



universitätsverlag  
ilmenau

---

*Hartmann, Lars; Uhlig, René; Zentner, Lena:*

**Analytische und messtechnische Untersuchungen zum  
Schwingungsverhalten von Zungenventilen in  
Membranverdichtern**

**URN:** urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012100142-045-6

**URL:** <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012100142-045-6>

---

***Erschienen in:***

Mechanismentechnik in Ilmenau, Budapest und Niš : Technische Universität Ilmenau, 29. - 31. August 2012. - Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2012. - S. 45-54. (Berichte der Ilmenauer Mechanismentechnik ; 1)

ISSN: 2194-9476

ISBN: 978-3-86360-034-1 [Druckausgabe]

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012100142

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012100142>

Universitätsverlag Ilmenau, 2012

<http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag/>

# **ANALYTISCHE UND MESSTECHNISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUM SCHWINGUNGSVERHALTEN VON ZUNGENVENTILEN IN MEMBRANVERDICHTERN**

*Lars Hartmann\*, René Uhlig\*, Lena Zentner\**

\* Technische Universität Ilmenau, Fachgebiet Mechanismentechnik

## **Kurzfassung**

In diesem Beitrag wird das Schwingungsverhalten von Zungenventilen, die in Membranverdichtern eingesetzt werden, untersucht. Durch mechanische Modellbildung, analytische Ansätze und Berechnungen sowie messtechnische Untersuchungen wird das grundlegende dynamische Systemverhalten erforscht. Alle Untersuchungen verfolgen das Ziel Erkenntnisse zu gewinnen, um die Leistung eines Membranverdichters zu steigern.

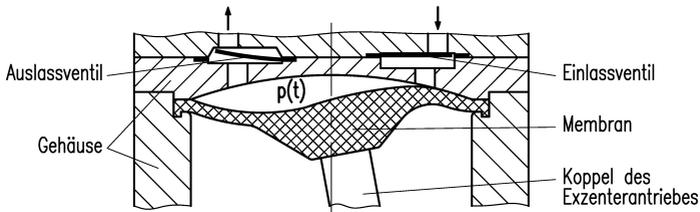
## **Abstract**

The present paper investigates in the vibration behavior of reed valves in diaphragm compressors. Using mechanical models, analytical computations and metrological methods the fundamental dynamic system behavior can be studied. All of these investigations are used to get information and knowledge about how to make a diaphragm compressor more efficient.

## **1. Einleitung und Problemstellung**

In vielen Industriebereichen werden zur Förderung von Gasen und Dämpfen Membranverdichter (vgl. Abb. 1) eingesetzt. Eine Membran aus reißfestem, hochelastischem und oft chemieresistentem Material trennt das Fördermedium vom Antrieb ab, so dass ein hermetischer (leckfreier) Verdichter für ag-

gressive Medien entsteht. Durch die Verwendung von druckbetätigten schmierungsfreien Zungenventilen als Einlass- und Auslassventile erfolgt eine gerichtete Verdichtung. In der Regel wird die Membran durch einen mechanischen Exzenterantrieb ausgelenkt und infolge der Verwölbung stark beansprucht.



**Abb. 1:** Schematische Darstellung einer Membranpumpe [1]

Die Erhöhung der Verdichterleistung, d. h. die Steigerung des Wirkungsgrades kann einerseits durch die Vergrößerung des Kolbenhubes und andererseits durch eine Drehzahlerhöhung erreicht werden. Ein großer Kolbenhub führt zu einer erhöhten Beanspruchung der Membran durch Walken und verringert dadurch die Lebensdauer infolge der großen wirkenden Spannungen und Dehnungen. Wie in [2] beschrieben wird, werden Leistungsverluste durch eine verzögerte Öffnung des Einlass- und Ausstoßventils sowie durch Rückströmungseffekte hervorgerufen. Die Leistung eines Membranverdichters wird demnach vom Ansprech- und Schwingungsverhalten der gasstrombetätigten Zungenventile maßgeblich beeinflusst.

