



universitätsverlag
ilmenau

Steinbach, Manfred:

**Prinzipien zweidimensionaler Mechanismen für
Präzisionsgeräte**

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-329-7

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-329-7>

Erschienen in:

10. Kolloquium Getriebetechnik : Technische Universität Ilmenau, 11. - 13. September 2013. - Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - S. 329-340. (Berichte der Ilmenauer Mechanismentechnik ; 2)

ISSN: 2194-9476

ISBN: 978-3-86360-065-5 [Druckausgabe]

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033>

PRINZIPIEN ZWEIDIMENSIONALER MECHANISMEN FÜR PRÄZISIONSGERÄTE

Manfred Steinbach, Jena

* Ingenieurbüro Manfred Steinbach, Jena / stb@ingenieurbuero-steinbach.de

Abstract

Auf der Basis von Tschebyschevs Grundgleichung der Mechanismen-technik werden systematisch alle prinzipiellen Möglichkeiten zum Aufbau ebener Mechanismen rechnerisch hergeleitet. Hauptsächlich werden die Beschränkungen und Möglichkeiten bei der Anwendung im Präzisionsgeräteebau betrachtet. Ferner werden Fragen der Auslegung und der Fertigungstechnologie behandelt.

By using Tschebyschevs principal equation in the technique of mechanisms all possibilities for designing planar arrangements are deduced in this paper. Especially the limitations in the case of very precise instruments are considered. In addition the questions of functional design and manufacturing are treated out.

1 Besonderheiten beim Präzisionsgeräteebau

Die Darlegungen in diesem Aufsatz betreffen ausschließlich ebene Systeme, deren Gelenke zunächst als infinitesimal klein betrachtet werden [9]. Die daraus evtl. folgenden systematischen Fehler müssen selbstverständlich später ausführlich berücksichtigt werden. Bei der hier zugrundeliegenden Philosophie werden grundsätzlich keine überbestimmten Anordnungen verwendet und auch keine Systeme, bei denen z.B. Positionen stark von Federsteifigkeiten abhängen. So wird auch auf Konstruktionen mit ausgedehnten federnden Elementen verzichtet. Damit sind diese Systeme auch in Näherung relativ leicht mit einfachen Mitteln berechenbar.

Systeme mit ausgedehnten elastischen Bereichen sind m.W. zuletzt in den sechziger Jahren von Werner Lotze umfassend behandelt und größtenteils analytisch berechnet worden ([8], [9]) und weitere Arbeiten von ihm). Entsprechende Berechnungen würde man heute sicherlich mit Finite-Elemente-Methoden behandeln. Lotzes Untersuchungen kann man als den Gipfel und Endpunkt der analytischen Behandlung dieses Problemkreises ansehen.

Normalerweise ist bei Aufgaben des Präzisionsgerätebaus immer der dreidimensionale Fall den Freiheitsgradberechnungen zugrunde zu legen. Arbeitet man nur in der Ebene und mit hinreichend ebenen Basen, dann ist auch die zweidimensionale Betrachtung sinnvoll. Speziell durch Drahterodieren lassen sich hohe Genauigkeiten erreichen. Wenn man sich auf Biegegelenke bzw. Festkörpergelenke beschränkt ergeben sich zwei wichtige Vorteile:

- Die Anordnung ist frei von Coulombscher Reibung.
- Die Anordnung ist losefrei und es gibt bei richtigem Aufbau keine losen Teile und keine Reproduzierbarkeitsmängel.

Die folgenden Schwierigkeiten müssen allerdings auch bei ausschließlicher Benutzung von Festkörpergelenken in Kauf genommen werden:

- Bei Bewegungen entstehen elastische Rückwirkungen.
- Freiheitsgrade können sich gegenseitig beeinflussen.
- Elastizitäts- und Stabilitätsgrenzen (Knickung) sind oft kritisch.

Bei Anwendung ebener Mechanismen im Präzisionsgerätebau müssen folgende Idealisierungen akzeptiert werden:

- Die Bezugsebene wird als ideal eben angenommen
- Alle Drehachsen stehen ideal senkrecht auf der Ebene.

