Zur Schülerzentrierung im Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen –

eine empirische Untersuchung der CAS-Einführung an Thüringer Schulen mit Oberstufe

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik der
Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Matthias Müller
geboren am 30.10.1985 in Dresden

Gutachter

1. PD Dr. Michael Schmitz (Friedrich-Schiller-Universität Jena)
2. Prof. Dr. Michael Fothe (Friedrich-Schiller-Universität Jena)
3. Prof. Dr. Torsten Fritzlar (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg)

Tag der öffentlichen Verteidigung: 28. Oktober 2014

Abstract

Im Schuljahr 2011/2012 veränderte sich der Mathematikunterricht für die Thüringer Schülerinnen und Schüler spürbar. Mit Beginn dieses Schuljahrs wurden Computeralgebra-Systeme (CAS) an allen Thüringer Schulen mit Oberstufe verpflichtend eingeführt. Ab der Klassenstufe 9 arbeiten die Lernenden nunmehr mit diesen Systemen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Es ist ein Ziel der vorliegenden Untersuchung, die in verschiedenen Studien belegte durch die CAS-Einführung motivierte Steigerung der Schülerzentrierung im Unterricht unter den spezifischen Thüringer Rahmenbedingungen zu dokumentieren. Im Gegensatz zu früheren fachdidaktischen Untersuchungen zu CAS besteht die Thüringer Spezifik in der Verbindlichkeit der Einführung der Systeme.

Den Ausgangspunkt für den theoretischen Rahmen der Untersuchung bildet eine vorliegende fachdidaktische Theorie zum CAS-Einsatz im Unterricht: die Trias *Task – Technique - Theory*. Zur Operationalisierung des Begriffs Schülerzentrierung wird ein Konzept des offenen Unterrichts herangezogen. Ein weiterer Gesichtspunkt ist die Dokumentation der Schüleraktivitäten; in diesem Zusammenhang findet das „Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten" Anwendung. Vom theoretischen Rahmen ausgehend werden drei Hypothesen formuliert. Die Hypothesen werden im Rahmen einer Längsschnittstudie empirisch überprüft. Der Untersuchungszeitraum umfasst zwei Jahre. Es finden sowohl quantitative als auch qualitative Forschungsmethoden Verwendung. Um ein umfassenderes Bild des Mathematikunterrichts zeichnen zu können, werden die Perspektiven der Lernenden und der Lehrenden berücksichtigt.

Abgesehen von der Dokumentation von Veränderungen im Mathematikunterricht werden auch die Mathematikaufgaben im CAS-gestützten Unterricht auf ihre Potentiale mit Blick auf die Schülerzentrierung hin untersucht. Dabei können sowohl theoretische als auch empirische Verbindungen zwischen drei Aspekten der CAS-Aufgabenentwicklung der Schülerzentrierung bei Aufgaben, der Binnendifferenzierung durch Aufgaben und dem Diagnosepotential von Aufgaben hergestellt werden. Im Rahmen der Untersuchung entstanden zwei Aufgabensammlungen, die an Thüringer Schulen erprobt und online für alle Interessierten bereitgestellt wurden.

Neben der Entwicklung neuer CAS-Aufgaben sind weitere wesentliche Arbeitsergebnisse der vorliegenden Untersuchung, dass Thüringer Lehrkräfte die Potentiale des CAS-Einsatzes für den Mathematikunterricht in Hinblick auf die Schülerzentrierung erkannt haben und sich im Umgang mit den Systemen zunehmend sicherer fühlen. Auf der Grundlage der Ergebnisse können Schlussfolgerungen für die Lehrerbildung in Thüringen gezogen werden. Ob die positiven Auswirkungen von CAS im Thüringer Mathematikunterricht in der Breite spürbar werden, kann erst in den folgenden Jahren beurteilt werden. Die Ergebnisse der vorliegenden Studie stimmen aber zuversichtlich.

Abstract (English)

In the school year 2011/2012, the teaching of mathematics for Thuringian pupils changed noticeably. With the beginning of this school year Computer Algebra Systems (CAS) were introduced in all Thuringian schools with upper secondary classes. From the 9th grade students are now working with these systems in mathematics and science lessons. Previous educational studies indicate that the introduction of CAS supports student centered learning environments in classrooms. It is a goal of the present study to document changes in CAS classrooms with regard to the student centered learning environments under the specific conditions of Thuringia. While previous research into the didactics of CAS has focused on classrooms where teachers opted to introduce the systems, the specific conditions of the study in Thuringia are that the introduction of CAS was top-down.

The starting point for the theoretical framework of the study was the triad theory for CAS use in classrooms: *Task - Technique - Theory*. A concept of open education was used for the operationalization of the terms and definitions of student centered learning environments. Another aspect was the documentation of student activities: the "Octagon of the main mathematical activities" was used for this aspect of the study. Starting from the theoretical framework, three hypotheses were formulated. These were tested empirically in the context of a two-year longitudinal study. Both quantitative and qualitative research methods were used. In order to draw a more comprehensive picture of mathematics education, the perspectives of learners and teachers were recognized.

Apart from the documentation of changes in mathematics teaching, mathematical tasks in the CAS assisted teaching were examined for their potential in student centered learning environments. Both theoretical and empirical connections can be made between the three aspects of task development: student centeredness in tasks, the internal differentiation through tasks, and the diagnostic potential of tasks. During the investigation, two sets of CAS tasks were developed and these were tested in Thuringian schools. These new CAS tasks are available online for all interested parties.

Besides developing new CAS tasks, other essential results of the present study are that Thuringian teachers have recognized the potential of CAS use for mathematics teaching in regard to student centered learning environments and they feel increasingly confident in dealing with the systems. On the basis of these results, conclusions can be drawn for teacher training in Thuringia. Whether the positive effects of CAS will be felt in the teaching of mathematics in Thuringia can only be assessed in the following years. The results of the present study offer grounds for cautious optimism.

Danksagung

Für die gute Zusammenarbeit und die vielen konstruktiven Diskussionen bedanke ich mich herzlich bei meinem Betreuer Herrn PD Dr. Michael Schmitz. Für die Unterstützung und die Förderung im Rahmen meiner wissenschaftlichen Tätigkeit bedanke ich mich herzlich bei Herrn Prof. Dr. Michael Fothe. Weiterhin gilt mein Dank dem dritten Gutachter meiner Dissertation Herrn Prof. Dr. Torsten Fritzlar. Ich bedanke mich bei den Thüringer Lehrerinnen und Lehrern, den Schülerinnen und Schülern, ohne ihre Bereitschaft zur Teilnahme wäre die Untersuchung nicht möglich gewesen. Meinen Kolleginnen und Kollegen der Abteilung Didaktik der Mathematik und Informatik an der Friedrich-Schiller-Universität Jena danke ich für die vielen kritischen und konstruktiven Hinweise während der gemeinsamen Forschungsseminare. Ich danke dem Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur, das seine Zustimmung zur Untersuchung an den Thüringer Schulen gab.

Persönlich möchte ich mich bei all jenen bedanken, die in sonstiger Weise zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen haben.

Inhalt

„Der Computer zwingt uns zum Nachdenken über Dinge, über die wir auch ohne Computer schon lange hätten nachdenken müssen."
Hans Schupp, deutscher Mathematikdidaktiker

1 Einleitung

Im Schuljahr 2011/2012 veränderte sich der Mathematikunterricht für viele Thüringer Schülerinnen und Schüler spürbar. In diesem Jahr wurden Computeralgebra-Systeme (CAS) an allen Thüringer Schulen mit Oberstufe verpflichtend eingeführt. Ab der Klassenstufe 9 arbeiten die Lernenden nunmehr mit diesen Systemen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.

Die Diskussion um die Einführung beschränkt sich nicht nur auf das Ministerium und die Schulen, sondern sie stößt auch auf ein breites Interesse in der Öffentlichkeit. In mehreren Zeitungsartikeln und Rundfunk-Beiträgen wird über das Thema berichtet. So schreibt zum Beispiel die Thüringer Allgemeine:

> *„In Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften liegen Thüringens Schüler bei Tests vorn. Nun will Thüringen nachlegen – und einen Super-Taschenrechner ab Klasse 9 in den Gymnasien einführen. Dieser Plan sorgt für Streit."*
> (Reiser-Fischer [TA] 2010, S. 1)

Die öffentliche Debatte entbrennt maßgeblich an dem Punkt der Finanzierung, denn die Eltern müssen die Kosten für die Anschaffung selbst tragen. Die Schlagzeilen in den Medien lauten plakativ: „*Vorreiter auf Schülerkosten*" oder „*Teure Spickzettel: Streit um neue Taschenrechner an Schulen*" (Schreiber [STZ] 2011/ Reiser-Fischer [TA] 2010). Der Streit führte sogar dazu, dass sich das Geraer Verwaltungsgericht mit der Thematik beschäftigen muss. Der Kläger sieht die Lehrmittelfreiheit verletzt und besteht auf die Finanzierung der Geräte durch das Land Thüringen. Das Verwaltungsgericht Gera lehnte einen Eilantrag ab. Es bestätigt damit den Standpunkt des Freistaats, wonach die CAS nicht unter die Lehrmittelfreiheit fallen. Somit müssen die Eltern für die Kosten der Anschaffung selbst aufkommen (Rathay [TA] 2011).

Die teilweise emotional geführte Debatte um die Einführung von CAS im Mathematikunterricht zeigt die Brisanz des Themas. Dabei beschränkt sich die öffentliche Diskussion nicht nur auf Thüringen. Auch in anderen Bundesländern werden Für und Wider gegeneinander abgewogen. Die unterschiedlichen Standpunkte und Meinungen finden sich bei „*Mathematikern, Didaktikern und Lehrern*":

> *„Statt auf Papier rechnen Gymnasiasten immer öfter auf Mini-Mathe-Computern. Diese können Funktionen auf Knopfdruck ableiten und sogar Gleichungssysteme lösen. Was Didaktiker begeistert, halten Traditionalisten für einen gefährlichen Irrweg. […]*

> *Ein neuer Streit unter Mathematikern, Didaktikern und Lehrern: Sollen Schüler Mathe an Mini-Computern lernen? In mehreren Bundesländern sind solche Rechner für Abiturienten bereits Pflicht, darunter Sachsen, Thüringen und Niedersachsen.“*
>
> (Dambeck [Spiegel Online] 2013, S. 1)

Wie in dem Beitrag angesprochen wird, ist die Debatte um die Einführung von neuen Hilfsmitteln im Unterricht nicht auf die Öffentlichkeit begrenzt. Auch unter Mathematikdidaktikerinnen und –didaktikern wird der CAS-Einsatz im Mathematikunterricht seit Jahren leidenschaftlich diskutiert. Aus der fachdidaktischen Diskussion gingen Vorschläge und Empfehlungen hervor, die in Lehrplänen und Bildungsstandards, den sogenannten Basisdokumenten des Mathematikunterrichts, aufgenommen wurden.

1.1 CAS-Einsatz als Thema in den Basisdokumenten des Mathematikunterrichts

Auf internationaler Ebene formulierte der National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) im Jahr 2000 fünf Hauptprinzipien für den Mathematikunterricht. Diese Standards finden weltweit Beachtung. Die Vorteile des Technologie-Einsatzes im Unterricht werden im fünften Prinzip skizziert:

> *„Technology is essential in teaching and learning mathematics; it influences the mathematics that is taught and enhances students´ learning.”*
>
> (NCTM 2000, S. 24)

Auf nationaler Ebene nimmt das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB), welches im Auftrag der Kultusministerkonferenz (KMK) einheitliche Bildungsstandards entworfen hat, Stellung zum Einsatz digitaler Werkzeuge, wie sie zusammenfassend genannt werden. In den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife wird der Einsatz umrissen:

> *„Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt. Das Potenzial dieser Werkzeuge entfaltet sich im Mathematikunterricht*
>
> - *beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,*
> - *durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,*
> - *mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen,*
> - *durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich der reflektierten Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.*
>
> *Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung.“*
>
> (KMK 2012, S. 12 f.)

Im Thüringer Lehrplan für das Gymnasium wurde der Einsatz von digitalen Werkzeugen schon früher erwähnt. Seit 2011 ist die Verwendung solcher Werkzeuge verbindlich vorgeschrieben und findet sich daher auch im aktuellen Lehrplan wieder:

> *„Der sinnvolle Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (Taschenrechner, Computeralgebrasysteme (CAS), Tabellenkalkulationssoftware, dynamischer Geometriesoftware, Funktionsplotter) unterstützt die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen. Dies betrifft u. a.:*
>
> - *das Erweitern der Möglichkeiten des Argumentierens mit selbst gewählten Beispielen und des selbstständigen Auffindens von Begründungen,*
> - *das experimentelle und heuristische Arbeiten bei inner- und außermathematischen Problemstellungen,*
> - *die Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge durch vielfältige Darstellungsmöglichkeiten,*
> - *die Entlastung des kalkülmäßigen Arbeitens sowie die Verarbeitung größerer Datenmengen,*
> - *vielfältige Kontrollmöglichkeiten.*
>
> *Die digitalen Mathematikwerkzeuge sind in technischen Systemen, die sich beständig weiterentwickeln, auf verschiedene Weise kombiniert und integriert."*
>
> (TMBWK 2013, S. 6)

Damit geht Thüringen weiter als andere Bundesländer, indem es den verpflichtenden Einsatz von CAS für alle Schulen mit Oberstufe vorschreibt. Allerdings haben nicht alle Gymnasien in Thüringen gleichzeitig die Systeme einführen müssen. Thüringen hat eine Tradition im Umgang mit CAS im Mathematikunterricht. So starteten bereits 1999 acht Schulen ein Modellprojekt und führten CAS im Unterricht ein. Folgerichtig war es 2002 für die betreffenden Schülerinnen und Schüler möglich, das Abitur mit dem Hilfsmittel CAS zu schreiben. Seitdem gab es in Thüringen die Möglichkeit, das Abitur mit oder ohne CAS zu absolvieren. Im Laufe der Zeit folgten weitere Thüringer Schulen mit Oberstufe dem Beispiel der Modellschulen und somit arbeiteten im Jahr 2011 schon ein Drittel aller Schulen mit CAS im Mathematikunterricht (Moldenhauer 2007, S. 26 f.). Außerdem werden in regelmäßigen Abständen fachdidaktische Tagungen und Kolloquien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht in Thüringen organisiert, auf denen sowohl die Erfahrungen aus dem Projektversuch als auch internationale Forschungsergebnisse vorgestellt werden (Fothe et al. 2006). Die Erfahrungen und Ergebnisse der Projektschulen flossen bei der Entscheidung zu einer verbindlichen Einführung der Systeme mit ein. Im Schuljahr 2011/2012 informierte das Thüringer Ministerium für Wissenschaft, Bildung und Kultur (TMBWK) in einer Medieninformation über die verpflichtende Einführung der Systeme im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht an allen Thüringer Schulen mit Oberstufe.

1.2 Forschungsfrage

In der besagten Medieninformation vom 20. Januar 2011 verweist das TMBWK auf die wissenschaftliche Expertise der Pädagogischen Hochschule Freiburg. Diese Expertise wurde von Seiten des Ministeriums in Auftrag gegeben. Dabei handelt es sich um eine Metastudie, welche die Erkenntnisse aus nationalen und internationalen Studien zum Thema „CAS-Einsatz im Mathematikunterricht“ zusammenfasst. Als Essenz werden die verbindliche Einführung von CAS im Unterricht und die Verankerung als Hilfsmittel in der Prüfung empfohlen. Der Mehrwert von CAS für den Mathematikunterricht liegt darin begründet, dass es als Katalysator für einen schülerzentrierten und verstehensorientierten Unterricht dienen kann (Barzel 2012, S. 79). Die Expertise wird in der Medieninformation des TMBWK zitiert und als Begründung für die Einführung der CAS im Thüringer Mathematikunterricht angeführt (TMBWK 2011).

Die in der angesprochenen Expertise zusammengefassten Ergebnisse stammen aus verschiedenen Studien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht. In den besagten Studien konnte eine Stärkung der Schülerzentrierung im Unterricht durch den CAS-Einsatz belegt werden. Gemein ist diesen Studien, dass sich die teilnehmenden Lehrkräfte freiwillig für die Verwendung von CAS im Unterricht entschieden hatten. Damit unterscheidet sich die Thüringer Situation von den Gegebenheiten der fachdidaktischen Untersuchungen zum CAS-Einsatz. Vor dem Hintergrund der Verbindlichkeit des CAS-Einsatzes, darin liegt die Thüringer Spezifik, wurde nach Kenntnis des Autors der vorliegenden Studie die Entwicklung der Schülerzentrierung im CAS-gestützten Unterricht noch nicht untersucht. Die übergeordnete Forschungsfrage lautet daher:

Wie entwickelt sich die Schülerzentrierung im Thüringer Mathematikunterricht nach der verbindlichen CAS-Einführung?

Die Entwicklung des Thüringer Mathematikunterrichts nach der Einführung der CAS soll dokumentiert und in Hinblick auf die angestrebten Ziele überprüft werden. Ausgehend von der Expertise der Pädagogischen Hochschule Freiburg liegen die Gründe für die CAS-Einführung in den Potentialen für den Mathematikunterricht in Bezug auf Schülerzentrierung und Verstehensorientierung. Aus einschlägigen Studien geht hervor, dass die Möglichkeiten von CAS nur dann voll ausgeschöpft werden können, wenn die Einführung mit einer Veränderung der Unterrichtskultur verknüpft ist (Barzel 2012, S. 79). Unter Berücksichtigung dieser Empfehlungen hat das Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien (ThILLM) eine Fortbildungsoffensive gestartet, um Mathematiklehrkräfte für ihre zukünftigen Aufgaben zu qualifizieren. Einen Schwerpunkt in den Fortbildungen bildet die Vorbereitung auf das zentrale CAS-Abitur 2014 (Behr et al. 2013). Es ist daher zu vermuten, dass sich Mathematikunterricht in Thüringen durch die Einführung von CAS verändert.

Somit ist es von besonderem Interesse, diese zu erwartenden Veränderungen im Unterricht in einer Längsschnittuntersuchung zu dokumentieren. Die Fortentwicklung der Schülerzentrierung ist ein erklärtes Ziel von Seiten des TMBWK. Im Rahmen dieser Untersuchung wird auf die Entwicklung der Schülerzentrierung der Fokus gelegt. Für eine bessere Dokumentation der Veränderungen im Unterricht ist es sinnvoll, sich auf Kriterien zu verständigen, an denen man die Veränderungen festmachen kann.

Ganz konkret wird zur Operationalisierung der Schülerzentrierung das Konzept des offenen Unterrichts gewählt (Peschel 2003a). Neben dem Konzept des offenen Unterrichts wird das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten herangezogen, um die Aktivitäten der Lernenden im Unterricht zu beschreiben. Das Oktagon umfasst acht Hauptaktivitäten, die sich zu verschiedenen Zeiten und in unterschiedlichen Kulturen seit 5000 Jahren bei der Entwicklung neuer Mathematik als wichtig erwiesen haben (Zimmermann 2003).

Neben der Dokumentation der Unterrichtsentwicklung liegt der Fokus der Untersuchung auf der Entwicklung neuer CAS-Aufgaben. Der Mathematikunterricht konkretisiert sich in den Aufgaben, die die Lernenden bearbeiten. Es sollen die Potentiale der CAS in Hinblick auf die Schülerzentrierung bei der Aufgabenentwicklung analysiert werden. Während der theoriegeleiteten Konzeption neuer Aufgaben zeigte sich, dass eine Steigerung der Schülerzentrierung eng mit den Möglichkeiten der Binnendifferenzierung und den Diagnosepotentialen der Aufgaben verknüpft ist. Die neu entwickelten Aufgaben wurden an den an dieser Studie teilnehmenden Schulen erprobt. Im Rahmen der Untersuchung entstanden zwei Aufgabensammlungen für die Sekundarstufen mit dem Ziel, den Lehrkräften Unterstützung zu geben, um den veränderten Anforderungen im Unterricht begegnen zu können (Müller 2012/ Müller 2013a). In Anlehnung an das Modell *Test & Interview* aus der Fachdidaktik Informatik soll den Lehrenden ein neues Instrument zur Erfassung des Lernstands ihrer Schülerinnen und Schüler zur Verfügung stehen, um entsprechende Schlüsse für die Unterrichtsplanung mit CAS ziehen zu können (Fothe et al. 2006/ Fothe & Ludwig 2008). Es geht nicht um einen externen Vergleich von Schülerleistungen, sondern um ein Instrument für die qualitative Analyse des Unterrichts durch die Lehrenden selbst. Im Speziellen handelt es sich hierbei um online bereitgestellte CAS-Aufgaben und passgenaue Zusatzinformationen.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst der theoretische Rahmen vorgestellt, der die Grundlage bildet, um die angesteuerten Ziele der Dokumentation von Unterricht und der Entwicklung von CAS-Aufgaben erreichen zu können. Ausgehend von dem Begriff CAS und den fachdidaktischen Theorien zum Einsatz der Systeme im Mathematikunterricht wird der zentrale Fokus auf die Entwicklung der Schülerzentrierung im Mathematikunterricht gelegt. Auf der Grundlage nationaler und internationaler Forschungsergebnisse kann die Forschungsfrage konkretisiert werden und es werden drei Hypothesen aufgestellt. Im Rahmen der Begründung der dritten Hypothese wird ein theoretisches Modell hergeleitet, welches einen Zusammenhang zwischen den Potentialen von CAS-Aufgaben mit Blick auf die Schülerzentrierung, die Binnendifferenzierung und die Diagnoseeigenschaften herstellt. Die aufgestellten Hypothesen werden empirisch überprüft. Das Forschungsdesign der Studie besitzt entsprechend der übergeordneten Forschungsfrage einen Längsschnittcharakter. Auf Nachfrage erklärten zwölf Thüringer Schulen mit Oberstufe ihre Bereitschaft, sich bei der Einführung der CAS begleiten zu lassen. Um ein umfassenderes Bild des Unterrichts zeichnen zu können, wurden die Sichtweisen der Lernenden und der Lehrenden erfragt. Dabei kamen sowohl quantitative als auch qualitative Methoden zum Einsatz. Die Methodenauswahl, die verwendeten Erhebungsinstrumente sowie die Gütekriterien werden im Kapitel 3 vorgestellt. Die zum Teil überaschenden Ergebnisse werden in den Kapiteln 4 und 5 vorgestellt und vor dem Hintergrund aktueller fachdidaktischer Forschungsresultate diskutiert. Durch die Annahme bzw. Ablehnung der aufgestellten Hypothesen können Antworten auf die Forschungsfrage gegeben werden.

„Ich könnte mir vorstellen, dass die größte Wirkung von Computern nicht darin bestehen wird, Raketen zum Mars zu steuern, Buchhaltungsirrtümer auszuschließen oder Herztransplantationen so genau zu überwachen, dass nichts mehr schiefgehen kann. Nein, die größte Wirkung des Computers wird darin bestehen, dass er einen neuen Typus Mensch schaffen kann - einen Fragensteller.“
John Sculley, Chairman Apple Computer Inc.

2 Theoretischer Rahmen

Um die Frage nach der Entwicklung der Schülerzentrierung im Mathematikunterricht in den ersten Jahren nach der CAS-Einführung beantworten zu können, sollen zunächst fachdidaktische Theorien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht vorgestellt werden. Ausgehend von der *Task-Technique-Theory* (Kieran & Drijvers 2006, S. 208) wird der Theorierahmen der Arbeit aufgespannt. Dabei finden auch allgemeine didaktische Modelle zur Schülerzentrierung sowie Ideen aus der Fachdidaktik Informatik Berücksichtigung.

In diesem Kapitel wird der aktuelle Forschungsstand zur Veränderung der Schülerzentrierung durch die Verwendung von CAS im Unterricht umrissen. Dabei werden sowohl nationale als auch internationale fachdidaktische Forschungsergebnisse einbezogen. An drei Stellen werden die theoretischen Inhalte verdichtet und es erfolgt eine Konkretisierung der Forschungsfrage. Folglich werden drei Hypothesen formuliert (vgl. Kap. 2.6). Die Ergebnisse der empirischen Überprüfung der Hypothesen werden im Kap. 4 vorgestellt.

Ausgehend von einer etablierten fachdidaktischen Theorie zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht, der *Task-Technique-Theory*, wird ein Modell zu CAS-Aufgaben entwickelt. Dieses Modell kann als lokale Theorie im Sinne der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (Hußmann et al. 2013) aufgefasst werden. Die empirische Grundlage für dieses Modell bildet die Entwicklung zweier CAS-Aufgabensammlungen (Müller 2012/ Müller 2013a). Eine kurze Begriffsklärung, welche die Vielschichtigkeit des Begriffs Computeralgebra-System (CAS) umreißt, wird zunächst dargestellt.

2.1 Begriffsklärung Computeralgebra-System

Im strengen Sinne ist ein Computeralgebra-System eine Software, die symbolische Manipulation mathematischer Ausdrücke ausführen kann. Eines der ersten CAS war das Programm *Schoonship*, das von Martinus J. G. Veltman 1963 entwickelt wurde. Er schrieb dieses Programm zur Berechnung von Feynman-Diagrammen in der Elementarteilchenphysik während seines Aufenthalts an der Stanford University in den Vereinigten Staaten von Amerika (Veltman 2003, S. 299).

Das Hauptmerkmal eines CAS ist die symbolische Manipulation mathematischer Ausdrücke. Dadurch werden exakte algebraische und symbolische Rechnungen möglich. Zum Beispiel können Gleichungen algebraisch korrekt umgeformt werden. Entscheidend ist, dass die Lösung exakt und nur bei Bedarf als numerische Näherung angeben wird.

Das heißt, wenn die Lösung einer Gleichung π ist, dann lautet die Ausgabe auch π und nicht etwa 3,141592654 (Barzel 2012, S. 9). Allerdings kann ein CAS auch eine numerische Approximation ausgeben. Bei einigen Berechnungen muss das System sogar gänzlich auf implementierte numerische Näherungsverfahren zurückgreifen. Wie bei anderen Computerprogrammen sind der Arbeit mit den CAS Grenzen gesetzt. Es können nur Probleme bearbeitet werden, deren Lösung eine endliche Anzahl an Rechenschritten umfasst. Es müssen Abbruchbedingungen formuliert sein, damit keine Endlosschleife ausgeführt wird. Eine Definition des Begriffs CAS im engeren Sinne lautet:

> *„Ein Computeralgebra-System (CAS) ist ein interaktives System, das imstande ist, auf der Basis von in Softwaresystemen implementierten algebraisch ausgeführten Algorithmen, algebraische Operationen sowohl mit Zahlen als auch mit Zeichen und Symbolen durchzuführen."*
>
> (Unger 2000, S. 10)

Trotz dieser möglichen Definition entzieht sich der Begriff einer umfassenden und einheitlichen Klärung. Das liegt an dem uneinheitlichen Kategoriensystem für Technologie im Allgemeinen (Pallack 2007, S. 90), aber auch an der technischen Fortentwicklung der Systeme. Die meisten CAS sind mit weiteren Softwareapplikationen wie Funktionsplottern, dynamischer Geometriesoftware, Tabellenkalkulationssoftware und sogar Messwerterfassungssoftware verknüpft. Dabei sind diese Softwareapplikationen so gut untereinander verlinkt, dass ein Hybrid-System entsteht. Damit ist gemeint, dass sich bei einer veränderten Eingabe in einer Softwareapplikation die Darstellungen und Ausgaben in den verlinkten Applikationen automatisch mit verändern. Des Weiteren sind die modernen CAS an keine bestimmte Hardware gebunden. Sie können als Computerprogramme auf Desktop-PCs, Notebooks und sogar auf Tablet-PCs installiert werden. Verbreitet sind Handheld-Systeme, in denen neben CAS die angesprochenen Softwareapplikationen integriert sind.

An den Thüringer Schulen ist der *TI-Nspire CX CAS* das am häufigsten eingesetzte CAS-Handheld. Lehrende und Lernende subsumieren im Sprachgebrauch die CAS-Handhelds und deren Softwareapplikationen unter der Kurzform CAS. Gemeint sind damit alle technischen Möglichkeiten, die die jeweiligen Systeme bieten. In diesem Zusammenhang wurde die obige Definition stark erweitert. Um die große Bandbreite der unterschiedlichen Hard- und Software sowie das Entwicklungspotential in einem treffenden Begriff fassen zu können, schlagen einige Autoren vor, von digitalen Medien oder Werkzeugen zu sprechen (Greefrath et al. 2008, S. 79/ Fothe & Greefrath 2007). Diese Begriffe haben sich zumindest in Thüringen noch nicht durchgesetzt.

In der vorliegenden Arbeit umfasst der Begriff CAS dem Thüringer Sprachgebrauch folgend die ganze Vielfalt der im Mathematikunterricht eingesetzten Hard- und Software. Auch andere fachdidaktische Arbeiten verwenden den Begriff im weiteren Sinne (Barzel 2012). Im Wissen um die Vielschichtigkeit des Begriffs CAS kann der theoretische Rahmen der Arbeit unter Verwendung mathematikdidaktischer Theorien zum Einsatz von CAS im Unterricht aufgespannt werden.

2.2 Fachdidaktische Theorien zum CAS-Einsatz im Unterricht

Ein bekannter und breit angelegter Feldversuch zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht ist das österreichische DERIVE-Projekt. In diesem Projekt ist der Ausgangspunkt der fachdidaktischen Überlegungen die Kreativitätsspirale nach Buchenberg von 1993 (Heugl et al. 1996, S. 82). Der spiralförmige Erkenntnisprozess steht mit der Entwicklungstheorie von Piaget im Einklang und in enger Verwandtschaft mit den drei Ebenen des Unterrichts nach Wittmann (1981, S. 9). Die Kreativitätsspirale nach Buchenberg soll dabei nicht nur das Konzept des Mathematiklernens, sondern auch den Weg des computergestützten Lernens beschreiben. Dabei kann der CAS-Einsatz jeden Punkt der Spirale unterstützen, vor allem wenn die Schleife mehrmals durchlaufen wird (Heugl et al. 1996, S. 82 ff.). Allerdings birgt der Einsatz von Technologie im Lernprozess auch die Gefahr einer Abkürzung innerhalb der Spirale und damit der Vermeidung einer Auseinandersetzung mit der mathematischen Theorie und den Kernideen des zugrundliegenden Algorithmus (vgl. Abb. 2.1).

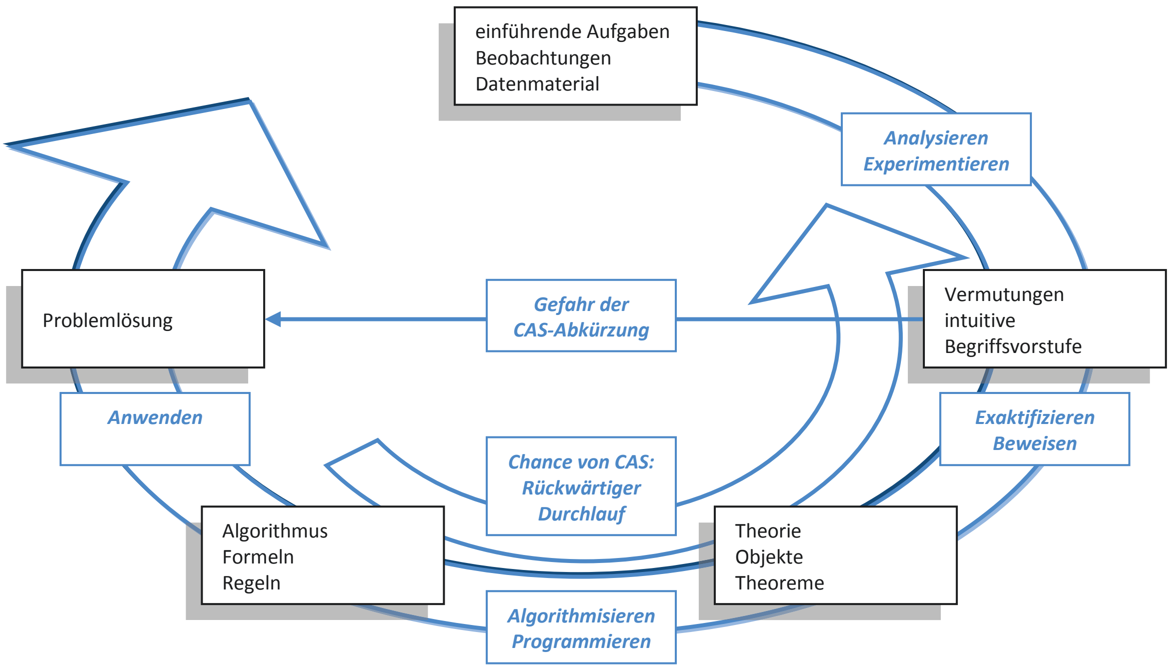


Abb. 2.1: *CAS-Kreativitätsspirale* (Heugl et al. 1996, S. 82 ff.).

2.2.1 White-Box/Black-Box- und Black-Box/White-Box-Prinzip

Um die Gefahr des CAS-Einsatzes als Abkürzung innerhalb der Kreativitätsspirale zu bannen, kann das White-Box/Black-Box-Prinzip als didaktisches Konzept für den Unterricht verwendet werden. Das White-Box/Black-Box-Prinzip greift Elemente der Kreativitätsspirale auf und vertieft diese in Hinblick auf die Verwendung eines CAS. Insbesondere kann dieses Konzept im Mathematikunterricht nur zur Anwendung kommen, wenn ein CAS eingesetzt wird (Heugl et al. 1996, S. 158). Es ist zunächst festzuhalten, dass die Boxes nicht das CAS oder eine entsprechende Hardware charakterisieren, sondern vielmehr mathematischen Inhaltsbausteinen entsprechen. Dabei geht es in der ersten Phase der White-Box darum, dass die Lernenden zu einem Begriff, einem Algorithmus, einem mathematischen Konzept geführt werden. Die in dieser Phase entwickelten Operationen sollen ohne Verwendung eines CAS von den Lernenden ausgeführt werden.

Die CAS sollen in der White-Box-Phase nur dort verwendet werden, wo Bereiche aus früheren Einheiten verinnerlicht sind und die Black-Box-Phase schon erreicht wurde (Heugl et al. 1996, S. 159). Die Black-Box-Phase zeichnet sich dadurch aus, dass die erlernten Inhalte der White-Box-Phase an praktischen Problemstellungen angewendet werden. Dabei werden die Algorithmen und Konzepte nicht weiter hinterfragt und man überlässt die Berechnung dem CAS. Der Schwerpunkt für die Lernenden liegt in der Black-Box-Phase bei der begründeten Auswahl geeigneter Verfahren zur Bearbeitung der Problemstellung.

> *„Die Rekursivität besteht darin, dass man während einer bestimmten White-Box-Phase Bereiche, die in einer in der Hierarchie niedrigeren White-Box-Phase verstehend gelernt wurden, als Black-Box nutzt usw. Das Gebäude der Mathematik entwickelt sich also als ein System ineinander geschachtelter White- und Black-Boxes."*
>
> (Heugl et al. 1996, S. 160)

Durch die Verwendung von CAS im Unterricht entsteht die Möglichkeit des rückwärtigen Durchlaufs der Kreativitätsspirale. Diese Möglichkeit kann genutzt werden, indem die beiden Phasen vertauscht werden. In diesem Fall wird von dem Black-Box/White-Box-Prinzip gesprochen (Heugl et al. 1996, S. 176). Dabei nutzt der Lernende das CAS von Anfang an, um einen neuen mathematischen Inhalt zu entdecken. Diese Phase unterstützt das experimentelle Erarbeiten mathematischer Konzepte und kann zu einem aktiven Lernen führen. Das CAS erweist sich als wirklich neues Medium. Der Lernende stellt zu Beginn des Lernprozesses Vermutungen auf und überprüft diese mit den CAS. Die in der Black-Box-Phase explorierten mathematischen Zusammenhänge, werden in der folgenden White-Box-Phase gefestigt und vertieft (Heugl et al. 1996, S. 176). Dieses Prinzip entspricht einem genetisch verlaufenden Lernprozess, der in hohem Maße durch das CAS unterstützt und teilweise erst ermöglicht wird (Barzel 2012, S. 49).

Ein weiterer Ausgangspunkt für den theoretischen Rahmen der Arbeit bildet die didaktische Trias: *Task-Technique-Theory*. Sie lässt sich in Beziehung zu dem Black-Box/White-Box-Prinzip setzen, wie im Folgenden erläutert werden soll.

2.2.2 Task-Technique-Theory

Die *Task-Technique-Theory* fußt auf einer anthropologischen Theorie nach Chevallard von 1999 (Barzel 2012, S. 33). Ein zentraler Punkt ist dabei die Unterscheidung zwischen dem Artefakt *(artifact)* und dem Instrument *(instrument)* (Kieran & Drijvers 2006, S. 206).

> *„Whereas the artifact is the – often physical – object that is used as a tool, the instrument involves also the techniques and schemes that the user develops while using it, and that guide both the way the tool is used and the development of the user´s thinking. The process of an artifact becoming an instrument in the hand of a user – in our case the student – is called instrumental genesis."*
>
> (Kieran & Drijvers 2006, S. 207)

Die instrumentale Genese beschreibt die bilaterale Beziehung zwischen dem Instrument und dem Nutzer. Das beinhaltet auch, dass das Werkzeug *(tool)* zielgerichtet durch den Nutzer mit Hilfe seines bisherigen Wissens eingesetzt wird.

Durch die Nutzung des Werkzeugs gestaltet er das Werkzeug; dieser Prozess wird als *Instrumentalisation* bezeichnet (Kieran & Drijvers 2006, S. 207). Bei der *Instrumentation* hingegen werden bei dem Nutzer mentale Schemata oder Modelle über Möglichkeiten und Grenzen des Werkzeugs entwickelt (Weigand 2006, S. 91). Während des Lernprozesses laufen beide Vorgänge, die *Instrumentation* und die *Instrumentalisation*, nebeneinander ab und erzeugen damit den Prozess der *instrumentalen Genese*. Damit ist das Instrument in der Hand des Lernenden mehr als nur das Artefakt, es umfasst auch die mentalen Vorstellungen und ist abhängig von der Aufgabe (vgl. Abb. 2.2). Es kann in einem Satz auf den Punkt gebracht werden:

> *"The student´s thinking is shaped by the artifact, but also shapes the artifact."*
> (Hoyles & Noss 2003, S. 339/ Kieran & Drijvers 2006, S. 207)

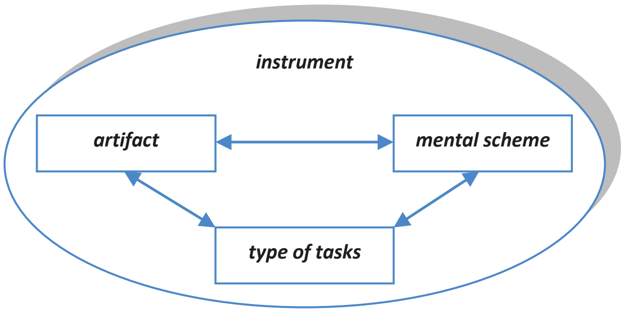


Abb. 2.2: *Instrument; a triad of artifact, mental scheme and task* (Drijvers 2004, S. 86).

Die *instrumentale Genese* ist vergleichbar mit dem Black-Box/White-Box-Prinzip. Zu Beginn verwenden die Lernenden das Artefakt, ohne den mathematischen Hintergrund zu kennen. Das ist die Black-Box-Phase. Während der Nutzung erlangen sie weiteres Wissen und ergründen neben dem Artefakt auch die mathematische Theorie. Die Lernenden bilden ihre eigenen Vorstellungen aus *(mental scheme)* und aus dem Artefakt wird ein Instrument in den Händen der Lernenden. Dieser Punkt charakterisiert die White-Box-Phase.

In der schon angesprochenen anthropologischen Theorie von Chevallard (1999) werden vier Komponenten beschrieben, die bei der Erarbeitung mathematischer Inhalte durch die Lernenden eine wichtige Rolle spielen. Chevallard unterscheidet in die Aufgabe *(task)*, die Fähigkeiten und Fertigkeiten *(technique)*, die Technologie *(technology)* und die Theorie *(theory)*. Dabei zeichnen sich die Aufgaben durch ihren Aufforderungscharakter aus und sind verbal oder skriptiv formuliert. Die Fähigkeiten und Fertigkeiten wendet der Lernende beim Lösen der Aufgaben an und entwickelt sie dabei auch weiter. Darunter sind nicht nur Rechenverfahren und mathematische Algorithmen zu verstehen, sondern alles, was zum Lösen einer Aufgabe notwendig ist. All diese benötigten Fertigkeiten und Fähigkeiten umfasst der moderne Kompetenzbegriff nach Weinert (2001, S. 27). Dieser diente auch als Grundlage für die mathematischen Kompetenzen in den Bildungsstandards (Blum et al. 2010, S. 33 ff.). Die mathematischen Kompetenzen finden sich an dieser Stelle in der *Task-Technique-Theory* wieder.

Die Technologie zeichnet sich dadurch aus, dass sie beim Erklären, beim Belegen und beim Konstruieren unterstützend eingesetzt wird. Der Begriff umfasst alle Technologien, die zur Bearbeitung einer Aufgabe herangezogen werden. Nach dem Bearbeiten der Aufgabe und dem Erwerb entsprechender Fertigkeiten unter Einsatz der Technologie wird eine intuitive Vorstellung von den mathematischen Begriffen entwickelt. Dies ist der Anfang vom Verständnis der Theorie (Kieran & Drijvers 2006, S. 208 f./ Lagrange 2003, S. 271). Die Zusammenhänge sind in Abb. 2.3 dargestellt.

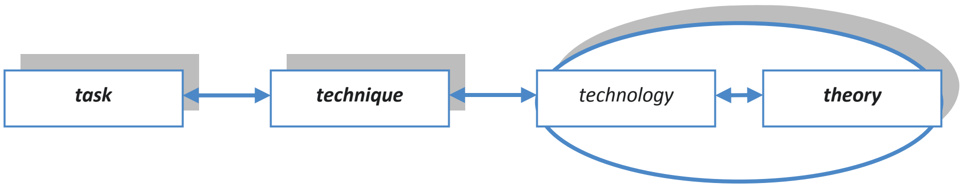


Abb. 2.3: *Task-Technique-Theory* (Kieran & Drijvers 2006, S. 208 f.).

Es muss festgehalten werden, dass es für einen Beobachter einfacher ist, die Fähigkeiten und Fertigkeiten der Lernenden in Form von Lernaktivitäten zu beobachten als die intuitiven und individuellen Vorstellungen der mathematischen Begriffe. Das ist dadurch begründet, dass die entsprechenden Konzepte von den Lernenden selbst entwickelt werden und somit nur schwer zugänglich sind (Drijvers 2004, S. 86). Auf die Aktivitäten der Lernenden wird im Kap. 2.4 eingegangen. In weiteren Arbeiten verschmelzen die *Technology*- und die *Theory*-Komponente zu einer Einheit. Es wird davon ausgegangen, dass die Technologie die Brücke zwischen den Fähigkeiten und Fertigkeiten und der mathematischen Konzeptbildung ist. Somit erfährt die Komponente Theorie eine Erweiterung um eben diese Verbindungsstelle. Es entsteht die Trias *Task-Technique-Theory* (Hitt & Kieran 2009, S. 124). Zwischen den drei Komponenten bestehen Wechselbeziehungen. Durch die Aufgabestellung *(task)* werden die zur Lösung erforderlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten der Lernenden *(technique)* angesteuert. Der jeweilige Kompetenzstand des Lernenden entscheidet über die Qualität bei der Bearbeitung der Aufgabe und gestaltet somit die Aufgabe. Bei offenen Aufgabenformaten (vgl. Kap. 2.5.1) wird dies besonders deutlich. Die Fähigkeiten und Fertigkeiten der Lernenden *(technique)* ermöglichen die Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten *(theory)*. Durch die Erarbeitung neuer Inhalte entwickelt der Lernende seine mathematischen Kompetenzen weiter. Der Technologie-Einsatz unterstützt den Lernenden sowohl bei der Kompetenzentwicklung als auch bei der Auseinandersetzung mit den Inhalten, das beschreibt die *instrumentale Genese* (vgl. Abb. 2.3). Eine Abkürzung zwischen der Aufgaben- und der Theorie-Komponente kann es nicht geben, da bei der Bearbeitung einer Aufgabe immer bestimmte Fähigkeiten und Fertigkeiten des Lernenden angesprochen werden, die zur Erarbeitung der Theorie-Komponente notwendig sind.

Ein zentraler Bestandteil der *Task-Technique-Theory* ist die Aufgaben-Komponente. Sie steht am Anfang, denn ohne eine Aufgabe kann keine Fähigkeit oder Fertigkeit angesprochen werden und es kann keine Auseinandersetzung mit der Theorie erfolgen. Die Aufgaben sind Kondensationskerne für den Mathematikunterricht. Daher ist die Aufgaben-Komponente der Ausgangspunkt für ein Modell zur Entwicklung von CAS-Aufgaben, das im Kap. 2.5 vorgestellt wird.

2.3 Schülerzentrierung – Offener Unterricht

Die Frage nach der Entwicklung der Schülerzentrierung beim CAS-Einsatz im Mathematikunterricht wird in der fachdidaktischen Forschung diskutiert. Um die Diskussion besser nachvollziehen zu können, soll sich zunächst dem Begriff der Schülerzentrierung von theoretischer Seite her genähert werden.

Der Begriff der Schülerzentrierung *(Student-Centered Teaching)* geht auf die Klient-zentrierte Therapie nach Rogers (1965) zurück. Die zentrale Annahme der Klient-zentrierten Therapie besteht darin, dass der Klient fähig sei, sich selbstständig und konstruktiv mit der eigenen Lebenssituation auseinanderzusetzen und dass es die Aufgabe des Therapeuten sei, diese Fähigkeit für das Unterrichten freizusetzen. Die Atmosphäre von Akzeptanz, Verständnis und Respekt, welche die Basis für den Lernprozess in der Therapie ist, kann nach Rogers gleichermaßen nützlich für das Lernen in der Schule sein (Rogers 1965, S. 384/ Grell 2001, S. 75). Für den Schulunterricht ergeben sich daraus fünf Prinzipien (Grell 2001, S. 75 f.):

- Eine Person kann nicht direkt unterrichtet werden, es kann nur das eigene Lernen erleichtert und gefördert werden.
- Das Lernen ist für den Lernenden nur von Bedeutung, wenn er das Lernen als Erweiterung seines Selbst wahrnimmt.
- Wenn der Lernende gezwungen wird, sich selbst zu verändern, wird er dem Lernprozess kritisch gegenüber stehen.
- Nur wenn jegliche Art der Bedrohung fern ist, kann sich die Persönlichkeit des Lernenden entwickeln.
- Das Lernen gewinnt für den Lernenden an Bedeutung, wenn eine differenzierte Wahrnehmung des Erfahrungsfeldes möglich ist.

Die fünf vorgestellten Prinzipien des schülerzentrierten Unterrichts können als pädagogische Variante der Klient-zentrierten Therapie nach Rogers aufgefasst werden; die fünf Prinzipien sind demnach als Zielvorstellungen für einen schülerzentrierten Unterricht zu lesen (Goetze 1995, S. 258). Wagner (1982, S. 28) weist allerdings darauf hin, dass schülerzentrierter Unterricht kein Idealtypus von Unterricht sein kann, der dem „Alles-oder-Nichts-Prinzip" folgt. Vielmehr zeichnet sich ein schülerzentrierter Unterricht durch seinen Prozesscharakter aus, in dessen Verlauf Lehrende und Lernende gemeinsam daran arbeiten, autoritäre Verhaltensweisen abzubauen und autonome Arbeitsweisen zu stärken. Weitere Erklärungsansätze, die aus dem schulischen Kontext heraus entwickelt wurden, gehen davon aus, dass ein schülerzentrierter Unterricht nur in einem offenen Unterrichtssetting zur Entfaltung kommen kann. Ebenso gilt, dass ein offener Unterricht nur ein schülerzentrierter Unterricht sein kann. An dieser Stelle muss festgehalten werden, dass die beiden Begriffe Schülerzentrierung und offener Unterricht im bildungswissenschaftlichen Diskurs synonym verwendet werden. (Bönsch & Schittko 1979, S. 11/ Ramseger 1985, S. 22/ Jürgens 1994, S. 30/ Peschel 2003a, S. 71). In Anlehnung an die genannten Veröffentlichungen wird die Schülerzentrierung in dieser Arbeit auch als offener Unterricht bezeichnet. Es gestaltet sich im Allgemeinen schwierig, eine umfassende und stichhaltige Definition für den Begriff des offenen Unterrichts zu finden. Einige Autoren gehen sogar davon aus, dass sich der Begriff jeglichem Definitionsversuch entzieht.

> *„The identification of general effects for open education is complicated by the fact that open education is not a single, well defined treatment."*
>
> (Giaconia & Hedges 1982, S. 579)

Trotz der angesprochenen Schwierigkeiten bei der Definition des Begriffs wurden in der Fachdidaktik Mathematik Versuche unternommen, sich dem Begriff aus der Perspektive des Faches zu nähern. Neben Ruf & Gallin (1998) setzte sich auch Peschel (2003b, S. 116 ff.) intensiv mit der Thematik auseinander. Im Folgenden werden ihre Überlegungen vorgestellt.

2.3.1 Schülerzentrierung im Mathematikunterricht

Weil eine vollständige Begriffsklärung schwierig ist, spielt die Spezifik eines jeden Fachs eine Rolle. Die Bedeutung der Schülerzentrierung für den Mathematikunterricht heben Ruf & Gallin (1998, S. 22) hervor. Sie gehen davon aus, dass es in jedem Schulfach leistungsfähige Rezeptions- und Produktionsverfahren gibt, mit denen man sich leicht zwischen den bekannten Fragen und Lösungen hin und her bewegen kann, die sogenannte „Hauptdimension des Fachs" (vgl. Abb. 2.4).

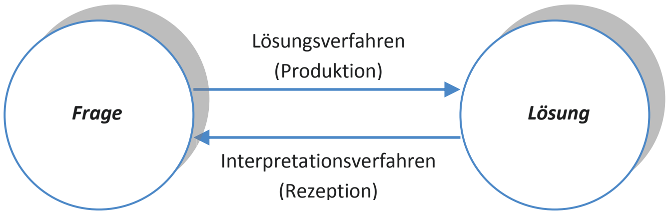


Abb. 2.4: *Hauptdimension des Fachs* (Ruf & Gallin 1998, S. 22).

Ruf & Gallin befragten ihre Studenten über deren erste Gedanken beim Betrachten mathematischer Formeln. Zu ihrer Überraschung beschrieben die meisten Studenten Gefühle der Angst, Frustration und Ablehnung. Abhilfe sehen die Autoren in einer authentischen Begegnung mit den mathematischen Inhalten.

> *„Der Schlüssel […] liegt im vollständigen Verzicht auf fachbezogene Erwartungen an den Lernenden. Er soll dem Gegenstand vorerst so offen und unvoreingenommen wie möglich gegenübertreten können und der Fluss seiner Assoziationen darf durch keinerlei Vorstellung von Richtig und Falsch oder Brauchbar und Unbrauchbar gehemmt und gelenkt werden."*
>
> (Ruf & Gallin 1998, S. 24)

In der ersten Phase des Lernens geht es nicht darum, was der Lehrende kann und weiß (Welt des Regulären), sondern was zwischen dem Lernenden und dem Stoff passiert (Welt des Singulären). Wird der Lernende der Hauptdimension des Fachs gedankenlos unterworfen, so ist er entmündigt und ausgeschlossen. Das muss durch einen frühen Einbezug der Ich-Perspektive des Lernenden in den Lernprozess verhindert werden (vgl. Abb. 2.5).

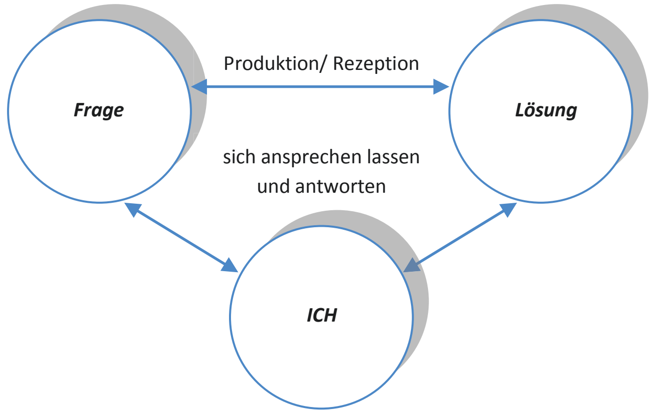


Abb. 2.5: *Welt des Regulären (Frage, Lösung) und des Singulären (Ich)* (Ruf & Gallin 1998, S. 24).

2.3.2 Ein Konzept für den offenen Unterricht

Ruf & Gallin (1998) stellen die Bedeutung der Schülerzentrierung (Offenheit) für den Mathematikunterricht heraus. Um die Offenheit im Unterricht beschreiben bzw. „messen" zu können, muss eine Operationalisierung des Begriffs erfolgen. Ein konkretes, schulpraktisch erprobtes und allgemeindidaktisches Gesamtkonzept für den offenen Unterricht stellt Peschel (2003b) zur Diskussion. Dieses Konzept wurde zum Teil im Mathematikunterricht entwickelt und erprobt. Im Rahmen des allgemeindidaktischen Konzepts für den offenen Unterricht nach Peschel (2003a) wird der Begriff des offenen Unterrichts wie folgt umrissen:

> *„Offener Unterricht gestattet es dem Schüler, sich unter der Freigabe von Raum, Zeit und Sozialform Wissen und Können innerhalb eines offenen Lehrplanes an selbst gewählten Inhalten auf methodisch individuellen Weg anzueignen. Offener Unterricht zielt im sozialen Bereich auf eine möglichst hohe Mitbestimmung bzw. Mitverantwortung des Schülers bezüglich der Infrastruktur der Klasse, der Regelfindung innerhalb der Klassengemeinschaft sowie der gemeinsamen Gestaltung der Schulzeit ab."*
>
> (Peschel 2003a, S. 78)

Ausgehend von der Definition werden fünf Dimensionen für einen offenen Unterricht formuliert; vgl. Tab. 2.1.