Für eine Leistungssteigerung durch Drehzahlerhöhung muss das Schwingungsverhalten von Zungenventilen genauer betrachtet werden. Dabei werden mechanische Modelle analytisch berechnet und messtechnische Methoden angewendet.

## 2. Material und Methoden

### 2.1. Modellbildung und analytische Untersuchung

Die Schwierigkeit der Modellierung liegt in der gekoppelten Betrachtung einer kompressiblen Gasströmung und dem Schwingungsverhalten des Ventils, der sogenannten Fluid-Struktur-Interaktion. Die elastischen Ventilkörper sind an ihrem Umfang im Ventilkopf befestigt und dichten mit der

Dichtfläche den Einlass- bzw. Auslasskanal ab. Im Betrieb entstehen durch die Bewegung der Membran Druckdifferenzen, die die Ventile zu erzwungenen Schwingungen anregen.

Zur Veranschaulichung des grundlegenden Systemverhaltens werden Modelle mit folgenden Annahmen und Vereinfachungen erstellt:

- Strömungsgeschwindigkeit des Gases im Zylinder entspricht der Kolbengeschwindigkeit,
- Membranbewegung wird als Schubbewegung eines Kolbens in einem Zylinder betrachtet,
- Kompression der Strömung wird vernachlässigt,
- Dämpfungseffekte werden vernachlässigt,
- Kontakte und Prellvorgänge werden nicht betrachtet und
- die lineare Balkentheorie nach Bernoulli-Euler wird angewendet.

### Belastungsfunktion

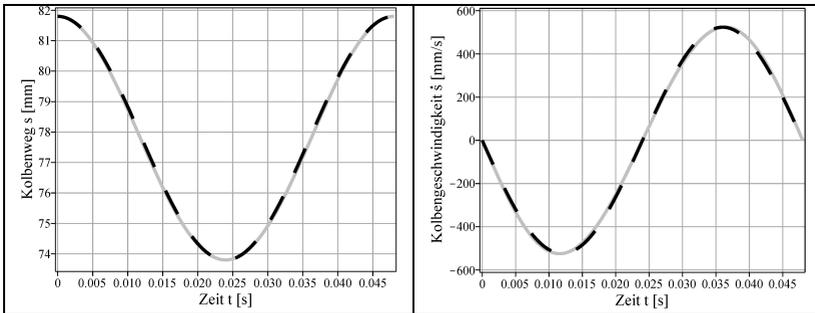
Für einen Schubkurbelmechanismus können Kolbenweg  $s$  und Kolbengeschwindigkeit  $\dot{s}$  (Strömungsgeschwindigkeit) mit Hilfe der Übertragungsfunktion berechnet werden. Zu Vereinfachung der weiteren Berechnungen wird für  $l \gg R$  die folgende Approximation der exakten Übertragungsfunktion verwendet wobei  $l$  der Koppellänge,  $R$  der Kurbellänge und  $\Omega$  der Antriebswinkelgeschwindigkeit entspricht.

$$\begin{aligned} s(t) &= L + R \cos(\Omega t) \\ \dot{s}(t) &= -R \Omega \sin(\Omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

Die Abb. 2 zeigt den Vergleich der exakten und der approximierten Weg-Zeit- bzw. Geschwindigkeit-Zeit-Verläufe des Kolbens einer Schubkurbel für eine Drehzahl von 1250 U/min ( $\Omega \approx 131$  1/s), eine Kurbellänge von 4 mm, und eine Koppellänge von 77,8 mm. Aus der Strömungsgeschwindigkeit lassen sich für eine inkompressible Strömung der Druck im Zylinder und die wirksame Kraft auf das Ausstoßventil bestimmen:

$$F(t) = p(t) A_p = \frac{1}{2} \rho_G \dot{s}^2 A_p \approx \frac{1}{2} \rho_G R^2 \Omega^2 \sin^2(\Omega t) A_p . \quad (2)$$

Mit Gleichung (1) kann eine Abschätzung für die auf das Auslassventil wirkende Erregerkraft in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  mit den Parametern Gasdichte  $\rho_G$  und druckbelasteter Ventilfläche  $A_p$  angegeben werden.