Sobald die genannten Idealisierungen keine Entsprechung in der Wirklichkeit haben bewegt sich ein Funktionsteil auch senkrecht aus der Ebene heraus und kippt um die in der Ebene liegenden Achsen.

Zu erwähnen ist, dass sich die folgende Betrachtung auf Systeme mit diskreten Gliedern und Gelenken bezieht. Nur solche lassen sich auf einfache Weise berechnen. Systeme mit verteilten Parametern bedürfen im Allgemeinen der FEM-Analyse (s.o.). Für Anwendungen in der Präzisionsmechanik kommen wahrscheinlich nur Systeme mit diskreten Gelenken in Betracht.

Die Grundgleichung der Kinematik nach Tschebyschev [13] bzw. Grübler [3] lautet für 2-D-Mechanismen

$$F = 3(n - 1 - g) + \sum_{i=1}^g f_i$$

darin bedeuten

F	Gesamtfreiheitsgrad des Systems
n	Anzahl beteiligter (diskreter) Glieder
g	Anzahl beteiligter (diskreter) Gelenke
$\sum f_i$	Summe der Einzelfreiheitsgrade der beteiligten Gelenke
1	Subtraktion eines Gliedes, das die Basis des Systems bildet

Werden nur eindimensionale Biegegelenke verwendet, so ist

$$F = 3n - 3 - 2g$$

Im hier vorausgesetzten Aufbau mit „fehlerfrei“ erodierten Gelenken (s.o.) gibt es zwei Verschiebemöglichkeiten und eine Rotationsmöglichkeit. Anordnungen mit drei Freiheitsgraden haben im ebenen System keinen Einfluß, können also in beliebiger Anzahl verwendet werden (Abb. 1). Im entsprechenden räumlichen Fall wären Anordnungen mit sechs Freiheitsgraden demgegenüber als nicht vorhanden oder gänzlich unwirksam zu betrachten.

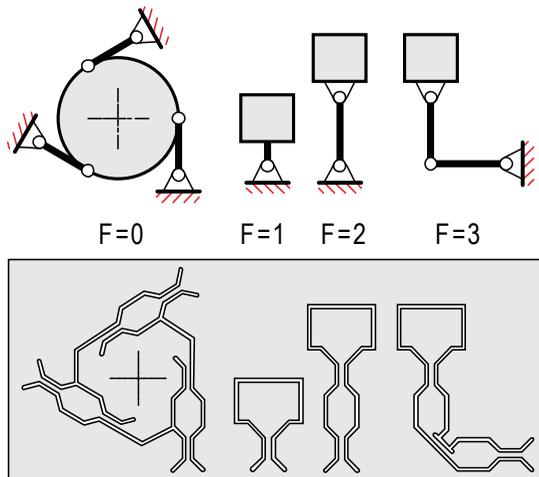


Abb. 1: Gelenksysteme mit null, einem, zwei und drei Freiheitsgraden (v.l.n.r.). Oben als Schemata, unten angedeutet als Erodiertheile. Die Gesamtfreiheitsgrade sind in diesem Bild jeweils mit Kombinationen von einfachen Biegegelenken mit je einem Freiheitsgrad erreicht. Es wird also mit distinkten Gelenken ge-

rechnet. Bei Verwendung von Gelenken mit verteilter Nachgiebigkeit lässt sich z.B. der Freiheitsgrad 2 mit einem längeren Biegebalken erreichen. Das ist hier aber nicht Gegenstand der Betrachtung.

2 Prinzipielle Möglichkeiten zum Aufbau ebener Mechanismen

Tab. 1: Möglichkeiten zum Aufbau ebener Mechanismen. Linke Spalte = Gesamtfreiheitsgrad. Zweite Spalte = Anzahl Gelenke. Obere Zeile = Anzahl Glieder. Schwarz unterlegt = Anordnungen, die ausschließlich Elementargelenke mit nur einem Freiheitsgrad enthalten.

