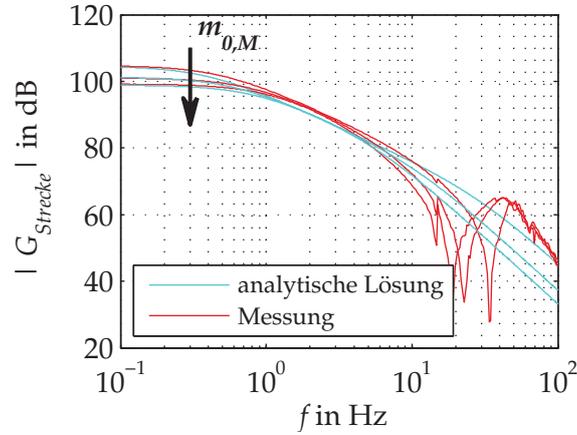


Abbildung 4.15.: Vergleich der analytische Lösung (blau) und des gemessenen Amplitudenfrequenzganges der Strecke (rot)

Das dynamische Verhalten des Kraftmesssystems für Frequenzen größer $f_0 > 10$ Hz wird durch höhere Schwingungsmoden zum Beispiel der Resonanz des Übersetzungshebels maßgeblich bestimmt und ist in der analytischen Lösung nicht enthalten. Für eine hinreichend genaue Lösung für größere Frequenzen bedarf es beispielsweise einer numerischen Lösung auf Basis der Finite Elemente Methode [36]. Da die Regelung digital aufgebaut ist und die Abtastrate der verwendeten Geräte im Bereich von $f \leq 20$ Hz liegt, ist die analytisch ermittelte Übertragungsfunktion hinreichend genau.

Der Vorteil der analytischen Lösung ist, dass alle Parameter bekannt sind und neben dem Amplitudenfrequenzgang auch der Phasenfrequenzgang dargestellt, sowie die Pol- und die Nullstellen abgeleitet werden können. Anhand dieser Darstellungen bzw. deren Parameter kann die Regelung dimensioniert werden.

Die Pol-Nullstellen-Darstellung der Strecke (Gleichung 4.53) lautet allgemein:

$$G_{Strecke} = \frac{K_{Strecke} \cdot (1 + s \cdot T_1)}{(1 + s \cdot T_2) \cdot (1 + s \cdot T_3) \cdot (1 + s \cdot T_4)} \quad (4.56)$$

Die Reziproken der einzelnen Zeitkonstanten geben die Nullstelle (bei $-1/T_1$) und die Polstellen ($-1/T_2$, $-1/T_3$ und $-1/T_4$) an. Die Zeitkonstanten und der Verstärkungsfaktor der Strecke $K_{Strecke}$ werden mittels Koeffizientenvergleich aus der Gleichung 4.53 abgeleitet (siehe Anhang B).

Die Zeitkonstanten T_2 , T_3 und T_4 sowie der Verstärkungsfaktor der Strecke $K_{Strecke}$ hängen von der Masse $m_{0,S}$ ab. Die Zeitkonstante T_1 hängt hingegen nur von den elektrischen Eigenschaften der Spule ab (siehe Anhang B, Gleichung B.9 und Abbildung B.1). Die zwei kleinen Zeitkonstanten $T_1 = 0,4$ ms und $T_4 \approx 0,4$ ms sind ungefähr gleich groß, somit kann die Übertragungsfunktion der Strecke vereinfacht werden (Gleichung

4.57).

$$G_{Strecke} = \frac{K_{Strecke}}{(1 + s \cdot T_2) \cdot (1 + s \cdot T_3)} \quad (4.57)$$

Für die oben stehende vereinfachte Übertragungsfunktion der Strecke eignet sich beispielsweise ein PI-Regler, dessen Übertragungsfunktion in Gleichung 4.58 angegeben ist.

$$G_{Regler} = \frac{K_R \cdot (1 + s \cdot T_R)}{s \cdot T_R} \quad (4.58)$$

Die Regelparameter T_R und K_R werden mittels der MATLAB-Funktion *pidtune* ermittelt und hinsichtlich der Einstellzeit und den Stabilitätskriterien optimiert [37]. Die Phasenreserve wird auf $\varphi_R = 60^\circ$ bei einer Durchtrittsfrequenz von $f_D = 1$ Hz eingestellt.

Digitale Regelung Durch Transformation des analogen PI-Reglers aus Gleichung 4.58 zu einem digitalen PI-Regler erhält man:

$$G_{Regler,digital}(z) = K_{R,digital} \cdot \frac{1 - \left(1 - \frac{T_a}{T_{R,digital}}\right) \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (4.59)$$

Ist die Abtastzeit T_a deutlich kleiner, als die dominierende Zeitkonstante des Reglers, so können die Optimierungsverfahren für analoge Regler angewendet werden [33, S. 465]. Damit folgt:

$$T_{R,digital} = T_R \quad (4.60)$$

und

$$K_{R,digital} = K_R \quad (4.61)$$

Beispiel einer Regelung

Anhand der in Abschnitt 4.3.2 ermittelten Übertragungsfunktion des EMK-Kraftmesssystems können die Regelparameter berechnet werden. Es werden drei verschiedene Massen $m_{0,mag}$ des Magnetsystems für die Berechnung der Regelparameter angenommen (0,604 kg, 1,604 kg und 2,604 kg). Aus der Pol-Nullstellen-Darstellung ergeben sich die in Tabelle 4.2 angegebenen Parameter der Strecke und des Reglers.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass sich die Zeitkonstanten und die Verstärkung des Systems mit steigender Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$ verändern. Damit verändern sich auch die Regelparameter. Der Vorteil der digitalen Regelung ist, dass die

Tabelle 4.2.: Parameter der Strecke und des PI-Reglers des EMK-Kraftmesssystems

Parameter	Wert		
	$m_{0,mag} = 0,604 \text{ kg}$	$m_{0,mag} = 1,604 \text{ kg}$	$m_{0,mag} = 2,604 \text{ kg}$
T_1	0,4 ms	0,4 ms	0,4 ms
T_2	614,1 ms	413,7 ms	305,3 ms
T_3	3,5 ms	9,4 ms	15,7 ms
T_4	0,4 ms	0,4 ms	0,4 ms
$K_{Strecke}$	$1,69 \cdot 10^5 \text{ V/A}$	$1,16 \cdot 10^5 \text{ V/A}$	$0,88 \cdot 10^5 \text{ V/A}$
T_R	169,3 ms	145,2 ms	125,2 ms
K_R	$1,73 \cdot 10^{-5} \text{ A/V}$	$1,63 \cdot 10^{-5} \text{ A/V}$	$1,54 \cdot 10^{-5} \text{ A/V}$

Regelparameter der Masse des Magnetsystems angepasst werden können. Das optimale Regelverhalten kann somit gewährleistet werden.

Dynamisches Verhalten

Das dynamische Verhalten des geregelten EMK-Kraftmesssystems wird über die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises (siehe Gleichung 4.54) im Zeitbereich dargestellt (Abbildung 4.16). Aus der Sprungantwort kann die Einstellzeit des geregelten Kraftmesssystems abgelesen werden, sie liegt bei ca. $t_{s,system} \approx 1,5 \text{ s}$, was für ein digital geregeltes System mit einer geringen Abtastrate ein akzeptabler Wert ist.

Die Bestimmung der Stabilität des Regelkreises erfolgt im Frequenzbereich anhand des Amplituden- und Phasenfrequenzganges des offenen Regelkreises des Kraftmesssystems (Gleichung 4.62).

$$G_{System,offen} = G_{Strecke} \cdot G_{Regler} = \frac{G_{Regler} \cdot G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ab}}{1 + G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ind} \cdot G_{el}} \quad (4.62)$$

In Abbildung (4.16b) sind der Amplituden- und Phasenfrequenzgang für eine Masse von $m_{0,mag} = 0,604 \text{ kg}$ dargestellt.

Die Phasenreserve φ_R kann aus dem Phasen- bzw. dem Amplitudenfrequenzgang des offenen Regelkreises abgelesen werden. Die Phasenreserve ergibt sich bei der Durchtrittsfrequenz f_D des Amplitudenfrequenzgangs ($|G_{System,offen}| = 0 \text{ dB}$) aus dem Abstand zum Phasenrand bei $\varphi = -180^\circ$. Die Phasenreserve beträgt $\varphi_R = 60^\circ$, der Regelkreis ist somit stabil.

Die Amplitudenreserve ist die Verstärkung am Phasenrand bei $\varphi = -180^\circ$, sie beträgt $A_R = -105 \text{ dB}$ bei einer Frequenz von $f = 1,1 \cdot 10^4 \text{ Hz}$. Der Regelkreis ist nach dem Nyquist-Kriterium stabil [38]. Die Umsetzung der Regelung als PC-Programm ist in Anhang C näher erläutert.

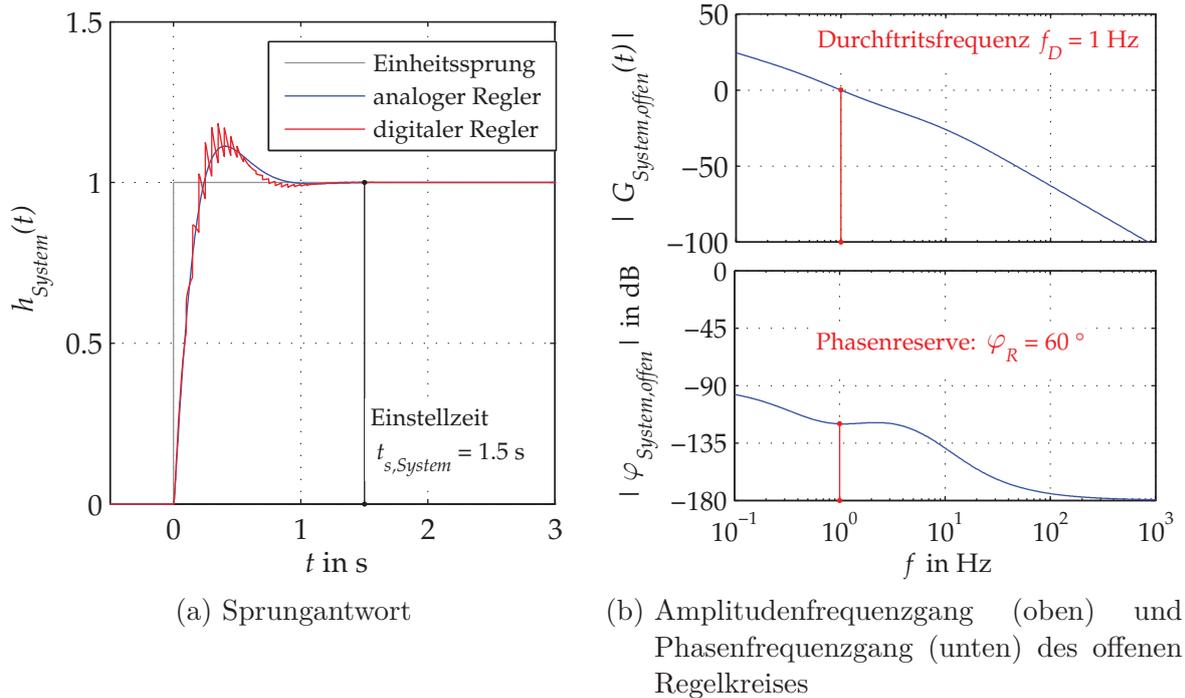


Abbildung 4.16.: Dynamisches Verhalten des geregelten EMK-Kraftmesssystems

4.4. Messungen - EMK-Kraftmesssystem

Zur Bestimmung der messtechnischen Eigenschaften des EMK-Kraftmesssystems wurde die Lorentzkraft durch das in Kapitel 3 vorgestellte Kalibriersystem erzeugt. Der Messaufbau ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Der Topfmagnet des Kalibriersystems wurde an der Justageeinheit des Magnetsystems montiert. Die Spule des Kalibriersystems ist mit dem Gestell des EMK-Kraftmesssystems verbunden.

4.4.1. Empfindlichkeit des EMK-Kraftmesssystems

In Abschnitt 4.3.1 wurde das Kraftmesssystem hinsichtlich seines statischen Verhaltens beschrieben. Wirkt eine Lorentzkraft F_L auf das Magnetsystem, so wird in Abhängigkeit von der bewegten Masse des EMK-Kraftmesssystems $m_{0,S}$ der Übersetzungshebel unterschiedlich weit ausgelenkt. Das Verhältnis zwischen der Messkraft und der Auslenkung des Übersetzungshebels ist die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems. Diese Empfindlichkeit hängt unter anderem von der bewegten Masse $m_{0,S}$ ab.

Im Diagramm 4.18a ist die Auslenkung des Übersetzungshebels v_{ab} in Abhängigkeit von der Lorentzkraft F_L für unterschiedliche Massen $m_{0,S}$ dargestellt. Die Abbildung 4.18b zeigt die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems in Abhängigkeit von der Masse $m_{0,S}$. Diese Masse wurde durch Aufbringen von Gewichtsstücken der OIML-Klasse F1 [24] im Bereich von $0 \text{ kg} \leq m_{0,M} \leq 2 \text{ kg}$ variiert. Die Auslenkung des Koppelstücks wurde mittels Interferometer erfasst und über das Übersetzungsverhältnis zwischen

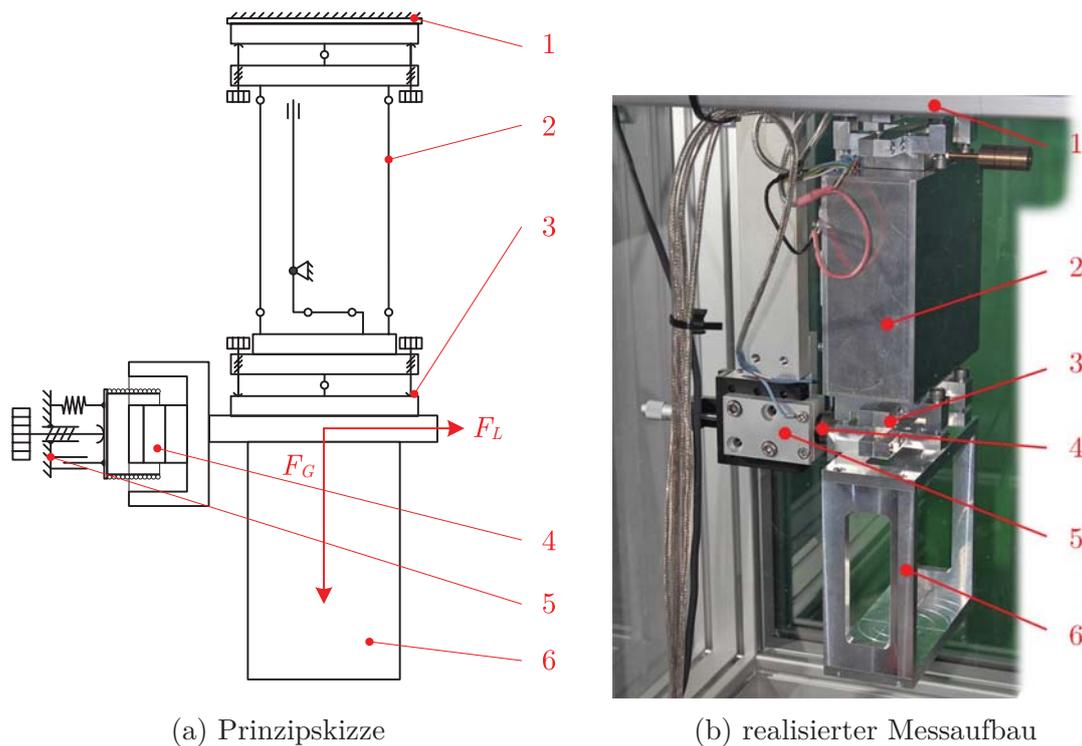


Abbildung 4.17.: EMK-Kraftmesssystem mit Kalibriersystem

1 - Gestell, 2 - EMK-Wägesystem in Gehäuse, 3 - Justageeinheit des Magnetsystems, 4 - Kalibriersystem, 5 - Positioniereinrichtung des Kalibriersystems, 6 - Lastträger, F_L - Lorentzkraft, F_G - Gewichtskraft

Koppelstück und Übersetzungshebel i_{ab} auf die Auslenkung des Hebels skaliert. Die Lorentzkraft wurde mittels Kalibriersystem erzeugt und in das EMK-Kraftmesssystem eingeleitet.

