

René Reich

**Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung
von Schraubendruckfedern auf Basis
von Umlaufbiegeprüfungen**

Berichte aus dem
INSTITUT FÜR MASCHINEN- UND
GERÄTEKONSTRUKTION (IMGK)

Herausgegeben von
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin (Maschinenelemente),
Univ.-Prof. Dr.-Ing. René Theska (Feinwerktechnik) und
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Weber (Konstruktionstechnik)
aus dem Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK) an der TU
Ilmenau.

Band 26

Diese Reihe setzt die „Berichte aus dem Institut für Maschinenelemente und
Konstruktion“ fort.

Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen

René Reich



Universitätsverlag Ilmenau
2016

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 30. Oktober 2015

1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin,
(Technische Universität Ilmenau)
2. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Mathias Weiß
(Technische Universität Ilmenau)
3. Gutachter: Prof. Dr.rer.nat.habil. Vladimir Kobelev
(Muhr und Bender KG, Attendorn)

Tag der Verteidigung: 03. Mai 2016

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

www.mv-verlag.de

ISSN 2191-8082 (Druckausgabe)

ISBN 978-3-86360-139-3 (Druckausgabe)

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2016000247

Für meine Familie

Geleitwort des Herausgebers

Die Konstruktion von Maschinen und Geräten sowie die zugehörigen Methoden und Werkzeuge sind seit den frühen 1950er Jahren ein profilbildender Schwerpunkt an der Technischen Universität Ilmenau und ihren Vorgängerinstitutionen. Es war daher ein nahe liegender Schritt, dass die drei konstruktiv orientierten Fachgebiete der Fakultät für Maschinenbau – Maschinenelemente, Feinwerktechnik/Precision Engineering, Konstruktionstechnik – im Mai 2008 das Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK) neu gegründet haben. Das IMGK steht in der Tradition einer Kette ähnlicher Vorgängerinstitute, deren wechselnde Zusammensetzung hauptsächlich durch sich über der Zeit ändernde Universitätsstrukturen bedingt war.

Zweck des Institutes ist es, die Kompetenzen und Ressourcen der beteiligten Fachgebiete zu bündeln, um Forschung und Lehre zu verbessern und erzielte wissenschaftliche Ergebnisse gemeinsam in die Fachöffentlichkeit zu tragen.

Ein wesentliches Instrument hierzu ist die Schriftenreihe des Instituts für Maschinen- und Gerätekonstruktion. Sie führt eine erfolgreiche Schriftenreihe des im Jahr 1991 gegründeten unmittelbaren Vorgängerinstitutes IMK (Institut für Maschinenelemente und Konstruktion) fort.

In der Schriftenreihe erscheinen in erster Linie die am Institut entstandenen Dissertationen, daneben werden aber auch andere Forschungsberichte, die in den thematischen Rahmen passen und von allgemeinem Interesse sind, in die Schriftenreihe aufgenommen.

Der vorliegende Band 26 ist als Dissertation am Fachgebiet für Maschinenelemente unter der wissenschaftlichen Betreuung von Professor Ulf Kletzin entstanden.

Die Herausgeber wünschen sich reges Interesse an der Schriftenreihe und würden sich freuen, wenn sie zum fruchtbaren Dialog in Wissenschaft und Praxis beitragen würde.

Ilmenau, im Mai 2016

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin (Maschinenelemente)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. René Theska (Feinwerktechnik)

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Weber (Konstruktionstechnik)

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der TU Ilmenau im Fachgebiet für Maschinenelemente.

Meine Arbeit wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin unterstützt und gefördert. Ihm möchte ich für die Möglichkeit zum Verfassen dieser Arbeit danken. Darüber hinaus danke ich ihm für verschiedene Anregungen, die zum guten Gelingen dieser Arbeit beitragen sowie für die Übernahme des ersten Berichts.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil V. Kobelev möchte ich an dieser Stelle für die Unterstützung verschiedener Forschungsprojekte danken. Durch seine kritischen und konstruktiven Anmerkungen wurden mir alternative Betrachtungsweisen dargelegt, mit deren Hilfe die vorliegende Arbeit inhaltlich abgerundet werden konnte. Neben ihm danke ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. M. Weiß für die Übernahme des Berichts.

Mein Dank gilt auch Frau Dr.-Ing. V. Geinitz, Herrn Dipl.-Ing. P. Beyer, Herrn Dr.-Ing. K. Liebermann, Herrn Dipl.-Ing. R. Lux, Herrn J. Remdt, Herrn Dr.-Ing. Steffen Lutz und Herrn Dipl.-Ing. S. Neudert für ihre Diskussionsbereitschaft und daraus resultierende wertvolle Hinweise für die Erstellung der Arbeit sowie für die Durchführung experimenteller Untersuchungen. Weiterhin möchte ich an dieser Stelle Herrn F. Heinz für die Erstellung der verwendeten Abbildungen und Diagramme danken.

Des Weiteren möchte ich den verschiedenen an Forschungsvorhaben beteiligten Firmen sowie dem Verband der Deutschen Federnindustrie e.V. und dessen Geschäftsführer Herrn Dipl.-Ing. W. Hermann für die Unterstützung danken.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie, die mich stets bis zur Fertigstellung dieser Arbeit unterstützte und meine teilweise physische als auch geistige Abwesenheit während der Bearbeitungszeit tolerierte.

Suhl, Mai 2016

René Reich

Inhalt

Formelzeichen.....	XIII
Abkürzungsverzeichnis	XX
1 Einleitung	1
2 Zielstellung der Arbeit	4
3 Aufbau der Arbeit	6
4 Kenntnisstand	8
4.1 Ermüdung metallischer Werkstoffe	8
4.2 Vorhandene Beanspruchung von Schraubendruckfedern	11
4.2.1 Kenngrößen der dynamischen Beanspruchung.....	12
4.2.2 Analytische Berechnung der Beanspruchung.....	14
4.2.3 Numerische Berechnung der Spannungskennwerte	16
4.2.4 Experimentelle Ermittlung der Spannungskennwerte mittels DMS	17
4.2.5 Beschreibung von Spannungszuständen	17
4.2.5.1 Dreiachsiger (räumlicher) Spannungszustand	18
4.2.5.2 Zweiachsiger (ebener) Spannungszustand	20
4.2.5.3 Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des räumlichen Spannungstensors.....	21
4.2.5.4 Spannungszustände bei der Belastung von Drähten und Schraubendruckfedern	23
4.2.5.5 Vergleichsspannungshypothesen	24
4.3 Zulässige Beanspruchung von Schraubendruckfedern	26
4.3.1 Bestimmung zulässiger Beanspruchungen nach Norm	28
4.3.2 Konzept der lokalen Dauerfestigkeit	30
4.3.2.1 Berücksichtigung von Mittelspannungen	30
4.3.2.2 Berücksichtigung von Eigenspannungen	31
4.3.2.3 Berücksichtigung des Oberflächeneinflusses	33
4.3.3 Schädigungsparameter	34
4.3.3.1 Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper	34
4.3.3.2 Erweiterung des P_{SWT} -Wertes nach Bergmann.....	35
4.3.3.3 Weitere Schädigungsparameter	36
4.3.4 Einflüsse auf die Beanspruchbarkeit.....	37
4.3.4.1 Gefüge und chemische Zusammensetzung des Federstahls.....	37

4.3.4.2	Korrelation zwischen statischen und dynamischen Kennwerten des Werkstoffes	37
4.3.4.3	Veränderung von Materialkennwerten durch den Vergüteprozess und nachgelagerte Wärmebehandlungen	39
4.3.4.4	Oberflächenzustand	40
4.3.4.5	Größeneinfluss	42
4.3.4.6	Formzahlen und Wirkzahlen	50
4.3.4.7	Nichtmetallische Einschlüsse	52
4.4	Eigenspannungen	58
4.4.1	Definition von Eigenspannungen	58
4.4.2	Entwicklung der Eigenspannungen während der Federherstellung.....	58
4.4.2.1	Federwinden	58
4.4.2.2	Wärmebehandlung.....	60
4.4.2.3	Kugelstrahlen.....	61
4.4.2.4	Vorsetzen.....	62
4.4.3	Relaxation von Eigenspannungen durch mechanische Beanspruchung... ..	64
4.5	Mess- und Prüfverfahren	67
4.5.1	Zugprüfung an Drähten	67
4.5.2	Torsionsprüfung an Drähten	68
4.5.3	Härtemessungen	69
4.5.4	Rauheitsmessungen	70
4.5.5	Eigenspannungsmessungen	71
4.5.6	Umlaufbiegeprüfung an Drähten	72
4.5.7	Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern	73
4.6	Auswertung dynamischer Versuche	74
4.6.1	Methoden für den Zeitfestigkeitsbereich	74
4.6.2	Methoden für den Dauerfestigkeitsbereich.....	74
4.7	Zusammenfassung Kenntnisstand	75
5	Methodik.....	77
6	Versuchsplanung.....	81
6.1	Untersuchte Werkstoffe	81
6.2	Untersuchte Drähte und daraus gefertigte Federn	81
6.3	Statische Versuche an Drähten.....	84

6.4	Dynamische Versuche an Drähten und Federn	85
6.5	Verwendete Versuchstechnik.....	86
7	Eigene Untersuchungen	89
7.1	Versuchsdurchführung	89
7.2	Statische Versuche.....	90
7.2.1	Statische Materialkennwerte aus Zugversuchen	90
7.2.2	Statische Materialkennwerte aus Torsionsversuchen.....	91
7.2.3	Härtemessungen.....	94
7.3	Eigenspannungsmessungen an Draht- und Federproben	96
7.3.1	Relaxation der Eigenspannungen bei umlaufender Biegung ($R=-1$).....	96
7.3.2	Relaxation der Eigenspannung bei wechselnder Torsion ($R=-1$)	97
7.3.3	Relaxation der Eigenspannungen bei schwellender Torsion ($R=0$)	97
7.3.4	Relaxation der Eigenspannungen bei Dauerschwingversuchen an Federn	99
7.3.5	Zusammenfassung Eigenspannungsmessungen	100
7.4	Dynamische Versuche.....	100
7.4.1	Umlaufbiegeprüfungen an Drähten.....	100
7.4.2	Dynamische Torsionsversuche an Probedrähten	102
7.4.3	Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern.....	105
7.4.4	Zusammenfassung dynamische Versuche	107
7.5	Bruchanalysen	109
7.5.1	Bruchanalysen an biegeumlaufgeprüften Drähten	109
7.5.2	Bruchanalysen an torsionswechsel- und schwellgeprüften Drähten.	110
7.5.3	Bruchanalysen an Schraubendruckfedern.....	111
7.5.4	Zusammenfassung der Bruchanalysen	112
7.6	Bruchmechanische Auswertung nichtmetallischer Einschlüsse bei Umlaufbiegeprüfungen	113
8	Theoretische Überlegungen, Entwicklung von Methoden.....	115
8.1	Übertragung dynamischer Materialkennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte der Feder (Übertragung 3).....	115
8.1.1	Statistischer Größeneinfluss	115
8.1.2	Zulässige Spannungen bei Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses	121

8.2	Betrachtungen zur Übertragbarkeit von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen auf Torsionswechselprüfungen (Übertragung 1)	124
8.2.1	Phänomenologische Betrachtungen zur Übertragbarkeit	125
8.2.2	Betrachtungen zur Übertragbarkeit von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen auf Torsionswechselprüfungen mit Hilfe verschiedener Festigkeitshypothesen	127
8.3	Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ (Übertragung 2).....	129
8.3.1	Gleichartigkeit von Mittel- und Eigenspannung	130
8.3.2	Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit durch Umlaufbiegeprüfungen	132
8.3.3	Mittelspannungsunabhängiger Schädigungsparameter (P_{RKK})	135
8.4	Nutzung der Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen für die Federauslegung.....	137
8.5	Validierung der entwickelten Methoden anhand von Umlaufbiegeprüfungen und Dauerschwingversuchen an patentiert gezogenen Drähten.....	142
8.6	Bruchmechanische Betrachtungen zur Berücksichtigung von nichtmetallischen Einschlüssen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern	144
8.6.1	Korrelation zwischen bruchmechanischen Kennwerten aus Umlaufbiegeprüfungen und dynamischen Torsionsversuchen	144
8.6.2	Möglichkeiten zur Ermittlung des hochbelasteten Werkstoffvolumens in Schraubendruckfedern.....	150
8.6.3	Abschätzung des auslegungsrelevanten Einschlussdurchmessers	155
8.6.4	Bestimmung zulässiger Spannungen für Schraubendruckfedern.....	156
9	Zusammenfassung	158
10	Ausblick	162
11	Literatur.....	165
Anhang A: Lösung einer Gleichung 3. Ordnung		177
Anhang B: Spannungsäquivalente Oberfläche einer Schraubendruckfeder		178
Anhang C: Spannungsäquivalentes Volumen einer Schraubendruckfeder		179

Formelzeichen**Lateinische Buchstaben**

Formelzeichen	Benennung	Einheit
a	halber Einschlussdurchmesser, Fehlstellengröße	μm
a_G, b_G	werkstoffspezifische Konstanten zur Bestimmung der Stützzahl	-
a_i	halber Durchmesser des Einschlusses i	μm
$a_{\bar{h},i}$	halber Durchmesser des Einschlusses i in Tiefe \bar{h}	μm
a_M, b_M	Konstanten zur Bestimmung der Mittelspannungsempfindlichkeit	-
$a_{R,\sigma}$	Konstante zur Bestimmung des Oberflächenfaktors	-
a_v	charakteristische Größe der Fehlstelle	μm
a_W	Windungsabstand	mm
A, A_o	Gesamtdehnung, Fläche, Oberfläche	% / mm^2
A_g	Gleichmaßdehnung	%
A_m	Dehnung bei Maximalkraft	%
B	Induktionsflussdichte	T
C	Proportionalitätskonstante Rissfortschrittsgesetz / Geschwindigkeitskonst.	-
C_{IT}	Eindringkriechen	%
d	Drahtdurchmesser	mm
d_{hkl}	Netzebenenabstand	m
D_m	mittlerer Windungsdurchmesser	mm
E	Einheitsvektor / Elastizitätsmodul	- / MPa
E_{IT}	Eindringmodul	MPa
F	Kraft	N
F_N	Normalkraft	N
F_Q	Querkraft	N
$f_{W,\tau}$	Schubwechselfestigkeitsfaktor (0,577)	-
G	Gleitmodul	MPa
\bar{G}	bezogenes Spannungsgefälle	mm^{-1}
h_i	Tiefe des Einschlusses i	μm
\bar{h}	mittlere Einschlusstiefe	μm
ΔH_A	Aktivierungsenthalpie	Jmol^{-1}
H_c	Koerzitivfeldstärke	$\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$
H_{IT}	Eindringhärte	GPa
i	Probennummer	-
I_1, I_2, I_3	Invarianten des Spannungstensors	-
J_1, J_2, J_3	Invarianten des Spannungsdeviators	-
k	Neigungsexponent der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich	-
k^*	Streuung der Fehlstellen	-
k	Spannungsbeiwert nach Göhner / Boltzmannkonstante	-

k'	Wirkzahl nach Kaiser / Verfestigungskoeffizient Ramberg-Osgood-Beziehung	- / -
k_B	Spannungsbeiwert nach Bergsträsser	-
k_w	Weibullexponent	-
k_W	Spannungsbeiwert nach Wahl	-
K_I	Spannungsintensitätsfaktor Rissöffnungsart I (Modus I)	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$K_{I,\text{max}}$	maximale Spannungsintensität	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$K_{I,\text{min}}$	minimale Spannungsintensität	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
K_{II}	Spannungsintensitätsfaktor Rissöffnungsart II (Modus II)	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
K_{III}	Spannungsintensitätsfaktor Rissöffnungsart III (Modus III)	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
ΔK	Schwingbreite der Spannungsintensität	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
ΔK_I	Schwingbreite der Spannungsintensität (Modus I)	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
ΔK_c	Risszähigkeit	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
K_{Gt}	technologischer Größeneinfluss	-
K_{Gsm}	spannungsmechanischer Größeneinfluss	-
K_{Gst}	statistischer Größeneinfluss	-
K_{Got}	oberflächentechnischer Größeneinfluss	-
ΔK_{th}	Schwellenwert zur Ermüdungsrissausbreitung	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$\Delta K_{I,th}$	Schwellenwert zur Ermüdungsrissausbreitung (Modus I)	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$\Delta K_{I,R}$	Schwingbreite der Spannungsintensität für R	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$\Delta K_{I,RDSV}$	Schwingbreite der Spannungsintensität für R_{DSV}	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$\Delta K_{I,R=-1}$	Schwingbreite der Spannungsintensität für $R=-1$	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
$\Delta K_{I,R=0}$	Schwingbreite der Spannungsintensität für $R=0$	MPa $\sqrt{\text{mm}}$
K_R	Oberflächenfaktor	-
$K_{R,\text{kerb}}$	Oberflächenfaktor für gekerbte Bauteile	-
$K_{R,\sigma}$	Oberflächenfaktor für Normalspannung	-
$K_{R,\sigma}^{o,ES}$	Oberflächenfaktor für Normalspannung (eigenspannungsfreien Probe)	-
$K_{R,\sigma}^{ES}$	Oberflächenfaktor für Normalspannung (eigenspannungsbehafteten Probe)	-
$K_{R,\tau}$	Oberflächenfaktor für Tangentialspannung	-
K_t	Formzahl	-
L_o, L_1, L_2	Längen an der Feder	mm
m	Exponent im Rissfortschrittsgesetz	-
M	Mittelspannungsempfindlichkeit	-
M_b	Biegemoment	Nmm
$M_{ES,\sigma}$	Eigenspannungsempfindlichkeit für Normalspannung	-
$M_{ES,\tau}$	Eigenspannungsempfindlichkeit für Tangentialspannung	-
M_t	Torsionsmoment	Nmm
M_σ	Mittelspannungsempfindlichkeit für Normalspannung	-
M_τ	Mittelspannungsempfindlichkeit für Tangentialspannungen	-
n	Anzahl der Proben, Stützzahl (allgemein)	-
n'	Verfestigungsexponent Ramberg-Osgood-Beziehung	-

n_{bm}	bruchmechanische Stützzahl	-
n_f	Anzahl federnder Windungen	-
n_g	Gesamtwindungszahl	-
$n_{G,Draht}$	Gesamtstützzahl Draht	-
$n_{G,Feder}$	Gesamtstützzahl Feder	-
$n_{\ddot{u}}$	Anzahl der Übergangswindungen	-
n_{sm}	spannungsmechanische Stützzahl	-
n_{st}	statistische Stützzahl	-
n_{vm}	verformungsmechanische Stützzahl	-
n_v	Verwindezahl	-
N	Schwingspielzahl, Normalkraft	- / MPa
N_D	Knickpunktzyklenzahl der Wöhlerlinie	-
p	Winkel im Torus	-
p_a	Amplitude der hydrostatischen Spannung	MPa
p_m	mittlere hydrostatische Spannung	MPa
p_{max}	maximale hydrostatische Spannung	MPa
P	Wahrscheinlichkeit	-
P_B	Schädigungsparameter nach Bergmann	MPa
P_{He}	Schädigungsparameter nach Heitmann	MPa
P_{HL}	Schädigungsparameter nach Haibach und Lehrke	MPa
P_J	Schädigungsparameter nach Vormwald	MPa
$P_{\ddot{u}}$	Überlebenswahrscheinlichkeit	%
P_{SWT}	Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper	MPa
P_{SWT}^{ESP}	Schädigungsparameter P_{SWT} (Berücksichtigung von Eigenspannungen)	MPa
Q	Querkraft	MPa
r	Drahradius	mm
r_a	Außenradius Draht	mm
R	Spannungsverhältnis / Windungsradius, Radius Torus	- / mm
R_{DSV}	Spannungsverhältnis bei Dauerschwingversuch	-
R_{eS}	statische Streckgrenze	MPa
R_{eS}^{zykl}	zyklische Streckgrenze	MPa
R_K	Spannungsintensitätsverhältnis	-
R_m	Zugfestigkeit	MPa
$R_{m,N,min}$	Konstante zur Bestimmung des Oberflächenfaktors	MPa
$R_{p0,2}$	Dehngrenze	MPa
R_t	Rautiefe	μm
R_W^0	Wechselfestigkeit	MPa
R_z	gemittelte Rautiefe	μm
$s_1, s_2, \Delta s$	Federweg	mm
s_g	Gleitschichtdicke	μm
s_w	Steigungshöhe	mm
S	Spannungstensor, Spannung	-
S^0	hydrostatischer Spannungsanteil des Spannungstensors S	-

S'	deviatorischer Spannungsanteil des Spannungstensors S	-
ΔS	Spannungshub, Schwingbreite (allgemein)	MPa
S_a	Spannungsamplitude (allgemein)	MPa
S_A	zulässige Spannungsamplitude	MPa
S_D	dauerfest ertragbare Spannungsamplitude	MPa
S_{lg}	Standardabweichung (logarithmiert)	
S_m	Mittelspannung (allgemein)	MPa
S_{max}	maximale Spannung (allgemein)	MPa
S_n	Nennspannung (allgemein)	MPa
S_o	Oberspannung (allgemein)	MPa
S_v	charakteristische Spannung der Verteilungsfunktion	MPa
S_u	Unterspannung (allgemein)	MPa
t	Zeit, Winkel im Torus (Bogenmaß)	s, -
T	Temperatur	K
T_L	Streuspanne	-
T_s	Solidustemperatur	K
u	standardisierte Merkmalsgröße	-
v	Völligkeit	-
v_c	Diffusionsgeschwindigkeit der Fremdatome	m/s
V	Volumen	mm ³
V_o, V_1	Referenzvolumen/ Vergleichsvolumen	mm ³
w	Wickelverhältnis	-
W_b	Widerstandsmoment gegen Biegung	mm ³
W_t	Widerstandsmoment gegen Torsion	mm ³
x_i	Durchmesser des Einschlusses i	μm
\bar{x}	mittlerer Einschlussdurchmesser	μm
\bar{x}_{V0}	mittlerer Einschlussdurchmesser im Volumen V_0	μm
\bar{x}_{V1}	mittlerer Einschlussdurchmesser im Volumen V_1	μm
Y_I	Geometriekorrekturfunktion (Modus I)	-
Z	Brucheinschnürung	-

Griechische Buchstaben

Formelzeichen	Benennung	Einheit
α	Steigungswinkel	°
α, β, γ	Parameter der Schwingfestigkeitshypothesen	-
α_K	Formzahl	-
β_K	Kerbwirkungszahl	-
ε	Dehnung	%
$\varepsilon_{a,e}$	elastische Dehnungsamplitude	%
$\varepsilon_{a,p}$	plastische Dehnungsamplitude	%
$\varepsilon_{a,t}$	Gesamtdehnungsamplitude	%
ε_m	Dehnung bei Maximalkraft	%

$\dot{\varepsilon}_p$	plastische Dehngeschwindigkeit	s^{-1}
$\Delta\varepsilon_{eff}$	effektive Dehnungsschwingbreite	%
γ	Schiebung	%
γ_{el}	elastischer Schiebungsanteil	%
γ_m	äquivalente Schiebung	%
γ_{pl}	plastischer Schiebungsanteil	%
ν	Anteil der Maximalspannung	-
φ	Winkel	-
σ	Normalspannung	MPa
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptnormalspannungen	MPa
$\sigma_{1m,eff}$	erste effektive Hauptnormalmittelspannung	MPa
$\sigma_{1o}^{Last+ESP}$	Hauptzugspannung aus Last- und Eigenspannung (Oberspannung)	MPa
$\sigma_{1u}^{Last+ESP}$	Hauptzugspannung aus Last- und Eigenspannung (Unterspannung)	MPa
$\sigma_{2m,eff}$	zweite effektive Hauptnormalmittelspannung	MPa
σ_A^M	zulässige Normalspannungsamplitude bei Mittelspannung	MPa
σ_A^{ES}	zulässige Normalspannungsamplitude bei Eigenspannung	MPa
$\sigma_A^{M,ES}$	zulässige Normalspannungsamplitude bei Eigen- und Mittelspannung	MPa
$\sigma_A^{M,ES,Rz}$	zulässige Normalspannungsamplitude bei Eigen- und Mittelspannung sowie rauher Oberfläche	MPa
$\sigma_{a,l}$	lokale Spannungsamplitude	MPa
σ_b	Biegespannung	MPa
$\sigma_{bW}^{o,ES}$	Biegewechselfestigkeit der eigenspannungsfreien Probe	MPa
σ_{bW}^{ES}	Biegewechselfestigkeit der eigenspannungsbehafteten Probe	MPa
$\sigma_{b,ES}$	Biegeeigenspannung	MPa
$\sigma_{b,nenn}$	Biegenennspannung	MPa
σ_{bW}	Biegewechselfestigkeit	MPa
σ_{ES}	Eigenspannung	MPa
$\sigma_{ES,o}$	Eigenspannung vor der Wärmebehandlung	MPa
$\sigma_{ES,m}$	mittlere Eigenspannung	MPa
σ_m	mittlere Normalspannung	MPa
σ_{max}	maximale Normalspannung	MPa
σ_{min}	minimale Normalspannung	MPa
σ_n	Normalnennspannung	MPa
σ_o	Oberspannung	MPa
σ_{res}	resultierende Normalspannung	MPa
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	richtungsgebundene Normalspannungen	MPa
$\vec{\sigma}_x, \vec{\sigma}_y, \vec{\sigma}_z$	Spannungsvektor	MPa
$\tilde{\sigma}_x$	veränderliche Normalspannung	MPa
$\hat{\sigma}_{x,a}$	maximale Normalspannungsamplitude in x-Richtung	MPa
$\sigma_{x,m}$	mittlere Normalspannung in x-Richtung	MPa

$\sigma_{\gamma\varphi}$	Normalspannung in Schnittebene	MPa
σ_{φ}	Normalspannung in Schnittebene (ebener Spannungszustand)	MPa
$\sigma_{V,GEH}$	Vergleichsspannung nach Gestaltänderungshypothese	MPa
$\sigma_{V,NH}$	Vergleichsspannung nach Normalspannungshypothese	MPa
$\sigma_{V,SH}$	Vergleichsspannung nach Schubspannungshypothese	MPa
σ_W	Wechselfestigkeit für Normalspannung	MPa
σ_z	Zugspannung	MPa
σ_{zd}	Zug-/Druckspannung	MPa
$\sigma_{bW,pol}$	Biegewechselfestigkeit (polierten Probe)	MPa
$\sigma_{bW,pol}^{o,ES}$	Biegewechselfestigkeit (eigenspannungsfreien polierten Probe)	MPa
$\sigma_{bW,pol}^{ES}$	Biegewechselfestigkeit (eigenspannungsbeh. polierten Probe)	MPa
$\Delta\sigma_{eff}$	effektive Spannungsschwingbreite	MPa
τ_A^M	zulässige Tangentialspannungsamplitude bei Mittelspannung	MPa
τ_a	vorhandene Torsionsspannungsamplitude	MPa
$\tau_{a,l}$	vorhandene lokale Torsionsspannungsamplitude	MPa
$\tau_{a,max}$	maximale Schubspannungsamplitude	MPa
τ_{kA}	zulässige Torsionsspannungsamplitude (korrigiert mit k_B)	MPa
$\tau_{A,Draht}$	zulässige Torsionsspannungsamplitude Draht	MPa
$\tau_{kA,Draht}$	zulässige Torsionsspannungsamplitude Draht (korr. mit k_B)	MPa
$\tau_{k'A,Draht}$	zulässige Torsionsspannungsamplitude Draht (korr. mit k')	MPa
$\tau_{kA,Feder}$	zulässige Torsionsspannungsamplitude der Feder (korr. mit k_B)	MPa
$\tau_{k'A,Feder}$	zulässige Torsionsspannungsamplitude der Feder (korr. mit k')	MPa
$\tau_{kA,Rechnung}$	berechnete zulässige Spannungsamplitude (korrigiert mit k_B)	MPa
$\tau_{kA,Versuch}$	exp. ermittelte zulässige Spannungsamplitude (korr. mit k_B)	MPa
$\tau_{kA,pol}$	zul. Torsionsspannungsamplitude der pol. Probe (korr. mit k_B)	MPa
τ_{kh}	vorhandener Torsionsspannungshub (korrigiert mit k_B)	MPa
τ_{kH}	zulässiger Torsionsspannungshub (korrigiert mit k_B)	MPa
τ_{km}	vorhandene Torsionsmittelspannung (korrigiert mit k_B)	MPa
$\tau_{km,pol}$	vorhandene Torsionsmittelspannung pol. Probe (korr. mit k_B)	MPa
τ_{ko}	vorhandene Torsionsoberspannung (korrigiert mit k_B)	MPa
τ_{ku}	vorhandene Torsionsunterspannung (korrigiert mit k_B)	MPa
τ_m	vorhandene Torsionsmittelspannung	MPa
τ_{max}	maximale Schubspannung	MPa
τ_n	Schubnennspannung	MPa
τ_{oct}	Oktaederschubspannung	MPa
$\tau_{oct,a}$	Amplitude der Oktaederschubspannung	MPa
τ_s	Schubspannung	MPa
$\tau_{W,pol}$	Torsionswechselfestigkeit der polierten Probe	MPa
τ_t	Torsionsspannung	MPa
τ_{tF}	Torsionsfließgrenze	MPa
τ_t^*	fiktive Torsionsspannung	MPa
$\tau_{t,Es}$	Torsionseigenspannung	MPa

$\tau_{t,max}$	maximale Torsionsspannung	MPa
$\tau_{t,nenn}$	Torsionsnennspannung	MPa
τ_W	Torsionswechselfestigkeit	MPa
$\tau_W^{o,ES}$	Torsionswechselfestigkeit eigenspannungsfreie Probe	MPa
τ_W^{ES}	Torsionswechselfestigkeit eigenspannungsbehaftete Probe	MPa
$\tau_{W,Rechnung}$	berechnete Torsionswechselfestigkeit	MPa
$\tau_{W,Versuch}$	versuchstechnisch ermittelte Torsionswechselfestigkeit	MPa
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	richtungsgebundene Schubspannungen	MPa
$\tilde{\tau}_{xy}$	veränderliche Schubspannung	MPa
$\hat{\tau}_{xy,a}$	maximale Schubspannungsamplitude	MPa
$\tau_{xy,m}$	mittlere Schubspannung	MPa
$\tau_{\gamma\varphi u}, \tau_{\gamma\varphi v}$	Schubspannungen in Schnittebene	MPa
$\tau_{\gamma\varphi}$	resultierende Schubspannung in Schnittebene	MPa
τ_{φ}	Schubspannung in Schnittebene (ebener Spannungszustand)	MPa
ω	Winkelgeschwindigkeit	s ⁻¹

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Benennung
DMS	Dehnungsmessstreifen
DSV	Dauerschwingversuch
DSP	Dauerschwingprüfung
LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
LCF	Low Cycle Fatigue
EPBM	elastisch-plastische Bruchmechanik
FEM	Finite Elemente Methode
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
GEH	Gestaltänderungshypothese
HCF	High Cycle Fatigue
MKS	Mehrkörpersimulation
NH	Normalspannungshypothese
OSH	Oktaederschubspannungshypothese
SH	Schubspannungshypothese
TGL	Technische Normen, Gütevorschriften und Lieferbedingungen
TSP	Torsionsschwellprüfung
TUI	Technische Universität Ilmenau
TWP	Torsionswechselprüfung
UBP	Umlaufbiegeprüfung
UHCF	Ultra High Cycle Fatigue
WB	Wärmebehandlung

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Fragestellung bearbeitet, inwiefern zeit- und kostenintensive Dauerschwingversuche am Bauteil Schraubendruckfeder durch zeit- und kostengünstigere dynamische Versuche am Federausgangsmaterial Draht in Form von Umlaufbiegeprüfungen substituiert werden können. In diesem Zusammenhang werden Methoden zur Übertragung von Biegewechselfestigkeitswerten des Drahtes auf Torsionsschwellfestigkeitswerte des zur Schraubendruckfeder gewundenen Drahtes gesucht und hinsichtlich ihrer Ergebnisqualität diskutiert.

Um eine entsprechende Datenbasis für die Entwicklung von Methoden zur Übertragung zu generieren, werden dynamische Versuche an präparierten ölschlussvergüteten Drähten in Form von Umlaufbiegeprüfungen, Torsionswechselprüfungen und Torsionsschwellprüfungen sowie Dauerschwingversuche an aus diesen Drähten hergestellten Schraubendruckfedern durchgeführt. Ergänzt werden diese dynamischen Versuche durch Härtemessungen, Eigenspannungsmessungen und Bruchanalysen an gebrochenen Proben und Bauteilen.

Als Ergebnis dieser Arbeit werden auf Basis der durchgeführten Untersuchungen Methoden zur Übertragung von zulässigen Spannungsamplituden und bruchmechanischen Kennwerten aus Umlaufbiegeprüfungen auf Schraubendruckfedern abgeleitet. Die abgeleiteten Methoden beinhalten eine Übertragung der Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfung auf wechselnde Torsion, die Übertragung von wechselnder Torsion auf schwellende Torsion sowie die Übertragung von Kennwerten des Drahtes auf die der Schraubendruckfedern.

Die aus Umlaufbiegeprüfungen an Drähten berechneten zulässigen Spannungsamplituden liegen im Schwingzahlbereich zwischen 10^6 und 10^7 zwischen 85 und 97% der direkt durch Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Schraubendruckfedern abgeprüften zulässigen Spannungsamplituden. Ähnliche Genauigkeiten wurden auch für kugelgestrahlte Federn aus patentiert gezogenem Draht festgestellt.

Darüber hinaus werden unter Verwendung statistischer Methoden und Rechenansätze zur Bestimmung des hochbelasteten Werkstoffvolumens Zusammenhänge abgeleitet, mit deren Hilfe auslegungsrelevante Einschlussgrößen der jeweiligen Schraubendruckfeder ermittelt werden können. Zusätzlich werden Rechenansätze entwickelt, mit deren Hilfe auf der Seite der zulässigen Spannungen eine Berücksichtigung der verschiedenen Größeneinflüsse bei geometrisch unterschiedlichen Schraubendruckfedern erfolgen kann.

Abstract

Dynamic fatigue tests with helical compression springs are time-consuming and costly. This work introduces an alternative approach that uses statistical and calculation methods instead. These methods are derived from data generated by rotating bending tests with the starting material of the spring – the wire. The presented methods can be used to translate values of bending fatigue strength into values of fluctuating torsion strength of the helical compression spring. The predictions of the derived methods are finally compared to results of dynamic fatigue tests.

In a first step a database is generated to allow the development of such methods. Therefore, prepared oil tempered wires as well as helical compression springs, produced from these wires, are dynamically tested. Rotating bending tests, alternating torsion tests, fluctuating torsion tests are applied to wire, while dynamic fatigue tests are applied to helical compression springs. In addition, hardness measurements, residual stress measurements and fracture analysis from broken specimen and components are used.

In a second step, this data is used to develop the methods. It allows to relate permissible stress amplitudes and fracturing mechanic parameters from rotating bending tests of wires to helical compression springs. These methods allow deducing alternating torsion from rotating bending tests. Similarly, it offers the possibility to deduce fluctuation torsion from alternating torsion as well as the deduction of parameters of the helical compression spring from the wire.

To show the reliability of the presented methods the permissible stress amplitudes within the load-cycle rate range of 10^6 and 10^7 of both - the dynamic fatigue tests and the model-predictions - are compared. The permissible stress amplitudes predicted by the methods correspond to results of the dynamic fatigue tests of peened helical compression springs at a level of 85%-97%. Similar precision is known as well from peened springs from patented drawn wire.

In addition, the model can be used to determine the damage-equivalent volume of the helical compression spring. From this, the design relevant inclusion sizes can be deduced. Various size effects influence geometrically different helical compression springs. This work presents calculation methods that allow the consideration of such size effects to determine the permissible stresses.

1 Einleitung

Bei Federn und Federelementen wird die Eigenschaft vieler Werkstoffe, bei Kraft- oder Momenteneinwirkung Verformungsenergie zu speichern und diese bei Bedarf nahezu ohne Verluste wieder abgeben zu können, genutzt [Mei97]. Der überwiegende Teil technischer Federn wird aus metallischen Werkstoffen gefertigt. Sie können als Speicherelemente, Messelemente, Schwingungs- und Dämpfungselemente, Ruheelemente und Lagerelemente eingesetzt werden [Kra86][Kra02][Kra04]. Durch äußere Belastungen entstehen abhängig von der Federgeometrie Beanspruchungen im Federwerkstoff in Form von Normal- und Tangentialspannungen. Normalspannungen treten dabei z.B. bei Zug- und Druckstabfedern, Ringfedern, Biegestabfedern, Spiralfedern, Drehfedern, Tellerfedern und Membranfedern auf. Tangentialspannungen als Hauptbeanspruchung treten hingegen bei Drehstabfedern sowie Schraubenzug- und -druckfedern auf. Die Beanspruchungen können in Abhängigkeit vom Anwendungsfall statisch (zeitlich unveränderlich) oder dynamisch (zeitlich veränderlich) im Federmaterial vorliegen.

Eines der am häufigsten eingesetzten Federelemente sind Schraubendruckfedern. Aufgrund der bei der Belastung auftretenden Torsionsbeanspruchung des in der Feder verarbeiteten Drahtes und dem damit einhergehenden hohen Artnutzwert, der bei ca. 0,5 liegt, können bei geringem Materialeinsatz und Bauteilvolumen Federn mit hohem Energiespeichervermögen realisiert werden. Schraubendruckfedern sind für unterschiedliche Einsatzbereiche verwendbar, die nicht nur im Bereich der Automobilindustrie in Form von Achsfedern, Ventildfedern oder Kupplungsdämpferfedern liegen, sondern auch in ganz alltäglichen Gebrauchsgegenständen und verschiedensten Maschinen.

Die Geometrie von zylindrischen Schraubendruckfedern wird durch Größen wie den Drahtdurchmesser d , den mittleren Windungsdurchmesser D_m , den Windungsabstand a_w bzw. die Steigungshöhe s_w und die Federlänge im ungespannten Zustand L_0 beschrieben (vgl. *Abbildung 1.1*).

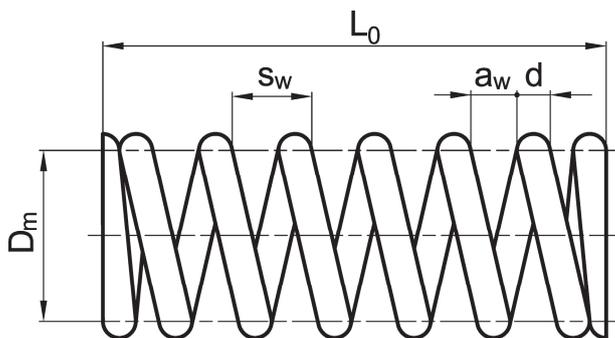


Abbildung 1.1: Geometriebeschreibende Größen einer Schraubendruckfeder

Hinzu kommen Größen wie die Gesamtwindungszahl n_g , die Anzahl federnder Windungen n_f und die Anzahl der Übergangswindungen n_u sowie deren Steigungsaufbau. Möglichkeiten zur Beschreibung des Steigungsaufbaus wurden in verschiedenen Veröffentlichungen [Otz55][Kle00][Lut00] genannt.

Trotz der vermeintlich einfachen Geometrie zeichnen sich Schraubendruckfedern durch verschiedene Besonderheiten aus, die eine Abschätzung zulässiger Spannungen für dynamische Beanspruchungen deutlich erschweren. Die Ausgangsmaterialien zur Herstellung von Schraubendruckfedern besitzen hohe bis höchste Festigkeiten, die im Bereich zwischen $R_m=1200$ bis 3500 MPa liegen [DIN10270/1][DIN10270/2][DIN10270/3]. Sie weisen aufgrund dieser hohen Festigkeiten im Allgemeinen eine sehr hohe Kerb- und Mittelspannungsempfindlichkeit auf. Schraubendruckfedern haben zwar kaum makroskopische Kerbstellen, allerdings umfasst die Kerbempfindlichkeit auch meso- und mikroskopische Fehlstellen in der Oberfläche bzw. Randschicht wie beispielsweise Rauheiten oder Verletzungen aus der Vormaterialherstellung sowie innere, metallurgisch bedingte Kerben wie beispielsweise nichtmetallische Einschlüsse. Aufgrund der räumlich gekrümmten Geometrie der Schraubendruckfeder treten an der Windungsinenseite Spannungsüberhöhungen auf, die zu versagenskritischen Bereichen und nicht, wie bei der Mehrzahl von Bauteilen, zu lokal vorhersehbaren versagenskritischen Stellen führen. Diese Spannungsüberhöhungen müssen beim Ermüdungsfestigkeitsnachweis berücksichtigt werden [Göh30][Ber33][Wah70]. Zudem tritt eine Überlagerung der von außen aufgebrachten Lastspannungen und der durch den Draht- und Federherstellungsprozess vorhandenen Eigenspannungen auf. Weitere Einflüsse auf die Lebensdauer ergeben sich durch hochdynamische Vorgänge [Sch95][Sch98][Lut00], wodurch ebenfalls Spannungsüberhöhungen hervorgerufen werden, Korrosion und materialverändernde Wärmebehandlungsprozesse [Sch06][Gei07][Gei11][Lux11].

Die genannten Besonderheiten erschweren die Auslegung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern enorm und führen zu einer großen Unsicherheit bei den prognostizierten erreichbaren Schwingspielzahlen bzw. den für vorgegebene Schwingspielzahlen zulässigen Lastspannungen.

Vor allem für dynamische Anwendungen eingesetzte Schraubendruckfedern können bei Versagen zu erheblichen Folgekosten und dem Ausfall des Produktes selber führen. Aus diesem Grund werden an Schraubendruckfedern und deren Ausgangsmaterial Draht von Seiten der Anwender hohe Anforderungen gestellt [Hof02][Hof07]. Von der Automobilindustrie werden insbesondere für Kupplungs- und Ventildruckfedern zum Teil

Schwingspielzahlen bis 10^9 gefordert [Bac02]. Dies entspricht bei gegenwärtiger Prüftechnik und vorhandenen Prüfverfahren einer Prüfzeit von bis zu zwei Jahren. Dem gegenüber stehen immer kürzer werdende Produktentwicklungszeiten, die mittlerweile zwischen 2-3 Jahren liegen [Hof02]. Dies stellt die Federhersteller vor enorme Probleme. Einerseits muss gewährleistet werden, dass die Feder während des Betriebes nicht versagt. Andererseits kann teilweise innerhalb der zur Verfügung stehenden Entwicklungszeit die geforderte Schwingspielzahl nicht mehr an Musterfedern abgeprüft werden. Aus diesem Grund müssen Möglichkeiten gefunden werden, trotz dieser ungünstigen Rahmenbedingungen eine sichere und kostengünstige Auslegung der Federn zu ermöglichen. Gegenwärtig werden im Rahmen des Musterprozesses Versuchsfedern ausgelegt und gefertigt. Anschließend erfolgt die dynamische Prüfung der Prototypen durch zeit- und kostenintensive Dauerschwingversuche. Die Musterfedern entsprechen im günstigsten Fall bereits der finalen Feder. Im ungünstigsten Fall versagen diese Federn im Rahmen der dynamischen Prüfung bei kleineren Schwingspielzahlen, als vom Federanwender gefordert. Besonders problematisch ist dies bei extrem hohen Schwingspielzahlen, wenn die Federn im Bereich von mehreren 100 Millionen Schwingspielen zwar spät brechen, aber aus Sicht des Federanwenders die erforderliche Schwingspielzahl noch nicht erreicht wurde. Mehrere Monate Prüfzeit und die damit verbundenen finanziellen Aufwendungen waren umsonst. Eine Überarbeitung der Federgeometrie, eine Anpassung des Fertigungsprozesses oder eine Neuauswahl des verwendeten Werkstoffes werden dann erforderlich. Die Dauerschwingversuche müssen anschließend erneut durchgeführt werden. Ein erheblicher finanzieller Schaden für die federherstellende Firma ist die Folge.

2 Zielstellung der Arbeit

Eine Abschätzung der Auslastbarkeit von Schraubendruckfedern auf Basis von statischen Materialkennwerten am Ausgangsmaterial Draht ist aufgrund der Vielzahl an Einflussfaktoren wie beispielsweise Eigenspannungen, Werkstoffzusammensetzung, Gefügeausbildung, Federgeometrie und Oberfläche bisher nicht möglich. Bereits Hempel [Hem60/1] stellte 1960 fest, dass durch diese Einflüsse kein festes Verhältnis zwischen der Zugfestigkeit R_m und der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} besteht. Für die Ermittlung zulässiger Spannungsamplituden bei dynamisch belasteten Schraubendruckfedern ist aufgrund der schwellenden Torsionsbeanspruchung des Drahtes in der Feder (Unterspannung $\tau_{ku} > 0$ MPa) zusätzlich das Verhältnis zwischen der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} und der zulässigen Torsionsspannungsamplitude τ_{kA} bei Torsionsmittelspannung $\tau_{km} = 0$ MPa sowie Kenntnis über deren Veränderung bei steigender Torsionsmittelspannung erforderlich. Weitere Einflüsse wie beispielsweise Eigenspannungen aus der Federherstellung erschweren zusätzlich die Abschätzung zulässiger Spannungen von Schraubendruckfedern.

Aufgrund der genannten Rahmenbedingungen erfolgt die Auslegung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern in der Praxis fast ausschließlich experimentell gestützt oder erfahrungsbasiert. Dafür wird teilweise auf bereits vorhandene Festigkeitswerte aus Dauerschwingversuchen an Schraubendruckfedern als Auslegungsgrundlage zurückgegriffen. Die in Normen enthaltenen Dauerfestigkeitsschaubilder [DIN13906/1] sind veraltet und spiegeln nicht das Beanspruchungspotential moderner Federwerkstoffe und Fertigungstechnologien wider. In den meisten Fällen allerdings fehlen diese Festigkeitswerte aufgrund verschiedenster möglicher Ausgangsmaterialien, unterschiedlichster Federherstellungsprozesse und Federgeometrien gänzlich, sodass auf teure Dauerschwingversuche im Rahmen der Federentwicklung nicht verzichtet werden kann. Ansätze, mit deren Hilfe statische Materialkennwerte wie beispielsweise die Zugfestigkeit R_m in dynamische Materialkennwerte wie beispielsweise die Biegewechselfestigkeit σ_{bW} oder auch Torsionswechselfestigkeit τ_w überführt werden können, liefern gegenwärtig keine ausreichend genauen Werte. Es müssen daher Wege gefunden werden, um auch ohne teure und zeitintensive Dauerschwingversuche am Bauteil Feder selbst eine Auslegung auf Basis von dynamischen Materialkennwerten des Ausgangsmaterials zu ermöglichen.

Dynamische Materialkennwerte des Ausgangsmaterials können z.B. durch Umlaufbiegeprüfungen am Draht ermittelt werden. Der Draht wird dabei auf einen Kreisbogen gespannt und anschließend in Rotation versetzt. Die so auftretende umlaufende Biegespannung ermöglicht eine dynamische Prüfung des Drahtes. In Abhängigkeit von der eingestellten Biegespannung kann der Draht eine unterschiedliche Anzahl an Umdrehungen ertragen. Eine Umdrehung des Drahtes entspricht dabei einem Schwingenspiel. Bei Prüfung von mehreren Drähten auf verschiedenen Lasthorizonten können unter Verwendung statistischer Auswertemethoden dynamische Materialkennwerte des geprüften Drahtes ermittelt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll untersucht werden, inwiefern durch Umlaufbiegeprüfungen ermittelte dynamische Materialkennwerte (Biegewechselfestigkeit σ_{bw}) sowie bruchmechanische Kennwerte (Schwellwert der Spannungsrissausbreitung ΔK_{th}) des Drahtes als Auslegungsgrundlage für dynamisch belastete Schraubendruckfedern herangezogen werden können. Es sollen so Grundlagen geschaffen werden, um auf Basis einfach abprüfbarer Materialkennwerte des Drahtes Aussagen über zulässige Spannungen (Bauteilfestigkeitswerte) von geometrisch unterschiedlichen Schraubendruckfedern zu ermöglichen.

3 Aufbau der Arbeit

Nach dem einleitenden *Kapitel 1*, der darauf folgenden Formulierung der Zielstellung in *Kapitel 2* und diesem Kapitel wird in *Kapitel 4* auf den aktuellen Kenntnisstand eingegangen. Dabei werden in *Abschnitt 4.1* zunächst die Vorgänge und Stadien bei der Ermüdung metallischer Werkstoffe genannt. In *Abschnitt 4.2* werden anschließend die vorhandenen Beanspruchungen einer Schraubendruckfeder betrachtet. Damit in dieser Arbeit eine einheitliche und dem Leser verständliche Terminologie verwendet werden kann, wird zu Beginn dieses Abschnittes auf die für die Betriebsfestigkeit relevanten Größen und Bezeichnungen eingegangen. Darauf folgen Betrachtungen zur Ermittlung der vorhandenen Beanspruchungen und Möglichkeiten zu deren Beschreibung. In *Abschnitt 4.3* werden die zulässigen Beanspruchungen einer Schraubendruckfeder betrachtet. Dazu werden die gegenwärtig vorhandenen Möglichkeiten zu deren Bestimmung dargelegt. Weiterhin werden in diesem Abschnitt die Einflüsse auf die Beanspruchbarkeit von Bauteilen betrachtet. Um die Auswirkungen von Eigenspannungen auf den Gesamtspannungszustand bzw. die zulässigen Beanspruchungen hervorzuheben, werden diese separat in *Abschnitt 4.4* diskutiert. In *Abschnitt 4.5* werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Prüf- und Messverfahren vorgestellt. Möglichkeiten zur statistischen Auswertung der dynamischen Versuche werden in *Abschnitt 4.6* genannt. Am Ende von *Kapitel 4* folgt eine Zusammenfassung des Kenntnisstandes.

In *Kapitel 5* wird die gewählte Vorgehensweise zum Erreichen der in *Kapitel 2* genannten Ziele dargelegt. Es wird dabei zwischen der Beschreibung der Methode zur Übertragung der Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen an Drähten auf Dauerschwingversuche an Federn, der zugrunde gelegten Versuchsbasis, der Methodenentwicklung und deren Validierung unterschieden.

In *Kapitel 6* werden die untersuchten Werkstoffe, versuchsvorbereitende Tätigkeiten sowie die geplanten dynamischen Versuche beschrieben. Darüber hinaus wird in diesem Abschnitt auf die verwendete Versuchstechnik und die Versuchsdurchführung eingegangen.

In *Kapitel 7* werden die Ergebnisse der an Drähten und Schraubendruckfedern durchgeführten statischen und dynamischen Versuche vorgestellt. Die daraus resultierenden Erkenntnisse werden am Ende des Abschnittes zusammengefasst.

In *Kapitel 8* werden unter Verwendung der in *Kapitel 7* aufgeführten Datenbasis Methoden entwickelt, mit deren Hilfe eine Übertragung der durch Umlaufbiegeprüfung ermittelten dynamischen Materialkennwerte des Drahtes auf Kennwerte des Bauteils Schraubendruckfeder erfolgen kann. In diesem Zusammenhang werden neben Betrachtungen zur Übertragung zulässiger Spannungen auch Betrachtungen zur Übertragung bruchmechanischer Kennwerte durchgeführt.

In *Kapitel 9* erfolgt eine Zusammenfassung der in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse. Weiterhin werden in *Kapitel 10* Fragestellungen abgeleitet, die sich im Rahmen der Bearbeitung dieses Themas ergaben. Diese sollen die Grundlage für weitere Forschungsarbeiten bilden.

4 Kenntnisstand

4.1 Ermüdung metallischer Werkstoffe

Die Ermüdung metallischer Werkstoffe setzt das Auftreten plastischer Verformungsvorgänge über eine hinreichend große Zahl an Schwingspielen voraus [Rös02]. Plastische Verformungsvorgänge treten im Temperaturbereich unterhalb $0,4 T_S$ (T_S – Solidustemperatur) durch Bewegung und Erzeugung von Versetzungen und deren Wechselwirkung mit Hindernissen auf. Die Art der Versetzung hängt von der vorliegenden Gitterstruktur des Werkstoffes und von vorangegangenen Arbeitsgängen ab. Bei der Ermüdung metallischer Werkstoffe infolge dynamischer Beanspruchung werden vier charakteristische Ermüdungsstadien unterschieden [Mac78].

- anrissfreie Ermüdungsphase
- Rissausbildung
- Stabile Rissausbreitung
- Ermüdungs- oder Gewaltbruch (instabile Rissausbreitung)

In der *anrissfreien Ermüdungsphase* erfolgen irreversible Versetzungsbewegungen. Zudem werden aufgrund verschiedenartiger Mechanismen neue Versetzungen gebildet. Die Versetzungen bewegen sich auf sogenannten Gleitebenen. Treten Versetzungen an der Bauteiloberfläche an den Gleitebenen aus, wird dort eine Stufe, auch Gleitlinie genannt, gebildet. Mehrere benachbarte Gleitlinien führen zu Gleitbändern. Bei Richtungswechsel der Beanspruchung werden andere Gleitebenen aktiviert. Dadurch kommt es zu In- und Extrusionen [Bil98]. Der anrissfreien Ermüdungsphase schließt sich das Ermüdungsstadium der *Rissausbildung* an. Die Rissausbildung erfolgt im Bereich mikroplastischer Verformungen, die zum Teil an der Stelle der in der anrissfreien Ermüdungsphase gebildeten In- und Extrusionen zu lokalisieren sind. Weiterhin wird in diesem Zusammenhang auf die Beeinflussung der Anrissbildung durch Oberflächenrauheit, Randentkohlung, Randoxidation, Kerben in der Oberfläche, nichtmetallische Einschlüsse und aufgeprägte Eigenspannungszustände verwiesen [Kai81][Sie83][Ber87]. Der Phase der Rissausbildung folgt die *Phase der stabilen Rissausbreitung*, in der der Riss kontinuierlich wächst. Ist der Bauteilquerschnitt durch den Ermüdungsriss hinreichend stark reduziert, erfolgt *instabile Rissausbreitung* und es kommt zum Ermüdungs- oder Gewaltbruch.

Bei Werkstoffen mit hoher Festigkeit verringert sich die kritische Risslänge, wodurch es zu einer Verschiebung der Anrisslastspielzahl in Richtung größerer Schwingspielzahlen kommt. Dadurch nimmt der Anteil der Schwingspiele der Rissausbreitungsphase an der Gesamtschwingspielzahl ab.

Die Gesamtschwingspielzahl von Schraubendruckfedern, die aus hochfesten Werkstoffen bestehen, wird somit maßgeblich durch die anrissfreie Ermüdungsphase und die Phase der Rissausbildung dominiert [Geo00][Rös02][Röd11]. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Werkstoffe weisen ebenfalls eine hohe Festigkeit auf. Bruchanalysen an aus diesem Werkstoff gefertigten Schraubendruckfedern belegen, dass die Schwingbruchflächen nur wenige Prozent des Drahtquerschnittes einnehmen. Die Aussage von Georges et al. wird dadurch bekräftigt [Rei11][Rei13].

Die Bruchmechanik beschäftigt sich mit der Entstehung und Beschreibung von Rissen unter mechanischer Beanspruchung. Es wird zwischen linear-elastischer (LEBM) und elastisch-plastischer Bruchmechanik (EPBM) unterschieden. Bei der LEBM wird für die Rissbeschreibung die Gültigkeit der linearen Elastizitätstheorie vorausgesetzt. Die EPBM wird hingegen bei Vorliegen größerer plastischer Verformungen vor Einsetzen des Bruches verwendet.

Im Rahmen der Bruchmechanik werden drei elementare Rissöffnungsarten unterschieden [Gro11].

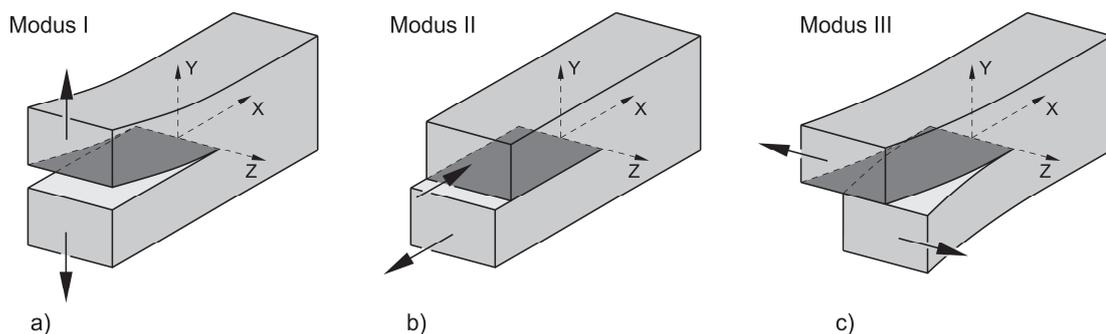


Abbildung 4.1: Elementare Rissöffnungsarten a) Modus I: Öffnung unter Zugbeanspruchung b) Modus II: Öffnung unter ebener Schubbeanspruchung c) Öffnung unter nicht ebener Schubbeanspruchung

Ein Maß für die Intensität des singulären Spannungsfeldes an der Risspitze sind Spannungsintensitätsfaktoren K . In Abhängigkeit von der Rissöffnungsart erfolgt eine Indizierung mit I, II und III (K_I , K_{II} , K_{III}). Der Betrag der Spannungsintensitätsfaktoren ist abhängig von der Bauteil- und Rissgeometrie, der äußeren Belastung, der Lage des Risses sowie den dort vorliegenden Spannungen. Bei Umlaufbiegeprüfungen treten im Draht ausschließlich Normalspannungen auf, weshalb nachfolgend lediglich der Rissöffnungsmodus I betrachtet wird. Allgemein kann der Spannungsintensitätsfaktor für Modus I (K_I) durch die Beziehung

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y_I(a) \quad 4.1$$

beschrieben werden.

Dabei ist σ die charakteristische Spannung, $\sqrt{\pi a}$ der Risslängenanteil und $Y_I(a)$ eine Korrekturfunktion, die sowohl Geometrie von Bauteil und Riss als auch den Ort des Risses und die dort vorhandene Spannungsverteilung berücksichtigt.

Bei schwingend beanspruchten, rissbehafteten Körpern ist nicht der Spannungsintensitätsfaktor K , sondern dessen Schwingbreite ΔK entscheidend. Diese wird aus der Differenz der maximalen und minimalen Spannungsintensität ($K_{I,max}$, $K_{I,min}$) gebildet [FKM06].

$$\begin{aligned}\Delta K_I &= K_{I,max} - K_{I,min} = \sigma_{max} \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y_I(a) - \sigma_{min} \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y_I(a) \\ &= \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y_I(a)\end{aligned}\quad 4.2$$

Der Rissfortschritt da/dN wurde in Abhängigkeit von der Schwingbreite der Spannungsintensität in *Abbildung 4.2* dargestellt.

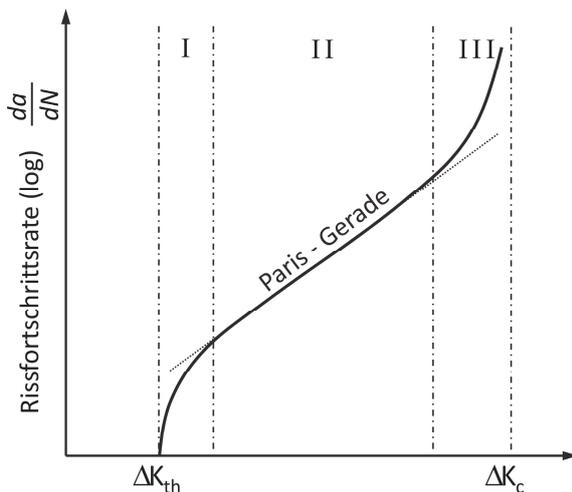


Abbildung 4.2: Makrorissfortschritt bei dynamischer Beanspruchung [FKM06]

Der Makrorissfortschritt bei dynamischer Beanspruchung wird in drei Bereiche unterteilt und ist durch ΔK_{th} , dem Schwellwert zur Ermüdungsrissausbreitung, und ΔK_c , der Risszähigkeit begrenzt. Bei Schwingbreiten der Spannungsintensität $< K_{th}$ können Risse nicht wachsen. ΔK_{th} stellt somit einen mit Dauerfestigkeitswerten (Spannungen) korrelierenden Wert dar. An den Bereich I, in dem sich Risse ausbilden, folgt der Bereich II. Im Bereich II liegt eine stabile Rissausbreitung vor. Deren Geschwindigkeit (da/dN) kann nach Paris/Erdogan durch *Gleichung 4.3* beschrieben werden [FKM06]. Die darin enthaltenen Konstanten C und m sind werkstoffabhängig.

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m \quad 4.3$$

Im Bereich III liegt instabiles Risswachstum vor, welches nach wenigen Schwingspielen zum Restgewaltbruch führt.

Die Beträge der bruchmechanischen Größen ΔK_{th} , ΔK_c , C und m werden maßgeblich durch das Spannungsintensitätsverhältnis R_K beeinflusst. Grund dafür ist die Tatsache, dass Risswachstum nur bei geöffnetem Riss erfolgen kann. Bei dynamischen Beanspruchungen, bei denen das Spannungsintensitätsverhältnis $R_K < 0$ ist, schließt sich bereits vor Erreichen der minimalen Spannung der Riss.

$$R_K = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad 4.4$$

Ohne Berücksichtigung von Eigenspannungen entspricht das Spannungsintensitätsverhältnis R_K dem Spannungsverhältnis R (vgl. *Abschnitt 4.2.1*). In [FKM06] werden verschiedene Ansätze genannt, das Spannungsintensitätsverhältnis R_K im Rahmen des bruchmechanischen Festigkeitsnachweises zu berücksichtigen.

Durch Auswertung von dynamischen Versuchen an Proben und Bauteilen können mit Hilfe bruchmechanischer Ansätze zulässige Beanspruchungen in Form eines Schwellenwertes zur Ermüdungsrissausbreitung ΔK_{th} ermittelt werden. Eine Berücksichtigung von äußeren und inneren Fehlstellen ist somit bei der Auslegung von Bauteilen möglich.

Beim Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit Nennspannungen oder örtlichen Spannungen bzw. bruchmechanischen Kennwerten wird die vorhandene Beanspruchung mit einer zulässigen Beanspruchung verglichen.

$$\text{vorhandene Beanspruchung} < \text{zulässige Beanspruchung} \quad 4.5$$

In jedem Fall muss die vorhandene Beanspruchung bei erfolgreichem Nachweis kleiner als die zulässige Beanspruchung sein. Natürlich müssen für einen Ermüdungsfestigkeitsnachweis die vorhandenen und zulässigen Beanspruchungen bekannt sein. Entsprechend beschäftigen sich die beiden nachfolgenden Abschnitte mit der Ermittlung der vorhandenen und Abschätzung der zulässigen Beanspruchung von Schraubendruckfedern. Die vorhandenen Eigenspannungen werden in einem separaten Abschnitt betrachtet, da im Rahmen des Ermüdungsfestigkeitsnachweises eine Berücksichtigung sowohl auf der Seite der vorhandenen Beanspruchungen als auch auf der Seite der zulässigen Beanspruchungen erfolgen kann.

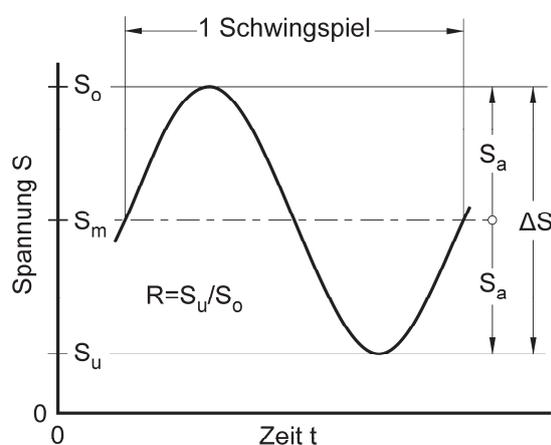
4.2 Vorhandene Beanspruchung von Schraubendruckfedern

Die klassische Federberechnung, die heute in den meisten Fällen als Stand der Technik angewandt wird, unterscheidet in statisch bzw. quasistatisch und dynamisch bean-

spruchte Federn [Mei93]. Eine statische Beanspruchung liegt vor, wenn die Feder durch eine zeitlich konstante Kraft belastet wird. Als quasistatische Beanspruchung werden in der Federntechnik auch zeitlich veränderliche Beanspruchungen mit größeren Hubspannungen, die durch Phasen konstanter Belastung und einer Schwingzahl kleiner 10^4 gekennzeichnet sind und zeitlich veränderliche Spannungen mit einer vernachlässigbar kleinen Hubspannung ($< 0,1 \times$ Dauerfestigkeitswert) bezeichnet [Mei97]. Als dynamische Beanspruchung werden alle zeitlich veränderlichen Beanspruchungen eingeordnet, die Hubspannungen größer dem 0,1-fachen Wert der Dauerfestigkeit aufweisen und mehr als 10^4 Schwingspiele haben.

4.2.1 Kenngrößen der dynamischen Beanspruchung

In *Abbildung 4.3* sind die Kenngrößen einer dynamischen Beanspruchung dargestellt. Die Ober- und Unterspannung beschreiben die maximal und minimal während eines Schwingspiels vorhandene Beanspruchung des Werkstoffes. Da die nachfolgend dargestellten Zusammenhänge sowohl für Normalspannungen σ als auch für Tangentialspannungen τ gelten, wird für Spannungen allgemein die Bezeichnung S verwendet.



S_o	: Oberspannung
S_u	: Unterspannung
S_m	: Mittelspannung
S_a	: Spannungsamplitude
ΔS	: Schwingbreite
R	: Spannungsverhältnis

Abbildung 4.3: Kenngrößen der dynamischen Beanspruchung

Weitere Kenngrößen eines Schwingspiels sind Mittelspannung, Spannungsamplitude, Schwingbreite und Spannungsverhältnis. Sie werden durch *Gleichung 4.6* bis *4.9* beschrieben.

$$S_m = \frac{S_o + S_u}{2} \quad 4.6$$

$$S_a = \frac{S_o - S_u}{2} \quad 4.7$$

$$\Delta S = S_o - S_u \quad 4.8$$

$$R = \frac{S_u}{S_o} \quad 4.9$$

In der Praxis können Beanspruchungen mit variabler Amplitude auftreten. Beschrieben wird die Häufigkeit von variablen Amplituden während eines Belastungszyklus durch die Völligkeit v . Bei Wöhler-Versuchen beträgt die Völligkeit beispielsweise $v=1$. Die auftretenden Amplituden sind konstant.

Bei einer Dauerschwingprüfung von Schraubendruckfedern werden die Federn zwischen der Länge L_1 und der Länge L_2 dynamisch geprüft. Die dabei in den beiden Arbeitspunkten AP1 und AP2 entstehenden Kräfte F_1 und F_2 erzeugen im Draht die für die Federauslegung relevante minimale Torsionsspannung τ_{ku} (Unterspannung) und maximale Torsionsspannung τ_{ko} (Oberspannung) an der Stelle der Windungsinneseite.

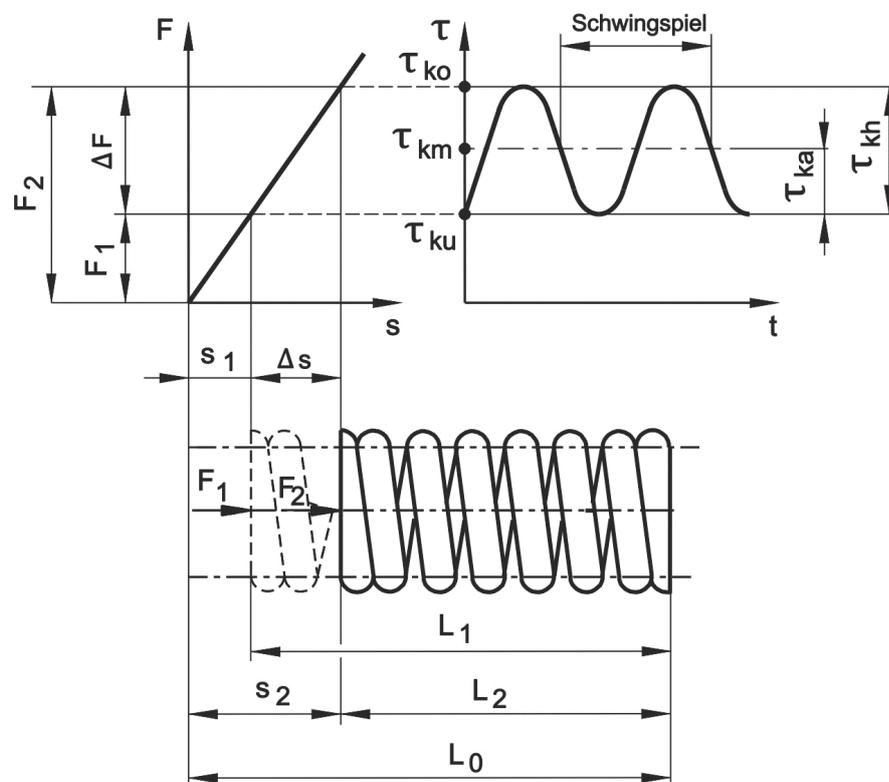


Abbildung 4.4: Kenngrößen der dynamisch belasteten Schraubendruckfeder (in Anlehnung an [DIN13906/1])

Alle weiteren Kenngrößen eines Schwingspiels, wie Mittelspannung τ_{km} , Spannungsamplitude τ_{ka} , Spannungshub τ_{kh} und Spannungsverhältnis R sind durch Unter- und Oberspannung definiert.

$$\tau_{km} = \frac{\tau_{ko} + \tau_{ku}}{2} \quad 4.10$$

$$\tau_{ka} = \frac{\tau_{ko} - \tau_{ku}}{2} \quad 4.11$$

$$\tau_{kh} = \tau_{ko} - \tau_{ku} \quad 4.12$$

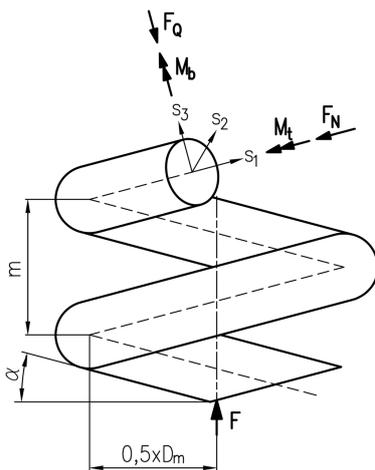
$$R = \frac{\tau_{ku}}{\tau_{ko}} \quad 4.13$$

Weitere infolge der äußeren Belastung hervorgerufene Spannungskomponenten (vgl. *Abschnitt 4.2.2*) werden bei der gegenwärtigen Form der Auslegung, mit Ausnahme firmeninterner Ansätze, nicht berücksichtigt.

