

Opto-fluidische Mikrosysteme zur Partikelanalyse

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
DOKTORINGENIEURIN
(Dr.-Ing.)

vorgelegt der
Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Ilmenau

von Frau
Dipl.-Ing. Meike Kristina Hofmann
(geb. Hoffmann)
geboren am 08.08.1980 in Haan/Rhld.

1. Gutachter: Prof. Dr. Stefan Sinzinger
2. Gutachter: Prof. Dr. Hartmut Bartelt
3. Gutachter: Prof. Dr. Hans Zappe

Tag der Einreichung: 06.02.2013
Tag der wissenschaftlichen Aussprache 06.06.2013

für Charlotte

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Integration opto-fluidischer Messsysteme zur Partikelkonzentrationsmessung und Partikelgrößenanalyse in fließenden Suspensionen aus Wasser und Teststaub. Die untersuchten polydispersen Teststäube gemäß der Norm ISO 12103-1 in den Körnungen fein, mittel und grob bestehen aus Partikeln mit Größen zwischen 0,5 und 150 μm und weisen unterschiedliche Partikelgrößenverteilungen auf. Durch die Bestimmung des Mittelwertes und der Standardabweichung des Streulichtes und der Transmission wird die Partikelmassekonzentration und der Sauterdurchmesser als mittlerer Durchmesser der Partikelgrößenverteilung ermittelt. Bei ansteigenden mittleren Partikelgrößen verringert sich bei gleicher Partikelmassekonzentration das Signal-Rausch-Verhältnis, da sich der größte Teil des Streulichtes mit dem Anregungslicht überlagert. Um dennoch das Streulicht zur Partikelanalyse heranziehen zu können, wird der Ansatz der Talbotinterferometrie untersucht. Basierend auf dem Modell der Fresnelbeugung wird ein analytischer Simulationsansatz vorgestellt, mit dem das zu erwartende Signal in der Selbstabbildungsebene eines Gitters in Abhängigkeit der Partikelposition im Probenvolumen und dem Verhältnis von Partikelgröße zur Gitterperiode untersucht wird. Das Signal-Rausch-Verhältnis bei diesem Verfahren zeigt einen anderen Verlauf als bei der Streulicht- und Transmissionsmessung, so dass dieser Ansatz bei Partikelgrößen oberhalb von 10 μm und kurzen Messlängen von einigen hundert μm zu besseren Ergebnissen führt. Auf den theoretischen Überlegungen und verschiedenen Simulationsansätzen basierend erfolgt die Konzeption integrierter Messsysteme zur Partikelanalyse nach dem Ansatz der planar integrierten Freiraumoptik. Ein System, das sowohl die Transmission als auch das gestreute Licht misst, wird demonstriert. Es ermöglicht die Bestimmung der Partikelmassekonzentration und des Sauterdurchmessers der drei Teststäube mit einer Nachweisgrenze besser als 1 mg/l. Für eine optimale Integration werden planare Strahler-Empfänger-Baugruppen verwendet, die ein VCSEL bei 850 nm als Lichtquelle und monolithisch integrierte segmentierte Photodioden enthalten. Die Integration des Gesamtsystems erfolgt in transparenten PMMA-Substraten. Der Entwurf eines integrierten Talbotinterferometers zur Partikelanalyse wird vorgestellt und die einzuhaltenden Toleranzen werden diskutiert.

Abstract

The present thesis shows the integration of opto-fluidic systems for the measurement of the particle mass concentration and a mean particle size in flowing suspensions of water and standardized test dust. The particles under test follow the standard ISO 12103-1 in the granulations fine, medium and coarse. The particles show diameters between 0.5 and 150 μm and the samples follow different particle size distributions. The measurement of the mean value and the standard deviation of the scattered light and the transmission allows for the determination of the mass concentration and the Sauter mean diameter of the particle size distributions. For increasing mean particle sizes and constant particle mass concentrations the signal-noise-ratio decreases as the scattered light is superimposed by the excitation beam. In order to separate the scattered light from the excitation beam the approach of Talbot interferometry is investigated. Based on the model of Fresnel diffraction an analytical simulation approach is introduced. The expected signal in a self-imaging plane of a diffraction grating is evaluated in terms of the particle position and the ratio of particle size to grating period. The signal-noise-ratio of the approach is different from that of the transmission measurement. If the particles under test are larger than 10 μm and the measuring length is only a few hundred μm the approach of Talbot interferometry shows better behaviour. Based on theoretical considerations and different simulation approaches integrated measuring systems are developed following the concept of planar integrated free-space optics. An integrated system that measures both the transmission and the scattered light is demonstrated. The particle mass concentration and the Sauter mean diameter can be determined with a limit of detection lower than 1 mg/l. For optimum integration a planar emitter-receiver-unit comprising a VCSEL at 850 nm as light source and monolithically integrated segmented photodiodes are applied. The whole system is integrated into a transparent PMMA-substrate. The design of an integrated Talbot interferometer for particle analysis is presented including a discussion of the tolerances that have to be met.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Motivation	1
2. Grundlagen	5
2.1. Elastische Lichtstreuung an Partikeln	5
2.1.1. Die Amplitudenstreuungsfunktion	6
2.1.2. Wirksame Querschnitte und Effizienzen	8
2.1.3. Große Partikel verglichen mit der Wellenlänge	10
2.2. Beschreibung von Partikeln und Partikelkollektiven	12
2.2.1. Darstellungen von Partikelgrößenverteilungen	13
2.2.2. Umrechnung zwischen den Verteilungen	16
2.2.3. Kenngrößen aus Verteilungen	17
2.2.4. Sauterdurchmesser und volumenspezifische Oberfläche	18
2.2.5. Verteilungsfunktionen	19
2.3. Optische Partikelmesstechnik	20
2.3.1. Zählende Methoden	20
2.3.2. Messung am Partikelkollektiv	21
2.3.2.1. Extinktions-, Transmissions- oder Trübungsmessung	21
2.3.2.2. Spektrale Extinktionsmessung	23
2.3.2.3. Dynamische Extinktionsmessung	24
2.3.2.4. Statische Lichtstreuung	25
2.3.2.5. Dynamische Lichtstreuung	26
2.4. Zusammenfassung des Kapitels	27
3. Methoden der integrierten Partikelmesstechnik	28
3.1. Teststäube	28
3.1.1. Partikelgrößenverteilungsfunktionen	28
3.2. Auswahl eines Messprinzips	30
3.2.1. Erwartetes Streuverhalten	30
3.2.2. Erwartetes Extinktions- oder Transmissionsverhalten	31
3.2.3. Erwartetes Fluktuationsverhalten	33
3.2.4. Auswahl	34
3.3. Simulation optischer Gesamtsysteme	35
3.3.1. Monte-Carlo-Simulation	35

3.3.2.	Berechnung der Partikelstreuung in ASAP	37
3.4.	Geeignetes Messregime	38
3.5.	Signal-Rausch-Verhältnis	41
3.6.	Zusammenfassung des Kapitels	41
4.	Talbotinterferometrie für die Partikelanalyse	43
4.1.	Selbstabbildung periodischer Strukturen - Der Talboteffekt	44
4.1.1.	Skalare Beugungstheorie	45
4.1.2.	Huygens-Fresnel-Kirchhoff-Theorie des Talboteffekts	47
4.1.3.	Gitterformen	48
4.1.3.1.	Zweistufige Rechteckgitter	49
4.1.3.2.	Sinusamplitudengitter	52
4.1.3.3.	Sinusphasengitter	53
4.1.4.	Talbotteppiche	53
4.1.5.	Skalierung des Talboteffekts	55
4.1.6.	Talbotinterferometrie	56
4.2.	Modellierung der Partikelstreuung im wellenoptischen Modell	60
4.2.1.	Beugung an einer kreisrunden Scheibe	60
4.2.2.	Skalierung der Beugungsbilder	66
4.3.	Kombiniertes Modell	68
4.3.1.	Überlagerung der Felder	68
4.3.2.	Partikelbewegung	71
4.3.3.	Skalierung	72
4.3.4.	Erstellen einer Matrizenbibliothek	74
4.4.	Verifikation des Modells	75
4.4.1.	Messung von Talbotteppichen	75
4.4.2.	Der Walk-off-Effekt	76
4.4.3.	Messung von gestörten Talbotteppichen	77
4.5.	Optimierung der Messkonfiguration	80
4.5.1.	Abhängigkeit des Signals von der Partikelposition	81
4.5.1.1.	Abhängigkeit des Signals von der axialen Position	83
4.5.1.2.	Abhängigkeit des Signals von der lateralen Position	85
4.5.2.	Eignung des Verfahrens zur Partikelanalyse	88
4.5.2.1.	Einzelpartikelanalyse	88
4.5.2.2.	Messung am Partikelkollektiv	90
4.5.3.	Einfluss der Detektorgröße	94
4.5.4.	Einschätzung der Ergebnisse	95
4.6.	Zusammenfassung des Kapitels	99
5.	Optische Systemintegration	100

5.1. Planar integrierte Freiraumoptik	101
5.2. Saphir-GaN-basiertes planar integriertes freiraumoptisches System	102
5.3. Integriertes Messsystem in PMMA zur Streulichtanalyse	105
5.3.1. Strahler-Empfänger-Baugruppe	107
5.3.2. Probenkammer	107
5.3.3. Optische Freiformfläche zur Strahlformung	108
5.3.4. Analyse des Gesamtsystems mit ASAP	110
5.3.5. Messungen	113
5.3.6. Auswertung	115
5.3.6.1. Transmissionssignal	116
5.3.6.2. Streusignal	117
5.3.6.3. Bestimmung der Massekonzentration und des Sauterdurchmessers	117
5.3.6.4. Nachweisgrenze	119
5.3.7. Einschätzung der Ergebnisse	120
5.4. Integration eines Talbotinterferometers zur Partikelanalyse	121
5.4.1. Entwurf eines Systems	121
5.4.1.1. Der Talboteffekt bei verschiedenen Wellenformen .	121
5.4.1.2. Strahlformung	124
5.4.1.3. Toleranz des axialen Position der Selbstabbildung	126
5.4.1.4. Der Talboteffekt in anderen Materialien	129
5.4.1.5. Fluidikkanal	131
5.4.2. Anforderungen und Toleranzen	131
5.4.2.1. Abweichung der Wellenlänge	133
5.4.2.2. Abstand zwischen Gitter und Detektor	133
5.4.2.3. Verdrehung zwischen Gitter und Detektorstreifen	133
5.4.2.4. Laterale Dejustage des Gitters	134
5.4.2.5. Axiale Dejustage der Linse	134
5.4.2.6. Laterale Dejustage der Linse	135
5.4.3. Zusammenfassung der Toleranzanalyse	136
5.4.4. Systementwurf	136
5.5. Zusammenfassung des Kapitels	138
6. Zusammenfassung und Ausblick	140
Literaturverzeichnis	144
Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	153
A. Anhang	156
A.1. Messdaten	156
A.2. Berechnung der Feldverteilung hinter einem Gitter	156

A.3. Vereinfachung eines mathematischen Ausdrucks	156
A.4. Bestimmung der Fourierkoeffizienten	158
Eidesstattliche Erklärung	160
Danksagung	161

1. Einleitung und Motivation

Partikel verschmutzten Flüssigkeiten. Da die Verschmutzung technischer Flüssigkeiten wie Schmiermittel oder Hydrauliköl direkt mit der Funktionalität eines Systems verknüpft ist, beeinflusst sie dessen Standzeit und letztlich die Lebensdauer. Partikel enthaltende Flüssigkeiten werden Suspensionen genannt und sind Spezialfälle disperser Zweiphasensysteme, die in diversen Formen in Ingenieuranwendungen wie Prozess- und Umwelttechnik auftreten. Natürliche disperse Zweiphasensysteme sind Gegenstand biologischer, chemischer und medizinischer Forschung. In diesem Kontext ist die Bestimmung der Eigenschaften der Partikel oder der Partikelsysteme von großer Bedeutung. Im Bereich der Prozess- und Umwelttechnik ist die Online-Überwachung von Verunreinigungen für einen ressourcensparenden und wirtschaftlichen Prozess von Interesse. Dabei sind die Massekonzentration des Feststoffanteils und die Größen der enthaltenen Partikel wichtige Zustandsgrößen. Letztere werden durch die Partikelgrößenverteilung beschrieben. Kann diese nicht genau ermittelt werden, gibt auch eine mittlere Partikelgröße Aufschluss über Eigenschaften der Suspension, wie beispielsweise das Fließverhalten, die Viskosität oder die chemische Reaktivität.

Zur Überwachung der Zustandgrößen einer Suspensionen werden häufig optische Messverfahren verwendet. Die Partikelanalyse ist dabei permanent, berührungslos, rückwirkungsfrei und in Echtzeit. Dies bietet den Vorteil, dass im laufenden Prozess gemessen werden kann und eine schnelle Reaktion auf sich ändernde Zustandsgrößen möglich ist. Beispiele sind die Extinktions-, Transmissions- oder Trübungsmessung [1, 2], die Transmissionsfluktuationsspektroskopie oder dynamische Extinktionsmessung [3–7], die Laser-Doppler- oder Phasen-Doppler-Anemometrie [8, 9], die statische Lichtstreuung [10], die dynamische Lichtstreuung, die Scatterometrie [11] und Speckle-basierte Methoden [12, 13]. Die Anforderungen an die Partikelanalyse können recht unterschiedlich sein und bestimmen die Komplexität des Messsystems. Bei der Auswahl oder Entwicklung eines Messprinzips ist bedeutend, ob die Rekonstruktion der Partikelgrößenverteilung gewünscht ist oder die Bestimmung eines mittleren Durchmessers ausreichend ist, ob das Partikelmaterial bestimmt werden soll und in welchem Größenbereich die Partikel liegen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines integrierten optofluidischen Messsystems zur Überwachung der Feststoffkonzentration von fließenden Suspensionen und die Bestimmung einer mittleren Partikelgröße der standar-

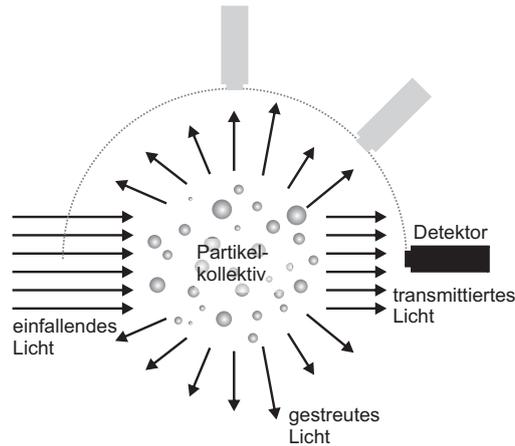


Bild 1.1.: Die Streuung am Partikelkollektiv sorgt für eine winkelabhängige Lichtverteilung.

disierten Teststäube gemäß der Norm ISO 12103-1. Hierbei soll auf Peripheriegeräte weitestgehend verzichtet werden, um ein kleines und mobiles Messsystem zu realisieren. Dadurch wird natürlich die Vielfalt der einsetzbaren Lichtquellen und Detektionssysteme stark eingeschränkt. Zur Systemintegration eignet sich der Ansatz der planar integrierten Freiraumoptik, bei dem alle aktiven optischen Komponenten, also Lichtquelle und Detektoren, in einer Ebene angeordnet sind und das Licht auf einem Zick-Zack-Pfad durch das System geleitet wird.

Beim Durchstrahlen von Anregungslicht durch eine Suspension kommt es zur Wechselwirkung zwischen dem Licht und den Partikeln. Dadurch wird zum einen eine Schwächung des direkt transmittierten Lichtes verursacht und zum anderen wird ein Teil des Lichtes in alle Raumrichtungen gestreut. Bild 1.1 zeigt schematisch wie Detektoren an verschiedenen Stellen zur Messung eingesetzt werden können. Zur optischen Partikelanalyse lassen sich grundsätzlich zwei Verfahren unterscheiden:

1. die **Extinktions-, Transmissions- oder Trübungsmessverfahren**, die die charakteristischen Änderungen eines Lichtstrahls beim Durchstrahlen eines Messobjektes in Vorwärtsrichtung zur Messung nutzen und
2. die **Streulichtmessverfahren**, die das von einem Messobjekt gestreute Licht auswerten.

Die Wechselwirkung zwischen dem Anregungslicht und den Partikeln hängt von den Parametern der Suspension und denen des Anregungslichtes ab. Diese sind die auftretenden Partikelgrößen im Vergleich zur Wellenlänge, das Verhältnis der Brechzahlen von Partikeln und Flüssigkeit und die Partikelkonzentration. Diese Parameter bestimmen das sogenannte Messregime, auf das sich eine geeignete Messmethoden immer bezieht [2]. Die zu erwartende Partikelkonzentration ist

maßgeblich dafür verantwortlich, ob eine Messung am Einzelpartikel oder eine Messung am Partikelkollektiv vorgenommen werden kann. Während bei der Einzelpartikelanalyse jedes einzelne Partikel klassifiziert und somit eine Partikelgrößenverteilung ermittelt werden kann, wird bei der Messung am Partikelkollektiv das Summensignal ausgewertet. Die anschließende Rekonstruktion der Partikelgrößenverteilung ist ein mathematisch anspruchsvolles Problem [14]. Zur Bestimmung einer bestimmten Anzahl an Stützstellen der Partikelgrößenverteilung sind ebensoviele unabhängige Messwerte notwendig. Die Anzahl der Messwerte lässt sich reduzieren, wenn eine analytische n -parametrische Verteilungsfunktion angefitet werden kann oder die Bestimmung eines mittleren Durchmessers ausreichend ist.

Bei der Entwicklung eines opto-fluidischen Gesamtsystems erfolgt ausgehend von den Anforderungen der Systementwurf und schließlich die Systemintegration. Während der Arbeit wurden für die Systementwicklung die folgenden Schritte durchlaufen:

1. Festlegung der Parameter, des Messregimes aus den Anforderungen
2. Auswahl bzw. Entwicklung eines Messprinzips
3. Grobentwurf des Gesamtsystems
4. Feinentwurf der Komponenten
5. Herstellung und Beschaffung der (Test-)Komponenten
6. Test und/oder Simulation der Komponenten
7. Test und/oder Simulation des Gesamtsystems
8. Systemaufbau
9. Messung und Auswertung

Die Modellbildung und -analyse, die den gesamten Entwicklungsprozess begleitet, nimmt einen hohen Stellenwert ein, da durch ein gutes Modell viele Tests durch Simulationen ersetzt werden können und das Verständnis für die grundlegenden Zusammenhänge erlangt wird. Die optische Modellbildung kann allgemein auf der Grundlage der Strahlenoptik oder der Wellenoptik erfolgen. Nicht immer bieten kommerziell verfügbare Simulationsprogramme die gewünschten Funktionen, so dass alternative Lösungsmöglichkeiten evaluiert werden müssen.

Während der Arbeit wurde ein integriertes Messsysteme entwickelt und demonstriert, das nach dem Prinzip der dynamischen Extinktions- und Streulichtmessung am Partikelkollektiv misst. Hierbei wird neben dem geschwächten transmittierten Licht auch das gestreute Licht gemessen. Mit Hilfe des Mittelwerts und

der Standardabweichung der Signale kann die Massekonzentration und ein mittlerer Durchmesser, der so genannte Sauterdurchmesser, des Partikelkollektivs von standardisiertem Teststaub in drei verschiedenen Körnungen ermittelt werden.

Mit zunehmenden Partikeldurchmessern und abnehmenden Partikelkonzentrationen stößt der Ansatz allerdings an seine Grenzen, da sich gestreutes und transmittiertes Licht überlagern und die Signale bei gleichbleibender Massekonzentration sehr schwach werden. Eine Trennung von diesen beiden Lichtanteilen wird mit einem zweiten Ansatz erreicht. Hierbei wird das Messprinzip der Talbotinterferometrie [15–17] zum ersten Mal zur Partikelanalyse angewendet. Durch die kohärente Überlagerung mehrerer Beugungsordnungen kommt es zur Auslöschung des Anregungslichtes, nicht aber des gestreuten Lichtes. Die Eignung des Verfahrens hinsichtlich der Einzelpartikelanalyse und der Messung am Partikelkollektiv werden untersucht und das erzielbare Signal-Rausch-Verhältnis mit der Transmissionsmessung verglichen. Während beim ersten System auf kommerzielle Simulationssoftware zurückgegriffen werden konnte, musste für den zweiten Ansatz ein Simulationswerkzeug neu entwickelt werden.

Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit den grundlegenden Betrachtungen zur elastischen Lichtstreuung an Partikeln, der Beschreibung von Partikelgrößenverteilungen und den optischen Messverfahren zur Partikelanalyse. Dieses Kapitel bildet die Basis für die dann folgenden Entwicklungsschritte integrierter opto-fluidischer Systeme. In Kapitel 3 werden die Eigenschaften der zu untersuchenden Teststäube bestimmt und daraus die für die Simulationen benötigten Parameter extrahiert. Es erfolgt die Auswahl der Messprinzipien und deren Grenzen werden aufgezeigt. Kapitel 4 beschreibt daraufhin die Entwicklung des Messprinzips der Talbotinterferometrie zur Partikelcharakterisierung. Hierbei liegt ein großes Gewicht auf der Modellbildung und der Simulation. Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Systemintegration. Neben einem planar integrierten diffraktiven System auf der Basis von Saphir und Galliumnitrid wird ein in PMMA (Polymethylmethacrylat) integriertes System zur Streulichtanalyse demonstriert. Schließlich werden die Möglichkeiten zur Realisierung eines integrierten Talbotinterferometers diskutiert und die einzuhaltenden Toleranzen formuliert. Kapitel 6 fasst die Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick.

2. Grundlagen

Dieses Kapitel befasst sich mit den Grundlagen, die für die Entwicklung integrierter opto-fluidischer Systeme zur Partikelanalyse notwendig sind. Um eine theoretische Basis für die weiteren Betrachtungen zu schaffen und Begriffe einzuführen, wird zunächst auf die Lichtstreuung und -extinktion an Partikeln eingegangen. Darauf folgt ein Abschnitt über die Beschreibungsmöglichkeiten polydisperser Partikelkollektive, die aus Partikeln unterschiedlicher Größe bestehen. Die Partikelgrößenverteilung wird für die späteren Simulationen der zu untersuchenden Teststäube benötigt. Danach werden optische Methoden zur Partikelanalyse vorgestellt und ihre Anwendbarkeit diskutiert.

2.1. Elastische Lichtstreuung an Partikeln

Zwischen Licht und dielektrischen Partikeln kommt es zu Wechselwirkungen. Von diesen Wechselwirkungen hängt es ab, inwieweit Aussagen über Partikelkonzentration und Partikelgröße durch eine optische Messmethode gemacht werden können. Fällt Licht auf ein Partikel, so kommt es zur Absorption und zur Streuung des Lichtes in alle Raumrichtungen. Sowohl die Menge des absorbierten Lichtes als auch die Menge und Winkelverteilung des gestreuten Lichtes hängen sowohl von den geometrischen als auch von den optischen Eigenschaften des Partikels ab. Der Partikelquerschnitt A , der sich als Schatten bei Projektion auf eine Fläche senkrecht zur Lichtausbreitungsrichtung ergibt, wird geometrischer Schatten genannt. Im einfachsten Fall eines sphärischen Partikels mit dem Radius a und dem Durchmesser $x = 2a$ ergibt sich ein Kreis mit der Fläche $A = \pi a^2$. Das Verhältnis der komplexen Brechzahlen des Partikels n_p und des umgebenden Mediums n_m wird durch den Parameter

$$m = \frac{n_p}{n_m} \quad (2.1)$$

ausgedrückt. Die Wellenlänge des Lichtes λ wird im dimensionslosen Größenparameter

$$\alpha = \frac{2\pi a}{\lambda} \quad (2.2)$$

mit der Partikelgröße ins Verhältnis gesetzt. Dabei ist $\lambda = \lambda_0/n_m$ mit λ_0 als Vakuumwellenlänge. Die Parameter m und α bestimmen das Streuverhalten eines Partikels. Das Streuverhalten eines Partikelkollektivs ergibt sich aus der Überlagerung der Einzeleffekte und hängt von der Partikelgrößenverteilung und der

Partikelkonzentration ab. Zunächst wird nun aber die Streuung am Einzelpartikel näher betrachtet.

Die Wechselwirkung einer ebenen elektromagnetischen Welle mit einem sphärischen Partikel kann mit Hilfe der Mie-Theorie [18] beschrieben werden. Es handelt sich um die exakte Lösung der Maxwell-Gleichungen für die Streuung einer ebenen Welle an einem sphärischen Partikel beliebiger Größe. Der Ansatz, mit dem das gestreute elektromagnetische Feld in jedem Raumpunkt berechnet werden kann, erfordert einigen numerischen Aufwand und kann in weiterführender Literatur [14, 19–22] nachgelesen werden. Während der Arbeit wurde bei den Berechnungen auf das Programm MiePlot [23] zurückgegriffen, das den Algorithmus von Bohren und Huffman [14] implementiert hat, der auf der Mie-Theorie beruht.

2.1.1. Die Amplitudenstreuungsfunktion

Die sogenannte Amplitudenstreuungsfunktion beschreibt das elektromagnetische Feld in jedem Raumpunkt, das durch die Streuung einer ebenen Welle an einem Partikel verursacht wird. Bild 2.1 zeigt die Ausgangssituation.

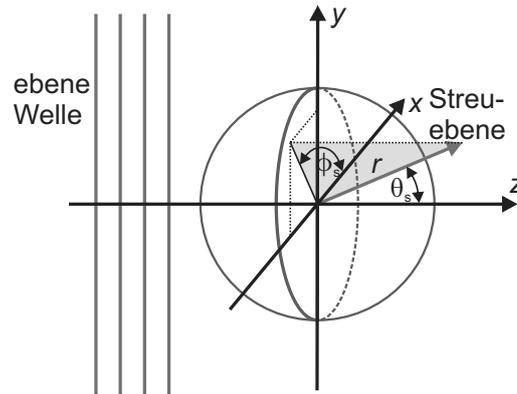


Bild 2.1.: Streuung an einem beliebigen Partikel.

Die z -Achse ist die Propagations- und somit auch die Vorwärtsrichtung. Die Streurichtung und die Vorwärtsrichtung spannen die sogenannte Streuebene [14] auf. Dabei ist θ_s der polare Streuwinkel und ϕ_s ist der Azimutwinkel. $\theta_s = 0^\circ$ wird als Vorwärtsstreuung, $\theta_s = 180^\circ$ als Rückwärtsstreuung bezeichnet. Die Beziehung zwischen einfallendem Feld E_i und gestreutem Feld E_s in Matrixform [14, 20] ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{jk(z-r)}}{jkr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

E_{\perp} und E_{\parallel} beziehen sich auf die Polarisationsrichtungen des elektrischen Feldes senkrecht und parallel zur Streuebene. $k = 2\pi/\lambda$ ist der Betrag des Wellenvektors

und wird Wellenzahl genannt, r ist der Betrag des Streuvektors \mathbf{r} und gleichbedeutend mit dem Abstand des Messortes vom Partikel. Die Elemente S_n mit $n = 1, 2, 3, 4$ der komplexen Amplitudenstrematrix beschreiben die Streuung in jede Raumrichtung. Bei sphärischen Partikeln liegt Kugelsymmetrie vor und S_n variiert nicht mit dem Azimutwinkel ϕ_s . Außerdem gilt dann $S_3 = S_4 = 0$, so dass für alle Richtungen zwei komplexe Amplitudenstrefunktionen $S_1(\theta_s)$ und $S_2(\theta_s)$ auftreten, die Amplitude und Phase der gestreuten skalaren Welle in Abhängigkeit der Polarisation beschreiben. Es bleiben zwei Formeln:

$$\begin{aligned} E_{\perp s} &= S_1(\theta_s) \frac{e^{jk(z-r)}}{jkr} E_{\perp i}, \\ E_{\parallel s} &= S_2(\theta_s) \frac{e^{jk(z-r)}}{jkr} E_{\parallel i}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Durch Bildung des Betragsquadrates erhält man die Intensität des gestreuten Lichts I_s bei Beleuchtung mit Licht der Intensität I_0 . Für senkrechte Polarisation ergibt sich

$$I_{\perp s}(\theta_s) = \frac{|S_1(\theta_s)|^2}{k^2 r^2} I_0, \quad (2.5)$$

und für parallele Polarisation

$$I_{\parallel s}(\theta_s) = \frac{|S_2(\theta_s)|^2}{k^2 r^2} I_0. \quad (2.6)$$

Für einfallendes natürliches Licht gilt

$$I_s(\theta_s) = \frac{(|S_1(\theta_s)|^2 + |S_2(\theta_s)|^2)}{2k^2 r^2} I_0 = \frac{|S(\theta_s)|^2}{k^2 r^2} I_0, \quad (2.7)$$

mit

$$|S(\theta_s)|^2 = \frac{|S_1(\theta_s)|^2 + |S_2(\theta_s)|^2}{2}. \quad (2.8)$$

Die Berechnung der Amplitudenstrefunktion kann mit dem Programm Mie-Plot erfolgen. Dort kann wahlweise $|S_n(\theta)|^2$, I_s oder die Phasenfunktion P , die in Kapitel 2.1.2 auf Seite 10 noch näher beschrieben wird, polarisationsabhängig ausgegeben werden. Bild 2.2 (a) zeigt die Amplitudenstrefunktionen in logarithmischer Darstellung für drei verschiedene Größenparameter ($\alpha = 5, 100$ und 500) bei einem Brechzahlverhältnis von $m = 1, 1$. Bei einer Wellenlänge von 633 nm entspricht dies Partikeln mit einem Durchmesser von ca. $1 \text{ }\mu\text{m}$, $20 \text{ }\mu\text{m}$ und $100 \text{ }\mu\text{m}$. Alle drei Streufunktionen haben gemeinsam, dass das meiste Licht in Vorwärtsrichtung gestreut wird. Allerdings bildet sich mit zunehmendem α ein immer schmalerer und stärkerer Peak in Vorwärtsrichtung aus. Die Gesamtintensität des durch ein Einzelpartikel gestreuten Lichtes steigt mit zunehmendem Partikeldurchmesser. Betrachtet man allerdings das gestreute Licht, das von einem gleichen Partikelvolumen gestreut wird, zeigt sich ein anderes Verhalten. Bild 2.2 (b) zeigt $|S(\theta_s)|^2/x^3$, also die Amplitudenstrefunktionen für unpolarisiertes Licht

bezogen auf die dritte Potenz des Partikeldurchmessers, die das Partikelvolumen repräsentiert. Gezeigt ist der Winkelbereich zwischen -20° und 20° . Es handelt sich um Partikel mit $n_p = 1,45$ mit einem Durchmesser von $100\ \mu\text{m}$, $10\ \mu\text{m}$ und $1\ \mu\text{m}$ in Wasser ($n_m = 1,325$) bei Beleuchtung mit $850\ \text{nm}$ Wellenlänge. In dieser Darstellungsweise wird deutlich, wie ein gleiches Volumen an Partikeln Licht in die unterschiedlichen Winkel streut. Die kleineren Partikel streuen das Licht relativ homogen in alle Winkelbereiche, während die großen Partikel einen schmalen intensiven Peak in Vorwärtsrichtung zeigen und die Intensität dann rasch abnimmt. Bei einer Messung in einem Streuwinkel von 10° verursacht ein gleiches Partikelvolumen bestehend aus Partikeln mit einem Radius von $0,5\ \mu\text{m}$ ein Streusignal, das fast zwei Größenordnungen über dem der $50\ \mu\text{m}$ Partikel liegt.

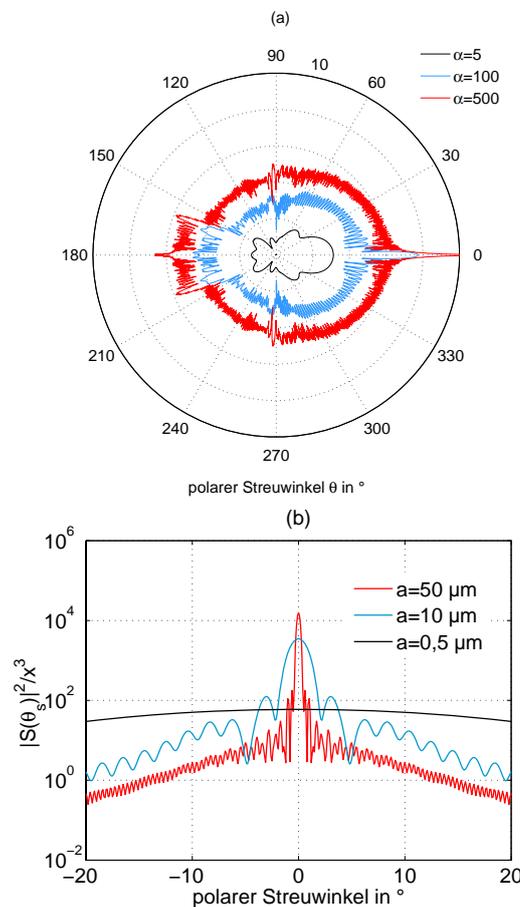


Bild 2.2.: (a) Amplitudenstreuungsfunktionen und (b) Amplitudenstreuungsfunktionen bezogen auf das Partikelvolumen jeweils für unpolarisiertes Licht.

2.1.2. Wirksame Querschnitte und Effizienzen

Ein Maß für die Wechselwirkung eines Partikels mit einer elektromagnetischen Welle ist der Extinktionsquerschnitt C_{ext} . Die Energie, um die die einfallende

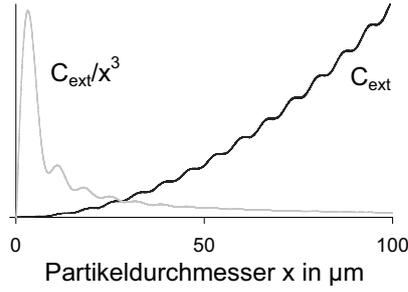


Bild 2.3.: Extinktionsquerschnitt und volumenbezogener Extinktionsquerschnitt in Abhängigkeit der Partikelgröße.

Lichtwelle abgeschwächt wird, ist gleich der Energie, die auf eine Fläche mit der Größe des Extinktionsquerschnitts fällt. Ein Teil dieser Energie wird im Inneren des Partikels absorbiert. Sie entspricht der Energie, die auf den Absorptionsquerschnitt C_{abs} fällt. Ein Teil der Energie wird in alle Raumrichtungen gestreut und entspricht der Energie, die auf den Streuquerschnitt C_{sca} fällt. Gemäß der Energieerhaltung gilt $C_{\text{ext}} = C_{\text{sca}} + C_{\text{abs}}$. Diese Querschnitte sind wirksame Flächen und haben dementsprechend die Dimension einer Fläche. Im Folgenden werden nicht absorbierende Partikel angenommen, so dass gilt $C_{\text{abs}} = 0$ und $C_{\text{ext}} = C_{\text{sca}}$. Für den Streuquerschnitt ergibt sich mathematisch [14, 20]:

$$C_{\text{sca}} = \frac{1}{k^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta_s, \phi_s) \sin(\theta_s) d\theta_s d\phi_s. \quad (2.9)$$

Dabei ist $\sin(\theta_s) d\theta_s d\phi_s = d\Omega$ der Raumwinkel und das Integral wird über alle Richtungen bestimmt. $F(\theta_s, \phi_s)$ ist der Streukoeffizient und für Kugelsymmetrie und unpolarisiertes Licht gleichbedeutend mit $|S(\theta_s)|^2$. Bild 2.3 zeigt den Extinktionsquerschnitt und den volumenbezogenen Extinktionsquerschnitt für Partikeldurchmesser bis 100 μm mit $n_p = 1,45$ in Wasser bei einer Wellenlänge von 850 nm. Aufgetragen ist bei linearer Achsenskalierung in beliebigen Einheiten und jeweils so skaliert, dass beide Kurven in einem Diagramm darstellbar sind. Während der reine Extinktionsquerschnitt für größere Partikel ansteigt, einfach weil ein größeres Partikel eine quadratisch größeren Querschnittsfläche hat, ist der Verlauf beim volumenbezogenen Extinktionsquerschnitt vollkommen anders. Hier zeigt sich, welche Partikelgröße bei gleichem Partikelvolumen am meisten Licht aus der Propagationsrichtung der einfallenden Welle streut und absorbiert. In dem dargestellten Fall sind das Partikel mit einem Durchmesser von 3,2 μm .

Bezieht man nun diese Querschnittsflächen auf den tatsächlichen geometrischen Querschnitt A eines Partikels, so erhält man die Extinktionseffizienz Q_{ext} . Diese ist die Summe aus der Streueffizienz Q_{sca} und der Absorptionseffizienz Q_{abs} : $Q_{\text{ext}} = Q_{\text{sca}} + Q_{\text{abs}}$. Bild 2.4 zeigt die Extinktionseffizienz für zwei verschiedene m -Werte aufgetragen gegen den Größenparameter α .

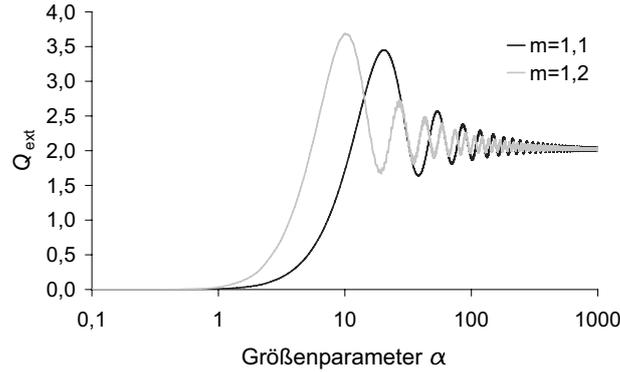


Bild 2.4.: Extinktionseffizienz in Abhängigkeit des Größenparameters.

Mit Hilfe des Streuquerschnitts oder der Streueffizienz lässt sich nun eine weitere wichtige Verteilung definieren. Diese wird Phasenfunktion genannt und ist gegeben durch

$$P(\theta_s) = \frac{|S(\theta_s)|^2}{k^2 C_{sca}} = \frac{|S(\theta_s)|^2}{\pi \alpha^2 Q_{sca}}. \quad (2.10)$$

Die Phasenfunktion ist wichtig, da ihr Integral über alle Richtung 1 ergibt (vgl. Gleichung 2.9). Sie wird in Kapitel 3.3.1 für die Simulationen benötigt.

2.1.3. Große Partikel verglichen mit der Wellenlänge

Für Partikel, die groß gegenüber der Wellenlänge sind, strebt die Extinktionseffizienz gegen den Wert 2. Der Extinktionsquerschnitt ist also zweimal so groß wie die geometrische Projektionsfläche, so dass zweimal so viel Licht aus der einfallenden Lichtwelle gestreut wird, wie auf den geometrischen Partikelquerschnitt überhaupt einfallen kann. Dieses Phänomen ist als Extinktionsparadoxon bekannt [20]. Beim Übergang zu größeren Partikeln kann die Streuung am Partikel in Einzelphänomene zerlegt werden [20]. Das sind einerseits die Brechung und Reflexion, die internen Mehrfachreflexionen eingeschlossen, und andererseits die Beugung am Partikelrand. Ein Q_{ext} von 2 wird nur erreicht, wenn angenommen werden kann, dass neben dem reflektierten, gebrochenen und absorbierten Licht, das einen Extinktionsquerschnitt von A verursacht, auch das gebeugte Licht den Detektor verfehlt. Das gebeugte Licht verursacht ebenfalls einen Extinktionsquerschnitt von A , so dass sich insgesamt eine Extinktionseffizienz von 2 ergibt. Dies wird durch einen sehr kleinen Akzeptanzwinkel des Detektors erreicht, so dass das gesamte gestreute Licht, auch in den kleinen Winkeln, als aus der ursprünglichen Welle herausgestreut betrachtet werden kann.

Wenn das Beugungsmuster deutlich intensiver und schmaler als das Reflexions- und Brechungsmuster ist, so kann die Streuung durch die Beugung an der geometrischen Schattenfläche des Partikels angenähert werden. Ersetzt man in diesem Fall ein Partikel durch ein undurchsichtiges Scheibchen mit Form und Größe sei-

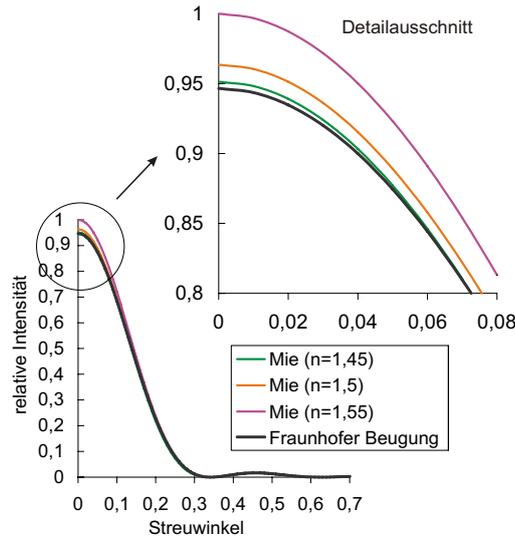


Bild 2.5.: Vergleich der Streufunktionen bei Berechnung mit Mie-Theorie und Beugung.

nes geometrischen Schattens, so sind die Beugungsbilder annähernd gleich den Streulichtverteilungen. Für die Intensitätsverteilung des gestreuten Lichtes leitet van de Hulst her [20]:

$$I_S = \frac{A^2}{\lambda^2 r^2} I_0 |D(\theta_s, \phi_s)|^2. \quad (2.11)$$

Die Funktion D für eine Kugel mit $A = \pi a^2$ ist dann:

$$D(\theta_s) = \frac{2J_1(\alpha \sin \theta_s)}{\alpha \sin \theta_s}, \quad (2.12)$$

mit $\alpha = ka = 2\pi a/\lambda$. Setzt man Gleichung 2.12 in Gleichung 2.11 ein, so erhält man die Lichtverteilung, die durch Fraunhoferbeugung an einer kreisrunden Apertur entsteht [24]:

$$I_S = \frac{A^2}{\lambda^2 r^2} I_0 \left| \frac{2J_1(\alpha \sin \theta_s)}{\alpha \sin \theta_s} \right|^2. \quad (2.13)$$

Durch Vergleich mit Gleichung 2.7 erhält man die Amplitudenstrefunktion

$$S(\theta_s) = \frac{k}{\lambda} AD(\theta_s) = \frac{k^2}{2\pi} AD(\theta_s). \quad (2.14)$$

Durch Einsetzen von A und D ergibt sich:

$$S_1(\theta_s) = S_2(\theta_s) = \alpha^2 \frac{J_1(\alpha \sin \theta_s)}{\alpha \sin \theta_s}. \quad (2.15)$$

Bild 2.5 zeigt den Vergleich zwischen Amplitudenstrefunktionen, die mit der Mie-Theorie und der Fraunhofer Beugungstheorie berechnet wurden. Es ergeben sich kleine Unterschiede in der maximalen Amplitude, aber der Verlauf der Streufunktionen ist annähernd gleich. Dieser Vergleich gilt zunächst nur in großem

Abstand vom Partikel. Der Gültigkeitsbereich der Fraunhofer Beugung beginnt bei $z \gg ka^2$ [24]. Für ein Partikel mit einem Radius von 50 μm , das mit Licht einer Wellenlänge von 633 nm beleuchtet wird gilt $z \gg 25$ mm.

Da in der Regel nicht nur ein einzelnes Partikel sondern ein Partikelkollektiv zur quantitativen Analyse vorliegt, werden nun dessen Beschreibungsmöglichkeiten und Kenngrößen diskutiert.

2.2. Beschreibung von Partikeln und Partikelkollektiven

Suspensionen sind disperse Zweiphasensysteme und bestehen aus einer flüssigen kontinuierlichen Phase, z.B. Wasser oder Öl, und einem festen dispersen, d.h. räumlich verteilten Stoff, der in diskrete Einzelemente aufgeteilt ist und im Folgenden Partikel genannt wird. Ein monodisperses System besteht aus Partikeln gleicher Größe und Form. Den idealen Modellzustand stellen Kugeln gleicher Größe dar. Viele Produkte verfahrenstechnischer Prozesse oder natürliche disperse Systeme stellen feste Partikelkollektive dar, die polydispers sind und sich somit aus Partikeln unterschiedlicher Größe und Form zusammensetzen. Reale Partikel haben meist unsymmetrische Formen. Bild 2.6 zeigt, auf welche Weisen einem realen Partikel eine ideale Kugel für die weiteren theoretischen Betrachtungen zugeordnet werden kann.

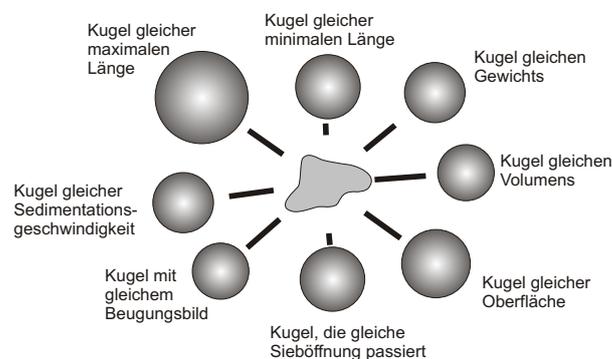


Bild 2.6.: Äquivalente Partikeldurchmesser.

Liegt eine monodisperse Suspension vor, so wird diese durch den Partikeldurchmesser hinreichend gut beschrieben. Besteht ein Partikelkollektiv allerdings aus Partikeln unterschiedlicher Durchmesser, so müssen geeignete Beschreibungsmethoden gefunden werden. Die Partikel folgen einer Partikelgrößenverteilung. Will man diese bestimmen, so gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Einzelpartikelmessung und Klassifizierung der Partikeldurchmesser,
- Ermittlung von n Stützstellen der Partikelgrößenverteilungsfunktion durch n unabhängige Messwerte,

- Anfiten einer n -parametrischen Funktion mit n unabhängigen Messwerten oder
- Behandlung des polydispersen Systems wie ein monodisperses System mit einem scheinbaren Durchmesser x_{ap} und einer scheinbaren Extinktionseffizienz $Q_{ext,ap}$.

Dieser scheinbare Durchmesser korrespondiert manchmal mit bedeutsamen mittleren Durchmessern der Partikelgrößenverteilung, z.B. dem Massenmittel oder dem Sauterdurchmesser. Der Zusammenhang ist nicht eindeutig und der scheinbare Durchmesser kann mit der Wellenlänge und den Werten von m und α variieren. Auch die Messmethode und die Art der Partikelgrößenverteilung haben einen Einfluss [25].

Die im Folgenden dargestellten Grundlagen der Partikeltechnologie zur Beschreibung und Kennzeichnung polydisperser Partikelkollektive beruhen auf den Ausführungen in verschiedenen Lehrbüchern [26–29]. Die Partikel werden als homogen und kugelförmig angenommen, so dass $x = 2a$ den Durchmesser eines Partikels beschreibt. Es werden polydisperse Suspensionen betrachtet in denen die Partikel homogen verteilt sind, so dass die Partikelgrößenverteilung nicht innerhalb des Mediums variiert. Die Partikelanzahl im Probenvolumen wird Anzahlkonzentration Φ_N genannt. Über das Partikelvolumen $v = \pi x^3/6$ und die Massendichte ρ_m ergeben sich die Volumenkonzentration Φ_V

$$\Phi_V = \Phi_N v \quad (2.16)$$

und die Massekonzentration Φ_M

$$\Phi_M = \Phi_N v \rho_m. \quad (2.17)$$

2.2.1. Darstellungen von Partikelgrößenverteilungen

Die Darstellung von Partikelgrößenverteilungen erfolgt mit Hilfe von Verteilungsfunktionen, wie sie aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung bekannt sind. Es handelt sich dabei um die Darstellung der Wahrscheinlichkeit, Partikel mit bestimmten Partikelgrößen x in einer Grundgesamtheit anzutreffen. Partikelgrößenverteilungen können als Verteilungssumme Q_r oder als Verteilungsdichte q_r dargestellt werden. Die Mengenart wird durch den Parameter r festgelegt: $r = 0$ Anzahlanteile, $r = 1$ Längenanteile, $r = 2$ Flächenanteile und $r = 3$ Volumen- bzw. Massenanteile. Am meisten verbreitet sind Volumen- bzw. Massenverteilungen und auch Anzahlverteilungen. Wie stark sich die Verteilungen voneinander unterscheiden zeigt das folgende Beispiel [26], das menschengemachte Objekte, die die Erde umkreisen, klassifiziert. Die Anzahlverteilung sagt, dass nur 0,2% der Objekte größer als 10 cm sind, aber dass diese großen Objekte 99,96% der Masse der Population ausmachen.