Dimension offenen Unterrichts	Kurzbeschreibung
Organisatorische Offenheit	Mitbestimmung der Rahmenbedingungen (Raum, Zeit, Sozialform) durch die Lernenden
Methodische Offenheit	Mitbestimmung des Lernwegs auf Seiten der Lernenden
Inhaltliche Offenheit	Mitbestimmung des Lernstoffs innerhalb der offenen Lehrplanvorgaben durch die Lernenden
Soziale Offenheit	Mitbestimmung bei Entscheidungen bezüglich der Klassenführung bzw. des gesamten Unterrichts, der (langfristigen) Unterrichtsplanung, des konkreten Unterrichtsablaufs, gemeinsamer Vorhaben usw. durch die Lernenden
Persönliche Offenheit	Beziehung zwischen Lehrenden und Lernenden bzw. den Lernenden untereinander

Tab. 2.1: *Fünf Dimensionen des offenen Unterrichts* (Peschel 2003a, S. 77).

Die Beschränkung auf die fünf Dimensionen begründet Peschel (2003a, S. 77) mit den Aspekten der Übersichtlichkeit und der Operationalisierbarkeit. Es soll möglich sein, praktizierten Unterricht intersubjektiv kategorisierbar zu machen. Mit konkret nachweisbaren Sachverhalten als Beobachtungsgrundlage soll dies möglich werden. Die vorgestellten fünf Dimensionen offenen Unterrichts stehen weitgehend mit anderen Aufsätzen zu diesem Thema in Übereinstimmung. So beschreibt z.B. Ramseger (1985, S. 22 ff.) drei Dimensionen der Offenheit. Unter inhaltlicher Offenheit versteht er, dass Unterrichtsthemen nicht allein schulisch legitimiert werden dürfen, sondern auf aktuelles, historisches oder mögliches Handeln in der außerschulischen Wirklichkeit bezogen sein müssen. Die methodische Offenheit bedeutet, dass die Lernenden nicht einfach Adressaten vorgefertigter Lernpakete sein dürfen, sondern Agenten ihrer eigenen Lernprozesse werden sollen. Die dritte Dimension bezeichnet Ramseger (1985, S. 26) als institutionelle Offenheit und meint damit sowohl die Öffnung der Schule gegenüber der außerschulischen Wirklichkeit, als auch die Forderung dass Institutionen der außerschulischen Wirklichkeit auf die Schule zugehen müssen. Die beschriebene Dreidimensionalität der Offenheit (inhaltlich, methodisch, institutionell) wird durch die Arbeiten von Benner (1989, S. 53 ff.) untermauert. Andere Autoren bringen einen vierten Aspekt in das Konzept des offenen Unterrichts mit ein: die Kommunikation. Die ersten drei Dimensionen finden sich mit anderen Bezeichnungen unter den weiteren Aspekten wieder.

> *„**Der curriculare Aspekt**: Die Frage nach den Zielen, Inhalten, Methoden, Medien angesichts der Ausgangslage der Schüler (dabei sind mehrere Planungsebenen zu unterscheiden);*
> ***Der kommunikative Aspekt**: Die Frage nach Gestaltung der sozialen Beziehungen zwischen den Schülern und den Lehrern auf Klassen- und Schulebene;*
> ***Der unterrichtsorganisatorische Aspekt**: die Frage nach der Gruppierung der Schüler, der zeitlichen und räumlichen Organisation und der Materialausstattung der Schule/ der Unterrichtsräume;*
> ***Der institutionelle Aspekt**: Die Frage nach der Schulorganisation, den staatlichen Rahmenvorgaben für Lehrpläne, Stundentafeln, Zeugnisse/ Abschlüsse, Lehrerarbeit u.a., nach der Funktion der Schulverwaltung und Schulaufsicht.“*
> (Bönsch & Schittko 1979, S. 12)

Der institutionelle Aspekt besitzt eine gesellschaftliche Dimension und wird daher von anderen Autoren im Konzept eines offenen Unterrichts nicht so stark betont, Goetze (1995) z. B. beschränkt sich auf vier Bereiche (s. g. Variablen), die er wie folgt umreißt.

> *„**Schülervariablen**: Wahlfreiheit (im Sinne der freien Arbeit), Eigenverantwortlichkeit des Schülers beim Lernen, Altersheterogenität der Schülergruppe, gegenseitige persönliche Achtung;*
> ***Raum- und Materialvariablen**: Flexibilität in der Raumnutzung, stimulierendes Materialangebot;*
> ***Didaktikvariablen**: Gesamtunterrichtliches Curriculum, personenbezogene, immante Evaluation und Erfolgsbeurteilung, schwerpunktmäßige Kleingruppen oder Einzelarbeit;*
> ***Lehrervariablen:** Lernfördernde Funktion des Lehrers, Team Teaching.“*
> *(Goetze 1995, S. 258)*

Es handelt sich hierbei um eine operationale Begriffsbestimmung, die auf empirischen Erkenntnissen beruht (Goetze 1995, S. 258). In der Grundstruktur steht sie dem Konzept von Peschel (2003a) nahe. Die vier Bereiche können aber noch weiter ausdifferenziert und ergänzt werden. Jürgens (1994, S. 30) beschreibt fünf Dimensionen schülerzentrierten Unterrichts: Das sozial-emotionale Lernklima, die Arbeits- und Sozialformen, die inhaltliche Zielbestimmung und Planung, das organisatorisch-methodische Vorgehen, die Lernkontrollen. Diese fünf Dimensionen schülerzentrierten Unterrichts korrespondieren mit dem Konzept des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a).

Die bisher vorgestellten Konzepte können als Fortentwicklung bzw. als aufeinander aufbauend verstanden werden. Allen Konzepten ist allerdings ebenso gemein, dass ein Aspekt nicht umfassend gewürdigt wird. Nach Wagner (1979, S. 176) kann eine Dimension des offenen Unterrichts als die Offenheit im kognitiven Bereich verstanden werden. Darunter ist zu verstehen, wie festgelegt das Vorgehen ist, welche kognitiven Ebenen angesprochen werden, wie eng oder wie weit bzw. fächerübergreifend das Thema bearbeitet wird und wie autoritätsgebunden bzw. wie kritisch das Vorgehen ist. Ein auf der kognitiven Ebene offener Unterricht, ist ein intellektuell anregender, entdeckender Unterricht.

Es wird deutlich, dass das Konzept des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a) mit anderen Erklärungsansätzen zu diesem Thema in Übereinstimmung gebracht werden kann (Bönsch & Schittko 1979, S. 12/ Jürgens 1994, S. 30/ Goetze 1995 S. 257). Daraus ergibt sich die Annahme, dass das Konzept geeignet ist, die theoretische Grundlage für die vorliegende Untersuchung zu liefern. Vor diesem Hintergrund können nun die Schülerzentrierung im Unterricht bzw. der offene Unterricht in Verbindung zum CAS-Einsatz gesetzt werden. Dabei werden die Ergebnisse nationaler und internationaler Untersuchungen einbezogen.

2.3.3 Aktueller Forschungsstand zum Einfluss von CAS auf die Schülerzentrierung

Die Rolle der Lehrkraft erscheint in einem CAS-gestützten Unterricht in einem neuen Licht. Der Anspruch, als Begleiter und Berater der Lernenden im Lernprozess zu agieren, wird durch den CAS-Einsatz nicht nur möglich, sondern ist an einigen Stellen sogar erforderlich. Ein Beispiel dafür sind informelle Gespräche, die von den Lernenden beim selbstständigen Arbeiten mit CAS geführt werden und die für das Erlernen von Mathematik gewinnbringend sein können (Barzel 2006, S. 322). Die Lehrkraft sollte die Lernenden in diesen Unterrichtssituationen begleiten und beraten.

> *"The teacher has the duty to accompany and direct individual students on the voyage of discovery through the world of mathematics."*
>
> (Kutzler 2003, S. 70)

Die Verwendung von CAS im Mathematikunterricht lässt die Lehrkräfte auch verstärkt über ihre Rolle im Lernprozess reflektieren und führt sie zu tiefgreifenden methodischen Überlegungen. Das konnte z. B. im bayerischen M³-Projekt (Modell Medienintegration im Mathematikunterricht) beobachtet werden. Das Projekt lief über einen Zeitraum von acht Jahren von 2003 bis 2011. Es beteiligten sich 26 Klassen an elf Gymnasien, in denen CAS-Handhelds eingesetzt wurden. Begleitet wurde das Projekt zeitweise durch eine Vergleichs- und Interventionsstudie mit Mixed-Method-Design.

Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Lehrenden die CAS-Handhelds als ein hilfreiches Werkzeug im Unterricht ansehen, das Auswirkungen auf die Unterrichtsmethodik und die Sozialformen hat. 70% der Mathematiklehrkräfte sind der Meinung, dass sich die Methodik des Unterrichts durch CAS verändert (Weigand & Bichler 2009). Des Weiteren schätzten die Lernenden den Unterricht mit CAS als interessanter und abwechslungsreicher ein (Weigand 2006, S. 99). Aus den Stundenprotokollen der Lehrkräfte geht hervor, dass jeweils in 30% der Stunden Partner- bzw. Gruppenarbeit und individuelles Arbeiten inklusive Schülervorträgen vorkommen. Die Autoren vermuten daher, dass CAS im Mathematikunterricht ein Katalysator für offene Unterrichtsformen sind (Weigand 2006, S. 101).

Diese Vermutung wird durch die Ergebnisse des österreichischen DERIVE-Projekts unterstützt (vgl. Kap. 2.2.1). Zwischen 1993 und 1995 wurde eine Begleituntersuchung mit 33 Versuchsklassen an 17 Schulen durchgeführt. Dabei kamen Schüler- und Lehrerfragebögen zum Einsatz. Die Ergebnisse der Befragung unterstreichen die Bedeutung von CAS für die Schülerzentrierung im Mathematikunterricht. Dominiert in den traditionellen Stunden das reproduktive Lernen, so überwiegt in den Stunden mit CAS-Einsatz signifikant die selbständige produktive Schülertätigkeit (Heugl et al. 1996, S. 207). Es werden aber auch Bedenken mit dieser Entwicklung verknüpft:

> *„Wir halten es für eines der wichtigsten Ergebnisse, dass die Schüler durch das neue Lernmedium Computer zu mehr Selbständigkeit geführt werden. Beachten sollte man allerdings auch, dass bei solchen schülerzentrierten Computerstunden die individuelle Belastung der Schüler steigt.“*
>
> (Heugl et al. 1996, S. 207 f.)

Die Auswirkungen von CAS auf die Schülerzentrierung belegt auch eine australische Studie, die von 2005 bis 2008 durchgeführt wurde. In dem Projekt kamen CAS-Handhelds an 22 Schulen zum Einsatz. Das Studiendesign war als Vergleichsstudie mit Mixed-Method-Design angelegt. Die Ergebnisse zeigen, dass einige Lehrende ihren Unterricht stärker reflektieren und andere eher einen entdeckenden oder konstruktivistischen Lehransatz im Unterricht verfolgen. Traditionelle Lehrmethoden werden in den CAS-Klassen eher selten beobachtet. Außerdem sind die Interaktionen unter den Lernenden innerhalb einer CAS-Klasse hoch. Als Gründe dafür führen die Autoren der Studie Unterrichtsgespräche, Ergebniskontrollen und den Austausch über Funktionalitäten der Systeme an (Smith 2006/ Neill 2009/ Barzel 2012, S. 25).

Das Potential des CAS-Einsatzes in Hinblick auf Schülerzentrierung und eine methodische Öffnung des Unterricht unterstreicht eine Studie von Lumb et. al (2000):

> *„The use of CAS technology could require changes in instructional procedures as well. With CAS, teachers might have a tendency to refocus their instruction on pattern recognition as opposed to memorization of rote procedures. More student-centered work with less teacher exposition could be possible according to the teachers who participated in the study by Lumb et al. (2000).“*
>
> (Özgün-Koca 2010, S. 52)

Aus der fachdidaktischen Diskussion geht die Möglichkeit einer Stärkung des schülerzentrierten Unterrichts durch die Verwendung von CAS klar hervor. Auch der Thüringer Mathematikunterricht müsste demnach nach der CAS-Einführung im Sinne der Schülerzentrierung offener werden.

2.3.4 Erste Hypothese: Entwicklung der Offenheit im Mathematikunterricht

Vor dem Hintergrund der theoretischen Fundierung des Begriffs der Schülerzentrierung und des Erklärungsansatzes über den offenen Unterricht sowie den vorgestellten empirischen Studien zum Einfluss von CAS auf die Offenheit des Mathematikunterrichts kann nun die Forschungsfrage präzisiert werden.

F1) Wird der Thüringer Mathematikunterricht nach der CAS-Einführung im Sinne der Schülerzentrierung offener?

Den Ergebnissen der angeführten nationalen und internationalen Studien folgend, kann eine Öffnung des Unterrichts erwartet werden. Die erste Hypothese lautet daher:

H1) Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann kann im Unterricht eine größere Offenheit im Sinne der Schülerzentrierung beobachtet werden.

2.4 Schüleraktivitäten im Mathematikunterricht

Die Schülerzentrierung steht in unmittelbarem Zusammenhang mit den Aktivitäten der Lernenden im Unterrichtsgeschehen. Die Möglichkeiten der Lernenden, eigene Entscheidungen in ihren Lernprozessen zu treffen, hängen von den Aktivitäten ab, die sie in diesen Prozessen ausführen. Um die Schüleraktivitäten beobachten zu können, ist es sinnvoll, sich auf Kriterien zu verständigen, an denen man Veränderungen bei den Aktivitäten festmachen kann.

2.4.1 Mathematische Aktivitäten im Unterricht

Bishop (1988) versucht Gemeinsamkeiten zwischen der abendländischen Mathematik und der Mathematik anderer Kulturkreise herauszufinden. Er nimmt an, dass man in jeder Kultur mathematische Aktivitäten ausmachen kann. Die auf die Aktivitäten bezogenen Ideen und Begriffe, die zum Teil stark variieren, stellen die Besonderheiten der jeweiligen Kultur dar. Die Ideen und Begriffe lassen sich innerhalb einer Kultur als kultur- und umgebungsabhängige Antworten auf die mathematischen Aktivitäten deuten. Die grundlegenden Aktivitäten allerdings sind prinzipiell kulturübergreifend bzw. universell. Eine Klassifikation derartiger mathematischer Hauptaktivitäten sollte demnach die spezifisch abendländischen mathematischen Begriffe vermeiden (Heymann 1996, S. 159). Bishop unterscheidet in diesem Sinne sechs Hauptaktivitäten, die sich in irgendeiner Form in allen Kulturen auffinden lassen und deshalb seiner Auffassung nach als kulturelle „Universalien" gelten können: **Zählen** (*counting*), **räumliche Beziehungen herstellen** (*locating*), **Messen** (*measuring*), **Entwerfen** (*designing*), **Spielen** (*playing*) und **Begründen** (*explaining*) (Heymann 1996, S. 160).

Den beschriebenen Ansatz, Hauptaktivitäten aus der Mathematik-Historie abzuleiten und unter Berücksichtigung verschiedener Kulturkreise allgemein zu fassen, verfolgt auch Zimmermann (1998). Ähnlich wie Bishop ging Zimmermann zunächst von sechs Aktivitäten aus. In späteren Arbeiten wurden die Aktivitäten ausdifferenziert und das Konzept weiterentwickelt. Zimmermann identifizierte final acht mathematische Hauptaktivitäten. Dabei handelt es sich um mathematische Aktivitäten, die sich zu verschiedenen Zeiten und in unterschiedlichen Kulturen seit 5000 Jahren bei der Entwicklung neuer Mathematik als wichtig erwiesen haben (Zimmermann 2003, S. 40 f.). Die acht Hauptaktivitäten können in einem Oktagon angeordnet werden (vgl. Abb. 2.6), wobei die Diagonalen die engen Verbindungen zwischen den Aktivitäten symbolisieren.

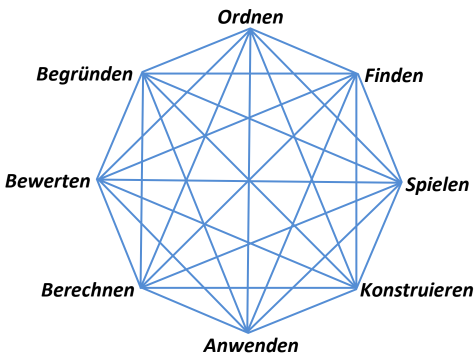


Abb. 2.6: *Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten* (Zimmermann 2003, S. 42).

Der universelle Anspruch der mathematischen Hauptaktivitäten berücksichtigt, dass sich die Vorstellungen von Mathematik über die Zeit immer wieder verändert haben. Alle acht Aktivitäten stehen im Zusammenhang und entfalten Wechselwirkungen untereinander. Sie können sinnbildlich zu einem Oktagon mit dessen Diagonalen zusammengefasst werden. Die Wahl des Oktagons ist nicht zufällig, sondern hat auch Symbolcharakter. Es soll an das Titelbild der *„Dissertatio de arte combinatoria“* von Gottfried Wilhelm Leibniz erinnern (vgl. Abb. 2.7). Die Illustration in Form eines Oktagons stammt aus einer Schrift von Clavius aus dem Jahre 1585 und veranschaulicht Teile der aristotelischen Philosophie (Knobloch 1971).

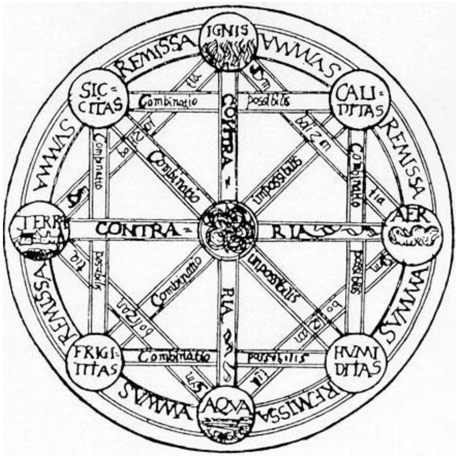


Abb. 2.7: *Oktagon auf dem Titelbild der „Dissertatio de arte combinatoria“* (Leibniz 1980, S. 428).

In Erinnerung an das bedeutende Werk von Leibniz sind die mathematischen Hauptaktivitäten auch als Oktagon angeordnet. Die Hauptaktivitäten sollen im Folgenden knapp charakterisiert werden: Das **Berechnen** ist mit fast jeder mathematischen Handlung verknüpft. Die Astronomie und die Landvermessung sind seit jeher ergiebige Wissenschaften, in denen Mathematik vielfältig zur **Anwendung** kommt und neue mathematische Modelle entwickelt werden. Das **Konstruieren** ist nicht nur in der Geometrie eine wichtige Aktivität, sondern auch in der Architektur. Diese drei Aktivitäten stehen beinahe am Beginn jedes mathematischen Arbeitens. **Begründen**, speziell das Beweisen, bildet den Kern moderner Mathematik und gehört zu den herausfordernden Aktivitäten. Diese steht im direkten Zusammenhang mit dem **Finden** von Methoden (Heuristiken). Nur durch das Finden neuer Zusammenhänge ist ein Beweis erst nötig. Der Anspruch neues Wissen als Menge gelöster Probleme oder mathematischer Sätze mit Beweisen in eine systematische **Ordnung** zu bringen, führt final zum axiomatischen Aufbau der Mathematik. Die letzten zwei Aktivitäten scheinen weniger offensichtlich als mathematische Hauptaktivitäten erkennbar, aber sie sind nicht zu unterschätzen, gemessen an der Bedeutung bei der Entwicklung neuer Mathematik. Die bestehenden Wertesysteme brachten immer wieder neue Probleme und Lösungen hervor, die nicht nur juristische, sondern auch mathematische Relevanz besitzen. Das **Bewerten** hat auch eine große ästhetische Komponente, welche manchmal ein Antrieb bei der Entwicklung von Mathematik sein kann. Dasselbe gilt für das **Spielen**. Neue Teilgebiete der Mathematik wie die Stochastik und die Spieltheorie gehen auf die mathematische Auseinandersetzung mit Spielen zurück (Zimmermann et al. 2011). Die Erläuterungen sind in verkürzter Form in der Abb. 2.8 visualisiert.

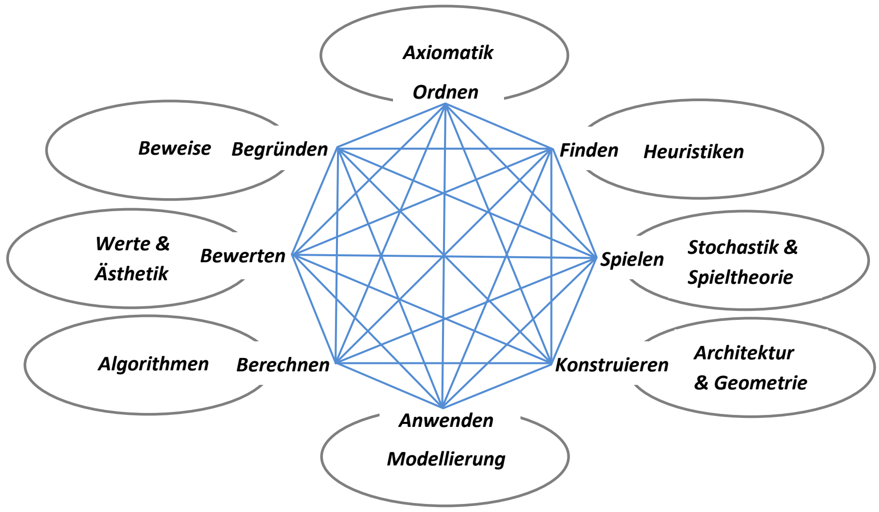


Abb. 2.8: *Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten mit Erläuterungen* (Zimmermann et al. 2011).

Orientiert sich der Mathematikunterricht an der historischen Entwicklung seiner Inhalte, entspricht dieses Vorgehen der historisch-genetischen Methode (Toeplitz 1972). In Hinblick auf Schüleraktivität und Gestaltung des Unterrichts können sich neue Orientierungspunkte ergeben. Das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten kann in diesem Sinne als didaktische Konsequenz aus historischer Perspektive aufgefasst werden. Die mathematischen Aktivitäten, die beim Entwickeln neuer Mathematik eine wichtige Rolle spielen, sind für den Mathematikunterricht ebenso von Bedeutung. Die Lernenden erarbeiten sich unbekannte mathematische Inhalte und erleben dabei, wie bei der historischen Entwicklung, die universellen Hauptaktivitäten. Explizit werden die Hauptaktivitäten als Schüleraktivitäten bezeichnet, von denen eine Förderung der Kreativität der Lernenden erhofft wird (Zimmermann 1999).

2.4.2 Einfluss von CAS auf die mathematischen Hauptaktivitäten im Unterricht

Da die mathematischen Hauptaktivitäten bei der Entwicklung neuer Mathematik immanent waren und sicher noch sind, werden sie im schulischen Kontext als Schüleraktivitäten zu beobachten sein. Aus diesem Grund verwenden einige Studien zum CAS-Einsatz das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten als theoretischen Rahmen.

> *"We will outline that in history of mathematics eight activities proved to be fundamental for generating new mathematical knowledge. They can be taken as a framework for scaffolding mathematical learning environments in classrooms of today."*
>
> (Zimmermann et al. 2011, S. 1)

Auch für finnische Studien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht ist das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten die theoretische Grundlage. So beschreiben Eronen & Haapasalo (2010) an mehreren Beispielen einen Weg, wie sich Lernende durch die Interaktion mit dem *CASIO ClassPad 330* mathematische Inhalte aneigneten. Die verantwortliche Lehrkraft beschränkte ihre Intervention auf ein Minimum. Die Studie untersuchte, wie Lernende im Mathematikunterricht der achten und neunten Klasse mit einer möglichst kleinen Anzahl an Instruktionen auskommen können.

Für die Dokumentation des Unterrichts wurden neben Lerntagebüchern auch die mathematischen Hauptaktivitäten festgehalten. Es wurde ein Fragebogeninstrument entwickelt, das die Ausprägungen der acht Hauptaktivitäten in Hinblick auf die mathematische Arbeit, die Selbsteinschätzung und die Arbeit mit dem CAS maß. Es handelte sich um ein Pre-Post-Test-Design (N=23). Zwischen den beiden Erhebungszeitpunkten lagen drei Monate, in denen die Lernenden selbstbestimmt mit CAS arbeiteten. In der Studie wird eine bemerkenswerte Verschiebung bei der Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten aus Sicht der Lernenden verzeichnet. Demnach gewinnen die Aktivitäten Begründen und Finden für das mathematische Arbeiten an Bedeutung, wenn CAS für das Lernen verwendet werden. In Hinblick auf die Arbeit mit den CAS gewinnen das Anwenden und vor allem das Spielen in den Augen der Lernenden an Bedeutung (Haapasalo 2011, S. 132). Von diesen Ergebnissen inspiriert, befragten die gleichen Autoren zwischen 2005 und 2006 auch Lehramtsstudenten (N=116) am Anfang und am Ende ihres ersten Semesters. Für die Befragung verwendeten sie das gleiche Instrument. Während des Semesters arbeiteten die Studenten erstmalig mit CAS. Sie wurden dazu angehalten, sich mathematische und mathematikdidaktische Inhalte zu erarbeiten. Auch bei den Studenten kann eine statistisch signifikante Verschiebung in der Bewertung der Aktivitäten beim mathematischen Arbeiten beobachtet werden. So gewinnt das Spielen an Bedeutung, wohingegen das Berechnen an Bedeutung verlor. Diese Verschiebung kann in der Kontrollgruppe, die aus 66 Mathematikstudenten des ersten Semesters bestand, welche ohne CAS arbeiteten, nicht beobachtet werden (Haapasalo 2011, S. 136) Unter Berücksichtigung der Untersuchungen in Finnland ist davon auszugehen, dass das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten geeignet ist, die zu erwartenden Veränderungen der Schüleraktivitäten durch die Verwendung von CAS im Thüringer Mathematikunterricht zu dokumentieren.

2.4.3 Zweite Hypothese: Verlagerung der Schüleraktivitäten

Ausgehend von der Bedeutung der Schüleraktivitäten für die Schülerzentrierung im Unterricht und der Möglichkeit der Beschreibung durch die acht mathematischen Hauptaktivitäten, kann ein weiterer Gesichtspunkt der Forschungsfrage in Richtung der Schüleraktivitäten ausformuliert werden:

F2) Wie verändert sich die Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten für den Mathematikunterricht nach der CAS-Einführung in Thüringen?

Vor dem Hintergrund der finnischen Studien wird vermutet, dass nach der CAS-Einführung in Thüringen ähnliche Ergebnisse zu erwarten sind. Einige Aktivitäten (z.B. Berechnen) werden für das mathematische Arbeiten und den Gebrauch der CAS an Bedeutung verlieren, wohingegen andere Aktivitäten (z.B. Spielen) an Bedeutung gewinnen. Die zweite Hypothese lautet daher:

H2) Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann wird eine Bedeutungsverschiebung zwischen den mathematischen Hauptaktivitäten stattfinden.

2.5 Aspekte der Entwicklung von CAS-Aufgaben

Der Mathematikunterricht konkretisiert sich in den Aufgaben, die von den Lernenden bearbeitet werden. Daher sollen auch die Aufgaben in einem CAS-gestützten Unterricht, der Hauptfragestellung folgend, in Hinblick auf Schülerzentrierung untersucht werden. Ausgehend von den Begriffen CAS-Aufgabe und Schülerzentrierung wird in Anlehnung an die *Task-Technique-Theory* ein Modell vor dem Hintergrund der Aufgabenerprobung entwickelt. An dieser Stelle konkretisiert sich die Forschungsfrage und die dritte Hypothese wird aufgestellt. Zur empirischen Überprüfung der Hypothese werden unter anderem die Daten und Produkte aus der Entwicklung der CAS-Aufgabensammlungen (Müller 2012/ Müller 2013a) herangezogen. Es werden drei Aspekte aus der Entwicklung der CAS-Aufgabensammlungen vorgestellt, die in das Modell eingegangen sind. Dabei handelt es sich um die Schülerzentrierung bei Aufgaben, die Möglichkeiten der Binnendifferenzierung durch Aufgaben und die Diagnosepotentiale von Aufgaben. Es kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Beschränkung auf diese drei Aspekte bei der Aufgabenkonzeption im Allgemeinen hinreichend ist, jedoch stellt es einen möglichen Ansatz dar, CAS-Aufgaben zielgerichtet zu entwickeln.

2.5.1 Zum Aspekt Schülerzentrierung

Um dem Anspruch der Schülerzentrierung auf der Ebene der Aufgaben gerecht zu werden, bietet sich eine Öffnung der Aufgaben an. Es sei an dieser Stelle nochmals darauf verwiesen, dass die Begriffe Offenheit und Schülerzentrierung in dieser Arbeit synonym verwendet werden (vgl. Kap. 2.3). Die Offenheit von Aufgaben ist ein typisches Merkmal für einen authentischen Umgang mit Mathematik (Büchter & Leuders 2007, S. 89). Das Öffnen einer Aufgabe ermöglicht dem Lernenden individuelle Zugänge, eigene Bearbeitungsstrategien und verschiedene Abstraktionsgrade in den Lösungen. Eine Aufgabe kann von Seiten der Formulierung (Start), dem Lösungsweg (Weg) und von Seiten des Ergebnisses (Ziel) offen gestaltet werden; vgl. Tab. 2.2.

Start	Weg	Ziel	Aufgabentyp	
X	X	X	Beispiel	
X	X		Geschlossene Situation	
X		X	Begründung	Offene Aufgabenformate
X			Problem	Offene Aufgabenformate
			Offene Situation	Offene Aufgabenformate
	X	X	Zielumkehr	Offene Aufgabenformate
		X	Problemumkehr	Offene Aufgabenformate
	X		Anwendungssuche	Offene Aufgabenformate

Tab. 2.2: *Aufgabentypen im Sinne der Offenheit* (Büchter & Leuders 2007, S. 93/ Bruder 2000, S. 70).

Das Öffnen einer Aufgabe erlaubt eine größere Individualität des Lernenden beim Lösen der Aufgabe. Dieser Aspekt führt zu der Möglichkeit der Binnendifferenzierung durch offene Aufgabenformate. In der Tat ist die Öffnung von Aufgaben eine Möglichkeit der Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht (Büchter & Leuders 2007, S. 110).

2.5.2 Zum Aspekt Binnendifferenzierung

Durch Binnendifferenzierung kann die Heterogenität zwischen den Lernenden produktiv genutzt werden, um die individuellen Stärken fortzuentwickeln (Fothe 2010, S. 17). Nach Bönsch (1995, S. 34) wird unter Binnendifferenzierung eine gruppeninterne Differenzierung verstanden. Die zugrundliegenden Differenzierungskriterien können dabei unterschiedlich sein: Lerngeschwindigkeit, Arbeitsmenge, Leistungshöhe, Lernschwierigkeiten, Arbeitsweisen, Kooperation, Interessen usw. Die Gruppengröße kann dabei stark variieren. Die gelisteten Kriterien können sinnvoll strukturiert werden. Die Grobstruktur der Binnendifferenzierung ist auf der schulorganisatorischen Ebene angesiedelt, die Feinstruktur, die innerhalb der organisatorischen Differenzierung zum Tragen kommt, ist didaktisch begründet. Die schulorganisatorische Ebene fasst die Lernenden in Lerngruppen unter Berücksichtigung der Ziele, Unterrichtsinhalte, Unterrichtsmethoden und Medien, Sozialformen, Lernvoraussetzungen und Organisation zusammen. Die didaktische Ebene variiert das Vorgehen in der Darbietung und der Bearbeitung von Lerninhalten und folgt dabei dem Lerninteresse, Lernbereitschaft, Lerntempo und Lernstiele (Paradies & Linser 2001, S. 35). Die Binnendifferenzierung bleibt in der Regel situations- und lernzielgebunden. Bei der Binnendifferenzierung können vier Modelle unterschieden werden: 1) die konventionelle innere Differenzierung; 2) die lernstofforientierte Infrastruktur des Unterrichts; 3) lernstoff- und lernerorientierte Infrastruktur und 4) die konsequente lernerorientierte innere Differenzierung (Bönsch 1995, S. 99 f.). Die Binnendifferenzierung dient dem Auffinden/ Entwickeln individueller Stärken und dem Entdecken/ Ausgleichen individueller Defizite (Kliemann 2008, S. 114). Dafür müssen diese individuellen Stärken und Defizite bei den Lernenden zunächst diagnostiziert werden. Das Modell 2 beinhaltet ein derartiges Instrument. Die lernstofforientierte Infrastruktur des Unterrichts kann auch als flexible innere Differenzierung bezeichnet werden und ist in der Abb. 2.9 schematisch verdeutlicht.

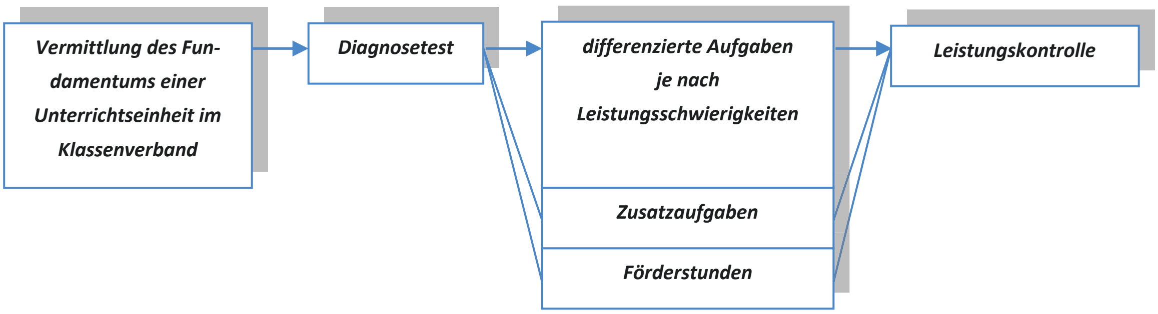


Abb. 2.9: *Flexible innere Differenzierung* (Bönsch 1995, S. 100).

Die flexible innere Differenzierung kann um den gewinnbringenden Aspekt der zieldifferenten Differenzierung ergänzt werden. Dabei werden unterschiedliche Ziele für unterschiedliche Individuen angesteuert, was die Möglichkeit eröffnet, jedem Lernenden entsprechend seinen aktuellen Möglichkeiten Impulse zu geben, Fortschritte zu ermöglichen und gleichzeitig die Arbeit aller Lernenden an einem verbindenden Unterrichtsgegenstand zu erhalten. Damit wird versucht, dem Entwicklungs- und Lernniveau aller Lernenden gerecht zu werden. Aus praktischen Erwägungen wird empfohlen, drei Niveaustufen zu unterscheiden (Bönsch 1995, S. 135). Aus dem Modell der flexiblen inneren Differenzierung geht die Notwendigkeit eines Diagnoseinstruments hervor.

Es muss also auch Aufgaben geben, die zu Zwecken der Binnendifferenzierung eingesetzt werden und über ein gewisses Diagnosepotential verfügen. Denn wenn man mit Lernenden an deren individuellen Stärken und Schwächen arbeiten möchte, so müssen diese zunächst identifiziert bzw. diagnostiziert werden.

2.5.3 Zum Aspekt Diagnose

Nach Weinert versteht man unter Diagnose im Kontext des Lernens ein Bündel von Fähigkeiten, um den Kenntnisstand, die Lernfortschritte und die Leistungsprobleme der einzelnen Lernenden sowie die Schwierigkeiten verschiedener Lernaufgaben im Unterricht fortlaufend beurteilen zu können, sodass das didaktische Handeln auf diagnostische Einsichten aufgebaut werden kann (Siemens 2008, S. 12/ Weinert 2001).

Man kann die statusorientierte Diagnostik, die eher auf eine Auslese abzielt, und die prozessorientierte Diagnostik, die den Fokus auf den Lernprozess legt, unterscheiden. Wird bei der Beobachtung Augenmerk auf die Lernvoraussetzungen sowie das Verständnis für den Lerngegenstand gelegt, spricht man auch von einer kompetenzorientierten Diagnostik (Siemens 2008, S. 16). Die Diagnose dient dabei immer der Gestaltung von Lernprozessen mit dem Ziel, dem Lernenden eine bessere Förderung zu bieten. Ein Beispiel für eine prozessorientierte Diagnostik ist das Konzept *Test & Interview* (Fothe 2005/ Fothe & Ludwig 2008) aus der Fachdidaktik Informatik, das von 2004 bis 2008 entwickelt wurde. Auf Grundlage der einheitlichen Prüfungsanforderungen der Kultusministerkonferenz (KMK) in der Abiturprüfung Informatik (EPA Informatik) wurde ein Instrument bereitgestellt, das den Lehrkräften helfen soll, die Wirkung ihrer pädagogischen Arbeit in Hinblick auf den Lernstand ihrer Schülerinnen und Schüler besser einzuschätzen. Das Instrument besteht aus online bereitgestellten Tests zur Lernstanderhebung sowie einem Interviewleitfanden, der den Testaufgaben beigelegt ist. Lehrkräfte können somit innerhalb eines Themengebiets die Testaufgaben für ihre Klasse aus dem Internet herunterladen und von den Lernenden bearbeiten lassen. Es erfolgen eine Auswertung der Schülerantworten und ein Vergleich mit dem vorab erstellten Erwartungsbild. Um ein tieferes Verständnis zum Lernstand der Lernenden zu erhalten und auf individuelle Besonderheiten einzugehen, sollen die Lehrkräfte mit ausgewählten Schülerinnen und Schülern ein Gespräch führen. Für diese kleinen „Interviews“ bildet der bereitgestellte Interviewleitfaden die Grundlage. Die Idee, das diagnostische Potenzial von Testaufgaben durch anschließende Interviews zu erhöhen, wird in unterschiedlichen fachdidaktischen Veröffentlichungen empfohlen (z.B. Büchter & Leuders 2007, S. 174 f./ Drüke-Noe 2012, S. 290 f.). Durch die anschließenden Befragungen einzelner Lernender nach der Bearbeitung der Aufgaben wird das Diagnosepotential der Aufgaben gesteigert. Dadurch erhält die Lehrkraft einen differenzierten Überblick über die individuellen Lernstände der Schülerinnen und Schüler (Dannenhauer et al. 2008, S. 73). Der einzelne Lernende rückt stärker in den Mittelpunkt der Betrachtung, dies führt wiederum zu dem Aspekt der Schülerzentrierung.

2.5.4 Ein Modell zu den Aspekten der Entwicklung von CAS-Aufgaben

Die erste Komponente des in Kap. 2.2.2 vorgestellten Trias *Task-Technique-Theory* umfasst die Mathematikaufgabe *(task)*. Die Aufgabe ist der *Task-Technique-Theory* zufolge der zentrale Ausgangspunkt beim mathematischen Arbeiten mit CAS (vgl. Abb. 2.3). Die Prozesse der *Instrumentalisation* und *Instrumentation* sind ohne einen „Kondensationskern“, einer Aufgabe, nicht möglich.

Aus diesem Grund setzt das entwickelte Modell bei der CAS-Aufgabe an. Die in den letzten Abschnitten beschriebenen Aspekte der CAS-Aufgabenentwicklung (Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnose) sowie deren Beziehung, sind in der nachstehenden Abb. 2.10 verdeutlicht.

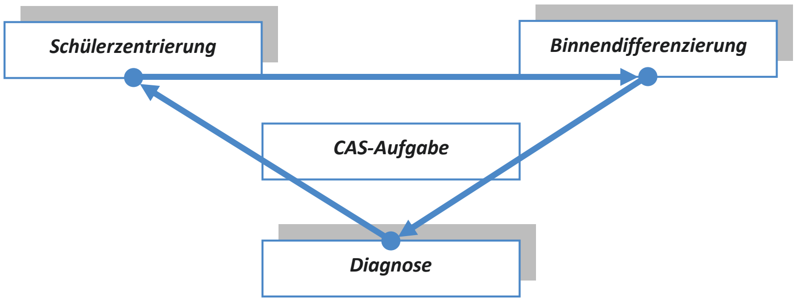


Abb. 2.10: *Drei Aspekte der Entwicklung von CAS-Aufgaben.*

Dem Anspruch der Schülerzentrierung folgend, können CAS-Aufgaben bewusst offen gestaltet werden. Offene Aufgabenformate ermöglichen den Lernenden unterschiedliche Zugänge, Lösungswege und Resultate. Damit ist eine der Möglichkeiten zur Binnendifferenzierung gegeben. Um die individuelle Förderung der Lernenden noch gezielter zu betreiben, können die individuellen Vorrausetzungen und Kompetenzen diagnostiziert werden. Eine Steigerung des Diagnosepotentials von Aufgaben ermöglicht der Lehrkraft einen differenzierteren Überblick bezüglich der Kompetenzen der Lernenden. Der einzelne Lernende rückt damit stärker in den Mittelpunkt. Dies führt wieder zu dem Anspruch an einen schülerzentrierten Mathematikunterricht. Diese Argumentation folgt einem Richtungsinn; vgl. Abb. 2.10.

Die Entwicklung neuer CAS-Aufgaben kann aber auch einen anderen Ausgangspunkt haben. Bei der Konzeption der CAS-Aufgabensammlung ging man davon aus, ein Diagnoseinstrument wie *Test & Interview* zu entwickeln (Fothe 2005/ Fothe & Ludwig 2008). Bei *Test & Interview* gibt es einen einheitlichen Interviewleitfaden, der auf alle Testaufgaben gleichermaßen zutrifft. Bei der CAS-Aufgabenentwicklung wurden im Gegensatz dazu zu jeder CAS-Aufgabe spezielle Diagnosefragen formuliert. Als Voraussetzung für deren Formulierung wurden in der Erprobung der Aufgaben sogenannte Schlüsselstellen identifiziert (vgl. Kap. 3.6.2 & 3.6.3). Dabei handelt es sich um die Hauptzielstellung der Erprobung der neuen CAS-Aufgaben. Um das Diagnosepotential einer Aufgabe zu erhöhen, wird ein differenziertes Bild der Schülerkompetenzen benötigt. Die Weiterentwicklung eines Diagnoseinstruments wie *Test & Interview* mit dem Ziel, das diagnostische Potential der Testaufgaben zu erhöhen, umfasst somit auch den Aspekt der Binnendifferenzierung. Damit folgt man einer Idee von Dannenhauer et al. (2008, S. 70). Das Modell der flexiblen inneren Differenzierung (Bönsch 1995, S. 100) verknüpft die Binnendifferenzierung mit einem Diagnoseinstrument. Eine Differenzierung wird demnach erst durch eine gezielte Analyse der individuellen Kompetenzen der Lernenden ermöglicht. Ein weiterer Aspekt der Binnendifferenzierung ist die zieldifferente Differenzierung. Den Empfehlungen der Literatur folgend liegen die entwickelten CAS-Aufgaben in drei Niveaustufen N1 bis N3 vor (Bönsch 1995, S. 135.) In Anlehnung an die Schulnotenskala sind die Niveaustufen nach Schwierigkeitsgrad gestaffelt; die Niveaustufe 1 beinhaltete die schwierigsten Aufgabenstellungen. Ziel ist es, den Lernenden eine Orientierungshilfe bei der Aufgabenauswahl zu bieten.

Um den Anspruch der Schülerzentrierung gerecht zu werden, wurde bei der Erprobung die Auswahl der Niveaustufe den Lernenden selbst überlassen (Büchter & Leuders 2007, S. 107). Ausdrücklich waren sie dazu angehalten, sich zunächst mit dem schwierigeren Aufgabenniveau auseinanderzusetzen und bei Bedarf in die nächstniedrigere Stufe zu wechseln. Es wurden weitere Maßnahmen unternommen, um ein schülerzentriertes Arbeiten zu ermöglichen. Eine Steigerung der Schülerzentrierung kann durch die Öffnung der Aufgaben realisiert werden, das den Lernenden ein individuelles Vorgehen bei der Bearbeitung ermöglicht. Daher sind die CAS-Aufgaben bewusst offen gestaltet. Die unternommenen Maßnahmen steigern nicht zuletzt auch das Diagnosepotential der CAS-Aufgaben (Büchter & Leuders 2007, S. 168 ff.).

Das Vorgehen bei der Entwicklung der CAS-Aufgaben ähnelt der vorangegangen Argumentationskette stark, aber der Richtungssinn ist ein anderer. Es ist also durchaus möglich während der Aufgabenentwicklung bei dem Diagnosepotential zu starten und über die Möglichkeiten der Binnendifferenzierung zu einer Steigerung der Schülerzentrierung zu kommen oder vice versa. Zusammengefasst entsteht aus den zwei skizzierten Argumentationswegen ein Modell zur Entwicklung von CAS-Aufgaben. In Anlehnung an die *Task-Technique-Theory* ist der Ausgangspunkt die CAS-Aufgabe *(task)*, denn sie ermöglicht die instrumentale Genese und ist zentral für das Lernen mit CAS (vgl. Kap. 2.2.2). Um die Aufgaben-Komponente arrangieren sich die drei beschriebenen Aspekte der Aufgabenentwicklung, die gleichberechtigt sind und jeweils zueinander führen. Es entsteht ein Dreieck um die CAS-Aufgabe im Zentrum (vgl. Abb. 2.11).

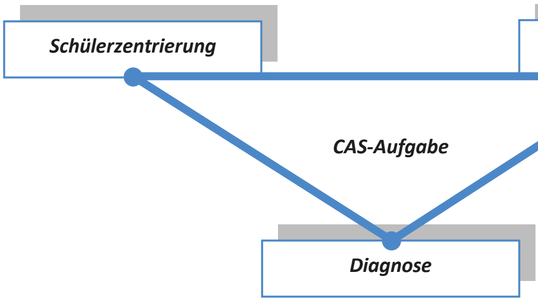


Abb. 2.11: *Modell zur Entwicklung von CAS-Aufgaben.*

2.5.5 Dritte Hypothese: Entwicklung von CAS-Aufgaben

Vor dem Hintergrund der Bedeutung der Schülerzentrierung bei der Entwicklung neuer CAS-Aufgaben für den Mathematikunterricht sowie deren theoretische Fundierung kann die Forschungsfrage auch in dieser Richtung präzisiert werden.

F3) Wo liegen die Vorteile einer CAS-Aufgabe in Hinblick auf die Schülerzentrierung im Mathematikunterricht?

Unter Berücksichtigung der drei vorgestellten Aspekte der Entwicklung einer CAS-Aufgabensammlung und den herangezogenen fachdidaktischen Konzepten dieser Aspekte kann die Hypothese aufgestellt werden:

H3) Wenn Mathematikaufgaben unter Berücksichtigung der Möglichkeiten von CAS entwickelt werden, dann kann die Qualität der Aufgaben in Hinblick auf Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotential erhöht werden.

2.6 Hypothesen im Überblick

Auf der Grundlage der vorgestellten allgemein- und fachdidaktischen Konzepte, Modelle und Theorien sowie unter Beachtung der aktuellen fachdidaktischen Diskussion zum Einfluss der CAS auf die Schülerzentrierung im Mathematikunterricht konnte die Forschungsfrage in dreifacher Hinsicht konkretisiert werden. Die vorgestellten nationalen und internationalen Studien zu diesem Thema erlaubten die Formulierung dreier Forschungshypothesen. Die Hypothesen werden in den folgenden Kapiteln empirisch überprüft und diskutiert.

H1) Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann kann im Unterricht eine größere Offenheit im Sinne der Schülerzentrierung beobachtet werden.

H2) Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann wird eine Bedeutungsverschiebung zwischen den mathematischen Hauptaktivitäten stattfinden.

H3) Wenn Mathematikaufgaben unter Berücksichtigung der Möglichkeiten von CAS entwickelt werden, dann kann die Qualität der Aufgaben in Hinblick auf Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotential erhöht werden.

Die in Kap. 2.3.3 & 2.4.2 vorgestellten fachdidaktischen Studien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht hatten Untersuchungszeiträume von drei Monaten bis zu drei Jahren. Die meisten Langzeitstudien zum CAS-Einsatz hatten ähnliche zeitliche Umfänge (Barzel 2012, S. 29). Es kann davon ausgegangen werden, dass die vermuteten Veränderungen innerhalb der ersten zwei Jahre nach der CAS-Einführung beobachtet werden können. Ein Untersuchungszeitraum von 2011 bis 2013 mit drei Erhebungszeitpunkten ist vor dem Hintergrund der angeführten fachdidaktischen Studien für die empirische Überprüfung der Hypothesen geeignet.

„Der Mensch ist immer noch der außergewöhnlichste Computer von allen."
John F. Kennedy, 35. Präsident der USA

3 Methodik

Um die konkretisierten Forschungsfragen vor dem geschilderten theoretischen Hintergrund beantworten zu können, wurden mehrere empirische Erhebungen im Rahmen der Längsschnittstudie durchgeführt. Im Folgenden wird das gewählte Studiendesign, das Sampling und die Erhebungsinstrumente vorgestellt. Die Auswertung der Daten inklusive der gewählten statistischen Verfahren wird skizziert. Allem vorangestellt ist das Forschungsparadigma, von dem sich das methodische Vorgehen dieser Untersuchung ableitet.

3.1 Forschungsparadigma

Das methodische Vorgehen dieser Untersuchung beinhaltet das empirische Überprüfen theoretisch begründeter Hypothesen. Dieses Vorgehen steht in der Tradition des kritischen Relativismus nach K. R. Popper. Zwischen dem Infallibilismus, einer Haltung die sich im Besitz absoluter Wahrheit wähnt, und dem radikalen Relativismus, wonach es keine absolute Wahrheit geben kann, da alles relativ zum Bezugsystem ist, stellt der kritische Relativismus einen Mittelweg dar. Im Rahmen eines moderaten Skeptizismus kann man nie von einer endgültigen Wahrheit ausgehen, dennoch werden Hypothesen bis zu ihrer eventuellen Falsifikation als wahr angenommen (Diekmann 2004, S. 152).

> *„Alles Wissen ist unsicher und vorläufig. In sokratischer Bescheidenheit heißt es: Ich weiß, dass ich nichts weiß. Wir können aber unser Wissen vermehren, indem wir unsere Hypothesen harten Bewährungsproben unterziehen und solange akzeptieren, wie sie allen Falsifikationsversuchen wiederstehen."*
> (Diekmann 2004, S. 153)

Wenn eine Hypothese falsifiziert wurde, bedeutet das aber nicht zwangsläufig, dass die theoretische Begründung der Hypothese falsch ist. Sie ist nur unzureichend und muss in Bezug auf die empirischen Ergebnisse überdacht werden. Zur Erklärung der Realität stellt die Wissenschaft in einem Abstraktionsprozess Modelle auf. Wenn eine neue Beobachtung durch das bisherige Modell nicht erklärt werden kann, muss das Modell erweitert und erneut empirisch geprüft werden. Eine falsifizierte Hypothese beinhaltet damit einen echten Informationsgewinn. Deshalb werden in der mathematischen Statistik die Nullhypothesen so formuliert, dass sie verworfen werden können. Durch dieses indirekte Vorgehen soll die Wahrscheinlichkeit für eine irrtümliche Verwerfung der Nullhypothese kontrolliert klein bleiben (Rinne 1997).

Dem kritischen Relativismus folgend, wurden die aufgestellten Hypothesen zur Schülerzentrierung, zu den mathematischen Hauptaktivitäten und der CAS-Aufgabenentwicklung empirisch überprüft. Die Ergebnisse werden im Kap. 4 vorgestellt und im Kap. 5 diskutiert.

3.2 Studiendesign

Um der Frage nach der Entwicklung der Schülerzentrierung im Mathematikunterricht mit CAS nachzugehen, ist es naheliegend, den Unterricht über eine gewisse Zeitspanne zu beobachten. Mit der Längsschnittuntersuchung soll die Veränderung der Offenheit des Mathematikunterrichts bzw. die Bedeutungsverschiebung zwischen den mathematischen Hauptaktivitäten dokumentiert werden. Damit kann eine empirische Grundlage zum Überprüfen der Hypothesen geschaffen werden. Der Untersuchungszeitraum erstreckt sich über drei Schuljahre von 2011 bis 2013 (vgl. Abb. 3.1). Der Untersuchungszeitraum umfasst drei Erhebungszeiträume. Der erste Zeitraum lag zu Beginn des Schuljahres 2011/2012 und sollte die Situation des Mathematikunterrichts in Thüringen vor der CAS-Einführung erfassen. Der zweite Erhebungszeitraum lag genau ein Jahr später am Anfang des Schuljahres 2012/ 2013. Am Ende des gleichen Schuljahres begann der dritte Erhebungszeitraum, welcher sich über den Beginn des darauffolgenden Schuljahres 2013/2014 erstreckte. Aus organisatorischen Gründen umfassten die drei Erhebungszeiträume jeweils mehrere Wochen. Es wurde angestrebt die Befragungen so früh wie möglich zu Beginn eines Schuljahrs durchzuführen. Durch die jeweils um ein Jahr versetzen Erhebungszeiträume ist der Längsschnittcharakter der Studie gewährleistet. (vgl. Abb. 3.1).