Die Beanspruchung in Schraubendruckfedern kann auf analytische, numerische und experimentelle Weise bestimmt werden.

4.2.2 Analytische Berechnung der Beanspruchung

Durch eine äußere Kraft F , die in Richtung der Federachse verläuft, werden Belastungen in Form von Schnittkräften (Normalkraft, Querkraft) und Schnittmomenten (Biegemoment, Torsionsmoment) hervorgerufen. Das Verhältnis der Kräfte und Momente hängt dabei vom Steigungswinkel α und dem Federdurchmesser D_m der Feder ab. In *Abbildung 4.5* sind die Zusammenhänge zwischen äußerer Kraft F , Steigungswinkel α und den daraus resultierenden Schnittkräften und –momenten zusammengefasst.



Benennung	Math. Zusammenhang	
Querkraft	$F_Q = F \cdot \cos\alpha$	4.14
Normalkraft	$F_N = F \cdot \sin\alpha$	4.15
Biegemoment	$M_b = 0,5 \cdot D_m \cdot F \cdot \sin\alpha$	4.16
Torsionsmoment	$M_t = 0,5 \cdot D_m \cdot F \cdot \cos\alpha$	4.17
Steigungswinkel	$\alpha = \arctan(m/\pi \cdot D)$	4.18

Abbildung 4.5: Belastung der Schraubendruckfeder bei axialer Krafteinwirkung [Mei97][Lie02]

Durch die auf den Draht wirkenden Belastungen entstehen im Material Beanspruchungen (Spannungen). Diese sind in nachfolgender Tabelle zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Beanspruchung des Federdrahtes bei Einwirkung einer axialen Kraft F [Lie02]

Beanspruchung des Federdrahtes	Mathematischer Zusammenhang	
Zug- /Druckspannung	$\sigma_{zd} = \frac{N}{A} = \frac{4 \cdot \sin\alpha}{\pi \cdot d^2} \cdot F$	4.19
Biegespannung	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{16 \cdot D_m \cdot \sin\alpha}{\pi \cdot d^3} \cdot F$	4.20
Schubspannung	$\tau_s = \frac{4 \cdot Q}{3 \cdot A} = \frac{16 \cdot \cos\alpha}{3 \cdot \pi \cdot d^2} \cdot F$	4.21
Torsionsspannung	$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{8 \cdot D_m \cdot \cos\alpha}{\pi \cdot d^3} \cdot F$	4.22

Der Steigungswinkel α wird durch die angreifende Axialkraft beeinflusst. Mit steigender Axialkraft F wird der Windungsabstand und somit der Steigungswinkel α kleiner. Dadurch reduzieren sich die prozentualen Anteile der Zug- /Druckspannung und Biegespannung gemessen an der Gesamtvergleichsspannung deutlich [Lie02]. Aus diesem Grund werden nach DIN EN 13906-1 [DIN13906/1] ausschließlich die Werte der vorhandenen Torsionsnennspannung $\tau_{t,nenn}$ (bei $\alpha=0^\circ$) für die Dimensionierung statisch belasteter Schraubendruckfedern herangezogen. Gleichung 4.22 ergibt für $\alpha=0^\circ$ ($\cos 0^\circ = 1$) folgenden Zusammenhang:

$$\tau_{t,nenn} = \frac{8 \cdot D_m \cdot F}{\pi \cdot d^3} \quad 4.23$$

An Schraubendruckfedern treten aufgrund der Geometrie, ähnlich wie bei gekerbten Bauteilen, Spannungsüberhöhungen bezogen auf die vorhandene Nennspannung auf (vgl. *Abbildung 4.6*). Möglichkeiten zu deren mathematischer Beschreibung wurden in verschiedenen Arbeiten [Göh30][Fin58][Wah70] untersucht. Eine Berücksichtigung der Spannungsüberhöhung bei der Auslegung statisch belasteter Schraubendruckfedern nach Norm [DIN13906/1] erfolgt nicht.

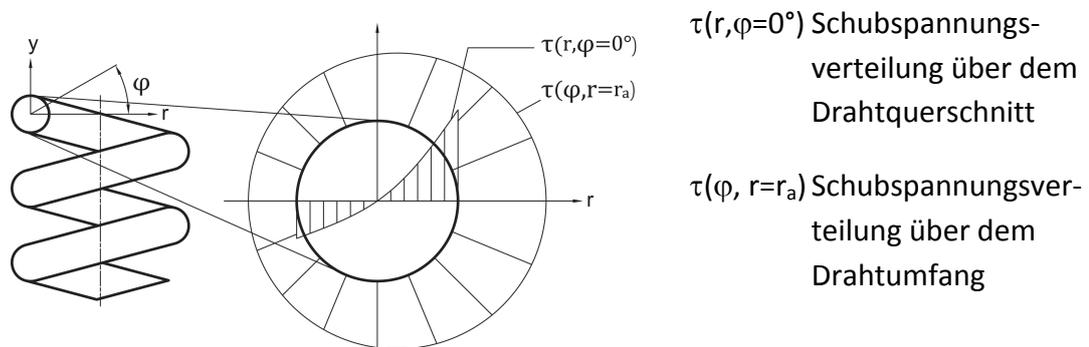


Abbildung 4.6: Schubspannungsverteilung an der Drahtoberfläche und im Drahtquerschnitt [Muh92]

Die Schubspannungsverteilung sowohl an der Drahtoberfläche als auch im Material hängt vom Wickelverhältnis w ($w=D_m/d$) der Feder ab. Das Verhältnis zwischen der Schubnennspannung und den örtlich vorhandenen Spannungen an der Windungsinenseite, der Windungsseitenfläche und der Windungsaußenseite der Feder kann über den Spannungsbeiwert k_B näherungsweise beschrieben werden [Huh67].

Windungsinenseite: $\tau(\varphi = 0^\circ, r = r_a) = k_B \cdot \tau_{t,nenn} \quad 4.24$

Windungsseitenfläche: $\tau(\varphi = 90^\circ, 270^\circ, r = r_a) = \tau_{t,nenn} \quad 4.25$

Windungsaußenseite: $\tau(\varphi = 180^\circ, r = r_a) = \frac{1}{k_B} \cdot \tau_{t,nenn} \quad 4.26$

Im Gegensatz zu statisch belasteten Federn wird bei der Auslegung von dynamisch belasteten Federn nach DIN EN 13906-1 [DIN13906/1] die Spannungsüberhöhung an der Windungsinenseite berücksichtigt.

Zunächst wird über die analytischen Gleichungen die Nennspannung in Abhängigkeit von den geometrischen Abmessungen der Feder und der äußeren Belastung ermittelt. Anschließend erfolgt die Multiplikation mit dem Spannungsbeiwert k_B (Gleichung 4.27).

$$\tau_{t,max} = k_B \cdot \tau_t = k_B \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D_m}{\pi \cdot d^3} \quad 4.27$$

Das Ergebnis ist die größte örtlich vorhandene Spannung in der Schraubendruckfeder, die im Gegensatz zu gekerbten Bauteilen nicht als eine lokal vorhandene Spannung im Bereich des Kerbgrundes, sondern geometriebedingt als eine vorhandene Spannung gesamter Bauteilbereiche zu sehen ist. In den meisten Fällen erfolgt bei dynamisch belasteten Schraubendruckfedern im Bereich dieser Spannungsüberhöhung, die an der Windungsinenseite lokalisiert ist, die Rissbildung, welche schließlich zum Versagen des Bauteils durch technischen Anriss oder Bruch führt.

4.2.3 Numerische Berechnung der Spannungskennwerte

Aufgrund komplizierter Federgeometrien, dem Anlegen von Windungsteilen während der Einfederung, großen Verformungen und speziellen Einfederungskinematiken entstehen inhomogene Spannungsverteilungen über die Drahtlänge der Feder. Durch analytische Beziehungen sind diese speziellen Besonderheiten nicht mehr abbildbar. Eine Lösung bietet die Finite Elemente Methode (FEM) mittels nichtlinearer Analyse. So können als Ergebnis der FEM unter anderem Verformungen, Spannungen, Dehnungen, Eigenfrequenzen und Eigenformen des Federelementes ermittelt werden [Kle00].

Neben den durch äußere Kräfte und Momente hervorgerufenen Lastspannungen kann ebenso der Eigenspannungszustand, der durch die verschiedenen Herstellungsschritte der Feder maßgeblich beeinflusst wird, teilweise berechnet werden. Dazu gehören die Eigenspannungen nach dem Federwinden, Kugelstrahlen und Federsetzen [Rei11][Kle14]. Auch existieren erste Ansätze zur Simulation der Eigenspannungsrelaxation infolge einer Wärmebehandlung. Allerdings sind diese gegenwärtig noch nicht industriell einsetzbar. Für Untersuchungen hochdynamischer Effekte und der Berücksichtigung von die Schraubendruckfeder umgebenden Fluiden kann zusätzlich der Einsatz der Mehrkörpersimulation (MKS) erforderlich sein [Wit02][Wit05][Wit13].

4.2.4 Experimentelle Ermittlung der Spannungskennwerte mittels DMS

Das Prinzip der experimentellen Ermittlung der durch äußere Kräfte und Momente hervorgerufenen Beanspruchung mittels Dehnmessstreifen (DMS) beruht auf dem Messen von Dehnungen an der Bauteiloberfläche [Iss95]. Aus den gemessenen Dehnungen können unter Kenntnis der Materialeigenschaften, wie Elastizitätsmodul und Querdehnungszahl, die Lastspannungen in Betrag und Richtung bestimmt werden.

Mittels DMS ist ausschließlich eine Ermittlung der Beanspruchung an der Bauteiloberfläche möglich. Teilweise sind jedoch aufgrund der Eigenspannungsverteilung im Bauteil die versagungskritischen Bereiche unterhalb der Bauteiloberfläche zu finden. Außerdem ist mittels DMS nur die Beanspruchung infolge der äußeren Belastung bestimmbar. Aussagen über den Eigenspannungsgradienten bzw. den Eigenspannungstiefenverlauf fehlen. Deshalb ist die Anwendung von DMS zur Bestimmung der Beanspruchung in Schraubendruckfedern nur bedingt möglich. Es wäre notwendig, die mittels DMS bestimmten Lastspannungen mit den vorhandenen Eigenspannungen zu überlagern. Die Eigenspannungen müssten dafür röntgenografisch bestimmt oder über analytische Gleichungen abgeschätzt werden [Bau11][Kob11].

4.2.5 Beschreibung von Spannungszuständen

Betrachtungen zur Beschreibung von Spannungszuständen sind notwendig, um die vorhandene Beanspruchung in Schraubendruckfedern entsprechend darstellen zu können.

Mechanische Spannungen entstehen durch äußere Belastungen in Form von auf einen Körper wirkenden Kräften und Momenten. Aber auch durch Erwärmung von Körpern oder Phasenumwandlung im Werkstoff können Spannungen entstehen. Mechanische Spannungen werden durch die Kraft pro Flächeneinheit definiert.

$$\sigma = \frac{dF}{dA} \quad 4.28$$

Es wird zwischen Normal- und Tangentialspannungen unterschieden. Normalspannungen liegen bezüglich ihrer Ausrichtung senkrecht auf der jeweiligen betrachteten Ebene. Tangentialspannungen liegen bezüglich ihrer Ausrichtung in der betrachteten Ebene.

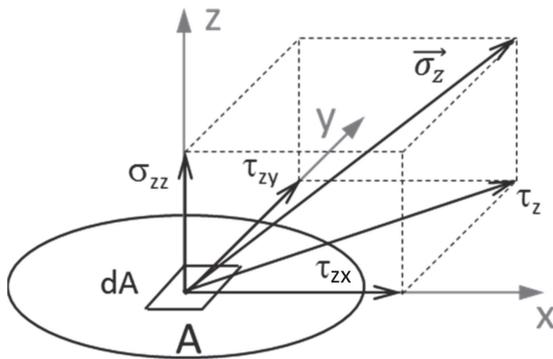


Abbildung 4.7: Spannungskomponenten am Flächenelement der x-y-Ebene (in Anlehnung an [Thu60])

In *Abbildung 4.7* sind die Spannungskomponenten des Spannungsvektors für die x-y-Ebene dargestellt. Analog dazu sind die Spannungsvektoren für die x-z-Ebene und y-z-Ebene aus zwei Schubspannungs- und einer Normalspannungskomponente zusammengesetzt.

$$\vec{\sigma}_x = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix} \quad 4.29$$

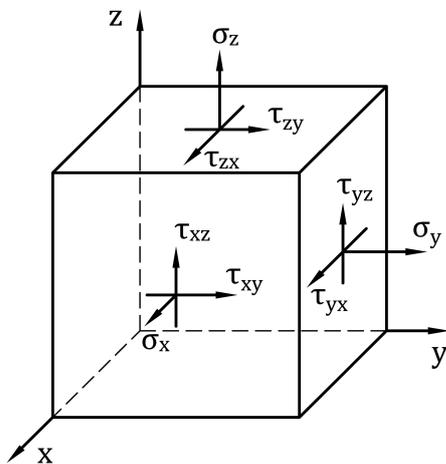
$$\vec{\sigma}_y = \begin{pmatrix} \tau_{yx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} \quad 4.30$$

$$\vec{\sigma}_z = \begin{pmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad 4.31$$

In Abhängigkeit von den äußeren Belastungen und den daraus im Bauteil vorhandenen Spannungen wird eine Unterscheidung in einachsigen, zweiachsigen (ebener) und dreiachsigen (räumlicher) Spannungszustand vorgenommen.

4.2.5.1 Dreiachsiger (räumlicher) Spannungszustand

Der Spannungszustand in einem Punkt eines beanspruchten Bauteils kann durch drei voneinander unabhängige Normalspannungen und drei zugeordnete Schubspannungen definiert werden. Der dreiachsige Spannungszustand lässt sich entsprechend mit Hilfe von 6 unabhängigen Größen vollständig beschreiben. Die mathematische Darstellung erfolgt durch den Spannungstensor S (*Gleichung 4.32*).



$$S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad 4.32$$

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad 4.33$$

Abbildung 4.8: Allgemeiner (räumlicher) Spannungszustand [Liu91]

Das in *Abbildung 4.8* dargestellte Würfелеlement kann durch Koordinatentransformation so gedreht werden, dass die Schubspannungen in den Schnittebenen den Wert Null und die Normalspannungen Extremwerte annehmen. Die so resultierenden Normalspannungen werden Hauptnormalspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 genannt. Die Hauptnormalspannungen beschreiben das Hauptachsenkoordinatensystem (*Gleichung 4.33*).

Ebenso ist die Bestimmung der Spannungskomponenten in einer beliebigen Schnittebene mit den Orientierungswinkeln γ und φ aus dem allgemeinen Spannungstensor S möglich (vgl. *Abbildung 4.9*). Beschrieben werden die Spannungen der Schnittebene durch eine Normalspannung $\sigma_{\gamma\varphi}$ und zwei Schubspannungen $\tau_{\gamma\varphi u}$ und $\tau_{\gamma\varphi v}$.

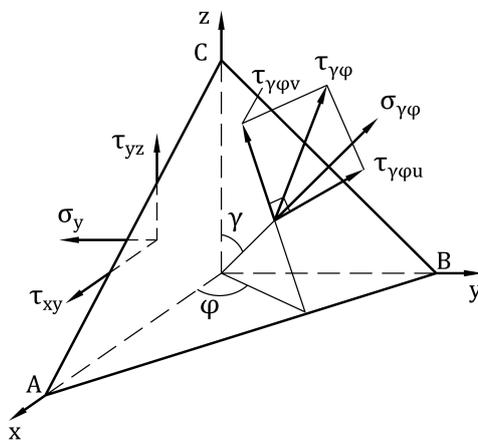


Abbildung 4.9: Allgemeiner (räumlicher) Spannungszustand

$$\sigma_{\gamma\varphi} = \sin^2\gamma \cdot \left[\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi \right] + \sin 2\gamma \cdot \left[\tau_{xz} \cdot \cos\varphi + \tau_{yz} \cdot \sin\varphi \right] + \sigma_z \cdot \cos^2\gamma \quad 4.34$$

$$\tau_{\gamma\varphi u} = -\sin\gamma \cdot \left[\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cdot \cos 2\varphi \right] - \cos\gamma \cdot \left[\tau_{xz} \cdot \sin\varphi - \tau_{yz} \cdot \cos\varphi \right] \quad 4.35$$

$$\tau_{\gamma\varphi v} = -\sin\gamma \cdot \cos\gamma \left[\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi - \tau_{xy} \cdot \sin 2\varphi - \sigma_z \right] - \cos 2\gamma \cdot \left[\tau_{xz} \cdot \cos\varphi - \tau_{yz} \cdot \sin\varphi \right] \quad 4.36$$

Die resultierende Schubspannung $\tau_{\gamma\varphi}$ lässt sich aus

$$\tau_{\gamma\varphi} = \sqrt{\tau_{\gamma\varphi u}^2 + \tau_{\gamma\varphi v}^2} \quad 4.37$$

berechnen.

Der räumliche Spannungszustand zeichnet sich durch drei invariante Größen aus. Diese sogenannten Invarianten (I_1 , I_2 , I_3) sind auch bei Veränderung der Lage des Bezugssys-

tems des betrachteten Spannungstensors unveränderlich. Die Invarianten ergeben sich aus der Eigenwertgleichung des Spannungstensors. In der Literatur sind bezüglich des Vorzeichens der Invarianten I_2 verschiedene Aussagen zu finden [Kie09][Gro09]. Das Vorzeichen hängt dabei von der Substituierung der Vorfaktoren der Potenzen in der charakteristischen Gleichung (Eigenwertgleichung) des Spannungstensors S ab.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad 4.38$$

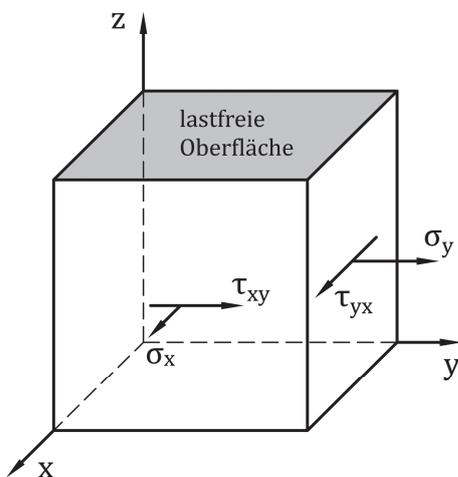
$$I_2 = -(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2) = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) \quad 4.39$$

$$I_3 = \det S = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad 4.40$$

Die Invarianten des Spannungstensors S werden durch die *Gleichungen 4.38 bis 4.40* beschrieben [Kie09].

4.2.5.2 Zweiachsiger (ebener) Spannungszustand

Zweiachsige oder auch ebene Spannungszustände entstehen bei Belastung zweier senkrecht aufeinander stehender Ebenen. Die Normalspannung und die zugeordneten Schubspannungen der dritten, senkrecht zu den beiden anderen Ebenen stehenden Ebene entfallen ($\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ MPa). Zweiachsige Spannungszustände sind häufig im Bereich lastfreier Oberflächen zu finden, da senkrecht zur Oberfläche aus Gleichgewichtsgründen keine Spannungen auftreten können [Löp11]. Der zweiachsige Spannungszustand hat vor allem in der Betriebsfestigkeit große Bedeutung, da im Allgemeinen die größten Beanspruchungen von Bauteilen an der lastfreien Oberfläche zu finden sind und demzufolge auch dort die Stelle des Bruchausgangs liegt.



$$S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 4.41$$

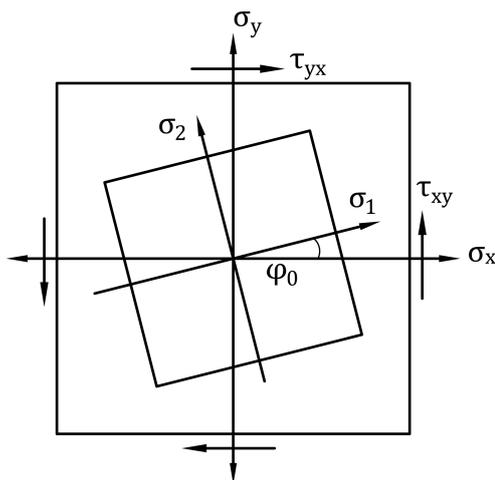
Abbildung 4.10: ebener Spannungszustand [Liu91]

Der Spannungstensor des zweiachsigen Spannungszustandes zeichnet sich durch drei voneinander unabhängige Spannungskomponenten aus. Er ist ein Sonderfall des räumlichen Spannungstensors. Bei Betrachtung einer beliebigen Schnittebene senkrecht zur xy -Ebene ($\gamma=90^\circ$) ergeben sich abhängig vom Winkel φ bei Verwendung von Gleichung 4.34 bis 4.36 und unter Berücksichtigung der lastfreien Oberfläche die zugehörigen Spannungen σ_φ und τ_φ .

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi \quad 4.42$$

$$\tau_\varphi = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cdot \cos 2\varphi \quad 4.43$$

Die dem ebenen Spannungstensor zugeordneten Hauptspannungen σ_1 und σ_2 sowie deren Richtung φ_0 bzw. φ_0+90° bezüglich der x -Achse (Referenzachse) ergeben sich durch nachfolgende Gleichungen.



$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad 4.44$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad 4.45$$

Abbildung 4.11: Hauptspannungen und -richtungen des ebenen Spannungszustandes [Liu91]

4.2.5.3 Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des räumlichen Spannungstensors

Jeder beliebige Spannungstensor setzt sich aus einem hydrostatischen und deviatorischen Spannungsanteil zusammen. Der hydrostatische Spannungsanteil zeichnet sich durch in alle Richtungen gleich große Beanspruchungen aus. Er ruft so eine Volumenänderung, nicht aber eine Formänderung hervor. Die Volumenänderung ist dabei direkt proportional zur ersten Invarianten I_1 des Spannungstensors. Der deviatorische Anteil des Spannungstensors verursacht unter Volumenkonstanz eine Formänderung. Der hydrostatische Spannungsanteil S^0 kann über die mittlere Normalspannung σ_m nach Gleichung 4.47 ermittelt werden.

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} I_1 \quad 4.46$$

$$S^o = \sigma_m E = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}I_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}I_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}I_1 \end{bmatrix} \quad 4.47$$

Der Spannungstensor S kann durch den hydrostatischen und deviatorischen Anteil nach *Gleichung 4.48* beschrieben werden.

$$S = S^o + S' = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}I_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}I_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_x - \frac{1}{3}I_1 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \frac{1}{3}I_1 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \frac{1}{3}I_1 \end{bmatrix} \quad 4.48$$

Der erste Term entspricht dem hydrostatischen Spannungsanteil S^o . Der zweite Term entspricht dem deviatorischen Spannungsanteil S' . Insbesondere der Spannungsdeviator S' und dessen Invarianten J (I') spielen eine wichtige Rolle bei der Formulierung von Stoffgesetzen, vorallem in der Plastizitätstheorie [Kie09]. Beispielsweise wurde die Fließbedingung nach von Mises auf Basis der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators J_2 (I_2') entwickelt [Iss95].

$$J_1 = I_1' = 0 \quad 4.49$$

$$J_2 = I_2' = \frac{1}{3} \cdot [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_x\sigma_z - \sigma_y\sigma_z + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)] \quad 4.50$$

$$J_2 = I_2' = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad 4.51$$

$$J_3 = I_3' = \frac{2}{27} (\sigma_x^3 + \sigma_y^3 + \sigma_z^3 + 6\sigma_x\sigma_y\sigma_z) - \frac{1}{9} (\sigma_x^2\sigma_y + \sigma_x^2\sigma_z + \sigma_x\sigma_y^2 + \sigma_y^2\sigma_z + \sigma_x\sigma_z^2 + \sigma_y\sigma_z^2) + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz} \quad 4.52$$

$$- \frac{2}{3} (\sigma_x\tau_{yz}^2 + \sigma_y\tau_{xz}^2 + \sigma_z\tau_{xy}^2) + \frac{1}{3} (\sigma_y\tau_{yz}^2 + \sigma_z\tau_{yz}^2 + \sigma_x\tau_{xz}^2 + \sigma_z\tau_{xz}^2 + \sigma_x\tau_{xy}^2 + \sigma_y\tau_{xy}^2) \quad 4.53$$

$$J_3 = I_3' = \frac{2}{27} (\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3 + 6\sigma_1\sigma_2\sigma_3) - \frac{1}{9} (\sigma_1^2\sigma_2 + \sigma_1^2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_2^2 + \sigma_2^2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3^2 + \sigma_2\sigma_3^2)$$

Besonderes Augenmerk gilt der 1. Invarianten des Spannungstensors I_1 sowie der zweiten und dritten Invarianten des Spannungsdeviators J_2 und J_3 , da mit deren Hilfe Vergleichsspannungshypothesen wie beispielsweise die Schubspannungshypothese, die Gestaltänderungshypothese, das Fließkriterium nach Drucker-Prager ausgedrückt werden können. Der Vorteil der Betrachtungsweise mit Invarianten liegt in der Unabhängigkeit vom jeweiligen Bezugskoordinatensystem.

4.2.5.4 Spannungszustände bei der Belastung von Drähten und Schraubendruckfedern

Bei der dynamischen Belastung von Drähten und Schraubendruckfedern treten abhängig von der Belastungsart veränderliche Beanspruchungen im Werkstoff auf. Diese können sich aus ruhenden und wechselnden Spannungskomponenten zusammensetzen. Da es für eine Übertragung von Kennwerten der wechselnden Biegung bei Umlaufbiegeprüfungen auf die überwiegend schwellende Torsion bei Schraubendruckfedern unerlässlich ist, den Spannungszustand während der dynamischen Belastung zu kennen, werden dazu nachfolgend für Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechsel- und -schwellprüfungen an Drähten und Dauerschwingversuchen an Schraubendruckfedern die an der lastfreien Oberfläche der bruchgefährdeten Stelle vorhandenen Spannungstensoren aufgestellt. Für umlaufende Biegebeanspruchung bei Drähten können die Lastspannungen durch *Gleichung 4.54* beschrieben werden. Bei Umlaufbiegeprüfungen ist dabei die Mittelspannung $\sigma_{x,m}$ gleich Null.

$$\tilde{\sigma}_x = \sigma_{x,m} + \hat{\sigma}_{x,a} \cdot \sin(\omega t) \tag{4.54}$$

Der Spannungstensor (Oberfläche) bei Umlaufbiegeprüfungen kann durch *Gleichung 4.55* beschrieben werden.

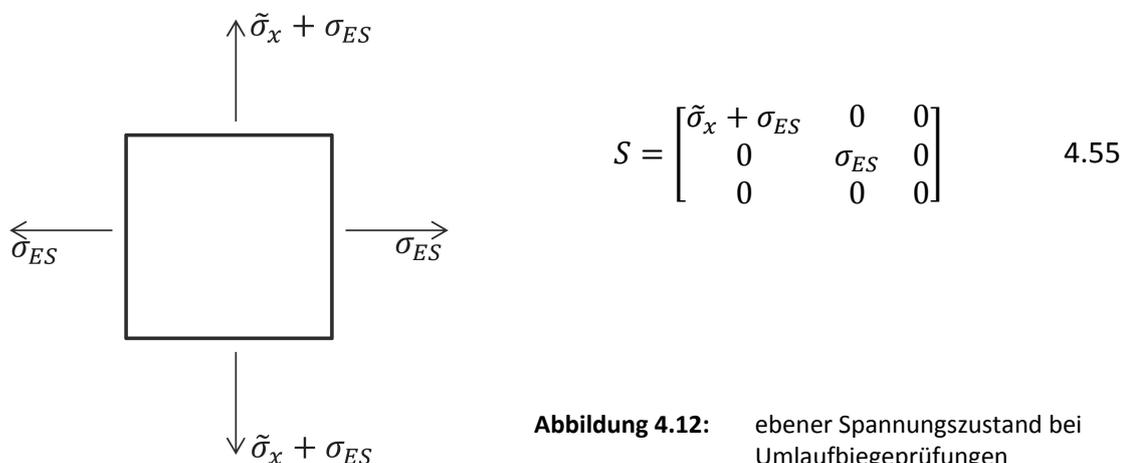
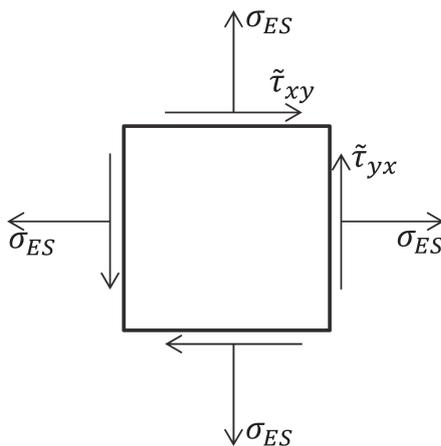


Abbildung 4.12: ebener Spannungszustand bei Umlaufbiegeprüfungen

Für dynamische Torsionsbelastungen bei Drähten können die Lastspannungen durch *Gleichung 4.56* beschrieben werden. Bei wechselnder Torsionsbeanspruchung ist dabei die Mittelspannung $\tau_{xy,m}$ gleich Null.

$$\tilde{\tau}_{xy} = \tau_{xy,m} + \hat{\tau}_{xy,a} \cdot \sin(\omega t) \quad 4.56$$

Der Spannungstensor (Oberfläche) bei dynamischen Torsionsprüfungen kann durch *Gleichung 4.57* beschrieben werden.



$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{ES} & \tilde{\tau}_{xy} & 0 \\ \tilde{\tau}_{yx} & \sigma_{ES} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 4.57$$

Abbildung 4.13: ebener Spannungszustand bei dynamischer Torsionsprüfung

Bei der dynamischen Belastung von Schraubendruckfedern entstehen an der bruchgefährdeten Windungsinenseite überwiegend Torsionsspannungen. Da bei dynamisch belasteten Schraubendruckfedern Brüche ausgehend von der Windungsinenseite unter 45° zur Drahtachse liegen, ist nicht von einer signifikanten Beeinflussung des Spannungszustandes durch Biege-, Zug/Druck- und Schubspannungen auszugehen. Der an der Windungsinenseite der Schraubendruckfeder vorliegende Spannungstensor entspricht somit nahezu dem in *Abbildung 4.13* dargestellten. Die Einschnürung der kugelstrahlinduzierten Druckeigenstressungen (*Abschnitt 4.4.2.3*) wird in diesem Zusammenhang aufgrund der geringen Auswirkungen auf die dynamischen Eigenschaften der Schraubendruckfeder nicht separat betrachtet.

4.2.5.5 Vergleichsspannungshypothesen

Festigkeits- oder Vergleichsspannungshypothesen werden verwendet, um einen komplexen Spannungszustand in einen einachsigen Spannungszustand in Form einer Vergleichsspannung zu überführen. Es gibt eine Vielzahl verschiedener Vergleichsspannungshypothesen, die abhängig vom Werkstoffverhalten angewendet werden können.

Bei der *Normalspannungshypothese* (Vergleichsspannung nach Rankine, Lamé) wird davon ausgegangen, dass die größte Hauptnormalspannung σ_1 zum Versagen führt. Angewendet wird diese Hypothese für spröde Werkstoffe. Bei der *Schubspannungshypothese* nach Tresca wird als Versagensursache die größte Schubspannung angesehen. Die größte Schubspannung entspricht dabei dem Maximum der Differenz der Hauptnormalspannungen. Die *Gestaltänderungshypothese* wird für duktile Werkstoffe mit isotropem Materialverhalten (gleiche Belastbarkeit in Zug- und Druckrichtung) verwendet. Eine abgewandelte Form der Gestaltänderungshypothese ist die Oktaederschubspannungshypothese. Mit Hilfe dieser Hypothese werden die Schubspannungen in der Oktaederebene betrachtet.

Tabelle 4.2: Vergleichsspannungshypothesen

Normalspannungshypothese (NH)	
Vergleichsspannung:	$\sigma_{V,NH} = \sigma_1$
Schubspannungshypothese (SH)	
Vergleichsspannung:	$\sigma_{V,SH} = \max(\sigma_1 - \sigma_2 ; \sigma_2 - \sigma_3 ; \sigma_3 - \sigma_1)$
Invariantenschreibweise:	$\sigma_{V,SH} = 2 \cdot \sqrt{J_2} \cdot \cos\Theta$ mit $\Theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sqrt{J_2^3}} \right)$
Gestaltänderungshypothese (GEH)	
Vergleichsspannung:	$\sigma_{V,GEH} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_x\sigma_z - \sigma_y\sigma_z + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}$
Invariantenschreibweise:	$\sigma_{V,GEH} = \sqrt{3J_2}$
Oktaederschubspannungshypothese (OSH)	
Vergleichsspannung:	$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3}$
Invariantenschreibweise:	$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2}$

Häufig werden zur Beschreibung des dynamischen Verhalten metallischer Werkstoffe statische Festigkeitshypothesen in Verbindung mit hydrostatischen Spannungen eingesetzt. Eine Zusammenfassung dieser Hypothesen wurde in [Bom98] durchgeführt.

Tabelle 4.3: Kriterien zur Beschreibung des Verhaltens metallischer Werkstoffe [Bom98]

Hydrostatische Spannungsgrößen	GEH und Erweiterung	SH und Erweiterung
p_m	$\tau_{oct,a} + \alpha \cdot p_m = \gamma$ Sines	
p_{max}	$\tau_{oct,a} + \alpha \cdot p_{max} = \gamma$ Crossland	$\tau_{a,max} + \alpha \cdot p_{max} = \gamma$ Dang Van
p_m, p_a	$\tau_{oct,a} + \alpha \cdot p_m + \beta \cdot p_a = \gamma$ Kakuno, Kawada	$\tau_{a,max} + \alpha \cdot p_m + \beta \cdot p_a = \gamma$ Bomas, Linkewitz, Mayr

Die Parameter α und β sind Parameter der Schwingfestigkeitshypothesen, die sich für die jeweilige Hypothese unterscheiden. Der Parameter γ ist eine Vergleichsgröße und entspricht in diesem Zusammenhang einer Torsionswechselfestigkeit. Durch die Größe τ_a wird die in der jeweiligen Schnittebene (abhängig von Vergleichsspannungshypothese) vorhandene Schubspannung amplitude beschrieben. Die vorhandene hydrostatische Spannung (Index a für Amplitude der hydrostatischen Spannung, Index m für mittlere hydrostatische Spannung, Index max für maximale hydrostatische Spannung) wird durch p beschrieben und kann nach Gleichung 4.46 ermittelt werden.

4.3 Zulässige Beanspruchung von Schraubendruckfedern

Ein großes Problem bei der Auslegung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern stellt die Abschätzung der zulässigen Beanspruchung bzw. der zulässigen Spannung amplitude τ_{kA} dar. Maßgeblich wird die zulässige Beanspruchung durch die zu erreichende Schwingspielzahl beeinflusst. Der Zusammenhang zwischen geforderter Schwingspielzahl und zulässiger Beanspruchung kann durch Wöhler-Diagramme beschrieben werden (vgl. Abbildung 4.14).

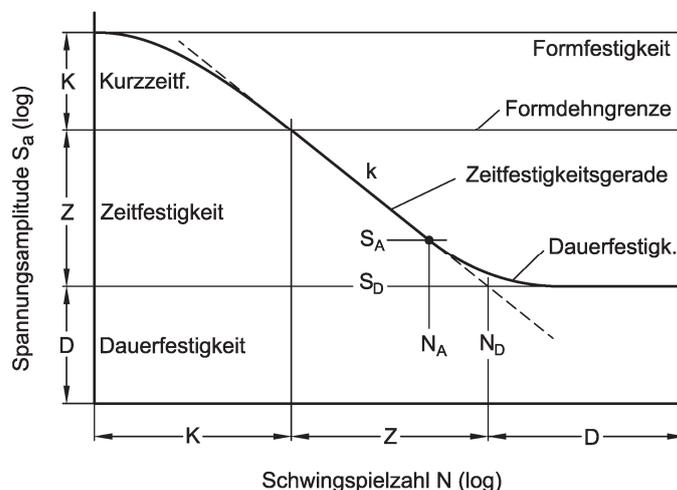


Abbildung 4.14: Kenngrößen eines Wöhler-Diagramms

In der allgemeinen Betriebsfestigkeit wird das Wöhler-Diagramm für Stähle in drei Bereiche, den Kurzzeitfestigkeitsbereich, den Zeitfestigkeitsbereich und den Dauerfestigkeitsbereich, unterteilt (vgl. *Abbildung 4.14*). Im Zeitfestigkeitsbereich, oder auch konventioneller LCF-Bereich (low cycle fatigue Bereich) genannt, treten in Abhängigkeit von der Spannungsamplitude (Dehnungsamplitude) sowohl elastische als auch plastische Verformungsvorgänge auf. Diese können mit Hilfe des Manson-Coffin-Gesetzes beschrieben werden und führen zum Versagen des Bauteils. Der Abfall der zulässigen Spannungsamplitude mit steigender Schwingspielzahl wird über den Neigungsexponenten k der Wöhlerlinie definiert. Dieser kann aus der Literatur für verschiedene Materialien entnommen werden [Hän03]. Im Dauerfestigkeitsbereich wird davon ausgegangen, dass die vorhandenen Beanspruchungen dauerhaft durch das Bauteil ertragen werden können. Es treten keine Brüche mehr auf.

Neben der zu erreichenden Schwingspielzahl wirken sich auch vorhandene Mittelspannungen S_m auf zulässige Spannungsamplituden S_A aus. Zugmittelspannungen bewirken allgemein eine Reduzierung der zulässigen Spannungsamplituden, Druckmittelspannungen eine Erhöhung (vgl. *Abbildung 4.15*)

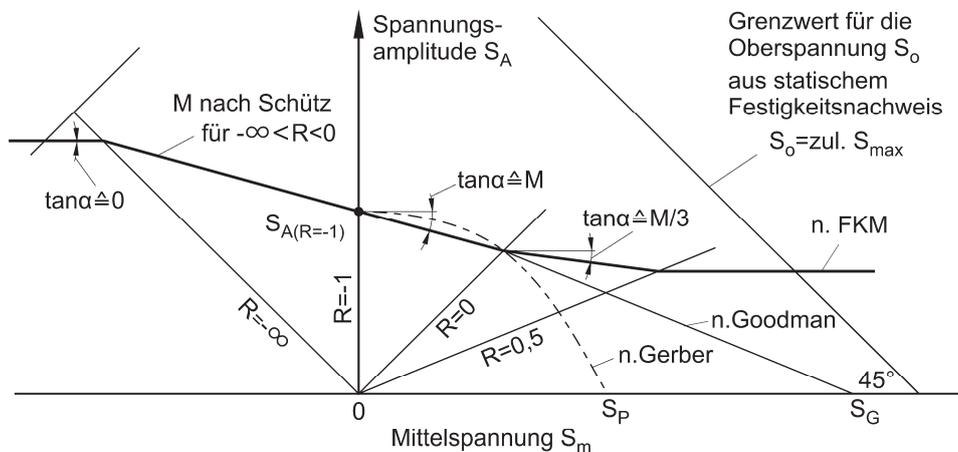


Abbildung 4.15: Haigh-Diagramm [Hai02]

Der Zusammenhang zwischen vorhandener Mittelspannung S_m und zulässiger Spannungsamplitude S_A wird meist in Haigh-Diagrammen jeweils für konstante Schwingspielzahlen dargestellt. Eine Beeinflussung der zulässigen Spannungsamplitude bei Veränderung der vorhandenen Mittelspannung wird über die Mittelspannungsempfindlichkeit M beschrieben. Definiert wird die Mittelspannungsempfindlichkeit nach [Hai02] durch:

$$M = (S_{A,R=-1} - S_{A,R=0}) / S_{m,R=0} \tag{4.58}$$

Sie gilt daher nur im Spannungsverhältnissbereich $R < 0$. Im Spannungsverhältnissbereich $R > 0$ existieren verschiedene Ansätze nach Gerber, Goodman [Goo14] und FKM [Hän03] den Einfluss der Mittelspannung S_m auf die ertragbare Spannungsamplitude S_A zu beschreiben. Der Ansatz nach Gerber mit Hilfe der Gerber-Parabel und auch der Ansatz nach Goodman mit Hilfe einer Geraden (vgl. *Abbildung 4.15*) liefern im Hinblick auf ertragbare Spannungsamplituden aufgrund einer Überschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit konservative Werte. Hingegen zeigt sich bei Verwendung des Vorschlages nach FKM, für $R > 0$ die Mittelspannungsempfindlichkeit auf $M/3$ zu reduzieren, eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen [Hai02].

4.3.1 Bestimmung zulässiger Beanspruchungen nach Norm

Die zulässigen Beanspruchungen werden neben der erforderlichen Schwingspielzahl und vorhandenen Mittelspannung durch die Werkstoffeigenschaften, den Oberflächenzustand, die Bauteilgröße, die das Bauteil umgebenden korrosiven Medien, die Umgebungstemperatur und die im Bauteil vorhandenen Eigenspannungen beeinflusst. Als Werkstoffeigenschaften werden in diesem Zusammenhang statische Materialkennwerte, die chemische Zusammensetzung, das im Federdraht vorliegende Gefüge und die Reinheit im Hinblick auf nichtmetallische Einschlüsse gesehen.

Aufgrund der genannten Einflüsse auf die zulässigen Beanspruchungen bilden in der Praxis überwiegend direkt an Bauteilen abgeprüfte Wöhler-Diagramme oder Dauerfestigkeitsschaubilder nach Goodman die Grundlage für die Federdimensionierung (vgl. *Abbildung 4.16*).

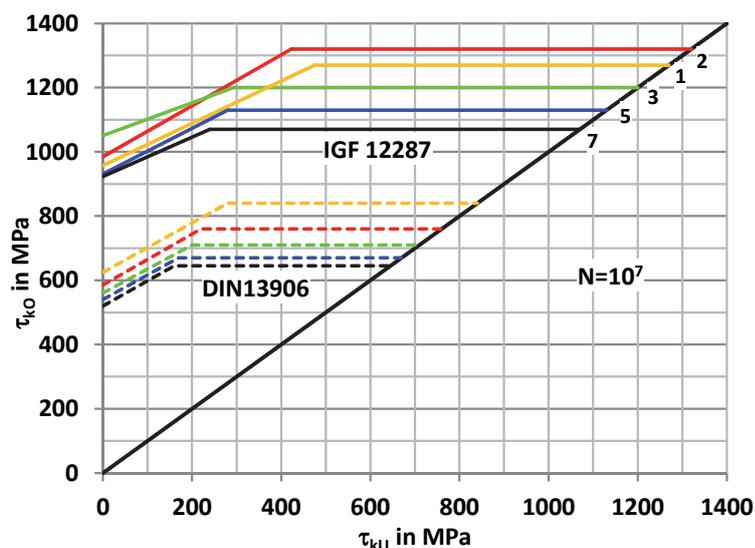


Abbildung 4.16: Dauerfestigkeitsschaubild für kaltgeformte Federn aus vergütetem Federstahldraht der Sorte VD nach [DIN10270/2] aus [DIN13906/1] und in Anlehnung an [Kai02]

Die in Normen vorhandenen Festigkeitsschaubilder zur dynamischen Beanspruchbarkeit, wie z.B. in [DIN13906/1], sind veraltet. Zudem wurden diese Festigkeitsschaubilder direkt durch Dauerschwingversuche an Probefedern, deren dynamische Eigenschaften durch Geometrie und technologische Prozesse der Federherstellung beeinflusst wurden, erstellt. Sie stellen somit nur einen begrenzten Ausschnitt der technologischen Bandbreite der modernen Federherstellungsschritte und Materialkennwerte dar und können nur unter Berücksichtigung großer Abweichungen zur Ermittlung zulässiger Beanspruchungen für Federn mit abweichenden Materialien, Herstellungstechnologien und Geometrien verwendet werden. Neue Forschungsergebnisse existieren zwar [Kai02][Rei11], sind aber noch nicht in geltende Normen und Richtlinien eingearbeitet. Hinzu kommt, dass durch die in [DIN13906/1] enthaltenen Goodman-Diagramme zulässige Beanspruchungen (Spannungshub τ_{KH}) nur bis 10^7 Schwingspiele ermittelt werden können. Jüngere Forschungsergebnisse haben allerdings bestätigt, dass auch oberhalb von 10^7 Schwingspielen ein deutlicher Abfall der zulässigen Spannungsamplitude erfolgt [Kai10][Oec14].

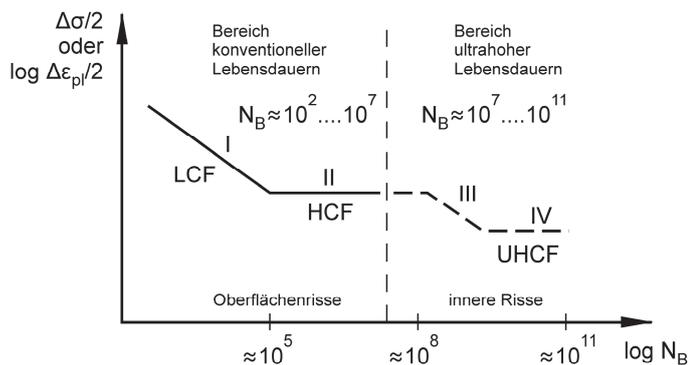


Abbildung 4.17: Wöhler-Diagramm nach neuer Auffassung [Kai10]

Die ursprünglich verwendete Wöhlerlinie wurde deshalb für den Bereich oberhalb von 10^7 Schwingspielen erweitert (vgl. *Abbildung 4.17* Bereich III und IV). Der in *Abbildung 4.17* dargestellte Bereich III liegt unterhalb einer Beanspruchungsschwelle, in der persistente Gleitbänder ausgebildet werden. Lokale Abgleitamplituden und die Irreversibilität sind dort drastisch kleiner, als oberhalb dieser Beanspruchungsschwelle. Im dargestellten Bereich IV finden keine irreversiblen Verformungsvorgänge mehr statt, sodass mit unendlich vielen Schwingspielen zu rechnen ist [Kai10].

Gegenwärtig vorhandene Normen liefern keine zulässigen Beanspruchungen für Schwingspielzahlen oberhalb von 10^7 . Entsprechend müssen diese dann für geforderte Schwingspielzahlen $>10^7$ erfahrungsbasiert abgeschätzt bzw. experimentell abgeprüft werden.

4.3.2 Konzept der lokalen Dauerfestigkeit

Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit ist eine in der Praxis weit verbreitete Methode, um zulässige Spannungsamplituden an der Bauteil- und Probenoberfläche sowie im Material zu ermitteln. Dabei werden Einflüsse wie die Mittelspannung σ_m , die Eigenstressungen σ_{ES} und die Oberflächenrauheit R_z berücksichtigt. Das ursprüngliche Konzept der lokalen Dauerfestigkeit geht auf Überlegungen von Wohlfahrt zurück [Woh78]. Weiterhin kann dieses Konzept verwendet werden, um den Versagensort abzuschätzen (Oberfläche, im Material).

4.3.2.1 Berücksichtigung von Mittelspannungen

Die Auswirkung der Mittelspannungen auf die zulässige Spannungsamplitude wird über die Mittelspannungsempfindlichkeit M beschrieben. Die Mittelspannungsempfindlichkeit M ist abhängig von dem betrachteten Werkstoff und dessen Zugfestigkeit und kann zwischen $0 \leq M \leq 1$ liegen. Prinzipiell nimmt die Mittelspannungsempfindlichkeit mit steigender Zugfestigkeit R_m , wie in *Abbildung 4.18* dargestellt, zu.

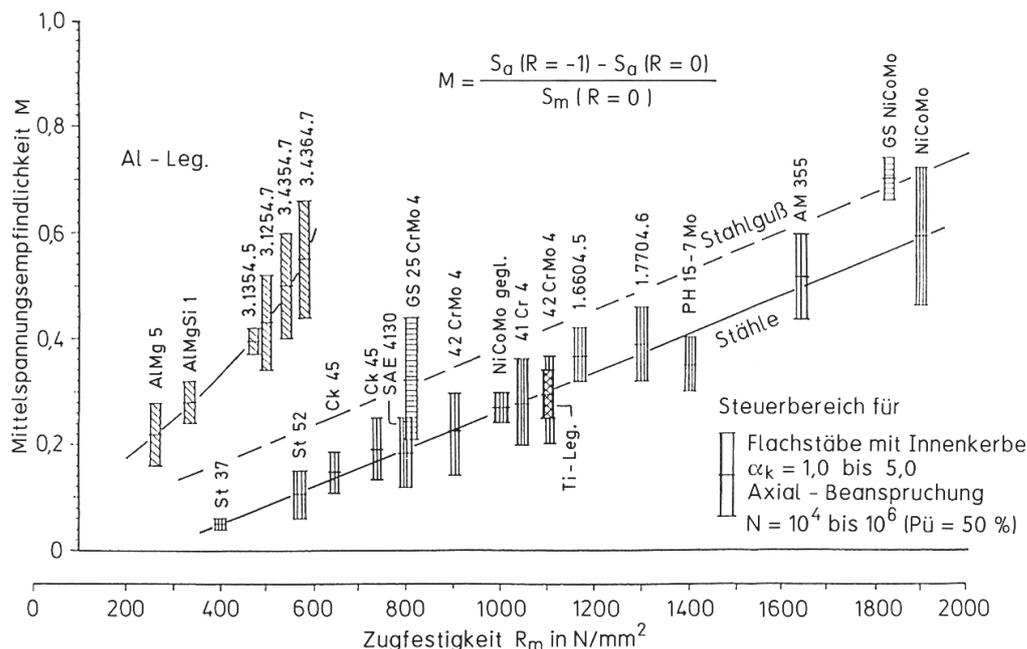


Abbildung 4.18: Mittelspannungsempfindlichkeit M verschiedener Werkstoffe, nach Schütz in [Hai75]

Für ungekerbte, eigenspannungsfreie Proben kann folgender Zusammenhang zwischen der zulässigen Spannungsamplitude $\sigma_A^M(x)$, der Wechselfestigkeit σ_W und der Mittelspannung $\sigma_m(x)$ für einachsige Beanspruchungen aufgestellt werden.

$$\sigma_A^M(x) = \sigma_W - M_\sigma \cdot \sigma_m(x) \quad 4.59$$

Die in *Abbildung 4.18* dargestellten Mittelspannungsempfindlichkeiten gelten für den Spannungsverhältnissbereich von $-1 \leq R \leq 0$. Bei größeren Spannungsverhältnissen $R > 0$ wird von einer Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit ausgegangen [Hän03]. Die Mittelspannungsempfindlichkeit kann nach FKM durch *Gleichung 4.60* abgeschätzt werden [Hän03].

$$M_{\sigma} = a_M \cdot 10^{-3} \cdot R_m + b_M \quad 4.60 \quad M_{\tau} = \frac{1}{\sqrt{3}} M_{\sigma} \quad 4.61$$

Für Torsionsbelastung reduziert sich die Mittelspannungsempfindlichkeit M_{τ} entsprechend (siehe *Gleichung 4.61*). Das Verhältnis der Mittelspannungsempfindlichkeit für Normal- und Tangentialspannung ergibt sich aus der Gestaltänderungshypothese unter Voraussetzung einer konstanten Vergleichsspannung der Spannungsamplituden. Durch die genannten Gleichungen wurde empirisch der Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit für den Bereich von $R_m=400$ MPa bis 2000 MPa und der Mittelspannungsempfindlichkeit beschrieben. Die Konstanten a_M und b_M sind werkstoffabhängig. Gerade bei den hier untersuchten hochfesten Federstählen, die sich an der Grenze des Abbildungsbereiches befinden, kann es deshalb zu Abweichungen zwischen den berechneten und den experimentell ermittelten Werten kommen. Des Weiteren wird für Spannungsverhältnisse $R > 0$ von einer Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit auf $1/3$ ausgegangen [FKM12]. Unter Voraussetzung einer konstanten Mittelspannung kann die örtlich zulässige Spannungsamplitude $\sigma_A^M(x)$ nach folgender Gleichung ermittelt werden [FKM12]:

$$\sigma_A^M(x) = \sigma_W \cdot \left(\frac{1 + M_{\sigma}/3}{1 + M_{\sigma}} - \frac{M_{\sigma}}{3} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_W} \right) \quad 4.62$$

Analog gilt für mittelspannungsbehaftete Torsionsbeanspruchung [FKM12]:

$$\tau_A^M(x) = \tau_W \cdot \left(\frac{1 + M_{\tau}/3}{1 + M_{\tau}} - \frac{M_{\tau}}{3} \cdot \frac{\tau_m}{\tau_W} \right) \quad 4.63$$

4.3.2.2 Berücksichtigung von Eigenspannungen

Nach [Gud99] können unter Voraussetzung stabiler Eigenspannungen diese wie Mittelspannungen betrachtet werden. Untersuchungen von Wohlfahrt [Woh81] und Macherach [Mac84] können diese Aussage nur zum Teil stützen. In [Mac84] wird darauf hingewiesen, dass zwischen Mittelspannungen und Eigenspannungen grundsätzliche Unterschiede bestehen. Hervorzuheben ist dabei die Erhöhung der örtlichen Mittelspannung durch Kerbwirkung, die bei Eigenspannungen nicht auftritt.

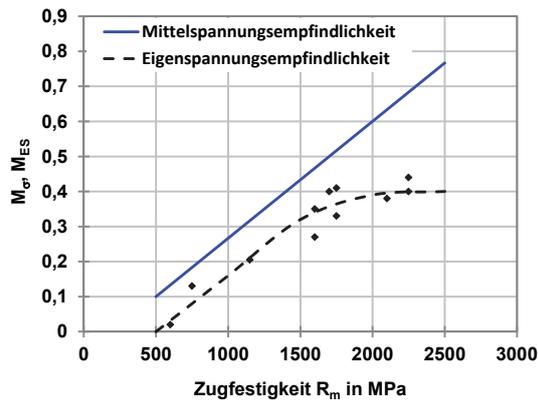


Abbildung 4.19: Eigenspannungs- und Mittelspannungsempfindlichkeit für Stähle in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit nach [Mac84]

Für Stähle mit einer Zugfestigkeit R_m kleiner 1200 MPa nimmt sowohl die Mittelspannungsempfindlichkeit M_σ , als auch die Eigenspannungsempfindlichkeit M_{ES} mit steigender Zugfestigkeit R_m linear zu. Allerdings liegen die Werte der Eigenspannungsempfindlichkeit stets unter denen der Mittelspannungsempfindlichkeit. Oberhalb von $R_m=1200$ MPa nimmt der Anstieg der Eigenspannungsempfindlichkeit für steigende Zugfestigkeiten, im Gegensatz zur Mittelspannungsempfindlichkeit, ab und stagniert ab $R_m=2000$ MPa bei 0,38-0,4 (vgl. *Abbildung 4.19*). Der Grund für den Unterschied von Mittelspannungsempfindlichkeit und Eigenspannungsempfindlichkeit liegt laut Wohlfahrt im zyklischen Abbau der Eigenspannungen. Dieser erfolgt bei Werkstoffen mit niedriger Zugfestigkeit schon bei geringen Lastspannungen und wenigen Schwingspielen. Ein geringerer Abbau der Eigenspannungen wurde bei hoch- und höchstfesten Werkstoffen nachgewiesen. Da mit der Einbringung von Eigenspannungen immer auch eine Veränderung der Oberflächenhärte und Oberflächentopographie einhergehen, müssen diese ebenfalls Berücksichtigung finden. Allerdings ist der Einfluss einer Erhöhung der Oberflächenhärte bei hochfesten Werkstoffen eher als gering einzuschätzen [Mac84]. Für die zulässige Beanspruchung eigenspannungsbehafteter ungekerbter Proben gilt unter Voraussetzung rein wechselnder Lastspannungen folgender Zusammenhang:

$$\sigma_A^{ES}(x) = \sigma_W - M_{ES} \cdot \sigma_{ES}(x) \quad 4.64$$

Unter Voraussetzung gleich gerichteter Eigenspannungen und Lastmittelspannungen kann mit Hilfe von *Gleichung 4.59* und *Gleichung 4.64* eine von der örtlichen Mittelspannung und Eigenspannung abhängige örtlich zulässige Spannungsamplitude ermittelt werden.

$$\sigma_A^{M,ES}(x) = \sigma_W - M_\sigma \cdot \sigma_m(x) - M_{ES} \cdot \sigma_{ES}(x) \quad 4.65$$

Allerdings muss die in *Gleichung 4.64* berücksichtigte lokale Eigenspannung zyklisch stabilisiert sein, was gerade bei Werkstoffen mit geringer Zugfestigkeit aufgrund des

kleinen Verhältnisses zwischen der zyklischen Fließgrenze und der Wechselfestigkeit nicht der Fall ist [Mac84]. Zu diesem Thema mehr in *Abschnitt 4.4.3*.

4.3.2.3 Berücksichtigung des Oberflächeneinflusses

Die Beschaffenheit der Oberfläche und im speziellen die Oberflächenrauheit R_z hat ebenfalls Einfluss auf die an der Oberfläche zulässige Spannungsamplitude. Dieser Einfluss erhöht sich bei Werkstoffen mit hohen Zugfestigkeiten.

Winderlich [Win90] erweiterte das von Wohlfahrt entwickelte Konzept für rand-schichtgehärtete Bauteile. Die Oberflächenrauheit R_z und die an der Oberfläche vorhandene Zugfestigkeit R_m für $x=0$ werden über einen Oberflächenfaktor K_R berücksichtigt (vgl. *Abschnitt 4.3.4.4*). Weiterhin führte Winderlich eine lokale Stützziffer $n_{sm}(x)$ (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*) ein.

$$\sigma_A^{M,ES,Rz}(x) = K_R(x) \cdot n_{sm}(x) \cdot \sigma_W - M_\sigma \cdot \sigma_m(x) - M_{ES} \cdot \sigma_{ES}(x) \quad 4.66$$

Bei Verwendung von *Gleichung 4.66* können die zulässigen Spannungsamplituden über die vorhandenen Lastspannungen in Abhängigkeit von der Tiefenlage x der betrachteten Position abgetragen werden.

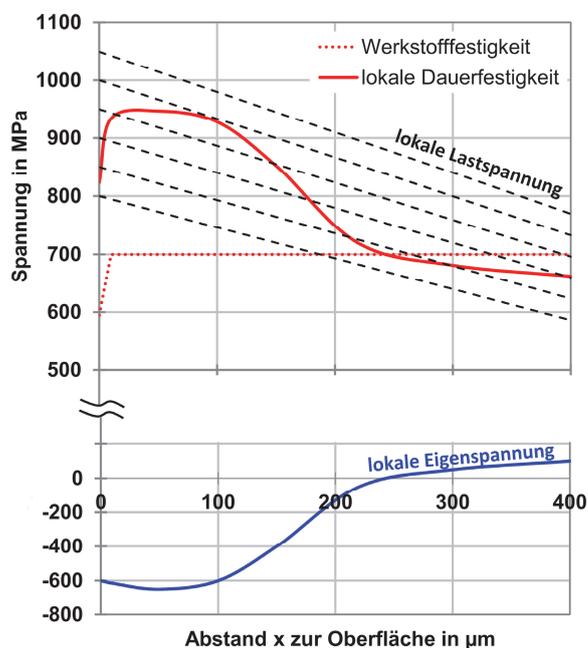


Abbildung 4.20: Lokale Dauerfestigkeit

Bei Überschreitung der lokalen Dauerfestigkeit durch vorhandene Lastspannungen können im Bereich dieser Überschreitung Brüche ausgehen.

4.3.3 Schädigungsparameter

Bei Dauerschwingversuchen an Bauteilen haben sowohl die Spannungsamplitude (Dehnungsamplitude) als auch die Mittelspannung (Mitteldehnung) Einfluss auf die Schädigung. Ebenso trifft dies auf Schraubendruckfedern zu. Wie groß der Betrag der Schädigung infolge eines Schwingspiels in Anlehnung an die lineare Schadensakkumulationstheorie ist, kann durch verschiedene Schädigungsparameter wie beispielsweise nach Smith, Watson und Topper oder Bergmann beschrieben werden.

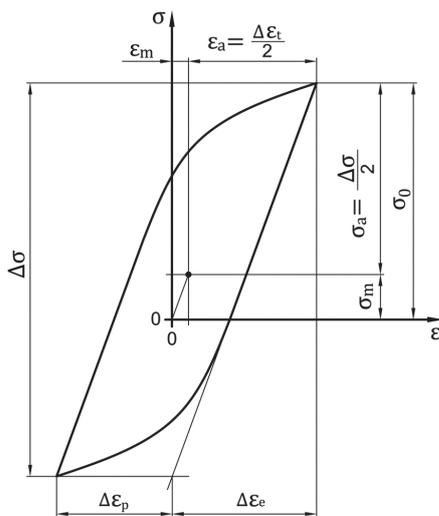


Abbildung 4.21: zyklische Spannungs-Dehnungs-Kennlinie [Hai02]

Werden an einer Probe zyklische Spannungs-Dehnungs-Versuche durchgeführt, ergibt sich der in *Abbildung 4.21* dargestellte Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung. Durch Liu und Zenner [Liu89] wurde nachgewiesen, dass ebenfalls ein Zusammenhang zwischen solchen zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kennlinien und Dauerfestigkeitskennwerten von Proben und Bauteilen besteht. Es wird davon ausgegangen, dass die Schädigung des Werkstoffes während eines Schwingspiels im direkten Zusammenhang mit der durch die Hysterese eingeschlossenen Fläche steht [Mug84].

4.3.3.1 Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper

Die Schädigung wird nach Smith, Watson und Topper durch *Gleichung 4.67* beschrieben. Als schädigend wird dabei das Produkt aus Oberspannung σ_o und Gesamtdehnungsamplitude $\cdot \epsilon_{a,t}$, das als Formänderungsenergiegedichte interpretiert werden kann, angesehen.

$$P_{SWT\sigma} = \sqrt{\sigma_o \cdot \epsilon_{a,t} \cdot E} = \sqrt{\sigma_o \cdot (\epsilon_{a,e} + \epsilon_{a,p}) \cdot E} \quad 4.67$$

Hierbei setzt sich die Gesamtdehnungsamplitude $\epsilon_{a,t}$ aus der elastischen Dehnungsamplitude $\epsilon_{a,e}$ und der plastischen Dehnungsamplitude $\epsilon_{a,p}$ zusammen.

Für Tangentialspannungen gilt analog zu *Gleichung 4.67* die nachfolgende Gleichung:

$$P_{SWT\tau} = \sqrt{\tau_o \cdot \gamma_{a,t} \cdot G} = \sqrt{\tau_o \cdot (\gamma_{a,e} + \gamma_{a,p}) \cdot G} \quad 4.68$$

Bei Vernachlässigung von plastischen Schiebungsanteilen ergibt sich der in der Federindustrie gebräuchliche Zusammenhang zwischen Oberspannung, Spannungsamplitude und Schädigungsparameter.

$$P_{SWT\tau} = \sqrt{\tau_o \cdot \tau_a} \quad 4.69$$

Das Verhältnis zwischen dem P_{SWT} –Wert für Normalspannungen und Tangentialspannungen beträgt unter Berücksichtigung der Gestaltänderungsenergiehypothese $1/\sqrt{3}$. Durch Dauerschwingversuche ist die Ermittlung von Schädigungsparameter - Wöhlerlinien möglich. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Versuchspunkte unabhängig von der Mittelspannung bei gleichem Schädigungsparameter in einem Streuband zusammenfallen [Hai02]. Für rein elastisches Werkstoffverhalten wird durch den P_{SWT} -Wert maximal eine Mittelspannungsempfindlichkeit $M=0,4$ für $-1 \leq R \leq 0$ abgebildet. Im Bereich größerer Spannungsverhältnisse $R>0$ sinkt dieser Wert weiter ab. Gerade bei hochfesten Werkstoffen, wie beispielsweise Federstahl mit Zugfestigkeiten um $R_m=2000$ MPa, ist der so abgebildete Wert für M deutlich zu klein (vgl. *Abbildung 4.18*).

4.3.3.2 Erweiterung des P_{SWT} -Wertes nach Bergmann

Durch den P_{SWT} – Wert ist keine Anpassung auf eine gewünschte Mittelspannungsempfindlichkeit möglich. Aus diesem Grund wurde von Bergmann [Ber83] die Erweiterung des ursprünglichen P_{SWT} -Wertes durch einen Kennwert $a_{z/d}$ vorgeschlagen. Die allgemeine mathematische Beschreibung erfolgt durch *Gleichung 4.70*:

$$P_B = \sqrt{(\sigma_o + a_{z/d} \cdot \sigma_m) \cdot \varepsilon_{a,t} \cdot E} \quad 4.70$$

Für die Anwendung auf Tangentialspannungen ist ebenfalls eine Übertragung von *Gleichung 4.70* auf Schubspannungen notwendig (vgl. *Gleichung 4.68*).

$$P_B = \sqrt{(\tau_o + a_s \cdot \tau_m) \cdot \tau_a} \quad 4.71$$

Durch den Kennwert $a_{z/d}$ bzw. a_s (für $0 \leq a \leq 2$) kann so der Mittelspannungseinfluss innerhalb der Grenzen von $M = 0$ bis $M = 1$ für den Spannungsverhältnisbereich $-1 \leq R \leq 0$ beeinflusst werden.

4.3.3.3 Weitere Schädigungsparameter

Haibach und Lehrke [Hai75] definieren einen weiteren Schädigungsparameter, der effektive Spannungen und Dehnungen verwendet.

$$P_{HL} = \sqrt{\Delta\sigma_{eff} \cdot \Delta\varepsilon_{eff} \cdot E} \quad 4.72$$

Grundlage dieses Schädigungsparameters ist die Vorstellung von kleinen, rissähnlichen Defekten, die bei vorliegender Druckspannung geschlossen sind und somit nicht weiter wachsen können.

Heitmann [Hei83] leitete unter Verwendung bruchmechanischer Beziehungen einen Schädigungsparameter P_{He} ab.

$$P_{He} = 2,9 \cdot \frac{\Delta\sigma_{eff}^2}{2E} + \frac{2,5 \cdot \Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon_p}{n' + 1} \quad 4.73$$

$$\text{mit } \Delta\sigma_{eff} = 3,72(3 - R)^{-1,74} \Delta\sigma \quad 4.74$$

Vormwald [Vor89] verwendete für seinen Schädigungsparameter ebenfalls Beziehungen der Bruchmechanik.

$$P_J = 1,24 \cdot \frac{\Delta\sigma_{eff}^2}{E} + \frac{1,02 \cdot \Delta\sigma_{eff} \cdot \Delta\varepsilon_{p,eff}}{\sqrt{n'}} \quad 4.75$$

Bauschke [Bau11] schlägt eine Erweiterung des Schädigungsparameters nach Smith, Watson und Topper durch Berücksichtigung der vorhandenen Eigenspannungen vor.

$$P_{SWT}^{ESP} = \sqrt{\frac{\sigma_{I_o}^{Last+ESP}}{2} (\sigma_{I_o}^{Last+ESP} - \sigma_{I_u}^{Last+ESP})} \quad 4.76$$

Die Verwendung dieses Schädigungsparameters zeigte allerdings deutliche Diskrepanz zwischen den berechneten und den experimentell ermittelten Bruchschwingspielzahlen. Als Grund werden fehlende Spannungskennwerte der untersuchten Federn angeführt. Der durch Bauschke vorgeschlagene Schädigungsparameter bietet jedoch gute Ansätze, um vor allem Druckeigenspannungen an der Federoberfläche berücksichtigen zu können, die zu einer Verschiebung der Mittelspannung in Richtung kleinerer Werte und somit zu einer Erhöhung der durch den Schädigungsparameter abgebildeten Mittelspannungsempfindlichkeit führt.

4.3.4 Einflüsse auf die Beanspruchbarkeit

Die Einflüsse auf die Beanspruchbarkeit von metallischen Bauteilen und Federn sind vielfältig und sollen in den folgenden Abschnitten beschrieben werden.