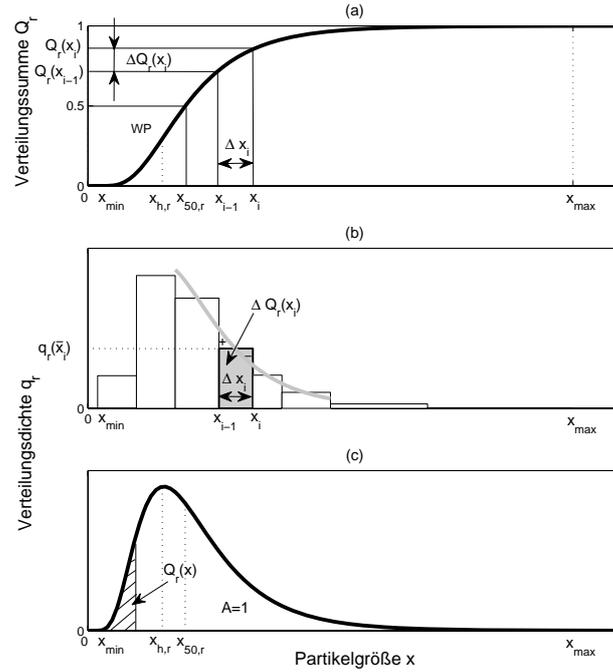


Bild 2.7.: (a) Partikelverteilungssumme, (b) Partikelverteilungsdichte als Histogramm und (c) Partikelverteilungsdichte.

Um die Verteilungssummenkurve eines Partikelkollektivs $Q_r(x)$ zu gewinnen, sind die Mengenanteile zu bestimmen, deren Partikel kleiner als vorgegebene Bezugsgrößen x_i sind und in einem Diagramm über dieser Bezugsgrößen aufzutragen:

$$Q_r(x_i) = \frac{\text{Menge aller Partikel mit } x \leq x_i}{\text{Gesamtmenge aller Partikel}}. \quad (2.18)$$

Die Verteilungssummenfunktion ergibt sich also als Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten. Den Verlauf einer Verteilungssummenkurve Q_r in Abhängigkeit der Partikelgröße x zeigt Bild 2.7 (a). Q_r verläuft stetig und monoton steigend zwischen 0 und 1, also von 0 bis 100%. Für $x \leq x_{\min}$ gilt $Q_r = 0$ und für $x > x_{\max}$ gilt $Q_r = 1$. Ein Wertepaar gibt den Anteil Q_r der Gesamtmenge an, der alle Partikel mit den Größen $x < x_i$ umfasst. Das Wertepaar $x = 5 \mu\text{m}$ und $Q_3 = 0,15$ bedeutet, dass 15% des gesamten Teilchenvolumens Teilchen mit einem Durchmesser kleiner als $5 \mu\text{m}$ sind.

Bezieht man den Mengenanteil $\Delta Q_r(x_i)$ innerhalb eines Größenintervalls auf die Intervallbreite Δx_i , bildet man also den Differenzenquotienten, erhält man die Verteilungsdichte $q_r(\bar{x}_i)$:

$$q_r(\bar{x}_i) = \frac{Q_r(x_i) - Q_r(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\Delta Q_r(x_i)}{\Delta x_i}. \quad (2.19)$$

x_i steht für die Obergrenze, x_{i-1} für die Untergrenze und \bar{x}_i für den arithmetischen Mittelwert des Intervalls Δx_i , das auch Kornklasse oder Fraktion genannt

wird. Trägt man $q_r(\bar{x}_i)$ über den Grenzen x_i und x_{i-1} der Kornklasse Δx_i auf, so erhält man ein Rechteck. Die Darstellung des gesamten Korngrößenbereichs von x_{\min} bis x_{\max} liefert, wie in Bild 2.7 (b) zu sehen, die Darstellung der Verteilungsdichte als Histogramm. Der Flächeninhalt der i -ten Säule $A_i = q_r(\bar{x}_i)\Delta x_i$ ist gleichbedeutend mit dem erfassten Mengenanteil $\Delta Q_r(x_i)$. Summiert man über alle Rechtecke des Histogramms, so wird die gesamte Partikelmenge eingeschlossen und es ergibt sich zwangsläufig 1, was 100% der Menge entspricht. Die Maßeinheit der Verteilungsdichte ist $[q_r] = \text{m}^{-1}$, meist wird mm^{-1} oder μm^{-1} verwendet.

Können ermittelte Messpunkte mit einer differenzierbaren Funktion $Q_r(x)$ angenähert werden oder nimmt die Breite der Intervalle immer weiter ab ($\Delta x \rightarrow 0$) kann der Grenzwert

$$q_r(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_r}{\Delta x} = \frac{dQ_r(x)}{dx} \quad (2.20)$$

gebildet werden. Man erhält die Verteilungsdichtekurve aus der Ableitung der Verteilungssummenkurve, diese gibt also die Steigung der Verteilungssummenkurve wieder. Analog erhält man die Verteilungssummenkurve durch Integration (bzw. Aufsummierung) der Verteilungsdichtekurve:

$$Q_r(x) = \int_{x_{\min}}^x q_r(t) dt \approx \sum_{i=1}^i q_r(x_i) \Delta x_i. \quad (2.21)$$

Die Summe wird bis zur i -ten der insgesamt I Säulen gebildet. Die Integration von $q_r(x)$ über den gesamten Partikelgrößenbereich ergibt 1:

$$\int_0^{\infty} q_r(x) dx = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} q_r(x) dx = Q_r(x_{\max}) - Q_r(x_{\min}) = 1. \quad (2.22)$$

Bei linearer Auftragung der Dichteverteilung entspricht die Fläche unterhalb der Verteilungsfunktion den zugehörigen Mengenanteilen. In Bild 2.7 (c) ist das Flächenstück mit dem Wert $Q_r(x)$ dargestellt, das durch Integration von x_{\min} bis x entsteht.

Die Partikel eines jeden Intervalls haben einen mittleren Partikeldurchmesser \bar{x}_i und ein mittleres Partikelvolumen $v_i = \pi \bar{x}_i^3 / 6$. Auf jedes Intervall entfällt eine Partikelanzahl n_i , die Gesamtanzahl ist N und das Gesamtvolumen V . Für Verteilungssummenanteile gilt allgemein

$$\Delta Q_r(x_i) = \frac{n_i \bar{x}_i^r}{\sum_{i=1}^I n_i \bar{x}_i^r}. \quad (2.23)$$

Die Mengenanteile nach Anzahl ($r = 0$) berechnen sich dann mit

$$\Delta Q_0(x_i) = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^I n_i} = \frac{n_i}{N} \quad (2.24)$$

und die Mengenanteile nach Volumen ($r = 3$) mit

$$\Delta Q_3(x_i) = \frac{n_i \bar{x}_i^3}{\sum_{i=1}^I n_i \bar{x}_i^3} = \frac{\nu_i n_i}{V}. \quad (2.25)$$

Für die Verteilungsdichten gilt dann nach Gleichung 2.19:

$$q_r(\bar{x}_i) = \frac{\Delta Q_r(x_i)}{\Delta x_i} = \frac{n_i \bar{x}_i^r}{\Delta x_i \sum_{i=1}^I n_i \bar{x}_i^r}. \quad (2.26)$$

Aus einer gegebenen Verteilung lässt sich dann die Partikelanzahl in jeder Klasse durch Umstellen der Gleichungen nach n_i ermitteln.

2.2.2. Umrechnung zwischen den Verteilungen

Wie sehr sich für eine gegebene Partikelpopulation die Anzahlverteilung von der Volumenverteilung unterscheiden wurde bereits angedeutet. Daher ist es wichtig, die Verteilungen ineinander umrechnen zu können. Beachten muss man allerdings, dass die Umrechnungen fehlerbehaftet sind, da ein Fehler im Radius mit der dritten Potenz in das Partikelvolumen eingeht. Um eine Verteilungsdichte q_t in eine Verteilungsdichte q_r umzurechnen kann folgende Formel verwendet werden [30]:

$$q_t(x) = \frac{x^{t-r} q_r(x)}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^{t-r} q_r(x) dx} \approx \frac{\bar{x}_i^{t-r} q_r(\bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^{t-r} q_r(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (2.27)$$

Für die Verteilungssummen gilt dann entsprechend:

$$Q_t(x) = \frac{\int_{x_{\min}}^x x^{t-r} q_r(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^{t-r} q_r(x) dx} \approx \frac{\sum_{i=1}^i \bar{x}_i^{t-r} q_r(\bar{x}_i) \Delta x_i}{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^{t-r} q_r(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (2.28)$$

Die wichtigste Umrechnung zwischen Volumen- und Anzahlverteilung geschieht mit $t = 0$ und $r = 3$:

$$q_0(x) = \frac{x^{-3} q_3(x)}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^{-3} q_3(x) dx} \approx \frac{x_i^{-3} \cdot q_3(\bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^I x_i^{-3} q_3(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (2.29)$$

Entsprechend ergibt sich

$$Q_0(x) = \frac{\int_{x_{\min}}^x x^{-3} q_3(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^{-3} q_3(x) dx} \approx \frac{\sum_{i=1}^i \bar{x}_i^{-3} q_3(\bar{x}_i) \Delta x_i}{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^{-3} q_3(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (2.30)$$

Bei der Auswahl eines geeigneten Messprinzips, muss man die zu messenden Partikelkonzentration und die Partikelgrößenverteilung genau beachten. Bild 2.8 (a)

zeigt beispielhaft die Verteilungssummenkurven nach Volumen und Anzahl für den Teststaub Eskal 45 (Teststaub aus Calciumcarbonat, ksl Staubtechnik). Während die Partikel mit einem Durchmesser kleiner als $10,5 \mu\text{m}$ nur $3,24\%$ des Gesamtvolumens ausmachen, stellen sie $99,98\%$ der Gesamtpartikelanzahl. Betrachtet man ein Probenvolumen von 1 ml bei einer Partikelmassekonzentration von 1 mg/l ergeben sich nach Gleichung 2.25 in den einzelnen Kornklassen Partikelzahlen, wie sie in Bild 2.8 (b) dargestellt sind. Hier ist gut zu erkennen, welch geringe Anzahl großer Partikel vorhanden ist.

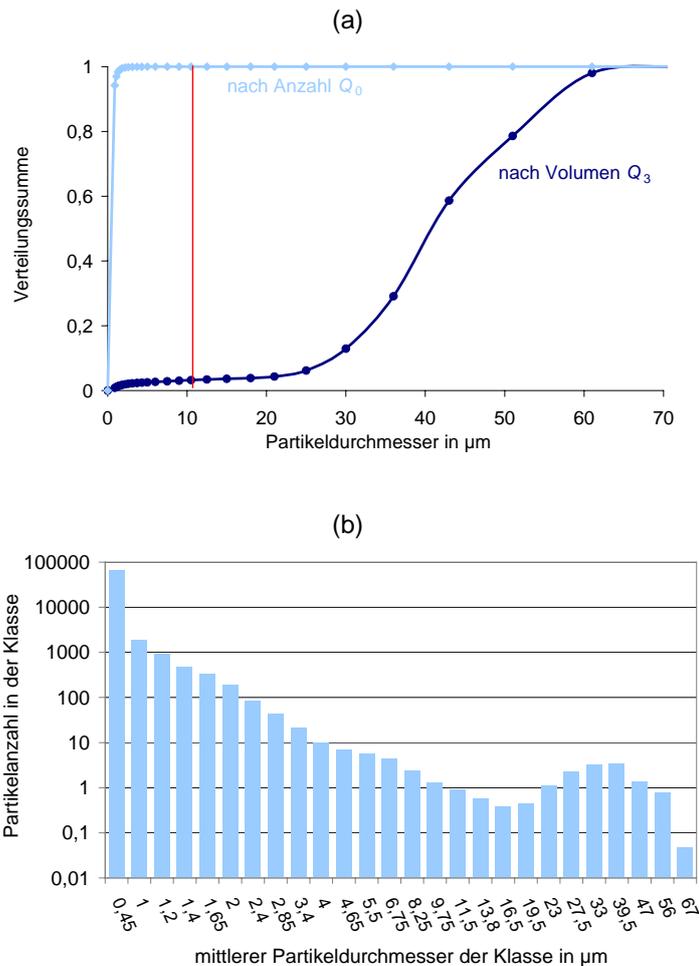


Bild 2.8.: Teststaub Eskal 45. (a) Verteilungssumme nach Volumen und Anzahl und (b) Partikelanzahl in den Klassen für 1 ml Probenvolumen bei einer Partikelkonzentration von 1 mg/l .

2.2.3. Kenngrößen aus Verteilungen

Partikelgrößenverteilungen weisen bestimmte Kenngrößen auf.

1. Die **Halbwerts-Partikelgröße** $x_{50,r}$, die auch 50%-Quantil, Median- oder Zentralwert genannt wird, ist der Wert bei dem die Q_r -Verteilung gerade

die 50%-Linie schneidet. 50% der Partikel sind kleiner und 50% sind größer als dieser Wert.

2. Der **Modalwert** $x_{h,r}$ ist das Maximum der Verteilungsdichtekurve $q_r(x)$. Es ist also die Partikelgröße, die am häufigsten vorkommt. Der Modalwert hat allerdings keine physikalische Bedeutung [29].
3. Der **mittlere Partikeldurchmesser**, der nach zu Grunde gelegtem Merkmal und Verteilungsart variiert.

Mittlere Partikeldurchmesser lassen sich mit Hilfe der Momente

$$M_k = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^k q_0(x) dx \approx \sum_{i=1}^I \bar{x}_i^k q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i \quad (2.31)$$

ausdrücken [25]. Beispiele sind die mittleren Durchmesser nach

- Anzahl: $x_N = M_1/M_0$
- Volumen-zu-Oberfläche: $x_{32} = M_3/M_2$
- Masse: $x_w = M_4/M_3$
- Trübung: $x_\tau = (M_6/M_3)^{1/3}$

Die mittleren Durchmesser weichen in der Regel stark voneinander ab, da die unterschiedlichen Partikelgrößen verschieden stark gewichtet sind.

2.2.4. Sauterdurchmesser und volumenspezifische Oberfläche

Der wichtigste mittlere Partikeldurchmesser ist der nach Volumen-zu-Oberfläche x_{32} , da er der beste Äquivalenzdurchmesser zur Beschreibung einer Größenverteilung in Strömungsberechnungen ist [31]. Dieser Durchmesser wird Sauterdurchmesser genannt und ein Partikel dieses Durchmessers hat das gleiche Verhältnis von Volumen zu Oberfläche wie die gesamte Probe.

Der Quotient aus der gesamten Partikeloberfläche und dem Gesamtvolumen der Partikel ist die volumenbezogene spezifische Oberfläche S_V . Bei monodispersen Systemen reicht es dabei, die Oberfläche $S_p = \pi x^2$ und das Volumen $V_p = \pi x^3/6$ eines Einzelpartikels ins Verhältnis zu setzen

$$S_V = \frac{S_p}{V_p} = \frac{6\pi x^2}{\pi x^3} = \frac{6}{x}. \quad (2.32)$$

Gleichung 2.32 liefert durch Umstellen den Sauterdurchmesser

$$x_{32} = \frac{6}{S_V}. \quad (2.33)$$

Für ein polydisperses System erhält man durch Integration über den kompletten Größenbereich die gesamte Oberfläche und das gesamte Volumen und die spezifische Oberfläche ist

$$S_V = \frac{6 \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0 dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0 dx}. \quad (2.34)$$

Der Sauterdurchmesser ergibt sich dann durch Umstellen

$$x_{32} = \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0(x) dx} \approx \frac{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^3 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i}{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^2 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i} = \frac{M_3}{M_2}. \quad (2.35)$$

2.2.5. Verteilungsfunktionen

Im Allgemeinen ist der Verlauf der Partikelgrößenverteilungssumme in Form von Wertepaaren (x_i, Q_r) gegeben. Als Grenzwert für unendlich große Kollektive und unendlich kleine Intervalle lassen sich Q_r und q_r auch als stetige Funktionen deuten, wobei man q_r durch Differenzieren von Q_r erhält (vgl. Gleichung 2.20). Die fehlenden Zwischenwerte kann man durch Interpolation beispielsweise mit kubischen Splines schätzen oder man passt eine möglichst sinnvolle analytische Funktion an die Daten an. Drei wichtige spezielle Ansätze sind [28]

- die **Potenzverteilung**
nach Gates, Gaudin und Schuhmann (GGs-Verteilung),
- die **Exponentialverteilung**
nach Rosin, Rammler, Sperling und Bennett (RRSB-Verteilung) und
- die **Normalverteilung**
mit linearer oder logarithmisch geteilter Abszisse.

Der Ansatz der logarithmischen Normalverteilung hat in der Korngrößenanalytik große Bedeutung [32]. Bei ihr sind die $\ln(x)$ -Werte normalverteilt und die Verteilungsdichte hat die Form

$$q_r(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln} \sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp \left[-\frac{(\ln x - \mu_{\ln})^2}{2\sigma_{\ln}^2} \right], \quad (2.36)$$

mit

$$\mu_{\ln} = \ln(x_{50,r}). \quad (2.37)$$

$x_{50,r}$ ist der Medianwert und σ_{\ln} ist die Standardabweichung der $\ln(x)$ -Streuung. Die Verteilungssumme erhält man durch Integration (siehe Gleichung 2.21):

$$Q_r(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln} \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\exp \left[-\frac{(\ln t - \mu_{\ln})^2}{2\sigma_{\ln}^2} \right]}{t} dt. \quad (2.38)$$

Lässt sich die Anzahlverteilung eines Partikelkollektivs durch eine logarithmische Normalverteilung erfassen, so gilt dies auch für die zugehörige Massenverteilung und umgekehrt. Die Verteilungen stellen im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz parallele Geraden mit einer Steigung von σ_{\ln}^2 dar [28]. Der Medianwert x_{50} einer gesuchten Mengenangabe k aus dem einer gegebenen Mengenangabe r ergibt sich aus

$$x_{50,k} = x_{50,r} \exp[\sigma_{\ln}^2(k - r)]. \quad (2.39)$$

Der Modalwert, also das Maximum der Verteilungsdichte, lässt sich berechnen mit

$$x_{h,r} = e^{\mu_{\ln} - \sigma_{\ln}^2}. \quad (2.40)$$

2.3. Optische Partikelmesstechnik

Nachdem die Grundlagen zur Wechselwirkung zwischen Licht und Partikeln und die Beschreibung von Partikelkollektiven erläutert wurden, werden nun die gängigen optischen Messverfahren zur Partikelanalyse betrachtet. Auf alternative Methoden, wie Siebanalyse, Sichtanalyse, Sedimentationsverfahren oder Coulter Counter [27, 29] wird hier nicht näher eingegangen.

Die Messverfahren können in Verfahren zur Messung am Einzelpartikel und zur Messung am Partikelkollektiv eingeteilt werden. Während im ersten Fall jedes Partikel einzeln untersucht wird, setzt sich das Signal im zweiten Fall aus der Summe der Einzelbeiträge mehrerer Partikel zusammen. Wie bereits in Kapitel 2.1 beschrieben, wird Licht je nach Messregime, das durch die Parameter α und m bestimmt wird, unterschiedlich stark durch die Partikel gestreut und absorbiert. Grundlegend ergeben sich hieraus zwei Gruppen von Messprinzipien. Zum einen ist dies die Messung der Intensitätsschwächung in Transmission, auch unter dem Namen Extinktions- oder Trübungsmessung bekannt, zum anderen die Messung des gestreuten Lichtes in einem bestimmten Winkelbereich. Moderne Messgeräte kombinieren häufig mehrere Methoden, um den Messbereich zu erweitern. Im Folgenden sollen gängige optische Messmethoden näher beschrieben werden.

2.3.1. Zählende Methoden

Voraussetzung für die zählenden Verfahren ist, dass jedes Partikel einzeln registriert werden kann, dass sich folglich nur ein Partikel gleichzeitig im Messvolumen befindet. Die Geometrie der Messzelle und die Konzentration muss so aufeinander abgestimmt sein, dass dies gewährleistet ist. Der zeitliche Verlauf des erzeugten Signals wird erfasst und anschließend ausgewertet. Um einem bestimmten Signal eine Partikelgröße einer bekannten Substanz zuordnen zu können, werden Kalibrierfunktionen verwendet. Da bei den zählenden Verfahren jedes einzelne

Partikel detektiert wird, kann die Partikelgrößenverteilung durch Einsortieren in Größenklassen ermittelt werden und darauf aufbauend bei Kenntnis der Fließgeschwindigkeit die Volumenkonzentration bestimmt werden. Wenn sich mehrere Partikelimpulse überlagern, kommt es zum Koinzidenzfehler. Durch eine unvollständige oder inhomogene Beleuchtung können Klassifizierungsfehler auftreten [33].

Einzelpartikelzähler sind nach verschiedenen Messmethoden denkbar, sofern das Signal jedes Partikels erfasst und ausgewertet werden kann. Die einfachsten Fälle sind die Erfassung des Streulichts oder der Extinktion. Im zweiten Fall spricht man auch von der Schattentechnik. Nach diesem Prinzip ist man in der Lage, Partikel oberhalb einer Größe von etwa 1-2 μm in Konzentrationen kleiner als ca. $3000\text{-}10^5$ Partikel/ml entsprechend ihrer Größe zu klassifizieren und zu zählen [7]. Hierbei ist die Kalibrierfunktion nahezu unabhängig von den optischen Partikeleigenschaften, da hauptsächlich das gebeugte Licht ausgewertet wird.

Bei der Laserdoppler-Anemometrie (LDA) und Phasendoppler-Anemometrie (PDA) [8,9] ist das Messvolumen mit einem Zweistrahlinterferenzmuster gefüllt, so dass eine geschwindigkeitsabhängige Fluktuation des Streusignals gemessen werden kann. Die Frequenz dieser Schwankung entspricht der Dopplerverschiebung zwischen einfallendem und gestreutem Licht. Die Methode ermöglicht die Messung der Teilchengeschwindigkeit und der Partikeldurchmesser. Die Partikelgrößenverteilung und die Partikelkonzentration sind daraus bestimmbar.

2.3.2. Messung am Partikelkollektiv

Bei den Methoden zur Messung am Partikelkollektiv kann ebenfalls zwischen extinktions- und streulichtbasierten Ansätzen unterschieden werden. Da hier nicht jedes Partikel einzeln detektiert wird, ist die Bestimmung der Partikelgrößenverteilung weitaus aufwändiger. Es handelt sich um ein inverses Problem, d.h. aus mehreren unabhängigen Messwerten muss die Partikelgrößenverteilung rekonstruiert werden. Bei wenigen Messwerten kann versucht werden, eine analytische Funktion, beispielsweise durch den Levenberg-Marquardt-Algorithmus anzufitten. Solche Funktionen können z.B. eine gaußsche Normalverteilung oder eine logarithmische Normalverteilung sein. Im Extremfall kann nur ein mittlerer oder scheinbarer Partikeldurchmesser bestimmt werden. Ohne Vorkenntnisse über das Partikelkollektiv ist die Bestimmung der Partikelgrößenverteilung sehr aufwändig.

2.3.2.1. Extinktions-, Transmissions- oder Trübungsmessung

Bei der Extinktions-, Transmissions- oder Trübungsmessung [1,2], die auch unter dem Namen Turbidimetrie bekannt ist, wird die Schwächung einer Lichtwelle gemessen, die durch Streuung und Absorption bei Propagation durch ein Medium

verursacht wird. Die Strahlungsintensität I schwächt sich beim Durchstrahlen einer Suspension mit der Anzahlkonzentration Φ_N , dem Extinktionsquerschnitt C_{ext} und der Dicke dx um den Bruchteil

$$dI = -\Phi_N C_{\text{ext}} I dx \quad (2.41)$$

ab. Die Schwächung des Lichtes ist also direkt mit der Anzahlkonzentration Φ_N und über $C_{\text{ext}} = Q_{\text{ext}} A = Q_{\text{ext}} \pi x^2 / 4$ mit der Partikelgröße x verknüpft. Über die Extinktionseffizienz ergibt sich zusätzlich eine Abhängigkeit von der Wellenlänge und den optischen Eigenschaften (komplexe Brechzahlen) der Suspension. Nach Variablentrennung und Integration von Gleichung 2.41

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^L -\Phi_N C_{\text{ext}} dx \quad (2.42)$$

erhält man die Gesamtabschwächung durch die Schichtdicke L :

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\Phi_N C_{\text{ext}} L. \quad (2.43)$$

Dieser Zusammenhang ist als das Bouguer-Lambert-Beersche Gesetz bekannt [34–36]. Die Trübung wird üblicherweise linear zur gemessenen Lichtmenge als Transmissionsgrad oder einfach Transmission T , gleichbedeutend mit dem Verhältnis der transmittierten Lichtintensität I zur eingestrahnten Lichtintensität I_0 , angeben:

$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-\Phi_N C_{\text{ext}} L} = e^{-\Phi_N Q_{\text{ext}} A L}. \quad (2.44)$$

Der Transmissionsgrad fällt mit zunehmender Partikelkonzentration exponentiell von 1 auf 0. Durch Logarithmieren erhält man die natürliche Extinktion

$$E = -\ln(T) = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \Phi_N C_{\text{ext}} L = \Phi_N Q_{\text{ext}} A L. \quad (2.45)$$

In der Literatur [2] wird auch der Begriff der Trübung τ verwendet

$$\tau = \Phi_N Q_{\text{ext}} A = -\frac{1}{L} \ln \frac{I}{I_0} = \frac{E}{L}. \quad (2.46)$$

Ersetzt man die Anzahlkonzentration Φ_N durch die Massekonzentration $\Phi_M = \Phi_N / (\rho_m v)$ ergeben sich

$$E = \frac{6}{\pi \rho_m x^3} \Phi_M C_{\text{ext}} L = \frac{3}{2 \rho_m x} \Phi_M Q_{\text{ext}} L \quad (2.47)$$

und

$$T = e^{-\frac{6}{\pi \rho_m x^3} \Phi_M C_{\text{ext}} L} = e^{-\frac{3}{2 \rho_m x} \Phi_M Q_{\text{ext}} L}. \quad (2.48)$$

Die Bestimmung der Partikelgröße mittels einer Extinktionsmessung setzt nach Gleichung 2.45 oder 2.47 die Kenntnis der Partikelkonzentration Φ_N oder Φ_M

voraus. Doch selbst die Kenntnis der Partikelkonzentration ermöglicht keine eindeutige Bestimmung der Partikelgröße. Die Extinktion bei gleicher Volumenkonzentration hängt laut Gleichung 2.47 von C_{ext}/x^3 ab, dessen Verlauf beispielhaft in Bild 2.3 dargestellt ist. Da sich kein eindeutiger Partikeldurchmesser ergibt, ist die Messung mindestens eines weiteren unabhängigen Signalparameters erforderlich.

2.3.2.2. Spektrale Extinktionsmessung

Eine Möglichkeit, die Partikelgröße und -konzentration einer Suspension zu bestimmen ist die spektrale Extinktionsmessung. Dabei werden Messungen bei verschiedenen Wellenlängen durchgeführt und ins Verhältnis gesetzt, weshalb man auch von Trübungsverhältnissen spricht. Für monodisperse Systeme gilt dann

$$\frac{\tau_{\lambda_1}}{\tau_{\lambda_2}} = \frac{Q_{\text{ext},\lambda_1}}{Q_{\text{ext},\lambda_2}} \quad (2.49)$$

und für polydisperse Systeme

$$\frac{\tau_{\lambda_1}}{\tau_{\lambda_2}} = \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 Q_{\text{ext},\lambda_1} q_0 dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 Q_{\text{ext},\lambda_2} q_0 dx}. \quad (2.50)$$

Dieser Ansatz führt nur zum Ziel, wenn die Extinktionseffizienzen bei den verschiedenen Wellenlänge unterschiedlich sind. Bild 2.9 zeigt die Trübungsverhältnisse bei verschiedenen Wellenlängenverhältnissen in Abhängigkeit der Partikelgröße. Mit zunehmender Partikelgröße strebt Q_{ext} gegen zwei und das Trübungsverhältnis nimmt für jede Wellenlängenkombination einen Wert von eins an, so dass keine Schlüsse über die Partikelgröße und die Partikelkonzentration gezogen werden können. Als obere Grenze ergeben sich Partikelgrößen von ca. 2-3 μm [7].

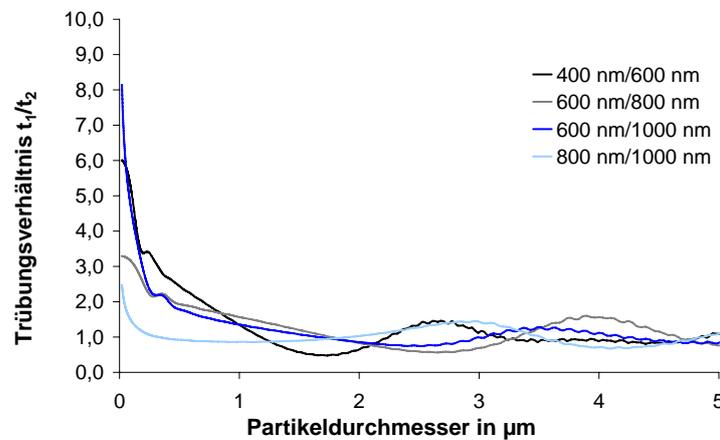


Bild 2.9.: Trübungsverhältnisse.

Ist die Lösung prinzipiell möglich, gilt es die Partikelgrößenverteilung aus den Trübungsverhältnissen bei verschiedenen Wellenlängen zu rekonstruieren. Die angenommene Funktion wird in Gleichung 2.50 eingesetzt und die Parameter werden durch ein nichtlineares Schätzverfahren, wie z.B. den Levenberg-Marquardt-Algorithmus, ermittelt. Die Fähigkeit der Trübungsmessung, eine mittlere Partikelgröße oder die Partikelgrößenverteilung einer Suspension vorherzusagen, und die Empfindlichkeit gegenüber Messfehlern kann nicht für jedes Messregime verallgemeinert werden.

2.3.2.3. Dynamische Extinktionsmessung

Die dynamische Extinktionsmessung, die auch unter dem Namen Transmissionsfluktuationsspektroskopie bekannt ist, geht auf die Arbeiten von Gregory [3, 37] zurück und wurde von verschiedenen Autoren [4–7] weiterentwickelt. Diese Messmethode beruht auf der Messung des mittleren Extinktions- oder Transmissionssignals, ermittelt aber als zusätzlichen Parameter die Standardabweichung des Signals. Dadurch stehen zwei unabhängige Signalparameter zur Verfügung, die zur Ermittlung der Partikelkonzentration und einer mittleren Partikelgröße notwendig sind. Das Verfahren ist für Partikelgrößen oberhalb von 1 μm geeignet [7]. Durch eine Partikelbewegung kommt es zu zufälligen Schwankungen der Partikelanzahl N in der Messzone des Volumens $V = A_{\text{mess}}L$, die mit Poisson-Statistik beschrieben werden können. Die Standardabweichung der Partikelanzahl in der Messzone entspricht der Wurzel des Erwartungswertes und aus Gleichung 2.45 folgt [3, 7]

$$\sigma_T = \bar{T} \sqrt{\bar{N}} \frac{C_{\text{ext}}}{A_{\text{mess}}}. \quad (2.51)$$

Die Signalschwankung ist also abhängig von

- der mittleren Partikelanzahl \bar{N} im Probenvolumen V , also auch von der mittleren Konzentration $\Phi_N = \bar{N}/V$,
- dem Messstrahlquerschnitt A_{mess} und
- dem Extinktionsquerschnitt $C_{\text{ext}} = A Q_{\text{ext}}$, der von der Partikelgröße und den optischen Parametern der Suspension abhängt.

Der Zusammenhang zwischen der mittleren Partikelgröße und dem Mittelwert der Transmission \bar{T} und seiner Standardabweichung σ [7] ist gegeben durch (Umstellen von Gleichung 2.45 nach x bzw. Φ_N und Einsetzen in Gleichung 2.51)

$$x = \sqrt{\frac{4A_{\text{mess}}}{\pi E Q_{\text{ext}}} \frac{\sigma_T}{\bar{T}}}. \quad (2.52)$$

Der Zusammenhang zur Anzahlkonzentration ist gegeben durch

$$\Phi_N = \frac{1}{A_{\text{mess}}L} \left[\frac{\bar{T} \ln(\bar{T})}{\sigma_T} \right]^2. \quad (2.53)$$

Trägt man Kurvenscharen für jeweils konstante x und Φ_N wie in Bild 2.10 dargestellt in einem $\sigma_T(\bar{T})$ dar, so stellen die Schnittpunkte der Kurven Lösungen für einen mittleren Partikeldurchmesser und eine Anzahlkonzentration dar.

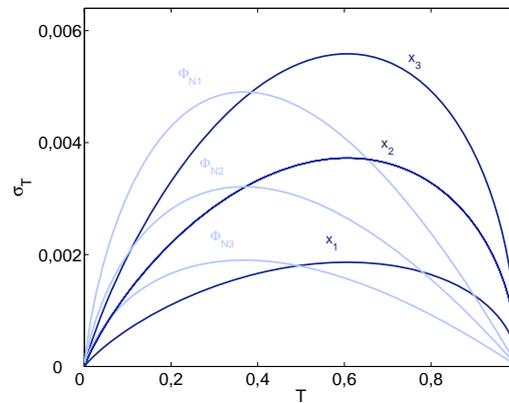


Bild 2.10.: $\sigma_T(T)$ -Diagramm.

2.3.2.4. Statische Lichtstreuung

Bei der statischen Lichtstreuung, die auch Laserbeugungsspektroskopie genannt wird, befindet sich die Suspension meist in Bewegung und durchströmt eine Messzelle. Der Term „statisch“ bezieht sich nicht auf die Probe sondern auf die vergleichsweise statische Intensitätsverteilung. Die Partikelgeschwindigkeit spielt für die statische Lichtstreuung keine Rolle.

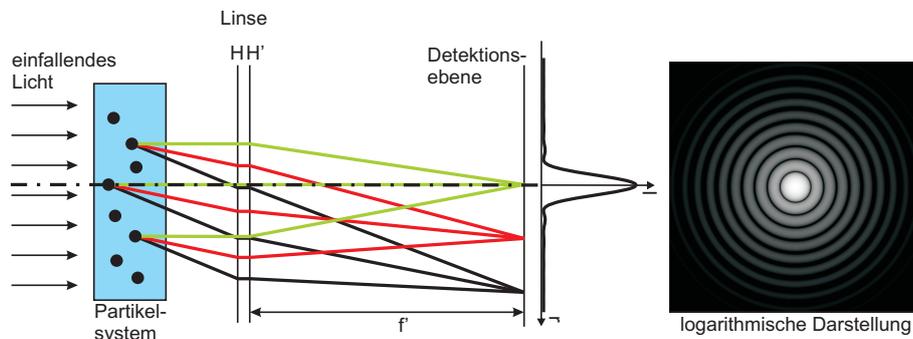


Bild 2.11.: Laserbeugungsspektrometer

Bild 2.11 zeigt, wie kollimiertes, monochromatisches Licht ein Partikelsystem beleuchtet. Durch die Beugung entsteht die typische Intensitätsverteilung aus Vorwärtskeule und konzentrischen Beugungsrings, die von halbkreisförmigen Detektoren gemessen wird. Die Abstände zwischen den Ringen sowie die Lichtintensität der Ringe sind abhängig von der Partikelgröße. Das erste Minimum ist um so weiter nach außen verschoben, je kleiner das Partikel ist. Die Beugungsbilder aller Partikel überlagern sich. Die Fourier-Linse, die vor oder hinter dem Partikelsystem

tem angebracht werden kann, sorgt dafür, dass das Beugungsbild eines Partikels bestimmter Größe unabhängig von der Position des Partikels im Messvolumen immer an der gleichen Stelle des Ringdetektors abgebildet wird (siehe Bild 2.11). Bei einem polydispersen Partikelkollektiv entsteht durch Überlagerung der verschiedenen Beugungsbilder ein komplexes Interferenzmuster. Die mathematische Auswertung basiert auf der Fredholmschen Integralgleichung, die die Intensitätsverteilung $I(r)$ eines Partikelkollektivs durch seine Partikelgrößenverteilung beschreibt [10]. Die Rückrechnung ist ein mathematisch anspruchsvolles Inversionsproblem [29]. Laserbeugungsspektrometer sind weit verbreitet und kommerzielle Geräte werden von verschiedenen Herstellern angeboten. Bei manchen wird neben der in Vorwärtsrichtung gemessenen Beugungsfigur auch noch das Streulicht bei größeren Winkel und rückwärts gestreutes Licht gemessen. So wird der Messbereich in Richtung kleinerer Partikel erweitert. Tabelle 2.1 zeigt drei Geräte im Vergleich, die zur Erweiterung des Messbereichs zu kleinen Partikeln hin zusätzlich Streulichtmessungen vornehmen.

Tabelle 2.1.: Geräte für die statische Laserbeugung einiger Hersteller.

Hersteller und Bezeichnung	Messbereich/ μm	Winkelbereich/ $^\circ$
Sympatec Helos	0,1-8750	
Malvern Mastersizer 3000	0,01-3500	0,015 - 144
Fritsch ANALYSETTE 22 NanoTec plus	0,01-2000	

2.3.2.5. Dynamische Lichtstreuung

Bei der dynamischen Lichtstreuung, die auch quasi-elastische Lichtstreuung oder Photonenkorrelationsspektroskopie (PCS) genannt wird, befindet sich die Proben suspension üblicherweise in Ruhe. An den zahlreichen Partikeln in einer Suspension wird Laserlicht in alle möglichen Richtungen gestreut. Greift man eine Richtung heraus (z.B. 90° und 180°), so interferiert das von unterschiedlichen Partikeln gestreute Licht miteinander und es resultiert eine bestimmte Streuintensität. Die Brownsche Molekularbewegung führt zu einer ständigen Veränderung der relativen Positionen der Partikel zueinander, was zu einer Änderung der relativen Phase des Streulichts führt, so dass das Summensignal mit einer entsprechenden Frequenz bzw. Autokorrelationsfunktion fluktuiert. Ursachen für die Fluktuation sind Interferenzen und die Veränderung der Partikelanzahl im Meßvolumen. Große Partikel zeigen eine langsamere Positionsänderung und verursachen daher eine niedrigere Frequenz. Kleine Partikel bewegen sich schnell, so dass auch die Änderung der Streuintensität schnellen Variationen unterworfen ist und eine hohe Frequenz aufweist. Die Bezeichnung „dynamisch“ bezieht sich also nicht auf die Probenbewegung als Ganzes, sondern auf die „Zitterbewegung“ der Einzel-

teilchen. Das Verfahren ist für Partikel mit Durchmessern zwischen 1 nm und 10 μm geeignet (siehe Tabelle 2.2).

Tabelle 2.2.: Geräte für die dynamische Laserbeugung einiger Hersteller.

Hersteller und Bezeichnung	Messbereich/ μm
Sympatec NANOPHOX	0,001-10
Malvern Zetasizer	0,15-10
Fritsch Analysette 12 Dynasizer	0,001-6

2.4. Zusammenfassung des Kapitels

Elektromagnetische Strahlung tritt mit dielektrischen Partikeln in Wechselwirkung, wodurch es einerseits zur Absorption im Inneren der Partikel und andererseits zur elastischen Streuung des Lichtes in alle Raumrichtungen kommt. In Vorwärtsrichtung überlagern sich Anregungs- und Streulicht, so dass unmittelbar nicht entschieden werden kann, welches Licht von welcher Welle stammt. Die Verteilung des Streulichtes eines einzelnen sphärischen Partikels wird durch die komplexe Amplitudenstreuungsfunktion beschrieben, die mittels der Mie-Theorie polarisationsabhängig ermittelt werden kann. Bei großen Partikeln verglichen mit der Wellenlänge beschreibt das Fraunhofer Beugungsbild hinreichend gut die Amplitudenstreuungsfunktion.

Für die Partikelanalyse in Frage kommende Messmethoden werden vom Messregime bestimmt, das vom Größenparameter α , der relativen Brechzahl m und der Partikelkonzentration festgelegt wird. Die Partikelkonzentration legt fest, ob am Einzelpartikel oder am Partikelkollektiv gemessen wird. Die Partikelgrößen und die optischen Eigenschaften bestimmen, ob eine Messung in Transmission oder die Messung des gestreuten Lichtes günstiger ist.

Bei der Einzelpartikelanalyse erfolgt die Bestimmung der Partikelgrößenverteilung durch Einsortieren jedes Partikels in Größenklassen. Die Partikelkonzentration wird dann mit Hilfe der Fließgeschwindigkeit ermittelt. Bei der Messung am Partikelkollektiv überlagern sich die Streusignale vieler Partikel. Durch die Messung n unabhängiger Messwerte ist die Rekonstruktion von n Stützstellen der Partikelgrößenverteilung oder das Anpassen einer n -parametrischen Funktion möglich. Für jedes Partikelkollektiv lassen sich auch mittlere oder scheinbare Partikeldurchmesser festlegen, die allerdings mit dem verwendeten Messverfahren und der zugrunde gelegten Verteilung variieren. Ein wichtiger mittlerer Durchmesser ist der Sauterdurchmesser. Ein Partikel dieses Durchmessers hat das gleiche Verhältnis von Volumen zu Oberfläche wie die gesamte Probe. Ein geeignetes Verfahren hängt immer vom Messregime und den Anforderungen an die Rekonstruktion der Partikelgrößenverteilung ab.

3. Methoden der integrierten Partikelmesstechnik

Die Anwendungsgebiete der optischen Partikelmesstechnik sind sehr vielfältig, so dass auch die Komplexität der in Frage kommenden Messsysteme sehr stark variieren kann. Kommerzielle Geräte kombinieren vielfach mehrere Messmethoden, um einen großen Messbereich abzudecken und möglichst genau die Partikelgrößenverteilung zu rekonstruieren. Wenn allerdings nur der Feststoffgehalt einer Suspension bestimmt werden soll, beispielsweise um den Verschmutzungsgrad technischer Flüssigkeiten zu überwachen, ist die genaue Ermittlung der Partikelgrößenverteilung nicht notwendig und die Bestimmung eines mittleren Durchmessers ist ausreichend.

Die folgenden Arbeiten konzentrieren sich auf die Entwicklung eines integrierten Messsystems zur Bestimmung des Feststoffgehaltes und eines mittleren Partikeldurchmessers. Dabei wird Wert auf ein kompaktes und mobiles System gelegt, das ohne große Peripheriegeräte auskommt und im laufenden Prozess messen kann. Als Partikelstandard ist der Teststaub nach der Norm ISO 12103-1 in den drei Körnungen fein, mittel und grob vorgesehen. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Eigenschaften der Teststäube und der darauf basierenden Auswahl der in Frage kommenden Messprinzipien. Es folgt eine Abschätzung der zu erwartenden Signale. Schließlich werden die Simulationsmöglichkeiten einer Suspension innerhalb eines optischen Gesamtsystems diskutiert und die Grenzen der vorgeschlagenen Verfahren werden abgeschätzt.

3.1. Teststäube

Die Teststäube gemäß der Norm ISO 12103-1 in den Körnungen fein (ISO 12103-A2), mittel (12103-A3) und grob (12103-A4) bestehen zu 68...76% aus SiO_2 , zu 10 bis 15 % aus Al_2O_3 und aus kleineren Mengenanteilen weiterer Stoffe. Es handelt sich um gemahlene Sand mit einer Dichte von $\rho_m = 2,65 \text{ g/ml} = 2,65 \cdot 10^6 \text{ mg/l}$. Für die Simulationen wurde eine Brechzahl von 1,45 verwendet.

3.1.1. Partikelgrößenverteilungsfunktionen

Die Partikelgrößenverteilungssumme Q_3 der Teststäube wurde mit Hilfe eines HELOS Laserbeugungspektrometers (Sympatec, Clausthal-Zellerfeld) ermittelt.

Bild 3.1 zeigt die gemessenen Datenpunkte der Q_3 -Verteilungen, die Messwerte befinden sich in Tabelle A.1 im Anhang. Da für die späteren Simulationen in

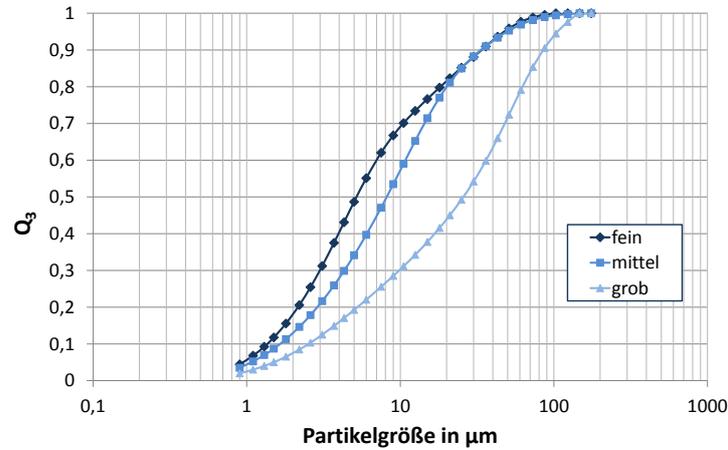


Bild 3.1.: Volumenverteilungssumme der Laborproben Arizona Teststaub fein, mittel und grob.

ASAP und MiePlot die q_0 -Verteilungen benötigt werden, wird zunächst mit

$$q_3(x) = \frac{\Delta Q_3}{\Delta x} \quad (3.1)$$

die Q_3 -Verteilung in die q_3 -Verteilung in Form eines Histogramms umgerechnet. Diese kann dann mittels

$$q_0(x) = \frac{x_i^{-3} q_3(\bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^I x_i^{-3} q_3(\bar{x}_i) \Delta x_i} \quad (3.2)$$

umgerechnet werden (vgl. Gleichung 2.29). Bild 3.2 (a) zeigt die Volumenverteilungsdichten q_3 und (b) die Anzahlverteilungsdichten q_0 . Aus den Verteilungen lassen sich mit Hilfe der Momente $M_k = \sum \bar{x}_i^k q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i$ (vgl. Gleichung 2.31) die mittleren Durchmesser nach den verschiedenen Kriterien bestimmen. Tabelle 3.1 listet diese auf.

Tabelle 3.1.: Mittlere Durchmesser der Teststäube.

	fein	mittel	grob
$x_N/\mu\text{m}$	1,01	1,00	0,95
$x_{32}/\mu\text{m}$	3,30	4,16	6,97
$x_w/\mu\text{m}$	11,93	14,10	35,75
$x_\tau/\mu\text{m}$	27,40	31,74	59,40

Die Möglichkeit des Anfüttens der in Kapitel 2.2.5 beschriebenen Verteilungsfunktionen an die Partikelgrößenverteilung der Teststäube wurde überprüft. Die

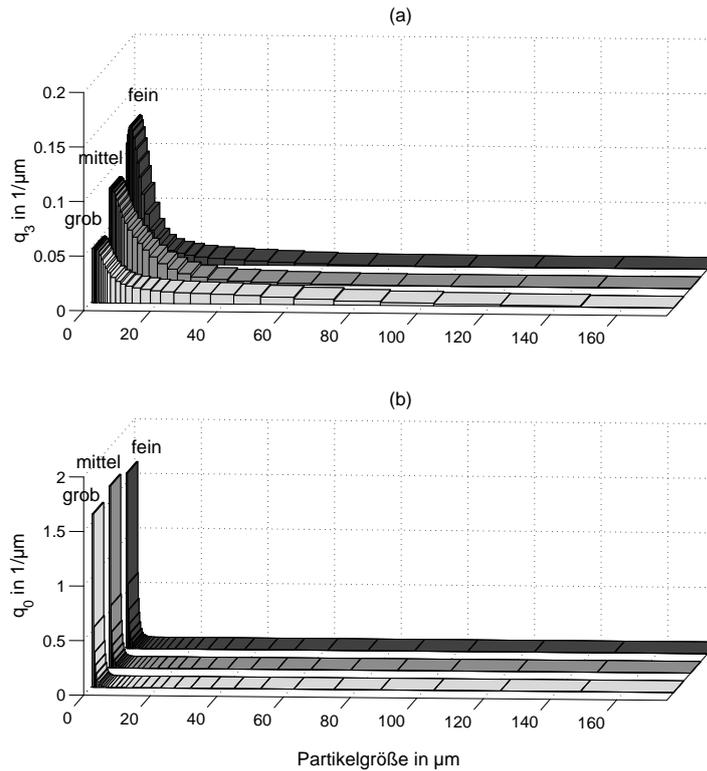


Bild 3.2.: (a) Volumen- und (b) Anzahlverteilungsdichte der Laborprobe Arizona Teststaub fein, mittel und grob.

Verteilungsfunktion des mittleren Teststaubs lässt sich gut durch eine logarithmische Normalverteilung anfitten, die anderen beiden Teststäube folgen keiner der vorgestellten Verteilungsfunktionen. Daher werden im Folgenden die Verteilungsdichten in Histogrammform verwendet.

3.2. Auswahl eines Messprinzips

Um ein geeignetes Messprinzip auszuwählen, wird das Verhalten der Teststäube hinsichtlich Streuung, Extinktion und Extinktionsfluktuation betrachtet.