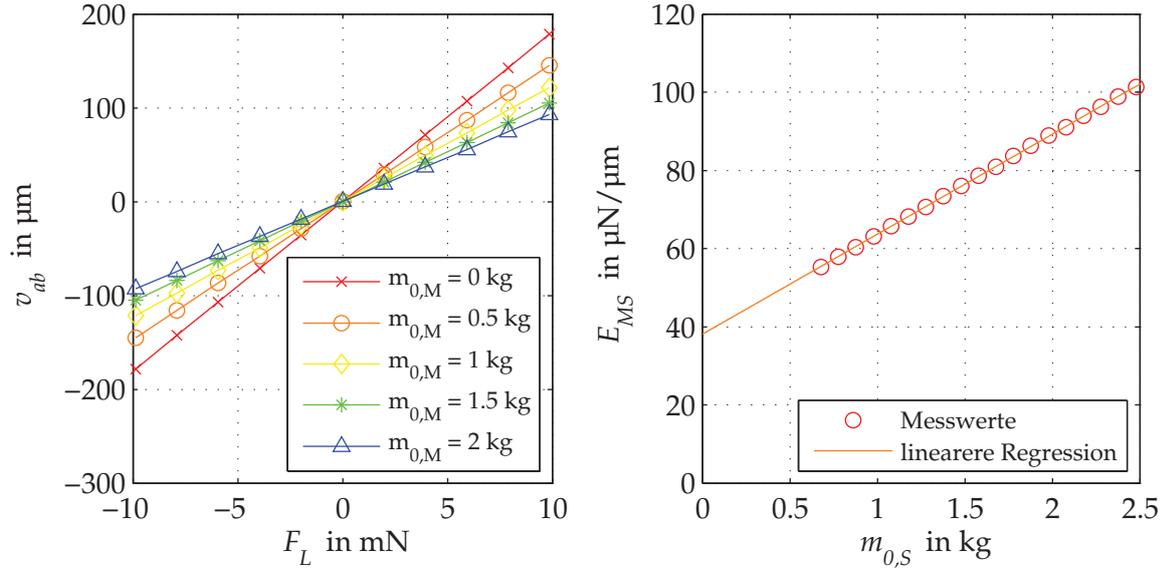
Der Anstieg der ermittelten Empfindlichkeit des Kraftmesssystems beträgt:

$$\frac{dE_{MS}}{dm_{0,S}} = (25,58 \pm 0,04) \text{ N}/(\text{m kg}) \quad (k = 1)$$

Der ermittelte Wert weist eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung $((25,67 \pm 0,15) \text{ N}/(\text{m kg}) (k = 1))$ aus Abschnitt 4.3.1 (Gleichung 4.19) auf. Der Ordinatenabschnitt der Empfindlichkeit $E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg})$ entspricht dem Quotienten aus der Federsteifigkeit des EMK-Kraftmesssystems und dessen Übersetzungsverhältnis i_{ab} . Der Ordinatenabschnitt beträgt:

$$E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg}) = (38,046 \pm 0,047) \text{ N}/\text{m} \quad (k = 1)$$

Dieser Wert stimmt ebenso sehr gut mit der analytischen Lösung $((38,025 \pm 0,319) \text{ N}/\text{m})$ aus Abschnitt 4.3.1 (Gleichung 4.20) überein.



(a) Auslenkung des Koppelstücks v_{ab} in Abhängigkeit von Lorentzkraft F_L und Masse $m_{0,M}$ (b) Empfindlichkeit des EMK-Kraftmesssystems in Abhängigkeit von bewegter Masse $m_{0,S}$

Abbildung 4.18.: Einfluss der bewegten Masse auf EMK-Kraftmesssystem

Bewegte Masse des EMK-Kraftmesssystems

Die Gewichtskraft, welche zusätzlich zur Lorentzkraft auf das EMK-Kraftmesssystem wirkt, resultiert aus der bewegten Masse des Kraftmesssystems. Diese Masse $m_{0,S}$ setzt sich aus den Massen der Anbauteile des Kraftmesssystems (Justageeinheit, Lastträger bzw. Magnetsystem und Kalibriersystem) und der bewegten Masse des EMK-Wägesystems $m_{0,EMK}$ zusammen (vgl. Gleichung 4.21 in Abschnitt 4.3.1). Die Massen der Anbauteile können einzeln mittels Wiegen bestimmt werden. Die bewegte Masse des EMK-Wägesystems kann durch dessen komplexen Aufbau nicht durch wiegen ermittelt werden. Die bewegte Masse des Kraftmesssystems kann jedoch über die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems E_{MS} und dessen Federsteifigkeit c_s ermittelt werden.

Die Empfindlichkeit des Kraftmesssystems bei der hypothetischen Masse $m_{0,S} = 0 \text{ kg}$ ist die, mit dem Übersetzungsverhältnis skalierte Federsteifigkeit des Kraftmesssystems (siehe Gleichung 4.20). Über den Anstieg der ermittelten Empfindlichkeit des Kraftmesssystems E_{MS} und den Offset wird die Masse $m_{0,S}$ für einen bekannten Lastfall berechnet (beispielsweise $m_{0,M} = 0 \text{ kg}$).

$$E_{MS}(m_{0,M} = 0 \text{ kg}) = E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg}) + m_{0,S}(m_{0,M} = 0 \text{ kg}) \cdot \frac{dE_{MS}}{dm_{0,S}} \quad (4.63)$$

Durch Umstellen folgt für die bewegte Masse des EMK-Kraftmesssystems Gleichung 4.64.

$$m_{0,S}(m_{0,M} = 0 \text{ kg}) = (E_{MS}(m_{0,M} = 0 \text{ kg}) - E_{MS}(m_{0,S} = 0 \text{ kg})) \cdot \frac{dm_{0,S}}{dE_{MS}} \quad (4.64)$$

Die Empfindlichkeit bei einer Masse $m_{0,M} = 0 \text{ kg}$ wurde direkt gemessen und beträgt:

$$E_{MS}(m_{0,M} = 0 \text{ kg}) = (55,344 \pm 0,003) \text{ N/m} \quad (k = 1)$$

Die bewegte Masse des EMK-Wägesystems $m_{0,EMK}$ ergibt sich aus der bewegten Masse des Kraftmesssystems $m_{0,S}$, sowie den Massen des Lastträgers $m_{0,L}$, der Justageeinheit des Magnetsystems $m_{0,J}$, dem Magneten des Kalibriersystems $m_{0,K}$ und der Masse der Gewichtsstücke $m_{0,M}$.

$$m_{0,EMK} = m_{0,S} - m_{0,L} - m_{0,J} - m_{0,K} - m_{0,M} \quad (4.65)$$

Die einzelnen ermittelten Massen und deren Standardunsicherheiten sind in Tabelle 4.3 aufgelistet.

Tabelle 4.3.: Beiträge zur bewegten Masse $m_{0,S}$ des EMK-Kraftmesssystems

	Masse in kg	Standardunsicherheit in kg
$m_{0,S}$	0,685	0,001
$m_{0,L}$	0,604	0,005
$m_{0,J}$	0,309	0,004
$m_{0,K}$	0,089	0,004
$m_{0,EMK}$	-0,317	0,08

Die bewegte Masse des EMK-Wägesystems $m_{0,EMK}$ nimmt einen negativen Wert an, d.h. dass der Schwerpunkt des Übersetzungshebels des EMK-Wägesystems über dessen Drehpunkt liegt. In Abbildung 4.19 ist das EMK-Wägesystem schematisch dargestellt. Am Übersetzungshebel sind oberhalb des Drehpunktes die Spule, mit einer Masse $m_{EMK,Spule}$ und das sogenannte Indifferenzgewicht, mit der Masse $m_{EMK,Ind}$ befestigt. Beide Massen führen dazu, dass der Schwerpunkt der bewegten Teile des EMK-Wägesystems oberhalb vom Drehpunkt des Übersetzungshebels liegt.

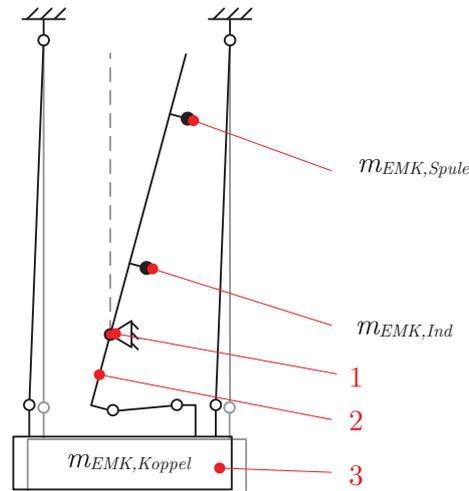


Abbildung 4.19.: schematische Darstellung der Verteilung der Massen am EMK-Wägesystem
 1 - Drehpunkt Übersetzungshebel, 2 - Übersetzungshebel, 3 - Koppelstück, $m_{EMK,Koppel}$ - Masse Koppelstück, $m_{EMK,Spule}$ - Masse Spule, $m_{EMK,Ind}$ - Masse Indifferenzgewicht

4.4.2. Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems

Die Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems ermöglicht die Skalierung der Ausgangsgröße des Kraftmesssystems (Spulenstrom) auf dessen Eingangsgröße (Lorentzkraft).

Die Lorentz- bzw. Kalibrierkraft wurde mit dem Kalibriersystem aufgebracht und lag im Bereich von $-400 \mu\text{N} \leq F_{cal} \leq 400 \mu\text{N}$, die Schrittweite der Kalibrierkraft betrug $\Delta F_{cal} = 10 \mu\text{N}$. Die Masse $m_{0,S}$ wurde mit Gewichtsstücken im Bereich von $0 \text{ kg} \leq m_{0,M} \leq 2 \text{ kg}$ in Schritten von $\Delta m_{0,M} = 0,5 \text{ kg}$ variiert. In Abbildung 4.20a der Spulenstrom in Abhängigkeit von der Kalibrierkraft dargestellt.

Durch eine lineare Regression der Spulenstrom-Kalibrierkraft-Kurven wurden die Kalibrierkonstanten für die verschiedenen Lastfälle berechnet. Die Messunsicherheiten der einzelnen Kalibrierkonstanten ergeben sich aus der Unsicherheit der Regressionskoeffizienten. In Abbildung 4.20b ist dieser Zusammenhang dargestellt.

Die Kalibrierkonstante nimmt mit steigender Masse ab. Die Ursache hierfür ist der Einfluss der Gewichtskraft auf die Gelenke des EMK-Kraftmesssystems. Diese werden gedehnt und infolge dessen nimmt die Federsteifigkeit des Kraftmesssystems ab. Der Einfluss auf Kalibrierkonstante ist allerdings als gering einzuschätzen, daher wird der Mittelwert der Kalibrierkonstanten des EMK-Kraftmesssystems angenommen. Die Messunsicherheit der Kalibrierkonstante ergibt sich aus der Messunsicherheit der einzelnen Kalibrierkonstanten in Abhängigkeit von der Masse.

$$E_{EMK} = (5,145 \pm 0,003) \text{ mA/N} \quad (k = 1)$$

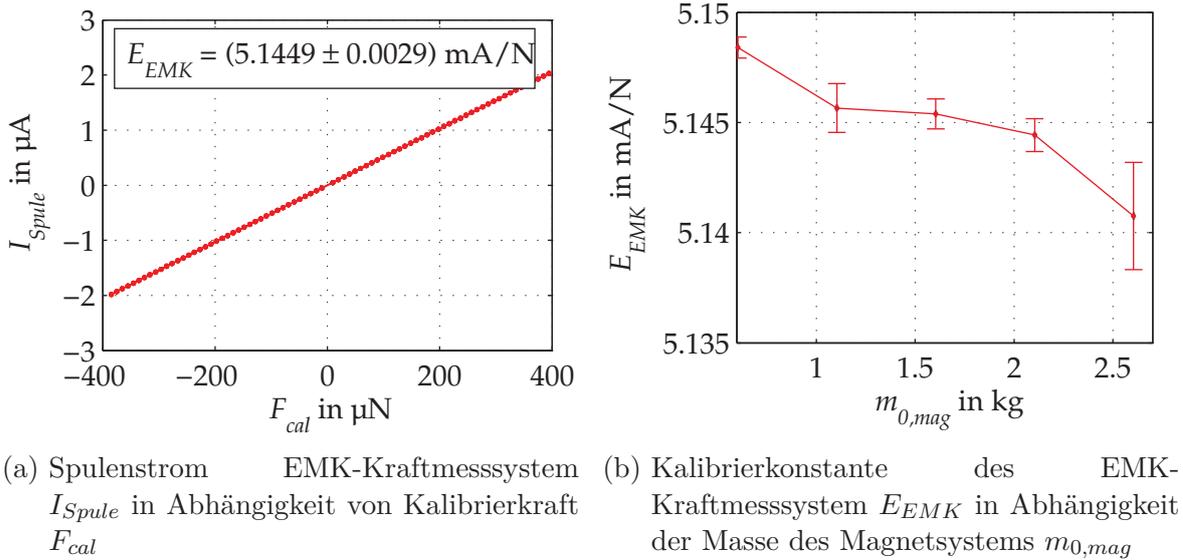


Abbildung 4.20.: Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems

Aus dem Wert folgt, dass eine Lorentzkraft von $F_L = 1 \mu\text{N}$ einen Spulenstrom von $I_{Spule} \approx 5,15 \text{ nA}$ für die Kompensation erfordert. Die verwendete digitale Stromquelle *HP3245A* hat eine maximale Auflösung des Stromes von 100 pA und ist somit für diese Anwendung gut geeignet.

4.4.3. Wiederholbarkeit Kraftmessung

Die Wiederholbarkeit der Kraftmessung des EMK-Kraftmesssystems wurde für einen Lastfall von $F_L = 1 \mu\text{N}$ ermittelt. Die Kraft wurde in zehn aufeinander folgenden Schritten mithilfe des Kalibriersystems aufgebracht. Zur Ermittlung des Einflusses der Masse $m_{0,S}$ wurde die Masse der Gewichtsstücke im Bereich von $0 \text{ kg} \leq m_{0,M} \leq 2 \text{ kg}$ mit einer Schrittweite von $\Delta m_{0,M} = 0,1 \text{ kg}$ variiert. Die Standardabweichung des ermittelten Spulenstromes $s(I_{Spule})$ und die Standardabweichung der Lorentzkraft $s(F_L)$ in Abhängigkeit von der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$ sind in Abbildung 4.21 dargestellt.

Die Standardabweichung der Lorentzkraft ist ein Maß für deren Wiederholbarkeit. Sie liegt für die untersuchten Massen des Magnetsystems $m_{0,mag}$ im Bereich von ca. $s(F_L) \approx 0,5 \mu\text{N}$. Es gibt weiterhin keinen signifikanten Einfluss der Masse auf die Wiederholbarkeit. Somit ist nachgewiesen, dass Kräfte im Bereich von $F_L = 0,5 \mu\text{N}$ wiederholbar gemessen werden können. Dies ist unter Berücksichtigung der großen bewegten Masse des Kraftmesssystems $m_{0,S}$ bzw. ihrer Gewichtskraft von bis zu $F_G = 26 \text{ N}$ ein sehr guter Wert.

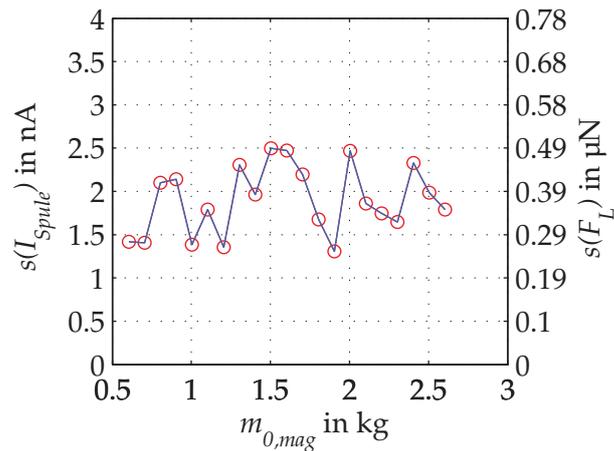


Abbildung 4.21.: Wiederholbarkeit EMK-Kraftmesssystem

4.4.4. Kippung des EMK-Kraftmesssystems

Einen wesentlichen Einfluss auf das Messergebnis hat die Verkippung des EMK-Kraftmesssystems. Sie führt durch die Gewichtskraft der bewegten Masse des Kraftmesssystems $m_{0,S}$ zu einer Kraft, welche in Richtung der Lorentzkraft wirkt. Diese Kraft F_{Kipp} , welche durch die Kippung verursacht wird, wirkt sich als systematischer Messfehler auf das Messergebnis aus. In Abbildung 4.22 ist schematisch das verkippete Kraftmesssystem dargestellt.

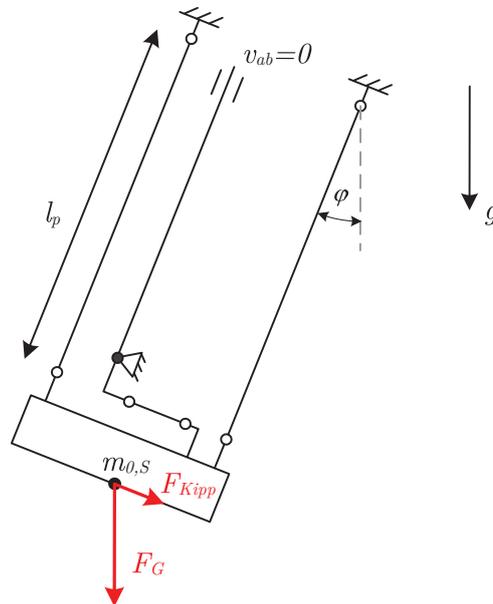


Abbildung 4.22.: schematische Darstellung des gekippten EMK-Kraftmesssystems
 F_{Kipp} - Kraft durch Kippung, F_G - Gewichtskraft, φ - Kippwinkel,
 $m_{0,S}$ - bewegte Masse Kraftmesssystem, l_p - Länge der Lenker,
 $v_{ab} = 0$ - Nulllage des Übersetzungshebels, g - Erdbeschleunigung

Betrachtet man den statischen Fall des geregelten Kraftmesssystems ergibt sich ein Momentengleichgewicht von:

$$0 = F_{Kipp} \cdot l_p + F_G \cdot l_p \cdot \sin \varphi \quad (4.66)$$

Für die Kraft durch die Kippung des Kraftmesssystems, folgt:

$$F_{Kipp} = m_{0,S} \cdot g \cdot \sin \varphi \quad (4.67)$$

Diese Kraft durch die Kippung des Kraftmesssystems ist proportional zum Kippwinkel und zur bewegten Masse des Kraftmesssystems.

Die Empfindlichkeit des Messaufbaus gegenüber einer Kippung (Kippempfindlichkeit) wird durch Gleichung 4.68 beschrieben.

$$E_\varphi = \frac{dF_{Kipp}}{d\varphi} = m_{0,S} \cdot g \cdot \cos \varphi \approx m_{0,S} \cdot g \quad (4.68)$$

Da der Kippwinkel sehr klein ist, strebt der Kosinus des Kippwinkels gegen eins.