4.3.4.1 Gefüge und chemische Zusammensetzung des Federstahls

Eine optimale Schwingfestigkeit wird durch ein feines, gleichmäßiges, homogenes Gefüge erreicht [Rös02]. Bereits Hempel [Hem60/1] bemerkte eine mit abnehmender Korngröße zunehmende Wechselfestigkeit. Gründe dafür liegen nach Krupp et. al. [Kru04][Mil99] in den durch Korngrenzen blockierten und aufgestauten Versetzungen der Risspitze, wodurch die Rissausbreitung einen erhöhten Widerstand erfährt. Weiterhin werden die kristallographisch unterschiedlich ausgerichteten Körner als hindernd für die Gleitbandausbildung angesehen [Sun91]. Die chemische Zusammensetzung des Federstahls beeinflusst dessen Eigenschaften. Bilgen [Bil98] verweist auf verschiedene Quellen, die sich mit den Auswirkungen unterschiedlicher Legierungselemente auf die Eigenschaften des Materials beschäftigen. Mangan und Silizium führen durch Einbau im Eisengitter zu Verspannungen und wirken weiterhin blockierend auf Versetzungen, wodurch eine Erhöhung der Fließgrenze erfolgt [Blä94]. Elemente wie Chrom, Vanadium und Molybdän erhöhen durch Bildung von Ausscheidungen die Festigkeit. Vanadium sorgt weiterhin als Mikrolegierungselement für feinverteilte Ausscheidungen in Form von Nitriden und Karbiden, die bei der Härtung die Austenitkorngrößen blockieren und somit Kornwachstum verhindern [Bar94][Sta01]. Bei Stählen ohne Mikrolegierungselemente kann hingegen während des Austenitisierungsprozesses Kornwachstum auftreten, was zu unerwünscht grobem Korn und einer Reduzierung der Schwingfestigkeit führt.

4.3.4.2 Korrelation zwischen statischen und dynamischen Kennwerten des Werkstoffes

Die statischen Eigenschaften des jeweiligen Werkstoffes beeinflussen die dynamischen Festigkeitswerte. Zahlreiche Untersuchungen des letzten Jahrhunderts belegen diese Hypothese. Nachfolgend sind in *Abbildung 4.22* die durch Hempel in [Hem60/1] gesammelten Ergebnisse zusammenfassend dargestellt.

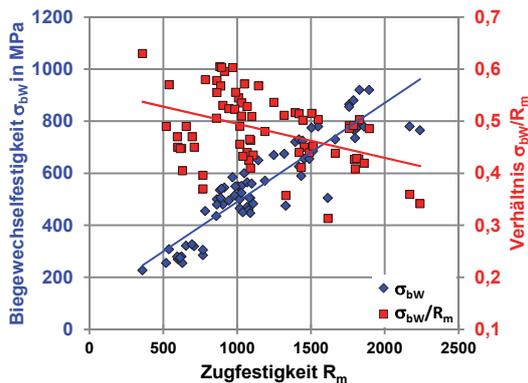


Abbildung 4.22: Abhängigkeit der Biege-wechselfestigkeit σ_{bW} von der Zugfestigkeit R_m (zusammengefasst aus [Hem60/1])

Mit steigender Zugfestigkeit des Werkstoffes R_m nimmt ebenfalls die Biege-wechselfestigkeit σ_{bW} zu (blau dargestellt). Das Verhältnis der Biege-wechselfestigkeit σ_{bW} zur Zugfestigkeit R_m nimmt mit steigender Zugfestigkeit kontinuierlich ab. Das Verhältnis der untersuchten Stähle liegt zwischen 0,33 für hochfeste Stähle und 0,6 für niedrigfeste Stähle. Der Grund dafür liegt nach Hempel in der größeren Kerbempfindlichkeit der höherfesten Werkstoffe. Aufgrund der großen Streuung der Versuchsergebnisse (vgl. *Abbildung 4.22*) erscheint eine Ermittlung von Biege-wechselfestigkeitswerten auf Basis von statischen Zugfestigkeitskennwerten als nicht praktikabel. Weitere Ergebnisse aus Biege-wechsel- und Torsionswechselversuchen an geschliffenen oder polierten Proben für Stähle mit einer Zugfestigkeit zwischen 400 MPa und 2250 MPa sind in [Hem60/2] zusammengefasst. Das Verhältnis der Biege-wechselfestigkeit σ_{bW} und der Zugfestigkeit R_m liegt dort für Stähle mit einer Zugfestigkeit R_m zwischen 800 MPa und 2250 MPa zwischen 0,4 und 0,55. Das Verhältnis zwischen Torsionswechselfestigkeit τ_W und Zugfestigkeit R_m liegt zwischen 0,20 und 0,30. Deutlich größere Verhältnisse zwischen der Torsions- und Biege-wechselfestigkeit wurden bei Stählen mit Zugfestigkeiten zwischen 400 MPa und 800 MPa festgestellt. Gründe dafür liegen laut *Hempel* in der geringeren Oberflächenempfindlichkeit der niedrigfesten Werkstoffe. Bei Betrachtung von *Abbildung 4.22* ist zu beachten, dass die Biege-wechselfestigkeitswerte aufgrund der bei Biegung vorhandenen inhomogenen Beanspruchung des Materials durch die vorhandene spannungsmechanische Stützwirkung beeinflusst werden. Die Auswirkung der spannungsmechanischen Stützwirkung nimmt mit zunehmender Zugfestigkeit ab, wodurch mit einem geringeren Abfall des Verhältnisses zwischen Biege-wechselfestigkeit und Zugfestigkeit zu rechnen ist.

Die Härte ist der Widerstand eines Werkstoffes gegen das Eindringen eines härteren Körpers. Die Härte eines Werkstoffes erlaubt näherungsweise Aussagen über dessen Zugfestigkeit R_m . Nach Bahre und Winderlich [Bah78][Win90] besteht im Bereich zwischen 100 HV und 400 HV ($R_m=320$ MPa bis 1290 MPa) ein nahezu linearer Zusam-

menhang zwischen der Härte und der Biege-wechselfestigkeit σ_{bw} . Die Festigkeit von Federstahldraht liegt allerdings weit über diesen Werten. Oberhalb von 400 HV ist die Umrechnung der Härte in eine Biege-wechselfestigkeit problematisch. Wie auch durch Hempel für hohe Zugfestigkeiten beschrieben, reduziert sich bei einer Erhöhung der Härte über 400 HV das Verhältnis zwischen der Biege-wechselfestigkeit σ_{bw} und der Härte. Dabei wird sogar von einer Sättigung des Betrages der Biege-wechselfestigkeit mit weiter steigender Härte ausgegangen (vgl. *Abbildung 4.23*).

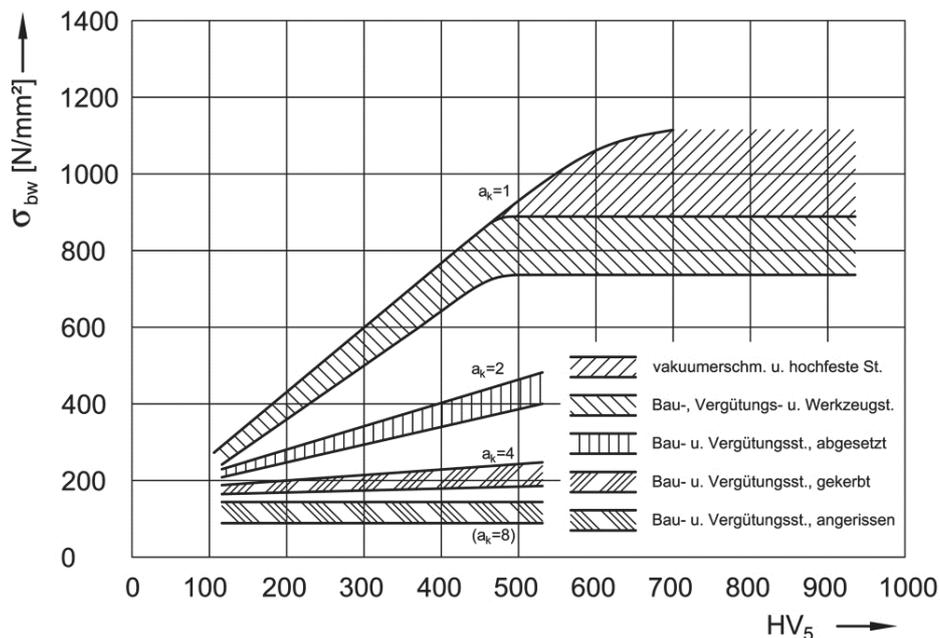


Abbildung 4.23: Abhängigkeit der Biege-wechselfestigkeit σ_{bw} von der Oberflächenhärte HV_5 [Kai81]

Auch Auswirkungen der Härte auf den Schwellwert zur Ermüdungsrissoausbreitung und Risswachstum sind bekannt. Mit steigender Härte reduziert sich der Schwellwert zur Ermüdungsrissoausbreitung ΔK_{th} deutlich. Untersuchungen von Tange [Tan90] bestätigen diese Aussage.

4.3.4.3 Veränderung von Materialkennwerten durch den Vergüteprozess und nachgelagerte Wärmebehandlungen

Beim Vergüten handelt es sich um einen Prozess, bei dem durch gezielte Wärmebehandlung des Drahtes ein Vergütungsgefüge ohne Vorzugsrichtung im Draht erzeugt wird [Sch06]. Die Wärmebehandlung wird dabei maßgeblich durch die Parameter der Prozessabschnitte, Austenitisierung in Verbindung mit Abschrecken (Härten) und Vergüteanlassen beeinflusst. Eine Kombination der Prozesse Härten und Anlassen wird Vergüten genannt [Roo08]. Durch Variation des Temperatur-Zeit-Verlaufes während des Vergüteprozesses können die statischen Materialkennwerte wie Zug- und Torsions-

festigkeit, die jeweiligen Fließgrenzen sowie die Duktilität des Materials beeinflusst werden. Während der Austenitisierung wird der Draht auf Temperaturen oberhalb der Austenitisierungstemperatur A_{c3} erwärmt. Der Kohlenstoff im Werkstoff geht dabei in Lösung und verteilt sich homogen im Gefüge [Gis01]. Durch das anschließende Abschrecken in einem dafür geeigneten Medium wird der kubisch flächenzentrierte (kfz) Austenit in kubisch raumzentrierten (krz) Martensit umgewandelt. Bei diesem Vorgang wird die Kohlenstoffdiffusion während der Phasenumwandlung unterdrückt, sodass sich, wie auch in der kfz-Phase, in der krz-Phase der Kohlenstoff auf Oktaederlücken befindet. Eine Verzerrung des krz-Gitters, die mit steigendem Kohlenstoffgehalt zunimmt, ist die Folge. Die Zugfestigkeit des Werkstoffes steigt deutlich an, wobei gleichzeitig die Zähigkeit abnimmt. Der gehärtete Werkstoff weist ein sprödes Materialverhalten auf und ist für die Federherstellung ungeeignet. Um die Duktilität wieder zu erhöhen, wird anschließend das Vergüteeinlassen durchgeführt.

Dabei wird der Werkstoff auf Temperaturen unterhalb von T_{AC1} (Austenitisierungsstarttemperatur, legierungsabhängig) erwärmt, wodurch der auf Oktaederlücken befindliche Kohlenstoff auf Zwischengitterplätze diffundieren kann. Die Verzerrung des krz-Gitters verringert sich entsprechend, wodurch Härte, Zugfestigkeit und Streckgrenze des Materials abnehmen. Bruchdehnung, Einschnürung und Kerbschlagzähigkeit nehmen gleichzeitig zu [Sei07].

Nach dem Federwinden als formgebenden Prozess erfolgt im Allgemeinen eine Wärmebehandlung. Diese hat vorrangig einen Abbau der nach dem Windevorgang ungünstig gerichteten Eigenspannungen als Ziel. Gleichzeitig werden jedoch zusätzlich die statischen Materialkennwerte beeinflusst. Wie der Wärmebehandlungsprozess abhängig von dessen Parametern die statischen Materialkennwerte verändert, wurde in [Gei07][Gei11][Sch06][Lux11] untersucht. In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass eine Änderung der statischen Materialkennwerte neben den Parametern der Wärmebehandlung auch durch die Parameter des Vergüteeinlassens beeinflusst wird [Kle08]. *Eine Optimierung der statischen Materialkennwerte für dynamische Anwendungen kann deshalb nur unter Berücksichtigung der Parameter des Vergüteeinlassens in Verbindung mit der dem Federwinden nachgelagerten Wärmebehandlung erfolgen* [Sch06][Lux11].

4.3.4.4 Oberflächenzustand

Mit zunehmender Oberflächenrauheit nimmt die Schwingfestigkeit von Proben und Bauteilen ab. Die Reduzierung der Schwingfestigkeit bei gleicher Oberflächenrauheit

hängt dabei von der Zugfestigkeit R_m des Werkstoffes ab. Je höher die Zugfestigkeit R_m des Werkstoffes ist, desto größer ist die Abnahme der Schwingfestigkeit.

Auch die mittlere Korngröße des Werkstoffes spielt bei diesen Betrachtungen eine Rolle. Allgemein wird von einer Grenzrautiefe R_0 , die zwischen $1 \mu\text{m}$ und $6 \mu\text{m}$ liegt und von der Korngröße abhängig ist, ausgegangen [Sig93][FAT102]. Bei Oberflächenrauheiten unterhalb der Grenzrautiefe R_0 findet kein Schwingfestigkeitsabfall mehr statt.

In der Vergangenheit wurden verschiedene Ansätze entwickelt, um den Einfluss der Oberflächenrauheit auf die Schwingfestigkeit zu beschreiben. Nachfolgend sollen an dieser Stelle die wichtigsten genannt werden. Dabei wird der Oberflächenfaktor, entgegen den hier verwendeten Quellen, allgemein mit K_R bezeichnet.

In [Gud99] wird für die Berechnung des Oberflächenfaktors K_R eine Funktion in Abhängigkeit von der Rautiefe R_z und der Zugfestigkeit R_m nach *Siebel* und *Gaier* angegeben.

$$K_R = 1 - 0,22 \left(\lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \right)^{0,64} \cdot \lg \frac{R_m}{\text{MPa}} + 0,45 \cdot \left(\lg \frac{R_z}{\mu\text{m}} \right)^{0,53} \quad 4.77$$

Durch die TGL 19340-3 [TGL19340/3] werden die *Gleichungen 4.78* und *4.79* für die Berechnung des Einflusses der rauen Oberfläche für Zugfestigkeiten $\leq 2000 \text{ MPa}$ vorgeschlagen. Dabei wurde bereits die Auswirkung unterschiedlicher Spannungsarten, Normalspannung oder Tangentialspannung, auf die Schwingfestigkeit bei der Ermittlung des Einflussfaktors der Oberflächenrauheit berücksichtigt. Für Normalspannungen ist *Gleichung 4.78* und für Tangentialspannungen *Gleichung 4.79* zu verwenden.

$$K_{R,\sigma} = 1 - 0,22 \lg \left(\frac{R_z}{\mu\text{m}} \right) \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20\text{MPa}} - 1 \right) \quad 4.78$$

$$K_{R,\tau} = 0,575 \cdot K_{R\sigma} + 0,425 \quad 4.79$$

Weiterhin kann durch [TGL19340/3] der geringere Feingestalteinfluss bei gekerbten Proben nach folgender Gleichung berücksichtigt werden.

$$K_{R,Kerb} = K_R + (1 - K_R) \cdot \left(\frac{K_t - 1}{K_t} \right)^2 \quad 4.80$$

$K_R, K_{R,Kerb}$ Oberflächenfaktor für gekerbte und ungekerbte Bauteile
 K_t Formzahl (äquivalent Spannungsbeiwert k)

Dieser Einfluss kann jedoch aufgrund der bei Schraubendruckfedern verhältnismäßig kleinen Formzahlen ($K_t = 1,55$ bei $w=3$) vernachlässigt werden.

Nach Hänel [Hän03] werden die Auswirkungen der Oberflächenrauheit auf die Schwingfestigkeit durch folgende Gleichung beschrieben.

$$K_{R,\sigma} = 1 - a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2R_m}{R_{m,N,\min}}\right) \quad 4.81$$

Dabei werden die über den Rauheitsfaktor berücksichtigten Auswirkungen auf die Schwingfestigkeit mit Hilfe von werkstoffgruppenspezifischen Konstanten $a_{R,\sigma}$ und $R_{m,N,\min}$ auf vorgegebene Werkstoffgruppen angepasst. Wie auch bei der Bestimmung des Rauheitsfaktors nach TGL 19340-3 ist eine Übertragung für Schubspannungen durch Anpassung von *Gleichung 4.81* durch Verwendung des sogenannten Schubwechselfestigkeitsfaktors $f_{W,\tau}$ ($f_{W,\tau}=0,577$) möglich, wodurch sich *Gleichung 4.82* ergibt.

$$K_{R,\tau} = 1 - f_{W,\tau} \cdot a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2R_m}{R_{m,N,\min}}\right) \quad 4.82$$

Allgemein werden beim Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit Nennspannungen oder örtlichen Spannungen die Rauheitsfaktoren bei den zulässigen Spannungen des Bauteils berücksichtigt, obwohl durch erhöhte Oberflächenrauheiten Kerbwirkungen und somit Spannungsüberhöhungen an der Oberfläche auftreten. Die auf Basis der Untersuchungen von Siebel und Gaier in [Gud99] vorgeschlagene Rechenbeziehung liefert dabei deutlich kleinere Werte für den Rauheitsfaktor K_R , als die Ansätze nach TGL oder FKM. Die zugrunde gelegten Auswirkungen der „rauen“ Oberfläche auf die Schwingfestigkeit des Bauteils sind somit deutlicher, als bei den durch [TGL19340/3] und [Hän03] vorgeschlagenen Rechenbeziehungen. Unterschiede des berechneten Rauheitsfaktors nach *Gleichung 4.78* und *4.81* für Normalspannung bzw. *Gleichung 4.79* und *4.82* für Tangentialspannung sind für Stähle nicht vorhanden.

4.3.4.5 Größeneinfluss

Magin [Mag81] führte eine Analyse unterschiedlicher Modelle zur Berücksichtigung des Größeneinflusses schwingbeanspruchter Proben und Bauteile durch. Die Modelle wurden dabei in vier übergeordnete Größeneinflussmechanismen unterteilt.

1. Technologischer Größeneinfluss
2. Spannungsmechanischer oder geometrischer Größeneinfluss
3. Statistischer Größeneinfluss
4. Oberflächentechnischer Größeneinfluss

Der *technologische Größeneinfluss* n_t (K_{Gt}) berücksichtigt fertigungsbedingte Abweichungen der Werkstoffeigenschaften wie z.B. der Zugfestigkeit R_m . Beispielhaft seien hier die in DIN EN 10270 [DIN10270/2] aufgeführten Federstahldrähte und deren Festigkeitswerte zu nennen. Mit steigendem Drahtdurchmesser sinkt die Zugfestigkeit deutlich ab. Da ein enger Zusammenhang zwischen statischen und dynamischen Materialeigenschaften besteht, resultiert daraus auch eine Änderung der Schwingfestigkeit.

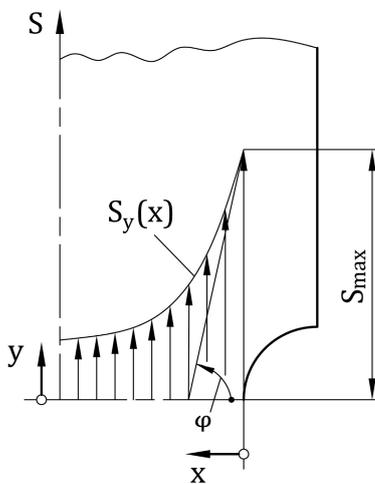
Nach Magin ist der *spannungsmechanische Größeneinfluss* n_{sm} (K_{Gsm}) der eigentliche Größeneinfluss, dem die anderen drei Mechanismen überlagert sind. Als Grund dafür wird die bei inhomogener Beanspruchung auftretende Stützwirkung genannt, die durch Spannungsumlagerung hochbeanspruchter Werkstoffbereiche auf weniger hoch beanspruchte Werkstoffbereiche zu einer Entlastung führt. Es existieren verschiedene mathematische Beschreibungen der Auswirkungen der Stützwirkung, die auf empirisch ermittelten Versuchswerten basieren.

Beim *statistischen Größeneinfluss* n_{st} (K_{Gst}) wird von der Annahme ausgegangen, dass mit zunehmendem hoch beanspruchtem Werkstoffvolumen bzw. dessen Oberfläche die Wahrscheinlichkeit einer bruchauslösenden Fehlstelle zunimmt. Voraussetzung für die Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses ist die Kenntnis einer geeigneten Verteilungsfunktion der Fehlstellen. Diese Annahme liefert eine Begründung für den Schwingfestigkeitsabfall mit zunehmendem geprüftem Werkstoffvolumen bei homogener Beanspruchung.

Der *oberflächentechnische Größeneinfluss* n_{ot} (K_{Got}) berücksichtigt Auswirkungen von Erhöhung der Randfestigkeit und Eigenspannungen. Zu Verfahren, die sich auf die Oberfläche auswirken zählen Nitrieren, Nitrocarburieren, Einsatzhärten und Carbonitrieren, Flamm- und Induktionshärten sowie Festwalzen und Kugelstrahlen [Hän03]. Bei Schraubendruckfedern werden überwiegend das Nitrieren und das Kugelstrahlen im Rahmen einer Oberflächenbehandlung angewendet. Diese oberflächenverfestigenden und eigenspannungsinduzierenden Verfahren sind von der Tiefenwirkung begrenzt [Woh81]. Die Einflusszone ist daher bei größeren Bauteilen oder Drahtdurchmessern bezogen auf das Gesamtvolumen kleiner, wodurch ein zusätzlicher Größeneinfluss erfolgt.

Eine Berücksichtigung des *technologischen Größeneinflusses* ist bei der Auslegung von Schraubendruckfedern nicht erforderlich, da direkt an dem für die Federherstellung verwendeten Draht durch Zugversuche oder Härtemessungen die erforderlichen statischen Materialkennwerte ermittelt werden können.

In der Literatur sind verschiedene Berechnungsansätze zu finden, mit deren Hilfe eine inhomogene Spannungsverteilung durch Verwendung einer allgemeinen Stützzahl n bei der Bestimmung zulässiger Spannungen von Bauteilen berücksichtigt werden kann. Die ersten Ansätze gehen auf die Arbeiten von Siebel und Stieler [Sie55][Sti54] sowie Schütz und Hück [Hüc81] zurück. Weitere Ansätze sind in Normen wie der [TGL19340/3] und in Nachschlagewerken wie der FKM-Richtlinie [Hän03] enthalten. Allen gemein ist die Abhängigkeit vom bezogenen Spannungsgefälle \bar{G} . Es beschreibt den Spannungsgradienten an der höchstbeanspruchten Stelle und wird durch folgende Gleichung definiert.



$$\bar{G} = \frac{1}{S_{max}} \cdot \frac{dS_{max}}{dx} \quad 4.83$$

Abbildung 4.24: Spannungsgefälle

Beim Ansatz von Siebel und Stieler wird davon ausgegangen, dass bei inhomogener Spannungsverteilung eine kritische Spannung über der sog. Gleitschichtdicke s_g erreicht werden muss. Die Gleitschichtdicke s_g entspricht dabei, was experimentell bestätigt wurde, dem mittleren Korndurchmesser des Werkstoffes. Die Stützzahl kann dementsprechend aus dem bezogenen Spannungsgefälle und der Gleitschichtdicke s_g ermittelt werden [Liu91].

$$\text{Siebel, Stieler:} \quad n = 1 + \sqrt{s_g \cdot \bar{G}} \quad 4.84$$

$$\text{Schütz, Hück:} \quad n = 1 + 0,45 \cdot \bar{G}^{0,3} \quad 4.85$$

$$\text{TGL 19340 [TGL19340/3]:} \quad n = 1 + \sqrt{\bar{G}_\sigma} \cdot 10^{-\left(0,33 + \frac{R_{p0,2}}{712 \text{ MPa}}\right)} \quad 4.86$$

$$n = 1 + \sqrt{\bar{G}_\tau} \cdot 10^{-\left(0,33 + \frac{\tau_{t0,4}}{712 \text{ MPa}}\right)} \quad 4.87$$

$$\text{FKM Richtlinie [Hän03]:} \quad n = 1 + \sqrt{\bar{G}_\sigma} \cdot mm \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G}\right)} \quad 4.88$$

$$n = 1 + \sqrt{\bar{G}_\tau} \cdot mm \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{f_{W,\tau} \cdot R_m}{b_G}\right)} \quad 4.89$$

Durch Schütz und Hück wird *Gleichung 4.85* zur Berechnung der Stützzahl n vorgeschlagen. Der Einfluss des Werkstoffes auf die Stützzahl wird dabei allerdings vollständig vernachlässigt. In TGL 19340 [TGL19340/3] wird der Ansatz von Siebel und Stieler in einer modifizierten Form verwendet. Die Gleitschichtdicke s_g wurde dort durch einen von der Streckgrenze bzw. Torsionsfließgrenze abhängigen Term ersetzt. Es wurde weiterhin in Stützzahlen für Normal- und Tangentialspannungen unterschieden (vgl. *Gleichung 4.86* und *4.87*). Allgemein anerkannt ist der Berechnungsansatz nach FKM. Dieser zeigt prinzipiell den gleichen formalen Aufbau, wie der in TGL 19340. Für die Berechnung werden jedoch zusätzlich Grenzen der Beträge des bezogenen Spannungsgefälles eingeführt. Die *Gleichungen 4.88* und *4.89* gelten entsprechend für ein bezogenes Spannungsgefälle zwischen $0,1 \text{ mm}^{-1} \leq \bar{G} \leq 1,0 \text{ mm}^{-1}$. Die werkstoffspezifischen Konstanten können [Hän03] entnommen werden (für Stahl gilt: $a_G=0,5$; $b_G=2700$). Bei Kenntnis des bezogenen Spannungsgefälles kann nach den genannten Ansätzen die Stützzahl n ermittelt werden. Betrachtungen zur Bestimmung des bezogenen Spannungsgefälles in Schraubendruckfedern wurden in [Gie11] durchgeführt. Ergebnis dieser Betrachtungen war ein analytischer Zusammenhang zur Beschreibung des bezogenen Spannungsgefälles in Abhängigkeit vom Wickelverhältnis w und Drahtdurchmesser d der Schraubendruckfeder (*Gleichung 4.90*).

$$\bar{G}_\tau = \left(0,886 + \frac{0,6078}{w - 0,72}\right) \cdot \left(-2,587 \cdot 10^{-4} + \frac{2,25}{d - 7,464 \cdot 10^{-6}}\right) \quad 4.90$$

Durch *Gleichung 4.90* wird das bezogene Spannungsgefälle an der bruchgefährdeten Windungsinnenseite der Feder beschrieben.

Mit Hilfe der genannten Ansätze zur Berechnung der Stützzahl n ist eine Berücksichtigung der fehlstellenbehafteten Oberfläche nicht möglich. Aus diesem Grund wurde die 6. Auflage der FKM Richtlinie [FKM12] durch ein alternatives Konzept zur Berechnung der Stützzahl ergänzt. Darin wird zwischen einer statistischen Stützzahl n_{st} , einer verformungsmechanischen Stützzahl n_{vm} und einer bruchmechanischen Stützzahl n_{bm} unterschieden. Aus dem Produkt der genannten Stützzahlen ergibt sich die Gesamtstützzahl n . Der Vorteil dieses Konzeptes liegt in der Berücksichtigung einer vorhandenen hochbelasteten Oberfläche, der Makrostützwirkung nach Neuber und des bezogenen Spannungsgefälles.

Durch Heckel und Mitarbeiter [Böh82] wurden Untersuchungen durchgeführt, den statistischen Größeneinfluss und somit die statistische Stützzahl n_{st} zu erfassen. Dafür wurde das von Weibull und Freudenthal für die Beschreibung streuender Zugfestigkeiten spröder Werkstoffe entwickelte Fehlstellenmodell angewendet.

Tabelle 4.4: Gleichungen zur mathematischen Beschreibung der Weibull-Verteilung

Verteilungsfunktion	inverse Funktion	Näherungsgleichung
$P(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{a_v}\right)^k\right\}$	$x = a_v \cdot \left(\ln \frac{1}{1-P}\right)^{\frac{1}{k}}$	$P = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$

Das Modell geht von einer Gleichverteilung der Fehlstellen in Form von mikro- und makrostrukturellen Werkstoffinhomogenitäten an und in technischen Werkstoffen aus. Für die Verteilung der Fehlstellen mit der Größe $x=a$ an einer Oberfläche A_0 (Volumen V_0) wird in diesem Modell die zweiparametrische Form der Weibullverteilung angesetzt.

$$P_{A_0, V_0}(a) = \exp\left\{-\left(\frac{a}{a_v}\right)^{-k^*}\right\} \quad 4.91$$

Durch $P(a)$ wird die Wahrscheinlichkeit angegeben, an einer betreffenden Oberfläche A_0 (Volumen V_0) eine Fehlstelle kleiner der Größe a zu finden [Hai02]. Dabei entspricht der Parameter a_v der charakteristischen Größe der Fehlstelle und k^* deren Streuung. Werden die Fehlstellen als fiktive Risse der Länge a interpretiert, kann durch Verwendung von Gleichung 4.92 der linear-elastischen Bruchmechanik der Fehlstellengröße a eine versagenskritische Spannung zugeordnet werden [Hai02].

$$\Delta K = S \cdot \sqrt{a} \cdot Y(a) \quad 4.92$$

Unter der Voraussetzung, dass die kritische Schwingbreite der Spannungsintensität ΔK für verschiedene Fehlstellengrößen a sowie der geometrieabhängige Korrekturfaktor $Y(a)$ konstant sind [Ber00], folgt aus Gleichung 4.91 die nachfolgende Gleichung:

$$P_{\bar{u}, A_0, V_0}(S) = \exp\left\{-\left(\frac{S}{S_v}\right)^{2k^*}\right\} = \exp\left\{-\left(\frac{S}{S_v}\right)^{k_w}\right\} \quad 4.93$$

$P(S)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die größte Fehlstelle a der Oberfläche A_0 (Volumen V_0) die Spannung S erträgt. $P(S)$ entspricht somit der Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}(S)$ für eine Oberfläche A_0 (Volumen V_0).

Für die Ermittlung der in *Gleichung 4.93* verwendeten Parameter k_w und S_v genügt es, die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u}}$ für zwei Spannungshorizonte im Übergangsbereich zur Dauerfestigkeit zu bestimmen und in folgende Gleichungen einzusetzen [Böh82]:

$$k_w = \frac{\ln(-\ln P_{\ddot{u}2}) - \ln(-\ln P_{\ddot{u}1})}{\ln S_2 - \ln S_1} \quad 4.94$$

$$S_v = \exp \left\{ \ln S_1 - \frac{\ln(-\ln P_{\ddot{u}1})}{k_w} \right\} \quad 4.95$$

Die vorausgegangenen Betrachtungen zum statistischen Größeneinfluss beziehen sich auf die Bestimmung der Überlebenswahrscheinlichkeit einer Probe mit der Oberfläche A_0 (Volumen V_0). Um nun für eine n -fach veränderte Oberfläche A (Volumen V) die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u},A,V}(S)$ berechnen zu können, ist der Multiplikationsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden ($n=A/A_0$; $n=V/V_0$). Er beinhaltet die n -fache Multiplikation der einzelnen Überlebenswahrscheinlichkeiten $P_{\ddot{u},A_0,V_0}(S)$.

$$P_{\ddot{u},A,V}(S) = \prod_{i=1}^n \{P_{\ddot{u},A_0,V_0}(S)\} = \left[\exp \left\{ - \left(\frac{S}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \right]^n \quad 4.96$$

Für die Überlebenswahrscheinlichkeit einer von A_0 abweichenden Oberfläche A gilt:

$$P_{\ddot{u},A}(S) = \left[\exp \left\{ - \frac{A}{A_0} \left(\frac{S}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \right] \quad 4.97$$

Analog gilt für die Überlebenswahrscheinlichkeit eines von V_0 abweichenden Volumens V :

$$P_{\ddot{u},V}(S) = \left[\exp \left\{ - \frac{V}{V_0} \left(\frac{S}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \right] \quad 4.98$$

Der durch *Gleichung 4.96* beschriebene Zusammenhang zwischen der Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u},A_0,V_0}$ einer Probe mit der Oberfläche A_0 (Volumen V_0) in Abhängigkeit von einer Spannung S (Graph Nr. 1) und der Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u},A,V}$ bei einer Probe mit einer Oberfläche $A=n \cdot A_0$ (Volumen $V=n \cdot V_0$) bei gleicher Spannung S (Graph 2 und 3) soll durch *Abbildung 4.25* verdeutlicht werden.

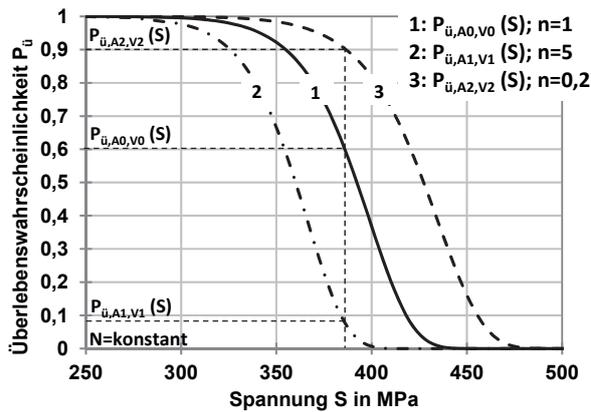


Abbildung 4.25: Graphische Darstellung von Gleichung 4.96 ($k_w=18,8$; $S_v=400$ MPa)

Reduziert sich die hochbelastete Oberfläche A (Volumen V) gegenüber A_0 (V_0) ($n < 1$), so erhöht sich die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ bei konstanter Spannung und Schwingspielzahl N. Dementsprechend reduziert sich die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ bei einer Erhöhung der betrachteten Oberfläche A (Volumen V) gegenüber A_0 (V_0).

Für jeweils gleiche Überlebenswahrscheinlichkeiten ergibt sich aus Gleichung 4.97 bzw. 4.98 das Verhältnis der versagenskritischen Spannung S_1 der Oberfläche A_1 (Volumen V_1) zur versagenskritischen Spannung S_0 der Oberfläche A_0 (Volumen V_0). Das Verhältnis der versagenskritischen Spannungen S_1 und S_0 entspricht dem statistischen Größeneinfluss n_{st} .

$$n_{st} = \frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{A_0}{A_1} \right)^{1/k_w} \quad 4.99$$

$$n_{st} = \frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{1/k_w} \quad 4.100$$

Für den Weibull-Exponenten k_w wird durch [FKM12] für Stähle $k_w=30$ vorgeschlagen. Durch [Böh82] wurde im Mittel für verschiedene Stähle ein Weibull-Exponent k_w von 18,8 bestimmt. Der durch die Gleichungen 4.99 bzw. 4.100 beschriebene Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Probenoberflächen bzw. dem Probenvolumen und den Festigkeitswerten wurde durch zahlreiche Versuche bestätigt [Hec75][Fri98][Zie77][Iss95].

In Gleichung 4.97 und 4.98 wird von einer konstanten Beanspruchung der Oberfläche A bzw. des Volumens V ausgegangen. Dies ist bei realen Bauteilen, so auch bei Schraubendruckfedern, nicht der Fall. Entsprechend ist eine Zerlegung der Oberfläche A (Volumen V) in n Teilflächen ΔA_i (Teilvolumina ΔV_i) mit konstanter Beanspruchung durchzuführen. Aus Gleichung 4.97 und 4.98 folgt:

$$P_{\bar{u},A}(S) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \frac{\Delta A_i}{A_0} \left(\frac{S(A_i)}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \quad 4.101$$

$$P_{\bar{u},V}(S) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \frac{\Delta V_i}{V_0} \left(\frac{S(V_i)}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \quad 4.102$$

Werden anschließend die Beanspruchungen $S(A)$ und $S(V)$ durch $S(A)=S_{\max} \cdot g(x,y,z)$ und $S(V)=S_{\max} \cdot g(x,y,z)$ normiert sowie die Oberfläche A (Volumen V) in unendlich viele Teilflächen dA (Volumina dV) unterteilt ($n \rightarrow \infty$), so ergibt sich für die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u},A}$ einer inhomogen beanspruchten Oberfläche A [Jun97]:

$$P_{\ddot{u},A}(S) = \exp \left\{ - \frac{\int_A g^{k_w}(x,y,z) dA}{A_o} \cdot \left(\frac{S_{\max}}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \quad 4.103$$

Für die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u},V}$ eines inhomogen beanspruchten Volumens V folgt entsprechend:

$$P_{\ddot{u},V}(S) = \exp \left\{ - \frac{\int_V g^{k_w}(x,y,z) dV}{V_o} \cdot \left(\frac{S_{\max}}{S_v} \right)^{k_w} \right\} \quad 4.104$$

Der Ausdruck $\int_A g^{k_w}(x,y,z) dA$ bzw. $\int_V g^{k_w}(x,y,z) dV$ wird auch als „SpannungsinTEGRAL“ bezeichnet. Dessen Herleitung kann verschiedenen Veröffentlichungen [Zie76][Zie77][Böh82][Ber00] entnommen werden.

Wie auch für die Gleichungen 4.99 bzw. 4.100 kann unter Voraussetzung gleicher Überlebenswahrscheinlichkeiten das Verhältnis einer versagenskritischen Spannung S_1 der inhomogen beanspruchten Oberfläche A_1 (Volumen V_1) zur versagenskritischen Spannung S_0 der inhomogen beanspruchten Oberfläche A_0 (Volumen V_0) ermittelt werden. Die Spannungen S_0 und S_1 sind dabei örtlich maximal vorhandene Spannungen.

$$n_{st} = \frac{S_1}{S_0} = \left[\frac{\int_{A_0} g_0^{k_w}(x,y,z) dA}{\int_{A_1} g_1^{k_w}(x,y,z) dA} \right]^{\frac{1}{k_w}} \quad 4.105 \quad n_{st} = \frac{S_1}{S_0} = \left[\frac{\int_{V_0} g_0^{k_w}(x,y,z) dV}{\int_{V_1} g_1^{k_w}(x,y,z) dV} \right]^{\frac{1}{k_w}} \quad 4.106$$

Das Verhältnis der versagenskritischen Spannungen S_1 und S_0 entspricht ebenfalls dem statistischen Größeneinfluss n_{st} .

Durch die verformungsmechanische Stützzahl n_{vm} wird die Makrostützwirkung nach Neuber für duktile Stähle beschrieben [Liu91][FKM12]. Diese ist von der statistischen Stützzahl n_{st} , der Werkstoffwechselfestigkeit σ_w , der dauerhaft ertragbaren wechsellastischen Dehnung $\varepsilon_{pl,W}$ sowie E-Modul, Zugfestigkeit R_m und einer werkstoffspezifischen Konstante n' abhängig.

$$n_{vm} = \sqrt{1 + \frac{E \cdot \varepsilon_{pl,W}}{\sigma_w} \cdot (n_{st})^{\frac{1}{n'} - 1}} \quad 4.107$$

Die genannten Größen können [FKM12] entnommen werden. Mit zunehmender Zugfestigkeit R_m nimmt der Betrag der verformungsmechanischen Stützzahl stetig ab. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Federstählen ergibt sich eine verformungsmechanische Stützzahl $n_{vm} \approx 1$. Sie wird daher im Weiteren nicht mehr berücksichtigt.

Mit Hilfe der bruchmechanischen Stützzahl n_{bm} wird das langsamere Anwachsen eines Ermüdungsrisses in einem gradientenbehafteten Beanspruchungsfeld gegenüber dem in einem homogenen Feld gleicher Maximalspannung erfasst [FKM12].

$$n_{bm} = \frac{5 + \sqrt{\bar{G}}}{5 \cdot n_{vm} \cdot n_{st} + \frac{R_m}{R_{m,bm}} \cdot \sqrt{\frac{7,5 + \sqrt{\bar{G}}}{1 + 0,2 \cdot \sqrt{\bar{G}}}}} \quad 4.108$$

Die bruchmechanische Stützzahl n_{bm} ist von der verformungsmechanischen und statistischen Stützzahl (n_{vm} , n_{st}) sowie der Zugfestigkeit R_m , dem bezogenen Spannungsgefälle \bar{G} und einer werkstoffspezifischen Konstante $R_{m,bm}$ abhängig. Bei Berechnung der bruchmechanischen Stützzahl unter Verwendung federspezifischer Kenngrößen ergibt sich nach *Gleichung 4.108* stets ein Wert $n_{bm} < 1$. Dies würde der Definition einer bruchmechanischen Stützzahl widersprechen, weshalb $n_{bm} = 1$ anzusetzen ist. Die bruchmechanische Stützzahl wird daher im Weiteren ebenfalls nicht mehr berücksichtigt.

4.3.4.6 Formzahlen und Wirkzahlen

Obwohl es sich bei einer Schraubendruckfeder um ein nicht gekerbtes Bauteil handelt, treten im Bereich der Windungsinne Seite der Feder aufgrund der räumlich gekrümmten Geometrie örtlich bezüglich der Nennspannung des geraden Torsionsstabes erhöhte Spannungen auf. Das Verhältnis zwischen der maximalen örtlichen Spannung und der Nennspannung wird durch rein geometrieabhängige Formzahlen wie beispielsweise α_K beschrieben.

$$\alpha_K = \frac{S_{max}}{S_n} \quad 4.109 \quad \alpha_K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad 4.110 \quad \alpha_K = \frac{\tau_{max}}{\tau_n} \quad 4.111$$

Bei Schraubendruckfedern wird das Verhältnis zwischen maximal vorhandener Spannung und Nennspannung durch den Spannungsbeiwert k beschrieben. Dieser Spannungsbeiwert k ist ebenso wie α_K eine geometrieabhängige Formzahl, deren Betrag durch das Wickelverhältnis $w = D/d$ definiert wird. Der Spannungsbeiwert k wurde durch theoretische Untersuchungen verschiedener Autoren wie Göhner [Göh30], Bergsträsser [Ber33] und Wahl [Wah70] mathematisch beschrieben.

$$\text{Göhner:} \quad k_G = 1 + \frac{1,25}{w} + \frac{0,875}{w^2} + \frac{1}{w^3} \quad 4.112$$

$$\text{Bergsträsser:} \quad k_B = \frac{w + 0,5}{w - 0,75} \quad 4.113$$

$$\text{Wahl:} \quad k_W = \frac{w - 0,25}{w - 1} + \frac{0,615}{w} \quad 4.114$$

Trotz verschiedener mathematischer Ansätze ergeben sich nahezu gleiche wickelverhältnisabhängige Verläufe des Spannungsbeiwertes k [Huh67].

Im Gegensatz zu geometrieabhängigen Formzahlen wie beispielsweise α_k und k berücksichtigen Kerbwirkungszahlen die Auswirkungen auf die dynamische Beanspruchbarkeit des Bauteils. Der Zusammenhang zwischen der Formzahl α_k und der Wirkungszahl β_k wird durch die Stützzahl n beschrieben. Die Stützzahl ergibt sich dabei aus den in *Abschnitt 4.3.4.5* beschriebenen Größeneinflüssen.

$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{n} \quad 4.115$$

Die Auslegung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern erfolgt nach [DIN13906/1] unter Verwendung einer mit dem Spannungsbeiwert k korrigierten Spannung τ_k . Der Festigkeitsnachweis erfolgt nach *Gleichung 4.116* durch Vergleich des vorhandenen Spannungshubes τ_{kh} mit einem zulässigen Spannungshub τ_{kH} .

$$\tau_{kh} < \tau_{kH} \quad 4.116$$

Problematisch bei dieser Herangehensweise ist die Tatsache, dass es sich beim Spannungsbeiwert k um eine geometriebezogene Formzahl und nicht um eine Wirkzahl handelt. Größeneinflüsse werden somit nicht berücksichtigt. So entstehen bei Federn mit unterschiedlichem Wickelverhältnis w bei Dauerschwingversuchen deutliche Unterschiede der bei gleicher Schwingspielzahl ertragbaren k korrigierten Spannungen [Rei11]. In [Kai81] wurde eine empirisch ermittelte Wirkzahl k' eingeführt, die vom Spannungsbeiwert k abhängt.

$$k' = (1 + k)/2 \quad 4.117$$

Bei Dauerschwingversuchen an Federn mit unterschiedlichem Wickelverhältnis, die bei gleichen mit k' korrigierten Spannungen durchgeführt wurden, konnten experimentell annähernd gleiche Schwingspielzahlen bzw. Festigkeitswerte ermittelt werden.

In diesem Zusammenhang wurde aber auch in [Kai81] darauf hingewiesen, dass bei Verwendung von k' eine große Streuung der Versuchsergebnisse vorhanden wäre. Durch die Wirkzahl k' wurden auf Grundlage empirischer Betrachtungen die unter *Abschnitt 4.3.4.5* genannten Größeneinflüsse zusammengefasst. Separate Auswirkungen der verschiedenen Größeneinflüsse können nicht berücksichtigt werden wodurch die große Streuung der Versuchsergebnisse erklärbar ist.

4.3.4.7 Nichtmetallische Einschlüsse

Durch Verfahren zur Erzeugung von oberflächennahen Druckeigenstressungen durch Kugelstrahlen (Kaltstrahlen, Warmstrahlen, Spannungsstrahlen) oder Verfahren zur Steigerung der Oberflächenhärte durch Nitrieren, befinden sich die versagenskritischen Materialbereiche der Federn bei Schwingspielzahlen oberhalb von 10^7 überwiegend unter der Werkstoffoberfläche [Kai10][Oec14]. Brüche werden dann hauptsächlich durch nichtmetallischen Einschlüsse ausgelöst [Bar93]. Aber auch Bruchausgänge unter der Oberfläche ohne erkennbare Fehlstelle in Form eines nichtmetallischen Einschlusses sind möglich und werden durch Federhersteller als Matrixversagen bezeichnet. Auf den Versagensmechanismus durch Matrixversagen wird in diesem Abschnitt nicht eingegangen.

Nach Muhr [Muh92] werden Einschlüsse in Abhängigkeit ihrer Hauptbestandteile in vier Typen eingeteilt.

- A-Typ: Schwefel als MnS (1)
- B-Typ: Aluminium als Al_2O_3 (3)
- C-Typ: Silizium als SiO_2 (2)
- D-Typ: Calcium als CaO (4)

Die unterschiedlichen Einschlusstypen wirken sich unterschiedlich stark auf die Schwingfestigkeit des Werkstoffes aus. Die negativen Auswirkungen der Einschlüsse auf die Schwingfestigkeit entsprechen dabei der Wertigkeit der nachstehenden Zahlen. Einschlüsse aus Calcium als CaO sind somit bei gleicher Größe bruchkritischer als Einschlüsse aus Schwefel als MnS zu sehen.

4.3.4.7.1 Entstehung nichtmetallischer Einschlüsse

Bei der Entstehung von nichtmetallischen Einschlüssen muss in exogen und endogen entstandene Einschlüsse unterschieden werden. Exogene Einschlüsse entstehen durch von außen eingebrachte Verunreinigungen, wie beispielsweise aus der Verkleidung der Schmelzpfannen. Endogene Einschlüsse sind primäre und sekundäre Desoxidationsprodukte [Bar93]. Sekundäre Desoxidationsprodukte entstehen während der Abkühlung der Schmelze aufgrund der abnehmenden Sauerstofflöslichkeit primär bei niedrigeren Temperaturen.

4.3.4.7.2 Detektion von nichtmetallischen Einschlüssen

Durch Georges [Geo00] wurden die verschiedenen Verfahren zur Detektion innerer Fehlstellen in Form von nichtmetallischen Einschlüssen zusammengefasst.

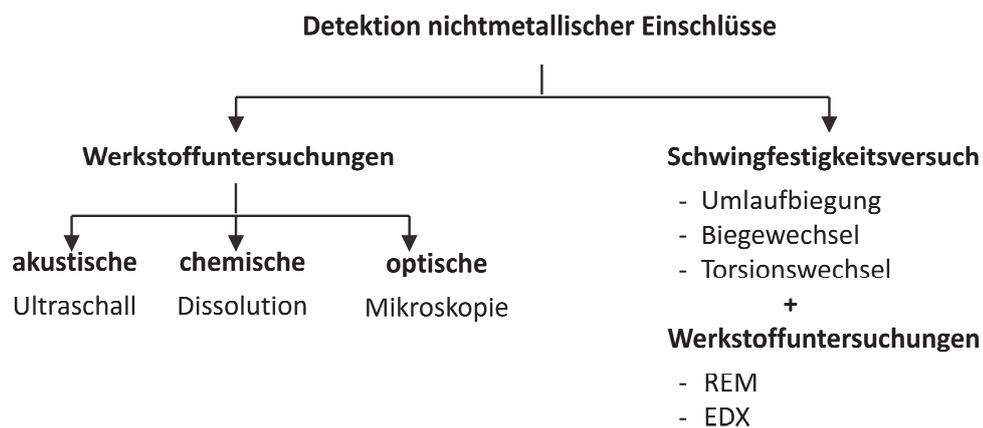


Abbildung 4.26: Verfahren zur Detektion nichtmetallischer Einschlüsse [Geo00]

Für die Berücksichtigung von nichtmetallischen Einschlüssen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern ist die Kenntnis von deren Lage, Zusammensetzung und Verteilung im Werkstoff erforderlich. Ultraschallprüfung, Dissolution und Lichtmikroskopie sind aufgrund der jeweiligen Verfahrensgrenzen nicht zur Bestimmung der erforderlichen Größen geeignet. Es werden deshalb Schwingfestigkeitsversuche in Verbindung mit Werkstoffuntersuchungen in Form von REM-Untersuchungen und EDX-Untersuchungen durchgeführt.

Durch Kloos und Kaiser [Klo81] wurde der festigkeitsmindernde Einfluss von nichtmetallischen Einschlüssen beschrieben. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden 400 Torsionsschwellversuche durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, dass ab einer Größe der Einschlüsse von 20 μm eine Reduzierung der Festigkeitswerte erfolgt. Dynamische Torsionsversuche am Draht sind überaus zeitaufwendig [Rei13].

Aus diesem Grund werden heutzutage überwiegend Schwingfestigkeitsversuche in Form von Umlaufbiegeprüfungen durchgeführt. Diese Versuche können in Abhängigkeit von den Abmessungen des Drahtes bei bis zu 80 Hz Prüffrequenz durchgeführt werden. Es ist so auf einfachem Wege möglich, durch Begutachtung der Schwingbruchflächen die Einschlussgröße, die Einschlusszusammensetzung sowie deren Lage im Werkstoff zu ermitteln.

4.3.4.7.3 Statistische Verteilung von Einschlussbrüchen

Georges führte in [Geo00] zahlreiche Umlaufbiegeprüfungen an verschiedenen ölschlussvergüteten Federstahldrähten mit dem Ziel der Darstellung des Zusammenhangs zwischen bruchauslösender Fehlstelle (nichtmetallischer Einschluss), ihrer Form, Lage und Größe sowie der zugehörigen Lebensdauer des Bauteils durch. Es sollten Vergleiche zwischen Stählen mit unterschiedlicher Reinheit ermöglicht werden.

Bei der Auswertung dieser Versuche wurde festgestellt, dass die Weibullverteilung zur Beschreibung der Einschlussverteilung ungeeignet ist. Vielmehr stellen sowohl die Logit- als auch die Normalverteilung geeignete Verteilungsmodelle dar [Geo00][Röd11]. Für eine statistische Auswertung wurde aufgrund der einfacheren mathematischen Handhabbarkeit die Logit-Verteilung bevorzugt.

Tabelle 4.5: Gleichungen zur mathematischen Beschreibung der Logit-Verteilung [Geo00]

Verteilungsfunktion	inverse Funktion	Näherungsgleichung
$P(u) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}} \cdot u\right)}$ <p style="text-align: center;">4.118</p>	$u = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot \ln \frac{P}{1-P}$ <p style="text-align: center;">4.119</p>	$P = \frac{i - 0,375}{n + 0,25}$ <p style="text-align: center;">4.120</p>
stand. Merkmalsgröße	Standardabweichung	Log. Streuspanne
$u = \frac{\lg x_i - \lg \bar{x}}{S_{lg}}$ <p style="text-align: center;">4.121</p>	$S_{lg} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (\lg x_i - \lg \bar{x})^2}$ <p style="text-align: center;">4.122</p>	$\lg T_L = 2,42 \cdot S_{lg}$ <p style="text-align: center;">4.123</p>

Die Verteilungsfunktion $P(u)$ der Logit-Verteilung wird beschrieben durch eine standardisierte Merkmalsgröße u sowie die Standardabweichung der logarithmierten Merkmalsgröße S_{lg} .

Aufgrund der unterschiedlichen Tiefenlage h_i der Einschlussbrüche und dem damit einhergehenden unterschiedlichen geprüften Werkstoffvolumen V , wurde eine schädigungskonforme Umrechnung auf eine mittlere Einschlusstiefe \bar{h} und somit auf ein Vergleichsvolumen V_0 nach *Gleichung 4.124* durchgeführt.

$$2a_{\bar{h},i} = \left(\frac{d - 2h_i}{d - 2\bar{h}} \right)^2 \cdot 2a_i \quad 4.124$$

Dementsprechend konnten die beiden die Logit-Verteilung beschreibenden Größen u ($x_i = 2a_{\bar{h},i}$ und $\bar{x} = 2\bar{a}$) und S_{lg} für ein Vergleichsvolumen V_0 nach *Gleichung 4.121* und *4.122* ermittelt werden. $P_{V_0}(u)$ gibt dann die Wahrscheinlichkeit an, mit der im Volumen V_0 der größte Einschluss $2a_{\bar{h},i}$ kleiner als ein versagenskritischer Einschluss der Größe $2a$ ist.

Zum Vergleich von Einschlussgrößen $2a_{\bar{h},i}$ unterschiedlicher geprüfter Volumina wurde durch *Georges* weiterhin *Gleichung 4.125* abgeleitet [Geo00].

$$\frac{2a_{\bar{h},V_1}}{2a_{\bar{h},V_0}} = \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\frac{\sqrt{3}}{\pi} S_{ln}} = \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{0,524 \cdot \lg T_L} \quad 4.125$$

Diese ermöglicht unter Voraussetzung gleicher Wahrscheinlichkeiten P und bei Kenntnis der Standardabweichung S_{ln} der logarithmierten Merkmalsgröße u (natürlicher Logarithmus) eine Extrapolation der Einschlussdurchmesser $2a_{\bar{h},V_0}$ des Volumens V_0 auf Einschlussdurchmesser $2a_{\bar{h},V_1}$ des Volumens V_1 . Alle dafür erforderlichen Größen können durch Umlaufbiegeprüfungen an Drähten ermittelt werden.

4.3.4.7.4 Auswertung von Einschlussbrüchen unter Verwendung bruchmechanischer Beziehungen

Für die Auswertung der Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen wurde in [Geo00] das Strukturmodell einer unendlichen Scheibe unter Zugbelastung mit kreisförmigem Innenriss nach [FKM06] verwendet.

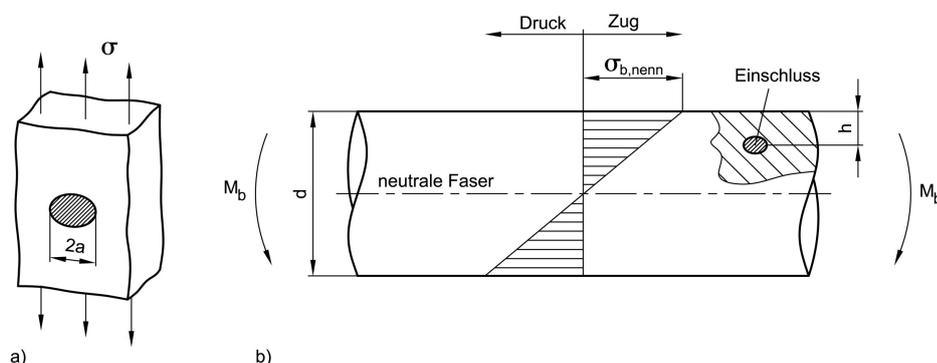


Abbildung 4.27: a) Strukturmodell einer unendlichen Scheibe unter Zug mit kreisförmigem Innenriss
b) Beziehung zwischen Einschlusstiefe und lokal am Einschluss vorhandener Spannung

Unter Berücksichtigung der örtlich am Einschluss vorhandenen Spannung und der für dieses Strukturmodell gegebenen Korrekturfunktion $Y_1(a)=2/\pi$ in Gleichung 4.2 ergibt sich für die Schwingbreite der Spannungsintensität an nichtmetallischen Einschlüssen:

$$\Delta K_{I,R=-1} = \sigma_{a,l} \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot 2a} = \frac{d-2h}{d} \cdot \sigma_{b,nenn} \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot 2a} \quad 4.126$$

Bei den Betrachtungen von Georges wurden verschiedene Vereinfachungen getroffen, um eine Anwendung der bruchmechanischen Beziehungen zu ermöglichen.

- Innenfehler in Form von Einschlüssen werden als Innenriss entartet.
- Einschlüsse werden als kugelförmig mit dem Durchmesser $2a$ angenommen.
- Eine Unterscheidung der chemischen Zusammensetzung der Einschlüsse erfolgt nicht.
- Einschlüsse interagieren nicht miteinander.

Als Ergebnis der Untersuchungen wurde ein enger Zusammenhang zwischen den über Gleichung 4.126 ermittelten Beträgen der Schwingbreite der Spannungsintensität ΔK_I und der erreichten Schwingspielzahl festgestellt. Mit zunehmender Schwingspielzahl reduzierte sich der Wert für ΔK_I bis zu einem Grenzwert der Schwingbreite zur Rissinitiation $\Delta K_{I,th}$ von $220 \text{ MPa mm}^{1/2}$ ($6,96 \text{ MPa m}^{1/2}$) [Geo00][Röd11].

4.3.4.7.5 Berücksichtigung nichtmetallischer Einschlüsse durch das Murakami-Endo-Modell

Das Murakami-Endo-Modell wurde 1983 durch die genannten Personen entwickelt und betrachtet Fehlstellen der Oberfläche und Einschlüsse als kurze Risse. Dabei wird in Einschlüsse an der Bauteiloberfläche, Berührung der Einschlüsse mit der Bauteiloberfläche und Einschlüsse unter der Bauteiloberfläche unterschieden (vgl. [Mur89]).

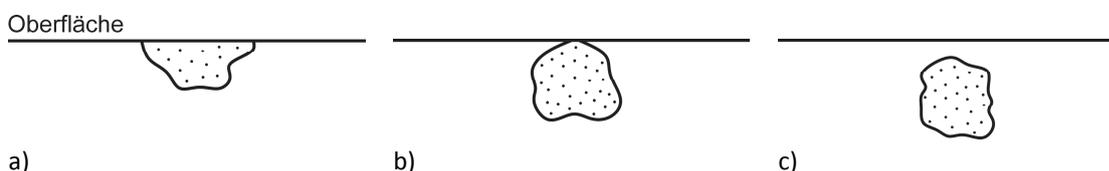


Abbildung 4.28: Klassifizierung von Einschlüssen nach deren Lage a) Einschluss an der Oberfläche b) Einschluss mit Kontakt zur Oberfläche c) Einschluss unter der Oberfläche

Bei diesen Betrachtungen werden die Werkstofffestigkeitswerte und die bruchmechanischen Kenngrößen in Abhängigkeit von der Härte des Werkstoffes und der Größe der betrachteten Einschlüsse ermittelt.

Nachfolgend werden die beschreibenden Gleichungen für den Zusammenhang zwischen Werkstoffhärte, Einschlussgröße und den dynamischen Festigkeitswerten zusammengefasst [Mur89]. Dabei wird durch $area_s$ die Einschlussfläche definiert.

Schwellenwert der Ermüdungsrissausbreitung ΔK_{th} :

$$\Delta K_{th} = 3,3 \cdot 10^{-3} (HV + 120) (\sqrt{area_s})^{1/3} \quad 4.127$$

Wechselfestigkeitswert σ_w für $R=-1$ (rein wechselnde Beanspruchung):

$$\sigma_w = C \cdot (Hv + 120) / (\sqrt{area_s})^{1/6} \quad 4.128$$

Der Betrag der Variablen C in *Gleichung 4.128* hängt dabei von der Lage des Einschlusses ab (vgl. *Abbildung 4.28*).

- Einschluss an der Oberfläche: $C=1,43$
- Einschluss mit Kontakt zur Oberfläche: $C=1,40$
- Einschluss unter der Oberfläche: $C=1,56$

In *Gleichung 4.128* wird von rein wechselnden Beanspruchungen ausgegangen. Einflüsse wie Mittelspannungen und Eigenspannungen werden nicht berücksichtigt. Eine Erweiterung dieser Beziehung durch Einbeziehung des Spannungsverhältnisses R in die Betrachtungen ermöglichte die Berücksichtigung von Mittelspannungs- und Eigenspannungszuständen an der Stelle des Einschlusses [Mur02].

$$\sigma_w = \frac{1,43(H_V + 120)}{(\sqrt{area_s})^{1/6}} \cdot \left[\frac{1 - R}{2} \right]^\alpha \quad 4.129$$

Der Exponent α ist dabei ebenso ein härteabhängiger Wert, der durch *Gleichung 4.130* beschrieben werden kann.

$$\alpha = 0,226 + H_V \cdot 10^{-4} \quad 4.130$$

Durch die dargestellten Gleichungen wird ein linearer Zusammenhang zwischen der Härte H_V und den Festigkeitswerten wiedergegeben. Gerade bei großen Härten ($H_V > 600$) kann es so zu Abweichungen zwischen den durch die Gleichungen abgeschätzten und den durch Versuche ermittelten Festigkeitswerten kommen.

4.4 Eigenspannungen

4.4.1 Definition von Eigenspannungen

Eigenspannungen sind Spannungen in metallischen Werkstoffen, die ohne Einwirkung äußerer Belastungen auftreten. Sie befinden sich im mechanischen Gleichgewicht.

Eigenspannungen werden unter Zugrundelegung makroskopischer, mikroskopischer und submikroskopischer Wirkungsbereiche in Eigenspannungen I. Art, II. Art und III. Art unterteilt. Eigenspannungen I. Art (Makro eigenspannungen) sind über mehrere Körner und Eigenspannungen II. Art (Mikro eigenspannungen) über ein Korn oder Kornbereiche homogen. Eigenspannungen III. Art (Mikro eigenspannungen) hingegen sind über kleinste Werkstoffbereiche inhomogen [Mac84]. Makro eigenspannungen können durch verschiedene Verfahren bestimmt werden (siehe *Abschnitt 4.5.5*).

4.4.2 Entwicklung der Eigenspannungen während der Federherstellung

Während der Federherstellung wird der Eigenspannungszustand durch die Herstellungsschritte

- Federwinden,
- Wärmebehandlung,
- Kugelstrahlen und
- Vorsetzen

beeinflusst. Die verschiedenen Herstellungsschritte, mit Ausnahme des Federwindens, können im Rahmen des Federherstellungsprozesses wiederholt durchgeführt werden. Das Kugelstrahlen kann dabei unter Temperatur (Warmstrahlen) oder unter Vorspannung der Feder (Spannungsstrahlen) erfolgen. Auch das Vorsetzen kann unter Temperatur kraft- oder weggeregelt durchgeführt werden.

4.4.2.1 Federwinden

Durch den formgebenden Prozess, das sogenannte Federwinden, und den dabei auftretenden Kräften und Momenten werden plastische Verformungen im Material hervorgerufen. Infolge der elastischen Rückfederung des Drahtes nach dem Verlassen der Winde- und Steigungswerkzeuge entstehen im Federrohling Biegeeigenspannungen, die abhängig von der Federsteigung durch Torsionseigenspannungen überlagert werden. Die Eigenspannungsentwicklung durch das Federwinden wurde von Bauschke [Bau11] unter Verwendung der Arbeiten von Kobelev [Kob10][Kob11] analytisch beschrieben und gelöst.

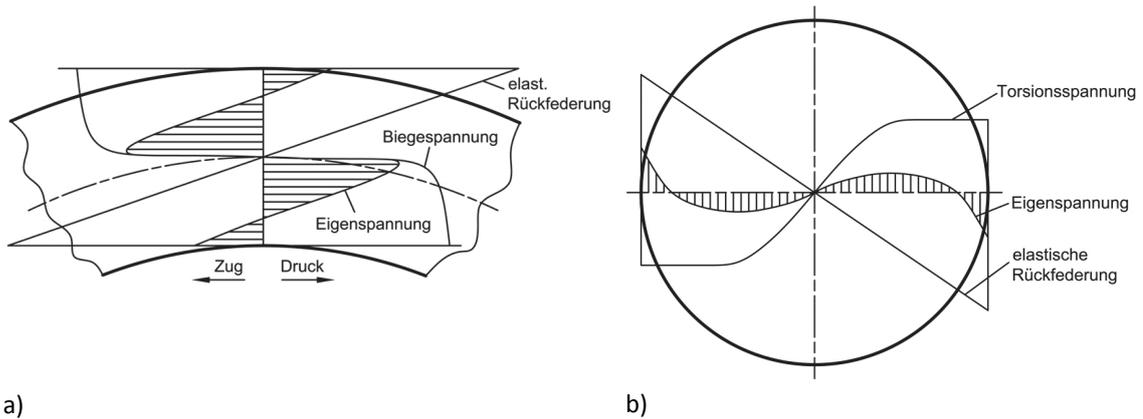


Abbildung 4.29: Eigenspannungen durch den Windeprozess a) Biegeeigenspannungen [Kri75] b) Torsionseigenspannungen [Mei93]

Durch Überlagerung von Torsions- und Biegeeigenspannungen liegt die Hauptnormalspannung σ_1 nicht in Richtung der Drahtachse. Der Spannungszustand der Oberfläche an der bruchgefährdeten Windungsinnenseite kann durch folgenden ebenen Spannungstensor beschrieben werden.

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{b,ES} & \tau_{t,ES} \\ \tau_{t,ES} & 0 \end{bmatrix} \quad 4.131$$

Die Hauptnormalspannungen σ_1 und σ_2 sowie deren Drehung φ bezüglich der Achse des Drahtes in der gewundenen Feder kann durch Einsetzen in Gleichung 4.44 und 4.45 bestimmt werden.

Bei Kenntnis des Betrages der Hauptnormalspannung σ_1 und des Winkels φ kann unter Verwendung der folgenden Gleichungen der Anteil der Biegeeigenspannung $\sigma_{b,ES}$ und der Anteil der Torsionseigenspannung $\tau_{t,ES}$ ermittelt werden.

$$\sigma_{b,ES} = \frac{\sigma_{1,ES}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+(\tan 2\varphi)^2}}{2}} \quad 4.132$$

$$\tau_{t,ES} = \frac{\sigma_{1,ES} \cdot \tan 2\varphi}{2} \quad 4.133$$

Die Hauptnormalspannungen $\sigma_{1,ES}$ und $\sigma_{2,ES}$ der durch den Windeprozess hervorgerufenen Eigenspannungen liegen zwar nicht in Richtung der durch die Belastung der Druckfeder hervorgerufenen Betriebsspannungen, erhöhen aber dennoch das Gesamtspannungsniveau und wirken sich somit negativ auf die dynamischen Eigenschaften der Druckfeder aus. Die nach dem Federwindeprozess vorhandenen Eigenspannungen werden deshalb durch eine darauf folgende Wärmebehandlung reduziert.

4.4.2.2 Wärmebehandlung

Die Wärmebehandlung nach dem Federwinden führt zu einer gezielten Relaxation der im gewundenen Draht vorhandenen Eigenspannungen. Prinzipiell sind Vorgänge, die zu einer Relaxation der Eigenspannungen führen, temperatur-, zeit- und spannungsabhängig. Nach [Wol73] werden Eigenspannungen I. und II. Art vollständig abgebaut, wenn eine Wärmebehandlung oberhalb der Rekristallisationstemperatur stattfindet. Die Rekristallisationstemperatur entspricht dabei etwa der Hälfte der Schmelztemperatur T_s [K]. Eine Wärmebehandlung bei diesen Temperaturen ist bei Federstählen nicht zweckmäßig, da dann neben den Eigenspannungen gleichzeitig die statischen Materialparameter negativ beeinflusst werden. Bei Federn aus ölschlussvergütetem Material liegen die Wärmebehandlungstemperaturen zwischen 300°C und 450°C. Die Wärmebehandlungszeiten liegen im Bereich von wenigen Minuten bis hin zu mehreren Stunden. Ein vollständiger Eigenspannungsabbau kann bei diesen Temperaturen und Zeiten nicht erreicht werden.

In der Literatur werden häufig die Ansätze nach Avrami und Norton zur Beschreibung von eigenspannungsreduzierenden Vorgängen aufgrund thermischer Beanspruchung verwendet [Schu93]. Beide Ansätze wurden ursprünglich zur Erfassung anderer Vorgänge entwickelt.

Der Ansatz nach Avrami wurde entwickelt, um Phasenumwandlungen in unterschiedlichen Stoffen zu beschreiben [Avr39].

$$\frac{\sigma_{ES}(T, t)}{\sigma_{ES,0}} = \frac{\sigma_{ES}(T, t)}{\sigma_{ES}(T = 293K, t = 0s)} = \exp\{-[C \cdot \exp(-\Delta H_A/kT)t]^m\} \quad 4.134$$

Dabei ist ΔH_A die Aktivierungsenthalpie, m ein Exponent, C eine Geschwindigkeitskonstante und k die Boltzmannkonstante.