3.2.1. Erwartetes Streuverhalten

Die Intensität des gestreuten Lichtes I_s berechnet sich aus dem einfallenden Licht I_0 (vgl. Kapitel 2.1.1 Gleichung 2.7, [20])

$$I_s(\theta_s) = \frac{|S(\theta_s)|^2}{k^2 r^2} I_0. \quad (3.3)$$

Die Amplitudenstreuungsfunktionen $|S(\theta_s)|^2$ werden unter Verwendung der Partikelverteilungsdichten q_0 in Histogrammform mit Hilfe der Mie-Theorie berechnet. Dies geschieht mit dem frei verfügbaren Programm MiePlot. Bild 3.3 (a) zeigt

die $|S(\theta_s)|^2$ -Kurven ($n_p=1,45$ und $n_m=1,325$) für unpolarisiertes Licht der Wellenlänge 850 nm bezogen auf das mittlere Partikelvolumen. Die Kurvenverläufe sind parallel für nahezu den gesamten Winkelbereich. Werden die Kurven noch mit dem jeweiligen Sauterdurchmesser multipliziert, wie in Bild 3.3 (b) dargestellt, ergeben sich fast identische Kurvenverläufe, so dass die Streufunktion mit $1/x_{32}$ skaliert. Nur die Bereiche um 0° und 180° unterscheiden sich. Die gestreute Intensität skaliert also mit dem Kehrwert des Sauterdurchmessers der Partikelgrößenverteilungen.

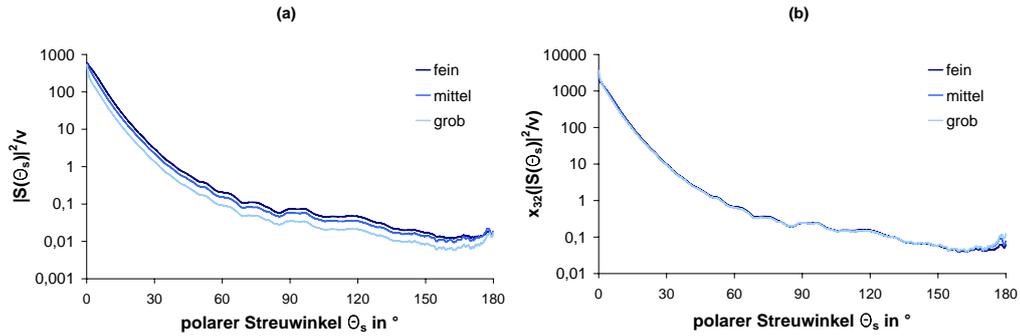


Bild 3.3.: (a) Intensität des volumenbezogenen gestreuten Lichtes und (b) zusätzlich multipliziert mit dem Sauterdurchmesser.

Bei Vernachlässigung von Mehrfachstreuungen kann ein linearer Zusammenhang mit der Partikelkonzentration erwartet werden, so dass für das normierte gestreute Licht $S = I_S/I_0$ die Beziehung

$$S = \frac{c_S}{x_{32}} \Phi_M + 1 \quad (3.4)$$

erwartet werden kann, mit c_S als Konstante. Die Messung des Streulichts verspricht also die Messbarkeit des Sauterdurchmessers bzw. der Partikelkonzentration.

3.2.2. Erwartetes Extinktions- oder Transmissionsverhalten

Wenn Mehrfachstreuung vernachlässigt werden kann, dann berechnet sich die Intensität I_T des tranmittierten Licht aus dem Bouguer-Lambert-Beerschen Gesetz, das in Kapitel 2.3.2.1 hergeleitet wurde:

$$T = \frac{I_T}{I_0} = e^{-\Phi_N C_{\text{ext}} L}. \quad (3.5)$$

Für polydisperse Suspensionen gilt ein mittleres Partikelvolumen von

$$\bar{v} = \frac{\pi}{6} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx \approx \frac{\pi}{6} \sum_{i=1}^I \bar{x}_i^3 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i. \quad (3.6)$$

und somit ergibt sich für die Anzahlkonzentration

$$\Phi_N = \frac{\Phi_M}{\rho_m \bar{v}} = \frac{6\Phi_M}{\pi \rho_m \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx} \approx \frac{6\Phi_M}{\pi \rho_m \sum_{i=1}^I \bar{x}_i^3 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (3.7)$$

Ebenso ergibt sich ein mittlerer Extinktionsquerschnitt

$$\bar{C}_{\text{ext}} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} C_{\text{ext}} q_0(x) dx = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} Q_{\text{ext}} \frac{\pi}{4} x^2 q_0(x) dx \quad (3.8)$$

und eine mittlere Extinktionseffizienz

$$\bar{Q}_{\text{ext}} = \frac{\bar{C}_{\text{ext}}}{A} = \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} Q_{\text{ext}} q_0(x) x^2 dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} q_0(x) x^2 dx} \approx \frac{\sum_{i=1}^I Q_{\text{ext}} q_0(\bar{x}_i) x_i^2 \Delta x_i}{\sum_{i=1}^I q_0(\bar{x}_i) x_i^2 \Delta x_i}. \quad (3.9)$$

Durch Einsetzen von Φ_N und \bar{C}_{ext} in Gleichung 3.5 ergibt sich:

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \exp \left[- \frac{3\Phi_M L \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} Q_{\text{ext}} x^2 q_0(x) dx}{2\rho_m \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx} \right]. \quad (3.10)$$

Durch Erweitern mit

$$\frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0(x) dx} \quad (3.11)$$

ergibt sich die mittlere Extinktionseffizienz (Gleichung 3.9) und der Sauterdurchmesser (Gleichung 2.35) und der Transmissionsgrad ist:

$$T = e^{-\frac{3}{2\rho_m x_{32}} \Phi_M \bar{Q}_{\text{ext}} L}. \quad (3.12)$$

Zur Berechnung der mittleren Extinktionseffizienz der drei Teststäube wurden die Extinktionseffizienzen $Q_{\text{ext}}(\bar{x}_i)$ der einzelnen Kornklassen mit MiePlot berechnet. Die Werte für q_0 , x_i und Δx_i stammen aus den aufbereiteten Messwerten der Teststäube. Tabelle 3.2 zeigt die ermittelten Werte.

Tabelle 3.2.: Mittlere Extinktionseigenschaften der Teststäube.

	fein	mittel	grob
x_{32}	3,30	4,16	6,97
\bar{Q}_{ext}	1,4861	1,5193	1,5254
$\bar{Q}_{\text{ext}}/x_{32}$	0,4503	0,3652	0,2189

Die Transmission $T = I_T/I_0$ fällt exponentiell von 1 bis 0. Im Bereich kleiner Konzentrationen ($T \geq 0,9$) kann an der Stelle $\Phi_M = 0$ linear approximiert werden:

$$T(\Phi_M) = -\frac{3\bar{Q}_{\text{ext}}L}{2\rho_m x_{32}} \Phi_M + 1. \quad (3.13)$$

Da die Werte für \bar{Q}_{ext} sehr nah beieinander liegen, hängt die Transmission T in erster Linie von der Volumenkonzentration und vom Kehrwert des Sauterdurchmessers ab. Zu erwarten ist also ein linearer Verlauf von $T(\Phi_M)$ mit einer negativen Steigung, die mit dem Kehrwert des Sauterdurchmessers skaliert.

3.2.3. Erwartetes Fluktuationsverhalten

In Kapitel 2.3.2.3 wurde erläutert, dass das Transmissionssignal aufgrund von Partikelbewegungen um einen Mittelwerte schwankt. Ersetzt man in Gleichung 2.51 die Partikelzahl N durch die Partikelkonzentration

$$N = \Phi_N A_{\text{mess}} L, \quad (3.14)$$

so erhält man für die Standardabweichung des Transmissionssignals durch Einsetzen in Gleichung 2.51

$$\sigma_T = \bar{T} \sqrt{\frac{\Phi_N L}{A_{\text{mess}}}} C_{\text{ext}}. \quad (3.15)$$

Die Umrechnung von der Anzahlkonzentration Φ_N zur Massekonzentration Φ_M erfolgt mit $\Phi_N = \Phi_M / (\rho v)$ mit $v = (\pi/6)x^3$. Für x wird der Ausdruck aus Gleichung 2.52 eingesetzt und es ergibt sich

$$\sigma_T = \bar{T} \sqrt{\frac{3\pi\Phi_M L}{8\rho A_{\text{mess}}}} \sqrt{x} Q_{\text{ext}}. \quad (3.16)$$

Für ein polydisperses System mit der Verteilungsdichte q_0 ermittelt Gregory [3]

$$\sigma_T = \bar{T} \sqrt{\frac{\Phi_N L}{A_{\text{mess}}}} \pi \sqrt{\int a^4 q_0(a) Q_{\text{ext}}(a)^2 da}. \quad (3.17)$$

Durch Einsetzen von Φ_N und $a = x/2$ ergibt sich

$$\sigma_T = \bar{T} \sqrt{\frac{3\pi\Phi_M L}{8\rho_m A_{\text{mess}}}} \left[\sqrt{\frac{\int x^4 Q_{\text{ext}}^2 q_0 dx}{\int x^3 q_0 dx}} \right]. \quad (3.18)$$

Der Vergleich von Gleichung 3.18 mit Gleichung 3.16 zeigt, dass $\sqrt{x} Q_{\text{ext}}$ mit dem Term in eckigen Klammern in Gleichung 3.18 korrespondiert. Es handelt sich um einen scheinbaren mittlerer Durchmesser und eine scheinbarere Extinktionseffizienz:

$$[\sqrt{x} Q_{\text{ext}}]_{\text{polydispers}} = \left[\sqrt{\frac{\int x^4 Q_{\text{ext}}^2 q_0 dx}{\int x^3 q_0 dx}} \right]. \quad (3.19)$$

Es wäre wünschenswerte, dass der polydisperse Ausdruck mit dem Sauterdurchmesser und der mittleren Extinktionseffizienz korrespondiert. Tabelle 3.3 listet die Ausdrücke für die Teststäube auf. Der polydisperse Ausdruck entspricht etwa 3 mal dem monodispersen. Im weiteren Verlauf wird der monodisperse Ausdruck

Tabelle 3.3.: Parameter.

	fein	mittel	grob
Sauterdurchmesser	3,3	4,17	6,97
mittlerer Extinktionskoeffizient	1,4861	1,5193	1,5254
$[\sqrt{x_{32}}\bar{Q}_{\text{ext}}]$	2,6996	3,1025	4,0272
$[\sqrt{x}Q_{\text{ext}}]_{\text{polydispers}}$	7,614	8,145	12,522
$[\]_{\text{polydispers}}/[\sqrt{x_{32}}\bar{Q}_{\text{ext}}]$	2,82	2,63	3,11

verwendet, da auf diese Weise explizite Formel für $\sigma_T(T)$ -Diagramme gefunden werden können. Die Standardabweichung ergibt sich somit als:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{3\pi L}{8\rho_m A_{\text{mess}}}} \sqrt{x_{32}\bar{Q}_{\text{ext}}} \sqrt{\Phi_M T}. \quad (3.20)$$

Stellt man Gleichung 3.12 nach Φ_M um

$$\Phi_M = (-\ln T) \frac{2\rho_m x_{32}}{3\bar{Q}_{\text{ext}} L} \quad (3.21)$$

und setzt es in Gleichung 3.20 ein, so ergibt sich

$$\sigma_x(T) = x_{32} \sqrt{\frac{\pi\bar{Q}_{\text{ext}}}{4A_{\text{mess}}}} T \sqrt{-\ln(T)}. \quad (3.22)$$

Stellt man Gleichung 3.12 nach x_{32} um

$$x_{32} = \frac{3\bar{Q}_{\text{ext}} L \Phi_M}{2\rho_m} \frac{1}{-\ln T} \quad (3.23)$$

und setzt es in Gleichung 3.20 ein, so ergibt sich

$$\sigma_\Phi(T) = \frac{3L}{4\rho_m} \sqrt{\frac{\pi}{A_{\text{mess}}}} (\bar{Q}_{\text{ext}})^{\frac{3}{2}} \Phi_M \frac{T}{\sqrt{-\ln T}}. \quad (3.24)$$

Trägt man Kurven für $\sigma_x(T)$ und $\sigma_\Phi(T)$ für konstante x - und Φ_M -Werte gemäß den Gleichungen 3.22 und 3.24 in ein gemeinsames Diagramm ein, so kann an den Stellen, wo sich zwei Kurven schneiden, unmittelbar der mittlere Partikeldurchmesser und die Massekonzentration abgelesen werden. Bild 3.4 zeigt diesen Sachverhalt.

3.2.4. Auswahl

Sowohl das transmittierte als auch das gestreute Licht hängen linear von der Massekonzentration und vom reziproken Sauterdurchmesser ab. Daher können nicht beide Parameter, Φ_M und x_{32} , aus den Messungen der Mittelwerte der Signale extrahiert werden. Die Messung eines weiteren unabhängigen Messwertes wird notwendig. Es wird vorgesehen zusätzlich die Standardabweichung beider

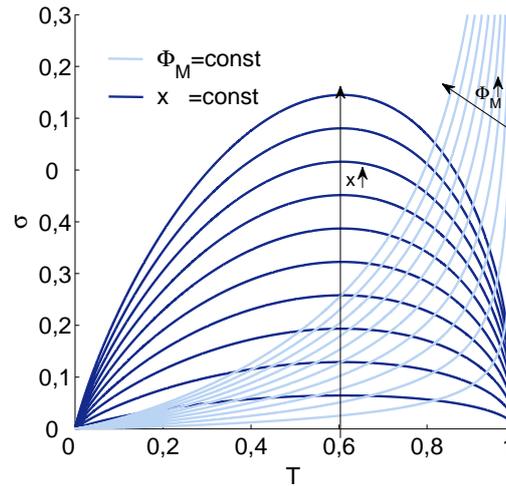


Bild 3.4.: Allgemeine Darstellung der Standardabweichung der Transmission aufgetragen gegen den Mittelwert der Transmission.

Signale zu messen, um den Sauterdurchmesser bestimmen zu können. Obwohl es reichen würde, entweder das Streulicht oder das transmittierte Licht im Mittel und die Standardabweichung zu messen, sollen beide Verfahren umgesetzt werden, um ein flexibles System zu erhalten und die Messwerte miteinander zu vergleichen.

3.3. Simulation optischer Gesamtsysteme

Die bisherigen Betrachtungen gelten nur bei der Vernachlässigung von Mehrfachstreuung und berücksichtigen nicht das optische Gesamtsystem. Durch Raytracing-Programme kann die Analyse eines optischen Gesamtsystems erfolgen und durch eine Monte-Carlo-Simulationen kann dabei eine Suspension als Volumestreuer modelliert werden.

3.3.1. Monte-Carlo-Simulation

Die Streuung an Partikelkollektiven kann in Raytracing-Programmen mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation berechnet werden. Dabei treten Strahlen nacheinander in das streuende Medium ein. Der weitere Verlauf eines Strahls wird als Wahrscheinlichkeitsprozess realisiert, wobei zufällige Bewegungen der Strahlen vom Eintritt in das streuende Probenvolumen bis zur Absorption oder bis zum Austritt verfolgt werden.

Die Trajektorie der Strahlen wird durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen bestimmt. Die Wahrscheinlichkeit,

- dass der Strahl gestreut wird,
- dass ein Teil des Strahles absorbiert wird und

- dass der Strahl nach der Streuung einer neuen Richtung folgt.

Drei für den Volumenstreuer charakteristische Parameter bestimmen den zufälligen Weg, den sogenannten Random Walk, des Strahls: der Streukoeffizient μ_s ist die Wahrscheinlichkeit pro Einheitslänge, dass ein Strahl von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, der Absorptionskoeffizient μ_a ist der Energieverlust pro Einheitslänge verursacht durch Absorption und die Phasenfunktion $P(\theta_s)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Strahl in einen bestimmten polaren Streuwinkel θ_s gestreut wird und dann in diese Richtung propagiert (vgl. Abschnitt 2.1.2). Der Random Walk eines Strahls wird gestoppt, wenn er das Medium verlässt, wenn er absorbiert wird oder wenn eine andere Abbruchbedingung erfüllt wird. Bild 3.5 zeigt den Verlauf mehrerer Strahlen in einem streuenden Medium zwischen den zwei grauen Ebenen.

Die Streufunktion $P(\theta_s)$ kann aus der Partikelgrößenverteilungsdichte q_0 mit Hilfe der Mie-Theorie berechnet werden oder mit Hilfe einer analytischen Funktion vorgegeben werden. Der Streukoeffizient ist gegeben durch $\mu_s = \Phi_N C_{\text{sca}} = \Phi_N A Q_{\text{sca}}$ und der Absorptionskoeffizient durch $\mu_a = \Phi_N C_{\text{abs}} = \Phi_N A Q_{\text{abs}}$. Die Summe beider ist der Extinktionskoeffizient μ_{ext} .

Mit Hilfe von μ_a und μ_s wird die statistische Schrittweite l bestimmt:

$$l = \frac{-\ln(\xi)}{\mu_a + \mu_s}. \quad (3.25)$$

Dabei ist ξ eine zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallszahl ($0 < \xi \leq 1$). Nach einem Streueignis wird die neue Propagationsrichtung, die durch den Streuwinkel $\theta_{s,i}$ beschrieben wird, mit Hilfe der Phasenfunktion und einer Zufallszahl so ermittelt, dass die Phasenfunktion reproduziert wird. Der Azimutwinkel ist zwischen 0 und 2π gleichverteilt.

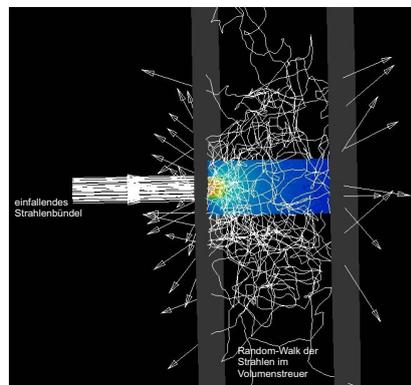


Bild 3.5.: Monte Carlo in ASAP.

Tabelle 3.4.: Eingabeparameter für die Simulation nach dem Henyey-Greenstein- oder dem Mie-Modell.

	Eingabeparameter
Henyey-Greenstein	$g, Q_{\text{sca}}, Q_{\text{abs}}, f$
Mie	$n_p, x_{\text{min}}, x_{\text{max}}, f, q_0(x)$

3.3.2. Berechnung der Partikelstreuung in ASAP

Im nichtsequentiellen Raytracing-Programm ASAP[®] (Breault Research Organization) kann die Streuung an Partikelkollektiven mittels Monte-Carlo-Raytracing simuliert werden. Es wird die Notation $\mu_{\text{ext}} = \mu_s + \mu_a = f(Q_{\text{sca}} + Q_{\text{abs}})$ verwendet, dabei ist f die sogenannte Flächenabschattung. Bei polydispersen Systemen gibt es zwei Modelle, die verwendet werden können:

1. das Mie-Modell (vgl. Kapitel 2.1) und
2. das Henyey-Greenstein-Modell [38].

Das Henyey-Greenstein Modell beruht auf einer analytischen Streufunktion, die nur von dem Symmetriefaktor g abhängt. Es ist nicht so genau wie das Mie-Modell, die Simulationen benötigen aber weniger Zeit.

Letztendlich müssen aus den Berechnungen der Streu- und der Absorptionskoeffizient und die Phasenfunktion (vgl. Gleichung 2.10) hervorgehen. Tabelle 3.4 zeigt die Eingabeparameter für beide Modelle. Bei der Henyey-Greenstein-Methode berechnet ASAP alle Parameter direkt aus den Eingabewerten: $P = \text{Fkt}(g)$, $\mu_s = fQ_{\text{sca}}$ und $\mu_a = fQ_{\text{abs}}$. Beim zweiten Ansatz muss ASAP die Werte erst mittels der Mie-Theorie ermitteln. Das Programm verwendet auf diese Weise mittlere Effizienzen \bar{Q}_{sca} und \bar{Q}_{abs} , die mit Hilfe der Partikelgrößenverteilungsdichte q_0 , der minimalen und maximalen Partikelgröße und der komplexen Partikelbrechzahl berechnet werden.

Die Flächenabschattung f muss in jedem Fall vom Programmnutzer zur Verfügung gestellt werden. Diese berechnet sich aus der Anzahldichte Φ_N multipliziert mit dem mittleren Partikelquerschnitt \bar{A}

$$f = \Phi_N \bar{A}. \quad (3.26)$$

Die Anzahldichte Φ_N für polydisperse Systeme ergibt sich aus Gleichung 3.7. Der mittlere Partikelquerschnitt ist:

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4} \int_{x_{\text{min}}}^{x_{\text{max}}} x^2 q_0(x) dx \approx \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^I \bar{x}_i^2 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i. \quad (3.27)$$

Einsetzen von Gleichung 3.27 und Gleichung 3.7 in Gleichung 3.26 und Vereinfachung liefert

$$f = \frac{3 \Phi_M}{2 \rho} \frac{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 q_0(x) dx}{\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^3 q_0(x) dx}. \quad (3.28)$$

Im Fall einer diskreten Verteilung ergibt sich

$$f = \frac{3 \Phi_M}{2 \rho} \frac{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^2 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i}{\sum_{i=1}^I \bar{x}_i^3 q_0(\bar{x}_i) \Delta x_i}. \quad (3.29)$$

Das Verhältnis der Integrale in Gleichung 3.29 ist der inverse Sauterdurchmesser x_{32} (vgl. Abschnitt 2.2.3). Damit ergibt sich

$$f = \frac{3 \Phi_M}{2 \rho} \frac{1}{x_{32}}. \quad (3.30)$$

Für ein monodisperses System gilt entsprechend

$$f = \frac{3 \Phi_M}{2 \rho} \frac{1}{x}. \quad (3.31)$$

Die Flächenabschattung skaliert also mit dem Kehrwert des Durchmessers für monodisperse und des Sauterdurchmessers für polydisperse Systeme.

3.4. Geeignetes Messregime

Um abzuschätzen, für welches Messregime, vor allem in Bezug auf die Partikelgröße, die vorgestellten Verfahren geeignet sind, wird das theoretisch zu erwartende Streulicht- und Transmissionssignal qualitativ in Abhängigkeit der Partikelgröße betrachtet. Beim Übergang zu größeren Partikeln nimmt bei gleich bleibender Massekonzentration die Partikelanzahl im Probenvolumen immer weiter ab, während gleichzeitig immer mehr Licht in Vorwärtsrichtung gestreut wird.

Bild 3.6 (a) zeigt die mit MiePlot berechneten Streulichtintensitäten in den angegebenen Winkelbereichen in Abhängigkeit von der Partikelgröße. Die Intensität ist auf das Partikelvolumen normiert, so dass die Kurven bei Vernachlässigung von Mehrfachstreuung das Verhalten bei gleichen Massekonzentrationen wieder spiegeln. Man sieht, dass Partikel ab 30 μm für alle Detektionswinkel ein sehr schwaches Signal liefern, für Detektionswinkel größer als 5° gilt das schon für Partikel ab 10 μm . Bild 3.6 (b) zeigt den Transmissionsgrad T in Abhängigkeit der Partikelgröße nach Gleichung 2.48 für gleiche Massekonzentrationen bei drei verschiedenen Messlängen. Auch hier ist das Signal bei 10 μm schon sehr schwach und nimmt mit zunehmender Partikelgröße immer weiter ab.

Darüberhinaus wurden ASAP-Simulationen durchgeführt, bei denen die Mehrfachstreuung berücksichtigt wird. Ein Strahlenbündel mit einem Durchmesser

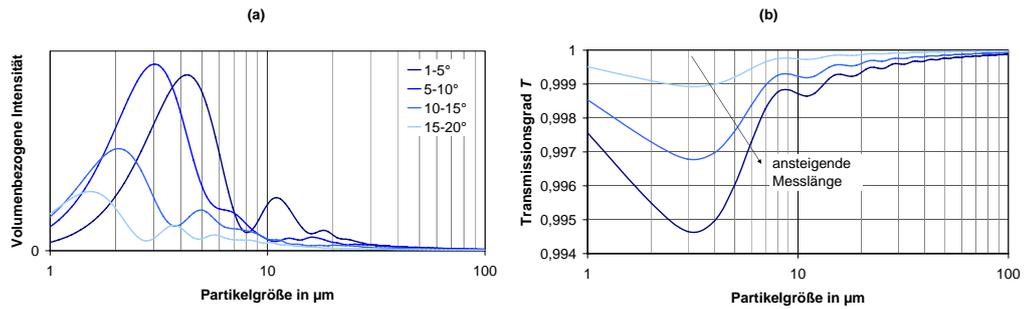


Bild 3.6.: (a) Streulichtintensität in verschiedenen Winkelbereichen und (b) Transmissionsgrad bei verschiedenen Messlängen.

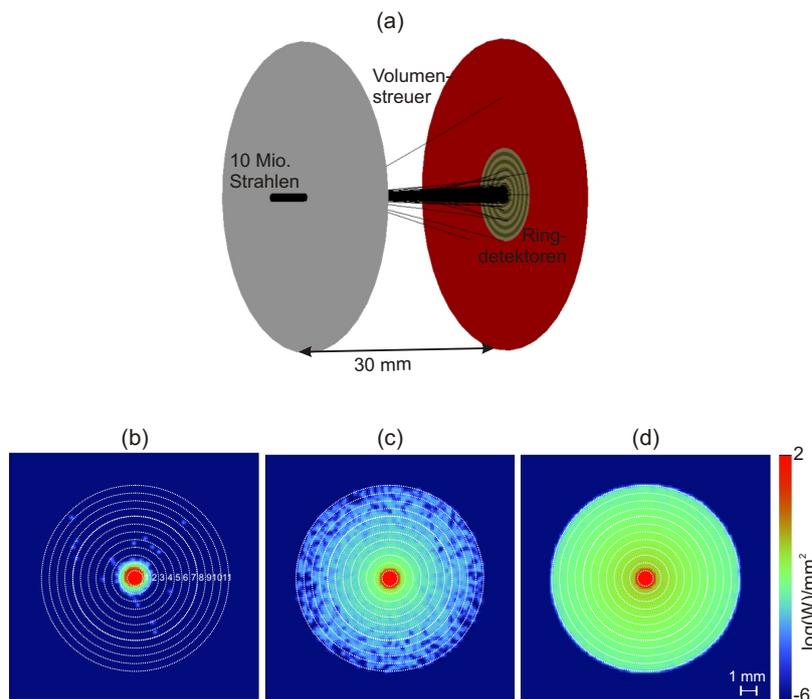


Bild 3.7.: (a) Layout des simulierten Systems. Intensitätsverteilung in der Detektionsebene für (a) 100 μm , (b) 10 μm und (c) 1 μm .

von 1 mm (Emitting Disk mit 10 Mio. Strahlen, 100 Watt) und einer Wellenlänge von 850 nm wurde durch eine Suspension mit einer Massekonzentration von 1 mg/l und 30 mm Messlänge geschickt. Die Suspension besteht aus Wasser und monodispersen Partikeln mit einer Brechzahl von 1,45. Die Partikelzahlen im Probenvolumen, das eine Größe von $23,56 \text{ mm}^3 = 23,56 \mu\text{l}$ hat, sind für jeweils monodisperse Suspensionen: 16981 für 1 μm , 136 für 5 μm , 17 für 10 μm , 0,136 für 50 μm und 0,017 für 100 μm Durchmesser. Die Detektionsebene enthält mittig einen Kreisdetektor mit 1 mm Durchmesser, der das transmittierte Licht misst. Elf konzentrische Ringdetektoren mit jeweils einer Breite von 0,5 mm messen das gestreute Licht. Insgesamt ergibt sich eine runde Detektionsfläche mit

12 mm Durchmesser. Bild 3.7 (a) zeigt das ASAP-Layout und Bild 3.7 (b) zeigt die Intensitätsverteilung in der Detektionsebene in logarithmischer Darstellung für Partikelgrößen von 100, 10 und 1 μm .

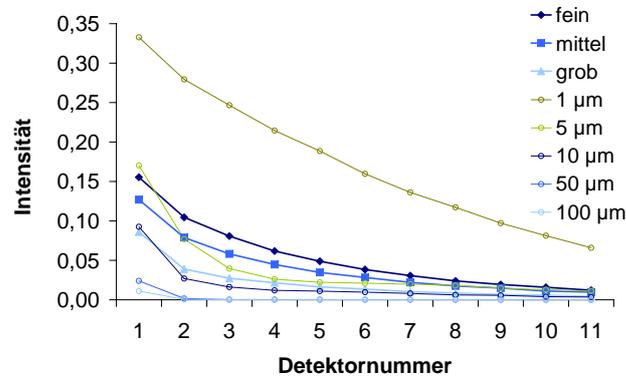


Bild 3.8.: Intensität auf den ringförmigen Streudetektoren für Partikeldurchmesser von 100 μm , 10 μm und 1 μm .

In Bild 3.8 sind die Intensitäten auf den Detektorringen bei gleicher Massekonzentration dargestellt. Neben den monodispersen Suspension verschiedener Partikelgrößen sind zum Vergleich auch die Werte für die drei Teststäube eingetragen. Es ist erkennbar, wie die Intensität zu größeren Winkeln hin immer weiter abnimmt und wie die größeren Partikel immer weniger messbares Streulicht verursachen. Eine Suspension mit dem groben Teststaub liefert ähnliche Ergebnisse wie eine monodisperse Suspension mit 10 μm Partikeln. Werden die Partikel jedoch noch größer, so fällt das Signal weiter ab und die Nachweisgrenze erhöht sich. Be-

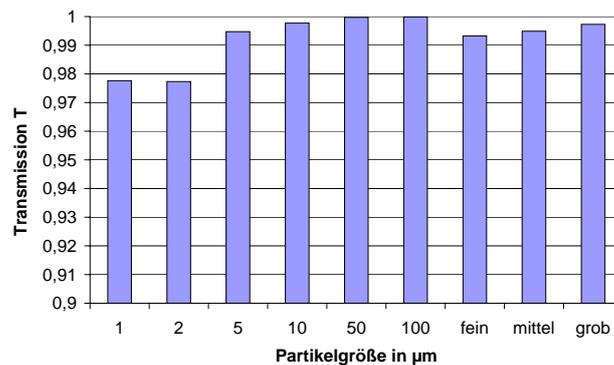


Bild 3.9.: Intensität auf den mittigen Detektor, der die Transmission misst.

trachtet man das Transmissionssignal, das in Bild 3.9 dargestellt ist, so entstehen bei 1 mg/l und Partikeldurchmessern oberhalb von 10 μm sehr schwache Signale. Dabei ist die Messlänge mit 30 mm recht lang. Bei einem integrierten Mikrosystem ist sie meist um ein Vielfaches kürzer. Wenn man die Messlänge halbiert, so muss die Konzentration verdoppelt werden, um das gleiche Transmissionssignal

zu erhalten.

$$T = e^{-\text{const}(L\Phi_M)} \quad (3.32)$$

Zunehmende Partikelgrößen und abnehmende Messlängen stellen somit wichtige Begrenzungsparameter dar, die die Einsetzbarkeit der Streulicht- und Transmissionsmessung einschränken.

3.5. Signal-Rausch-Verhältnis

Um einzuordnen wie gut das Signal eines Einzelpartikels oder eines Partikelkollektivs ist, kann man das Signal-Rausch-Verhältnis (*signal to noise ratio* - SNR) heranziehen. Dazu wird die Differenz zwischen der mittleren Leistung des Nutzsignals und der mittleren Leistung des Hintergrundsignals zur mittleren Rauschleistung des Hintergrundsignals ins Verhältnis gesetzt:

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signal} - \text{Hintergrundsignal}}{\text{Standardabweichung des Hintergrundsignals}}. \quad (3.33)$$

Ein Signal-Rausch-Verhältnis von 3 wird üblicherweise [39–41] als untere Grenze für eine akkurate Messung angesehen. Damit ergibt sich die Nachweisgrenze bei der Massekonzentration Φ_M , für die sich ein SNR von 3 ergibt. In den Kapiteln 4.5 und 5 wird das SNR zur Bewertung der Signale herangezogen.

3.6. Zusammenfassung des Kapitels

Die ermittelten AmplitudenstreuFunktionen der drei Teststäube sind in einem Winkelbereich zwischen 4 und 160° parallele Kurven, die mit dem Kehrwert der Sauterdurchmesser der Teststäube skalieren. Die Messung des Mittelwertes und der Standardabweichung des Streulichtes und des Transmissionsgrades verspricht die Bestimmung der Partikelmassekonzentration und des Sauterdurchmessers. Durch Monte-Carlo-Raytracing lässt sich die Streuung an einem Partikelkollektiv simulieren. Auf diese Weise ist die Simulation des Verhaltens eines optischen Gesamtsystems, das Volumenstreuer enthält und mit Hilfe der Strahlenoptik modelliert werden kann, durch die Verwendung von Raytracing-Programmen möglich. Für die Analyse optischer Gesamtsysteme in ASAP unter Verwendung der Mie-Theorie stehen alle benötigten Daten zur Verfügung.

Für Partikel ($n_p = 1,45$ in Wasser bei 850 nm) unterhalb 10 μm verspricht die Streulicht- oder Transmissionsanalyse gute Ergebnisse. Da aber sowohl das Streulicht als auch die Transmission vom Kehrwert des Sauterdurchmessers abhängt, nimmt bei gleichbleibender Massekonzentration das Signal mit zunehmendem Partikel- bzw. Sauterdurchmesser ab, d.h. die Nachweisgrenze steigt an. Mit zunehmender Partikelgröße sammelt sich das Streulicht um die optische Achse herum, so dass man den Detektionsbereich zu kleineren Winkeln hin erweitern

müsste. In integrierten Systemen ist das eine große Herausforderung, da meist nur kleine Messlängen zur Verfügung stehen. Dadurch hat das unter kleinen Winkeln gestreute Licht nicht genug „Zeit“, den Messstrahl zu verlassen.

4. Talbotinterferometrie für die Partikelanalyse

Mit ansteigender Partikelgröße steigt bei konstanter Partikelmassekonzentration die Nachweisgrenze (siehe Bild 3.8). Die Ursache hierfür liegt in der immer schmaleren und intensiveren Streukeule, die sich in Vorwärtsrichtung ausbildet. Das gestreute Licht ist mit dem Anregungslicht überlagert, so dass ein Detektor zur Bestimmung der Transmission nicht zwischen beiden Lichtanteilen unterscheiden kann, die ihn erreichen. Der Anteil, der tatsächlich messbar aus dem Bereich des Anregungslichtes gestreut wird, ist sehr klein. Gleichzeitig nimmt das Licht ab, das in die höheren Winkel gestreut wird (vgl. Bild 2.2 (b)).

Um das intensive vorwärts gestreute Licht vom Anregungslicht zu trennen und für die Messung zu nutzen, können interferometrische Verfahren eingesetzt werden. Im Folgenden wird die Anwendbarkeit der Talbotinterferometrie untersucht. Das Talbotinterferometer gehört zur Gruppe der Common-Path-Interferometer, da sich alle Teile der geteilten Wellenfront auf einem gemeinsamen Pfad befinden. Die Aufteilung in mehrere Interferometerarme ist damit nicht notwendig und es bestehen gute Möglichkeiten zur Integration. Ein Talbotinterferometer besteht aus einem Beugungsgitter, das eine einfallende kohärente Lichtwelle in Beugungsordnungen aufspaltet. Durch die Interferenz der Beugungsordnungen entsteht ein periodisches Interferenzmuster. Wird das Interferenzmuster in Amplitude und/oder Phase gestört, so kann eine quantitative Auswertung unter Verwendung eines zweiten Gitters erfolgen.

In diesem Kapitel wird zunächst ein Modell erarbeitet, um eine durch ein Partikel gestörte dreidimensionale Lichtverteilung hinter einem Gitter zu simulieren. Innerhalb dieses Modells kann eine Partikelbewegung im Probenvolumen vorgenommen und die Auswirkungen auf das zu erwartende Signal unmittelbar ermittelt werden. Es erfolgt eine Verifikation des Modells mit Messungen. Um eine günstige Messkonfiguration zu ermitteln, werden Parameterstudien durchgeführt. Darauf aufbauend können die Parameter für eine zu lösende Messaufgabe festgelegt werden. Über eine Abschätzung der zu erwartenden Signal-Rausch-Verhältnisse wird das optimale Messregime für das Verfahren ermittelt und mit der Transmissionsmessung verglichen.

4.1. Selbstabbildung periodischer Strukturen - Der Talboteffekt

Eine kohärente ebene Welle beleuchtet ein Objekt mit periodischer Amplitudentransmissionsfunktion. Hinter dem Objekt lassen sich in bestimmten Abständen Replikationen der komplexen Amplitude, sogenannte Selbstabbildungen, beobachten. Dieser Effekt ist unter dem Namen Talboteffekt bekannt und wurde zuerst im Jahr 1836 von Talbot [42] beobachtet und 1881 von Rayleigh [43] beschrieben. Es handelt sich um ein Beugungs-Interferenz-Phänomen, das im Bereich der Fresnelbeugung auftritt. Die Beugungsordnungen, die durch eine periodische Phasen- oder Amplitudenstruktur hervorgerufen werden, interferieren und es bilden sich Selbstabbildungen an den Stellen nz_T heraus, dabei wird z_T mit Talbotdistanz bezeichnet. Die Amplitudentransmissionsfunktion des Objektes wird ohne den Einsatz weiterer optischer Elemente reproduziert. Bild 4.1 zeigt diesen Zusammenhang schematisch.

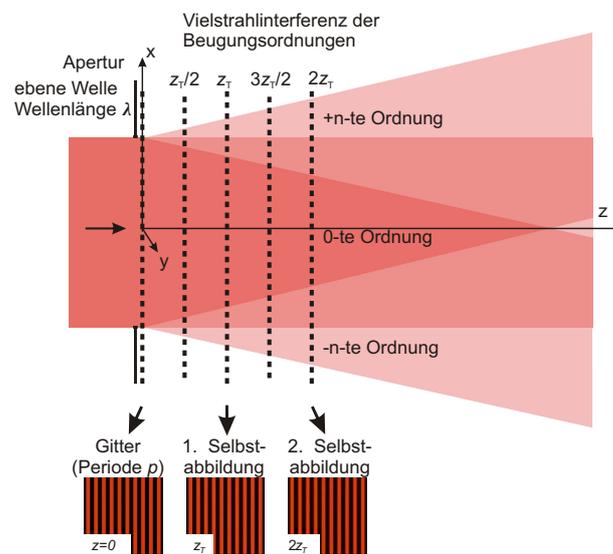


Bild 4.1.: Der Talboteffekt.

Der klassische Talboteffekt ist nur ein Spezialfall einer großen Klasse von Selbstabbildungseffekten, die in drei Versionen der Selbstabbildung [44] unterteilt werden kann: den klassischen Talboteffekt, den partiellen Talboteffekt und den Montgomeryeffekt [45]. Die laterale Periodizität eines Objektes ist eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung für die Ausbildung von Selbstabbildungen [45], sodass spatial periodische Objekte eine wichtige Untergruppe aller Objekte sind, die Selbstabbildungen produzieren [46]. Damit es zu Selbstabbildungen kommen kann, muss das Licht eine hohe spatiale Kohärenz aufweisen. Eine Ausnahme bildet die Konfiguration nach Lau [47] bei der inkohärentes Licht spatial periodisch gemacht wird.

In der vorliegenden Arbeit werden nur eindimensional periodische Beugungsgitter bei der Beleuchtung mit kohärentem Licht betrachtet, die den klassischen Talboteffekt hervorrufen. Die meisten Beugungsgitter können als reine Amplituden- oder Phasengitter modelliert werden. Amplitudengitter verursachen eine Amplitudenmodulation der einfallenden Lichtwelle. Sie bestehen aus Metallstreifen auf einem Glassubstrat, die beispielsweise durch Aufdampfen einer Chromschicht hergestellt werden. Ein solches Gitter kann sowohl in Transmission als auch in Reflexion verwendet werden. Phasengitter verursachen eine Phasenmodulation der einfallenden Welle. Sie bestehen aus einem dielektrischen Substrat mit Streifen unterschiedlicher Profilhöhe und werden z.B. durch Glasätzen hergestellt. Der Talboteffekt bei einer Kombination von Phasen- und Amplitudengitter wurde von Torcal-Milla et al. [48] untersucht.

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird eine allgemeine binäre komplexe Amplitudentransmissionsfunktion des Gitters angenommen. Das Ergebnis ist dann auf reine Amplituden- oder Phasengitter übertragbar, deckt aber auch den Fall eines kombinierten Phasen- und Amplitudengitters ab. Die Berechnung der Lichtverteilung hinter einem Gitter erfolgt mit Hilfe der Beugungstheorie. Wenn die Periode der Gitter viel größer als die Wellenlänge ist, kann eine skalare Betrachtung der Beugung erfolgen.

4.1.1. Skalare Beugungstheorie

In diesem Einschub wird kurz auf die Herleitung des Fresnelschen Beugungsintegrals eingegangen. Dies ist einerseits für die Herleitung des Talboteffekts wichtig und andererseits für die Beschreibung des Streuverhaltens hinreichend großer Partikel, das durch Beugung angenähert werden kann und in Kapitel 4.2 erfolgt.

Ausgangspunkt sind die Maxwell'schen Gleichungen, die für Wellen im homogenen, isotropen dielektrischen Medium zu den Wellengleichungen für das elektrische und magnetische Feld führen. In den zeitabhängigen Wellengleichungen

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c_m^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0 \quad (4.1)$$

und

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{c_m^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{H} = 0 \quad (4.2)$$

ist \mathbf{E} die vektorielle elektrische Feldstärke, \mathbf{H} die vektorielle magnetische Feldstärke und c_m die Lichtgeschwindigkeit im Medium. Zwischen der Lichtgeschwindigkeit im Medium, der dielektrischen Permittivität ϵ und der magnetischen Permeabilität μ besteht der Zusammenhang

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{c_0}{\epsilon_r\mu_r}. \quad (4.3)$$

Dabei ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Durch Vernachlässigung des vektoriellen Charakters (Polarisation) und Separation der Zeitabhängigkeit (stationäre Felder) gelangt man zur Helmholtzgleichung

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad (4.4)$$

die skalar und stationär ist. Die Lichtausbreitung erfolgt im homogenen Medium, d.h. es gibt keine Kopplung zwischen den Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes. U ist dabei eine dreidimensionale komplexe Amplitude, k ist die Wellenzahl. Die optischen Bauelemente werden als dünn betrachtet, d.h. sie sind in ihrer Wirkung auf eine Ebene beschränkt und somit als reines Phasenobjekt behandelt.

Die exakte Lösung der Helmholtzgleichung für $U(x, y, z)$ ist das Debye-Sommerfeldsche Beugungsintegral. Für relativ kleine Winkel kann mit dem Kirchhoffschen Beugungsintegral

$$U(P_1) = \frac{1}{j\lambda} \int \int_{\Sigma} U(P_0) \frac{e^{j(kr_{01})}}{r_{01}} \cos(\epsilon) ds \quad (4.5)$$

genähert werden, das über die beugende Öffnung Σ integriert. Das Integral drückt das beobachtete Feld $U(P_1)$ als Superposition divergierender Kugelwellen der Form $\exp(jkr_{01})/r_{01}$ aus, die von Sekundärlichtquellen in jedem Punkt P_0 in der Apertur Σ ausgehen [24]. Dieses repräsentiert das Huygenssche Prinzip, welches besagt, dass jeder Punkt Ausgangspunkt einer Elementarwelle ist, die kohärent zu einer resultierenden Welle interferieren. Das Kirchhoffsche Beugungsintegral

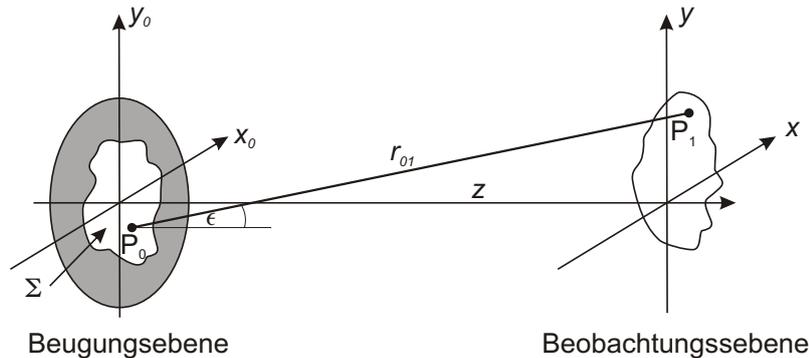


Bild 4.2.: Beugungsgeometrie.

dient nun als Ausgangspunkt zur Herleitung des Fresnelschen Beugungsintegrals. Bild 4.2 zeigt die Beugungsgeometrie. ϵ ist der Winkel zwischen dem Normalenvektor und dem Vektor \vec{r}_{01} , der vom Punkt P_0 in der Beugungsebene zum Punkt P_1 in der Beobachtungsebene zeigt. $\cos \epsilon$ wird gegeben durch

$$\cos \epsilon = \frac{z}{r_{01}}. \quad (4.6)$$

Das Fresnel-Huygenssche-Prinzip ergibt sich nun zu

$$U(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \int \int_{\Sigma} U_0(x_0, y_0) \frac{e^{j(kr_{01})}}{r_{01}^2} dx_0 dy_0, \quad (4.7)$$

mit dem Ortsvektor

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \quad (4.8)$$

Dabei gilt: $r_{01} \gg \lambda$. $U_0(x_0, y_0)$ ist die Feldverteilung in der Beugungsebene bei $z_0 = 0$.

Bei der Fresnelbeugung, die oft auch als Nahfeldbeugung bezeichnet wird, wird der Ortsvektor r_{01} in Gleichung 4.7 durch eine Taylorreihe angenähert. Für einen Ausdruck $\sqrt{1+b}$ ist die Reihenentwicklung gegeben durch:

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (4.9)$$

Um die Reihenentwicklung anwenden zu können, wird zunächst z ausgeklammert

$$r_{01} = z \sqrt{1 + \left(\frac{x-x_0}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{z}\right)^2}. \quad (4.10)$$

Nach Reihenentwicklung und Beibehaltung der ersten beiden Terme ergibt sich

$$\begin{aligned} r_{01} &\approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{z}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-y_0}{z}\right)^2 \right] \\ &= z + \frac{(x-x_0)^2}{2z} + \frac{(y-y_0)^2}{2z} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass eine Kugelwelle durch eine Parabel angenähert wird. Während r_{01} im Exponenten vollständig eingesetzt werden muss, wird bei r_{01} im Nenner nur der erste Term der Reihenentwicklung beibehalten und es gilt $r_{01} = z$ [24]. Einsetzen in Gleichung 4.7 liefert

$$U(x, y, z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) e^{\frac{j\pi}{\lambda z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx_0 dy_0. \quad (4.12)$$

Gleichung 4.12 ist das Fresnelsche Beugungsintegral oder Fresnelintegral, das das optische Feld in der Beobachtungsebene U mit dem optischen Feld in der Objektebene U_0 in Beziehung setzt und mit dessen Hilfe Beugungsprobleme berechnet werden können (Kapitel 4.2 in [24], [49]).

4.1.2. Huygens-Fresnel-Kirchhoff-Theorie des Talboteffekts

Mit Hilfe des Fresnelintegrals wird nun das optische Feld hinter einem eindimensionalen periodischen Objekt ermittelt. Die komplexe Amplitudentransmissionsfunktion T eines periodischen Objektes kann in Form einer Fourierreihe

$$T(x) = \sum_n A_n e^{2\pi j n \nu x} \quad (4.13)$$

entwickelt werden. $p = 1/\nu$ ist dabei die spatiale Gitterperiode mit ν als Ortsfrequenz. A_n ist die komplexe Amplitude der n -ten Harmonischen und wird auch als Fourierkoeffizient bezeichnet. Der Typ des periodischen Objekts bestimmt die Fourierkoeffizienten.

Vor dem Gitter ($z < 0$) liegt eine ebene Welle vor, so dass für das Feld gilt $U(x, z) = e^{jkz}$. Erreicht die ebene Welle die Stelle $z = -0$, befindet sie sich also unmittelbar vor dem Gitter, gilt $U(x, -0) = 1$. Unmittelbar nach dem Gitter, also an der Stelle $z = +0$ entspricht das Feld dann genau der Amplitudentransmissionsfunktion des Gitters $U(x, +0) = \sum A_n e^{2\pi i n \nu x}$. In einem Abstand $z > 0$ vom Gitter wird das Beugungsbild über das Fresnelintegral (vgl. Gleichung 4.12) berechnet:

$$U_g(x, z) \approx \int U_0(x_0, 0) e^{j\frac{\pi}{\lambda z}(x-x_0)^2} dx_0. \quad (4.14)$$

Da es sich um eindimensional Gitter handelt, gibt es keine Abhängigkeit in y . Für U_0 wird nun das Feld an der Stelle $z = +0$, also die komplexe Amplitudentransmissionsfunktion des Gitters $T(x)$, eingesetzt und nach einigen Rechenschritten (siehe Anhang A.2) ergibt sich:

$$U_g(x, z) = \sum A_n e^{j\frac{\pi}{\lambda z}[x^2 - (x - n\lambda\nu z)^2]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\frac{\pi}{\lambda z}(x_0 - x + n\lambda\nu z)^2} dx_0. \quad (4.15)$$

Das Integral mit den Grenzen im Unendlichen liefert einen konstanten Faktor und kann vernachlässigt werden [50]. Es bleibt

$$U_g(x, z) = \sum A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda z} e^{2\pi j n \nu x}. \quad (4.16)$$

Dieses Wellenfeld reproduziert die komplexe Amplitude des Gitters $T(x)$, wenn die erste Exponentialfunktion eins ergibt. Dies ist der Fall, wenn $\pi(n\nu)^2 \lambda z = 2\pi$ ist oder gilt

$$z = z_T = \frac{2p^2}{\lambda}. \quad (4.17)$$

Dieser Abstand ist die Talbotdistanz z_T . Der Talboteffekt kann auch mittels der Rayleigh-Sommerfeld-Debye-Theorie oder der Ebene-Wellen-Theorie beschrieben werden [50]. Bild 4.3 zeigt die mit Gleichung 4.16 berechnete Intensitätsverteilung hinter einem Rechteckamplitudengitter, um einen ersten Eindruck des entstehenden Musters zu vermitteln. Senkrecht zur Lichtausbreitungsrichtung bilden sich an den Stellen $mz_T/2$ mit $m = 0, 2, 4, \dots$ die Selbstabbildungen und für $m = 1, 3, 5, \dots$ um eine halbe Periode verschobene Selbstabbildungen heraus. In Lichtausbreitungsrichtung entstehen periodische Muster, auf die in Kapitel 4.1.4 näher eingegangen wird.