**Abb. 2:** exakter ( ——— ) und approximierter ( - - - - ) Weg-Zeit- und Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf für einen Schubkurbelmechanismus

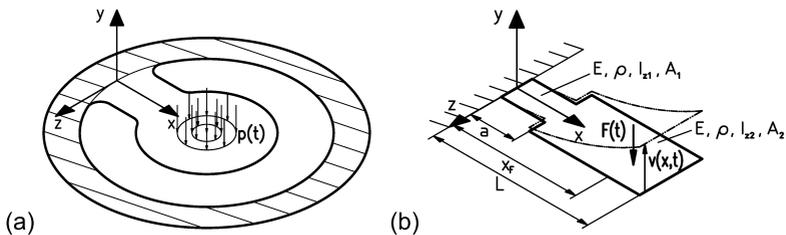
### Bewegungsgleichung

Für die erzwungenen Biegeschwingungen eines Balkens mit veränderlicher Querschnittsfläche  $A(x)$  und veränderlichem äquatorialem Flächenträgheitsmoment  $I_z(x)$ , hervorgerufen durch die verteilte Last  $f(x, t)$  (Abb. 3 (a)) gilt nach [3] die folgende Schwingungsdifferentialgleichung:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E I_z(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right) + \rho A(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (3)$$

Da die Lösung dieser Gleichung (3) nur unter erhöhtem mathematischem Aufwand möglich ist, werden zwei Annahmen getroffen, die zu einer erleichterten Berechnung führen:

1. zwei stückweise konstante Querschnitte des Balkens (Abb. 3 (b)),
2. Belastung durch die Einzellast  $F(t)$  an der Stelle  $x = x_F$ .



**Abb. 3:** (a) am Umfang eingespanntes druckbelastetes Zungenventil;  
(b) Balkenmodell mit zwei stückweise konstanten Querschnitten

Durch Anwendung der Heaviside- und Dirac-Funktion können die beiden getroffenen Annahmen (Querschnitt und Belastung) mathematisch formuliert werden:  $I_z := I_{z1} + (I_{z2} - I_{z1}) \Theta(x - a)$  und  $A := A_1 + (A_2 - A_1) \Theta(x - a)$ . Mit den Annahmen und einer verkürzten Darstellung der partiellen Ableitungen ( $\partial^4 v(x, t) / \partial x^4 =: v''''(x, t)$  und  $\partial^2 v(x, t) / \partial t^2 =: \ddot{v}(x, t)$ ) folgt aus Gleichung (3):

$$E I_z v''''(x, t) + \rho A \ddot{v}(x, t) = \frac{1}{2} \rho_G R^2 A_p \Omega^2 \sin^2(\Omega t) \delta(x - x_F). \quad (4)$$

Die homogene Lösung dieser inhomogenen partiellen Differenzialgleichung vierter Ordnung mit konstanten Koeffizienten liefert die Eigenkreisfrequenzen und die Eigenformen der Biegeschwingung eines Balkens. Das Schwingungsverhalten im eingeschwungenen Zustand wird durch die partikuläre Lösung beschrieben.

### Lösung der homogenen Bewegungsgleichung

Zur Lösung der homogenen Differenzialgleichung kann der Separationsansatz nach Bernoulli herangezogen werden. Durch Einsetzen der Separation  $v(x, t) = X(x)T(t)$  in die homogene Gleichung von (4) folgt unter Verwendung eines konstanten Separationsparameters  $-\omega^2$  folgende Gleichung:

$$-k^4 \frac{X''''(x)}{X(x)} = \frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = -\omega^2 \quad \text{mit} \quad k^4 = \frac{E I_{z1}}{\rho A_1}. \quad (5)$$