Der Ansatz nach Norton wurde ursprünglich entwickelt, um das Kriechverhalten von Stählen bei hohen Temperaturen zu beschreiben [Nor29].

$$\dot{\epsilon}_p = A(\sigma_{ES,m})^n \cdot \exp\left(-\frac{\Delta H_A}{kT}\right) \quad 4.135$$

Dabei ist $\dot{\epsilon}_p$ die plastische Dehngeschwindigkeit, $\sigma_{ES,m}$ die mittlere Eigenspannung, ΔH_A die Aktivierungsenthalpie, n ein Exponent und A eine Geschwindigkeitskonstante.

Die Ermittlung der verschiedenen Konstanten beider Ansätze wird in [Schu93] beschrieben. Auf weitere Ausführungen wird deshalb an dieser Stelle verzichtet. Ebenso finden sich in den genannten Quellen Anhaltswerte für die genannten verschiedenen Konstanten. Aus [Kle15] können ebenfalls die Konstanten für den Ansatz nach Avrami für Federn aus patentiert gezogenen und ölschlussvergüteten Drähten entnommen werden.

Nach [Rot87] handelt es sich beim thermischen Abbau von Eigenspannungen im Wesentlichen um eine Spannungsrelaxation, bei der elastische in plastische Dehnungen umgesetzt werden. Die dabei auftretenden Verformungen liegen im Bereich des Mikrokriechens. Insofern ist die Beschreibung nach *Gleichung 4.135* hinsichtlich der vorhandenen Mechanismen besser geeignet, als *Gleichung 4.134*.

4.4.2.3 Kugelstrahlen

Das Kugelstrahlen ist ein wichtiger Bestandteil bei der Herstellung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern und dient der Erhöhung der Schwingfestigkeit. Während des Kugelstrahlprozesses werden Stahlkugeln mit hoher Geschwindigkeit, angepasst an den jeweiligen Werkstoff, auf die Federoberfläche geschossen. Beim Auftreffen der Stahlkugeln treten dann plastische Verformungsprozesse auf. Es entstehen in oberflächennahen Bereichen schwingfestigkeitssteigernde Druckeigenspannungen. Weiterhin kommt es zu einer Erhöhung der gemittelten Rautiefe R_z [Wic99] und der Oberflächenhärte. Die Zunahme von Rauheit und Oberflächenhärte ist dabei von den verwendeten Strahlparametern und dem Verhältnis zwischen Strahlmittel- und Strahlgüthärte abhängig. Bei hochfesten Werkstoffen fällt die Erhöhung der gemittelten Rautiefe und der Härte durch den Kugelstrahlprozess deutlich geringer aus als bei weichen Werkstoffen. Teilweise wird bei hochfesten Werkstoffen ($R_m \approx 2000$ MPa) davon ausgegangen, dass es zu keiner bzw. nur geringer Härtezunahme infolge des Kugelstrahlprozesses kommt [Schu06][Lu92][Woh81] [Kai81].

Um eine zusätzliche Erhöhung der dynamischen Festigkeit von Federn zu erzielen, wird neben dem konventionellen Kugelstrahlprozess bei Raumtemperatur in zunehmendem Maße Spannungsstrahlen und Warmstrahlen zur Veränderung des Randschichtzustandes angewendet.

Beim Spannungsstrahlen wird das Strahlgut in der späteren Belastungsrichtung vorgespannt. Anschließend erfolgt der eigentliche Strahlvorgang [Mue97]. Im vorgespannten Zustand ergibt sich so in oberflächennahen Bereichen eine isotrope Spannungsverteilung. Nach der Entlastung des Strahlgutes entsteht in den oberflächennahen Bereichen ein gerichteter Eigenspannungszustand. Dessen Ausrichtung ist von der ursprünglich aufgebrauchten Vorspannung abhängig. Bei Zugvorspannung erhöht sich nach Entlastung des Strahlgutes die durch den Kugelstrahlprozess eingebrachte Druckeigenspannung. Bei Druckvorspannung reduziert sich die Druckeigenspannung nach Entlastung des Strahlgutes. Das Spannungsstrahlen hat auf die gemittelte Rautiefe R_z und die Halbwertsbreiten in Relation zum konventionellen Strahlen keine Auswirkungen. Die Druckeigenspannungen und auch die Tiefenlage des Nulldurchgangs von Druck- in Zugspannung nehmen in Richtung der Zugvorspannung allerdings zu [Schu02].

Beim Warmstrahlen wird das Strahlgut auf erhöhte Temperaturen gebracht [Schi95] und anschließend kugelgestrahlt. Dabei erhöht sich gegenüber dem konventionellen Kugelstrahlen die gemittelte Oberflächenrauheit R_z und die Halbwertsbreite. Eine signifikante Erhöhung der Oberflächendruckeigenspannungen erfolgt nicht. Hingegen erhöht sich die Tiefe des Nulldurchgangs von Druck- in Zugspannung deutlich [Wic99/2][Wic99/3]. Das Warmstrahlen ruft unter den möglichen Kugelstrahlbehandlungen den größten Festigkeitszuwachs hervor, obwohl sich die oberflächennahen Druckeigenspannungen nur unwesentlich von konventionell gestrahlten Proben unterscheiden [Schu02]. Als Grund dafür wird in [Wic99/2] die größere Stabilität der strahlbedingten Versetzungsstrukturen im Vergleich zum konventionellen Kugelstrahlen bei Raumtemperatur genannt.

4.4.2.4 Vorsetzen

In der Literatur gibt es eine Vielzahl von Abhandlungen, die sich mit der Vorhersage des Setzverlustes beim Vorsetzprozess beschäftigen [Otz57][Gra72]. Da in diesem Kapitel nicht der Vorsetzprozess, sondern nur dessen Auswirkungen auf den Eigenspannungszustand der Feder betrachtet werden soll, wird an dieser Stelle auf eine ausführliche Beschreibung verzichtet.

Bei nicht kugelgestrahlten Federn werden während des Vorsetzens sowohl in Richtung der Hauptzugspannung, als auch in Richtung der Hauptdruckspannung die jeweiligen Fließgrenzen des Werkstoffes überschritten. Nach dem Entlasten der Schraubendruckfeder entstehen so in Richtung der während der Belastung vorhandenen Hauptzugspannung Druckeigenspannungen und in Richtung der während der Belastung vorhandenen Hauptdruckspannung Zugeigenspannungen. Bei kugelgestrahlten Schraubendruckfedern wird die Fließgrenze während des Vorsetzens durch additive Überlagerung von Last- und Eigenspannung lediglich in Richtung der Hauptdruckspannung der Torsionsbeanspruchung überschritten. Der ursprünglich durch den Kugelstrahlprozess vorhandene isotrope Spannungszustand in der Federoberfläche verändert sich. Die Druckeigenspannungen in Richtung der Hauptdruckspannung reduzieren sich. In Richtung der Hauptzugspannung erfolgt nahezu keine Beeinflussung des ursprünglich vorhandenen Eigenspannungszustandes. Teilweise wird in der Literatur eine leichte Erhöhung der Druckeigenspannungen in dieser Richtung beschrieben.

4.4.3 Relaxation von Eigenspannungen durch mechanische Beanspruchung

Ein wichtiger Punkt bei der Beurteilung von Eigenspannungen ist deren Relaxationsverhalten während der schwingenden Beanspruchung. In den vergangenen Jahren wurden dazu verschiedene Untersuchungen durchgeführt [Mac84][Hol96][Schu02][Rös02][Schi95].

Maßgeblichen Einfluss auf die Veränderung der Eigenspannungen infolge schwingender Beanspruchung haben:

- Härte/Zugfestigkeit des Werkstoffes
- Art der Beanspruchung (Tangentialspannung, Normalspannung)
- Spannungsverhältnis R (Spannungsamplitude, Mittelspannung)
- Höhe der Eigenspannungen vor der Beanspruchung
- Temperaturen während und nach dem eigenspannungsinduzierenden Prozess

Nach [Mac84] nimmt mit steigender Zugfestigkeit die Differenz zwischen Wechselfestigkeit R_W^0 und statischer Streckgrenze R_{eS} bzw. zyklischer Streckgrenze R_{eS}^{zykl} zu (vgl. *Abbildung 4.31*). Darin wird auch der Grund gesehen, warum es bei Werkstoffen mit geringer Zugfestigkeit bereits durch Spannungsamplituden im Bereich der Wechselfestigkeit unter Verwendung einer geeigneten Vergleichsspannungshypothese und Berücksichtigung von Eigen- und Lastspannungen zu einer Überschreitung der zyklischen Streckgrenze und somit zu einer deutlichen Eigenspannungsrelaxation nach wenigen Schwingspielen kommt.

Hingegen erfolgt die Relaxation der Eigenspannungen bei Werkstoffen mit hoher Zugfestigkeit aufgrund größerer Differenzen zwischen Wechselfestigkeit R_W^0 und zyklischer Streckgrenze R_{eS}^{zykl} deutlich langsamer [Mac84].

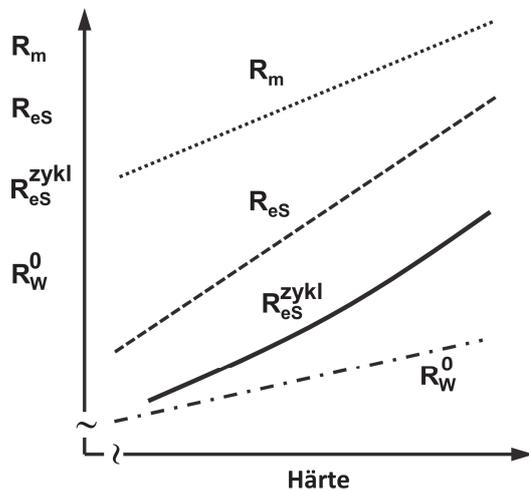


Abbildung 4.31: Werkstoffkenngrößen als Funktion der Härte [Mac84]

Je größer der Betrag der Vergleichsspannung aus Eigen- und Lastspannung ist, desto schneller erfolgte bei gleicher Zugfestigkeit des Werkstoffes die Relaxation der Eigenspannungen [Hol96]. Bei schwingender Beanspruchung im Bereich dauerfest ertragbarer Spannungsamplituden wurde hingegen keine Relaxation der Eigenspannungen festgestellt [Rös02].

Bei den Untersuchungen von Rössler wurde weiterhin festgestellt, dass die größten Veränderungen der Eigenspannungen in Richtung der betragsmäßig größten Hauptnormalspannung zu erwarten sind [Rös02]. Demzufolge liegen die Veränderungen der Eigenspannungen bei Umlaufbiegeprüfungen in Richtung der Drahtachse, bei Torsionswechselprüfungen unter $\pm 45^\circ$ zur Drahtachse und bei Torsionsschwellversuchen in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung ($+45^\circ$ oder -45°).

Deutlichen Einfluss auf das Relaxationsverhalten der Eigenspannungen während der schwingenden Beanspruchung haben thermisch aktivierte Vorgänge. Diese können während oder nach der eigenspannungsinduzierenden Kugelstrahlbehandlung erfolgen.

Durch plastische Verformungen des Werkstoffes, wie sie auch während des Kugelstrahlprozesses in oberflächennahen Bereichen auftreten, erhöht sich die Anzahl der bewegungsfähigen Versetzungen. Allgemein wird davon ausgegangen, dass sich die Spannungsfelder um eingelagerte Fremdatome, wie zum Beispiel Kohlenstoff, und um Versetzungen zum Teil kompensieren [Wer84].

Um einen energetisch günstigeren Zustand zu erreichen, diffundieren dann die Fremdatome in das Spannungsfeld der Versetzungen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist dabei temperaturabhängig. Mit steigender Temperatur nimmt die Diffusionsgeschwindigkeit zu.

Durch eine dem Kugelstrahlprozess nachgelagerte Warmauslagerung bei Temperaturen zwischen 150°C und 250°C diffundieren dementsprechend die gelösten Kohlenstoffatome mit erhöhter Geschwindigkeit in Richtung der Versetzungen. Es kommt zu einer Anhäufung von Kohlenstoffatomen an den vorhandenen Versetzungen, den sogenannten Cottrell-Wolken. Diese Cottrell-Wolken blockieren die weitere Bewegung der Versetzungen. In der Literatur wird dieser Vorgang auch als statische Reckalterung bezeichnet. Eine plastische Verformung infolge mechanischer Beanspruchung kann erst wieder erfolgen, wenn es zu einem „Losreißen“ der Versetzungen von den Cottrell-Wolken kommt. Dafür ist eine erhöhte mechanische Spannung erforderlich [Rös02]. Die Streckgrenze der durch den Kugelstrahlprozess plastisch verformten und anschließend wärmebehandelten Bereiche nimmt somit zu. Dadurch erhöht sich ebenfalls die Differenz zwischen der Wechselfestigkeit und der statischen bzw. zyklischen Streckgrenze, wodurch sich die Relaxation der vorhandenen Druckeigenstressungen infolge schwingender Beanspruchungen reduziert.

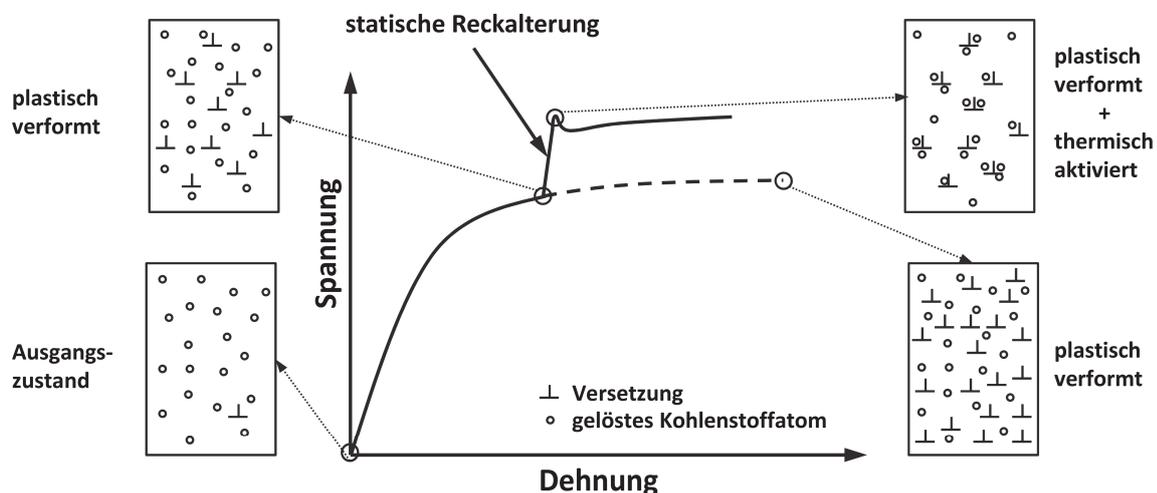


Abbildung 4.32: Schematische Darstellung der statischen Reckalterung (in Anlehnung an [Rös02])

Durch die Warmauslagerung nach dem Kugelstrahlen kommt es trotz der geringen Temperaturen zu einem unerwünschten Abbau der Druckeigenstressungen [Rei13], der sich ungünstig auf die dynamische Auslastbarkeit des Bauteils auswirken kann.

Bei höheren Temperaturen kann es ebenfalls, wie bei der statischen Reckalterung, zur beschriebenen Wechselwirkung zwischen Versetzungen und gelösten Fremdatomen auch während der Verformung kommen [Wer84]. In diesem Fall können die eingelagerten Fremdatome den Versetzungsbewegungen folgen. Eine dynamische Reckalterung tritt auf, wenn die Diffusionsgeschwindigkeit der Fremdatome v_c vergleichbar mit der Geschwindigkeit der Versetzungen v ist. Eine Änderung der Versetzungsgeschwindigkeit bedingt aufgrund der temperaturabhängigen Diffusionsgeschwindigkeit der Fremdatome eine Veränderung der für dynamische Reckalterung erforderlichen Temperatur. Die dynamische Reckalterung ist in Spannungs-Dehnungs-Kurven durch ruckweises Fließen gekennzeichnet (Portevin-Le Chatelier-Effekt) und kann in allen Legierungen auftreten, bei denen durch Wechselwirkung zwischen gelösten Fremdatomen und Versetzungen eine Behinderung der Versetzungsbewegung auftritt [Wer84]. Der Effekt der dynamischen Reckalterung tritt auch beim Warmstrahlen von Schraubendruckfedern auf, wodurch sich ähnlich wie bei der Warmauslagerung nach dem Kugelstrahlen die Relaxation der vorhandenen Druckeigenstressungen während schwingender Beanspruchungen reduziert.

4.5 Mess- und Prüfverfahren

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Mess- und Prüfverfahren angewendet. Diese dienen der Ermittlung statischer und dynamischer Materialkennwerte sowie vorhandener Eigenspannungen. Es sollen deshalb nachfolgend die Grundlagen dieser Mess- und Prüfverfahren vorgestellt werden.

4.5.1 Zugprüfung an Drähten

Die Zugprüfung an metallischen Werkstoffen ist nach [DIN6892/1] genormt. Beim Zugversuch an Drähten wird eine Drahtprobe mit dem Drahtdurchmesser d und vorgegebener Drahtlänge durch eine steigende Zugkraft F bis zum Bruch belastet. Dabei werden die vorhandene Zugkraft und die zugehörige Verlängerung der Drahtprobe ΔL ermittelt. Während des Zugversuches erfahren alle Probenabschnitte zwischen den Einspannstellen die gleiche Zugbeanspruchung σ_z .

$$\sigma_z = \frac{F}{A_o} \quad \text{mit:} \quad A_o = \frac{\pi}{4} d^2 \quad 4.136$$

Die auf diese Weise berechnete Spannung σ_z ist aufgrund der Nichtberücksichtigung der Querkontraktion infolge der Verlängerung des Drahtes kleiner als die tatsächlich im Draht vorhandene Spannung.

Es handelt sich dabei um die sog. „nominelle“ Spannung („Ingenieur-Spannung“). Eine Berücksichtigung der Querkontraktion erfolgt durch folgende Gleichung:

$$\sigma_z = \frac{F}{A_o} (\varepsilon + 1) \quad \text{mit:} \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad 4.137$$

Die auf diese Weise berechnete Spannung σ_z entspricht der tatsächlich im Draht vorhandenen Spannung. Sie wird deshalb „wahre“ Spannung genannt.

Die Zugprüfung ermöglicht die Ermittlung statischer Materialkennwerte des Drahtes wie Bruchdehnung A, Gleichmaßdehnung A_g , Elastizitätsmodul E, Dehngrenze $R_{p0,2}$, Zugfestigkeit R_m und Brucheinschnürung Z. Die Bruchdehnung A ermöglicht aufgrund der Einschnürung des Drahtes nach Erreichen der Gleichmaßdehnung keine Aussagen über die vorhandene Duktilität des Drahtes, da eine „Integration“ der Dehnung über die gesamte Drahtlänge erfolgt.

4.5.2 Torsionsprüfung an Drähten

Bei der Torsionsprüfung von Drähten wird eine Drahtprobe vorgegebener Länge l durch ein Torsionsmoment M_t um einen Winkel φ verdreht. Die Probenabschnitte, die zwischen den Einspannstellen liegen, erfahren dabei entsprechend ihres Abstandes von der Drahtachse eine mit steigendem Abstand zunehmende Torsionsspannung τ_t .

$$\tau_t^* = \frac{M_t}{W_t} \quad \text{mit:} \quad W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad 4.138$$

Die Schiebung γ als Pendant zur Dehnung ε der Zugprüfung wird nach folgender Gleichung berechnet.

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\varphi \cdot d}{2 \cdot l}\right) \quad 4.139$$

Der hier dargestellte Zusammenhang zwischen Torsionsmoment M_t und Widerstandsmoment gegen Torsion W_t gilt nur für rein elastische Verformungen. Da während der Torsionsprüfung bis Bruch elastisch-plastische Verformungsvorgänge erfolgen, ist eine Bestimmung der maximal vorhandenen Torsionsspannung mit Hilfe der genannten Gleichungen nicht zulässig. Trotzdem werden aufgrund der einfachen Handhabbarkeit die auf diese Weise bestimmten Materialkennwerte für den Vergleich verschiedener Drähte herangezogen. Die so berechneten Werte werden mit einem * gekennzeichnet [Gei07] und heißen „fiktive“ Torsionsspannungen.

Die „wahren“ Torsionsspannungen während des Torsionsversuches im elastisch-plastischen Verformungsbereich liegen deutlich niedriger, als die auf Grundlage linearer Zusammenhänge berechneten fiktiven Torsionsspannungen [Rei13]. Grund dafür ist die bei Torsion vorhandene inhomogene Spannungsverteilung und die damit auftretende plastische Stützwirkung im elastisch-plastischen Verformungsbereich.

Die Torsionsprüfung ermöglicht die Ermittlung statischer Materialkennwerte wie Verwindenzahl n_V , Bruchschiefung γ_B , Torsionsfestigkeit $\tau_{t\max}^*$, Torsionsfließgrenze τ_{tF} , Gleitmodul G und fiktive Torsionsspannungswerte bei unterschiedlichen plastischen Schiefungen ($\tau_{t*0,04}$, $\tau_{t*0,4}$). Der Vorteil von Torsionsversuchen besteht im Gegensatz zum Zugversuch in einer besseren Abschätzbarkeit der Duktilität des Drahtes über die Verwindenzahl n_V , da während des Versuches keine Einschnüreffekte auftreten. Weiterhin können mit Hilfe der Torsionsprüfung direkt auslegungsrelevante statische Torsionskennwerte für die auf Torsion beanspruchten Schraubendruckfedern ermittelt werden.

4.5.3 Härtemessungen

Nach DIN EN ISO 14577-1 [DIN14577/1] wird Härte als Widerstand eines Werkstoffes gegenüber dem Eindringen durch einen anderen härteren Werkstoff definiert. Die Härte als Materialkennwert kann mit Hilfe von verschiedenen Verfahren ermittelt werden.

- Härteprüfung nach Brinell [DIN6506/1]
- Härteprüfung nach Knoop [DIN4545/1]
- Härteprüfung nach Rockwell [DIN6508/1]
- Härteprüfung nach Vickers [DIN6507/1][DIN4516]

Bei den genannten Verfahren für Härtemessungen werden spitze oder sphärische Eindringkörpergeometrien verwendet. Dabei unterscheiden sich zusätzlich die während der Prüfung vorhandenen Prüfkraft und Haltezeiten. Der bleibende Eindruck des Eindringkörpers wird anschließend vermessen und in einen Härtewert umgerechnet. Eine Weiterentwicklung der genannten Verfahren ist die instrumentierte Eindringprüfung [DIN14577/1], bei der die auf den Eindringkörper während der Be- und Entlastung wirkende Prüfkraft kontinuierlich in Abhängigkeit von der Prüfzeit und der Eindringtiefe ermittelt wird. Es können so neben der Martenshärte HM (Universalhärte) weitere Materialkenngrößen wie beispielsweise Eindringhärte H_{IT} , Eindringmodul E_{IT} , Eindringkriechen C_{IT} und die plastischen und elastischen Anteile der Eindringarbeit ermittelt werden.

Härtemessungen stellen aufgrund der räumlichen Eingrenzung die einzige Möglichkeit dar, lokal im Werkstoff vorhandene Festigkeitswerte zu ermitteln. Allerdings werden die gemessenen Härtewerte durch Last- und Eigenspannungen deutlich beeinflusst [Gib04]. Druck(eigen)spannungen führen nach Gibmeier zu einem Anstieg der gemessenen Härte um teilweise 25%. Hingegen reduzierten Zug(eigen)spannungen die gemessenen Härtewerte um teilweise 20%. Unter Berücksichtigung dieser Erkenntnisse gestaltet sich die Ermittlung absoluter Härtewerte als schwierig. Werden beispielsweise an einer gewundenen Feder Härtemessungen über den Drahtquerschnitt durchgeführt, können die im Draht vorhandenen Biegeeigenspannungen zu einer scheinbaren Erhöhung der Härte im Bereich vorhandener Druckeigenspannungen und zu einer scheinbaren Erniedrigung der Härte im Bereich vorhandener Zugeigenspannungen führen. Eine Kaltverfestigung durch den Federwindeprozess kann somit ohne Berücksichtigung der Eigenspannungen nicht nachgewiesen werden.

4.5.4 Rauheitsmessungen

Die Oberflächenrauheit hat deutlichen Einfluss auf die Auslastbarkeit von Bauteilen (vgl. *Abschnitt 4.3.4.4*). Große Rauheiten erhöhen die Kerbwirkung an der Bauteiloberfläche, wodurch sich die zulässigen Spannungen reduzieren. Verfahren zur Bestimmung der Oberflächentopographie sind in [DIN25178/6] zusammengefasst. Darin wird eine Unterteilung in berührend messende Verfahren und berührungslos messende Verfahren vorgenommen.

Das industriell am weitesten verbreitete Verfahren zur Bestimmung der Oberflächenrauheit ist das Tastschnittverfahren nach [DIN4287]. Dabei handelt es sich um ein berührendes Verfahren, mit dessen Hilfe ein Linienprofil der Oberfläche ermittelt wird. Die für die Betriebsfestigkeit wichtigste Größe zur Beschreibung der Oberflächenrauheit ist die mittlere Rautiefe R_z . Die mittlere Rautiefe R_z ist das arithmetische Mittel der Rautiefe R_t von 5 Einzelmessstrecken. Die Einzelmessstrecke ist dabei abhängig von der zu messenden mittleren Rautiefe und liegt bei $0,5 \mu\text{m} < R_z < 10 \mu\text{m}$ bei 0,8 mm. Die mittlere Rautiefe R_z wird in der Betriebsfestigkeit in empirisch ermittelten Gleichungen verwendet, um Oberflächeneinflüsse auf zulässige Spannungen zu bewerten (vgl. *Abschnitt 4.3.4.4*). Gerade bei gekrümmten Oberflächen (wie beispielsweise bei Federn) muss bei der Ermittlung der Rautiefe die Welligkeit im Sinne von langwelligen Profilanteilen durch in [DIN16610/1] vorgegebene Algorithmen eliminiert werden.

4.5.5 Eigenspannungsmessungen

Die Bestimmung von Eigenspannungen ist durch zerstörende und zerstörungsfreie Messmethoden möglich. Folgende physikalische Messgrößen können für die Ermittlung von Eigenspannungen erfasst werden [Roh89]:

- Makroskopische Oberflächendehnung (Ausbohr- und Abdrehverfahren, Bohrlochverfahren, Ringkernverfahren, Zerlegeverfahren)
- Ultraschallgeschwindigkeit
- Magnetische Eigenschaften (magnetisches Barkhausen-Rauschen, akustisches Barkhausen-Rauschen, Überlagerungspermeabilität, Magnetostriktion)
- Änderung des mittleren Netzebenenabstandes (Röntgen- und Neutronendiffraktometrie).

Bei den zerstörenden Methoden werden Verformungen, die infolge der Einstellung des spannungsmechanischen Gleichgewichtes entstehen, gemessen und in Eigenspannungen umgerechnet. Bei den zerstörungsfreien Methoden werden physikalische Größen, wie zum Beispiel die Induktionsflussdichte B in Verbindung mit der Koerzitivfeldstärke H_c oder der Netzebenenabstand d_{hkl} ermittelt. Diese physikalischen Größen werden direkt durch vorhandene Eigenspannungen beeinflusst. In der Federnindustrie ist am weitesten die Eigenspannungsermittlung durch Beugung von Röntgenstrahlen verbreitet. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle Grundlegendes zur Röntgendiffraktometrie dargelegt werden.

Die Bestimmung der inneren Spannungen eines kristallinen oder teilkristallinen Werkstoffes mittels Röntgenstrahlung beruht auf einer Änderung des Netzebenenabstandes in einem elastisch verspannten Werkstoff gegenüber dem unverspannten Werkstoff [Spi05].

Für die Untersuchungen wird eine charakteristische monochromatische Röntgenstrahlung erzeugt. Diese wird auf die zu analysierende Probe gelenkt und nach Wechselwirkung mit der Probe durch einen Detektor aufgefangen und ausgewertet (*Abbildung 4.33*).

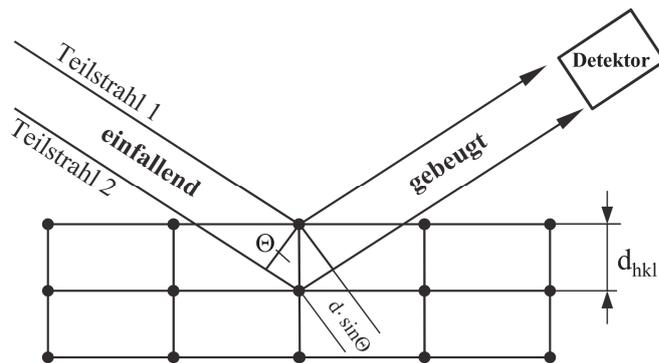


Abbildung 4.33: Geometrische Verhältnisse bei der Beugung an einer ebenen Probe

Die diffraktometrische Spannungsanalyse polykristalliner Werkstoffe beruht auf der Ermittlung der Netzebenenabstände d_{hkl} gemäß der Braggschen Gleichung (Gleichung 4.140) durch Beugung der Röntgenstrahlung an den Netzebenenscharen der Kristalle.

$$n\lambda = 2 \cdot d(hkl) \cdot \sin\theta(hkl) \quad 4.140$$

Die Netzebenenabstände werden über den Winkel des Beugungsmaximums ermittelt. Dieses Maximum verschiebt sich bei eigenspannungsbehafteten Proben bezogen auf die eigenspannungsfreie Probe. Je größer die vorhandene Verschiebung ist, desto größer sind die vorhandenen Eigenspannungen.

4.5.6 Umlaufbiegeprüfung an Drähten

Bei Umlaufbiegeprüfungen handelt es sich um eine einfache am Drahtausgangsmaterial der Feder durchführbare dynamische Prüfung. Dabei wird der Draht in definierten Drahtbereichen mit einer konstanten Biegespannung beaufschlagt. Durch Rotation des Drahtes um seine Längsachse entsteht im Draht eine umlaufende Biegespannung. Umlaufbiegeprüfungen werden bereits im Sinne von Wareneingangs- und -ausgangstests durch einige Draht- und Federhersteller durchgeführt und liefern die Sicherheit einer bestimmten dynamischen Belastbarkeit des Drahtausgangsmaterials auf Umlaufwechselbiegung. Die hohe erreichbare Rotationsgeschwindigkeit des Probekörpers (bis 5000 U/min) und die damit verbundene hohe Prüffrequenz (ca. 80 Hz) ermöglichen eine zeitsparende und somit kostengünstige Überprüfung der Qualität des Drahtes [Bar93].

Es bestehen verschiedene Möglichkeiten, die erforderliche Biegespannung in den Draht einzubringen. Die erste Methode basiert auf dem Prinzip der Vierpunktbiegung. Der Draht wird dabei an vier Stellen gelagert, durch die vier betragsmäßig gleich große Kräfte in den Draht eingeleitet werden (Abbildung 4.34 a).

Auf diese Weise entsteht zwischen den beiden inneren Kräfteinleitungsstellen ein Bereich konstanter Biegespannung, durch den die Prüflänge definiert wird. Diese liegt bei üblichen Anordnungen zwischen 200 und 300 mm. Die benötigte Probenlänge hingegen ist deutlich größer.

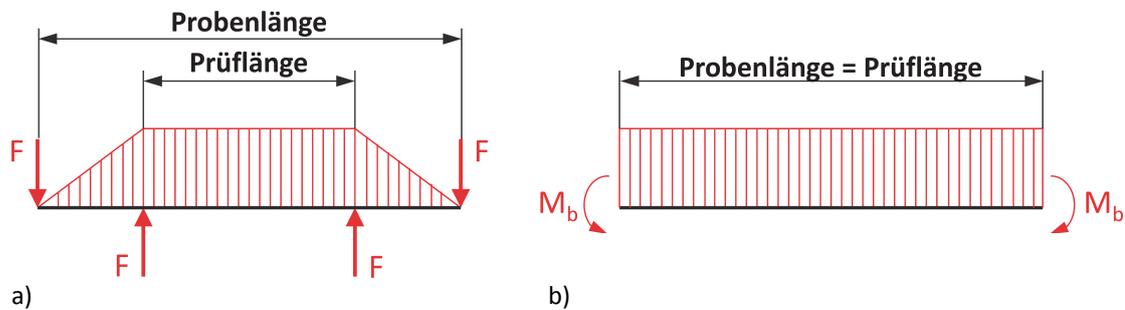


Abbildung 4.34: Möglichkeiten zur Einbringung der Biegespannung a) Vierpunktbiegung b) querkraftfreie Biegung

Eine weitere Methode basiert auf dem Prinzip der querkraftfreien Biegung. Dabei wird an den Drahtenden ein Biegemoment eingeleitet, wodurch über die gesamte freie Drahtlänge eine konstante Biegespannung erzeugt wird. Der Vorteil dieser Methode liegt in der deutlich größeren prüfbareren Probenlänge als bei Umlaufbiegeprüfungen nach der vorher beschriebenen Methode. Die Prüflänge (Probenlänge) kann abhängig von dem zu prüfenden Drahtdurchmesser > 1000 mm sein, wodurch deutlich mehr Drahtvolumen mit einer Prüfung untersucht werden kann (Richtwert: Prüflänge = $125 \times d$).

4.5.7 Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern

Dauerschwingversuche werden im Rahmen des Musterprozesses und auch serienbegleitend durchgeführt. Aufgabe dieser Versuche ist es, eine bestimmte dynamische Auslastbarkeit der jeweiligen Feder sicherzustellen. Dafür werden die zu prüfenden Federn wiederholt maschinell auf die Längen L_1 und L_2 zusammengedrückt (vgl. *Abbildung 4.4*). Durch die dafür erforderlichen Kräfte F_1 und F_2 (Belastungen) entstehen in dem zur Feder gewundenen Draht Spannungen (Beanspruchungen) (vgl. *Abbildung 4.5* und *Tabelle 4.1*). Da es sich dabei um einen reversiblen Vorgang handelt, wird der Draht in der Feder auf diese Weise dynamisch geprüft. Abhängig von den eingestellten Längen und den daraus resultierenden Spannungen kann eine Feder eine bestimmte Anzahl an Schwingspielen N ertragen. Diese ist abhängig vom verwendeten Material, der Federgeometrie und der verwendeten Fertigungstechnologie. *Durch Dauerschwingversuche werden Bauteilkennwerte abgeprüft, die sich bei Änderung von nur einem der drei genannten Einflüsse gravierend ändern können.*

Bedingt durch die teure Maschinenteknik, lange Prüfzyklen und auch das teure technisch ausgebildete Personal zur Überwachung und Bestückung der Maschinen entstehen durch Dauerschwingversuche hohe Kosten für die Federnhersteller. Hinzu kommt, dass Dauerschwingversuche aufgrund der geringen realisierbaren Prüffrequenz vor allem bei hohen Schwingspielzahlen im Gigacycle-Bereich sehr viel Prüfzeit benötigen.

4.6 Auswertung dynamischer Versuche

Aufgrund erheblicher Streuung der Versuchsergebnisse bei dynamischen Versuchen ist eine statistische Auswertung dieser Versuchsergebnisse erforderlich. Allgemein wird in Verfahren zur Auswertung von Ergebnissen im Zeitfestigkeits- und Dauerfestigkeitsbereich unterschieden.

4.6.1 Methoden für den Zeitfestigkeitsbereich

Methoden für die Auswertung von Schwingversuchen im Zeitfestigkeitsbereich sind:

- Regression im Wahrscheinlichkeitsnetz
- Regression im Wöhler-Diagramm
- Basquin-Gleichung
- Interaktives Verfahren
- Arcsin \sqrt{P} -Verfahren

Für die Auswertung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten dynamischen Versuche an Drähten und Schraubendruckfedern wurde das arcsin \sqrt{P} Verfahren verwendet [Den75]. Nach Kaiser [Kai81] handelt es sich dabei um ein rechentechnisch überschaubares und verständliches Verfahren, das eine gewisse Extrapolationsfähigkeit auf versuchstechnisch schlecht abgedeckte Gebiete erlaubt.

4.6.2 Methoden für den Dauerfestigkeitsbereich

Methoden für die Auswertung von Schwingversuchen im Übergangsbereich zur Dauerfestigkeit sind:

- Treppenstufenverfahren
- PROBIT-Verfahren
- Abgrenzungsverfahren
- Prot-Verfahren
- Locati-Verfahren
- Arcsin \sqrt{P} -Verfahren

Um eine gewisse Konsistenz bei der Auswertung der versuchstechnisch ermittelten Daten zu gewährleisten und aufgrund der genannten Vorteile, wird auch zur Auswertung von Ergebnissen im Übergangsbereich zur Dauerfestigkeit das $\arcsin\sqrt{P}$ Verfahren angewendet.

4.7 Zusammenfassung Kenntnisstand

Die Lebensdauer einer Schraubendruckfeder kann auf Basis von statischen Festigkeitswerten des Ausgangsmaterials nicht mit genügend hoher Genauigkeit vorherbestimmt werden. Ebenso verhält es sich mit für eine vorgegebene Schwingspielzahl zulässigen Spannungen (Spannungshub, Mittelspannung). Gründe dafür sind:

- Veränderung der statischen Materialkennwerte durch den Federherstellungsprozess
- Fehler im Material in Form von nichtmetallischen Einschlüssen, die durch statische Versuche nicht spezifiziert werden können
- Unterschiede im Gefüge bei gleichen statischen Materialkennwerten
- Veränderung der Oberflächentopographie des Drahtes in der Feder infolge des Kugelstrahlprozesses
- Eigenspannungen aus dem Federherstellungsprozess (Winden, Wärmebehandlung, Kugelstrahlen, Vorsetzen, Warmauslagerung)
- Abnahme der vor der Belastung vorhandenen Eigenspannungen durch dynamische Relaxationsvorgänge
- Größeneinflüsse, die bei der Federauslegung gegenwärtig nur ungenügend genau erfasst werden können

Untersuchungen, wie sich die statischen Materialkennwerte durch den Federherstellungsprozess und im speziellen durch die Wärmebehandlung verändern, existieren [Gei07][Gei11][Sch06][Lux11], finden aber gegenwärtig beim Federauslegungsprozess keine Berücksichtigung. Nichtmetallische Einschlüsse werden überwiegend durch dynamische Versuche in Form von Umlaufbiegeprüfungen detektiert. Durch [Geo00] wurden Möglichkeiten vorgeschlagen, auf Grundlage bruchmechanischer Beziehungen Einschlüsse und deren Verteilung im Drahtausgangsmaterial zu beschreiben. Eine Übertragung dieser Ergebnisse von der Beanspruchung der umlaufenden Biegung auf die schwellende Torsion des Drahtes in einer Schraubendruckfeder ist bisher nicht mit genügender Genauigkeit möglich. Untersuchungen, wie sich ein verändertes Gefüge unter Voraussetzung gleicher statischer Materialkennwerte auf die Beanspruchbarkeit des Materials auswirkt, gibt es nicht.

Es sind diesbezüglich lediglich qualitative Aussagen in der Literatur zu finden, die von einer mit feinerem Gefüge zunehmenden Schwingfestigkeit berichten [Hem60/1] [Rös02]. Veränderungen der Oberflächenrauheit bzw. der gemittelten Rautiefe R_z auf die zulässigen Spannungen können durch empirisch ermittelte Gleichungen beschrieben und bei der Federauslegung berücksichtigt werden [Hän03]. Inwiefern eine kugelgestrahlte raue Oberfläche im Sinne einer Oberflächenrauheit in diesem Zusammenhang zu berücksichtigen ist, wurde bisher nicht untersucht. Eigenspannungen aus dem Federherstellungsprozess können experimentell ermittelt oder durch analytische und numerische Berechnungsverfahren bestimmt werden. Quantitative Aussagen über die betragsmäßige Beeinflussung der zulässigen Beanspruchungen durch die vorhandenen Eigenspannungen existieren nicht. Es wird lediglich von einer Erhöhung der zulässigen Beanspruchungen durch vorhandene Druckeigenspannungen und einer Erniedrigung der zulässigen Beanspruchungen durch vorhandene Zugeigenspannungen ausgegangen [Hai02]. Eine Berücksichtigung von Eigenspannungen auf der Seite der vorhandenen Beanspruchungen ist gegenwärtig nicht möglich. Auch Ansätze zur Berücksichtigung der Größeneinflüsse wurden in verschiedenen Arbeiten untersucht [Mag81][Böh82][Spi94]. Eine Anpassung und Aufbereitung speziell für Schraubendruckfedern, bei denen eine inhomogene Beanspruchung des Drahtes vorliegt, wurde bisher nicht durchgeführt. Lediglich der von Kaiser [Kai81] empirisch gefundene k' Faktor ermöglicht eine Abschätzung zulässiger Beanspruchungen bei Schraubendruckfedern mit unterschiedlichem Wickelverhältnis. Ob dynamische Materialkennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen für die Auslegung dynamisch belasteter Schraubendruckfedern genutzt werden können, ist nicht bekannt.

5 Methodik

Umlaufbiegeprüfungen am Draht und Dauerschwingversuche an Federn unterscheiden sich durch die Art der Hauptbeanspruchung, durch das vorhandene Spannungsverhältnis R und durch die Größe der hochbelasteten oberflächennahen Bereiche (vgl. *Abbildung 5.1*).

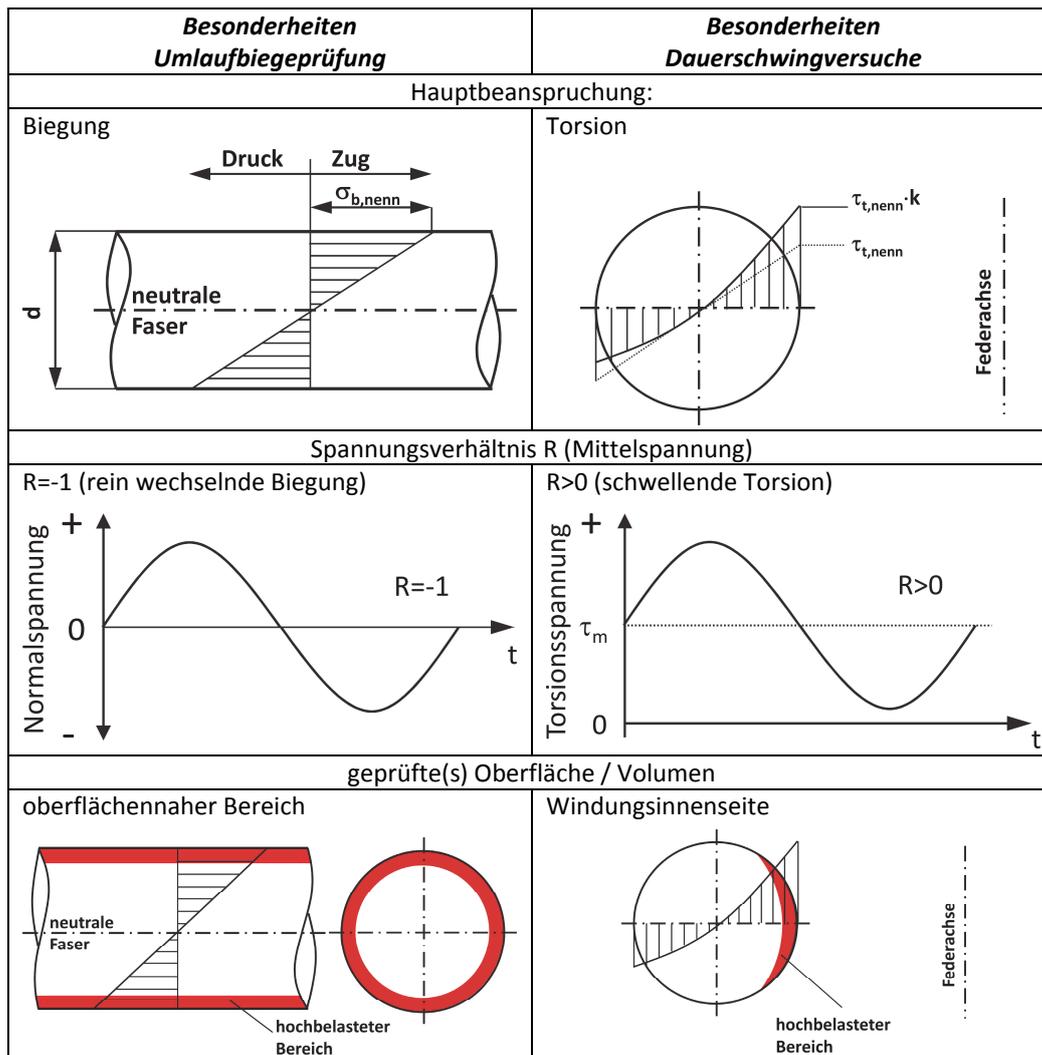


Abbildung 5.1: Besonderheiten bei Umlaufbiegeprüfungen und Dauerschwingversuchen

Bei Umlaufbiegeprüfungen tritt eine Biegebeanspruchung auf. Dabei nehmen die vorhandenen Spannungen, ausgehend von der Drahtmitte in Richtung Drahtoberfläche, linear zu. Bei Dauerschwingversuchen an Federn tritt hingegen hauptsächlich eine Torsionsbeanspruchung auf, die aufgrund der räumlich gekrümmten Geometrie der Feder von der Drahtmitte in Richtung Drahtoberfläche einen nichtlinearen Verlauf aufweist. Die größten Torsionsspannungen treten dabei an der Windungsinenseite der Feder auf. Hinzu kommen Unterschiede in der Beanspruchungsart.

Bei Umlaufbiegeprüfungen tritt rein wechselnde Biegung auf. Die Mittelspannung σ_m ist dabei gleich Null ($R=-1$). Bei Dauerschwingversuchen von Schraubendruckfedern tritt hingegen eine schwelende Torsionsbeanspruchung auf. Die vorhandene Mittelspannung τ_{km} ist dabei größer als die vorhandene Spannungsamplitude τ_{ka} ($R>0$). Weitere Einflüsse auf die durch dynamische Versuche ermittelbaren Material- bzw. Bauteilkennwerte ergeben sich durch volumen- und flächenmäßig unterschiedlich große hochbelastete Materialbereiche von Draht und Feder. Bei Umlaufbiegeprüfungen erfolgt eine Prüfung des gesamten oberflächennahen Bereiches. Hingegen ist der Draht in der gewundenen Feder nur im Bereich der Windungsinnenseite hochbelastet. Dadurch ergeben sich statistische Größeneinflüsse (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*), die ebenfalls bei einer Übertragung zu berücksichtigen sind.

Ausgehend von den genannten Besonderheiten bei Umlaufbiegeprüfungen an Drähten und Dauerschwingversuchen an Schraubendruckfedern ist eine direkte Übertragung der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} auf eine zulässige Spannungsamplitude τ_{kA} des schwelend beanspruchten Drahtes in der Feder nicht möglich. Es ist deshalb erforderlich, zunächst das Verhältnis zwischen der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} und der Torsionswechselfestigkeit τ_w präparierter Drähte zu beschreiben (Übertragung 1). Erst anschließend kann eine Übertragung der Werte der Torsionswechselfestigkeit des Drahtes τ_w in den Bereich der Torsionsschwellbeanspruchung unter Berücksichtigung der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ erfolgen (Übertragung 2). Um eine Übertragung der Materialkennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte der Schraubendruckfeder zu ermöglichen, müssen statistische Größeneinflüsse berücksichtigt werden. Diese sind von der Geometrie des umlaufbiegegeprüften Drahtes und der Geometrie der betrachteten Schraubendruckfeder (d, w, n_f) abhängig (Übertragung 3).

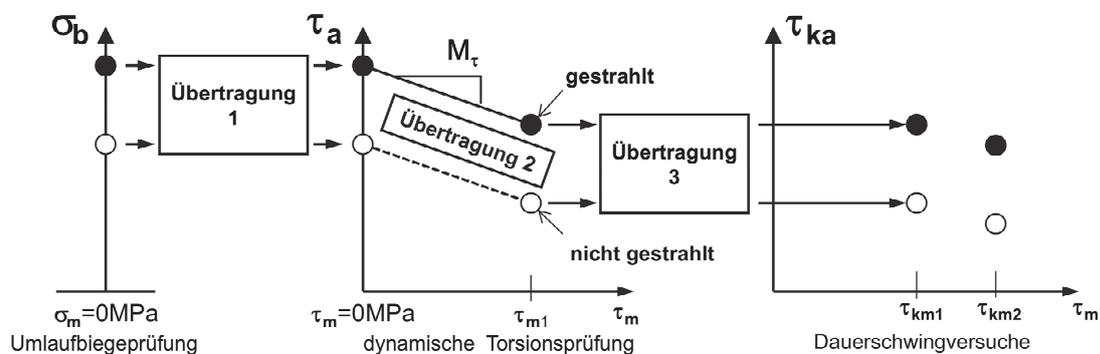


Abbildung 5.2: Darstellung der Übertragungsmethode

Um für die Methodenentwicklung eine entsprechende *Datenbasis* zu generieren, wurden statische und dynamische Versuche an präparierten Drähten und Federn durchgeführt. Statische Versuche waren in diesem Zusammenhang Zug- und Torsionsversuche sowie Härtemessungen. Sie dienten der Ermittlung statischer Materialkennwerte.

Ergänzt wurden diese Versuche durch Rauheitsmessungen der präparierten Drähte und Federn. Im Sinne von dynamischen Versuchen wurden Umlaufbiegeprüfungen, Torsionswechselprüfungen und Torsionsschwellprüfungen an präparierten Drähten sowie Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern durchgeführt. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten dynamischen Versuche erfolgten an kugelgestrahlten und nicht kugelgestrahlten Drahtproben und Schraubendruckfedern. Die Versuche wurden spätestens bei 5×10^7 Schwingspielen abgebrochen. Für die Methodenentwicklung wurden jedoch nur Festigkeitswerte bis 10^7 Schwingspiele herangezogen, da die dynamischen Torsionsversuche an Drähten aufgrund der geringen Prüffrequenz nur bis 10^7 Schwingspielen durchgeführt wurden. Um Veränderungen der Eigenspannungen infolge der dynamischen Beanspruchung der Drähte und Federn zu erfassen und im weiteren Verlauf der Bearbeitung berücksichtigen zu können, wurden Eigenspannungsmessungen vor und nach der dynamischen Prüfung durchgeführt. Bei allen dynamischen Prüfungen wurde pro Lasthorizont eine statistisch auswertbare Probenzahl >8 verwendet. Die statistische Bestimmung der schwingenspielzahlabhängigen Werkstoff- und Bauteilfestigkeitswerte erfolgt mit Hilfe des $\text{Arcsin}\sqrt{P}$ Verfahrens. Die durch die verschiedenen dynamischen Prüfungen erzeugten Brüche wurden weiterhin zur Bestimmung der Bruchursache einer Bruchanalyse unterzogen. Auf diese Weise konnte eingeschätzt werden, ob bestimmte Schadensmechanismen gehäuft bei bestimmten Beanspruchungen bzw. bei bestimmten Schwingenspielzahlen auftraten.

Für die *Methodenentwicklung* wurden die dynamischen Materialkennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen, Torsionswechselprüfungen und Torsionsschwellprüfungen an Drähten und dynamische Bauteilkennwerte aus Dauerschwingversuchen an aus diesen Drähten gefertigten Schraubendruckfedern herangezogen.

Abschnitt 8.1 enthält Betrachtungen zum statistischen Größeneinfluss (*Übertragung 3*). Diese Betrachtungen stehen zwar in der angestrebten Übertragungsmethode nicht an erster Stelle (vgl. *Abbildung 5.2*), sie sind jedoch für die Bearbeitung der weiteren Abschnitte erforderlich und werden deshalb vorangestellt. *Abschnitt 8.2* enthält Betrachtungen zur Übertragbarkeit von Biegewechselfestigkeitswerten σ_{bW} aus Umlaufbiegeprüfungen auf Torsionswechselfestigkeitswerte τ_W aus Torsionswechselversuchen am

Draht (*Übertragung 1*). In dem darauf folgenden *Abschnitt 8.3* werden neben allgemeinen Möglichkeiten zur Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit für Torsionsspannungen auch alternative Methoden abgeleitet und durch experimentelle Ergebnisse gestützt (*Übertragung 2*). Es erfolgt eine Übertragung der Torsionswechselfestigkeitswerte des Drahtes in den Torsionsschwellbereich.

Durch die in *Abschnitt 8.1 bis 8.3* enthaltenen Beziehungen können Biegewechselfestigkeitswerte σ_{bW} des Drahtes auf zulässige Spannungsamplituden τ_{kA} der Schraubendruckfeder bei gegebener Mittelspannung τ_{km} übertragen werden. Inwiefern die verschiedenen Ansätze zur Übertragung der dynamischen Materialkennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte der Feder geeignet sind, wird in *Abschnitt 8.4* betrachtet und hinsichtlich der Ergebnisqualität diskutiert.

Für eine Validierung der vorgeschlagenen Methoden (Methodenanwendung) werden dynamische Festigkeitswerte aus Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten patentiert gezogenen Drähten sowie dynamische Festigkeitswerte aus Dauerschwingversuchen an aus diesen Drähten hergestellten Schraubendruckfedern herangezogen (vgl. *Abschnitt 8.5*). Auf Ergebnisse aus dynamischen Torsionsversuchen kann an dieser Stelle verzichtet werden, da diese lediglich für die Methodenentwicklung und nicht für die Methodenanwendung erforderlich sind.

In *Abschnitt 8.6* werden Betrachtungen zur Übertragung bruchmechanischer Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen auf Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern angestellt. Dabei werden Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen betrachtet. Wie auch bei der Übertragung der Spannungskennwerte wird in einem ersten Schritt eine Übertragung der bruchmechanischen Kennwerte von umlaufender Biegebeanspruchung auf wechselnde Torsion durchgeführt. Anschließend erfolgt die Übertragung in den Torsionsschwellbereich. Die so ermittelten bruchmechanischen Kennwerte definieren den Zusammenhang zwischen der Einschlussgröße und der lokal über dem Einschluss vorhandenen Spannung (Mittelspannung, Spannungsamplitude). Bei Kenntnis von bruchmechanischen Grenzwerten, wie beispielsweise der Schwingbreite zur Ermüdungsrissausbreitung ΔK_{th} , können so lokal über dem Einschluss zulässige Spannungsamplituden in Abhängigkeit von der Einschlussgröße ermittelt werden. Anschließend erfolgt eine Übertragung auf die an der Windungsinne Seite der Feder zulässige Spannungsamplitude τ_{kA} .

6 Versuchsplanung

6.1 Untersuchte Werkstoffe

Die Probedrähte und –federn wurden aus ölschlussvergütetem Ventildraht der Güte VD nach [DIN10270/2] hergestellt. Es handelte sich hierbei um einen geschälten und oberflächenrissgeprüften Draht mit der in *Tabelle 6.1* dargestellten Zusammensetzung.

Tabelle 6.1: Chemische Zusammensetzung des ölschlussvergüteten Federdrahtes

<i>C in %</i>	<i>Si in %</i>	<i>Mn in %</i>	<i>P_{max} in %</i>	<i>S_{max} in %</i>	<i>Cr in %</i>
0,50-0,60	1,20-1,60	0,50-0,80	0,020	0,020	0,50-0,80

Weiterführende Versuche wurden an patentiert gezogenen Drähten und daraus gefertigten Federn durchgeführt. Die detaillierte chemische Zusammensetzung dieser Drähte kann [Lux13] entnommen werden.

6.2 Untersuchte Drähte und daraus gefertigte Federn

Die Versuchsdrähte für Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechsel- und –schwellversuche wurden aus Drahtabschnitten erstellt. Es handelte sich um geraden Draht der Länge 370 mm des Durchmessers $d=3,7$ mm. Die freie Probenlänge (Prüflänge) betrug bei den dynamischen Torsionsprüfungen und Umlaufbiegeprüfungen jeweils 300 mm.

Für die Versuchsfedern wurde das gleiche Ausgangsmaterial derselben Drahtcharge wie für die Versuchsdrähte verwendet. Bei den Versuchsfedern handelte es sich um zylindrische Schraubendruckfedern mit konstantem Windungsabstand und angeschliffenen Endwindungen. Die geometriebeschreibenden Größen der verwendeten Federn, deren jeweilige Wärmebehandlung (WB) und die zugeordneten Bezeichnungen sind in *Tabelle 6.2* zusammengefasst.

Tabelle 6.2: Parameter der untersuchten Schraubendruckfedern

	<i>d in mm</i>	<i>D_m in mm</i>	<i>n_g</i>	<i>n_f</i>	<i>L_o in mm</i>	<i>L_c in mm</i>	<i>WB</i>
<i>G1_350</i>	3,7	22,5	6,5	4,8	50,5	22,5	350°C/60'
<i>G1_420</i>							420°C/30'
<i>G2_350</i>		13,7			32,5	22,5	350°C/60'
<i>G2_420</i>							420°C/30'

Die dynamischen Versuche wurden sowohl an kugelgestrahlten, als auch an nicht kugelgestrahlten Drähten und Federn durchgeführt.

Die Federn wurden nach dem Winden mit 350°C/60' oder 420°C/30' wärmebehandelt. Auf gleiche Weise erfolgte die Wärmebehandlung der Versuchsdrähte. Nach dem Kugelstrahlprozess wurde eine zusätzliche Warmauslagerung bei 230°C/30' durchgeführt. Dadurch sollte die Relaxation der Druckeigenspannungen während der dynamischen Beanspruchung der Drähte und Federn reduziert werden (vgl. *Abschnitt 4.4.3*). Hinzu kommen eine Verbesserung der Materialfestigkeit und ein Abbau der durch den Kugelstrahlprozess vorhandenen Spannungsspitzen. Die Federn wurden anschließend bis auf Blocklänge kalt vorgesetzt. Ein Vorsetzen der Drähte erfolgte nicht.

Da vorhandene Eigenspannungen und Oberflächenrauheiten maßgeblich die Auslastbarkeit der Drähte und Federn beeinflussen (vgl. *Abschnitt 4.3.2*), wurden Strahlversuche an Drähten durchgeführt, um sowohl das Eigenspannungstiefenprofil als auch die Oberflächenrauheit der Probedrähten mit denen der Versuchsfedern abzugleichen. Da der Kugelstrahlprozess im Rahmen des Federherstellungsprozesses nur in begrenztem Maße beeinflussbar war, erfolgte ein Abgleich der am Draht vorhandenen Kennwerte mit denen der Feder.

Dafür wurde eine Variation von Strahlgeschwindigkeit, Strahlzeit und Mengenstrom des Strahlmittels bei der Kugelstrahlbehandlung der Drähte durchgeführt. Während der Strahlbehandlung wurde der Draht in Rotation versetzt und dabei gleichmäßig durch eine translatorische Bewegung durch die Strahlkammer gezogen. Durch Variation des Strahldruckes, des Mengenstroms des Strahlmittels und der translatorischen Bewegung des Drahtes wurden gezielt Strahlgeschwindigkeit und Überdeckungsgrad variiert. Sowohl die Drähte, als auch die Federn wurden mit identischem Strahlmittel gestrahlt. Hierbei handelte es sich um Strahlmittel der Spezifikation SK-G3 0,6 HV700 (\varnothing 0,6 mm; Härte 700 HV).

Die Versuche zum Abgleich des Eigenspannungstiefenverlaufes erfolgten an mit 420°C/30 min wärmebehandelten Draht- und Federproben. Grund dafür war die durch die hohe Wärmebehandlungstemperatur größere Relaxation der Eigenspannungen aus dem Federwindeprozess, wodurch Auswirkungen der in der Feder verbleibenden Biegeigenspannungen auf das Strahlergebnis (Rautiefe, Eigenspannungstiefenverlauf) minimiert wurden. Ermittelt wurden die Eigenspannungen an den mit unterschiedlichem Strahldruck kugelgestrahlten Drähten und nicht gesetzten kugelgestrahlten Federn. Die Messungen erfolgten in Richtung der Drahtachse in den Tiefen 5 μ m, 50 μ m, 100 μ m und 250 μ m.

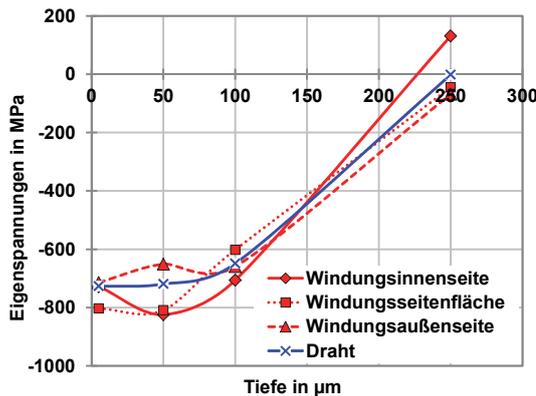


Abbildung 6.1: Eigenspannungstiefenverlauf der Draht- und Federproben nach dem Eigenspannungsabgleich

In *Abbildung 6.1* sind die Eigenspannungstiefenverläufe der Draht- und Federproben nach dem Eigenspannungsabgleich durch gezielte Wahl der Strahlparameter für die Strahlbehandlung des Drahtes dargestellt. Die beste Übereinstimmung zwischen den Eigenspannungstiefenverläufen der Draht- und Federproben wurden bei einem Strahlendruck von 1,6 bar erreicht. Eine direkte Nachbildung des Eigenspannungszustandes der Feder nach dem Winden, der anschließenden Wärmebehandlung und dem Kugelstrahlen ist am Draht aufgrund des Fehlens des Federherstellungsschrittes Winden und den damit verbundenen Biegeeigenspannungen nicht möglich. Das am Draht erzeugte Eigenspannungstiefenprofil zeigt bezüglich des an der bruchgefährdeten Windungsinneseite der Feder vorhandenen Eigenspannungstiefenprofils im Bereich des Druckeigenspannungsmaximums und auch im Bereich des Durchgangs von Druck- in Zugspannungen leichte Abweichungen. Die Auswirkungen dieser Abweichungen auf das Ergebnis der dynamischen Versuche am Draht wurden als gering eingeschätzt, da in diesem Bereich keine Bruchausgänge liegen.

Die Rauheitsmessungen an den präparierten Draht- und Federproben wurden nach [DIN4287] durchgeführt (vgl. *Abschnitt 4.5.3*). Die gemittelte Rautiefe des Ausgangsdrahtes betrug $R_z=3,5 \mu\text{m}$. Durch den Kugelstrahlprozess erhöhte sich die gemittelte Rautiefe in Abhängigkeit von den verwendeten Strahlparametern teilweise deutlich. In *Tabelle 6.3* sind die Rautiefen R_z der wärmebehandelten und kugelgestrahlten Draht- und Federproben nach Abgleich der Oberflächenrauheit zusammengefasst.

Tabelle 6.3: Rautiefe der kugelgestrahlten Oberfläche von Draht- und Federproben (WIS)

	WB 350°C/60'		WB 420°C/30'	
	Draht	Feder	Draht	Feder
Rautiefe R_z in μm	4,96	5,1	5,3	5,6

Die Unterschiede zwischen den gemittelten Rautiefen R_z der für dynamische Versuche präparierten Draht- und Federproben sind gering. Eine Zunahme der Werte für R_z in-

folge umlaufender Biegebeanspruchung oder wechselnder und schwellender Torsionsbeanspruchung durch In- und Extrusionen (siehe *Abschnitt 4.1*) wurden im Rahmen der Untersuchungen nicht festgestellt.

6.3 Statische Versuche an Drähten

Wie bereits *Abschnitt 4.3.4.2* beschrieben, existiert ein prinzipieller Zusammenhang zwischen den statischen Materialkennwerten eines Werkstoffes und dessen dynamischen Materialkennwerten. Aus diesem Grund wurden im Sinne der Vollständigkeit dieser Arbeit Zug- und Torsionsversuche für verschiedene Wärmebehandlungsregime durchgeführt.

In *Tabelle 6.4* ist eine Zusammenfassung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten statischen Versuche an unterschiedlich wärmebehandelten Drahtproben enthalten.

Tabelle 6.4: Statische Versuche an Drähten

Versuch	WB-Temperatur °C	WB-Zeit in min	ermittelte Kennwerte
Zugversuch (ZV)	20	-	<i>Kennwerte aus ZV:</i> $R_m; R_{p0,2}; A; A_g$
	350	30; 60	
Torsionsversuch (TV)	390	30	<i>Kennwerte aus TV:</i> $\tau_{t,max}^*; \tau_{t,max}; \tau_{t0,4}^*;$ $\tau_{t0,4}; n$
	420	15; 30	
	450	30	
	480	30	

Ergänzt wurden diese Versuche durch Härtemessungen.

6.4 Dynamische Versuche an Drähten und Federn

Tabelle 6.5 enthält eine Zusammenfassung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten dynamischen Versuche an Draht- und Federproben. Auf eine weitere Auflistung der dynamisch vorbelasteten Drähte zur Untersuchung des Relaxationsverhaltens der Eigenspannungen wurde an dieser Stelle verzichtet.

Tabelle 6.5: Dynamische Versuche an Draht- und Federproben

Versuch	Probe	WB	$\sigma_m; \tau_{km}$ in MPa	gestrahlt ja/nein	Spannungsamplitude $\sigma_a; \tau_{ka}$ in MPa (Probenzahl)
UBP*	Draht	350°C/60'	0	nein	884 (8); 838 (8); 784 (8); 687 (7)
				ja	1045 (10); 991 (10); 947 (10); 877 (10); 840 (10)
		420°C/30'	0	nein	824 (8); 784 (8); 723 (8)
				ja	1045 (10); 932 (7); 911 (14); 880 (9)
TWP*	Draht	350°C/60'	0	nein	600 (8); 480 (8); 400 (8)
				ja	700 (8); 650 (8); 580 (8)
		420°C/30'	0	nein	600 (8); 480 (8); 410 (8)
				ja	650 (8); 580 (8)
TSP*	Draht	350°C/60'	500	ja	550 (9); 500 (8); 450 (8)
		420°C/30'	500	ja	550 (8); 500 (8); 450 (8)
DSP*	G1_350	350°C/60'	660	nein	525 (10); 370 (10); 315 (10)
				Ja	609 (10); 554 (10); 509 (10); 476 (20)
			940	nein	410 (10); 370 (10); 331 (10); 298 (10)
				ja	472 (10); 426 (10); 393 (10)
	G1_420	420°C/30'	660	nein	516 (10); 361 (10); 306 (10)
				ja	594 (10); 526 (10); 470 (20)
			940	nein	383 (10); 344 (10); 300 (10); 272 (10)
				ja	462 (10); 409 (10); 376 (10)
	G2_350	350°C/60'	720	ja	633 (10); 587 (10); 528 (10)
	G2_420	420°C/30'	720	ja	650 (10); 591 (10); 550 (10); 509 (10)

* UB: Umlaufbiegeprüfung; TWP: Torsionswechselprüfung; TSP: Torsionsschwellprüfung; DSP: Dauerschwingprüfung

In Tabelle 6.5 sind die maximal während der jeweiligen Prüfung vorhandenen Spannungen angegeben. Bei den Probedrähten entsprechen diese der Nennspannung. Bei den untersuchten Federn entsprechen diese der mit dem Spannungsbeiwert k_B korrigierten Nennspannung (Spannung an der Windungsinenseite der Feder). Die Versuche wurden jeweils mit der höchsten Beanspruchung begonnen. Weitere Beanspruchungshorizonte wurden anschließend auf Grundlage bereits durchgeführter Versuche abgeschätzt. Auf diese Weise wurde eine Datenbasis generiert, mit deren Hilfe für verschiedene Schwingspielzahlen zwischen 10^5 und 10^7 Festigkeitswerte der unterschiedlich präparierten Drähte und Federn abgeschätzt werden konnten.

6.5 Verwendete Versuchstechnik

An den Versuchsdrähten und -federn wurden statische und dynamische Versuche durchgeführt. Für die statischen Zug- und Torsionsversuche stand folgende Versuchstechnik zur Verfügung (*Abbildung 6.2*).

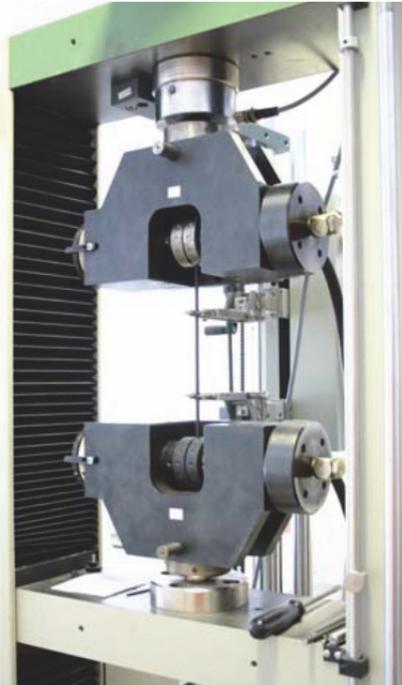


Abbildung 6.2: Universalprüfmaschine Typ Tira

Die Zugversuche an nicht wärmebehandelten und wärmebehandelten Drähten wurden mit einer Universalprüfmaschine Typ TIRA durchgeführt (*Abbildung 6.2*, Maximalkraft 50 kN). Die grundlegenden Bestandteile eines Zugversuchsstandes sind allgemein bekannt und werden deshalb an dieser Stelle nicht detailliert erläutert. Für die Aufnahme exakter Spannungs-Dehnungs-Kennlinien können zusätzlich Feindehnungsaufnehmer verwendet werden. Die Bestimmung der während des Zugversuches vorhandenen Zugkraft wird mit einem Präzisionskraftaufnehmer (50 kN) der Genauigkeitsklasse 0,02 (mögliche Abweichung 0,02% von 50 kN) ermittelt.