4.1.3. Gitterformen

Beugungsgitter werden allgemein durch eine komplexe periodische Amplitudentransmissionsfunktion $T(x)$ beschrieben. Es werden nun einige spezielle Gittertypen

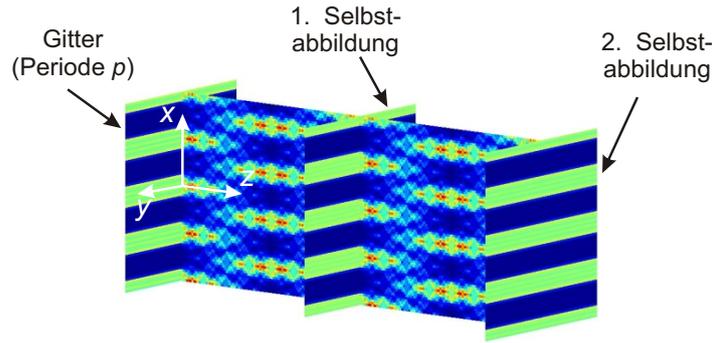


Bild 4.3.: Lichtverteilung hinter einem Rechteckamplitudengitter in einem x - z -Schnitt und drei dazu senkrechten x - y -Schnitten.

pen betrachtet.

4.1.3.1. Zweistufige Rechteckgitter

Ein eindimensionales periodisches Objekt kann als Fourierreihe repräsentiert werden. Ein reines Amplitudengitter hat reelle und ein Phasengitter hat komplexe Fourierkoeffizienten A_n . Die Amplitudentransmissionsfunktion berechnet sich mit Gleichung 4.13.

Für ein Rechteckgitter ergibt sich eine unendliche Reihe mit den Fourierkoeffizienten A_n und dem Gleichanteils A_0 . Die Fourierkoeffizienten werden berechnet mit:

$$A_n = \frac{1}{p} \int_p T(x) e^{-j2\pi n \nu x} dx. \quad (4.18)$$

Meist liegt ein Gitter vor, das pro Periode aus zwei Gebieten besteht. Jedes Gebiet kann die Amplitude und/oder die Phase der einfallenden Welle beeinflussen. Bild 4.4 (a) zeigt beispielhaft den Verlauf der Amplitude. Es wird ein allgemeines Gitter mit der Periode $p = 1/\nu$ und dem Tastverhältnis $\delta = p_1/p$ betrachtet. $T(x)$ ist definiert als

$$T(x) = \begin{cases} u_{p1}(x) & \text{für } -\frac{p_1}{2} < x < \frac{p_1}{2} \\ u_{p2}(x) & \text{für } -\frac{p}{2} < x < -\frac{p_1}{2} \text{ und } \frac{p_1}{2} < x < \frac{p}{2}. \end{cases} \quad (4.19)$$

Zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten muss nun Gleichung 4.18 gelöst werden:

$$A_n = \frac{1}{p} \int_{-p_1/2}^{p_1/2} u_{p1} e^{-2\pi j n \nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{-p_1/2} u_{p2} e^{-2\pi j n \nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{p_1/2}^{p/2} u_{p2} e^{-2\pi j n \nu x} dx. \quad (4.20)$$

$u_{p1} = u_1 e^{j\phi_1}$ und $u_{p2} = u_2 e^{j\phi_2}$ sind allgemeine komplexe Amplituden. Die Amplituden u_1 bzw. u_2 liegen zwischen 1 (vollkommen durchlässig) und 0 (vollkommen undurchlässig). Die Phasen ϕ_1 bzw. ϕ_2 liegen zwischen 0 und 2π oder Vielfachen davon. Da ein Gebiet als Bezugspunkt gewählt werden kann wird $\phi_2=0$

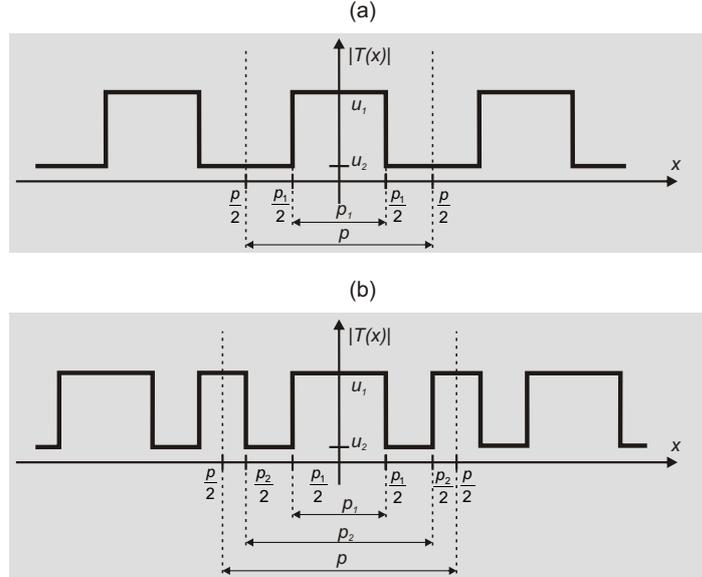


Bild 4.4.: Schema der Gittertypen.

gesetzt. Die Phase ϕ_1 ergibt sich dann bei einem Gitter aus einem Material mit der Brechzahl n_1 , das sich in einem Medium mit der Brechzahl n_0 befindet, und eine Stufenhöhe h aufweist zu

$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 - n_0) h. \quad (4.21)$$

Durch die Lösung von Gleichung 4.20 erhält man die Fourierkoeffizienten. Das Betragsquadrat der Fourierkoeffizienten ist gleichbedeutend mit der Effizienz η der Beugungsordnungen und wird mit Hilfe des konjugiert komplexen Fourierkoeffizienten A_n^* ermittelt:

$$|A_n|^2 = \eta = A_n \cdot A_n^*. \quad (4.22)$$

Für ein allgemeines komplexes Gitter gilt (siehe Anhang A.4):

$$A_0 = \delta(u_{p1} - u_{p2}) + u_{p2} \quad (4.23)$$

$$|A_0|^2 = \delta^2[u_1^2 + u_2^2 - 2u_1u_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (4.24)$$

$$- \delta[2u_2^2 - 2u_1u_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] + u_2^2 \quad (4.25)$$

$$A_n = \frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} (u_{p1} - u_{p2}) \quad (4.26)$$

$$|A_n|^2 = \left[\frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} \right]^2 [u_1^2 + u_2^2 - 2u_2u_1 \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (4.27)$$

Bei einem Rechteckamplitudengitter gilt $u_{p1} = 1$ und $u_{p2} = 0$ und es ergibt sich:

$$A_0 = \delta \quad (4.28)$$

$$|A_0|^2 = \delta^2 \quad (4.29)$$

$$A_n = \frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} \quad (4.30)$$

$$|A_n|^2 = \left[\frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} \right]^2 \quad (4.31)$$

Bei einem Rechteckphasengitter gilt $u_{p1} = e^{j\phi_1}$ und $u_{p2} = 1$ und es ergibt sich:

$$A_0 = \delta(e^{j\phi_1} - 1) + 1 \quad (4.32)$$

$$|A_0|^2 = 4\delta \sin^2 \frac{\phi_1}{2} (\delta - 1) + 1 \quad (4.33)$$

$$A_n = \frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} (e^{j\phi_1} - 1) \quad (4.34)$$

$$|A_n|^2 = \frac{\sin^2(\pi n \delta)}{\pi^2 n^2} [2 - 2 \cos(\phi_1)] \quad (4.35)$$

Tabelle 4.1 beinhaltet die reellen Fourierkoeffizienten eines Rechteckamplitudengitters mit einem Tastverhältnis $\delta=0,5$.

Tabelle 4.1.: Fourierkoeffizienten eines Rechteckamplitudengitters.

Koeffizient	Wert
A_0	$\delta = 0,5$
$A_1 = A_{-1}$	$1/\pi = 0,318$
$A_2 = A_{-2}$	0
$A_3 = A_{-3}$	$-1/(3\pi) = -0,106$
$A_4 = A_{-4}$	0
$A_5 = A_{-5}$	$1/(5\pi) = 0,064$
$A_6 = A_{-6}$	0
$A_7 = A_{-7}$	$-1/(7\pi) = -0,045$

Die Fourierkoeffizienten eines Phasengitters sind komplexwertig und hängen vom Phasenhub ϕ_1 ab. Bild 4.5 (a) zeigt die Beugungseffizienzen eines Rechteckphasengitters ($\delta=0,5$) in Abhängigkeit des Phasenhubs. Bild 4.5 (b) zeigt den Querschnitt der Intensitätsverteilung für verschiedene Phasenhübe in einer Selbstabbildungsebene $z = z_T$. Der maximale Kontrast ergibt sich bei einem Phasenhub von $(N\pi)/2$, mit $N = 1, 3, 5, \dots$, wie auch von Torcal-Milla et al. [48] berichtet wurde.

Zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten eines zur optischen Achse zentrierten komplexeren Gitters der Form aus Bild 4.4 (b) muss das Integral aus Gleichung 4.18 entsprechend der Geometrie gelöst werden. Es ergeben sich die folgenden Zusammenhänge:

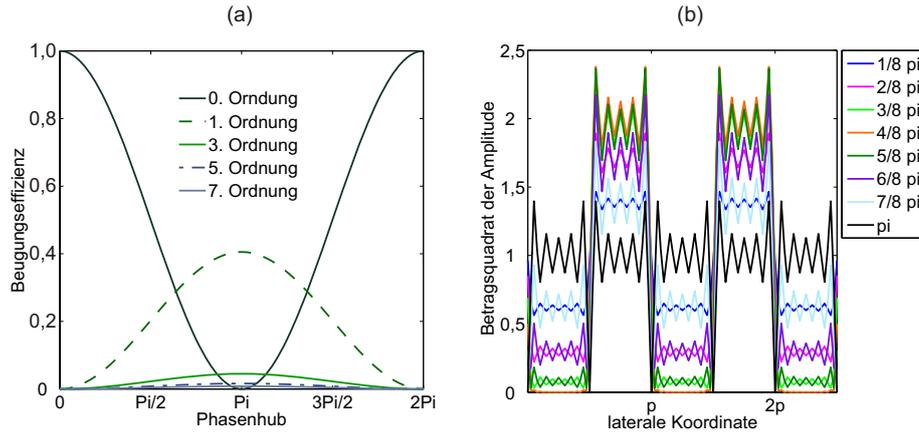


Bild 4.5.: (a) Beugungseffizienzen der verschiedenen Ordnungen in Abhängigkeit des Phasenhubs und (b) Querschnitt der Intensitätsverteilung jeweils für ein Rechteckphasengitter mit dem Tastverhältnis $\delta=0,5$ an der Stelle $z = z_T$.

Allgemeines Gitter:

$$A_0 = \frac{u_{p1}(p_1 + p - p_2)}{p} + \frac{u_{p2}(p_2 - p_1)}{p} \quad (4.36)$$

$$A_n = \left[\frac{\sin(\pi n \nu p_1)}{\pi n} - \frac{\sin(\pi n \nu p_2)}{\pi n} \right] (u_{p1} - u_{p2}) \quad (4.37)$$

Rechteckamplitudengitter mit $u_{p1} = 1$ und $u_{p2} = 0$:

$$A_0 = \frac{p_1 + p - p_2}{p} \quad (4.38)$$

$$A_n = \frac{\sin(\pi n \nu p_1)}{\pi n} - \frac{\sin(\pi n \nu p_2)}{\pi n} \quad (4.39)$$

4.1.3.2. Sinusamplitudengitter

Das Sinusamplitudengitter hat eine große theoretische Bedeutung, da es nur drei Beugungsordnungen hervorruft und sich somit die Berechnungen vereinfachen. Für die Amplitudentransmissionsfunktion gilt:

$$T(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi \nu x)). \quad (4.40)$$

Durch Ausnutzen der Beziehung $\cos(x) = (e^{jx} + e^{-jx})/2$ und Einsetzen in Gl. 4.40 erhält man

$$T(x) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi \nu x)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{2\pi j \nu x} + \frac{1}{4} e^{-2\pi j \nu x} \quad (4.41)$$

und die Fourierkoeffizienten ergeben sich durch Vergleich mit Gleichung 4.13. Man erhält unmittelbar die drei Komponenten für $n = -1, 0, 1$: $A_{-1} = 0,25$, $A_0 = 0,5$ und $A_1 = 0,25$.

4.1.3.3. Sinusphasengitter

Die Amplitudentransmissionsfunktion eines Sinusphasengitters wird beschrieben durch

$$T(x) = e^{j\frac{m}{2} \sin(2\pi\nu x)}. \quad (4.42)$$

Der Parameter m stellt die maximale Phasenverzögerung dar. Unter Ausnutzung der Identität ([24], Kapitel 4)

$$e^{j\frac{m}{2} \sin(2\pi\nu x)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{m}{2}\right) e^{j2\pi n\nu x} \quad (4.43)$$

ergeben sich die Fourierkoeffizienten durch Vergleich mit Gleichung 4.13 zu

$$A_n = J_n\left(\frac{m}{2}\right). \quad (4.44)$$

Dabei ist J_n eine Besselfunktion der ersten Art, n -te Ordnung. Die Beugungseffizienz der n -ten Beugungsordnung ist dann

$$\eta_n = |A_n|^2 = J_n^2\left(\frac{m}{2}\right). \quad (4.45)$$

4.1.4. Talbotteppiche

Betrachtet man die Intensitätsverteilung im x - z -Schnitt hinter einem Gitter (siehe Bild 4.3), so ergeben sich Muster, die an orientalische Teppiche erinnern, weshalb man auch von Talbotteppichen oder optischen Teppichen spricht. Da die Intensitätsverteilung unabhängig von y ist, vermittelt ein Talbotteppich einen guten Eindruck der Verteilung. Bild 4.6 zeigt Talbotteppiche für ein Sinusamplitudengitter mit einer Modulation von 0 bis 1, ein Rechteckamplitudengitter und ein Rechteckphasengitter jeweils beschrieben durch eine komplexe Fourierreihe mit $n = -7 \dots 7$. An den Stellen $(n/2)z_t$ bilden sich für $n = 2, 4, 6, \dots$ Selbstabbildungen und für $n = 1, 3, 5, \dots$ lateral um eine halbe Periode verschobene Selbstabbildungen der Amplitudentransmissionsfunktion aus. Bild 4.7 zeigt Talbotteppiche für ein Rechteckphasengitter mit einem Tastverhältnis von 0,5 und verschiedene Phasenhübe. Ein Phasenhub von π verursacht das Verschwinden der nullten Ordnung. Es kommt zwar zu Selbstabbildungen an den Stellen $n z_T$, aber der Talbotteppich zeigt, dass das typische wechselseitige Muster entfällt.

Bild 4.8 zeigt Talbotteppiche für Rechteckamplitudengitter verschiedener Tastverhältnisse. Beleuchtet wird von links mit einer ebenen Welle der Amplitude 1. Es ist berücksichtigt, dass durch die absorbierenden Streifen kein Licht kommt, so dass bei einem Tastverhältnis von 0,2 die Gesamtamplitude hinter dem Gitter auch nur 0,2 beträgt.

Die komplexeren Gitter zeigen auch komplexere Talbotteppiche. Die Grundperiode des Gitters verursacht aber wie gewohnt Selbstabbildungen an den Stellen

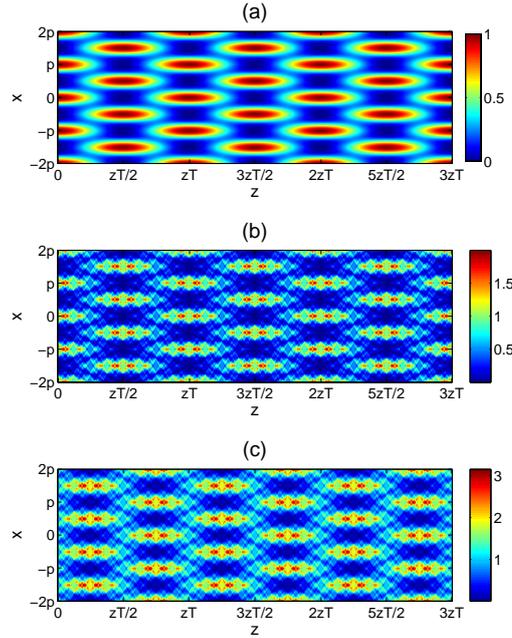


Bild 4.6.: Talbot-Teppiche für (a) ein Sinusgitteramplitudengitter, (b) ein Rechteckamplitudengitter und (c) ein Phasengitter mit $\pi/3$ Phasenhub.

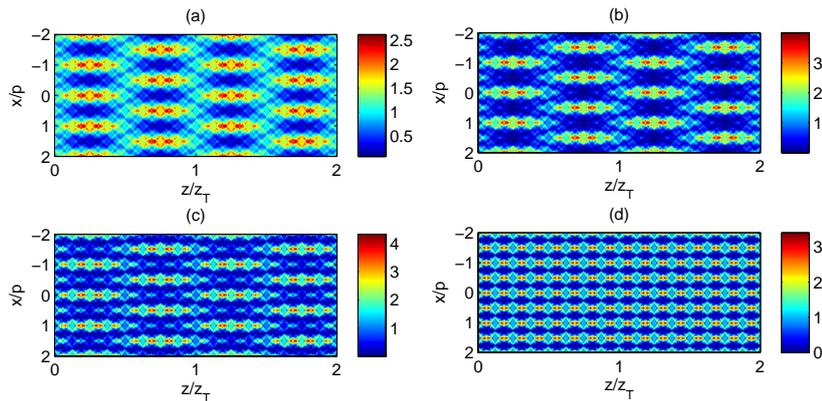


Bild 4.7.: Talbotteppiche für Phasengitter mit dem Phasenhub (a) $\pi/4$, (b) $\pi/2$, (c) $3\pi/4$ und (d) π .

nz_T . Bild 4.9 zeigt die Talbotteppiche für ein Gitter der Periode $p = 100 \mu\text{m}$ und $p_1 = 50 \mu\text{m}$. p_2 wird von $60 \mu\text{m}$ bis $100 \mu\text{m}$ in $10 \mu\text{m}$ -Schritten variiert. Die linke Spalte ((a)-(e)) zeigt die Muster für ein mittig helles Gebiet und die rechte Spalte ((f)-(j)) die Muster für das inverse Gitter, also mittig ein dunkler Streifen. In jeder Spalte wird die Periode p_2 von 60 bis $100 \mu\text{m}$ um jeweils $10 \mu\text{m}$ erhöht. Die Bilder (e) und (j) zeigen jeweils den Spezialfall $p_2 = p$, also ein Rechteckamplitudengitter mit einem Tastverhältnis von $0,5$. Gemäß dem durchsichtigen und undurchsichtigen Anteil des Gitters wurde die einfallende Amplitude von 1 abgeschwächt. $(p - p_2 + p_1)/p$ für die linke Spalte und $1 - (p - p_2 + p_1)/p$ für die

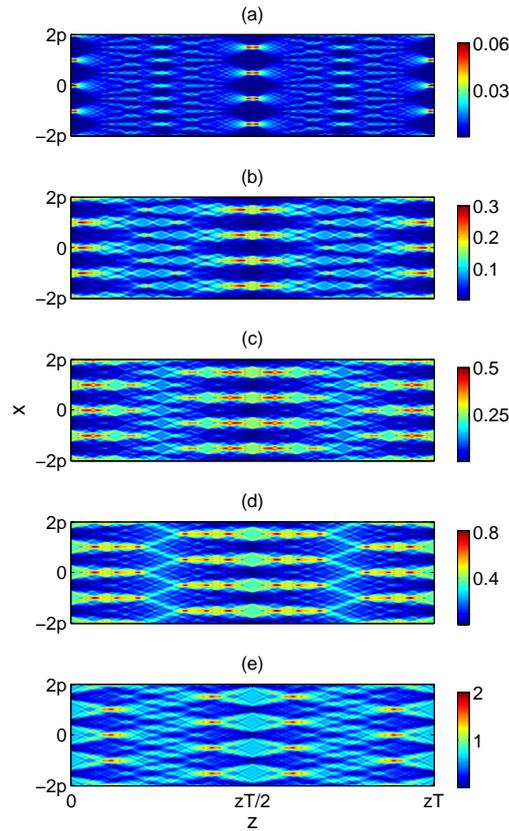


Bild 4.8.: Talbotteppiche für $x = 4p$ und $z = z_T$ für Rechteckamplitudengitter mit dem Tastverhältnis (a) $\delta = 0,2$, (b) $\delta = 0,4$, (c) $\delta = 0,5$, (d) $\delta = 0,6$ und (e) $\delta = 0,8$.

rechte Spalte.

4.1.5. Skalierung des Talboteffekts

Bei Veränderung der Wellenlänge und/oder der Gitterperiode verändert sich auch die dreidimensionale Lichtverteilung hinter dem Gitter. Skaliert die Gitterperiode linear, so dass gilt $p_2 = \beta p_1$ mit β als Skalierungsfaktor, so skaliert auch die Selbstabbildung lateral linear. Für die Talbotdistanz ergibt sich allerdings

$$z_{T2} = \frac{2(\beta p_1)^2}{\lambda} = \beta^2 \frac{2(p_1)^2}{\lambda} = \beta^2 z_{T1}. \quad (4.46)$$

Der Talboteffekt skaliert also axial quadratisch mit der Periode. Bei Verdopplung der Periode vervierfacht sich die Talbotlänge.

Auch die verwendete Wellenlänge hat Einfluss auf den Talbotabstand. Wird die Wellenlänge λ_1 mit einem Faktor β_λ skaliert, so skaliert der Talbotabstand mit $1/\beta_\lambda$:

$$z_{T2} = \frac{2p^2}{\beta_\lambda \lambda_1} = \frac{1}{\beta_\lambda} z_{T1}. \quad (4.47)$$

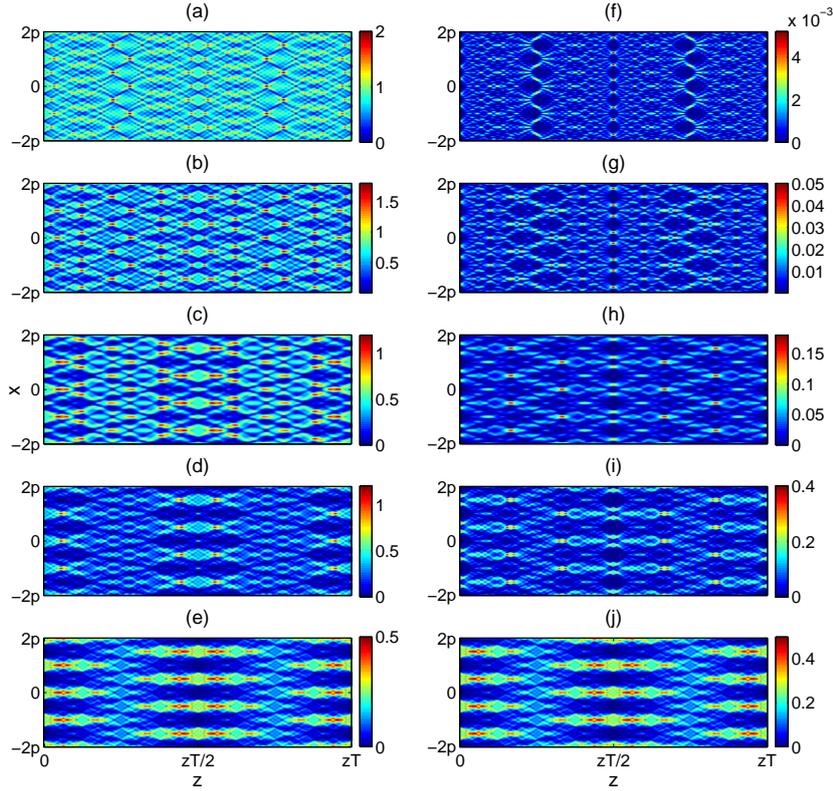


Bild 4.9.: Talbotteppiche für $x = 4p$ und $z = z_T$ für komplexe Rechteckamplitudengitter mit $p=100 \mu\text{m}$, $p_1=50 \mu\text{m}$ und p_2 von 60 bis $100 \mu\text{m}$.

Bei ansteigender Wellenlänge verkürzt sich somit der Talbotabstand. Das Beugungsbild skaliert nicht in x mit der Wellenlänge.

Um der Frage nachzugehen, welche Gitterperioden (halbe) Selbstabbildungsebenen an der gleichen z -Position erzeugen, werden zwei allgemeine Gitter mit den Perioden p_1 und p_2 angenommen. m Vielfache der halben Talbotdistanz $z_1 = p_1^2/\lambda$ und $z_2 = p_2^2/\lambda$ werden gleichgesetzt. Es ergibt sich

$$m_1 \frac{p_1^2}{\lambda} = m_2 \frac{p_2^2}{\lambda}. \quad (4.48)$$

Bei gleicher Wellenlänge liefert Kürzen und Umstellen der Gleichung

$$p_2 = p_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}. \quad (4.49)$$

Um Talbotabbildungen an den gleichen z -Position zu erzeugen muss für den Skalierungsfaktor gelten

$$\beta = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}. \quad (4.50)$$

4.1.6. Talbotinterferometrie

In einem Talbotinterferometer trifft eine spatial kohärente Wellenfront auf ein Beugungsgitter, so dass sich im Abstand mz_T Selbstabbildungen ausbilden. Be-

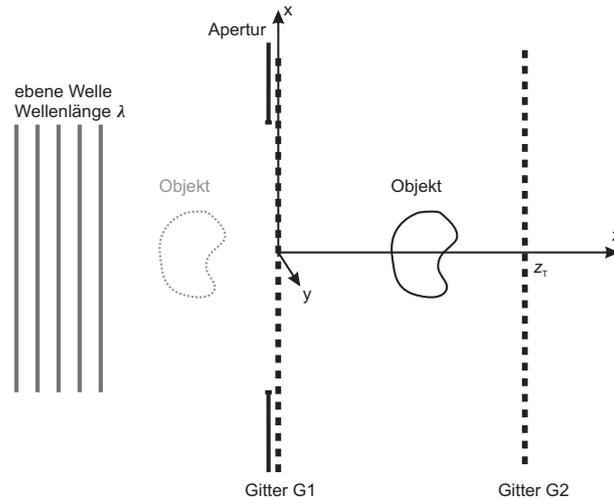


Bild 4.10.: Anordnung eines Talbotinterferometers.

findet sich in einer solchen Selbstabbildungsebene ein Amplitudengitter gleicher Periode und Ausrichtung, das im Vergleich zur Selbstabbildung lateral um eine halbe Periode verschoben ist, so erhält man ein Dunkelfeldbild. Die hellen Streifen der Selbstabbildung werden durch die undurchsichtigen Streifen des zweiten Gitters verdeckt und es gelangt kein Licht in die Detektionsebene. Wird nun das einfallende Licht gestört, so werden die Beugungsordnungen des ersten Gitters beeinflusst und es kommt zu einer Störung der Selbstabbildung. Die Streifen deformieren sich und es erfolgt eine Auswertung unter Ausnutzung des Moiré-Effektes. Das erste Gitter spielt dabei die Rolle eines Strahlteilers während das zweite Gitter die Information vergrößert, die im Fresnelbeugungsbild kodiert ist [51]. Das Prinzip der Talbotinterferometrie wurde Anfang der 1970er Jahre entwickelt [15–17]. Eine ähnliche Technik wurde neun Jahre später unter dem Namen Moiré-Deflektometrie vorgestellt [52]. Einen Überblick über die Talbotinterferometrie geben die Arbeiten von Patorski [51] sowie Jahns und Lohmann [53].

Bild 4.10 zeigt schematisch den Aufbau eines Talbotinterferometers, bei dem sich das die Störung verursachende Objekt entweder vor oder hinter dem ersten Gitter befinden kann. Bei kleiner Variation der Phasenverteilung des Objektes bezogen auf x und y kann man zeigen [46], dass die Streifen der Selbstabbildung nicht mehr geradlinig verlaufen. Die Deformation ist proportional zur ersten Ableitung der zu untersuchenden Phasenfunktion. Die Ableitungsinformation ist gemittelt über die Distanz $\Delta = \nu\lambda z$, die auch als lateraler Shear bezeichnet wird. Da das Interferometer nur aus zwei Beugungsgittern besteht, ist es sehr einfach zu justieren. Ursprünglich war es dafür gedacht, Phasenobjekte und optische Elemente zu untersuchen.

Das Talbotinterferometer kann verschiedenen Interferometertypen zugeordnet werden:

1. den Vielstrahlinterferometern, da mehr als zwei Wellenfronte miteinander interferieren,
2. den Common-Path-Interferometer, da alle Teile der geteilten Wellenfront auf einem gemeinsamen Pfad propagieren und
3. den lateralen Shearing-Interferometern, da die Wellenfront mit mehreren verschobenen Versionen von sich selbst interferiert.

Praktische Anwendung finden Talbotinterferometer in verschiedenen Gebieten [54], wie in der Spektroskopie [50], in der Interferometrie [15, 16], zum Kollimationstest [55] und zur spatialen Filterung [56, 57]. Auch zum sogenannten Nulltest ist das Talbotinterferometer geeignet. Um die Güte eines Phasenobjektes zu beurteilen, wird hierbei das zweite Gitter so gestaltet, dass es dem durch ein Standardobjekt deformierten ersten Gitter entspricht. Wenn das zu testende Objekt vom Standardobjekt abweicht, entstehen Moiré-Streifen. Ist das zu testende Objekt perfekt, passt die Selbstabbildung von G1 nach der Deformation perfekt auf G2 und es entsteht eine gleichmäßige helle oder dunkle Fläche. Das zweite Gitter kann ein Foto, ein Dia oder eine Maske des deformierten Gitters G1 [58] oder ein computergeneriertes Hologramm (CGH) [59] sein. In der Literatur wird weiterhin die Verwendung von Talbotinterferometern als Zeitbereichsfilter [60, 61] berichtet. Anwendung findet es auch bei der Untersuchung vibrierender Phasenobjekte [62] und zur Messung von Stufenhöhen mit zwei Wellenlängen [63]. Talbotinterferometer mit vergrößertem Shear-Wert werden von Patorski [64] vorgestellt. Sie werden ebenfalls zur Neigungs- und Defekterkennung von gekrümmten PMMA-Platten [65] verwendet.

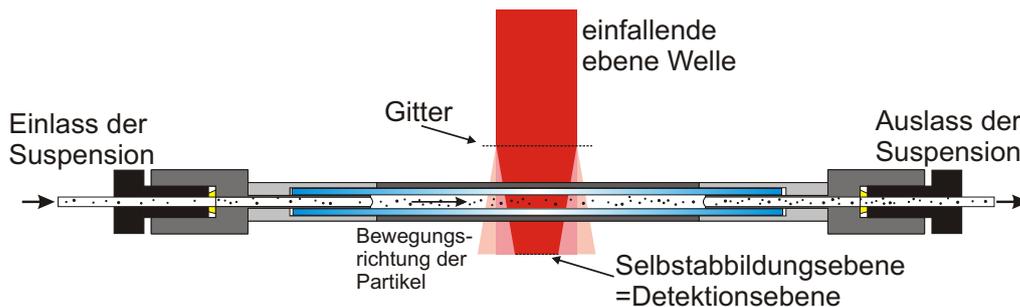


Bild 4.11.: Messaufbau eines Talbotinterferometers zur Partikelanalyse.

Der Einfluss der Partikelstreuung auf die entstehenden Selbstabbildungen wurde bisher noch nicht untersucht und ist Gegenstand dieser Arbeit. Bild 4.11 zeigt eine mögliche Realisierung eines Systems zur quantitativen Partikelanalyse auf Basis der Talbotinterferometrie. Zu sehen ist ein Kanal, der von einer Suspension durchströmt wird. Senkrecht dazu bildet sich das durch ein Gitter verursachte Talbotmuster aus, das durch die sich bewegenden Partikel gestört wird. Am Ort

der gestörten Selbstabbildung kann sich nun ein zweites Gitter in Kombination mit einem flächigen Detektor befinden. Alternativ könnte man auch einen Detektor vorsehen, der nur selektiv einen oder mehrere dunkle Streifen ausliest. Da Partikel nicht zu den Objekten mit leicht variierender Phasenfunktion zählen, sind die in der Literatur beschriebenen Ansätze nicht übertragbar. Um zu verstehen, wie Partikel das dreidimensionale Talbotmuster verändern, muss ein Simulationsansatz gefunden werden.

4.2. Modellierung der Partikelstreuung im wellenoptischen Modell

Der Ansatz der Monte-Carlo-Simulation, wie er in Kapitel 3.3.1 beschrieben wurde, ist gut für optische Gesamtsysteme geeignet, die mit Raytracing simuliert werden können. Soll allerdings ein Verfahren untersucht werden, das auf wellenoptischen Effekten beruht, führt dieser Ansatz nicht zum Ziel. Das angestrebte Talbotinterferometer stellt ein solches System dar, das mit Wellenoptik beschrieben werden muss. Aus diesem Grund muss ein anderer Simulationsansatz gefunden werden. Während seiner Masterarbeit untersuchte R. Kampmann [66] die kombinierte Simulation von Partikelstreuung und dem Talboteffekt. Dabei wird die Gitterbeugung numerisch mit dem Softwarepaket VirtualLab modelliert. Die Partikelstreuung wird in Form einer mit der Streufunktion gewichteten Kugelwelle überlagert. Allerdings ist dieser Ansatz nur für das Fernfeld anwendbar, das je nach Partikelgröße erst einige mm hinter dem Partikel beginnt.

Wie in Abschnitt 2.1.3 hergeleitet wurde, kann bei großen Partikeln die Streuung in die Einzeleffekte Brechung/Reflexion und Beugung aufgeteilt werden. Betrachtet man darüberhinaus die Vorwärtsrichtung, so sind die Effekte durch Brechung und Reflexion sehr gering. Ein vielversprechender Ansatz ist daher die Simulation der Streufunktion durch das Beugungsbild der Partikel. Um auch der Bereich relativ dicht hinter dem Partikel abzudecken, reicht es nicht, nur den Bereich der Fraunhoferbeugung zu betrachten, stattdessen muss das Fresnelbeugungsintegral herangezogen werden. Allerdings beginnt der Gültigkeitsbereich der Fresnelbeugung auch nicht unmittelbar hinter dem Hindernis. In der Literatur lassen sich Untersuchungen zur Genauigkeit der Fresnelnäherung finden [24, 49]. Goodmans Formel ([24], Kapitel 4.2.2, [67]) liefert für eine undurchsichtige Scheibe mit dem Radius $a = 50 \mu\text{m}$ und einer kreisförmigen Beobachtungsebene mit dem Radius $2a$ bei einer Wellenlänge von 633 nm als Grenze für den axialen Abstand: $z^3 \gg \pi a^4 / 4\lambda = 198 \mu\text{m}$.

4.2.1. Beugung an einer kreisrunden Scheibe

Die Streuung an einem Partikel wird durch die analytische Lösung für die Fresnelbeugung $U_p(x, y, z)$ an einem undurchsichtigen Scheibchen mit dem Radius a modelliert. Das Fresnelbeugungsintegral aus Gleichung 4.12 dient als Ausgangspunkt. Bild 4.12 zeigt die Beugungsgeometrie. Eine ebene Welle beleuchtet das Scheibchen, das sich bei $z = 0$ in der Beugungsebene befindet. Die zur Beugungsebene parallele Beobachtungsebene beinhaltet dann die resultierende Feldverteilung. Der Lösungsansatz orientiert sich an der Arbeit von Sommargren und Weaver [67], wurde aber für die Beleuchtung mit einer ebenen Welle adaptiert. Da es sich um ein rotationssymmetrisches Beugungsproblem handelt, wird zunächst

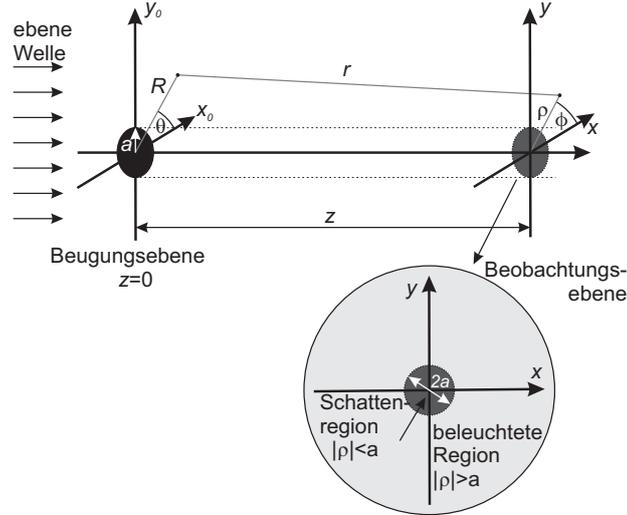


Bild 4.12.: Beugung an einem undurchsichtigen Scheibchen.

eine Koordinatentransformation von den kartesischen Koordinaten x und y in Zylinderkoordinaten der Beugungsebene (Radialkoordinate R und Winkelkoordinate θ) und der Beobachtungsebene (Radialkoordinate ρ und Winkelkoordinate ϕ) durchgeführt:

- $x_0 = R \cos(\theta)$ und $y_0 = R \sin(\theta)$,
- $x = \rho \cos(\phi)$ und $y = \rho \sin(\phi)$.

Für die Berechnung einer Verteilung in x und y wird dann der Zusammenhang $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ausgenutzt. Über die Jacobi-Matrix erhält man $dx_0 dy_0 = R dR d\theta$. Der Term $[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]$ im Exponenten wird durch Einsetzen und Umformen zu $[\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos(\phi - \theta)]$ (siehe Anhang A.3). R wird in den Grenzen von a bis ∞ betrachtet, θ in den Grenzen von 0 bis 2π . Einsetzen in Gleichung 4.12 führt zu:

$$\begin{aligned} U_p(\rho, \phi, z) &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_0^{2\pi} \int_a^\infty U_0(x_0, y_0) e^{\frac{j\pi}{\lambda z} [\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos(\phi - \theta)]} R dR d\theta \\ &= \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} e^{\frac{j\pi}{\lambda z} \rho^2} \int_0^{2\pi} \int_a^\infty U_0(x_0, y_0) e^{\frac{j\pi}{\lambda z} R^2} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z} \rho R \cos(\phi - \theta)} R dR d\theta. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Die Definition der Besselfunktions (Kapitel 2.1.5 in [24])

$$J_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ja \cos(\phi - \theta)} d\theta \quad (4.52)$$

wird ausgenutzt. Dabei ist J_0 eine Besselfunktion der ersten Art, nullter Ordnung. Einsetzen von Gleichung 4.52 in Gleichung 4.51 führt zu

$$\begin{aligned} U_p(\rho, z) &= \frac{2\pi}{j\lambda z} e^{jkz} e^{\frac{j\pi}{\lambda z} \rho^2} \int_a^\infty U_0(x_0, y_0) e^{\frac{j\pi}{\lambda z} R^2} J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z} \rho R\right) R dR \\ &= \frac{k}{jz} e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} \rho^2} \int_a^\infty U_0(x_0, y_0) e^{\frac{jk}{2z} R^2} J_0\left(\frac{k}{z} \rho R\right) R dR. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Die Abhängigkeit der Feldverteilung vom Winkel ϕ ist somit verschwunden. Die Anfangsfeldverteilung $U_0(x_0, y_0)$ wird auf 1 gesetzt, was einer ebenen Welle an der Stelle $z = 0$ entspricht. Durch die Substitution $t = R/a$ wird die untere Grenze auf 1 gesetzt (Einsetzen von $R = a$ ergibt $t = a/a = 1$). Eine weitere Vereinfachung erfolgt durch die Variablentransformation

$$u = \frac{ka^2}{z} \quad (4.54)$$

und

$$v = \frac{ka\rho}{z}. \quad (4.55)$$

Es ergibt sich:

$$U_p(\rho, z) = \frac{1}{j} u e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} \int_1^\infty e^{\frac{jut^2}{2}} J_0(vt) t dt. \quad (4.56)$$

Das Integral aus Gleichung 4.56 kann analytisch mit Hilfe der Lommel-Funktionen $U_n(u, v)$ und $V_n(u, v)$ gelöst werden (Kapitel 8.8 in [68], [67, 69, 70]). Die Lommel-Funktionen sind zweidimensionale Funktionen, die jeweils durch eine unendliche alternierenden Reihe beschrieben werden, die Besselfunktionen ganzzahliger Ordnung enthalten:

$$U_n(u, v) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{u}{v}\right)^{n+2m} J_{n+2m}(v), \quad (4.57)$$

$$V_n(u, v) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{v}{u}\right)^{n+2m} J_{n+2m}(v). \quad (4.58)$$

Die beiden Formen sind mathematisch äquivalent. Die Konvergenzgeschwindigkeit der Funktionen ist ausschlaggebend dafür, welche Form günstig ist und hängt vom Verhältnis v/u ab. Für $(v/u < 1)$ wird Gleichung 4.58 und für $(v/u > 1)$ wird Gleichung 4.57 herangezogen. Aus der Koordinatentransformation (Gleichungen 4.54 und 4.55) ist bekannt, dass das Verhältnis v/u gleichbedeutend mit dem Verhältnis ρ/a ist und somit die Beobachtungsebene in eine Schattenregion ($|\rho| < a$) und eine beleuchtete Region ($|\rho| > a$) unterteilt werden kann (siehe Bild 4.12). Auf der optischen Achse ($\rho = 0$) und entlang des geometrischen Schattens ($|\rho| = a$) ergeben sich jeweils Sonderfälle.

In der Schattenregion wird das Integral in Gleichung 4.56 mit Hilfe der Funktionen $V_0(u, v)$ und $V_1(u, v)$ gelöst, indem die Identität

$$u e^{\frac{-ju}{2}} \int_1^\infty J_0(vt) e^{\frac{jut^2}{2}} t dt = V_1(u, v) + jV_0(u, v) \quad (4.59)$$

ausgenutzt wird. Das Einsetzen von Gleichung 4.59 in Gleichung 4.56 ergibt

$$\begin{aligned} U_p(|\rho| < a, z) &= \frac{1}{j} e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} e^{\frac{ju}{2}} [V_1(u, v) + jV_0(u, v)] \\ &= e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} e^{\frac{ju}{2}} [V_0(u, v) - jV_1(u, v)]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

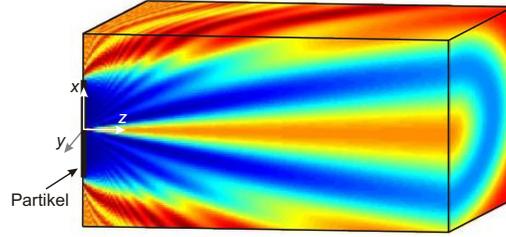


Bild 4.13.: Dreidimensionale Intensitätsverteilung hinter einem undurchsichtigen Scheibchen.

Für die beleuchtete Region wird das Integral in Gleichung 4.56 in zwei Teile geteilt:

$$U_p(\rho, z) = \frac{1}{j} u e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} \rho^2} \left[\int_0^\infty e^{\frac{jut^2}{2}} J_0(vt) dt - \int_0^1 e^{\frac{jut^2}{2}} J_0(vt) dt \right]. \quad (4.61)$$

Das erste Integral kann mittels

$$\int_0^\infty e^{\frac{jut^2}{2}} J_0(vt) dt = \frac{j}{u} e^{-\frac{ju^2}{2}} \quad (4.62)$$

und das zweite Integral kann mit Hilfe der Lommelfunktionen

$$u e^{-\frac{ju}{2}} \int_0^1 e^{\frac{jut^2}{2}} J_0(vt) dt = U_1(u, v) - jU_2(u, v) \quad (4.63)$$

evaluiert werden. Die Substitution der Gleichungen 4.62 und 4.63 in 4.61 führt zur komplexen Amplitude der gebeugten Welle in der beleuchteten Region:

$$\begin{aligned} U_p(|\rho| > a, z) &= \frac{1}{j} u e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} \rho^2} \left[\frac{j}{u} e^{-\frac{ju^2}{2}} - \frac{1}{u} e^{\frac{ju}{2}} (U_1(u, v) - jU_2(u, v)) \right] \\ &= e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} \rho^2} \left[\frac{u}{j} e^{-\frac{ju^2}{2}} - \frac{1}{j} e^{\frac{ju}{2}} U_1(u, v) + \frac{1}{j} e^{\frac{ju}{2}} jU_2(u, v) \right] \\ &= e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} \rho^2} \left[e^{-\frac{ju^2}{2}} + j e^{\frac{ju}{2}} U_1(u, v) + e^{\frac{ju}{2}} U_2(u, v) \right]. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Entlang des geometrischen Schattens ($v/u = 1$) kann Gleichung 4.60 zu

$$U_p(\rho = a, z) = e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z} a^2} e^{\frac{ju}{2}} \left\{ \frac{1}{2} [J_0(v) + \cos(v)] - \frac{1}{2} j \sin(v) \right\} \quad (4.65)$$

vereinfacht werden.

Für das Feld auf der optischen Achse ($v = 0$) ergibt sich

$$U_p(\rho = 0, z) = e^{jkz} e^{\frac{ju}{2}}. \quad (4.66)$$

Das Beugungsbild eines undurchsichtigen Scheibchens setzt sich folglich aus vier Teilbildern zusammen. Die Intensität ergibt sich aus dem Betragsquadrat der komplexen Amplitude $I_p(\rho, z) = |U_p(\rho, z)|^2$. Die Formeln zur Berechnung der

Tabelle 4.2.: Analytische Formeln zur Berechnung des dreidimensionalen Beugungsbildes (komplexe Amplitude und Intensität) eines undurchsichtigen Scheibchens bei Beleuchtung mit einer ebenen Welle.

Optische Achse

$$U_p(\rho = 0, z) = e^{jkz} e^{\frac{ju}{2}}$$

$$I_p(\rho = 0, z) = 1$$

Schattenregion

$$U_p(|\rho| < a, z) = e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} e^{\frac{ju}{2}} [V_0(u, v) - jV_1(u, v)]$$

$$I_p(|\rho| < a, z) = V_0(u, v)^2 + V_1(u, v)^2$$

Entlang des geometrischen Schattens

$$U_p(\rho = a, z) = e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}a^2} e^{\frac{ju}{2}} \left\{ \frac{1}{2}[J_0(v) + \cos(v)] - \frac{1}{2}j \sin(v) \right\}$$

$$I_p(\rho = a, z) = \frac{1}{4}[1 + J_0(v)^2 + 2J_0(v)\cos(v)]$$

Beleuchtete Region

$$U_p(|\rho| > a, z) = e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} \left[e^{\frac{-jv^2}{2u}} + j e^{\frac{ju}{2}} U_1(u, v) + e^{\frac{ju}{2}} U_2(u, v) \right]$$

$$I_p(|\rho| > a, z) = 1 + U_1(u, v)^2 + U_2(u, v)^2 - 2U_1(u, v) \sin\left(\frac{u^2 + v^2}{2u}\right) + 2U_2(u, v) \cos\left(\frac{u^2 + v^2}{2u}\right)$$

komplexen Feldverteilung und der Intensität sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Während der Berechnung wird die unendliche Reihe in den Lommelfunktionen abgebrochen, wenn eine Fehlergrenze unterschritten wird. Das Verhältnis u/v ist ausschlaggebend dafür, wie viele Summanden erforderlich sind [67].

Die Berechnungsformeln wurden in einem Matlab[®]-Programm implementiert, so dass das dreidimensionale Beugungsfeld hinter einem kreisrunden undurchsichtigen Scheibchen berechnet werden kann. Bild 4.13 zeigt die dreidimensionale

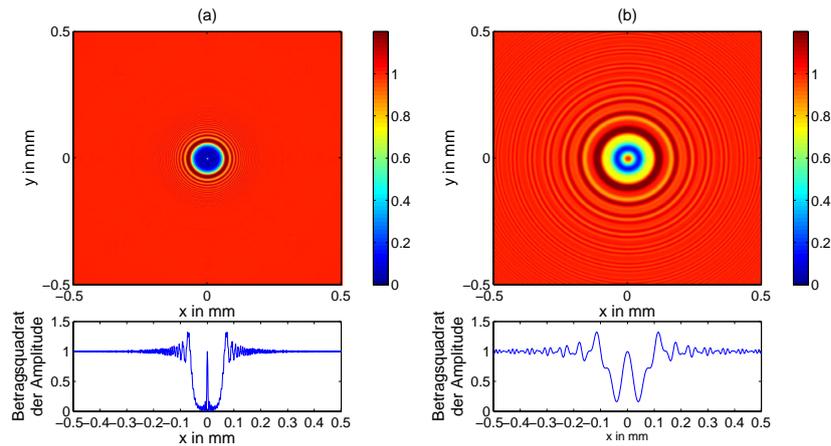


Bild 4.14.: Betragsquadrat der Amplitude hinter einem Scheibchen mit $100\ \mu\text{m}$ Durchmesser im x - y -Schnitt und Querschnitt auf der Achse (a) an der Position $z = 1\ \text{mm}$ und (b) an der Position $z = 10\ \text{mm}$.