Messung der Kippung des EMK-Kraftmesssystems

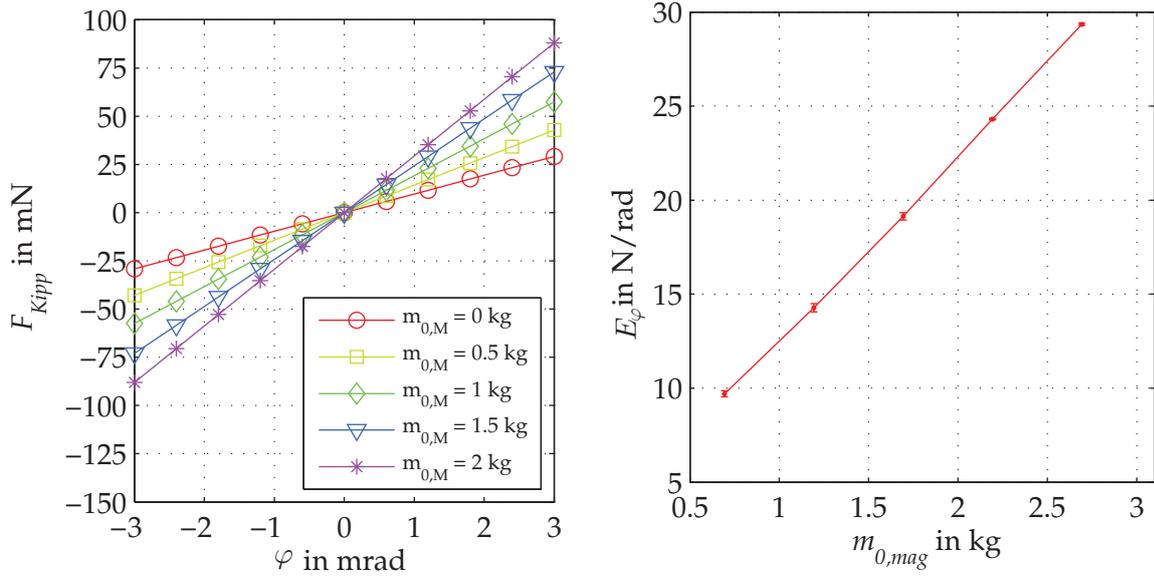
Für die Messung der Kippempfindlichkeit, wurde das gesamte Kraftmesssystem inklusive der unter ihm befindlichen Messplatte geneigt. Die Kippung wurde mittels eines Inklinometers der Firma Leica (Modell Nivel 210) gemessen, welches eine Auflösung von $A_{\varphi,Leica} = 0,001$ mrad [39] besitzt. Die Messung wurde für verschiedene bewegte Massen durchgeführt. Die bewegte Masse wurde durch den Einsatz von zusätzlichen Gewichtsstücken mit Massen im Bereich von $0 \text{ kg} \leq m_{0,M} \leq 2 \text{ kg}$ variiert, wobei die Schrittweite $\Delta m_{0,M} = 0,5 \text{ kg}$ betrug.

Die aus der Kippung resultierende Kraft F_{Kipp} wurde über die bekannte Kalibrierkonstante des EMK-Kraftmesssystems E_{EMK} und den gemessenen Spulenstrom berechnet. Die Kraft durch die Kippung F_{Kipp} in Abhängigkeit von Kippwinkel φ ist für die verschiedenen Massen $m_{0,M}$ in Abbildung 4.23a dargestellt. Abbildung 4.23b zeigt die Anstiege bzw. die Kippempfindlichkeit E_φ in Abhängigkeit von der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$.

Aus den Diagrammen ist ersichtlich, dass die Kippempfindlichkeit direkt proportional zur Masse des Magnetsystems ist. Der Anstieg der Gerade entspricht der Erdbeschleunigung am Aufstellort.

Zulässiger Kippwinkel

Aus der Vorbetrachtung und der Messung des Einflusses der Kippung kann ein zulässiger Kippwinkel definiert werden. Der zulässige Kippwinkel beschreibt die Neigung des EMK-Kraftmesssystems, bei der die Kraft durch die Kippung des Kraftmesssystems die maximal zulässige Messabweichung des Kraftmesssystems erreicht $F_{Kipp,zul} \leq 1 \mu\text{N}$. Durch Umstellung von Gleichung 4.67 erhält man den zulässigen Kippwinkel φ_{zul} .



(a) Messkraft durch Kippung F_{Kipp} in Abhängigkeit von Kippwinkel φ für unterschiedliche Massen $m_{0,M}$ (b) Kippempfindlichkeit E_φ in Abhängigkeit der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$

Abbildung 4.23.: Kippung des EMK-Kraftmesssystems

$$\varphi_{zul} = \arcsin\left(\frac{F_{Kipp,zul}}{m_{0,S} \cdot g}\right) \quad (4.69)$$

In Abhängigkeit von der Masse $m_{0,S}$ ergibt sich der zulässige Kippwinkel. In Abbildung 4.24 ist der zulässige Kippwinkel in Abhängigkeit von der Masse des Magnetsystems dargestellt.

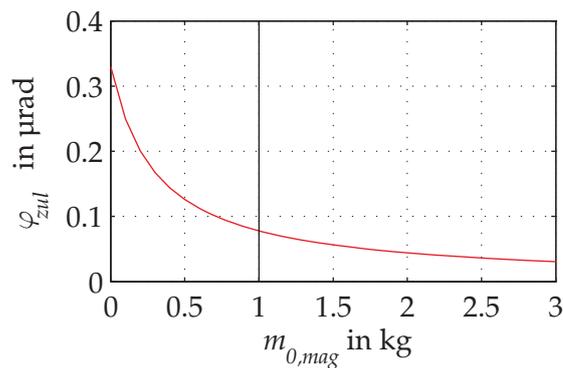


Abbildung 4.24.: Zulässiger Kippwinkel in Abhängigkeit der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$

Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass eine steigende Masse des Magnetsystems eine größere Anforderung an die zulässige Kippung stellt. Für eine Masse des Magnetsystems von $m_{0,mag} = 1$ kg darf der zulässige Kippwinkel $\varphi_{zul} \leq 78$ nrad betragen.

4.5. Berechnung Messunsicherheit

EMK-Kraftmesssystem

Die Messunsicherheit des EMK-Kraftmesssystems wird im Wesentlichen durch dessen Kalibrierung und den Einfluss seiner Kippung bestimmt.

Unsicherheit der Kalibrierung

Die Unsicherheit der Lorentzkraft durch die Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems wird durch die Unsicherheit der Kalibrierkonstante E_{EMK} und des Kompensationsstromes I_{Spule} bestimmt. Da die Kalibrierkonstante von der Masse des Magnetsystems $m_{0,mag}$ abhängt und nur bei diskreten Massen ermittelt wurde, wird der lineare Zusammenhang zwischen Kalibrierkonstante und der Masse bestimmt.

$$K_{E,EMK} = \frac{\partial E_{EMK}}{\partial m_{0,mag}} = (-3,305 \pm 0,653) \text{ } \mu\text{A}/(\text{N kg}) \quad (4.70)$$

Damit ergibt sich für die Lorentzkraft:

$$F_L = \frac{I_{Spule}}{E_{EMK}} = \frac{I_{Spule}}{\bar{E}_{EMK} + K_{E,EMK} \cdot m_{0,mag}} \quad (4.71)$$

Die Unsicherheit des Kompensationsstromes ergibt sich aus der Kalibrierung des Kraftmesssystems. Die Kalibrierkraft wurde in diskreten Schritten variiert, wobei jeder Schritt aus jeweils 15 Sekunden Be- und Entlastungen bestand. Für jeden Schritt wurde nach dem Einlaufen der Mittelwert und die Standardunsicherheit (GUM Typ A) des Kompensationsstromes ermittelt. Diese Messunsicherheit enthält weiterhin die Messunsicherheit der Kalibrierung bzw. der Kalibrierkraft, welche mittels Kalibriersystem aufgebracht wurde. Diese Kalibrierkraft, welche durch zufällige und systematische Fehler beeinflusst wird, wirkt sich direkt auf den Kompensationsstrom aus. Die Standardunsicherheiten der jeweiligen Einflussgrößen sind in Tabelle 4.4 aufgelistet.

Tabelle 4.4.: Berechnung der Messunsicherheit des EMK-Kraftmesssystems

Einflussgröße	mittlerer Wert	Standardunsicherheit	relative Unsicherheit
I_{Spule}	559,99 nA	1,824 nA	0,33 %
\bar{E}_{EMK}	5,1449 mA/N	0,0029 mA/N	0,05 %
$K_{E,EMK}$	-3,305 $\mu\text{A}/(\text{N kg})$	0,653 $\mu\text{A}/(\text{N kg})$	19,74 %
$m_{0,mag}$	1,604 kg	0,002 kg	0,13 %
F_L (ohne Kippung)	108,956 μN	0,360 μN	0,33 %

Die in der Tabelle aufgelistete Berechnung ist eine beispielhafte Berechnung an einem Messpunkt. In der Abbildung 4.25 sind die relativen Unsicherheiten für weitere gemessene Kräfte aufgelistet.

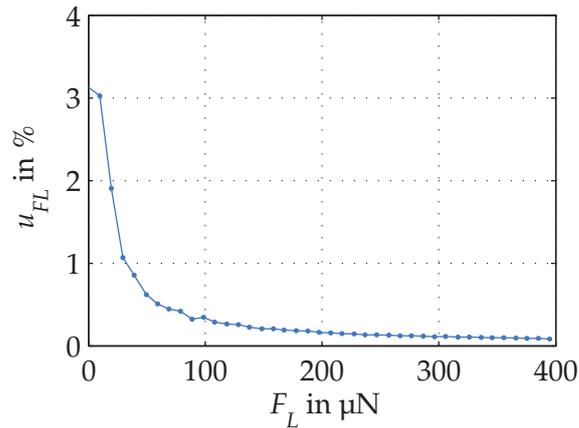


Abbildung 4.25.: relative Messunsicherheit der Lorentzkraft des EMK-Kraftmesssystems in Abhängigkeit von der Lorentzkraft

Eine Abhängigkeit von der Masse des Magnetsystems kann nicht aufgelöst werden und ist somit nicht signifikant. Aus der Darstellung ist deutlich ersichtlich, dass bei geringen zu messenden Kräften die relative Messunsicherheit zunimmt. Dieser Einfluss wird vor allem durch die Unsicherheit des Kompensationsstromes hervorgerufen. Die zur Messung nötigen Ströme liegen im Bereich von wenigen Nanoampere. Die genutzte digitale Stromquelle Hewlett Packard HP 3245A hat im verwendeten Strombereich (1 mA) eine Auflösung von 1 nA [28]. Die verwendete Stromquelle stellte zum Zeitpunkt der Messungen den Stand der Technik von hochauflösenden digitalen Stromquellen dar.

Unsicherheitsbeitrag der Kippung

Aus der Gleichung 4.67 wird die Unsicherheit für die Lorentzkraft in Folge der Kippung um den Winkel φ berechnet.

$$F_{Kipp} = m_{0,S} \cdot g \cdot \sin \varphi$$

In Tabelle 4.5 ist beispielhaft die Messunsicherheit der Kraft infolge der Kippung F_{Kipp} für eine Masse von $m_{0,S} = 1$ kg berechnet, wenn das Inklinometer Leica Nivel210 verwendet wird und dessen Messauflösung und Messabweichungen angenommen werden.

Der größte Unsicherheitsbeitrag folgt aus der Messung des Kippwinkels φ bzw. der Messunsicherheit des verwendeten Inklinometers (Leica Nivel210) [39]. Eine Korrektur der Kippung ist mit diesem Inklinometer nicht möglich. Während der Messungen mit dem EMK-Kraftmesssystem konnten keine so großen Messabweichungen festgestellt werden.

Soll eine Korrektur der Kippung des EMK-Kraftmesssystems erfolgen, so muss die Kippung mit einer geringeren Messunsicherheit erfasst werden. Ein mögliches, zur

Tabelle 4.5.: Berechnung der Messunsicherheit der Kraft infolge der Kippung des EMK-Kraftmesssystems

Einflussgröße	mittlerer Wert	Standardunsicherheit	Unsicherheitsbeitrag
$m_{0,S}$	1,000 kg	0,002 kg	19,62 nN
g	9,810131 m/s ²	0,00002 m/s ²	20 pN
φ	1 μ rad	2,71 μ rad	26,59 μ N
F_{Kipp}	(9,81 \pm 53,17) μ N		($k = 2$)

Zeit der Erstellung der Arbeit in der Entwicklung befindliches System beruht auf einem EMK-Wägesystemen. Mit diesem entwickelten Inklinometer kann ein Winkel von $\varphi = 2$ nrad aufgelöst werden. Die Messunsicherheit dieses Systems (Linearitätsabweichung) beträgt $< 0,25 \cdot 10^{-3}$ ($k = 2$) [40]. Mit solch einen Inklinometer würde sich die relative Unsicherheit der Kraft infolge der Kippung auf 0,025 % ($k = 2$) reduzieren. Die Messung des Kippwinkels mittels des in [40] vorgestellten Inklinometers würde eine Korrektur der Kippung ermöglichen.

4.6. Zusammenfassung - Kraftmesssystem mit elektromagnetischer Kraftkompensation

Zur berührungslosen Messung der Strömungsgeschwindigkeit eines schwach leitfähigen Fluids wurde ein Kraftmesssystem, nach dem Prinzip der elektromagnetischen Kraftkompensation entwickelt. Das Kraftmesssystem besteht aus einer kommerziellen EMK-Wägezelle, welche so gedreht wurde, dass die horizontal gerichtete Lorentzkraft gemessen werden kann. Die auf das EMK-Kraftmesssystem wirkende Lorentzkraft wird durch eine ihr proportionale Gegenkraft kompensiert. Diese Gegenkraft wird elektromagnetisch mittels eines Topfmagneten und einer Spule, die von einem Strom durchflossen wird, erzeugt. Der Spulenstrom ist somit proportional zur Lorentzkraft. Durch eine Kalibrierung des Kraftmesssystems wurde die Kalibrierkonstante dieses Systems zu $E_{EMK} = (5,145 \pm 0,006)$ mA/N ($k = 2$) bestimmt. Diese Kalibrierkonstante hat eine sehr geringe Abhängigkeit von der senkrecht zur Lorentzkraft wirkenden Gewichtskraft des Magnetsystems.

Durch Justageeinheiten kann sowohl das EMK-Wägesystem als auch das Magnetsystem in der Lage justiert werden. Um den Einfluss der Masse des Magnetsystems zu bestimmen, wurde das Magnetsystem durch einen Lastträger und Gewichtsstücke mit bekannter Masse substituiert.

Auf Basis der Systemanalyse des EMK-Kraftmesssystems konnte eine digitale Regelung implementiert werden. Die Zeitkonstanten und Verstärkung des Kraftmesssystems

hängen von der Masse des Magnetsystems ab, somit werden die Regelparameter ebenso von der Masse des Magnetsystems beeinflusst. Durch die digitale Regelung können die Regelparameter für verschiedene Lastfälle angepasst werden, um stets eine schnelle und stabile Regelung des EMK-Kraftmesssystems zu erreichen. Die digitale Regelung basiert auf der Messung der Ausgangsspannung des Lageindikators des EMK-Wägesystems mittels digitalem Multimeter, der Übertragung der gemessenen Spannung in einen PC, der Berechnung des Kompensationsstromes mittels eines digitalen Proportional-Integral-Reglers und die Ausgabe des Kompensationsstromes über eine digitale Stromquelle an die Kompensationsspule. Die Abtastfrequenz beträgt $f_A = 20$ Hz. Das so geregelte Kraftmesssystem erreicht eine Einschwingzeit von $t_{s,system} \approx 1,5$ s. Auf Basis des Nyquist-Kriteriums konnte eine hinreichend gute Stabilität der Regelung nachgewiesen werden.

Die Wiederholbarkeit der gemessenen Lorentzkraft ist nahezu unabhängig von der Masse des Magnetsystems und liegt im Bereich von ca. $s(F_L) \approx 0,5$ μ N.

Der größte Fehlereinfluss auf das EMK-Kraftmesssystem ist die Kippung des Messaufbaus in Richtung der Lorentzkraft. Durch die Kippung wirkt eine, durch die Gewichtskraft des Magnetsystems hervorgerufene Querkraft in Messrichtung. Die Kippempfindlichkeit des EMK-Kraftmesssystems ist die partielle Ableitung der Kraft durch die Kippung nach dem Kippwinkel und ist von der Masse des Magnetsystems abhängig. Sie beträgt bei einer Masse von circa einem Kilogramm $E_\varphi \approx 9,81$ N/rad. Der zulässige Kippwinkel beschreibt den Wert, bei dem eine maximal zulässige Messabweichung $F_{Kipp,zul} = 1$ μ N erreicht wird. Dies entspricht einer Neigung von $\varphi \approx 80$ nrad bei einer Masse des Magnetsystems von $m_{0,mag} = 1$ kg. Zur Erfassung und Korrektur der Kippung sollte ein hochauflösendes Inklinometer genutzt werden. Ein zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit in Entwicklung befindliches System nutzt die gleichen EMK-Wägezellen zur Erfassung der Neigung. Eine Kombination des EMK-Kraftmesssystems mit einem solchen Inklinometer ist daher denkbar.

Ein weiterer großer Unsicherheitsbeitrag ist der Kompensationsstrom zur Erzeugung der Gegenkraft. Aufgrund der kleinen Lorentzkräfte sind sehr kleine Ströme im Nanoampere-Bereich nötig. Die verwendete Stromquelle, welche den Stand der Technik darstellt, stößt hier jedoch an ihre Leistungsgrenze. Alternativ könnte die kommerzielle Elektronik für das EMK-Wägesystem des Herstellers verwendet werden. Eine kommerzielle EMK-Waage mit dem hier verwendeten EMK-Wägesystem hat eine Wiederholbarkeit von 20 μ g, was 196 nN entspricht [41]. Der Nachteil dieses Systems ist, dass die Regelung nicht an die Masse des Magnetsystems bzw. an den Anwendungsfall des senkrecht ausgerichteten Wägesystems angepasst werden kann.

5. Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem

5.1. Messaufbau - Lorentzkraftanemometer mit EMK-Kraftmesssystem

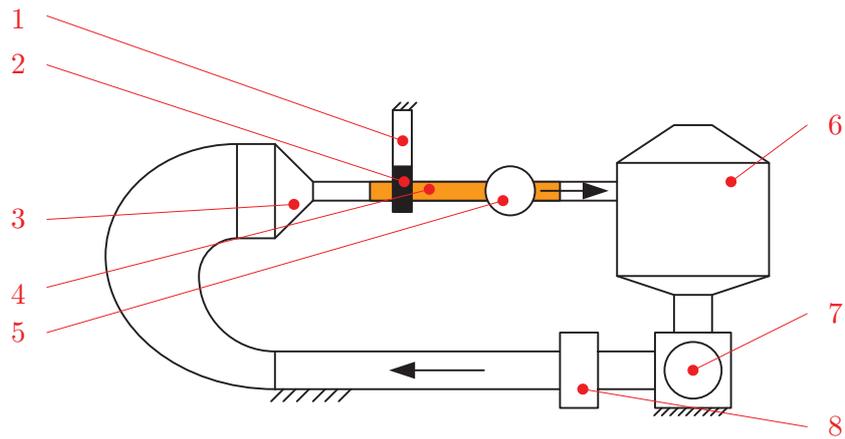
Im Abschnitt 4.3 wurde aufgezeigt, dass die Masse des Magnetsystems keinen signifikanten Einfluss auf die Kalibrierkonstante E_{EMK} und auf die Wiederholbarkeit der Kraftmessung des EMK-Kraftmesssystems hat. Die Wiederholbarkeit der Kraftmessung liegt im Bereich von $s(F_L) \approx 0,5 \mu\text{N}$. Diese Eigenschaften ermöglichen den Einsatz des EMK-Kraftmesssystems für die Lorentzkraft-Anemometrie von schwach leitfähigen Fluiden.

Die Messungen der Strömungsgeschwindigkeit mittels Lorentzkraft-Anemometrie wurden im Rahmen des Verbundprojektes Graduiertenkolleg GRK 1567 durchgeführt.

Der Messaufbau zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit mittels Lorentzkraft besteht aus dem Strömungskanal, dem EMK-Kraftmesssystem und dem Magnetsystem. In Abbildung 5.1 sind das Prinzip des Messaufbaus (oben) und das reale System (unten) dargestellt.

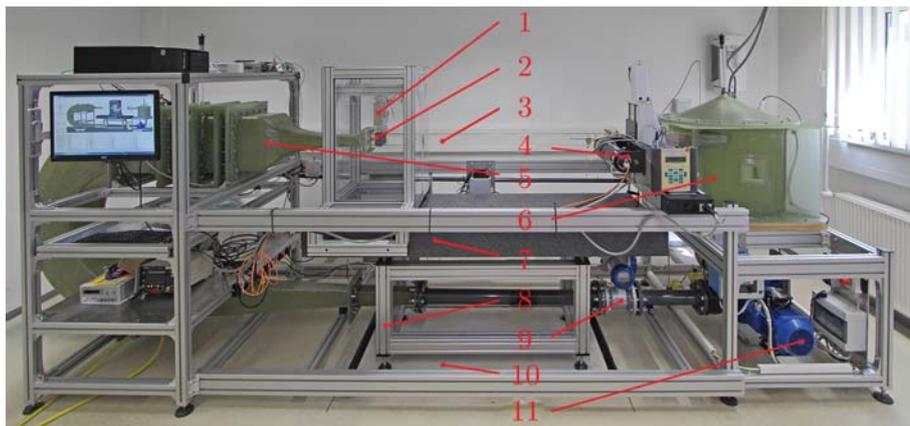
Strömungskanal

Der Strömungskanal ist im Rahmen der Dissertation von Herrn André Wegfraß entstanden [42]. Das Fluid wird von einer Pumpe durch einen magnetisch induktiven Durchflussmesser (MID), welcher als Referenzmesssystem für die Strömungsgeschwindigkeit dient, gepumpt. Über die Einlassdüse wird das Fluid in Folge der Querschnittreduzierung beschleunigt und fließt in den Strömungskanal. Am Ende des Strömungskanals ist ein Beruhigungsbehälter. Die Strömungsgeschwindigkeit und das -profil im Strömungskanal wurden mittels Laser-Doppler-Anemometer gemessen. Das Laser-Doppler-Anemometer (LDA) dient ebenso als Referenzmesssystem für die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids im Strömungskanal [43].



(a) Prinzip Messaufbau

1 - EMK-Kraftmesssystem, 2 - Magnetsystem, 3 - Einlassdüse, 4 - Messstrecke, 5 - Laser-Doppler-Anemometer, 6 - Beruhigungsbehälter, 7 - Pumpe, 8 - magnetisch induktiver Durchflussmesser



(b) realisierter Messaufbau

1 - EMK-Kraftmesssystem, 2 - Magnetsystem, 3 - Strömungskanal, 4 - Laser-Doppler-Anemometer, 5 - Einlassdüse, 6 - Beruhigungsbehälter, 7 - Messplatte, 8 - Gestell, 9 - magnetisch induktiver Durchflussmesser, 10 - entkoppeltes Fundament, 11 - Pumpe

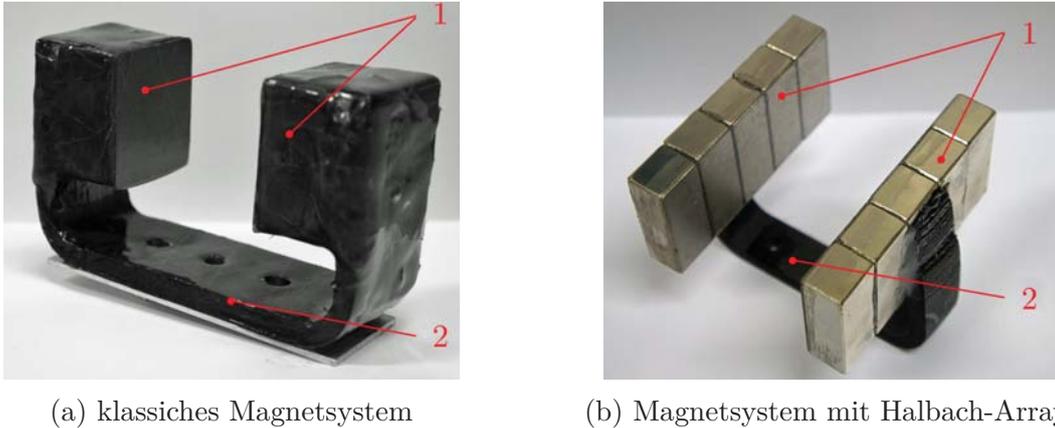
Abbildung 5.1.: Messaufbau Lorentzkraft-Anemometer mit EMK-Kraftmesssystem

Das EMK-Kraftmesssystem steht auf einer Messplatte mit einer großen Masse von ca. 620 kg. Die Messplatte steht auf einem Gestell und dieses auf einem vom restlichen Gebäude isoliertem Fundament. Diese Maßnahmen sollen Schwingungen vom Untergrund und des Gebäudes weitestgehend zu dämpfen.

Der Strömungskanal besitzt einen inneren Querschnitt von $A = 2500 \text{ mm}^2$ ($b = 50 \text{ mm}$ und $h = 50 \text{ mm}$). Die Strömung weist ein sogenanntes Kolbenprofil auf, die Strömungsgeschwindigkeit ist somit über den Querschnitt nahezu konstant.

Magnetsysteme

Herr Michael Werner entwickelte im Rahmen seiner Dissertation zwei verschiedene Magnetsysteme, welche für die Messung der Strömungsgeschwindigkeit eingesetzt wurden, ein klassisches Magnetsystem mit zwei Permanentmagneten, sowie ein Magnetsystem mit sogenannten Halbach-Arrays [5]. Die Magnetsysteme sind in Abbildung 5.2 dargestellt.



(a) klassisches Magnetsystem

(b) Magnetsystem mit Halbach-Arrays

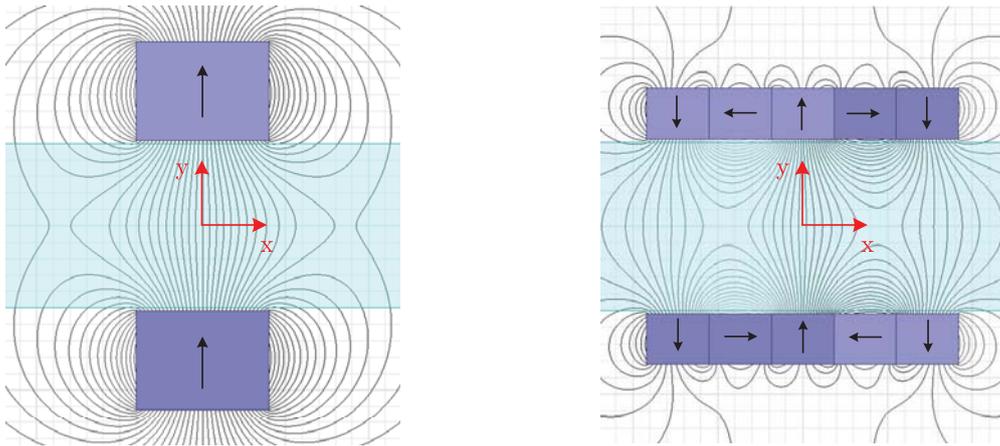
Abbildung 5.2.: Magnetsysteme Lorentzkraft-Anemometer mit EMK

1 - Permanentmagnete, 2 - Haltebügel

Die Masse des klassischen Magnetsystems beträgt $m_{0,mag,1} = 1,048$ kg, die des Magnetsystems mit Halbach-Arrays $m_{0,mag,2} = 1,008$ kg. Die Magnetsysteme bestehen aus Neodym-Eisen-Bor-Permanentmagneten. Wie in Abbildung 5.2 dargestellt, sind die Magnete über einen Haltebügel verbunden. Der Haltebügel besteht aus Kohlefaserverbundwerkstoff und dient nur der mechanischen Fixierung der Permanentmagnete. Der magnetische Fluss wird durch den Haltebügel nicht geleitet. Diese Maßnahme dient vor allem der Gewichtsreduktion, bzw. einer Maximierung des magnetisch aktiven Materials. In Abbildung 5.3 sind Simulationen der magnetischen Feldlinien der Magnetsysteme dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass das Magnetsystem mit Halbach-Arrays (rechts) einen geringeres Streufeld aufweist, als das klassische Magnetsystem (links).

Eine numerische Simulation der erzeugten Lorentzkraft bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $v_{Fl} = 5$ m/s und einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 4$ S/m ergab beim Einsatz des klassischen Magnetsystems eine Lorentzkraft von $F_{L,sim,1} = 35$ μ N [14]. Mit einer Auflösung des EMK-Kraftmesssystems von 1 μ N können mit diesem Magnetsystem nur 35 Schritte aufgelöst werden. Ein weiterer Nachteil dieses klassischen Magnetsystems ist das sehr große Streufeld des magnetischen Flusses.

Das zweite Magnetsystem besteht aus zwei Halbach-Arrays, welche aus jeweils fünf einzelnen Permanentmagneten bestehen. Die numerische Simulation ergab eine Lorentzkraft von $F_{L,sim,2} = 101$ μ N bei einer Strömungsgeschwindigkeit des Fluids von $v_{Fl} = 5$ m/s und einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 4$ S/m [14]. Bei dem



(a) klassisches Magnetsystem

(b) Magnetsystem mit Halbach-Arrays

Abbildung 5.3.: Simulation der magnetischen Feldlinien der Magnetsysteme
Pfeile geben Magnetisierungsrichtung der einzelnen Permanentmagnete an

Magnetsystem mit den Halbach-Arrays wird durch die Anordnung der einzelnen Permanentmagnete der magnetische Fluss so geleitet, dass er sich zwischen den beiden Halbach-Arrays konzentriert. Somit ist das Streufeld sehr gering. Mit dem Halbach-Array kann bei gleicher Masse des Magnetsystems eine ungefähr dreimal so große Lorentzkraft durch das strömende Fluid erzeugt werden.

5.2. Messung Lorentzkraft

5.2.1. Erfassung der Strömungsgeschwindigkeit

Die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids im Strömungskanal wird über die Drehzahl der Pumpe gesteuert und über einen magnetisch induktiven Durchflussmesser (MID) erfasst. Dieser MID ermittelt integrativ und permanent den Durchfluss im Strömungskanal. Mit dem bekannten effektiven Querschnitt des MID wird aus dem gemessenen Durchfluss die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt. Aufgrund des Messprinzips und des damit verbundenen magnetischen Feldes befindet sich der MID in Strömungsrichtung direkt hinter der Pumpe, damit soll ein Einfluss auf das Lorentzkraft-Anemometer minimiert werden.

Die Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke ergibt sich aus dem gemessenen Durchfluss und dem Querschnitt der Messstrecke. Die Strömungsgeschwindigkeit ist somit direkt proportional zum gemessenen Durchfluss. Mittels eines Laser-Doppler-Anemometers (LDA) wird die Strömungsgeschwindigkeit sowie das Strömungsprofil in der Messstrecke ermittelt. Das LDA erfasst die Strömungsgeschwindigkeit jedoch nur in einem kleinen Messvolumen. Zur Erfassung des gesamten Strömungsprofils erfolgt

sequentiell durch punktweise Messungen des Querschnitts. Das LDA eignet sich somit nur bedingt zur permanenten Erfassung der Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke.

Im Rahmen der Dissertation von Herrn Wegfraß wurden das Strömungsprofil und die Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke an drei Messstellen mittels LDA vermessen. Die Messstellen befanden sich bei $l_{MS,1} = 0,03$ m (Einlass), $l_{MS,2} = 0,75$ m (Mitte) und $l_{MS,3} = 1,47$ m (Auslass) der Messstrecke. Die gemessenen Strömungsprofile sind in Abbildung 5.4 dargestellt.

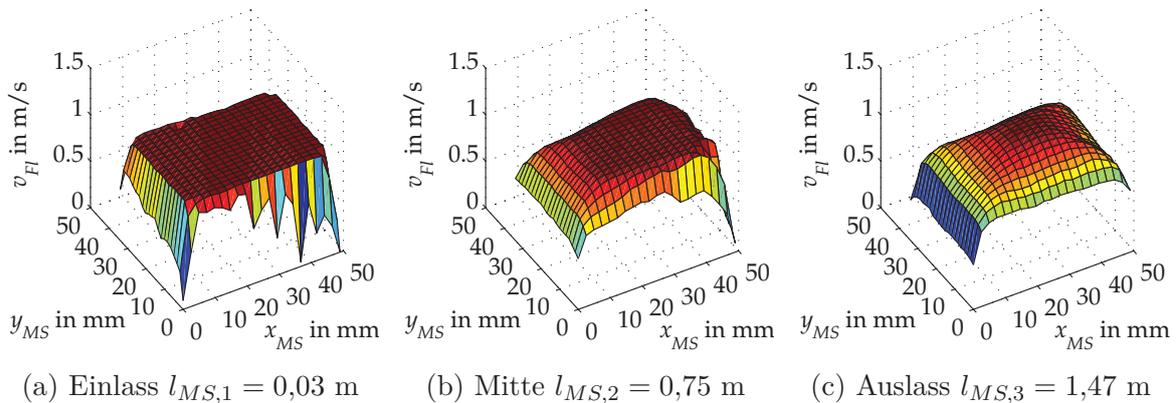


Abbildung 5.4.: Strömungsprofile in der Messstrecke in Abhängigkeit von der Position l_{MS}

Am Einlass weist die Strömung ein sogenanntes Kolbenprofil auf, die mittlere Strömungsgeschwindigkeit ist über den gesamten Querschnitt konstant und fällt zur Wand der Messstrecke auf null ab. Am Auslass herrscht ein quasi-laminare Strömungsprofil (Paraboloid) mit der maximalen Strömungsgeschwindigkeit in der Mitte des Querschnitts. In der Mitte der Messstrecke weist das Strömungsprofil einen Übergangszustand zwischen Kolbenprofil und quasi-laminare Zustand auf.

In Tabelle 5.1 sind die mit dem MID und LDA gemessenen Durchflüsse Q und deren Messunsicherheit u_Q in Abhängigkeit der Drehzahl der Pumpe aufgelistet.

Über den Querschnitt der Messstrecke kann aus dem gemessenen Durchfluss Q die mittlere Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden.

$$v_{Fl} = \frac{Q}{A} \quad (5.1)$$

In Tabelle 5.2 ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Drehzahl der Pumpe sowie der Durchfluss in der Messstrecke gelistet.

Tabelle 5.1.: Durchfluss in der Messstrecke in Abhängigkeit von der Drehzahl der Pumpe
 Quelle: Dissertation A. Wegfraß, S. 93 [42]

Drehzahl n_{Pumpe} in 1/min	MID		LDA	
	$\bar{Q}_{Fl,MID}$ in l/s	$u_{Q,Fl,MID}$ in l/s	$\bar{Q}_{Fl,LDA}$ in l/s	$u_{Q,Fl,LDA}$ in l/s
50	0,80	0,00239	0,78	0,01240
100	1,50	0,00451	1,35	0,02160
150	1,90	0,00570	1,88	0,03009
200	2,47	0,00742	2,50	0,04001
250	3,05	0,00915	3,00	0,05680
300	3,62	0,01087	3,55	0,05680
400	4,77	0,01431	4,75	0,07600
500	5,88	0,01763	5,90	0,09440
600	7,02	0,02107	7,00	0,11200

Tabelle 5.2.: mittlere Strömungsgeschwindigkeit und Durchfluss in der Messstrecke in Abhängigkeit von der Drehzahl der Pumpe

Drehzahl n_{Pumpe} in 1/min	mittlere Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} in m/s	Durchfluss \bar{Q} in l/s
50	0,31	0,78
100	0,54	1,35
150	0,75	1,88
200	1,00	2,50
250	1,20	3,00
300	1,42	3,55
400	1,90	4,75
500	2,36	5,90
600	2,80	7,00

Die maximale mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke beträgt $v_{Fl,max} = 2,80$ m/s.