Abbildung 6.3: Torsionsprüfmaschine Typ Tira

Für die Torsionsversuche an nicht wärmebehandelten und wärmebehandelten Drähten wurde die in *Abbildung 6.3* dargestellte und von der Firma TIRA nach Vorschlägen der Forschungsgruppe Draht und Federn der TU Ilmenau aufgebauten Torsionsprüfstand verwendet. Der mit Spannzangen eingespannte Draht wird durch einen Gleichstrommotor (oben) definiert tordiert. Am feststehenden Drahtende (unten) befindet sich ein Torsionsmomentenaufnehmer, der das anliegende Torsionsmoment während des Versuches erfasst. Das Ergebnis sind Momenten-Verdrehwinkel-Kennlinien des Drahtes.

Die im Zusammenhang mit dieser Arbeit durchgeführten dynamischen Versuche an Drähten wurden an durch die Forschungsgruppe Draht und Federn entwickelter Prüftechnik durchgeführt (vgl. *Abbildung 6.4*).

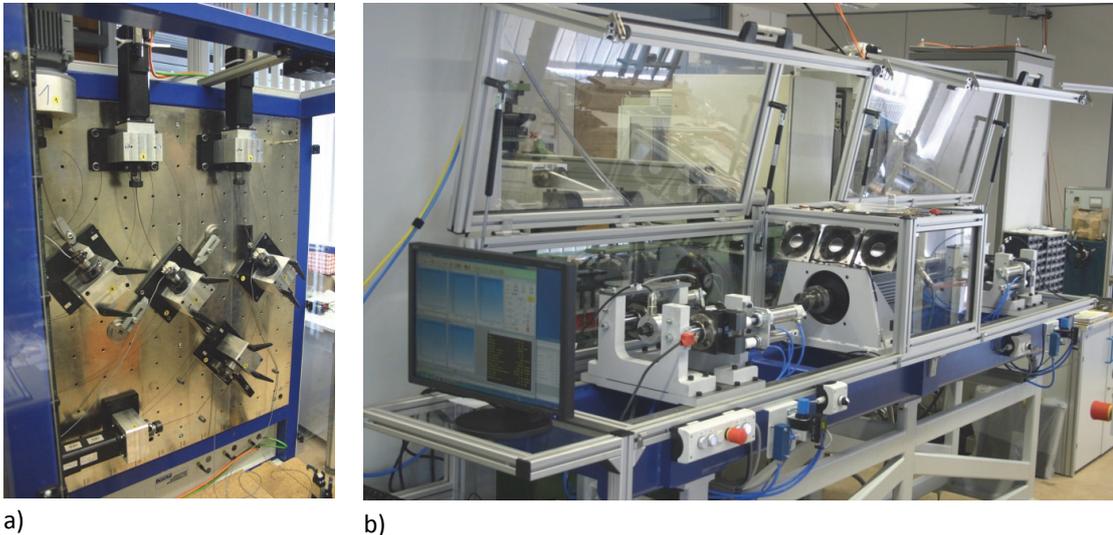


Abbildung 6.4: Prüfstände für dynamische Versuche am Draht a) Umlaufbiegeprüfstand TUI b) dynamischer Torsionsprüfstand TUI

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Umlaufbiegeprüfungen wurden mit Hilfe der in *Abbildung 6.4 a* dargestellten Umlaufbiegeprüfmaschine durchgeführt. Diese Maschine ermöglicht die gleichzeitige Prüfung von maximal 4 Drähten mit Längen zwischen 300 mm und 1250 mm und Durchmessern zwischen 1,0 mm und 8,0 mm. Die gewünschte Biegespannung der Drähte wird über die Position der antriebslosen Loslagerseite eingestellt. Sie ist dabei, im Gegensatz zu Prüfmaschinen, die nach dem Prinzip der 4-Punkt-Biegung arbeiten, über die gesamte freie Drahtlänge konstant. Die Prüffrequenz kann stufenlos eingestellt werden und beträgt maximal 83 Hz (5000 U/min).

Die dynamischen Torsionsversuche wurden mit Hilfe des in *Abbildung 6.4 b* dargestellten Prüfstandes für dynamische Torsionsbelastungen durchgeführt. Damit können gleichzeitig zwei Drähte mit maximal 8 mm Drahtdurchmesser geprüft werden. Die freie Prüflänge der Drähte kann zwischen 300 und 500 mm variiert werden. Die realisierbare Prüffrequenz ist abhängig von der zur Erzeugung der Prüfspannung erforderlichen Drehwinkelamplitude und liegt zwischen 9 Hz und 20 Hz. Während der Prüfung können die Drähte mit Hilfe von Pneumatikzylindern, die an der translatorisch beweglichen Einspannstelle angreifen, unter konstanter Zugvorspannung gehalten werden.

Das an den Drähten anliegende Torsionsmoment wird mit Hilfe von 500 Nm Reaktionsmomentenaufnehmern kontinuierlich ermittelt. Der in *Abbildung 6.4 b* dargestellte Prüfstand wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt.

Für die Dauerschwingversuche an den Schraubendruckfedern wurde eine Resonanzschwinde der Firma IABG verwendet. Diese Prüfmaschine ermöglicht die gleichzeitige Prüfung mehrerer geometrisch gleicher Schraubendruckfedern, wobei die gleichzeitig prüfbare Anzahl durch die maximale Mittellast je Prüfplatz (10 kN) und die maximale Oberlast je Prüfplatz (20 kN) begrenzt ist. Da diese Maschine nach dem Resonanzprinzip arbeitet, ist die vorhandene Prüffrequenz von der Steifigkeit der zu prüfenden Federn abhängig. Die maximal mögliche Prüffrequenz liegt bei ca. 25 Hz. Der Schwinghub wird weggeregelt, wobei die maximale Auflösung 0,02 mm beträgt. Maximal können Hübe bis 80 mm realisiert werden.

7 Eigene Untersuchungen

7.1 Versuchsdurchführung

Da die Durchführung von statischen Zug- und Torsionsversuchen hinreichend bekannt ist, werden nachfolgend ausschließlich die Vorgehensweisen bei den dynamischen Versuchen an präparierten Drähten und Schraubendruckfedern beschrieben.

Bei der in dieser Arbeit verwendeten Versuchstechnik für Umlaufbiegeprüfungen an Drähten (vgl. *Abbildung 6.4 a*) ergibt sich die im Draht vorhandene Biegespannung durch Position und Lage der antriebslosen Lagerstelle (Loslager). Diese wurde für die jeweilige Prüfspannung auf Grundlage einfacher geometrischer Beziehungen in Abhängigkeit von Drahtlänge und Drahtdurchmesser bestimmt. Zusätzlich wurde vor Versuchsbeginn an drei Positionen des Drahtes (Anfang, Mitte, Ende) die vorhandene Durchbiegung gemessen. Die gemessene Durchbiegung wurde zur Bestimmung der vorhandenen Biegespannung des jeweils eingespannten Drahtes verwendet, sodass vorhandene Abweichungen in der eingestellten Biegespannung (± 20 MPa) bei der späteren Auswertung berücksichtigt werden und keine weiteren Fehlerquellen darstellen. Für die statistische Auswertung der Ergebnisse dieser Prüfungen wurden die mittleren vorhandenen Biegespannungen aller Drähte des jeweiligen Lasthorizontes als maßgebender Spannungswert verwendet. Die freie Prüflänge der Drähte betrug 300 mm. Die Prüfung wurde mit einer Antriebsdrehzahl von 5000 U/min durchgeführt, was einer Prüffrequenz von ca. 83 Hz entsprach.

Bei den dynamischen Torsionsversuchen wurde der präparierte Draht zunächst an beiden Enden in Spannzangen befestigt. Die freie Drahtlänge betrug, wie auch bei den Umlaufbiegeprüfungen, 300 mm. Um Verschleiß an den Einspannstellen und somit Einspannungsbrüche zu vermeiden, wurden zusätzlich zwischen Draht und Spannzange Kupferbuchsen gesetzt. Die Versuche erfolgten Winkelgesteuert. Die während der Prüfung der Drähte anliegenden Torsionsmomente wurden mit Hilfe von 500 Nm Reaktionsmomentenaufnehmern fortlaufend erfasst. Die vorhandene Torsionsspannung konnte so ermittelt und gegebenenfalls bei Abweichungen zur Sollspannung durch Anpassung der Drehwinkel korrigiert werden. Die Prüffrequenz lag bei ca. 10 Hz. Um ein Ausknicken der Drähte während der Prüfung zu verhindern, wurden diese mit Hilfe von vorhandenen Pneumatikzylindern unter konstanter Zugvorspannung in Höhe von 1% der Bruchspannung gehalten.

Zur Vorbereitung der Dauerschwingversuche an den unterschiedlichen Federgeometrien und deren Herstellungsvarianten wurden zunächst an jeweils 10 Federn die Kraft-Weg-Kennlinien ermittelt. Aus den Kraft-Weg-Kennlinien konnten die längenabhängigen Spannungen der Federn berechnet werden. Der für die jeweilige Beanspruchung erforderliche Hub sowie die erforderliche Mittellänge der zu prüfenden Federn wurden aus dem arithmetischen Mittel der Spannungswerte von jeweils 10 Federn bestimmt. In Abhängigkeit von der Rate der Federn erfolgte die Prüfung gleichzeitig mit 10 bzw. 20 Federn. Die Federn wurden dazu gleichmäßig auf beide Prüfplätze der Maschine verteilt. Vor Beginn der Prüfung wurde die jeweilige zu prüfende Mittellänge der Federn eingestellt. Eine Überprüfung erfolgte mit Endmaßen. Anschließend wurde die Prüfmaschine in Betrieb genommen. Die Einfederung erfolgte parallel. Die Prüffrequenzen lagen in Abhängigkeit von der Gesamtsteifigkeit der Federn zwischen 17 Hz und 25 Hz. Da Aufbau und Funktionsweise dieser Maschinen allgemein bekannt sind, wird an dieser Stelle auf weitere Ausführungen dazu verzichtet.

Die bei den dynamischen Versuchen verwendeten Prüffrequenzen lagen zwischen 10 Hz (TWP) und 80 Hz (UBP). Die Versuche erfolgten bei Raumtemperatur ohne Einfluss von korrosiven Umgebungsmedien. Eine signifikante Erwärmung während der verschiedenen dynamischen Prüfungen wurde nicht festgestellt. Schwingbrüche der Probedrähte im Bereich der Einspannstelle bzw. bei Versuchsfedern im Bereich der End- und Übergangswindung wurden nicht in die nachfolgenden Betrachtungen mit einbezogen.

7.2 Statische Versuche

Die Ergebnisse der statischen Zug- und Torsionsversuche an verschieden wärmebehandelten Drähten wurden in den folgenden Abschnitten zusammengefasst. Weiterhin wird auf die Härte des in dieser Arbeit untersuchten Materials eingegangen.

7.2.1 Statische Materialkennwerte aus Zugversuchen

Die Zugversuche wurden mit der unter *Abschnitt 6.5* vorgestellten Universalprüfmaschine durchgeführt. Die dargestellten Ergebnisse entsprechen dem arithmetischen Mittel aus zwei Einzelmessungen.

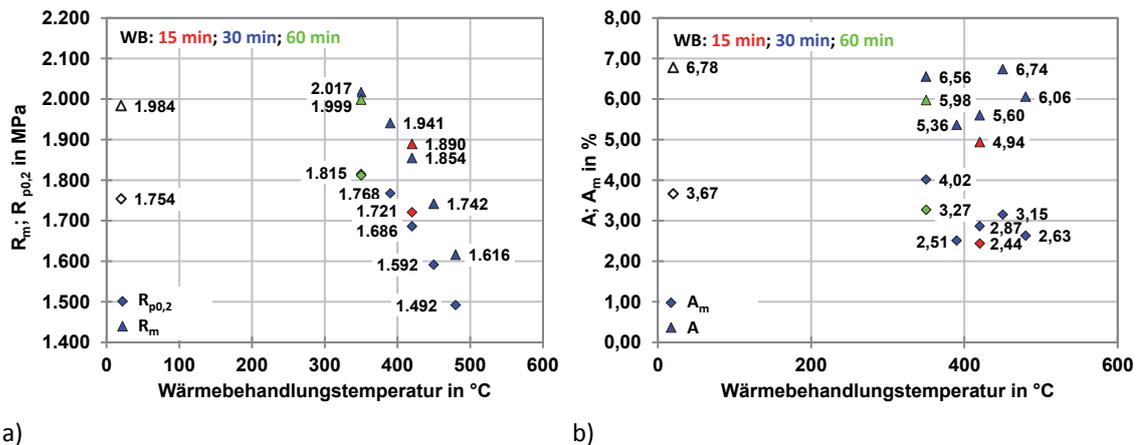


Abbildung 7.1: Ergebnisse aus Zugversuchen an Drähten a) $R_m, R_{p0,2}$ b) A, A_m

Die Zugfestigkeit R_m der Drähte fällt gegenüber 350°C Wärmebehandlungstemperatur mit steigenden Temperaturen kontinuierlich ab. Die Wärmebehandlungszeit hat, für die durchgeführten Variationen, einen untergeordneten Einfluss (siehe 420°C/15 min). Die Zugfestigkeit des Ausgangsdrahtes liegt mit $R_m=1984$ MPa leicht über dem durch [DIN10270/2] vorgegebenen Bereich. Die Streckgrenze $R_{p0,2}$ zeigt ein mit der Zugfestigkeit R_m vergleichbares temperatur- und zeitabhängiges Verhalten. Die Dehnung bei Maximalkraft A_m und die Gesamtdehnung bis Bruch A werden nur geringfügig durch die Wärmebehandlungstemperatur und –zeit beeinflusst.

7.2.2 Statische Materialkennwerte aus Torsionsversuchen

Aufgrund der bei Torsionsbeanspruchung inhomogenen Spannungsverteilung über den Drahtquerschnitt wird in *Abbildung 7.2* zwischen ideellen, mit Stern gekennzeichneten, und wahren Spannungen unterschieden. Die ideellen oder auch fiktiven Torsionsspannungen ergeben sich jeweils aus *Gleichung 4.138*. Die wahren bzw. real im Draht vorhandenen Torsionsspannungen wurden direkt durch Nachbildung der im Torsionsversuch ermittelten Drehmoment-Drehwinkel-Kennlinie bestimmt. Dafür wurde als Materialgesetz die Ramberg-Osgood-Beziehung verwendet.

$$\gamma = \gamma_{el} + \gamma_{pl} = \frac{\tau}{G} + \left(\frac{\tau}{k'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad 7.1$$

Der G-Modul, der Verfestigungsexponent n' und der Verfestigungskoeffizient k' als beschreibende Größen wurden durch eine Solver Berechnung des Programms Excel ermittelt. Der Drahtquerschnitt wurde dafür in flächenmäßig gleich große Kreisringe (20 Stück) unterteilt, denen anschließend verdrehwinkelabhängig jeweils eine mittlere Schiebung zugeordnet wurde. Unter Verwendung von *Gleichung 7.1* wurden den mittleren Schiebungen Schubspannungen der jeweiligen Kreisringe zugeordnet. Aus der vorhandenen Schubspannung, der Kreisringfläche und dem mittleren Durchmesser der

Kreistränge (Hebelarm) wurden jeweils Teilmomente ermittelt. Durch Aufsummierung dieser Teilmomente ergab sich das drehwinkelabhängige Gesamtmoment. Das so bestimmte Gesamtmoment ist dabei abhängig von den genannten Variablen der Ramberg-Osgood-Beziehung und wich vom experimentell ermittelten Torsionsmoment zunächst ab. Durch eine Optimierung der Variablen der Ramberg-Osgood-Beziehung mittels des in Excel integrierten Solvers mit dem Ziel der Minimierung der Summe der quadratischen Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Torsionsmomenten für verschiedene Drehwinkel wurde die wahre Spannungs-Schiebungs-Kennlinie ermittelt.

Beim rein elastischen Tordieren des Drahtes sind die ideellen und die wahren Spannungen identisch. Sobald plastische Verformungsvorgänge im tordierten Draht, beginnend von der Drahtoberfläche, auftreten, sind teilweise deutliche Unterschiede zwischen den ideellen und den wahren Torsionsspannungen vorhanden (vgl. *Abbildung 7.2 a* und *b*). Erklärt werden kann dies durch das Auftreten plastischer Stützwirkung infolge plastischer Verformung bei inhomogener Spannungsverteilung bei Torsion. Die in *Abbildung 7.2* dargestellten Ergebnisse entsprechen dem arithmetischen Mittel aus zwei Einzelmessungen.

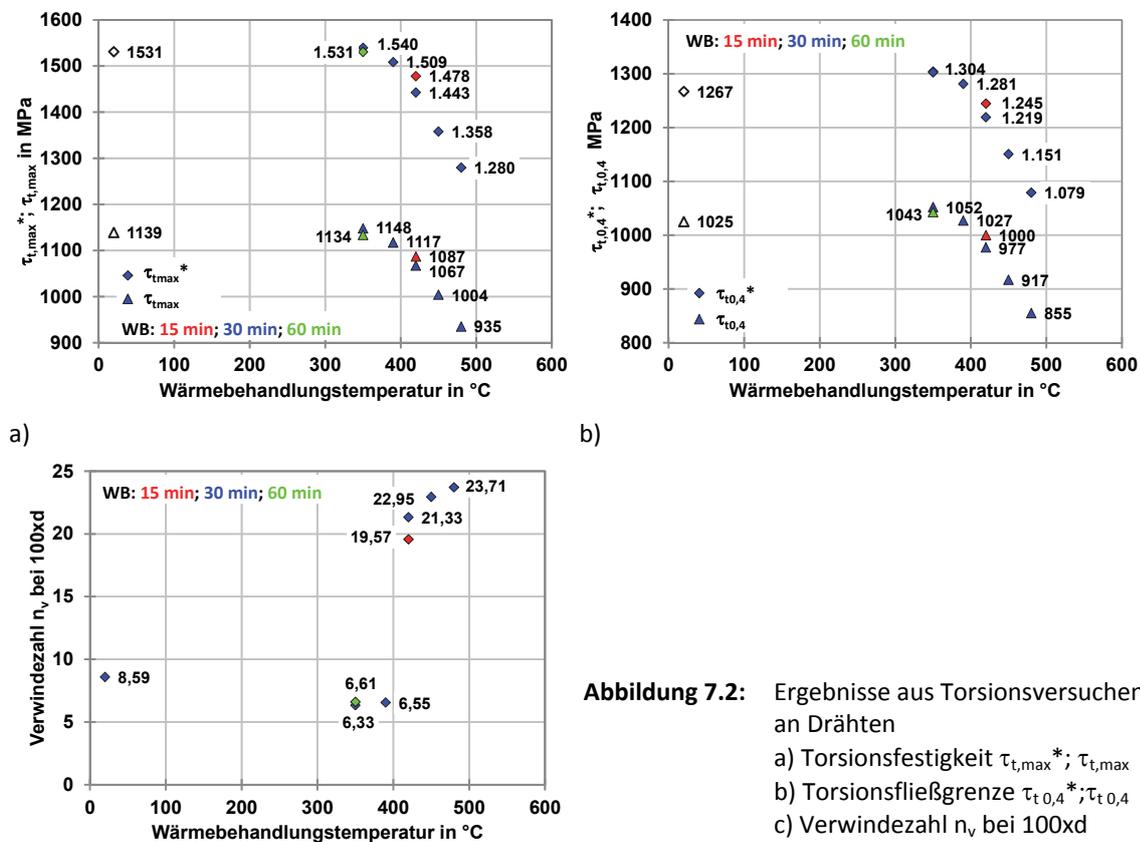


Abbildung 7.2: Ergebnisse aus Torsionsversuchen an Drähten
a) Torsionsfestigkeit $\tau_{t,max}^*$; $\tau_{t,max}$
b) Torsionsfließgrenze $\tau_{t0,4}^*$; $\tau_{t0,4}$
c) Verwindeszahl n_v bei 100xd

c)

Die Torsionsfestigkeiten $\tau_{t\max}^*$ und $\tau_{t\max}$ bleiben nach einer Wärmebehandlung bei 350°C nahezu unverändert zum Ausgangsmaterial. Mit weiter zunehmenden Temperaturen erfolgt ein deutlicher Abfall dieser Festigkeitswerte. Im Gegensatz dazu nimmt die technische Torsionsfließgrenze $\tau_{t0,4}^*$ und $\tau_{t0,4}$ bei 350°C leicht zu und fällt bei weiterer Temperaturerhöhung bis 480°C auf 1079 MPa bzw. 855 MPa ab. Die Verwindenzahl n_v bei einer Länge von 100xd reagiert, im Gegensatz zu der Dehnung A und A_m aus dem Zugversuch, deutlicher auf die Wärmebehandlung. Nach einer Reduzierung der Verwindenzahl n_v auf 6,33 bei 350°C/30' erfolgt ab einer Temperatur von 420°C ein sprunghafter Anstieg auf ca. 20. Die Wärmebehandlungszeit spielt dabei für die durchgeführten Variationen eine untergeordnete Rolle. Der Betrag der Verwindenzahl n_v des Ausgangsdrahtes liegt bei 300 mm freier Probenlänge (Vorgabe durch [DIN7800]) teilweise deutlich über dem in [DIN10270/2] für diesen Drahtdurchmesser geforderten Wert von $n_v=4$.

Im Folgenden soll geklärt werden, inwiefern es einen Zusammenhang zwischen den in Zugversuchen und Torsionsversuchen ermittelten statischen Festigkeitswerten gibt.

Für die Ermittlung der Torsionsfestigkeit $\tau_{t\max}$ wurde dazu eine der Dehnung bei Maximalkraft ε_m (Zugversuch) äquivalente Schiebung γ_m (Torsionsversuche) in der jeweiligen Ramberg-Osgood-Beziehung der unterschiedlich wärmebehandelten Drähte verwendet.

Es gilt:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_m \quad 7.2$$

Die jeweiligen den Schiebungen im Torsionsversuch zugeordneten Torsionsspannungen wurden direkt aus dem plastischen Anteil der Ramberg-Osgood-Beziehung der unterschiedlich wärmebehandelten Drähte bestimmt.

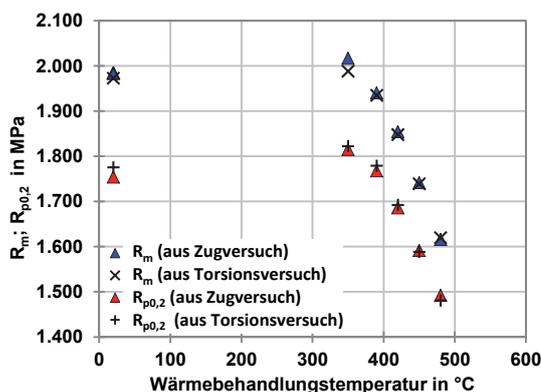


Abbildung 7.3: Vergleich von Festigkeitswerten aus dem Zugversuch und berechneter Festigkeitswerte aus der wahren Spannungs-Schiebungs-Kennlinie des Torsionsversuches für verschiedene Wärmebehandlungen

Die Übertragung dieser Torsionskennwerte in Normalspannungen erfolgte durch Multiplikation mit $\sqrt{3}$ in Anlehnung an die GEH. *Abbildung 7.3* zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den im Zugversuch ermittelten und den aus der wahren Spannungs-Schiebungs-Kennlinie berechneten Festigkeitswerten für $R_{p0,2}$ und R_m . Für ölschlussvergütete Drähte konnte somit gezeigt werden, dass eine Ermittlung der für die Federauslegung erforderlichen Festigkeitswerte für Torsion auf Basis von Zugversuchen möglich ist. Eine Anwendung dieser Herangehensweise auf Drähte mit ausgeprägten Eigenspannungen oder anisotropen Materialverhalten erscheint in diesem Zusammenhang als unwahrscheinlich. Eine Möglichkeit, um auch aus wenigen Kennwerten des Zugversuches (R_m , $R_{p0,2}$, E) eine Spannungs-Dehnungs-Kennlinie auf Basis der Ramberg-Osgood-Beziehung zu ermitteln und diese in eine wahre Spannungs-Schiebungs-Kennlinie zu überführen, wurde in [Rei13] dargelegt.

7.2.3 Härtemessungen

Härtemessungen wurden durchgeführt, um den Härteverlauf über den Drahtquerschnitt zu definieren und die Auswirkungen einer Kugelstrahlbehandlung auf die Härte einschätzen zu können. Dadurch werden genauere Aussagen über den Einfluss einer Härteveränderung infolge einer Kugelstrahlbehandlung auf dynamische Materialkennwerte möglich.

Die Härtemessungen wurden an kugelgestrahlten und nicht kugelgestrahlten Drähten beider Wärmebehandlungsvarianten durchgeführt. Bei den Drähten handelte es sich um die Gleichen, die auch für die dynamischen Umlaufbiegeprüfungen und Torsionsprüfungen verwendet wurden. Von den Proben wurden Querschliffe angefertigt, an denen die Härte HV1 in drei Entfernungen zur Drahtoberfläche (100 μm , 460 μm , 920 μm) bestimmt wurde. Die Messungen wurden an jeweils drei Proben durchgeführt. Durch die in *Abbildung 7.4* dargestellten gepunkteten Linien wird die Streuung der Messungen beschrieben.

Im Bereich unter der Oberfläche der mit 350°C/60' wärmebehandelten Drähte lag die Härte mit 590 HV1 um ca. 50 HV1 über der der mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähte. Im kugelgestrahlten Zustand entsprach das Härteniveau in 100 μm Tiefe dem unter der Oberfläche (vgl. *Abbildung 7.4*).

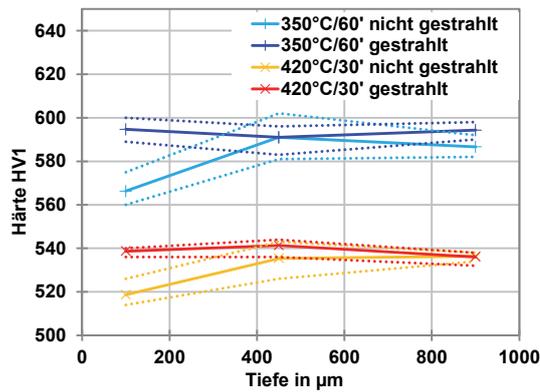


Abbildung 7.4: Härtemessungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten

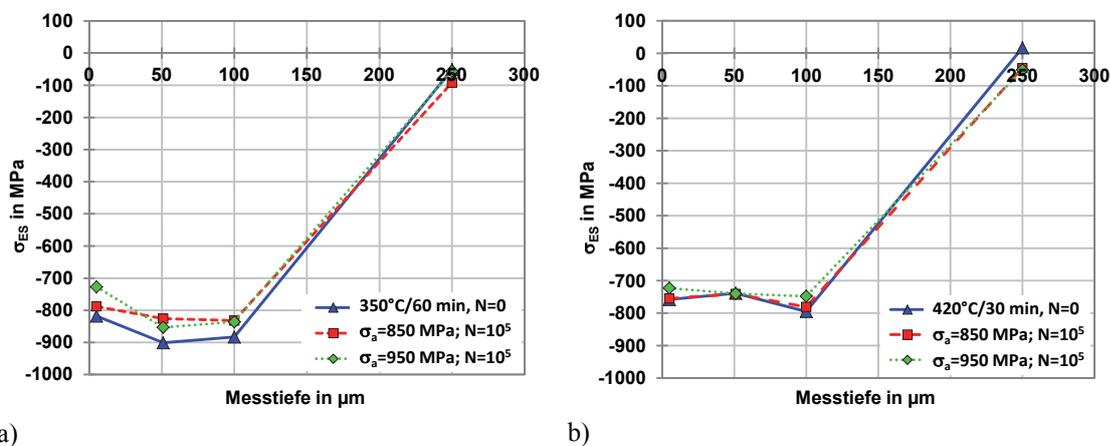
Bei den nicht kugelgestrahlten Drähten war ein Härteabfall in Richtung der Oberfläche zu verzeichnen. Eine Randentkohlung konnte nach einer Begutachtung von mit Nital geätzten Schlifften als Ursache dafür ausgeschlossen werden. Verantwortlich gemacht wurde eine Temperaturerhöhung der oberflächennahen Bereiche gegenüber dem Kernbereich während der Wärmebehandlung und ein damit verbundener Festigkeitsabfall. An den kugelgestrahlten Drähten hingegen wurde kein Härteabfall in Richtung der Drahtoberfläche festgestellt. Eine Oberflächenverfestigung konnte als Grund für den Anstieg der gemessenen Oberflächenhärte der kugelgestrahlten Probe bezogen auf die nicht kugelgestrahlte Probe unter Berücksichtigung der hier vorhandenen Zugfestigkeiten ausgeschlossen werden [Woh81][Kai81]. Wahrscheinlicher erscheint in diesem Zusammenhang eine Verfälschung der gemessenen oberflächennahen Härte durch die in 100 µm Tiefe vorhandenen Druckeigenstressungen (vgl. *Abschnitt 4.5.3*).

7.3 Eigenspannungsmessungen an Draht- und Federproben

Da die ertragbare Schwingspielzahl nicht nur von den vor der Prüfung vorhandenen Eigenspannungen, sondern vielmehr von deren Verhalten während der dynamischen Belastung abhängen, wurden Eigenspannungsmessungen an dynamisch vorbelasteten Probedrähten und Federn durchgeführt. Die kugelgestrahlten Probedrähte wurden dafür bis 10^3 , 10^4 und 10^5 Schwingspiele mit Spannungsamplituden im Bereich der Zeit- und Dauerfestigkeit dynamisch vorbelastet. Anschließend wurden an den so präparierten Drähten Eigenspannungsmessungen durchgeführt. Die Eigenspannungen an dynamisch vorbelasteten Federn wurden an den bereits für Dauerschwingversuche verwendeten Federn ermittelt.

7.3.1 Relaxation der Eigenspannungen bei umlaufender Biegung (R=-1)

Eine Abhängigkeit der ermittelten Eigenspannungen durch Kugelstrahlen von der Messrichtung bezüglich der Drahtachse (0° , 45°) wurde nicht festgestellt. Dementsprechend wurden nachfolgend nur die Ergebnisse der Eigenspannungsmessungen unter 0° zur Drahtachse dargestellt.



a)

b)

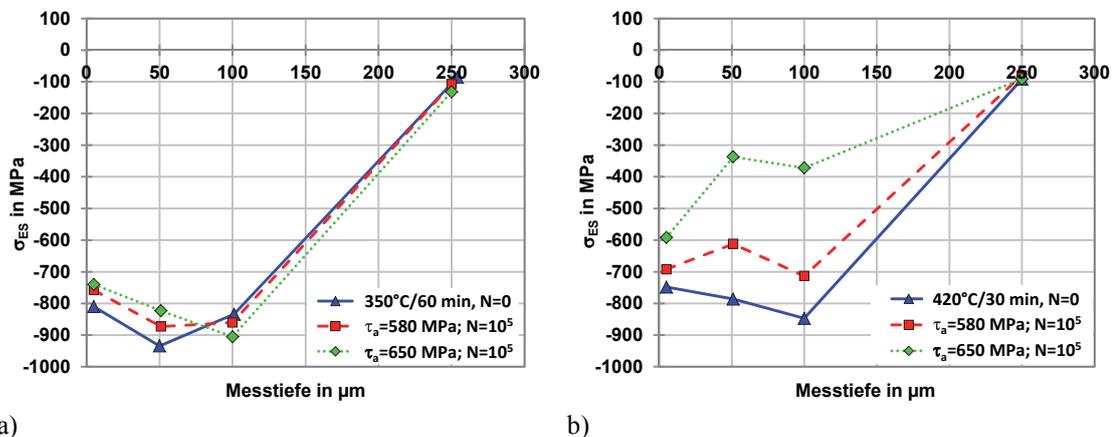
Abbildung 7.5: Eigenspannungen kugelgestrahlter Drähte vor und nach Umlaufbiegeprüfungen mit unterschiedlicher Biegespannung a) WB $350^\circ\text{C}/60'$ b) WB $420^\circ\text{C}/30'$

Bei den unterschiedlich wärmebehandelten Drähten wurde keine signifikante Relaxation der Eigenspannungen infolge der umlaufenden Biegebeanspruchung bis 10^5 Schwingspiele festgestellt (Abbildung 7.5). Auch eine Erhöhung der während der Prüfung vorhandenen Biegespannung σ_b auf 950 MPa zeigte keinen Einfluss auf das Relaxationsverhalten. Prinzipiell liegt das Niveau der Eigenspannungen der bei höheren Temperaturen wärmebehandelten Drähte aufgrund der geringeren Festigkeit ca. 100 MPa niedriger.

7.3.2 Relaxation der Eigenspannung bei wechselnder Torsion (R=-1)

Die Messungen der Druckeigenspannungen erfolgte unter 45° zur Drahtachse, da in dieser Richtung für Torsionsbelastung die größte Hauptnormalspannung σ_1 (Zugspannung) vorliegt und somit der größte Eigenspannungsabbau zu erwarten war.

Bei den mit $350^\circ\text{C}/60'$ wärmebehandelten Drähten konnte keine signifikante Relaxation der Eigenspannungen infolge der wechselnden Torsionsbeanspruchung bis 10^5 Schwingspiele festgestellt werden. Unterschiede in den dargestellten Ergebnissen zwischen der unbelasteten Probe und den dynamisch belasteten Proben resultieren aus der Messtoleranz, die bei den Messungen mit ± 40 MPa angegeben wurde.



a) b)
Abbildung 7.6: Eigenspannungen kugelgestrahlter Drähte vor und nach Torsionswechselprüfungen mit unterschiedlicher Torsionsspannungsamplitude a) WB $350^\circ\text{C}/60$ b) WB $420^\circ\text{C}/30'$

Bei den mit $420^\circ\text{C}/30'$ wärmebehandelten Drähten wurde nach wechselnder Torsionsbeanspruchung eine deutliche Relaxation der Eigenspannungen sowohl an der Drahtoberfläche als auch im Material festgestellt. Die Druckeigenspannungen an der Drahtoberfläche (5 μm Tiefe) reduzierten sich von ursprünglich 750 MPa um ca. 160 MPa auf 590 MPa (vgl. *Abbildung 7.6 b*). Die Eigenspannungsrelaxation an der Stelle des vor der dynamischen Belastung vorhandenen Druckeigenspannungsmaximums war deutlich größer und betrug nach 10^5 Schwingspielen ca. 400 MPa (vgl. *Abbildung 7.6 b*). Die Eigenspannungsrelaxation war abhängig vom Betrag der während der Prüfung vorliegenden Torsionsspannungsamplitude. Mit steigender Torsionsspannungsamplitude nahm die Relaxation der Eigenspannungen zu.

7.3.3 Relaxation der Eigenspannungen bei schwellender Torsion (R=0)

Die Messungen der Druckeigenspannungen erfolgte unter $\pm 45^\circ$ zur Drahtachse, da aufgrund der mittelspannungsbehafteten Torsionsbeanspruchung von richtungsab-

hängigem Relaxationsverhalten auszugehen war. Dies wurde durch die Eigenspannungsmessungen bestätigt.

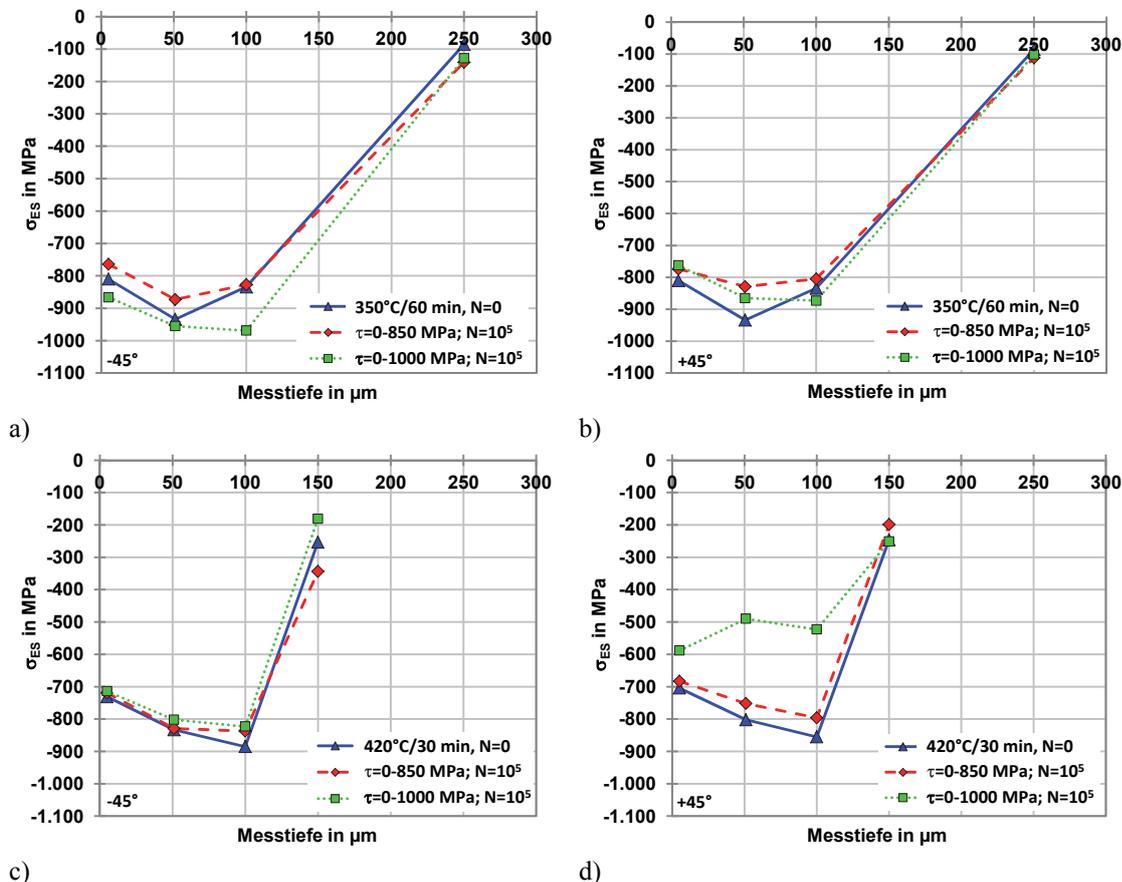


Abbildung 7.7: Eigenspannungen kugelgestrahlter Drähte vor und nach schwellender Torsionsbelastung a) WB 350°C/60' -45° zur Drahtachse b) WB 350°C/60' +45° zur Drahtachse c) WB 420°C/30' -45° zur Drahtachse d) WB 420°C/30' +45° zur Drahtachse

Bei den mit 350°C/60' wärmebehandelten Drähten konnte richtungsunabhängig keine signifikante Relaxation der Eigenspannungen infolge der schwellenden Torsionsbeanspruchung festgestellt werden (vgl. *Abbildung 7.7 a* und *b*). Hingegen wurde bei den mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähten in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung (Druckspannung) eine signifikante Relaxation der Eigenspannungen festgestellt. Die Druckeigenspannungen an der Drahtoberfläche (5 μm Tiefe) reduzierten sich von ursprünglich 720 MPa um ca. 130 MPa auf 590 MPa (vgl. *Abbildung 7.7 d*). Die Relaxation der Eigenspannungen an der Stelle des vor der schwellenden Torsionsbeanspruchung vorhandenen Druckeigenspannungsmaximums war deutlich größer und betrug nach 10⁵ Schwingspielen ca. 350 MPa (vgl. *Abbildung 7.7 d*).

7.3.4 Relaxation der Eigenspannungen bei Dauerschwingversuchen an Federn

Bei Schraubendruckfedern treten geometriebedingt die größten Lastspannungen an der Innenseite des Federkörpers auf. Die Messungen erfolgten deshalb an dieser Stelle und aufgrund der überwiegend vorliegenden schwellenden Torsionsbeanspruchung unter $\pm 45^\circ$ zur Drahtachse. Auf Eigenspannungstiefenprofile wurde aufgrund der Ergebnisse an der Drahtoberfläche verzichtet.

Tabelle 7.1: Eigenspannungen an Federproben vor und nach Dauerschwingversuchen

Probe	N	τ_{km} <i>in MPa</i>	τ_{ka} <i>in MPa</i>	Messtiefe <i>In μm</i>	+45°	-45°
G1_350	0			5	-710	-119
	15.200.000	660	509	5	-708	-37
	1.538.036	660	609	5	-699	-41
	50.000.000	940	393	5	-728	-48
	1.751.563	940	476	5	-705	-124
G1_420	0			5	-636	-79
	50.000.000	660	526	5	-694	-25
	867.517	660	594	5	-645	-57
	50.000.000	940	376	5	-656	-101
	785.150	940	462	5	-626	0

Eine Veränderung der vorhandenen Eigenspannungen über die Schwingspielzahl in Richtung $+45^\circ$ und -45° zur Drahtachse wurde sowohl bei den mit $350^\circ\text{C}/60'$ wärmebehandelten Federn (G1_350), als auch bei den mit $420^\circ\text{C}/30'$ wärmebehandelten Federn (G1_420) nicht festgestellt. Eine Relaxation der Druckeigenspannung in Richtung -45° zur Drahtachse, wie sie bei mit 420°C wärmebehandelten Drähten erfolgte, wurde durch den Fertigungsschritt Vorsetzen vorweggenommen. Tendenziell waren die vorhandenen Druckeigenspannungen an der Bauteiloberfläche bei den höher wärmebehandelten Federn wie auch bei den untersuchten Drahtproben etwas niedriger. Entgegen den Erwartungen wurde nicht nur bei Lastspannungen für den Übergangsbereich zur Dauerfestigkeit, wie bereits durch Scholtes in [Scho90] beschrieben, sondern auch bei Lastspannungen für den Zeitfestigkeitsbereich keine Relaxation der Eigenspannungen festgestellt.

7.3.5 Zusammenfassung Eigenspannungsmessungen

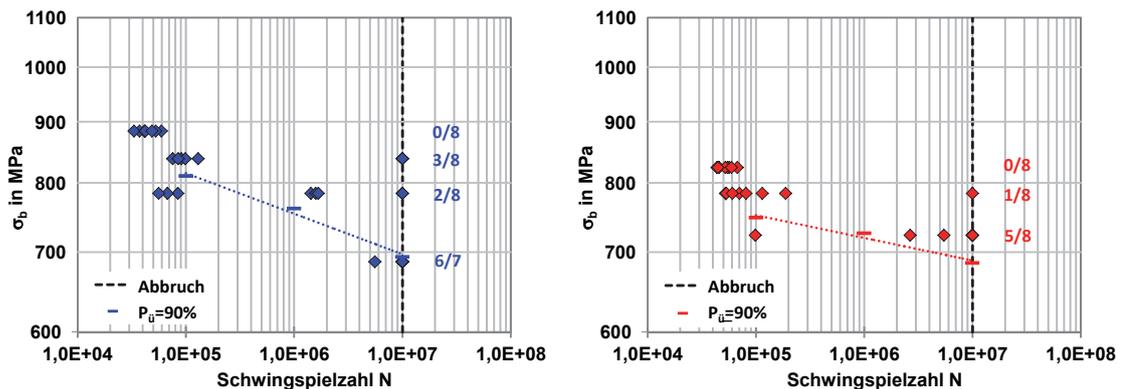
Abhängig von der Beanspruchungsart (Biegung, Torsion) konnte ein unterschiedliches Relaxationsverhalten festgestellt werden. Bei umlaufbiegegeprüften Drähten beider Wärmebehandlungsvarianten wurde keine signifikante Relaxation der Druckeigenspannungen festgestellt. Bei mit 350°C wärmebehandelten Drähten relaxierten die Druckeigenspannungen bei wechselnder und schwellender Torsionsbeanspruchung nicht. Hingegen war bei wechselnder Torsionsbeanspruchung bei mit 420°C wärmebehandelten Drähten eine deutliche Relaxation der Druckeigenspannungen in $\pm 45^\circ$ zur Drahtachse festzustellen. Bei schwellender Torsionsbeanspruchung hingegen erfolgte die Relaxation der Eigenspannungen bei diesen Drähten nur in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung (größte Druckspannung) der Torsionsbeanspruchung. Bei den untersuchten Federn, deren Draht ebenfalls während der dynamischen Belastung überwiegend schwellend tordiert wird, konnte keine signifikante Relaxation der vorhandenen Druckeigenspannungen festgestellt werden. Dies steht im Zusammenhang mit der infolge des Setzvorgangs bereits vorhandenen Einschnürung der nach dem Kugelstrahlprozess vorhandenen rotationssymmetrischen Druckeigenspannungen (vgl. *Abschnitt 4.4.2.4*).

7.4 Dynamische Versuche

7.4.1 Umlaufbiegeprüfungen an Drähten

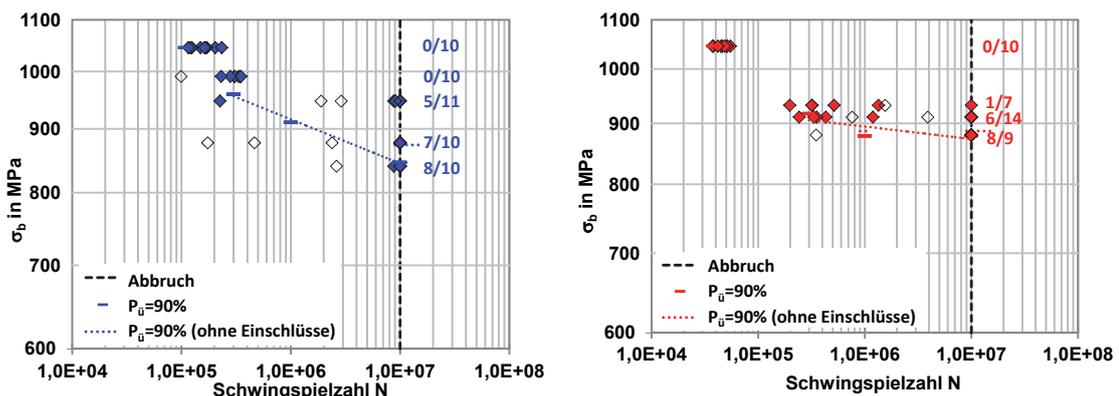
Die Umlaufbiegeprüfungen wurden mit Hilfe der in *Abschnitt 6.5* beschriebenen Versuchstechnik durchgeführt. Die jeweiligen Versuchsparameter können aus *Tabelle 6.5* entnommen werden. Der Versuchsabbruch erfolgte bei 10^7 Schwingspielen oder bei Probenbruch. Die abgeprüften Festigkeitswerte für nicht kugelgestrahlte und kugelgestrahlte Drähte wurden in *Tabelle 7.2* zusammengefasst. Die statistische Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgte mit Hilfe des Arcsin \sqrt{P} -Verfahrens [Den75].

Die an den unterschiedlich wärmebehandelten Drähten ermittelten Festigkeitswerte bei 10^6 und 10^7 Schwingspielen lagen für nicht kugelgestrahlte Drähte auf ähnlichem Niveau (vgl. *Abbildung 7.8*). In Richtung niedrigerer Schwingspielzahlen ($N=10^5$) wurden bei den mit 350°C wärmebehandelten Drähten höhere zulässige Spannungen ermittelt. Brüche aufgrund nichtmetallischer Einschlüsse wurden nicht festgestellt.



a) b)
Abbildung 7.8: Umlaufbiegeprüfungen an *nicht kugelgestrahlten* Drähten a) WB 350°C/60' b) WB 420°C/30'

In *Abbildung 7.9* sind die Ergebnisse der Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten, unterschiedlich wärmebehandelten Drähten dargestellt. Brüche aufgrund von nicht-metallischen Einschlüssen wurden durch farblose Rauten gekennzeichnet. Die statistische Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgte einerseits mit und andererseits ohne Berücksichtigung der Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen. Bei Nichtberücksichtigung der Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen bei der statistischen Auswertung erhöhen sich die Festigkeitswerte der mit 350°C wärmebehandelten Drähte für 10^7 Schwingspielen um 27 MPa und für 10^6 Schwingspiele um 2 MPa. Die Erhöhung der Festigkeitswerte der mit 420°C wärmebehandelten Drähte fällt insgesamt deutlich niedriger aus und beträgt für beide Schwingspielzahlen 8 MPa.



a) b)
Abbildung 7.9: Umlaufbiegeprüfungen an *kugelgestrahlten* Drähten a) WB 350°C/60' b) WB 420°C/30'

Im Bereich von 10^7 Schwingspielen lagen die Festigkeitswerte der mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähte etwas höher (32 MPa). In Richtung niedrigerer Schwingspielzahlen ($N=10^5$) wurden bei den mit 350°C wärmebehandelten kugelgestrahlten Drähten höhere Biege-wechselfestigkeitswerte abgeprüft.

Tabelle 7.2: Zusammenfassung der Ergebnisse der Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten (NK) und kugelgestrahlten (KS) Drähten ($P_{\dot{u}}=90\%$)

WB	σ_{bW} in MPa						$\Delta\sigma_{bW}$ in MPa		
	10^5 (NK)	10^6 (NK)	10^7 (NK)	10^5 (KS)	10^6 (KS)	10^7 (KS)	10^5	10^6	10^7
350°C/60'	810	762	694	989*	910 (912)	846 (873)	179	148 (150)	152 (179)
420°C/30'	748	726	685	916*	878 (886)	878 (886)	168	152 (160)	193 (201)

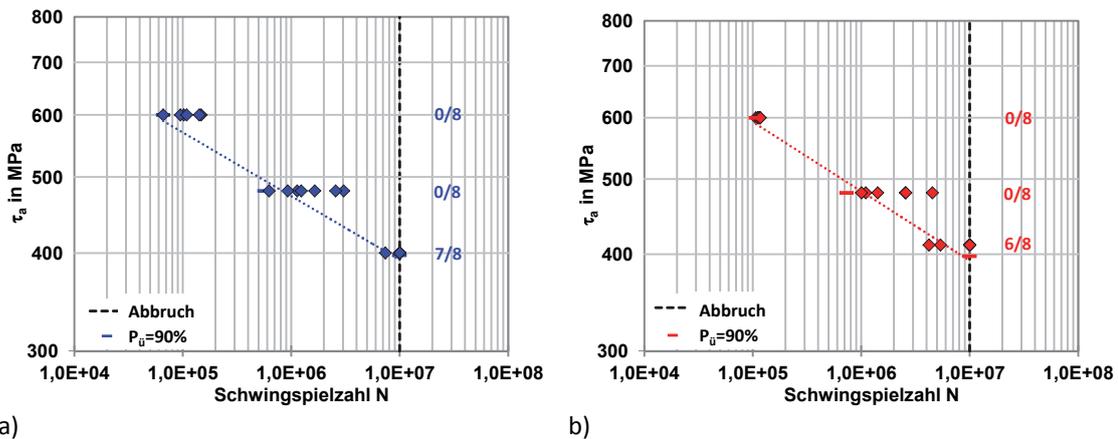
* durch lineare Extrapolation ermittelt, () Nichtberücksichtigung nichtmetallischer Einschlüsse

Neben den versuchstechnisch ermittelten Festigkeitswerten wurde in *Tabelle 7.2* ebenfalls der Festigkeitszuwachs $\Delta\sigma_{bW}$ infolge der Kugelstrahlbehandlung zusammengefasst. Dieser lag für den angegebenen Schwingenspielzahlbereich (10^5 - 10^7) zwischen 148 MPa und 201 MPa. Eingeklammert sind in *Tabelle 7.2* die Festigkeitswerte ohne Berücksichtigung von Einschlussbrüchen bzw. deren Erhöhung durch den Kugelstrahlprozess.

7.4.2 Dynamische Torsionsversuche an Probedrähten

Die dynamischen Torsionsversuche wurden mit Hilfe der in *Abschnitt 6.5* beschriebenen Versuchstechnik durchgeführt. Die jeweiligen Versuchsparameter können aus *Tabelle 6.5* entnommen werden. Der Versuchsabbruch erfolgte bei 10^7 Schwingspielen oder bei Probenbruch. Die abgeprüften Festigkeitswerte für nicht kugelgestrahlte und kugelgestrahlte Drähte wurden in *Tabelle 7.3* zusammengefasst.

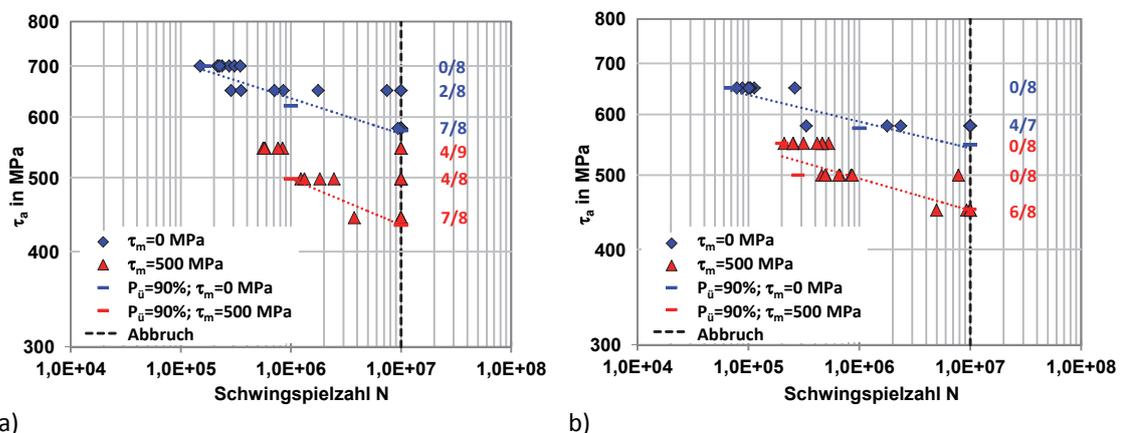
Die dynamischen Torsionsversuche an nicht kugelgestrahlten Drähten unterschiedlicher Wärmebehandlung wurden zunächst bei einem Spannungsverhältnis von $R=-1$ durchgeführt. Es handelte sich dementsprechend um Torsionswechselversuche. Die an den unterschiedlich wärmebehandelten Drähten ermittelten Festigkeitswerte bei 10^5 , 10^6 und 10^7 Schwingspielen lagen auf ähnlichem Niveau (vgl. *Abbildung 7.10*). Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen wurden nicht festgestellt.



a) b)
Abbildung 7.10: Torsionswechselversuche an *nicht kugelgestrahlten* Drähten a) WB 350°C/60' b) WB 420°C/30'

Für die dynamischen Torsionsversuche an kugelgestrahlten Drähten wurden an diesen die in *Kapitel 6* beschriebenen Präparationsschritte durchgeführt. Die Prüfung der so präparierten Drähte erfolgte, im Gegensatz zu den nicht kugelgestrahlten Drähten, sowohl bei rein wechselnder, als auch bei schwellender Torsionsbeanspruchung ($R \approx 0$). Die Ergebnisse dieser Prüfungen sind in *Abbildung 7.11* dargestellt.

Bei den mit 420°C wärmebehandelten Drähten lagen die Festigkeitswerte für wechselnde Torsion deutlich niedriger als bei den mit 350°C wärmebehandelten Drähten. Als Grund dafür wird die Relaxation der im Draht vorhandenen Druckeigenstressungen infolge der dynamischen Beanspruchung gesehen. (vgl. *Abschnitt 7.3.2*). Unter Voraussetzung stabiler Eigenstressungen wäre bei den mit 420°C wärmebehandelten Drähten mit ähnlichen Festigkeitswerten, wie bei den mit 350°C wärmebehandelten Drähten zu rechnen.



a) b)
Abbildung 7.11: Torsionswechselversuche (blau) und Torsionsschwellversuche (rot) an *kugelgestrahlten* Drähten a) WB 350°C/60' b) WB 420°C/30'

Bei den Torsionsschwellversuchen bei $\tau_m=500$ MPa wurde kein signifikanter Unterschied der Festigkeitswerte der unterschiedlich wärmebehandelten Drähte festgestellt.

Für die mit 350°C wärmebehandelten Drähte konnte für 10^6 Schwingspiele eine Mittelspannungsempfindlichkeit $M_\tau=0,25$ und für 10^7 Schwingspiele eine Mittelspannungsempfindlichkeit $M_\tau=0,29$ ermittelt werden. Eine sinnvolle Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit für mit 420°C/30' wärmebehandelte Drähte konnte nicht durchgeführt werden. Der Grund dafür liegt in der Eigenspannungsrelaxation infolge der wechselnden Torsionsbeanspruchung und der damit einhergehenden Reduzierung der Torsionswechselfestigkeitswerte. Zwar trat auch bei Torsionsschwellversuchen eine Relaxation der Eigenspannungen auf, jedoch nur in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung der Torsion (vgl. *Abschnitt 7.3.3*) wodurch der abgeprüfte Festigkeitswert für schwellende Torsion nicht signifikant beeinflusst wurde. Insofern beeinflussen zwei Mechanismen, die Relaxation der Eigenspannungen und die Veränderung der Mittelspannung, die abgeprüften Festigkeitswerte. Entsprechend würde eine auf Basis dieser Versuchsergebnisse abgeschätzte Mittelspannungsempfindlichkeit der Definition einer Mittelspannungsempfindlichkeit, die lediglich den Zusammenhang zwischen einer veränderten Mittelspannung und einer veränderten zulässigen Spannungsamplitude beschreibt, widersprechen. Neben den versuchstechnisch ermittelten Festigkeitswerten wurde in *Tabelle 7.3* ebenfalls der Festigkeitszuwachs $\Delta\tau_W$ infolge der Kugelstrahlbehandlung zusammengefasst.

Tabelle 7.3: Zusammenfassung der Ergebnisse der dynamischen Torsionsversuche an nicht kugelgestrahlten (NK) und kugelgestrahlten (KS) Drähten ($P_{\bar{v}}=90\%$)

WB	τ_m in MPa	τ_W, τ_A in MPa						$\Delta\tau_W$ in MPa		
		10^5 (NK)	10^6 (NK)	10^7 (NK)	10^5 (KS)	10^6 (KS)	10^7 (KS)	10^5	10^6	10^7
350°C/60'	0	575*	462*	397	726*	621	575	151	159	178
	500	-	-	-	-	498	433	-	-	-
420°C/30'	0	604*	465*	397	640 (672)*	576 (608)	548 (580)	36 (67)	111 (143)	151 (183)
	500	-	-	-	-	480	451	-	-	-

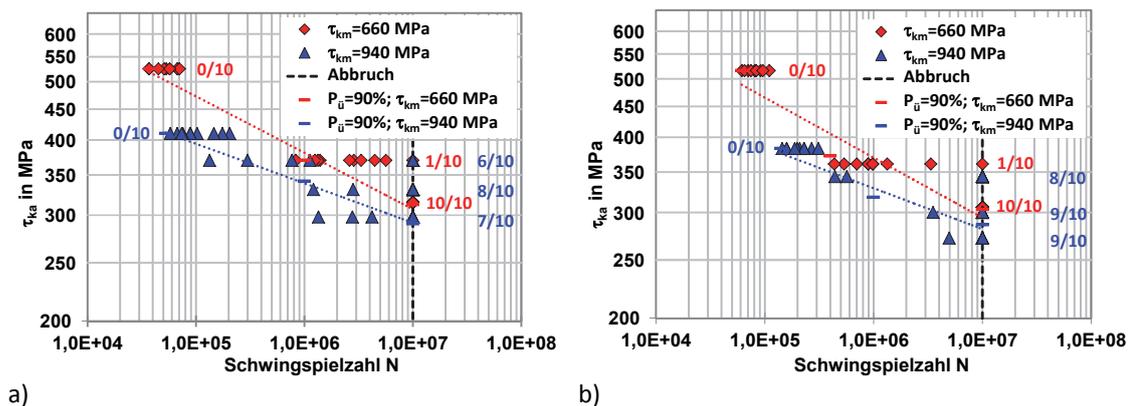
* durch lineare Interpolation ermittelt,

() mit Berücksichtigung der Eigenspannungsrelaxation ($\Delta\tau_W^{ES} = M_{ES} \cdot \Delta\sigma_{ES}$; mit $M_{ES} = 0,3$ und $\Delta\sigma_{ES} = 106 \text{ MPa}$)

Dieser lag für den angegebenen Schwingspielbereich (10^5 - 10^7) zwischen 36 und 178 MPa. Bis auf den aufgrund der Eigenspannungsrelaxation geringeren Festigkeitszuwachs für 10^5 Schwingspiele bei mit 420°C wärmebehandelten Drähten entspricht dies etwa dem Festigkeitszuwachs, der bei Umlaufbiegeprüfungen infolge der Kugelstrahlbehandlung festgestellt wurde (vgl. *Tabelle 7.2*).

7.4.3 Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern

In *Abbildung 7.12* wurden die Ergebnisse der Dauerschwingversuche an nicht kugelgestrahlten, verschieden wärmebehandelten Schraubendruckfedern mit einem Wickelverhältnis $w=6$ zusammengefasst. Betrachtet wurden dabei die an der Windungsinnen-seite vorliegenden maximalen Torsionsspannungsamplituden τ_{ka} . Die jeweiligen Prüfspannungen sind aus *Tabelle 6.5* zu entnehmen.



a) b)
Abbildung 7.12: Dauerschwingversuche an *nicht kugelgestrahlten* Federn a) G1_350 b) G1_420

Die durch die Dauerschwingversuche ermittelten Festigkeitswerte der verschieden wärmebehandelten Federn liegen auf ähnlichem Niveau. Die dabei abgeprüften mit k -korrigierten Spannungsamplituden wurden in *Tabelle 7.4* für 10^5 bis 10^7 Schwingenspiele zusammengefasst. Ebenfalls sind in der Tabelle die für die genannten Schwingenspielzahlen vorhandenen Mittelspannungsempfindlichkeiten M_τ enthalten. Eine deutliche dynamische Relaxation der geprüften Federn bei $\tau_{km}=940$ MPa und eine damit verbundene Verschiebung der tatsächlich vorhandenen Mittelspannungen in Richtung kleinerer Beträge konnte als Grund für die niedrigen abgeprüften Mittelspannungsempfindlichkeiten ausgeschlossen werden. Die Länge der Federn vor und nach der dynamischen Belastung differierte lediglich um 0,2 mm. Der Längenunterschied entspricht einem Mittelspannungsunterschied von 10 MPa.

Tabelle 7.4: Zusammenfassung der Ergebnisse der Dauerschwingversuche an nicht kugelgestrahlten Schraubendruckfedern ($P_u=90\%$)

WB	τ_{km} in MPa	τ_{ka} in MPa (10^5)	τ_{ka} in MPa (10^6)	τ_{ka} in MPa (10^7)	M_τ (10^5)	M_τ (10^6)	M_τ (10^7)
G1_350	660	474*	370	312	0,285	0,10	0,08
	940	394*	341	290			
G1_420	660	475*	353*	303	0,278	0,12	0,06
	940	397**	318	286			

*durch lineare Interpolation ermittelt; **durch lineare Extrapolation ermittelt

Die Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Federn der Geometrie G1 ($w=6$) wurden ebenfalls auf zwei Mittelspannungsniveaus $\tau_{km}=660$ MPa und 940 MPa durchgeführt (Abbildung 7.13).

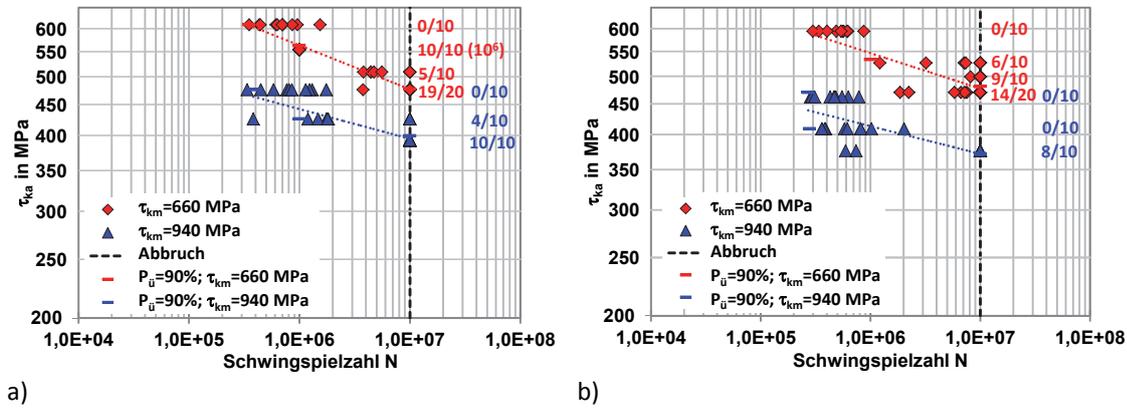


Abbildung 7.13: Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Federn a) G1_350 b) G1_420

Hinzu kommen Dauerschwingversuche an Federn der Geometrie G2 ($w=3,7$). Ziel der Versuche an diesen Federn war die Bestätigung der Anwendbarkeit der Wirkzahl k' . Aus diesem Grund wurden diese Versuche bei identischer mit k' korrigierter Mittelspannung, wie an den Federn G1_350 und G1_420 durchgeführt.

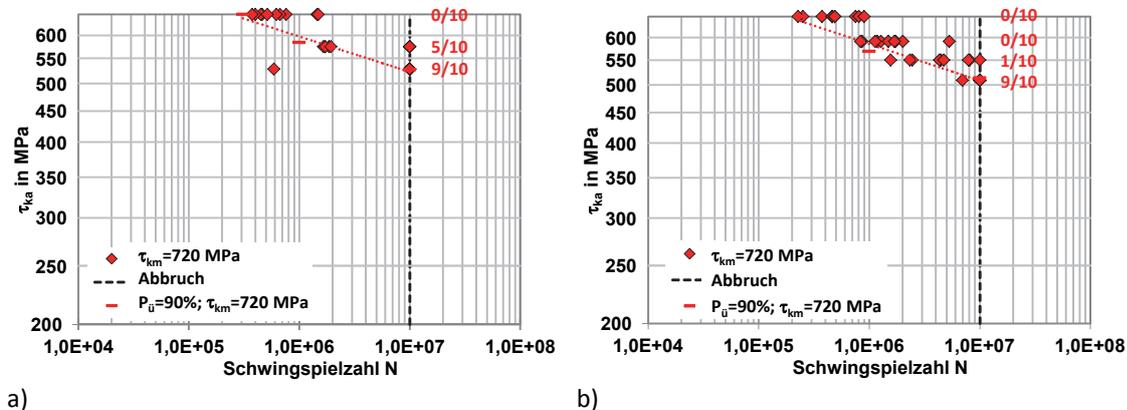


Abbildung 7.14: Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Federn a) G2_350 b) G2_420

Die Wärmebehandlung hatte auf die zulässigen Spannungsamplituden τ_{KA} der Federgeometrie G1 nahezu keinen Einfluss. Die Werte lagen auf ähnlichem Niveau. Die durch die Dauerschwingversuche abgeprüften mit k korrigierten Spannungsamplituden wurden in Tabelle 7.5 für 10^6 und 10^7 Schwingspiele zusammengefasst. Hinzu kommen die an Federgeometrie G2 abgeprüften zulässigen Spannungsamplituden. Ebenfalls sind in der Tabelle die für die genannten Schwingspielzahlen vorhandenen Mittelspannungsempfindlichkeiten M_τ enthalten. Diese waren im Vergleich zu den an nicht kugelgestrahlten Federn abgeprüften Werten deutlich größer.

Hinzu kommt, dass mit kleiner werdender Schwingenspielzahl die Beträge der Mittelspannungsempfindlichkeit weiter anstiegen. Zwischen den an Geometrie G1 und Geometrie G2 abgeprüften zulässigen mit k korrigierten Spannungsamplituden wurden Unterschiede festgestellt.

Tabelle 7.5: Zusammenfassung der Ergebnisse der Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Schraubendruckfedern ($P_{\bar{u}}=90\%$)

WB	τ_{km} in MPa	τ_{kA} in MPa (10^6)	τ_{kA} in MPa (10^7)	M_{τ} (10^6)	M_{τ} (10^7)
G1_350	660	562	477	0,48	0,28
	940	426	399		
G1_420	660	532	481	0,425	0,39
	940	413*	371		
G2_350	720	584	526	-	-
G2_420	690	568	513		

*durch lineare Interpolation ermittelt

Die ertragbaren Spannungsamplituden der kugelgestrahlten Federn der Geometrie G2 waren deutlich größer. Gründe dafür liegen in den verschiedenen Größeneinflüssen und den damit verbundenen unterschiedlichen Stützziffern (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5* und *4.3.4.6*) beider Federgeometrien. Bei Anwendung der von Kaiser [Kai81] entwickelten Wirkzahl k' sind die Unterschiede bezüglich der ertragbaren Spannungsamplituden für Federn mit unterschiedlichem Wickelverhältnis w (für n =konstant) deutlich geringer. Dies wurde auch in [Rei11] durch neue Untersuchungen bestätigt.

7.4.4 Zusammenfassung dynamische Versuche

Bei Umlaufbiegeprüfungen an den *nicht kugelgestrahlten* Drähten lagen für beide Wärmebehandlungsregime die abgeprüften Spannungen auf ähnlichem Niveau. Einschlussbrüche wurden bei diesen Untersuchungen nicht festgestellt. Bei *kugelgestrahlten* mit 420°C wärmebehandelten Drähten wurde bei 10^7 Schwingspielen ein um 32 MPa höherer Festigkeitswert festgestellt, als bei mit 350°C wärmebehandelten Drähten. Der Grund dafür sind Einschlussbrüche, die bei mit 350°C wärmebehandelten Drähten deutlich häufiger auftraten als bei mit 420°C wärmebehandelten Drähten. In Richtung kleinerer Schwingenspielzahlen (10^5 , 10^6) kann der mit 350°C wärmebehandelte kugelgestrahlte Draht höhere Spannungen bei gleicher Schwingenspielzahl ertragen.