F	g \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0												
1	1		1									
2			2									
3												
0			3									
1	2		4									
2				2								
3				3								
0			6	3								
1	3			4								
2				5								
3				6	3							
0				6								
1	4			7	4							
2				8	5							
3					6							
0				9	6							
1	5			10	7							
2					8	5						
3					9	6						
0				12	9	6						
1	6				10	7						
2					11	8						
3					12	9	6					
0					12	9						
1	7				13	10	7					
2					14	11	8					

3 Schemata für mögliche Mechanismen

3.1 Freiheitsgrad 0

In der Tabelle 1 finden sich bei Aufbau unter Verwendung von Gelenken mit je einem Freiheitsgrad folgende Lösungen:

- $n=3$ $g=3$
- $n=5$ $g=6$
- $n=7$ $g=9$
- $n=9$ $g=12$ usw.

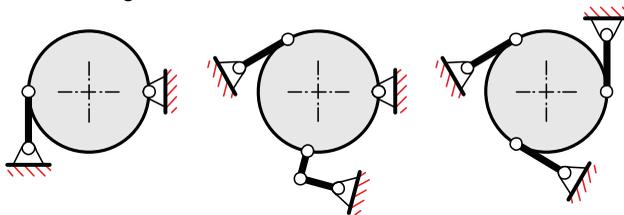


Abb. 2: Fixierung in der Ebene. Anordnungen mit drei, fünf und sieben Gliedern. Das Gestell ist jeweils als ein Glied mitzuzählen. Alle Teilgelenke haben einen Drehfreiheitsgrad.

3.2 Freiheitsgrad 1

Aus der Tabelle 1 können bei ausschließlicher Verwendung von Gelenken mit einem Freiheitsgrad folgende Lösungen gefunden werden:

- $n=2$ $g=1$ (Drehung)
- $n=4$ $g=4$ (z.B. Gelenkviereck)
- $n=6$ $g=7$ usw.

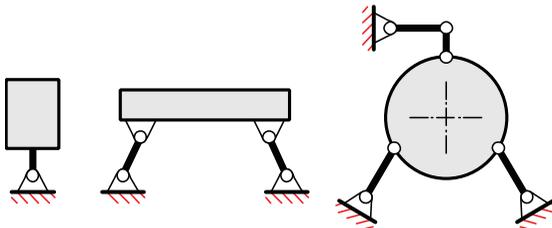


Abb. 3: Anordnungen mit einem Freiheitsgrad.

3.3 Freiheitsgrad 2

Aus der Tabelle 1 lassen sich für den Gesamtfreiheitsgrad folgende Aufbau-
prinzipien entnehmen:

- $n=3$ $g=2$
- $n=5$ $g=5$
- $n=7$ $g=8$ usw.

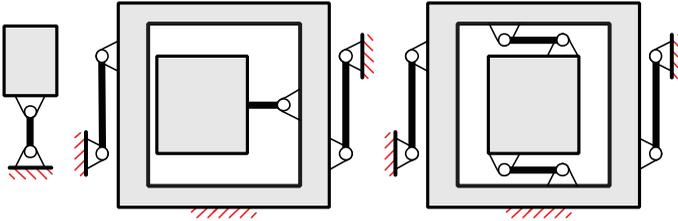


Abb. 4: Anordnungen mit zwei Freiheitsgraden

3.4 Freiheitsgrad 3

Tabelle 1 liefert für $F=3$ die folgenden Möglichkeiten:

- $n=4$ $g=3$
- $n=6$ $g=6$
- $n=8$ $g=9$ usw.

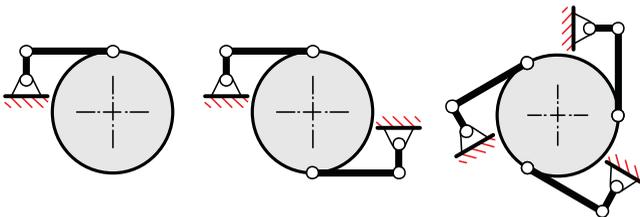


Abb. 5: Anordnungen mit drei Freiheitsgraden. Hebelsysteme der hier gezeigten Art können in beliebiger Anzahl hinzugefügt werden, ohne dass sich am Gesamtfreiheitsgrad etwas verändert. Man verwendet solche Gelenke, um die Funktionsteile in der Ebene zu fixieren, ohne ihre Bewegungsmöglichkeiten in der Ebene zu beeinträchtigen.