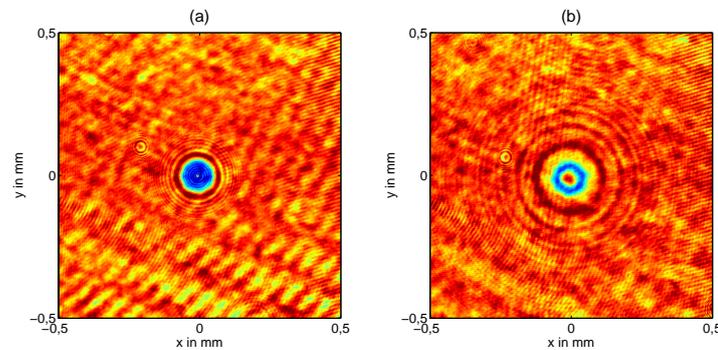


Bild 4.15.: Aufgenommenes Beugungsbild eines Chromscheibchens (a) an der Position $z = 1\ \text{mm}$ und (b) an der Position $z = 10\ \text{mm}$.

Intensitätsverteilung. Man sieht, dass direkt hinter dem Partikel Licht in den Schattenraum des Scheibchens eindringt. Im x - y -Schnitt, der in Bild 4.14 als Simulation und in Bild 4.15 als entsprechende Messung dargestellt ist, entsteht ein heller Punkt auf der optischen Achse, der „Poissonscher Fleck“ genannt wird. Poisson, ein eifriger Verfechter der Teilchennatur des Lichts und entsprechend kategorischer Gegner der Wellenbeschreibung, hatte 1818 diesen scheinbar völlig unsinnigen Fleck im Schatten eines kreisförmigen Hindernisses vorhergesagt. Er wollte damit die Fresnelsche Beugungstheorie ad absurdum führen. Der Fleck wurde von Arago aber fast sofort bestätigt. Im Englischen ist die Bezeichnung „spot of Arago“ oder „Poisson’s bright spot“ üblich [71].

Bild 4.16 zeigt das Betragsquadrat der Amplitude (linke Spalte) und die Phase (rechte Spalte) für Scheibchen mit $10\ \mu\text{m}$, $20\ \mu\text{m}$, $50\ \mu\text{m}$ und $100\ \mu\text{m}$ Durchmesser als Simulationsergebnis. Eine ebene Welle mit $633\ \text{nm}$ Wellenlänge fällt von links auf das Scheibchen ein, das sich bei $z = 0$ befindet.

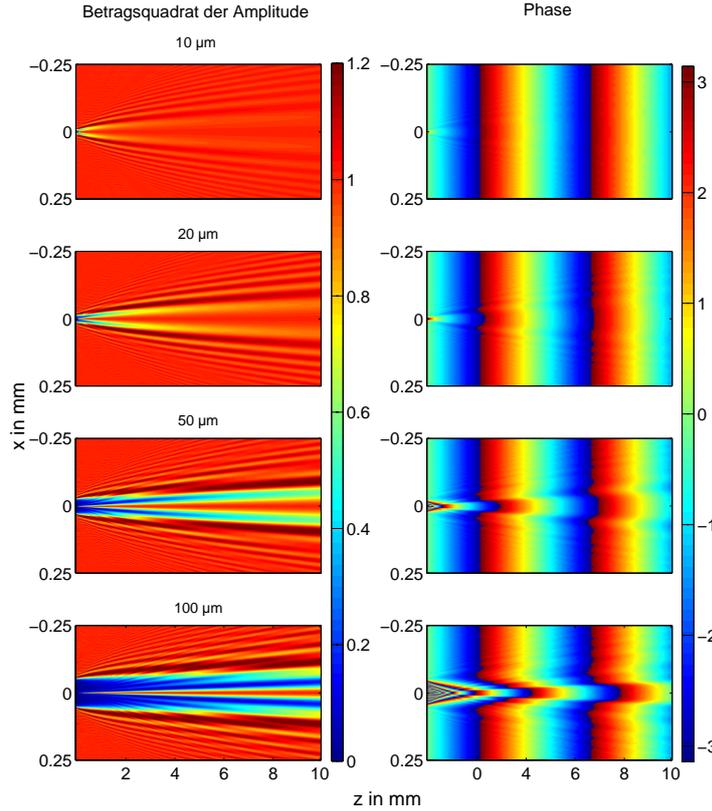


Bild 4.16.: Betragsquadrat der Amplitude und Phase für Scheibchen mit den Durchmessern 10, 20, 50 und 100 μm im z - x -Schnitt.

4.2.2. Skalierung der Beugungsbilder

Wird der Scheibchendurchmesser oder die Beleuchtungswellenlänge verändert, so ergibt sich auch eine Änderung des Beugungsbildes. Um zu sehen, wie das Beugungsbild mit dem Scheibchendurchmesser skaliert, wird erneut das BeugungsinTEGRAL (Gleichung 4.53) betrachtet. Der Scheibchenradius a wird mit β skaliert, so dass sich ein Scheibchen mit dem Radius $a_2 = \beta a$ ergibt:

$$U_p(\rho, z) = \frac{k}{jz} e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} \int_{\beta a}^{\infty} U_0(x_0, y_0) e^{\frac{jk}{2z}R^2} J_0\left(\frac{k}{z}\rho R\right) R dR. \quad (4.67)$$

Die Amplitude $U_0(x_0, y_0)$ wird erneut auf 1 gesetzt, um eine ebene Welle zu realisieren. Durch die Substitution $t = R/(\beta a)$ wird die untere Grenze auf 1 gesetzt:

$$U_p(\rho, z) = \frac{k}{jz} e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} \int_1^{\infty} e^{\frac{jk}{2z}(t\beta a)^2} J_0\left(\frac{k}{z}\rho t\beta a\right) t\beta a\beta a dt. \quad (4.68)$$

Weitere Vereinfachung erfolgt durch die Variablenänderung

$$u_2 = \frac{k(\beta a)^2}{z} \quad (4.69)$$

und

$$v_2 = \frac{k(\beta a)\rho}{z}. \quad (4.70)$$

Als resultierende Feldverteilung erhält man:

$$U_p(\rho, z) = \frac{1}{j} u_2 e^{jkz} e^{\frac{jk}{2z}\rho^2} \int_1^\infty e^{\frac{ju_2 t^2}{2}} J_0(v_2 t) dt. \quad (4.71)$$

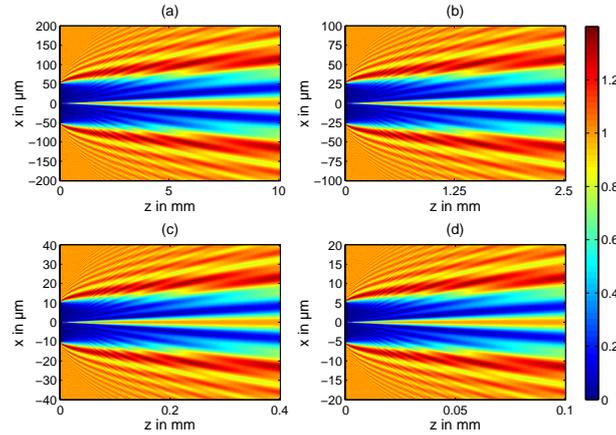


Bild 4.17.: Beugungsbilder für Scheibchen mit dem Durchmesser (a) 100 μm, (b) 50 μm, (c) 20 μm und (d) 10 μm.

Gleichung 4.71 ist identisch mit Gleichung 4.56 für den Fall, dass gilt $u = u_2$ und $v = v_2$. Gleichsetzen der Gleichungen 4.54 und 4.69 resultiert in $z_2 = \beta^2 z$. Gleichsetzen der Gleichungen 4.55 und 4.70 liefert $\rho_2 = \beta \rho$. So ergibt sich für beide Fälle das gleiche u und v und somit auch das gleiche Beugungsbild im Bereich, der sich axial von 0 bis $\beta^2 z$ und lateral von $-\beta \rho$ bis $\beta \rho$ erstreckt. Es ergibt sich also eine lineare Skalierung in laterale und eine quadratische Skalierung in axiale Richtung. Bild 4.17 bestätigt dies für vier verschiedene Scheibchendurchmesser.

Die Wellenlänge geht über die Wellenzahl in die Berechnungen ein. Setzt man nun $u_1 = 2\pi a^2 / (\lambda_1 z_1)$ und $u_2 = 2\pi a^2 / (\beta_\lambda \lambda_1 z_1)$ gleich und löst nach z_2 auf, so ergibt sich: $z_2 = z_1 / \beta_\lambda$. Geht man genauso für v_1 und v_2 vor, so ergibt sich $\rho_2 = \rho_1$. Wird also die Wellenlänge mit β_λ skaliert, so skaliert z mit $1/\beta_\lambda$ und x skaliert nicht.

4.3. Kombiniertes Modell

Die Simulation des Talboteffekts basiert auf Wellenoptik und kann nicht in Kombination mit der Monte-Carlo-Methode simuliert werden, da diese auf Strahlenoptik beruht. Angestrebt wird daher die Kombination der durch Partikel und Gitter hervorgerufenen Beugungseffekte. Dazu werden die Ergebnisse aus Kapitel 4.1 und 4.2, also die dreidimensionalen Lichtverteilungen für die Fresnelbeugung an einem eindimensionalen Gitter mit komplexer Amplitudentransmissionsfunktion und an einem undurchsichtigen Scheibchen, zu einem Gesamtmodell kombiniert. Das Ergebnis ist das resultierende Feld nach der Überlagerung beider Felder. Bild 4.18 zeigt das Betragsquadrat der dreidimensionalen Einzelfeldverteilungen und das resultierende Feld, dessen Berechnung Gegenstand des nächsten Abschnittes ist.

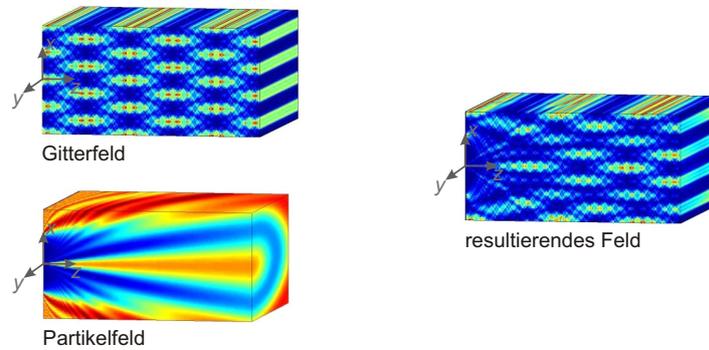


Bild 4.18.: Die dreidimensionale Überlagerung von Gitterfeld und Partikelfeld.

4.3.1. Überlagerung der Felder

Um die beiden Effekte der Gitter- und Partikelbeugung zu kombinieren, wird erneut das Fresnelintegral betrachtet, das schon für die Einzeleffekte in Kapitel 4.1 und 4.2 herangezogen wurde. Das Partikel befindet sich an der Stelle $z = 0$ und das Gitter befindet sich an irgendeiner Stelle $z = z_g$, die vor oder hinter dem Partikel liegen kann. Bild 4.19 zeigt die Anordnung. Die ebenen Wellen, die durch die Gitterordnungen repräsentiert werden, sind (vgl. Gleichung 4.16)

$$U_g(x, z) = \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda(z-z_g)} e^{2\pi j n \nu x}. \quad (4.72)$$

Dieses Feld dient nun als Anfangsfeldverteilung

$$U_0(x, z) = U_g(x, z = 0) = \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda(-z_g)} e^{2\pi j n \nu x} \quad (4.73)$$

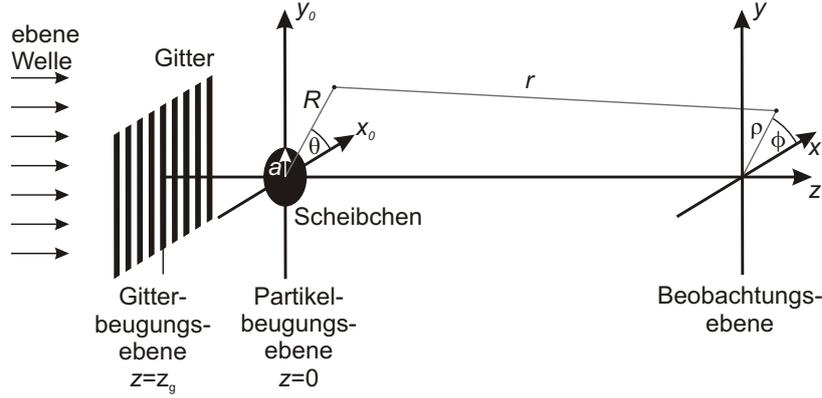


Bild 4.19.: Beugung an einem Gitter und einem Partikel.

im Fresnelintegral (Gleichung 4.12), um die Partikelbeugung bei Beleuchtung mit den bei z_g startenden Beugungsordnungen des Gitters zu berechnen:

$$U(x, z) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2\lambda(-z_g)} e^{(2\pi j n \nu x_0)} e^{[j\frac{\pi}{\lambda z}(x-x_g)^2]} dx_0. \quad (4.74)$$

Vereinfachung ergibt

$$\begin{aligned} U(x, z) &= \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2\lambda(-z_g)} \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(2\pi j n \nu x_0)} e^{[j\frac{\pi}{\lambda z}(x-x_0)^2]} dx_0 \\ &= \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2\lambda(-z_g)} e^{-j\pi(n\nu)^2\lambda z} e^{(2\pi j n \nu x)} \\ &\quad \cdot \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{[j\frac{\pi}{\lambda z}(x_0-x+n\lambda\nu z)^2]} dx_0 \end{aligned} \quad (4.75)$$

und es folgt schließlich

$$U(x, z) = \sum_n \left\{ A_n e^{-j\pi(n\nu)^2\lambda(z-z_g)} e^{(2\pi j n \nu x)} \right\} \left(\frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\{j\frac{\pi}{\lambda z}[(x-n\lambda\nu z)-x_0]^2\}} dx_0 \right). \quad (4.76)$$

Gleichung 4.76 ist die resultierende Gleichung, mit deren Hilfe das kombinierte Lichtfeld als Summe über die gestörten Beugungsordnungen berechnet wird. Jede Ordnung ist das Produkt aus zwei Teilen. Der Term in geschweiften Klammern ist das Gitterbeugungsmuster der n -ten Ordnung aus Gleichung 4.16, das um z_g verschoben wurde und wird mit $U_{gn}(x, z - z_g)$ bezeichnet. Die komplexen Fourierkoeffizienten A_n bestimmen dabei die Art des Gitters (vgl. Kapitel 4.1.3). Der Term in runden Klammern ist das Fresnelintegral (Gleichung 4.12), das in Kapitel 4.2 gelöst wurde, um das Beugungsbild des Partikels zu erhalten. Allerdings ist es in x um den Faktor $\Delta = n\lambda\nu z$ verschoben. Um diese Verschiebung zu interpretieren wird die n -te Beugungsordnung betrachtet, die auf das Partikel trifft. Angenommen wird eine verkippte ebene Welle, die einen Winkel α zur

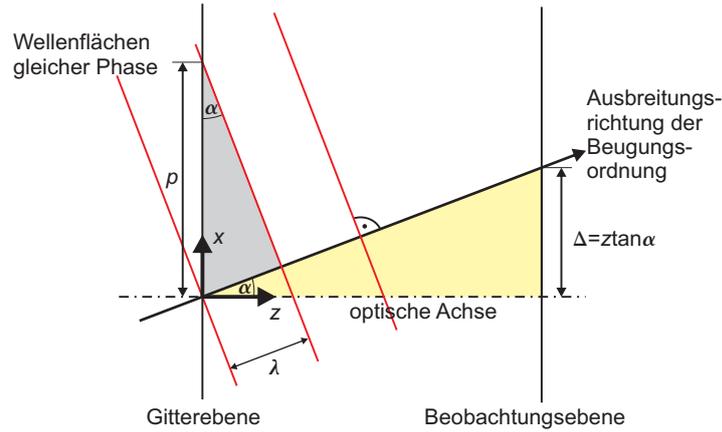


Bild 4.20.: Verkippte ebene Welle.

optischen Achse aufweist. Bild 4.20 zeigt, wie anhand des grauen Dreiecks die Gittergleichung

$$\sin \alpha = n\lambda\nu \quad (4.77)$$

abgeleitet werden kann. Dabei ist $\nu = 1/p$ die Ortsfrequenz des Gitters. Der einfache geometrische Zusammenhang zwischen lateraler Verschiebung Δ und z , der durch die verkippte Beleuchtung hervorgerufen wird, wird durch das gelbe Dreieck dargestellt: $\Delta = z \tan \alpha$. Im Bereich der paraxialen Region gilt annähernd $\sin \alpha = \tan \alpha = \alpha$ und durch Einsetzen ergibt sich

$$\Delta = n\lambda\nu z. \quad (4.78)$$

Zusammenfassend kann man sagen, dass Δ die laterale Verschiebung des Partikelbeugungsmusters in der Beobachtungsebene in Bezug auf die optische Achse ist, die durch die Beugungsordnungen transportiert wird (vgl. [46], Kapitel 3.3). Das Integral in Gl. 4.76 kann durch die analytischen Ausdrücke für die Partikelbeugung, die in Tabelle 4.2 zusammengefasst sind, ersetzt werden. Das Partikelbeugungsmuster der n -ten Ordnung erhält man durch die Berechnung von $U_{pn}(x - n\lambda\nu z, z)$. Das resultierende Feld ist schließlich die Summe über die Beugungsordnungen. Da die Summe in der Praxis nach einer endlichen Anzahl an Summanden abgebrochen werden muss, wird im Folgenden nur noch die -7. bis 7. Ordnung betrachtet. Die Summanden bestehen jeweils aus einem Produkt der beiden Felder $U_{gn}(x, z - z_g)$ und $U_{pn}(x - n\lambda\nu z, z)$:

$$U(x, z) = \sum_{n=-7}^7 U_{gn}(x, z - z_g) U_{pn}(x - n\lambda\nu z, z). \quad (4.79)$$

Ist z_g negativ, so befindet sich das Gitter vor dem Partikel, ist z_g positiv, befindet sich das Gitter hinter dem Partikel. Bild 4.21 (a)-(c) zeigt die quadrierten Amplituden und die Phasen der drei durch ein Sinusamplitudengitter erzeugten

Beugungsordnungen multipliziert mit den entsprechenden Partikelbeugungsfeldern für $z_g = 0$, Partikel und Gitter fallen also zusammen. Die Gitterperiode ist $p = 50 \mu\text{m}$ und das Partikel hat einen Radius von $a = 50 \mu\text{m}$. Bild 4.21 (d) zeigt die resultierende Intensitätsverteilung als Summe über die drei Ordnungen. Der

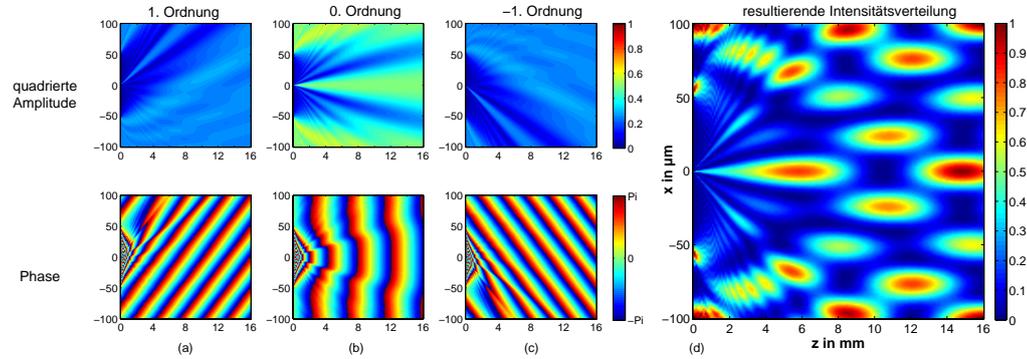


Bild 4.21.: (a)-(c) Betragsquadrat und Phase für eines $100 \mu\text{m}$ Scheibchens. (c) Resultierendes Lichtfeld.

Vergleich mit dem ungestörten Talbotteppich aus Bild 4.6 (a) zeigt, wie die Anwesenheit des Partikels den Talbotteppich beeinflusst. Von dem bisher betrachteten zweidimensionalen Fall mit $y = 0$ und $x = \rho$ gelangt man zur dreidimensionalen Partikelfeldverteilung, indem man den Zusammenhang $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ausnutzt. Das Gitterfeld zeigt keine Variation in y , ist also für alle y -Werte identisch.

4.3.2. Partikelbewegung

Um eine axiale und laterale Bewegung eines Partikels im Talbotteppich nachzustellen wird der Ort des Gitter gemäß Gleichung 4.79 variiert. Dies führt zu einer Änderung des axiale Abstände d und des lateralen Abstand x_{shift} zwischen Gitter- und Partikelmatrix. Das Berechnungsschema lautet:

1. Separate Berechnung des Gitterfeldes und des Partikelfeldes für jede teilnehmende Beugungsordnung für
 - $z = 0 \dots z_{\text{max}}$ mit einer Schrittweite von Δz ,
 - $x = x_{\text{min}} \dots x_{\text{max}}$ mit einer Schrittweite Δx und
 - $y = 0 \dots y_{\text{max}}$ mit einer Schrittweite Δy ,
2. pixelweise Verschiebung der Matrizen in z und/oder in x und Multiplikation der Felder für jede Ordnung und
3. Aufsummierung der Ordnungen, um das resultierende Lichtfeld im Beobachtungsbereich zu erhalten.

Da die Matrizen pixelweise verschoben werden, müssen d und x_{shift} Vielfache der Inkremente Δz und Δx sein. Bild 4.22 zeigt das Berechnungsschema am Beispiel

der ersten Gitterbeugungsordnung. Dargestellt ist in (a) die Phase des Gitterfeldes, die Phase des Partikelfeldes und die Überlagerung der beiden Phasenfelder. In (b) ist dann das resultierende Betragsquadrat nach Aufsummierung von drei Ordnungen gemäß eines Sinusamplitudengitters zu sehen. Die Größe der Felder muss so gewählt werden, dass der Beobachtungsbereich durch alle Ordnungen abgedeckt wird, wenn die maximale laterale Verschiebung ausgeführt wird.

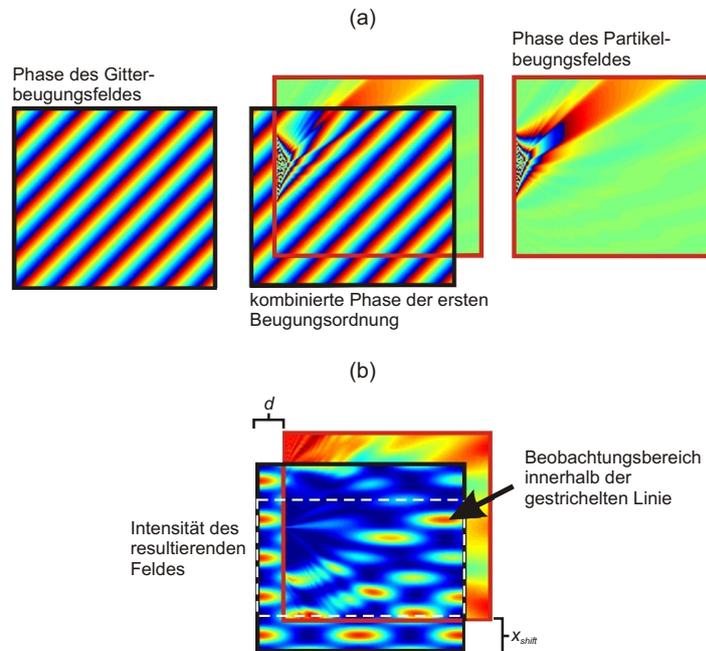


Bild 4.22.: Berechnungsschema am Beispiel der ersten Ordnung. (a) Phasen für Gitter und Partikel (erste Ordnung) und (b) das resultierende Feld (Sinusgitter, drei Ordnungen).

Durch Ändern der Fourierkoeffizienten kann der gewünschte Gittertyp ausgewählt werden. Bild 4.23 zeigt die berechneten Talbotteppiche hinter einem Sinus- (linke Spalte) und einem Rechteckamplitudengitter (rechte Spalte). Die Periode ist in beiden Fällen $50 \mu\text{m}$ und das Partikel hat einen Durchmesser von $100 \mu\text{m}$. In der ersten Zeile sieht man die ungestörten Teppiche ((a) und (b)). In der zweiten Zeile wurde das Partikel im Koordinatenursprung platziert ((d) und (d)). In der dritten Zeile wurde es axial verschoben ((e) und (f)) und in der vierten Zeilen zusätzlich lateral um eine halbe Gitterperiode ((g) und (h)).

4.3.3. Skalierung

Wie bereits in Kapitel 4.1.5 gezeigt wurde, skaliert das Beugungsbild eines Gitters linear in x und quadratisch in z . Ebenso verhält es sich, wie in Kapitel 4.2.2 gezeigt, mit dem Beugungsbild eines undurchdichten Scheibchens, so dass das kombinierte Lichtfeld ebenfalls auf diese Weise skaliert. Bild 4.24 (a) zeigt die In-

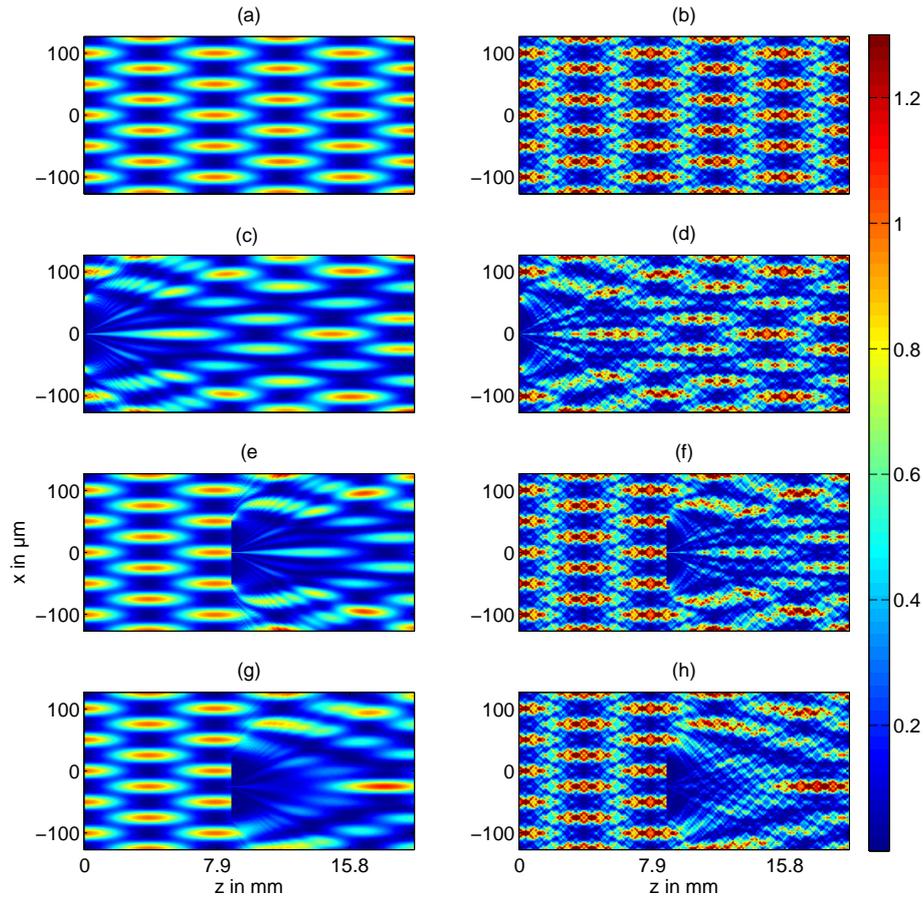


Bild 4.23.: Simulation der Talbotteppiche (quadrierte Amplitude) hinter einem Sinusgitter (linke Spalte) und Rechteckgitter (rechte Spalte). (a) und (b) zeigt den ungestörten Teppich. In (c) und (d) ist ein Partikel bei $z = 0$ eingefügt, in (e) und (f) wird das Partikel in z bewegt und in (g) und (h) wird das Partikel in z und x bewegt.

tensitätsverteilung hinter einem Rechteckamplitudengitter für einen Scheibchendurchmesser von $100 \mu\text{m}$ bei einer Gitterperiode von $50 \mu\text{m}$ und (b) für jeweils halbierte Werte. Dargestellt ist die Lichtverteilung jeweils in x über acht Perioden und in z für eine Talbotlänge z_T . Es ergeben sich identische Muster.

Diese Skalierungseigenschaft ist ein wichtiger Zusammenhang für das weitere Vorgehen. Es reicht also allgemein das Verhältnis des Partikelradius zur Gitterperiode zu betrachten. Dieses Verhältnis wird mit dem Skalierungsfaktor g^* ausgedrückt:

$$g^* = \frac{a}{p}. \quad (4.80)$$

Die Wellenlänge geht über die Talbotlänge $z_T = 2p^2/\lambda$ ein.

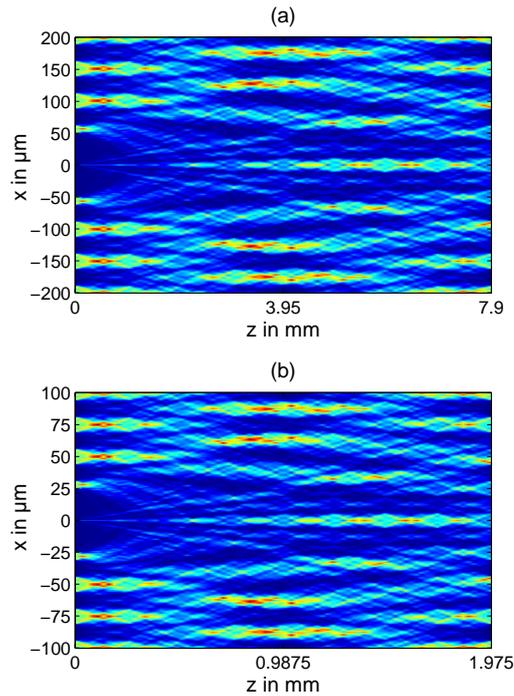


Bild 4.24.: Gestörte Talbotteppiche für (a) einen Scheibchendurchmesser von $100\ \mu\text{m}$ und eine Gitterperiode von $50\ \mu\text{m}$ und (b) einen Scheibchendurchmesser von $50\ \mu\text{m}$ und eine Gitterperiode von $25\ \mu\text{m}$.

4.3.4. Erstellen einer Matrizenbibliothek

Eine Bibliothek von Beugungsfeldmatrizen für $g^* = 0, 1, \dots, 2, 5$ wurde mit den in Tabelle 4.3 aufgeführten Parametern erstellt.

Tabelle 4.3.: Parameter der Berechnung.

	Bereich	Inkrement	Dimension
x	$-7p \dots 7p$	$p/50$	701 Werte
y	$0 \dots 5p$	$p/10$	51 Werte
z	$0 \dots 10z_T$	$z_T/20$	201 Werte

Daraus ergeben sich dreidimensionale Matrizen mit einer Größe von $51 \times 201 \times 701$ Pixeln. Die berechneten Matrizen können dann auf konkrete Beispiele (a , p , λ und A_n) übertragen werden. Die Ausgabe der gestörten Talbotverteilungen ist dann nur noch eine komplexwertige Addition von Matrizen und eine Partikelbewegung kann quasi in Echtzeit vorgenommen werden. Die Berechnung des kombinierten Feldes wurde in einem Matlab-Programm umgesetzt, das die Matrizen der Gitter- und Partikelbeugung überlagert. Wie lange ein Partikelschritt dauert, hängt von der Größe der Matrizen und der Partikelposition ab. Bei Verwendung der dreidimensionalen Felder mit $51 \times 201 \times 701$ Pixeln dauerte ein Schritt zwischen 0,3 und

4 Sekunden.

Der Vorteil dieses analytischen Simulationsansatzes ist, dass alle zeitaufwändigen Berechnungen, speziell die Berechnung der Partikelbeugung im Vorfeld durchgeführt werden können. Die Berechnung ist nicht nur auf bestimmte Querschnitte beschränkt, sondern man erhält ein dreidimensionales Lichtfeld. Darüberhinaus ergeben sich keine Abtastprobleme wie etwa bei der Beugungsberechnung mittels Fouriertransformation.

4.4. Verifikation des Modells

Um zu verifizieren, dass das Modell vernünftige Ergebnisse liefert, wurden Talbotteppiche im Labor gemessen. Der Messplatz wurde von M. Krüger während seiner Bachelorarbeit [72] installiert. Case et al. [73] berichten über ein ähnliches Verfahren. Bild 4.25 zeigt den Aufbau in dem das Licht eines HeNe-Lasers ($\lambda = 633 \text{ nm}$) aufgeweitet und spatial gefiltert wird und dann nach der Umlenkung durch einen justierbaren Spiegel als ebene Welle senkrecht auf ein Gitter trifft. Ein CMOS-Kamerachip (752x480 Pixel, Pixelgröße $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}$) in Kombination mit einem Mikroskopobjektiv nimmt die Intensität des Beugungsmusters auf und kann in z -Richtung mit einem DC-motorisierten Lineartisch bewegt werden. Der Kamerachip nimmt in jeder angefahrenen z -Position ein Bild auf. Eine zu den Gitterlinien senkrechte Bildzeile wird in der Talbotteppichmatrix gespeichert, so dass als Resultat der Talbotteppich sichtbar wird.

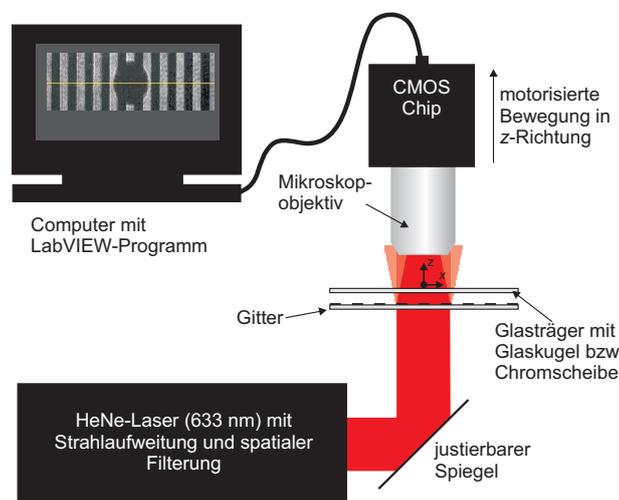


Bild 4.25.: Versuchsaufbau zur Messung von Talbotteppichen.

4.4.1. Messung von Talbotteppichen

Zunächst wurden ungestörte Talbotteppiche gemessen, so dass der Aufbau ohne den Glasträger für die Partikel verwendet wurde. Bild 4.26 zeigt die Gegen-

überstellung eines gemessenen und simulierten Talbotteppichs. Dabei wurde ein präzises Chromgittern auf Quarzglas mit $\delta = 0,5$ verwendet. Simulation und Experiment zeigen eine sehr gute Übereinstimmung.

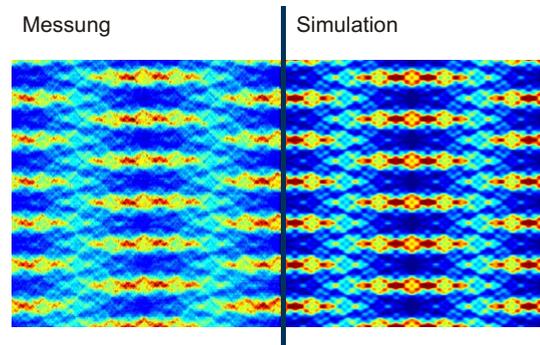


Bild 4.26.: Talbotteppich eines Rechteckamplitudengitters. Direkter Vergleich Messung und Simulation.

Um auch Rechteckgitter mit unterschiedlichen Tastverhältnissen und komplexere Gitter messen zu können, wurden Gitter auf der Basis von Folienmasken verwendet. Bild 4.27 zeigt in (a) und (b) Messung und Simulation eines Rechteckamplitudengitters mit einer Periode von $100\ \mu\text{m}$ und einem Tastverhältnis des durchsichtigen Streifens zur Periode von $0,2$. Für ein solches Gitter liegt der Talbotabstand bei $633\ \text{nm}$ Wellenlänge bei $31,6\ \text{mm}$. Die Messlänge beträgt $1,5$ Talbotabstände. Ein Pixel im Bild entspricht $\Delta x = 1,6\ \mu\text{m}$. In (c) und (d) sind Messung und Simulation für ein Gitter mit einer Gesamtperiode von $110\ \mu\text{m}$ und Unterperioden von $p_1 = 20\ \mu\text{m}$ und $p_2 = 80\ \mu\text{m}$ dargestellt. Für ein solches Gitter ergibt sich ein Talbotabstand von $38,23\ \text{mm}$. Weitere Messungen mit Rechteckamplitudengittern unterschiedlicher Tastverhältnisse bestätigen das in Kapitel 4.1 vorgestellte Modell.

4.4.2. Der Walk-off-Effekt

In den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass das Gitter unendlich ausgedehnt ist. In der Praxis hat das Gitter oder der Laserstrahl jedoch einen begrenzten Durchmesser, den dann auch die Beugungsordnungen aufweisen. Durch die Ausbreitung der höheren Ordnungen unter dem entsprechenden Beugungswinkel kommt zum sogenannten Walk-off-Effekt. Mit steigender Entfernung zum Gitter verschwinden die höheren Beugungsordnungen aus dem Beobachtungsbereich und werden nicht mehr mit der nullten Ordnung überlagert. Somit tragen sie auch nicht mehr zur Entstehung der Selbstabbildung bei. Mit zunehmendem Abstand der Bildebene zum Gitter nimmt folglich die Zahl der Beugungsordnungen ab, die das Interferenzmuster erzeugen. Falls z.B. bei einem Rechteckamplitudengitter nur noch die plus und minus erste mit der nullten

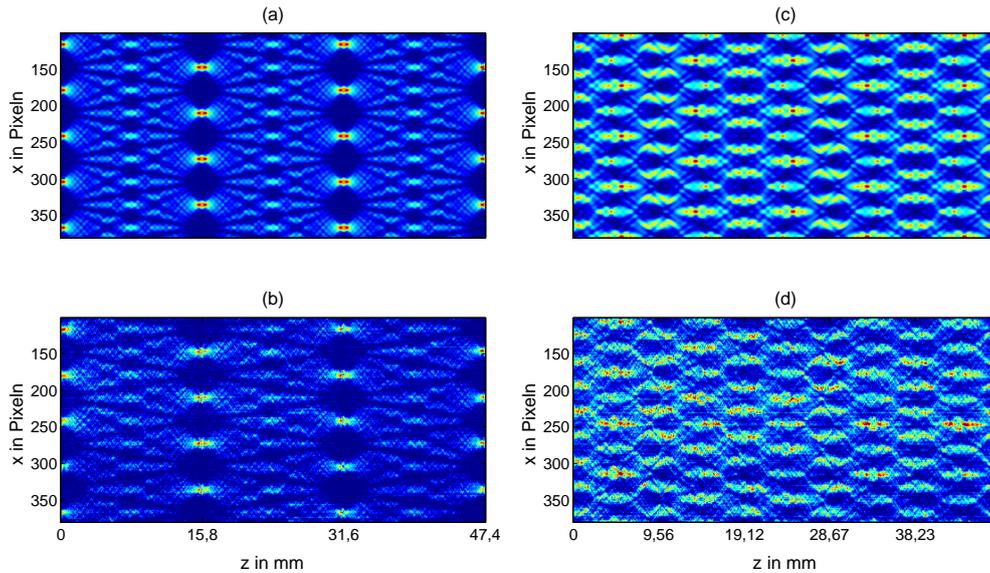


Bild 4.27.: (a) Simulation und (b) Messung eines Talbotteppichs erzeugt durch ein Rechteckamplitudengitter mit einer Periode von $100\ \mu\text{m}$ und einem Tastverhältnis von 0,2. (c) Simulation und (d) Messung eines Talbotteppichs erzeugt durch ein komplexes Gitter.

Beugungsordnung überlagert wird, ist die Selbstabbildung die eines Sinusamplitudengitters mit modifizierten Fourierkoeffizienten. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die Annahme der unendlichen Ausdehnung beibehalten, da in den Experimenten dafür gesorgt wird, dass eine ausreichende Anzahl an Beugungsordnungen interferiert.

4.4.3. Messung von gestörten Talbotteppichen

Der Messaufbau aus Bild 4.25 ermöglicht auch die Messung von Talbotteppichen, die durch Partikel gestört werden. Wieder dient ein CMOS-Kamerachip (752×480 Pixel, Pixelgröße $6\ \mu\text{m} \times 6\ \mu\text{m}$) in Kombination mit einem Mikroskopobjektiv als Detektor. Gemäß Bild 4.25 wird ein einzelnes Partikel im Messaufbau installiert und der Talbotteppich gemessen. Der Aufbau wird so justiert, dass die Partikelmitte während der Messung auf der Messzeile bleibt.

Tabelle 4.4 beinhaltet die Parameter der Messungen für zwei Szenarien, bei denen die Partikel jeweils auf zwei verschiedene Wege installiert wurden:

1. sphärische Glaspartikel (Whitehouse scientific, Kalknatronglas) auf einem Objektträger liegend (Dicke $1\ \text{mm}$) und
2. mikrolithografisch hergestellte Chromscheiben auf einem Quarzglassubstrat.

Beide Substrate wurden so hinter dem Beugungsgitter platziert, dass sich das Partikel jeweils in einer Selbstabbildungsebene mittig im hellen Streifen befindet.

Tabelle 4.4.: Messszenarien.

Partikel	Szenario 1		Szenario 2	
	Scheibe	Kugel	Scheibe	Kugel
Durchmesser (μm)	100	$103 \pm 2,8$	25	$22,81 \pm 0,78$
Gitterperiode (μm)	50		20	
g^*	1	1,03	0,625	0,57
Talbotabstand(mm)	7,899		1,264	
Scanlänge(mm)	17		2	
Objektiv	10x, 0,25		60x	
Δz (μm)	10		0,5	
Δx (μm)	1,6		0,27	

Bild 4.28 zeigt die Resultate von Szenario 1 und Bild 4.29 die von Szenario 2. In beiden Bildern zeigt (a) die Messung mit einer Glaskugel, (b) die Messung mit einer Chromscheibe und (c) die Simulation mit einem undurchsichtigen Scheibchen gemäß den Ausführungen in Kapitel 4.3. Der Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Talbotteppichen zeigt eine gute Übereinstimmung für beide Szenarien. Die zentrale Beugungskeule des Partikels verursacht eine Verschiebung des Talbotmusters. Bei der Glaskugel kommt es im Unterschied zu den undurchsichtigen Partikeln zu einem Fokuspunkt, den man in den Bildern (a) an der Stelle (0,0) gut erkennen kann. Da das Licht danach aber schnell wieder divergiert, hat dieser Lichtanteil nur einen sehr geringen Einfluss auf das weitere Talbotmuster. Diese experimentellen Ergebnisse zeigen, dass die Annäherung der Partikelstreuung durch das Fresnelbeugungsbild für den betrachteten Beobachtungsbereich und diese Partikelgrößen gültig ist. Auch die kleineren Partikel von $25 \mu\text{m}$ Durchmesser zeigen gute Übereinstimmung zwischen dielektrischer Kugel und undurchsichtigem Scheibchen.

Weitere Messungen haben gezeigt, dass bei kleiner werdendem g^* die Störung des Talbotteppichs sehr gering wird. Je kleiner ein Partikel ist, desto größer ist der Beugungswinkel, so dass der durch das Partikel erzeugte Effekt nach einer kürzeren Distanz verschwindet. Ist die axiale Periodizität des Talbotteppichs vergleichsweise groß, wird dieser nur gering gestört. Dieser Effekt wurde von Lohmann und Thomas [74] beschrieben und „Selbstheilung“ (*self-healing*) von Selbstabbildungen genannt.

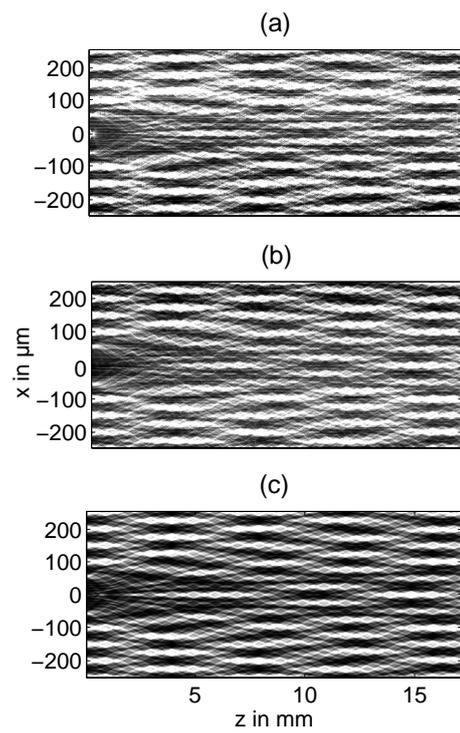


Bild 4.28.: Szenario 1: Messung der (a) Kugel und (b) der Scheibe und (c) Simulation der gestörten Talbotteppiche.

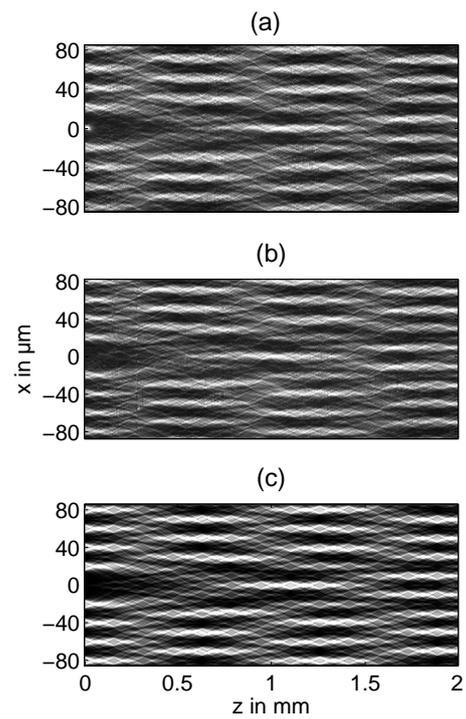


Bild 4.29.: Szenario 1: Messung der (a) Kugel und (b) der Scheibe und (c) Simulation der gestörten Talbotteppiche.

4.5. Optimierung der Messkonfiguration

Durch die Anwesenheit eines Partikels wird das dreidimensionale Lichtfeld hinter einem Gitter beeinflusst. Wird ein Detektor in einer Selbstabbildungsebene platziert, beispielsweise in einem oder in mehreren dunklen Streifen, so bestimmt die Position des Partikels im dreidimensionalen Raum und der Parameter g^* , der den Partikelradius und die Gitterperiode ins Verhältnis setzt, die Stärke des Signals. Bild 4.30 zeigt die dreidimensionale Lichtverteilung die mit dem Algorithmus aus Kapitel 4.3 berechnet wurde. In (a) ist noch kein Partikel vorhanden, Talbotteppich und Selbstabbildung sind unverändert. In (b), (c) und (d) wandert ein Partikel entlang der optischen Achse. Bei (d) ist zu erkennen, dass Licht in den dunklen Streifen der Selbstabbildung gelangt. Das ist das am Partikel gebeugte Licht, das zur Partikelcharakterisierung ausgenutzt werden soll.

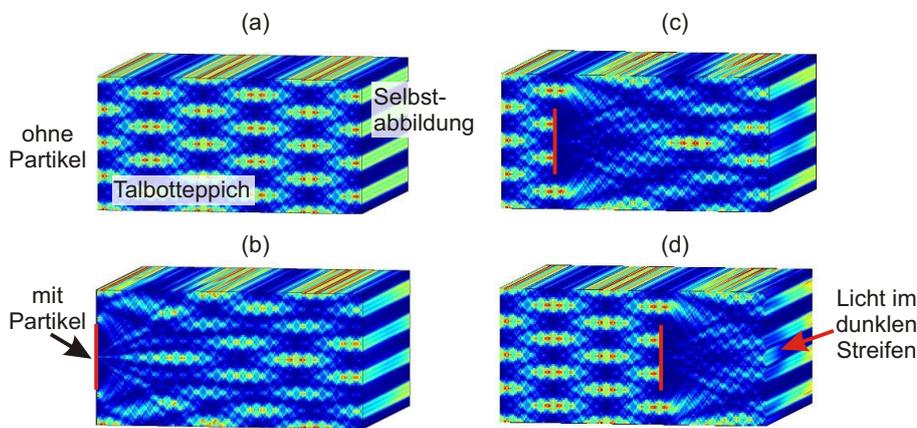


Bild 4.30.: Dreidimensionale Lichtverteilung. (a) Ohne Partikel, (b), (c) und (d) mit Partikel auf der optischen Achse.