Bei Torsionswechselversuchen zeigten die *nicht kugelgestrahlten* Drähte beider Wärmebehandlungsvarianten keine Unterschiede bezüglich der ertragbaren Spannung bei gleicher Schwingenspielzahl. Bei Torsionswechselversuchen an *kugelgestrahlten* Drähten lagen die abgeprüften Festigkeitswerte der mit 350°C wärmebehandelten Drähte über denen der mit 420°C wärmebehandelten Drähte.

Als Grund dafür wird die Relaxation der Eigenspannungen bei den mit 420°C wärmebehandelten Drähten gesehen (vgl. *Abschnitt 7.3.2*). Hingegen wurden durch Torsionsschwellversuche an den unterschiedlich wärmebehandelten Drähten zwischen 10^5 und 10^7 Schwingspielen keine deutlichen Unterschiede der Festigkeitswerte festgestellt. Es trat zwar auch bei den Torsionsschwellversuchen der mit 420°C wärmebehandelten Drähte Eigenspannungsrelaxation auf, dort allerdings nur in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung (Druckspannung) der Torsionsbeanspruchung (vgl. *Abschnitt 7.3.3*). Aufgrund der ermittelten Festigkeitswerte und der Untersuchungen zum Relaxationsverhalten der Eigenspannungen liegt die Vermutung nahe, dass eine signifikante Beeinflussung der Festigkeitswerte durch Relaxation der Eigenspannungen in Richtung der größten Hauptnormalspannung der Torsionsbeanspruchung auftritt.

Die Dauerschwingversuche an unterschiedlich wärmebehandelten *nicht kugelgestrahlten* Federn der Geometrie G1 zeigten keine signifikanten Unterschiede bezüglich vorhandener Festigkeitswerte. Auffällig war lediglich die bei Schwingspielzahlen zwischen 10^6 und 10^7 vorhandene geringe Mittelspannungsempfindlichkeit (vgl. *Tabelle 7.4*). Dabei ist zu berücksichtigen, dass aufgrund des Verhältnisses von Brüchen zur geprüften Probenzahl auf den drei niedrigsten Spannungshorizonten für $\tau_{km}=940$ MPa die mit Hilfe des Arcsin \sqrt{P} -Verfahrens ermittelten Werte der Schwingfestigkeit kritisch zu betrachten sind. Auch bei unterschiedlich wärmebehandelten *kugelgestrahlten* Federn der Geometrie G1 waren die Unterschiede bezüglich der vorhandenen Festigkeitswerte vernachlässigbar gering. Allerdings sind die Beträge der abgeprüften Mittelspannungsempfindlichkeiten mit $0,28 < M_\tau < 0,48$ deutlich größer als bei nicht kugelgestrahlten Federn. Trotz der höheren vorhandenen Mittelspannung τ_{km} , wurden bei Federn der Geometrie G2 höhere Festigkeitswerte festgestellt als bei Federn der Geometrie G1. Zu erklären ist dies durch vorhandene Größeneinflüsse.

7.5 Bruchanalysen

7.5.1 Bruchanalysen an biegeumlaufgeprüften Drähten

Insgesamt wurden im Rahmen dieser Arbeit 92 umlaufbiegegeprüfte Drähte einer Bruchanalyse unterzogen. Davon waren 38 Drähte nicht kugelgestrahlt. Im Rahmen der Bruchanalysen wurden verschiedene Schadensmechanismen festgestellt. Es traten die Schadensbilder der „Überbelastung“, der „mechanischen Verletzung“ und des „nichtmetallischen Einschlusses“ auf. Mit „Überbelastung“ wurden von der Oberfläche ausgehende Schwingbrüche an winzigen, nur bei großer Vergrößerung erkennbaren Fehlstellen bezeichnet. Die Brüche erfolgten ausschließlich unter 90° zur Drahtachse.

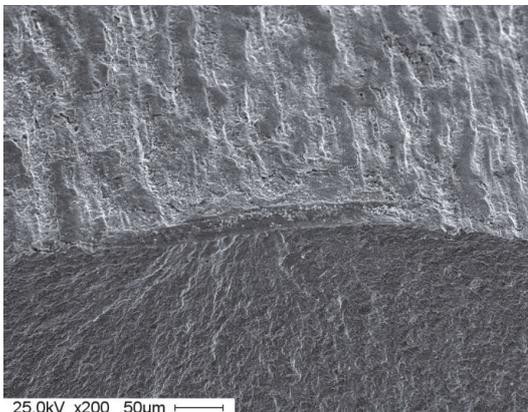


Abbildung 7.15: *Überbelastung*, nicht kugelgestrahlte Probe, $N=4,4 \times 10^4$, Bruchausgang an Oberflächenfehlstelle ca. 9 µm Tiefe

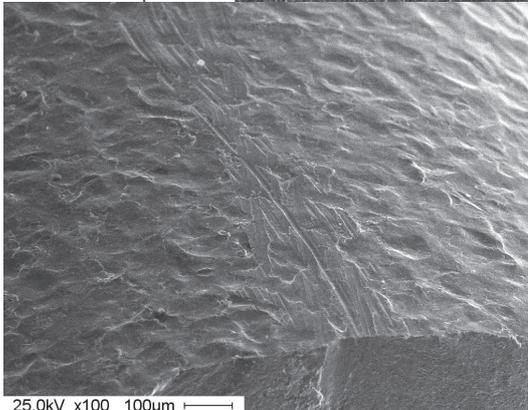


Abbildung 7.16: *mechanische Verletzung*, kugelgestrahlt, $N=3,7 \times 10^4$, Bruchausgang, hell glänzende mechanische Verletzung mit einer Tiefe von 4 µm, die in Bruchanfang einmündet

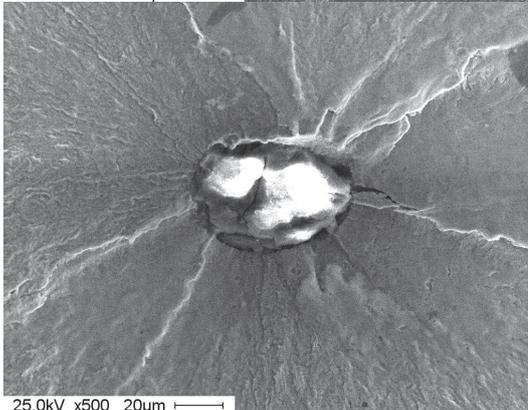


Abbildung 7.17: *nichtmetallischer Einschluss*, kugelgestrahlt, $N=9,5 \times 10^4$, Bruchausgang, nichtmetallischer Einschluss 68x48 µm Größe in 241 µm Tiefe aus viel Silizium und wenig Aluminium, Mangan und Sauerstoff

Bei den *nicht kugelgestrahlten* Drahtproben war der Versagensgrund ausschließlich das Schadensbild der Überbelastung. Brüche traten dort im Bereich zwischen $3,3 \cdot 10^4$ und $5,5 \cdot 10^6$ Schwingspielen auf. Bei *kugelgestrahlten* Drahtproben traten sowohl Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen zwischen $1,2 \cdot 10^5$ und $4,7 \cdot 10^7$ Schwingspielen als auch Brüche durch Überbelastung zwischen $3,8 \cdot 10^4$ und $9,1 \cdot 10^6$ Schwingspielen auf. Prinzipiell nahm der Anteil an Brüchen aufgrund nichtmetallischer Einschlüsse mit steigender Schwingspielzahl zu. Weiterhin ist zu bemerken, dass bei mit 350°C wärmebehandelten Drahtproben häufiger Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen auftraten, als bei mit 420°C wärmebehandelten Drahtproben. Entsprechend sind mit 420°C wärmebehandelte Drähte unempfindlicher gegenüber inneren Kerbstellen in Form von nichtmetallischen Einschlüssen.

7.5.2 Bruchanalysen an torsionswechsel- und schwellgeprüften Drähten

Insgesamt wurden im Rahmen dieser Arbeit 64 dynamisch torsionsgeprüfte Drähte einer Bruchanalyse unterzogen. Neben den bereits bei Umlaufbiegeprüfungen aufgetretenen Schadensmechanismen kommen nun das Schadensbild des Bruchanfangs an „Längsstufen“ und in einem Fall ein Torsionsgewaltbruch hinzu. Bei Bruchanfängen an „Längsstufen“ handelte es sich um primäre Schwingungsrisse, die an Längsfehlstellen an der Drahtoberfläche, meist Ziehstrukturen, eingeleitet wurden. Die Brüche erfolgten ausschließlich unter $\pm 45^\circ$ zur Drahtachse.

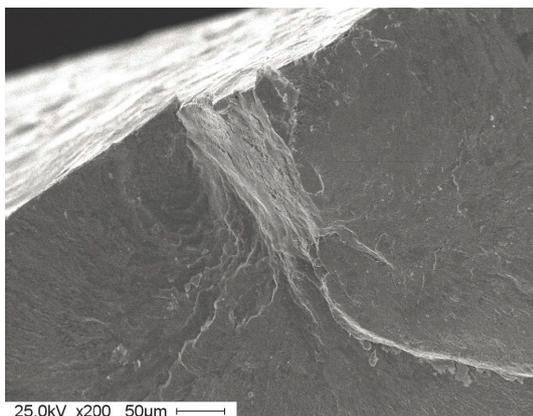


Abbildung 7.18: *Längsstufe*, kugelgestrahlte Probe, $N=2,9 \cdot 10^6$, Bruchanfang an der Oberfläche an längsgerichteter Stufe, von der ein dreiecksförmiger primärer Schwingungsanriss ausgeht (ursprünglich bruchauslösend: Ziehstruktur vom Drahtherstellungsprozess mit maximal $4 \mu\text{m}$ Tiefe)

Bei den *nicht kugelgestrahlten* Drahtproben traten die Schadensbilder der „Längsstufe“ und der „Überbelastung“ auf. Brüche traten bei diesen Proben beim Versagensbild der „Längsstufe“ zwischen $6,6 \cdot 10^4$ und $3,1 \cdot 10^6$ Schwingspielen auf. Beim Versagensbild der Überbelastung traten die Brüche zwischen $9,4 \cdot 10^4$ und $2,6 \cdot 10^6$ Schwingspielen auf.

Bei *kugelgestrahlten* Drahtproben traten Brüche durch das Versagensbild der Längsstufe zwischen $7,8 \cdot 10^4$ und $7,5 \cdot 10^6$ Schwingspielen, der Überbelastung zwischen $1,1 \cdot 10^6$ und $9,4 \cdot 10^6$ Schwingspielen und an einer Probe aufgrund eines nichtmetallischen Einschlusses bei $1,2 \cdot 10^6$ Schwingspielen auf. Aufgrund der vorliegenden Datenbasis sind die an diesen Proben aufgetretenen Schadensbilder hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkung als gleichwertig einzustufen.

7.5.3 Bruchanalysen an Schraubendruckfedern

Insgesamt wurden im Rahmen dieser Arbeit 95 dynamisch geprüfte Federproben einer Bruchanalyse unterzogen. Dabei handelte es sich ausschließlich um kugelgestrahlte Federproben. Neben den bereits genannten Schadensbildern trat oberhalb von 10^7 Schwingspielen das Schadensbild der Gefügeüberbelastung auf. Als Gefügeüberbelastung wird der Bruchanfang unter der Oberfläche an einem aufklaffenden Gefügebereich ohne erkennbare Fehlstellen wie z.B. Einschlüsse, Risse oder Kernfehler gesehen. Dieses Schadensbild wird in der Federnindustrie auch als Matrixversagen bezeichnet. Die Brüche erfolgten ausschließlich unter 45° zur Drahtachse.

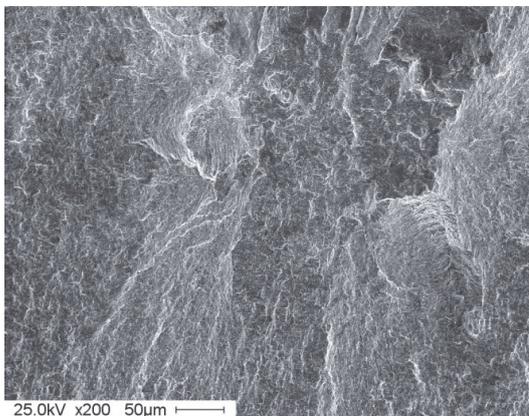


Abbildung 7.19: *Gefügeüberbelastung*, kugelgestrahlte Feder, $N=18,6 \times 10^6$, Zentrum des aufklaffenden Gefügebereiches ohne erkennbare Materialfehlstelle

Bei *kugelgestrahlten* Federproben traten Brüche durch das Versagensbild des nichtmetallischen Einschlusses zwischen $4,3 \cdot 10^5$ und $4,5 \cdot 10^7$ Schwingspielen, der Überbelastung zwischen $3,4 \cdot 10^5$ und $4,3 \cdot 10^7$ Schwingspielen, der Längsstufe zwischen $3,5 \cdot 10^5$ und $3,1 \cdot 10^7$ Schwingspielen und des Matrixversagens zwischen $1,2 \cdot 10^7$ und $4,3 \cdot 10^7$ Schwingspielen auf. Mit Ausnahme des Schadensbildes des Matrixversagens sind aufgrund der vorliegenden Datenbasis an den Federn aufgetretene Schadensbilder hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkung als gleichwertig einzustufen. In diesem Zusammenhang ist es nicht möglich, die verschiedenen Schadensbilder (Ausnahme Matrixversagen) bestimmten Schwingspielzahlbereichen oder Beanspruchungshorizonten zuzuordnen.

7.5.4 Zusammenfassung der Bruchanalysen

Insgesamt wurden im Rahmen dieser Arbeit 156 gebrochene Drähte und 95 gebrochene Schraubendruckfedern einer Bruchanalyse unterzogen. Die verschiedenen Schadensbilder wurden in *Tabelle 7.6* zusammengefasst.

Tabelle 7.6: Zusammenfassung der Bruchanalysen

Versuchsart	gestrahlt ja/nein	Schadensbild				
		Überbelastung	Längsstufe	Einschluss	Matrixversagen	Andere
UBP	nein	36				
	ja	36		19		1
TWP/TSP	nein	18	15			1
	ja	21	5	1		3
DSP	ja	25	61	3	3	3

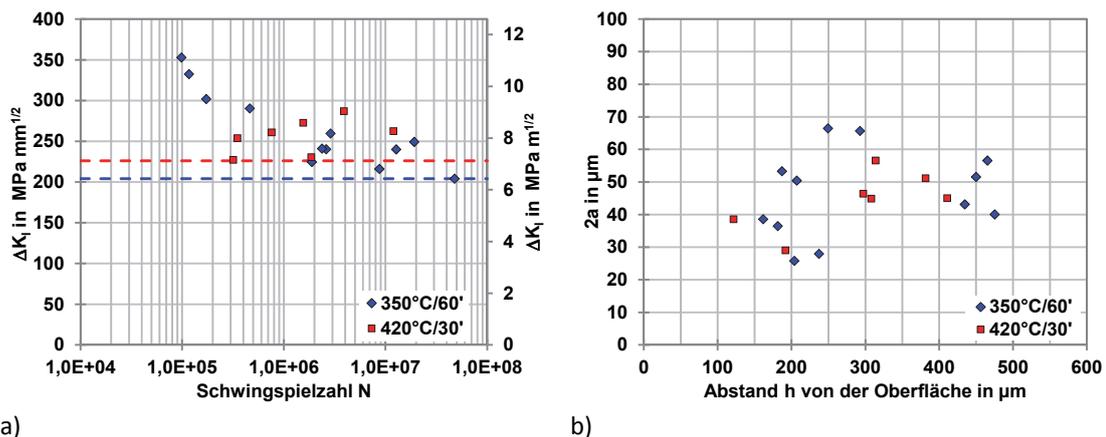
Die Brüche wurden durch verschiedene Schadensmechanismen hervorgerufen. Bei umlaufbiegegeprüften Drähten wurde das Schadensbild der „Überbelastung“ und des „nichtmetallischen Einschlusses“ festgestellt. Bei Proben, die dynamisch torsionsgeprüft wurden, wurden neben den bereits genannten Schadensbildern zusätzlich Bruchanfänge an „Längsstufen“ festgestellt. Bei Schraubendruckfedern kommt zusätzlich das Schadensbild der Gefügeüberbelastung (Matrixversagen) hinzu. Folgende Aussagen können getroffen werden:

- Brüche aufgrund von Längsstufen treten ausschließlich bei auf Torsion belasteten Draht- und Federproben auf.
- Brüche aufgrund nichtmetallischer Einschlüsse treten bei Umlaufbiegeprüfungen häufiger auf als bei dynamisch tordierten Drähten.
- Das Schadensbild des nichtmetallischen Einschlusses und der Überbelastung traten bei Umlaufbiegeprüfungen auf gleichem Lasthorizont und gleichen Schwingspielzahlen auf (gleiche Auswirkungen durch verschiedene Versagensmechanismen).

Die Auswertung der Bruchursachen und der Bezug zur jeweiligen Schwingspielzahl zeigte, dass es in dem hier abgeprüften Schwingspielzahlbereich $N < 10^7$ keinen direkten Zusammenhang zwischen Schadensbild und erreichter Schwingspielzahl gibt. Die genannten Schadensbilder werden deshalb in dem genannten Schwingspielzahlbereich als gleichwertig bezüglich ihrer schädigenden Wirkung gesehen.

7.6 Bruchmechanische Auswertung nichtmetallischer Einschlüsse bei Umlaufbiegeprüfungen

Insgesamt wurden 19 Einschlussbrüche aus Umlaufbiegeprüfungen mit Hilfe der in *Abschnitt 4.3.4.7.4* beschriebenen Herangehensweise ausgewertet. Dabei wurden bei gleicher geprüfter Probenzahl 12 Einschlüsse bei mit 350°C/60' wärmebehandelten Drähten und 7 Einschlüsse bei mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähten festgestellt.



a) b)
Abbildung 7.20: Bruchmechanische Auswertung von Einschlussbrüchen a) Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors b) Einschlussgröße

Die ermittelten Schwingbreiten der Spannungsintensität $\Delta K_{I,R=1}$ zeigen deutliche Abhängigkeit von der Wärmebehandlung der Drähte. Der Betrag der minimal feststellbaren Schwingbreite der Spannungsintensität der mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähte lag mit $226 \text{ MPa mm}^{1/2}$ über der der mit 350°C/60' wärmebehandelten Drähte ($204 \text{ MPa mm}^{1/2}$). Eine größere Toleranz gegenüber nichtmetallischen Einschlüssen ist die Folge. Die erforderliche Spannungsamplitude über dem jeweiligen Einschluss, die zum Versagen führen würde, ist entsprechend höher. Darin kann auch der Grund gesehen werden, warum bei mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähten weniger Einschlussbrüche bei ähnlichen Lastspannungen und Schwingspielzahlen zu verzeichnen waren als bei mit 350°C wärmebehandelten Drähten.

Um eine Aussage über die statistische Verteilung der bruchgefährlichen Einschlüsse im Volumen treffen zu können, wurde eine statistische Auswertung der Einschlussbrüche durchgeführt. In diesem Zusammenhang wurde die Logit-Verteilung verwendet. Die dafür erforderlichen Beziehungen sind *Abschnitt 4.3.4.7.3* zu entnehmen.

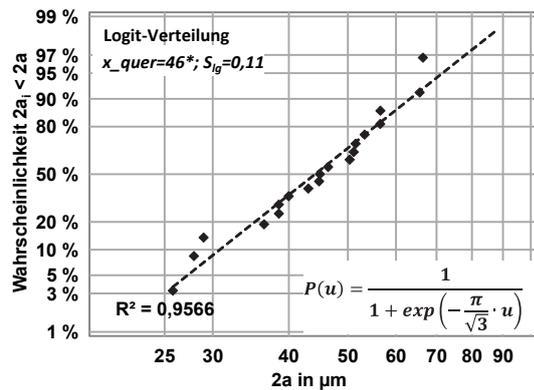


Abbildung 7.21: Einschlussbrüche im Wahrscheinlichkeitsnetz der Logit-Verteilung

* x_{quer} entspricht $\overline{2a}$

Die Logit-Verteilung und nicht die Weibull-Verteilung wurde verwendet, da deren Bestimmtheitsmaß (R^2) bei Abtragung im jeweiligen Wahrscheinlichkeitsnetz größer als bei Anwendung der Weibull-Verteilung war [Geo00]. Von einer unterschiedlichen Verteilung der Einschlüsse über dem Drahtquerschnitt war aufgrund des identischen Ausgangsmaterials der unterschiedlich wärmebehandelten Drähte nicht auszugehen. Die Verteilungsfunktion der Einschlussbrüche wurde daher aus allen Einschlussbrüchen der beiden Wärmebehandlungsvarianten ermittelt. Durch die in *Abbildung 7.21* dargestellte Verteilung der bruchkritischen Einschlüsse wird definiert, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei Prüfung eines Drahtes der vorhandene größte Einschluss $2a_i$ kleiner als ein versagenskritischer Einschluss $2a$ ist.

8 Theoretische Überlegungen, Entwicklung von Methoden

In den folgenden Abschnitten wird zwischen der Übertragung zulässiger Spannungen und der Übertragung bruchmechanischer Kennwerte unterschieden. Aus diesem Grund werden in den *Abschnitten 8.1 bis 8.5* die jeweiligen statistisch ermittelten zulässigen Spannungen ohne Berücksichtigung von Brüchen aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen betrachtet. Eine Übertragung der bruchmechanischen Kennwerte und somit eine Berücksichtigung von nichtmetallischen Einschlüssen erfolgt in *Abschnitt 8.6*.

8.1 Übertragung dynamischer Materialkennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte der Feder (Übertragung 3)

Die Übertragung der dynamischen Materialkennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte der Feder (Übertragung 3, *Kapitel 5*) wird vorangestellt, da in diesem Zusammenhang Betrachtungen durchgeführt werden, die in *Abschnitt 8.3* benötigt werden.

Um eine Übertragung der dynamischen Kennwerte des Drahtes auf Bauteilkennwerte einer zylindrischen Schraubendruckfeder mit beliebigem Wickelverhältnis w und beliebiger Windungszahl n_f zu ermöglichen, muss der statistische Größeneinfluss berücksichtigt werden.

Der verformungsmechanische und der bruchmechanische Größeneinfluss können in diesem Zusammenhang aufgrund der hohen Zugfestigkeit der betrachteten Drähte vernachlässigt werden (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*).

Betrachtet werden die in *Abschnitt 6.2* beschriebenen Draht- und Federproben.

8.1.1 Statistischer Größeneinfluss

Zur Beschreibung des statistischen Größeneinflusses müssen Betrachtungen zur hochbelasteten Oberfläche der Draht- und Federproben durchgeführt werden. Auf Betrachtungen des hochbelasteten Werkstoffvolumens wird an dieser Stelle verzichtet, da bei den untersuchten Drähten und Federn überwiegend Brüche ausgehend von der Oberfläche festgestellt wurden. Brüche mit Ausgang unterhalb der Oberfläche an nichtmetallischen Einschlüssen werden in *Abschnitt 8.6* betrachtet.

Für die Bestimmung der Manteloberfläche des Drahtes A_{Draht} dient die nachfolgende Gleichung:

$$A_{\text{Draht}} = \pi \cdot d \cdot l_{\text{Draht}} \quad 8.1$$

Die lokal vorhandene Torsionsspannung $\tau_l(r, \varphi)$ ergibt sich unter Voraussetzung einer mit steigendem Radius r linear zunehmenden Torsionsnennspannung $\tau_{t,nenn}$ nach folgender Gleichung.

$$\tau_l(r, \varphi) = (a \cdot r^2 \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot r \cdot \cos \varphi + c) \cdot \frac{r}{r_a} \cdot \tau_{t,nenn} \quad 8.4$$

Für die Ermittlung der hochbelasteten Oberfläche einer Feder sollen nachfolgend zwei Rechenansätze vorgestellt werden.

Rechenansatz 1:

Für die Berechnung der hochbelasteten Oberfläche der Feder wird vereinfachend die Beziehung zur Bestimmung der Oberfläche eines Torus herangezogen (*Gleichung 8.5*). Als maßgebend für die Betrachtungen wird der Bereich der Oberfläche angesehen, bei dem 95% der Maximalspannung der Windungsinenseite der Feder nicht unterschritten wird.

$$\begin{aligned} A_0 &= \int_{t_1}^{t_2} \int_{p_1}^{p_2} r \cdot [r \cos(p) + R] \cdot dp dt \\ &= (t_2 - t_1) \cdot [r^2 \cdot (\sin p_2 - \sin p_1) + r \cdot R \cdot (p_2 - p_1)] \end{aligned} \quad 8.5$$

Die in *Gleichung 8.5* verwendeten geometriebeschreibenden Größen sind in *Abbildung 8.1 a und b* definiert. Hinzu kommen in *Abbildung 8.1 b* der Verlauf des Spannungsbeiwertes k über den Drahtquerschnitt und der Bereich der hochbelasteten Oberfläche in der Feder (rot).

Für die Anwendung auf den statistischen Größeneinfluss nach *Gleichung 4.99* gilt, dass jeweils Oberflächenbereiche konstanter Spannung betrachtet werden. Dies ist bei der hochbelasteten Federoberfläche mit Spannungen zwischen 100% und 95% der Maximalspannung an der Windungsinenseite der Feder nicht der Fall. Die berechnete Überlebenswahrscheinlichkeit würde dann entsprechend *Gleichung 4.97* für diese Oberfläche bei Verwendung der Maximalspannung zu niedrig bestimmt werden. Hingegen wird bei dieser Rechnung der Oberflächenbereich, bei dem weniger als 95% der Maximalspannung vorliegt und ebenfalls eine Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}} < 1$ aufweist, nicht berücksichtigt.

Für die Bestimmung der Winkel p_1 und p_2 in *Gleichung 8.5* ist folgende Beziehung mit $v=0,95$ und $r=r_a$ nach φ aufzulösen.

$$k(r, \varphi) = a \cdot r^2 \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot r \cdot \cos \varphi + c = v \cdot k \quad 8.6$$

Es gilt $\varphi=p_{1,2}$:

$$p_1 = \pi - \arccos \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac + 4a \cdot v \cdot k}}{a \cdot r_a} \right) \quad 8.7$$

$$p_2 = 2\pi - p_1 \quad 8.8$$

Dabei ist v der Anteil der Maximalspannung ($v=0,95$).

Die Größen p_1 und p_2 sind anschließend in *Gleichung 8.5* mit $t_1=0$ und $t_2=2\pi$ sowie R als mittlerer Windungsradius ($R=D_m/2$) und r als Drahradius ($r=d/2$) einzusetzen. Als Ergebnis folgt die hochbelastete Drahtoberfläche einer Windung A_w . Durch Multiplikation der hochbelasteten Drahtoberfläche einer Windung mit der vorhandenen Zahl der federnden Windungen n_f ergibt sich die hochbelastete Oberfläche der jeweils betrachteten Feder A_F . Für die in dieser Arbeit betrachteten Drähte und Federn lassen sich so die in *Tabelle 8.1* dargestellten Größen berechnen.

Tabelle 8.1: Rechengrößen zum statistischen Größeneinfluss nach Rechenansatz 1

	d in mm	r in mm	w	R in mm	p_1	p_2	A_w in mm²	n_f	A_F in mm²
Draht	3,7	1,85	∞	∞	-	-	-	-	3487
G1	3,7	1,85	6	11,1	2,431	3,853	155,4	4,8	746
G2	3,7	1,85	3,7	6,85	2,588	3,694	65,4	4,8	314

Rechenansatz 2:

Werden numerische Verfahren eingesetzt, kann zur Ermittlung der hochbelasteten Oberfläche A_F auch das Spannungsintegral

$$\int_A g^{k_w}(x, y, z) dA \quad 8.9$$

verwendet werden (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*). Grundlage dafür bildet die *Gleichung 8.3* mit $r=r_a=d/2$. Es folgt:

$$A_F = \int_A \left[\frac{a \cdot r^2 \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot r \cdot \cos \varphi + c}{k} \right]^{k_w} dA \quad 8.10$$

Die differentielle Oberfläche wird anschließend ersetzt durch:

$$dA = r \cdot l_F \cdot d\varphi \quad 8.11$$

Dabei ist l_F die Länge des Drahtes in der Feder. Nach Einsetzen ergibt sich:

$$A_F = r \cdot l_F \int_0^{2\pi} \left[\frac{a \cdot r^2 \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot r \cdot \cos \varphi + c}{k} \right]^{k_w} d\varphi \quad 8.12$$

Für die Berechnung wird ein Weibull-Exponent k_w verwendet, der direkt aus Dauer-schwingversuchen an Federgeometrie G1 ermittelt wurde (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*). Dieser beträgt im Mittel $k_w=16,6$. Das Ergebnis dieser Gleichung entspricht einer schädigungsäquivalenten mit der Maximalspannung beanspruchten Oberfläche. Die spannungsäquivalente Oberfläche wurde für verschiedene Drahtdurchmesser $3 < d < 12$ für eine Drahtlänge von $l=l_F=300$ mm in *Abbildung 8.2* dargestellt. Die in einer Feder mit der Drahtlänge l_F vorhandene spannungsäquivalente Oberfläche A_F kann durch eine einfache Verhältnisgleichung

$$\frac{A}{l} = \frac{A_F}{l_F} \quad 8.13$$

ermittelt werden. Die Drahtlänge l_F entspricht dabei dem Produkt aus dem mittleren Windungsumfang ($\pi \cdot D_m$) und der Anzahl der federnden Windungen n_F .

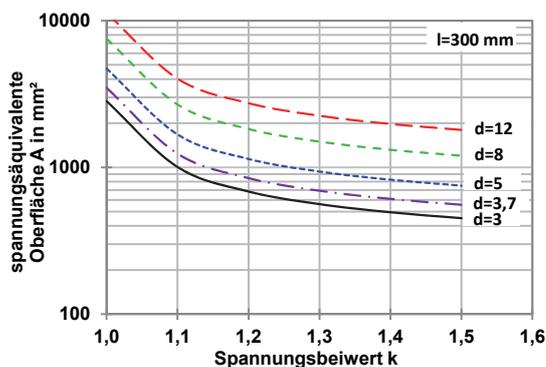


Abbildung 8.2: spannungsäquivalente Oberfläche A nach *Gleichung 8.12* mit $l=l_F$ (detaillierter in *Anhang B*)

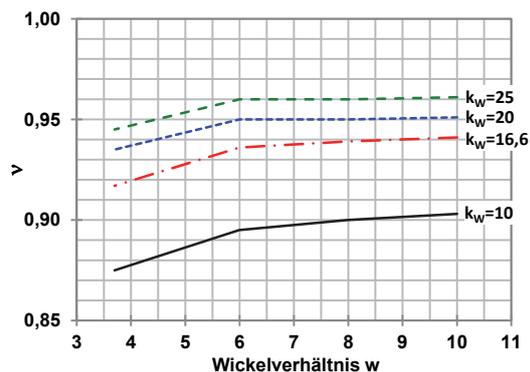
Durch *Abbildung 8.2* wird verdeutlicht, dass natürlich die spannungsäquivalente Oberfläche vom jeweiligen Drahtdurchmesser d abhängig ist. Weiterhin nimmt die spannungsäquivalente Oberfläche mit steigendem Spannungsbeiwert k und dem damit verbundenen größeren Spannungsgefälle ausgehend von der Windungsinenseite der Feder ab. Für einen geraden Draht, d.h. für $k=1$, ergibt sich der durch *Gleichung 8.1* berechenbare Wert der spannungsäquivalenten Oberfläche. Die spannungsäquivalente Oberfläche ist neben den geometriebeschreibenden Größen wie w und d auch von dem verwendeten Weibull-Exponenten k_w abhängig. Mit zunehmendem Weibull-Exponenten k_w reduziert sich die spannungsäquivalente Oberfläche.

Tabelle 8.2: Rechengrößen zum statistischen Größeneinfluss nach Rechenansatz 2

	d in mm	w	A in mm ²	l_F in mm	A_F in mm ²
Draht	3,7	∞	3487	300	3487
G1	3,7	6	771	334	859
G2	3,7	3,7	595	206	409

Die durch Rechenansatz 2 ermittelten hochbelasteten (spannungsäquivalenten) Oberflächen der Federn sind zwischen 14 und 30% größer als bei Rechenansatz 1. Dies erscheint zunächst viel, relativiert sich aber bei Betrachtung von *Gleichung 4.105*. Das Verhältnis zweier hochbelasteter Oberflächen wird mit $1/k_W$ potenziert, wodurch sich die Auswirkungen einer veränderten hochbelasteten Oberfläche auf die statistische Stützzahl ebenfalls reduzieren.

Welcher Anteil von der Maximalspannung (ν) den Bereich der hochbelasteten Oberfläche bei Rechenansatz 1 (vgl. *Abbildung 8.1*) für verschiedenen Weibull-Exponenten begrenzen muss, um identische hochbelastete Oberflächen wie aus Rechenansatz 2 zu erhalten, soll durch *Abbildung 8.3* verdeutlicht werden.

**Abbildung 8.3:** Anteil der Maximalspannung (Variation k_W)

Für den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Weibull-Exponenten $k_W=16,6$ liegen die Werte für ν für die hier betrachteten Federn mit $w=3,7$ und $w=6,0$ zwischen 0,92 und 0,94. Mit steigendem Weibull-Exponenten erhöhen sich die Werte für ν .

Die Unterschiede zwischen den aus beiden Rechenansätzen ermittelten statistischen Stützzahlen sind $< 1,6\%$. Um auf numerische Verfahren bei der Bestimmung des statistischen Größeneinflusses verzichten zu können, beziehen sich die nachfolgenden Betrachtungen auf den erstgenannten Ansatz.

8.1.2 Zulässige Spannungen bei Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses

Durch *Gleichung 4.99* kann der statistische Größeneinfluss unter Verwendung der in *Tabelle 8.1* berechneten hochbelasteten Oberfläche der Feder bestimmt werden. Für die Berechnung wurde ebenfalls ein Weibull-Exponent $k_w=16,6$ verwendet.

Da die statistische Stützziffer n_{st} den Zusammenhang zwischen Festigkeitswerten einer Probe mit der Oberfläche A_p und Festigkeitswerten des Bauteils mit der Oberfläche A_{Bt} beschreibt, ist zunächst eine Probenoberfläche (Referenzoberfläche) festzulegen. Das Ziel dieser Betrachtungen ist eine Übertragung der am Draht abgeprüften Festigkeitswerte auf die der Feder. Folglich wird die Oberfläche des Drahtes als Probenoberfläche A_p definiert. Für die statistische Stützzahl des Drahtes ergibt sich somit $n_{st\ Draht}=1$. Für die Federgeometrie G1 ergibt sich nach *Gleichung 4.99* $n_{st\ G1}=1,097$ und für Federgeometrie G2 $n_{st\ G2}=1,156$. Der verformungsmechanische Größeneinfluss und der bruchmechanische Größeneinflüsse werden aufgrund der geringen Auswirkungen auf die Gesamtstützzahl ($n_{vm}=n_{bm}\approx 1$) infolge der hohen Zugfestigkeit der Federstähle in diesem Zusammenhang nicht berücksichtigt (vgl. *Abschnitt 4.3.4.5*). Dadurch entspricht die jeweilige statistische Stützzahl auch der Gesamtstützzahl ($n_{Draht}=n_{st\ Draht}$; $n_G=n_{st\ G}$).

In Abhängigkeit vom Verhältnis der betrachteten Oberflächen kann die statistische Stützzahl auch Werte <1 annehmen. Dies ist der Fall, wenn die Oberfläche des Bauteils A_{Bt} größer ist als die der Probe A_p . Zu erwarten ist dies vor allem bei Federn mit großem Drahtdurchmesser d , großem Wickelverhältnis w und großer Zahl federnder Windungen n_f .

Der Zusammenhang zwischen der zulässigen Spannungsamplitude des Drahtes $\tau_{kA,Draht}$ und der zulässigen Spannungsamplitude der Feder $\tau_{kA,Feder}$ kann durch nachfolgende Gleichung beschrieben werden.

$$\tau_{kA,Feder} = \frac{\tau_{kA,Draht}}{n_{Draht}} \cdot n_G \quad 8.14$$

Das Ergebnis dieser Betrachtungen wurde in *Abbildung 8.4* mit normierten Spannungen zusammengefasst. Eine Normierung wurde durchgeführt, da die dynamisch geprüften Drähte und Federn jeweils mit verschiedenen Wärmebehandlungsregimen behandelt wurden und sich abhängig davon jeweils unterschiedliche zulässige Spannungsamplituden ergaben. Dargestellt sind die normierten zulässigen Spannungsamplituden $\tau_{kA,norm}$ der untersuchten Federn der Geometrie G1 und G2 für 10^6 und 10^7 Schwingspiele.

Als Normierungsgröße dienen die am geraden Draht abgeprüften zulässigen Spannungen der jeweiligen Schwingspielzahl und Wärmebehandlung. Obwohl ein gerader Draht natürlich ein unendlich großes Wickelverhältnis aufweist, wurden dessen Ergebnisse ebenfalls über dem Wickelverhältnis aufgetragen. Dies war möglich, da eine Feder mit einem Wickelverhältnis $w=15,4$ mit $n_f=4,8$ die gleiche hochbelastete Oberfläche aufweist wie ein gerader Draht der Länge $l=300$ mm (Prüflänge). Der statistische Größeneinfluss wird daher korrekt abgebildet.

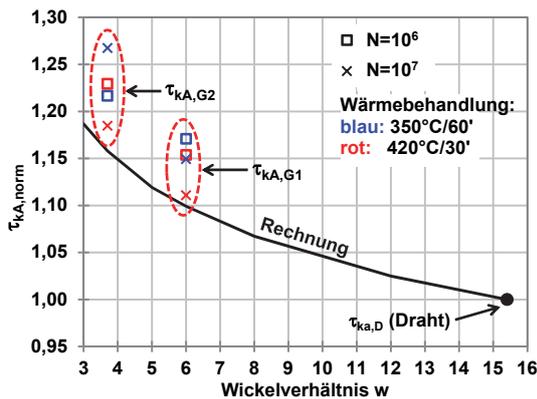


Abbildung 8.4: Vergleich zwischen berechneten und experimentell ermittelten normierten Festigkeitswerten für 10^6 und 10^7 Schwingspiele an Federn mit $w=3,7$ und $w=6,0$

Mit Hilfe der Rechnung werden für die Federn konservative Spannungen abgeschätzt. Die absoluten Abweichungen der zulässigen Spannungsamplituden sind <45 MPa.

Wie groß die Auswirkungen des statistischen Größeneinflusses bei Federn mit verschiedenem Wickelverhältnis und verschiedener Windungszahl auf die zulässige Spannungsamplitude ist, soll durch *Abbildung 8.5* verdeutlicht werden.

Für die Betrachtungen wurde die zulässige Spannungsamplitude τ_{kA} normiert. Als Normierungsgröße wurden die Ergebnisse der Dauerschwingversuche der Geometrie G1_350 und G1_420 mit $w=6$ und $n=n_{f_ref}=4,8$ verwendet.

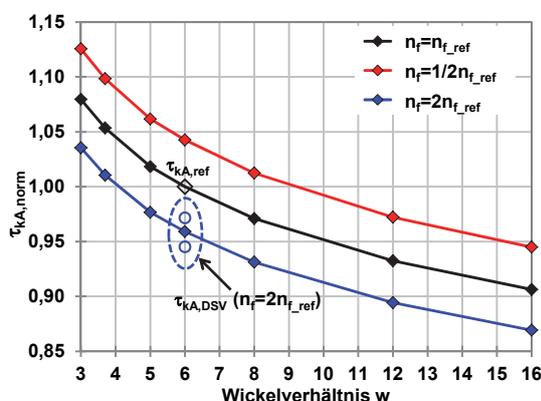


Abbildung 8.5: normierte zulässige Spannungsamplitude $\tau_{kA,norm}$ bei Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses für Federn mit unterschiedlichem Wickelverhältnis und unterschiedlicher Windungszahl

Deutlich zu erkennen ist der bei kleiner werdendem Wickelverhältnis w vorhandene Anstieg der zulässigen Spannungsamplitude aufgrund der kleineren hochbelasteten

Drahtoberfläche der Feder und der damit verbundenen größeren statistischen Stützziffer n_{st} . Hinzu kommt ein weiterer Anstieg der zulässigen Spannungsamplitude bei gleichem Wickelverhältnis bei Halbierung der Zahl der federnden Windungen $n_f=1/2 n_{f_ref}$ durch eine weitere Verkleinerung der hochbelasteten Oberfläche. Entsprechend reduziert sich bei Verdopplung der Zahl der federnden Windungen $n_f=2 n_{f_ref}$ bei gleichem Wickelverhältnis die zulässige Spannungsamplitude. Für den Vergleich von Federn mit unterschiedlichem Wickelverhältnis, aber gleicher Anzahl an federnden Windungen, wurde eine gute Übereinstimmung zwischen den aus dem statistischen Größeneinfluss berechneten und den über k' abgeschätzten zulässigen Spannungen für Wickelverhältnisse w zwischen 4 und 8 festgestellt.

Die zusätzlich in *Abbildung 8.5* eingetragenen Werte $\tau_{kA,DSV}$ wurden aus den durchgeführten Ergebnissen der Dauerschwingversuche ermittelt. Für die statistische Auswertung [Den75] wurde die minimal erreichte Schwingspielzahl von jeweils zwei geprüften Federn bestimmt. Auf diese Weise wurde die Veränderung der zulässigen Spannungsamplitude τ_{kA} der betrachteten Federn bei Verdopplung der Zahl der federnden Windungen n_f abgeschätzt. Die zulässige Spannungsamplitude τ_{kA} für eine Feder mit $n_f=2 n_{f_ref}$, die mit Hilfe der vorgeschlagenen Methode berechnet wurde, weicht um maximal 7 MPa von dem experimentell ermittelten Wert für τ_{kA} ab. Dies entspricht einem Fehler von unter 2%.

Ebenfalls können mit Hilfe dieser Methode synthetische Goodman-Diagramme auf Grundlage weniger Dauerschwingversuche abgeleitet werden. Die exemplarische Rechnung wurde für Federn mit einem Wickelverhältnis $w=6$ durchgeführt, wobei die Anzahl der federnden Windungen nicht variiert wurde.

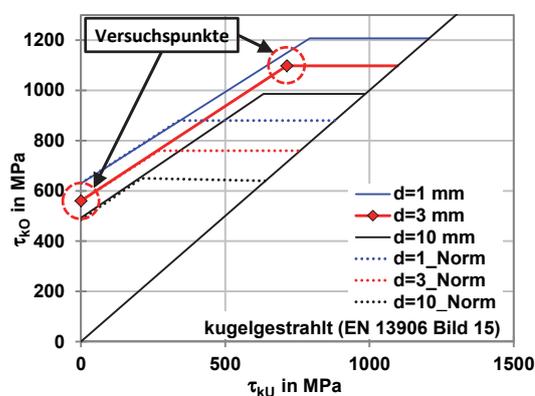


Abbildung 8.6: Synthetisches Goodman-Diagramm

Die in *Abbildung 8.6* dargestellten und auf Basis der markierten Versuchspunkte berechneten Goodman-Diagramme für die Drahtdurchmesser $d=1$ mm und $d=10$ mm (durchgezogen) wurden im Vergleich zu den in [DIN13906/1] enthaltenem Festigkeits-

schaubild (gepunktet) für kugelgestrahlte Schraubendruckfedern aus Draht der Sorte TD dargestellt. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Experiment sind gering. Es besteht somit die Möglichkeit, auf Basis weniger Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern aus einem mittleren Drahtdurchmesser (Beispiel $d=3,0$ mm), die in der Norm [DIN13906/1] enthaltenen und veralteten Dauerfestigkeitsschaubilder mit reduziertem Versuchsaufwand zu erneuern.

Sollen bereits abgeprüfte zulässige Spannungsamplituden einer Feder 1 (w_1, d_1, n_{f1}) mit einer Gesamtstützzahl n_{G1} auf eine Feder 2 (w_2, d_2, n_{f2}) mit einer Gesamtstützzahl n_{G2} übertragen werden, kann folgende Gleichung verwendet werden:

$$\tau_{kA,Feder\ 2} = \frac{n_{G2}}{n_{G1}} \cdot \tau_{kA,Feder\ 1} \quad 8.15$$

Die Gesamtstützzahlen n_{G1} und n_{G2} sind dabei geometrieabhängige Werte und können mit Hilfe des *Abschnittes 8.1.1* berechnet werden.

$$n_{G1} = f(w_1, d_1, n_{f1}) \quad 8.16$$

$$n_{G2} = f(w_2, d_2, n_{f2}) \quad 8.17$$

Um eine Übertragung zu ermöglichen, müssen gleiche oder ähnliche Fertigungstechnologien und Drahtausgangsmaterialien für beide Federn vorliegen.

Der Vorteil der vorgestellten Methode liegt in der Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses. Auf diese Weise können nicht nur Unterschiede im Wickelverhältnis, sondern auch Unterschiede in der Anzahl der federnden Windungen und im Drahtdurchmesser bei der Auslegung der Federn berücksichtigt werden. Hinzu kommt eine Möglichkeit zur Berücksichtigung der Fehlstellenverteilung über den experimentell ermittelbaren Weibull-Exponenten k_w (vgl. Abschnitt 4.3.4.5).

8.2 Betrachtungen zur Übertragbarkeit von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen auf Torsionswechselprüfungen (Übertragung 1)

Die Kenntnis über das Verhältnis zwischen der Torsionswechselfestigkeit τ_w und der Biegewechselfestigkeit σ_{bw} ist entscheidend, um eine Übertragung der aus Umlaufbiegeprüfungen ermittelten zulässigen Spannungsamplitude auf die bei wechselnder Torsion vorhandene zulässige Spannungsamplitude durchführen zu können. In den folgenden Abschnitten werden deshalb phänomenologische und theoretische Betrachtungen zu diesem Verhältnis angestellt.

8.2.1 Phänomenologische Betrachtungen zur Übertragbarkeit

Die durch Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechselprüfungen ermittelten zulässigen Spannungen (σ_{bW} , τ_W) werden durch die vorhandenen Oberflächenrauheiten beeinflusst (vgl. *Abschnitt 4.3.4.4*). Da sich diese abhängig von der Beanspruchungsart (Normalspannung, Schubspannung) unterschiedlich stark auf die zulässigen Beanspruchungen auswirken, ist es zunächst erforderlich, die abgeprüften Werte der Biege-wechselfestigkeit und Torsionswechselfestigkeit in Werte der Biegewechselfestigkeit $\sigma_{bW,pol}$ bzw. Schubwechselfestigkeit $\tau_{W,pol}$ der polierten Probe zu überführen. Die dafür erforderlichen Oberflächenfaktoren K_R können abhängig von der vorliegenden Beanspruchung nach *Gleichung 4.81* bzw. *4.82* bestimmt werden.

$$\sigma_{bW,pol} = \sigma_{bW} / K_{R,\sigma} \quad 8.18$$

$$\tau_{W,pol} = \tau_W / K_{R,\tau} \quad 8.19$$

Die Werte der Biegewechselfestigkeit $\sigma_{bW,pol}$ sowie der Schubwechselfestigkeit $\tau_{W,pol}$ der polierten Proben ergeben sich dann nach *Gleichung 8.18* bzw. *8.19*.

In *Abbildung 8.7* wurden für Schwingspielzahlen zwischen 10^5 und 10^7 die Verhältnisse zwischen den Torsionswechselfestigkeiten $\tau_{W,pol}$ und den Biegewechselfestigkeiten $\sigma_{bW,pol}$ aufgetragen. Grundlage dafür bilden die in *Abschnitt 7.4.1* und *7.4.2* vorgestellten Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechselprüfungen.

Bei den nicht kugelgestrahlten dynamisch geprüften Drähten reduziert sich mit steigender Schwingspielzahl das Verhältnis $\tau_{W,pol} / \sigma_{bW,pol}$ von 0,67-0,76 bei 10^5 Schwingspielen auf 0,54-0,55 bei 10^7 Schwingspielen. Die Abnahme erfolgt dabei zwischen 10^6 und 10^7 Schwingspielen deutlich langsamer als zwischen 10^5 und 10^6 Schwingspielen (vgl. *Abbildung 8.7*). Bei kugelgestrahlten Drähten hingegen bleibt das Verhältnis $\tau_{W,pol} / \sigma_{bW,pol}$ relativ konstant und liegt bei beiden Wärmebehandlungsvarianten im untersuchten Schwingspielzahlbereich zwischen 0,61 und 0,68. Die Eigenspannungsrelaxation infolge der wechselnden Torsionsbeanspruchung bei den mit 420°C/30' wärmebehandelten Drähten wurde bei diesen Betrachtungen bereits berücksichtigt (vgl. *Abschnitt 7.3.2*).

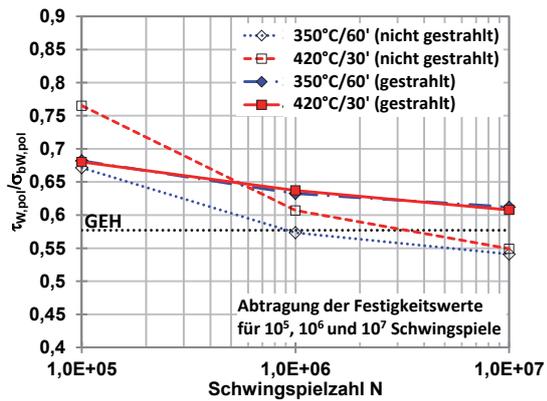


Abbildung 8.7: Verhältnis $\tau_{W,pol}/\sigma_{bW,pol}$ zwischen 10^5 und 10^7 Schwingspielen

In *Abschnitt 7.2.1* und *7.2.2* wurde gezeigt, dass für statische Materialkennwerte aus Torsions- und Zugversuchen an ölschlussvergüteten Drähten unabhängig von der Wärmebehandlung die Gestaltänderungshypothese Gültigkeit besitzt. Das dadurch vorgegebene Verhältnis von $1/\sqrt{3}$ (0,577) gilt für dynamische Materialkennwerte offensichtlich nur bedingt (vgl. *Abbildung 8.7*). Das Verhältnis zwischen Torsionswechselfestigkeit und Biegewechselfestigkeit nimmt mit zunehmender Schwingspielzahl kontinuierlich ab.

$$\tau_W = \tau_{W,pol} \cdot K_{R,\tau} \quad 8.20$$

Werden aus den Werten der Biegewechselfestigkeit der polierten Probe unter Verwendung des Verhältnisses $1/\sqrt{3}$ die Werte der Torsionswechselfestigkeit der polierten Probe ermittelt und anschließend durch *Gleichung 8.20* auf Torsionswechselfestigkeitswerte der rauhen Probe übertragen, ergeben sich die in *Abbildung 8.8* dargestellten Verhältnisse der Torsionswechselfestigkeiten zwischen Rechnung $\tau_{W,Rechnung}$ und Versuch $\tau_{W,Versuch}$. Werte kleiner als eins entsprechen dabei einer konservativen Abschätzung der Torsionswechselfestigkeitswerte aus Ergebnissen der Umlaufbiegeprüfung.

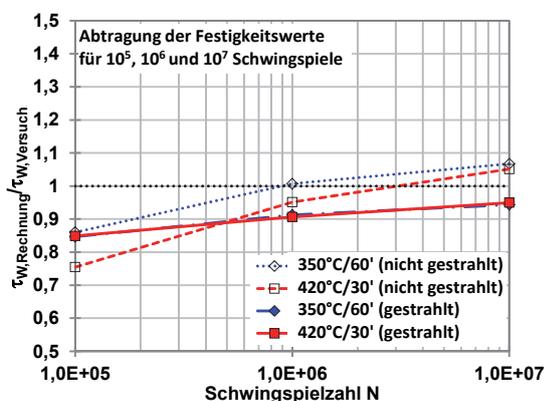


Abbildung 8.8: Verhältnis zwischen $\tau_{W,Rechnung}/\tau_{W,Versuch}$ bei Verwendung von $1/\sqrt{3}$ als Verhältnis von $\tau_{W,pol}/\sigma_{bW,pol}$

Deutliche Abweichungen zwischen den aus Umlaufbiegeprüfungen berechneten und versuchstechnisch ermittelten Werten der Torsionswechselfestigkeit liegen bei 10^5 Schwingspielen vor. Das Verhältnis liegt dort zwischen 0,76 und 0,85. Im Schwingspielzahlbereich zwischen 10^6 und 10^7 hingegen erhöht sich das ermittelte Verhältnis und liegt zwischen 0,91 und 1,07. Bei kugelgestrahlten Drähten bleibt das Verhältnis stets kleiner eins.

Werden Einflüsse der rauen Oberfläche nicht berücksichtigt, ergeben sich deutlich größere Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch. Es ist deshalb zwingend notwendig, dies bei der Ermittlung der Torsionswechselfestigkeitswerte aus Biegewechselfestigkeitswerten zu berücksichtigen.

8.2.2 Betrachtungen zur Übertragbarkeit von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen auf Torsionswechselprüfungen mit Hilfe verschiedener Festigkeitshypothesen

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwiefern die verschiedenen in *Tabelle 4.3* (S.26) aufgeführten Kriterien zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens metallischer Werkstoffe für die Übertragung von Festigkeitswerten aus Umlaufbiegeprüfungen auf Festigkeitswerte aus Torsionswechselprüfungen geeignet sind. Eine Eignung liegt vor, wenn bei Auftragung der jeweiligen Vergleichsspannungsamplitude der Festigkeitswerte aus Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechselprüfungen (τ_A ; $\tau_{oct,A}$) über der mittleren bzw. maximal vorhandenen hydrostatischen Spannung (p_m ; p_{max}) ein linearer Zusammenhang vorhanden ist.

In gleicher Weise, wie in *Abschnitt 8.2.1* müssen zunächst mit Hilfe von *Gleichung 8.18* bzw. *8.19* die Biegewechselfestigkeit sowie die Torsionswechselfestigkeit der polierten Proben aus den schwingspielzahlabhängigen Werten der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} und Torsionswechselfestigkeit τ_W ermittelt werden.

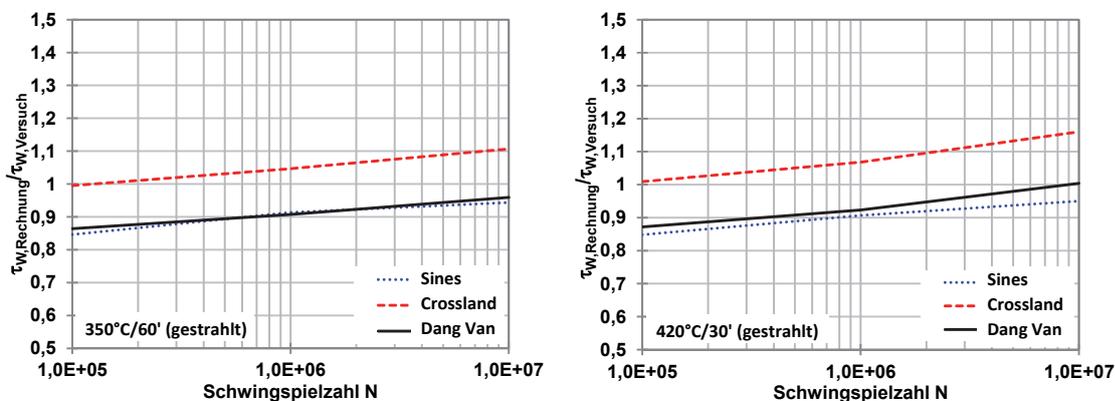
Tabelle 8.3: Rechengrößen der genannten Hypothesen

Biegung		Torsion	
$\tau_{oct,A} = \sqrt{2}/3 \cdot (\sigma_{bW,pol})$	8.21	$\tau_{oct,A} = \sqrt{2}/3 \cdot (3\tau_{W,pol}^2)^{\frac{1}{2}}$	8.22
$\tau_A = 1/2 \cdot (\sigma_{bW,pol})$	8.23	$\tau_A = \tau_{W,pol}$	8.24
$p_m = 2/3 \cdot \sigma_{ES}$	8.25	$p_m = 2/3 \cdot \sigma_{ES}$	8.26
$p_{max} = 1/3 \cdot (2\sigma_{ES} + \sigma_{bW,pol})$	8.27	$p_{max} = 2/3 \cdot \sigma_{ES}$	8.28

Die in *Tabelle 8.3* vorhandenen Gleichungen ergeben sich aus den in *Tabelle 4.2* genannten Vergleichsspannungshypothesen unter Verwendung der Invarianten I_1 und J_2 aus *Abschnitt 4.2.5.3*.

Beim Kriterium nach Sines wird die Octaederschubspannungsamplitude $\tau_{\text{Oct},A}$ über der mittleren während eines Schwingspiels vorhandenen hydrostatischen Spannung p_m aufgetragen. Bei dem Kriterium nach Crossland wird ebenfalls die Octaederschubspannungsamplitude $\tau_{\text{Oct},A}$ verwendet. Diese wird im Gegensatz zu Sines über der maximal während eines Schwingspiels vorhandenen hydrostatischen Spannung p_{max} aufgetragen. Bei dem Kriterium nach Dang Van wird die Schubspannungshypothese verwendet. Die Schubspannungsamplitude τ_A wird, wie auch bei Crossland, über der während eines Schwingspiels maximal vorhandenen hydrostatischen Spannung p_{max} aufgetragen. Auf diese Weise können durch Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten die eine Gerade beschreibenden Parameter α und $\tau_{\text{Oct},a}$ bzw. τ_a ermittelt werden (vgl. *Tabelle 4.3*). Werden nun die bei wechselnder Torsionsprüfung vorhandenen mittleren bzw. maximalen hydrostatischen Spannungen in diese Geradengleichung eingesetzt, ergeben sich die zulässigen Schubspannungsamplituden für wechselnde Torsion ($\tau_{\text{Oct},A}$; τ_A). Abhängig vom verwendeten Kriterium können diese nach *Gleichung 8.22* bzw. *8.24* in eine Torsionswechselfestigkeit der polierten Probe $\tau_{W,\text{pol}}$ überführt werden. Mit *Gleichung 8.20* erfolgt anschließend die Übertragung auf die Torsionswechselfestigkeit der rauhen Probe τ_W .

Da aufgrund des großen Verhältnissbereiches $0,54 < \tau_W/\sigma_{bW} < 0,76$ für nicht kugelgestrahlte Drähte ein geeignetes Kriterium voraussichtlich nicht existiert, beziehen sich die folgenden Betrachtungen nur auf kugelgestrahlte Drähte.



a)

b)

Abbildung 8.9: Verhältnis zwischen $\tau_{W,\text{Rechnung}}/\tau_{W,\text{Versuch}}$ bei Verwendung der Kriterien nach Sines, Crossland und Dang Van für a) 350°C/60' wärmebehandelte Drähte b) 420°C/30' wärmebehandelte Drähte

Das Verhältnis zwischen den aus Umlaufbiegeprüfungen berechneten und den durch Versuche ermittelten Torsionswechselfestigkeiten ist bei Verwendung des Kriteriums nach Crossland mit 1,00 bis 1,16 größtenteils über einem optimalen Wert von 1. Deutlich bessere Ergebnisse liefern mit einem Verhältnis zwischen 0,85 und 1,00 die Kriterien nach Sines und Dang Van. Bei diesen beiden Kriterien werden ausschließlich konservative Spannungen berechnet, was positiv im Sinne einer sicheren Auslegung zu bewerten ist. Tendenziell liefert das Kriterium nach Dang Van die genaueren Ergebnisse. Es ist deshalb für eine Übertragung (Übertragung 1) der dynamischen Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen auf Kennwerte bei wechselnder Torsion zu bevorzugen.

8.3 Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ (Übertragung 2)

Die Mittelspannungsempfindlichkeit des jeweiligen Materials wird benötigt, um eine Übertragung der Torsionswechselfestigkeitskennwerte τ_w (bei $\tau_m=0$ MPa) des Drahtes auf eine zulässige Torsionsspannungsamplitude im schwellenden Torsionsbereich τ_{kA} zu ermöglichen (Übertragung 2, *Abbildung 5.2*). Dies ist notwendig, da auch der Draht in der dynamisch belasteten Feder einer schwellenden Torsionsbeanspruchung unterliegt. In *Tabelle 8.4* wurden die durch dynamische Torsionsversuche an Drähten und Dauerschwingversuche an Federn abgeprüften Mittelspannungsempfindlichkeiten zusammengefasst.

Tabelle 8.4: Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ der untersuchten Drähte und Federn

	Drähte	Federn			
	kugelgestrahlt	nicht kugelgestrahlt		kugelgestrahlt	
N	350°C/60'	350°C/60'	420°C/30'	350°C/60'	420°C/30'
10⁵	-	0,29	0,28	-	-
10⁶	0,25	0,10	0,12	0,48	0,425
10⁷	0,29	0,08	0,06	0,28	0,39

Diese unterscheiden sich teilweise deutlich. Vor allem die Werte der nicht kugelgestrahlten Federn liegen für 10^6 und 10^7 Schwingspiele mit 0,06 bis 0,12 unter den an kugelgestrahlten Drähten und Federn abgeprüften Werten. Eine Erklärung dafür liefert das in *Abbildung 4.15* dargestellte Haigh-Diagramm. Bei einem Spannungsverhältnis $R>0$ wird dort von einer Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit auf $M/3$ ausgegangen. Obwohl die Dauerschwingprüfungen an kugelgestrahlten Federn ebenfalls bei einem Lastspannungsverhältnis $R>0$ durchgeführt wurden, sind die dort abgeprüften Mittelspannungsempfindlichkeiten ähnlich denen der kugelgestrahlten Drähte (gilt für 10^7 Schwingspiele).

Werden die durch dynamische Torsionsversuche am Draht und Dauerschwingversuche an Federn abgeprüften zulässigen Torsionsspannungsamplituden τ_{kA} über der vorhandenen Lastmittelspannung τ_{km} in einem Haigh-Diagramm aufgetragen, ergeben sich die folgenden Abbildungen.

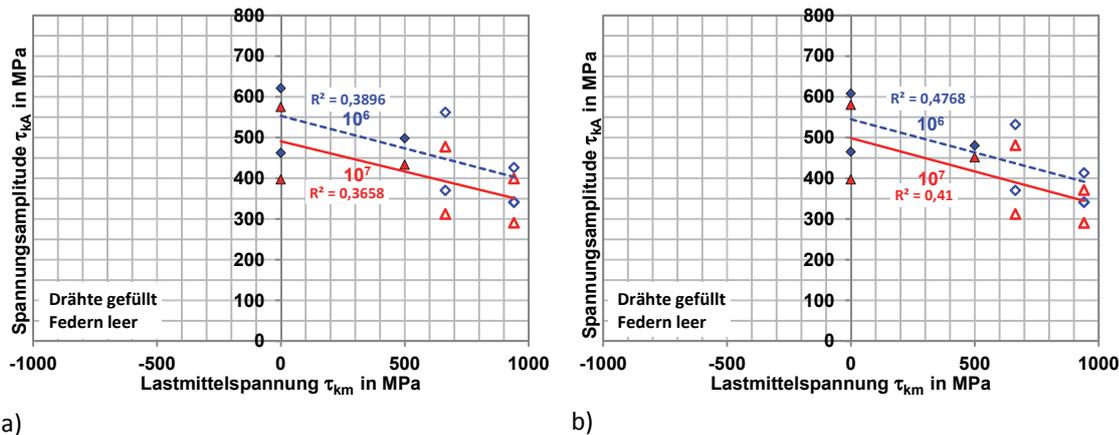


Abbildung 8.10: Haigh Diagramm der Versuchsergebnisse dynamisch geprüfter Drähte und Federn
a) 350°C/60' wärmebehandelt b) 420°C/30' wärmebehandelt

Die deutlichen Abweichungen zwischen einer ermittelten Regressionsgeraden und den einzelnen Versuchsergebnissen ergeben sich aufgrund der Nichtberücksichtigung von:

- unterschiedlich rauen Oberflächen der nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähte und Federn (vgl. *Abschnitt 6.2*),
- statistischen Größeneinflüssen (vgl. *Abschnitt 8.1*) und
- Eigenspannungen infolge der Drahtpräparation und der Federherstellung (vgl. *Abschnitt 7.3*).

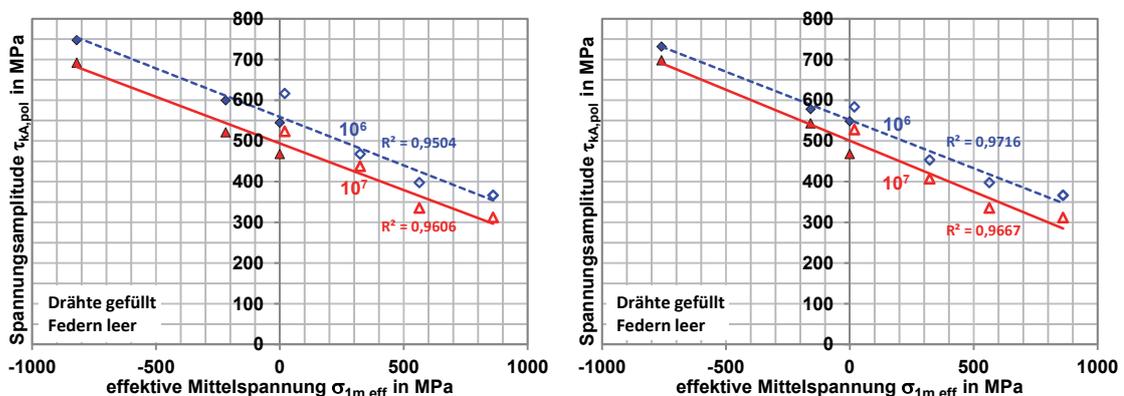
8.3.1 Gleichartigkeit von Mittel- und Eigenspannung

Werden die in den Drähten und Federn vorhandenen stabilen Eigenspannungen (Druckeigenspannungen) wie Mittelspannungen betrachtet, erfolgt durch diese eine Verschiebung der vorhandenen Mittelspannung in Richtung kleinerer Werte. Das aus den äußeren Belastungen resultierende Spannungsverhältnis R ist somit nicht maßgebend für die vorliegende Mittelspannungsempfindlichkeit. Vielmehr ist in diesem Fall mit einer effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$, die sich aus Beanspruchungen durch äußere Belastungen und durch Eigenspannungen ergibt, zu rechnen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass vorhandene Eigenspannungen aufgrund der Kerbwirkung an rauen Oberflächen im Gegensatz zu vorhandenen Lastspannungen nicht erhöht werden [Mac84]. Die dynamischen Versuche an mit 420°C/30' wärmebehandelten kugelgestrahlten Drähte zeigten, dass durch eine Relaxation der Druckeigenspannungen in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung der Lastspannung keine bzw. nur eine

geringe Beeinflussung der vom Draht ertragbaren Spannungsamplitude erfolgt (vgl. *Abbildung 7.7* und *Abbildung 7.11*). Um diese Hypothese zu stützen, wurden die dynamischen Versuche an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten und Federn in einem Haigh-Diagramm zusammengefasst. Dafür wurden folgende Arbeitsschritte durchgeführt:

- Umrechnung der zulässigen Spannungsamplitude τ_{kA} der unterschiedlich rauen Proben (Drähte, Federn) auf die zulässigen Spannungsamplitude $\tau_{kA,pol}$ und vorhandene Mittelspannung $\tau_{km,pol}$ von polierten Proben durch Verwendung des Oberflächenfaktors $K_{R,\tau}$ nach *Gleichung 4.82*. Es gilt: $\tau_{kA,pol} = \tau_{kA} / K_{R,\tau}$
 $\tau_{km,pol} = \tau_{km} / K_{R,\tau}$
- Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses, da unterschiedlich große hochbelastete Drahtoberflächen bei Drähten und Federn vorliegen (vgl. *Abschnitt 8.1*). Dabei wurden die zulässigen Spannungsamplituden der Drähte $\tau_{kA,pol,Draht}$ unter Verwendung von *Gleichung 8.14* auf zulässige Spannungsamplituden der Federn $\tau_{kA,pol,Feder}$ übertragen.
- Bestimmung der effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$ in Richtung der größten durch äußere Belastungen hervorgerufenen Hauptnormalspannung (Zugspannung) durch additive Überlagerung von Lastmittelspannung $\tau_{km,pol}$ und Eigenspannungen σ_{ES} nach *Gleichung 8.29*.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1m,eff} & 0 \\ 0 & \sigma_{2m,eff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{km,pol} & 0 \\ 0 & -\tau_{km,pol} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{ES} & 0 \\ 0 & \sigma_{ES} \end{bmatrix} \quad 8.29$$



a) b)
Abbildung 8.11: Haigh-Diagramm der Versuchsergebnisse dynamisch geprüfter Drähte und Federn nach Berücksichtigung von Rauheit, Größeneinflüssen und Eigenspannungen
 a) 350°C/60' wärmebehandelt b) 420°C/30' wärmebehandelt

In den in *Abbildung 8.11* dargestellten Haigh-Diagrammen wird ein linearer Zusammenhang zwischen der zulässigen Spannungsamplitude $\tau_{kA,pol}$ und der effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$ wiedergegeben. Die gemittelte Abweichung der einzelnen Versuchspunkte von denen in den Haigh-Diagrammen dargestellten Regressionsgeraden sind kleiner 24 MPa. Die Anwendbarkeit der genannten Hypothese wird durch die vorangegangenen Betrachtungen gestützt.