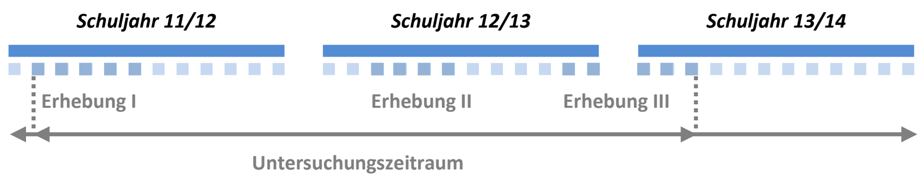


Abb. 3.1: *Untersuchungszeitraum von 2011 bis 2013 der Längsschnittstudie (Studiendesign).*

Um die konkretisierten Forschungsfragen zielsicher diskutieren zu können, finden im Sinne der Triangulation sowohl die Sichtweise der Lernenden als auch der Lehrenden Berücksichtigung (Schirmer 2009, S. 100). Innerhalb eines jeden Erhebungszeitraums wurden daher zunächst die Lernenden befragt und anschließend die Lehrenden. Die Studie besitzt ein Mix-Methods-Design. Quantitative und qualitativen Methoden werden kombiniert und im Sinne des Längsschnittcharakters der Studie sequentiell verwendet. Die Gewichtung der beiden Methodenfamilien wird als gleichwertig angesehen. Innerhalb eines Erhebungszeitraums wurden qualitative und quantitative Instrumente parallel verwendet. Die Kombination der beiden Methodenfamilien erfolgt in der Absicht, dass sich die jeweiligen Vorzüge der Methoden ergänzen (Creswell et al. 2003, S. 224). Die Interpretation der quantitativen Daten soll mit den qualitativen Ergebnissen verbessert werden. Diesen wiederum soll durch die Betrachtung größerer Fallzahlen mehr Gewicht verliehen werden. Die verwendeten Erhebungsinstrumente werden in den nächsten Abschnitten im Detail vorgestellt. Des Weiteren werden die Gütekriterien genauer diskutiert.

3.3 Sampling der Stichprobe

Im Freistaat Thüringen gibt es ca. 100 Schulen mit Oberstufe. Im Schuljahr 1999/2000 begannen acht Schulen mit CAS zu arbeiten. Nach elf Jahren verwendete schon ein Drittel der Schulen CAS im Mathematikunterricht (Moldenhauer 2007, S. 26 f.). Die verbleibenden Schulen waren von der verbindlichen Einführung betroffen. Es waren alle Schulen mit Oberstufe in Thüringen eingeladen an der Studie teilzunehmen. Die Einladungen zur Teilnahme wurden via Email und Telefon den Schulen gegenüber ausgesprochen. Insgesamt nahmen zwölf Thüringer Schulen an der Untersuchung teil. Die besagten Schulen sind hauptsächlich in den bevölkerungsreichen Städten Erfurt, Jena, Gera, Weimar angesiedelt; vgl. Abb. 3.2. Im Rahmen der Studie wurden nicht alle empirischen Erhebungen an allen Schulen gleichermaßen durchgeführt (vgl. Tab. 3.1). Bei der Entwicklung der CAS-Aufgaben wurde versucht, alle Schulen einzubeziehen. Für die Dokumentation der Veränderung der Schülerzentrierung kamen nur Schulen in Frage, in den die CAS im Schuljahr 2011/2012 eingeführt wurden. Die Befragungen zur Schülerzentrierung sollten nur in den Klassen erfolgen, in denen die Lehrkräfte noch keine CAS-Erfahrung hatten. Die Lehrenden, die sich für eine Befragung bereit erklärten, hatten sich vor der verbindlichen Einführung noch nicht für die Arbeit mit CAS entschieden.

Schule	Ort	Erfahrung mit CAS	Befragung (Schüler-zentrierung)	Entwicklung von CAS-Aufgaben	Erprobung der Erhebungsin-strumente
Integrierte Gesamtschule	Erfurt		X	X	
Edith-Stein-Schule	Erfurt		X		
Pierre-de-Coubertin-Gymnasium	Erfurt		X	X	
Goethe-Gymnasium	Weimar		X	X	
Kooperative Gesamtschule „Adolf Reichwein“	Jena		X	X	
Integrative Gesamtschule „Grete Unrein“	Jena	X		X	X
Christliches Gymnasium	Jena		X	X	
Anger-Gymnasium	Jena		X		
Jenaplan Schule	Jena			X	
Zabel-Gymnasium	Gera	X		X	
Goethe-Gymnasium/ Ru-theneum	Gera		X	X	
Ulf-Merbold-Gymnasium	Greiz		X		

Tab. 3.1: *Übersicht der Partnerschulen mit deren Einbindung in die Untersuchung.*

An neun der zwölf Partnerschulen wurden die Befragungen zur Schülerzentrierung im Mathematikunterricht durchgeführt. Damit umfasste das Panel ca. 13% aller Thüringer Schulen mit Oberstufe an denen CAS 2011 im Mathematikunterricht eingeführt wurden. Es wurde angestrebt, eine möglichst hohe Anzahl an Lernenden und Lehrenden an den teilnehmenden Schulen zu befragen. In Frage kamen alle Klassen, die einschließlich des Schuljahrs 2011/2012 noch 3 Jahre an der jeweiligen Schule bestehen würden und bei denen CAS im Unterricht neu eingeführt wurde. An jeder Schule wurden zwei Lehrende mit ihren Klassen ausgewählt, welche die Anforderungen erfüllten.

Die Befragung startete 2011 mit 523 Lernenden und 18 Lehrenden (Müller 2013c). Wie bei Längsschnittuntersuchungen üblich, kam es auch in dieser Studie zum Ausscheiden einiger Probanden aus dem Panel. Die Gründe dafür waren Lehrerwechsel, Schulwechsel und Krankheit. Zur Auswertung sollten nur die Antworten der Probanden herangezogen werden, die sich in jedem der drei Erhebungszeiträume eindeutig zuordnen ließen und in deren Klassen kein Lehrerwechsel erfolgte. Somit verblieben 292 Lernende und 15 Lehrende im Panel, deren Daten zur Auswertung genutzt wurden. Eine deskriptive Beschreibung der Stichprobe erfolgt zu Beginn des nächsten Kapitels bei der Auswertung der Ergebnisse.

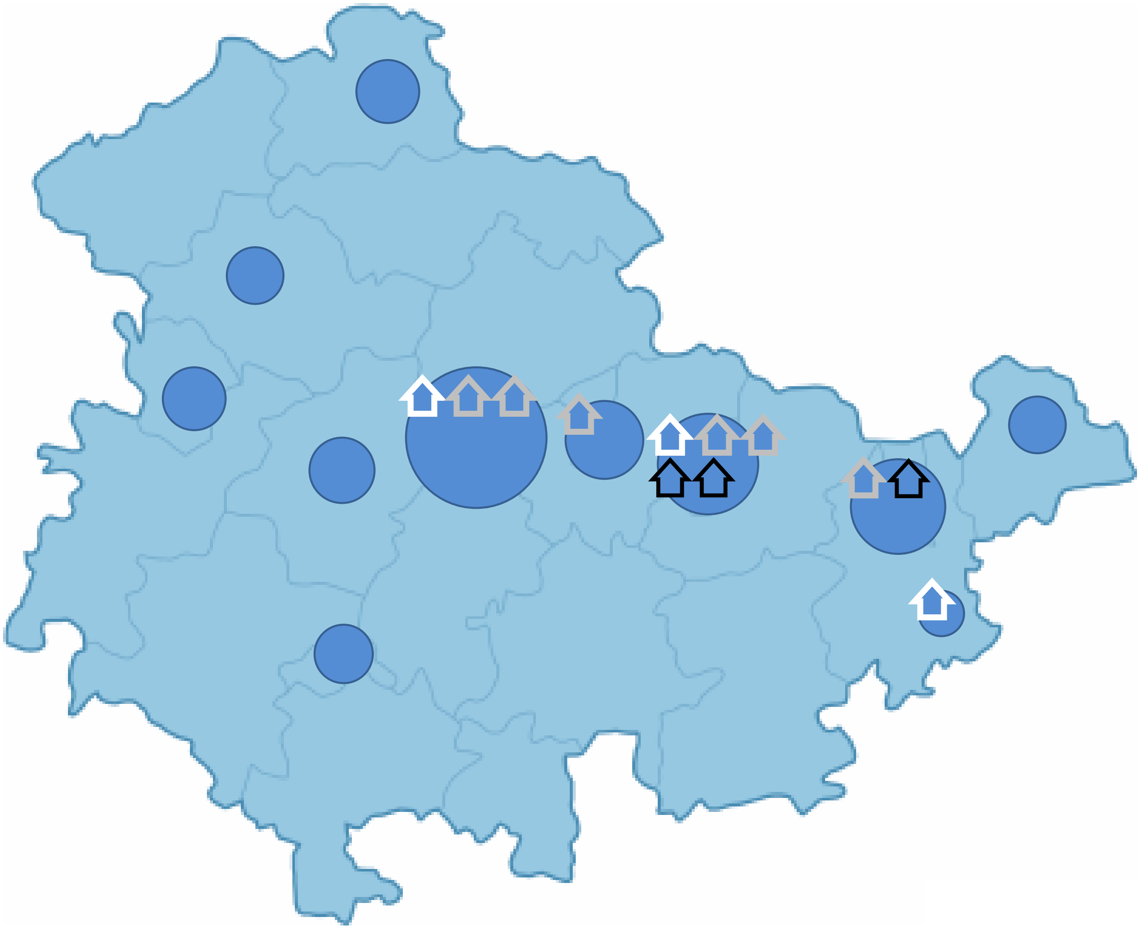


Abb. 3.2: *Karte von Thüringen mit Landreisen und Ballungsräumen, die durch Kreise dargestellt sind. Ein cm² entspricht ca. 77 000 Einwohnern. Jedes Häuschen steht für eine Partnerschule. Ein weißer Rahmen symbolisiert die Teilnahme an den Befragungen zur Schülerzentrierung, ein schwarzer Rahmen steht für die Erprobung von CAS-Aufgaben an der Schule und ein grauer Rahmen verweist auf beides.*

3.4 Befragung der Lernenden

Die Lernenden wurden in jedem Erhebungszeitraum mit einem Fragebogen-Instrument befragt, um ihre Sicht auf den Mathematikunterricht mit CAS zu dokumentieren. Es handelte sich dabei um einen Online-Fragebogen, den die Lernenden innerhalb des Unterrichts einzeln ausfüllten. Vor jeder Befragung wurden die Lernenden über die Ziele und Absichten der Befragung informiert. Sie wurden darauf hingewiesen, dass die Teilnahme freiwillig erfolgt. Die vertrauliche und anonyme Auswertung der Daten wurde versichert. Zu jeder Befragung musste ein Teilnehmer einen persönlichen Identitätscode erstellen. Der Code bestand aus einer Kombination aus Ziffern des Geburtsdatums und Buchstaben der Namen aus dem familiären Umfeld des Teilnehmers. Eine eindeutige Zuordnung der Datensätze über den gesamten Befragungszeitraum war gewährleistet, ohne die Anonymität zu verletzen.

Die ersten Items des Fragebogens bezogen sich auf sozialdemographische Daten. Alle weiteren Items waren Aussagen, denen die Probanden graduiert zustimmen konnten. Die Grundlage dafür bildete eine n-polige 5-Punkt-Likert-Skala mit grafischer Unterstützung. Zunächst wurden mit drei Items die Einstellungen zur Mathematik und zu den CAS abgefragt. Den Abschluss des Fragebogen-Instruments bildete ein offenes Item zur freien Meinungsäußerung. Einzelne Teile des Online-Fragebogens werden im Folgenden vorgestellt. Der vollständige Fragebogen findet sich im Anhang dieser Arbeit.

3.4.1 Fragebogenteil zur Offenheit im Mathematikunterricht

Siebzehn Items beziehen sich auf die Offenheit im Mathematikunterricht (vgl. Abb. 3.3). Diese Items sind aus dem theoretischen Konzept des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a) abgeleitet, das im Kap. 2.3.2 vorgestellt wurde. Die einzelnen Items entsprechen siebzehn unterschiedlichen Gesichtspunkten des Konzepts des offenen Unterrichts.

Dieser Fragebogenteil, wie das Erhebungsinstrument insgesamt, durchlief einen mehrschrittigen Entwicklungsprozess. Zunächst wurden Items anhand von Gesichtspunkten des Konzepts des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a) formuliert. Anschließend wurden die Items in mehreren Expertenrunden validiert. In einem dritten Schritt wurde das Instrument in zwei Klassen an einer der Partnerschulen erprobt (vgl. Tab. 3.1). Das Verfahren und die Ergebnisse wurden dokumentiert und führten zu einer Überarbeitung der Items. Die Güte dieses Teils des Erhebungsinstrumentes wurde auch während der eigentlichen Hauptuntersuchung empirisch überprüft (vgl. Tab. 3.2). Es handelt sich um ein geeignetes Instrument, die Offenheit im Mathematikunterricht zu erfassen. Da die siebzehn Gesichtspunkte als gleichwichtig für einen offenen Unterricht angesehen werden, sind die siebzehn Items gleichgewichtet. Bei der Datenauswertung kann ein Mittelwert (arithmetisches Mittel) über alle Items berechnet werden. Auch wenn aufgrund der theoretischen Herleitung eine normative Zuordnung der Items zu den fünf Dimensionen offenen Unterrichts denkbar wäre, wird im Rahmen dieser Untersuchung ganz bewusst auf eine Zuordnung verzichtet. Die Gründe dafür liegen in der mangelnden Trennschärfe zwischen den fünf Dimensionen des Konzepts des offenen Unterrichts (Peschel 2003a, S. 78/ Nestle 1975, S. 172) und der fehlenden empirischen Überprüfung einer möglichen Zuordnung.

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Ihren Mathematikunterricht im vergangenen Schuljahr. Entscheiden Sie,wie stark die Aussagen links mit Ihren Erlebnissen im Unterricht übereinstimmen.

	stimme gar nicht zu				stimme voll zu
Ich kann entscheiden, ob ich eine Aufgabe allein oder mit anderen Mitschülern bearbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann bei der Wahl der Stundenthemen mitbestimmen.	○	○	○	○	○
In unserem Unterricht werden unterschiedliche Lösungswege vorgestellt.	○	○	○	○	○
Ich kann in unserem Unterricht mitentscheiden, welche Aufgaben gelöst werden sollen.	○	○	○	○	○
Wenn wir in Gruppen arbeiten, kann ich mir aussuchen, mit welchen Mitschülern ich zusammenarbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann mitentscheiden, ob wir erst eine leichte Aufgabe rechnen, oder gleich eine schwere Aufgabe bearbeiten.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer ermutigt uns, unsere Meinung zum Unterricht zu sagen.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, wo (z.B.: Klassenzimmer, Schulhof, Zuhause) ich eine Aufgabe bearbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, wann ich im Unterricht welche Aufgabe bearbeite.	○	○	○	○	○
Wir besprechen im Unterricht auch Themen, die ein Schüler vorgeschlagen hat.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer fragt uns nach unseren Erfahrungen, wenn wir ein neues Thema beginnen.	○	○	○	○	○
Wir stellen in unserem Unterricht gemeinsam Regeln auf, die alle befolgen müssen.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, welche Hilfsmittel (z.B.: Buch, Taschenrechner, Tafelwerk) ich für das Lösen von Aufgaben im Unterricht verwende.	○	○	○	○	○
Alle Fragen, die im Unterrichtsgespräch aufkommen, beantwortet mein Lehrer selbst.	○	○	○	○	○
Aus Fehlern, die ich im Unterricht gemacht habe, kann ich etwas lernen.	○	○	○	○	○
Ich muss mir nur das merken, was der Lehrer uns gesagt hat.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer erklärt Dinge auf unterschiedliche Weise, damit alle Schüler das Thema verstehen.	○	○	○	○	○

Abb. 3.3: *Screenshot-Ausschnitt des Online-Fragebogens der Lernenden. Zu sehen sind Items zur Offenheit im Mathematikunterricht.*

3.4.2 Fragebogenteil zu den mathematischen Hauptaktivitäten

Weitere 24 Items beziehen sich auf die mathematischen Hauptaktivitäten und deren Bedeutung für den Mathematikunterricht (vgl. Abb. 3.4). Dieser Teil des Fragebogens wurde aus den erwähnten finnischen Studien übernommen und ins Deutsche übersetzt.

Jede mathematische Hauptaktivität wird von jeweils drei Items erfasst (Haapasalo & Eronen 2010/ Eronen & Haapasalo 2010).

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

An dieser Stelle sollen Sie bitte einschätzen, wie wichtig Ihnen die nachfolgenden Tätigkeiten in Ihrem Mathematikunterricht erscheinen, bzw. wie wichtig Sie für Sie selbst sind und ob Sie CAS-Taschencomputer bei diesen Tätigkeiten verwenden.

	Ist wichtig in unserem Mathematikunterricht.	Finde ich wichtig für mich selbst.	Dafür verwende ich den CAS-Taschencomputer.
	stimme gar nicht zu … stimme voll zu	stimme gar nicht zu … stimme voll zu	stimme gar nicht zu … stimme voll zu
Mit Zahlen rechnen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Größen vergleichen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Mit Variablen rechnen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Ein Ergebnis schätzen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Bewerten, ob ein Ergebnis richtig ist. (z.B.: Durchführen einer Probe)	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Verschiedene Lösungswege für eine Aufgabe abwägen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Mit bekannten Regeln etwas belegen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Vermutungen überprüfen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Eine Reihe von Argumenten als Begründung nutzen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Etwas mittels einer Vorschrift oder einer Lösungsformel finden.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Etwas durch Raten oder Probieren finden.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Einen Sachverhalt nachschlagen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Spielen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Entwickeln neuer Spielregeln.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Sich durch ein Spiel zum Nachdenken anregen lassen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○

Abb. 3.4: *Screenshot-Ausschnitt des Online-Fragebogens der Lernenden. Zu sehen sind Items zu den mathematischen Hauptaktivitäten und deren Bedeutung für den Unterricht bzw. bei der Verwendung von CAS.*

3.4.3 Fragebogenteil zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht

Für die letzten beiden Erhebungszeiträume wurde der Fragebogen um 15 Items aus früheren Untersuchungen in Thüringen ergänzt (Schmidt 2009/ Schmidt et al. 2009). Der spätere Einsatz dieses Fragebogenteils ist darin begründet, dass zur Beantwortung der Items eine gewisse Erfahrung im Umgang mit CAS von Nöten ist. Ziel ist es, ein besseres Bild von der Verwendung der Systeme im Unterricht zu erhalten (Abb. 3.5).

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Ihren Mathematikunterricht im vergangenen Schuljahr. Entscheiden Sie,wie stark die Aussagen links mit Ihren Erlebnissen bei der Arbeit mit den CAS-Taschencomputern übereinstimmen.

	stimme gar nicht zu … stimme voll zu
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren interessanter als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○ ○ ○ ○ ○
Die Aufgaben erschienen mir einfacher, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer arbeiten konnte.	○ ○ ○ ○ ○
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren abwechslungsreicher.	○ ○ ○ ○ ○
Wenn ich mit dem CAS-Taschencomputern gearbeitet habe, habe ich mehr gelernt als sonst.	○ ○ ○ ○ ○
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, haben mir mehr Spaß gemacht als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○ ○ ○ ○ ○
Das Arbeiten mit dem CAS-Taschencomputer hat mir eine völlig neue Seite der Mathematik eröffnet.	○ ○ ○ ○ ○
Ich nutze den CAS-Taschencomputer auch außerhalb des Mathematikunterrichts.	○ ○ ○ ○ ○
Ich verwende den CAS-Taschencomputer regelmäßig für meine Hausaufgaben.	○ ○ ○ ○ ○
Der CAS-Taschencomputer gibt mir ein Gefühl der Sicherheit beim Lösen von Aufgaben.	○ ○ ○ ○ ○
Beim Lösen von Aufgaben hatte ich mit der Bedienung des CAS-Taschencomputers keine Probleme.	○ ○ ○ ○ ○
Ich wusste immer, was ich als Lösungsweg aufschreiben sollte, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer gearbeitet hatte.	○ ○ ○ ○ ○
Ich empfinde den CAS-Taschenrechner hilfreich.	○ ○ ○ ○ ○
Der CAS-Taschenrechner hilft mir Fehler zu vermeiden.	○ ○ ○ ○ ○
In den Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, hatte ich mehr Entscheidungsmöglichkeiten als in den Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○ ○ ○ ○ ○

Abb. 3.5: *Screenshot-Ausschnitt des Online-Fragebogens der Lernenden. Zu sehen sind Items zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht.*

3.4.4 Statistische Verfahren der quantitativen Datenauswertung

Die Daten aus dem Online-Fragebogen wurden mit den Programmen MS Excel (Version 2007) und SPSS (Version 21) ausgewertet und analysiert. Für die Auswertung wird davon ausgegangen, dass die Daten intervallskaliert sind. Diese Annahme erfolgt vor dem Hintergrund, dass die Verwendung parametrischer Verfahren bei Likert-skalierten Daten in bildungswissenschaftlichen Kontexten üblich ist (Schnell et al. 2011, S. 140/ Klieme et al. 2010/ Meißner 2013, S. 107) und parametrische Verfahren auf Likert-skalierten Daten robust sind (Norman 2010). Es wurden der Mittelwert und die Standardabweichung zur deskriptiven Beschreibung der Daten bestimmt. Eine Ausnahme bildeten die sozialdemographischen Daten (Geschlecht, Klasse) und die Daten aus dem offenen Item des Online-Fragebogens. Entsprechende Items werden für die weitere Auswertung zusammengefasst. Das betrifft 17 Items zur Offenheit im Unterricht und jeweils drei Items für jede mathematische Hauptaktivität. Die Ergebnisse werden in Diagrammen dargestellt. Es wird nach Alter und Geschlecht in Subgruppen unterschieden. Das Vorgehen bei der Datenauswertung aus dem geschlossen Teil des Fragebogens der Lehrenden (mathematische Hauptaktivitäten) erfolgt analog.

Für die Interferenzstatistik wurde zunächst überprüft, ob die Daten normalverteilt sind. Dafür wurde der Kolmogorow-Smirnow-Test verwendet. Dieser Test hat den Vorteil, dass er auch bei kleinen Stichprobenumfängen (Gruppe der Lehrenden) angewendet werden kann und als nichtparametrischer Test robust ist (Janssen & Laatz 2007, S. 569). Ein Nachteil des Kolmogorow-Smirnow-Tests ist die geringe Teststärke, dennoch ist er als Standardverfahren in SPSS implementiert. Da es sich um eine Messwiederholung über die Zeit handelt, liegen gepaarte Stichproben vor. Im Falle einer Normalverteilung wurde eine einfaktorielle Varianzanalyse (ANOVA) mit Messwiederholung für die abhängige Variable (Offenheit des Mathematikunterrichts) durchgeführt. In SPSS lässt sich eine ANOVA mit Messwiederholung als allgemeines lineares Modell aufrufen. Dabei bestimmt der Untersuchungszeitraum mit den drei Erhebungszeitpunkten den Faktor. Jeder Faktorstufe ist eine entsprechende Datenreihe der jeweiligen Erhebung zugeordnet. Da es sich um eine Mehrfachtestung des gleichen Personenkreises handelt, ist eine Überprüfung der Varianzhomogenität nicht erforderlich (Backhaus et al. 2006). Für nicht normalverteilte Daten wurde eine Rangvarianzanalyse nach Friedman durchgeführt, die in SPSS standardmäßig als nichtparametrisches Verfahren für gepaarte Stichproben implementiert ist. Für die Post-Hoc-Tests oder, wenn nur Daten von zwei Erhebungszeitpunkten vorlagen, wurde entweder der t-Test für gepaarte Stichproben oder der Wilcoxon-Test verwendet, um die Unterschiede in den Maßen der zentralen Tendenz zu überprüfen (Bortz 2005). Die beschriebene Verfahrensweise bei der statistischen Datenauswertung ist in Abb. 3.6 schematisch dargestellt.

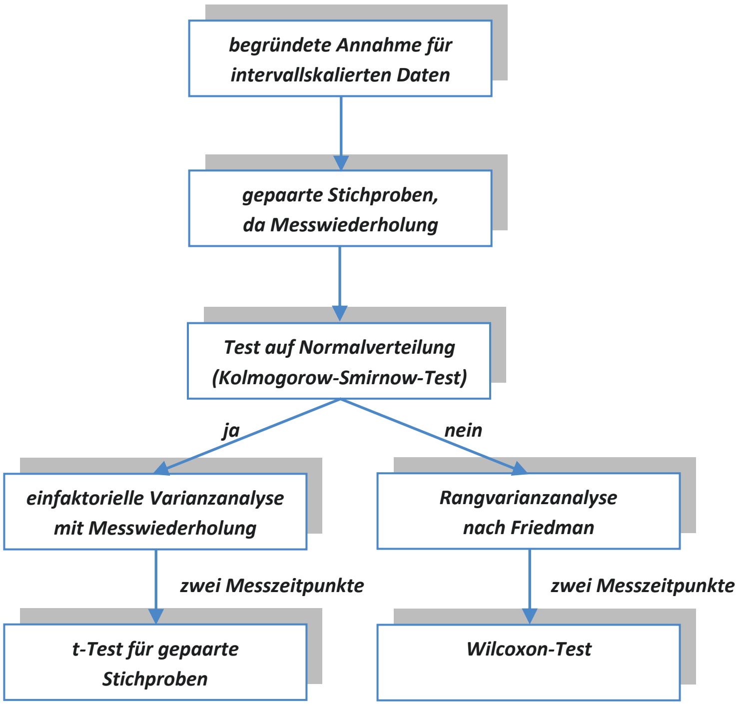


Abb. 3.6: *Verfahrensweise bei der quantitativen Datenauswertung.*

3.4.5 Gütekriterien der quantitativen Datenauswertung

Um die Güte des Fragebogeninstruments zu erhöhen, wurde es in einem ersten Schritt mehren Expertenvalidierungsrunden unterzogen. In dazu angesetzten Gesprächsrunden innerhalb der Abteilung Didaktik an der Fakultät für Mathematik und Informatik der FSU Jena wurden die Items diskutiert und die Formulierungen überarbeitet. In einem zweiten Schritt wurde das Fragebogeninstrument an einer Partnerschule in zwei Klassen erprobt. Nach der Bearbeitung des Fragebogens wurden die Probanden nach Unklarheiten befragt. Dabei fragte der Interviewer gezielt nach einzelnen Items, die in den Expertenrunden als schwierig eingeschätzt wurden. Die Antworten und Hinweise wurden dokumentiert und ausgewertet.

Die Teilnahme an der Befragung war freiwillig. Da es sich demnach nicht um eine zufällige Auswahl von Thüringer Schulen bzw. Klassen handelt, ist die Repräsentativität der Ergebnisse kritisch zu hinterfragen. Als positiv ist der Umfang der Stichprobe hervorzuheben. Wie in Kap. 3.3 beschrieben, umfasst das Panel ca. 13% aller Thüringer Schulen mit Oberstufe, die 2011 CAS im Unterricht eingeführt hatten. Außerdem sind alle bevölkerungsreichen Regionen Thüringens, sowie der südwestliche, ländliche Teil des Freistaats im Panel vertreten (vgl. Abb. 3.2). Im strengen mathematischen Sinne sind die Ergebnisse als nicht repräsentativ anzusehen, aber in einem empirisch-machbaren Sinn kann den Ergebnissen eine gewisse Tragweite zugesprochen werden. Um die Objektivität der Ergebnisse der quantitativen Befragung zu erhöhen, wurden alle Probanden einzeln befragt. Das heißt, jeder hatte einen PC zur Verfügung und füllte den Online-Fragebogen selbständig aus. Die Befragungen erfolgten stets in der Schule während des Unterrichts um ein höheres Maß an Standardisierung zu erreichen. Die eingangs gegebenen Instruktionen waren stets die gleichen und wurden bei jeder Befragung durch denselben Interviewer getätigt. Damit wurde versucht, die Durchführung, Auswertung und Interpretation der Untersuchung unabhängig von der Forscherperson und ähnlichen Einflüssen zu gestallten.

Alle Items des Fragebogeninstruments wurden in mehreren Diskussionsrunden expertenvalidiert. Einige Items des Fragebogens stammen aus vorherigen finnischen und thüringischen Studien (Haapasalo & Eronen 2010/ Schmidt et al. 2009). Die Items zur Offenheit im Mathematikunterricht wurden im Rahmen der Untersuchung erstellt und pilotiert. Es war das Ziel, die Validität des Erhebungsinstruments zu gewährleistet. Die Konstrukt-Validität der Offenheit kann mit der statistischen Kenngröße Cronbachs Alpha abgeschätzt werden. Cronbachs Alpha der 17 Items zur Offenheit im Mathematikunterricht beträgt bei den Erhebungen der Hauptuntersuchung mindestens 0,77 (vgl. Tab. 3.2), was ein Hinweis für eine angemessene Konstrukt-Validität ist (Bühner & Ziegler 2009).

Jahr	2011	2012	2013
Cronbachs Alpha	0,77	0,84	0,81
Anzahl der Items	17	17	17

Tab. 3.2: *Die statistische Kenngröße Cronbachs Alpha der Items zur Offenheit im Unterricht bei den drei Erhebungen.*

Cronbachs Alpha ist auch ein Indiz für die Reliabilität der quantitativen Untersuchung. Die Werte sprechen daher ebenfalls für eine akzeptable Reliabilität des Instruments. In der Erprobungsphase kam es nicht zu einer wiederholten Testung mit der gleichen Gruppe von Teilnehmern, was eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung der Reliabilität gewesen wäre. Aus organisatorischen Gründen wurde darauf verzichtet. Die Reliabilität des Erhebungsinstruments sollte hingegen durch die kurze veranschlagte Bearbeitungszeit erhöht werden. Dies ist speziell bei der Befragung von Lernenden wichtig. Der Online-Fragebogen wurde bewusst schlank gehalten. Die Lernenden benötigten nicht länger als 25 Minuten zur Beantwortung der Items. Aus Gründen der Transparenz, die allen Gütekriterien zuträglich ist, ist dieser Arbeit ein umfangreicher Anhang beigefügt. Dieser beinhaltet neben den Erhebungsinstrumenten einen Überblick aller erhobenen Datensätze sowie weitere Dokumente der Datenauswertung.

3.5 Befragung der Lehrenden

Vor jeder Befragung wurden die Teilnehmer über die Ziele und Absichten der Untersuchung informiert und die freiwillige Teilnahme wurde unterstrichen. Der vertrauliche und anonymisierte Umgang mit den Daten wurde zugesichert. Einerseits muss festgehalten werden, dass die befragten Lehrkräfte sich vor 2011 noch nicht für den CAS-Einsatz im Mathematikunterricht entschieden hatten. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Lehrenden zu Beginn der Untersuchung noch nicht vollends von den CAS überzeugt waren. Andererseits waren die teilnehmenden Lehrkräfte motiviert und offen für das Thema, da sie der Befragung freiwillig zugestimmt hatten.

Für die Befragung der Lehrenden wurde ein Fragebogeninstrument mit einem geschlossenen Teil und einem offenen Teil entwickelt. Im geschlossen Teil bewerteten die Lehrenden die Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten im Mathematikunterricht und bei der Verwendung von CAS. Dieser Teil stammt wieder aus den finnischen Untersuchungen und ist mit dem entsprechenden Fragebogenteil der Lernenden identisch (vgl. Abb. 3.4). Da die Lehrenden die 17 Items zur Offenheit des Unterrichts aus dem Online-Fragebogen der Lernenden schon kannten, wurde es vermieden, bei ihnen die gleichen Items zu verwenden. Die Lehrkräfte sind sich der an sie gestellten Ansprüche von Seiten der Eltern, des Ministeriums und der Gesellschaft bewusst. Daher sollte die Gefahr einer Verzerrung der Antworten durch soziale Erwünschtheit begrenzt bleiben, indem den Lehrenden so wenig wie möglich Antwortmöglichkeiten vorgeben wurden. Der offene Teil besteht aus einem Leitfaden-Interview. Den Kern des entwickelten Interviewleitfadens bilden Fragen zur Schülerzentrierung bzw. zur Offenheit im Mathematikunterricht (vgl. Abb. 3.7). Des Weiteren umfasst der Interviewleitfaden Fragen zu den Problemen sowie den Vor- und Nachteilen des CAS-Einsatzes im Unterricht und zu Eigenschaften von CAS-Aufgaben. Der vollständige Interviewleitfaden findet sich im Anhang der Arbeit.

7) Auf welche Weise binden Sie Ihre Schüler bei der Unterrichtsgestaltung mit ein? *(Welche Entscheidungsspielräume haben die Schüler im Unterricht?)*

7.1) Können die Schüler Rahmenbedingungen ihrer Arbeit selbst bestimmen?

7.2) Können die Schüler Ihre Lernwege selbst bestimmen?

7.3) Können die Schüler über die Inhalte selbst bestimmen?

7.4) Können die Schüler über Regeln in der Klasse mitbestimmen?

7.5) Würden Sie das Klassenklima als positiv bezeichnen?

7.6) Würden Sie sagen, dass der Mathematikunterricht in den letzten (ein/ zwei) Jahren offener geworden ist? *(Haben die Entscheidungsspielräume der Schüler zugenommen?)* **[nur in Erhebung II & III]**

7.7.1) War der Einsatz von CAS bei den eben angesprochenen Belagen der Offenheit des Unterrichts eine Unterstützung? **[nur in Erhebung II & III]**

7.7.2) Können Sie sich vorstellen, dass die CAS eine Unterstützung in Bezug auf eine stärkere Öffnung des Unterrichts sein können? **[nur in Erhebung II & III]**

Abb. 3.7: *Teil des Leitfadeninterviews der Lehrenden zur Offenheit im Mathematikunterricht.*

3.5.1 Verfahren der qualitativen Datenauswertung

Die Antworten der Lehrenden wurden nach einheitlichen Regeln transkribiert (Dresing & Pehl 2011, S. 19/ Kuckartz et al. 2008, S. 27) und anschließend nach den Regeln der qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet (Mayring 2008). Dabei folgte man den von Mayring vorgeschlagenen Analyseschritten (vgl. Tab. 3.3). Die Arbeitsschritte erfolgten computergestützt. Für die Transkription wurde das Diktiersoftware *Dragon Naturally Speaking* (Version 12.5) verwendet. Die Inhaltsanalyse wurde mit *MAXQDA* durchgeführt. Dabei wurden zwei Kategoriensysteme verwendet; das deduktive Kategoriensystem wird im Kap. 3.5.2 näher beschrieben. Für die Antworten zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht wurde ein induktives Kategoriensystem aus den Daten abgeleitet. Dafür wurden die Interviews in mehreren Schritten gelesen und einzelne Textstellen paraphrasiert. Danach konnten Kategorien gebildet sowie Ankerbeispiele und Codier-Regeln festgelegt werden. Das Codier-Manual wurde an ausgewählten Stellen in Expertenrunden diskutiert und überarbeitet. Zur Interpretation wurden Häufigkeitsanalysen (Bestimmung der Relevanz einer Kategorie an Hand der Anzahl der Nennungen) und in verschiedenen Fällen Valenz- und Inhaltsanalysen (Bestimmung der Relevanz einer Kategorie an Hand des Kontexts) vorgenommen (Mayring 2008, S. 57).

Analyseschritt	Bemerkung
Festlegung des Materials	Als Material wurden die transkribierten Interviews der Lehrenden verwendet.
Analyse der Entstehungssituation	Das Material wurde zu drei Erhebungszeitpunkten innerhalb des Untersuchungszeitraums dieser Studie gewonnen.
Formale Charakteristika des Materials	Die Interviews wurden mit Thüringer Mathematiklehrkräften durchgeführt, aufgenommen und transkribiert.
Fragestellung der Analyse	Das Ziel war es, die Veränderungen im Mathematikunterricht in den ersten zwei Jahren nach der CAS-Einführung aus Sicht der Lehrenden zu dokumentieren, um die aufgestellten Hypothesen (vgl. Kap. 2.6) zu überprüfen.
Bestimmung der Analysetechnik und Festlegung des konkreten Ablaufs	Es erfolgte eine Zusammenfassung, Explikation und Strukturierung des Materials.
Definition der Analyseeinheit	Als Codier-Einheit wurde entweder ein Wort oder eine Zahl (vgl. Kap. 2.4.2) verwendet. Eine Kontexteinheit oder eine Auswertungseinheit bezog sich jeweils auf den gesamten Fall.
Analyseschritte mittels Kategoriensystem	Die Kategorien wurden entweder induktiv abgeleitet (CAS-Einsatz im Unterricht) oder es wurden deduktive Kategorien (Offenheit im Unterricht; vgl. Kap. 2.4.2) verwendet.
Rücküberprüfung des Kategoriensystems an Theorie und Material	Es erfolgte eine Vereinheitlichung des Abstraktionsniveaus und eine Überprüfung der Ankerbeispiele. Falls es für das induktive Kategoriensystem nötig wurde, kam es zur Redefinition und Umformulierung von Kategorien.
Interpretation der Ergebnisse in Richtung der Fragestellung	Eine ausführliche Interpretation der Ergebnisse erfolgt in Kap. 5.
Anwendung der inhaltsanalytischen Gütekriterien	Die Gütekriterien werden in Kap. 2.4.4 diskutiert.

Tab. 3.3: *Verfahrensweise bei der qualitativen Datenauswertung* (Mayring 2008, S. 54/ Meißner 2013, S. 66).

3.5.2 Codier-Manual zur Offenheit im Unterricht

Für die Antworten zur Offenheit des Unterrichts wurde ein deduktives Kategoriensystem verwendet, das in der Literatur empfohlen wurde (Peschel 2003a, S. 79 ff.). Das Kategoriensystem umfasst die Ausprägungen der Offenheit des Unterrichts in allen fünf Dimensionen. Die Ausprägung (Code) wurde auf einer Skala von 0 (nicht vorhanden) bis 5 (weitestgehend) von einem Rater bewertet. Im Manual sind die Stufen der Ausprägung erklärt und es ist jeweils ein Code zugewiesen (vgl. Tab. 3.4 – 3.8).

Organisatorische Offenheit des Unterrichts Inwieweit können die Schüler Rahmenbedingungen ihrer Arbeit selbst bestimmen?		
5	**weitestgehend**	*primär auf eigener Arbeitsorganisation der Lernenden basierender Unterricht*
4	**schwerpunktmäßig**	*offene Rahmenvorgaben*
3	**teils – teils**	*Öffnung der Rahmenvorgaben in einzelnen Teilbereichen*
2	**erste Schritte**	*punktuelle Öffnung der Rahmenvorgaben in wenigen Teilbereichen*
1	**ansatzweise**	*Öffnung der Rahmenvorgaben kaum wahrnehmbar/ begründbar*
0	**nicht vorhanden**	*Vorgabe von Arbeitstempo, -ort, -abfolge usw. durch Lehrende oder Material*

Tab. 3.4: *Codier-Manual zur Ausprägung der organisatorischen Offenheit im Unterricht.*

Methodische Offenheit des Unterrichts Inwieweit kann der Schüler seinen eigenen Lernweg folgen?		
5	**weitestgehend**	*primär auf „natürlicher“ Methode/ Eigenproduktionen basierender Unterricht*
4	**schwerpunktmäßig**	*meist Zulassen eigener Zugangsweisen/ Lernwege der Lernenden*
3	**teils – teils**	*in Teilbereichen stärkerer Einbezug/ Zulassen individueller Wege*
2	**erste Schritte**	*Lernwege werden aufgegriffen, aber die Hinführung zum Normweg bestimmt das Geschehen*
1	**ansatzweise**	*Anhören einzelner Ideen der Lernenden, aber der Lehrende bestimmt das Geschehen*
0	**nicht vorhanden**	*Vorgaben von Lösungswegen/ -techniken durch Lehrende oder Arbeitsmittel*

Tab. 3.5: *Codier-Manual zur Ausprägung der methodischen Offenheit im Unterricht.*

Inhaltliche Offenheit des Unterrichts Inwieweit kann der Schüler über seine Lerninhalte selbst bestimmen?		
5	**weitestgehend**	*primär auf selbstgesteuertem/ interessegeleitetem Arbeiten basierender Unterricht*
4	**schwerpunktmäßig**	*inhaltlich offene Vorgaben von Rahmenthemen oder Fachbereichen*
3	**teils – teils**	*in Teilbereichen stärkere Öffnung der inhaltlichen Vorgaben zu vorgegebener Form*
2	**erste Schritte**	*Lernende können aus festem Arrangement frei auswählen oder sie können Inhalte zu fest vorgegebenen Aufgaben selbst bestimmen*
1	**ansatzweise**	*einzelne inhaltliche Alternativen ohne große Abweichungen werden zugelassen*
0	**nicht vorhanden**	*Vorgabe von Aufgaben, Inhalten durch Lehrende oder Arbeitsmittel*

Tab. 3.6: *Codier-Manual zur Ausprägung der inhaltlichen Offenheit im Unterricht.*

Soziale Offenheit des Unterrichts Inwieweit kann der Schüler in der Klasse (Unterrichtsablauf und Regeln) mitbestimmen?		
5	**Weitestgehend**	*Selbstregulierung der Klassengemeinschaft*
4	**schwerpunktmäßig**	*Lernende können eigenverantwortlich in wichtigen Bereichen mitbestimmen*
3	**teils – teils**	*Lernende können eigenverantwortlich im von der Lehrkraft festgelegten Teilbereichen mitbestimmen*
2	**erste Schritte**	*Lernende können lehrergelenkt in Teilbereichen mitbestimmen*
1	**ansatzweise**	*Lernende werden nur peripher gefragt, Lehrende wissen schon vorher, wie es laufen sollte; Lernende können in (belanglosen) Teilbereichen mitbestimmen*
0	**nicht vorhanden**	*Vorgabe von Verhaltensregeln durch Lehrende oder Schulvorgaben*

Tab. 3.7: *Codier-Manual zur Ausprägung der sozialen Offenheit im Unterricht.*

Persönliche Offenheit des Unterrichts Inwieweit besteht zwischen Lehrerenden und Lernenden bzw. unter den Lernenden ein positives Beziehungsklima?		
5	**weitestgehend**	*auf „Gleichberechtigung" abzielende „überschulische" Beziehung*
4	**schwerpunktmäßig**	*für Beachtung der Interessen des Einzelnen offene Beziehungsstruktur*
3	**teils – teils**	*in bestimmten Teilbereichen/ bei bestimmten Lernenden offenerer Umgang*
2	**erste Schritte**	*Lernende werden zeitweise angehört und dann auch beachtet*
1	**ansatzweise**	*Lernende werden angehört, aber die Lehrkraft bestimmt weiterhin das Geschehen*
0	**nicht vorhanden**	*Begründung der Beziehung durch Alter oder Rollen-/ Gruppenhierarchie*

Tab. 3.8: *Codier-Manual zur Ausprägung der persönlichen Offenheit im Unterricht.*

3.5.3 Codierungsbeispiel

Um einen Einblick in die Datenanalyse mit dem deduktiven Kategoriensystem zur Offenheit im Mathematikunterricht zu bekommen, soll an dieser Stelle an Hand eines Beispiels die Codierung verdeutlicht werden. Das entsprechende Interview wurde am 11. Juli 2013 mit der Lehrkraft L06 geführt.

> ***I:*** *Okay. Um meine abschließende Frage zu stellen, müsste ich noch mal ganz kurz von den CAS weggehen und dafür auch ein, zwei Fragen vorschalten. Auf welche Weise binden Sie Ihre Schüler bei der Unterrichtsgestaltung mit ein?*
>
> ***07:30***

B: *Gut, Unterrichtsgestaltung? Ja, natürlich beeinflussen die Schüler sehr stark durch ihr Handeln den Unterricht. Also ich denke, dass ich eine sehr intensive Reflexionskultur habe und immer wieder nachschaue, wo die Schüler auch stehen, wo letztlich noch Lernbedarf besteht. Und damit beeinflussen die Schüler ja indirekt, sage ich mal, den Unterricht. Also bei mir sind die täglichen Übungen ausgeprägt. Täglich sammle ich bei den Schülern die Hefte ein und sehe sozusagen bei jedem Schüler, wo er steht. Ja? Wo ich eine direkte Rückkopplung habe: Wie viel Prozent der Schüler aus der Klasse können mit dem aktuellen Stoff jetzt wirklich umgehen und wo gibt es noch Defizite, bei wie vielen Schülern ist das der Fall? Und das beeinflusst ja die weitere Unterrichtsgestaltung und beeinflusst damit auch das Tempo, wie es dann auch weiter geht und welche Probleme im Mittelpunkt stehen und so weiter. Das denke ich ist so eine indirekte Form der Beeinflussung des Unterrichts, dass ich eben mehr doch analysiere, wo die Schüler stehen, also ihren Lernstand versuche zu erfassen und dann natürlich selbst ableite, was ich jetzt als nächstes tue.* ***08:40***

Methodische Offenheit: 2

I: *Sie sagten, das steuert auch ein Stück weit die Probleme an. Können die Schüler Inhalte ein Stück weit mitbestimmen?* ***08:48***

B: *Naja natürlich, also wenn es Möglichkeiten gibt, mitzubestimmen. Ist natürlich im neuen Lehrplan sehr beschränkt, also da ist ja sehr klar definiert, was am Ende erreicht werden soll. Und es gibt auch keine Wahlalternativen irgendwo dazwischen. Also wenn es die gäbe, würde ich die Schüler mit wählen lassen, ja? Der Lehrplan gibt das als solches nicht her. Die Schüler können dann immer wählen natürlich in den Übungsphasen, wenn ich verschiedene Übungsangebote mache, Übungsaufgaben vorlege in verschiedenen Schwierigkeitsgraden, wo ich sage, das sind dann Wahlangebote, wo Schüler auch wieder mit beeinflussen, was sie denn gerade tun.* ***09:26***

Inhaltliche Offenheit: 3

I: *Die Rahmenbedingungen der Arbeit, können die die Schüler auch selber bestimmen? Damit meine ich halt, wo man eine Aufgabe rechnet oder wann man eine Aufgabe rechnet und mit wem man die Aufgabe rechnet?* ***09:36***

B: *Ja natürlich. Also das trifft dann zum Beispiel in Phasen der direkten Vorbereitung auf eine Kursarbeit zu. Wo ich sage: So, für die nächsten vier Stunden ist das jetzt konzipiert, das und das müsst ihr leisten, und es ist eure Entscheidung, in welcher Sozialform ihr das macht, ob ihr euch einen Partner wählt, ob ihr das alleine lieber macht, in einer kleinen Gruppe, ob ihr das zu Hause macht und hier die Lösungen vergleicht oder die Aufgabe hier in der Schule löst, oder mich fragt, oder / Das liegt dann in der Hand des Schülers, ja? Er kann sich da im Raum auch frei bewegen. Da sitzt er dann nicht an seinem Platz festgenagelt, sondern normalerweise, das befördere ich schon allein damit, dass ich in solchen Stunden an keinen Schülerplatz laufe. Ich sitze vorn und wer was von mir will, muss zu mir kommen. Schon allein dadurch entsteht diese Bewegung im Klassenraum und die Schüler nehmen das dann auch so als Lernraum wahr und dann funktioniert das auch.* ***10:25***

Organisatorische Offenheit: 4

I: *Würden Sie das Klassenklima als positiv bezeichnen?* ***10:28***

> ***B:** Ja, in dieser Elf auf alle Fälle, also das sind sehr lernwillige Schüler, die jetzt auch gelernt haben, dass sie das Ding gemeinsam meistern müssen. (Lachen)* ***10:36***
>
> ***I:** Letzte Frage dazu: Können die Schüler auch Regeln mitbestimmen, die in der Klasse sozusagen beschlossen werden?* ***10:47***
>
> ***B:** Ja, selbstverständlich können sie das mitbestimmen. Und die sind auch Manns genug, das auch zu sagen. Wenn sie sagen, das und das hätten wir jetzt gern anders, entweder kommt der Klassensprecher oder sie sprechen es direkt an, wenn es ein Problem gibt. Ja, aber das hatte sich jetzt im Laufe des Schuljahrs natürlich eingespielt, also da gab es in letzter Zeit keine größeren Sachen mehr. // Ja, aber das ist dann so. //* ***11:12***

Persön-liche Offen-heit: 4

Soziale Offen-heit: 4

(L06_2013-07-11; 07:13-11:12; Z. 205-303)

Die Lehrkraft zeichnet ein positives Bild von dem Mathematikunterricht. Viele Entscheidungen im Unterricht werden den Lernenden überlassen oder zumindest mit ihnen besprochen. Die Darstellungen sprechen für einen schülerzentrierten Unterricht und wurden mit zum Teil hohen Ausprägungen in den fünf Dimensionen offenen Unterrichts bewertet. Dieses Beispiel zeigt aber auch ein Problem des verwendeten deduktiven Kategoriensystems. Die Kategorien sind nicht trennscharf (Peschel 2003a, S. 78). In diesem Beispiel erfolgte die Bewertung der persönlichen Offenheit auch unter dem Eindruck der Textstelle zur sozialen Offenheit. Diese Schwäche des Kategoriensystems wird im Kapitel 5 diskutiert. Als Reaktion darauf wurde nach der Codierung bzw. dem Rating der Median über die fünf Dimensionen der Offenheit gebildet.

3.5.4 Gütekriterien der qualitativen Datenauswertung

Die Gütekriterien qualitativer Forschung lehnen sich an den Kriterien der quantitativen Forschung an. Dem Anspruch der Repräsentativität können qualitativ erhobene Daten aufgrund der kleinen Fallzahlen nicht genügen. Die weiteren Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität sind allerdings zentral, obwohl es einen breiten Diskurs gibt, inwieweit diese Gütekriterien für die qualitative Forschung adäquat sind (Flick 2007, S. 489). Um den Gütekriterien zu entsprechen, wurden im Rahmen dieser Arbeit unterschiedliche Anstrengungen unternommen. So wurden alle Interviewleitfäden in einer Testphase pilotiert und verbessert. Die Konzeption der Interviews erfolgte Theorie geleitet und wurde dokumentiert. Die Befragungen wurden immer vom gleichen Interviewer durchgeführt, so dass keine Abstimmung erfolgen musste. Mit der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2008) wurde ein standardisiertes und erprobtes Verfahren zur Datenauswertung verwendet (vgl. Tab. 3.3). Während des gesamten Prozesses wurden Arbeitsschritte und Zwischenergebnisse in Expertendiskussionen vorgestellt und evaluiert. Damit sollte einer Verzerrung der Ergebnisse durch den Rosenthal-Effekt, also der beeinflussten Interpretation der Daten zugunsten der Hypothese (Wagner et al. 2009, S. 221), Vorschub geleistet werden. In Bezug auf das induktive Kategoriensystem wurden die ausgemachten Kategorien an verschiedenen Textstellen verfeinert und ausgeschärft. Um diese Arbeitsschritte transparent zu machen, befinden sich neben den Erhebungsinstrumenten auch umfangreiche Dokumente der Datenauswertung im Anhang dieser Arbeit.

3.6 Entwicklung von CAS-Aufgaben

Die Entwicklung der CAS-Aufgaben im Rahmen dieser Untersuchung erfolgte unter Beachtung der dargestellten drei Aspekte (vgl. Abb. 2.11). Um zu überprüfen, ob die Aufgaben den Anforderungen in Bezug auf Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosefähigkeit gerecht werden, mussten sie empirisch getestet werden. Dies erfolgte in einer qualitativen Untersuchung mit einer kleinen Fallzahl. Die Erprobung sollte auf einer ersten Ebene Schwächen in den Formulierungen der Aufgaben aufzeigen. Auf einer zweiten Ebene sollte sie dazu dienen, die vorläufigen Erwartungshorizonte für die Aufgaben zu verfeinern und auf einer dritten Ebene sollte die Erprobung die Grundlage zur Identifikation der Schlüsselstellen der Aufgaben liefern.

3.6.1 Erprobung von CAS-Aufgaben

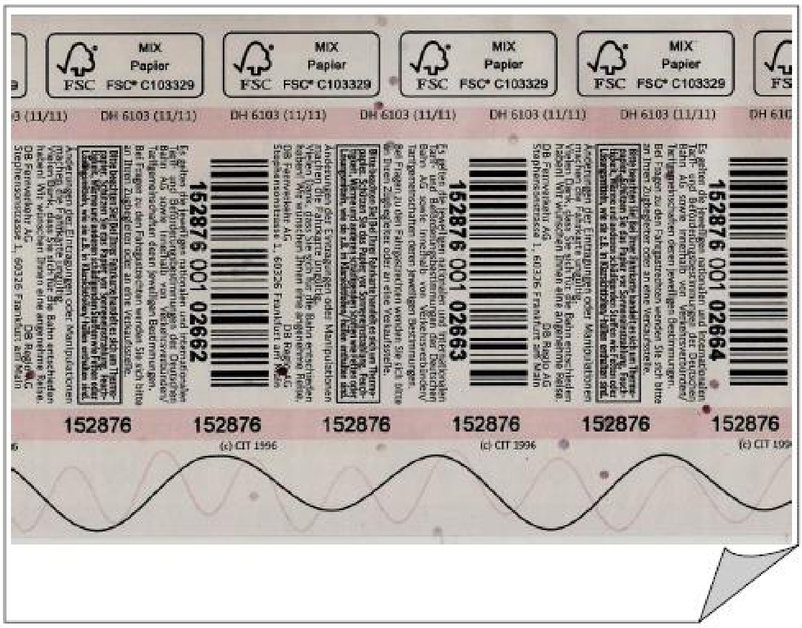
Alle entwickelten Aufgaben wurden in mindesten einer Klasse an einer der teilnehmenden Schulen getestet (vgl. Tab. 3.1). Die Klassenstärke schwankte zwischen 14 und 29 Lernenden. Die Arbeitszeit eines Tests betrug 45 Minuten. Für die Bearbeitung einer Aufgabe wählten sich die Lernenden eine der drei Niveaustufen aus. Zusätzlich konnten sie entscheiden, ob sie die Aufgaben selbstständig oder mit einem Partner bearbeiteten; die Partnerarbeit eröffnete die Möglichkeit, einzelne Arbeitsgespräche aufzuzeichnen. Die eingesammelten Lösungen und die Gesprächsmitschnitte der Lernenden lieferten die Datengrundlage für die sich anschließende Auswertung.