Ein Talbotinterferometer wird normalerweise mit einem zweiten Gitter aufgebaut, das in einer Selbstabbildungsebene des ersten Gitters positioniert wird, so dass das Licht der hellen Streifen geblockt wird (vgl. Kapitel 4.1.6). Dann kann ein flächiger Detektionsbereich einer bestimmten Größe ausgelesen werden. Eigentlich werden nur die dunklen Streifen ausgelesen, da die hellen durch die undurchsichtigen Bereiche des zweiten Gitters abgedeckt werden. Je nach Gitterperiode füllt eine bestimmte Anzahl an dunklen Streifen die Detektionsebene. Bewegt sich das Partikel genau senkrecht zu den Streifen, so erfährt der erste Streifen ein bestimmtes Signal. Der nächste Streifen erfährt das gleiche Signal eine Periode später und so weiter. Das Gesamtsignal ist also die Summe der Einzelstreifen. Daher wird im Folgenden zunächst ein Streifendetektor betrachtet, der nur den Bereich eines dunklen Streifens in der Selbstabbildungsebene abdeckt. Das durch die Partikelbeugung in diesen Streifen einfallende Licht wird detektiert.

Die Bilder 4.31 und 4.32 zeigen beispielhaft für $g^* = 1$ bzw. $g^* = 0,5$ eine Selbstabbildungsebene bei unterschiedlichen axialen Positionen eines Partikels auf der optischen Achse. Bei (a) fällt jeweils das Partikel mit der Detektionsebene zusammen. Dann vergrößert sich der Partikel-Detektor-Abstand jeweils um $z_T/4$. Es ist zu beobachten, dass bei $g^* = 1$ im Vergleich zu $g^* = 0,5$ mehr Licht auf den Streifen auftritt und dass das Maximum bei einem größeren Partikel-Detektor-Abstand auftritt. Im nächsten Abschnitt wird nun ermittelt, welchen Einfluss g^* und der Abstand zwischen Partikel und Detektor auf die Signalhöhe haben.

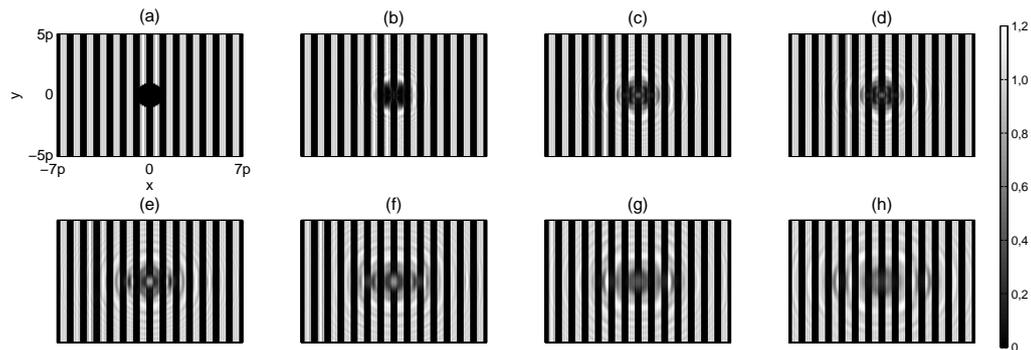


Bild 4.31.: Gestörte Selbstabbildung für $g^* = 1$. (a) $z = 0$, (b) $z = z_T/4$, (c) $z = z_T/2$, (d) $z = 3z_T/4$, (e) $z = z_T$, (f) $z = 5z_T/4$, (g) $z = 3z_T/2$ und (h) $z = 7z_T/4$.

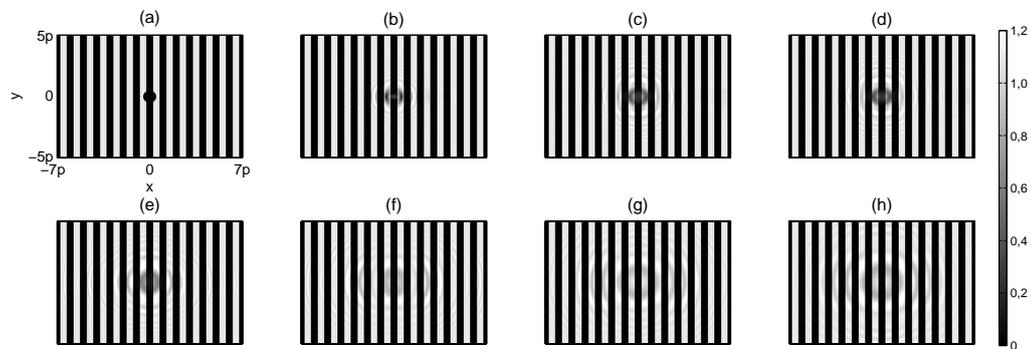


Bild 4.32.: Gestörte Selbstabbildung für $g^* = 0,5$. (a) $z = 0$, (b) $z = z_T/4$, (c) $z = z_T/2$, (d) $z = 3z_T/4$, (e) $z = z_T$, (f) $z = 5z_T/4$, (g) $z = 3z_T/2$ und (h) $z = 7z_T/4$.

4.5.1. Abhängigkeit des Signals von der Partikelposition

Um die Abhängigkeit des Signals in einem dunklen Streifen der Selbstabbildung zu simulieren, werden die berechneten Matrizen aus der Bibliothek (vgl. Kapitel 4.3.4) im Zusammenhang mit den Werten aus Tabelle 4.3 verwendet. Durch die Verschiebung der Gittermatrizen relativ zu den Partikelmatrizen wird die Be-

wegung realisiert. Für jede einzelne Ordnung erfolgt die komplexe Multiplikation und schließlich die Feldverteilung als Summe über die Ordnungen. Wegen der Skalierungseigenschaften (vgl. Kapitel 4.3.3) erfolgt eine allgemeine Betrachtung mit den Paramtern g^* , p und z_T .

Die Partikelposition fällt zunächst mit der Detektionsebene zusammen. Das Partikel bewegt sich lateral von der Position $x = -6p$ bis zur Position $+6p$ mit einer Schrittweite von $p/50$ am Detektor vorbei und die Intensität im Detektionsbereich wird für jede Position ermittelt. Dieses Signal wird für Partikel-Detektorabstände von 0 bis $10z_T$ mit einer Schrittweite von $z_T/20$ berechnet. Die Wellenlänge geht unmittelbar über die Talbotlänge $z_T = 2p^2/\lambda$ ein und kann somit frei gewählt werden. Der Detektor hat eine Breite von $p/4$. Da die Intensitätsverteilung in y symmetrisch ist, wird in dieser Richtung nur eine Hälfte des Detektors ausgelesen, diese hat eine Länge von $5p$.

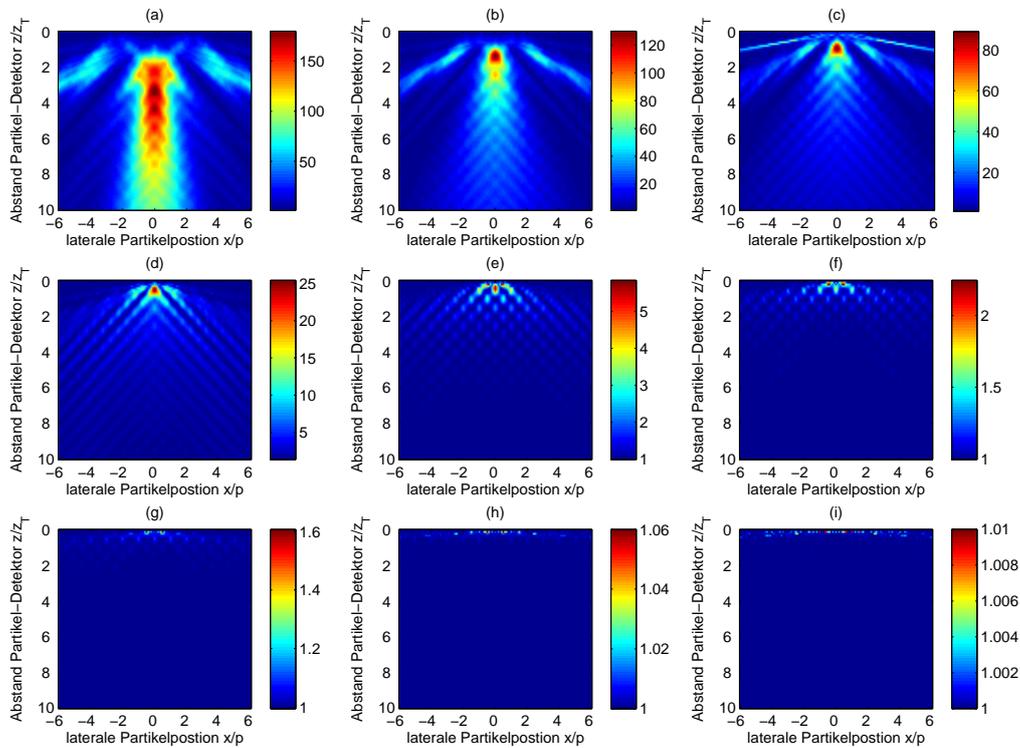


Bild 4.33.: Intensität in Abhängigkeit der zweidimensionalen Position des Partikels für $g^* =$ (a) 2,5 (b) 1,5 (c) 1 (d) 0,5 (e) 0,2 (f) 0,1 (g) 0,05 (h) 0,02 (i) 0,01.

Bild 4.33 zeigt die ermittelten Intensitäten auf dem Detektor in Abhängigkeit der zweidimensionalen Position des Partikels im Probenvolumen. Das Signal ist auf das theoretische Dunkelsignal im Detektorstreifen normiert. Eine Einschätzung der Kurven folgt in Kapitel 4.5.2.

4.5.1.1. Abhängigkeit des Signals von der axialen Position

Betrachtet man den Intensitätsverlauf aus Bild 4.33 in Abhängigkeit von z an der Stelle $x = 0$, so ergeben sich die Verläufe, die in Bild 4.34 dargestellt sind. Es sind die Kurven für die Verhältnisse $g^* = a/p$ von 0,1 bis 2,5 für eine Bewegung eines Partikels entlang der optischen Achse. Für den Fall, dass das Partikel mit der Detektionsebene zusammenfällt, liegt das Signal theoretisch bei 0. Mit ansteigendem Abstand steigt das Signal und erreicht ein Maximum, um dann in einem oszillierenden Verlauf abzufallen. Je kleiner g^* ist, desto eher tritt dieses erste Maximum auf und desto kleiner ist es. Das durch das Partikel hervorgerufene Signal I_p ist mit der Intensität I_d eines Lichtfeldes gleicher Größe eines hellen, ungestörten Streifens normiert. Der oszillierende Verlauf ist in dem Muster des Talbotteppichs begründet bei dem sich helle und dunkle Gebiete periodisch abwechseln.

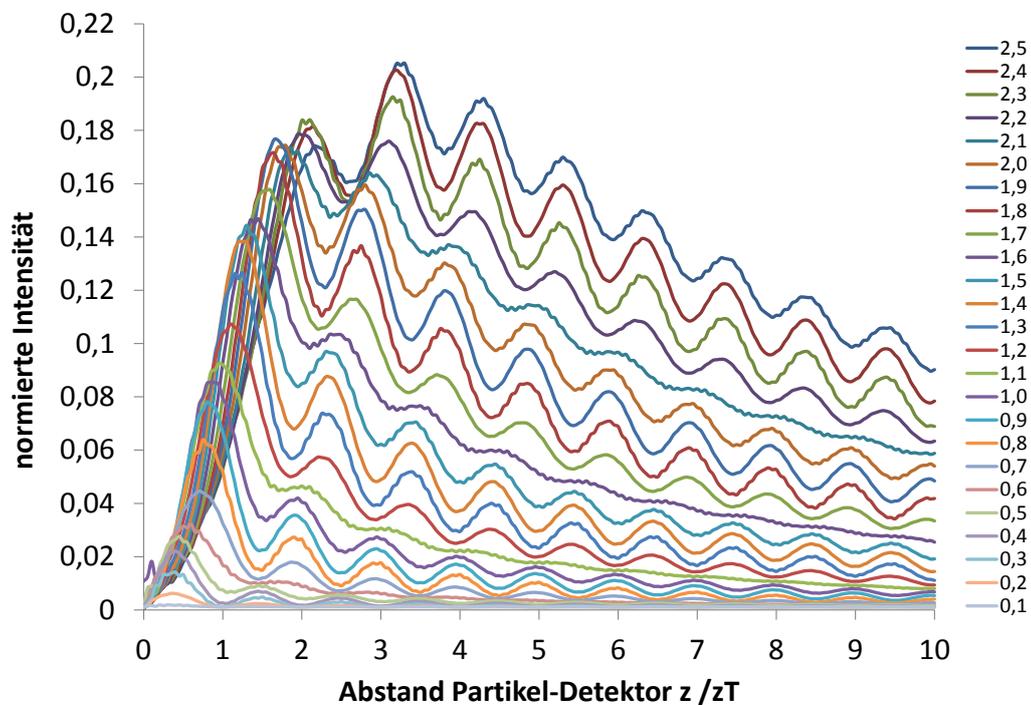


Bild 4.34.: Normierte Intensität I_p/I_d im mittleren Streifen bei Verschiebung des Partikels in z für $g^* = 0,1 \dots 2,5$

Um zu überprüfen, ob Partikel in einem realen System die simulierten Signale verursachen, wurden Versuche mit Einzelpartikeln in Form von Glaskugeln und Chromscheiben durchgeführt und mit den simulierten Kurven verglichen. Dazu wurden Rechteckamplitudengitter mit 20 μm und 50 μm Periode mit einer ebenen Welle mit einer Wellenlänge von 633 nm (HeNe-Laser) beleuchtet. Ein CMOS-Sensor (IDS Imaging, UI-1492LE-M, (1,67x1,67) μm^2 Pixelgröße, 3840 x 2748 Pixel) wurde in einer Talbotebene installiert. Tabelle 4.5 zeigt die Parameter der

Messung und der Simulation.

Tabelle 4.5.: Detektorparameter.

	20 μm	50 μm
Talbotlänge bei $\lambda = 633 \text{ nm}$	1,264 mm	7,899 mm
axiale Detektorposition	15,5 $z_T=19,589 \text{ mm}$	5,5 $z_T=43,444 \text{ mm}$
Schrittweite	20 μm	50 μm
Detektorebene bei der Simulation	19,58 mm	45,45 mm
Detektorgröße	5 μm x 100 μm	12.5 μm x 100 μm

In den Zwischenraum wurde dann ein Objektträger mit einem Glaspartikel bzw. ein Quarzglassubstrat mit einer Chromscheibe positioniert. Diese Partikel wurden mit Hilfe des DC-Motors in z -Richtung vom Gitter wegbewegt. Um das Signal zu normieren, wurde in der Talbotebene vor Einbringen des Partikels das Signal mittig in einem hellen Streifen und in einem dunklen Streifen gemessen. Das Messfeld wurde so groß wie bei der späteren Messung gewählt. Das Signal im dunklen Streifen wird mit I_d und das im hellen Streifen mit I_h bezeichnet. I_d wird dabei in zwei verschiedenen Streifen gemessen und dann gemittelt. Das Signal im dunklen Streifen, das durch das wandernde Partikel hervorgerufen wird, heißt I_p . Das resultierende Signal wird in sowohl aus den Messwerten als auch aus der Simulation mit

$$I = \frac{I_p - I_d}{I_h - I_d} \quad (4.81)$$

berechnet.

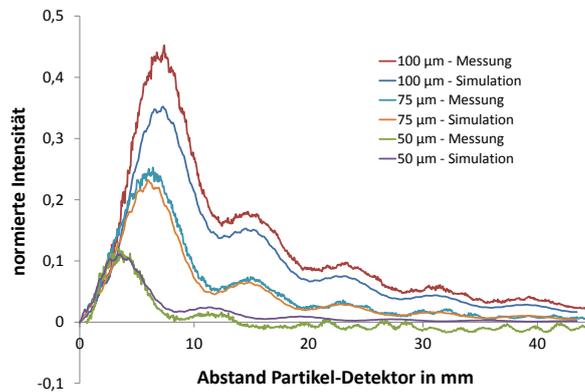


Bild 4.35.: Simulationen und Messungen für ein 50 μm Gitter.

Bild 4.35 zeigt Simulation und Messung für ein 50 μm Gitter in Kombination mit Chromscheiben von 50, 75 und 100 μm Durchmesser, dies entspricht $g^* = 0,5, 0,75$ und 1. Bild 4.36 zeigt in (a) und (b) die simulierten und gemessenen Kurven für ein 20 μm Gitter in Kombination mit einer 100 μm Scheibe und einer 103 μm Kugel entsprechend $g^* = 2,5$ und in (c) und (d) in Kombination mit einer

25 μm Scheibe und einer 23 μm Kugel. Dies entspricht $g^* \approx 0,6$. Die reinen Mess- und Simulationen wurden nach Gleichung 4.81 normiert und die Messkurven wurden so verschoben, dass die Position der ersten Maxima gleich ist. Diese Verschiebung wird notwendig, weil in der Simulation das Partikel mit dem Detektorstreifen exakt zusammenfallen kann. Dies ist in der Praxis beispielsweise durch das Abdeckglas des Kamerachips oder die Ausdehnung der Kugel nicht möglich.

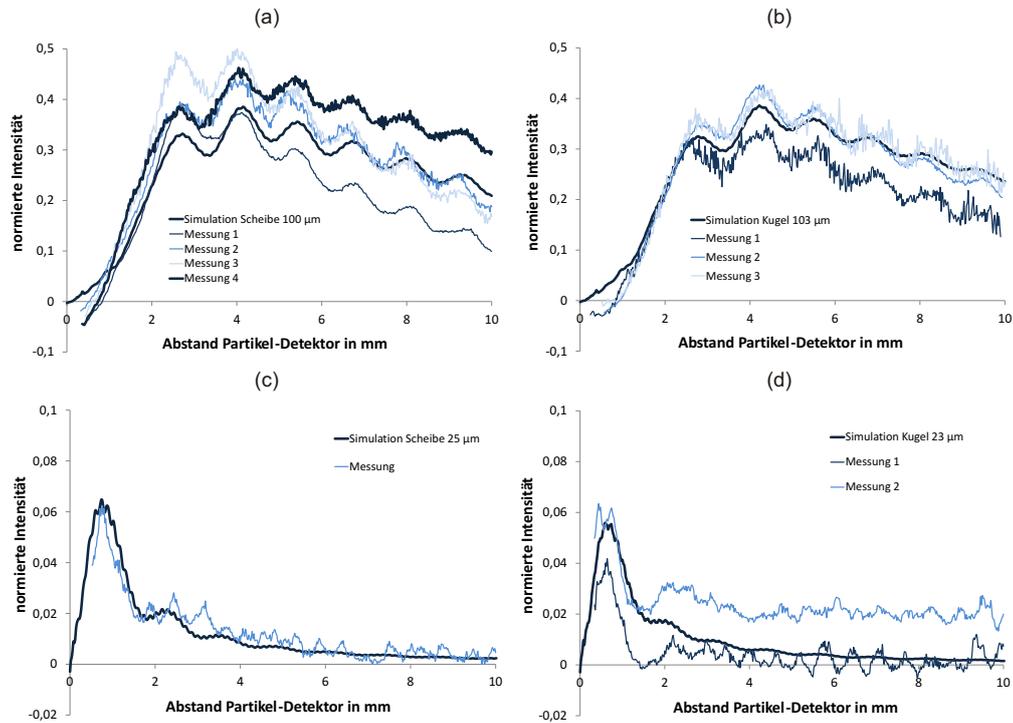


Bild 4.36.: Vergleich von Simulation und Messung für ein 20 μm Gitter..

Die simulierten und gemessenen Kurven zeigen eine gute Übereinstimmung. Die Amplituden der gemessenen Signale liegen im gleichen Bereich wie die der theoretischen Kurven und auch der oszillierende Kurvenverlauf ist zu sehen. Dennoch schwanken die Messkurven von Messung zu Messung, wie beispielsweise Bild 4.36 (a) zeigt. Dies ist darin begründet, dass es durch den Glasträger zu Mehrfachreflexionen und Interferenzen kommt, die zu Schwankungen von I_d und I_h führen. Ebenso führen Staubkörner auf den Bauteilen zu ungewollten Störungen. Hinzu kommt, dass auch ein Abweichen der lateralen Partikelposition von der exakten Mitte zu Fehlern führen kann.

4.5.1.2. Abhängigkeit des Signals von der lateralen Position

In einem realen Messaufbau bewegen sich die Partikel in einem Kanal lateral in einem festgelegten z -Bereich am Gitter vorbei (siehe Bild 4.11). Daher wird im Folgenden ermittelt, welches Signal bei der lateralen Bewegung eines Partikels in

verschiedenen Abständen zum Detektor erwartet werden kann.

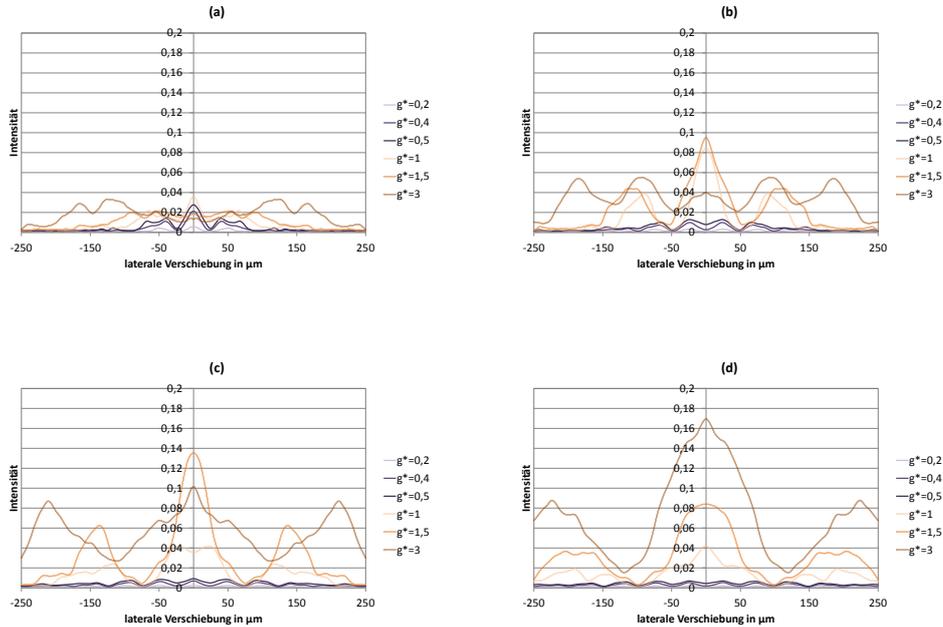


Bild 4.37.: Abstand des Partikels vom Detektor (a) $0,5z_T$, (b) $1,0z_T$, (c) $1,5z_T$ und (d) $2,0z_T$.

Bild 4.37 zeigt die Signale bei lateraler Verschiebung für die Partikel-Detektor-Abstände $z = 0,5z_T$, $z = 1,0z_T$, $z = 1,5z_T$ und $z = 2,0z_T$. Die Verhältnissgrößen g^* liegen zwischen 0,2 und 3. Viele der Kurven weisen ein Hauptmaximum auf der optischen Achse und symmetrisch dazu zwei Nebenmaxima auf. Dies liegt daran, dass die zentrale Beugungskeule über die verschiedenen Beugungsordnungen transportiert wird. Bild 4.38 zeigt dies am Beispiel von $g^* = 1,5$. Die gestrichelten Linien zeigen die Richtungen der Beugungsordnungen. Allerdings gilt dieser

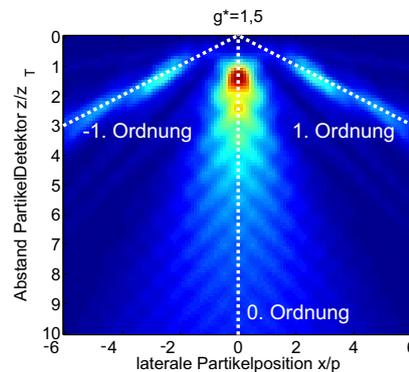


Bild 4.38.: $g^*=1,5$.

Sachverhalt nicht für alle Partikelpositionen. Betrachtet man beispielsweise die

Kurve für $g^* = 0,4$ in Bild 4.37 (b) so sieht man ein Minimum auf der optischen Achse, das bei einem Abstand von $1z_T$ auch aus Bild 4.34 hervorgeht. Bei der Kurve der lateralen Verschiebung sieht man allerdings, dass das Signal bei einer lateralen Verschiebung wieder ansteigt und es neben der optischen Achse zur Ausbildung von Maxima kommt.

Bild 4.39 zeigt das simulierte und gemessene Signal in einem schwarzen Streifen bei lateraler Partikelbewegung. Der Abstand zwischen Partikel und Detektionsebene variiert von $z = (0,4\dots1,8)z_T$. Gemessen wurde mit einer $100\ \mu\text{m}$ Chrmscheibe in Kombination mit einem $50\ \mu\text{m}$ Rechteckamplitudengitter, es gilt $g^* = 1$. Die gemessenen Kurven wurden mit dem Dunkelwert I_d normiert. Die simulierten Kurven wurden an die gemessenen Kurven angefitet. Messung und Simulation zeigen eine gute Übereinstimmung.

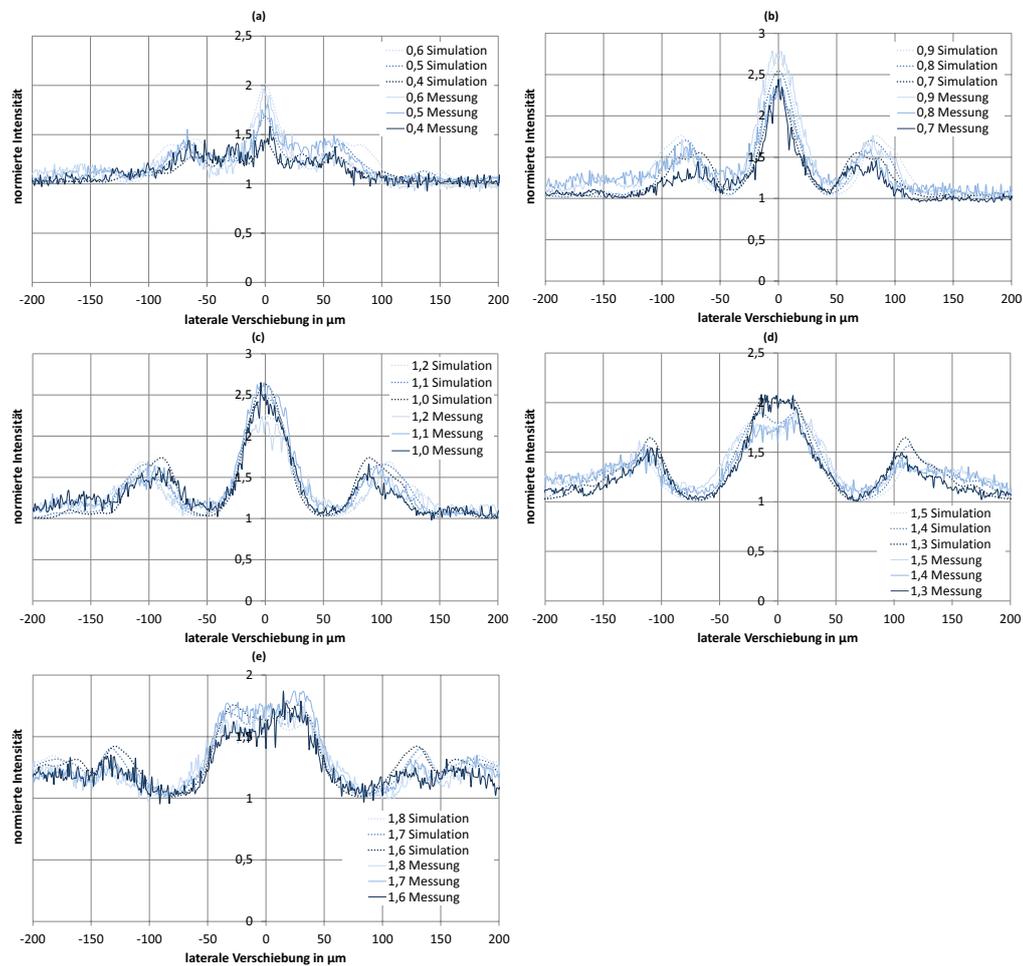


Bild 4.39.: Messung und Simulation der lateralen Partikelbewegung für $z = (0,4\dots1,8)z_T$.

4.5.2. Eignung des Verfahrens zur Partikelanalyse

Jedes einzelne Partikel verursacht je nach seiner Größe und axialer Position im Probenvolumen ein Signal auf dem Detektor. Bei der Bewegung des Partikels senkrecht zu den Gitterlinien ergeben sich die Intensitäten, die in Kapitel 4.5.1.2 ermittelt wurden. Im Folgenden werden die Möglichkeiten zur Einzelpartikelanalyse und zur Messung am Partikelkollektiv diskutiert.

4.5.2.1. Einzelpartikelanalyse

Eine Einzelpartikelanalyse ist mittels Talbotinterferometrie möglich, sofern das durch ein Partikel einer bestimmten Größe verursachte Signal groß genug ist. Hierbei kommt es dann auch auf die äußeren Bedingungen wie das Detektorrauschen und das im Messsystem auftretende Störlicht an, ob das Signal mit einem ausreichenden Signal-Rausch-Verhältnis aufgenommen werden kann. Die Zuordnung zwischen Signal und Partikelgröße geschieht über eine Kalibrierfunktion. Bei Kenntnis der Fließgeschwindigkeit kann dann die Partikelkonzentration bestimmt werden. Die Vorgehensweise entspricht dann der Einzelpartikelanalyse nach dem Transmissions- oder Extinktionsprinzip, bei dem die Schwächung des Signals durch den Schattenwurf beim Vorbeibewegen eines Partikels ausgewertet wird.

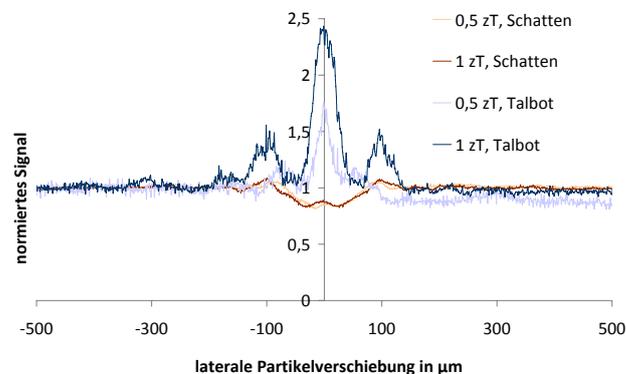


Bild 4.40.: Vergleich der Signale bei lateraler Verschiebung für die Schatten- und die Talbottechnik.

Bild 4.40 zeigt das normierte Signal der Schattentechnik (Messung der Transmission) und das der Talbottechnik im Vergleich. Die Parameter sind jeweils gleich, nur dass bei der Talbottechnik ein Gitter eingefügt wurde, so dass $g^* = 1$ gilt. Bei der Messung wurde ein Rechteckamplitudengitter der Periode $50 \mu\text{m}$, ein Chromscheibchen mit $100 \mu\text{m}$ Durchmesser, ein aufgeweiteter HeNe-Laser mit 633 nm Wellenlänge und ein CMOS-Detektor mit $1,67 \mu\text{m}$ Pixelgröße angewendet. Die Detektionsfläche hat eine Größe von ca. $(12,5 \times 500) \mu\text{m}^2$. Das Schattensignal wurde auf den hell erleuchteten Detektorbereich normiert und das Talbotsignal

auf die Dunkelintensität. Beim Transmissionssignal liegt die Standardabweichung des Detektorsignals bei ca. 0,008, beim Talbotsignal bei ca. 0,025. Berechnet man das SNR mit der maximalen Signaldistanz gemäß Gleichung 3.33, so erhält man ca. 23 für die Transmissionsmessung für beide Abstände. Beim Talbotverfahren werden 25 für $z_T/2$ und 61 für z_T erreicht. Wenn also die Gitterperiode und die Partikelgröße aneinander angepasst sind, gibt es einen starken Peak, der das SNR ansteigen lässt. In diesem Fall ist das Verfahren der Schattentechnik überlegen. Die Nachweisgrenze hängt vom minimal realisierbaren Abstand und dem Hintergrundsignal ab. In den durchgeführten Versuchen konnten mit einem Gitter mit 50 μm Periode und einem Abstand von $z_T/2$ Partikel mit einem Durchmesser von 20 μm ($g^* = 0,2$) mit einem SNR besser als 3 nachgewiesen werden.

Wird ein Partikel in einem günstigen z -Abstand lateral zum Detektor bewegt, so kommt es zu einem Hauptmaximum und zwei Nebenmaxima, die durch die nullte und die plus und minus erste Beugungsordnung verursacht werden (vgl. Bild 4.38). Der Abstand der Maxima zueinander hängt von der z -Position des

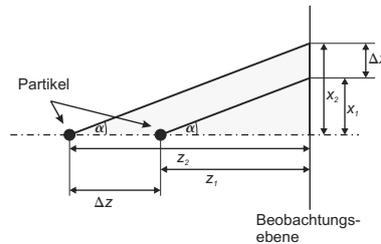


Bild 4.41.: Signal im schwarzen Streifen bei lateraler Partikelverschiebung.

Partikels ab. Die Höhe der Maxima hängt vom Faktor g^* ab, bei bekannter Gitterperiode also vom Partikelradius. Ist die Fließgeschwindigkeit der Partikel unbekannt, so kann der Abstand der Maxima nicht bestimmt werden. Durch eine zusätzliche Messung an einer zweiten z -Position kann $\Delta t = t_2 - t_1$ bestimmt werden. Über den Beugungswinkel der ersten Ordnung $\sin \alpha = n\lambda/p$ und einfache Geometrie kann dann $\Delta x = x_2 - x_1 = (z_2 - z_1) \tan \alpha$ bestimmt werden. Die Partikelgeschwindigkeit ist dann

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (4.82)$$

Mit Hilfe der nun gewonnenen Geschwindigkeit lässt sich das $I(t)$ -Diagramm in ein $I(x)$ -Diagramm überführen und die Partikelgeschwindigkeit kann bestimmt werden. Diese Überlegungen setzen voraus, dass das Maximum genau beim Beugungswinkel auftritt. Anderfalls müssen Kalibrierkurven verwendet werden. Da das Signal im Gegensatz zur Schattentechnik an verschiedenen z -Position unterschiedlich ausfällt, ergeben sich Vorteile gegenüber der Schattentechnik bei der Signalanalyse. Bei geeigneten Abständen wird durch die Talbottechnik ein höheres SNR erreicht. Nachteil ist der höhere Aufwand beim Aufbau, da eine ebene

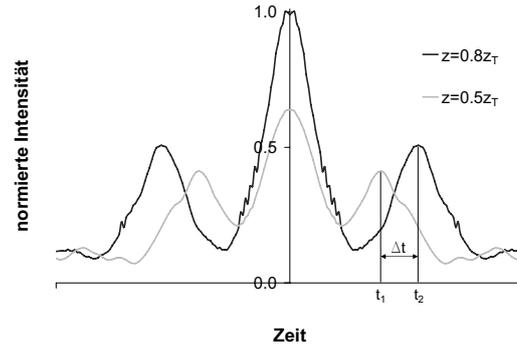


Bild 4.42.: Signal im schwarzen Streifen bei lateraler Partikelverschiebung.

Welle erforderlich ist und die beiden Gitter gut zueinander justiert sein müssen, bzw. der Detektorstreifen nur den dunklen Bereich der Selbstabbildung abdecken darf. Aufgrund der guten Integrierbarkeit kann dies aber mit mikrotechnischen Verfahren gut gelöst werden.

4.5.2.2. Messung am Partikelkollektiv

Wenn die Partikelkonzentration den Bereich übersteigt, in dem sich immer nur ein Partikel im Messvolumen befindet, überlagern sich die Signale mehrerer Partikel. Da die Partikelgröße mit der dritten Potenz in das Partikelvolumen eingeht, entspricht bei gleicher Massekonzentration ein Partikel mit 100 μm Durchmesser 1000 Partikeln mit einem Durchmesser von 10 μm , d.h. im zweiten Fall überlagern sich 1000 Einzelsignale. Bei der Betrachtung gleicher Massekonzentrationen ist es also sinnvoll, als erste Abschätzung das Signal eines Einzelpartikels I_p auf das Partikelvolumen x^3 zu normieren und den Mittelwert zu bilden. Um zu umgehen, dass auch das Dunkelsignal normiert wird, wird zuvor die Differenz $I_p - I_d$ gebildet:

$$I_{\text{mittel}} = \frac{\text{Mittelwert}(I_p - I_d)}{x^3} \quad (4.83)$$

Die auf das Hellsignal normierten Partikelintensitäten $I_p(x)$ (vgl. Bild 4.37) wurden bei den konstanten Abständen $z/z_T=0,66, 1, 1,5$ und 2 über einen Bereich $x = -6p \dots 6p$ betrachtet. Normiert wurde mit g^{*3} , das bei konstanter Gitterperiode proportional zu x^3 ist.

Bild 4.43 zeigt den volumenbezogenen Mittelwert auf dem Detektor in Abhängigkeit von g^* bei den verschiedenen Abständen der Partikel zur Detektionsebene. Bei gleicher Massekonzentration und konstanter Gitterperiode gibt es für jeden Abstand z eine Partikelgröße, die ein maximales mittleres Signal hervorruft. Für $z = z_T$ ist dies bei $g^* = 0, 2$, also $a = 0, 2p$. Bei abnehmender Partikelgröße nimmt das Signal ab, weil die Reichweite der Partikelstreuung abnimmt und auch der Selbstheilungseffekt eintritt. Bei zunehmender Partikelgröße nimmt die Anzahlkonzentration so stark ab, dass man in den Bereich der Einzelpartikelanalyse

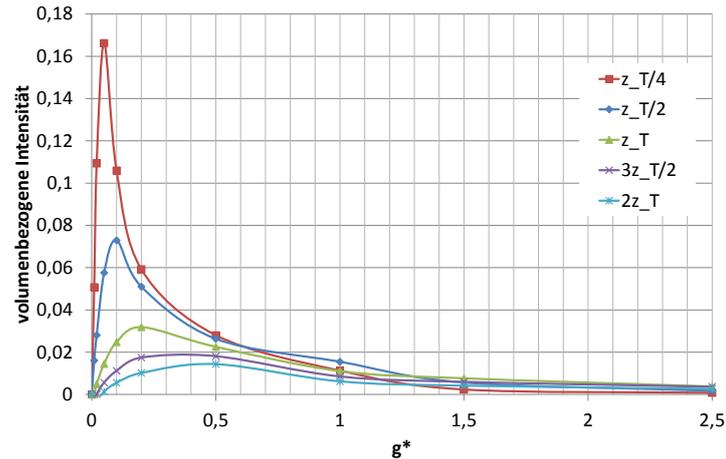


Bild 4.43.: Mittelwert auf dem Detektor in Abhängigkeit von g^* bei verschiedenen Partikel-Detektor-Abständen.

kommt. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Streuereignissen ist so groß, dass der gemittelte Wert sehr klein wird. Je kleiner der Abstand zwischen den Partikeln und dem Detektor ist, desto höher ist das Signal, wenn $g^* < 1$. Für größere g^* verschiebt sich das Maximum zu größeren Abständen.

Um die als erste Abschätzung ermittelten Werte aus Bild 4.43 zu überprüfen, wurden Versuche mit monodispersen Partikelproben gleicher Massekonzentration durchgeführt. Dazu wurden monodisperse Partikelproben verschiedener Konzentration durch undurchsichtige Scheibchen aus Aluminium auf Quarzglassubstraten nachgebildet (siehe Bild 4.44). Die Durchmesser liegen zwischen 20 und 100 μm und die Partikelanzahl wurde für drei Massekonzentrationen K1-K3 bestimmt. Dabei ist $K2=2K1$ und $K3=3K1$. Die Partikelscheibchen wurden willkürlich in einem Messfeld der Größe 0,5 mm x 2 mm verteilt. Unter der Annahme, dass sich das Probenvolumen 1 mm nach oben ausdehnt und eine Suspension aus Wasser und Teststaub vorliegt, ergibt sich für K1 eine Massekonzentration von ca. 2800 mg/l.

Für die Konzentration K3 wurde das Signal in einem Detektionsgebiet mit den Abmessungen von ca. $(350 \times 13) \mu\text{m}^2$ (also ca. $7p \times p/4$) aufgenommen. Die Gitterperiode liegt bei $p=50 \mu\text{m}$ und die Partikelgrößen wurden so gewählt, dass sich $g^*=0,2, 0,5$ und 1 ergibt. Die Partikelproben wurden über eine Messlänge von 2 mm mit einer Schrittweite von 5 μm in axialen Abständen von $z/z_T=0,66, 1, 1,5$ und 2 an der Kamera vorbeibewegt. Über eine Länge von 1 mm wurde der Mittelwert ermittelt und mit dem Dunkelsignal normiert. Bild 4.45 zeigt die so ermittelten Messwerte. Bei der Ermittlung der theoretischen Kurven, die ebenfalls in diesem Diagramm dargestellt sind, wurde berücksichtigt, dass es bei der realen Messung zu einem Störsignal $I_{\text{Stör}}$ kommt, das das rein theoretische Dunkelsignal übersteigt. Dieses wird durch das Rauschen des Detektors und durch Störlicht

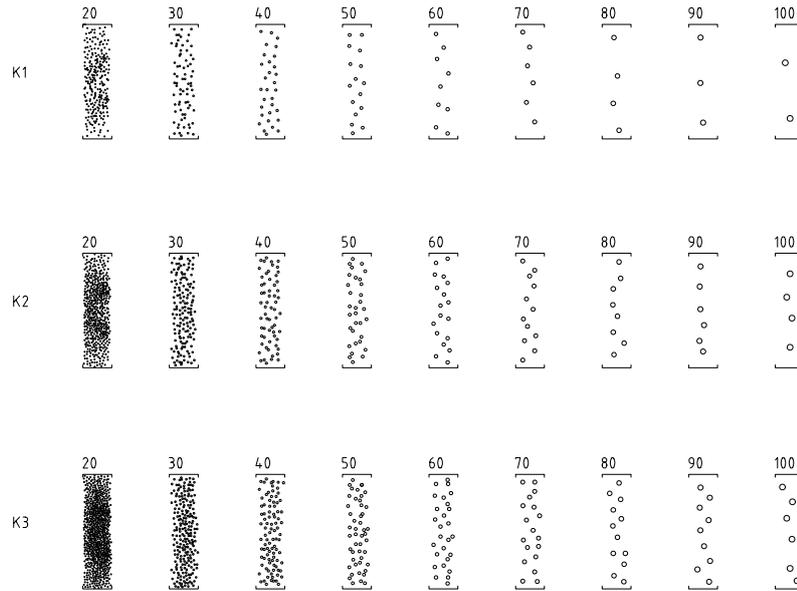


Bild 4.44.: Monodisperse Partikelproben in den Konzentrationen K1-K3.

hervorgehoben:

$$I = \frac{I_{\text{Partikel}} + I_{\text{Stör}}}{I_d + I_{\text{Stör}}}. \quad (4.84)$$

$I_{\text{Stör}}$ wurde so angepasst, dass die theoretischen Kurven im Bereich der gemessenen Werte liegen. Für $z/z_T=2$ und 1,5 stimmen die Messwerte sehr gut mit den theoretischen Kurvenverläufen überein. Für $z/z_T=1$ und 0,66 erkennt man größere Abweichungen in den gemessenen Werten, aber auch hier stimmt der tendenzielle Kurvenverlauf. Je kleiner z/z_T ist, desto höher ist das Signal. Auch die Verschiebung des Maximums zu größeren Werten von g^* bei größer werdendem Abstand ist zu erkennen. Da die theoretischen Kurven lediglich auf normierten Einpartikelkurven beruhen, stellen sie nur eine grobe Abschätzung dar und die Übereinstimmung kann als gut eingeschätzt werden. Aus den Kurven wird deutlich, wie sich die schwachen Signale der kleineren Einzelpartikel zu einem großen Signal addieren, so dass das maximale mittlere Signal je nach axialer Position bei $g^* = 0, 1 \dots 0, 5$ zu erwarten ist. In weiterführenden Arbeiten könnten die Beugungsbilder mehrerer Partikel überlagert werden, um eine bessere Abschätzung der Mittelwerte zu erreichen.

Um den Einfluss der Partikelkonzentration auf den Mittelwert und die Standardabweichung des Signals zu untersuchen, wurden Messungen mit den drei Konzentrationen K1-K3 durchgeführt. Gemessen wurde in einem dunklen Streifen der Selbstabbildung eines 50 μm Rechteckamplitudengitters bei Beleuchtung mit einer ebenen Welle mit 850 nm Wellenlänge. Die Partikelproben wurden in einem Abstand $z/z_T \approx 1$ über eine Messlänge von 1 mm mit einer Schrittweite von 5 μm am Kamerachip vorbeibewegt und ein Bereich von ca. 400 μm x 10 μm

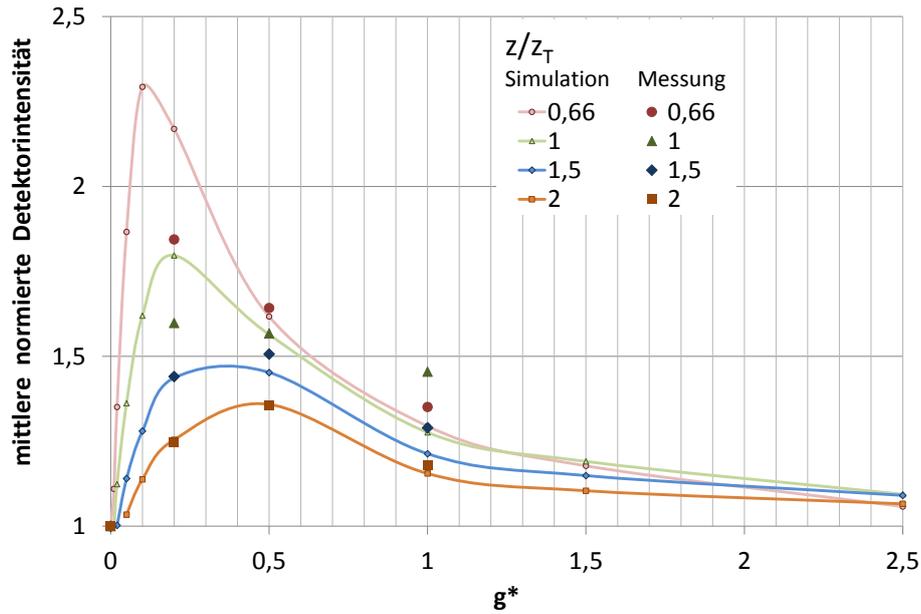


Bild 4.45.: Simulation und Messung des normierten Mittelwertes.

Größe wurde ausgelesen. In Bild 4.46 (a) ist der Mittelwert der Signale aufgetragen, der auf den Mittelwert des Hintergrundsignals normiert wurde. Je höher die Massekonzentration und je kleiner die Partikel sind, desto höher ist auch der Mittelwert. Bild 4.46 (b) zeigt die Standardabweichung des Signals. Insgesamt ist die Standardabweichung mit zunehmender Partikelgröße und zunehmender Massekonzentration höher. Es gibt aber ein lokales Minimum der Standardabweichung bei ca. $g^* = 0,6$. Dieser „Knick“ im Verlauf der Standardabweichung ist vermutlich darin begründet, dass zwei Mechanismen zur Signalfuktuation beitragen. Einererseits fluktuiert die Partikelanzahl im Probenvolumen und andererseits fluktuiert auch das reine Intensitätssignal beim Durchlaufen des Talbotmusters. Um die Standardabweichung als Messgröße zu nutzen, sind noch weitere Untersuchungen notwendig, die an dieser Stelle nicht fortgeführt wurden.

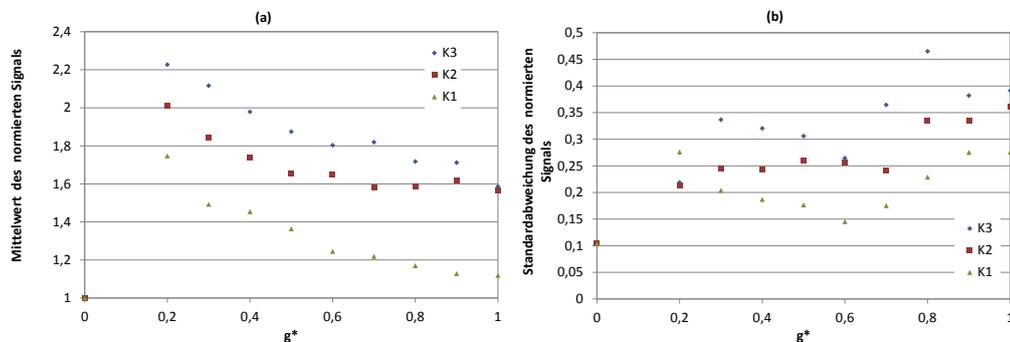


Bild 4.46.: (a) Mittelwert und (b) Standardabweichung.