Aufgrund des großen Mittelspannungsbereiches der in den Diagrammen dargestellten Versuchsergebnisse ist eine Beeinflussung der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ (Abfall der Regressionsgeraden) durch einzelne abweichende Versuchspunkte deutlich geringer. Bei einer Bestimmung der Mittelspannungsempfindlichkeit auf Basis von nur wenigen Versuchspunkten in einem kleinen Mittelspannungsbereich wäre dies nicht der Fall. Als Beispiel sollen hier die Dauerschwingversuche aus *Abschnitt 7.4.3* dienen. Die vorhandene Mittelspannung τ_{km} wurde dort zwischen 660 MPa und 940 MPa variiert. Ergeben sich nun beispielsweise aufgrund einer niedrigen Anzahl geprüfter Federn Abweichungen in der zulässigen Spannungsamplitude von ± 14 MPa bezüglich einer unter optimalen Voraussetzungen ermittelten zulässigen Spannungsamplitude, dann resultieren bereits Schwankungen in der abgeschätzten Mittelspannungsempfindlichkeit von $\pm 0,1$. Die in *Abbildung 8.11* durch den Abfall der vorhandenen Regressionsgeraden definierte Mittelspannungsempfindlichkeit liegt zwischen 0,24 und 0,25.

8.3.2 Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit durch Umlaufbiegeprüfungen

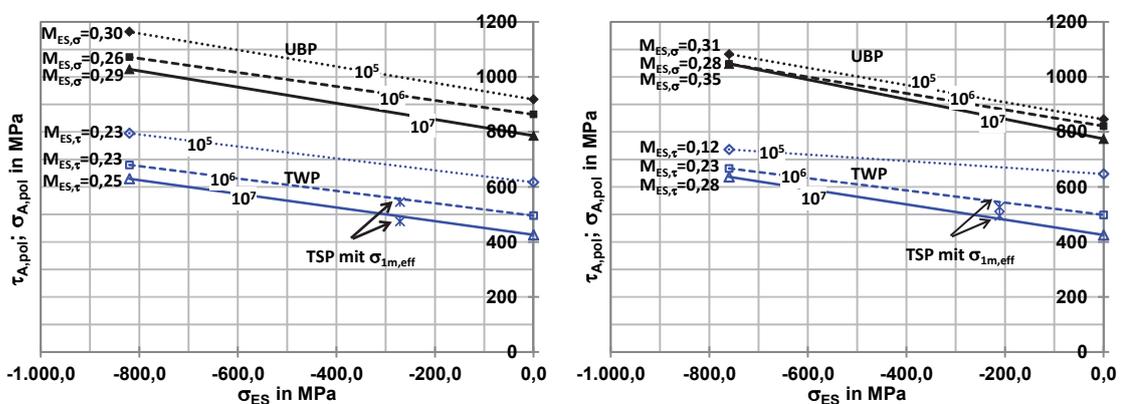
Da das Ziel dieser Arbeit ist, die Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen aufzuzeigen, soll nachfolgend eine neue Methode zur Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit vorgestellt werden. Grundlage dieser Methode bilden Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten. Eine Veränderung der Festigkeitswerte infolge einer Kugelstrahlbehandlung wird prinzipiell durch drei Einflüsse hervorgerufen.

- Veränderung des Eigenspannungszustandes bruchgefährdeter oberflächennaher Bereiche
- Veränderung der Oberflächenrauheit durch plastische Verformungsvorgänge beim Auftreffen des Strahlmittels auf dem Strahlgut (Draht, Feder)
- Veränderung der Oberflächenhärte durch plastische Verformungsvorgänge beim Auftreffen des Strahlmittels auf dem Strahlgut (Draht, Feder)

Wie bereits durch die Ausführungen von Kaiser [Kai81] beschrieben und durch die Untersuchungen in *Abschnitt 7.2.3* bestätigt, erfolgt gerade bei hochfesten Federstählen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, kein Anstieg der Oberflächenhärte infolge einer Kugelstrahlbehandlung. Somit wird eine Veränderung der abgeprüften zulässigen Spannungen durch zwei Einflüsse, der Veränderung der oberflächennahen Eigenspannungen und der Veränderung der Oberflächentopografie der Proben, hervorgerufen.

Um die Auswirkungen der Eigenspannungen auf die zulässigen Spannungsamplituden und somit die Eigenspannungsempfindlichkeit M_{ES} ermitteln zu können, muss zunächst der Einfluss der unterschiedlich rauen Oberfläche eliminiert werden. Nur so ist eine oberflächenunabhängige Betrachtung der Auswirkungen der Druckeigenspannungen infolge einer Kugelstrahlbehandlung möglich. Es wird deshalb zunächst eine Überführung der zulässigen Spannungen der rauhen Probe auf die einer polierten Probe durchgeführt. Diese erfolgt abhängig von der vorliegenden Beanspruchung (Biegung, Torsion) durch Division von zulässiger Spannungsamplitude und Oberflächenfaktor aus *Gleichung 4.81* bzw. *Gleichung 4.82* aus *Abschnitt 4.3.4.4*.

In *Abbildung 8.12* wurden die so bestimmten zulässigen Spannungsamplituden aus Umlaufbiegeprüfungen und Torsionswechselprüfungen für 10^5 bis 10^7 Schwingspiele für beide untersuchte Wärmebehandlungsvarianten über der bereits verwendeten effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$ aufgetragen ($\sigma_{1m,eff} = \sigma_{ES}$). Die dabei vorhandene Neigung der entstehenden Geraden definiert die Eigenspannungsempfindlichkeit M_{ES} . Wird von einer Gleichartigkeit von Eigenspannung und Mittelspannung ausgegangen (siehe *Abbildung 8.11*), kann auf diese Weise ebenso die Mittelspannungsempfindlichkeit des jeweiligen Werkstoffes bestimmt werden.



a)

b)

Abbildung 8.12: Festigkeitszuwachs durch Druckeigenspannungen bei Umlaufbiegeprüfungen (UBP) und Torsionswechselprüfungen (TWP) a) 350°C/60' wärmebehandelt b) 420°C/30' wärmebehandelt

Bei mit 350°C wärmebehandelten Drähten lag die durch Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten festgestellte Eigenspannungsempfindlichkeit zwischen $M_{ES,\sigma}=0,26$ und $0,30$ (vgl. *Abbildung 8.12 a*). Im Mittel ergab sich für die Eigenspannungsempfindlichkeit bei umlaufender Biegebeanspruchung ein Wert $M_{ES,\sigma}$ von $0,28$. Bei Torsionswechselprüfungen lag der Wert der Eigenspannungsempfindlichkeit mit $M_{ES,\tau}=0,23$ für $N=10^5$, $M_{ES,\tau}=0,23$ für $N=10^6$ und $M_{ES,\tau}=0,25$ für $N=10^7$ etwas niedriger. Im Mittel ergab sich für die Eigenspannungsempfindlichkeit bei Torsionsbeanspruchung ein Wert von $0,24$.

Bei mit 420°C wärmebehandelten Drähten lag die durch Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten festgestellte Eigenspannungsempfindlichkeit $M_{ES,\sigma}$ zwischen $0,28$ ($N=10^6$) und $0,35$ ($N=10^7$) (vgl. *Abbildung 8.12 b*). Im Mittel ergab sich für die Eigenspannungsempfindlichkeit bei umlaufender Biegebeanspruchung ein Wert $M_{ES,\sigma}$ von $0,31$. Bei Torsionswechselprüfungen lag der Wert der Eigenspannungsempfindlichkeit $M_{ES,\tau}$ zwischen $0,12$ für $N=10^5$ und $0,28$ für $N=10^7$ Schwingspiele teilweise deutlich niedriger. Als Grund für den niedrigen Wert der Mittelspannungsempfindlichkeit bei 10^5 Schwingspielen wird die Eigenspannungsrelaxation infolge der wechselnden Torsionsbelastung gesehen, die natürlich zu einer Reduzierung der abgeprüften zulässigen Spannungsamplituden führte. Im Mittel ergab sich ein Wert der Eigenspannungsempfindlichkeit bei Torsionsbeanspruchung von $0,25$ (Wert für 10^5 Schwingspiele wurde dabei nicht berücksichtigt).

Ergänzt wurde *Abbildung 8.12* durch die Ergebnisse der Torsionsschwellversuche bei $\tau_{km}=500$ MPa (Kreuze). Dafür wurde die gleiche Herangehensweise wie zur Erstellung von *Abbildung 8.11* und der Ermittlung einer effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$ verwendet. Die Abweichung dieser Werte bezüglich der linearen Interpolation zwischen den zulässigen Spannungsamplituden der nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähte liegt zwischen 10 und 18 MPa, wodurch die These der Gleichartigkeit von Eigen- und Mittelspannung für Tangentialspannungen bestätigt wird. Es wird weiterhin geschlussfolgert, dass dies auch für Normalspannungen gilt. Aufgrund dieser Voraussetzungen (vgl. *Abbildung 8.11* und *Abbildung 8.12*) gilt deshalb näherungsweise:

$$M_{ES,\sigma} \approx M_{\sigma} \quad 8.30$$

$$M_{ES,\tau} \approx M_{\tau} \quad 8.31$$

Prinzipiell wurden für Torsionsbeanspruchung kleinere Eigenspannungsempfindlichkeiten als für Biegebeanspruchung festgestellt. Das Ergebnis entspricht somit Aussagen der allgemeinen Betriebsfestigkeit, in denen die Mittelspannungsempfindlichkeiten für Tangentialspannungen M_{τ} kleiner als die Mittelspannungsempfindlichkeiten für Nor-

malspannungen M_σ sind. Allerdings konnte zwischen M_τ und M_σ ein Verhältnis von $1/\sqrt{3}=0,577$, wie es beispielsweise durch [Hän03] und [TGL19340/3] vorgeschlagen wird, nicht bestätigt werden. Bei den in dieser Arbeit untersuchten Drähten lag das Verhältnis der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ/M_σ im Durchschnitt bei 0,83. Die Ergebnisse bei 10^5 Schwingspielen der 420°C wärmebehandelten Drähte wurden dabei nicht berücksichtigt.

Werden mit Hilfe der durch Umlaufbiegeprüfungen abgeprüften Mittelspannungsempfindlichkeit M_σ , die betragsmäßig größer als M_τ ist, die zulässigen Spannungsamplituden bei rein wechselnder Torsionsbeanspruchung in den Torsionsschwellbereich übertragen, erfolgt eine konservative Abschätzung der zulässigen Spannungsamplituden. Um eine genauere Übertragung der zulässigen Spannungsamplituden bei rein wechselnder Torsionsbeanspruchung in den Torsionsschwellbereich zu ermöglichen, sollte vorläufig ein Verhältnis der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ/M_σ von 0,83 verwendet werden. Auf eine Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit durch allgemeine Gleichungen, wie beispielsweise nach FKM [Hän03], kann bei Verwendung dieser Methode vollständig verzichtet werden.

Falls keine Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten zur Verfügung stehen, ist die Ermittlung der Mittelspannungsempfindlichkeit nach *Gleichung 4.60* und *4.61* möglich. Bei Verwendung dieser Gleichungen zeigte sich allerdings, dass die abgeschätzte Mittelspannungsempfindlichkeit für Federstahl bei Verwendung der durch FKM vorgeschlagenen Konstanten $a_M=0,35$ und $b_M=-0,1$ [Hän03] betragsmäßig zu groß sind. Eine bessere Korrelation zwischen Rechnung und Versuch wurde bei Verwendung der Werte $a_M=0,29$ und $b_M=-0,1$ erzielt [Rei11]. Es handelt sich bei diesen Werten um versuchsbasiert angepasste Größen, die auf Grundlage weniger Stützpunkte erstellt wurden. Im Hinblick auf eine sichere Auslegung sollte deshalb die Rechnung mit $a_M=0,35$ und $b_M=-0,1$ durchgeführt werden.

8.3.3 Mittelspannungsunabhängiger Schädigungsparameter (P_{RKK})

In *Abschnitt 4.3.3* wurden bereits verschiedene Schädigungsparameter zusammengefasst. Die genannten Schädigungsparameter stellen den Zusammenhang zwischen während eines Schwingspiels vorhandenen Spannungen beziehungsweise Dehnungen und der damit verbundenen Schädigung von Proben und Bauteilen her.

Wie Dauerschwingversuche an Schraubendruckfedern zeigten [Rei11] ist mit Hilfe des von Smith, Watson und Topper entwickelten Schädigungsparameters und auch mit

dessen Erweiterung nach Bergmann [Ber83] eine adäquate Berücksichtigung der Mittelspannungsempfindlichkeit entgegen den Aussagen in [Hai02] für Federstahl nicht möglich [Kle13].

Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuer Schädigungsparameter P_{RKK} (nach Reich, Kletzin, Kobelev) entwickelt, der eine bessere Vergleichbarkeit von Dauerschwingversuchen bei unterschiedlicher vorhandener Mittelspannung erlaubt. Dieser wurde auf Grundlage des Schädigungsparameters nach Smith, Watson und Topper abgeleitet und erlaubt eine gezielte Anpassung und direkte Angabe der Mittelspannungsempfindlichkeit.

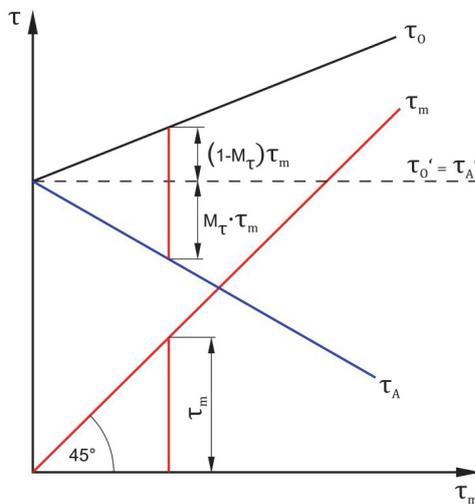


Abbildung 8.13: Ableitung des P_{RKK} -Schädigungsparameters

Die prinzipielle Herangehensweise soll durch *Abbildung 8.13* verdeutlicht werden. In dieser Abbildung wurde für eine konstante Schwingspielzahl die zulässige Spannungsamplitude τ_A (blau) über der vorhandenen Mittelspannung τ_m aufgetragen. Aus zulässiger Spannungsamplitude und vorhandener Mittelspannung ergibt sich die zulässige Oberspannung τ_0 .

Der Betrag des Schädigungsparameters bei einer Mittelspannung $\tau_m = 0$ MPa stellt den Ausgangspunkt für die Betrachtungen dar. Durch Ersetzen der zulässigen Oberspannung τ_0 und der zulässigen Spannungsamplitude τ_A in *Gleichung 4.69* durch eine über die Mittelspannungsempfindlichkeit korrigierte Oberspannung τ_0' und Spannungsamplitude τ_A' folgt der allgemeine Zusammenhang für den Schädigungsparameter P_{RKK} .

$$P_{RKK\tau} = \sqrt{\tau_0' \cdot \tau_A'} \quad 8.32$$

Die Zusammenhänge zwischen der zulässigen Oberspannung τ_0 und der mittelspannungsunabhängigen Oberspannung τ_0' sowie zwischen der zulässigen Spannungs-

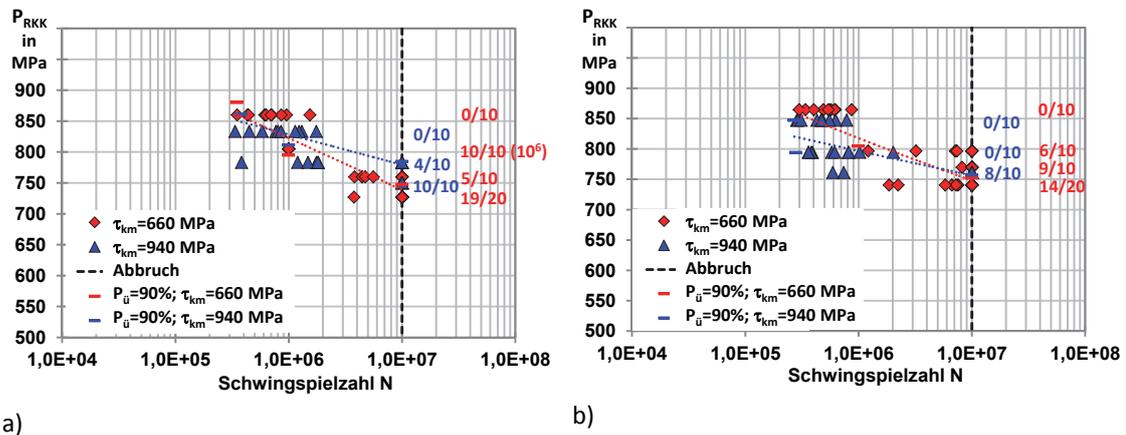
amplitude τ_A und der mittelspannungsunabhängigen Spannungsamplitude τ_A' werden durch

$$\tau'_O = \tau_O - (1 - M_\tau) \cdot \tau_m \quad 8.33 \quad \tau'_A = \tau_A + M_\tau \cdot \tau_m \quad 8.34$$

beschrieben. Nach Einsetzen von *Gleichung 8.33* und *8.34* in *Gleichung 8.32* ergibt sich die Gleichung für den mittelspannungsunabhängigen Schädigungsparameter P_{RKK} .

$$P_{RKK\tau} = \sqrt{(\tau_O - (1 - M_\tau) \cdot \tau_m) \cdot (\tau_A + M_\tau \cdot \tau_m)} \quad 8.35$$

Bei Anwendung des Schädigungsparameters auf die Ergebnisse der in *Abbildung 7.13* dargestellten Dauerschwingversuche ergeben sich die nachfolgend dargestellten Diagramme. Verwendet wurde dafür das arithmetische Mittel der in *Tabelle 7.5* enthaltenen Werte der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ .



a) **Abbildung 8.14:** Dauerschwingversuche an *kugelgestrahlten* Federn bei Verwendung des Schädigungsparameters P_{RKK} a) G1_350 b) G1_420

Durch *Abbildung 8.14* wird deutlich, dass bei Verwendung des Schädigungsparameters P_{RKK} eine gute Vergleichbarkeit von Dauerschwingversuchen bei verschiedenen Mittelspannungen realisiert wird. Es können so mittelspannungsunabhängige Schädigungsparameter-Wöhlerlinien erstellt werden. Voraussetzung für die Anwendung des neuen Schädigungsparameters ist die Kenntnis der Mittelspannungsempfindlichkeit des jeweiligen Werkstoffes.

8.4 Nutzung der Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen für die Federauslegung

In diesem Abschnitt wird eine Übertragung der aus Umlaufbiegeprüfungen ermittelten Biegewechselfestigkeiten σ_{bW} auf zulässige Torsionsspannungsamplituden τ_{kA} an Schraubendruckfedern vollzogen (vgl. *Abbildung 5.2*). Die dafür notwendigen Betrachtungen wurden in den vorangegangenen Abschnitten durchgeführt. Es werden nun im

Anschluss folgende Rechenschritte zur Übertragung der dynamischen Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen auf zulässige Spannungen bei Dauerschwingversuchen an Schraubendruckfeder durchgeführt:

Tabelle 8.5: Formale Grundlagen zur Übertragung zulässiger Spannungen aus Umlaufbiegeprüfungen auf zulässige Spannungen in Schraubendruckfedern

<p>1: Übertragung (<i>Übertragung 1</i>) zulässiger Spannungen für umlaufende Biegung σ_{bW} auf zulässige Spannungen bei wechselnder Torsion τ_W (Draht)</p> <p>$\tau_W^{o,ES}$ – Torsionswechselfestigkeit eigenspannungsfeie Probe (NK)</p> <p>τ_W^{ES} – Torsionswechselfestigkeit eigenspannungsbehaftete Probe (KS)</p> <p>$\sigma_{bW}^{o,ES}$ – Biegewechselfestigkeit eigenspannungsfeie Probe (NK)</p> <p>σ_{bW}^{ES} – Biegewechselfestigkeit eigenspannungsbehaftete Probe (KS)</p>	$\tau_W^{o,ES} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{bW}^{o,ES}$ $\tau_W^{ES} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{bW}^{ES} \quad (\text{GEH})$	1a
	$\tau_W^{o,ES} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_{bW}^{o,ES}}{K_{R,\sigma}} \right) \cdot (K_{R,\tau})$ $\tau_W^{ES} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_{bW}^{ES}}{K_{R,\sigma}} \right) \cdot (K_{R,\tau}) \quad (\text{GEH})$	1b
	$\tau_W^{ES} = (K_{R,\tau}^{ES}) (\alpha \cdot p_{max} + \tau_{a,max})$ <p style="text-align: right;">(Dang Van)</p>	1c
	<p>mit:</p> $\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{(\sigma_{bW,pol}^{ES} - \sigma_{bW,pol}^{o,ES})}{(2\sigma_{ES} + \sigma_{bW,pol}^{ES} - \sigma_{bW,pol}^{o,ES})}$ $\tau_{a,max} = \sigma_{bW,pol}^{o,ES} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \alpha \right)$ $\sigma_{bW,pol}^{o,ES} = \frac{\sigma_{bW}^{o,ES}}{K_{R,\sigma}^{o,ES}}$ $\sigma_{bW,pol}^{ES} = \frac{\sigma_{bW}^{ES}}{K_{R,\sigma}^{ES}}$	
<p>2: Übertragung (<i>Übertragung 2</i>) zulässiger Spannungen bei wechselnder Torsion τ_W auf zulässige Spannungen bei schwellender Torsion τ_A (für Draht gilt: $\tau_A = \tau_{kA}$) durch Berücksichtigung der Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ (1)</p>	$\tau_A = \tau_W - M_\tau \cdot \tau_m$ <p style="text-align: right;">(nach Goodman)</p>	2a
	$\tau_A = \tau_W \cdot \left(\frac{1 + M_\tau/3}{1 + M_\tau} - \frac{M_\tau}{3} \cdot \frac{\tau_m}{\tau_W} \right)$ <p style="text-align: right;">(nach FKM für $0 < R < 0,5$)</p>	2b
	<p>mit:</p> $M_\tau = (a_M \cdot 10^{-3} \cdot R_m + b_M) \cdot (\tau_W / \sigma_{bW})$ $a_M = 0,35; b_M = -0,1$	
	<p>oder:</p> $M_\tau = 0,83 \cdot M_\sigma$ $M_\sigma = M_{ES,\sigma}$ $M_{ES,\sigma} = (\sigma_{bW,pol}^{ES} - \sigma_{bW,pol}^{o,ES}) / \sigma_{ES} $	*
<p>3: Übertragung (<i>Übertragung 3</i>) der zulässigen Torsionsspannungsamplituden des Drahtes auf zulässige Torsionsspannungsamplituden der Schraubendruckfeder</p>	$\tau_{kA,Feder} = \tau_{A,Draht} = \tau_{kA,Draht}$	3a
	$\tau_{k'A,Feder} = \tau_{k'A,Draht}$	3b
	$\tau_{kA,Feder} = \frac{\tau_{kA,Draht}}{n_{G,Draht}} \cdot n_{G,Feder}$	3c

(1) Mittelspannung richtet sich nach dem für Übertragung 3 verwendeten Rechenansatz

Zunächst werden in diesem Zusammenhang die möglichen Übertragungskombinationen von nicht kugelgestrahlten Drähten auf nicht kugelgestrahlte Schraubendruckfedern hinsichtlich ihrer Übertragungsgenauigkeit überprüft. Dabei wird davon ausgegangen, dass keine weiteren dynamischen Versuche an kugelgestrahlten Drähten vorliegen. Dementsprechend können die Übertragungen 1c und 2a* sowie 2b* für diesen Fall nicht angewendet werden. Weiterhin ergeben sich aufgrund der hier betrachteten Federgeometrie und dem statistischen Größeneinfluss nur geringe Unterschiede zwischen Übertragung 3b und 3c. In den folgenden Diagrammen wird deshalb auf eine Darstellung der Übertragung 3b verzichtet. Die Übertragung 1a liefert bei Übertragung der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} in eine Torsionswechselfestigkeit τ_w deutlich ungenauere Werte. Es wurde deshalb jeweils nur eine der möglichen Übertragungskombinationen in *Abbildung 8.15* und *Abbildung 8.16* dargestellt.

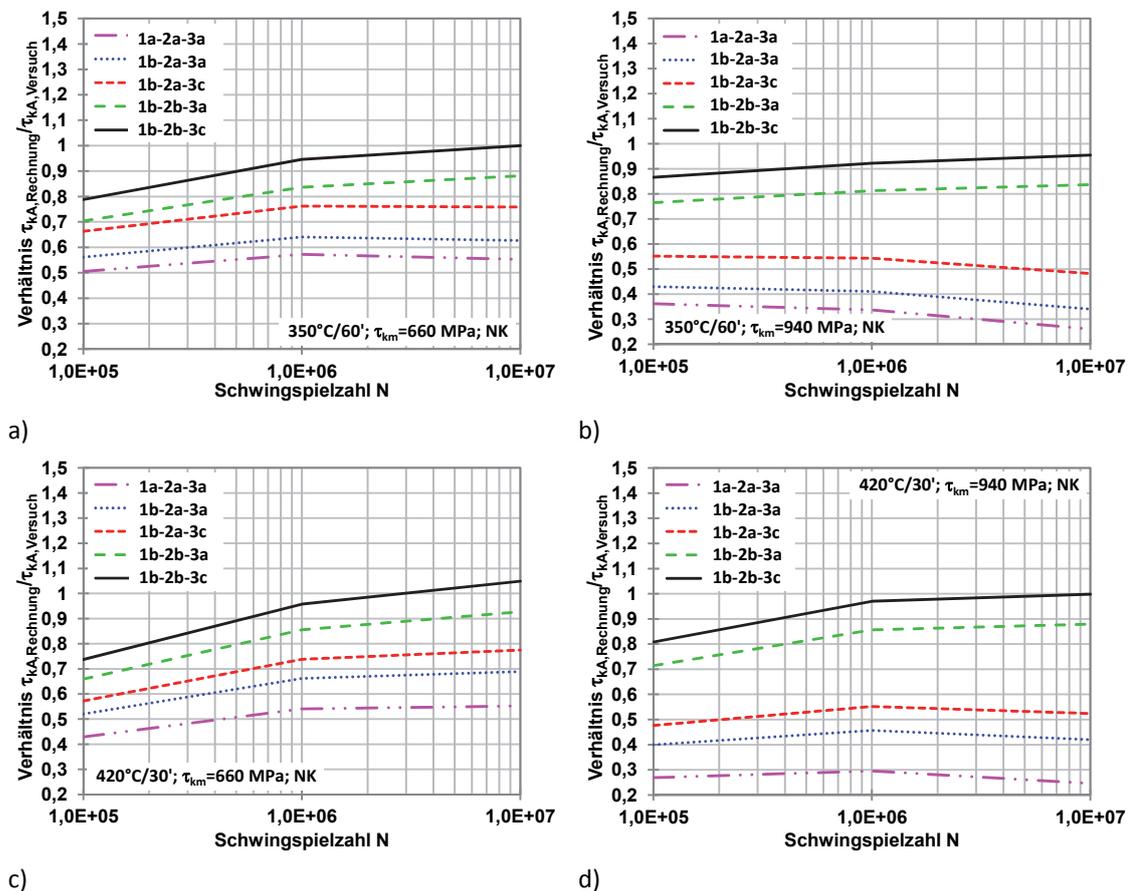


Abbildung 8.15: Verhältnis zwischen berechneter und versuchstechnisch ermittelter zulässiger Spannungsamplitude τ_{kA} bei *nicht kugelgestrahlten* Federn a) $350^{\circ}\text{C}/60'$ wärmebehandelt, $\tau_{km}=660$ MPa b) $350^{\circ}\text{C}/60'$ wärmebehandelt; $\tau_{km}=940$ MPa c) $420^{\circ}\text{C}/30'$ wärmebehandelt, $\tau_{km}=660$ MPa b) $420^{\circ}\text{C}/30'$ wärmebehandelt; $\tau_{km}=940$ MPa

Betrachtet wird das Verhältnis zwischen den durch Rechnung bestimmten zulässigen Spannungsamplituden der Feder $\tau_{kA,Rechnung}$ und den durch Dauerschwingversuchen

ermittelten zulässigen Spannungsamplituden $\tau_{kA, \text{Versuch}}$. Wird entsprechend ein Verhältnis von eins ermittelt, liegen keine Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch vor.

Die besten Ergebnisse liefert sowohl bei niedriger, als auch bei hoher vorhandener Mittelspannung τ_{km} die Übertragungskombination 1b-2b-3c mit einem Verhältnis von Rechnung und Versuch zwischen 0,74 und 1,04. Die größten Abweichungen liegen bei 10^5 Schwingspielen vor. Die schlechtesten Ergebnisse liefert hingegen mit einem Verhältnis von Rechnung und Versuch zwischen 0,25 bis 0,57 die Übertragungskombination 1a-2a-3a, die dem gegenwärtigen Stand der Technik entspricht. Die zulässigen Spannungen würden mit dieser Übertragungskombination deutlich unterschätzt. Auffällig ist weiterhin, dass bei den Übertragungskombinationen, die keine Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit ab einem Spannungsverhältnis von $R > 0$ berücksichtigen, eine Vergrößerung der Abweichung mit zunehmender Mittelspannung erfolgt (vgl. *Abbildung 8.15 a* mit *b* und *c* mit *d*). Bei nicht kugelgestrahlten Schraubendruckfedern ist dementsprechend von einer Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit mit zunehmendem Spannungsverhältnis auszugehen. Damit wäre auch der geringe Abfall der zulässigen Spannungsamplituden mit zunehmender Mittelspannung bei den Dauerschwingversuchen an nicht kugelgestrahlten Schraubendruckfedern zu erklären (vgl. *Abbildung 7.12*).

Für die Übertragung der zulässigen Spannungsamplituden aus Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten Drähten auf zulässige Spannungsamplituden für Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Schraubendruckfedern ergeben sich aus *Tabelle 8.5* bei vollständiger Kombination insgesamt 36 verschiedene Übertragungskombinationen. Entsprechend ist aus Gründen der Übersichtlichkeit eine Eingrenzung auf sinnvolle Übertragungskombinationen durchzuführen.

Die Übertragung 2b wird ausgeschlossen, da die Mittelspannungsempfindlichkeit bei kugelgestrahlten Federn bei Spannungsverhältnissen $R > 0$ nicht abnimmt. Weiterhin sind in jedem Fall statistische Größeneinflüsse bei der Übertragung der zulässigen Spannungsamplituden des Drahtes auf zulässige Spannungsamplituden der Feder zu berücksichtigen. Da die Übertragungen 3b und 3c für die hier untersuchten Federgeometrien nahezu gleiche Ergebnisse liefern, wird auf Betrachtungen zur Übertragung 3b verzichtet.

Aus dieser Eingrenzung ergeben sich die in *Abbildung 8.16* dargestellten Übertragungskombinationen. Ergänzt wurden diese durch die Übertragungskombination 1a-2a-3a, die den Stand der Technik vor Erstellung dieser Arbeit repräsentiert.

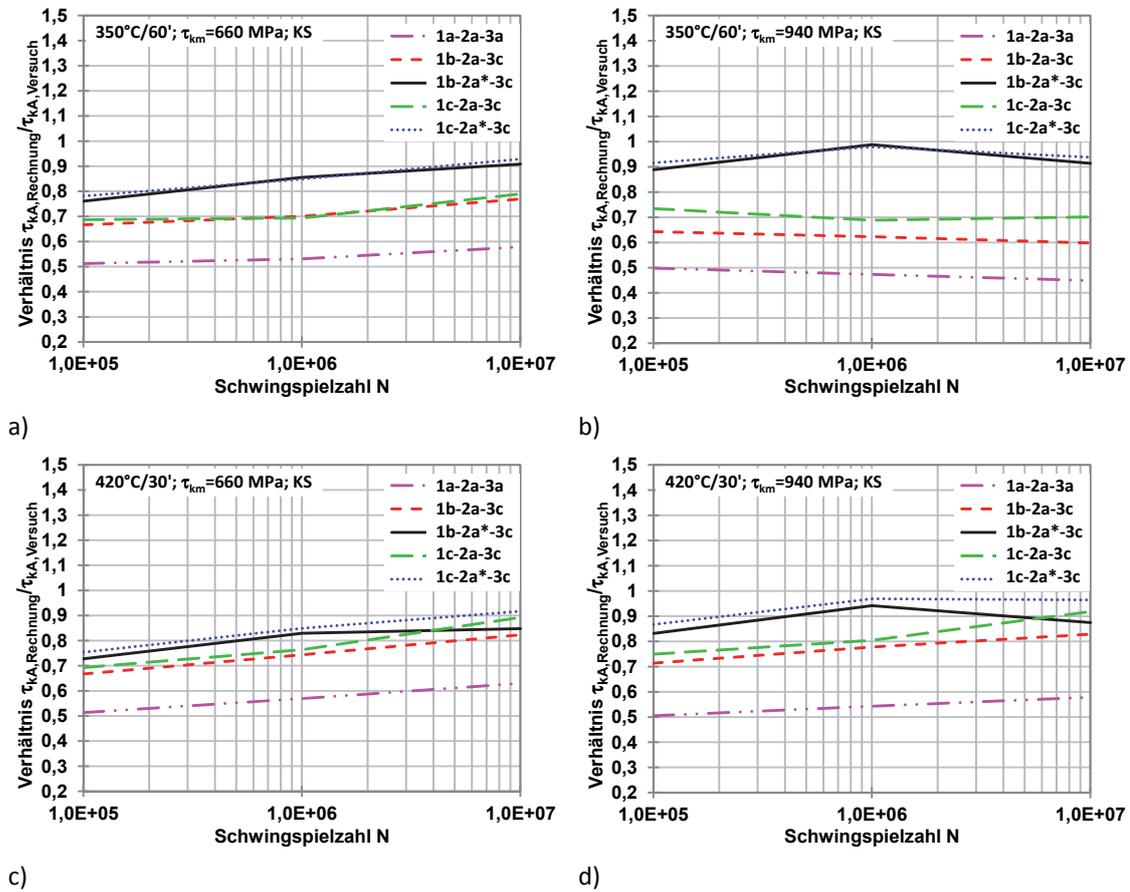


Abbildung 8.16: Verhältnis zwischen berechneter und versuchstechnisch ermittelter zulässiger Spannungsamplitude τ_{kA} bei kugelgestrahlten Federn a) $350^\circ\text{C}/60'$ wärmebehandelt, $\tau_{km}=660$ MPa b) $350^\circ\text{C}/60'$ wärmebehandelt; $\tau_{km}=940$ MPa c) $420^\circ\text{C}/30'$ wärmebehandelt, $\tau_{km}=660$ MPa b) $420^\circ\text{C}/30'$ wärmebehandelt; $\tau_{km}=940$ MPa

Durch *Abbildung 8.16* wird gezeigt, dass eine deutliche Verbesserung bezüglich des gegenwärtigen Standes der Technik mit den erarbeiteten Übertragungsmöglichkeiten erreicht wird. In Richtung kleinerer Schwingspielzahlen ($N=10^5$) werden die Abweichungen aufgrund der bereits bei der Übertragung der Biege- und Torsionswechselfestigkeiten σ_{bW} in Torsionswechselfestigkeiten τ_W vorhandenen Abweichungen größer (vgl. *Abbildung 8.8* und *Abbildung 8.9*). Die beste Ergebnisqualität liefert die Übertragungskombination 1c-2a*-3c bei der nach dem Kriterium von Dang Van die Torsionswechselfestigkeit τ_W bestimmt und durch Versuche an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten die Mittelspannungsempfindlichkeit M_τ ermittelt wurde.

Das Verhältnis zwischen Rechnung und Versuch liegt bei dieser Übertragungskombination im Schwingenspielzahlbereich zwischen 10^6 und 10^7 bei 0,85 bis 0,98. Im Bereich von 10^5 Schwingenspielen sind die berechneten Werte mit 0,76 bis 0,91 ungenauer. Eine gute Ergebnisqualität liefert ebenfalls die Übertragungskombination 1b-2a*-3c. Im Bereich zwischen 10^5 und 10^7 Schwingenspielen liegen die berechneten Verhältnisse zwischen 0,73 und 0,98. Durch die verschiedenen Übertragungskombinationen werden bei kugelgestrahlten Drähten ausschließlich konservative zulässige Spannungsamplituden ermittelt, die aber um Faktor 1,5..1,9 oberhalb der nach dem Stand der Technik (1a – 2a – 3a) bestimmten und deutlich zu niedrigen Werten liegen.

Die Bestimmung der Mittelspannungsempfindlichkeit stellt bei der Übertragung der Biegewechselfestigkeitswerte aus Umlaufbiegeprüfungen auf zulässige Spannungsamplituden der Schraubendruckfeder ein großes Problem dar. Mit Hilfe der Auswertung von Biegewechselfestigkeitswerten von nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten können nun, was durch *Abbildung 8.17* bestätigt wurde, die Mittelspannungsempfindlichkeiten besser abgeschätzt werden. Sollen aus Kostengründen ausschließlich Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten Drähten durchgeführt werden, können die zur Berechnung erforderlichen Mittelspannungsempfindlichkeiten ausschließlich auf Grundlage von *Gleichung 4.61* bestimmt werden. Diese, von der Zugfestigkeit R_m und zwei werkstoffspezifischen Konstanten $a_M=0,35$ und $b_M=-0,1$ abhängige Gleichung liefert, ausgehend von den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen, zu große Werte der Mittelspannungsempfindlichkeit M_{τ} . Eine Reduzierung der Konstanten a_M von 0,35 auf 0,29, wie in [Rei13] vorgeschlagen, würde deutlich bessere Werte bei der Übertragung liefern.

Maßgeblichen Einfluss auf die Ergebnisqualität hat die Übertragung der Werte der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} auf die Torsionswechselfestigkeit τ_W . Werden Möglichkeiten zur genaueren Übertragung gefunden, erhöht sich auch die Ergebnisqualität der berechneten zulässigen Spannungsamplitude der Feder τ_{kA} .

8.5 Validierung der entwickelten Methoden anhand von Umlaufbiegeprüfungen und Dauerschwingversuchen an patentiert gezogenen Drähten

Zur Validierung der favorisierten Methode wurden an kugelgestrahlten Drähten und Federn aus patentiert gezogenem Material mit dem Durchmesser $d=2,0$ mm Umlaufbiegeprüfungen und Dauerschwingversuche durchgeführt. Die Federn besaßen ein Wickelverhältnis von $w=9$ und 4,8 federnde Windungen. Die Zugfestigkeit der zur Federherstellung verwendeten Drähte lag zwischen 1607 MPa und 2233 MPa.

Die bei den Dauerschwingversuchen vorhandene, mit k korrigierte Mittelspannung, lag bei $\tau_{km}=600$ MPa. Die Dauerschwingversuche wurden bei 10^6 bzw. 10^7 Schwingspielen abgebrochen. Für die Bestimmung der zulässigen Spannungsamplitude der Federn wurde die Übertragungskombination 1b-2a-3c verwendet (vgl. *Tabelle 8.5*). Alternative Rechenkombinationen, die zum Teil bessere Ergebnisse bei der Übertragung lieferten, konnten aufgrund fehlender Biegegewecheigenschaftenwerte von nicht kugelgestrahlten Drähten nicht angewendet werden. Auf die Übertragungskombination 1b-2b-3c wurde verzichtet, da bei den in dieser Arbeit geprüften kugelgestrahlten Federn keine Reduzierung der Mittelspannungsempfindlichkeit bei einem Spannungsverhältnis $R>0$ festgestellt wurde. Zu erklären ist dies durch die in *Abschnitt 8.3.1* durchgeführten Betrachtungen. Die Ergebnisse der durchgeführten Übertragung wurden in *Tabelle 8.6* zusammengefasst.

Tabelle 8.6: Vergleich der berechneten mit den dynamisch abgeprüften zulässigen Spannungsamplituden der Schraubendruckfedern

Drabt		Schraubendruckfeder		
R_m in MPa	$\sigma_{bW, Versuch}$ in MPa	$\tau_{kA, Versuch}$ in MPa	$\tau_{kA, Rechnung}$ in MPa	$\tau_{kA, Rechnung} / \tau_{kA, Versuch}$
1806	727	409	326	0,80
1786	726	400	327	0,82
1641	750	395	359	0,91
1607	693	359	323	0,90
2233	887	424	378	0,90
2166	828	414	337	0,82

Die in *Tabelle 8.6* enthaltenen Rechenergebnisse zeigen, dass auch bei Federn aus anderem, als zur Erstellung der Übertragungsmethode verwendetem, Material konservative zulässige Spannungsamplituden abgeschätzt werden. Das Verhältnis zwischen berechneter und versuchstechnisch ermittelter Spannungsamplitude liegt für die sechs Federvarianten zwischen 0,80 und 0,91. Absolut liegen die Abweichungen zwischen 36 MPa und 83 MPa in Richtung konservativer Spannungen.

8.6 Bruchmechanische Betrachtungen zur Berücksichtigung von nichtmetallischen Einschlüssen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern

In diesem Abschnitt werden ausschließlich Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen betrachtet. Diese traten bei Umlaufbiegeprüfungen und Torsionsschwellprüfungen an Drähten sowie bei Dauerschwingversuchen an Federn auf.

8.6.1 Korrelation zwischen bruchmechanischen Kennwerten aus Umlaufbiegeprüfungen und dynamischen Torsionsversuchen

Der Normalenvektor der Bruchfläche der durch nichtmetallische Einschlüsse verursachten Brüche liegt bei den untersuchten Proben in Richtung der größten Hauptnormalspannung. Somit liegen die Bruchflächen bei Torsion in Richtung 45° zur Drahtachse und bei Biegung in Richtung 90° zur Drahtachse (vgl. *Abbildung 8.17*).

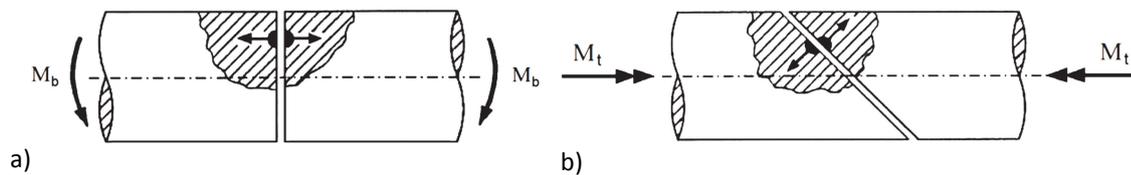


Abbildung 8.17: Theoretische Bruchverläufe an inneren Fehlstellen in Abhängigkeit von der Beanspruchungsart a) Biegung b) Torsion [Geo00]

Ebenso wie bei der Auswertung von Einschlussbrüchen bei Umlaufbiegeprüfungen ist bei der Auswertung von Einschlussbrüchen bei dynamischer Torsionsbeanspruchung von Drähten eine Übertragung der vorhandenen Nennspannung auf die örtlich am Einschluss vorhandene Torsionsspannung erforderlich.

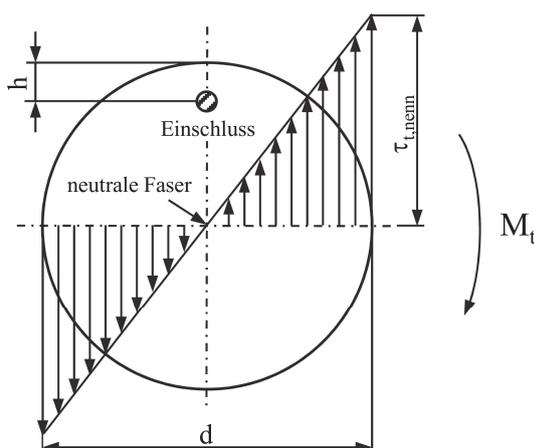


Abbildung 8.18: Spannungsverteilung am Torsionsstab

Bei geraden, auf Torsion beanspruchten Drähten, erfolgt deren Bestimmung analog der bei auf Biegung beanspruchten Drähten. Dabei wird aufgrund der rein elastischen Verformung des Drahtes von einer von der Drahtmitte mit steigendem Abstand linear zunehmenden Torsionsspannung ausgegangen.

Die örtlich vorhandene Torsionsspannung ergibt sich somit aus *Gleichung 8.36*.

$$\tau_t(h) = \left(1 - \frac{2h}{d}\right) \cdot \tau_{t,nenn} \quad 8.36$$

Bei der Ermittlung der in Schraubendruckfedern lokal über dem Einschluss vorhandenen Torsionsspannung ist die Spannungsüberhöhung aufgrund der räumlich gekrümmten Geometrie des zur Feder gewundenen Drahtes zu berücksichtigen (vgl. *Abbildung 4.6*). Es wird deshalb die in *Abschnitt 8.1* abgeleitete *Gleichung 8.4* in modifizierter Form verwendet.

$$\tau_t(r, \varphi) = (a \cdot (r_a - h)^2 \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot (r_a - h) \cdot \cos \varphi + c) \cdot \frac{(r_a - h)}{r_a} \cdot \tau_{t,nenn} \quad 8.37$$

Nachfolgend werden nun die Spannungen am Einschluss des tordierten Drahtes betrachtet. Für jeden beliebigen Spannungszustand ist es möglich, eine Transformation in ein Hauptachsensystem durchzuführen. Durch Drehung des rein auf Torsion belasteten Flächenelementes um 45° ergibt sich der Spannungszustand des Hauptachsensystems.

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 \end{bmatrix} \quad 8.38$$

Der Betrag der Hauptnormalspannung σ_1 entspricht dabei der maximalen Torsionsspannung $\tau_{t,nenn}$ ($\tau_{t, \max}$). Bei dem für die Auswertung von Einschlussbrüchen bei Umlaufbiegeprüfungen verwendeten Strukturmodell wird lediglich von einer wirkenden Zugspannung ausgegangen (vgl. *Abschnitt 4.3.4.7.4*). Bei Torsion hingegen sind neben der Zugspannung auch betragsmäßig gleich große Druckspannungen vorhanden. Es ist von einem weiteren Einfluss durch diese zusätzlich vorhandenen Druckspannungen auszugehen. Im Kontext des Strukturmodells wird dementsprechend eine verwendbare resultierende Zugspannung σ_{res} gebildet.

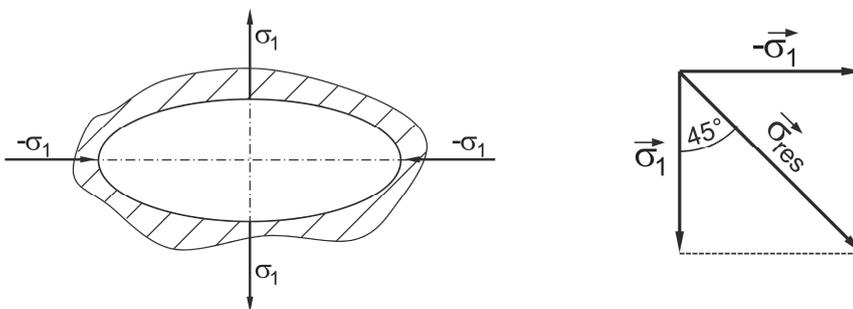


Abbildung 8.19: Spannungswirkung im Hauptachsensystem a) Beanspruchung des Risses b) geometrische Addition

Da der Beitrag der Druckspannungskomponente zur Rissöffnung geringer einzuschätzen ist als der der Zugspannungskomponente, erfolgt keine Addition der Beträge der Hauptspannungen. Vielmehr soll an dieser Stelle eine geometrische Addition der Hauptnormalspannungen vorgeschlagen werden, wodurch sich für σ_{res} der durch *Gleichung 8.39* beschriebene Zusammenhang ergibt.

$$\sigma_{res} = \sqrt{\sigma_1^2 + (-\sigma_1)^2} = \sqrt{2} \cdot \sigma_1 \quad 8.39$$

Für die resultierende Zugspannung in Abhängigkeit von der Tiefenlage eines Einschlusses in einem auf Torsion beanspruchten geraden Drahtes folgt entsprechend *Gleichung 8.40*.

$$\sigma_{res}(h) = \sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{2h}{d}\right) \tau_{t,nenn} \quad 8.40$$

Für rein wechselnde Torsion kann unter Verwendung von *Gleichung 8.40* die Schwingbreite der Spannungsintensität durch

$$\Delta K_{I,R=-1} = \left(1 - \frac{2h}{d}\right) \cdot \tau_{t,nenn} \cdot \sqrt{\frac{16}{\pi} \cdot 2a} \quad 8.41$$

ermittelt werden. Aufgrund fehlender Torsionswechselbrüche bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Drahtproben, hervorgerufen durch nichtmetallische Einschlüsse, wird an dieser Stelle auf eine Beispielrechnung verzichtet.

Bei Torsionsschwellversuchen ($R=0$) wurde bei den mit $350^\circ\text{C}/60'$ wärmebehandelten Drähten bei einer Mittelspannung $\tau_{m,nenn}=500$ MPa, einer Spannungsamplitude $\tau_{a,nenn}=500$ MPa in einer Tiefe $h=213\mu\text{m}$ bei $1,3 \times 10^6$ Schwingspielen ein Einschluss mit $49\mu\text{m}$ Durchmesser festgestellt. Aus diesen Werten kann nach *Gleichung 8.41* die Schwingbreite der Spannungsintensität für $R_K=0$ ermittelt werden. Umlaufbiegeprüfungen finden bei einem Spannungsverhältnis $R_K=-1$ statt. Für eine gemeinsame Betrachtung der durch dynamische Torsionsversuche und durch Umlaufbiegeprüfungen ermittelten Schwingbreiten der Spannungsintensität wird eine Übertragung auf das bei Umlaufbiegeprüfungen vorhandene Spannungsverhältnis R_K durchgeführt. Unter Voraussetzung eines im Bereich des nichtmetallischen Einschlusses eigenspannungsfreien Bereiches gilt dabei $R_K=R$. In [Rad13] werden für die Übertragung der Schwingbreiten der Spannungsintensität verschiedene Ansätze vorgeschlagen.

$$\Delta K_{I,R} = \Delta K_{I,R=0} \cdot (1 - R_K)^{1/m} \quad \text{keine Einschränkung für } R_K, \quad 8.42$$

mit $1/m=0,31$

$$\Delta K_{I,R} = \Delta K_{I,R=0} \cdot (1 - R_K)^\gamma \quad \text{für } R_K \geq 0 \text{ mit } \gamma=0,7\dots 1,0 \text{ für Stähle} \quad 8.43$$

$$\Delta K_{I,R} = \Delta K_{I,R=0} \cdot \sqrt{\frac{1 - R_K}{1 + R_K}} \quad \text{für } R_K \geq 0 \quad 8.44$$

Da für diese Betrachtungen eine Übertragung in Spannungsverhältnisbereiche $R_K < 0$ erforderlich ist, können die *Gleichungen 8.43* und *8.44* dafür nicht genutzt werden. Durch FKM [FKM06] wird für das Verhältnis $1/m$ in *Gleichung 8.42* ein Wert von 0,31 vorgeschlagen. Aus *Gleichung 8.42* ergibt sich für $R=-1$ (rein wechselnde Belastung) für $\Delta K_{I,R=-1}$ ein Wert von $273 \text{ MPa mm}^{1/2}$. Der so berechnete Wert der Schwingbreite der Spannungsintensität aus Torsionsschwellprüfungen (rot) wurde in Verbindung mit den aus Umlaufbiegeprüfungen nach *Gleichung 4.126* ermittelten Werten in *Abbildung 8.20* dargestellt.

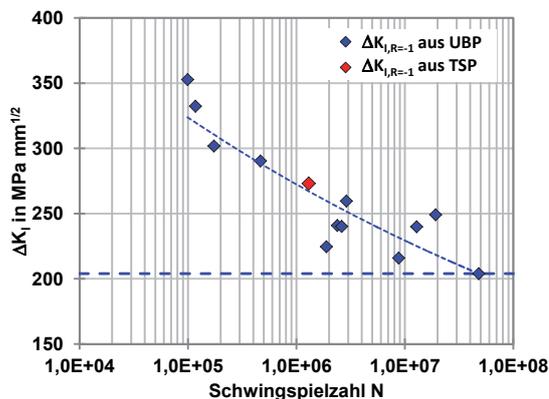


Abbildung 8.20: Schwingbreite der Spannungsintensität aus Umlaufbiegeprüfungen (blau) und Torsionsschwellprüfungen (rot)

Deutlich erkennbar ist die gute Korrelation zwischen den aus Umlaufbiegeprüfungen und Torsionsschwellprüfungen ermittelten Schwingbreiten der Spannungsintensität.

Bei Dauerschwingversuchen an den im Rahmen dieser Arbeit geprüften Federn der Geometrie G1 wurden drei Brüche aufgrund von nichtmetallischen Einschlüssen bei verschiedenen Spannungsverhältnissen R und verschiedenen Schwingspielzahlen N festgestellt. Die erforderlichen Kenngrößen für die Berechnung sind nachfolgend zusammengefasst.

Tabelle 8.7: Angaben zu Einschlussbrüchen an Schraubendruckfedern (Nennspannungen bei r_a)

Bezeichnung	G1_01	G1_02	G1_03
Mittelspannung τ_m in MPa	536	536	536
Amplitude τ_a in MPa	384	402	491
Einschlussgröße $2a$ in μm	59	49	40
Einschlusstiefe h in μm	300	303	187
Schwingenzahl N	45.629.310	5.570.102	433.048
Lage im Federkörper	WAS zur WSF verschoben ($\varphi=45^\circ$)*	WIS, etwas zur WSF verschoben ($\varphi=135^\circ$)*	WIS ($\varphi=180^\circ$)*

* WIS: Windungsinseite; WSF: Windungsseitenfläche; WAS: Windungsaußenseite

Für die Übertragung der oben dargestellten Größen müssen zunächst die örtlich am Einschluss vorhandenen Spannungen ermittelt werden. Dabei werden der Spannungsverlauf des räumlich gekrümmten Drahtes über den Drahtquerschnitt und der Abstand h des nichtmetallischen Einschlusses von der Drahtoberfläche berücksichtigt. Verwendet wird dafür *Gleichung 8.37*, wobei jeweils die Nennmittelspannung τ_m sowie die Nennspannungsamplitude τ_a einzusetzen sind.

Tabelle 8.8: Rechengrößen zur Bestimmung der lokal über dem Einschluss vorhandenen Spannungen

Bezeichnung/ Einheit	G1_01	G1_02	G1_03
lokale Mittelspannung $\tau_{m,l}$ in MPa	395,4	508,8	583,9
Lokale Spannungsamplitude $\tau_{a,l}$ in MPa	283,3	381,6	534,9
Spannungsverhältnis R	0,165	0,142	0,044

Mit den so ermittelten Werten kann nach *Gleichung 8.45* in Abhängigkeit vom jeweiligen Spannungsverhältnis R die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors $\Delta K_{I,R}$ berechnet werden.

$$\Delta K_{I,R} = \tau_{a,l} \cdot \sqrt{\frac{16}{\pi} \cdot 2a} \quad 8.45$$

Es ergeben sich für die betrachteten Einschlussbrüche folgende spannungsverhältnisabhängigen Schwingbreiten der Spannungsintensität $\Delta K_{I,R}$:

$$G1_01: \Delta K_{I,R=0,165} = 155,3 \text{ MPa mm}^{1/2}$$

$$G1_02: \Delta K_{I,R=0,143} = 190,6 \text{ MPa mm}^{1/2}$$

$$G1_03: \Delta K_{I,R=0,044} = 241,0 \text{ MPa mm}^{1/2}$$

Um diese Werte mit den aus Umlaufbiegeprüfungen ermittelten Werten in einem gemeinsamen Diagramm darstellen zu können, ist wie auch bei geraden dynamisch torzierten Drähten eine Übertragung auf das Spannungsverhältnis $R=-1$ erforderlich. Dafür wird unter Verwendung von *Gleichung 8.42* eine Übertragung in den rein wechselnden Beanspruchungsbereich mit $R=-1$ durchgeführt (vgl. *Gleichung 8.47*).

$$\Delta K_{I,R=0} = \frac{\Delta K_{I,RDSV}}{(1 - R_{DSV})^{0,31}} \quad 8.46$$

$$\Delta K_{I,R=-1} = \Delta K_{I,R=0} \cdot (2)^{0,31} = \frac{\Delta K_{I,RDSV}}{(1 - R_{DSV})^{0,31}} \cdot 2^{0,31} \quad 8.47$$

Dabei entspricht $\Delta K_{I,R=-1}$ der übertragenen Schwingbreite der Spannungsintensität bei einem Spannungsverhältnis $R=-1$, $\Delta K_{I,RDSV}$ der spannungsverhältnisabhängigen Schwingbreite der Spannungsintensität über dem Einschlusse in der jeweiligen untersuchten Feder und R_{DSV} dem Spannungsverhältnis während der Dauerschwingprüfung.

Die jeweiligen übertragenen Werte wurden entsprechend ihrer Schwingspielzahl in Verbindung mit den aus Umlaufbiegeprüfungen an identisch wärmebehandelten Drähten erzeugten Ergebnissen in *Abbildung 8.21* dargestellt.

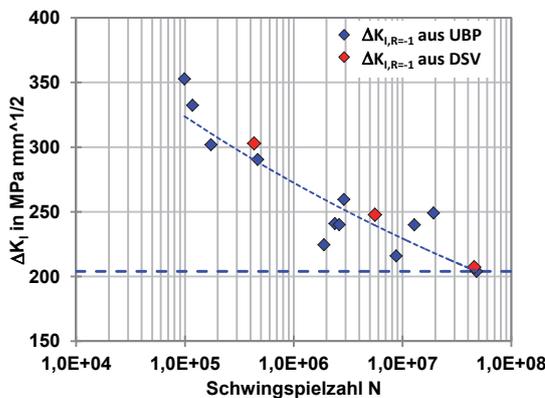


Abbildung 8.21: Schwingbreite der Spannungsintensitätsfaktoren aus Umlaufbiegeprüfungen (blau) und Torsionsschwellprüfungen des Drahtes der Schraubendruckfeder (rot)

Aus *Abbildung 8.21* wird deutlich, dass ebenfalls eine gute Korrelation zwischen den aus Umlaufbiegeprüfungen ermittelten und den aus Ergebnissen der Dauerschwingversuche übertragenen Schwingbreiten der Spannungsintensität besteht. Durch die dargelegte Vorgehensweise wurde somit eine einfach anwendbare Möglichkeit geschaffen, die mit Hilfe von Umlaufbiegeprüfungen ermittelbaren bruchmechanischen Kennwerte direkt für die Federauslegung zu nutzen.

Um eine Auslegung auf Basis dieser Methode durchführen zu können, ist die Information über die in einem hochbelasteten Volumen vorhandene maximale Einschlussgröße erforderlich. Im Folgenden sollen deshalb Möglichkeiten vorgestellt werden, mit deren Hilfe die maximale Einschlussgröße in einem hochbelasteten Werkstoffvolumen der Feder bestimmt werden kann. Dafür muss zunächst das hochbelastete Werkstoffvolumen in der Feder ermittelt werden.

8.6.2 Möglichkeiten zur Ermittlung des hochbelasteten Werkstoffvolumens in Schraubendruckfedern

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Herangehensweisen zur Ermittlung des hochbelasteten Werkstoffvolumens entwickelt. Diese weisen einen unterschiedlichen Grad der Vereinfachung und Konservativität auf.

Bei der ersten Herangehensweise (Herangehensweise 1) wird von einem hochbelasteten Werkstoffvolumen mit konstanter Spannung ausgegangen.

Zur Bestimmung des hochbelasteten Werkstoffvolumens wird die Grundgleichung zur Bestimmung des Volumens eines Torus genutzt (vgl. *Abbildung 8.1*).

$$V = 2 \cdot \pi^2 \cdot R \cdot r^2 \quad 8.48$$

Betrachtet wird dabei der Bereich, in dem die vorhandenen Spannungen größer als die an der Windungsaußenseite unterhalb des druckeigenungsbeanspruchten Oberflächenbereiches vorhandenen Spannungen sind (rot). Begrenzt wird dieser Bereich durch den druckeigenungsbeanspruchten oberflächennahen Bereich (grau, h_{ES}).

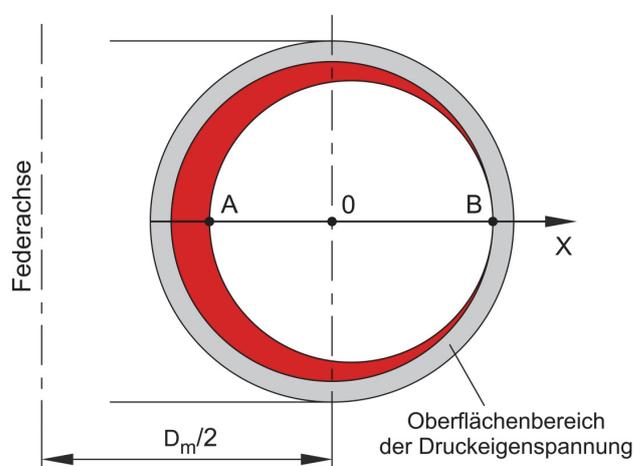


Abbildung 8.22: Hochbelastetes Volumen in der Schraubendruckfeder

Für die Berechnung bildet *Gleichung 8.4* die Grundlage. Es gilt in Punkt B:

$$\tau_1(r_1, \varphi_1) = [ar_1^2 \cos^2 \varphi_1 + br_1 \cos \varphi_1 + c] \cdot \frac{r_1}{r_a} \cdot \tau_{t,nenn} \quad \text{mit: } \varphi_1 = 0;$$

$$r_1 = r_a - h_{ES} \quad 8.49$$

und in Punkt A:

$$\tau_2(r_2, \varphi_2) = [ar_2^2 \cos^2 \varphi_2 + br_2 \cos \varphi_2 + c] \cdot \frac{r_2}{r_a} \cdot \tau_{t,nenn} \quad \text{mit: } \varphi_2 = \pi \quad 8.50$$

Die lokal vorhandenen Spannungen in den Punkten A und B sind identisch. Entsprechend sind *Gleichung 8.49* und *8.50* gleichzusetzen. Es ergibt sich ein Nullstellenproblem 3. Ordnung.

$$0 = ar_2^3 - br_2^2 + cr_2 - [ar_1^3 + br_1^2 + cr_1] \quad 8.51$$

Als Ergebnis von *Gleichung 8.51* ergeben sich eine reelle und zwei komplexe Lösungen (vgl. *Anhang A*). Die reelle Lösung entspricht dabei dem Wert für r_2 .

$$r_1 = \overline{OB} \quad 8.52 \quad r_2 = \overline{OA} \quad 8.53$$

Es ist nun möglich, unter Verwendung von *Gleichung 8.48* das hochbelastete Volumen einer Windung der Feder zu berechnen. Dafür wird zum einen das Volumen V_{klein} betrachtet, in dem die normierten vorhandenen Spannungen kleiner als an den Stellen A und B sind und zum anderen das Volumen $V_{\text{groß}}$, dass durch den druckeigenungsbeanspruchten oberflächennahen Bereich begrenzt wird. Die in *Gleichung 8.48* enthaltenen Rechengrößen werden für V_{klein} durch

$$r_{\text{klein}} = (r_1 + r_2)/2 \quad 8.54 \quad R_{\text{klein}} = (D_m + r_1 - r_2)/2 \quad 8.55$$

und für $V_{\text{groß}}$ durch

$$r_{\text{groß}} = r_a - h_{ES} \quad 8.56 \quad R_{\text{groß}} = D_m/2 \quad 8.57$$

beschrieben. Die Differenz von $V_{\text{groß}}$ und V_{klein} entspricht dann dem hochbelasteten Volumen V_1^* einer Windung der Feder. Das Gesamtvolumen ergibt sich durch Multiplikation mit der Anzahl der federnden Windungen n_f der Feder zu V_1 .

Bei der zweiten Herangehensweise (Herangehensweise 2) werden unterschiedlich hoch belastete Volumen über das Spannungsintegral berücksichtigt.

Rödling [Röd11] verwendete das Spannungsintegral, um die bei Umlaufbiegeprüfungen aufgrund des Spannungsverlaufs über den Drahtquerschnitt vorhandene Beeinflussung der im Material detektierbaren Einschlüsse und deren Verteilungsfunktion zu berücksichtigen. Dabei wurde eine Überführung der Umlaufbiegebeanspruchung in eine schädigungsäquivalente Axialbeanspruchung durchgeführt.

$$V = \int_V \left[\frac{\sigma_{xyz}}{\sigma_{max}} \right]^{\frac{1}{m}} dV \quad 8.58$$

Das Spannungsintegral bzw. das spannungsäquivalente Volumen des Drahtes V_0 ist sowohl von der Bauteilgeometrie als auch von dem Streuungsexponent abhängig. Es handelt sich entsprechend um keine reine Bauteilgröße [Hai02]. Unter Voraussetzung einer von der Drahtmitte aus linear mit dem Radius r zunehmenden Normalspannung ergibt sich aus *Gleichung 8.58*:

$$V = \int_V \left[\frac{r}{r_a} \right]^{\frac{1}{m}} dV \quad 8.59$$

Mit dem Streuungsexponenten der Logit-Verteilung

$$m = 0,524 \cdot \lg T_L \quad 8.60$$

und Ersetzen des differenziellen Volumens dV durch

$$dV = 2\pi \cdot r \cdot l_0 \cdot dr \quad 8.61$$

ergibt sich aus *Gleichung 8.59* nach Integration und bei Berücksichtigung der Tiefe des Nulldurchgangs von Druck- in Zugeigenspannungen h_{ES} für das spannungsäquivalente Volumen des durch umlaufende Biegung geprüften Drahtes V_D folgende Beziehung [Röd11]:

$$V_D = \frac{2\pi \cdot l_0}{2 + \frac{1}{m}} \cdot r_a^{-\frac{1}{m}} \cdot (r_a - h_{ES})^{2 + \frac{1}{m}} \quad 8.62$$

Auf gleiche Weise wird auch das spannungsäquivalente Volumen der Schraubendruckfeder für konstante Schubbeanspruchung gebildet. Vereinfachend wird ebenfalls von einer linear von der Drahtmitte aus mit dem Radius r zunehmenden Schubspannung ausgegangen.

Die Drahtlänge l_0 aus *Gleichung 8.61* wird durch einen vom mittleren Windungsdurchmesser D_m und von der Anzahl federnder Windungen n_f abhängigen Term ersetzt.

$$V_F = \frac{2\pi^2 \cdot D_m \cdot n_f}{2 + \frac{1}{m}} \cdot r_a^{-\frac{1}{m}} \cdot (r_a - h_{ES})^{2+\frac{1}{m}} \quad 8.63$$

Der Spannungsbeiwert $k(x)$ und der damit verbundene Spannungsverlauf über den Drahtquerschnitt wird bei dieser Herangehensweise nicht berücksichtigt.

Durch eine Erweiterung der vorangestellten Herangehensweise (Herangehensweise 3) wird der vorhandene Spannungsverlauf über den Drahtquerschnitt berücksichtigt.

Der Verlauf des Spannungsbeiwertes $k(r, \varphi)$ wird in Abhängigkeit vom Radius r ausgehend von der Drahtmitte und dem Winkel φ ($\varphi=0$ an Windungsaußenseite) durch folgende Gleichung beschrieben.

$$k(r, \varphi) = ar^2 \cos^2 \varphi + br \cos \varphi + c \quad 8.64$$

Die lokal in der Feder vorhandene Schubspannung ergibt sich in Abhängigkeit vom Radius r und dem Winkel φ entsprechend aus:

$$\tau_{r, \varphi}(r, \varphi) = (ar^2 \cos^2 \varphi + br \cos \varphi + c) \cdot \frac{r}{r_a} \cdot \tau_{t, \text{nenn}} \quad 8.65$$

Die maximal in der Feder vorhandene Spannung entspricht:

$$\tau_{\text{max}} = k \cdot \tau_{t, \text{nenn}} \quad 8.66$$

Das Spannungsintegral entspricht somit:

$$V_F = \int_V \left[\frac{\tau_{r, \varphi}}{\tau_{\text{max}}} \right]^{\frac{1}{m}} dV \quad 8.67$$

Der Exponent m wird nach *Gleichung 8.60* ermittelt. Nach Einsetzen ergibt sich für das Spannungsintegral:

$$V_F = \int_V \left[\frac{ar^3 \cos^2 \varphi + br^2 \cos \varphi + cr}{k \cdot r_a} \right]^{\frac{1}{m}} dV \quad 8.68$$

Das differentielle Volumen wird anschließend ersetzt durch:

$$dV = r \cdot l_F \cdot d\varphi \cdot dr \quad 8.69$$

Dabei ist l_F die Länge des Drahtes in der Feder.

$$V_F = \int_0^{r_a - h_{ES}} \int_0^{2\pi} \left[\frac{ar^3 \cos^2 \varphi + br^2 \cos \varphi + cr}{k \cdot r_a} \right]^{\frac{1}{m}} \cdot r \cdot l_F \cdot d\varphi \cdot dr \quad 8.70$$

$$= \frac{l_F}{(k \cdot r_a)^{\frac{1}{m}}} \int_0^{r_a - h_{ES}} \int_0^{2\pi} [ar^3 \cos^2 \varphi + br^2 \cos \varphi + cr]^{\frac{1}{m}} \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \quad 8.71$$

Das vorliegende Integral beschreibt das spannungsäquivalente Volumen einer Schraubendruckfeder. Da eine analytische Lösung dieses Integrals nur mit erhöhtem Rechenaufwand möglich ist, wird auf numerische Lösungsverfahren, die beispielsweise mit dem Programm Maple durchgeführte werden können, zurückgegriffen.