Abb. 5 zeigt Anordnungen, die lediglich den Verbleib in der Ebene sichern, ohne dass Verschiebbarkeit und Verdrehbarkeit eingeschränkt werden.

Hebelpaare dieser Art können in beliebiger Zahl eingesetzt werden. Der Freiheitsgrad des Funktionsteils in der Ebene verändert sich dadurch nicht.

4 Fragen der Auslegung

Fertigungsfehler

Fehler sind einerseits durch Fertigungstoleranzen verursacht, indem geforderte Gelenkpositionen am falschen Ort vorgefunden werden, und indem z.B. Erodierschnitte nicht senkrecht zur Bezugsebene geführt sind. Für die hier gewählte Art der Betrachtung, bei der die Bewegungen wie auch die Fertigungsfehler klein sind, entstehen nur kleine Funktionsfehler von zweiter Ordnung. Das gilt also auch für Bewegungen aus der Ebene heraus.

Geometriefehler

Im Falle von approximierten Bewegungsabläufen sind die Abweichungen von der idealen Geometrie als systematisch zu betrachten wie z.B. bei der Getriebegeradführung, der Drehpunkterzeugung mittels Gelenkvierecks (z.B. Abb. 6, 7 und 8) oder dem ebenen Kreuzfedergelenk (cartwheel hinge). Auch die Biegung des geraden Balkens liefert keinen exakten Drehpunkt, sondern eine Abrollbewegung zwischen Rastpolbahn und Gangpolbahn [8]. Solche Abweichungen sind bei Konstruktion und Verwendung zu berücksichtigen.

Werkstoffe [2]

Bei einem einseitig eingespannten Balken (cantilever beam) entsteht durch Belastung mit Kraft oder Moment eine Absenkung f und eine Neigung α . Im einfachsten Fall berechnet man die Verhältnisse mit den Mitteln der elementaren Balkentheorie. Der zulässige Biegewinkel ergibt sich zu

$$\alpha_{zul} = \frac{\sigma_{zul}}{E} \cdot H$$

σ_{zul} zulässige Spannung im Werkstoff, z.B. $R_{p0,2}$

E E-Modul

H dimensionslose Größe, die von Form und Dimension abhängig ist

Der Quotient aus zulässiger Spannung und E-Modul ist ein Maß für den Biegewinkel, der solchen Anordnungen abverlangt werden kann. Hochfeste Kunststoffe weisen große Werte dieses Quotienten auf, sind aber für präzise Anordnungen wegen der geringen Langzeit-Dimensionsstabilität meist nicht einsetzbar.

Belastbarkeit

Längsbelastung durch Zug oder Druck ist analog zur Biegebelastung behandelbar, ggf. auch unter Berücksichtigung der Dauer-Wechselbeanspruchung. Im Falle von Weltraumprojekten muss bei der Testung und beim Raketenstart mit i.allg. mindestens 20 g rms gerechnet werden, allerdings im begrenzten Zeitintervall. Daneben muss gegen Knickung ausreichend dimensioniert werden, entweder durch Versteifung oder durch Beschränkung des Bewegungsbereichs.

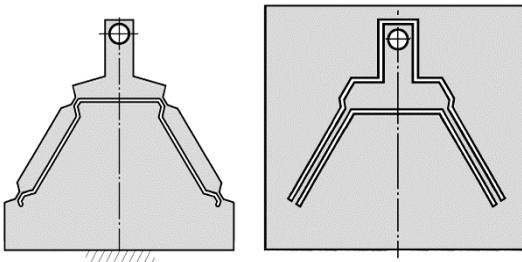


Abb. 6: Maßnahmen gegen Knicken

Kreuzfederanordnungen haben den Vorteil, dass neben der geringeren örtlichen Variabilität des Momentanpols die effektive Knicklänge auf bis zu 50% verringert wird. Das echte Kreuzfedergelenk wird hier wegen der Beschränkung auf ebene Anordnungen nicht behandelt, wohl aber ist hier das „Wagenradgelenk“ (engl. cartwheel hinge) zu erwähnen [8].