Für jeden der beiden Balkenabschnitte können aus Gleichung (5) zwei gewöhnliche Differenzialgleichungen gewonnen werden, deren Lösungen wie folgt aussehen (Abschnitt I:  $0 < x < a$ ; Abschnitt II:  $a < x < L$ ):

$$\begin{aligned} X_I(x) &= c_{I1} \sin(\lambda_I x) + c_{I2} \cos(\lambda_I x) + c_{I3} \sinh(\lambda_I x) + c_{I4} \cosh(\lambda_I x) \\ X_{II}(x) &= c_{II1} \sin(\lambda_{II} x) + c_{II2} \cos(\lambda_{II} x) + c_{II3} \sinh(\lambda_{II} x) + c_{II4} \cosh(\lambda_{II} x) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} T_I(t) &= d_{I1} \sin(\omega t) + d_{I2} \cos(\omega t) \\ T_{II}(t) &= d_{II1} \sin(\omega t) + d_{II2} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (7)$$

Für den in Abb. 3 (b) dargestellten einseitig eingespannten Balken gelten folgende Rand- und Übergangsbedingungen:

Randbedingungen	Übergangsbedingungen		
$v_I(0, t) \equiv 0$	$v_I(a, t) \equiv v_{II}(a, t)$	$\forall t > 0$	(8)
$v'_I(0, t) \equiv 0$	$v'_I(a, t) \equiv v'_{II}(a, t)$		
$v''_{II}(L, t) \equiv 0$	$I_{z1} v''_I(a, t) \equiv I_{z2} v''_{II}(a, t)$		
$v'''_{II}(L, t) \equiv 0$	$I_{z1} v'''_I(a, t) \equiv I_{z2} v'''_{II}(a, t)$		

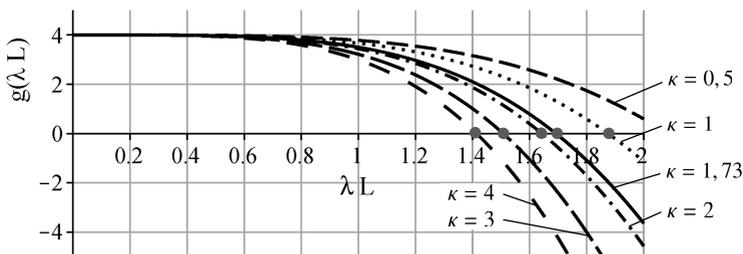
Da die Rand- und Übergangsbedingungen für alle Zeiten  $t$  gelten müssen, kann Gleichung (6) zur Auswertung herangezogen werden. Aus dem Eigenwertproblem entsteht eine charakteristische Gleichung  $g(\lambda L) = 0$ , die im Ergebnis die Eigenwerte  $\lambda_I$  und  $\lambda_{II}$  respektive die Eigenformen  $X_I(x)$  und  $X_{II}(x)$  für die freie Schwingung des Systems liefert. Obwohl für einen abgesetzten Balken mit  $A_1, I_{z1}$  und  $A_2, I_{z2}$  aus homogenem Material ( $E, \rho$ ) zwei Eigenwerte existieren, schwingen beide Abschnitte und somit auch der gesamte Balken mit einer Eigenfrequenz. Ohne Beweis wird die Beziehung für die Eigenkreisfrequenzen angegeben [3]:

$$\omega_i = \lambda_{II}^2 \sqrt{\frac{E I_{z1}}{\rho A_1}} = \lambda_{II}^2 \sqrt{\frac{E I_{z2}}{\rho A_2}} \quad i = 1 \dots \infty . \quad (9)$$

Unter der Annahme von zwei rechteckförmigen Querschnittsflächen mit konstanter Höhe  $h$  (Breite  $b_1$  und  $b_2$ ) sind die Eigenwerte für beide Balkenabschnitte gleich, so dass gilt  $\lambda_{II} = \lambda_{II} = \lambda_i$ . Mit den bekannten Beziehungen  $I_{z1} = b_1 h^3 / 12$  und  $A_1 = b_1 h$  folgt aus (9) für die erste Eigenkreisfrequenz:

$$\omega_1 = \lambda_{I1}^2 \sqrt{\frac{E I_{z1}}{A_1 \rho}} = \lambda_1^2 \sqrt{\frac{E h^2}{12 \rho}} . \quad (10)$$