In der folgenden Abbildung wurden die numerischen Lösungen von *Gleichung 8.71* für das spannungsäquivalente Volumen V_F in Abhängigkeit vom Drahtdurchmesser d und Spannungsbeiwert k bzw. dem Wickelverhältnis w der Feder aufgetragen. Die zugrundegelegte Drahtlänge $l_F=l$ wurde bei den Berechnungen nicht variiert und beträgt $l=300$ mm. Das in einer Feder vorhandene spannungsäquivalente Volumen mit der Drahtlänge l_F kann durch eine einfache Verhältnisgleichung $V/l=V_F/l_F$ ermittelt werden.

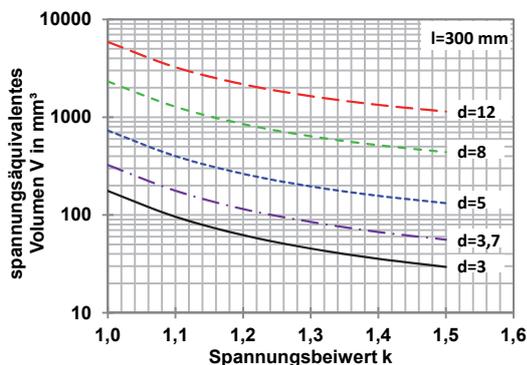


Abbildung 8.23: spannungsäquivalentes Volumen V nach *Gleichung 8.71* mit $l=l_F$ (detaillierter in *Anhang C*)

Durch *Abbildung 8.23* wird verdeutlicht, dass natürlich das spannungsäquivalente Volumen vom jeweiligen Drahtdurchmesser d abhängig ist. Weiterhin nimmt das spannungsäquivalente Volumen mit steigendem Spannungsbeiwert k und dem damit verbundenen größeren Spannungsgefälle ausgehend von der Windungsinenseite der Feder ab. Für einen geraden Draht, d.h. für $k=1$, ergibt sich der durch *Gleichung 8.62* berechenbare Wert des spannungsäquivalenten Volumens. *Gleichung 8.62* stellt somit einen Sonderfall von *Gleichung 8.71* dar.

8.6.3 Abschätzung des auslegungsrelevanten Einschlussdurchmessers

Mit Hilfe von *Gleichung 4.125* können nun die im Vergleichsvolumen V_0 (V_D) vorhandenen mittleren Einschlussdurchmesser \bar{x}_{V_0} ($\bar{x}_{V_0} = \overline{2a_{V_0}}$) auf die im hochbelasteten Volumen der Feder V_1 (V_F) vorhandenen mittleren Einschlussdurchmesser \bar{x}_{V_1} ($\bar{x}_{V_1} = \overline{2a_{V_1}}$) übertragen werden. Dies gilt zunächst für eine Auftretenswahrscheinlichkeit von 50%. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% sind dann im Volumen V_1 nur Einschlüsse vorhanden, die kleiner als \bar{x}_{V_1} sind.

$$\bar{x}_{V_1} = \bar{x}_{V_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{0,524 \cdot \lg T_L} \quad 8.72$$

Die dafür erforderlichen Größen zur Berechnung können direkt aus den Ergebnissen der Umlaufbiegeprüfungen ermittelt werden (vgl. *Abschnitt 7.6*). Natürlich ist eine Auslegung bei einer Wahrscheinlichkeit von 50%, dass ein Einschluss größer \bar{x}_{V_1} im betrachteten Volumen vorhanden ist, nicht sinnvoll. Deshalb sollte für eine Auslegung eine Einschlussgröße x_i ($x_i=2a$) zugrunde gelegt werden, deren Auftreten im Volumen V_1 deutlich unwahrscheinlicher ist. Dies kann durch Einsetzen von *Gleichung 4.119* in *4.121* und anschließendem Auflösen nach x_i erfolgen.

$$x_i = x_{V_1,i} = 10^{\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot \ln \frac{P}{1-P} \right) \cdot S_{lg} + \lg \bar{x}_{V_1}} \quad 8.73$$

P entspricht dabei der Wahrscheinlichkeit, dass ein Einschluss der Größe $x_{V_1,i}$ im Volumen V_1 nicht auftritt. Bei Verwendung der Einschlussgröße $x_{V_1,i}$ als Auslegungskriterium entspricht die Überlebenswahrscheinlichkeit somit $P_{\bar{u}}=P$.

Mit Hilfe der genannten Beziehungen lassen sich für eine Wahrscheinlichkeit des Nichtauftretens $P_{\bar{u}}=90\%$ folgende auslegungsrelevanten Einschlussdurchmesser $x_{V_1,i}=2a$ für die Federauslegung ermitteln.

Tabelle 8.9: Berechnete auslegungsrelevante Einschlussdurchmesser ($P_{\bar{u}}=90\%$)

	$2a_{G1}$ in μm ($w=6,0$)	$2a_{G2}$ in μm ($w=3,7$)
Herangehensweise 1	66,6	64,5
Herangehensweise 2	63,5	59,4
Herangehensweise 3	53,9	47,4

Mit abnehmendem Grad der verwendeten Vereinfachungen zur Bestimmung des hochbelasteten Werkstoffvolumens nehmen die für eine Auslegung relevanten Einschlussdurchmesser ab.

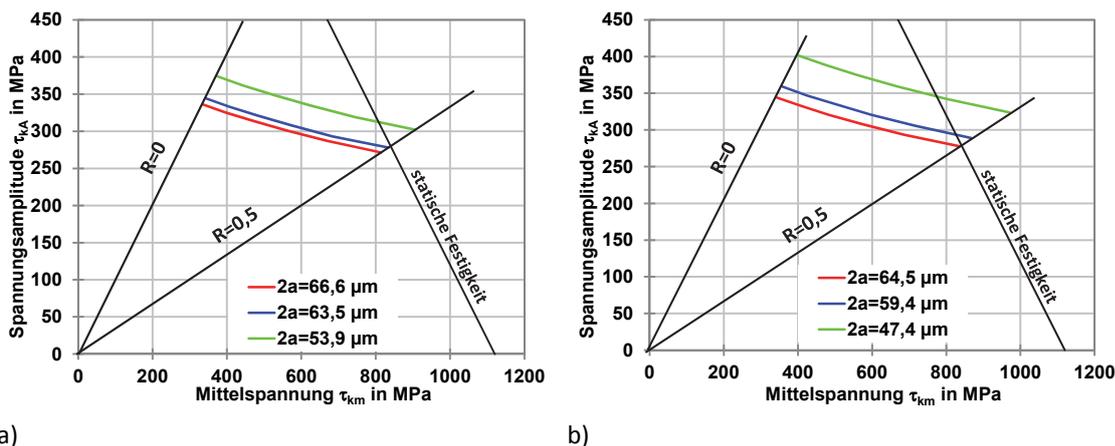
8.6.4 Bestimmung zulässiger Spannungen für Schraubendruckfedern

Es besteht nun die Möglichkeit, durch eine inverse Vorgehensweise zulässige Spannungsamplituden an der Windungsinnenseite der Feder in Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis R , der Einschlussgröße $2a=x_{V1,i}$ und dem durch Umlaufbiegeprüfungen ermittelbaren Schwellenwert zur Ermüdungsrissausbreitung $\Delta K_{I,th}$ zu bestimmen.

Dafür ist in einem ersten Schritt der Schwellenwert zur Ermüdungsrissausbreitung $\Delta K_{I,R=-1}$ nach *Gleichung 4.126* auf Grundlage der gefundenen Einschlussbrüche zu ermitteln. Anschließend muss der Wert für $\Delta K_{I,R=-1}$, der für ein Spannungsverhältnis $R=-1$ gilt, auf das Spannungsverhältnis R_{DSV} , welches während des Betriebes der Schraubendruckfeder vorliegt, nach *Gleichung 8.74* übertragen werden (vgl. *Gleichung 8.47*).

$$\Delta K_{I,R_{DSV}} = \frac{\Delta K_{I,R=-1} \cdot (1 - R_{DSV})^{0,31}}{2^{0,31}} \quad 8.74$$

Anschließend kann nach Umstellen von *Gleichung 8.45* die lokal über dem Einschluss zulässige Spannungsamplitude $\tau_{A,i}$ ermittelt werden. Mit Hilfe von *Gleichung 8.37* kann dieser Wert nun auf zulässige Spannungsamplituden τ_{kA} an der Windungsinnenseite der Feder übertragen werden.



a)

b)

Abbildung 8.24: Haigh-Diagramme für berechnete Einschlussgrößen $2a$ aus *Tabelle 8.9* für $\Delta K_{I,R=-1}=220 \text{ MPa mm}^{1/2}$ a) für G1 ($w=6$) b) für G2 ($w=3,7$)

Auf diese Weise können komplette Dauerfestigkeitsschaubilder (vgl. *Abbildung 8.24*) in Abhängigkeit vom durch Umlaufbiegeprüfungen feststellbaren Schwellenwert der Ermüdungsrissausbreitung $\Delta K_{I,R=-1}$, der im hochbelasteten Volumenbereich vorhandenen

Einschlussgröße $2a$ (gilt für bestimmtes $P_{\text{ü}}$), der minimalen Einschlusstiefe $h=h_{\text{ES}}$ ($h_{\text{ES}}=150\ \mu\text{m}$) und federgeometrieabhängigen Größen wie dem Wickelverhältnis w und dem Drahtdurchmesser d ermittelt werden. Für eine sichere Auslegung sollte dabei die auslegungsrelevanten Einschlussdurchmesser (*Tabelle 8.9*) $2a$ an der bezüglich der Schwingbreite der Spannungsintensität kritischen Stelle, d.h. direkt an der Windungsinnenseite an der Stelle des Durchgangs von Druck- in Zugspannung, betrachtet werden.

Bei diesem Rechengang bleibt zu bemerken, dass es sich bei den so abgeschätzten zulässigen Spannungsamplituden τ_{kA} um konservative Spannungen handelt, da mit einer direkt unterhalb des eigenspannungsbehafteten Bereiches vorhandenen maximalen Spannungsamplitude gerechnet wird, die aufgrund des Spannungsgefälles im zur Feder gewundenen Draht nicht an jeder Stelle des betrachteten Bereiches vorliegt.

9 Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit war es, eine Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen zu ermöglichen, ohne dabei auf Ergebnisse aus Dauerschwingversuchen an Schraubendruckfedern zurückgreifen zu müssen. Bei den dynamischen Untersuchungen wurden verschiedene Bruchmechanismen festgestellt. Eine Einteilung erfolgte in Brüche ausgehend von der Drahtoberfläche und Brüche ausgehend von inneren Kerben in Form von nichtmetallischen Einschlüssen. Für beide übergeordnete Schadensmechanismen wurden Methoden abgeleitet, mit deren Hilfe, ausgehend von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen an Drähten, eine Auslegung von aus diesen Drähten gefertigten Schraubendruckfedern erfolgen kann.

In diesem Zusammenhang liegen nun Methoden vor, mit deren Hilfe die drei übergeordneten Übertragungsschritte

- Übertragung von zulässigen Spannungen des Drahtes bei wechselnder Biegung auf wechselnde Torsion
- Übertragung von zulässigen Spannungen des Drahtes bei wechselnder Torsion auf schwellende Torsion und
- Übertragung von zulässigen Spannungen des Drahtes bei schwellender Torsion auf zulässige Spannungen des Bauteils Schraubendruckfeder

vollzogen werden können.

Es wurde gezeigt, dass die Gestaltänderungshypothese (GEH) auch für die Übertragung dynamischer Kennwerte aus wechselnder Biegung auf wechselnde Torsion verwendet werden kann. Es muss dabei allerdings die Kerbwirkung aufgrund der rauen Drahtoberfläche und die damit verbundene Spannungsüberhöhung berücksichtigt werden. Das Kriterium nach Dang Van liefert ähnlich gute Ergebnisse bei dieser Übertragung. Als Vorteil für dieses Kriterium ist die Berücksichtigung der örtlich vorhandenen hydrostatischen Spannungen und somit der vorhandenen Eigenspannungen des geprüften Drahtes zu sehen.

Für die Übertragung der zulässigen Spannungsamplitude bei wechselnder Torsion auf schwellende Torsion wurde die Anwendbarkeit der gegenwärtig zur Verfügung stehenden Beziehungen zur Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit aus der Zugfestigkeit des jeweiligen Werkstoffes überprüft. Die damit berechneten Werte der Mittelspannungsempfindlichkeit M_t sind teilweise deutlich zu groß. Es wird deshalb eine Anpassung der werkstoffabhängigen, gegenwärtig verwendeten Faktoren für den

hier untersuchten ölschlussvergüteten Federstahl vorgeschlagen. Eine neue Methode, mit deren Hilfe durch Umlaufbiegeprüfungen an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Drähten die jeweilige Mittelspannungsempfindlichkeit abgeschätzt werden kann, wurde entwickelt und zeigt gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch. Ein Verhältnis zwischen der Mittelspannungsempfindlichkeit für Normal- und Tangentialspannung von $1/\sqrt{3}$, wie es beispielsweise durch die FKM-Richtlinie vorgeschlagen wird, konnte nicht bestätigt werden.

Weiterhin wurde die Hypothese aufgestellt, dass bei wechselnder und schwellender Torsionsbelastung die größte Hauptnormalmittelspannung (Zugspannung) und deren Überlagerung mit den in dieser Richtung vorhandenen Eigenspannungen für eine Beeinflussung der Schwingfestigkeit verantwortlich sind. Diese Hypothese wurde gestützt, indem die bei schwellender Torsion ermittelten zulässigen Spannungsamplituden unter Berücksichtigung von Einflüssen der rauen Oberfläche zusätzlich über der effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$ in *Abbildung 8.12* aufgetragen wurden. Es besteht jeweils ein linearer Zusammenhang zwischen den genannten Festigkeitswerten und der effektiven Mittelspannung $\sigma_{1m,eff}$, obwohl bei den mit 420°C wärmebehandelten Drähten eine deutliche Relaxation der Druckeigenspannungen in Richtung der kleinsten Hauptnormalspannung (Druckspannung) infolge der dynamischen Beanspruchung zu verzeichnen war (vgl. *Abbildung 7.7*).

Es war auch erforderlich, die zulässigen Spannungsamplituden des Drahtes für den Torsionsschwellbereich auf zulässige Spannungsamplituden der Feder zu übertragen. Die dafür entwickelte Methode berücksichtigt den statistischen Größeneinfluss. Entsprechend ist nicht nur eine Übertragung zulässiger Spannungsamplituden des Drahtes auf die der Feder, sondern auch eine Übertragung zulässiger Spannungsamplituden von beispielsweise Federgeometrie 1 auf eine andere Federgeometrie 2 möglich. Voraussetzung dafür sind gleiche oder ähnliche Ausgangsmaterialien und Fertigungstechnologien. In diesem Zusammenhang bietet sich auch die Möglichkeit einer „einfachen“ Erneuerung der in [DIN13906/1] enthaltenen, jedoch veralteten, Goodman-Diagrammen durch Dauerschwingversuche an wenigen ausgewählten Schraubendruckfedern.

Neben den Betrachtungen zur Übertragung zulässiger Spannungsamplituden wurden auch Betrachtungen zur Übertragung bruchmechanischer Kennwerte angestellt. Die ermittelten bruchmechanischen Kennwerte bezogen sich dabei auf nichtmetallische Einschlüsse. Es konnte gezeigt werden, dass eine Übertragung mit einfachen Ansätzen wie beispielsweise der Bildung einer resultierenden Zugspannung aus der Druck- und

Zugspannungskomponente der Torsionsbeanspruchung möglich ist. Auch die Anwendbarkeit eines in der Literatur beschriebenen Zusammenhangs zwischen dem Schwellenwert zur Ermüdungsrissoausbreitung bei rein wechselnder Beanspruchung ($R_K=-1$) und schwellender Beanspruchung ($R_K>0$) konnte empirisch bestätigt werden. Es ist nun möglich, bei gegebener Größe und Lage des vorhandenen Einschlusses zulässige Spannungsamplituden der auszulegenden Schraubendruckfeder zu bestimmen. Weiterhin kann unter Verwendung statistischer Methoden und nach Bestimmung des hochbelasteten Werkstoffvolumens der Feder die mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit vorhandene maximale Einschlussgröße im hochbelasteten Werkstoffvolumen bestimmt werden. Benötigt wird dafür die Verteilungsfunktion der im Material vorhandenen Einschlüsse. Deren Parameter ergeben sich durch statistische Auswertung der bei Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten Drähten auftretenden Einschlussbrüche.

In Anbetracht der gezeigten Ergebnisse ist eine Abschätzung zulässiger Spannungen auf Basis von Ergebnissen aus Umlaufbiegeprüfungen möglich. Bei der Übertragung der Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen auf *kugelgestrahlte Schraubendruckfedern* werden dabei konservative zulässige Spannungsamplituden abgeschätzt. Gründe dafür liegen in einer konservativen Abschätzung der Torsionswechselfestigkeit τ_w aus der Biegewechselfestigkeit σ_{bw} (vgl. *Abbildung 8.8*, *Abbildung 8.9*) und einer konservativen Abschätzung zulässiger Spannungsamplituden bei der Übertragung der Kennwerte des Drahtes auf die des Bauteils Schraubendruckfeder (vgl. *Abbildung 8.4*). Die aus Umlaufbiegeprüfungen an Drähten berechneten zulässigen Spannungsamplituden der Schraubendruckfeder liegen im Schwingspielzahlbereich zwischen 10^6 und 10^7 zwischen 85 und 98% der direkt durch Dauerschwingversuche an kugelgestrahlten Schraubendruckfedern abgeprüften zulässigen Spannungsamplituden. Diese Tendenz wurde auch bei der Übertragung der Kennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen an kugelgestrahlten patentiert gezogenen Drähten unterschiedlicher Zugfestigkeit ($R_m=1607-2230$ MPa) und aus diesen Drähten hergestellten Schraubendruckfedern festgestellt (vgl. *Tabelle 8.6*). Das Verhältnis zwischen berechneten und durch Dauerschwingversuche ermittelten zulässigen Spannungsamplituden lag dort zwischen 0,80 und 0,91. Auch bei der Berechnung zulässiger Spannungsamplituden auf Basis von bruchmechanischen Kennwerten werden konservative Spannungen abgeschätzt. Grund dafür ist die Rechnung mit einem in einem hochbelasteten Volumen vorhandenen größten Einschluss, der sich an der bezüglich der vorhandenen Spannung kritischsten Stelle in der jeweiligen betrachteten Feder befindet.

Bei der Übertragung der Ergebnisse aus Umlaufbiegeprüfungen an *nicht kugelgestrahlten Drähten* werden im Schwingspielzahlbereich zwischen 10^6 und 10^7 maximal 15 MPa zu große zulässige Spannungsamplituden berechnet (vgl. *Abbildung 8.15*). In Richtung kleinerer Schwingspielzahlen ($<10^6$) erfolgt, wie auch bei den kugelgestrahlten Federn, eine konservative Abschätzung der zulässigen Spannungsamplituden aus Ergebnissen der Umlaufbiegeprüfung. Grund dafür sind die bereits bei der Übertragung der Biegewechselfestigkeit σ_{bW} auf die Torsionswechselfestigkeit τ_W vorhandenen Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch (vgl. *Abbildung 8.8*).

10 Ausblick

Mit Hilfe der vorgestellten Methoden ist eine deutlich bessere Abschätzung zulässiger Spannungsamplituden für Schraubendruckfedern aus Ergebnissen von Umlaufbiegeprüfungen möglich, als es bisher der Fall war. Für eine erste Abschätzung der zulässigen Spannungsamplitude für Schraubendruckfedern sind diese durchaus geeignet. Um eine noch bessere Ergebnisqualität zu erzielen, sollte die Verwendung einer schwingenzahlabhängigen Funktion, mit deren Hilfe berechnete zulässige Spannungsamplituden anwendungsspezifisch korrigierbar sind, in Betracht gezogen werden. Auf eine Definition dieser Funktion wurde im Rahmen dieser Arbeit verzichtet, da eine zu kleine Versuchsbasis vorlag. Werden durch den Federanwender Spannungsamplituden bei gegebener Mittelspannung gefordert, die über den aus Umlaufbiegeprüfungen berechneten Werten liegen, sollte auf Dauerschwingversuche im Rahmen des Musterprozesses nicht verzichtet werden.

Während der Untersuchungen ergaben sich verschiedene Fragen, die durch weitere Forschungsarbeiten geklärt werden sollten, um eine noch bessere Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen zu ermöglichen. Beispielsweise wurden in dieser Arbeit Faktoren der allgemeinen Betriebsfestigkeit zur Berücksichtigung rauer Oberflächen verwendet, die durch empirische Untersuchungen für Stähle mit Zugfestigkeiten $R_m < 1200$ MPa entwickelt wurden. Die Zugfestigkeiten von Federstählen liegen jedoch deutlich höher, wodurch eine gewisse Extrapolation über den zur Ermittlung der Faktoren verwendeten Versuchsraums erfolgte. Eine Definition dieser Faktoren für Federstahl war im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich und sollte in weiteren Forschungsarbeiten entwickelt werden. Ob eine kugelgestrahlte raue Oberfläche mit beispielsweise $R_z = 6 \mu\text{m}$ bezüglich eines Oberflächenfaktors gleich zu behandeln ist wie eine nicht kugelgestrahlte raue Oberfläche gleicher gemittelten Rautiefe, ist nicht bekannt. Dies könnte jedoch durch Versuche an nicht kugelgestrahlten und kugelgestrahlten Walzdrähten, die anschließend Vergütet und somit eigenspannungsfrei sind, geklärt werden. Erste stichprobenartige Versuche an wenigen Drähten zeigen, dass auch bei kugelgestrahlten rauen Oberflächen ein signifikanter Schwingfestigkeitsabfall infolge der Zunahme der gemittelten Rautiefe R_z erfolgt. Auch Versuche zur Bestimmung des spannungsmechanischen Größeneinflusses, der gegenwärtig nicht im vorliegenden Rechengang Berücksichtigung findet, würden sich einfach gestalten. Dafür wären dynamische Versuche an Drähten des gleichen Materials mit unterschiedlichem Durchmesser und somit unterschiedlichem bezogenen Spannungsgefälle notwendig.

Um statistische Größeneinflüsse bei diesen Untersuchungen zu vermeiden, sollte die gleiche Drahtoberfläche der geometrisch unterschiedlichen Proben vorliegen.

Weiterhin stellt sich die Frage nach dem Verhältnis der Mittelspannungsempfindlichkeit für Normal- und Tangentialspannung. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass das durch FKM vorgeschlagene Verhältnis von $M_\tau/M_\sigma = 1/\sqrt{3}$ für die hier untersuchten Drähte nicht zutrifft. Vielmehr wird die Ergebnisqualität bei Verwendung eines Verhältnisses M_τ/M_σ von 0,83 deutlich verbessert. Für eine allgemeine Definition dieses Verhältnisses für Federstahl sind zusätzliche Versuche notwendig. Darüber hinaus sind dynamische Torsionsversuche an kugelgestrahlten Drähten im Spannungsverhältnissbereich $R \gg 0$ sinnvoll, um eine Mittelspannungsverschiebung infolge vorhandener oberflächennaher Druckeigenstressungen und eine damit verbundene Beeinflussung der Mittelspannungsempfindlichkeit im Spannungsverhältnissbereich $R > 0$ zu belegen.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Ermittlung zulässiger Spannungsamplituden an der Windungsinenseite der Schraubendruckfeder auf Basis von bruchmechanischen Kennwerten kann weiter verbessert werden, indem die Auswirkungen von Zusammensetzung und Form der Einschlüsse genauer bei der Auslegung berücksichtigt werden. Bei Untersuchungen diesbezüglich sollte auf die Einteilung nach [Muh92] eingegangen werden. Ebenso sollten Auswirkungen von Teilschädigungen des Drahtes im Sinne der Schadensakkumulation, wie sie bei der Federherstellung durch plastische Verformungsvorgänge während des Windens, Kugelstrahlens und Vorsetzens erfolgen, genauer untersucht werden.

Ob die erarbeitete Methode auch für Schwingspielzahlen $N > 10^7$ geeignet ist, bleibt offen.

Es sollte weiterhin untersucht werden, inwiefern Härtemessungen für eine Abschätzung der vorhandenen Eigenstressungen geeignet sind. Die Auswirkungen von Eigenstressungen auf versuchstechnisch ermittelte Härtewerte wurde bereits nachgewiesen [Gib04]. Einen Zusammenhang zwischen Härtewerten von eigenstressungsfreien und eigenstressungsbehafteten Proben und den tatsächlich vorhandenen Eigenstressungen gibt es bisher jedoch nicht. Falls derartige Zusammenhänge definiert werden können, wäre eine Substitution teurer röntgenographischer Eigenstressungsmessungen durch Härtemessungen möglich.

Die genannten Fragen bieten Raum für weitere Untersuchungen und sollten Bestandteil zukünftiger Forschungsvorhaben sein. Deren Beantwortung führt zu einem besseren Verständnis der bei dynamisch belasteten Schraubendruckfedern zum Bruch führenden Vorgänge. Es können nun deutlich genauer zulässige Spannungsamplituden für Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen an Drähten abgeschätzt werden. Auf Dauerschwingversuche am Bauteil Feder selbst sollte dennoch nicht gänzlich verzichtet werden.

11 Literatur

- [Avr39] Avrami, M.: Kinetics of phase change. I – General Theory. Journal of Chemical Physics, Vol 7, 1939
- [Bac02] Bacher-Höchst, M.; Haydn, W.; Auweder, G.: Federn in der Kraftfahrzeugzulieferindustrie – Anforderung und Auslegung. In: DVM-Tag 2002. Federn in der Fahrzeugtechnik. Tagungsband
- [Bah78] Bahre, K.: Zum Mechanismus der Wechselfestigkeitssteigerung durch Werkstoffverfestigung und Druckeigenspannungen nach einer Oberflächenbehandlung. Z. f. Werkstofftechnik 9, Weinheim 1978
- [Bar93] Barthold, G.; Heinke, J.: Prüfung von Federstahldraht für dynamisch beanspruchte Federn. Draht Bd. 44, 1993
- [Bar94] Barthold, G.; Rakowski, F.: Neue werkstoffkundliche Entwicklungen beim Ventulfederstahl. In: DVM-TAG 1994, Bauteil '94, Die Feder, Stand der Technik und Neuentwicklungen/Trends bei Federn aus Stahl, Polymeren, Luftfedern
- [Bau11] Bauschke, T.: Entstehung der Windeigenspannungen und deren Einfluss auf die Ermüdungslebensdauer bei kalt- und halbwarm geformten Fahrzeugfedern. Dissertation Universität Siegen, Department Maschinenbau, 2011
- [Ber33] Bergsträsser, M.: Die Berechnung zylindrischer Schraubenfedern, Z-VDI 77, 1933
- [Ber83] Bergmann, J.W.: Zur Betriebsfestigkeitsbemessung gekerbter Bauteile auf der Grundlage der örtlichen Beanspruchungen. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1983
- [Ber87] Berns, H.; Weber, L.: Fatigue Progress in Shot-Peened Surface Layers. ICSP-3, 1987
- [Ber00] Berger, W.: Lebensdauervorhersage für partikelverstärkte Aluminiumlegierungen unter Berücksichtigung der mikrostrukturellen Aspekte der Schädigung. Dissertation Universität der Bundeswehr München, 2000
- [Bil98] Bilgen, C.: Induktive Vergütung und thermomechanische Behandlung torsionsbeanspruchter SiCr-Federstähle. Dissertation Universität Siegen, 1998

- [Blä94] Bläsius, A.; Jakob, M.; Groß, S.: Neue Entwicklungen bei Federstählen für hochbeanspruchte Fahrzeugtragfedern. In: DVM-TAG 1994, Bauteil '94, Die Feder, Stand der Technik und Neuentwicklungen/Trends bei Federn aus Stahl, Polymeren, Luftfedern
- [Böh82] Böhm, J.; Heckel, K.: Die Vorhersage der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses. Z. f. Werkstofftechnik 13, Weinheim 1982
- [Bom98] Bomas, H.; Linkewitz, T.; Mayr, P.: Anwendung des Fehlstellenmodells auf die Dauerfestigkeit des Stahls 100Cr6 im bainitischen Zustand. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 29, Weinheim 1998
- [Den75] Dengel, D.: Die $\arcsin\sqrt{P}$ – Transformation – ein einfaches Verfahren zur grafischen und rechnerischen Auswertung geplanter Wöhlerversuche. Zeitschrift für Werkstofftechnik, Heft 8, 1975
- [DIN4287] DIN EN ISO 4287: Geometrische Produktspezifikation (GPS) - Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Benennung, Definition und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit. Deutsche Fassung EN ISO 4287, 1998
- [DIN4516] DIN EN ISO 4516: Metallische und andere anorganische Überzüge - Mikrohärteprüfung nach Vickers und Knoop. Deutsche Fassung EN ISO 4516, 2002
- [DIN4545/1] DIN EN ISO 4545-1: Metallische Werkstoffe – Härteprüfung nach Knoop – Teil 1: Prüfverfahren. Deutsche Fassung EN ISO 4545-1, 2005
- [DIN6506/1] DIN EN ISO 6506-1: Metallische Werkstoffe – Härteprüfung nach Brinell – Teil 1: Prüfverfahren. Deutsche Fassung EN ISO 6506-1, 2013
- [DIN6507/1] DIN EN ISO 6507-1: Metallische Werkstoffe – Härteprüfung nach Vickers – Teil 1: Prüfverfahren. Deutsche Fassung EN ISO 6507-1, 2005
- [DIN6508/1] DIN EN ISO 6508-1: Metallische Werkstoffe – Härteprüfung nach Rockwell – Teil 1: Prüfverfahren. Deutsche Fassung EN ISO 6508-1, 2013
- [DIN6892/1] DIN EN ISO 6892-1: Metallische Werkstoffe – Zugversuch – Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur. Deutsche Fassung EN ISO 6892-1, 2009
- [DIN7800] DIN ISO 7800: Einfacher Verwindeversuch, 2008
- [DIN13906/1] DIN EN 13906 1: Zylindrische Schraubenfedern aus runden Drähten und Stäben, Berechnung und Konstruktion, 7/2002

- [DIN10270/1] DIN EN 10270-1 Stahldraht für Federn. Teil 1: Patentiert-gezogener unlegierter Federstahldraht. Deutsche Norm 2012, Deutsche Fassung EN 10270-1, 2011
- [DIN10270/2] DIN EN 10270-2: Stahldraht für Federn. Teil 2: Ölschlussvergüteter Federstahldraht. Deutsche Norm 2012, Deutsche Fassung EN 10270-2, 2011
- [DIN10270/3] DIN EN 10270-3 Stahldraht für Federn. Teil 3: Nichtrostender Federstahldraht; Deutsche Norm 2012, Deutsche Fassung EN 10270-3:2011
- [DIN14577/1] DIN EN ISO 14577-1: Metallische Werkstoffe – Instrumentierte Eindringprüfung zur Bestimmung der Härte und anderer Werkstoffparameter – Teil 1: Prüfverfahren. 2012
- [DIN16610/1] DIN EN ISO 16610-1: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 1: Überblick über grundlegende Konzepte. Deutsche Fassung EN ISO 16610-1, 2012
- [DIN25178/6] DIN EN ISO 25178-6: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft – Teil 6: Klassifizierung von Methoden zur Messung der Oberflächenbeschaffenheit. Deutsche Fassung EN ISO 25178-6, 2010
- [FAT102] Sigwart, A; Zenner, H.: Einfluss der Zerspannung auf die Bauteilbetriebfestigkeit unter Berücksichtigung des Hartdrehens. FAT Schriftenreihe 102, Frankfurt a.M., 1993
- [Fin58] Fink, K.; Rohrbach, Ch. ; Bergmann, W.: Handbuch der Spannungs- und Dehnungsmessung. VDI-Verl., Düsseldorf, 1958
- [FKM06] Forschungskuratorium Maschinenbau: FKM-Richtlinie Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis VDMA-Verlag, 2006
- [FKM12] Rennert, R.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen. Hrsg. Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM) Frankfurt am Main : VDMA-Verl. / FKM Richtlinie, 2012
- [Fri98] Friedrich, H.; Kaiser, B.; Kloos, K. H.: Anwendung der Fehlstellentheorie nach Weibull zur Berechnung des statistischen Größeneinflusses bei Dauerschwingversuchen. In Mat.-wiss. u. Werkstoff. 29, Weinheim, 1998
- [Gei07] Weiß, M.; Geinitz, V. u.a.: Ermittlung von funktions- und fertigungsrelevanten Federdrahtkennwerten (E- und G-Modul). Abschlussbericht AiF-Projekt 14306 BR, 2007

- [Gei11] Geinitz, V.; Kletzin, U.; Weiß, M.: Funktions- und fertigungsrelevante Kennwerte für Federstahldraht und Federband. Abschlussbericht AiF-Projekt IGF 16217BR, 2011
- [Geo00] Georges, Th.: Zur Gewichtsreduktion von Fahrzeugfedern unter besonderer Beachtung des schwingfestigkeitsmindernden Einflusses bruchauslösender Fehlstellen im Halbzeug Federdraht. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 5 Nr. 593, 2000
- [Gib04] Gibmeier, J.: Zum Einfluss von Last- und Eigenspannungen auf die Ergebnisse instrumentierter Eindringhärteprüfungen. Dissertation Universität Kassel, Metallische Werkstoffe, 2004
- [Gie11] Giese, A.: Analytische Berechnung und FEM-Simulation des Spannungsgefälles an der Windungsinneseite von Schraubendruckfedern. Bachelorarbeit Technische Universität Ilmenau, 2011
- [Gis01] Gissinger, R.: Zur empirischen Ermittlung und theoretischen Modellierung der Eigenspannungsentstehung in Schraubendruckfedern. Höpner und Göttert / Dissertation Universität-Gesamthochschule Siegen, 2001
- [Gra72] Gratzner, J.: Das Setzen von Schraubendruckfedern aus patentiert und federhart gezogenem Rundstahldraht bei Raumtemperatur. Draht 1972/4
- [Gro09] Gross, D.; Hauger, W.; Wriggers, P.; Technische Mechanik 4 – Hydromechanik, Elemente der höheren Mechanik, Numerischer Methoden. Springer Berlin, 2009
- [Gro11] Gross, D.; Selig, T.: Bruchmechanik. 4. Erweiterte Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2011
- [Göh30] Göhner, O.: Schubspannungsverteilung im Querschnitt einer Schraubendfeder, Ingenieur-Archiv, 1 (1930), Seite 619-644
- [Goo14] Goodman, J.: Mechanics applied to engineering. London, 8. Auflage, 1914
- [Gud99] Gudehus, H.; Zenner, H.: Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung - Empfehlungen zur Lebensdauerabschätzung von Maschinenbauteilen. 4. Auflage, Verlag Stahleisen GmbH, Düsseldorf, 1999
- [Hai02] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit, Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002
- [Hai75] Haibach, E.; Lehrke, H.P.: Das Verfahren der Amplitudentransformation. Laboratorium für Betriebsfestigkeit Darmstadt, Bericht Nr. FB-125, 1975

- [Hän03] Hänel, B.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen. Frankfurt am Main : VDMA-Verl. / FKM Richtlinie, 2003
- [Hec75] Heckel, K.; Köhler, J.: Experimentelle Untersuchungen des statistischen Größeneinflusses im Dauerschwingversuch an ungekerbten Stahlproben. Z. f. Werkstofftechnik, 1975
- [Hei83] Heitmann, H.H.: Betriebsfestigkeit von Stahl - Vorhersage der technischen Anrisslebensdauer unter Berücksichtigung des Verhaltens von Mikrorissen. Dissertation TH Aachen, 1983
- [Hem60/1] Hempel, M.: Über einige technologische Einflüsse auf die Dauerschwingfestigkeit von Stählen. Draht 11 Nr. 9, Coburg, 1960
- [Hem60/2] Hempel, M.: Einfluss der Schmelzföhrung und von Legierungszusätzen auf die Dauerschwingfestigkeit von Stählen, insbesondere Federstählen. Draht 11 Nr. 8, Coburg, 1960
- [Hof02] Hoffmann, E.; Brandt, R.; Osterhage, K.; Neubrand, J.: Vom Konzept zum validierten Bauteil. Verkürzung der Validierungszeit am Beispiel einer kaltgeformten Vorderachsschraubenfeder. In: DVM-Tag 2002 "Federn im Fahrzeugbau", DVM-Bericht 669 Bd. 669, 2002
- [Hof07] Hoffmann, F.; Lehmann, G.: Legierungskonzepte, Prozessverkürzung und Eigenschaftsbeeinflussung am Beispiel von Federstählen mit unterschiedlichen Anwendungen. MEFORM 2007 - Innovation Draht, 2007
- [Hol96] Holzapfel, H.; Schulze, V.; Vöhringer, O.; Macherauch, E.: Stability and relaxation behaviour of shot peening induced residual stresses in AISI 4140 during bending fatigue. ICSP 6, 1996
- [Huh67] Huhnen, J.: Entwicklungen auf dem Federgebiet, 2. Teil. Draht 18 Nr. 8, 1967
- [Hüc81] Hück, M.; Thrainer, L.; Schütz, W.: Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß – Synthetische Wöhlerlinien. Bericht Nr. ABF 11, Arbeitsgemeinschaft Betriebsfestigkeit im VDEh, Düsseldorf, 1981
- [Iss95] Issler, L.; Rouß, H.; Häfle, P.: Festigkeitslehre – Grundlagen. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1995
- [Jun97] Jung, T.: Schwingfestigkeit unter Berücksichtigung des spannungsbedingten und des technologiebedingten Größeneinflusses. Dissertation TU Clausthal, 1997

- [Kai81] Kaiser, B.: Beitrag zur Dauerhaltbarkeit von Schraubenfedern unter besonderer Berücksichtigung des Oberflächenzustandes. Dissertation TH Darmstadt, 1981
- [Kai02] Kaiser, B.; u.a.: Ermittlung von Dauerfestigkeits- und Relaxationsschaubildern für hochbeanspruchte Schraubendruckfedern. Abschlussbericht AiF-Projekt 12287 N, TU Darmstadt, 2002
- [Kai10] Kaiser, B.; Berger, C.: Untersuchung der Dauerhubfestigkeit von Schraubenfedern im Bereich extrem hoher Schwingspielzahlen. Abschlussbericht AiF-Projekt IGF 15064N, Darmstadt, 2010
- [Kie09] Kienzler, R.; Schröder, R.: Einführung in die höhere Festigkeitslehre. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
- [Kle00] Kletzin, U.: Finite-Elemente-basiertes Entwurfssystem für Federn und Federanordnungen. Dissertation TU Ilmenau, 2000
- [Kle08] Kletzin, U.: Optimierung des Vergüteprozesses SiCr-legierter Federstahl-drähte in Verbindung mit der Wärmebehandlung daraus zu fertigender hoch belastbarer Federn. Forschungsantrag, 2008
- [Kle13] Kletzin, U.; Reich, R.: Schädigungsparameter bei der Lebensdauerabschätzung von Schraubendruckfedern. Konstruktion: Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe. Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf, 2015
- [Kle14] Kletzin, U.: Finite Element Simulation of Shot Peening on Spring Steel Wire. ICSP 2014
- [Kle15] Kletzin, U.; Geinitz, V.: Wärmebehandlung von kaltgeformten Federn. Abschlussbericht AiF-Projekt IGF 17627, Ilmenau, 2015
- [Klo81] Kloos, K.H.; Kaiser, B.: Einfluss des Kugelstrahlens auf die Schwingfestigkeit von Federstahl bei unterschiedlicher Randentkohlung und verschiedenen Reinheitsgraden. Conf Proc: ICSP-1, S.359-366, 1981
- [Kob10] Kobelev, V.: Elastic-plastic work-hardening deformation under combined bending and torsion and residual stresses in helical springs. Int J Mater Form, Vol. 3 Suppl. 1, 2010
- [Kob11] Kobelev, V.: Elastoplastic Stress Analysis and Residual Stresses in Cylindrical Bar under Combined Bending and Torsion. Journal of Manufacturing Science and Engineering Month 2011, Vol 00
- [Kra02] Krause, W.: Grundlagen der Konstruktion, 8. Auflage. München/Wien: Carl Hanser Verlag, 2002

- [Kra04] Krause, W.: Konstruktionselemente der Feinmechanik, 3. Auflage. München/Wien: Carl Hanser Verlag, 2004
- [Kra86] Krause, W.: Gerätekonstruktion, 2. Auflage. Berlin: Verlag Technik 1986, Heidelberg: Hüthig-Verlag 1987; 3. Auflage, 2002
- [Kre84] Kreutzer, A.: Warmsetzen von Schraubendruckfedern. In: Draht 7/8, 1984
- [Kri75] Krickau, O.: Das Kugelstrahlen von kaltgeformten Schraubenfedern. Zwf 70, Heft 2, 1975
- [Kru04] Krupp, U.; Düber, O.; Christ, H.J.; Künkler, B.; Fritzen, C.P.: Mechanismen der Initiierung und Ausbreitung mikrostrukturell kurzer Risse, Habilitation, 2004
- [Läp11] Läßle, W.: Einführung in die Festigkeitslehre. Vieweg + Teubner Verlag, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2011
- [Lie02] Liebermann, K.: Rechnergestütztes Entwurfs- und Optimierungssystem für Schraubendruckfedern. Dissertation TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 2002
- [Lieb66] Liebscher, G.: Vorsetzen von Schraubendruckfedern bei erhöhten Temperaturen. In: Berichte aus Theorie und Praxis 7, 1966
- [Liu89] Liu, J.; Zenner, H.: Dauerschwingfestigkeit und zyklisches Werkstoffverhalten. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 20, Weinheim, 1989
- [Liu91] Liu, J.; Zenner, H.: Berechnung der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung der spannungsmechanischen und statistischen Stützziffer. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 22, Weinheim 1991
- [Lu92] Lu, H.; Scholtes, B.; Macherauch, E.: Randschichtzustände von normalisiertem und vergütetem 42CrMo4 nach konsekutiven Kugelstrahl- und Festwalzbehandlungen. VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1992
- [Lut00] Lutz, S.: Kennlinie und Eigenfrequenzen von Schraubenfedern. Dissertation TU Ilmenau, 2000
- [Lux11] Lux, R.; Kletzin, U.; Beyer, P.; Neudert, St.: Optimierung des Vergüteprozesses SiCr-legierter Federstahldrähte in Verbindung mit der Wärmebehandlung daraus zu fertigender hoch belastbarer Federn. Abschlussbericht AiF-Projekt 15463BR. TU Ilmenau, 2011
- [Lux13] Lux, R.; Kletzin, U.; Beyer, P.: Langzeitstabilität der mechanischen Parameter patentiert-gezogener Stahldrähte. Abschlussbericht AiF-Projekt 17043. TU Ilmenau 2013

- [Mac78] Macherauch, E.; Vöhringer, O.: Das Verhalten metallischer Werkstoffe unter mechanischer Beanspruchung. Zeitung für Werkstofftechnik, Weinheim, 1978
- [Mac84] Macherauch, E.; Wohlfahrt, H.: Eigenspannung und Ermüdung. In: D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe, DGM Informationsgesellschaft Verlag: Oberursel, 1984
- [Mag81] Magin, W.: Untersuchung des geometrischen Größeneinflusses bei Umlaufbiegebeanspruchung unter besonderer Berücksichtigung technologischer Einflüsse. Dissertation, TH Darmstadt, 1981
- [Mei93] Meissner, M.; Wanke, K.: Handbuch Federn. 2. Aufl. Verlag Technik, 1993
- [Mei97] Meissner, M.; Schorcht, H.-J.: Metallfedern. Reihe Konstruktionsbücher, Bd. 41, Springer Verlag, 1997
- [Mil99] Miller, K.J.; Donnell, W.J.O.: The fatigue limit and its elimination. In: Fatigue Fract. Struct. 22 Nr. 7, 1999
- [Mue97] Müller, E.: Eigenspannungsabbau an spannungsgestrahlten Torsionsproben unter dynamischer Belastung. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 28, 1997
- [Mug84] Mughrabi, H.: Mikrostrukturelle Ursachen der Ermüdungsrissbildung. In: D. Munz: Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe, DGM Informationsgesellschaft Verlag: Oberursel, 1984
- [Muh92] Muhr, Th.: Zur Konstruktion von Ventildfedern in hochbeanspruchten Verbrennungsmotoren. Dissertation RWTH Aachen 1992
- [Mur89] Murakami, Y.: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions on the Fatigue Strength of Metals. JSME International Journal, Series I. Vol. 32. No. 2, 1989
- [Mur02] Murakami, Y.: Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions. Elsevier, 2002
- [Nor29] Norton, F.H.: The creep of steel at high temperatures. McGraw Hill, New York, 1929
- [Oec14] Oechsner, M.; Brunner, I.: Untersuchung von Werkstoff- und Fertigungseinflüssen auf das VHCF-Verhalten von Schraubendruckfedern. Abschlussbericht AiF-Projekt IGF 16873. TU Darmstadt, 2014
- [Otz55] Otzen, U.: Über das Setzen von Schraubenfedern. Dissertation TH Stuttgart, 1955

- [Otz57] Otzen, U.: Über das Setzen von Schraubenfedern. In: Draht 8/2, 1957
- [Rad13] Radaj, D.; Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit – Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 2013
- [Rei11] Reich, R.; Kletzin, U. u.a.: Lebensdauervorhersage an Schraubendruckfedern. Abschlussbericht AiF-Projekt IGF 15747. TU Ilmenau, 2010
- [Rei13] Reich, R.; Kletzin, U.: Betriebsfeste Auslegung von Schraubendruckfedern unter Verwendung dynamischer Materialkennwerte aus Umlaufbiegeprüfungen, Abschlussbericht AiF Projekt 16999BR, 2013
- [Röd11] Rödling, S.; Fröschl, J.; Hück, M.; Decker, M.: Einfluss nichtmetallischer Einschlüsse auf zulässige HCF-Bemessungskennwerte. Material Testing-Materialprüfung 7-8/2011, Volume 53, 2011
- [Roh89] Rohrbach, C.: Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse. VDI-Verlag Düsseldorf, 1989
- [Roo08] Roos, E.; Maile, K.: Werkstoffkunde für Ingenieure: Grundlagen, Anwendung, Prüfung. Springer DE, 2008
- [Rot87] Roth, M.: Die thermische Stabilität von Eigenspannungen in kugelgestrahlten Oberflächen. Werkstofftechnik 18, 1987
- [Rös02] Rössler, A.: Schwingfestigkeitsverhalten von SiCr-Federstählen nach einer mechanischen Oberflächenbehandlung und Warmauslagerung. Dissertation TU München, 2002
- [Sch95] Schorcht, H.-J.; Lutz, St.: Quer-Eigenfrequenzen von zylindrischen Schraubenfedern aus runden Drähten. Abschlussbericht AiF-Projekt 9232 B, TU Ilmenau, 1995
- [Sch98] Schorcht, H.-J.; Lutz, St.: Gestaltabhängige Kennwerte zur Berechnung der Eigenfrequenzen von Schraubenfedern. Abschlussbericht AiF-Projekt 10337 B, TU Ilmenau 1998
- [Sch06] Schorcht, H.-J.; Weiß, M. Kletzin, U. u.a.: Optimierung des Festigkeits- und Umformverhaltens SiCr-legierter ölschlussvergüteter Federstahldrähte zwecks Verbesserung ihrer Verarbeitungs- und Anwendungseigenschaften. Abschlussbericht zum gleichnamigen AiF-Forschungsvorhaben 13654 BR. TU Ilmenau, 2006
- [Schi95] Schilling-Präetzel, M.: Einfluss der Werkstücktemperatur beim Kugelstrahlen auf die Schwingfestigkeit von Drehstabfedern. Dissertation TH Aachen, 1995

- [Scho90] B. Scholtes: Eigenspannungen in mechanisch randschichtverformten Werkstoffzuständen, Ursachen-Ermittlung-Bewertung, DGM-Informationsgesellschaft, Oberursel, 1990
- [Schu93] Schulze, V.; Burgahn, F.; Vöhringer, O.; Macherauch, E.: Zum thermischen Abbau von Kugelstrahl-Eigenspannungen bei vergütetem 42 CrMo 4. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 24: S.258-267, 1993
- [Schu02] Schulze, V.: Warm- und Spannungsstrahlen – Wege zur Erzeugung stabilisierter und erhöhter Druckeigenspannungen. In: *DVM-Tag 2002 - Federn im Fahrzeugbau*, 2002
- [Schu06] Schulze, V.: Characteristics of Surface Layers Produced by Shot Peening, in *Shot Peening* (ed. L. Wagner), Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2006
- [Sei07] Seidel, W.: *Werkstofftechnik, Werkstoffe-Eigenschaften-Prüfung-Anwendung*. Hanser Verlag, 7 Auflage, 2007
- [Sie55] Siebel, E.; Stieler, M.: Ungleichmäßige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung. *VDI-Zeitung* 97, 1955
- [Sie83] Siekmann, G.: Das Gefüge vergüteter Federstähle und ihre mechanischen Eigenschaften bei Prüftemperaturen zwischen -70 und +50°C. Ruhr Universität Bochum, Dissertation, 1983
- [Sig93] Sigwart, A.: Bauteilrandschicht und Schwingfestigkeit. Dissertation TU Clausthal, 1993
- [Spi05] Spieß, L.; Behnken, H.; Teichert, G.: *Moderne Röntgenbeugung, Röntgendiffraktometrie für Materialwissenschaftler, Physiker und Chemiker*, 2005
- [Spi94] Spies, H. J.; Kern, T. U.; Tand, N. D.: Beitrag zur Abschätzung der Dauerfestigkeit nitrierter bauteilähnlicher Proben. *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.* 25, Weinheim 1994
- [Sta01] *Stahlschlüssel-Taschenbuch - Wissenswertes über Stähle*. Verlag Stahlschlüssel Wegst GmbH, Marbach, 19. Auflage, 2001
- [Sti54] Stieler, M: Untersuchungen über die Dauerschwingfestigkeit metallischer Bauteile bei Raumtemperatur. Dissertation TH Stuttgart, 1954
- [Sun91] Sun, Z.; Rios, E.R.; Miller, K.J.: Modelling small fatigue cracks interacting with grain boundaries. In: *Fatigue Fract. Eng. Mater.* Vol. 14, No. 2/3, 1991

- [Tan90] Tange, A.; Takamura, N.: Relation between shot-peening residual stresses distribution and fatigue crack propagation life in spring steel. ICSP-4, 1990
- [TGL19340/3] TGL 19340-3: Dauerfestigkeit der Maschinenbauteile. Verlag für Standardisierung, 1983
- [Thu60] Thum, A.; Petersen, C.; Svenson, O.: Verformung, Spannung und Kerbwirkung. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1960
- [Vor89] Vormwald, M.: Anrisslebensdauervorhersage auf der Basis der Schwingbruchmechanik für kurze Risse. Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik, Technische Hochschule Darmstadt, 1989
- [Wah70] Wahl, F.: Untersuchungen zur Kinetik räumlich gekrümmter Stäbe mit Anwendungen auf zylindrische Schraubenfedern. Dissertation TH Magdeburg, 1970
- [Wan64] Wanke, K.: Beitrag zum Vorsetzen (Voreinrichten) von Schraubendruckfedern bei Raumtemperatur bzw. erhöhten Temperaturen. Draht 15 Nr. 6, 1964
- [Wer84] Verein Deutscher Eisenhüttenleute (Hrsg.): Werkstoffkunde Stahl – Band 1: Grundlagen. Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1984
- [Wic99] Wick, A.; Holzapfel, H.; Schulze, V.; Vöhringer, O.: Effect of shot peening parameters on the surface characteristics of differently heat treated AISI 4140. ICSP7, Warschau, 1999
- [Wic99/2] Wick, A.; Schulze, V.; Vöhringer, O.: Kugelstrahlen bei erhöhter Temperatur mit einer Druckluftstrahlanlage. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 30, 1999
- [Wic99/3] Wick, A.; Schulze, V.; Vöhringer, O.: Shot peening and stress peening of AISI 4140 at increased temperatures. ICSP7, Warschau, 1999
- [Win90] Winderlich, B.: Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit und seine Anwendung auf martensitische Randschichten, insbesondere Laserhärtungsschichten. Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 21, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1990
- [Wit02] Wittkopp, T.; Micke, D.; Schorcht, H.-J.: Mehrkörpersimulation von Federn und Federungen - Möglichkeiten und Grenzen. 47. Intern. Wiss. Kolloquium der TU Ilmenau, 2002
- [Wit05] Wittkopp, T.: Mehrkörpersimulation von Schraubendruckfedern, Dissertation TU Ilmenau, 2005

- [Wit13] Wittkopp, T.; Sandmann, K.: Dynamische Simulation von Schraubendruckfedern mit Berücksichtigung umgebender Fluide. Ilmenauer Federntag 2013, Ilmenau, 2013
- [Woh78] Wohlfahrt, H.: Einfluss von Eigenspannungen. In: Verhalten von Stahl bei schwingender Beanspruchung. Hrsg. Dahl, W., Verlag Stahleisen: Düsseldorf, 1978
- [Woh81] Wohlfahrt, H.: Kugelstrahlen und Dauerschwingverhalten. Universität Gesamthochschule Kassel, 1981
- [Wol73] Wolfstieg, U.; Macherauch, E.: Ursachen und Bewertung von Eigenspannungen. Chemie-Ing.-Techn. 45, 1973
- [Zie76] Ziebart, W.: Ein Verfahren zur Berechnung des Kerb- und Größeneinflusses bei Schwingbeanspruchung. Dissertation TU München, 1976
- [Zie77] Ziebart, W.; Heckel, K.: Ein Ansatz zur Berücksichtigung der Bauteilform und Bauteilgröße bei Lebensdauervorhersagen. Z. f. Werkstofftechnik, 1977

Anhang A: Lösung einer Gleichung 3. Ordnung

Folgende Gleichung ist zu lösen.

$$ax^3 - bx^2 + cx + konst. = 0$$

Zunächst erfolgt durch Division mit a die Normalform.

$$x^3 - \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{konst.}{a} = 0$$

mit:

$$\frac{b}{a} = r \qquad \frac{c}{a} = s \qquad \frac{konst.}{a} = t$$

folgt:

$$x^3 - rx^2 + sx + t = 0$$

Durch Substitution mit

$$x = y - r/3$$

ergibt sich:

$$y^3 + py + q = 0$$

mit:

$$p = s - r^2/3 \qquad q = \frac{2r^3}{27} - \frac{rs}{3} + t$$

Der nachfolgende Wert für R dient der Fallunterscheidung.

$$R = (q/2)^2 + (p/3)^3$$

Wenn $R > 0$ ist, existieren eine reelle und zwei komplexe Lösungen.

$$T = \sqrt{(q/2)^2 + (p/3)^3}$$

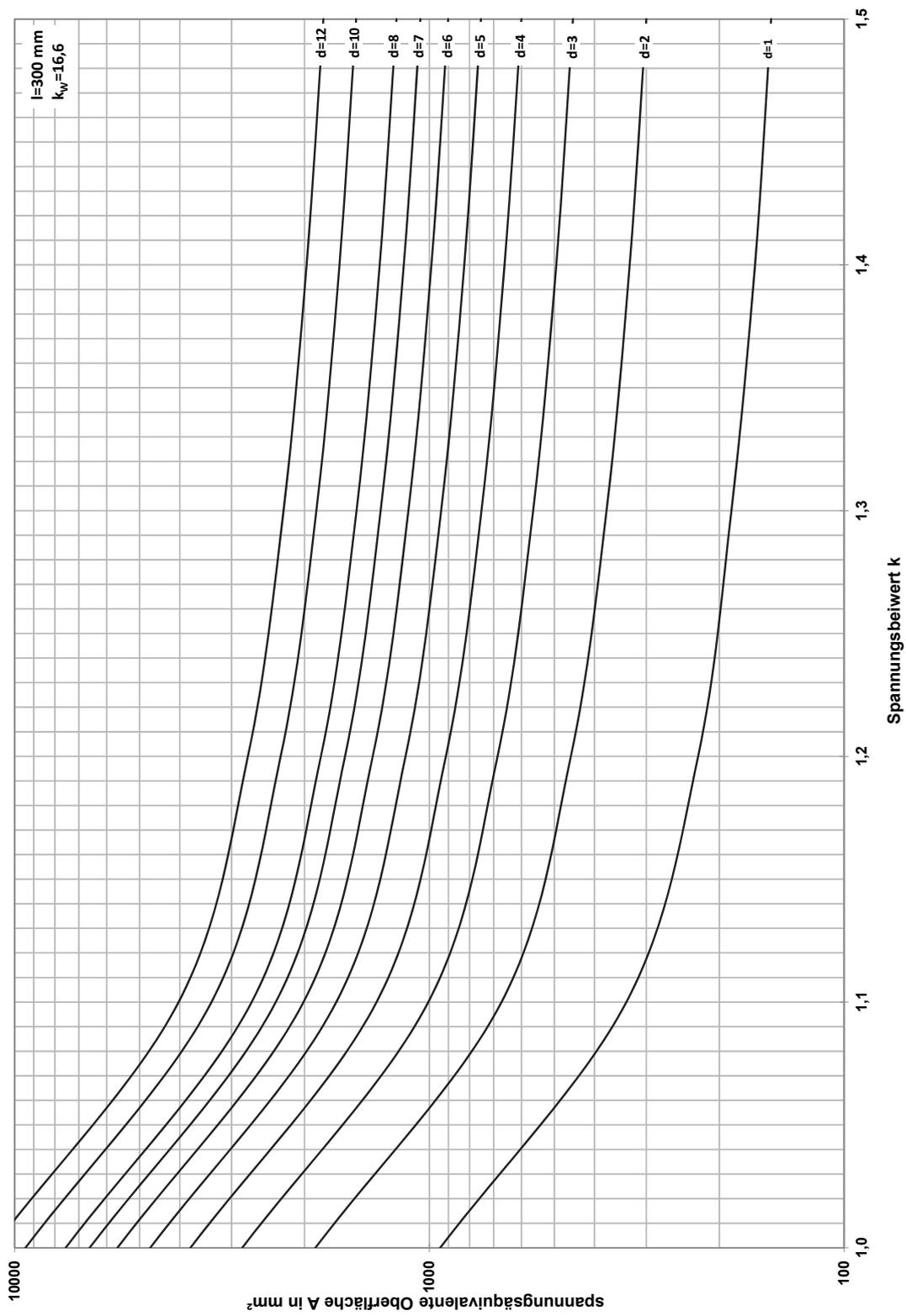
$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + T}$$

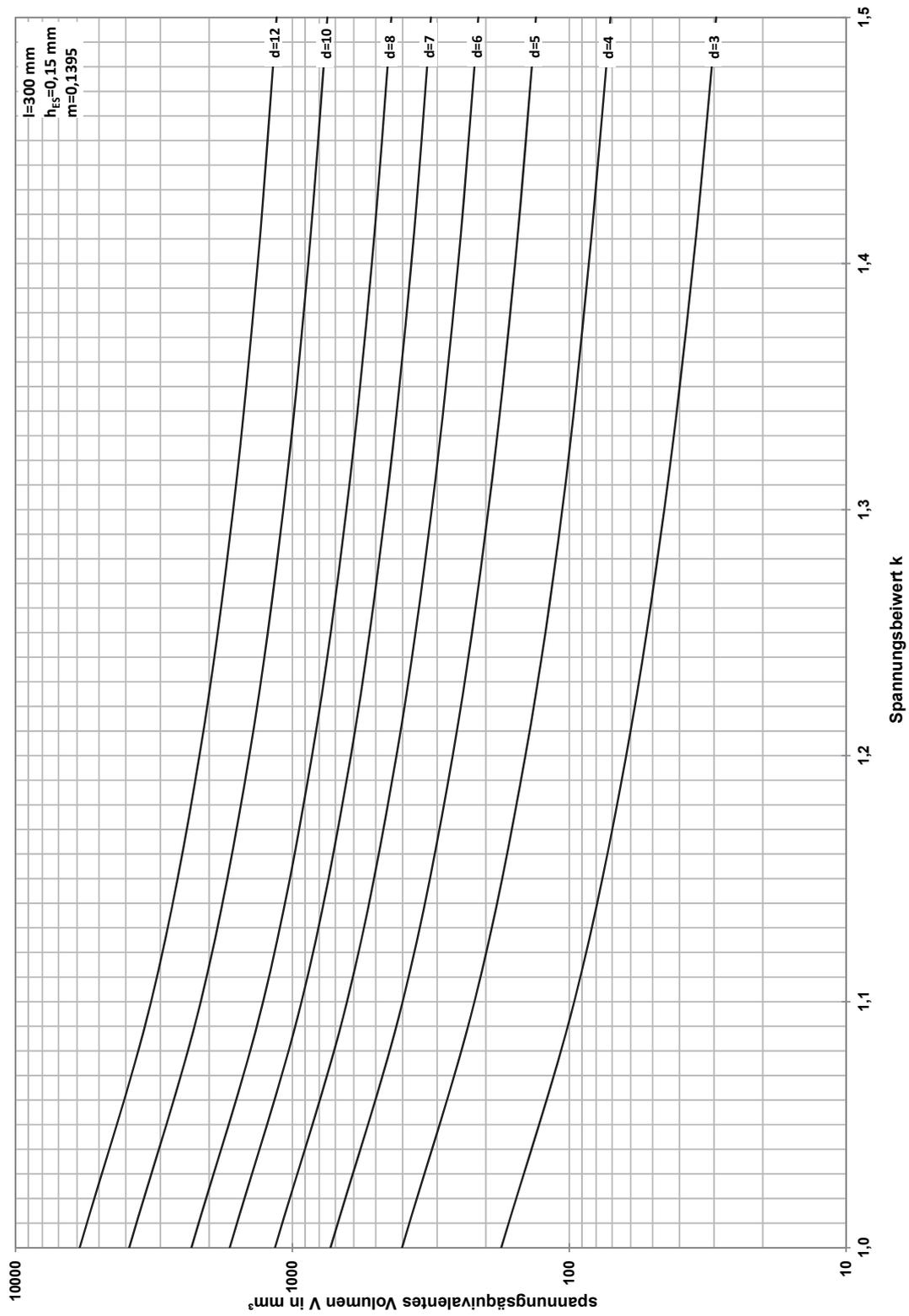
$$v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - T}$$

$$y = u + v$$

Anschließend wird die Substitution rückgängig gemacht. Es ergibt sich die reelle Lösung des ursprünglichen Gleichungssystems.

$$x = y - r/3$$

Anhang B: Spannungsäquivalente Oberfläche einer Schraubendruckfeder

Anhang C: Spannungsäquivalentes Volumen einer Schraubendruckfeder

Liste der bisher erschienenen Bände, Stand 31.05.2016

Bericht aus dem Institut für Maschinenelemente und Konstruktion (IMK), 1990 – 2010

- Band 1** **Institut für Maschinenelemente und Konstruktion der TU Ilmenau (Hrsg.):**
Forschung und Lehre im Institut für Maschinenelemente und Konstruktion
(Institutsbericht)
Ilmenau : ISLE, 1999. - ISBN 3-932633-37-7
- Band 2** **Spiller, Frank:**
Möglichkeiten der rechentechnischen Umsetzung von Erkenntnissen aus der
Konstruktions-systematik unter Nutzung der Featuretechnologie
(Dissertation TU Ilmenau 1998)
Ilmenau : ISLE, 1998. - ISBN 3-932633-20-2
- Band 3** **Leibl, Peter:**
Entwicklung eines featureorientierten Hilfsmittels für die Konstruktion
kostengünstiger Produkte
(Dissertation TU Ilmenau 1998)
Ilmenau : ISLE, 1998. - ISBN 3-00-003695-4
- Band 4** **Lutz, Steffen:**
Kennlinie und Eigenfrequenzen von Schraubenfedern
(Dissertation TU Ilmenau 2000)
Ilmenau : ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-47-4
- Band 5** **Kletzin, Ulf:**
Finite-Elemente-basiertes Entwurfssystem für Federn und Federanforderungen
(Dissertation TU Ilmenau 2000)
Ilmenau : ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-48-2
- Band 6** **Volz, Andreas K.:**
Systemorientierter Karosserie-Konzeptentwurf am Beispiel der Crashsimulation
(Dissertation TU Ilmenau 1998)
Ilmenau : ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-52-0
- Band 7** **Brix, Torsten:**
Feature- und constraint-basierter Entwurf technischer Prinzipie
(Dissertation TU Ilmenau 2001)
Ilmenau : ISLE, 2001. - ISBN 3-932633-67-9

- Band 8** **Rektor der TU Ilmenau und Institut für Maschinenelemente und Konstruktion der TU Ilmenau (Hrsg.) in Zusammenarbeit mit Carl Zeiss Jena GmbH**
Vom Arbeitsblatt zum virtuellen Prototyp – 50 Jahre Konstruktionssystematik
(Institutsbericht)
Ilmenau : ISLE, 2002. - ISBN 3-932633-68-7
- Band 9** **Liebermann, Kersten:**
Rechnergestütztes Entwurfs- und Optimierungssystem für Schraubendruckfedern
(Dissertation TU Ilmenau 2003)
Ilmenau : ISLE, 2003. - ISBN 3-932633-74-1
- Band 10** **Meissner, Manfred; Denecke, Klaus:**
Die Geschichte der Maschinenelemente als Fachgebiet und Institut an der
Technischen Universität Ilmenau von 1953 bis 2003
(Institutsbericht)
Ilmenau : ISLE, 2003. - ISBN 3-932633-82-2
- Band 11** **Geinitz, Veronika:**
Genauigkeits- und auslastungsoptimierte Schraubendruckfedern
(Dissertation TU Ilmenau 2006)
Ilmenau : ISLE, 2006. - ISBN 3-938843-11-X
- Band 12** **Institut für Maschinenelemente und Konstruktion (Hrsg.):**
Festschrift zum Ehrenkolloquium anlässlich der Emeritierungen von Univ.-Prof.
Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Günter Höhne und Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Hans-Jürgen
Schorcht
(Institutsbericht)
Ilmenau : ISLE, 2005. -ISBN 3-932633-97-0
- Band 13** **Wittkopp, Tobias:**
Mehrkörpersimulation von Schraubendruckfedern
(Dissertation TU Ilmenau 2005)
Ilmenau : ISLE, 2005. - ISBN 3-938843-07-1
- Band 14** **Frank, Stefan:**
Justierdrehen – eine Technologie für Hochleistungsoptik
(Dissertation TU Ilmenau 2007)
Ilmenau : ISLE, 2008. - ISBN 978-3-938843-35-4
- Band 15** **Schilling, Thomas:**
Augmented Reality in der Produktentstehung
(Dissertation TU Ilmenau 2008)
Ilmenau : ISLE, 2008. - ISBN 978-3-938843-42-0

- Band 16** **Lotz, Markus:**
 Konstruktion von Messspiegeln hochgenauer Mess- und Positioniermaschinen
 (Dissertation TU Ilmenau 2009)
 Ilmenau : ISLE, 2009. - ISBN 978-3-938843-46-8
- [Band 17]** **Hackel, Tobias:**
 Grundlegende Untersuchungen zu vertikalen Positioniersystemen für
 Nanopräzisionsmaschinen
 (Dissertation TU Ilmenau 2010)
 Münster, Westf : Monsenstein und Vannerdat, 2010. - ISBN 978-3-86991-111-3
- [Band 18]** **Frank, Thomas:**
 Konzeption und konstruktive Gestaltung der Messkreise von Nanomessmaschinen
 (Dissertation TU Ilmenau 2010)
 Münster, Westf : Monsenstein und Vannerdat, 2010. - ISBN 978-3-86991-194-6

Berichte aus dem Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK), 2010 - ...

- Band 19** **Sondermann, Mario:**
 Mechanische Verbindungen zum Aufbau optischer Hochleistungssysteme
 (Dissertation TU Ilmenau 2010)
 Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2011. - ISBN 978-3-939473-94-7
- Band 20** **Stephan Husung:**
 Simulation akustischer Produkteigenschaften unter Nutzung von Virtual Reality
 während der Produktentwicklung
 (Dissertation TU Ilmenau 2011)
 Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2012. - ISBN 978-3-86360-026-6
- Band 21** **Dobermann, Dirk:**
 Stabilisierung der Bildlage abbildender optischer Systeme
 (Dissertation TU Ilmenau 2012)
 Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-056-3
- Band 22** **Taubmann, Peter:**
 Analyse der Ventildfederbewegung als Beitrag zur Beeinflussung der
 Verschleißursachen an den Auflageflächen
 (Dissertation TU Ilmenau 2013)
 Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-059-4
- Band 23** **Erbe, Torsten:**
 Beitrag zur systematischen Aktor- und Aktorprinzipauswahl im
 Entwicklungsprozess
 (Dissertation TU Ilmenau 2013)
 Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-060-0

- Band 24: Ginani, Luciano Selva**
Optical Scanning Sensor System with Submicron Resolution
(Dissertation TU Ilmenau 2013)
Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-068-6
- Band 25: Heidler, Nils**
Untersuchungen zylindrischer Gasführungselemente für
Hochvakuumanwendungen
(Dissertation TU Ilmenau 2015)
Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-130-0
- Band 26: Reich, René**
Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern auf
Basis von Umlaufbiegeprüfungen
(Dissertation TU Ilmenau 2016)
Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-139-3