4.5.3. Einfluss der Detektorgröße

Auch die Detektorgröße hat einen entscheidenden Einfluss auf das Signal. Mit zunehmender Detektorgröße wird das Signal mehr und mehr gemittelt. Bei der Berücksichtigung nur eines Streifens mit geringer Länge verursacht ein Partikel beim Vorbeibewegen einen großen Peak, da nur der Bereich der maximalen Intensität in die Messung eingeht. Durch Vergrößern der Länge des Detektors nimmt die Signalstärke ab, aber die Wahrscheinlichkeit ist höher, dass gleichzeitig mehrere Partikel zum Signal beitragen. Bild 4.47 zeigt die theoretischen $I(z)$ -Kurven für ein Partikel auf der optischen Achse für eine Detektorlänge von p und eine Detektorlänge von $5p$ im Vergleich. Die Kurvenverläufe sind ähnlich, aber bei einer Länge von p ist die Amplitude sehr viel größer.

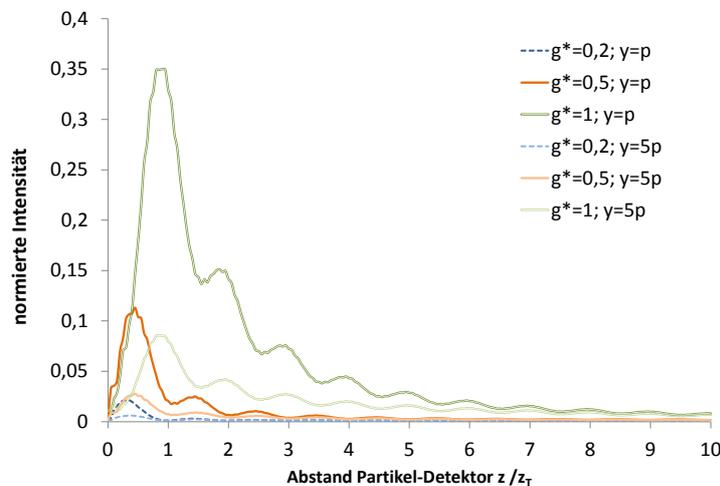


Bild 4.47.: Signal für Detektorlängen von p und $5p$.

Weitet man den Detektionsbereich auf mehrere Streifen aus, so erfahren die Streifen bei senkrechter Bewegung der Partikel nacheinander das zum Vorgänger um eine Periode verschobene Signal, so dass sich auch hier eine Mittelung ergibt. Bild 4.48 (a) zeigt die theoretischen Signale für $g^*=0,5$ bei einem Abstand $z = z_T/2$ für die Talbot- und die Transmissionsmessung im Vergleich, in (b) ist das Signal der Transmissionsmessung vergrößert dargestellt. Das Talbotsignal ist auf das Dunkelsignal normiert, das Transmissionsignal auf das Hellsignal. Gegenübergestellt sind Detektorbreiten von $0,45p$ (1 Streifen) und $12,44p$ (13 Streifen) bei einer Detektorlänge von $5p$. Bei einem größeren Detektor ist das Hintergrundsignal höher, dafür hält sich aber das Teilchen länger in der Detektionsebene auf. Untersuchungen haben gezeigt, dass der Mittelwert des Signals relativ konstant bleibt, während die Standardabweichung abnimmt. Bild 4.49 (a) zeigt ein Talbotsignal bei verschiedenen Streifenanzahlen und (b) die korrespondierenden Mittelwerte und Standardabweichungen. Die Standardabweichung nimmt ab, da durch den größeren Detektionsbereich das Signal gemittelt wird. Da auch die

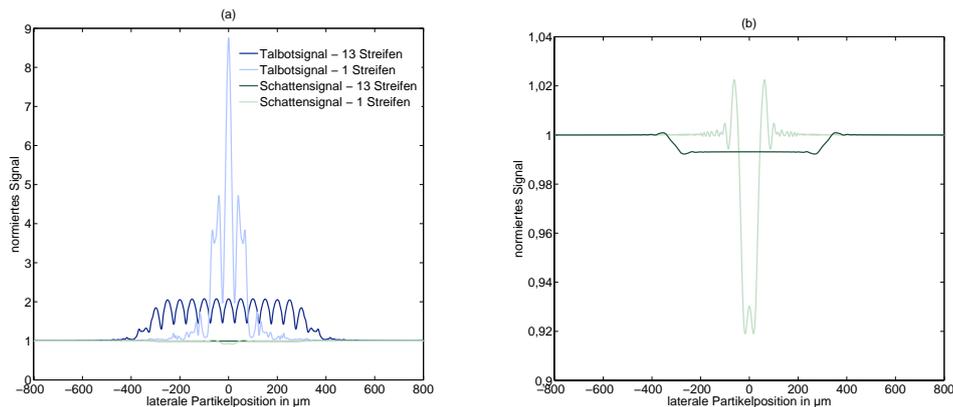


Bild 4.48.: (a) Vergleich des Talbot- und des Transmissionssignals beim Auslesen verschiedener Streifenanzahlen. (b) Bereich des Transmissionssignals vergrößert.

Standardabweichung des Hintergrundsignals abnimmt, erhöht sich auf diese Weise das SNR. Hier kann man einen Bezug zur Abnahme der Standardabweichung bei der n -maligen Wiederholung von Messungen herstellen, bei der bei laufender Mittelwertbildung sich das ursprüngliche SNR um den Faktor \sqrt{n} verbessert [41].

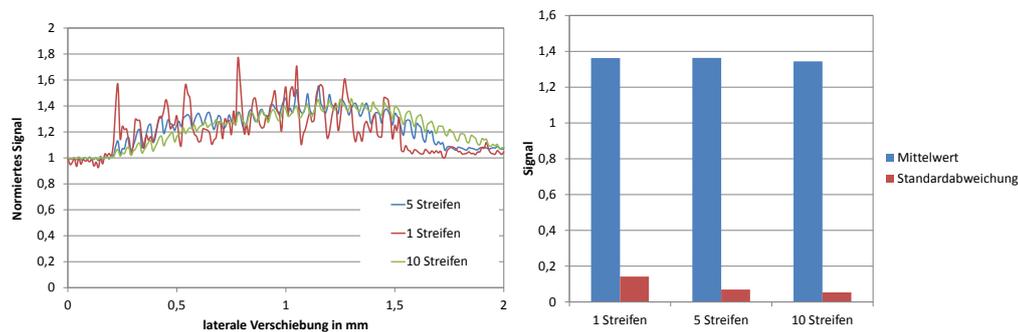


Bild 4.49.: Einfluss der Streifenanzahl auf Mittelwert und Standardabweichung.

4.5.4. Einschätzung der Ergebnisse

Die Ausführungen haben gezeigt, dass mittels Talbotinterferometrie eine Partikelanalyse möglich ist und mit welchen Parametern die Messung beeinflusst werden kann. Diese sind:

- g^* , das durch Variation der Gitterperiode verändert wird,
- der Partikel-Detektor-Abstand,
- die Detektorgröße (sowohl die Länge der Streifen als auch die Streifenanzahl) und

- die Wellenlänge, die zum Verschieben des Talbotabstandes führt.

Um abzuschätzen bis zu welchem g^* noch eine Messbarkeit zu erwarten ist, wird aus den Messwerten der Aluminiumpartikelproben das Signal-Rausch-Verhältnis bestimmt. Bild 4.50 zeigt die SNR-Werte, die aus den Messwerten ermittelt wurden. Für diese Partikelkonzentration liegen sie alle über 3. Zum Vergleich sind die theoretischen SNR-Kurven eingetragen, die auf den Daten aus Bild 4.45 beruhen, auch hier gilt für die theoretischen Kurven, dass es sich um eine grobe Abschätzung handelt. Man kann auch für ein gegebenes g^* den Abstand ermitteln, der zu besten SNR führt. Für $g^*=1$ ist es z_T und für $g^*=0,5$ ist es $0,7z_T$. Da keine Versuche mit Partikeln kleiner als $20\ \mu\text{m}$ gemacht wurden, kann man nur anhand der theoretischen Kurven abschätzen, wie klein g^* werden darf, damit man noch ein messbares Signal erhält. Für einen Abstand von $0,5z_T$ tragen Partikel mit $g^* = 0,01$ noch zum Signal bei. Bei $p = 50\ \mu\text{m}$ entspricht das $x = 1\ \mu\text{m}$. Bei $z = 0,7z_T$ sind es Partikel ab $2,5\ \mu\text{m}$, bei $z = z_T$ sind es Partikel ab $5\ \mu\text{m}$. Bei diesen minimalen Partikelgrößen wird die SNR-Schwelle von 3 gerade überschritten.

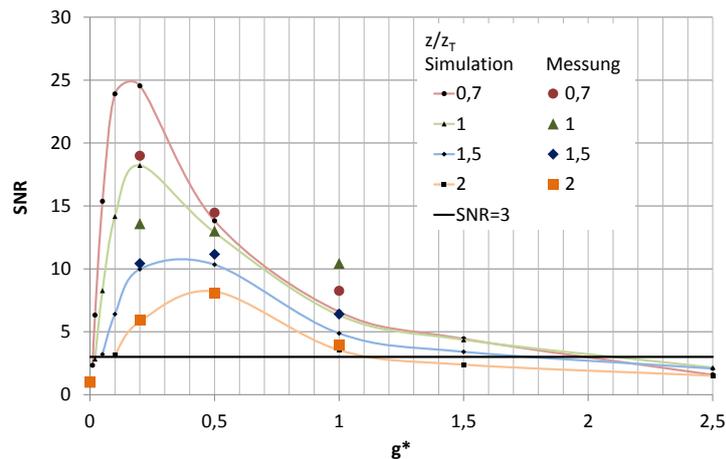


Bild 4.50.: Messung und Simulation des SNR.

Im Rahmen der Einzelpartikelanalyse hat sich gezeigt, dass das Talbotsignal bei günstigen Randbedingungen ein besseres SNR aufweist als das Transmissionssignal. Bei mondispersen Suspensionen ist also auch bei der Messung am Partikelkollektiv ein höheres SNR zu erwarten. Bei polydispersen Suspensionen müsste das System an einen mittleren Partikeldurchmesser angepasst sein. Hier sind noch weiterführende Arbeiten möglich, die sich mit der Auswahl der optimalen Gitterperiode für verschiedene polydisperse Partikelproben beschäftigen.

Bei der Messung an polydispersen Suspensionen hängt es sehr von der Partikelgrößenverteilung, der Konzentration und der Messlänge ab, ob die Talbotinterferometrie geeignet ist. Das SNR für eine Transmissionsmessung ist gegeben

mit

$$SNR = \frac{T_b - T}{\sigma_{bT}} \quad (4.85)$$

T_b ist das mittlere Hintergrundsignal, also 1, und σ_{bT} dessen Standardabweichung. T wird berechnet mit Gleichung 2.47:

$$T = e^{-\Phi_M \frac{6}{\pi \rho_m} \frac{C_{\text{ext}} L}{x^3}} = e^{-\Phi_M \frac{3}{2 \rho_m} \frac{Q_{\text{ext}} L}{x}}. \quad (4.86)$$

Das SNR ist abhängig von der Fluktuation des Hintergrundsignals und dem Term $Q_{\text{ext}} L/x$. Bild 4.51 (a) zeigt beispielhaft SNR(x)-Kurven für verschiedene Messlängen bei einer Standardabweichung von 0,01 und einer Konzentration von 1000 mg/l. Ausgehend vom Maximalwert des volumenbezogenen Extinktionsquerschnitts (vgl. Bild 2.3) bei ca. 3,2 μm nimmt bei ansteigender Partikelgröße das SNR immer weiter ab. Wann die Grenze des SNR von 3 unterschritten wird, hängt von der Messlänge, der Partikelkonzentration und der Standardabweichung des Hintergrundsignals ab. Bei dem dargestellten Beispiel ist dies für eine Messlänge von 0,1 mm bei Partikeln größer als 6 μm der Fall. Bild 4.51 (b) zeigt im Vergleich die SNR-Kurve bei Verwendung des Talbotverfahrens unter Verwendung eines Gitters von 50 μm und einem Abstand von $z_T/2$. Das maximale SNR tritt bei $g^* = 0,1$ auf, also bei Partikeln mit einem Durchmesser von 10 μm . Das SNR-Maximum beim Talbotverfahren liegt also bei größeren Partikeldurchmessern als bei der Transmissionsmessung. Ob das Talbotverfahren nun tatsächlich bessere Ergebnisse liefert als die Transmissionsmessung hängt davon ab, wie groß das SNR wirklich ausfällt, ob also die hell- oder dunkelblaue Kurve aus Bild 4.51 (b) für die Transmissionsmessung vorliegt. Dies liegt an der tatsächlichen Standardabweichung des Hintergrundsignal und an der Messlänge. Hier liegt der Messbereich für den die Talbotinterferometrie interessant ist. Die Talbotinterferometrie am Partikelkollektiv bietet dann Vorteile, wenn ein großer Volumenanteil aus Partikeln besteht, die im Bereich des maximalen SNR liegen und wenn gleichzeitig das SNR von Streu- oder Transmissionsmessung niedriger sind. Also für Partikel ab 10 μm und kurze Messlängen.

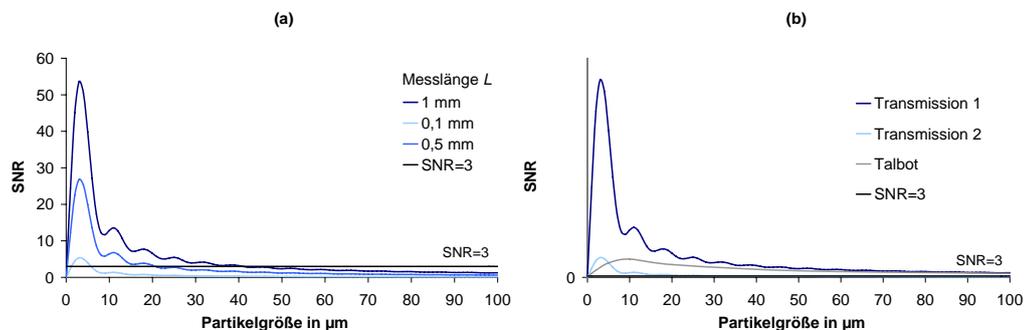


Bild 4.51.: (a) SNR bei der Transmissionsmessung und (b) im Vergleich zur Talbotinterferometrie.

Um die Messungen einer identischen Probe mit Hilfe der Talbotinterferometrie und Transmissionsmessung miteinander vergleichen zu können, wurde eine Probe des Teststaubs nach ISO 12103-A2 (fein) mittels UV-Kleber zwischen zwei Deckgläschen eingeklebt. Gemessen wurde bei 850 nm Wellenlänge und einer Gitterperiode von 50 μm jeweils über das gleiche Messfeld. Bild 4.52 zeigt den Kurvenverlauf. Über die genaue Massekonzentration der Partikel kann keine Aussage gemacht werden. Man kann aber anhand der Transmissionsignale eine mittlere Transmission von $T \approx 0,9$ abschätzen, so dass sich gemäß Gleichung 3.12 mit $\bar{Q}_{\text{ext}} = 1,5$, $x_{32} = 3,3 \mu\text{m}$, $\rho_M = 2,65 \cdot 10^6 \text{ mg/l}$ und einer Messlänge L von ca. 0,2 mm eine Massekonzentration von ca. 2000 mg/l ergibt. Für alle sechs Messungen wurde das SNR ermittelt. Während das SNR bei der Transmissionsmessung im Bereich von 3 liegt, liegen die Werte für die Talbotmessung ca. 8 mal so hoch. In diesem Fall liefert das Talbotverfahren aufgrund der kurzen Messlänge bessere Ergebnisse als die Transmissionsmessung.

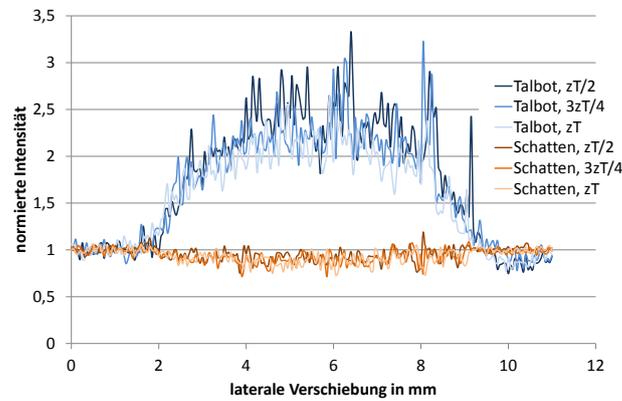


Bild 4.52.: Normiertes Signal für drei verschiedene Abstände in Transmissions- und Talbottechnik.

Tabelle 4.6.: Ermittelte SNR-Werte.

	$z_T/2$	$3z_T/4$	z_T
SNR (Talbot)	27,3	24,2	22,4
SNR (Transmission)	3,5	3,2	2,5

Eine Messung mit eingeklebtem groben Teststaub lieferte für die Transmissionsmessung ein SNR von 0,4 und im Vergleich dazu für die Talbotmessung ein SNR von 20. Die geschätzte Partikelkonzentration ist 800 mg/l, die Messlänge ca. 0,2 mm. Hier ist der SNR der Talbotmessung 50 mal so hoch und der Vorteil gegenüber der Transmissionsmessung ist noch größer als beim feinen Teststaub. Dies liegt an der Verschiebung der Partikelgrößenverteilung zu größeren Partikeln hin.

Zusammenfassend kann man sagen, dass das Talbotverfahren für Partikel oberhalb etwa $10\ \mu\text{m}$ und kurze Messlängen bei Abständen zwischen Partikeln und Detektor unterhalb einer Talbotlänge geeignet ist. In diesem Bereich sind bessere Nachweisgrenzen erreichbar als bei der Transmissionsmessung.

4.6. Zusammenfassung des Kapitels

Um das in Vorwärtsrichtung gestreute Licht vom Anregungslicht zu trennen, wurde der Ansatz der Talbotinterferometrie zur Partikelanalyse untersucht. Die Modellbildung sieht die Annäherung der Streufunktion durch das Beugungsbild vor, um sowohl die Beugung am Gitter als auch die Beugung am Partikel in Kombination auf der Grundlage des Fresnelbeugungsintegrals simulieren zu können. Das resultierende Feld skaliert in Abhängigkeit des Talbotabstandes, der Gitterperiode und dem Verhältnis von Partikelradius zu Gitterperiode und die allgemeine Lösung kann auf reale Größen übertragen werden. Die Bewegung eines Partikels im Probenvolumen wird durch das Verschieben von Matrizen zueinander realisiert, die in einer Matrizenbibliothek abgelegt sind. Durch zahlreiche Versuche mit Einzelpartikeln in Form von Glaskügelchen und Chromscheiben konnte das Modell bestätigt werden.

Das Verfahren ist zur Einzelpartikelanalyse geeignet und die Messungen weisen bei optimalem Partikel-Detektor-Abstand höhere SNR-Werte als die Transmissionsmessung auf. Auch für die Messung am Partikelkollektiv ist die Talbotinterferometrie bei Partikeln oberhalb $10\ \mu\text{m}$ und kurzen Messlängen der Transmissionsmessung überlegen. Während die SNR-Werte bei der Transmissionsmessung bei relativ kleinen Partikeln ihr Maximum haben und dann mit ansteigender Partikelgröße schnell abnehmen, zeigen die SNR-Werte der Talbottechnik ein Maximum bei größeren Partikeldurchmessern. Bei kleinen Messlängen von wenigen hundert μm übersteigen die SNR-Werte der Talbotinterferometrie die korrespondierenden SNR-Wert der Transmissionsmessung. Ein Talbotinterferometer ist also dann dafür geeignet, die Teststäube gemäß der Norm ISO 12103-1 zu charakterisieren, wenn es auf eine sehr kompakte Bauweise des Systems ankommt und die Messlänge folglich sehr gering ist.

5. Optische Systemintegration

Die Integration opto-fluidischer Messaufbauten ermöglicht die Realisierung sehr kompakter und mobiler Messsysteme. In der Literatur sind einige Messsysteme beschrieben, die in der Regel einen miniaturisierten Fluidikchip enthalten. Als Lichtquelle wird aber häufig ein Laser in Kombination mit einer Faser und zur Signalauswertung eine Photomultiplier Tube in Kombination mit einem Lock-in Verstärker verwendet [40, 75–78]. In diesen Fällen ist zwar der Chip sehr klein, aber die Peripheriegeräte verhindern einen mobilen Einsatz. Um diesen zu erreichen ist es vorteilhaft, wenn auch die aktiven optischen Komponenten direkt in das System integriert werden können. Durch diesen Schritt wird allerdings die Vielfalt der einsetzbaren Elemente eingeschränkt, so dass man eventuell ein höheres Detektorrauschen und eingeschränkte Vielzahl der Lichtquelleneigenschaften in Kauf nehmen muss. Demgegenüber steht aber die sehr gute Positioniergenauigkeit durch mikrotechnische Herstellungsverfahren. Ein Sensorsystem, das alle aktiven optischen Komponenten in einer planaren Strahler-Empfänger-Baugruppe enthält, wurde von Müller et al. demonstriert [79, 80]. Eine solche Baugruppe, die auf einem Siliziumchip basiert, enthält monolithisch integrierte Fotodioden und ein in eine Kavität montiertes VCSEL (*vertical cavity surface emitting laser*) als Lichtquelle.

Problematisch bei miniaturisierten Systemen kann die kurze optische Weglänge sein, da dadurch das Signal-Rausch-Verhältnis, wie in Bild 4.51 für die Transmissionsmessung gezeigt wurde, abnimmt und die Nachweisgrenze ansteigt. Die Integration des Kanals zum Flüssigkeitstransport stellt ebenfalls eine Herausforderung dar, insbesondere wenn hohe Anforderungen an die Oberflächenqualität des Kanals gestellt werden.

In diesem Kapitel wird die Integration von Messsystemen auf der Grundlage der planar integrierten Freiraumoptik diskutiert. Ein Testsystem, das auf dem Materialsystem Saphir-Galliumnitrid basiert und diffraktive optische Komponenten aufweist, wird vorgestellt. Dieses System ist noch auf externe Peripheriegeräte angewiesen. Dann wird ein in PMMA integriertes System zur Partikelanalyse demonstriert, das alle aktiven optischen Komponenten in einer Strahler-Empfänger-Baugruppe integriert. Die passiven optischen Elemente sind refraktiv ausgeführt. Schließlich wird die Integrationsmöglichkeit eines Talbotinterferometers einschließlich einzuhaltender Toleranzen und Justagemöglichkeiten diskutiert und ein Vorschlag für ein integriertes System abgeleitet.

5.1. Planar integrierte Freiraumoptik

Eine Möglichkeit der Integration allgemeiner freiraumoptischer Systeme bietet das Konzept der planar integrierten Freiraumoptik, das in den späten 1980er Jahren von J. Jahns [81] vorgeschlagen und demonstriert wurde. Das Falten der optischen Achsen ermöglicht eine monolithische Integration des gesamten optischen Systems [82], wenn die optischen Komponenten an der Oberfläche des optisch transparenten Substrates integriert werden (siehe Bild 5.1).

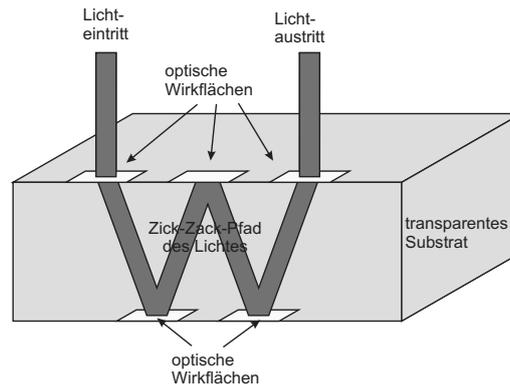


Bild 5.1.: Schema eines planar integrierten freiraumoptischen Systems.

Mikrotechnische Herstellungsverfahren wie Lithografie garantieren eine große Positioniergenauigkeit der Komponenten. Das Licht folgt innerhalb des Substrats einem Zick-Zack-Pfad und interagiert mit den reflektierenden optischen Bauelementen, die diffraktiv oder refraktiv ausgeführt werden können und auf diese Weise z.B. die optische Abbildung realisieren.

In den letzten Jahren wurde das Potential der planar integrierten Optik für eine Vielzahl von Anwendungen gezeigt, wie z.B. optische Koppler [83], Sensoren und Sicherheitssysteme [84, 85]. Um eine sehr gute optische Qualität der integrierten Systeme zu erreichen, wird sowohl die Designfreiheit der diffraktiven optischen Elemente als auch eine angepasstes optisches Systemdesign für die Aberrationskorrektur und Systemtolerierung ausgenutzt [86–88]. Die planar-optische Integration der generalisierten Phasenkontrastmethode mit diffraktiven optischen Komponenten wurde 2002 von Daria et al. gezeigt [85, 89]. Allerdings führt die Ausführung der mikrooptischen Komponenten als diffraktive Bauelemente zu hohen optischen Verlusten durch ihre geringe Beugungseffizienz, so dass nur ca. 4% Transmissionseffizienz erreicht werden konnte. Für realistische Anwendungen, z.B. in der Sicherheits- oder Kommunikationstechnik ist eine erhebliche Steigerung der Effizienz solcher Systeme notwendig. Hier eröffnet die Ultrapräzisionsbearbeitung neue Möglichkeiten der Effizienzsteigerung [90].

Als Substrat eignen sich alle für das verwendete Licht transparente Materialien wie z.B. Glas, Saphir [91] oder Kunststoffe wie PMMA. Die Herstellungstechno-

logien müssen an das Substrat angepasst werden, z.B. mikrotechnische Herstellungsverfahren wie Lithographie und Ätzen für Quarzglas und Mikrofräsen für Kunststoffe. Durch den Einsatz optischer Freiformflächen lässt sich die Anzahl der optisch wirksamen Flächen reduzieren und die Effizienz steigern.

5.2. Saphir-GaN-basiertes planar integriertes freiraumoptisches System

Während der Arbeit wurde ein Testsystem demonstriert [91], das einen Saphirwafer als Substrat verwendet. Diffraktive optische Elemente zur Strahlablenkung und Fokussierung sind als binäre Phasenelemente in einer Galliumnitrid-Schicht (GaN) ausgeführt. GaN ist ein III-V-Halbleiter mit großer direkter Bandlücke. Die anspruchsvolle Herstellung einer solchen Gruppe-III-Nitrid-Heterostruktur erfolgt durch das geordnete Kristallwachstum auf einer Trägerschicht und wird als Heteroepitaxie bezeichnet [92]. Als Trägerschicht eignen sich Saphir (Al_2O_3), Siliziumkarbid (SiC) oder Silizium (Si) mit wenigen Nanometern Aluminiumnitrid (AlN) als Zwischenschicht. Die Herstellung erfolgt mittels MOCVD (*metal organic chemical vapor deposition*, metallorganische chemische Gasphasenabscheidung) oder MBE (*molecular beam epitaxy*, Molekularstrahlepitaxie).

Der Einsatz von Gruppe-III-Nitrid-Heterostrukturen ermöglicht die parallele Integration verschiedener optischer [93], elektrischer [94] und optoelektronischer [95] Funktionalitäten mit einer optimalen Adhäsion biologischer Substanzen [96, 97]. So ist die monolithische Integration optisch relevanter Bauelemente wie LEDs oder Sensoren auf der Waferoberfläche möglich.

Um die Anwendbarkeit des Materialsystems für planar integrierte freiraumoptische Systeme zu evaluieren, wurde ein Testsystem entworfen, gefertigt und getestet. Bild 5.2 (a) zeigt eine schematische Zeichnung des Systems, Tabelle 5.1 enthält die Brechzahlen der verwendeten Medien. Ein HeNe-Laser mit 633 nm Wellenlänge wird über ein binäres Phasengitter in das System eingekoppelt, so dass die beiden ersten Ordnungen durch das System propagieren. Durch die reflektierende Substratunterseite und einen diffraktiven Hohlspiegel an der Substratoberseite wird das Lichtbündel schließlich in die Detektionsebene fokussiert. Bild 5.2 (b) zeigt die Draufsicht mit Gitter, Spiegel und Detektor. Der schwarze Punkt in der Mitte des Detektors stellt den späteren Detektionsbereich dar.

Das Design des diffraktiven Spiegels zur Fokussierung wurde in ZEMAX unter Berücksichtigung des Gesamtsystems durchgeführt. Das Phasenprofil der verwendeten Fläche 'Binary 1' wird gegeben durch:

$$\Phi = A_1x + A_2y + A_3x^2 + A_4xy + A_5y^2 + \dots \quad (5.1)$$

Die Koeffizienten A_3 und A_5 wurden als Variablen gesetzt, die anderen Koeffizienten auf 0. Der Optimierungsprozess mit dem minimalen RMS-Spotradius

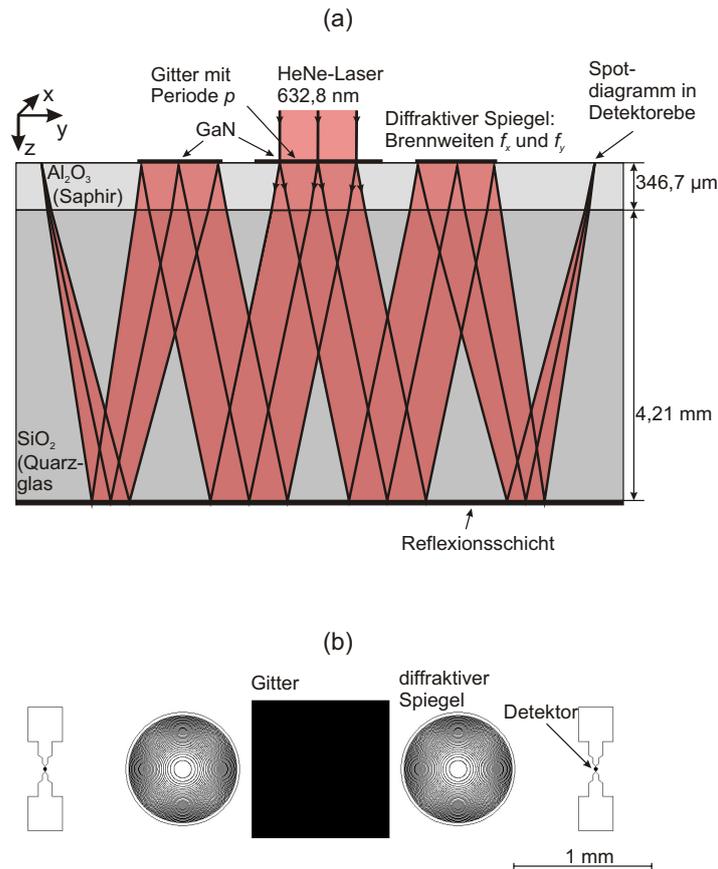


Bild 5.2.: Schema des Saphir-GaN basierten planaren integrierten freiraum optischen Systems

Tabelle 5.1.: Brechzahlen der verwendeten Materialien bei 632,8 nm.

Name	Material	Brechzahl
n_0	Luft	1
n_1	GaN	2,36112
n_2	AlN	2,06775
n_3	Al ₂ O ₃ (Saphir)	1,76596
n_4	SiO ₂ (Quarzglas)	1,45702

als Zielfunktion liefert $A_3 = -787,23$ und $A_5 = -787,23$. Ausgehend von diesen Daten wurden die Ringe der korrespondierenden diffraktiven Linse mittels mod 2π -Operation extrahiert. Die Parameter zeigen, dass die Brennweiten in den beiden Koordinatenachsen x und y unterschiedlich sind, um den systematischen Astigmatismus durch die Faltung der optischen Achse zu vermeiden [98]. Dadurch sind die Ringe nicht zirkular, sondern leicht elliptisch. Der schmalste Ring hat eine Breite von $6,2 \mu\text{m}$ und die Linse kann problemlos mit Standardlithografie

gefertigt werden. Die Linsen weisen Brennweiten in Luft von $f_x = 6,306$ mm und $f_y = 6,380$ mm und Durchmesser von $2a_x = 0,779$ mm und $2a_y = 0,784$ mm auf. Dies resultiert in Öffnungen ($f/\# = f/2a$) von 8,093 und 8,141. Diese Ergebnisse korrespondieren gut mit analytischen Betrachtungen [99].

Die passiven mikrooptischen Komponenten wurden als binäre diffraktive Phasenelemente in eine AlN/GaN Schicht prozessiert. Eine AlN-Nukleationsschicht wird für das epitaktische Wachstum der GaN-Schicht notwendig, die für die Implementierung optoelektronischer Lichtquellen und Detektoren notwendig ist. Wie in Kapitel 4.1.3.1 beschrieben, hängt die Beugungseffizienz eines Phasengitters von der Phasenstufe ab (vgl. Gleichung 4.35), die von der Stufenhöhe und den Brechzahlen abhängt (Gleichung 4.21). Da das System aber mit dem Gitter ein transmittierendes und mit der verspiegelten Linse ein reflektierendes Element enthält, kann nicht für beide Elemente die optimale Stufenhöhe mit einem Ätzschritt hergestellt werden. Es muss ein Kompromiss gefunden werden, um die maximale Systemeffizienz zu erreichen. Bild 5.3 zeigt die von der GaN-Profiltiefe abhängigen Beugungseffizienzen für Transmission, Reflexion und die Kombination aus beiden. In dieser Berechnung wurde die AlN-Schichtdicke auf 10 nm gesetzt. Effizienzen von knapp 16% können für GaN-Schichtdicken von 186,1 nm, 716,6 nm oder 1123,5 nm erreicht werden. Damit erreicht man annähernd den theoretischen Wert von 16,43%, der bei einer maximal möglichen Effizienz von 40,53% für beide Elemente erreicht wird (vgl. Gleichung 4.35). Auch mit nur einem Ätzschritt kann nahezu die optimale Beugungseffizienz erreicht werden.

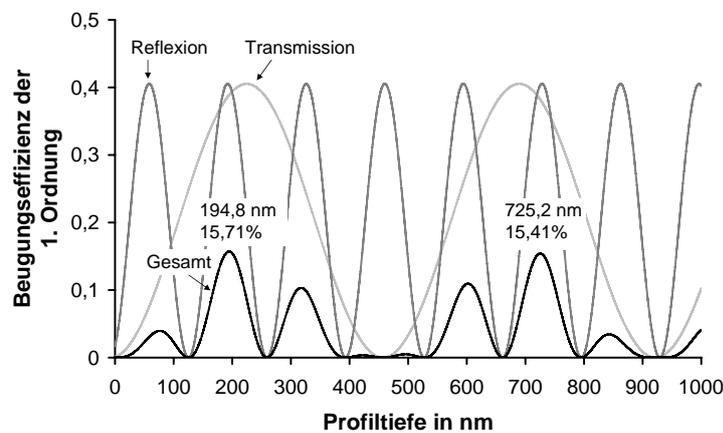


Bild 5.3.: Beugungseffizienzen bei Transmission, Reflexion und Kombination von beidem.

Der Wafer wurde vom FG Nanotechnologie der TU Ilmenau prozessiert [100, 101]. Bild 5.4 (a) zeigt den Versuchsaufbau, mit dem der Waferstapel aus vier Quarzglas- und dem Saphirwafer auf die Fokussiereigenschaften des Gesamtsystems getestet wurde. Bild 5.4 (b) zeigt die Detektionsgebiete bei optimaler Justage des einfallenden Laserbündels. Der Spot befindet sich unter Metallisierung, die

den Ort des Detektors markiert. Bei Dejustage kommt der Spot, wie in Bild 5.4 (b) dargestellt, zum Vorschein.

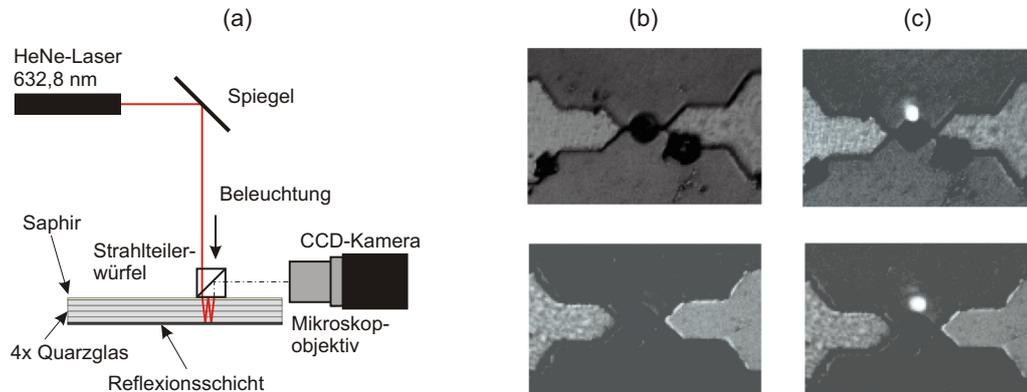


Bild 5.4.: (a) Versuchsaufbau, (b) Detektionsebene bei optimaler Justage und (b) leichter Dejustage.

Die Analyse der aufgenommenen Spots ergab FWHM-Durchmesser (*full width at half maximum*) von $4,1 \mu\text{m}$ in x bzw. $4,6 \mu\text{m}$ in y . Unter Berücksichtigung der Öffnung sind diese Spotgrößen annähernd beugungsbegrenzt.

Ein Vorteil eines solchen durch Mikrotechnik hergestellten Systems ist die gute erreichte Positionsgenauigkeit der Fokuspunkte. Ein Nachteil ist die schlechte Effizienz der binären DOEs. Es können bei diesem System bestehend aus einem binären Phasengitter und einem binären Phasenhohlspiegel schon theoretisch nur knapp 16% des einfallenden Lichtes den Detektor erreichen. Durch die Verwendung mehrstufiger DOEs ist eine Effizienzsteigerung möglich, allerdings erhöht sich dann der technologische Aufwand. Dieses Testsystem ist noch auf den Einsatz großer Peripheriegeräte angewiesen. Gelingt allerdings die direkte Integration GaN-basierter Lichtquellen (LEDs oder Laser) und Detektoren auf dem Wafer, so kann eine maximale Integrationsstufe erreicht werden.

Eine Alternative zur Ausführung von optischen Flächen als diffraktive Elemente ist die Verwendung refraktiver optischer Komponenten. Hier ergeben sich keine Verluste durch Beugung in ungewünschte Ordnungen, allerdings muss auf andere Herstellungsprozesse zurückgegriffen werden.

5.3. Integriertes Messsystem in PMMA zur Streulichtanalyse

Wenn die aktiven optischen Elemente nicht direkt auf dem Substrat integriert werden können, ist eine Lösungsmöglichkeit die Verwendung einer planaren Strahler-Empfänger-Baugruppe [79,80]. Eine solche Baugruppe besteht aus einem planaren Chip auf dem die aktiven optischen Komponenten monolithisch oder durch

Mikromontage integriert sind. In diesem Kapitel wird ein Messsystem entworfen und demonstriert, das die in Kapitel 3.2 erarbeiteten Messmethoden umsetzt. Dies ist zum einen die Messung der Transmission und zum anderen die Messung des Streulichtes. Beide Verfahren versprechen eine Abhängigkeit des Signals von der Massekonzentration Φ_M und dem Kehrwert des Sauterdurchmessers $1/x_{32}$. Zusätzlich zum Mittelwert der Signale ist vorgesehen die Standardabweichung auszuwerten, da eine gemeinsame Darstellungsweise von $\sigma_x(T)$ und $\sigma_\Phi(T)$ in einem Diagramm zur Bestimmung der Massekonzentration und des Sauterdurchmessers herangezogen werden soll. Das Systemdesign folgt dem Konzept der planar integrierten Freiraumoptik. Um eine optimale Integration zu erreichen wird eine planare auf Siliziumtechnologie basierende Strahler-Empfänger-Baugruppe entworfen. Diese enthält ein VCSEL mit einer Wellenlänge von 850 nm als Lichtquelle und monolithisch integrierte Photodioden. Bild 5.5 zeigt den Grobentwurf des Gesamtsystems. Es besteht aus zwei Hauptteilen: der planaren Strahler-Empfänger-Baugruppe und einem PMMA-Modul, das den Kanal und die passiven optischen Bauelemente zur Strahlformung- und ablenkung enthält. Das optische System wird in ein planares transparentes PMMA Substrat durch Ultrapräzisionsfräsen integriert. Das Licht, das das VCSEL verlässt wird durch eine oder mehrere optische Flächen geformt und abgelenkt, so dass es als Strahl durch den Kanal geführt werden kann. Ein Primärlichtdetektor misst dann das durch die Partikelstreuung geschwächte transmittierte Licht. Zwischen Lichtquelle und Primärlichtdetektor werden weitere Photodioden angeordnet, die das Streulicht messen.

Der Feinentwurf der einzelnen Komponenten beinhaltet das Layout der Strahler-Empfänger-Baugruppe in Kombination mit einer Volumenblende aus fotostrukturierbarem Glas zur Vermeidung von Störlicht, den Entwurf des PMMA-Bauteils inklusive Kanal und Schlauchanschlüssen und das Design und die Optimierung der optischen Flächen. Das entworfene Gesamtsystem wird mit ASAP analysiert. Nach Aufbau und Justage erfolgen Messungen mit Partikelkonzentrationen zwi-

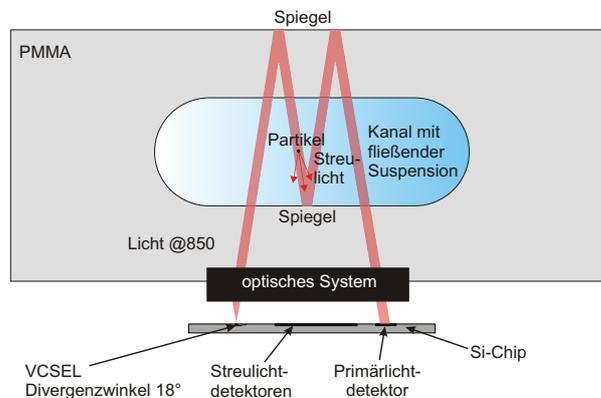


Bild 5.5.: Grobentwurf des Gesamtsystems.

schen 0 und 23 mg/l und die Auswertung und Einschätzung der Ergebnisse.

5.3.1. Strahler-Empfänger-Baugruppe

Die Strahler-Empfänger-Baugruppe beinhaltet als Lichtquelle einen mehrmodigen VCSEL (ULM850-05-TT-C0101C, 1,8 mW) im Dauerstrichbetrieb, der Licht mit 850 nm Wellenlänge unter einem Divergenzwinkel von $18 \pm 6^\circ$ emittiert. Untersuchungen haben gezeigt, dass dieses Licht als Kugelwelle behandelt werden kann [102]. Nach einer Strahlformung und Umlenkung bewegt es sich auf einem Zick-Zack-Pfad durch den Flüssigkeitskanal, um einen Primärdetektor zu erreichen, der das transmittierte Licht misst. Streulichtdetektoren, die das gestreute Licht messen, wurden zwischen Lichtquelle und Primärdetektor angeordnet. Die Streulichtdetektoren sind Ellipsensegmente mit den in Tabelle 5.2 aufgeführten Parametern. Die Detektoren werden PIN-Photodioden ausgeführt, die direkt in das Substrat implementiert sind. Der VCSEL wird in eine Kavität montiert [103]. Die Strahler-Empfänger-Baugruppen wurden vom CiS Forschungsinstitut für Mikrosensorik und Photovoltaik, Erfurt gefertigt. Sie haben eine Größe von (18×12) mm². Auf den Chip ist eine Volumenblende aus dem

Tabelle 5.2.: Größen der Ellipsensegmente.

Hauptachse in mm	Nebenachse in mm
4	3
2,96	2,06
2,87	1,97
1,83	1,03
1,74	0,94

fotostrukturierbaren Glas FS 21 [104] aufgeklebt. Durch Belichten und Ausheizen bilden sich in diesem Glas absorbierende Bereiche aus, die eine braune Farbe aufweisen, während die unbelichteten Bereiche transparent bleiben. Der Bereich über dem VCSEL wurde mit einem Loch versehen, um Verluste durch ungewollte Reflexionen zu vermeiden. Bild 5.6 (a) zeigt ein Foto und (b) eine schematische Zeichnung der Strahler-Empfänger-Baugruppe. Die Stromversorgung erfolgt über eine 9V-Batterie.

5.3.2. Probenkammer

Als Probenkammer dient ein Modul aus PMMA, das einen Kanal mit einer Querschnittsfläche von 170 mm² enthält. Bild 5.7 (a) zeigt das Rohteil der Probenkammer, das aus drei PMMA-Teilen besteht, die durch eine Schraubverbindung miteinander verbunden sind und mittels O-Ringen abgedichtet werden. Über einschraubbare Adapter mit Luer-Anschluss wird die Verbindung zu den Schläuchen

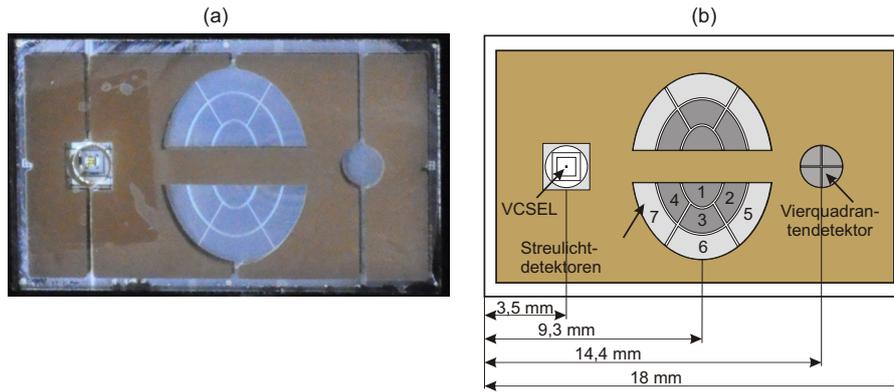


Bild 5.6.: (a) Foto und (b) schematische Zeichnung der Strahler-Empfänger-Baugruppe.

hergestellt. Diese Teile wurde durch Standardfräsen hergestellt. Um eine optische Qualität der Oberflächen zu erreichen wurde das Mittelteil mit einem Loch versehen, durch das die obere Innenseite des Kanals durch Mikrofräsen und Polieren nachbearbeitet wurde. Ein zylindrisches Teil, in das die optische Freiformfläche integriert wird, wird dann, wie in Bild 5.7 (b) dargestellt ist, in das Mittelteil eingeschoben und mittels O-Ring abgedichtet. Zwei Spiegelflächen auf dem Mittelteil und eine auf dem zylindrischen Teil sorgen für den Zick-Zack-Pfad des Lichtes.

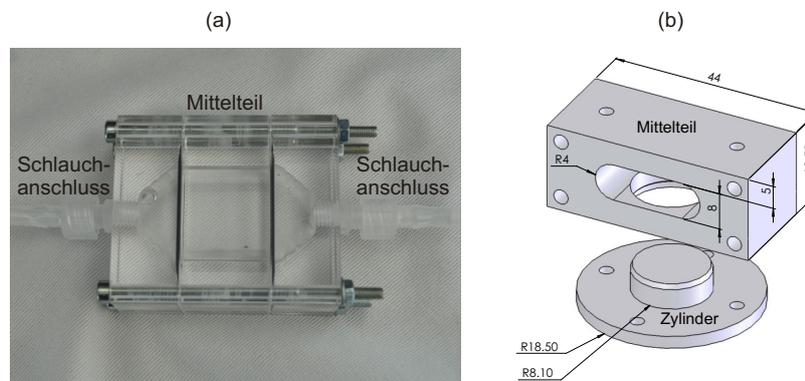


Bild 5.7.: (a) Rohteil der Probenkammer und (b) CAD-Modell des späteren Mittelteils.

5.3.3. Optische Freiformfläche zur Strahlformung

Zur Strahlformung und -ablenkung wird eine Standardlinsenfläche als Kegelschnitt vorgesehen. Die Pfeilhöhe oder z -Koordinate wird gegeben durch

$$z = \frac{c_r r^2}{1 + [1 - (1 + k_r) c_r^2 r^2]^{1/2}} \quad (5.2)$$

Tabelle 5.3.: Parameter der bikonischen Linse.

R_x	0,622 mm
R_y	0,669 mm
k_x	-1,271
k_y	-1,748

c_r ist die Krümmung und berechnet sich aus dem Kehrwert des Radius ($c_r = 1/R_r$). r ist die radiale Koordinate und k_r ist die konische Konstante. Die konische Konstante ist kleiner als -1 für Hyperbeln, genau -1 für Parabeln, zwischen -1 und 0 für Ellipsen und gleich 0 für Kreise. Für eine bikonische Linsenfläche, also eine Linsenfläche mit unterschiedlichen Radien und konischen Konstanten in x und y , ergibt sich für die z -Koordinate

$$z = \frac{c_x x^2 + c_y y^2}{1 + [1 - (1 + k_x)c_x^2 x^2 - (1 + k_y)c_y^2 y^2]^{1/2}}. \quad (5.3)$$

Die Linse wurde in ZEMAX im nichtsequentiellen Modus optimiert, so dass alle Strahlen den Primärdetektor treffen. Die folgenden Parameter wurden als Variablen gesetzt: die Linsenradien, die konischen Konstanten, der Winkel der Verkipfung der Linse um die y -Achse, der Abstand zwischen VCSEL und Linsenscheitel in x und z . Tabelle 5.3 enthält die ermittelten Parameter der Linsenfläche. Das Element ist um $2,372^\circ$ um die y -Achse verkippt und der Abstand zwischen Linsenscheitel und VCSEL beträgt $\Delta x=0,335$ mm und $\Delta z=1,5$ mm. Bild 5.8 (a) zeigt die Parameter. Das Element wurde mit einer Ultrapräzisionsfräsmaschine Kugler Microgantry[®] nano5X von S. Stoebenau gefertigt [105]. Bild 5.8 (b) zeigt ein Foto der fertigen Linsenfläche.