elastische Rückwirkung

Benötigt man eine bestimmte Tragfähigkeit F und möchte gleichzeitig eine kleine Federkonstante c realisieren, dann gibt es die Möglichkeit der Parallelanordnung mehrerer Gelenke mit geringerer Federsteifigkeit, aber großer Gesamtlängskraft. Bei sonst gleicher Geometrie ist ein Biegebalken doppelter Dicke bekanntermaßen vierfach steifer als zwei parallele solche von nur einfacher Dicke.

Gestaltfestigkeit

Mit Rücksicht auf die Gestaltfestigkeit sind plötzliche Formübergänge zu vermeiden. Daraus ergeben sich z.B. spezielle Anforderungen an Einspannstellen (Ausrundungen, filleted corners), die besonders neuerdings in zahlreichen Arbeiten behandelt worden sind (s. z.B. [5], [6], [7]). Ferner müssen hochbelastete Bauteilbereiche besonders glatt gestaltet werden. Erodierete Schnittkanten sind durch Mehrfachschnitte besonders fein auszuführen. Weitere Maßnahmen sind das nachträglich Ätzen der Schnittkanten und das Polieren. Das Erodieren beeinträchtigt die Werkstoffstruktur an den Schnittkanten. Ggf. muss gefräst oder geätzt werden. Bei spanender Herstellung sollte die Bearbeitungsrichtung senkrecht zur Biegungsachse verlaufen. Aus Sicht der Gestaltfestigkeit ist das Ätzen aus dem Vollen ideal. Bei derart hergestellten Teilen ist die Dauerwechselfestigkeit u.U. gleich der statischen Festigkeit, die Wöhlerkurve ist in diesem Fall eine von der Lastwechselzahl unabhängige Konstante. Bei zusammengesetzten Anordnungen (Abb. 7 rechts) unter Verwendung von feingezogenem Draht oder feingewalzten Blechen bzw. Folien ist bei beabsichtigter hoher Belastung sorgfältig auf Kratzerfreiheit zu achten.

5 Fragen der Herstellungstechnologie

Heute ist es verbreitete Praxis, Festköpfergelenkanordnungen durch Draht-erodieren herzustellen. Das hat eine Reihe bekannter Vorteile und einige weniger bedachte Nachteile: Die Funkenerosion erzeugt Veränderungen der Kristallstruktur an den Schnittflächen, was für hochbeanspruchte Baueinheiten kritisch ist.- In den Schnittflächen entsteht loser Abbrand, der schwer zu beseitigen ist und im Reinraum stören kann.- Bei der Erosion in dickeres Material kann nicht mit höchsten oder optimal angepassten Werkstofffestigkeiten gerechnet werden. Massives Material lässt sich nicht bis zu höchsten Festigkeiten härten und auch nicht kaltverformen. 20 µm dicke Stege bei Festigkeiten über vielleicht 2000 N/mm² lassen sich m.W. z.Z. besser in zusammengesetzte Anordnungen einbringen.- Andererseits sind Gelenke für Großgeräte mit Abmessungen von etlichen Dezimetern durch Erodieren nicht besonders wirtschaftlich herstellbar. Es gibt also nach wie vor Anwendungen, bei denen wie in den alten Zeiten mit Schrauben und Klemmplatten gearbeitet wird. Manche Probleme lassen sich durch Laserschweißung lö-

sen, wenn man belastete Bereiche von den Schweißstellen fernhält. Das Bildtripler Abb.7 zeigt das Prinzip.