Die Auswertung der Schülerprodukte lehnt sich an Drüke-Noe (2012) an. Es wurde also eine dichotome Codierung verwendet, die in richtige Lösungen (Code 1) und ungenügende Lösungen (Code 2) unterscheidet. Für die Codierung wurde eine explizite kriteriale Beschreibung für Code 1 erstellt, die auf einem vorläufigen Erwartungshorizont jeder Aufgabe gründete. Zudem wurden Grenzfälle beider Codes identifiziert und aufgelistet. Darüber hinaus musste die Beschreibung für Code 1 angepasst werden, wenn Lösungen der Lernenden zu bewerten waren, die inhaltlich richtig waren, jedoch nicht in das Erwartungsbild eingeordnet werden konnten. Im Anschluss wurde für jede Teilaufgabe das Verhältnis der Quantitäten beider Codes gebildet, das als eine erste Schätzung für die empirische Schwierigkeit angesehen werden kann.

Um das Vorgehen bei der Aufgaben-Erprobung zu illustrieren, wird nachfolgend ein Beispiel vorgestellt. Dabei handelt es sich um eine CAS-Aufgabe zu trigonometrischen Funktionen, deren Eigenschaften Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 im Mathematikunterricht gemäß Lehrplan untersuchen. Die Lehrkraft hatte die Sinus- und die Kosinusfunktion eingeführt und die Klasse befand sich in einer Vertiefungsphase, in der sie Anwendungsbeispiele für trigonometrische Funktionen kennenlernte. Die vorliegende Aufgabe beschäftigt sich mit einem Wellenmuster, das auf Fahrkarten der *Deutschen Bahn* zu finden ist (vgl. Abb. 3.9). Damit ist die Aufgabe zum einen der Lebenswirklichkeit der Lernenden entlehnt und zum anderen handelt es sich um eine authentische mathematische Problemstellung (Büchter & Leuders 2007, S. 73).

N1 | **Zur Sicherheit: Trigonometrische Funktionen.**

Die Deutsche Bahn ist sehr bemüht ihre Fahrkarten fälschungssicher zu gestallten. Daher druckt Sie unter anderem auf die Rückseite der Tickets ein Wellenmuster (siehe Abbildung).



☹	😐	☺

A1.1 **Bestimme die Funktionsgleichungen zweier periodischer Funktionen, deren Graphen das Wellenmuster beschreiben.**

A1.2 **Gib zwei Möglichkeiten an, die Graphen der periodischen Funktionen noch komplizierter zu gestalten.**

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}\cdot\pi\cdot x)$.

A2.1 **Erzeuge eine Wertetabelle mit 100 Einträgen, in der sich kein Funktionswert wiederholt.**

A2.2 **Beschreibe ein allgemeines Verfahren für das Erzeugen einer solchen Wertetabelle einer periodischen Funktion.**

Abb. 3.9: *CAS-Aufgabe „Zur Sicherheit: Trigonometrische Funktionen". Abgebildet ist die Aufgabe der höchsten Niveaustufe N1 (Müller 2012, S. 38).*

3.6.2 Lösungen der Lernenden

Insgesamt hatten 21 Lernende diese Aufgabe bearbeitet. Siebzehn Lernende stellten ihre schriftlichen Lösungen zur Auswertung bereit. Bei der Teilaufgabe A1.1 wurden 14 Lösungen dem Code 1 und 3 Lösungen dem Code 0 zugordnet. Vier Lernende entwickelten eine andere Lösungsvariante, als im Erwartungshorizont angegeben war. Erwartet wurde eine additive Verknüpfung trigonometrischer Funktionen. Den betreffenden Lernenden ist es gelungen, die geforderten Funktionsgraphen durch eine multiplikative Verknüpfung zu erzeugen (vgl. Abb. 3.10). Das Erwartungsbild wurde um diese Lösungsvariante erweitert.

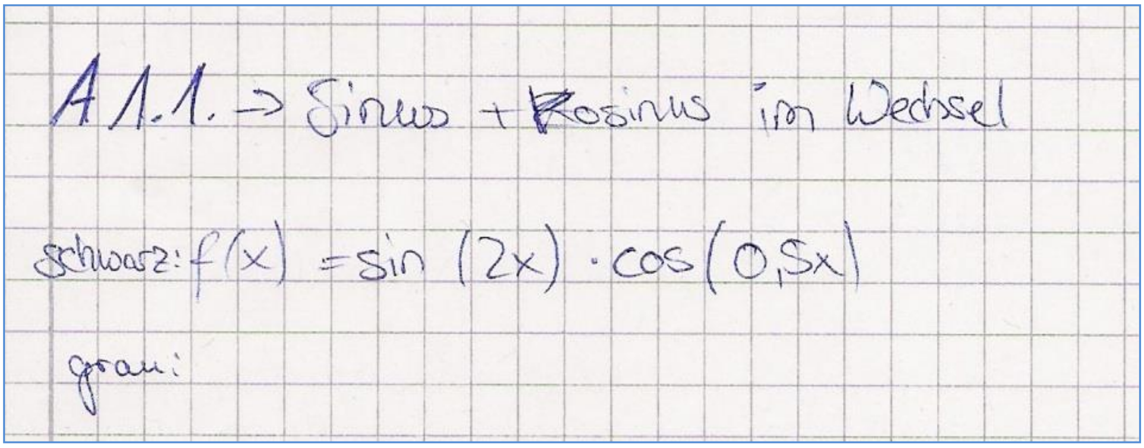


Abb. 3.10: *Lösungsbeispiel der CAS-Aufgabe „Zur Sicherheit: Trigonometrische Funktionen" (A1.1) mit multiplikativer Verknüpfung trigonometrischen Funktionen.*

Neben dieser Erweiterung der kriterialen Beschreibung für Code 1 wurden auch Grenzfälle aufgedeckt. Die nächste Abbildung zeigt eine Schülerlösung, der zu entnehmen ist, dass das Wellenmuster durch zwei Komponenten (Sinus und Kosinus) erzeugt werden muss; allerdings fehlt eine mathematische Verknüpfung der Funktionsterme (vgl. Abb. 3.11).

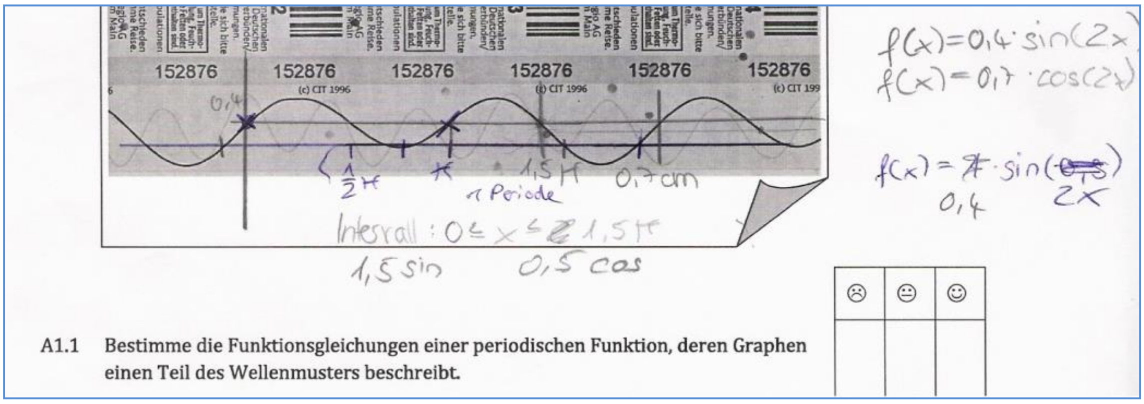


Abb. 3.11: *Beispiel eines Grenzfalls für Code 1 als Lösung der CAS-Aufgabe „Zur Sicherheit: Trigonometrische Funktionen" (A1.1).*

Einen Überblick über alle Ergebnisse der Erprobung der CAS-Aufgaben findet sich im Kap. 4 (vgl. Tab. 4.16).

3.6.3 Äußerungen der Lernenden

Die aufgezeichneten Arbeitsgespräche der Lernenden wurden zunächst nach einheitlichen Regeln transkribiert (Dresing & Pehl 2011, S. 19/ Kuckartz et al. 2008, S. 27). Dabei kam die Diktiersoftware *Dragon Naturally Speaking* (Version 12.5) zum Einsatz. Die Auswertung der Gesprächsprotokolle folgte der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2008, S. 54/ vgl. Tab. 3.3) Für die Auswertung wurde die Software *MAXQDA* verwendet. Das Ziel der Inhaltsanalyse war es, den entscheidenden Schritt in den Lösungswegen zu finden und somit die Schlüsselstellen der Aufgaben zu lokalisieren.

An den Lösungen der Lernenden bei der beschriebenen Beispielaufgabe zeigte sich schon, dass die Schlüsselstelle der Teilaufgabe A1.1 in der Verknüpfung zweier trigonometrischer Funktionen liegt. Diese Art der Lösung war für die Lernenden neu. Das Herangehen der Lernenden offenbart sich in den aufgezeichneten Gesprächen.

> ***S3****: Jetzt erst mal den Sinus. Von da bis da, das wäre ein Sinus und das stimmt aber nicht mit, der würde sich dann aber wiederholen und zwar alle zwei Perioden. // I: Okay. // Und deswegen ist das hier anders. Aber wie schreibt man das auf? Das ist die Frage.* ***05:33***
>
> ***S4****: Also wir haben hier das. // S3: Der Sinus. // Das sieht ja schon mal nicht schlecht aus. Was gibt's denn noch?* ***05:41***
>
> ***S3****: Ein Kosinus. Also ist das ein Kosinus und dann ein Sinus? Und dann kommt na klar, dann geht das: Hier kommt ein Kosinus, hier kommt ein Sinus und dann wieder Kosinus.* ***05:56***
>
> ***S4****: Okay, und jetzt?* ***05:58*** **Schlüsselstelle**
>
> ***S3****: Das weiß ich auch noch nicht. (...) Irgendwas aufschreiben, dass sich aller zwei Felder abwechselt. Aber ich weiß bloß nicht wie man das mit Formeln macht.* ***06:17***
>
> (HP_SEK1_A6_2013-06-05; 05:33-06:17; Z. 46-68)

Es wird deutlich, dass sich zumindest S3 intensiv mit dem Problem auseinandersetzt. Der Lernende S3 erkennt, dass man zur Beschreibung des Wellenmusters zwei trigonometrische Funktionen benötigt. Genau an dieser Stelle zeigt sich der „Knackpunkt" der Aufgabe, die Schlüsselstelle. Beide Lernende wissen aber noch nicht, wie sie die Verknüpfung mathematisch darstellen können. Während der Erprobung konnten für alle CAS-Aufgaben entsprechende Schlüsselstellen ausgemacht werden. Eine Übersicht findet sich im Anhang der Arbeit.

„Es ist sehr schön, dass der Computer das Problem versteht, aber ich würde es auch gern verstehen."
Eugene P. Wigner, ungarischer Physik-Nobelpreisträger

4 Ergebnisse

Die vorliegenden Ergebnisse stammen von Befragungen der Lehrenden und Lernenden aus neun der zwölf Partnerschulen (vgl. Abb. 3.2). Bei den Lehrenden handelt es sich um die Fach- bzw. Klassenlehrer der jeweiligen Lernenden. Es wurden nur Fälle zur Auswertung herangezogen, bei denen die Lernenden und die Lehrenden über den gesamten Untersuchungszeitraums hinweg gemeinsam an der Studie teilgenommen hatten.

4.1 Ergebnisse der Befragung der Lernenden

Insgesamt konnten über den gesamten Untersuchungszeitraum hinweg 292 Datensätze ausgewertet werden. Bei diesen Datensätzen war mithilfe des ID-Codes eine eindeutige Zuordnung zu jedem Erhebungszeitraum möglich. Somit konnte sichergestellt werden, dass die Antworten derselben Lernenden zu drei Erhebungszeitpunkten verglichen wurden.

4.1.1 Beschreibung der Stichprobe

Die Stichprobe umfasst 137 Jungen und 155 Mädchen. Die Lernenden waren zu Beginn des Schuljahres 2011/ 2012 im Alter zwischen 15 und 17 Jahren. Folglich kann die Stichprobe in zwei Abiturjahrgänge unterteilt werden. Der Abiturjahrgang 2014 (AJG 2014) umfasst 185 Lernende und der Abiturjahrgang 2015 (AJG 2015) umfasst 107 Lernende. Die Befragten verteilen sich über 15 Klassen an 9 Schulen. Dabei handelt es sich um unterschiedliche Schultypen, die aber alle zum Abitur hinführen können. Neben den staatlichen Gymnasien gibt es eine integrative Gesamtschule, eine kooperative Gesamtschule, zwei christliche Gymnasien und eine Eliteschule des Sports. Aus den Datensätzen geht hervor, dass die Lernenden sich selbst im Durchschnitt als mittelmäßig interessiert an der Mathematik bezeichnen. Ebenso geben sie im Mittel an, der Einführung der CAS im Mathematikunterricht eher skeptisch gegenüber zu stehen (vgl. Tab. 4.1).

Jahr	2011		2012		2013		Signifikanz
	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	Rangvarianz-analyse
Interesse an der Mathematik	3,04	1,18	2,84	1,28	2,94	1,32	0,008
Akzeptanz der CAS	2,77	1,08	2,67	1,13	2,79	1,09	0,082

Tab. 4.1: *Interesse an der Mathematik und Akzeptanz der CAS auf Seiten der Lernenden. Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), die Standardabweichung (SD) und die Signifikanz der Rangvarianzanalyse nach Friedman.*

Damit handelt es sich um Lernende, die das Abitur anstreben, ein durchschnittliches Interesse an der Mathematik zeigen und dem CAS-Einsatz eher skeptisch gegenüber stehen.

4.1.2 Qualität der Daten

Zu Beginn des Schuljahrs 2011/ 2012 umfasste die Stichprobe 523 Lernende (Müller 2013c). Nach einem Jahr konnten noch 393 Datensätze ausgewertet werden (Müller 2013b). Am Ende des Befragungszeitraums umfasst die Stichprobe, wie in Kap. 3.3 erwähnt, 292 Lernende. Das entspricht einer Ausfallquote (Drop-Off-Rate) von 25% im ersten Jahr bzw. 26% im zweiten Jahr. Die Gründe für das Ausscheiden von Teilnehmern aus der Stichprobe sind Krankheit, Schulwechsel, Wechsel der Lehrkraft und fehlende Zuordnung der ID-Codes. Die durchschnittliche Anzahl fehlender Antworten und die durchschnittlich vergebenen Malus-Punkte finden sich in der Tab. 4.2.

Jahr	2011		2012		2013	
	$\overline{x}$	SD	$\overline{x}$	SD	$\overline{x}$	SD
Anteil fehlender Antworten in Prozent (gewichtet nach Relevanz)	2,42	6,94	1,84	6,01	1,33	6,09
Malus-Punkte für zu schnelles Antworten	---	---	30,34	34,01	28,28	31,40

Tab. 4.2: *Fehlende Antworten und Malus-Punkte bei den Befragungen der Lernenden. Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\overline{x}$) und die Standardabweichung (SD).*

Die Malus-Punkte für zu schnelles Antworten werden wie folgt berechnet: Es wird das Verhältnis zwischen dem Median der Ausfüllzeit einer Fragebogenseite und der individuellen Ausfüllzeit gebildet. Dieser Quotient wird um 1 vermindert und halbiert. Die Werte werden jeweils über alle Seiten des Fragebogens gemittelt und mit 100 multipliziert. Damit wird versucht, die individuelle Ausfüllgeschwindigkeit im Vergleich zur mittleren Ausfüllgeschwindigkeit aller Teilnehmer darzustellen. Ein Malus-Wert von 0 bedeutet, der Teilnehmer war genauso schnell oder langsamer als der Median aller Teilnehmer. Ein Malus-Wert von 100 bedeutet, der Befragte war dreimal so schnell wie der typische Teilnehmer.

Es kann festgehalten werden, dass die Lernenden zu den drei Erhebungszeitpunkten fast alle Items beantwortet hatten. Es kann daher vermutet werden, dass Teilnehmer nur selten Items aufgrund von Unverständnis unbeantwortet ließen. Die vergebenen Malus-Punkte zeigen an, dass die Lernenden den Online-Fragebogen im Durchschnitt zügig bearbeiten.

4.1.3 Offenheit im Mathematikunterricht

Die Antworten auf die 17 Items zur Offenheit im Mathematikunterricht wurden über alle 292 Teilnehmer für jede Erhebung gemittelt. Die Skala reicht von 1 bis 5, wobei 5 ein Maximum an Offenheit darstellt. Eine Analyse der Daten mit dem Kolmogorow-Smirnoff-Test ergibt, dass die Daten zu allen drei Erhebungszeitpunkten normalverteilt sind. Insbesondere sind auch die jeweiligen Differenzen der Antwortsausprägungen zwischen den drei Erhebungszeitpunkten normalverteilt. Damit ist eine wichtige Voraussetzung für die Verwendung parametrischer Testverfahren erfüllt.

Die Offenheit des Mathematikunterrichts nimmt aus Sicht der Lernenden zwischen 2011 und 2012 ab. Im darauffolgenden Jahr wird der Unterricht aber wieder offener (vgl. Abb. 4.1).

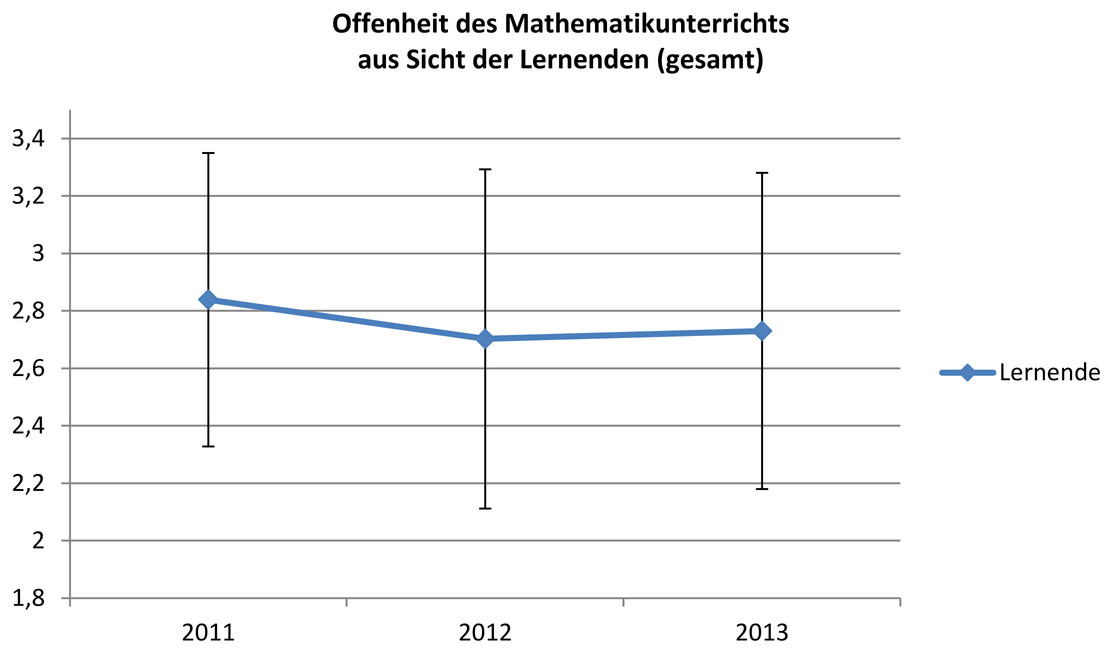


Abb. 4.1: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lernenden (N=292). Angegeben sind das arithmetische Mittel (Punkt) und die Standardabweichung (Fehlerindikator).*

Zur Analyse der beobachteten Unterschiede wurde eine einfaktorielle ANOVA (Analysis of Varianz) mit Messwiederholung durchgeführt. Es sei daran erinnert, dass dies bei SPSS (Version 18) als allgemeines lineares Modell hinterlegt ist. Die Sphärizität wurde mit dem Mauchly-Test geprüft und liegt vor (p=0,325). Die Signifikanz liegt bei 0,001, wie der Tab. 4.3 zu entnehmen ist. Damit ist es höchst unwahrscheinlich, dass die Unterschiede zwischen den drei Erhebungszeitpunkten zufällig aufgetreten sind.

ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden (Gesamt)						
Quelle		**Quadratsumme vom Typ III**	**df**	**Mittel der Quadrate**	**F**	**Signifikanz**
Faktor	Sphärizität angenommen	3,05	2	1,53	7,68	0,001
	Greenhouse-Geisser	3,05	1,99	1,54	7,68	0,001
	Huynh-Feldt	3,05	1,99	1,53	7,68	0,001
	Untergrenze	3,05	1,00	3,05	7,68	0,006
Fehler des Faktors	Sphärizität angenommen	115,61	582	0,20		
	Greenhouse-Geisser	115,61	577,54	0,20		
	Huynh-Feldt	115,61	581,49	0,20		
	Untergrenze	115,61	291,00	0,40		

Tab.4.3: *Tests der Intersubjekteffekte innerhalb der einfaktoriellen ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (N=292; vgl. Anhang).*

Zur paarweisen Prüfung der Unterschiede wurden Post-Hoc-Tests durchgeführt. Die jeweiligen Mittwertvergleiche mit dem t-Test für gepaarte Stichproben bestätigen die Ergebnisse. Beim Ablehnen der Hypothese, dass die Mittwerte für 2011 und 2012 gleich sind, irrt man mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als 0,001 (vgl. Tab 4.4).

Teststatistik bei gepaarten Stichproben zur Offenheit aus Sicht der Lernenden (Gesamt)						
Jahr	$\overline{x}$	SD	SF			
2011	2,84	0,51	0,03			
2012	2,70	0,59	0,03			
2013	2,73	0,55	0,03			
	Gepaarte Differenzen					
	$\overline{x}$	SD	SF	T	df	Signifikanz
Δ 2011-2012	0,14	0,62	0,04	3,74	291	<0,001
Δ 2012-2013	-0,03	0,61	0,04	-0,77	291	0,443

Tab. 4.4: *Post-Hoc-Test: Teststatistik der t-Tests für gepaarte Stichproben zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (N=292). Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), die Standardabweichung (SD), der Standardfehler (SF), der T-Wert (T), die Freiheitsgrade (df) und die Signifikanz.*

Wie bei der Beschreibung der Stichprobe erwähnt, kann man in zwei Abiturjahrgänge unterscheiden. Dabei handelt es sich um die zukünftigen Abiturjahrgänge (AJG) 2014 und 2015. Für die AJG 2014 und 2015 wiederholt sich jeweils das Bild aus der gesamten Stichprobe in Bezug auf die Offenheit des Mathematikunterrichts (vgl. Abb. 4.2 & 4.3).

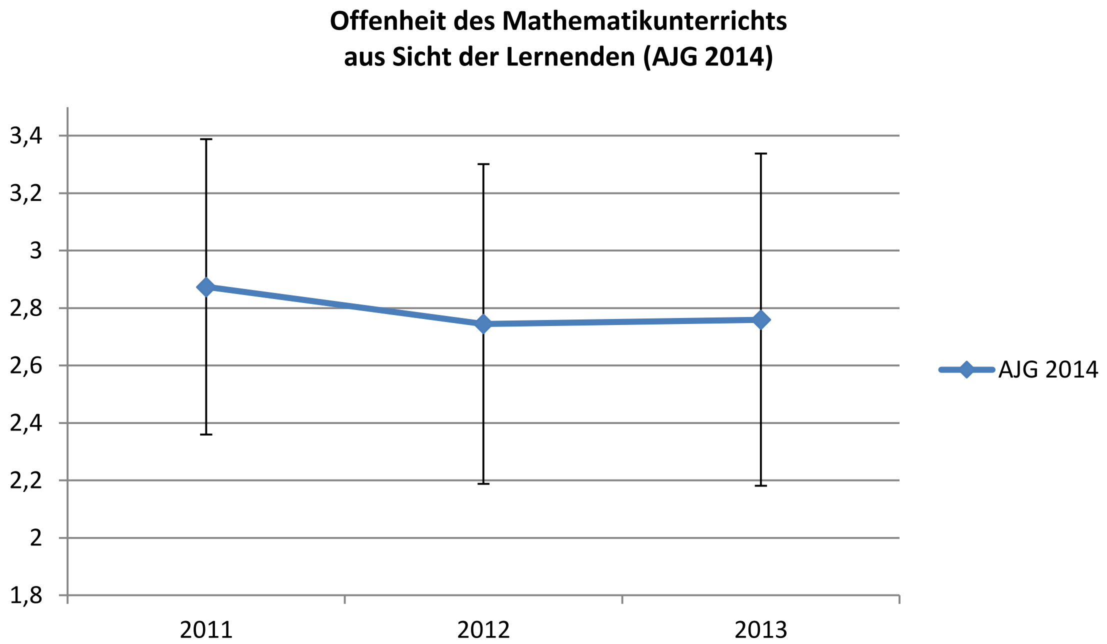


Abb. 4.2: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lernenden (AJG 2014; N=185). Angegeben sind das arithmetische Mittel (Punkt) und die Standardabweichung (Fehlerindikator).*

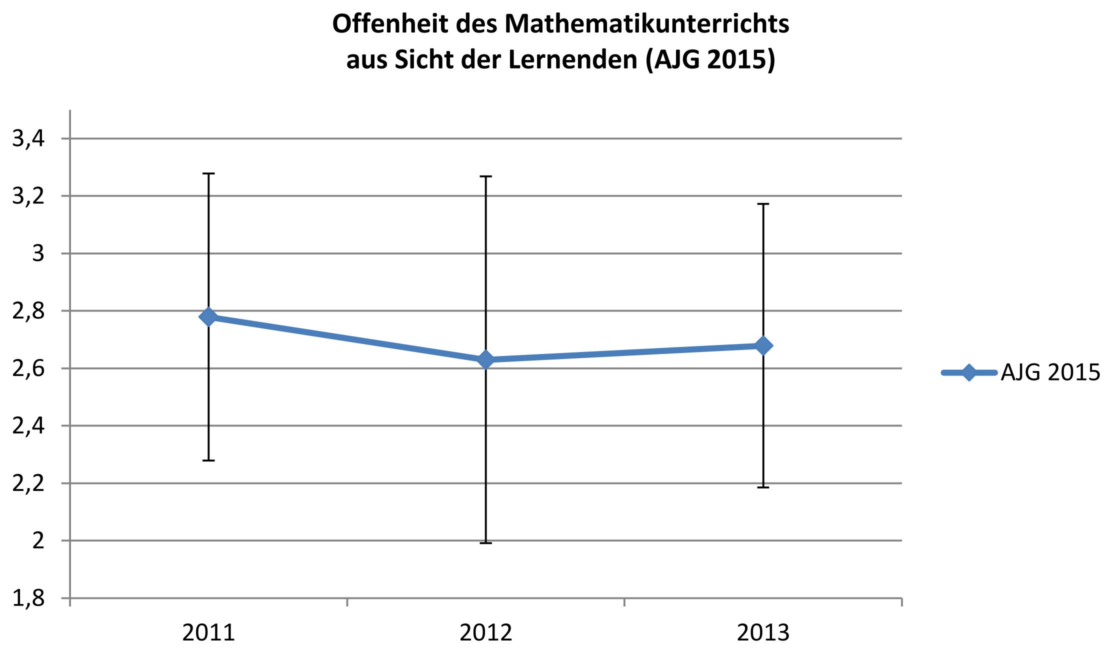


Abb. 4.3: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lernenden (AJG 2015; N=107). Angegeben sind das arithmetische Mittel (Punkt) und die Standardabweichung (Fehlerindikator)*

Sowohl die Lernenden des AJG 2014 als auch die des AJG 2015 haben eine negative Veränderung der Offenheit im Mathematikunterricht von 2011 zu 2012 wahrgenommen. Allerdings ist die positive Entwicklung im Sinne eines offeneren Unterrichts von 2012 zu 2013 beim AJG 2015 deutlicher ausgeprägt. Auch für diese Subgruppen ergibt eine Datenanalyse mit dem Kolmogorow-Smirnoff-Test, dass von einer Normalverteilung ausgegangen werden kann. Für jede Subgruppe wurde wieder eine einfaktorielle ANOVA mit Messwiederholung mit erfolgreicher Testung der Sphärizität durchgeführt (vgl. Tab. 4.5 & 4.6).

ANOVA für Messwiederholung zur Offenheit (AJG 2014)						
Quelle		**Quadratsumme vom Typ III**	**df**	**Mittel der Quadrate**	**F**	**Signifikanz**
Faktor	Sphärizität angenommen	1,85	2	0,93	4,39	0,013
	Greenhouse-Geisser	1,85	1,97	0,94	4,39	0,013
	Huynh-Feldt	1,85	1,99	0,93	4,39	0,013
	Untergrenze	1,85	1,00	1,85	4,39	0,037
Fehler des Faktors	Sphärizität angenommen	77,43	368	0,21		
	Greenhouse-Geisser	77,43	362,87	0,21		
	Huynh-Feldt	77,43	366,77	0,21		
	Untergrenze	77,43	184,00	0,42		

Tab. 4.5: *Tests der Intersubjekteffekte innerhalb der einfaktoriellen ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2014; N=185; vgl. Anhang).*

ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit (AJG 2015)						
Quelle		Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
Faktor	Sphärizität angenommen	1,24	2	0,62	3,45	0,033
	Greenhouse-Geisser	1,24	2,00	0,62	3,45	0,033
	Huynh-Feldt	1,24	2,00	0,62	3,45	0,033
	Untergrenze	1,24	1,00	1,24	3,45	0,066
Fehler des Faktors	Sphärizität angenommen	38,14	212	0,18		
	Greenhouse-Geisser	38,14	211,79	0,18		
	Huynh-Feldt	38,14	212,00	0,18		
	Untergrenze	38,14	106,00	0,36		

Tab. 4.6: *Tests der Intersubjekteffekte innerhalb der einfaktoriellen ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2015; N=107; vgl. Anhang).*

Eine Auflistung aller SPSS-Ausgaben der drei durchgeführten einfaktoriellen ANOVA mit Messwiederholung findet sich im Anhang. Für die jeweiligen paarweisen Mittwertvergleiche über die Zeit (Post-Hoc-Tests) wurde der t-Test für gepaarte Stichproben verwendet. Die Signifikanzen finden sich in Tab. 4.7 und 4.8.

Teststatistik bei gepaarten Stichproben zur Offenheit (AJG 2014)						
Jahr	$\bar{x}$	SD	SF			
2011	2,87	0,52	0,04			
2012	2,74	0,56	0,04			
2013	2,76	0,58	0,04			
	Gepaarte Differenzen					
	$\bar{x}$	SD	SF	T	df	Signifikanz
Δ 2011-2012	0,13	0,64	0,05	2,75	184	0,006
Δ 2012-2013	-0,01	0,62	0,05	-0,32	184	0,747

Tab. 4.7: *Post-Hoc-Test: Teststatistik der t-Tests für gepaarte Stichproben zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2014; N=185). Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), die Standardabweichung (SD), der Standardfehler (SF), der T-Wert (T), die Freiheitsgrade (df).*

Teststatistik bei gepaarten Stichproben zur Offenheit (AJG 2015)						
Jahr	$\bar{x}$	SD	SF			
2011	2,78	0,50	0,05			
2012	2,63	0,64	0,06			
2013	2,68	0,50	0,05			
	Gepaarte Differenzen					
	$\bar{x}$	SD	SF	T	df	Signifikanz
Δ 2011-2012	0,15	0,60	0,06	2,56	106	0,012
Δ 2012-2013	-0,05	0,59	0,06	-0,86	106	0,391

Tab. 4.8: *Post-Hoc-Test: Teststatistik der t-Tests für gepaarte Stichproben zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2015; N=107). Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), die Standardabweichung (SD), der Standardfehler (SF), der T-Wert (T), die Freiheitsgrade (df).*

Es fällt auf, dass der AJG 2014 in jedem Jahr die Offenheit im Mathematikunterricht höher eingeschätzt, als der AJG 2015. Um die Zufälligkeit dieser Ergebnisse auszuschließen wurde eine einfaktorielle ANOVA durchgeführt. Die Unterschiede über die drei Jahre hinweg sind nicht signifikant (vgl. Tab. 4.9). Somit ist davon auszugehen, dass die Unterschiede in der Bewertung der Offenheit des Mathematikunterrichts zwischen den beiden Abiturjahrgängen zufällig aufgetreten sind.

Einfaktorielle ANOVA zur Offenheit zwischen AJG 2014 und AJG 2015						
		Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
2011	zwischen den Gruppen	0,61	1	0,61	2,34	0,127
	innerhalb der Gruppen	75,62	290	0,26		
	gesamt	76,24	291			
2012	zwischen den Gruppen	0,90	1	0,90	2,59	0,109
	innerhalb der Gruppen	100,93	290	0,35		
	gesamt	101,83	291			
2013	zwischen den Gruppen	0,44	1	0,44	1,46	0,228
	innerhalb der Gruppen	87,99	290	0,30		
	gesamt	88,44	291			

Tab. 4.9: *Einfaktorielle ANOVA zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 zwischen den Subgruppen AJG 2014 und AJG 2015.*

Eine ähnliche Beobachtung lässt sich bei der geschlechterspezifischen Unterteilung der Stichprobe machen. Die Mädchen schätzten über den gesamten Untersuchungszeitraum hinweg die Offenheit des Unterrichts niedriger ein als die Jungen (vgl. Abb. 4.4).

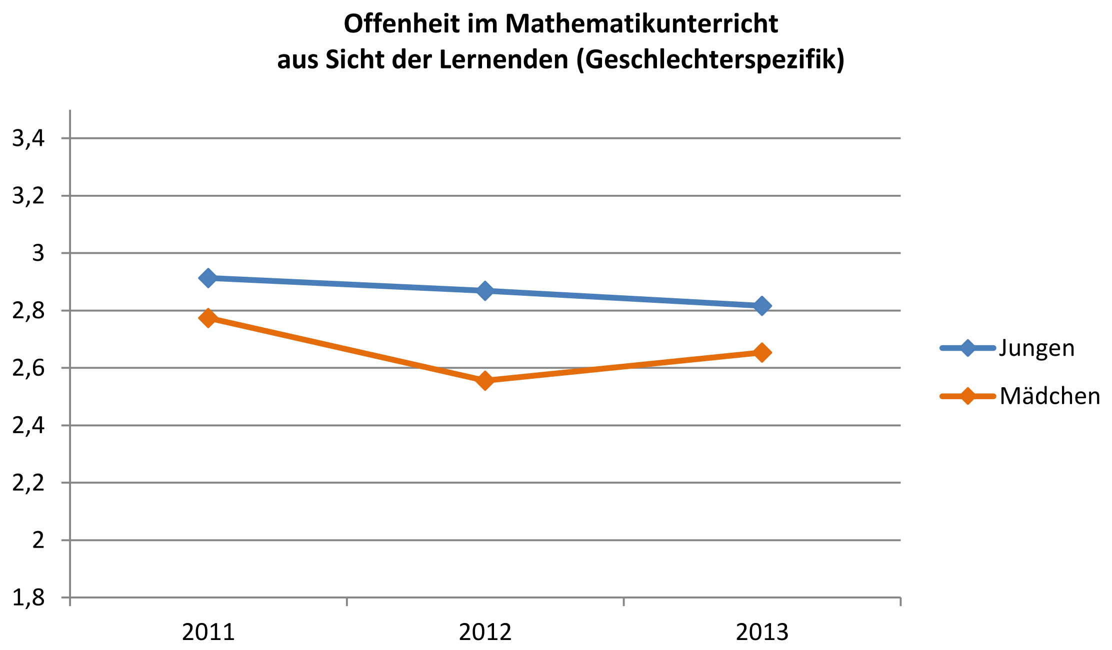


Abb. 4.4: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lernenden im Geschlechtervergleich. Angegeben ist das arithmetische Mittel (Punkt).*

Die Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen sind in allen drei Jahren signifikant, wie eine einfaktorielle ANOVA zwischen den beiden Gruppen ergab (vgl. Tab. 4.10). Die statistischen Voraussetzungen für die Analyse wurden auch in diesem Fall geprüft.

Einfaktorielle ANOVA zur Offenheit zwischen Mädchen und Jungen						
		Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
2011	zwischen den Gruppen	1,41	1	1,41	5,45	0,020
	innerhalb der Gruppen	74,83	290	0,26		
	gesamt	76,24	291			
2012	zwischen den Gruppen	7,09	1	7,09	21,71	<0,001
	innerhalb der Gruppen	94,74	290	0,33		
	gesamt	101,83	291			
2013	zwischen den Gruppen	1,93	1	1,93	6,45	0,012
	innerhalb der Gruppen	86,51	290	0,30		
	gesamt	88,44	291			

Tab. 4.10: *Einfaktorielle ANOVA zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 zwischen den Subgruppen Mädchen und Jungen.*

Zu den letzten beiden Befragungen hatten die Lernenden schon einige Erfahrung mit CAS sammeln können und daher wurde in diesen Jahren der Fragebogen um 15 Items aus früheren Befragungen zum Thema CAS in Thüringen ergänzt (Schmidt 2009/ Schmidt et al. 2009). Jeder Aussage konnte auch bei diesen Items auf einer 5-Punkt-Likertskala zugestimmt werden, wobei 5 der vollen Zustimmung entsprach. Alle Antworten der Lernenden wurden gemittelt. Der Kolmogorov-Smirnow-Test ergab, dass nicht von einer Normalverteilung der Daten ausgegangen werden kann. Um die zentralen Tendenzen zu vergleichen, wurde daher jeweils der Wilcoxon-Test ausgeführt. Die Ergebnisse finden sich in der Tab. 4.11.

Bei 13 der 15 Aussagen zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht ändert sich die Meinung der Lernenden zwischen 2012 und 2013 nicht. So empfinden die Lernenden in beiden Jahren CAS als hilfreich ($\bar{x}$=3,30 bzw. $\bar{x}$=3,34) und verwenden sie bei ihren Hausaufgaben ($\bar{x}$=3,38 bzw. $\bar{x}$=3,34). Außerdem erscheinen ihnen die Aufgaben einfacher, wenn sie mit den CAS arbeiten können ($\bar{x}$=3,09 bzw. $\bar{x}$=3,20). Bei zwei Items kann ein klarer Aufwärtstrend ausgemacht werden. Die Lernenden haben ihrer Meinung nach 2013 signifikant weniger Probleme beim Lösen der Aufgaben mit CAS als noch 2012. Auch fühlen sie sich sicherer beim Aufschreiben des Lösungswegs, wenn sie die CAS Bearbeitung der Aufgaben eingesetzt haben (vgl. Tab. 4.11).

Aussage (Item)	2012		2013		Signifikanz
	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	Wilcoxon-Test
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren interessanter als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	2,54	1,13	2,54	1,12	0,989
Die Aufgaben erschienen mir einfacher, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer arbeiten konnte.	3,09	1,17	3,20	1,16	0,242
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren abwechslungsreicher.	2,69	1,07	2,63	1,07	0,490
Wenn ich mit dem CAS-Taschencomputern gearbeitet habe, habe ich mehr gelernt als sonst.	2,02	0,91	2,06	0,93	0,451
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, haben mir mehr Spaß gemacht als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	2,47	1,13	2,53	1,15	0,482
Das Arbeiten mit dem CAS-Taschencomputer hat mir eine völlig neue Seite der Mathematik eröffnet.	2,34	1,1	2,37	1,14	0,712
Ich nutze den CAS-Taschencomputer auch außerhalb des Mathematikunterrichts.	2,73	1,39	2,64	1,43	0,389
Ich verwende den CAS-Taschencomputer regelmäßig für meine Hausaufgaben.	3,38	1,28	3,34	1,36	0,590
Der CAS-Taschencomputer gibt mir ein Gefühl der Sicherheit beim Lösen von Aufgaben.	3,09	1,22	3,23	1,17	0,097
Beim Lösen von Aufgaben hatte ich mit der Bedienung des CAS-Taschencomputers keine Probleme.	**2,76**	**1,25**	**2,96**	**1,25**	**0,014**
Ich wusste immer, was ich als Lösungsweg aufschreiben sollte, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer gearbeitet hatte.	**2,63**	**1,19**	**2,88**	**1,29**	**0,005**
Ich empfinde den CAS-Taschenrechner hilfreich.	3,30	1,18	3,34	1,18	0,527
Der CAS-Taschenrechner hilft mir Fehler zu vermeiden.	2,77	1,12	2,8	1,16	0,775
In den Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, hatte ich mehr Entscheidungsmöglichkeiten als in den Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	2,34	0,89	2,21	0,96	0,058
In den Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, fühlte ich mich aktiver im Unterricht mit eingebunden als in den Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	2,05	1,01	2,06	1,03	0,963

Tab. 4.11: *Antworttendenzen der Lernenden zu 15 speziellen CAS-Items. Aufgeführt sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$) und die Standardabweichung (SD) sowie die Signifikanz des Wilcoxon-Tests. Signifikante Unterschiede sind hervorgehoben.*

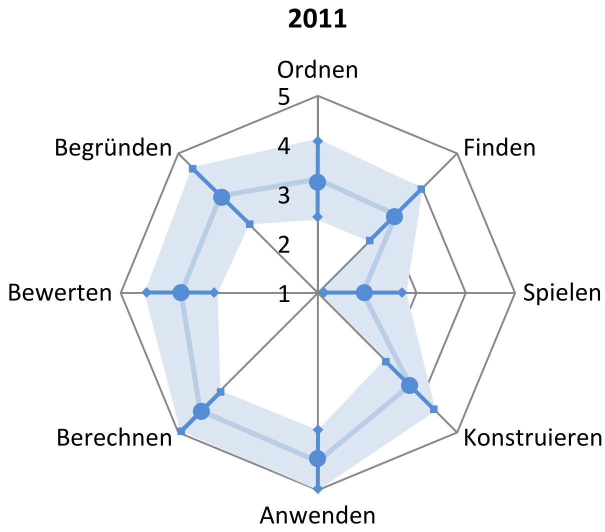
4.1.4 Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten

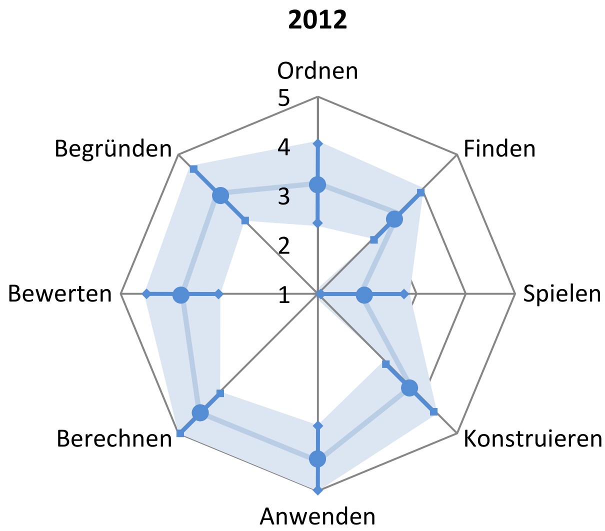
Die jeweiligen drei Items jeder mathematischen Aktivität wurden zusammengefasst und über alle 292 Lernenden gemittelt. Als Maß für die Streuung ist die Standardabweichung angegeben. Die Ergebnisse für die Jahre 2011 bis 2013 sind in der Abb. 4.5 dargestellt. Nach Meinung der Lernenden hat sich die Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten für den Unterricht in den in der vorliegenden Studie untersuchten zwei Jahren nicht verändert. Durch die Rangvarianzanalyse nach Friedman konnten keine signifikanten Unterschiede zwischen den drei Erhebungszeitpunkten ausgemacht werden. Während der Datenanalyse wurde mit dem Kolmogorow-Smirnow-Test festgestellt, dass man nicht davon ausgehen kann, dass die jeweiligen Datensätze normalverteilt sind. Schaut man sich die Datensätze im Detail an, ist nicht zu übersehen, dass die Aktivitäten Berechnen und Anwenden durchweg hohe Ausprägungen ($\bar{x} \approx 4{,}4$) besitzen. Es kann vermutet werden, dass die Skala der mathematischen Hauptaktivitäten polarisierend ist, was gegen eine etwaige Normalverteilung der Daten sprechen würde.

Dasselbe Vorgehen wurde gewählt, um die Verwendung von CAS bei den mathematischen Hauptaktivitäten zu erfragen. Zu Beginn des Schuljahrs 2011/2012 hatten die Lernenden noch keine Erfahrungen mit CAS machen können; daher sind die Angaben aus diesem Jahr als eine Erwartungshaltung der Lernenden den CAS gegenüber zu verstehen (vgl. Abb. 4.6). Die Einschätzung der Lernenden zur Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten bei der Verwendung von CAS zeigen über den Untersuchungszeitraum hinweg zum Teil Unterschiede. Durch die Rangvarianzanalyse nach Friedman konnten keine signifikanten Unterschiede für die Aktivitäten Bewerten, Begründen und Anwenden ausgemacht werden. Die Unterschiede zwischen den drei Erhebungszeitpunkten bei den anderen fünf Aktivitäten sind jeweils signifikant (α=0,05). Eine Übersicht gibt Tab. 4.12. Während der Analyse wurde mit dem Kolmogorow-Smirnow-Test festgestellt, dass man bei den Daten nicht von einer Normalverteilung ausgehen kann.

Aktivität	2011		2012		2013		Signifikanz
	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	Rangvarianzanalse nach Friedman
Ordnen	**1,98**	**0,87**	**1,69**	**0,74**	**1,75**	**0,83**	**<0,001**
Finden	**2,76**	**0,99**	**2,58**	**1,00**	**2,55**	**0,95**	**0,008**
Spielen	**2,04**	**1,03**	**1,82**	**1,00**	**1,74**	**0,93**	**<0,001**
Konstruieren	**2,25**	**1,01**	**2,42**	**0,98**	**2,42**	**1,01**	**0,013**
Anwenden	3,03	1,07	3,03	1,10	3,09	1,15	0,216
Berechnen	**3,36**	**0,91**	**3,56**	**0,92**	**3,46**	**0,99**	**0,003**
Bewerten	2,77	0,90	2,67	0,93	2,66	0,93	0,588
Begründen	2,53	0,91	2,58	0,94	2,63	0,93	0,297

Tab. 4.12: *Die Verwendung von CAS bei den mathematischen Hauptaktivitäten aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013. Angegeben sind das arithmetische Mittel ($\bar{x}$), die Standardabweichung (SD) und die Signifikanz der Rangvarianzanalyse nach Friedman. Signifikante Unterschiede sind hervorgehoben.*





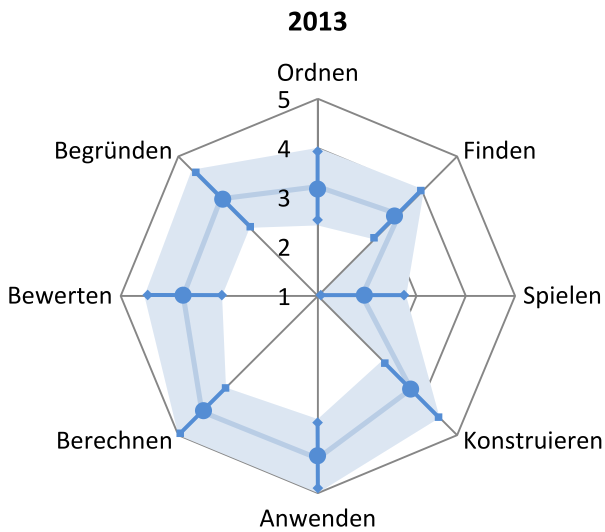
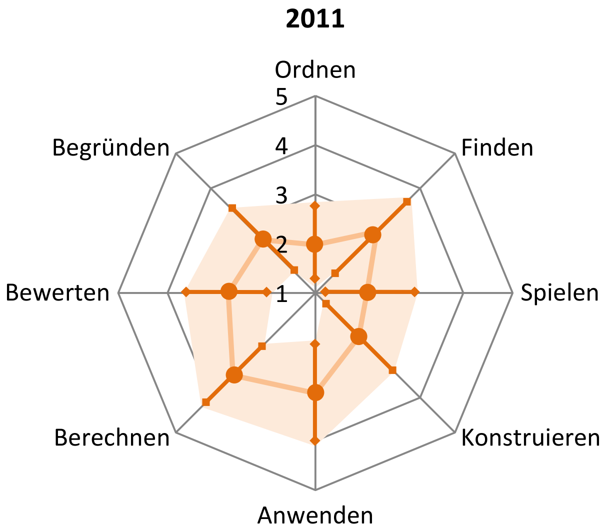
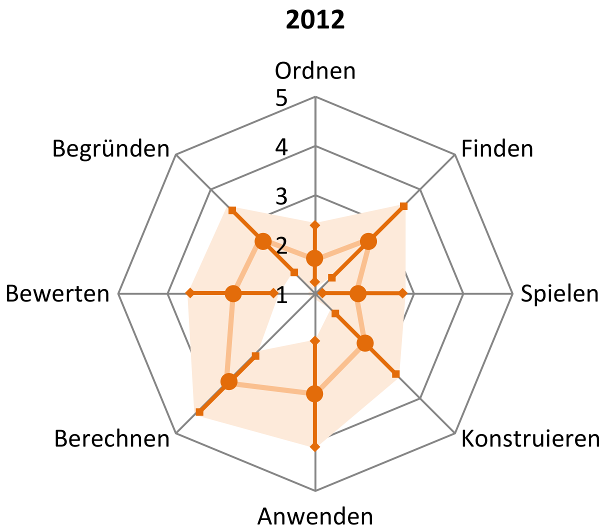
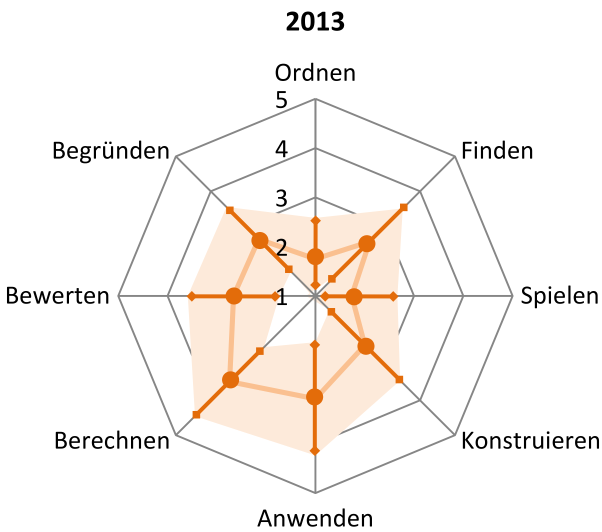


Abb. 4.5: *Die mathematischen Hauptaktivitäten im Unterricht aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (N=292). Dargestellt sind das arithmetische Mittel (Linie) und die Standardabweichung (Bereich).*







<u>Abb. 4.6</u>: *Die Verwendung von CAS bei den mathematischen Hauptaktivitäten aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (N=292). Dargestellt sind das arithmetische Mittel (Linie) und die Standardabweichung (Bereich).*

4.1.5 Äußerungen der Lernenden

Den Abschluss jeder Befragung bildete eine offene Fragestellung zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht, die den Lernenden die Möglichkeit der Meinungsäußerung gab. Die gewonnenen Aussagen unterstreichen die Ergebnisse des quantitativen Teils der Befragung. Es wird daher ein kurzer Überblick über das Meinungsbild der Lernenden gegeben und es werden mehrere Äußerungen exemplarisch vorgestellt. In der Diskussion werden weitere Äußerungen aufgegriffen, um die quantitativen Ergebnisse zu interpretieren.