5.2.2. Messwerterfassung und Messwertverarbeitung

Die Strömungsgeschwindigkeit und der zu messende Durchfluss, repräsentiert durch die Lorentzkraft wurden simultan über die Messzeit erfasst. Dabei wurden bei jeder Strömungsgeschwindigkeit vier Zyklen von jeweils 120 s, in denen die Pumpe jeweils 60 s ein- und ausgeschaltet war, gefahren. (siehe Abb. 5.5).

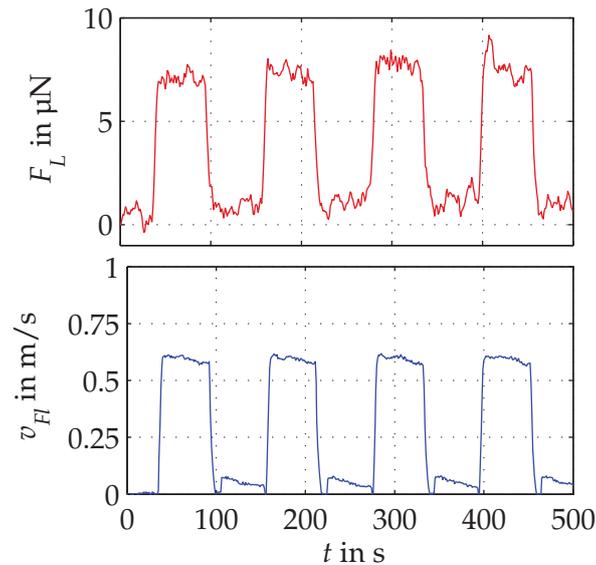


Abbildung 5.5.: Simultane Messung der Lorentzkraft F_L und der Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} über die Zeit t

Im nächsten Schritt erfolgte die Trennung der Messwerte nach der Strömungsgeschwindigkeit anhand von Grenzwerten. Hierdurch bestand die Möglichkeit der vereinfachten Verarbeitung der Messwerte und die Umgehung des zeitlichen Versatzes zwischen der Strömungsgeschwindigkeit und der Lorentzkraft in den Übergängen (siehe Abb. 5.6).

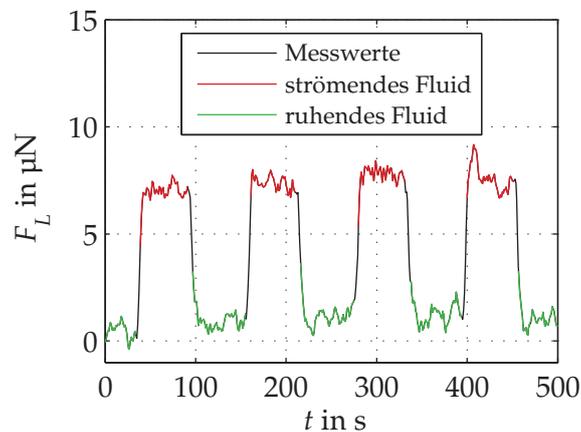


Abbildung 5.6.: Trennung der Messwerte nach der Strömungsgeschwindigkeit, Lorentzkraft in Abhängigkeit der Zeit für strömendes und ruhendes Fluid

Die Mittelwerte der Strömungsgeschwindigkeit und der Lorentzkraft wurden für jeden Zyklus nach dem ABA-Prinzip gebildet, d.h. der Mittelwert aus den Zuständen des ruhenden Fluids subtrahiert vom Zustand während das Fluid strömte (hohe Geschwindigkeit) ergibt den Mittelwert für den jeweiligen Zyklus. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und Lorentzkraft sowie deren Unsicherheit ergibt sich dann aus den

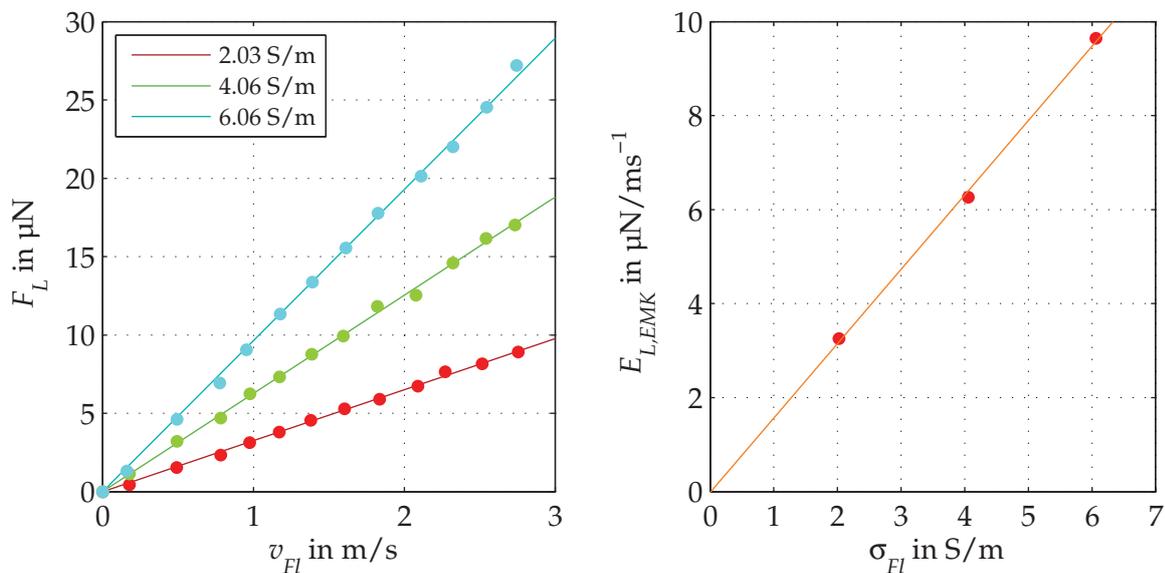
Mittelwerten bzw. Unsicherheiten der Zyklen.

5.2.3. Klassisches Magnetsystem

Die Lorentzkraft wurde unter Verwendung des klassischen Magnetsystem mit dem EMK-Kraftmesssystems in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit für verschiedene elektrische Leitfähigkeiten gemessen (siehe Abbildung 5.7a). Die elektrische Leitfähigkeit des Fluids wurde im Bereich von $2 \text{ S/m} \leq \sigma_{Fl} \leq 6 \text{ S/m}$ variiert und die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids im Bereich von $0 \leq v_{Fl} \leq 2,8 \text{ m/s}$ eingestellt. Der Anstieg der Geraden entspricht der Empfindlichkeit des Lorentzkraft-Anemometers mit EMK-Kraftmesssystem $E_{L,EMK}$.

$$E_{L,EMK} = \frac{dF_L}{dv_{Fl}} \quad (5.2)$$

In Abbildung 5.7b ist die Empfindlichkeit des Lorentzkraft-Anemometers mit EMK-Kraftmesssystem in Abhängigkeit von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids σ_{Fl} dargestellt.



(a) Lorentzkraft F_L in Abhängigkeit von Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} bei verschiedenen elektrischen Leitfähigkeiten σ_{Fl} (b) Empfindlichkeit des Lorentzkraft-Anemometers $E_{L,EMK}$ in Abhängigkeit von der elektrischen Leitfähigkeiten σ_{Fl}

Abbildung 5.7.: Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem und klassischem Magnetsystem

Die erzeugte Lorentzkraft hängt linear von der Strömungsgeschwindigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit ab.

Die Lorentzkraft wurde aus dem gemessenen Kompensationsstrom I_{Spule} und der Kalibrierkonstante E_{EMK} des EMK-Kraftmesssystem berechnet:

$$F_L = \frac{I_{Spule}}{E_{EMK}} \quad (5.3)$$

Die Messunsicherheit der ermittelten Lorentzkraft ergibt sich aus der Messunsicherheit des Kompensationsstromes $u_{I,Spule}$ und der Unsicherheit der Kalibrierkonstante $u_{E,EMK}$.

$$u_{F,L} = \sqrt{\left(\frac{u_{I,Spule}}{E_{EMK}}\right)^2 + \left(\frac{I_{Spule} \cdot u_{E,EMK}}{E_{EMK}^2}\right)^2} \quad (5.4)$$

Die Messunsicherheit des Kompensationsstromes wird aus der Messreihe des Spulenstromes bzw. dessen Standardabweichung mit n Messwerten nach GUM berechnet.

$$u_{I,Spule} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (I_{Spule,i} - \bar{I}_{Spule})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (5.5)$$

Die Standardunsicherheit der Kalibrierkonstante beträgt $u_{E,EMK} = 3 \mu\text{A/N}$.

Die relative Messunsicherheit der Lorentzkraft beträgt für die durchgeführten Messungen 1 % für ein Konfidenzintervall von 95 % ($k = 2$).

5.2.4. Magnetsystem mit Halbach-Arrays

Mit dem Halbach-Array Magnetsystem wurde eine vergleichende Messung für ein Fluid mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 6 \text{ S/m}$ und für eine Strömungsgeschwindigkeit von $0 \leq v_{Fl} \leq 2,8 \text{ m/s}$ durchgeführt (siehe Abbildung 5.8).

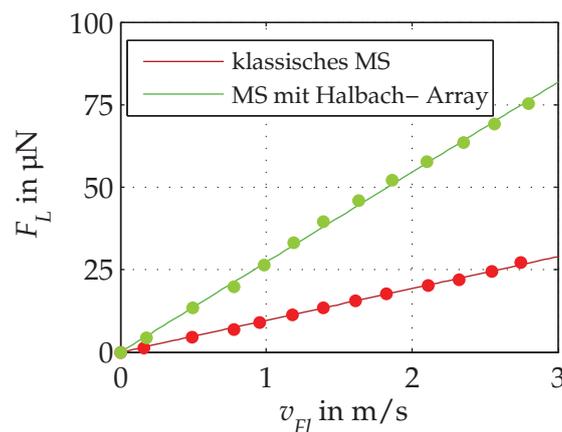


Abbildung 5.8.: Vergleich Lorentzkraft F_L in Abhängigkeit von Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} mit klassischem Magnetsystem (rot) und Magnetsystem mit Halbach-Arrays (grün), elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{Fl} = 6 \text{ S/m}$

Durch den Einsatz des Magnetsystems mit Halbach-Arrays kann gegenüber einem

Lorentzkraft-Anemometer mit klassischem Magnetsystem eine um Faktor drei größere Lorentzkraft bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit und elektrischer Leitfähigkeit erzeugt werden.

Die relative Messunsicherheit der Lorentzkraft liegt beim Einsatz des Magnetsystems mit Halbach-Arrays im ebenso Bereich von 1 % für ein Konfidenzintervall von 95%.

5.3. Untersuchung des Schwingungsverhaltens

Aus den vorangegangenen Messungen ist ersichtlich, dass während der Messung Schwingungen auftreten, welche die Messung und deren Messunsicherheit negativ beeinflussen.

Zur Validierung dieses Einflusses und zur experimentellen Untersuchung der Minimierung der Schwingung wurde ein vereinfachter Versuch aufgebaut. Es kommt nur noch ein Strömungskanal mit einer Pumpe zum Einsatz. Die Messstrecke hat einen geschlossenen rechteckigen Querschnitt mit einer Breite von $b = 26 \text{ mm}$ und einer Höhe von $h = 46 \text{ mm}$ (Querschnitt $A_{Kanal} = 1500 \text{ mm}^2$). Weiterhin besitzt der Strömungskanal einen Bypass, welcher sich parallel zur Messstrecke befindet. Der Bypass und die Messstrecke können über Absperrhähne einzeln genutzt werden, das Fluid kann somit gezielt an der Messstrecke vorbei geleitet werden. Abbildung 5.9 zeigt eine Prinzipskizze dieses vereinfachten Messaufbaus.

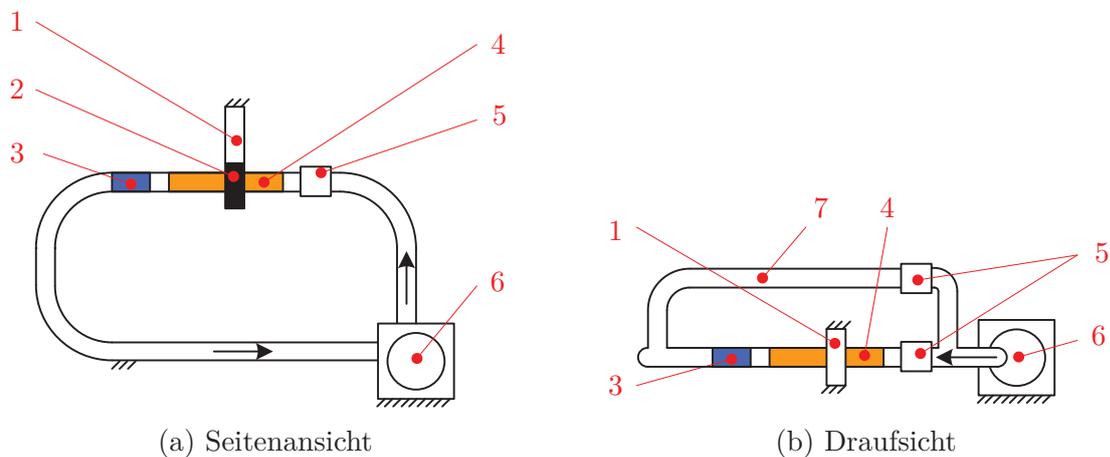


Abbildung 5.9.: Prinzip vereinfachter Messaufbau

- 1 - EMK-Kraftmesssystem, 2 - Magnetsystem, 3 - Ultraschall-Durchflussmesser, 4 - Messstrecke, 5 - Absperrhähne, 6 - Pumpe, 7 - Bypass

Das EMK-Kraftmesssystem, welches sich auf einer Messplatte befindet, ist mit dem Magnetsystem im Bereich der Messstrecke installiert. Als Referenzmesssystem dient an diesem vereinfachten Versuchsaufbau ein Ultraschall-Durchflussmesser (UDV)

FLUXUS F601 [44]. Dieser ist universell und flexibel einsetzbar und befindet sich hinter der Messstrecke. An dieser Stelle besitzt der Strömungskanal einen runden Querschnitt mit einem Durchmesser von $d = 35,4$ mm. In Abbildung 5.10 ist das EMK-Kraftmesssystem mit dessen Magnetsystem und der Messstrecke dargestellt.

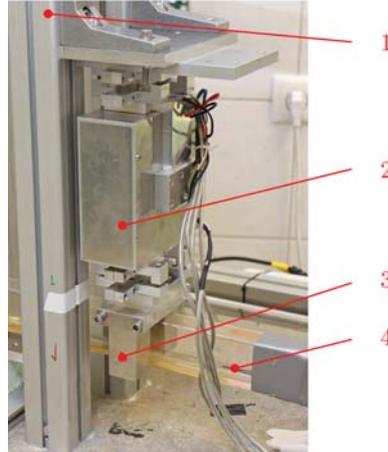


Abbildung 5.10.: Vereinfachter Versuchsaufbau mit EMK-Kraftmesssystem
 1 - Gestell, 2 - EMK-Kraftmesssystem, 3 - Magnetsystem, 4 - Messstrecke

5.3.1. Messungen - vereinfachter Versuchsaufbau

Messung des Schwingungsverhaltens der Pumpe mit destilliertem Wasser

In einer ersten Messung wurde als Fluid destilliertes Wasser mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} \leq 10^{-7}$ S/m eingesetzt. Da fast keine freien Ladungsträger in dem Fluid vorhanden sind, wird somit keine messbare Lorentzkraft durch das strömende Fluid erzeugt. Die Pumpe wurde im Zyklus von 30 s ein- bzw. ausgeschaltet und die wirkende Kraft erfasst (siehe Abb. 5.11).

Deutlich zu sehen ist eine vergrößerte Amplitude des Rauschens der gemessenen Lorentzkraft, sobald die Pumpe eingeschaltet ist und das Fluid in der Messstrecke bewegt wird.

Messung des Schwingungsverhaltens der Pumpe unter Nutzung des Bypasses

Durch den Einsatz des Bypass wurde das Fluid an der Messstrecke vorbei geleitet, sodass in der Messstrecke trotz eingeschalteter Pumpe das Fluid ruhte (Strömungsgeschwindigkeit $v_{Fl} = 0$ m/s). Zum besseren Vergleich zur vorangegangenen Messung mit destilliertem Wasser, welches durch die Messstrecke geleitet wurde, wurde die Pumpe bei gleicher Drehzahl mit dem gleichen Zyklus von 30 s betrieben. Die Messung der Lorentzkraft ist in Abbildung 5.12 dargestellt.

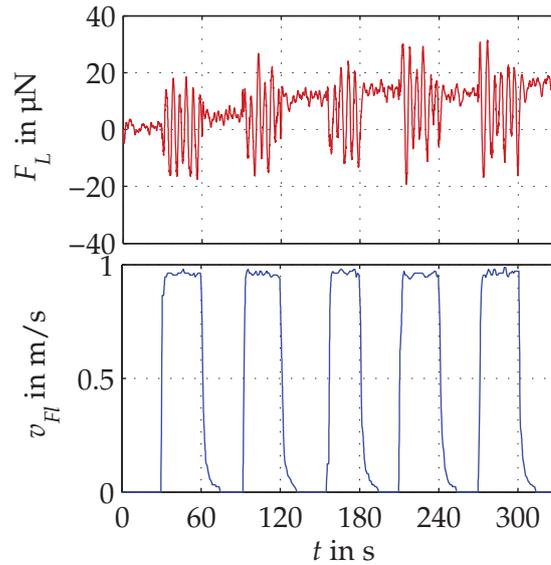


Abbildung 5.11.: Lorentzkraft F_L (rot) mit destilliertem Wasser ($\sigma_{Fl} = 0 \text{ S/m}$) und Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} (blau) über Zeit

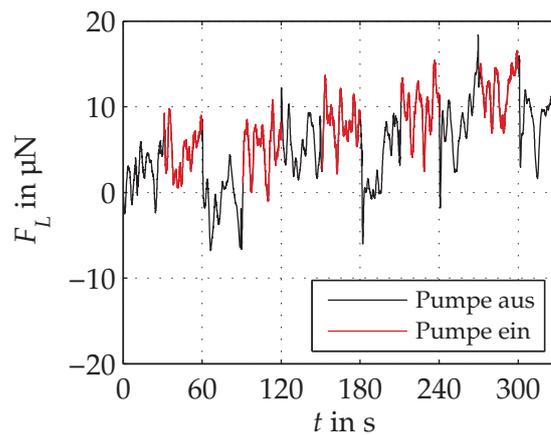


Abbildung 5.12.: Lorentzkraft F_L über Zeit bei Strömungsgeschwindigkeit $v_{Fl} = 0$, Strömung über Bypass, rot Pumpe eingeschaltet

Trotz eingeschalteter Pumpe tritt hier keine Vergrößerung des Rauschens der gemessenen Lorentzkraft auf, das Fluid ruht in der Messstrecke. Dies ist ein Hinweis darauf, dass das in der Messstrecke bewegte Fluid zu einem vergrößertem Rauschen der gemessenen Lorentzkraft führt.