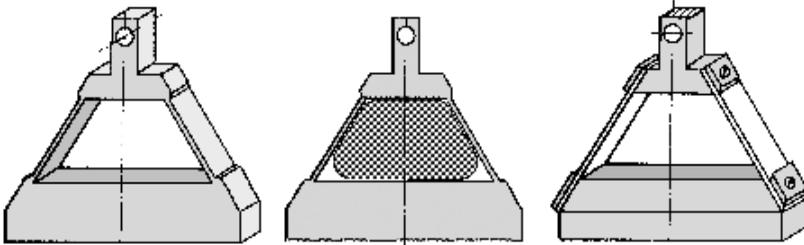


Abb.7: Links monolithisches erodiertes Gelenkviereck. Das herausfallende Mittelstück beeinträchtigt den Fertigungsablauf. Mitte: Das Werkstück ist vorbearbeitet. Der schraffierte Teil ist vor Beginn des Erodierprozesses herausgefräst. Die nun beim Erodieren herausfallenden Abfallstückchen verkleben sich nicht mit dem Erodierdraht. Rechts: die Anordnung ist aus mehreren Teilen zusammengesetzt. Dadurch kann für die stark beanspruchten Gelenke hochfestes Material verwendet werden, z.B. Federstahlfolie. Für die Abbildungen wurde eine Darstellung bei Kruger [4] verwendet.

Die folgende Abb. 8 zeigt Schritte zur technologischen Optimierung eines einfachen 2D-Parallelogramms. Das linke Teilbild demonstriert eine Anordnung, die für das Erodieren sehr ungünstig ist. Das innere Teil kann sich beim Herausfallen mit dem Erodierdraht verkleben, wodurch Werkstück und Maschine beeinträchtigt werden. Das Bild in der Mitte ist z.B. durch Fräsen vorbearbeitet. Die nun noch beim Erodieren abfallenden Reste können ohne Beeinträchtigung des Maschinenlaufs in die Spülmittelwanne fallen. Rechts ist eine zusammengesetzte Baugruppe dargestellt. Hier hat man den Vorteil, hoch leistungsfähigen Werkstoff für die Gelenke verwenden zu können. Die Verbindung, die hier mit Schrauben und Beilageplatten angedeutet ist, bereitet u.U. Probleme. Zur Erreichung hoher Reproduzierbarkeitswerte kann man die Gelenkbleche verstiften, ggf. unter Verwendung spezieller Werkzeuge für besonders harte Werkstücke. Günstig sind Verbindungen durch Laserschweißnähte, die allerdings von den hochbelasteten Bereichen ferngehalten werden müssen.

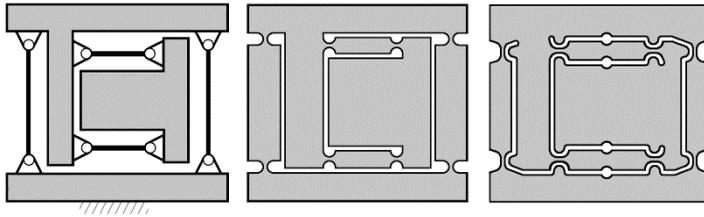


Abb. 8: Zur technologisch richtigen Gestaltung eines 2-D-Parallelogramms. Links das angezielte Funktionsschema. Mitte: Erster Entwurf für die Schnittführung. Rechts: optimierter Entwurf.

Die Bilder zur technologisch günstigen Gestaltung (Abb. 8) zeigen zunächst die Funktionsskizze (links), dann einen Schnittentwurf, der noch Nachteile hat: Es entstehen die erwähnten, bei den Erodierern ungeliebten losen Kleinteile, die die ununterbrochene Überwachung des Prozesses erfordern, weil ggf. der Draht beim Verkanten der losen Teile eingeklemmt werden kann. Die Gelenkformen sind vermutlich nicht optimal ([5], [6]), und das gesamte bewegliche System wird mit zunehmender Schnittlänge instabil und schwingt unter der Wirkung des Spülstrahls. Im rechten Bild sind die wesentlichen Mängel beseitigt. Die dargestellten Löcher sind keine Startlöcher, sondern an diesen Stellen bleibt die Platte unerodiert. Nach Abschluss des Erodiervorgangs wird der gesamte Schnitt mit einem warm zu verarbeitenden Kitt gefüllt. Nach dem Festwerden fräst oder bohrt man an den gekennzeichneten Stellen die nicht erodierten Stellen auf. Danach wird der Kitt mit Wärme und/oder Lösungsmittel (z.B. Azeton) beseitigt. Nach ausgiebiger Reinigung (Schnitte evtl. z.B. mit Zahnseide) ist das Teil einbaufertig [11].