Bei der ersten Befragung 2011 stand der überwiegende Teil der Lernenden der CAS-Einführung kritisch gegenüber. Vor allem wurden die hohen Kosten für die Anschaffung und die gute Erfahrung mit den bisherigen Taschenrechnern angeführt. Nur zwölf Schüleräußerungen (4%) beziehen sich auf eine positive Einstellung den CAS gegenüber. Außerdem wurden einige Hoffnungen an die neuen Systeme geknüpft:

> *„Ich denke, das Arbeiten mit den neuen Taschenrechnern ist eine gute Idee, da diese über weit mehr Funktionen verfügen als die "normalen" Schülerrechner, z.B. Graphen zeichnen, Werte von Funktionen berechnen und ansehen können, wie diese in etwa aussehen müssen! Ich hoffe, dass wir das alles machen werden. Ich fände es noch besser, wenn diese neuen Taschenrechner auch schon früher und auch in den Regelschulklassen zur Verfügung stehen könnten."*
>
> (E308L_2011-09-06; 08:11)

> *„Der Taschenrechner von CASIO ist zwar sehr modern und umfassend, jedoch finde ich diesen nicht gerade hilfreich, wenn man nicht weiß, wie man mit ihm umgeht. Sehr gut finde ich, dass man komplexe Aufgaben gut lösen kann und ein genaues Ergebnis erzielen kann... Ich hoffe, dass ich in der nächsten Zeit etwas besser mit dem Taschenrechner rechnen kann und mich auch besser zurecht finde!"*
>
> (O708T_2011-11-29; 10:14)

Im Jahr 2012 sprachen die Lernenden mehrheitlich die Probleme der Finanzierung der Systeme, der Bedienungsschwierigkeiten und dem Fehlen von Einführungsveranstaltungen an. Insbesondere thematisieren sie die Sorge um mangelnde Kopfrechenfähigkeiten und manuelle Lösungsverfahren. Allerdings sehen 47 Lernende (16%) in der Verwendung der CAS einen Gewinn für den Mathematikunterricht. Demgegenüber beziehen sich einige der kritischen Schüleräußerungen direkt auf die methodische Seite des Unterrichts. Die Lernenden zeichnen ein facettenreiches Bild des Mathematikunterrichts:

> *„Ich würde mir sehr wünschen, dass wir im Unterricht viel Bezug auf den Alltag haben! Es kann nicht sein, dass wir stur etwas auswendig lernen ohne zu begreifen, warum wir dies und jenes tun! Weil es schon sehr nett wäre, wenn man auch begreift, wie was in der Natur funktioniert und man auch persönlichen Bezug dazu findet und einen eigenen Vorteil daraus nutzen kann!"*
>
> (C110E_2012-10-17; 12:51)

> *„Durch intensives Anwenden des Taschenrechners, wurde einem der Umgang auch jetzt vertrauter. Man rechnet und probiert jetzt selber Sachen damit aus. Das hat sich auf jeden Fall geändert. Ich benutze ihn besonders in Physik, um bestimmte Zusammenhänge besser zu erkennen und zu verstehen. Und ich kann mir auch vorstellen, dass er mir noch bei vielen weiteren Sachen helfen wird. Nun haben wir jedoch einen Teil mit gar keinen Hilfsmitteln in Klausuren, sowie in der späteren Prüfung. Das wird auf jeden Fall schwieriger sein, somit verliert man jedoch nicht das eilige Rechnen, welches man für später auf jeden Fall mehr braucht."*
>
> (Ü504T_2012-10-17; 12:56)

> *„Ich komme gut mit dem CAS-Rechner zurecht und bin auch für die weitere Arbeit mit diesem Gerät. Der Rechner übernimmt zwar das Rechnerische, aber man muss selber noch einen Lösungsweg finden, anstatt nur alles einzugeben."*
>
> (O604R_2012-11-30; 08:06)

Im offenen Teil der Onlinebefragung von 2013 setzten die Lernenden sich zum überwiegenden Teil mit der Finanzierung der Systeme durch die Familien, einer besseren Fortbildungen der Lehrkräfte und den Bedienungsschwierigkeiten auseinander. Eine Mehrheit derer, die die Möglichkeit der Meinungsäußerung genutzt hat, steht dem CAS-Einsatz im Mathematikunterricht und insbesondere der Einführung in Thüringen kritisch gegenüber. Eine prominente Sorge war das kommende Abitur mit seinen neuen Anforderungen. Es gibt 45 Schüleräußerungen (15%), welche CAS einen positiven Einfluss auf den Mathematikunterricht bescheinigen, dabei wird auch die Veränderung der Einstellung über die zwei Jahre betont:

> *„Ich finde den CAS-Taschenrechner gar nicht mehr so schlecht. Er unterstützt mich. Jedoch nur dann, wenn ich weiß wo und wie ich ihn anwenden soll. Nur leider weiß ich das nicht immer. Vielleicht liegt es daran, dass unser Mathelehrer nicht sehr viel Wert darauf legt, dass die Schüler sich damit sehr gut auskennen. (Das ist eine Vermutung!) Ansonsten kann der Mathematikunterricht, dank dem Taschenrechner, mir Spaß machen, obwohl ich Mathe nicht mag."*
>
> (E306D_2013-06-28; 08:29)

> *„Ich bin der Meinung, die Arbeit mit dem CAS-Rechner ist eine Bereicherung für unseren Matheunterricht. Wir müssen nicht nur stupide Aufgaben in den Taschenrechner eingeben, sondern zuvor genau wissen, wie wir die Aufgaben lösen können. So müssen wir uns mehr mit Mathe beschäftigen und denken logisch und das Kopfrechnen im Teil ohne CAS wird nicht vernachlässigt."*
>
> (I510R_2013-06-25; 13:20)

4.2 Ergebnisse der Befragung der Lehrenden

Neben den Sichtweisen der Lernenden sollen auch die Sichtweisen der Lehren im Sinne der Triangulation (Schirmer 2009, S. 100) berücksichtigt werden. Zur Auswertung konnten die Datensätze von 15 Lehrenden aus 9 Partnerschulen herangezogen werden. Dabei handelt es sich um die Mathematikfachlehrer der 292 Lernenden, deren Ergebnisse aus der Onlinebefragung soeben vorgestellt wurden. Von den 15 befragten Lehrkräften sind 10 weiblich und 5 männlich. Zu Beginn des Schuljahrs 2011/ 2012 waren die Lehrenden zwischen 41 und 63 Jahre alt. Der geschlossene Teil des Fragebogens wurde zu allen drei Erhebungszeitpunkten vollständig ausgefüllt. Die Anzahl fehlender Antworten über alle Teilnehmer gemittelt beträgt jeweils unter 1%.

Auf einer Skala von 1 bis 5 schätzten sich die Lehrenden 2011 im Durchschnitt als eher technikbegeistert ein ($\bar{x}$= 3,53; SD=0,88). Diese Einstellung wurde auch zwei Jahre später bestätigt ($\bar{x}$=3,53; SD=0,81). Die Akzeptanz der CAS veränderte sich im Mittel nur leicht über den Beobachtungszeitraum hinweg; siehe Tab. 4.13.

Aussage	2011		2012		2013	
	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD
Ich freue mich, mit CAS in meinem Unterricht zu arbeiten.	3,13	1,02	3,27	0,85	3,00	0,85
Die verbindliche Einführung von CAS im Mathematikunterricht finde ich gut.	2,27	1,06	2,6	1,14	2,53	1,02

Tab. 4.13: *Akzeptanz der CAS von Seiten der Lehrenden von 2011 bis 2013 (N=15). Angegeben sind das arithmetischen Mittel ($\bar{x}$) und die Standardabweichung (SD).*

4.2.1 Offenheit im Mathematikunterricht

Die 15 Lehrkräfte haben in dem offenen Teil des Interviews über die methodische Gestaltung ihres Unterrichts berichtet. Dabei stand die Frage nach den Entscheidungsmöglichkeiten der Lernenden im Mittelpunkt. Die Antworten wurden in der Reihenfolge der Fragen den 5 Dimensionen von offenen Unterricht (Peschel 2003a, S. 79 ff.) zugeordnet und in ihrer Ausprägung auf einer Skala von 0 (vollkommen geschlossen) bis 5 (vollkommen offen) bewertet (vgl. Kap. 3.5.2). Die Ergebnisse für die Jahre von 2011 bis 2013 finden sich in Tab. 4.14.

Lehrer-ID	2011		2012		2013	
	O – M – I – S – P	x_M	O – M – I – S – P	x_M	O – M – I – S – P	x_M
L01	2 – 1 – 0 – 1 – 1	**1**	1 – 2 – X – 3 – X	**2**	2 – 3 – 2 – 4 – 3	**3**
L02	1 – 2 – 0 – 1 – 3	**1**	1 – 3 – 0 – 2 – X	**1,5**	2 – 2 – 0 – 1 – 4	**2**
L03	2 – 0 – 0 – 1 – 3	**1**	2 – 1 – X – 2 – 3	**2**	3 – 3 – 1 – X – 4	**3**
L04	2 – 0 – 0 – 2 – 2	**2**	0 – 2 – 1 – 2 – 4	**2**	3 – 4 – 0 – 3 – 2	**3**
L05	3 – 2 – 2 – 2 – 2	**2**	0 – 2 – X – 0 – 2	**1**	2 – 4 – 2 – 3 – 3	**3**
L06	3 – 3 – 0 – 3 – 3	**3**	3 – 2 – X – 2 – X	**2**	4 – 2 – 3 – 4 – 4	**4**
L07	0 – 1 – 0 – 1 – 1	**1**	2 – 2 – 1 – 0 – 2	**2**	2 – 1 – 0 – 0 – 3	**1**
L08	0 – 2 – 1 – 1 – 3	**1**	0 – 2 – X – 0 – 3	**1**	2 – 2 – 1 – 0 – 3	**2**
L09	0 – 2 – 0 – 3 – 3	**2**	0 – 3 – X – 2 – 0	**1**	2 – 2 – 1 – 3 – 0	**2**
L10	4 – 4 – 0 – 3 – 3	**3**	3 – 3 – X – 2 – 2	**2,5**	3 – 4 – 0 – 0 – 4	**3**
L11	2 – 4 – 0 – 3 – 3	**3**	3 – 3 – 2 – 4 – 3	**3**	3 – 3 – 0 – 1 – 3	**3**
L12	3 – 2 – 1 – 2 – 3	**2**	0 – 1 – 0 – 2 – 1	**1**	3 – 2 – 0 – 3 – 4	**3**
L13	1 – 2 – 0 – 3 – 1	**1**	1 – 2 – 0 – X – 2	**1,5**	2 – X – 0 – 2 – 2	**2**
L14	2 – 2 – 0 – 2 – 3	**2**	2 – 0 – 0 – 2 – 2	**2**	1 – 0 – 1 – 0 – 4	**1**
L15	3 – 1 – 0 – 2 – 3	**2**	1 – 2 – 0 – 2 – 3	**2**	1 – 1 – 0 – 0 – 3	**1**

Tab. 4.14: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lehrenden von 2011 bis 2013 (N=15). Angegeben sind die einzelnen Ratings zugeordnet zu den 5 Dimensionen: organisatorische Offenheit (O), methodische Offenheit (M), inhaltliche Offenheit (I), soziale Offenheit (S), persönliche Offenheit (P). Wo kein Rating erfolgen konnte, wurde dies mit einem X gekennzeichnet. Des Weiteren ist der Median (x_M) der jeweiligen Ratings angegeben.*

Die Zahlen lassen erkennen, dass der Mathematikunterricht in den Schuljahren 2011/ 2012 und 2012/ 2013 aus Sicht der Lehrenden eher geschlossen war. In dieser Einschätzung sind sich die 15 Lehrkräfte auch weitestgehend einig, auch wenn die Spanne in den Jahren 2011 und 2012 von 1 bis 3 reicht. In der letzten Befragungsrunde zeichnen die Lehrenden ein offeneres Bild von ihrem Mathematikunterricht. Dieser Trend wird auch in der Abb. 4.7 deutlich.

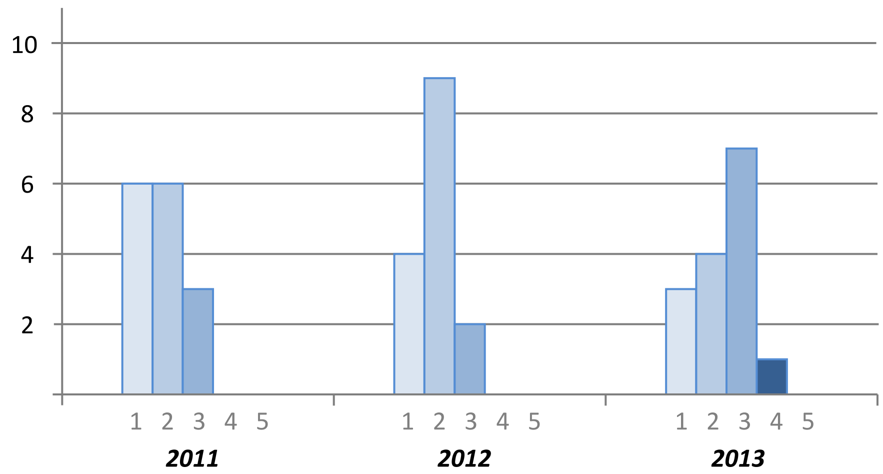


Abb. 4.7: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lehrenden von 2011 bis 2013 (N=15). Für jedes Jahr wird die Verteilung der Mediane als Histogramm dargestellt.*

Zur Überprüfung der Zufälligkeit dieser Unterschiede wurde eine Rangvarianzanalyse nach Friedman durchgeführt. Die Irrtumswahrscheinlichkeit, wenn man die Hypothese, dass die Verteilungen zu allen drei Erhebungszeitpunkten gleich sind, ablehnt, liegt bei 0,032. Der Unterschied ist damit signifikant (α=0,05). Eine Mehrheit der Befragten bestätigt diese Entwicklung und sieht die CAS mitverantwortlich daran. Allerdings würden 10 der 15 Lehrenden wieder auf die CAS verzichten, wenn sie dazu die Möglichkeit hätten; vgl. Tab. 4.15.

Aussage	2011	2012	2013
Der CAS-Einsatz unterstützt einen offeneren Mathematikunterricht.	9 (60%)	8 (53%)	9 (60%)
Die Offenheit im Mathematikunterricht hat im vergangenen Jahr zugenommen.	---	6 (40%)	11 (73%)
Wenn ich die Wahl hätte, würde ich wieder auf CAS verzichten.	---	---	10 (67%)

Tab. 4.15: *Zustimmung der Lehrenden zu drei ausgewählten Aussagen zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht im offenen Teil des Interviews (N=15).*

Eine mögliche Steigerung der Offenheit des Mathematikunterrichts durch CAS wurde auch durch ein Item aus dem geschlossenen Teil des Interviews, welches im Fragebogen 2012 integriert war, thematisiert. Bei diesem Item stimmten die Lehrenden der Aussage „*Durch den Einsatz von CAS ergeben sich Möglichkeiten die Eigenaktivität der Schüler zu erhöhen*“ auf einer Skala von 1 bis 5 eher zu ($\bar{x}$=3,3; SD=0,85).

4.2.2 Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten

Auch die Lehrenden haben die Bedeutung der mathematischen Hauptaktivitäten für ihren Unterricht bewertet. Sie beantworten dieselben 24 Items wie die Lernenden in dem geschlossenen Teil des Interviews. Die Ergebnisse wurden gemittelt und sind in Abb. 4.8 dargestellt.

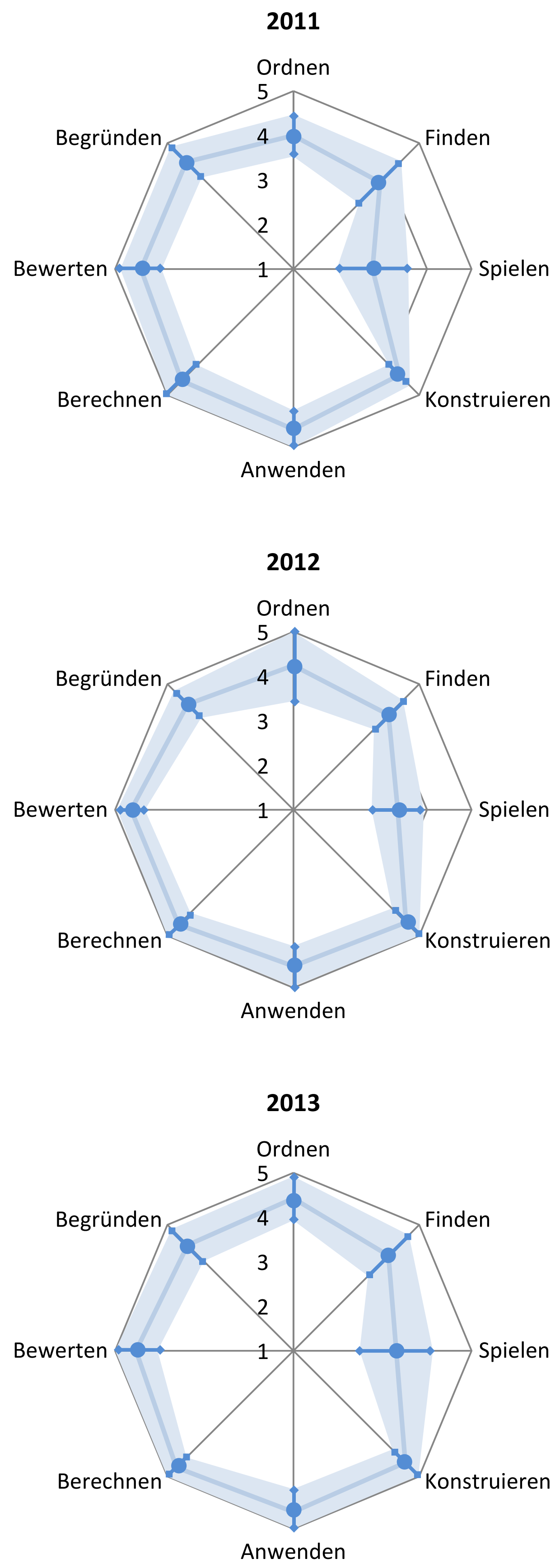
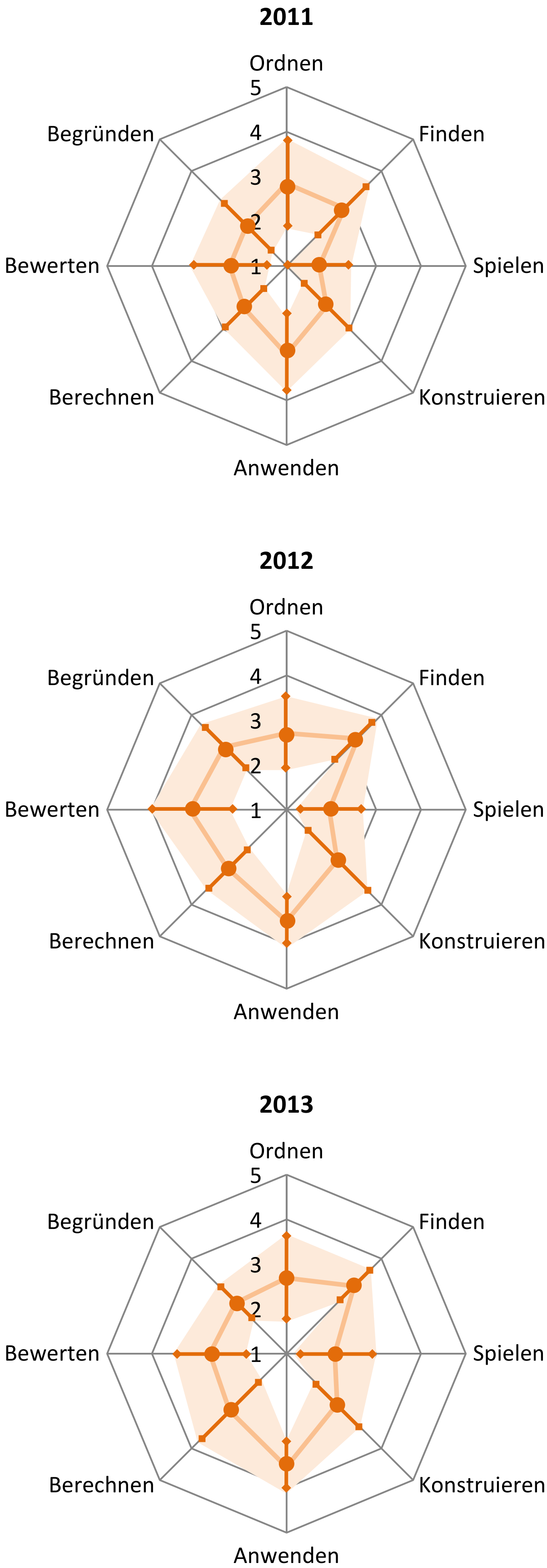


Abb. 4.8: *Die mathematischen Hauptaktivitäten im Unterricht aus Sicht der Lehrenden von 2011 bis 2013 (N=15). Dargestellt sind das arithmetische Mittel (Linie) und die Standardabweichung (Bereich).*

Zur Überprüfung signifikanter Unterschiede wurde für jede Aktivität eine Rangvarianzanalyse nach Friedman durchgeführt. Es kann nur bei der Aktivität Spielen ein signifikanter Unterschied zwischen den drei Erhebungszeitpunkten ausgemacht werden. Beträgt das arithmetische Mittel 2011 noch 2,78 (SD=0,80), so lag es 2012 bei 3,34 (SD=0,59) bzw. 2013 bei 0,31 (SD=0,82). Die Signifikanz der Randvarianzanalyse liegt bei 0,044. Damit ist die Bedeutung der Aktivität Spielen für den Mathematikunterricht innerhalb des Untersuchungszeitraums aus Sicht der Lehrenden gewachsen. Die Bedeutung der anderen sieben mathematischen Hauptaktivitäten für den Unterricht ist aus Sicht der Lehrenden unverändert geblieben.

Ähnlich verhält es sich mit der Verwendung der CAS bei den mathematischen Hauptaktivitäten. Aus Sicht der Lehrenden konnten sie über den Befragungszeitraum hinweg die CAS nur stärker für die Aktivität Bewerten einsetzen. Lag das arithmetische Mittel 2011 noch bei 2,27 (SD=0,89), so betrug es 2012 3,16 (SD=0,89) und 2013 2,71 (SD= 0,81). Die Ablehnung der Hypothese, dass die Verteilungen zu allen drei Erhebungszeitpunkten gleich sind, ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,003 behaftet. Damit ist der Unterschied signifikant ($\alpha=0,05$). Zur Einschätzung der Zufälligkeit der beobachteten Unterschiede bei der Verwendung der CAS für die mathematischen Hauptaktivitäten aus Sicht der Lehrenden wurde jeweils eine Rangvarianzanalyse nach Friedman durchgeführt. Die weiteren Verschiebungen bei den anderen sieben Aktivitäten sind zwar visuell auszumachen (vgl. 4.9), können aber nicht als signifikant bezeichnet werden. Insgesamt muss angemerkt werden, dass die entsprechenden Items in der Ich-Perspektive formuliert waren und dass daher die Lehrkräfte ihre eigenen mathematischen Aktivitäten bewertet haben. Damit können diese Zahlen vermutlich nicht unmittelbar mit dem Unterricht im Klassenraum in Verbindung gebracht werden.

Bei der letzten Erhebung zu Beginn des Schuljahrs 2013/14 wurde der Umfang des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht sowie die Teilnahme an Weiterbildungsangeboten zu diesem Thema erfragt. Die Lehrkräfte gaben mehrheitlich an, dass CAS in 40 bis 60% der Stunden im gesamten Befragungszeitraum zum Einsatz kamen. In einer durchschnittlichen CAS-Stunde wurden die Systeme ungefähr 25 bis 30 Minuten verwendet. An Fortbildungen zum Thema CAS haben 14 der 15 Lehrenden teilgenommen. Dabei besuchten sie im Durchschnitt drei Veranstaltungen pro Jahr. Vier Lehrkräfte besuchten sogar insgesamt mehr als 10 Veranstaltungen in den Jahren zwischen 2011 und 2013.



<u>Abb. 4.9</u>: *Die Verwendung der CAS für die mathematischen Hauptaktivitäten aus Sicht der Lehrenden von 2011 bis 2013 (N=15). Dargestellt sind die arithmetischen Mittel (Linie) und die Standardabweichungen (Bereich).*

4.3 Entwicklung von CAS-Aufgaben

Ausgehend von der Forderung nach Schülerzentrierung im Mathematikunterricht wurden im Rahmen der Untersuchung auch CAS-Aufgaben entwickelt und an den Partnerschulen erprobt. Neben der Schülerzentrierung lagen zwei weitere Schwerpunkte bei der Entwicklung dieser Aufgaben bei der Binnendifferenzierung und dem Diagnosepotential (vgl. Kap. 2.5). Die pilotierten Aufgaben wurden in zwei Arbeitsheften für die Sekundarstufe I und II gesammelt und den Thüringer Lehrkräften zur Verfügung gestellt (Müller 2012/ Müller 2013a). Die Ergebnisse der Erprobung der Aufgaben im Speziellen sowie die Auswertung der Aussagen der Lehrkräfte zu den Potentialen von CAS-Aufgaben im Allgemeinen werden nachfolgend vorgestellt.

4.3.1 Lösungen der Lernenden

Die entwickelten Aufgaben wurden in unterschiedlichen Klassen eingesetzt und die Schülerlösungen wurden eingesammelt und ausgewertet. Dabei fand eine dichotome Codierung Anwendung: 1 steht für eine erfolgreich bearbeitete Teilaufgabe und 0 steht für eine ungenügend bearbeitete Teilaufgabe (vgl. Kap. 3.6.1). Die Ergebnisse finden sich in der Tab. 4.16. Neben den Ergebnissen ist dort auch die Auswahl der Niveaustufen N1 bis N3 durch die Lernenden aufgeführt.

Aufgabe	Teilaufgabe	n	Code 1	Code 0	N1	N2	N3
Sek. I (1)					1	7	6
	A1	14	14	0			
	A2	14	14	0			
	A3	14	12	2			
	A4	14	14	0			
	A5	14	6	8			
	A6	14	1	13			
Sek. I (2)					9	10	6
	A1	25	23	2			
	A2	25	8	17			
	A3	25	7	18			
	A4	25	6	19			
	A5	25	3	23			
Sek. I (3)					0	15	0
	A1.1	15	12	3			
	A1.2	15	10	5			
	A2.1	15	13	2			
	A2.2	15	8	7			
	A3	15	5	10			
Sek. I (4)							15
	A1	15	5	10			
Sek. I (5)					1	6	5
	A1	12	11	1			
	A2	7	6	1			
	A3	12	9	3			
	A4	12	3	9			

Sek. I (6)					2	11	4
	A1.1	17	14	3			
	A1.2	17	10	7			
	A2.1	17	9	8			
	A2.2	17	3	14			
Sek. I (7)					2	3	2
	A1	7	7	0			
	A2.1	7	4	3			
	A2.2	2	1	1			
	A3	7	1	6			
Sek. I (8)					2	2	2
	A1	6	6	0			
	A2	6	5	1			
	A3	6	2	4			
	A4	6	0	6			
Sek. II (1)					3	7	9
	A1	19	15	4			
	A2	19	15	4			
	A3	19	12	7			
	A4	19	0	19			
Sek. II (2)					4	8	5
	A1	17	16	1			
	A2	17	14	3			
	A3	17	4	13			
	A4	5	0	5			
Sek. II (3)					3	2	2
	W1.1	6	5	1			
	W1.2	4	2	2			
	W2	1	0	1			
Sek. II (4)					5	8	2
	A1	15	14	1			
	A2	15	13	2			
	A3	15	10	5			
	A4	5	3	2			

Tab. 4.16: *Erprobung der CAS-Aufgaben – Die Lösungen der Lernenden im Überblick. Aufgeführt sind die Gesamtanzahl an ausgewerteten Lösungen einer Aufgabe (n), die Zuordnung zu der dichotomen Codierung (1 oder 0) und die Auswahl der Niveaustufen (N1 bis N3).*

Die Tab. 4.16 gibt einen Überblick über alle erprobten CAS-Aufgaben mit den dazugehörigen Lösungen der Lernenden. Bei einigen Lösungen wird das Potentiale der CAS mit Blick auf die Schülerzentrierung besonders deutlich. Wie im Kap. 2.5.4 beschrieben, sind die Aufgaben bewusst offen gestaltet. Es zeigt sich, dass CAS eine Unterstützung für die Lernenden im Umgang mit den offenen Aufgabenformaten ist. Ein Beispiel dafür ist die zweite Aufgabe der Sekundarstufe II. Die Aufgabe beinhaltet einen Onlineartikel, in dem beschrieben wird, dass ein Hund immer den kürzesten Weg zu seinem Spielgerät findet. Das Spielgerät schwimmt im Wasser und der Hund rennt solange am Strand entlang, bis er abbiegt und schwimmt.

Natürlich ist er an Land schneller als im Wasser und irgendwie wählt er immer den optimalen Zeitpunkt beim Abbiegen, um möglichst schnell bei seinem Spielgerät anzukommen. Eigentlich ist das eine Extremwertproblem, aber kann der Hund wirklich differenzieren? Während der Erprobung berechneten die Lernenden den optimalen Punkt, an dem der Hund den Strand verlassen müsste, um zum Spielgerät zu schwimmen. Allerdings sind in dem Onlineartikel nur die Geschwindigkeiten des Hundes an Land und im Wasser gegeben. Die Lernenden mussten sich daher ein Koordinatensystem mit allgemeinen Koordinaten wählen (vgl. Abb. 4.10).

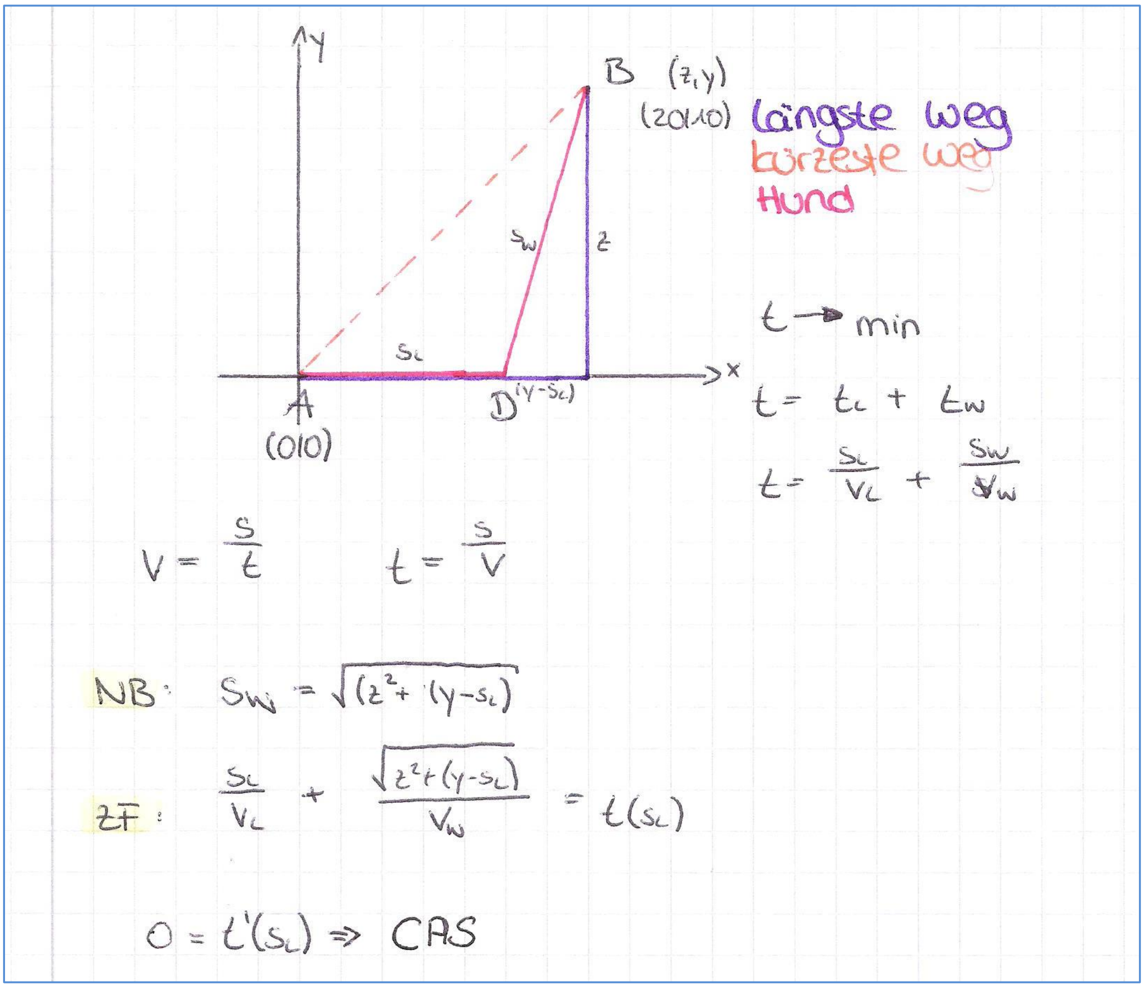


Abb. 4.10: *Lösung zur CAS-Aufgabe „Können Hunde differenzieren?“*

Die Lösung in Abb. 4.10 wurde mit Code 1 bewertet. In der Lösung ist zu erkennen, wie mit der allgemeinen Situation umgegangen wird. Es wird ein Koordinatensystem gewählt und der Startpunkt A in den Ursprung gelegt. Für die unbekannten Strecken und Koordinaten werden sinnvolle Bezeichnungen gewählt. Dabei kommt es zu einer folgenlosen Verwechselung der Koordinaten des Spielgerätes B. Die Zielfunktion wird in Abhängigkeit von allen Unbekannten aufgestellt, wobei die Variable, nach der differenziert werden soll, den Weg am Strand beschreibt. Die Zielfunktion ist kompliziert, aber das prinzipielle Vorgehen ist bekannt; deswegen werden die weiteren Berechnungen dem CAS überlassen. Insbesondere hilft an dieser Stelle ausschließlich ein CAS weiter; eine numerische Approximation kann aufgrund der vielen Unbekannten nicht durchgeführt werden. Damit ist das CAS an dieser Stelle ein wichtiges Hilfsmittel in der Hand des Lernenden, um die offene, realitätsnahe Problemstellung zu bearbeiten.

4.3.2 Potentiale von CAS-Aufgaben aus Sicht der Lehrenden

Bei den Fragen nach den Vorteilen des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht bzw. der tatsächlichen Verwendung der Systeme im Unterricht führten die Lehrkräfte unterschiedliche Beispiele an. Diese Äußerungen wurden induktiv kategorisiert und den drei theoretisch hergeleiteten Aspekten der CAS-Aufgabenentwicklung (Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotential) zugeordnet (vgl. Kap. 3.4.1). Die finalen Kategorien und die häufigsten Nennungen sind in der Tab. 4.17 aufgeführt.

Anwendungsbeispiel von CAS im Mathematikunterricht (Kategorie)	S	B	D	Beispielnennung
Unterstützung für offene Aufgabenformate	X	X	X	L01-2013-08-22 (425-430; 18:03-19:04) L02-2011-12-08 (115-116; 02:32-03:05) L03-2013-07-05 (408-415; 16:52-17:33) L04-2011-12-05 (63-76; 01:31-02:05) L07-2011-12-07 (107-136; 05:10-06:01) L11-2012-12-11 (9-15; 00:04-00:58) L14-2011-12-14 (5-15; 00:04-00:26)
(Selbst-) Kontrolle individueller Lösungswege *(CAS als Lehrer)*	X	X	X	L01-2013-08-22 (202-206; 10:04-11:40) L03-2013-07-05 (200-209; 08:20-09:03) & (248-258; 09:05-11:09) L04-2011-12-05 (32-36; 00:26-00:53) L07-2011-12-07 (56-63; 00:04-03:08) L08-2012-01-05 (33-43; 00:45-01:37) L08-2013-09-18 (31-56; 00:45-01:52) L09-2012-01-05 (54-58; 01:36-02:01) & (60-71; 01:36-02:01) L09-2013-09-18 (54; 01:41-02:00) L10-2012-01-16 (252-257; 06:41-07:02) L12-2013-01-25 (14-21; 00:33-01:07) L13-2013-08-26 (249-253; 04:26-04:36) & (261-267; 04:38-05:01) L14-2011-12-14 (105-111; 02:11-03:08) & (124-140; 03:11-03:48) L14-2013-09-24 (342-345; 08:30-08:37) L15-2013-09-24 (253-269; 04:27-05:02)
Elektronische Dokumentation des Rechenwegs (*Interpretation der Ausgabe*)			X	L07-2011-12-07 (37-47; 00:04-03:08) L08-2013-09-18 (80-87; 02:03-02:28) L11-2012-01-16 (53-59; 02:35-03:17) L13-2011-11-23 (26-33; 00:36-01:02) & (68-71; 01:52-02:09) L13-2013-01-25 (120-124; 02:35-02:41)
Unterschiedliche Darstellungen für denselben Sachverhalt	X		X	L02-2011-12-08 (141-145; 03:06-03:22) L02-2013-06-25 (53-60; 02:35-03:08) L04-2013-07-05 (53-61; 01:49-02:20) & (102-108; 03:20-03:43) L06-2013-07-11 (54-60; 02:09-02:46) L07-2013-07-02 (36-40; 00:45-01:08) L14-2013-09-24 (75-80; 03:08-03:41)

Dynamische Darstellung zur Veranschaulichung mathematischer Sachverhalte	X	X		L03-2011-12-08 (120-121; 02:54-03:38) L04-2011-12-05 (26-32; 00:26-00:53) L05-2011-12-05 (26-28; 00:26-00:48) L06-2011-12-16 (30-36; 00:40-01:26) & (230-232; 06:09-09:16) L07-2011-12-07 (70-80; 03:15-05:04) L08-2012-01-05 (82-86; 02:04-03:11) L10-2012-01-16 (179-188; 04:34-05:20) L11-2012-01-16 (20-29; 00:08-02:29) L13-2011-11-23 (28-30; 00:36-01:02) L14-2011-12-14 (36-38; 01:01-01:28) L15-2011-12-14 (25-42; 00:49-01:24)
Eröffnung unterschiedlicher Zugänge zu einem neuen Thema	X	X		L01-2013-08-22 (117-127; 05:45-09:55) L05-2013-07-05 (21-23; 01:13-01:50) & (42-47; 02:07-03:15) L06-2011-12-16 (108-131; 02:27-03:15)
Möglichkeiten für realistischere Anwendungsbeispiele und Modellierungsaufgaben	X		X	L02-2011-12-08 (90-93; 01:59-02:28) L06-2013-07-11 (61-66; 02:09-02:46) L07-2011-12-07 (143-160; 06:05-06:29) L08-2012-01-05 (44-52; 00:45-01:37) & (72-75; 02:04-03:11) L08-2013-09-18 (22-25; 00:45-01:52) L09-2012-01-05 (154-155; 04:18-04:49) L10-2012-01-16 (248-251; 06:41-07:02) L11-2012-01-16 (82-89; 03:28-03:45) L14-2011-12-14 (92-97; 02:11-03:08) L15-2011-12-14 (58-66; 01:44-02:09)
spielerische bzw. experimentelle Zugänge zu mathematischen Sachverhalten	X			L02-2011-12-08 (58-64; 01:02-01:37) L03-2013-07-05 (38-74; 01:02-02:18) L04-2011-12-05 (217-232; 04:53-06:43) & (190-196; 04:53-06:43) L04-2013-07-05 (26-27; 00:47-01:22) L05-2011-12-05 (53-59; 01:37-01:55) L09-2012-01-05 (58-59; 01:36-02:01) L10-2012-12-11 (93-102; 04:36-06:02) L11-2012-12-11 (76-78; 01:44-02:03) L12-2011-11-23 (35-45; 00:45-01:11) L14-2011-12-14 (99-102; 02:11-03:08)
Diskussion unterschiedlicher Lösungswege	X	X	X	L02-2013-06-25 (355-366; 12:36-13:20) L03-2013-07-05 (237-247; 09:05-11:09) L11-2012-01-16 (89-102; 03:28-03:45) L12-2011-11-23 (104-112; 02:12-03:07)
Problemorientierung durch Vermeidung von Rechenfehlern	X		X	L02-2011-12-08 (45-48; 01:02-01:37) L02-2013-06-25 (100-101; 04:16-05:14) L05-2012-12-05 (20-26; 00:26-00:48) L06-2011-12-16 (37-59; 00:40-01:26) L08-2012-01-05 (75-82; 02:04-03:11) L10-2013-09-13 (299-322; 08:10-09:01) L11-2012-01-16 (154-165; 05:03-05:31) L14-2011-12-14 (80-91; 02:11-03:08)

Möglichkeiten für die Kooperation der Lernenden untereinander	X			L01-2013-08-22 (431-438; 18:03-19:04) L10-2012-01-16 (60-71; 02:23-03:12) L11-2012-12-11 (115-130; 02:35-03:42)
Digitales (z.T. interaktives) Tafelwerk	X	X	X	L06-2011-12-16 (75-77; 01:30-02:23) & (219-251; 06:09-09:16) L07-2011-12-07 (216-222; 07:21-09:24) L13-2013-08-26 (136-141; 02:45-03:11) L14-2011-12-14 (41-43; 01:01-01:28)
Intensive Einbindung technikbegeisterter Lernender im Unterrichtsprozess	X	X	X	L02-2011-12-08 (5-23; 00:04-00:35) L06-2013-07-11 (83-95; 03:02-03:51) L11-2012-12-11 (159-172; 04:21-04:48) L13-2013-08-26 (132-135; 02:45-03:11) L14-2013-09-24 (191-198; 05:57-06:15)

Tab. 4.17: *Potentiale des CAS-Einsatzes – Aussagen von Lehrenden. Aufgeführt sind die 13 induktiven Kategorien und deren Verbindung zu den Aspekten Schülerzentrierung (S), Binnendifferenzierung (B), Diagnose (D) sowie die Verweise zu Äußerungen der Lehrenden.*

Wie der Tab. 4.17 zu entnehmen ist, sind Mehrfachnennungen von Lehrkräften zu den drei Erhebungszeitpunkten berücksichtigt wurden. Dies erfolgt in der Absicht, die zeitliche Dimension der Potentiale des CAS-Einsatzes zu erfassen. Mit 18 Nennungen wird am Häufigsten die (Selbst-)Kontrolle individueller Lösungswege genannt. Aufgrund der Berücksichtigung der Mehrfachnennungen kann vermutet werden, dass dieses Potential des CAS-Einsatzes von den Lehrkräften nicht zu einem Zeitpunkt als besonders vorteilhaft eingeschätzt wurde, sondern über den gesamten Untersuchungszeitraum hinweg eine wichtige Rolle für den Mathematikunterricht spielte.

Neben den Vorteilen des CAS-Einsatzes schildern die Lehrkräfte auch Probleme für den Mathematikunterricht. Ein großes Problemfeld, das die Lehrkräfte beschäftigt, umfasst die schlechter werdenden Kopfrechenfähigkeiten sowie die manuellen Fähigkeiten der Lernenden. Folgerichtig unterstützen sie die Forderung nach Aufgaben, die ohne Hilfsmittel („OHiMi") bewältigt werden müssen. Allerding verspüren die Lehrenden bei der Vorbereitung ihrer Lernenden auf das Abitur 2014 eine gewisse Unsicherheit, weil es bis dato noch keinen hilfsmittelfreien Teil im Abitur gegeben hat. Außerdem unterstreichen sie die zeitlichen Zwänge, denen sie in der Unterrichtsplanung unterliegen. Sie empfinden es als herausfordernd vor dem Hintergrund der verminderten Anzahl an Mathematikstunden allen Lehrplaninhalten, das schließt insbesondere den CAS-Einsatz ein, gerecht zu werden.

„Sag es mir, und ich werde es vergessen.
Zeig es mir, und ich werde mich daran erinnern.
Beteilige mich, und ich werde es verstehen!“
Lao-Tse, chinesischer Philosoph

5 Diskussion

In diesem Kapitel werden sowohl das methodische Vorgehen als auch die empirischen Ergebnisse diskutiert. Ziel ist es, die aufgestellten Hypothesen auf Grundlage der vorgestellten Daten zu prüfen und damit Antworten auf die konkretisierten Forschungsfragen zu geben (vgl. Kap. 2.6). Dabei werden Bezüge zu aktuellen fachdidaktischen Überlegungen hergestellt.

5.1 Zur Methodik

Die Auswahl der Methoden erfolgte mit dem Ziel, die aufgestellten Hypothesen empirisch zu überprüfen. Zu diesem Zweck wurden Erhebungsinstrumente zur Schülerzentrierung entwickelt. Weitere Teile der Erhebungsinstrumente stammen aus früheren finnischen (Haapasalo & Eronen 2010/ Eronen & Haapasalo 2010) und Thüringer Studien (Schmidt 2009/ Schmidt et al. 2009) zum CAS-Einsatz. Vor dem Einsatz erfolgte eine Pilotierung der Erhebungsinstrumente an einer der Partnerschulen. Die Ergebnisse der Längsschnittuntersuchung liegen vor (vgl. Kap. 4). Doch bei jeder Erhebung gibt es Unschärfen aufgrund der Abstraktionen im Rahmen der Operationalisierung. Es muss ein beständiges Anliegen sein, die Unschärfen zu minimieren. Um die Qualität der Daten in der vorliegenden Untersuchung zu gewährleisten, wurden unterschiedliche Anstrengungen unternommen. So kamen im Sinne der Triangulation (Schirmer 2009, S. 100) sowohl qualitative als auch quantitative Methoden zum Einsatz. Um ein umfassenderes Bild des Unterrichts zeichnen zu können, wurden die Perspektiven der Lernenden und der Lehrenden erfasst. Die Erhebungsinstrumente wurden erprobt und in Expertenrunden diskutiert, um die Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität zu gewährlisten (vgl. Kap. 3.4.5 & 3.5.4).

5.1.1 Schwierigkeiten bei der Befragung von Lernenden und Lehrenden

Dennoch ist das Vorgehen nicht kritiklos zu bewerten. So müssen die Grenzen einer Evaluation des Unterrichts durch Lernende und Lehrende benannt werden. Es ist die Frage zu stellen, inwieweit die beiden Gruppen den erlebten Unterricht einschätzen bzw. bewerten können, da dies eine anspruchsvolle Aufgabe ist. Helmke (2004) fasst die Vor- und Nachteile einer Evaluation des Unterrichts durch die Lernenden zusammen (vgl. Tab. 5.1).

Insbesondere verweist Helmke auf die Schwierigkeiten beim Zusammenfassen von Merkmalen über mehrere Klassen hinweg. Jede Klasse bildet mit den Lernenden und der Lehrkraft eine einzigartige Lern-Lehrgemeinschaft, in der Vorgänge ablaufen, die nicht übertragbar sein müssen.

Vorteile	Nachteile
Die Lernenden sind die Zielgruppe des Unterrichts und von daher liegt es nahe, diese auch zu Wort kommen zu lassen.	Die Lernenden können mit der Unterrichtsbeurteilung überfordert sein. Die didaktische Kompetenz und die fachliche Expertise von Lehrkräften können sie schwer beurteilen.
Anders als bei der Hospitation einer einzelnen Stunde oder dem Rating von Unterrichtsvideomitschnitten können die Lernenden als Verhaltensstichprobe ein ganzes Schuljahr oder mehr zugrunde legen.	Es ist oft unklar und geht aus den Angaben nicht hervor, welchen Maßstab die Lernenden zugrunde legen, wenn sie ein Urteil über eine bestimmte Lehrkraft abgeben und über welchen Zeitraum sie kognitiv mitteln.
Durch die Aggregierung der Daten einzelner Lernender zu Klassenmittelwerten lassen sich Verzerrungen und Fehler wenn nicht ausschalten, so doch minimieren.	In einzelnen Fällen ist nicht auszuschließen, dass die Angaben verzerrt sind (z.B.: Bevorzugung extremer Antworten, negative Herabsetzung oder freundliche Aufwertung im Sinne von Gefälligkeitsaussagen).
Die gruppeninterne Streuung des Unterrichtsmerkmals lässt sich als das Ausmaß der Übereinstimmung bzw. Uneinigkeit innerhalb der Klasse interpretieren.	Differentielle Angaben zu einzelnen Fassetten der Unterrichtsqualität werden überlagert durch die allgemeine Beliebtheit und Wertschätzung der Lehrkräfte.

Tab. 5.1: *Vor- und Nachteile der Beurteilung von Unterricht durch die Lernenden* (Helmke 2004, S. 167).

Neben den Lernenden können auch die Lehrenden den Unterricht bewerten. Sie sind maßgeblich in den Unterricht eingebunden und können vielleicht nur schwer eine neutrale Bewertungsposition einnehmen. Einige Autoren gehen mit der Kritik noch weiter.

> *„Die meisten Lehrer […] sind außerdem nur in sehr begrenztem Maße in der Lage, von ihrer gewohnten Unterrichtsführung abweichende Lernstrategien zu verwenden, wenn sich die Wirkung ihrer bisherigen pädagogischen Bemühungen als unbefriedigend oder problematisch erwiesen haben. Insofern ist es nicht erstaunlich, dass erheblich Zweifel an der Fähigkeit von Lehrern an der Selbstdiagnose ihres Unterrichts bestehen.“*
>
> (Weinert & Schrader 1986, S. 17)

Zur Objektivierung der Sichtweise der Lehrenden wird diese mit der Sichtweise der Lernenden verglichen. In der modernen Bildungsforschung kann der Trend ausgemacht werden, dass die Angaben der Lehrenden zum Teil stark von den Angaben aus anderen Perspektiven (Lernende, Unterrichtsbeobachter, Videografie-Rater) abweichen. So finden sich zum Beispiel in der TIMS-Studie nur geringe Zusammenhänge zwischen den Urteilen der Lehrenden, der Lernenden und den Videobeurteilungen (Clausen 2002). Unterschiede in der Beurteilung können in der vorliegenden Untersuchung auch beobachtet werden (vgl. Kap. 4.1 & 4.2). Sie können mit der positiveren Einschätzung des eigenen Unterrichts durch die Lehrkräfte und der besonders kritischen Sichtweise der Lernenden erklärt werden. Die Problematik der sozialen Erwünschtheit spielt hierbei eine Rolle. Die Lehrkräfte sind sich der Ansprüche, die an sie und ihren Unterricht von Seiten der Eltern, der Schulleitung und dem Ministerium gestellt werden, durchaus bewusst. Um mit diesem Problem umzugehen, wurde in der vorliegenden Untersuchung nicht das gleiche Fragebogeninstrument für Lernende wie für Lehrende verwendet. Die Lehrenden mussten in offenen Frageformaten ihren Unterricht beschreiben. Es wurde versucht, ihnen so wenig wie möglich vorzugeben (vgl. Abb. 3.7).

Im Rahmen dieser Untersuchung sieht man die Lehrkräfte als Experten für ihren eigenen Unterricht an und spricht ihnen daher ein hohes Maß an Kompetenz zur Beurteilung des Unterrichts zu. Nicht zuletzt sind die Lehrkräfte bei einigen unterrichtlichen Sachverhalten externen Beobachtern überlegen, da sie für die persönliche Unterrichtsentwicklung regelmäßige Selbstbeurteilungen des Unterrichts vornehmen (Helmke 2004, S. 157).

5.1.2 Unschärfe der Erhebungsinstrumente

Neben den Schwierigkeiten bei der Beurteilung des Unterrichts durch die Befragten selbst sind auch die verwendeten Erhebungsinstrumente auf ihre Treffsicherheit hin zu überprüfen. Das zugrundliegende Konzept des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a) diente als Basis für die Entwicklung der Fragebögen und der Interviewleitfäden, um die Schülerzentrierung messbar zu machen. Es ist gerade dieser Anspruch der Operationalisierbarkeit, der das Konzept des offenen Unterrichts schlank und anwendungsorientiert werden lässt. Die vorgenommen Vereinfachungen führen vielleicht dazu, dass bestimmte Aspekte des schülerzentrierten oder offenen Unterrichts nicht mehr abgebildet werden. Allerdings entsprechen die 17 in dieser Studie entwickelten Items zur Schülerzentrierung 17 unterschiedlichen Gesichtspunkten des Konzepts des offenen Unterrichts nach Peschel (2003a). Das Konzept des offenen Unterrichts umfasst fünf Dimensionen. Diese sind vermutlich nicht trennscharf, denn die soziale Offenheit stellt eine Verbindung zwischen der persönlichen Offenheit und den anderen drei Dimensionen dar (Peschel 2003a, S. 78). Somit kann das Konzept im strengen formalen Sinne nur als ein Quasi-Kategoriensystem angesehen werden. Auf der Ebene der Datenauswertung ist das Rating der Lehreräußerungen kritisch zu beleuchten. Es kamen ein deduktives (Konzept des offenen Unterrichts) und ein induktives Kategoriensystem (CAS-Aufgabenentwicklung) zum Einsatz. Vorteilhaft waren die formalen Rating-Kriterien und das Codier-Manual, welche zum Teil extern vorgegeben waren (Peschel 2003a, S. 79 ff.). Außerdem erfolgte die Beurteilung computergestützt *(MAXQDA)*, was die Objektivität und Reliabilität erhöhte. Es ist zu bemängeln, dass es nur einen Rater gab. Allerdings wurde der Arbeitsstand in regelmäßigen Expertendiskussionen evaluiert, um Extrembewertungen und einseitige Tendenzen zu vermeiden. Um das Vorgehen transparent und nachvollziehbar zu machen, finden sich die Analysen im Anhang der Arbeit.

Neben dem Konzept des offenen Unterrichts bildete das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten das theoretische Fundament für die Erhebungsinstrumente. Die für die Mathematik historisch bedeutsamen Aktivitäten besitzen eine explizite Relevanz für den Unterricht (Zimmermann 1999). Dennoch bleiben die Aktivitäten für die Lernenden abstrakt und so fällt es ihnen vermutlich schwer, die entsprechenden Items vor dem konkreten Hintergrund ihres Unterrichts zu beantworten. Die Aktivitäten sind so umfassend, dass selbst die drei jeweiligen spezialisierten Items, die jeder Aktivität im Online-Fragebogen zugeordnet sind, diese nicht hinreichend aufschlüsseln können. Somit ist es möglich, dass unterschiedliche Interpretationen und Deutungen unter den Lernenden bei der Beantwortung der Items eine Rolle gespielt haben. Dieser Aspekt wird allerdings durch den Längsschnittcharakter der Studie abgeschwächt. Es wurden nicht nur die Ausprägungen zwischen den Lernenden ausgewertet, sondern die Antworten der jeweiligen Befragten zu unterschiedlichen Zeitpunkten verglichen. Es kann davon ausgegangen werden, dass die subjektiven Vorstellungen der Lernenden zu den Aktivitäten relativ beständige Dispositionen darstellen und diese sich über den Untersuchungszeitraum kaum verändert haben.

Bei der Interpretation der Daten des Oktagons der mathematischen Hauptaktivitäten muss in Bezug auf die grafische Darstellung (vgl. Abb. 4.5 & 4.6) beachtet werden, dass nur die Ausprägungen der jeweiligen Aktivitäten erfasst wird. In den grafischen Darstellungen des Oktagons werden Flächen sichtbar, die nicht interpretiert werden können, da die zugehörigen Wechselwirkungen zwischen den Aktivitäten nicht bestimmt wurden. Es können lediglich entlang der Hauptachsen die Mittelwerte und die Standardabweichung abgelesen werden. Dennoch wurden diese Punkte in den Grafiken verbunden, so dass Flächen entstanden. Dies erfolgte aus Gründen der besseren Lesbarkeit und der besseren Veranschaulichung. In einem Beitrag auf der CERME 8 wurden erste Ergebnisse in der beschriebenen Darstellung vorgestellt (Müller 2013c). Das methodische Vorgehen wurde auch in anderen Studien gewählt (Haapasalo & Eronen 2010/ Eronen & Haapasalo 2010).