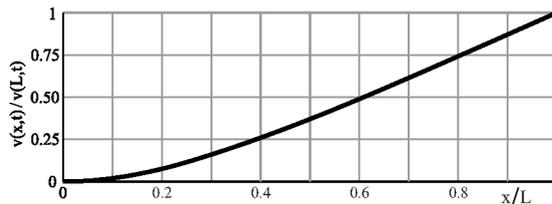
In Abhängigkeit von zwei neu definierten Parametern  $\kappa := I_{z2}/I_{z1}$  und  $\xi := L/a$  sowie der Balkenlänge  $L$  wird der Eigenwert  $\lambda_1$  berechnet. Die Abb. 4 zeigt den Funktionsverlauf des charakteristischen Polynoms  $g(\lambda L)$  für  $\xi = 4$  und verschiedene Werte  $\kappa$ . Der Schnittpunkt der Kurven mit der Abszisse definiert den ersten Eigenwert, der für  $\kappa = 1,73$  mit  $\lambda_1 = 1,6922/L$  angegeben werden kann.



**Abb. 4:** Funktionsverlauf des charakteristischen Polynoms  $g(\lambda L)$

Die Eigenkreisfrequenz  $\omega_1$  wird im konkreten Fall ( $h = \text{const.}$ ) nicht direkt durch die Breite  $b_2$  und  $b_1$ , sondern nur von deren Verhältnis ( $\kappa$ ) beeinflusst.

Für ein Zungenventil aus PEEK (Polyetheretherketon) mit den Materialkennwerten  $E = 3200 \text{ N/mm}^2$  und  $\rho = 1,32 \text{ g/cm}^3$  sowie den Abmessungen  $h = 0,2 \text{ mm}$  und  $L = 13,8 \text{ mm}$  ist die erste Eigenkreisfrequenz  $\omega_1 = 1351,66 \text{ 1/s}$ . Eine Simulation des dargestellten Problems mit dem FEM-Programm ANSYS® liefert  $\omega_{1 \text{ FEM}} = 1351,64 \text{ 1/s}$  und verifiziert damit die analytischen Berechnungen. Die erste Eigenform (Mode) der Biegeschwingung des betrachteten Balkens verdeutlicht die Abb. 5.