Die Erodierer neigen dazu, ihre Teile zwecks schöneren Aussehens mit Glaskugeln oder Korund zu strahlen. Bei hochbeanspruchten Teilen ist das wegen der entstehenden unregelmäßigen Oberflächenspannungen abzuraten, außerdem bleibt oft Pulver in den Schnitten hängen. Ferner sollten beanspruchte Gelenkbereiche mehrfach mit geringsten Abträgen nachgeschnitten werden (Feinschnitt). Dazu braucht es ein wenig Schnittbreitenreserve, die vom Konstrukteur zu berücksichtigen ist. Startlöcher kann man bei der Vorfertigung der zu erodierenden Teile einbringen. Die Löcher lassen sich auch erodieren. Bei großen Anzahlen kann das Gegenstand ökonomischer Optimierung sein.

Literatur

- [1] Artoboljevskij, I.I.: *Mechanismen in der modernen Technik* (russ.). Moskau: Verlag „Nauka“ (Wissenschaft). 5 Bände. 1970 ... 1976
- [2] Bernst, Reinhard: *Werkstoffe im Wissenschaftlichen Gerätebau*. Leipzig: Akad. Verlagsges. Geest & Portig. 1975
- [3] Grübler, Martin: *Getriebelehre. Eine Theorie des Zwanglaufs und der ebenen Mechanismen*. Berlin: Verlag Julius Springer. 1917
- [4] Kruger, M. Ja. et al.: *Handbuch des Konstrukteurs optisch-mechanischer Geräte* (russ.). Leningrad: Verlag „Maschinenbau“. 1968
- [5] Linß, S.; Erbe, T.; Theska, R.; Zentner, L.: The Influence of asymmetric flexure hinges on the axis of rotation. *56th International Scientific Colloquium. Ilmenau University of Technology, 12-16 September 2011. URN (paper): urn:nbn:de:gbv:ilml-2011iwk-006:6*
- [6] Linß, S.; Erbe, T.; Zentner, L.: Design and simplified manufacturing of large-deflective flexure hinges based on polynomial contours. *56th Internat. Scientific Colloquium. Ilmenau University of Technology, 12-16 September 2011. URN (paper): urn:nbn:de:gbv:ilml-2011iwk-005:9*
- [7] Lobontiu, Nicolae: *Compliant Mechanisms. Design of Flexure Hinges*. Boca Raton, Fla., USA: CRC Press. 2003
- [8] Lotze, Werner: *Die ebene Kinematik von Biegefeder-Aufhängungen*. Diss. TU Dresden. 1965
- [9] Lotze, Werner: Berechnung von Biegefeder-Systemen mit Hilfe konzentrierter Ersatzelemente. *Feingerätetechnik* (Berlin/Ost) **17**(1968) H.10 S.440-448
- [10] Schöppach, Armin: Lagerung genauer optischer Komponenten. *Jenaer Jahrbuch zur Technik- und Industriegeschichte (JJB)* **14**(2011) 85-139
- [11] Steinbach, Manfred: Maskenhalter für die Ionenstrahl-Lithographie. In: *Festschrift Manfred Schilling*. Ilmenau: Technische Universität. 1999. S.19-23
- [12] Steinbach, Manfred: Fixierung von Präzisionsbauteilen. Optikkassungen und Plattenlagerungen. *JJB* **14** (2011) 141-222
- [13] Tschebyschew, Pafnutij Lwowitsch: Über Parallelogramme (russ.). *Publikationen der ersten Versammlung der russischen Naturwissenschaftler* (1.-11.9.1869). Abt. Technik und praktische Mechanik. 1870, S. 9-30