5.2 Zur Offenheit im Mathematikunterricht mit CAS

Die Hypothese 1 zur Offenheit im Mathematikunterricht mit CAS lautete: Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann kann im Unterricht eine größere Offenheit im Sinne der Schülerzentrierung beobachtet werden.

Die empirischen Befunde der vorliegenden Studie sind nicht eindeutig. Wie bereits angedeutet, stimmen die Einschätzungen der Lehrenden nicht mit denen der Lernenden überein.

5.2.1 Offenheit im Mathematikunterricht aus Sicht der Lernenden

Zunächst einmal fällt auf, dass aus Sicht der Lernenden die Offenheit im Unterricht in dem ersten Jahr der CAS-Einführung nachgelassen hat (vgl. Abb. 4.1). Ein Teil der Befragten (AJG 2014) hatte am Ende des ersten Schuljahrs die besondere Leistungsfeststellung zu absolvieren. Die Vorbereitung auf eine zentrale Abschlussprüfung ist einem schülerzentrierten Unterricht abträglich; daher könnte das eine Erklärung für den Effekt losgelöst von CAS sein. Dagegen spricht, dass der Abwärtstrend auch bei dem AJG 2015 auftrat. Dieser Trend ist damit unabhängig von dem Jahrgang und einer etwaigen zentralen Abschlussprüfung (vgl. Abb. 4.2 & 4.3). In jedem Fall sind die entsprechenden Unterschiede signifikant (vgl. Tab. 4.5 – 4.8). Es kann also festgehalten werden, dass aus Sicht der Lernenden die Offenheit im Mathematikunterricht im ersten Jahr der CAS-Einführung abgenommen hat.

Vergleicht man die beiden Abiturjahrgänge miteinander, ist erkennbar, dass der AJG 2014 zu allen drei Erhebungszeitpunkten den Unterricht offener als der AJG 2015 bewertet (vgl. Abb. 5.1). Es ist anzunehmen, dass die Offenheit mit der Klassenstufe zunimmt. In einem Quasilängsschnitt konnte tatsächlich eine Steigerung der Offenheit für die höheren Klassenstufen ausgemacht werden (Müller 2013b). Die im Kap. 4.1 vorgestellten Ergebnisse zeigen zwar auch diesen Trend (vgl. Abb. 4.2 & 4.3), aber die auszumachenden Unterschiede sind nicht signifikant (vgl. Tab. 4.9).

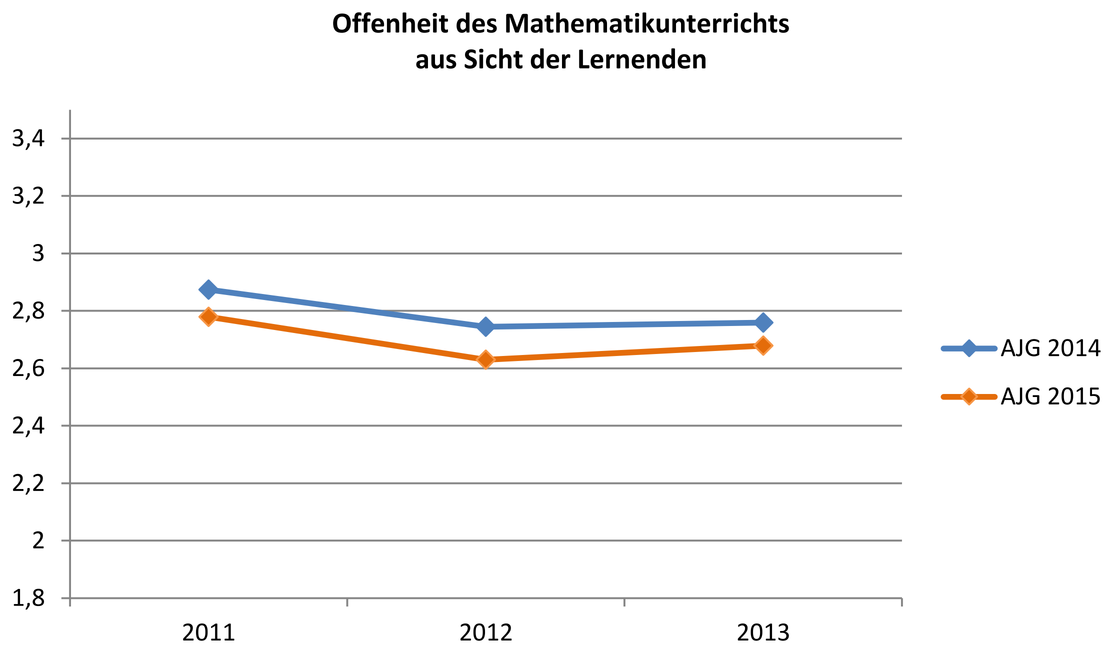


Abb. 5.1: *Offenheit des Mathematikunterrichts aus Sicht der Lernenden im Abiturjahrgangsvergleich. Angegeben ist das arithmetische Mittel (Punkt).*

Für beide Abiturjahrgänge einzeln als auch für die Stichprobe insgesamt ist ein Aufwärtstrend bei der Bewertung der Offenheit im zweiten Jahr nach der CAS-Einführung zu erkennen. Besonders deutlich ist dieser Trend bei den Mädchen (vgl. Abb. 4.4). Es muss jedoch hervorgehoben werden, dass weder die untersuchte Stichprobe insgesamt noch eine Subgruppe den Unterricht am Ende des Untersuchungszeitraums offener einschätzt als zu Beginn der Untersuchung. Diese Ergebnisse sprechen gegen die anfangs formulierte Hypothese 1.

Interessanterweise zeigt sich eine vorübergehende Abnahme im ersten Jahr und eine Erholung im zweiten Jahr auch beim allgemeinen Interesse an der Mathematik und der Akzeptanz der CAS (vgl. Tab. 4.1). Der abwechselnde Verlauf bei der Bewertung der Arbeit mit den CAS und der Beliebtheit der Systeme wird auch in anderen Studien beschrieben (Greefrath & Rieß 2013). Es scheint, als knüpfen die Lernenden Erwartungen an die CAS, welche zunächst nicht erfüllt werden. Nach einer gewissen Zeit nehmen die Bedienungsschwierigkeiten ab und der Umgang der CAS wird vertrauter (vgl. Tab. 4.11), sodass die anfängliche Ernüchterung neuen Erfolgserlebnissen weicht. Dieser Gesichtspunkt ist auch wichtig für Hypothese 2 und wird im nächsten Abschnitt noch einmal aufgegriffen.

Denkbar ist jedoch auch, dass nicht nur die anfängliche Ernüchterung der Lernenden zu einer negativeren Wahrnehmung in Bezug auf die Offenheit des Mathematikunterrichts führt. Vielleicht wird der Unterricht zu Beginn der CAS-Einführung durch die Lehrkräfte bewusst geschlossener gestaltet. Die Lehrkräfte können nicht auf eigene Routinen und Strategien zurückgreifen, da die CAS neue Lehr-Lernsituationen schaffen. Damit der Unterricht in gewohnter Weise „funktionieren" kann, wird lehrerzentriert unterrichtet. Inhaltlich geht es dabei mitunter oft um die ersten Schritte mit CAS bzw. um die Einführung neuer Befehle und Funktionen der CAS. Diese Interpretation wird unterstützt durch einzelne Äußerungen, welche die Lernenden tätigten (vgl. Kap. 4.1.5) Speziell ein Lernender beschreibt den Mathematikunterricht nach einem Jahr CAS wie folgt:

> *„Ich finde es wichtig, dass wir im Unterricht mehr praktisch machen und die Möglichkeit haben, uns auch mit anderen Schülern auszutauschen, zum Beispiel durch Gruppenarbeit. So etwas ist im Moment in unserem Unterricht gar nicht denkbar, da wir alles allein rechnen sollen und uns nicht mit anderen unterhalten dürfen. Ich fände es sehr viel besser, wenn wir uns vielleicht auch einfachere Varianten von anderen Schülern anhören könnten und somit den Unterricht besser verstehen können, da der Lehrer das doch nicht ganz so klar und verständnisvoll rüber bringt. Wenn wir nachfragen, wird alles noch einmal genauso erklärt, was die Verwirrung nicht immer auflöst. In Zusammenarbeit mit anderen, was wir bisher nur manchmal im Mathematikunterricht getan haben, habe ich den Stoff sehr viel leichter verstanden und auch bessere Noten geschrieben."*
>
> (O604R_2012-11-30; 08:06)

Diese Wortmeldung erfolgte bei der zweiten Befragungsrunde und untermauert den in dieser Zeitspanne festgestellten Rückgang bei der Offenheit im Mathematikunterricht. Dem gegenüber steht eine positivere verbale Bewertung des Unterrichts, die nach einem weiteren Jahr des CAS-Einsatzes von einem anderen Lernenden gemacht wurde.

> *„In der letzten Befragung hat das CAS bei mir ordentlich Federn lassen müssen, wobei meine Meinung sich inzwischen doch gewandelt hat. Und diese Meinungsänderung liegt hauptsächlich an dem abgeänderten Mathematikunterricht. Im Schuljahr, in welchem wir den Taschenrechner erhalten haben, stützten sich zu viele neue Erkenntnisse auf das Gerät. Das Verstehen der Prinzipien dahinter blieb auf der Strecke, da das Gerät schon nach viel zu kurzer Zeit zum Einsatz kam. Nun jedoch wird erst nach intensiver, "manueller" Auseinandersetzung mit dem Thema das CAS benutzt, und das ist viel hilfreicher als es war. Es ist zu einer sinnvollen Erweiterung geworden, und nun vermittelt uns das System auch eine gewisse Kompetenz im Umgang mit solch komplexen Arbeitsmaterialien, und unser neu angeeignetes Wissen ist nicht mehr abhängig von dem Getippe."*
>
> (A909E_2013-06-25; 13:19)

In dieser Äußerung geht der Lernende explizit auf die veränderte Sichtweise in Bezug auf CAS ein. Er spricht davon, dass der veränderte Mathematikunterricht dazu beigetragen hat. Dieses Statement unterstreicht den Aufwärtstrend bei der Offenheit im Mathematikunterricht, der am Ende des Untersuchungszeitraums beobachtet werden konnte.

Zu einem gewissenhaften Umgang mit den Daten aus der Befragung der Lernenden gehört auch die Benennung der Grenzen einer Interpretation. Es ist festzuhalten, dass die Lernenden bei der Online-Befragung wenige Antworten ausgelassen haben (jeweils weniger als 2,5%), aber einige haben die Fragebögen rasch bearbeitet, wie man an den durchschnittlichen Malus-Punkten von jeweils ca. 30 Punkten sieht (vgl. Tab. 4.2). Allgemein muss eine Befragung unter Lernenden vorsichtig interpretiert werden, da die Befragten dazu angehalten sind, bestimmte Einschätzungen über einen gewissen Zeitraum zu mitteln. Das fällt Lernenden anscheinend schwer, denn sie lassen sich von nahe liegenden Ereignissen (Klassenarbeit, Lernerfolg, Unterrichtsthema, …) beeinflussen (Helmke 2004, S. 167). Weitere Erhebungszeitpunkte innerhalb des Untersuchungszeitraums hätten den Effekt vermutlich abgeschwächt, aber diesbezüglich gab es verständlicherweise schulorganisatorische Grenzen.

5.2.2 Offenheit im Mathematikunterricht aus Sicht der Lehrenden

Die Wertungen und Aussagen der Lernenden reichen nicht aus, um ein vollständiges Bild der Offenheit im Mathematikunterricht zu zeichnen. Die Sichtweise der Lehrenden auf den Unterricht im Sinne der Triangulation (Schirmer 2009, S. 100) ist eine wichtige Ergänzung. Aus Sicht der Lehrenden hat sich die Offenheit im Mathematikunterricht in dem ersten Jahr nicht wesentlich verändert (vgl. Tab. 4.14). Allerdings gehen die Lehrkräfte davon aus, dass der Unterricht im zweiten Jahr nach der CAS-Einführung schülerzentrierter gestaltet wurde (Abb. 4.7). Diese Steigerung ist signifikant (p=0,032). Auch auf Nachfrage sehen 11 der 15 Lehrkräfte eine Zunahme der Offenheit im zweiten Jahr nach der CAS-Einführung. Eine Mitverantwortung sprechen 9 bzw. 8 Lehrende den CAS zu. Eine Lehrkraft brachte die Entwicklung der Schülerzentrierung auf Nachfrage in direktem Zusammenhang mit den CAS:

> ***I***: *Würden Sie sagen, dass Ihr Unterricht in den letzten zwei Jahren offener geworden ist?* ***06:41***
>
> ***B***: *Unbedingt.* ***06:42***
>
> ***I***: *Und würden Sie sagen, dass der Einsatz der CAS Ihnen dabei eine Hilfe war?* ***06:50***
>
> ***B***: *Ja, ich war ja gezwungen durch das CAS, das jetzt anders zu machen und offener zu machen. Also in dem Moment war es auch eine Hilfe, ja.* ***06:56***
>
> ***I***: *Also Sie sehen da eine direkte Verbindung?* ***07:00***
>
> ***B***: *Ja, weil die Schüler jetzt einfach auch mehr Gruppenarbeit machen. Ich will ja für mich die Sicherheit haben, dass die das verstanden haben. Sie müssen dann permanent vor, gerade in der 11, dann müssen die das hier mit dem Beamer und meinem Laptop präsentieren. /*
> *Die sind jetzt andauernd selbstständig am Arbeiten. Wir haben auch Vorträge gemacht: e-Funktion, ln-Funktion. In der 11 hat jeder Schüler einen Vortrag gemacht. Ne, also das ist / Eigentlich ist es von der Seite schöner, aber es war für mich eben auch eine Gewöhnungsgeschichte. Weil ich bin eigentlich so eher der Verfechter von einem frontalen Unterricht. Aber hier bietet sich eben doch jetzt immer auch mal eine Gruppenarbeit oder etwas Ähnliches an.* ***07:36***
>
> (L04_2013-07-05; 06:28-07:36; Z. 239-273)

Die Aussage der Lehrkraft illustriert die Zunahme der Schülerzentrierung im Mathematikunterricht. Es kommt explizit die verstärkte selbstständige Arbeit der Lernenden in unterschiedlichen Sozialformen zur Sprache. Die Lehrkraft sieht den Grund für die beschriebene Entwicklung in der Verwendung von CAS. Es wird deutlich, dass CAS die Lehrkraft zur Erweiterung ihrer methodischen Möglichkeiten anregt.

Zusammengefasst lässt sich aus Sicht der Lehrenden sagen, dass der Mathematikunterricht nach der CAS-Einführung offener geworden ist. Eine Mehrheit der Lehrkräfte sieht CAS mitverantwortlich an dieser Entwicklung. Sie empfinden die Systeme als Unterstützung für einen schülerzentrierten Unterricht. Dennoch würden 10 der 15 Lehrkräfte unter derzeitigen Bedingungen wieder auf CAS verzichten, wenn sie die Wahl hätten.

5.2.3 Eine Öffnung des Unterrichts braucht Zeit

Die Lehrenden sehen also im Gegensatz zu den Lernenden keinen Rückgang der Offenheit im Schuljahr 2011/ 2012. Beide Gruppen empfinden den Unterricht im Schuljahr 2012/2013 schülerzentrierter als im Jahr zuvor. Allerdings ist dieser Trend bei den Lehrkräften deutlicher zu erkennen.

Die Hypothese 1 kann auf der dargestellten Datengrundlage nicht entschieden werden. Aus Sicht der Lehrenden ist der Mathematikunterricht im zweiten Jahr nach der CAS-Einführung offener geworden. Aus der Perspektive der Lernenden kann nicht von einer eindeutigen Zunahme der Offenheit im Mathematikunterricht nach der Einführung der CAS gesprochen werden. Auch andere Studien legen nahe, dass eine Veränderung des Unterrichts, die durch die Implementierung von CAS angesteuert wird, Zeit braucht:

> „*Findings from several research studies (Beaudin & Bowers 1997/ Tharp et al. 1997/ Wiske & Houde 1993) suggest there may exist stages through which teachers pass or a level of comfort and familiarity with the technology and curriculum before they are able to focus on students and what they are learning.*"
>
> (Zbiek & Hollebrands 2008, S. 292)

Die gewünschten Effekte sind demnach erst nach einiger Zeit zu beobachten. Weitere Studien untermauern, dass es Zeit braucht, bis die Wirkungen von CAS im Unterricht spürbar werden. Die Lehrenden müssen sich bei dem Einsatz der Systeme erst wohl bzw. kompetent fühlen, bevor sie sich für entdeckende oder konstruktivistische Lernansätze öffnen. Zunächst reflektieren sie den Unterricht stärker und prüfen die Sinnhaftigkeit des CAS-Einsatzes (Smith 2006/ Neill 2009).

In einem Punkt sind sich die Lehrenden und die Lernenden einig: Beide schätzen das zweite Jahr der CAS-Einführung offener ein als das erste. Das ist ein Indiz, dass sich ein positiver Trend in den nächsten Jahren fortsetzen kann. Nicht zuletzt sehen die Lernenden in den CAS eine echte Unterstützung im Unterricht und bei den Hausaufgaben (vgl. Tab. 4.11). Des Weiteren sehen die Lehrkräfte die Potentiale von CAS-Aufgaben in Hinblick auf die Schülerzentrierung (vgl. Tab. 4.17). Es braucht wahrscheinlich noch etwas Zeit, bis diese Potentiale der CAS in der Breite wirksam und von den Lernenden spürbar wahrgenommen werden. Unter Beachtung der Ergebnisse internationaler Studien wäre ein Zeitversatz bei der Bewertung durch die Lernenden nicht verwunderlich (Zbiek & Hollebrands 2008/ Smith 2006/ Neill 2009). Die Thüringer Spezifik, die Verbindlichkeit des CAS-Einsatzes, verlangsamt vermutlich den Prozess, da die Lehrkräfte nicht aus einer intrinsischen Motivation heraus sich für die Arbeit mit CAS entschieden haben. Daher dauert es vielleicht länger bis sie die Potenziale nicht nur erkennen, sondern für einen schülerzentrierten Mathematikunterricht nutzen. Es dauert einige Zeit und bedarf einer intensiven Weiterbildung bis Lehrkräfte ihre pädagogischen Haltungen und Verhaltensweisen verändern (Hattie 2009, S. 257) Es wäre ein lohnenswertes Unterfangen, nach weiteren Jahren die Situation in Thüringen im Sinne einer Reevaluation erneut zu erfassen, um zu überprüfen, ob sich der positive Trend der letzten Befragungsrunde manifestieren konnte. Dabei können die bereitgestellten Erhebungsinstrumente abermals eingesetzt werden.

5.3 Zu den mathematischen Hauptaktivitäten im Unterricht

Hypothese 2 bezog sich auf die mathematischen Hauptaktivitäten in einem CAS-gestützten Mathematikunterricht: Wenn CAS im Mathematikunterricht eingesetzt werden, dann wird eine Bedeutungsverschiebung zwischen den mathematischen Hauptaktivitäten stattfinden.

Die Bedeutung der acht mathematischen Hauptaktivitäten für den Unterricht bleibt aus Sicht der Lernenden über den Befragungszeitraum hinweg unverändert (vgl. Abb. 4.5). Die Lehrenden sehen das ähnlich und können keine Bedeutungsverschiebung in den ersten zwei Jahren der CAS-Einführung ausmachen. Nur die Aktivität Spielen wird in den Augen der Lehrkräfte wichtiger für den Unterricht (p=0,044). Das ist besonders erfreulich in Anbetracht der Tatsache, dass die Aktivität Spielen im Thüringer Mathematikunterricht deutlich den anderen Aktivitäten nachsteht (vgl. Abb. 4.5 & 4.8) und dass der Aktivität Spielen eine „historische“ Bedeutung bei der Entwicklung neuer Mathematik zukommt (Zimmermann et al. 2011). Es ist schade, dass die Lernenden diese Zunahme nicht wahrnehmen. Insgesamt muss man konstatieren, dass die Bedeutung der acht mathematischen Hauptaktivitäten unberührt von der CAS-Einführung bleibt. Interessant sind wiederum die Unterschiede, die zwischen den Perspektiven der Lernenden und der Lehrenden bestehen. Stellt man zum Beispiel die Einschätzungen der Hauptaktivitäten im Unterricht für das Schuljahr 2013/2014 gegenüber, so zeigen sich deutliche Unterschiede in der Bewertung (vgl. Abb. 5.2).

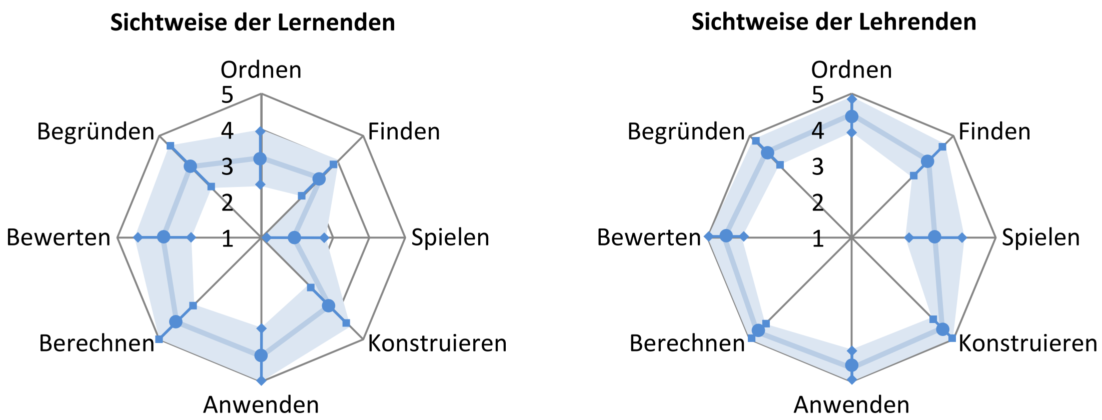


Abb. 5.2: *Die acht mathematischen Hauptaktivitäten im Unterricht aus Sicht der Lernenden (N=292) und Lehrenden (N=15) 2013. Dargestellt sind das arithmetische Mittel (Linie) und die Standardabweichung (Bereich).*

Die generell positivere Einschätzung durch die Lehrkräfte ist wahrscheinlich abermals durch eine indirekte Selbstevaluation der eigenen Arbeit und den kritischen Blick der Lernenden zu erklären. Die Lehrkräfte sind der Meinung, dass alle Hauptaktivitäten, bis auf das besagte Spielen, eine große Bedeutung für den Mathematikunterricht haben. Die Lernenden sehen das anders. Natürlich muss man mit statistischen Vergleichen zwischen diesen beiden Gruppen auf Grund des großen Unterschieds bei der Anzahl der Befragten (292 > 15) vorsichtig sein. Die Diskrepanz in der Bewertung zeigt sich über alle drei Schuljahre hinweg. Es sei daran erinnert, dass die generelle Bewertung der Bedeutung der Aktivitäten für den Unterricht in beiden Gruppen über den Befragungszeitraum weitestgehend stabil blieb.

Etwas anders verhält es sich bei der Verwendung der CAS bei den Hauptaktivitäten. Es konnten fünf signifikante Bedeutungsverschiebungen aus Sicht der Lernenden ausgemacht werden. Allerdings zeigen nur zwei davon einen Aufwärtstrend. Bei drei Aktivtäten hatten die Lernenden sich einen stärkeren Einsatz der Systeme erhofft (vgl. Tab. 4.12). Die hohen Erwartungen zu Beginn der CAS-Einführung spiegelt eine Schüleräußerung wider:

> *„Ich hoffe, dass es sich lohnte, den Taschenrechner zu kaufen und wir viel damit arbeiten dürfen. Bis jetzt haben wir fast nie mit unserem Taschenrechner gearbeitet und das soll sich bitte ändern. Ich denke, der Taschenrechner hat viele Nutzungsmöglichkeiten und ist sinnvoll, weil man mit ihm viel mehr machen kann. Was mir z.B. aufgefallen ist, dass man mit dem Taschenrechner leicht Tabellen und Diagramme auswerten kann.“* (L205N_2011-11-28; 09:11)

Scheinbar können die Erwartungen der Lernenden in den ersten Jahren nicht ganz erfüllt werden. Wie im voran gegangenen Abschnitt beschrieben, decken sich diese Ergebnisse mit anderen Studien (Greefrath & Rieß 2012). Die Lernenden knüpfen offensichtlich große Erwartungen an die neuen Systeme. Leider werden ihre Hoffnungen anfangs nicht erfüllt, denn in der Einführungsphase sind Inhalte wichtig, die sie nicht erwartet haben. Es ist zu vermuten, dass die Systeme maßgeblich für Berechnungen (Aktivität Berechnen) und zum Funktionsplotten (Aktivität Konstruieren) verwendet werden (vgl. Abb. 4.6 & Tab. 4.12). Einen leichten Aufwärtstrend, wie man ihn bei der Offenheit ausmachen kann, findet sich jedoch in der Bewertung der mathematischen Hauptaktivitäten durch die Lernenden nicht. Es muss angemerkt werden, dass die Lernenden diese Einschätzungen über einen großen Zeitraum hinweg abgaben. Außerdem könnte die Einschätzung durch die Präsenz der Lehrerpersönlichkeit überlagert worden sein (Helmke 2004, S. 167). Denn die Lehrperson spielt in dieser Phase der Einführung eine wichtige Rolle, da sie die ersten Schritte des Kennenlernens der Systeme mit begleitet. Wie schon erwähnt wurde, begegnen viele Lehrkräfte dieser Herausforderung mit einem lehrerzentrierteren Unterricht. Die Einschätzung der Lehrkräfte erfolgte etwas vorsichtiger. Interessanterweise nahm die Verwendung der CAS nur bei der Aktivität Bewerten signifikant zu (vgl. Abb. 4.9). Dass die Lehrenden Wert auf das Bewerten und das Kontrollieren von Ergebnissen legen, wurde auch in dem offenen Teil der Interviews deutlich. An dieser Stelle sehen sie einen erheblichen Mehrwert der Systeme. So können die Lernenden individuell Lösungen Schritt für Schritt prüfen, aber auch die Lehrenden können die Schülerlösungen schnell kontrollieren und bewerten. Dies ist ein deutlicher Vorteil für den Mathematikunterricht, den die Verwendung der CAS mit sich bringt (vgl. Tab. 4.17).

Auf dieser Datengrundlage muss die Hypothese 2 abgelehnt werden. Die Einflüsse der CAS sind nicht eindeutig nachweisbar oder fallen gering aus. Die deutlichen Bedeutungsverschiebungen zwischen allen Aktivitäten wie in den finnischen Studien blieben aus (Haapasalo & Eronen 2010/ Eronen & Haapasalo 2010). Die Tatsache, dass die finnischen Untersuchungen andere Ergebnisse erwarten ließen, kann an Unterschieden zwischen dem finnischen und Thüringer Schulsystemen bzw. der jeweiligen Unterrichtskultur liegen (Overesch 2007/ Döbert et al. 2004). Ein weiterer Grund liegt vielleicht im unterschiedlichen Studien-Design. Die Teilnehmerzahlen waren bei den finnischen Studien deutlich geringer (Haapasalo 2011). Bei kleinen Populationen wirken sich Veränderungen im Antwortverhalten gravierender aus. Bei großen Panels treten extreme Ergebnisse seltener auf bzw. werden Ausreißer besser nivelliert (Kahneman 2012, S. 139 f.).

5.4 Zur Entwicklung von CAS-Aufgaben

Die dritte Hypothese lautete: Wenn Mathematikaufgaben unter Berücksichtigung der Möglichkeiten von CAS entwickelt werden, dann kann die Qualität der Aufgaben in Hinblick auf Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotential erhöht werden.

Für die Auseinandersetzung mit dieser Hypothese wurden alle Datenquellen aus der vorliegenden Untersuchung herangezogen. Es fanden sowohl die Äußerungen der Lehrenden als auch der Lernenden sowie die Erkenntnisse aus dem Entwicklungsprozess der CAS-Aufgaben Berücksichtigung. In dem offenen Teil des Interviews mit den Lehrkräften wurden diese nach den Vorteilen des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht und nach den damit verbundenen Eigenschaften der CAS-Aufgaben befragt. Dabei konnten insgesamt 13 Antwortkategorien ausgemacht werden. Die Lehrkräfte sehen demnach folgende Vorteile des CAS-Einsatzes (Anzahl der Nennungen):

- (Selbst-)Kontrolle individueller Lösungswege (18)
- Dynamische Darstellung zur Veranschaulichung mathematischer Sachverhalte (12)
- Möglichkeiten für realistischere Anwendungsbeispiele und Modellierungsaufgaben (11)
- Spielerische bzw. experimentelle Zugänge zu mathematischen Sachverhalten (11)
- Problemorientierung durch Vermeidung von Rechenfehlern (8)
- Unterschiedliche Darstellung für denselben Sachverhalt (7)
- Unterstützung für offene Aufgabenformate (7)
- Elektronische Dokumentation des Rechenwegs (6)
- Intensive Einbindung technikbegeisterter Lernender im Unterrichtsprozess (5)
- Digitales (z.T.) interaktives Tafelwerk (5)
- Eröffnung unterschiedlicher Zugänge zu einem neuen Thema (4)
- Diskussion unterschiedlicher Lösungswege (4)
- Möglichkeiten für die Kooperation der Lernenden untereinander (3)

Es muss kritisch angemerkt werden, dass die Lehrer generell nur über zwei Jahre Erfahrung im Umgang mit und im Einsatz von CAS haben. Es kann nicht mit Sicherheit gesagt werden, dass alle Nennungen auf erlebter Unterrichtspraxis beruhen. Demnach kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Lehrenden auch von Vorteilen berichten, die sie über Kollegen erfahren oder in der Literatur gelesen haben. In einigen Fällen fußen die Beiträge aber eindeutig auf der eigenen Unterrichtserfahrung:

> *„Wenn sie es zur Kontrollarbeit eh können müssen? Dass man sich da als Lehrer weiter zurücklehnen kann und sagen kann: Okay. Dass sie halt auch selber finden, in welcher Zeile sie einen Fehler gemacht haben. Also so dass sie zum Beispiel die Lösung zeilenweise eingeben und lösen lassen. Dann sehen sie: Da an der Stelle ändert sich auf einmal meine Lösungsmenge, demzufolge muss ich da einen Fehler gemacht haben. Also dieses analytische Denken dann auch ein bisschen zu schulen. Es ist aber die Hauptsache, dass sie die Fehler finden. Das sage ich auch immer, dass sie selber ihre Fehler irgendwann mal / Sonst sitzen sie immer davor: Alles falsch, wo habe ich denn den Fehler? Dann stellst du dich hin und rechnest die Aufgabe nach und guckst, wo ein Fehler gemacht wurde. Das musst du aber jetzt nicht mehr. Wenn ich ein CAS habe, kannst du diesen Part deiner Aktivität auch abkürzen.*

> *Das hier kannst du, so glaube ich, gar nicht so umformen in einem Schritt. Prüfe selbst mit CAS: Ans plus Fünf. Und dann macht es das ja auf beiden Seiten. Minus 3x und dann siehst du mehr.*
>
> *Ich meine in der Kontrolle, sollen sie selber darauf kommen alles mit den CAS zu kontrollieren. Wenn das Ergebnis nicht stimmt, dass sie dann selber in die Analyse gehen in welcher Zeile ist denn der Fehler drin? Und dann schauen: Wo ist mein Fehler, wie muss ich es anders machen? Und dann nochmal rechnen."*
>
> (L08_2013-09-18; 00:45-01:52; Z. 31-56)

In dieser Äußerung wird deutlich, dass die CAS zur Selbstkontrolle durch die Lernenden eigenverantwortlich eingesetzt werden. Die Lernenden überprüfen Zeile für Zeile ihre Rechenwege und erhalten dabei jeweils eine Rückmeldung vom System. Damit übernimmt das CAS in gewisser Weise eine Teilaufgabe des Lehrenden, so dass dieser sich etwas zurück nehmen kann. Neben dem Aspekt der Diagnose (Kontrolle des Lösungswegs) wird auch die Eigenverantwortlichkeit des Lernenden gestärkt, was zum Aspekt der Schülerzentrierung zählt. Außerdem erlaubt dieses Vorgehen ein im hohen Maße individualisiertes Arbeiten, dass im Rahmen der Binnendifferenzierung notwendig ist. Die Tab. 4.17 beinhaltet noch mehr Beispiele, bei denen die Verwendung von CAS die Aspekte Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotentiale unterstützen. Einige Vorteile beziehen sich auf alle drei Aspekte, andere verbinden genau zwei Aspekte. Das unterstreicht die theoretisch vermuteten Wechselbeziehungen zwischen den drei Aspekten (vgl. Abb. 2.11).

Ein weiterer Vorteil, den die Lehrkräfte beschreiben, umfasst die unterschiedlichen Zugänge zu einem Thema. Dadurch kann auf die unterschiedlichen Vorerfahrungen der Lernenden eingegangen werden, was dem Aspekt der Binnendifferenzierung unterstreicht. Insbesondere der ebenfalls genannte Darstellungswechsel (Tabelle, Graph, Gleichung), der einfach mit den CAS zu realisieren ist, ermöglicht individuelle Zugänge zu demselben Inhalt. Diese Argumentation findet sich auch in anderen fachdidaktischen Veröffentlichungen (Greefrath 2007, S. 56/ Büchter & Leuders 2007, S. 108). Weiterhin stimmen die Berichte der Lehrenden mit der Literatur darin überein, dass CAS die unterschiedlichen Fähigkeiten der Lernenden durch die Möglichkeit verschiedener Zugänge, Arbeitsweisen und Ergebnisse unterstützen (Greefrath 2007, S. 56/ Büchter & Leuders 2007, S. 111). Alle von den Lehrkräften genannten Vorteile des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht stützen die Hypothese 3.

Die beschriebenen Vorteile konkretisieren sich in den CAS-Aufgaben und können durch diese in den Unterricht getragen werden. Die Aufgaben stellen damit eine Schlüsselstelle dar (Fothe 2011), wenn es darum geht, die Qualität der Schülerzentrierung zu erhöhen. Die Potentiale für den Unterricht können nur entfaltet werden, wenn die Aufgaben in dieser Hinsicht abgestimmt sind. Daher ist die Entwicklung von CAS-Aufgaben ein wichtiger Prozess. Bei der Erprobung neuer CAS-Aufgaben konnten im Rahmen dieser Untersuchung wertvolle Erkenntnisse gewonnen werden.

5.4.1 Erprobung von CAS-Aufgaben

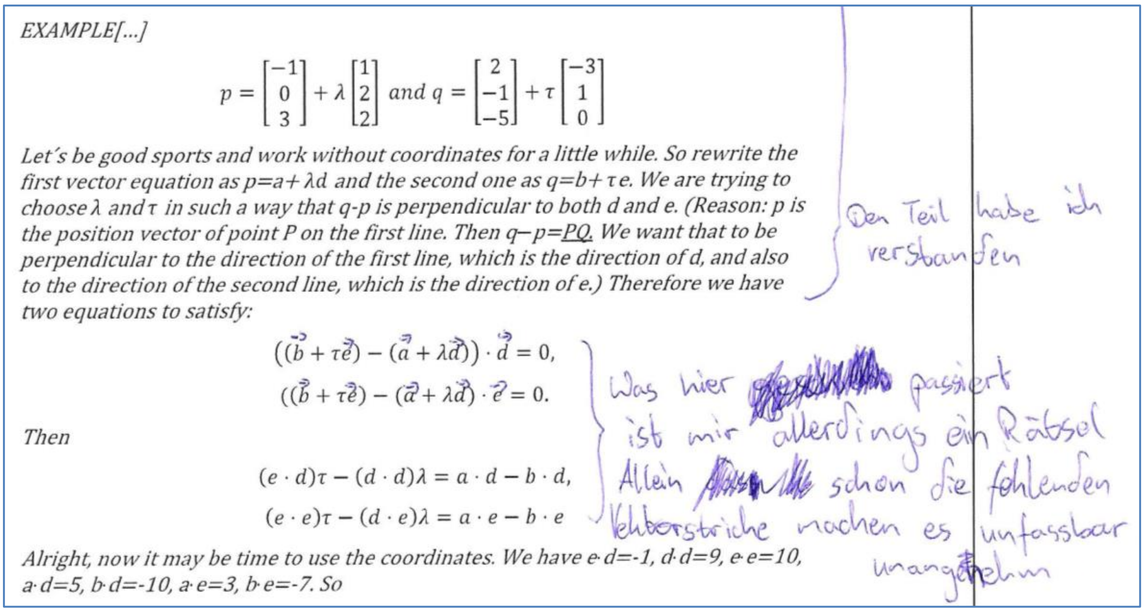
Im Sinne der Schülerzentrierung sind die entwickelten CAS-Aufgaben bewusst offen gestaltet, da eine Individualisierung des Unterrichts durch eine Öffnung der Aufgaben erfolgen kann (Büchter & Leuders 2007, S. 95). Die Offenheit ist ein typisches Merkmal für einen authentischen Umgang mit Mathematik. Im Rahmen offener Aufgaben können die Lernenden zwischen unterschiedlichen Zugängen, Lösungswegen, Lösungsstufen und Abstraktionsebenen wählen. Daneben beschreiben Büchter & Leuders (2007, S. 102) sechs Techniken zum Öffnen von Aufgaben, die bei der Entwicklung der CAS-Aufgaben Berücksichtigung fanden:

- Aufforderung zur Begründung bzw. zur Strategiefindung
- Variation der Ausgangssituation bzw. der Festlegung der Darstellungsarten
- Weglassen von Vorgaben oder Informationen
- Vorwegnehmende Platzierung im Unterricht
- Zielumkehr bzw. Perspektivumkehr
- Anwendungsversuche für Modelle und Verfahren

Vergleicht man die Techniken zur Öffnung von Aufgaben mit den von den Lehrkräften beschrieben Vorteilen des CAS-Einsatzes, so bemerkt man, dass CAS offene Aufgabenformate unterstützen. Auch die Erfahrungen aus Erprobung der CAS-Aufgaben innerhalb dieser Untersuchung untermauern diese Beobachtung. Andere Studien zum CAS-Einsatz stützen diese Erkenntnis (Greefrath 2007, S. 56).

Die gewählten qualitativen Methoden haben sich als geeignet erwiesen, um das angesteuerte Ziel der Erprobung der Aufgaben angemessen zu verfolgen. Im Rahmen der Erprobung konnten Schwächen in der Formulierung der Aufgaben aufgedeckt und beseitigt werden. Erwartungsbilder wurden geschärft und erweitert. Schlüsselstellen wurden identifiziert, sodass eine wesentliche Grundlage für das Erstellen der Diagnosefragen gewonnen wurde. Die geringe Fallzahl ist vor allem in Bezug auf die Errechnung empirischer Schwierigkeiten als kritisch zu betrachten (vgl. Tab. 4.16). Eine etwaige Berechnung der empirischen Schwierigkeiten ist daher als eine erste Schätzung zu verstehen. Um diese zu verbessern, wäre die Testung einer größeren Gruppe notwendig. Dennoch ist es in der Regel sinnvoll, ein neues Diagnoseinstrument in einer ersten Erprobung mit qualitativen Methoden zu evaluieren. Der beschriebene Weg hat sich als gangbar erwiesen und könnte wieder aufgegriffen werden.

Wie eben beschrieben, war es das erklärte Ziel der Erprobung, die Schlüsselstellen der Aufgaben zu lokalisieren, um schließlich Diagnosefragen daraus abzuleiten. Als Beispiel für das Vorgehen sei die CAS-Aufgabe *„So what – Math in 3-dimensional space"* genannt. Innerhalb der Aufgabe setzten die Lernenden sich mit einem englischsprachigen Schultext auseinander. Der Text handelt von windschiefen Geraden im Raum und beinhaltete einen Rechenfehler. Die Lernenden sollen die Berechnung in der von ihnen gewohnten Art und Weise durchführen und den Fehler in dem englischen Text finden. In den Lösungen der Lernenden offenbart sich die Schlüsselstelle der Aufgabe (vgl. Abb. 5.3). Die Diagnosefrage sollte demnach bei der Umformung des Gleichungssystems ansetzten.



EXAMPLE[...]

$$p=\begin{bmatrix}-1\\0\\3\end{bmatrix}+\lambda\begin{bmatrix}1\\2\\2\end{bmatrix} \text{ and } q=\begin{bmatrix}2\\-1\\-5\end{bmatrix}+\tau\begin{bmatrix}-3\\1\\0\end{bmatrix}$$

Let´s be good sports and work without coordinates for a little while. So rewrite the first vector equation as p=a+ λd and the second one as q=b+ τe. We are trying to choose λ and τ in such a way that q-p is perpendicular to both d and e. (Reason: p is the position vector of point P on the first line. Then q—p=<u>PQ</u>. We want that to be perpendicular to the direction of the first line, which is the direction of d, and also to the direction of the second line, which is the direction of e.) Therefore we have two equations to satisfy:

$$((\vec b+\tau\vec e)-(\vec a+\lambda\vec d))\cdot\vec d=0,$$
$$((\vec b+\tau\vec e)-(\vec a+\lambda\vec d)\cdot\vec e=0.$$

Then

$$(e\cdot d)\tau-(d\cdot d)\lambda=a\cdot d-b\cdot d,$$
$$(e\cdot e)\tau-(d\cdot e)\lambda=a\cdot e-b\cdot e$$

Alright, now it may be time to use the coordinates. We have e·d=-1, d·d=9, e·e=10, a·d=5, b·d=-10, a·e=3, b·e=-7. So

Den Teil habe ich verstanden

Was hier passiert ist mir allerdings ein Rätsel Allein schon die fehlenden Vektorstriche machen es unfassbar unangenehm

<u>Abb. 5.3</u>: *Lösungsbeispiel der CAS-Aufgabe „So what – Math in 3-dimensional space" mit Bemerkung des Lernenden zur Schlüsselstelle der Aufgabe.*

Eine Auflistung aller Schlüsselstellen und Diagnosefragen der CAS-Aufgaben findet sich im Anhang der Arbeit. Mit der Formulierung der Diagnosefragen konnte das Diagnosepotential der CAS-Aufgaben entscheidend erhöht werden.

Zum Beispiel zeigt sich das Diagnosepotential der vorgestellten CAS-Aufgabe „*Zur Sicherheit: Trigonometrische Funktionen*" in den Lösungen und Gesprächen der Lernenden (vgl. Abb. 3.10 – 3.11 & Kap. 3.6.3). Die Schülerzentrierung kann, wie bereits beschrieben wurde, auf der Ebene der Aufgaben durch die Offenheit selbiger erreicht werden. Die vorgestellte Beispielaufgabe kann nach dem Schema von Büchter & Leuders (vgl. Tab. 2.2) als Problemstellung charakterisiert werden: Zum Einen kann der „Weg" auf Grund der Verwendung eines CAS und dessen Möglichkeiten variieren; zum Anderen kann ein Bezug (Koordinatensystem) frei gewählt werden. Damit gibt es mehrere Lösungen, wonach auch das „Ziel" nicht einheitlich ist. Ein weiteres Beispiel einer Problemstellung ist die Aufgabe „*Können Hunde differenzieren?*". Dabei handelt es sich um eine offene Problemstellung mit wenigen konkreten Vorgaben. Dank des CAS konnten die Lernenden adäquat mit der Situation umgehen (vgl. Abb. 4.10). An dieser Stelle wird ganz deutlich, wie CAS offene Aufgabenformate unterstützen und damit einen Beitrag zur Schülerzentrierung leisten können.

Offene Aufgabenformate ermöglichen aber auch Räume für die Binnendifferenzierung. Ein Beispiel dafür stellt die CAS-Aufgabe „*So alt und doch lösbar*" dar. Den Lernenden ist eine Tabelle mit Füllständen und zugeordneten Füllmengen eines antiken Gefäßes gegeben. Ausgehend von der Tabelle sollen sie unterschiedliche Vorschläge für die Form des Gefäßes entwickeln. Jeder Lernende kann seinem Kompetenzstand entsprechend verschiedene Formen überprüfen. Um die Werte der Tabelle möglichst genau zu errechnen, entwickelten die Lernenden während der Erprobung der Aufgabe immer komplexere Formen. Die entsprechenden Berechnungen konnten sie dem CAS überlassen (vgl. Abb. 5.4). Ohne die Verwendung von CAS wären nicht so viele unterschiedliche Rechnungen möglich und die Lernenden müssten sich für einen Normweg entscheiden. Dies wäre jedoch der Binnendifferenzierung und der Qualität der Lösungen abträglich.

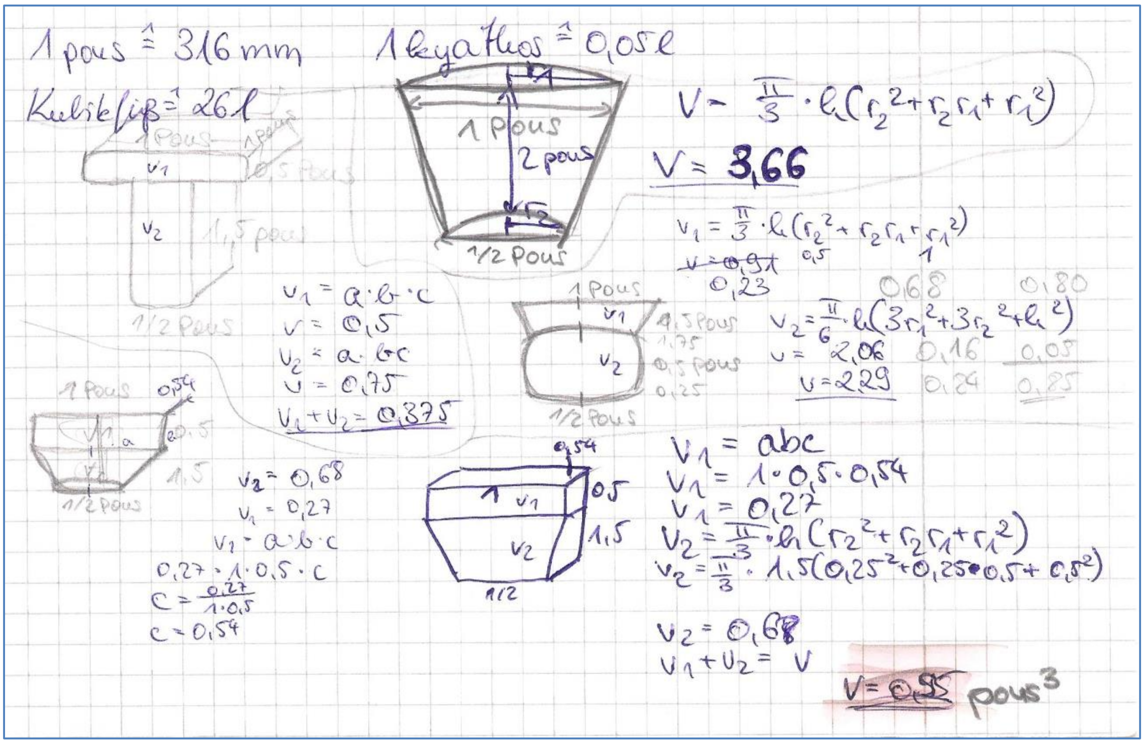


Abb. 5.4: *Lösungsbeispiel der CAS-Aufgabe „So alt und doch lösbar" mit vielen unterschiedlichen Möglichkeiten, die vom Lernenden überprüft wurden.*

Neben der offenen Gestaltung der Aufgaben wurden weitere Anstrengungen im Sinne der Binnendifferenzierung unternommen. Als Konsequenz aus der angestrebten zieldifferenten Differenzierung wurden der Literatur folgend alle Aufgaben in drei Niveaustufen erstellt (Bönsch 1995, S. 135), welche die Lernenden auch nutzten (vgl. Tab. 4.16). Es zeigt sich abermals die enge Verknüpfung zwischen der Schülerzentrierung und der Binnendifferenzierung (vgl. Abb. 2.11). Um die Schülerzentrierung im Blick zu behalten, wurde bei der Erprobung der Aufgaben die Wahl einer Niveaustufe den Lernenden überlassen (Büchter & Leuders 2007, S. 107). Für eine rasche Orientierung wurden die Niveaustufen in Anlehnung an die vertraute Schulnotenskala der Schwierigkeit nach gestaffelt. Die Niveaustufe 1 umfasst die schwierigsten Aufgaben. Eine umgekehrte Staffelung ist verbreiteter; in Hinblick auf die Anforderungsbereiche entspricht dann die Niveaustufe 1 dem einfachsten Schwierigkeitsgrad (Blum et al. 2009). In künftigen Aufgabensammlungen kann vielleicht diese Art der Staffelung verwendet werden, um möglichen Irritationen auf Seiten der Lehrenden vorzubeugen. Aus Gründen der inneren Konsistenz wurde innerhalb dieser Arbeit von einer Umkehrung abgesehen. Während der Entwicklung der Aufgaben wurde nach einer Möglichkeit gesucht, die drei Niveaustufen zu strukturieren. Es wurde ein Vorschlag im Rahmen der Untersuchung entwickelt und erprobt, der im folgenden Abschnitt vorgestellt wird.

Die Erprobung der Aufgaben offenbarte das generelle Potenzial von CAS-Aufgaben in Hinblick auf die drei Aspekte Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnose. Wie die Beispiele zeigen, konnte die Qualität der Aufgaben in Bezug auf die Schülerzentrierung, die Binnendifferenzierung und die Diagnose durch den Einbezug von CAS gesteigert werden. Vor dem Hintergrund der Erfahrungen aus der Erprobung der neuen CAS-Aufgaben und den Äußerungen der Lehrkräfte kann die Hypothese 3 bestätigt werden.

5.4.2 Eine mögliche Strukturierung dreier Niveaustufen zur Binnendifferenzierung

Innerhalb der theoriegeleiteten Aufgabenentwicklung (vgl. Kap. 2.5) wurden den Empfehlungen entsprechend alle Aufgaben in drei Niveaustufen bereitgestellt (Bönsch 1995, S. 135). Der Anspruch bestand darin, die Niveaustufen aus einem profunden Kompetenzmodell abzuleiten, aufgabenunabhängig zu formulieren und praxistauglich zu gestalten. Das Kompetenzmodell der Bildungsstandards Mathematik für die allgemeine Hochschulreife bot dafür geeignete Anknüpfungspunkte. Die sechs prozeduralen Kompetenzen bilden zusammen mit den fünf Leitideen die Basis des Kompetenzrasters, auf welchem die Anforderungsbereiche in einer dritten Dimension aufbauen (vgl. Abb. 5.5). In Gesprächen mit Thüringer Lehrkräften ist deutlich geworden, dass die Lehrkräfte mit den drei Anforderungsbereichen vertraut sind, die schon in den einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) formuliert wurden (KMK 1989, S. 11). Die Gewichtung der drei Anforderungsbereiche im Unterricht ist Teil der aktuellen fachdidaktischen Debatte (Fothe 2008, S. 109). Eine Gleichsetzung der Anforderungsbereiche mit den Niveaustufen würde aber zu kurz greifen, da es das Ziel sein muss, dass alle Anforderungsbereiche auf allen Niveaustufen vertreten sind (Büchter & Leuders 2007, S. 105). Die Empfehlung der Bildungsstandards gewichtet den Anforderungsbereich 2 schwerer und empfiehlt, die weiteren zwei Bereiche gleichwertig zu behandeln (KMK 2012, S. 12). Die Bildungsstandards sind ausdrücklich keine Mindeststandards, sondern als Regelstandards formuliert und legen daher den Fokus auf den „durchschnittlichen Lerner“. Bei konsequenter Weiterentwicklung dieses Ansatzes ermöglicht er eine elegante Definition der Niveaustufen über die Anforderungsbereiche. Die jeweilige Verteilung der Anforderungsbereiche ermöglicht die Abgrenzung der Niveaustufen untereinander (vgl. Tab. 5.2). Damit ist insbesondere gesichert, dass jeder Lernende Erfahrungen in allen drei Anforderungsbereichen sammeln kann. Dennoch erlaubt dieser Ansatz eine spürbare Differenzierung, die den jeweiligen Kompetenzstand eines Lernenden berücksichtigt. Dies entspricht dem Gedanken einer zieldifferenten Binnendifferenzierung (Bönsch 1995, S. 132). Diese ist vergleichbar mit einem Gedanken beim Handicap-Rennen: Nicht alle laufen vom gleichen Startpunkt los; warum müssen sie am gleichen Ziel ankommen, wenn jeder eine gewisse Distanz zurück gelegt hat?

	Anforderungsbereich 1	Anforderungsbereich 2	Anforderungsbereich 3
Niveaustufe 1	1	1	2
Niveaustufe 2	1	2	1
Niveaustufe 3	2	1	1

Tab. 5.2: *Vorschlag zur Strukturierung der drei Niveaustufen über die Gewichtung der Anforderungsbereiche.*

Es sei daran erinnert, wie in Kap. 5.4.1 beschrieben, dass die Niveaustufen im Gegensatz zu den Anforderungsbereichen eine umgekehrte Staffelung der Schwierigkeit aufweisen. Der Grund liegt in der für die Lernenden vertrauten Schulnotenskala. Die Strukturierung der Niveaustufen (vgl. Tab. 5.2) ist ein Ergebnis der bisherigen Arbeiten und diente als Maßgabe bei der Erstellung der Niveaustufen der CAS-Aufgaben. Es würde sich anbieten, die herausgearbeiteten Verhältnisse der Anforderungsbereiche und deren Zuordnung zu den Niveaustufen in einer größeren quantitativen Untersuchung empirisch zu überprüfen.