5.3.2. Minimierung der Schwingungen

Vorbetrachtung

Zur Minimierung der Schwingungen soll auf eine Pumpe, welche den nötigen hydrodynamischen Druck für die Bewegung des Fluids erzeugt, verzichtet werden. Unter

Ausnutzung des hydrostatischen Druckes p_{stat} , kann ebenso eine Strömung erzeugt werden. Der hydrostatische Druck ergibt sich aus der Höhendifferenz h_{diff} , der Erdbeschleunigung g und der Dichte des Fluids ρ_{Fl} . Der hydrodynamische Druck setzt sich aus der Dichte des Fluids und dessen Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} zusammen.

$$p_{stat} = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h_{diff} \quad (5.6)$$

$$p_{dyn} = \frac{1}{2} \rho_{Fl} \cdot v_{Fl}^2 \quad (5.7)$$

Der Druck in einem geschlossenen System ist konstant, zusätzlich kommen noch Druckverluste p_{verl} durch Reibungen des Fluids hinzu. Somit gilt:

$$p_{dyn} = p_{stat} - p_{verl} \quad (5.8)$$

$$v_{Fl} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{diff} - \frac{2 \cdot p_{verl}}{\rho_{Fl}}} \quad (5.9)$$

Messaufbau - Minimierung der Schwingungen

Das Fluid wird von einem Reservoir über eine Rohrleitung in die Messstrecke geleitet und mit einem Gefäß aufgefangen. Das Reservoir befindet sich in einer Höhe h_{diff} über der Messstrecke. Zur Minimierung der Verlagerung des Massenschwerpunktes sind das Reservoir und das Gefäß zum Auffangen des Fluids übereinander positioniert. Die Abbildung 5.13 zeigt eine Prinzipskizze bzw. die Umsetzung des gesamten Messaufbaus.

Als Referenzmesssystem zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit wird der Ultraschalldurchflussmesser FLUXUS F601 genutzt.

Vergleich zur Strömungserzeugung mit Pumpe

Die Messung mit der Pumpe zur Erzeugung des hydrostatischen Druckes wurde zum Vergleich genutzt. Die elektrische Leitfähigkeit des Fluids betrug $\sigma_{Fl} = 10 \text{ S/m}$. Die Messung wurde bei Strömungsgeschwindigkeiten im Bereich von $0 \leq v_{Fl} \leq 4,2 \text{ m/s}$ durchgeführt. Die Abbildung 5.14 zeigt die gemessene Lorentzkraft über die Strömungsgeschwindigkeit.

Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten ($v_{Fl} > 3 \text{ m/s}$) tritt eine große Messunsicherheit der Lorentzkraft von $u_{F,L} \approx \pm 4 \text{ } \mu\text{N}$ ($k = 2$) auf. Die relative Messunsicherheit beträgt bis zu $u_{F,L,rel} = \pm 7 \text{ } \%$ ($k = 2$).

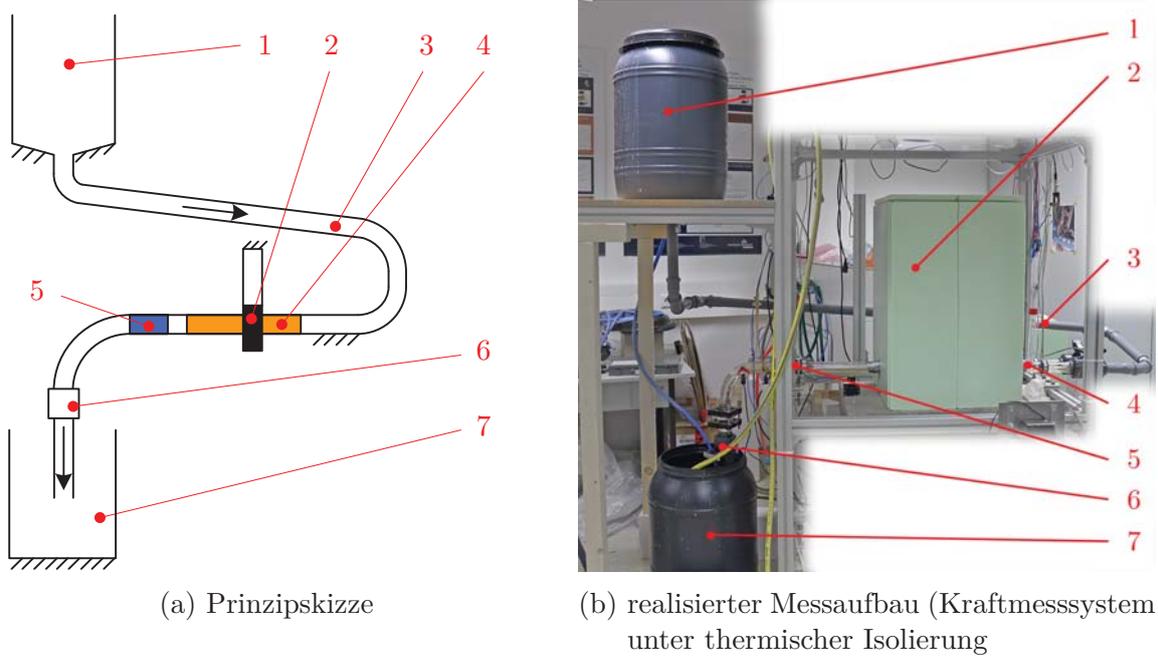


Abbildung 5.13.: Messaufbau zur Minimierung der Schwingungen durch Ausnutzung des statischen Druckes
 1 - Reservoir, 2 - EMK-Kraftmesssystem mit Magnetsystem, 3 - Zuleitung, 4 - Messstrecke, 5 - Referenzmesssystem, 6 - Absperrventil, 7 - Gefäß zum Auffangen des Fluids

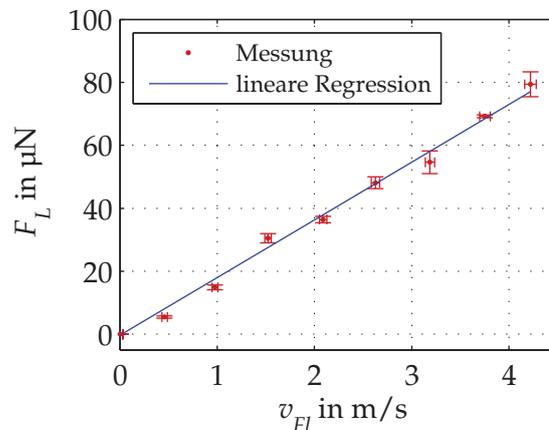


Abbildung 5.14.: Referenzmessung mit Pumpe, Lorentzkraft F_L über Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl}

gravitativer Einfluss

Durch den Umbau des Versuchsaufbaus zur Ausnutzung des hydrostatischen Druckes tritt zwangsläufig eine Verlagerung von Massen und damit eine Verlagerung des Massenschwerpunktes auf. Diese Verlagerung des Massenschwerpunktes in Verbindung mit der endlichen Steifigkeit des Untergrundes bewirkt eine Verkippung des Untergrundes und des Messaufbaus. Das Volumen des Reservoirs bzw. des Fluids beträgt ca. 35 l,

dessen Masse entspricht ≈ 35 kg.

Wie in Abschnitt 4.4.4 gezeigt, bewirkt eine Kippung des EMK-Kraftmesssystems eine Änderung der gemessenen Kraft, welche der zu messenden Lorentzkraft überlagert ist.

Um die Größenordnung dieses Einflusses zu bestimmen, wurde in einer ersten Messung das Fluid mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 0$ S/m eingesetzt, somit wirkt keine Lorentzkraft auf das Magnetsystem. Die Abbildung 5.15 zeigt den zeitlichen Verlauf der gemessenen Kraft und der Strömungsgeschwindigkeit bzw. des Massenstromes.

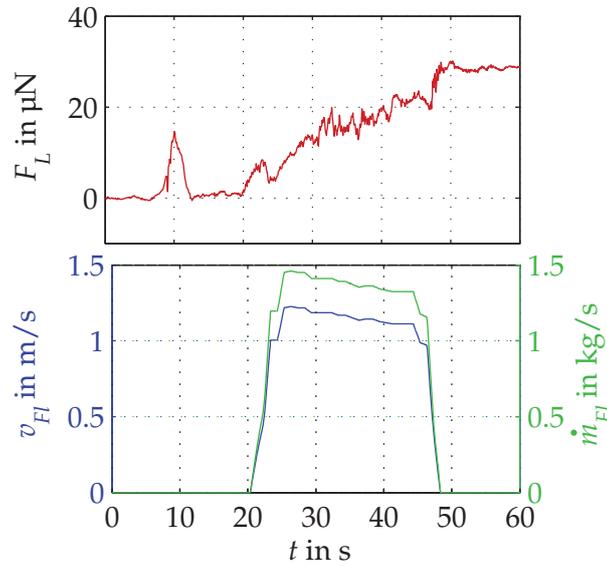


Abbildung 5.15.: Lorentzkraft F_L (rot - oben) und Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} (blau - unten) bzw. Massenstrom \dot{m}_{Fl} (grün - unten) über Zeit, elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{Fl} = 0$ S/m

Der Massenstrom des Fluids \dot{m}_{Fl} berechnet sich aus der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids v_{Fl} , dem Querschnitt des Kanals A und der Dichte des Fluids ρ_{Fl} (Gleichung 5.10).

$$\dot{m}_{Fl} = \rho_{Fl} \cdot A \cdot v_{Fl} \quad (5.10)$$

Die gemessene Kraft weist einen starken Drift von $\Delta F_L = 30$ μ N auf, sobald das Fluid strömt. Diese Drift tritt infolge der Kippung des Messaufbaus durch die Verlagerung des Massenschwerpunktes auf.

Der zeitliche Verlauf der verlagerten Masse des Fluids $m_{Fl}(t)$ wird aus dem Massenstrom berechnet. Der Massenstrom ist die zeitliche Ableitung der Masse. Da die Messung in diskreten zeitlichen Schritten Δt erfolgte wird zuerst die Masseänderung Δm_{Fl} für jeden zeitlichen Schritt berechnet (Gleichung 5.11). Der zeitliche Verlauf

der Masse des Fluids wird über die kumulative Summe der einzelnen Inkremente der Masseänderung berechnet (Gleichung 5.12).

$$\Delta m_{Fl,i} = \dot{m}_{Fl} \cdot \Delta t \quad (5.11)$$

$$m_{Fl}(t_i) = \sum_i^{n=1} \Delta m_{Fl}(t_i) \quad (5.12)$$

Dieser zeitliche Verlauf der Masse des Fluids wird zur Korrektur der gemessenen Kraft genutzt, womit der Einfluss der Masseverlagerung des Fluids korrigiert werden kann (Abb. 5.16).

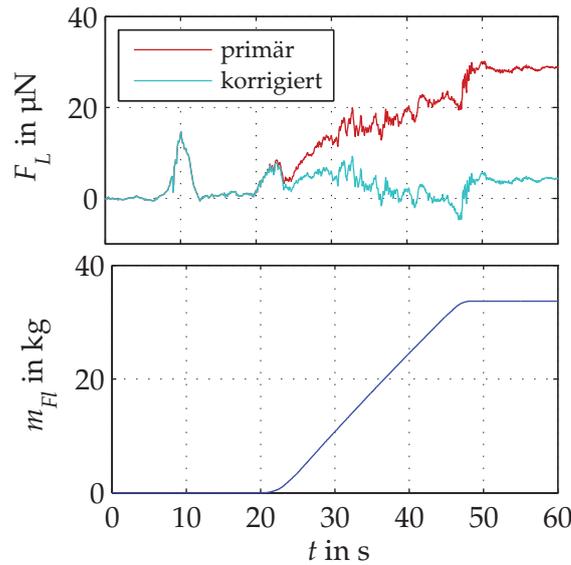


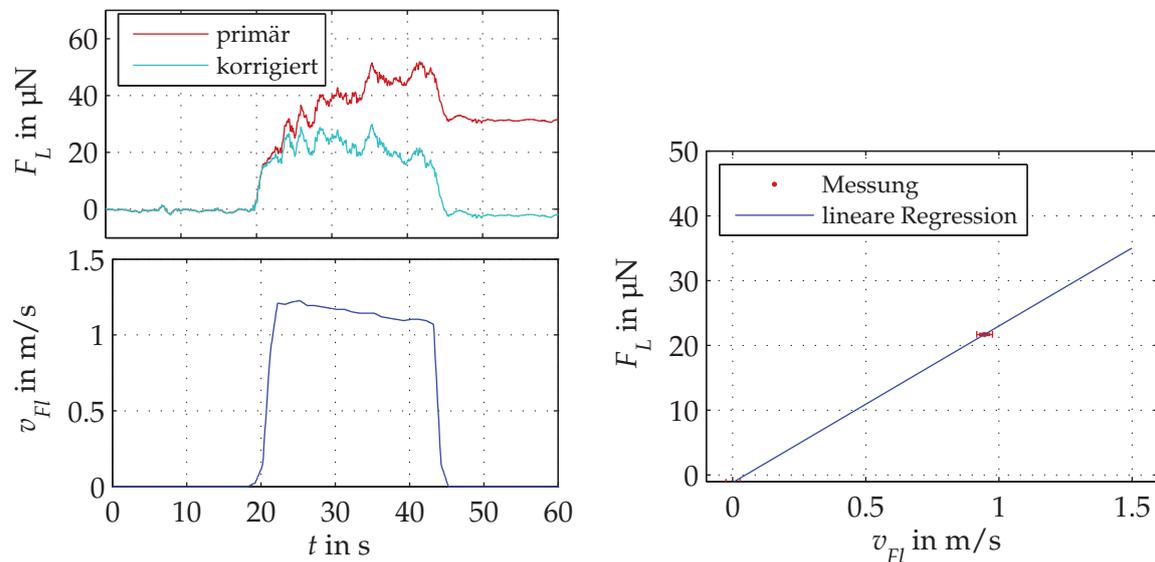
Abbildung 5.16.: Korrektur des Einflusses der Kippung auf die gemessene Kraft F_L (oben, rot - Messwerte, türkis - korrigierte Messwerte) anhand des zeitlichen Verlaufs der Masse des Fluides m_{Fl} (unten), elektrische Leitfähigkeit $\sigma_{Fl} = 0 \text{ S/m}$

Mithilfe dieser Korrektur beträgt die Standardabweichung der gemessenen Lorentzkraft $s_{F,L} = 2,7 \text{ µN}$ und die Messunsicherheit im Bereich von 30 s $u_{F,L} = 0,22 \text{ µN}$ ($k = 2$).

Strömungsmessung

Die Abbildung 5.17a zeigt den zeitlichen Verlauf der gemessenen Lorentzkraft und die korrespondierende Strömungsgeschwindigkeit für ein Fluid mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 10 \text{ S/m}$.

Durch die vorangegangenen beschriebene Korrektur wird bei dieser Messung ebenso der Einfluss der Masseverlagerung des Fluids korrigiert. Zu beachten ist hier, dass die Dichte des Fluids durch die Zugabe des Kochsalzes ca. $\rho_{Fl} = 1,065 \text{ g/l}$ beträgt.



(a) Lorentzkraft F_L (oben, rot - primäre Messwerte, türkis - korrigierte Messwerte) und Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl} (unten, blau) über Zeit

(b) Lorentzkraft F_L über Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl}

Abbildung 5.17.: Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem mit hydrostatischer Druckerzeugung, elektrischen Leitfähigkeiten $\sigma_{Fl} = 10 \text{ S/m}$

In Abbildung 5.17b ist die gemessene Lorentzkraft F_L über die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids aufgetragen.

Im Vergleich zum Einsatz der Pumpe ergibt sich für die gemessene Lorentzkraft bei der hydrostatischen Krafterzeugung eine kleinere Messunsicherheit. Die erweiterte Messunsicherheit der gemessenen Lorentzkraft beträgt $u_{F,L} = \pm 0,4 \mu\text{N}$ ($k = 2$), bzw. relativ $u_{F,L,rel} = \pm 2 \%$ ($k = 2$).

5.4. Zusammenfassung - Lorentzkraft-Anemometrie mit EMK-Kraftmesssystem

Die Messung der Strömungsgeschwindigkeit eines elektrisch leitfähigen Fluids wurde mit zwei verschiedenen Magnetsystemen, einem klassischen mit zwei Permanentmagneten sowie einem mit zwei Halbach-Arrays durchgeführt. Die Messungen der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids haben gezeigt, dass die Lorentzkraft direkt proportional zur Strömungsgeschwindigkeit und zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids ist. Die mit dem EMK-Kraftmesssystem ermittelte Lorentzkraft beträgt mit dem klassischen Magnetsystem $F_{L,1} = (24,56 \pm 0,03) \mu\text{N}$ und mit dem Magnetsystem mit Halbach-Arrays $F_{L,2} = (69,17 \pm 0,05) \mu\text{N}$, bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $v_{Fl} = 2,55 \text{ m/s}$, bzw. einem Volumenstrom von $\dot{V} = 6,375 \text{ l/s}$ und einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} = 6 \text{ S/m}$. Das Magnetsystem mit Halbach-Arrays hat eine höhere magnetische Flussdichte gegenüber dem klassischen Magnetsystem, wobei die Massen der Magnetsysteme ungefähr gleich groß sind. Mit dem Magnetsystem mit Halbach-Arrays kann gegenüber dem klassischen Magnetsystem eine um Faktor drei größere Lorentzkraft bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit und elektrischer Leitfähigkeit des Fluids erzeugt werden. Die maximale relative Messunsicherheit der ermittelten Lorentzkraft beträgt bei beiden Magnetsystemen ca. 1%.