**Abb. 5:** Erste Eigenform der Biegeschwingung des betrachteten Balkens

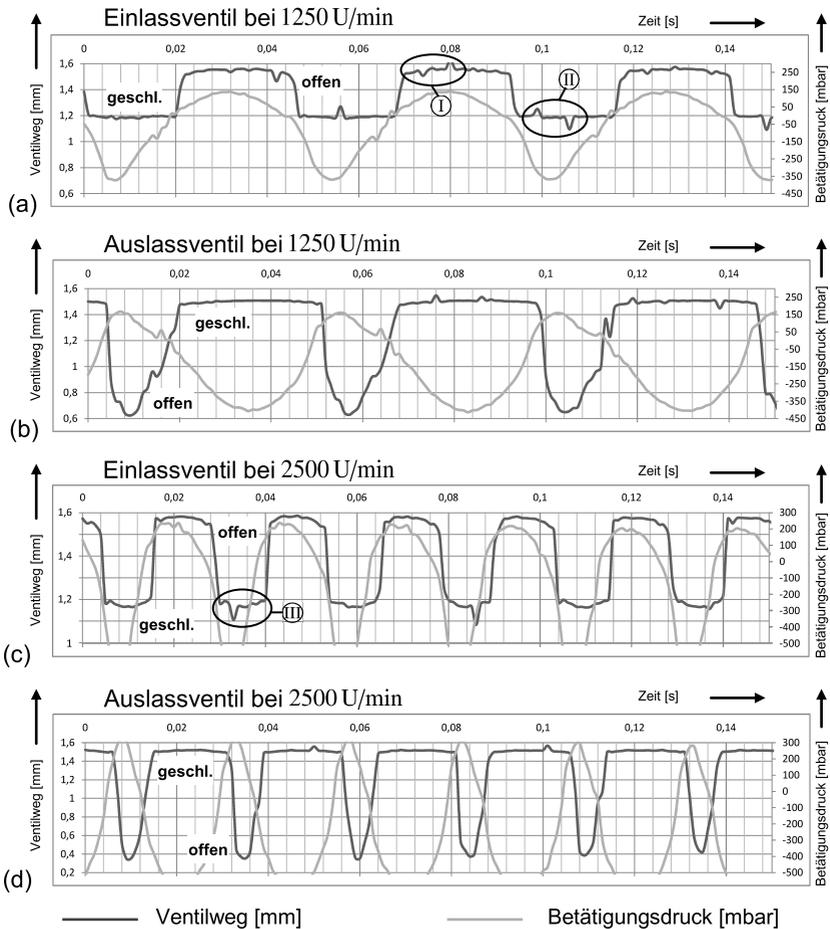
## 2.2. Messtechnische Untersuchungen

Damit eine messtechnische Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Zungenventilen in Membranverdichtern erfolgen kann, wurde ein Messstand konzipiert. Mit diesem Messstand erfolgt eine Erfassung des Schwingungsverhaltens im zeitlichen Kontext (Ventilweg) und der System- bzw. Prozessparameter, wie Drehzahl, Drehwinkel und Druck. Die Winkel- und Drehzahlmessung erfolgt über einen berührungslosen Drehwinkelsensor. Zur Druckmessung stehen drei piezoresistive Drucksensoren zur Verfügung. Mit Hilfe von zwei Triangulations-Lasersensoren wird der Ventilweg erfasst. Über eine LabVIEW-Programmierung wird die Signalerfassung und Datenverarbeitung vorgenommen.

Die Diagramme (a) bis (d) in Abb. 6 veranschaulichen den Ventilweg und den Betätigungsdruck jeweils für das Ein- und Auslassventil zu Beginn des Evakuierungsvorganges.

Die Öffnungszeit des Einlassventils ist im Vergleich zur Schließzeit bei 1250 U/min und 2500 U/min gleichlang. Bei einer Drehzahl von 1250 U/min dauert ein vollständiger Öffnungs- und Schließvorgang etwa 0,048 s. Diese Periodendauer ist gleichbedeutend mit einer Kreisfrequenz von 131,9 1/s, was fast exakt der Erregerfrequenz (Drehzahl) entspricht. Auch bei 2500 U/min öffnet und schließt das Einlassventil mit der Erregerfrequenz.

Mit der im Abschnitt 2.1 berechneten Eigenkreisfrequenz des Zungenventils ( $\omega_1 = 1351,66 \text{ 1/s}$ ) kann das Abstimmungsverhältnis  $\eta := \Omega/\omega_1$  berechnet werden. Für die beiden untersuchten Drehzahlen (1250 U/min und 2500 U/min) ist das Abstimmungsverhältnis kleiner als eins, so dass von einer unterkritischen Anregung gesprochen werden kann. Der Ventilweg des Einlassventils beträgt zu Beginn des Evakuierungsvorganges ca. 0,35 mm.



**Abb. 6:** Ventilweg und Betätigungsdruck für Ein- und Auslassventil bei verschiedenen Drehzahlen (1250 U/min und 2500 U/min)

Im Gegensatz zu dem Einlassventil ist das Auslassventil länger geschlossen als geöffnet. Trotzdem ist die Periodendauer für einen vollständigen Öffnungs- und Schließzyklus des Auslassventils identisch zu der des Einlassventils. Damit ist auch die Eigenkreisfrequenz identisch, so dass auch hier von einer unterkritischen Anregung gesprochen werden kann. Der Ventilweg des Auslassventils ist mit etwa 0,85 mm größer als der Ventilweg des Einlassventils mit ca. 0,35 mm.

Die Ventilbewegung ist immer gleichphasig zur Erregung (Betätigungsdruck), was durch die unterkritische Anregung bedingt wird.

### 3. Schlussfolgerungen

Nach [2] werden Leistungsverluste in Verdichtern mit Zungenventilen vermieden, wenn folgende Richtlinien erfüllt werden:

- Ventil sofort und vollständig öffnet,
- Ventil vollständig offen gehalten wird bis die Durchströmung beendet ist,
- Ventils nicht durch viskose Schmiermittel verklebt (haftet) und
- Ventilbewegungen mit großer Amplitude und Instabilitäten vermieden werden.