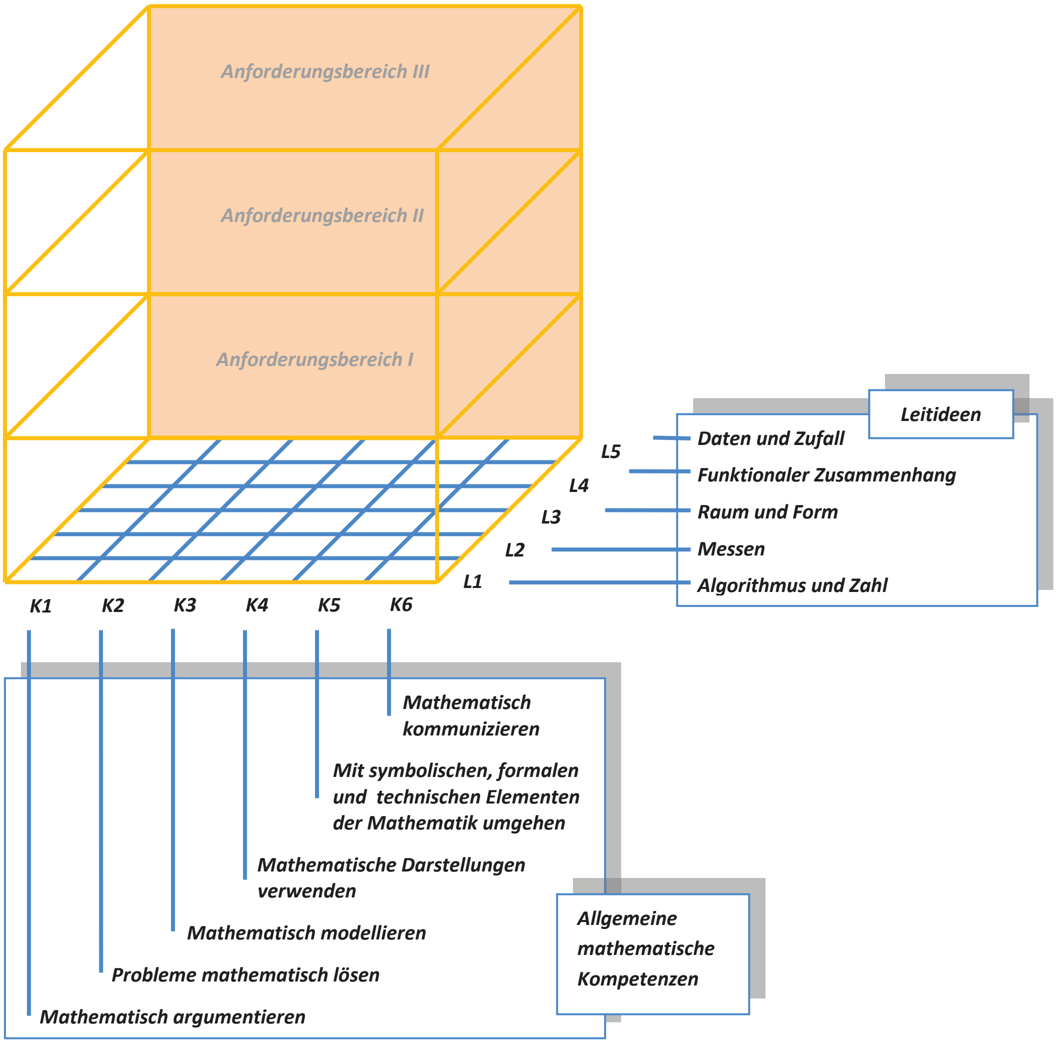


Abb. 5.5: *Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife* (KMK 2012, S.11).

5.4.3 Eine mögliche Zuordnung der mathematischen Hauptaktivitäten zu den CAS-Aufgaben

Die Entwicklung der CAS-Aufgaben erfolgte innerhalb der vorgestellten theoretischen Rahmung, deren zentrale Aspekte die Schülerzentrierung, die Binnendifferenzierung und das Diagnosepotential waren. Das bedeutet aber nicht, dass die Aufgabensammlung vollkommen losgelöst von den mathematischen Hauptaktivitäten entstand. Die aus der Historie der Mathematik abgeleiteten Aktivitäten erwiesen sich immer wieder als wichtig für die Entwicklung neuer Mathematik. Das ist die zentrale Begründung, warum Lernende immer noch bei der Erarbeitung mathematischer Inhalte auf diese Aktivitäten zurückgreifen (Zimmermann 1999). Bei der Konzeption einer Aufgabe ist es gewinnbringend zu überlegen, welche Aktivität damit initiiert werden kann und welche Aktivität sogar notwendig ist, um diese Aufgabe zu lösen. Vor diesem Hintergrund fand das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten bei der Konzeption der CAS-Aufgaben Berücksichtigung. In Tab. 5.3 findet sich eine mögliche Zuordnung zwischen den Aufgaben und den acht mathematischen Hauptaktivitäten.

Aufgabe	Mathematische Aktivität							
	Ordnen	Finden	Spielen	Konst-ruieren	Anwen-den	Berech-nen	Bewer-ten	Begrün-den
Sek. I (1)	X	X		X	X	X		
Sek. I (2)		X		X	X	X	X	X
Sek. I (3)				X	X	X	X	X
Sek. I (4)	X	X		X		X	X	X
Sek. I (5)					X	X	X	
Sek. I (6)		X	X	X		X		
Sek. I (7)			X		X	X	X	
Sek. I (8)			X			X	X	
Sek. II (1)		X		X	X	X	X	X
Sek. II (2)				X	X	X	X	
Sek. II (3)		X			X	X		
Sek. II (4)	X	X				X		

Tab. 5.3: *Eine mögliche Zuordnung der mathematischen Hauptaktivitäten zu den entwickelten CAS-Aufgaben* (Müller 2012/ Müller 2013a).

Die Aktivität Berechnen ist für die Bearbeitung jeder Aufgabe notwendig. Es kommt aber darauf an, inwieweit die Berechnungen per Hand ausgeführt oder sie dem CAS überlassen werden. Grundsätzlich können alle notwendigen Berechnungen von dem System durchgeführt werden. Umso entscheidender sind die anderen Aktivitäten, bei denen CAS eine Unterstützung bieten, welche sie aber nicht gänzlich übernehmen können. Aus diesem Grund kann die Verwendung derartiger CAS-Aufgaben im Mathematikunterricht einen Bedeutungsgewinn der Aktivitäten herbeiführen, die bisher unterrepräsentiert sind (vgl. Abb. 4.5 & 4.8).

Es ist festzuhalten, dass diese Zuordnung nur eine Möglichkeit ist. Es sind unter Umständen auch andere Zuordnungen denkbar. Das liegt daran, dass das Oktagon der mathematischen Hauptaktivitäten kein konventionelles Kategoriensystem darstellt. Ausdrücklich stehen die einzelnen Aktivitäten in engen Wechselbeziehungen und es gibt starke Verbindungen, daher wurde auch ein Oktagon mit allen Diagonalen als Symbol gewählt (Zimmermann 1999). Eine einzige Zuordnung, wie sie in einem disjunkten Kategoriensystem denkbare wäre, ist nicht möglich. Eine empirische Überprüfung in qualitativer Form könnte so einen Prozess ermöglichen. Durch den Austausch der Rater über Grenzfälle und der Erstellung des Codierungsmanuals würde eine robuste Fortentwicklung erfolgen. Der erste Schritt einer möglichen Zuordnung ist gemacht.

5.4.4 Implementierung der CAS-Aufgaben im Thüringer Mathematikunterricht

Damit die angesteuerten Ziele erreicht werden und die entwickelten CAS-Aufgaben den Weg in die Praxis finden, müssen sie den Thüringer Lehrern zugänglich gemacht werden. Während des Untersuchungszeitraums nutzten die Lehrkräfte der teilnehmenden Schulen eine Onlineplattform, um die CAS-Aufgaben zu beziehen. Ein Teil der Lehrenden war schon mit dem Onlineangebot *Moodle* vertraut und daher lag es nahe, diesen Kanal für den Austausch zu nutzen. Neben der Möglichkeit, die CAS-Aufgaben herunterzuladen, konnten die Lehrkräfte auch Zusatzinformation wie das Manual, Bilder und Videoclips beziehen.

Außerdem konnten sie sich in einem Chat über die eigenen Unterrichtserfahrungen austauschen. Besonders stark wurde der Datei-Download genutzt, da alle Aufgaben im Word-Format vorlagen. Dies hatten die Lehrenden erbeten, um etwaige Änderungen an den Aufgaben vornehmen zu können und sie somit besser auf ihre Klassen abzustimmen. Der entsprechende Link ist jetzt für alle Thüringer Lehrkräfte freigeschaltet und wurde über die offiziellen Kommunikationswege des ThILLM verbreitet:

http://www.mz.jena.de/moodle/course/view.php?id=1373

Auf der Onlineplattform können prinzipiell alle Mathematiklehrkräfte auf die erprobten CAS-Aufgaben und das beschriebene Zusatzangebot zurückgreifen (vgl. Abb. 5.6). Dieses Onlineangebot steht in der Tradition des in der Informatikdidaktik entwickelten Konzepts *Test & Interview* (Fothe 2005/ Fothe & Ludwig 2008) und bietet so ein vergleichbares Pendant für den Mathematikunterricht.

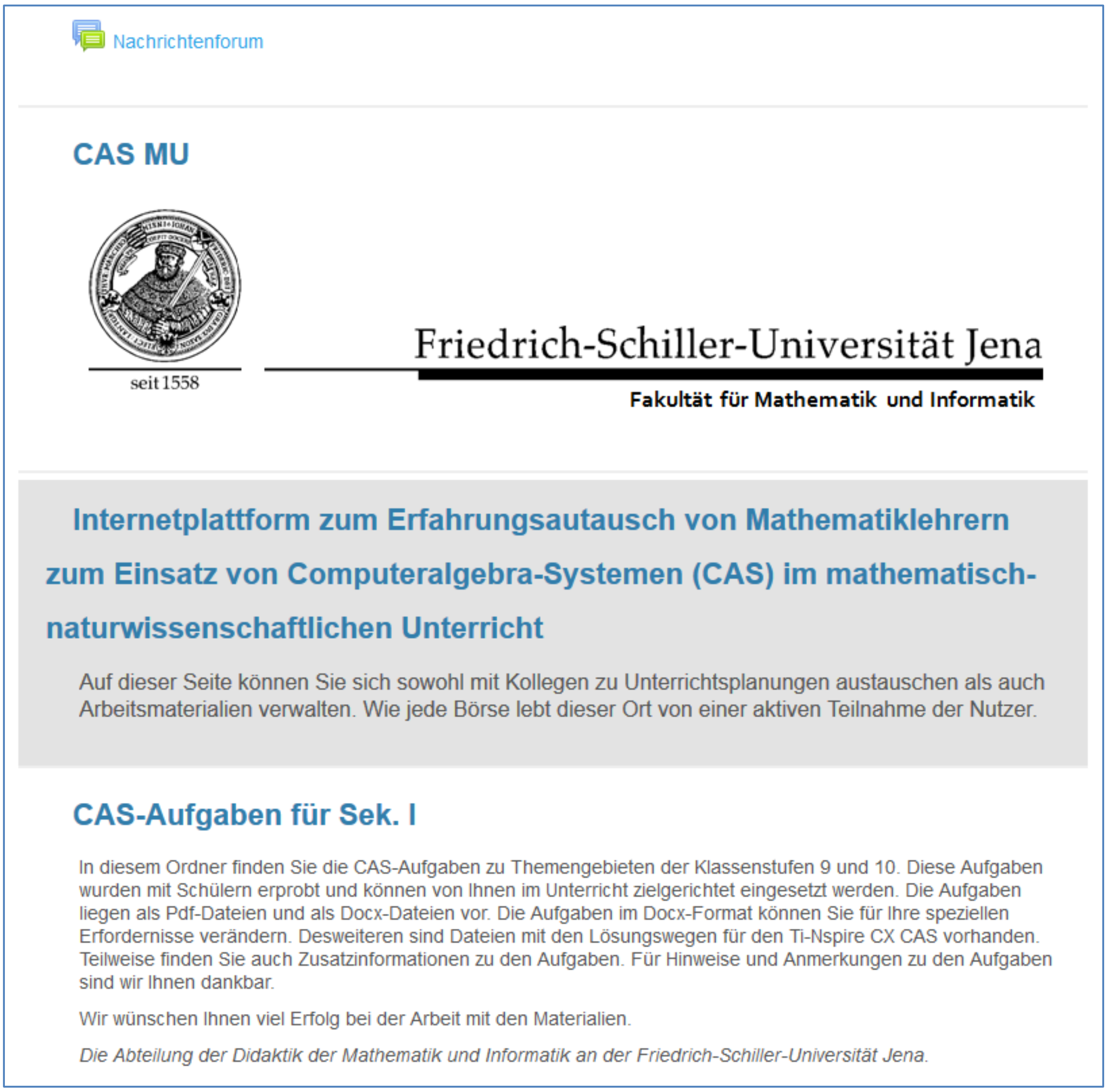


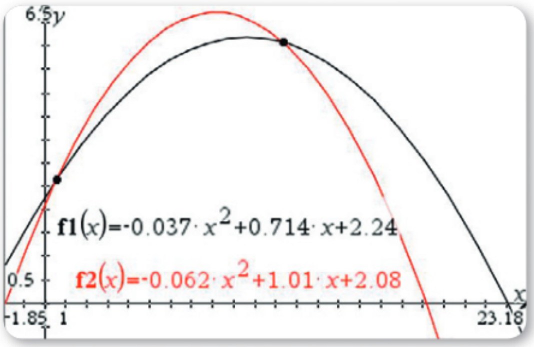
Abb. 5.6: *Screenshot-Ausschnitt der Onlineplattform zum Erfahrungsaustausch für Lehrkräfte zu den CAS-Aufgaben.*

Neben der Möglichkeit des Bezugs der CAS-Aufgaben via Internet werden die Aufgaben auch schrittweise in die Lehrbuchreihe *Mathe.Logo Gymnasium Thüringen* aufgenommen. Die Aufgaben finden in angepasster Form Einzug in die Ausgaben der Klassenstufen 9 bis 12. *Mathe.Logo Gymnasium Thüringen 9* erscheint im 3. Quartal 2014; die anderen Jahrgänge sollen in den nächsten Jahren folgen. Als Beispiel für die Aufnahme der Aufgaben in die Lehrbuchreihe sei die CAS-Aufgabe *„Wann ist weniger mehr? Der optimale Winkel beim Kugelstoßen“* genannt (vgl. Abb. 5.7). In der Aufgabe sollen die Lernenden experimentell den optimalen Abwurfwinkel beim Kugelstoßen bestimmen, denn überraschender Weise lautet die Antwort nicht 45°. CAS sind dabei eine entscheidende Unterstützung, da die entsprechenden Berechnungen für Lernende der Klassenstufe 9 zu komplex sind. Die entscheidenden Ideen können sie aber entwickeln, wie die Erprobung der Aufgabe ergab.

Hartes Training
Ein Trainer des Weltmeisters im Kugelstoßen David Storl betreut auch einen Nachwuchssportler. Anhand von Videoanalysen hat er für die Trainingsstöße Funktionsgleichungen der Parabeln für die Flugbahn ermittelt:

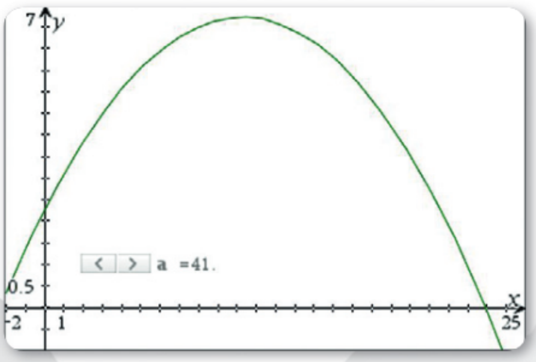
David Storl:
$f(x) = -0{,}037x^2 + 0{,}714x + 2{,}241$
(vgl. Aufgabe „Der Flug der Kugel“)

Nachwuchssportler:
$g(x) = -0{,}062x^2 + 1{,}013x + 2{,}082$



a) Bestimme die Schnittpunkte der beiden Parabeln mit deinem CAS grafisch. Überprüfe deine Lösung rechnerisch.

b) Versetze dich in die Lage des Trainers und vergleiche die beiden Flugkurven miteinander. Welche Tipps kannst du dem Nachwuchssportler geben?



Lösungsidee: Man kann mit einem CAS experimentieren und den Einfluss des Abwurfwinkels auf die Stoßweite untersuchen.
Im Internet findest du als Hilfe eine Datei.

Der optimale Wurfwinkel
Wenn sich Abwurf- und Landepunkt auf derselben Höhe befinden, dann ist aus der Physik bekannt, dass der optimale Abwurfwinkel $\alpha = 45°$ beträgt. Doch wie sieht es beim Kugelstoßen aus?

Stelle eine Vermutung für den optimalen Abwurfwinkel beim Kugelstoßen auf. Begründe deine Aussagen. Verwende als Grundlage deiner Untersuchungen die Flugkurve des Weltmeisters im Kugelstoßen David Storl:
$f(x) = -0{,}037x^2 + 0{,}714x + 2{,}241$
(vgl. Aufgabe „Der Flug der Kugel“)

Abb. 5.7: *Lehrbuch-Ausschnitt der CAS-Aufgabe „Wann ist weniger mehr? Der optimale Winkel beim Kugelstoßen“* (Kleine & Skorsetz 2014, S. 99).

5.5 Zur Lehrerbildung in Thüringen

Die verzögerte Entwicklung bei der Umsetzung der angestrebten Ziele des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht in Thüringen, insbesondere die zögerliche Entwicklung der Schülerzentrierung im Unterricht, kann mit einer kontinuierlichen Unterrichtskultur erklärt werden. Der Mathematikunterricht, wie das Schulwesen insgesamt, ist bekanntlich ein „Tanker“, der nur schwer den Kurs ändert (Weigand 2011, S. 235). Auch internationale Studien haben gezeigt, dass spürbare Auswirkungen im Unterricht, welche durch CAS initiiert wurden, Zeit brauchen (Smith 2006/ Neill 2009). Neben diesen Aspekten ist darüber hinaus zu bedenken, dass es in Thüringen ein deutliches Alleinstellungsmerkmal im Vergleich zu bisherigen CAS-Projekten gibt: Die Verbindlichkeit. Die Lehrkräfte mussten anfangen, mit den CAS zu unterrichten, um ihre Schülerinnen und Schülern vor Nachteilen in den zukünftigen zentralen Abschlussprüfungen zu bewahren. Es kann nicht davon ausgegangen werden, dass jeder Lehrende die CAS aus Überzeugung oder Einsicht in den Mehrwert der Systeme für den Unterricht verwendet. Nichtdestrotz beschäftigen sich die Lehrkräfte intensiv mit den CAS. In der Befragung gaben 10 der 15 Lehrenden an, dass sie Fortbildungen besucht haben. Im Durchschnitt wurden 3 Veranstaltungen pro Jahr besucht. Auch im Unterricht arbeiten die Lehrkräfte mit den Systemen. Sie gaben an, in 40 bis 60% der Stunden die CAS einzusetzen. In einer durchschnittlichen Stunde sind die Systeme 30 Minuten im Einsatz. Dennoch: 10 der 15 Lehrkräfte würden wieder auf die CAS verzichten, wenn sie die Wahl hätten. Die extrinsische Motivation der Lehrkräfte steht dem Abbau von Vorbehalten und einem experimentellen Umgang mit den CAS im Allgemeinen im Wege. Damit ist eine verzögerte Entwicklung bei der Umsetzung der angesteuerten Ziele zum CAS-Einsatz erklärbar. Umso wichtiger ist die verstärkte Fortbildung der Lehrkräfte, um Grenzen und Möglichkeiten der CAS für den Mathematikunterricht auszuloten. Die CAS können bei der Fortentwicklung des Mathematikunterrichts einen Beitrag leisten, aber die Lehrenden sind dabei von entscheidender Bedeutung (Burkhardt 2003, S. 23). Der Mehrwert von CAS für den Unterricht kann ohne die Lehrkraft nicht realisiert werden:

> *„In general, students who begin their CAS experience with a positive or less skeptical view of learning mathematics with technology may eventually conclude that technology is not a panacea. In our students´ opinions, we, their teachers, continue to be the most significant factor in maintaining or improving their attitudes.*”
>
> (Zbiek 2003, S. 201)

In einer umfangreichen Meta-Studie hat John A. C. Hattie (2009) die immanente Bedeutung der Lehrkraft für den Unterrichtsprozess im Allgemeinen herausgestellt. Der Autor empfiehlt eine Unterrichtsgestaltung mit den Augen der Lernenden:

> *„If the teacher`s lens can be changed to seeing learning through the eyes of students, this would be an excellent beginning.”*
>
> (Hattie 2009, S. 252)

Für diese Empfehlung müssen die Lehrkräfte sensibilisiert werden. Die Möglichkeiten von CAS für einen schülerzentrierten Unterricht sollten in künftigen Fortbildungsprogrammen thematisiert werden. In der Expertise zum CAS-Einsatz in Thüringen wurden Multiplikatoren-Schulungen und der Aufbau von lokalen Arbeitsgruppen gefordert, um einen breitenwirksamen Effekt zu erzielen (Barzel 2012, S. 76).

In dieser Absicht hat das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung im Mathematikunterricht (DZLM) in Zusammenarbeit mit dem TMBWK und dem ThILLM das CAS-Fortbildungsprojekt CAS ABI initiiert (Möller 2013). Diese Bemühungen sollten vor dem Hintergrund der Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung intensiviert werden. Es können Empfehlungen für die Lehrerbildung in Thüringen gegeben werden:

- Den Lehrkräften sind die Vorteile von CAS bewusst, dennoch ist eine Breitenwirkung in Bezug auf die Schülerzentrierung nur zum Teil nachweisbar. Zukünftige CAS-Fortbildungen sollten daher konkret methodische Aspekte des CAS-Einsatzes im Mathematikunterricht in den Fokus rücken.
- Die Bedienungsschwierigkeiten haben abgenommen; die Bedienung der Systeme sollte in den weiteren Fortbildungen eine untergeordnete Rolle spielen.
- Die Lehrkräfte empfanden die Entwicklung neuer CAS-Aufgaben als Unterstützung; die Konzeption neuer Aufgaben sollte ein Kerninhalt zukünftiger Fortbildungen sein.
- Die Lehrenden begrüßen in Hinblick auf das CAS-Abitur den OHiMi-Teil. Die CAS-Fortbildungen sollten die Ausgewogenheit zwischen Aufgaben mit und ohne Hilfsmittel thematisieren. Dabei sollten Synergie-Effekte zwischen den beiden Aufgabentypen aufgezeigt und für das Zeitmanagement im Unterricht nutzbar gemacht werden.

Doch nicht nur die Fortbildung der Lehrenden ist an dieser Stelle zu bedenken, auch die Ausbildung junger Mathematiklehrkräfte muss an die veränderte Unterrichtswirklichkeit angepasst werden. Die jungen Lehrkräfte müssen für ihre zukünftigen Aufgaben gewappnet sein, um den digitalen Herausforderungen adäquat begegnen zu können. Aus diesem Grund hat die Friedrich-Schiller-Universität Jena reagiert und Ausbildungsinhalte zu den CAS in die Lehramtsausbildung integriert. In didaktischen Pflichtmodulen ab dem 7. Semester wird der Einsatz der Systeme themengebunden aus fachdidaktischer Perspektive beleuchtet. Dabei werden ebenfalls die im Praxissemester gewonnenen unterrichtspraktischen Erfahrungen herangezogen. Den Studierenden kann derzeit auf Anforderung eine Einzelplatzlizenz für ein CAS *(CASIO ClassPad Manager)* kostenfrei zur Verfügung gestellt werden. Im zukünftigen Pflichtmodul (derzeit noch Wahlpflichtmodul) Algebra und Zahlentheorie im 8. Semester werden u. a. fachwissenschaftliche Grundlagen der CAS und ausgewählte Algorithmen thematisiert. Im Pflichtmodul Elementare Methoden der numerischen Mathematik kommen fortgeschrittene CAS *(Matlab, Mathematica, Maple)* zur Anwendung. Außerdem wird regelmäßig ein Wahlpflichtmodul angeboten, das den Fokus auf den Computereinsatz im Mathematikunterricht legt. Dieses Seminar wurde im Rahmen einer Staatsexamensarbeit evaluiert und fortentwickelt (Mastalirsch 2013). Die Arbeit erfolgte in Anlehnung an die vorliegende Untersuchung zum CAS-Einsatz in Thüringen. Es liegt im Interesse der Lehrerbildung in Thüringen, dass jede Mathematiklehrkraft ein solides didaktisches Fundament zum CAS-Einsatz im Unterricht in ihrer Ausbildung erwirbt. Vielleicht kann eine an der Friedrich-Schiller-Universität entwickelte Software zum Umgang mit komplexen Unterrichtssituationen in der Lehrerausbildung eingesetzt werden. Das realitätsbezogene interaktive Computerszenario macht die Komplexität des Unterrichts und die resultierenden Anforderungen für die Lehrkraft erfahrbar (Fritzlar 2004). Die interaktive Software müsste um konkrete CAS-Szenarien ergänzt werden, die auf die Spezifik eines CAS-gestützten Unterrichts wie z.B. der Interpretation von Ergebnisausgaben und Fehlermeldungen eingeht. Ein solches Computerprogramm kann dabei helfen, die speziellen Probleme des CAS-Einsatzes als Lernchance zu nutzen (Drijvers 2002, S. 227 f.).

5.6 Zusammenfassung der Diskussion

Die Ergebnisse der Untersuchung legen nahe, dass das mit der CAS-Einführung verknüpfte Ziel eines schülerzentrierteren Mathematikunterrichts in den ersten zwei Jahren nur teilweise erreicht wurde. Ausgehend von nationalen und internationalen Studien wurde vermutet, dass die Offenheit im Mathematikunterricht zunimmt (H1). Die Hypothese 1 kann auf der widersprüchlichen Datengrundlage der vorliegenden Untersuchung nicht falsifiziert werden. Die Lernenden empfanden den Mathematikunterricht nach dem ersten Jahr geschlossener als zu Beginn des Untersuchungszeitraums. Die Lehrenden hingegen sahen keinen Unterschied bei der Offenheit. Im zweiten Jahr bewerteten die Lernenden den Mathematikunterricht offener. Dieser Zuwachs wurde durch die Einschätzung der Lehrenden bestätigt. Die wechselvolle Bewertung von Seiten der Lernenden deckt sich mit anderen Studien zum CAS-Einsatz (Greefrath & Rieß 2012/ Greefrath & Rieß 2013). Internationale Untersuchungen legen nahe, dass es Zeit braucht, bis der Mehrwert der CAS im Unterricht spürbar zum Tragen kommt (Zbiek & Hollebrands 2008/ Smith 2006/ Neill 2009). Dieser Effekt wird vermutlich durch die Thüringer Besonderheit der Verbindlichkeit beim Einsatz der Systeme verstärkt.

Das trifft vielleicht auch auf die acht mathematischen Hauptaktivitäten im CAS-Unterricht zu. Auf der Grundlage finnischer Ergebnisse wurde vermutet, dass es eine Bedeutungsverschiebung im Mathematikunterricht mit CAS unter den Hauptaktivitäten geben würde (H2). Aus Sicht der Lernenden und Lehrenden hat sich in den ersten zwei Jahren keine Veränderung bei den Aktivitäten im Unterricht ergeben. Es bleibt ein positiver Aspekt hervorzuheben: Die Lehrenden sahen einen signifikanten Bedeutungsgewinn für die Aktivität Spielen. Die Lernenden stimmten dem zwar nicht zu, dennoch wäre dies eine erfreuliche Veränderung, da diese Aktivität den anderen mathematischen Aktivitäten im Thüringer Unterricht nachsteht. Die Hypothese 2 muss auf dieser Datengrundlage abgelehnt werden. Die Gründe für das Ausbleiben einer fundamentalen Bedeutungsverschiebung liegen in den Unterschieden zwischen dem finnischen und dem deutschen Schulwesen (Overesch 2007/ Döbert et al. 2004) oder in dem unterschiedlichen methodischen Vorgehen der finnischen Studie.

Es kann festgehalten werden, dass die Vorteile der Systeme für den Mathematikunterricht von den Lehrkräften durchaus wahrgenommen werden. Die Lehrenden sehen die Potentiale von CAS-Aufgaben in Hinblick auf die Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnose. Innerhalb der Erprobung neuer CAS-Aufgaben konnten diese Potentiale an mehreren Beispielen herausgearbeitet werden. Die entsprechende Hypothese 3 kann angenommen werden: Wenn Mathematikaufgaben unter Berücksichtigung der Möglichkeiten von CAS entwickelt werden, dann kann die Qualität der Aufgaben in Hinblick auf Schülerzentrierung, Binnendifferenzierung und Diagnosepotential erhöht werden. Mit der Annahme der dritten Hypothese konnte auch das erarbeitete Modell der CAS-Aufgabenentwicklung (vgl. Abb. 2.11) bestätigt werden. Die entwickelten CAS-Aufgaben stehen den Mathematiklehrkräften online und in gedruckter Form zur Verfügung. Somit konnte den Lehrkräften die angestrebte Hilfestellung für den CAS-gestützten Unterricht in Gestalt eines neuen Instruments nach dem Vorbild von *Test & Interview* (Fothe et al. 2008) bereitgestellt werden.

Damit der positive Einfluss von CAS auf den Unterricht spürbar wird, sind die Lehrkräfte weiterhin auf externe Unterstützung in Form von Fortbildungen und Unterrichtsmaterialen angewiesen. Konkrete Gelingensbedingungen konnten auf der Datengrundlage dieser Untersuchung formuliert werden. Gerade weil sich die Lehrkräfte der Potentiale der CAS für den Mathematikunterricht bewusst sind, ist zu erwarten, dass sich der am Ende des Untersuchungszeitraums beobachtete positive Trend bei der Schülerzentrierung in den nächsten Jahren verstärken wird. Dass es Zeit braucht, bis sich Veränderungen im Mathematikunterricht einstellen, ist bekannt. Es ist daher ein lohnenswertes Unterfangen, den Mathematikunterricht in Thüringen weiterhin wissenschaftlich zu begleiten. Nicht zuletzt gibt es einen Mangel an Langzeitstudien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht (Barzel 2012, S. 29). Die Erhebungsinstrumente der vorliegenden Untersuchung sind erprobt und stehen für einen erneuten Einsatz bereit.

Literatur

Backhaus, K.; Erichson, B.; Plinke, W.; Weiber, R. (2006). *Multivariate Analysemethode: Eine anwendungsorientierte Einführung*. Heidelberg u.a.: Springer.

Barzel, B. (2006). Mathematikunterricht zwischen Konstruktion und Instruktion: Evaluation einer Lernwerkstatt im 11. Jahrgang mit integriertem Rechnereinsatz. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)* 27 (3-4). S. 321–322.

Barzel, B. (2012). *Computeralgebra im Mathematikunterricht. Ein Mehrwert – aber wann?* Münster u.a.: Waxmann.

Beaudin, M; Bowers, D. (1997). Logistics for facilitating CAS instruction. In: J. Monoghan; J. Berry; M. Kronfellner; B. Kutzler (Hrsg.), *The State of Computer Algebra in Mathematics Education* (S. 126-135). Chartwell Bratt.

Behr, U.; Fothe, M.; Meißner, G.; Müller, M.; Strödter, C.; Szücs, K. (2013). Abiturprüfungen in den Fächern Mathematik und Informatik – betrachtet aus der Perspektive der Fachdidaktiken. In: A. Jantowski (Hrsg.), *Thillm.2013 – Gemeinsam leben. Miteinander lernen. Impulse 58* (S. 248-263). Bad Berka: Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien.

Benner, D. (1989). Auf dem Weg zur Öffnung von Unterricht und Schule. Theoretische Grundlagen zur Weiterentwicklung der Schulpädagogik. *Die Grundschulzeitschrift* (27). S. 46-55.

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical Enculturation*. Dordrecht: Kluwer.

Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Keller, K.; Leiss, D.; Müller, M; Katzenbach, M; Köller, O.; Roppelt, A. (2009). *Bildungsstandards: Kompetenzen überprüfen. Mathematik Sekundarstufe 1. Handreichung*. Berlin: Cornelsen.

Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O. (2010). *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Heidelberg u.a.: Springer.

Bönsch, M. (1995). *Differenzierung in Schule und Unterricht. Ansprüche – Formen – Strategien*. München: Ehrenwirth.

Bönsch, M.; Schittko, K. (1979). *Offener Unterricht*. Hannover u.a.: Schroedel.

Bruder, R. (2000). Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen. In: W. Herget; L. Flade (Hrsg.), *Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen* (S. 69-78). Berlin: Volk und Wissen.

Burkhardt, W. (2003). Wie viel CAS braucht der Mensch? *Computeralgebra – Rundbrief* 32. S. 155-166.

Büchter, A.; Leuders, T. (2007). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bühner, M; Ziegler, M. (2009). *Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler*. München: Pearson Studium.

Chevallard, Y. (1999). L´analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19. S. 221-266.

Clausen, M. (2002). *Unterrichtsqualität: Eine Frage der Perspektive?* Münster u.a.: Waxmann.

Creswell, J. W.; Plano Clark, V.; Gutmann, M. L.; Hanson, W. E. (2003). Advanced mixed methods research designs. In: A. Tashakkori; C. Teddlie (Hrsg.), *Handbook of Mixed Methods in Social and Behavior Research* (S. 209-240). New York: Sage Publication.

Dambeck, H. (2013). *CAS-Rechner im Mathe-Unterricht: Glaubenskrieg um die Mini-Genies*. Spiegel Online. Unter: http://www.spiegel.de/wissenschaft/mensch/computeralgebrasysteme-streit-um-cas-mathematik-computer-a-894547.html Zugriff: 31. Mai 2014

Dannenhauer, U.; Debray, P.; Kliemann, S.; Thien, I. (2008). Aufgaben mit diagnostischem Potential selbst entwickeln. In: S. Kliemann (Hrsg.), *Diagnostizieren und Fördern in der Sekundarstufe 1 – Schülerkompetenzen erkennen, unterstützen und ausbauen* (S. 57-73). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Diekmann, A. (2004). *Empirische Sozialforschung. Grundlagen, Methoden, Anwendungen*. Reinbeck bei Hamburg: Rowohlt.

Döbert, H.; Klieme, E.; Sroka, W. (2004). *Conditions of school performance in seven countries. A quest for understanding the international variation of PISA results.* Münster u.a.: Waxmann.

Dresing, T; Pehl, T. (2011). *Praxisbuch Transkription. Regelsysteme, Software und praktische Anleitung für qualitative ForscherInnen*. Marburg: Eigenverlag.

Drijvers, P. (2002). Learning mathematics in a computer algebra environment: obstacles are opportunities. *The International Journal on Mathematics Education* 34 (5). S. 221-228.

Drijvers, P. (2004). Learning algebra in a computer algebra environment. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education* 11 (3). S. 77-89.

Drüke-Noe, C. (2012). Können Lernstanderhebungen einen Beitrag zur Unterrichtsentwicklung leisten? In: W. Blum; R. Borromeo Ferri; K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität* (S. 284-293). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Eronen, L.; Haapasalo, L. (2010). Making Mathematics through progressive Technology. In: B. Sriraman; C. Bergsten; S. Goodchild; G. Pälsdottir; B. Dahl; L. Haapasalo (Hrsg.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education – Norway, Sweden, Iceland, Denmark and constributions from Finland* (Nr. 50). Charlotte: Information Age Publishing Inc. & The Montana Council.

Flick, U. (2007). *Qualitative Sozialforschung: Eine Einführung*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.

Fothe, M. (2005). Rekursion und Iteration: Voruntersuchung zu einem Test. In: S. Friedrich (Hrsg.), *Unterrichtskonzepte für informatische Bildung. INFOS 2005– 11. GI-Fachtagung Informatik und Schule 28.-30. September 2005 in Dresden* (S. 207-218). Bonn: Gesellschaft für Informatik.

Fothe, M. (2008). Bildungsstandards Informatik für die Sekundarstufe II - Vorüberlegungen zur Entwicklung. In: T. Brinda; M. Fothe; P. Hubwieser; K. Schlüter (Hrsg.), *Lecture Notes in Informatics. Didaktik der Informatik - Aktuelle Forschungsergebnisse. 5. Workshop der GI-Fachgruppe "Didaktik der Informatik" 24.-25. September 2008 in Erlangen* (S. 107-116). Bonn: Gesellschaft für Informatik.

Fothe, M.; Greefrath, G. (2007). *Mathematikunterricht mit digitalen Werkzeugen. Unterricht, Prüfungen und Evaluation*. Münster: MV BUSINESS.

Fothe, M.; Hermann, M.; Zimmermann, B. (2006). *Learning in Europe. Computers in Mathematics Instruction.* Jena: Collegium Europaeum Jenense.

Fothe, M.; Ludwig, H.; Küspert, K.; Wenzel, M. (2006). Unterrichtsreflexion mit ungewöhnlichen Mitteln. Eine Studie zu Möglichkeiten der externen Unterstützung von Informatiklehrerinnen und –lehrern am Beispiel „Rekursion und Iteration". *LOG IN* 141/142. S. 52-63.

Fothe, M.; Ludwig, H. (2008). Zu Möglichkeiten der externen Unterstützung von Informatiklehrerinnen und -lehrern in der gymnasialen Oberstufe. *Informatica Didactica* 8. S. 1-13.

Fothe, M. (2010). *Kunterbunte Schulinformatik. Ideen für einen kompetenzorientierten Unterricht in den Sekundarstufen I und II*. Berlin: LOG IN.

Fothe, S. (2011). Schlüsselstellen lösungsbasierter Instruktionen. *Wissenplus* (5) 2011/2012. S. 35-38.

Fritzlar, T. (2004). *Zur Sensibilität von Studierenden für die Komplexität problemorientierten Mathematikunterrichts*. Hamburg: Dr. Kovač.

Giaconia, R. M.; Hedges, L. V. (1982). Identifying features of effektive open education. *Review of Educational Research* 52 (4). S. 579-602.

Goetze, H. (1995). Wenn Freie Arbeit schwierig wird … – Stolpersteine auf dem Weg zum Offenen Unterricht. In: G. Reiß; G. Eberle (Hrsg.), *Offener Unterricht – Freie Arbeit mit lernschwachen Schülern*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Greefrath, G. (2007). Computeralgebrasysteme und Prüfungen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 25.3. bis 30.3.2007 in Berlin* (S. 55-58). Hildesheim u.a.: Franzbecker.

Greefrath, G. (2012). Überzeugungen und Erfahrungen von Lernenden im Unterricht mit digitalen Werkzeugen. In: Ludwig, M.; Kleine, M. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 5.03. bis 09.03.2012 in Weingarten.* (1; S. 309-312). Münster: WTM.

Greefrath, G.; Leuders, T.; Pallack, A. (2008). Gute Abituraufgaben – (ob) mit oder ohne Neue Medien. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)* 61 (2). S. 79-83.

Greefrath, G., Rieß, M. (2012). Using CAS-Handhelds at lower secondary level – Results of an empirical study. In: *The 12th International Congress on Mathematical Education from the 8th July to 15th July 2012 in Seoul*. Pre-Proceedings (S. 3823-3830). Seoul: CEOX.

Greefrath, G., Rieß, M. (2013). Reality based test tasks with digital tools at lower secondary level. In: G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, J. P. Brown (Hrsg.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice. ICTMA 15*. (S. 445-456). Dordrecht: Springer.

Grell, J. (2001). *Techniken des Lehrerverhaltens*. Weinheim u.a.: Beltz.

Haapasalo, L. (2011). Zoktagon – Ein möglicher Einstieg in eine neue Art der Bewertung von Mathematik und Mathematikunterricht. In: T. Fritzlar; L. Haapasalo; R. Hartmut (Hrsg.), *Konstruktionsprozesse und Mathematikunterricht. Festschrift für Herrn Prof. Dr. Bernd Zimmermann* (S. 129-145). Hildesheim u.a.: Franzbecker.

Haapasalo, L.; Eronen, L. (2010). Design of pedagogical studies to shift mathematical profiles among student teachers. In: B. Sriraman; C. Bergsten; S. Goodchild; G. Pälsdottir; B. Dahl; L. Haapasalo (2010), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education – Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland* (Nr. 51). Charlotte: Information Age Publishing Inc. & The Montana Council.

Hattie, J. A. C. (2009). *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* London u.a.: Routledge.

Helmke, A. (2004). *Unterrichtsqualität. Erfassen – Bewerten – Verbessern*. Seelze: Kallmeyer.

Heugl, H.; Klinger, W.; Lechner, J. (1996). *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen. Ein didaktisches Lehrbuch mit Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt.* Bonn u.a.: Addison-Wesley.

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik.* Band 13. Weinheim u.a.: Beltz.

Hitt, F.; Kieran, C (2009). Constructing knowledge via a peer interaction in a CAS environment with task designed from a Task-Technique-Theory perspective. *International Journal for Computer in Mathematics Learning* 14. S. 121-152.

Hoyles, C.; Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In: A. J. Bishop; M. A. Clements; C. Keitel; J. Kilpatrick; F. Leung (Hrsg.). Second International Handbook of Mathematics Education (1; S. 323–349). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.

Hußmann, S.; Thiele, J.; Hinz, R.; Prediger, S.; Ralle, B. (2013). Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In: M. Komorek; S. Prediger (Hrsg.), *Der lange Weg zum Unterrichtsdesign: Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme.* Münster u.a.: Waxmann.

Janssen, J.; Laatz, W. (2007). *Statistische Datenanalyse mit SPSS für Windows*. Heidelberg u.a.: Springer.

Jürgens, E. (1994). *Erprobte Wochenplan- und Freiarbeits-Ideen in der Sekundarstufe I.* Heinsberg: Agentur Dieck.

Kahneman, D. (2012). *Schnelles Denken, Langsames Denken*. München: Siedler.

Kieran, C; Drijvers, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 11 (2). S. 205-263.

Kleine, M.; Skorsetz, B. (2014). *Mathe.Logo Gymnasium Thüringen 9.* Bamberg: C.C. Buchner.

Kliemann, S. (2008). Förderung durch individualisierte Lehrmethoden. In: S. Kliemann (Hrsg.), *Diagnostizieren und Fördern in der Sekundarstufe 1 – Schülerkompetenzen erkennen, unterstützen und ausbauen* (S. 12-21). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Klieme, E.; Artelt, C.; Hartig, J.; Jude, N.; Köller, O.; Prenzel, M.; Schneider, W.; Stanat, P. (2010). *PISA 2009 – Bilanz nach einem Jahrzehnt*. Münster u.a.: Waxmann.

Knobloch, E. (1971). Zur Herkunft und weiteren Verbreitung des Emblems in der Leibnizschen Dissertatio de arte combinatoria. *Studia leibnitiana* 3 (4). S. 290-292.

Kuckartz, U.; Dresing, T.; Rädiker, S.; Stefer, C. (2008). *Qualitative Evaluation – Der Einstieg in die Praxis*. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Kultusministerkonferenz der Länder (1989). *Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 01.12.1989 in der Fassung 24.05.2002. Unter: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/1989/1989_12_01-EPA-Mathe.pdf* Zugriff: 31. Mai 2014

Kultusministerkonferenz der Länder (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012*. Unter: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf Zugriff: 31. Mai 2014

Kutzler, B. (2003). CAS as pedagogical tools for teaching and learning mathematics. In: J. T. Fey; A. Cuoco; C. Kieran; L. McMullin; R. M. Zbiek (Hrsg.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (S. 53–72). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lagrange, J.-B. (2003). Learning techniques and concepts using CAS: A practical and theoretical reflection. In: J. T. Fey; A. Cuoco; C. Kieran; L. McMullin; R. M. Zbiek (Hrsg.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (S. 269–285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Leibniz, G. W. (1980). *Alle Schriften und Briefe. Reihe 6: Philosophische Schriften.* Band 3. Berlin: Akademie der Wissenschaften.

Lumb, S.; Monaghan, J.; Mulligan, S. (2000). Issues arising when teachers make extensive use of computer algebra. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education* 7(4). S. 223–240.

Mastalirsch, A. (2013). *Die Verwendung von digitalen Werkzeugen in der Sekundarstufe I. Unter Berücksichtigung der qualitativen Evaluation des Seminars „Computereinsatz im Mathematikunterricht".* Staatsexamensarbeit. Jena: Friedrich-Schiller-Universität.

Mayring, P. A. (2008). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Beltz.

Meißner, G. (2013). *Leistungsanforderungen an Teilnehmerinnen und Teilnehmer von Informatikwettbewerben. Eine Untersuchung auf Grundlage des Kompetenz-Paradigmas*. Dissertation. Jena: Friedrich-Schiller-Universität.

Moldenhauer, W. (2007). Computeralgebrasysteme im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Thüringen. *Computeralgebra-Rundbrief* 10 (41). S. 26-29.

Möller, R. (2013). MAMUTH – Mathematikunterricht in Thüringen. CAS ABI – Abitur mit CAS. Unter: http://projekte.uni-erfurt.de/mamuth/files/flyer.pdf Zugriff: 26.05.2014

Müller, M. (2012). *CAS-Testaufgaben zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I*. Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik. Jena: Friedrich-Schiller-Universität.

Müller, M. (2013a). *CAS-Testaufgaben zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II*. Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik. Jena: Friedrich-Schiller-Universität.

Müller, M. (2013b). Ausgewählte empirische Untersuchungen zum CAS-Einsatz im Thüringer Mathematikunterricht – Ergebnisse nach dem ersten Jahr der CAS-Einführung. In: G. Greefrath; F. Käpnick; M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 04.03.2013 bis 08.03.2013 in Münster* (2; S. 676-679). Münster: WTM.

Müller, M. (2013c). A new instrument to document changes in technological learning environments for mathematical activities drawn from history. In: B. Ubuz; C. Haser; M. A. Mariotti (Hrsg.), *Proceedings of the Eighteen Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 2779-2781). Ankara: Middle East Technical University & ERME.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Neill, A. (2009). Key findings from the CAS pilot program. *The New Zealand Mathematics Magazine* 46 (1). S. 14–27.

Nestle, W. (1975). Die Formulierung von Unterrichtsmodellen, Lehrplanungen und Arbeitsanweisungen. In: K. Frey et al. (Hrsg.), *Curriculum Handbuch* (2, S. 170-178). München: Piper.

Norman, G. (2010). Likert scales, levels of measurement and the "laws" of statistics. *Advances in Health Sciences Education* 15. S. 625-632.

Overesch, A. (2007). *Wie die Schulpolitik ihre Probleme (nicht) löst: Deutschland und Finnland im Vergleich.* Münster u.a.: Waxmann.

Özgün-Koca, S. A. (2010). Prospective teachers' views on the use of calculators with computer algebra system in algebra instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13 (1). S. 49–71.

Pallack, A. (2007). Die gute CAS-Aufgabe für die Prüfung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 25.3. bis 30.3.2007 in Berlin.* (1; S. 90-93) Hildesheim u.a.: Franzbecker.

Paradies, L.; Linser, H. J. (2001). *Differenzieren im Unterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Peschel, F. (2003a). *Offener Unterricht. Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion. Teil 1: Allgemeindidaktische Überlegungen*. Hohengehren: Schneider.

Peschel, F. (2003b). *Offener Unterricht. Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion. Teil 2: Fachdidaktische Überlegungen*. Hohengehren: Schneider.

Ramseger, J. (1985). *Offener Unterricht in der Erprobung. Erfahrungen mit einem didaktischen Modell.* Weinheim u.a.: Juventa.

Rathay, P. (2011). Teurer Taschenrechner kommt. Thüringer Allgemeine. Unter: http://www.otz.de/web/zgt/suche/detail/-/specific/Teurer-Taschenrechner-kommt- 991299954 Zugriff: 31. Mai 2014

Reiser-Fischer, A. (2010). Teure Spickzettel: Streit um neue Taschenrechner an Schulen. Thüringer Allgemeine. Unter: http://www.otz.de/web/zgt/suche/detail/-/specific/Teure-Spickzettel-Streit-um-neue-Taschenrechner-an-Schulen-561670413 Zugriff: 31. Mai 2014

Rinne, H. (1997). *Taschenbuch der Statistik*. Frankfurt am Main: Harri Deutsch.

Rogers, C. R. (1965). *Client-Centered Therapy*. Boston: Houghton Mifflin.

Ruf, U.; Gallin, P. (1998). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik*. Seelze: Kallmeyer.

Schirmer, D. (2009). *Empirische Methoden der Sozialforschung. Grundlagen und Techniken.* Paderborn: Wilhelm Fink.

Schmidt, K. (2009). Mathematics education with a handheld CAS – the students´ perspective. *International Journal for Technology in Mathematics Education* 17 (2). S. 105-110.

Schmidt, K.; Köhler, A.; Moldenhauer, W. (2009). Introducing a computer algebra system in mathematics education – empirical evidence from Germany. *International Journal for Technology in Mathematics Education* 16 (1). S. 11-26.

Schnell, R.; Hill, P. B.; Esser, E. (2011). *Methoden der empirischen Sozialforschung*. Oldenburg: Wissenschafts Verlag.

Schreiber, M. (2011). Vorreiter auf Schülerkosten. Südthüringer Zeitung. Unter: http://www.insuedthueringen.de/regional/thueringen/thuefwthuedeu/Vorreiter-auf-Schuelerkosten;art83467,1644800 Zugriff: 31. Mai 2014

Siemens, A. (2008). Diagnosetheorien. In: S. Kliemann (Hrsg.). *Diagnostizieren und Fördern in der Sekundarstufe I – Schülerkompetenzen erkennen, unterstützen und ausbauen* (S. 12-21). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Smith, D. (2006). CAS – a journey has begun in Aotearoa. *New Zealand Mathematics Magazine* 43 (2). S. 1–25.

Toeplitz, O. (1972). *Die Entwicklung der Analysis.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2011). *Medieninformation. CAS-Taschenrechner werden an Gymnasien eingeführt/ Wissenschaftliche Expertise unterstützt den Einsatz*. Unter: http://www.schulportal-thueringen.de/web/guest/media/detail?tspi=2539 Zugriff: 31. Mai 2014

Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2013). *Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife. Mathematik*. Unter: https://www.schulportal-thueringen.de/media/detail?tspi=4470 Zugriff: 31. Mai 2014

Unger, H. (2000). *Computeralgebra in der AHS.* Dissertation. Wien: Universität Wien.

Veltman, M. J. G. (2003). *Facts and Mysteries in Elementary Particle Physics*. River Edge, NJ: World Scientific.

Wagner, A. C. (1979). Selbstgesteuertes Lernen im offenen Unterricht – Erfahrungen mit einem Unterrichtsversuch in der Grundschule. In: W. Einsiedler (Hrsg.), *Konzeptionen des Grundschulunterrichts* (S. 174-186). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Wagner, A. C. (1982). *Schülerzentrierter Unterricht*. München u.a.: Urban & Schwarzenberg.

Wagner, R. F.; Hinz, A.; Rausch, A.; Becker, B. (2009). *Modul pädagogische Psychologie*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Weigand, H.-G. (2006). Der Einsatz eines Taschencomputers in der 10. Klassenstufe – Evaluation eines einjährigen Schulversuches. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)* 27 (2). S. 89-112.

Weigand, H.-G. (2011). Der Mathematikunterricht: Und er bewegt sich doch – nur eben langsam! *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung* 19. S. 234-237.

Weigand, H.-G.; Bichler, E. (2009). *Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M³) an bayerischen Gymnasien. 100. MNU Kongress Regensburg*. Unter: http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/weigand/M3_Projekt_Materialien/MNU-Regensburg-2009-Weigand%20Bichler.pdf Zugriff: 18. November 2013.

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in der Schule – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessung in Schulen* (S. 17-32). Weinheim: Beltz.

Weinert, F. E.; Schrader, F.-W. (1986). Diagnose des Lehrers als Diagnostiker. In: H. Petillon; J. W. L. Wagner; B. Wolf (Hrsg.), *Schülergerechte Diagnose* (S. 11-29). Weinheim: Beltz.

Wiske, M.; Houde, R. (1993). From recitation to construction: Teachers change with new technologies. In: J. Schwartz; M. Yerushalmy; B. Wilson (Hrsg.), *The geometric supposer: What is it a case of?* (S. 193-215). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Wittman, E. (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Braunschweig u.a.: Vieweg.

Zbiek, R. M. (2003). Using research to influence teaching and learning with computer algebra systems. In: J. T. Fey; A. Cuoco; C. Kieran; L. McMullin; R. M. Zbiek (Hrsg.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (S. 197-217). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Zbiek, R. M.; Hollebrands, K. (2008). A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. In: M. K. Heid; G. W. Blume (Hrsg.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases, and perspectives. Research syntheses*. (1; S. 287-344). Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

Zimmermann, B (1998). On changing patterns in the history of mathematical beliefs. In: E. Pehkonen; G. Törner (Hrsg.), *The state-of-art in mathematics related belief research. Results of the MAVI activities research report* (195, S. 107-117). Helsinki: University Press.

Zimmermann, B. (1999). Kreativität in der Geschichte der Mathematik. In: B. Zimmermann; G. David; T. Fritzlar; F. Heinrich; M. Schmitz (Hrsg.), *Kreatives Denken und Innovationen in mathematischen Wissenschaften. Tagungsband Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik* (29) Unter: http://users.minet.uni-jena.de/~schmitzm/kreativesdenken/tagband/zimmermann/zimmermann.pdf Zugriff: 26. Mai 2014.

Zimmermann, B. (2003). On the genesis of mathematics and mathematical thinking – a network of motives and activities drawn from the history of mathematics. In: L. Haapasalo; K. Sormunen (Hrsg.), *Towards meaningful mathematics and science education* (S. 29–47). University of Joensuu: Bulletins of the Faculty of Education 86.