Zur Untersuchung des Schwingungsverhaltens des Lorentzkraft-Anemometers mit EMK-Kraftmesssystem wurde ein vereinfachter Aufbau genutzt. Beim Einsatz eines Fluids mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\sigma_{Fl} \approx 0$ (destilliertes Wasser) konnte beim Betrieb der Pumpe eine deutliche Schwingung der gemessenen Kraft nachgewiesen werden, die relative Messunsicherheit der Lorentzkraft an diesem vereinfachten Aufbau betrug $u_{F,L,rel} = \pm 7 \% (k = 2)$. Als Ursache ist vor allem das strömende Fluid und damit einhergehende Schwingungen zu nennen, sowie die Pumpe, welche ebenso Schwingungen erzeugt. Zur Minimierung dieser Schwingungen wurde die Strömungsgeschwindigkeit mittels hydrostatischen Druck erzeugt, indem das Fluid von einem höher gelegenen Reservoir über die Messstrecke floss. Durch diese Maßnahme konnte die relative Messunsicherheit um den Faktor 3,5 auf $u_{F,L,rel} = \pm 2 \% (k = 2)$ reduziert werden.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein auf einem EMK-Wägesystem basierendes Kraftmesssystem für die sogenannte Lorentzkraft-Anemometrie von schwach leitfähigen Fluiden entwickelt und analytisch sowie messtechnisch untersucht.

Die Lorentzkraft-Anemometrie ist ein neuartiges, berührungsloses Messverfahren, zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit eines elektrisch leitfähigen Fluids. Das Prinzip beruht auf der Erzeugung von Wirbelströmen durch bewegte Ladungsträger, unter Zuhilfenahme eines Magnetfeldes. Die erzeugten Wirbelströme interagieren mit dem Magnetfeld und bewirken eine Lorentzkraft, welche durch die Impulserhaltung auf das Magnetsystem wirkt. Die Lorentzkraft hängt dabei von der Strömungsgeschwindigkeit und -profil sowie von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids, dem magnetischen Feld bzw. dessen magnetischer Flussdichte und dessen Verteilung ab. Die Lorentzkraft eines schwach leitfähigen Fluids mit einer elektrischen Leitfähigkeit von wenigen Siemens pro Meter liegt im Bereich von $F_L \geq 10^{-6}$ N. Die hierfür erforderliche magnetische Flussdichte bedingt Magnetsysteme mit einer Masse in der Größenordnung von einem Kilogramm bzw. einer Gewichtskraft von $F_G \geq 10$ N. Das Verhältnis zwischen der zu messenden Lorentzkraft und der Gewichtskraft liegt somit in der Größenordnung von $F_G/F_L \approx 10^7$.

Das große Verhältnis zwischen der Lorentzkraft und der Gewichtskraft erfordert eine Entkopplung der beiden Kräfte voneinander. Dies wird erreicht, indem die Lorentzkraft orthogonal zur Gewichtskraft gerichtet ist. Die Gewichtskraft wirkt stets in Richtung der Erdbeschleunigung, also senkrecht, somit wirkt die Lorentzkraft in horizontaler Richtung.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Kraftmesssystem auf der Basis des Kompensationsprinzips entwickelt und untersucht. Die zu messende Lorentzkraft, die auf das Magnetsystem wirkt, wird durch eine ihr äquivalente Gegenkraft kompensiert. Dieses EMK-Kraftmesssystem beruht auf einer modifizierten EMK-Wägezelle, welche so ausgerichtet wurde, dass sie horizontal wirkende Kräfte erfasst. Die Elektronik und die Regelung dieses Kraftmesssystems wurden an den Einsatzbereich angepasst. Die Regelung des EMK-Kraftmesssystems erfolgt digital mittels eines MATLAB-Programms, dies ermöglicht die Anpassung der Regelparameter an verschiedene Massen des Magnetsystems. Mit dieser Regelung konnte eine Einstellzeit von $t_{s,system} = 1,5$ s erreicht

werden. Es wurde nachgewiesen, dass dieses Kraftmesssystem Lorentzkraft im Bereich von $F_L = 0,5 \mu\text{N}$ wiederholbar auflösen kann. Die Masse des Magnetsystems hat im Bereich von $0,6 \text{ kg} \leq m_{0,mag} \leq 2,6 \text{ kg}$ keinen signifikanten Einfluss auf die Wiederholbarkeit. Zur Bestimmung des Einflusses der Masse des Magnetsystems, wurde das Magnetsystem entfernt und durch Gewichtsstücke bekannter Masse ersetzt.

Der größte Unsicherheitsbeitrag der gemessenen Lorentzkraft ist die Kippung des EMK-Kraftmesssystems, welche zusätzlich zur zu messenden Lorentzkraft eine neigungsabhängige Komponente der Gewichtskraft in Messrichtung wirken lässt.

Ein weiterer großer Unsicherheitsbeitrag ist der Kompensationsstrom zur Erzeugung der Gegenkraft. Aufgrund der kleinen Lorentzkraft sind sehr kleine Ströme im Nanoampere-Bereich nötig. Die verwendete Stromquelle, welche den Stand der Technik darstellt, stößt hier jedoch an ihre Leistungsgrenze. Es konnte nachgewiesen werden, dass die maximale relative Standardunsicherheit der zu messenden Lorentzkraft $u_{F,L} = 3 \%$ beträgt. Für größere Lorentzkraft nimmt die relative Unsicherheit jedoch ab.

Die Lorentzkraft wurde für die messtechnischen Untersuchungen des EMK-Kraftmesssystems durch ein für diese Aufgabe entwickeltes Kalibriersystem erzeugt. Dieses Kalibriersystem ermöglicht die strömungsunabhängige Erzeugung einer Kraft, welche in horizontaler Richtung wirkt. Weiterhin hat der EMK-Kraftmesssystem als Ausgangsgröße den Kompensationsstrom, welcher der Lorentzkraft proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor muss durch eine Kalibrierung des EMK-Kraftmesssystems ermittelt werden.

Da die zu messende Lorentzkraft orthogonal zur senkrecht wirkenden Gewichtskraft gerichtet ist, kann eine Kalibrierung mit Gewichtsstücken bekannter Massen nicht erfolgen. Eine Umlenkung der Kraft würde zu Reibungsverlusten führen, welche sich als Messabweichungen bei der Kalibrierung äußern.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kalibriersystem basiert auf der elektromagnetischen Krafterzeugung. Die Kalibrierkraft wird durch eine stromdurchflossene Spule in einem Magnetfeld eines Permanentmagneten erzeugt (Lorentzkraft). Die Spule und der Topfmagnet stehen in keinem mechanischen Kontakt miteinander, die Krafterzeugung ist berührungslos und damit ist das Verfahren reibungsfrei. Weiterhin ist die Erzeugung der sogenannten Kalibrierkraft unabhängig von der Erdbeschleunigung.

Die erzeugte Kalibrierkraft ist proportional zur magnetischen Flussdichte des Topfmagneten und dem Strom, der durch den Leiter der Spule fließt. Die magnetische Flussdichte des Topfmagneten ist nicht konstant, somit hängt die Kalibrierkraft von der Eintauchtiefe der Spule im Topfmagneten ab. Weiterhin gibt es einen geringen Einfluss auf die erzeugte Kalibrierkraft durch den lateralen Versatz der Spule zum Topfmagneten. Der laterale Versatz ist der Abstand der Rotationsachsen von Spule und

Topfmagnet. Der Quotient aus der erzeugten Kalibrierkraft und dem erforderlichen Strom wird als Empfindlichkeit des Kalibriersystems E_{cal} bezeichnet. Die maximale Empfindlichkeit des Kalibriersystems beträgt $E_{cal} = 3,948 \text{ N/A}$. Die relative Unsicherheit der Empfindlichkeit bzw. der erzeugten Kalibrierkraft beträgt dabei 0,55 % für ein Konfidenzintervall von 95% (Erweiterungsfaktor $k = 2$). Der Einfluss der Temperatur auf die Empfindlichkeit des Kalibriersystems ist mit $\Delta E_{cal}/E_{cal} = 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K} \cdot \Delta T$ gering.

Es konnte nachgewiesen werden, dass ein Kalibriersystem, welches auf dem Prinzip der elektromagnetische Krafterzeugung basiert, gut geeignet ist, für die Kalibrierung und messtechnischen Untersuchungen des EMK-Kraftmesssystems.

Die Bestimmung der Lorentzkraft, welche ein elektrisch schwach leitfähiges, strömendes Fluid erzeugt, erfolgte mit zwei verschiedenen Magnetsystemen, welche an dem EMK-Kraftmesssystem befestigt wurden. Das eine Magnetsystem besteht aus zwei Permanentmagneten, und stellt ein klassisches Magnetsystem dar. Das zweite Magnetsystem besitzt zwei Halbach-Arrays aus jeweils fünf einzelnen Permanentmagneten, die so angeordnet wurden, dass der magnetische Fluss eine möglichst geringe Streuung aufweist und zwischen den beiden Arrays maximal ist. Die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids zur Erzeugung der Lorentzkraft betrug $0 \leq v_{Fl} \leq 2,8 \text{ m/s}$, bei einer elektrischen Leitfähigkeit von $2 \text{ S/m} \leq \sigma_{Fl} \leq 6 \text{ S/m}$. Die ermittelte Lorentzkraft ist direkt proportional zur Strömungsgeschwindigkeit und zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids und liegt im Bereich von $F_L \leq 27 \text{ } \mu\text{N}$ für das klassische Magnetsystem und bis zu $F_L = 75 \text{ } \mu\text{N}$ und damit um Faktor drei höher für der Magnetsystem mit Halbach-Arrays. Die relative Messunsicherheit der ermittelten Lorentzkraft betrug mit beiden Magnetsystemen weniger als $\pm 1 \text{ } \%$ ($k = 2$).

Zusätzlich zu den Messungen an den oben genannten Strömungskanal wurde ein vereinfachter Versuchsaufbau zu weiteren Untersuchungen der Schwingungen der gemessenen Lorentzkraft und zur Reduktion dieser Schwingungen aufgebaut. An diesem vereinfachten Versuchsaufbau wurde eine größere relative Messunsicherheit der Lorentzkraft von bis zu $\pm 7 \text{ } \%$ ($k = 2$) nachgewiesen. Die Ursache hierfür sind Schwingungen des Messaufbaus infolge der laufenden Pumpe sowie das in der Messstrecke bewegte Fluid. Durch den Verzicht der Pumpe und der hydrostatischen Erzeugung der Strömung konnte die relative Messunsicherheit der Lorentzkraft auf $\pm 2 \text{ } \%$ an dem vereinfachten Messaufbau reduziert werden.

In der Weiterführung der Entwicklung des EMK-Kraftmesssystems für die Lorentzkraft-Anemometrie sollte besonders der Einfluss der Kippung und die Kompensation dieses Einflusses untersucht werden. Ein zur Erstellung der Arbeit in der Entwicklung befindliches, hochauflösendes Inklinometer zur Neigungsmessung würde sich zur Korrektur des Einflusses der Kippung auf das EMK-Kraftmesssystem sehr gut eignen.

Literaturverzeichnis

- [1] THESS, A.; VOTYAKOV, E.V. ; KOLESNIKOV, J.: Lorentz force velocimetry. In: *Physical Review Letters* 96 (2006), Nr. 164501
- [2] WEGFRASS, A.; DIETHOLD, C.; WERNER, M.; FRÖHLICH, T.; HALBEDEL, B.; HILBRUNNER, F.; RESAGK, C. ; THESS, A.: A universal noncontact flowmeter for liquids. In: *Applied Physics Letters* 100 (2012), May, Nr. 194103
- [3] WANG, X.; KLEIN, R.; KOLESNIKOV, Y. ; THESS, A.: Application of Lorentz Force Velocimetry to Open Channel Flow. In: *Materials Science Forum* 690 (2011), S. 99–102
- [4] MINCHENYA, V.; KARCHER, C.; KOLESNIKOV, Y. ; THESS, A.: Calibration of the Lorentz force flowmeter. In: *Flow Measurement and Instrumentation* (2011), Nr. 22, S. 242–247
- [5] WERNER, M.: *Design, Optimierung, Realisierung und Test von passiven Magnetsystemen für die Lorentzkraftanemometrie an Elektrolyten*, Fachgebiet Anorganisch- nichtmetallische Werkstoffe, Technische Universität Ilmenau, Promotion, 2012
- [6] FÜSSL, R.: *Interferenzoptische Kraftsensoren für den Lastbereich bis 0,1 Newton*, Institut Prozessmess- und Sensortechnik, Technische Universität Ilmenau, Habilitation, März 2007
- [7] FIEDLER, O.: *Strömungs und Durchflußmesstechnik*. Oldenbourg, München, 1992
- [8] BONFIG, K. W.: *Technische Durchflussmessung*. Vulkan-Verlag GmbH, Essen, 2002
- [9] BUCHENAU, D.; GERBETH, G. ; PRIEDE, J.: Kontaktlose Durchflussmessung in Metallschmelzen. In: *tm - Technisches Messen* (2012), September, Nr. 79, S. 389–393
- [10] PRIEDE, J.; BUCHENAU, D. ; GERBETH, G.: Contactless electromagnetic phase-shift flowmeter for liquid metals. In: *Measurement Science and Technology* 22 (2011), Nr. 5, S. 055402

- [11] KOLESNIKOV, J.; KARCHER, C. ; THESS, A.: Lorentz Force Flowmeter for Liquid Aluminum: Laboratory Experiments and Plant Tests. In: *Metallurgical and Materials Transactions B* 42B (2011), June, S. 441–450
- [12] KLEIN, R.; WEIDERMANN, C. ; ET al.: Lorentzkraft-Anemometrie für die berührunglose Durchflussmessung von Metallschmelzen. In: *tm - Technisches Messen* (2012), September, Nr. 79, S. 394–397
- [13] HEINICKE, C.; TYMPEL, S.; PULUGUNDLA, G.; RAHNEBERG, I.; BOECK, T. ; THESS, A.: Interaction of a small permanent magnet with a liquid metal duct flow. In: *Journal of Applied Physics* 112 (2012), Nr. 12, S. 124914
- [14] WERNER, M.; HALBEDEL, B.: Optimization of NdFeB Magnet Arrays for Improvement of Lorentz Force Velocimetry. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 48 (2012), November, Nr. 11
- [15] *Kapitel Teil B-1: Kraft, Masse, Drehmoment.* In: SCHWARTZ, R.: *Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik in der Produktion.* Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2006, S. 72–80
- [16] PICARD, A.: The BIPM flexure-strip balance FB-2. In: *Metrologia* 41 (2004), S. 319–329
- [17] PRATT, J.R.; NEWELL, D.B. ; KRAMAR, J.A.: A flexure balance with adjustable restoring torque for nanonewton force measurement. In: *Proceedings of Joint International Conference IMEKO TC3/TC5/TC20*, 2002 (VDI-Berichte 1685), S. 77–82
- [18] FORD, L.H.: The Effect of Humidity on the Calibration of Precision Air Capacitors. In: *Proceedings of the IEE - Part III: Radio and Communication Engineering* 96 (1949), January, Nr. 39, S. 13–16
- [19] KRAMAR, J.A.; NEWELL, D.B. ; PRATT, J.R.: The NIST Electrostatic Force Balance. In: *Proceedings of Joint International Conference IMEKO TC3/TC5/TC20*, 2002, S. 71–76
- [20] NESTEROV, Vladimir: Facility and methods for the measurement of micro and nano forces in the range below 10⁻⁵ N with a resolution of 10⁻¹² N (development concept). In: *Measurement Science and Technology* 18 (2007), S. 360–366
- [21] BEI KIMCO MAGNETICS DEVISION (Hrsg.): *Datenblatt LA10-08-000A.* G. Vista CA92081, USA: Bei Kimco Magnetics Devison, 1998

- [22] THORLABS INC. (Hrsg.): *Single-Axis 13mm Translation Stage MT1/M*. E. Newton, New Jersey, USA: Thorlabs Inc., März 2012
- [23] PHYSIKALISCH-TECHNISCHE-BUNDESANSTALT: *Schwereinformationssystem SIS*. 2007
- [24] ORGANISATION INTERNATIONALE DE MÉTROLOGIE LÉGALE: *OIML R 111-1*. 2004
- [25] BRONSTEIN, I.N.; SEMENDJAJEW, K.A.; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Auflage. Verlag Harry Deutsch, Berlin, 2001
- [26] Norm DIN ENV 13005 1999. *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*
- [27] RÖSKE, D.: Uncertainty contribution in the case of cosin function with zero estimate - a proposal. In: *Proceedings IMEKO 2010 TC3, TC5 and TC22 Conferences, Pattaya (Thailand)*, 2010, S. 121–123
- [28] *HP 3245A Operationg and Programming Manual*. : *HP 3245A Operationg and Programming Manual*. 1. 3000 Hanover Street, Palo Alto, CA 94304, USA, September 1988
- [29] LIU, J. F.; H.WALMER: Thermal Stability and Performance Data for SmCo 2:17 High-Temperature Magnets on PPM Focusing Structures. In: *IEEE Transactions on Electron Devices* 52 (2005), May, Nr. 5, S. 899–902
- [30] BLUDAU, W.: *Halbleiter-Optoelektronik: die physikalischen Grundlagen der LED's, Diodenlaser und pn-Photodioden*. Hamburg, Wien: Hanser, 1995
- [31] MT-GÖTTINGEN, Sartorius: *Systemkörper BPM*. März 2006
- [32] Norm DIN EN 1301-2 Dezember 2008. *Aluminium und Aluminiumlegierungen - Gezogene Drähte - Teil 2: Mechanische Eigenschaften; Deutsche Fassung EN 1301-2:2008*
- [33] H.LUTZ; W.WENDT: *Taschenbuch der Regelungstechnik*. 6., erweiterte Auflage. Verlag Harry Deutsch, 2006
- [34] Norm DIN ISO 2768-1 Juni 1991. *Allgemeintoleranzen, Toleranzen für Längen- und Winkelmaße ohne einzelne Toleranzeintragung*
- [35] KRAUSE, L.: Vergleich von Kompensations- und Ausschlagprinzip am Beispiel der Wägetechnik. In: *tm - Technisches Messen* 12 (2004), Nr. 12
- [36] WEIS, H.: Mechatronic FEM model of an electromagnetic force compensated load cell. In: *Measurement Science and Technology* 23 (2012), Nr. 074018