Die Auswertung der Diagramme (a) bis (d) in Abb. 6 zeigt deutlich, dass für den betrachteten Verdichter die Richtlinien nach [2] zu Beginn des Evakuierungsvorganges (0 – 0,15 s) erfüllt sind. Auffallend sind das verkürzte Öffnen und das verlängerte Schließen des Auslassventils. In den Diagrammen (a) und (c), die das Schwingungsverhalten des Einlassventils veranschaulichen, können Prellvorgänge des Zungenventils identifiziert werden. Das Prellen wird durch Anschläge im Verdichter hervorgerufen. Bei jedem Prellvorgang wird die Schwingung von einer Störung überlagert. Infolge dessen wird der eingeschwingene Zustand des Zungenventils zerstört und es kommt zu mehrfachen Öffnungs- und Schließbewegungen des Ventils. Ein charakteristisches Bewegungsverhalten für Prellen kann im Diagramm (a) von 0,072 s bis 0,084 s (Ⓐ) und 0,096 s bis 0,108 s (Ⓑ) sowie im Diagramm (c) von 0,03 s bis 0,04 s (Ⓒ) beobachtet werden. Obwohl die Amplituden des Prellens klein sind, können Spalte entstehen, die Rückströmungseffekte zur Folge haben und somit die Verdichterleistung vermindern. Durch konstruktive Maßnahmen kann das Prellen auf ein Minimum gesenkt werden.

Mit Hilfe des Abstimmungsverhältnisses konnte gezeigt werden, dass die verwendeten Ventile im unterkritischen Bereich arbeiten. Bei unterkritischer Anregung sind die zur Auslenkung des Zungenventils erforderlichen Betätigungskräfte um ein Vielfaches größer als im Resonanzbetrieb. Durch die Ausnutzung der Resonanz können die Zungenventile so ausgelegt werden, dass auch bei kleinen Drücken eine große Durchströmungsöffnung entsteht.

#### 4. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird das Schwingungsverhalten von Zungenventilen in Membranverdichtern mit analytischen und messtechnischen Methoden untersucht. Durch die Abbildung des realen Systems auf mechanische Modelle können Eigenkreisfrequenzen und Eigenformen mathematisch exakt berechnet werden. Die Ergebnisse exakten Berechnung wurden mit numerischen Methoden verifiziert werden, liefern aber im Vergleich dazu ein grundlegendes Verständnis zur Theorie der Kontinuaschwingungen. Messtechnische Untersuchungen veranschaulichen das reale Systemverhalten und ermöglichen zusammen mit den theoretischen Ergebnissen Schlussfolgerungen zur Erhöhung der Verdichterleistung.

#### Literatur

- [1] Jousten, Karl (Hrsg.): Handbuch Vakuumtechnik. Wiesbaden: Vieweg, 9., überarbeitete Auflage, 2009, ISBN 9783834801333
- [2] Schutzrecht DE 4117644 C2 (31.07.03), Empresa Brasileira de Compressores. Pr.: BR 02787/90 08.06.90. – Zungenventil für einen Kompressor für Kühlmaschinen
- [3] Inman, Daniel J.: Engineering Vibration. New York: Prentice Hall, 2., illustrierte Auflage, 2001, ISBN 9780137261420
- [4] Schutzrecht DE 4119731 A1 (02.01.92), Empresa Brasileira de Compressores. Pr.: BR 02967/90 19.06.90. – Ventilanordnung für einen hermetisch dichten Kompressor, insbesondere einen Kühlkompressor
- [5] Govindan, Nagarajan, et. al.: Mathematical Modeling and Simulation of a Reed Valve Reciprocating Air Compressor. In: Thermal Science13 (2009), No. 3, S. 47 – 58
- [6] Bukac, Hubert: Understanding Valve Dynamics. International Compressor Engineering Conference at Purdue, July 16-19, West Lafayette Indiana, USA, 2002