Zimmermann, B; Fritzlar, T.; Haapasalo, L.; Rehlich, H. (2011). Possible gain of IT in problem oriented learning environments from the viewpoint of history of mathematics and modern learning theories. *Electronic Journal of Mathematics & Technology* (2). Unter: http://atcm.mathandtech.org/EP2010/invited/3052010_18307.pdf Zugriff: 26.05.2014

Anhang

A Fragebogen der Lernenden

B Interviewleitfaden der Lehrenden

C Statistische Analysen

D Codierungssequenzen

E Schlüsselstellen der CAS-Aufgaben - Übersicht

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem folgenden Fragebogen möchten wir Sie um eine Einschätzung zum Mathematikunterricht bitten. Dieser Fragebogen dient dazu ein Bild vom bisherigen Mathematikunterricht und der Einführung des CAS-Taschencomputers zu erhalten. Dazu ist gerade Ihre Einschätzung sehr wichtig.

Alle Fragen können auf einer Skala von 1 (trifft nicht zu/ gar nicht wichtig) bis 5 (trifft voll zu/ sehr wichtig) beantwortet werden. Nach einigen allgemeinen Fragen zu Beginn, können Sie auf der vierten Seite Aussagen über den Mathematikunterricht in unterschiedlichen Ausprägungen bewerten. Auf der fünften Seite sollen Sie eine Einschätzung über die Wichtigkeit von bestimmten Tätigkeiten abgeben.

Die Befragung wird von der Abteilung für Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Jena durchgeführt. Bei Fragen können Sie sich an Matthias Müller (matthias.mueller.2@uni-jena.de) wenden. Die Auswertung Ihrer Daten erfolgt anonym. Bestimmungen des Datenschutzes werden beachtet und es werden keine Rückschlüsse auf einzelne Personen oder Institutionen gezogen. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit bedienen wir uns nachfolgend einheitlich der grammatikalisch männlichen Form.

Die Bearbeitung wird etwa 20 Minuten in Anspruch nehmen.
Für Ihre Mühe bedanken wir uns recht herzlich.

Jena, den 24. Juni 2013

Weiter

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik

0% ausgefüllt

Abb. A.1: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 1).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena

seit 1558

Bitte generieren Sie zunächst einen fünf-stelligen Code nach dem folgendem Vorgehen. Der Code ist sehr wichtig um eine anonyme Zuordnung der Daten zu ermöglichen.

1.Stelle: Zweiter Buchstabe Ihres Nachnamens

2.Stelle: Zweite Ziffer Ihres Geburtsdatums

3.Stelle: Dritte Ziffer Ihres Geburtsdatums

4.Stelle: VierteZiffer Ihres Geburtsdatums

5.Stelle: Dritter Buchstabe des Vornamens Ihrer Mutter

Beispiel:

Nachname:................Müller................Ü

Geburtsdatum:..........31.08.1986.........108

Vorname der Mutter:.Angela...............G

Code:........................**Ü108G**

CODE

Zurück | Weiter

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik

14% ausgefüllt

Abb. A.2: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 2).*

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Um die Daten besser auswerten zu können, ergänzen Sie bitte Ihr Geschlecht und die Klassenstufe, die Sie zur Zeit besuchen. Im unteren Teil können Sie den drei Aussagen zum CAS-Taschencomputer in unterschiedlichem Maße zustimmen.

Geschlecht:

männlich	weiblich
○	○

Klassenstufe:

- ○ Klasse 9
- ○ Klasse 10
- ○ Klasse 11
- ○ Klasse 12
- ○ Klasse 13

	stimme gar nicht zu				stimme voll zu
Ich beschäftige mich gern mit Mathematik.	○	○	○	○	○
Ich freue mich auf die Arbeit mit dem CAS-Taschenrechner/-Computer in diesem Schuljahr.	○	○	○	○	○
Den Einsatz des CAS-Taschenrechners/-Computers im Mathematikunterricht finde ich gut.	○	○	○	○	○

Zurück Weiter

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik

29% ausgefüllt

Abb. A.3: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 3).*

seit 1558

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Ihren Mathematikunterricht im vergangenen Schuljahr. Entscheiden Sie wie stark die Aussagen links mit Ihren Erlebnissen im Unterricht übereinstimmen.

	stimme gar nicht zu				stimme voll zu
Ich kann entscheiden, ob ich eine Aufgabe allein oder mit anderen Mitschülern bearbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann bei der Wahl der Stundenthemen mitbestimmen.	○	○	○	○	○
In unserem Unterricht werden unterschiedliche Lösungswege vorgestellt.	○	○	○	○	○
Ich kann in unserem Unterricht mitentscheiden, welche Aufgaben gelöst werden sollen.	○	○	○	○	○
Wenn wir in Gruppen arbeiten, kann ich mir aussuchen, mit welchen Mitschülern ich zusammenarbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann mitentscheiden, ob wir erst eine leichte Aufgabe rechnen, oder gleich eine schwere Aufgabe bearbeiten.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer ermutigt uns, unsere Meinung zum Unterricht zu sagen.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, wo (z.B.: Klassenzimmer, Schulhof, Zuhause) ich eine Aufgabe bearbeite.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, wann ich im Unterricht welche Aufgabe bearbeite.	○	○	○	○	○
Wir besprechen im Unterricht auch Themen, die ein Schüler vorgeschlagen hat.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer fragt uns nach unseren Erfahrungen, wenn wir ein neues Thema beginnen.	○	○	○	○	○
Wir stellen in unserem Unterricht gemeinsam Regeln auf, die alle befolgen müssen.	○	○	○	○	○
Ich kann entscheiden, welche Hilfsmittel (z.B.: Buch, Taschenrechner, Tafelwerk) ich für das Lösen von Aufgaben im Unterricht verwende.	○	○	○	○	○
Alle Fragen, die im Unterrichtsgespräch aufkommen, beantwortet mein Lehrer selbst.	○	○	○	○	○
Aus Fehlern, die ich im Unterricht gemacht habe, kann ich etwas lernen.	○	○	○	○	○
Ich muss mir nur das merken, was der Lehrer uns gesagt hat.	○	○	○	○	○
Mein Lehrer erklärt Dinge auf unterschiedliche Weise, damit alle Schüler das Thema verstehen.	○	○	○	○	○

Zurück　　　　Weiter

Abb. A.4: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 4).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena

seit 1558

An dieser Stelle sollen Sie bitte einschätzen, wie wichtig Ihnen die nachfolgenden Tätigkeiten in Ihrem Mathematikunterricht erscheinen, bzw. wie wichtig Sie für Sie selbst sind und ob Sie CAS-Taschencomputer bei diesen Tätigkeiten verwenden.

	Ist wichtig in unserem Mathematikunterricht.	Finde ich wichtig für mich selbst.	Dafür verwende ich den CAS-Taschencomputer.
	stimme gar nicht zu … stimme voll zu	stimme gar nicht zu … stimme voll zu	stimme gar nicht zu … stimme voll zu
Mit Zahlen rechnen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Größen vergleichen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Mit Variablen rechnen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Ein Ergebnis schätzen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Bewerten, ob ein Ergebnis richtig ist. (z.B.: Durchführen einer Probe)	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Verschiedene Lösungswege für eine Aufgabe abwägen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Mit bekannten Regeln etwas belegen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Vermutungen überprüfen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Eine Reihe von Argumenten als Begründung nutzen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Etwas mittels einer Vorschrift oder einer Lösungsformel finden.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Etwas durch Raten oder Probieren finden.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Einen Sachverhalt nachschlagen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Spielen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Entwickeln neuer Spielregeln.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Sich durch ein Spiel zum Nachdenken anregen lassen.	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○
Konkrete Objekte mit bestimmten Eigenschaften	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○

<u>Abb. A.5</u>: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 5; oberer Teil).*

überprüfen.			
Eine Reihe von Argumenten als Begründung nutzen.			
Etwas mittels einer Vorschrift oder einer Lösungsformel finden.			
Etwas durch Raten oder Probieren finden.			
Einen Sachverhalt nachschlagen.			
Spielen.			
Entwickeln neuer Spielregeln.			
Sich durch ein Spiel zum Nachdenken anregen lassen.			
Konkrete Objekte mit bestimmten Eigenschaften herstellen.			
Eine Skizze erstellen, um einen Sachverhalt zu verstehen.			
Eine Vorstellung von einem komplexen Sachverhalt entwickeln.			
Wissen anwenden.			
Bekannte Vorschriften oder Lösungsformeln in neuen Zusammenhängen verwenden.			
Vertraute Vorschriften und Lösungsformeln in bekannter Weise anwenden.			
Dinge oder Objekte ordnen.			
Dinge oder Objekte nach persönlichen Maßstäben in Gruppen zusammenfassen.			
Dinge oder Objekte nach wichtigen Eigenschaften einteilen.			

Zurück

Weiter

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik

71% ausgefüllt

Abb. A.6: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 5; unterer Teil).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena

seit 1558

Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Ihren Mathematikunterricht im vergangenen Schuljahr. Entscheiden Sie wie stark die Aussagen links mit Ihren Erlebnissen bei der Arbeit mit den CAS-Taschencomputern übereinstimmen.

	stimme gar nicht zu				stimme voll zu
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren interessanter als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○	○	○	○	○
Die Aufgaben erschienen mir einfacher, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer arbeiten konnte.	○	○	○	○	○
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, waren abwechslungsreicher.	○	○	○	○	○
Wenn ich mit dem CAS-Taschencomputern gearbeitet habe, habe ich mehr gelernt als sonst.	○	○	○	○	○
Die Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, haben mir mehr Spaß gemacht als die Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○	○	○	○	○
Das Arbeiten mit dem CAS-Taschencomputer hat mir eine völlig neue Seite der Mathematik eröffnet.	○	○	○	○	○
Ich nutze den CAS-Taschencomputer auch außerhalb des Mathematikunterrichts.	○	○	○	○	○
Ich verwende den CAS-Taschencomputer regelmäßig für meine Hausaufgaben.	○	○	○	○	○
Der CAS-Taschencomputer gibt mir ein Gefühl der Sicherheit beim Lösen von Aufgaben.	○	○	○	○	○
Beim Lösen von Aufgaben hatte ich mit der Bedienung des CAS-Taschencomputers keine Probleme.	○	○	○	○	○
Ich wusste immer, was ich als Lösungsweg aufschreiben sollte, wenn ich mit dem CAS-Taschencomputer gearbeitet hatte.	○	○	○	○	○
Ich empfinde den CAS-Taschenrechner hilfreich.	○	○	○	○	○
Der CAS-Taschenrechner hilft mir Fehler zu vermeiden.	○	○	○	○	○
In den Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, hatte ich mehr Entscheidungsmöglichkeiten als in den Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○	○	○	○	○
In den Stunden, in denen wir die CAS-Taschencomputer verwendeten, fühlte ich mich aktiver im Unterricht mit eingebunden als in den Stunden, in denen wir sie nicht verwendeten.	○	○	○	○	○

Zurück   Weiter

Abb. A.7: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 6).*

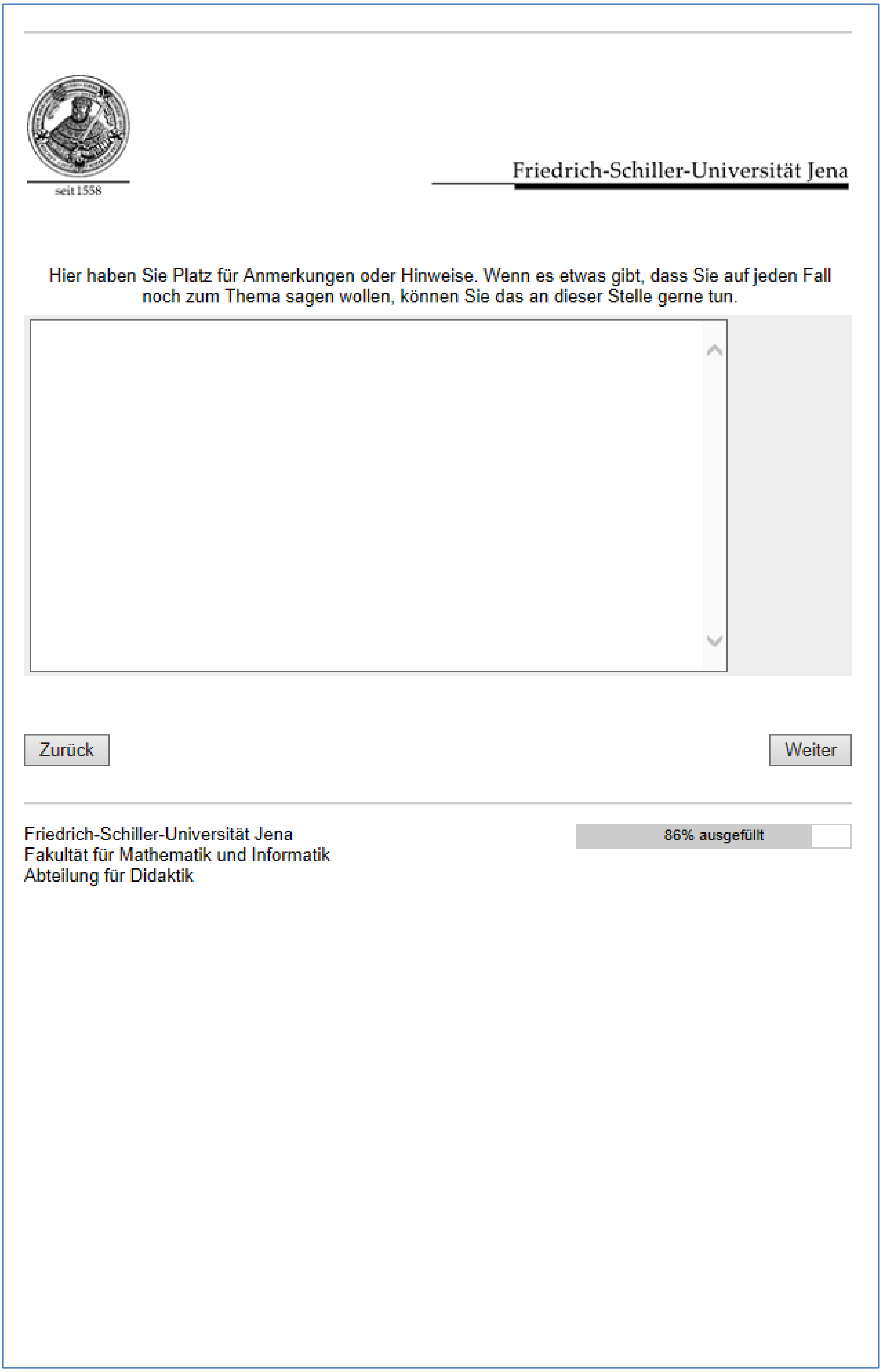


Abb. A.8: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 7).*

Danke für Ihre Teilnahme!

Wir möchten uns ganz herzlich für Ihre Mithilfe bedanken.

Bei Fragen und Anmerkungen ereichen Sie uns unter folgender Email-Adresse:

matthias.mueller.2@uni-jena.de

Fenster schließen

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik

Abb. A.9: *Screenshot des Onlinefragebogens der Lernenden (Seite 8).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik

Sehr geehrte Mathematiklehrerin, sehr geehrter Mathematiklehrer,

in dem folgenden Interview möchten wir Sie um eine Einschätzung zu Ihrem Mathematikunterricht bitten. Dieses Interview dient dazu, ein Bild vom bisherigen Mathematikunterricht zu erhalten. Außerdem sind wir an Ihrer Meinung zum Einsatz von CAS im Mathematikunterricht interessiert.

Das Interview umfasst sowohl einen geschlossenen Teil (Fragebogen) als auch einen offenen Teil. Alle Fragen des geschlossenen Interviewabschnittes können auf einer Skala von 1 (gar nicht wichtig/ trifft nicht zu) bis 5 (sehr wichtig/ trifft zu) beantwortet werden. Die ersten drei Aussagen beziehen sich direkt auf den CAS-Einsatz. Auf der zweiten Seite sollen Sie eine Einschätzung über die Wichtigkeit von bestimmten Tätigkeiten in Ihrem Unterricht abgeben.

Die Befragung wird von der Abteilung für Didaktik der Mathematik und Informatik an der Universität Jena durchgeführt. Bei Fragen können Sie sich an Matthias Müller (matthias.müller.2@uni-jena.de) wenden.

Die Beantwortung dieses Fragbogens ist freiwillig und die Auswertung Ihrer Daten erfolgt anonym. Bestimmungen des Datenschutzes werden beachtet und es werden keine Rückschlüsse auf einzelne Personen oder Institutionen gezogen.

Aus Gründen der besseren Lesbarkeit bedienen wir uns nachfolgend einheitlich der grammatikalisch männlichen Form.

Die Bearbeitung beider Interviewabschnitte wird etwa 45 Minuten in Anspruch nehmen.

Für Ihre Mühe bedanken wir uns sehr herzlich.

Geschlecht:	□ männlich	□ weiblich
Welche Klasse unterrichten Sie, die an dem CAS-Projekt der FSU Jena teilnimmt?		

	trifft nicht zu				trifft zu
Ich schätze mich als technikbegeistert ein.	□	□	□	□	□
Ich freue mich darauf, mit CAS in meinem Unterricht zu arbeiten.	□	□	□	□	□
Die verbindliche Einführung von CAS im Mathematikunterricht finde ich gut.	□	□	□	□	□

Seite 1

Abb. B.1: *Fragebogen der Lehrenden (Seite 1).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik

Bitte schätzen Sie im Folgenden ein, wie bedeutend Sie die Tätigkeiten in der linken Spalte in den jeweiligen Perspektiven der rechten drei Spalten empfinden.

Tätigkeit	**Ist wichtig im Mathematikunterricht.**	**Finde ich wichtig für mich selbst.**	**Dafür verwende ich den CAS-Taschencomputer.**
Mit Zahlen rechnen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Größen vergleichen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Mit Variablen rechnen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Ein Ergebnis schätzen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Bewerten ob ein Ergebnis richtig ist. (z.B.: Durchführen einer Probe)	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Verschiedene Lösungswege für eine Aufgabe abwägen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Mit bekannten Regeln etwas belegen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Vermutungen überprüfen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Eine Reihe von Argumenten als Begründung nutzen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Etwas mittels einer Vorschrift oder einer Lösungsformel finden.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Etwas durch Raten und Probieren finden.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Einen Sachverhalt nachschlagen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Spielen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Entwickeln neuer Spielregeln.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Sich durch ein Spiel zum Nachdenken anregen lassen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Konkrete Objekte mit bestimmten Eigenschaften herstellen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Eine Skizze erstellen, um einen Sachverhalt zu verstehen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Eine Vorstellung von einem komplexen Sachverhalt entwickeln.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Wissen anwenden.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Bekannte Vorschriften oder Lösungsformeln in neuen Zusammenhängen verwenden.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Vertraute Vorschriften oder Lösungsformeln in bekannter Weise anwenden.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Dinge oder Objekte ordnen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Dinge oder Objekte nach persönlichen Maßstäben in Gruppen zusammenfassen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr
Dinge oder Objekte nach wichtigen Eigenschaften einteilen.	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr	gar nicht ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ sehr

Seite 2

Abb. B.2: *Fragebogen der Lehrenden (Seite 2).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik

Bitte äußern Sie sie sich zu den fünf Fragestellungen. Beziehen Sie sich bitte in Ihren Ausführungen auf Ihren Mathematikunterricht.

1) Welche Probleme haben sich für Sie bisher bei der Arbeit mit den CAS-Handhelds oder der CAS-Software ergeben? **[Erhebung I & III]**

2) Welche Vorteile sehen Sie bei dem CAS-Einsatz im Mathematikunterricht?

3) Welche Nachteile sehen Sie beim CAS-Einsatz im Mathematikunterricht?

4) Welche Eigenschaften sollte eine Aufgabe besitzen, damit die Verwendung eines CAS in Ihren Augen sinnvoll erscheint? **[Erhebung I]**

5) Wie bewerten Sie Ihren Mathematikunterricht in den vergangenen zwei Jahren vor dem Hintergrund des CAS-Einsatzes? **[Erhebung III]**

6) Wenn Sie die Wahl hätten, würden sie in der Zukunft in Ihrem Unterricht wieder auf CAS verzichten? **[Erhebung III]**

7) Auf welche Weise binden Sie Ihre Schüler bei der Unterrichtsgestaltung mit ein? *(Welche Entscheidungsspielräume haben die Schüler im Unterricht?)*

   7.1) Können die Schüler Rahmenbedingungen ihrer Arbeit selbst bestimmen? *(Können die Schüler entscheiden, wo und wann sie eine Aufgabe rechnen?)*

   7.2) Können die Schüler Ihre Lernwege selbst bestimmen? *(Können die Schüler entscheiden welche Aufgabe sie rechnen?)*

   7.3) Können die Schüler über die Inhalte selbst bestimmen? *(Können die Schüler ein Thema vorschlagen?)*

   7.4) Können die Schüler über Regeln in der Klasse mitbestimmen? (Gehen sie in ihrem Unterricht auf die Erfahrungen der Schüler ein?)

   7.5) Würden sie das Klassenklima als positiv bezeichnen? (Können die Schüler während einer Gruppenarbeit entscheiden mit wem sie zusammenarbeiten?)

   7.6) Würden Sie sagen, dass der Mathematikunterricht in den letzten (ein/ zwei) Jahren offener geworden ist? *(Haben die Entscheidungsspielräume der Schüler zugenommen?)* **[Erhebung II & III]**

   7.7.1) War der Einsatz von CAS bei den eben angesprochenen Belagen der Offenheit des Unterrichts eine Unterstützung? **[Erhebung II & III]**

   7.7.2) Können Sie sich vorstellen, dass die CAS eine Unterstützung in Bezug auf eine stärkere Öffnung des Unterrichts sein können? **[Erhebung II & III]**

8) Wollen Sie noch etwas hinzufügen, dass wir bis jetzt noch nicht besprochen haben?

Seite 3

Abb. B.3: *Fragebogen der Lehrenden (Seite 3).*

Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik

Bitte schätzen Sie bei den nächsten Fragen ein, wie oft Sie die CAS im Unterricht eingesetzt haben. **[Erhebung III]**

1) In wie viel Prozent der Stunden haben Sie die CAS-Handhelds oder die CAS-Software eingesetzt?

☐ < 20 %

☐ 20 – 40 %

☐ 40 – 60 %

☐ 60 – 80 %

☐ 80 – 100 %

2) Wie viele Minuten setzen Sie die CAS-Handhelds oder die CAS-Software in einer durchschnittlichen Stunde ein?

☐ < 5 Minuten

☐ 5 – 10 Minuten

☐ 10 – 15 Minuten

☐ 15 – 20 Minuten

☐ 20 – 25 Minuten

☐ 25 – 30 Minuten

☐ 30 – 35 Minuten

☐ 35 – 40 Minuten

☐ 40 – 45 Minuten

3) Haben Sie in den letzten zwei Jahren an CAS-Fortbildungen teilgenommen?

☐ ja

☐ nein

4) Wenn JA, an wie vielen CAS-Fortbildungen haben Sie teilgenommen?

____

Seite 4

Abb. B.4: *Fragebogen der Lehrenden (Seite 4).*

Allgemeines Lineares Modell

Innersubjektfaktoren

Faktor	Abhängige Variable
1	Offenheit 2013
2	Offenheit 2012
3	Offenheit 2011

Multivariate Tests[a]

Effekt		Wert	F	Hypothese df	Fehler df	Sig.
Faktor	Pillai-Spur	,049	7,412[b]	2,000	290,000	,001
	Wilks-Lambda	,951	7,412[b]	2,000	290,000	,001
	Hotelling-Spur	,051	7,412[b]	2,000	290,000	,001
	Größte charakteristische Wurzel nach Roy	,051	7,412[b]	2,000	290,000	,001

a. Design: Konstanter Term
Innersubjektdesign: Faktor1

b. Exakte Statistik

Mauchly-Test auf Sphärizität[a]

Innersubjekt-effekt	Mauchly-W	Approximiertes Chi-Quadrat	df	Sig.	Epsilon[b]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Untergrenze
Faktor	,992	2,248	2	,325	,992	,999	,500

Prüft die Nullhypothese, dass sich die Fehlerkovarianz-Matrix der orthonormalisierten transformierten abhängigen Variablen proportional zur Einheitsmatrix verhält.

a. Design: Konstanter Term
Innersubjektdesign: Faktor1

b. Kann zum Korrigieren der Freiheitsgrade für die gemittelten Signifikanztests verwendet werden. In der Tabelle mit den Tests der Effekte innerhalb der Subjekte werden korrigierte Tests angezeigt.

Tests der Innersubjektkontraste

Quelle	Faktor	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Faktor	Linear	1,742	1	1,742	8,095	,005
	Quadratisch	1,309	1	1,309	7,188	,008
Feh-ler(Faktor)	Linear	62,634	291	,215		
	Quadratisch	52,980	291	,182		

Tests der Zwischensubjekteffekte

Transformierte Variable: Mittel

Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Konstanter Term	6659,644	1	6659,644	12843,68	,000
Fehler	150,888	291	,519		

Tab. C.1: *Einfaktorielle ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (N=292; vgl. Tab. 4.3).*

Allgemeines Lineares Modell							
Innersubjektfaktoren							
Faktor	Abhängige Variable						
1	Offenheit 2013						
2	Offenheit 2012						
3	Offenheit 2011						
Multivariate Tests[a]							
Effekt		Wert	F	Hypothese df	Fehler df	Sig.	
Faktor	Pillai-Spur	,043	4,152[b]	2,000	183,000	,017	
	Wilks-Lambda	,957	4,152[b]	2,000	183,000	,017	
	Hotelling-Spur	,045	4,152[b]	2,000	183,000	,017	
	Größte charakteristische Wurzel nach Roy	,045	4,152[b]	2,000	183,000	,017	
a. Design: Konstanter Term Innersubjektdesign: Faktor1							
b. Exakte Statistik							
Mauchly-Test auf Sphärizität[a]							
Innersubjekt-effekt	Mauchly-W	Approximiertes Chi-Quadrat	df	Sig.	Epsilon[b]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Untergrenze
Faktor	,986	2,608	2	,271	,986	,997	,500
Prüft die Nullhypothese, dass sich die Fehlerkovarianz-Matrix der orthonormalisierten transformierten abhängigen Variablen proportional zur Einheitsmatrix verhält.							
a. Design: Konstanter Term Innersubjektdesign: Faktor1							
b. Kann zum Korrigieren der Freiheitsgrade für die gemittelten Signifikanztests verwendet werden. In der Tabelle mit den Tests der Effekte innerhalb der Subjekte werden korrigierte Tests angezeigt.							
Tests der Innersubjektkontraste							
Quelle	Faktor	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.	
Faktor	Linear	1,211	1	1,211	5,159	,024	
	Quadratisch	,639	1	,639	3,430	,066	
Feh-ler(Faktor)	Linear	43,180	184	,235			
	Quadratisch	34,250	184	,186			
Tests der Zwischensubjekteffekte							
Transformierte Variable: Mittel							
Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.		
Konstanter Term	4328,774	1	4328,774	8782,363	,000		
Fehler	90,692	184	,493				

Tab. C.2: *Einfaktorielle ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2014; N=107; vgl. Tab. 4.5).*

Allgemeines Lineares Modell

Innersubjektfaktoren

Faktor	Abhängige Variable
1	Offenheit 2013
2	Offenheit 2012
3	Offenheit 2011

Multivariate Tests[a]

Effekt		Wert	F	Hypothese df	Fehler df	Sig.
Faktor	Pillai-Spur	,060	3,349[b]	2,000	105,000	,039
	Wilks-Lambda	,940	3,349[b]	2,000	105,000	,039
	Hotelling-Spur	,064	3,349[b]	2,000	105,000	,039
	Größte charakteristische Wurzel nach Roy	,064	3,349[b]	2,000	105,000	,039

a. Design: Konstanter Term
Innersubjektdesign: Faktor1

b. Exakte Statistik

Mauchly-Test auf Sphärizität[a]

Innersubjekt-effekt	Mauchly-W	Approximiertes Chi-Quadrat	df	Sig.	Epsilon[b]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Untergrenze
Faktor	,999	,105	2	,949	,999	1,000	,500

Prüft die Nullhypothese, dass sich die Fehlerkovarianz-Matrix der orthonormalisierten transformierten abhängigen Variablen proportional zur Einheitsmatrix verhält.

a. Design: Konstanter Term
Innersubjektdesign: Faktor1

b. Kann zum Korrigieren der Freiheitsgrade für die gemittelten Signifikanztests verwendet werden. In der Tabelle mit den Tests der Effekte innerhalb der Subjekte werden korrigierte Tests angezeigt.

Tests der Innersubjektkontraste

Quelle	Faktor	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Faktor	Linear	,538	1	,538	2,935	,090
	Quadratisch	,704	1	,704	3,992	,048
Feh-ler(Faktor)	Linear	19,447	106	,183		
	Quadratisch	18,696	106	,176		

Tests der Zwischensubjekteffekte

Transformierte Variable: Mittel

Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Konstanter Term	2332,783	1	2332,783	4242,720	,000
Fehler	58,282	106	,550		

Tab. C.3: *Einfaktorielle ANOVA mit Messwiederholung zur Offenheit aus Sicht der Lernenden von 2011 bis 2013 (AJG 2015; N=107; vgl. Tab. 4.6).*

2011								
ID-Code	**OO**	**MO**	**IO**	**SO**	**PO**	**OF >>>**	**OF & CAS**	**Verzicht auf CAS**
L01_2012-01-26	**2** (143-158; 04:43-05:11)	**1** (128-136; 04:11-04:39)	**0** (165-166; 05:15-05:21)	**1** (179-181; 05:36-05:39)	**1** (172; 05:25-05:32)		**Nein** (189-205; 05:45-06:12)	
L02_2011-12-08	**1** (183-188; 04:05-04:22)	**2** (162-176; 03:34-04:01)	**0** (195-196; 04:26-04:31)	**1** (210-224; 04:39-05:08)	**3** (203; 04:34-04:37)		**Ja** (233-251; 05:13-05:48)	
L03_2011-12-08	**2** (136-143; 03:49-03:12)	**0** (150; 03:15-03:17)	**0** (157; 03:21-03:25)	**1** (170-172; 03:41-03:53)	**3** (164; 03:29-03:37)		**Ja** (181-188; 03:57-04:19)	
L04_2011-12-05	**2** (118-156; 03:01-04:09)	**0** (82-90; 02:08-02:57)	**0** (163-164; 04:12-04:21)	**2** (171-177; 04:25-04:49)	**2** (100-111; 02:08-02:57)		**Ja** (185-194; 04:53-06:43)	
L05_2011-12-05	**3** (91-98; 02:24-02:35)	**2** (78-81; 02:03-02:20)	**2** (105; 02:39-02:43)	**2** (120-122; 02:59-03:16)	**2** (112-113; 02:47-02:55)			
L06_2011-12-16	**3** (165-177; 03:19-05:28) & (195-210; 05:33-06:04)	**3** (142-153; 03:19-05:28)	**0** (138-142; 03:19-05:28)	**3** (153-155; 03:19-05:28)	**3** (156-165; 03:19-05:28)		**Ja** (251-259; 06:09-09:16)	
L07_2011-12-07	**0** (239-247; 09:30-09:53)	**1** (185-223; 07:21-09:24)	**0** (229-232; 07:21-09:24)	**1** (265-266; 10:23-10:35)	**1** (223-229; 07:21-09:24)		**Ja** (107-136; 05:10-06:01)	
L08_2012-01-05	**0** (143-144; 04:02-04:14)	**2** (124-133; 03:16-03:57)	**1** (133-136; 03:16-03:57)	**1** (151; 04:19-04:26)	**3** (117-124, 03:16-03:57)		**Ja** (159-172; 04:31-05:03)	
L09_2012-01-05	**0** (182; 05:08-05:16)	**2** (174-175; 04:54-05:04)	**0** (189; 05:21-05:29)	**3** (205; 05:47-05:56)	**3** (196-198; 05:30-05:43)		**Nein** (213-214; 06:02-06:14)	
L10_2012-01-16	**4** (285-296; 07:37-08:03)	**4** (275-277; 07:17-07:29) & (312-315; 08:22-08:36)	**0** (304; 08:11-08:15)	**3** (248-263; 06:41-07:02)	**3** (206-219; 05:39-06:04)		**Ja** (325-333; 08:49-09:11)	
L11_2012-01-16	**2** (115-116; 04:03-04:11)	**4** (131-142; 04:30-04:52)	**0** (122; 04:17-04:23)	**3** (42-45; 00:08-02:29)	**3** (60-72; 02:35-03:17)		**Ja** (154-156; 05:03-05:31)	
L12_2011-11-23	**3** (184-211; 04:35-05:35)	**2** (134-151;03:14-04:31)	**1** (217-224; 05:39-05:57)	**2** (151-177; 03:25-04:31) & (262-274; 06:52-07:17)	**3** (231-256; 06:01-06:48)			
L13_2011-11-23	**1** (90-96; 02:38-03:05)	**2** (78-83; 02:13-02:34)	**0** (79-81; 02:13-02:34) & (103; 03:09-03:11)	**3** (126; 03:36-03:40)	**1** (110-119; 03:15-03:32)		**K.A.** (134-135; 03:44-03:55)	
L14_2011-12-14	**2** (172-174; 04:39-04:52)	**2** (162-164; 04:23-04:35)	**0** (147-151; 03:52-04:19)	**2** (181-182; 04:56-05:03)	**3** (151-155; 03:52-04:19)		**Ja** (190-200; 05:08-06:24)	
L15_2011-12-14	**3** (108-118; 03:12-03:36)	**1** (91-101; 02:43-03:08)	**0** (90; 02:43-03:08)	**2** (125-128; 03:40-03:51)	**3** (135-138; 03:55-04:16)		**K.A.** (147-166; 04:22-04:58)	

Tab. D.1: *Codesequenzen der Lehrerinterviews zur Offenheit des Mathematikunterrichts mit CAS der ersten Erhebung (2011). Die Sequenzen wurden auf einer Skala von 0 bis 5 bewertet und den fünf Dimension zugeordnet: organisatorische Offenheit (OO), methodische Offenheit (MO), inhaltliche Offenheit (IO), soziale Offenheit (SO) und persönliche Offenheit (PO).*

2012								
ID-Code	**OO**	**MO**	**IO**	**SO**	**PO**	**OF >>>**	**OF & CAS**	**Verzicht auf CAS**
L01_2012-12-12	**1** (247-248; 12:12-12:20)	**2** (217-231; 11:10-11:57)		**3** (256-270; 12:30-13:24)		**Ja** (289-293; 13:53-14:08)	**Nein** (292-293; 13:53-14:08) & (301-307; 14:14-14:38)	
L02_2012-11-28	**1** (112-120; 03:25-03:53)	**3** (87-104; 02:32-03:16) & (130-132; 04:06-04:29)	**0** (126-129; 04:06-04:29)	**2** (140-146; 04:35-05:01)		**Nein** (156; 05:16-05:20)	**Nein** (165-198; 05:32-06:36)	
L03_2012-11-28	**2** (70-76; 02:38-03:25)	**1** (62; 02:05-02:16)		**2** (79-86; 03:25-04:52)	**3** (87-95; 03:25-04:52)	**Ja** (105-112; 05:30-06:11)	**Ja** (133-145; 07:04-07:36)	
L04_2012-12-10	**0** (136-145; 03:31-03:55) & (378-382; 09:01-09:09)	**2** (101-110: 02:42-03:08)	**1** (87-94; 02:25-02:35)	**2** (126; 03:17-03:20)	**4** (64-71; 01:41-02:03)	**Ja** (156-171; 04:08-04:29)	**Nein** (182-192; 04:37-04:51)	
L05_2012-12-10	**0** (106-107; 03:01-03:12)	**2** (76; 02:09-02:10)		**0** (93-98; 02:33-02:53)	**2** (83-85; 02:14-02:26)	**Ja.** (118; 03:40-03:42)	**Ja** (128-130; 03:58-04:07)	
L06_2012-12-19	**3** (277-294; 11:05-11:28)	**2** (252-268; 10:01-10:58)		**2** (302-310; 11:38-12:00)		**Nein** (320; 12:12-12:19)	**Ja** (417-430; 16:32-16:58)	
L07_2012-12-11	**2** (137-146; 03:00-03:17)	**2** (108-113; 02:23-02:47) & (128-129; 02:49-02:56)	**1** (114-121; 02:23-02:47) & (154-161; 03:21-03:38)	**0** (178; 03:49-03:53)	**2** (168-171; 03:41-03:49)			
L08_2012-11-30	**0** (130-136; 03:22-03:31)	**2** (108-122; 02:31-03:15)		**0** (146-148; 03:39-03:48)	**3** (102-107; 02:31-02:57)	**Nein** (166-176; 04:11-04:27)	**Nein** (174-176; 04:11-04:27)	
L09_2012-11-30	**0** (99; 02:30-02:33)	**3** (80-91; 02:04-02:22)		**2** (109-121; 02:41-02:55)	**0** (72; 01:51-01:57)	**Nein** (140; 03:13-03:27)	**Ja** (158-160; 03:32-03:41)	
L10_2012-12-11	**3** (153-157; 06:37-07:04)	**3** (141; 06:37-07:04)		**2** (124; 06:10-06:32)	**2** (125-133; 06:10-06:32)	**Ja** (174; 07:15-07:17)	**Ja** (73-77; 02:26-04:29)	
L11_2012-12-11	**3** (88-92; 02:16-02:31)	**3** (131-137; 02:35-03:42)	**2** (100-114; 02:35-03:42)	**4** (115-130; 02:35-03:42)	**3** (159-172; 04:21-04:48)	**Ja** (148-151; 03:53-04:14) & (5-8; 00:04-00:58)	**Ja** (22-33; 00:04-00:58) & (43-50; 01:01-01:38)	
L12_2013-01-25	**0** (116-132; 04:48-05:16)	**1** (88-89; 04:01-04:08)	**0** (97; 04:15-04:19)	**2** (141-143; 05:22-05:31)	**1** (104-107; 04:22-04:41)		**Ja** (156-173; 05:40-06:15)	
L13_2013-01-25	**1** (72-82; 01:48-02:07)	**2** (47; 01:16-01:21)	**0** (56; 01:25-01:29)		**2** (63; 01:33-01:39)	**Nein** (94-95; 02:21-02:33)	**Ja** (113-117; 02:54-03:12)	
L14_2012-11-12	**2** (244-267; 06:32-07:02)	**0** (213-219; 05:53-06:05)	**0** (227-235; 06:12-06:27)	**2** (303-305; 07:41-07:45)	**2** (278-296; 07:15-07:37)	**Nein** (314; 07:54-07:56)	**Nein** (324-356; 08:03-08:31)	
L15_2012-11-12	**1** (115-116; 03:49-03:53)	**2** (107; 03:39-03:43)	**0** (96-98; 03:26-03:34)	**2** (136; 04:15-04:18)	**3** (124-128; 03:57-04:11)	**Nein** (145; 04:23-04:28)	**Nein** (154-173; 04:33-05:01)	

Tab. D.2: *Codesequenzen der Lehrerinterviews zur Offenheit des Mathematikunterrichts mit CAS der zweiten Erhebung (2012). Die Sequenzen wurden auf einer Skala von 0 bis 5 bewertet und den fünf Dimension zugeordnet: organisatorische Offenheit (OO), methodische Offenheit (MO), inhaltliche Offenheit (IO), soziale Offenheit (SO) und persönliche Offenheit (PO).*

2013								
ID-Code	**OO**	**MO**	**IO**	**SO**	**PO**	**OF >>>**	**OF & CAS**	**Verzicht auf CAS**
L01_2013-08-22	**2** (342-344; 15:06-15:56)	**3** (330-341; 15:06-15:56)	**2** (352-359; 16:08-16:39)	**4** (367-375; 16:49-16:59)	**3** (378-383; 16:59-17:06)	**Nein** (394; 17:23-17:28)	**Ja** (402-439; 17:42-19:04)	**Ja** (195-220; 10:04-11:40)
L02_2013-06-25	**2** (200; 08:06-08:07) & (206-213; 08:09-09:06)	**2** (214-217; 08:09-09:06) & (174-176; 07:22-07:41)	**0** (171-174; 07:22-07:41)	**1** (231-256; 09:13-09:47)	**4** (262; 09:54-09:55)	**Ja** (280-281; 10:19-10:24)	**Nein** (280-296; 10:19-10:58) & (342; 12:25-12:28)	**Ja** (140-160; 06:19-07:00)
L03_2013-07-05	**3** (367-370; 15:17-15:42)	**3** (371-375; 15:17-15:42)	**1** (355; 14:55-14:57) & (333-335; 14:14-14:26)		**4** (382-388; 15:50-16:11)	**Ja** (400; 16:33-16:38)	**Ja** (274-290; 11:26-12:46) & (408-415; 16:52-17:33)	**Nein** (307-313; 13:07-13:35)
L04_2013-07-05	**3** (193-198; 05:33-05:47)	**4** (154-169; 04:22-05:14)	**0** (177-185; 05:21-05:25)	**3** (206-223; 05:53-06:11)	**2** (71-78; 02:22-03:10) & (229-233; 06:14-06:28)	**Ja** (243; 06:41-06:42)	**Ja** (250-252; 06:50-06:56) & (258-272; 07:00-07:36)	**Ja** (128-131; 03:56-03:57)
L05_2013-07-05	**2** (95-102; 05:29-06:06)	**4** (73-78; 04:27-04:57)	**2** (85-87; 05:03-05:19)	**3** (121-122; 06:46-06:54)	**3** (108-113; 06:10-06:36)	**Ja** (131-132; 07:07-07:11)	**Ja** (138-162; 07:12-08:11)	**Nein** (55-58; 03:27-04:08)
L06_2013-07-11	**4** (260-277; 09:36-10:25)	**2** (211-232; 07:30-08:40)	**3** (240-251; 08:48-09:26)	**4** (294-324; 10:47-11:38)	**4** (284-286; 10:28-10:36)	**Ja** (334-337; 11:50-12:12)	**Nein** (345-361; 12:21-12:58)	**Nein** (202; 07:12-07:13)
L07_2013-07-02	**2** (160-164; 04:42-04:58)	**1** (130-135; 03:50-04:13)	**0** (145; 04:23-04:26)	**0** (182; 05:38-05:43)	**3** (171-173; 05:09-05:27)	**Ja** (192-214; 06:05-06:50)	**Ja** (214-222; 06:49-07:01)	**Ja** (90-101; 02:39-03:03)
L08_2013-09-18	**2** (299-301; 07:09-07:13)	**2** (248-253; 05:38-06:19)	**1** (253-257; 05:38-06:19) & (266-273; 06:27-06:47)	**0** (289-291; 06:59-07:05)	**3** (280; 06:49-06:55)	**Ja** (311-316; 07:21-07:39)	**Nein** (324; 07:43-07:46)	**Ja** (212-213; 04:51-05:29)
L09_2013-09-18	**2** (214-215; 06:30-06:39)	**2** (165-167; 05:28-05:51)	**1** (187-190; 05:56-06:12)	**3** (197; 06:14-06:16)	**0** (206; 06:25-06:26)	**Ja** (225-228; 06:48-07:09)	**Nein** (236-237; 07:15-07:22)	**Ja** (122-124; 03:26-04:17)
L10_2013-09-13	**3** (224-230; 06:19-06:41)	**4** (200-214; 05:31-06:06)	**0** (237-239; 06:44-06:51)	**0** (247; 06:56-06:59)	**4** (261-262; 07:13-07:25)	**Ja** (278-279; 07:44-08:01)	**Ja** (299-322; 08:10-09:01)	**Nein** (176-178; 04:52-05:23)
L11_2013-09-13	**3** (206-211; 05:17-05:30)	**3** (251-257; 06:17-06:35)	**0** (218-220; 05:33-05:40)	**1** (228-232; 05:46-05:57)	**3** (240; 06:04-06:06)	**Ja** (250; 06:17-06:35)	**Ja** (265-267; 06:45-07:22)	**Nein** (168; 04:20-04:51)
L12_2013-08-26	**3** (264-279; 04:49-05:09) & (306-309; 05:30-05:41)	**2** (199-208; 03:47-04:04) & (292-299; 05:17-05:28)	**0** (215; 04:06-04:07)	**3** (79-90; 01:35-01:56) & (310-319; 05:30-05:41)	**4** (252-255; 04:40-04:45) & (330-336; 05:45-05:54)		**Ja** (306-319; 05:30-05:41)	**Ja** (187; 03:39-03:40)
L13_2013-08-26	**2** (226-232; 04:13-04:18)		**0** (238; 04:19-04:21)	**2** (202-204; 03:56-04:01)	**2** (211; 04:04-04:06)	**Ja** (249-254; 04:26-04:36)	**Ja** (261-267; 04:38-05:01)	**Ja** (183; 03:42-03:44)
L14_2013-09-24	**1** (252; 07:01-07:05)	**0** (236; 06:47-06:50)	**1** (286-291; 07:40-07:51)	**0** (270-279; 07:24-07:34)	**4** (297-298; 07:53-07:55)	**Nein** (328; 08:19-08:21)	**Nein** (336; 08:27-08:28)	**Ja** (128-132; 04:49-04:56)
L15_2013-09-24	**1** (181-190; 03:28-03:39)	**1** (232-237; 04:11-04:23)	**0** (215-221; 03:53-04:06)	**0** (206-207; 03:47-03:49)	**3** (198; 03:42-03:44)		**Nein** (246-252; 04:27-05:02)	**Ja** (78-98; 01:44-02:08)

Tab. D.3: *Codesequenzen der Lehrerinterviews zur Offenheit des Mathematikunterrichts mit CAS der dritten Erhebung (2013). Die Sequenzen wurden auf einer Skala von 0 bis 5 bewertet und den fünf Dimension zugeordnet: organisatorische Offenheit (OO), methodische Offenheit (MO), inhaltliche Offenheit (IO), soziale Offenheit (SO) und persönliche Offenheit (PO).*

Erprobung der CAS-Aufgaben		
Aufgabe	**Fazit & Schlüsselstellen**	**Diagnosefrage**
Sek. I (1)	*Die Lösungen der Lernenden zeigen, dass A3 und A4 vertauscht werden müssen, um die Schwierigkeitsstaffelung zu wahren. Viele Lernende hatten ein Zeitproblem. Die Schlüsselstelle liegt in A5, daher sollte die Diagnosefrage zur Berechnung des Flächeninhalts gestellt werden?*	**Wie bist du bei der Berechnung des Flächeninhalts in A5 vorgegangen? Beschreibe ausführlich deine Ansätze.**
Sek. I (2)	*Die Lernenden haben sich intensiv mit der Aufgabe auseinandergesetzt, was die Äußerungen belegen. Insgesamt werden 90 Minuten zur Bearbeitung benötigt. Die Lernenden konnten die Lösung verbal beschreiben, aber sie konnten die Lösung nicht formalisieren: Die mathematische Begründung fußte auf dem kleiner werdenden Anstieg zum Parabelscheitelpunkt hin. Die Schlüsselstelle ist die Argumentation um den Abwurfwinkel beim Kugelstoßen.*	**Welche Überlegungen hast du zur Begründung des optimalen Abwurfwinkel beim Kugelstoßen unternommen? Gehe dabei auch auf deine Empfehlungen für den Nachwuchssportler ein.**
Sek. I (3)	*Diese Aufgabe wurde von einer Lehrkraft im Unterricht erprobt, dabei kamen nicht alle Niveaustufen zum Einsatz. Probleme zeigten sich bei der Qualität des Bildes und dem Begriff „mannshoch". Die Schwierigkeitsstaffelung zeigt das angestrebte Verhältnis der Anforderungsbereiche von 1:2:1 für die Niveaustufe 2. Die A1.2 muss vorangestellt werden, um die Schwierigkeitsstaffelung zu wahren. Die Schlüsselstelle liegt bei der zentrischen Streckung bzw. dem allgemeinen Beweis zum Streckungsfaktor.*	**Was verstehst du unter dem Begriff zentrische Streckung im mathematischen Sinne? Erläutere dein Vorgehen bei A2.**
Sek. I (4)	*Diese Aufgabe wurde von einer Lehrkraft im Unterricht erprobt, dabei kamen nicht alle Niveaustufen zum Einsatz. Die Lernenden konnten nach anfänglichen Misserfolgen nur schwer Motivation für einen erneuten Versuch finden. Die Lösungen der Lernenden zeigen viele kreative und facettenreiche Ansätze. Die Schlüsselstelle ist die rechnerische Überprüfung möglicher Formen.*	**Welche Möglichkeiten hast du genutzt, um deine vermuteten Formen zu vereinfachen und deren Volumen berechnen zu können?**
Sek. I (5)	*Die Lernenden empfanden die Aufgabe insgesamt als stimmig. Diese Aufgabe zeigt eine gute Verteilung des Schwierigkeitsgrades. Die Schwierigkeitsstaffelung ist aufsteigend. Die Schlüsselstelle liegt in A3: Es werden das mathematische Modell des exponentiellen Wachstums verwendet und der Wachstumsfaktor ermittelt.*	**Wie bestimmst du den Wachstumsfaktor bei einem exponentiellen Wachstum? Erläutere dein Vorgehen bei A3.**
Sek. I (6)	*Die Lernenden bewerteten die Aufgabe insgesamt als mittelmäßig. Die angestrebte Schwierigkeitsstaffelung konnte in allen Niveaustufen erreicht werden. Die Schlüsselstelle ist die Verknüpfung trigonometrischer Funktionen.*	**Welche Möglichkeiten kennst du, um trigonometrische Funktionen zu verknüpfen? Beschreibe ausführlich deine Ansätze bei A1.**
Sek. I (7)	*Die angestrebte Schwierigkeitsstaffelung konnte in allen Niveaustufen erreicht werden. Die Lernenden konnten gute Argumente in A3 verbalisieren. Eine formale Begründung fehlte in den meisten Fällen. Die Schlüsselstelle ist die mathematische Begründung für den Spielzug von Davy Jones.*	**Wie bist du bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten in A2 vorgegangen? Gehe dabei auch auf deine Schlussfolgerungen bei A3 ein.**
Sek. I (8)	*Die angestrebte Schwierigkeitsstaffelung konnte in allen Niveaustufen erreicht werden. Die letzte Teilaufgabe konnte aus Zeitgründen nicht bearbeitet werden. Die Schlüsselstelle liegt bei kombinatorischen Überlegungen und darauf aufbauend der hypergeometrischen Verteilung.*	**Wie bist du bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten in A2 vorgegangen? Beschreibe ausführliche deine Ansätze.**

Tab. E.1: *Erprobung der CAS-Aufgaben für die Sekundarstufe I. Schlüsselstellen und Diagnosefragen im Überblick (vgl. Tab. 4.16).*

Erprobung der CAS-Aufgaben		
Aufgabe	**Fazit & Schlüsselstellen**	**Diagnosefrage**
Sek. II (1)	*Die Schlüsselstelle befindet sich schon in der ersten Teilaufgabe. Wenn A1 gelöst wurde, konnten fast alle Lernenden die weiteren Teilaufgaben richtig bearbeiten. Damit ist die Schwierigkeitsstaffelung umgekehrt. Die Diagnosefrage sollte bei A1 ansetzen.*	**Welche Überlegungen hast du beim Aufstellen der Funktionsgleichungen unternommen? Gehe dabei auch auf die Skizze bei A1 ein.**
Sek. II (2)	*Die Lernenden empfanden die Aufgabe insgesamt als mittelmäßig. Die Schwierigkeitsstaffelung ist aufsteigend. Die Schlüsselstelle ist der Umgang mit den Parametern und Unbekannten.*	**Welche Möglichkeiten hast du genutzt, um mit unbekannten Größen in deinen Berechnungen umzugehen? Beschreibe ausführliche deine Ansätze.**
Sek. II (3)	*Bei der Wahlaufgabe hatte sich nur ein Lernender für die Wahlaufgabe 2 entschieden. Beide Wahlaufgaben sind annähernd gleich schwer und zeigen die gleiche Schwierigkeitsstaffelung. Das Aufstellen der Zielfunktion bei der Extremwertberechnung ist die Schlüsselstelle der Aufgabe.*	**Wie bist du beim Aufstellen der Zielfunktion bei der Extremwertberechnung vorgegangen? Gehe dabei auch auf die gegebenen Skizzen ein.**
Sek. II (4)	*Die Lösungen der Lernenden zeigen viele kreative und facettenreiche Ansätze. Die sprachliche Formulierung muss an einigen Stellen ausgeschärft werden. Die Schlüsselstelle liegt bei der Fehlerbetrachtung bzw. der Interpretation des Gleichungssystems.*	**Konntest du den Fehler in dem gegebenen Gleichungssystem finden? Erläutere dein Vorgehen bei der Auseinandersetzung mit der englischsprachigen Musterlösung.**

Tab. E.2: *Erprobung der CAS-Aufgaben für die Sekundarstufe II. Schlüsselstellen und Diagnosefragen im Überblick (vgl. Tab. 4.16).*

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit erkläre ich,

- dass mir die Promotionsordnung der Fakultät bekannt ist,

- dass ich die Dissertation selbst angefertigt habe, keine Textabschnitte oder Ergebnisse eines Dritten oder eigenen Prüfungsarbeiten ohne Kennzeichnung übernommen und alle von mir benutzten Hilfsmittel, persönliche Mitteilungen und Quellen in meiner Arbeit angegeben habe,

- dass ich die Hilfe eines Promotionsberaters nicht in Anspruch genommen habe und dass Dritte weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen von mir für Arbeiten erhalten haben, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen,

- dass ich die Dissertation noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung eingereicht habe.

Bei der Auswahl und Auswertung des Materials sowie bei der Herstellung des Manuskripts haben mich folgende Personen unterstützt:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Ich habe die gleiche, eine in wesentlichen Teilen ähnliche bzw. eine andere Abhandlung* bereits bei einer anderen Hochschule als Dissertation eingereicht: Ja / Nein *
(*Zutreffendes unterstreichen)

Wenn Ja, Name der Hochschule:………………………………………………………………

Ergebnis:……………………………..

Jena, den 12. November 2014

Unterschrift