- [37] CHEN, Rong: *pidtune, PID tuning algorithm for linear plant model*, März 2010
- [38] REUTER, M.; ZACHER, S.: *Regelungstechnik für Ingenieure*. 12. korrigierte und erweiterte Auflage. Vieweg+Teubner;GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2008
- [39] *Nivel 210. : Nivel 210*. 1.0, English. Leica Geosystems GmbH, Triebstraße 14, 80993 München, 2001
- [40] KÜHNEL, M.; DIETHOLD, C. ; FRÖHLICH, T.: Progress of the TU Ilmenau dual axis tiltmeter with nanorad resolution. In: *Proceedings IMEKO XXI World Congress 2015, Prague (Czech Republic)*, 2015
- [41] SARTORIUS LAB INSTRUMENTS GMBH & CO. KG (Hrsg.): *Die WZA-SE Serie, OEM Wägezellen WZA245-NC*. 3.4. Weender Landstrasse 94-108, 37075 Goettingen, Germany: Sartorius Lab Instruments GmbH & Co. KG, Juni 2015
- [42] WEGFRASS, A.: *Experimentelle Untersuchungen zur Anwendbarkeit der Lorentzkraft- Anemometrie für schwach leitfähige Fluide*, Fachgebiet Thermo- und Fluidodynamik, Technische Universität Ilmenau, Promotion, 2012
- [43] WEGFRASS, A.; DIETHOLD, C.; WERNER, M.; RESAGK, C.; FRÖHLICH, T.; HALBEDEL, B. ; THESS, A.: Flow rate measurement of weakly conducting fluids using Lorentz force velocimetry. In: *Measurement Science and Technology* 23 (2012), Nr. 105307
- [44] FLEXIM GMBH (Hrsg.): *FLUXUS F601*. v1. Wolfener Str. 36, 12681 Berlin: FLEXIM GmbH, Februar 2014

A. Schaltung Lageindikator EMK-Kraftmesssystem

Die komplette Schaltung für den Lageindikator des EMK-Kraftmesssystems ist in Abbildung A.1 dargestellt. Betrieben wird die Schaltung mit +12 V, -12 V und Masse. Die Referenzspannung beträgt $U_{ref} = -5$ V und wird über die Referenzspannungsquelle *ADR586* mit nachgeschaltetem Invertierer erzeugt. Die LED wird über einen Leistungstreiber mit einem npn-Bipolartransistor in Kollektorschaltung betrieben. Der Widerstand $R_8 = 150 \Omega$ begrenzt den LED-Strom auf maximal $I_{LED,max} = 70$ mA.

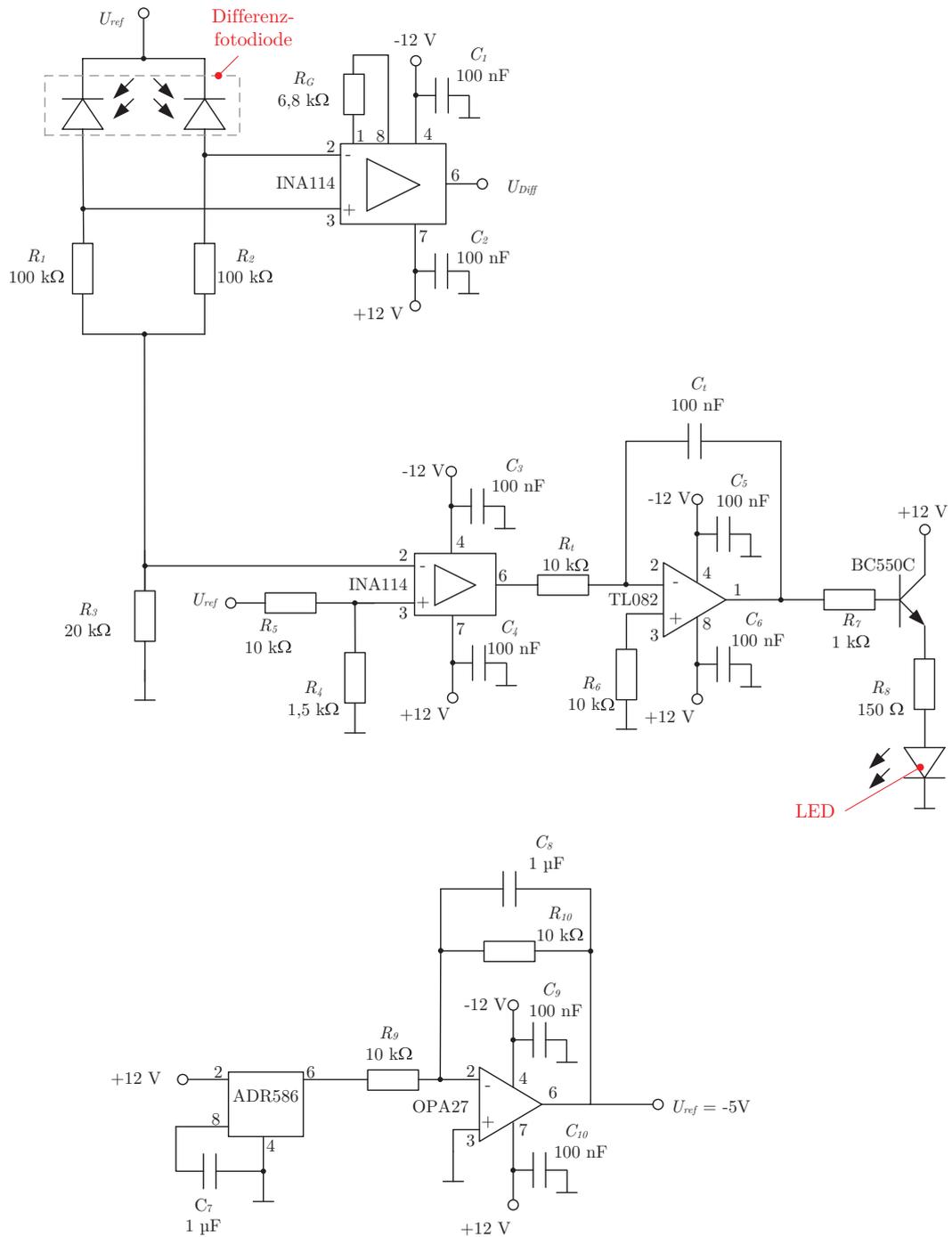


Abbildung A.1.: Schaltung Lageindikator EMK-Kraftmesssystem

B. Koeffizientenvergleich Regelstrecke EMK-Kraftmesssystems

Die Übertragungsfunktion der Strecke des EMK-Kraftmesssystems lautet:

$$G_{Strecke} = \frac{G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ab}}{1 + G_{Spule} \cdot G_{EMK} \cdot G_{Ind} \cdot G_{el}} \quad (\text{B.1})$$

Das Einsetzen der Parameter der einzelnen Übertragungsfunktionen des mechanischen Systems, des Spulenantriebes und des Lageindikators ergibt:

$$G_{Strecke} = \frac{ZP_1 \cdot s + ZP_2}{NP_1 \cdot s^3 + NP_2 \cdot s^2 + NP_3 \cdot s + NP_4} \quad (\text{B.2})$$

mit den Zählerpolynomen ZP und Nennerpolynomen NP :

$$ZP_1 = (B \cdot l \cdot K_{ab} \cdot i_{ab} \cdot i_{Spule} \cdot L_{sp})$$

$$ZP_2 = (B \cdot l \cdot K_{ab} \cdot i_{ab} \cdot i_{Spule} \cdot R_{sp})$$

$$NP_1 = (L_{sp} \cdot m_{0,S})$$

$$NP_2 = (R_{sp} \cdot m_{0,S} + 2D \cdot L_{sp} \cdot m_{0,S} \cdot \omega_0)$$

$$NP_3 = (2D \cdot \omega_0 \cdot R_{sp} \cdot m_{0,S} + L_{sp} \cdot m_{0,S} \cdot \omega_0^2 + B^2 \cdot l^2 \cdot i_{Spule}^2)$$

$$NP_4 = (R_{sp} \cdot m_{0,S} \cdot \omega_0^2)$$

Die Pol-Nullstellen-Darstellung der Übertragungsfunktion mit den Zeitkonstanten $T_1 \dots T_4$ und dem Verstärkungsfaktor $K_{Strecke}$ lautet:

$$G_{Strecke} = \frac{K_{Strecke} \cdot (1 + s \cdot T_1)}{(1 + s \cdot T_2) \cdot (1 + s \cdot T_3) \cdot (1 + s \cdot T_4)} \quad (\text{B.3})$$

$$G_{Strecke} = \frac{K_{Strecke} \cdot (1 + s \cdot T_1)}{s^3 \cdot (T_2 \cdot T_3 \cdot T_4) + s^2 \cdot (T_2 \cdot T_3 + T_2 \cdot T_4 + T_3 \cdot T_4) + s \cdot (T_2 + T_3 + T_4) + 1} \quad (\text{B.4})$$

Die Zeitkonstanten der Regelstrecke können über einen Koeffizientenvergleich bestimmt werden. Für den Verstärkungsfaktor sowie die Zeitkonstanten gilt damit:

$$K_{Strecke} = \frac{ZP_2}{NP_4} = \frac{B \cdot l \cdot K_{ab} \cdot i_{ab} \cdot i_{Spule}}{m_{0,S} \cdot \omega_0^2} \quad (\text{B.5})$$

$$T_1 = \frac{ZP_1}{ZP_2} = \frac{L_{sp}}{R_{sp}} \quad (\text{B.6})$$

$$T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 = \frac{NP_1}{NP_4} = \frac{L_{sp}}{R_{sp} \cdot \omega_0^2} \quad (\text{B.7})$$

$$T_2 \cdot T_3 + T_2 \cdot T_4 + T_3 \cdot T_4 = \frac{NP_2}{NP_4} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{2D \cdot L_{sp}}{\omega_0 \cdot R_{sp}} \quad (\text{B.8})$$

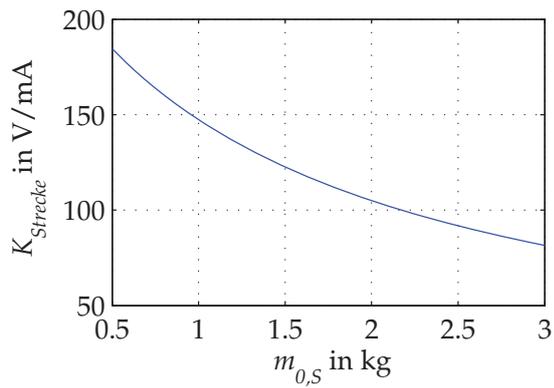
$$T_2 + T_3 + T_4 = \frac{NP_3}{NP_4} = \frac{2D}{\omega_0^2} + \frac{L_{sp}}{R_{sp}} + \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot i_{Spule}^2}{R_{sp} \cdot m_{0,S} \cdot \omega_0^2} \quad (\text{B.9})$$

Der Verstärkungsfaktor $K_{Strecke}$ und die Zeitkonstante T_1 können direkt gelöst werden. Das Gleichungssystem für die Zeitkonstanten T_2 , T_3 und T_4 ergibt eine umfangreiche analytische Lösung. Es werden daher die Zeitkonstanten für konkrete Parameter der Strecke numerisch berechnet.

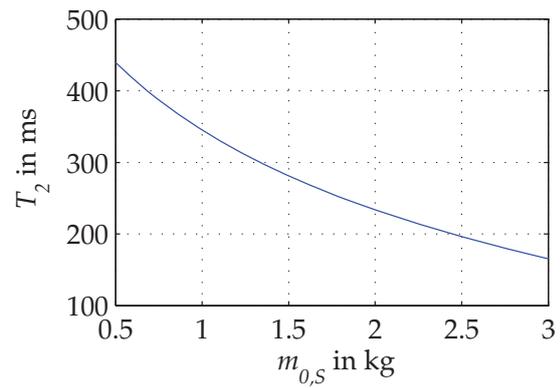
Die Zeitkonstante T_1 hängt nur von den elektrischen Parametern der Kompensationspule ab.

$$T_1 \approx 0,4 \text{ ms}$$

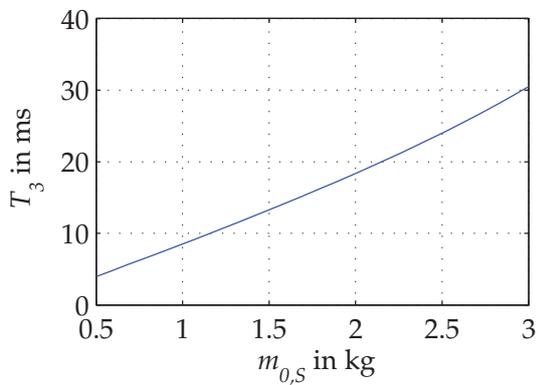
In der Abbildung B.1 sind der Verstärkungsfaktor $K_{Strecke}$ und die Zeitkonstanten T_2 , T_3 und T_4 in Abhängigkeit von der Masse $m_{0,S}$ dargestellt.



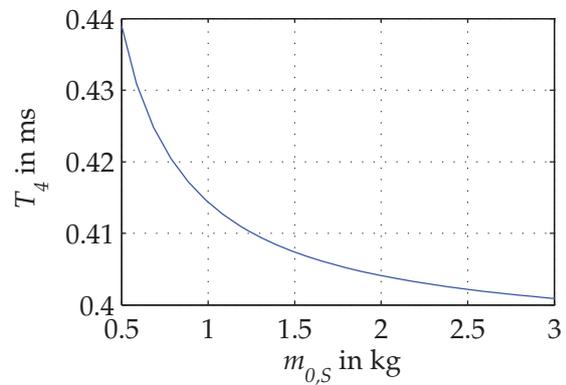
(a) Verstärkungsfaktor $K_{Strecke}$



(b) Zeitkonstante T_2



(c) Zeitkonstante T_3



(d) Zeitkonstante T_4

Abbildung B.1.: Parameter der Übertragungsfunktion des unregulierten EMK-Kraftmesssystems

C. Regelung EMK-Kraftmesssystem

Die Regelung des EMK-Kraftmesssystems geschieht mittels PC und einem MATLAB-Programm. Das MATLAB-Programm dient zur Erfassung der Messwerte, sowie zur Berechnung und Ausgabe des Spulenstromes. Der PI-Regler ist als diskreter Regler im Zeitbereich realisiert. Die Berechnung erfolgt allgemein nach Gleichung C.1.

$$I_{Spule,k} = I_{Spule,k-1} + K_R \cdot \left[U_{Diff,k} - \left(1 - \frac{T_a}{T_R} \right) \cdot U_{Diff,k-1} \right] \quad (C.1)$$

Das MATLAB-Programm inklusive der Initialisierung des Multimeters und der Stromquelle lautet:

```
% Initialisierung der verwendeten Gerte
% Stromquelle Spulenstrom
hp1=gpiB('agilent',8,9);
fopen(hp1);
fprintf(hp1,'RESET');
fprintf(hp1,'DISP OFF'); % Display aus
fprintf(hp1,'DELAY 0.04'); % kurze Verzögerung
fprintf(hp1,'USE 0'); % Kanal 1
fprintf(hp1,'APPLY DCI 0'); % Strom 0 mA

% Spannungsmessung-> Differenzspannung
hp2=gpiB('agilent',8,22);
set(hp2,'EOIMode','on');
set(hp2,'EOSMode','read&write');
set(hp2,'EOSCharCode',10);
fopen(hp2);
fprintf(hp2,'RESET');
fprintf(hp2,'NPLC 2'); % kurze Integrationszeit
fprintf(hp2,'DISP OFF'); % Display aus
fprintf(hp2,'DELAY 0'); % keine Verzögerung
fprintf(hp2,'RANGE 10'); % Spannungsmessung bis +-12V
fprintf(hp2,'tarm auto');
fprintf(hp2,'trig sgl');

% Initialisierung
U=0;Uab=0;Ua=0; % Initialisierung Werte
ii=0; % Zähler
```

```
Ta=0.025;          % Abtastzeit
% Regelparameter
KR=-1.73e-5;
TR=0.169;

while 1           % Schleife zum kontinuierlichen Programmablauf
    trigger (hp2); % Triggerung Spannungsmessung
    ii=ii+1;      % Zähler eins erhöhen
    if ii>2
        Ta=MW(end,1)-MW(end-1,1); % Berechnung Abtastzeit
    end
    ISp=ISp+KR*(UDiff-(1-Ta/TR)*U); % Regelung mittels PI-Regler
    U=UDiff; % alter Wert Spannung Lageindikator zwischenspeichern

    % Strombegrenzung auf maximal +-10 mA
    ISp=min(ISp,1e-2);
    ISp=max(ISp,-1e-2);
    % Ausgabe Spulenstrom
    fprintf (hp1, ['APPLY DCI ' num2str (ISp)]);
    % Spannung Lageindikator holen
    UDiff=str2double (fscanf (hp2));
end
% Geräte schließen
fclose (hp1);
fclose (hp2);
```