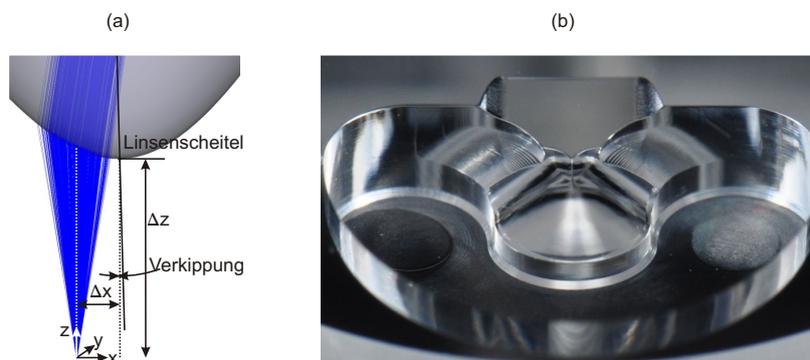


Bild 5.8.: (a) Parameter der bikonischen Linse und (b) Foto des gefertigten Elementes.

5.3.4. Analyse des Gesamtsystems mit ASAP

Bild 5.9 zeigt in (a) die fertig montierte Probenkammer und in (b) eine Skizze des Gesamtsystem mit allen Komponenten.

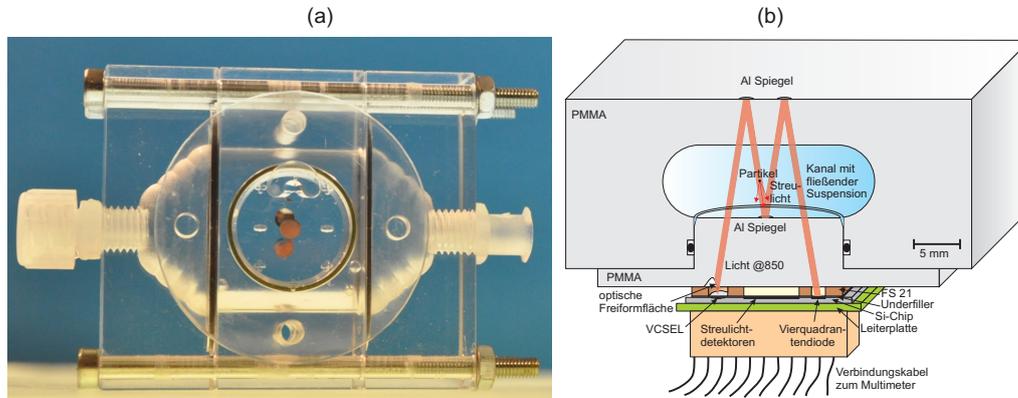


Bild 5.9.: (a) Montierte Probenkammer und (b) Skizze des Gesamtsystems.

Das Gesamtsystem wurde in ASAP modelliert und analysiert. Dabei lag der Hauptfokus auf den Streulichtdetektoren, da ungewolltes Störlicht von den Materialübergängen das an den Partikeln gestreute Licht übersteigen könnte. Die elliptische Detektionsfläche ist in zweimal sieben Segmente unterteilt (siehe Bild 5.6). Die Geometrie wurde definiert, bevor eine detaillierte Analyse des Systems vollständig durchgeführt wurde. Dies ist darin begründet, dass die Strahler-Empfänger-Baugruppe in Kombination mit den FS21-Chips parallel zur Systemanalyse gefertigt wurde. Um spätere Flexibilität zu haben und die Messung in verschiedenen Streuwinkelbereichen realisieren zu können, wurden die verschiedenen Detektorsegmente vorgesehen. Die Suspension wird als Volumenstreuer unter Verwendung der Mie-Theorie gemäß den Betrachtung in Kapitel 3.3.1 modelliert. Wie in Abschnitt 3.3.2 beschrieben wurde, wird für die Simulation der Parameter f benötigt, der aus der Partikelgrößenverteilung abgeleitet wird (vgl. Gleichung 3.30):

$$f = \frac{3 \Phi_M}{2} \frac{1}{\rho} \frac{1}{x_{32}} = F \Phi_M. \quad (5.4)$$

Die Partikelgrößenverteilungsfunktionen q_0 der Teststäube werden gemäß der Werte aus Bild 3.2 als Histogramme definiert. Für die angegebene Dichte von $\rho = 2,65 \cdot 10^6$ mg/l und die Sauterdurchmesser aus Tabelle 3.1 ergeben sich für den Parameter F die in Tabelle 5.4 angegebenen Werte. Die mittleren Streueffizienzen, die von ASAP mit 100001 Integrationspunkten berechnet werden, sind 1,4872 (fein), 1,5199 (mittel) und 1,5241 (grob) und stimmen damit sehr gut mit den berechneten Werten aus Tabelle 3.2 überein. Da sich die Streueffizienzen nur leicht voneinander unterscheiden, hängt μ_s hauptsächlich vom Faktor f ab und dieser ist proportional zum inversen Sauterdurchmesser. Der VCSEL wird

Tabelle 5.4.: Parameter.

	fein	mittel	grob
x_{32} in μm	3,30	4,17	6,97
F in $\text{L}/(\text{mg}\times\text{mm})$	1,569 E-4	1,241 E-4	7,422 E-5

in ASAP durch eine emittierende Scheibe (*emitting disk*) mit $10\ \mu\text{m}$ Durchmesser modelliert, die 10 Millionen Strahlen unter einem halben Öffnungswinkel von 12° emittiert. Um die Fresnelreflexionen der Grenzflächen zu simulieren, kann ein Strahl dreimal in seine spekularen Komponenten geteilt werden (SPLIT=3).

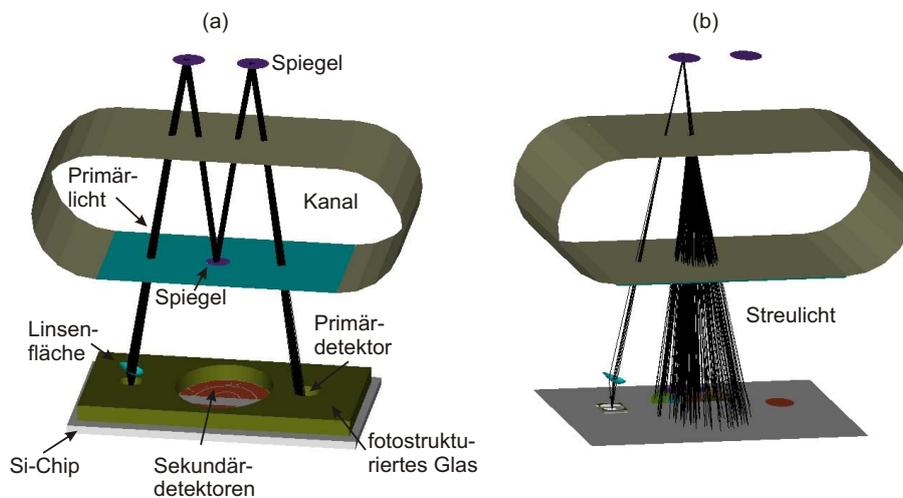


Bild 5.10.: Simulation der Streuung in ASAP.

Bild 5.10 (a) zeigt Teile des ASAP-Modells. Der Übersichtlichkeit halber sind nicht alle Flächen dargestellt. In (b) ist exemplarisch das gestreute Licht dargestellt, das die Streulichtdetektoren erreicht. In einem realen System treten Fresnelreflexionen an den Grenzflächen auf. Daneben können Fehler durch folgende Fehlerquellen auftreten:

- Oberflächenrauheit,
- relative Position der Lichtquelle zur Optik,
- Rotationsfehler und
- Krümmungsfehler der Linse.

Durch eine aktive Justage kann dafür gesorgt werden, dass der Primärstrahl die Spiegelflächen und schließlich auch den Primärdetektor trifft. Der Krümmungsfehler der Linse ist als sehr gering einzuschätzen [102,105]. Somit bleiben die Oberflächenrauheit, die primär durch die Fertigungsspuren verursacht wird, und die

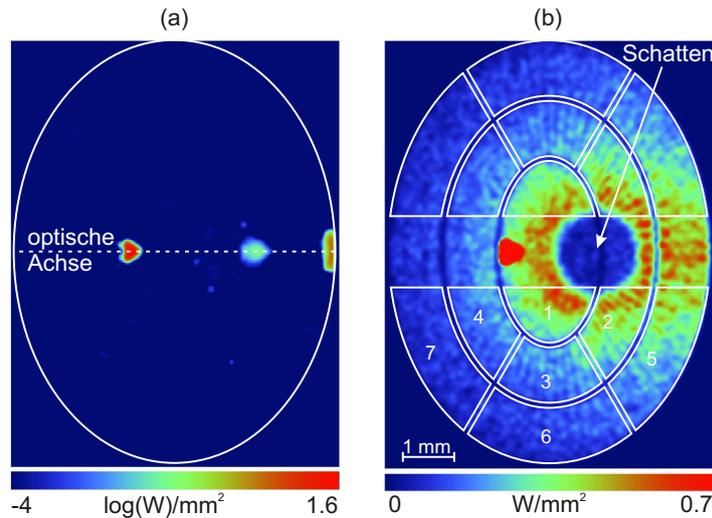


Bild 5.11.: Simulierte Lichtverteilung im Detektionsgebiet für eine Massekonzentration von (a) 0 mg/l und (b) 10 mg/l.

Fresnelreflexionen, die bei der Streulichtanalyse für den größten Anteil an Störlicht sorgen.

Um zunächst das ungewollte von den Grenzflächen reflektierte Licht zu untersuchen, wird die Partikelkonzentration auf 0 gesetzt. Die gesamte elliptische Detektionsfläche wird betrachtet und die entsprechenden FS 21 Gebiete werden im ASAP-Skipt auf transparent gesetzt. Bild 5.11 (a) zeigt die Intensitätsverteilung auf dem Streulichtdetektor in logarithmischer Skalierung. Das Streulicht konzentriert sich auf den Bereich der optischen Achse, das später durch den undurchsichtigen Bereich des FS 21-Chips abgeschirmt wird. Bild 5.11 (b) zeigt die resultierende Intensität in linearer Skalierung bei einer Konzentration von 10 mg/l. Der kreisförmige Schatten des Spiegels ist gut erkennbar. Mit zunehmendem Abstand zum Primärstrahl, also auf den äußeren Detektoren, nimmt die Intensität gemäß der Streufunktionen ab. Durch eine Reihe von Simulationen mit zunehmender Massekonzentration konnte ein linearer Zusammenhang zwischen der Massekonzentration und der Lichtintensität für alle Detektorsegmente bis zu einer Massekonzentration von mindestens 100 mg/l für alle drei Teststäube gefunden werden. Die Detektoren 1,2 und 5 erhalten das meiste Licht. Bild 5.12 zeigt die Intensität relativ zur Eingangsintensität für die Detektoren 1-4 für ein perfektes System ohne Fresnelreflexionen und Fehler bis zu einer Partikelkonzentration von 100 mg/l. Der lineare Zusammenhang und die Abhängigkeit der Steigung vom Kehrwert des Sauterdurchmessers ist gegeben.

Generell kann das unabhängige Auslesen verschiedener Detektorsegmente herangezogen werden, um unterschiedliche Punkte der Amplitudenstreuungsfunktion zu ermitteln. Darauf aufbauend könnten dann Rückschlüsse auf die Partikelgrößenverteilung gezogen werden. In dem betrachteten speziellen Fall sind die Streu-

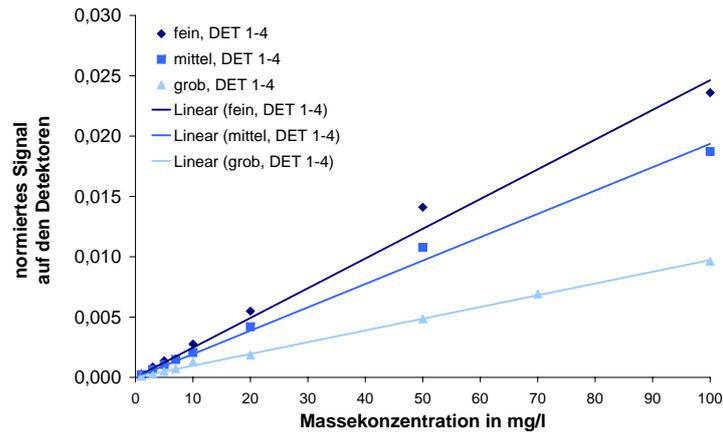


Bild 5.12.: Simulierte Intensitäten auf den Detektoren 1-4 ohne Störeffekte.

funktionen allerdings parallele Kurven, so dass das Auslesen unterschiedlicher Detektorsegmente keine zusätzliche Information bietet. Die Detektoren 1-4 wurden für die weiteren Betrachtungen festgelegt, da sie einen großen Bereich der Streufunktion abdecken.

5.3.5. Messungen

Die planare Strahler-Empfänger-Baugruppe wurde unter Auslesen des Primärlichtdetektors aktiv zur Probenkammer justiert. Zum Auslesen der Signale wird ein Keithley SourceMeter 2400 in Kombination mit einem LabVIEW-Programm verwendet. Die Abtastrate des SourceMeters liegt während der Messungen bei $0,55 \text{ s}^{-1}$. Bild 5.13 zeigt den Laboraufbau und eine Nahaufnahme des Messsystems.

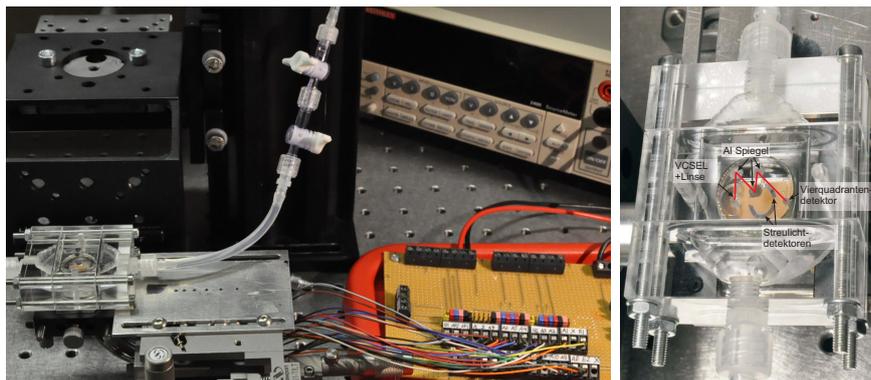


Bild 5.13.: Fotos des integrierten Gesamtsystems.

Für die Messungen wurde ein Glasgefäß mit 4 l Fassungsvermögen ca. 40 cm über dem Messsystem auf einem Magnetrührer platziert. Auf diese Weise fließt die Probenflüssigkeit auf Grund des hydrostatischen Drucks durch die Probenkammer und es wird eine Flussrate von ca. 80 ml/min erreicht. Die Suspension

wird kontinuierlich gerührt, so dass das Sedimentieren des Teststaubs verhindert wird. Es wird mit 4 l purem deionisiertem Wasser begonnen, das eine Massenkonzentration von 0 mg/l repräsentiert. Nach einer Messzeit von 2 Minuten wird die Wassermenge wieder auf 4 l aufgefüllt. Dann werden 4 mg Teststaub hinzugefügt, um eine Massekonzentration von 1 mg/l zu erreichen. Nach weiteren zwei Minuten wird die Wassermenge wieder auf 4 l aufgefüllt und es werden 9 mg Teststaub hinzugefügt, so dass eine Massekonzentration von 3,2 mg/l entsteht. Auf diese Weise werden nacheinander Suspensionen von 0 mg/l, 1 mg/l, 3,2 mg/l, 10,8 mg/l und 22,9 mg/l Massekonzentration hergestellt. Die Streulichtdetektoren 1, 2, 3 und 4 werden simultan ausgelesen, um das Streulicht zu detektieren. Gleichzeitig liefert ein Viertel des Vierquadrantendetektors das Signal des geschwächten transmittierten Lichtes. Der über 200 s gemittelte Wert bei 0 mg/l dient zur Normierung der Signale.

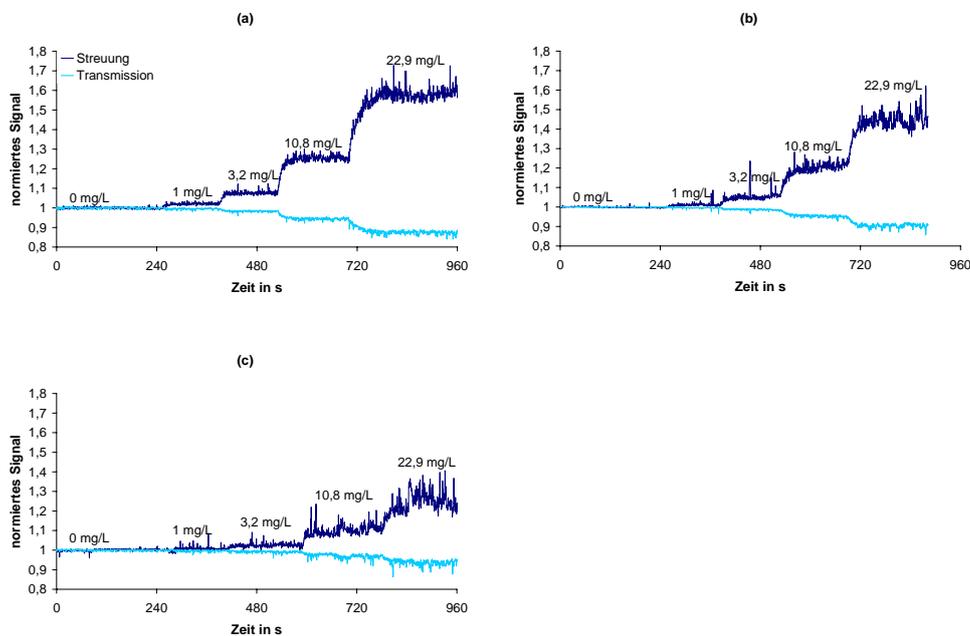


Bild 5.14.: Signalverläufe für den (a) feinen, (b) mittleren und (c) groben Teststaub.

Bild 5.14 zeigt die aufgenommenen Signale für die drei Teststäube. Die hellblauen Kurven zeigen das Transmissionssignal, die dunkelblauen Kurven zeigen das Streulichtsignal. Erwartungsgemäß steigt das Streulicht bei zunehmender Partikelkonzentration und das transmittierte Signal nimmt ab. Für jede Konzentrationsstufe wurden jeweils für 100 s der Mittelwert und die Standardabweichung bestimmt. Bild 5.15 zeigt die gemessenen Mittelwerte des Transmissions- und des Streusignals und jeweils die lineare Trendlinie. Zusätzlich sind die simulierten Werte eingetragen. Da die Simulationen ohne Störquellen durchgeführt wurden, müssen die simulierten Werten noch mit einer Störintensität gewichtet werden.

Für das gestreute Licht wird

$$S = \frac{I_{\text{sim}} + I_{\text{stör1}}}{I_{\text{stör1}}} \quad (5.5)$$

und für das transmittierte Licht wird

$$T = \frac{I_{\text{sim}} - I_{\text{stör2}}}{I_0 - I_{\text{stör2}}} \quad (5.6)$$

festgelegt. Folgende Störfaktoren wurden abgeschätzt. Ein Störsignal von 1,1 % des Primärlichts führt zu einer guten Übereinstimmung des Streusignals. Bei der Transmission macht sich das Störsignal weit weniger bemerkbar. Die Annahme, dass durch die Störungen etwa 10 % des Primärlichtes verloren geht, führt zu einer guten Übereinstimmung. Eine Messung des Streuverhaltens der Spiegel hat gezeigt, dass die Streufunktion von einem idealen Spiegel abweicht und somit störendes Streulicht auftritt. Eine genaue quantitative Analyse in ASAP unter Berücksichtigung der BSDF (*bidirectional scattering distribution function*) kann Gegenstand weiterführender Untersuchungen sein. Zu diesem Zeitpunkt sollen die angenommenen Störsignale reichen.

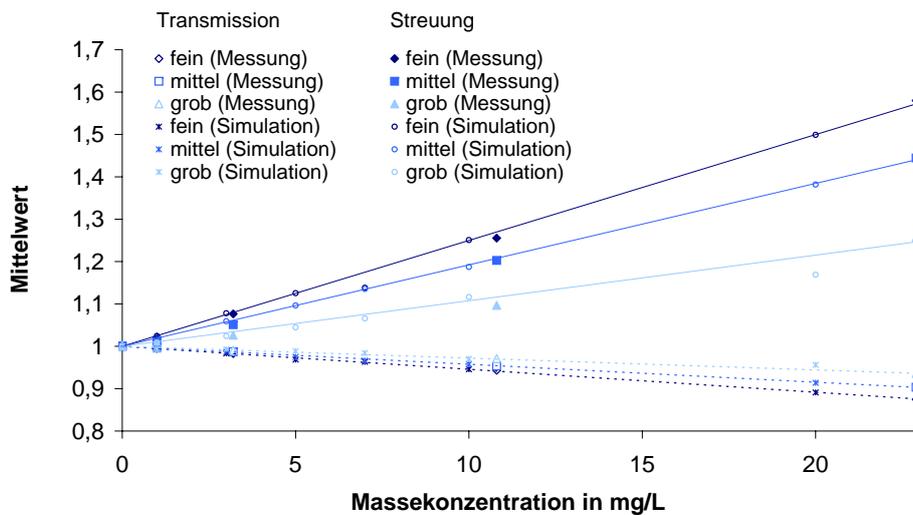


Bild 5.15.: (a) Mittelwerte des Streu- und Transmissionssignals. (b) Standardabweichung des Streusignals.

5.3.6. Auswertung

Auf der Grundlage der gemessenen Kurven erfolgt die Auswertung des Transmissionssignals und des Streusignals. Daraus lassen sich Kurven zur Ermittlung der Massekonzentration und des Sauterdurchmessers ableiten und die Nachweisgrenze bestimmen.

5.3.6.1. Transmissionssignal

In Kapitel 3.2.2 wurde für polydisperse Suspensionen mit dem Sauterdurchmesser x_{32} und der mittleren Extinktionseffizienz \bar{Q}_{ext}

$$-\ln T = \frac{3\bar{Q}_{\text{ext}}L}{2\rho x_{32}}\Phi_M = -\frac{c_T}{x_{32}}\Phi_M \quad (5.7)$$

und als lineare Approximation

$$T = -\frac{3\bar{Q}_{\text{ext}}L}{2\rho x_{32}}\Phi_M + 1 = -\frac{c_T}{x_{32}}\Phi_M + 1 \quad (5.8)$$

ermittelt. c_T wird als Fit-Parameter behandelt. \bar{Q}_{ext} unterscheidet sich zwar leicht für die drei Teststäube, wird aber als gleich betrachtet. Dieser erwartete lineare Zusammenhang zwischen dem transmittiertem Licht und der Massekonzentration konnte durch die durchgeführten Messungen nachgewiesen werden (siehe Bild 5.15). Der ermittelte Wert für c_T aus dem Fitting Prozess ist in Tabelle 5.5 zu finden und beträgt 2E-5 (mm l/mg). Die theoretischen Werte für $c_T = (3\bar{Q}_{\text{ext}}L)/(2\rho_m)$ bei Einsetzen der Werte aus Tabelle 3.2 und einer Messlänge von 32 mm sind (in mm l/mg): 2,69E-05 (fein), 2,75E-05 (mittel) und 2,76E-05(grob).

Die Standardabweichung wird durch Gleichung 3.18 bzw. 3.20 gegeben, so dass sich als allgemeine Form mit dem Fitparameter b_1 ergibt:

$$\sigma_T = b_1\sqrt{\Phi_M}T = a\sqrt{\Phi_M}e^{-\frac{c_T}{x_{32}}\Phi_M} \quad (5.9)$$

Bild 5.16 (a) zeigt die gemessenen Werte für die Standardabweichung des Transmissionssignals. In Matlab wurde mit Hilfe des „curve fitting tools“ die Funktion nach Gleichung 5.9 an die Messwerte des groben und feinen Teststaubes angefitet.

Der theoretische Werte für den Fit-Parameter b_1 folgt aus Gleichung 3.18:

$$b_1 = \sqrt{\frac{3\pi L}{8\rho_m A_{\text{mess}}}} \left[\sqrt{\frac{\int x^4 Q_{\text{ext}}^2 q_0 dx}{\int x^3 q_0 dx}} \right] \quad (5.10)$$

Ein Messstrahlquerschnitt A_{mess} von 2,29E5 μm^2 liefert gute Übereinstimmung und ist auch ein vernünftiger Wert. Problematisch an diesem Ansatz ist, dass die Abhängigkeit nicht wie bei der Transmission von x_{32} und \bar{Q}_{ext} gegeben ist, sondern von dem Ausdruck in eckigen Klammern. So lassen sich die Gleichungen nicht ineinander einsetzen, um wie in Kapitel 3.2.3 beschrieben zwei Kurven für $\sigma(T)$ bei konstanter Konzentration und konstanter Partikelgröße zu erhalten. Daher wird überprüft, ob nicht ein Fit mit der Abhängigkeit von x_{32} und \bar{Q}_{ext} vorgenommen werden kann. Der Parameter b_1 ergibt sich damit aus Gleichung 3.16:

$$b_1 = \sqrt{\frac{3\pi L}{8\rho_m A_{\text{mess}}}} b_2 \sqrt{x_{32}} \bar{Q}_{\text{ext}}. \quad (5.11)$$

Tabelle 5.5.: Experimentell bestimmte Fit-Parameter.

c_T	c_S	$c_{\sigma T}$	$c_{\sigma S}$
in (mm l/mg)	in (mm l/mg)	in $\sqrt{l}/\text{mm}\sqrt{\text{mg}}$	in $\sqrt{l}/\text{mm}\sqrt{\text{mg}}$
2E-5	8,3E-5	1,12	1,35

b_2 wurde als zusätzlicher Parameter eingefügt, dieser ist ungefähr 3 (2,82 fein, 2,63 mittel, 3,11 grob). Bild 5.16 (a) zeigt die Kurven für b_1 nach Gleichung 5.10 unter der Bezeichnung ‚polydispers‘ und nach Gleichung 5.11 unter der Bezeichnung ‚Sauter_Wurzel‘ mit $b_2 = 3$. Die Kurven für den feinen und den groben Teststaub stimmen sehr gut mit den an die Messwerte angefitzten Kurven überein. Für den mittleren Teststaub unterscheiden sie sich jedoch. Trotzdem wird im Folgenden mit der Variante nach Gleichung 5.11 weitergearbeitet, um die Abhängigkeiten in einem gemeinsamen Diagramm darstellen zu könne. Die Standardabweichung ergibt sich somit aus:

$$\sigma_T(\Phi_M, x_{32}) = c_{\sigma T} \sqrt{x_{32}} \sqrt{\Phi_M} T. \quad (5.12)$$

5.3.6.2. Streusignal

Bild 5.15 zeigt die Messwerte, die mit der Störintensität gewichteten simulierten Werte und Ausgleichsgeraden für das gestreute Licht. In dem betrachteten Messregime hängt auch das Streulicht S linear von der Massekonzentration Φ_M und vom Kehrwert des Sauterdurchmessers ab, so dass gilt:

$$S(\Phi_M, x_{32}) = \frac{c_S}{x_{32}} \Phi_M + 1. \quad (5.13)$$

An die gemessenen Werte der Standardabweichung des Streusignals wurde mit dem Matlab Curve-Fitting-Tool die Funktion

$$\sigma_S(\Phi_M, x_{32}) = c_{\sigma S} x_{32} \sqrt{\Phi_M}. \quad (5.14)$$

angepasst. Bild 5.16 (b) zeigt die Messwerte und die ermittelte Kurven. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Die ermittelten Werte für c_S und $c_{\sigma S}$ sind in Tabelle 5.5 aufgeführt.

5.3.6.3. Bestimmung der Massekonzentration und des Sauterdurchmessers

Um aus den Signalen die Massekonzentration und den Sauterdurchmesser zu bestimmen, werden die Gleichungen 5.7 und 5.13 nach Φ_M und x_{32} umgestellt und in Gleichung 5.12 und 5.14 eingesetzt. Man erhält auf diese Weise zwei Gleichungen für σ_T :

$$\sigma_T(T) = \frac{c_{\sigma T}}{\sqrt{c_T}} x_{32} T \sqrt{-\ln T} \quad (5.15)$$

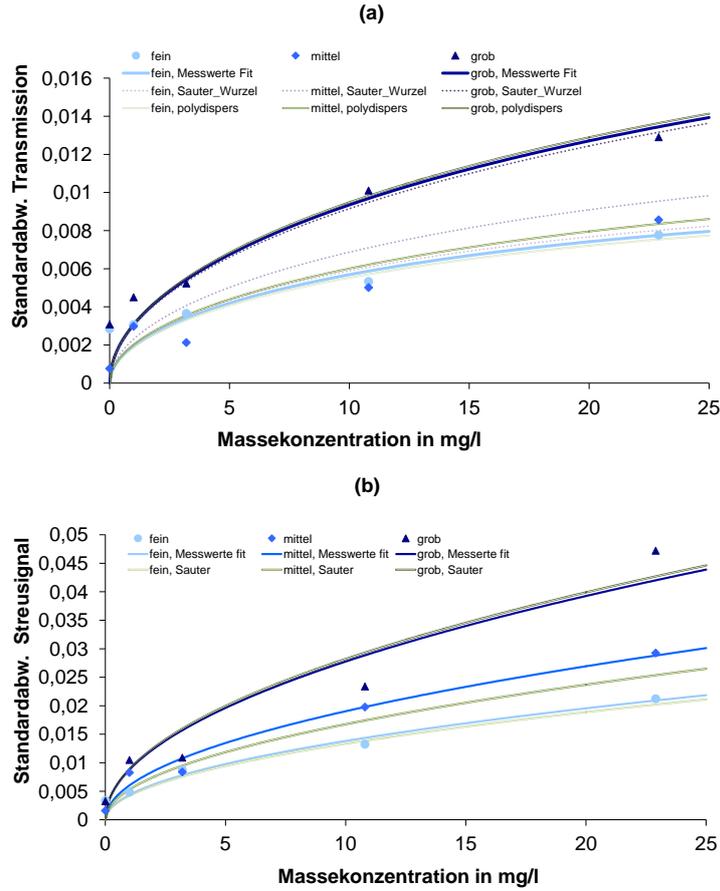


Bild 5.16.: Standardabweichung des (a) Transmissionssignals und (b) des Streusignals.

und

$$\sigma_T(T) = c_{\sigma T} \sqrt{c_T} \Phi_M \frac{T}{\sqrt{-\ln T}}. \quad (5.16)$$

Entsprechend ergeben sich zwei Gleichungen für σ_S :

$$\sigma_S(S) = \frac{c_{\sigma S}}{\sqrt{c_S}} (x_{32})^{\frac{3}{2}} \sqrt{S-1}, \quad (5.17)$$

$$\sigma_S(S) = c_S c_{\sigma S} (\Phi_M)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(S-1)}. \quad (5.18)$$

Die entsprechenden Kurven (Gl. 5.15-5.18) sind in Bild 5.17 (a) in einem $\sigma_T(T)$ für das transmittierte und (b) in einem $\sigma_S(S)$ -Diagramm für das gestreute Licht dargestellt. Die grauen Linien sind Kurven gleicher Massekonzentration und die blauen Linien sind Kurven des gleichen Teststaubs, also des gleichen Sauterdurchmessers. Die Massekonzentration und der Sauterdurchmesser kann dann als Schnittpunkt von Mittelwert und Standardabweichung gefunden werden. Die gemessenen Werte sind jeweils durch zwei Symbole dargestellt: eines für den Teststaub und eines für die Massekonzentration.

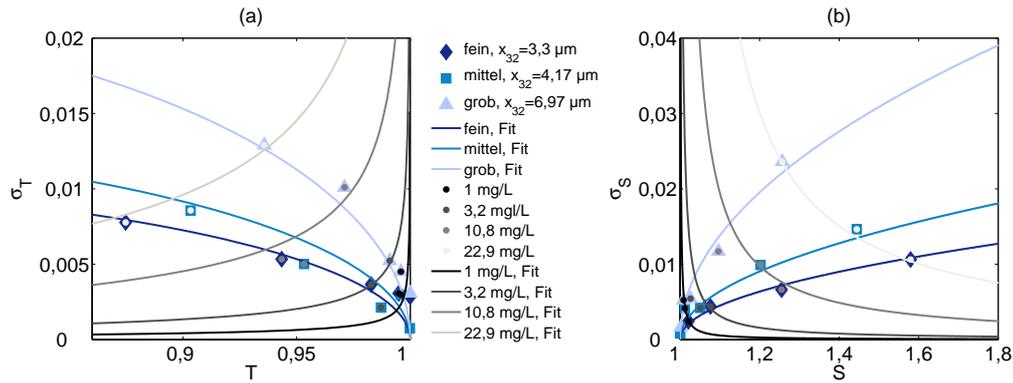


Bild 5.17.: Standardabweichung gegen den Mittelwert aufgetragen. Messwerte und Kurvenfit des (a) Transmissionsignals und des (b) Streusignals.

5.3.6.4. Nachweisgrenze

Um die Nachweisgrenze LOD (*limit of detection*) zu bestimmen, wird angenommen, dass das gemessene Signal S oder T drei Standardabweichungen σ höher sein soll als das Hintergrundsignal S_b :

$$\text{LOD} = S_b + 3\sigma_b. \tag{5.19}$$

Die Hintergrundsignale für das transmittierte Licht T_b und das gestreute Licht S_b entstehen beim Durchfluss mit reinem deionisiertem Wasser. Umstellen der Gleichung führt zum Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) für das transmittierte und das gestreute Licht [106] und es ergibt sich

$$\text{SNR}(T) = \frac{T_b - T}{\sigma_{bT}} \stackrel{!}{\geq} 3 \tag{5.20}$$

für das transmittierte Licht und

$$\text{SNR}(S) = \frac{S - S_b}{\sigma_{bS}} \stackrel{!}{\geq} 3 \tag{5.21}$$

für das gestreute Licht.

Tabelle 5.6.: SNR des Transmissions- und Streusignals für die drei Teststäube bei den verschiedenen Partikelkonzentrationen.

	fein		mittel		grob	
	SNR(T)	SNR(S)	SNR(T)	SNR(S)	SNR(T)	SNR(S)
1 mg/l	1,6	7,7	1,3	4,5	0,9	3,3
3,2 mg/l	5,5	27,9	4,3	18,6	2	9,6
10,8 mg/l	18,4	93,2	15,6	73,9	6,4	35,3
22,9 mg/l	40,8	211,6	32,4	162,2	14,2	93,8

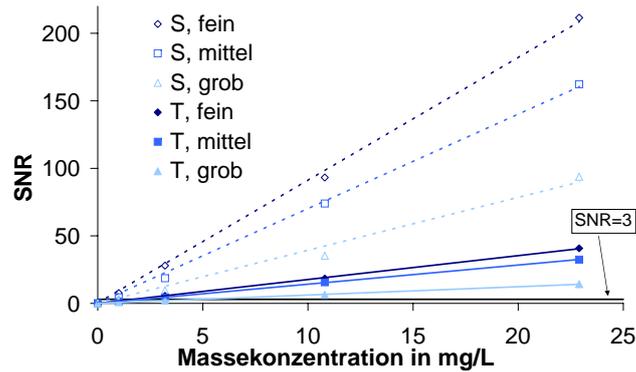


Bild 5.18.: SNR des gestreuten Signals.

In Tabelle 5.6 sind die SNR-Werte für die drei Teststäube und die verschiedenen Konzentrationen aufgelistet und Bild 5.18 zeigt diese grafisch mit angefitzten Geraden, die durch den Ursprung verlaufen. Die Nachweisgrenze ist die Massekonzentration Φ_M , für die sich ein SNR von 3 ergibt. Die Werte, die sich so aus den gefitteten Kurven ergeben, sind in Tabelle 5.7 zusammengestellt. Für das Streulichtsignal liegt die experimentell ermittelte Nachweisgrenze für alle drei Teststäube unter 1 mg/l.

Tabelle 5.7.: Nachweisgrenze der drei Teststäube für das Transmissions- und das Streusignal.

	fein		mittel		grob	
	T	S	T	S	T	S
Φ_M in mg/l	1,70	0,33	2,11	0,43	4,87	0,76

5.3.7. Einschätzung der Ergebnisse

Das hier gezeigte opto-fluidische Mikrosystem misst sowohl das geschwächte transmittierte als auch das gestreute Licht in verschiedenen Winkelbereichen. Damit bietet es zwei verschiedene Messprinzipien an, die für verschiedene Messregime geeignet sind [2], und kann somit flexibel angewendet werden. Eine höhere Stabilität der Messwerte wird erreicht, indem man das transmittierte Licht als Referenz für das gestreute Licht verwendet.

Das System ist planar aufgebaut, alle aktiven optischen Komponenten befinden sich auf einer Ebene, so dass keine Wellenleiter oder Fasern benötigt werden, um das Licht eines größeren Lasers zum integrierten System zu transportieren. Mit dem Streulichtverfahren wurde eine Nachweisgrenze von 1 mg/l für alle drei Teststäube erreicht werden. Sowohl die Massekonzentration als auch der Sauterdurchmesser als Kenngröße der Partikelgrößenverteilung konnten aus den Messwerten ermittelt werden.

5.4. Integration eines Talbotinterferometers zur Partikelanalyse

In Kapitel 4.5.4 wurde gezeigt, dass es Messregime gibt, für die der talbotinterferometrische Ansatz gegenüber der Transmissions- und Streulichtmessung Vorteile bietet. In diesem Unterkapitel wird diskutiert, welche Aspekte beim Design eines integrierten Talbotinterferometers besonders beachtet werden müssen.

Ein Talbotinterferometer bietet den Vorteil, dass das Licht nicht über getrennte optische Wege geführt werden muss, die wieder zur Überlagerung gebracht werden müssen wie bei amplitudenteilenden Interferometern, in deren Gruppe beispielsweise das Miniaturinterferometer der Firma SIOS [107] oder das Wellenleiterinterferometer gehören.

Die planar-optische Integration des Talboteffekts wird in der Literatur beschrieben, wie z.B. ein planar integrierter Talbot-Array-Illuminator [108]. In einem planar-integrierten System kommt es zur schrägen Beleuchtung des Gitters. Auch in diesem Fall bilden sich in periodischen Abständen die Selbstabbildungen aus, was theoretisch und praktisch gezeigt wurde [109].

5.4.1. Entwurf eines Systems

In Anlehnung an das System aus Kapitel 5.3 kann auch ein integriertes Talbotinterferometer die folgenden Komponenten enthalten, die auch in Bild 5.19 dargestellt sind:

- eine planare Strahler-Empfänger-Baugruppe, die ein VCSEL bei 850 nm als Lichtquelle und Fotodioden enthält,
- durch Ultrapräzisionsfräsen hergestellte optische Flächen zur Strahlformung und Strahlablenkung,
- ein PMMA-Bauteil, das den Kanal beinhaltet und
- ein Beugungsgitter zur Formung der Selbstabbildungen.

Die Aufgabe der optischen Flächen ist die Erzeugung einer ebenen Wellenfront, die auf das Beugungsgitter trifft, das dann das dreidimensionale Talbotmuster erzeugt. In einer der entstehenden Selbstabbildungen wird der Detektor positioniert. Das Gesamtsystem darf dabei die ebene Welle nicht deformieren, da sonst die Selbstabbildung gestört wird.

5.4.1.1. Der Talboteffekt bei verschiedenen Wellenformen

Bei perfekter Justage des Systems fällt eine ebene Welle auf das Gitter. Falls aber die erzeugte Wellenfront von einer ebenen Welle abweicht, so ergeben sich Veränderungen in der Selbstabbildung. Zunächst wird nun betrachtet, in welchen Fällen

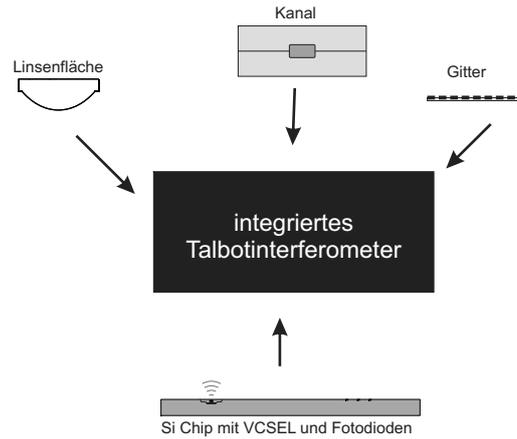


Bild 5.19.: Einzelkomponenten, die zu einem integrierten Talbotinterferometer kombiniert werden.

eine saubere Selbstabbildung entsteht. Patorski [46] gibt eine Übersicht, die vom allgemeinen Fall des gaußschen Strahls ausgehend die Formeln für den Talbotabstand und die laterale Vergrößerung der Selbstabbildung liefert. Die ebene Welle und die Kugelwelle sind dabei Spezialfälle des gaußschen Strahls. Tabelle 5.8 fasst die Formeln zusammen.

Tabelle 5.8.: Phasenbeziehung und Vergrößerung für die verschiedenen Beleuchtungsmoden.

Welle	Phasenbeziehung	laterale Vergrößerung
Gauß	$2m \frac{p^2}{\lambda} = z \frac{R+z}{R} \left(\frac{w}{w_z} \right)^2$	$M = \left(\frac{w_z}{w} \right)^2 \frac{R}{R+z}$
Gauß - Objekt in Strahltaile	$2m \frac{d^2}{\lambda} = z \frac{R_z - z}{R_z}$	$M = \frac{R_z}{R_z - z}$
Kugelwelle	$z = 2m \frac{d^2}{\lambda} \left(\frac{w_z}{w_0} \right)^2$	$M = \left(\frac{w_z}{w_0} \right)^2$
Ebene Welle	$z = \frac{2mp^2 R}{\lambda R - 2mp^2}$	$M = \frac{R+z}{R}$
	$z = 2m \frac{p^2}{\lambda}$	$M = 1$

Dabei ist R_z der gaußsche Strahlradius in der Beobachtungsebene, $2w$ ist der Strahldurchmesser in der Objektebene, $2w_z$ ist der Strahldurchmesser in der Beobachtungsebene, $2w_0$ ist die Strahltaile, z ist der Abstand zwischen periodischem Objekt und Beobachtungsebene. m bezeichnet die relative Talbotebene.

Im Fall einer Kugelwelle mit dem Radius R ergibt sich für die Feldverteilung hinter einem Gitter:

$$U_g(x, z) = \frac{R}{z + R} \sum A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda \frac{R}{R+z} z} e^{2\pi j n \nu \frac{R}{R+z} x}. \quad (5.22)$$

Der Faktor $R/(z + R)$ sorgt für das Abfallen der Amplitude mit zunehmendem Abstand vom Gitter. Zusätzlich erfolgt eine laterale Vergrößerung der Selbstabbildungen. Bild 5.20 zeigt qualitativ die Intensitätsverteilung hinter einem Rechteckamplitudengitter mit $p = 20 \mu\text{m}$ und $\delta=0,5$ bei Beleuchtung mit einer Kugelwelle mit einem Radius von $R=5,5 \text{ mm}$ in Messung und Simulation. Lichtquelle ist ein VCSEL mit einer Wellenlänge von 850 nm . Die axiale Position der m -ten Selbstabbildung berechnet sich mit:

$$z_T = \frac{2mp^2 R}{\lambda R - 2mp^2}. \quad (5.23)$$

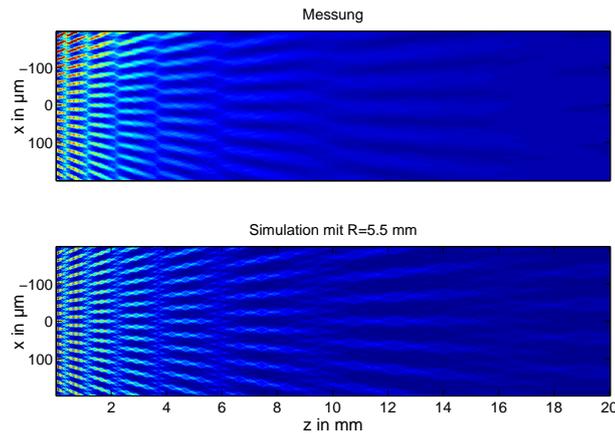


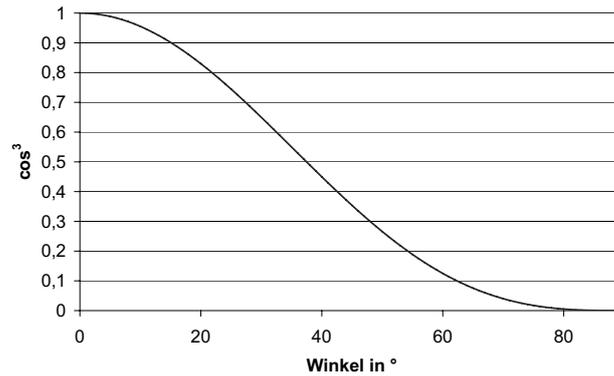
Bild 5.20.: (a) Simulation und (b) Messung eines Talbotteppichs. Rechteckamplitudengitter mit $p = 20 \mu\text{m}$ und $\delta=0,5$. $R=5,5 \text{ mm}$.

Bei schräger Beleuchtung unter dem Winkel α verkürzt sich die Talbotdistanz und wird gegeben durch [109]:

$$z_T = m \frac{2p^2}{\lambda} \cos^3 \alpha. \quad (5.24)$$

Der Talbotabstand verkürzt sich also mit $\cos^3 \alpha$, dessen Verlauf in Bild 5.21 dargestellt ist. Außerdem verschieben sich die Streifen mit der optischen Achse.

Im Wesentlichen sind eine verkippte ebene Wellen oder eine Kugelwelle tolerierbar, da trotzdem saubere Selbstabbildungen entstehen. Allerdings müssen die axiale Verschiebung, die laterale Verschiebung und die laterale Vergrößerung der Selbstabbildung berücksichtigt werden.

Bild 5.21.: Verlauf von $\cos^3 \alpha$.

5.4.1.2. Strahlformung

Bild 5.22 zeigt zwei Varianten, wie das Licht durch ein integriertes planares Talbotinterferometer geführt werden könnte. Im ersten Fall wird es durch eine Linsenfläche kollimiert und dann durch zwei Prismenflächen durch Totalreflexion abgelenkt. Im zweiten Fall übernimmt eine einzelne optische Fläche sowohl Kollimierung als auch Strahlableitung.

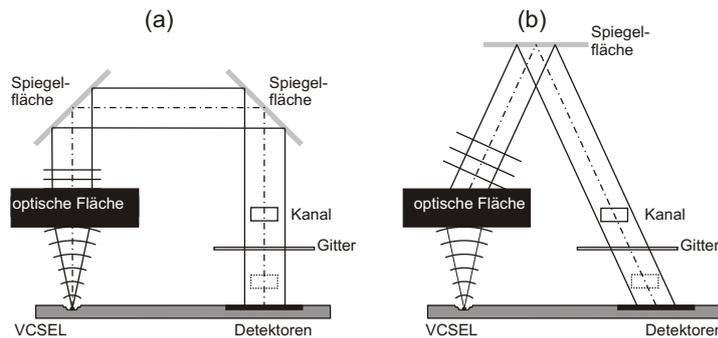


Bild 5.22.: (a) und (b) zeigt zwei Varianten eines integrierten Talbotsystems.

Für das System aus Bild 5.22 (a) wird zur Strahlformung eine Standardlinsenfläche als Kegelschnitt vorgesehen. Die Pfeilhöhe oder z -Koordinate wird, wie in Kapitel 5.3.3 beschrieben, gegeben durch

$$z = \frac{cr^2}{1 + [1 - (1 + k)c^2r^2]^{1/2}}. \quad (5.25)$$

Bei Betrachtung einer idealen Punktlichtquelle kann rückwärts optimiert werden, d.h. man versucht paralleles Licht, das rückwärts durch das System propagiert ideal in die Ebene des VCSELs zu fokussieren. Für eine Wellenlänge von 850 nm und eine Brechzahl von $n=1,485$ für PMMA ergibt sich eine konische Konstante von $k=-2,205$ und Bild 5.23 zeigt die entsprechenden Linsenradien für verschiedene Abstände von Lichtquelle und Linsenscheitel. Eine solche Linse kann dann

in Kombination mit zwei Prismenflächen zur Strahlableitung unter Ausnutzung der Totalreflexion verwendet werden.

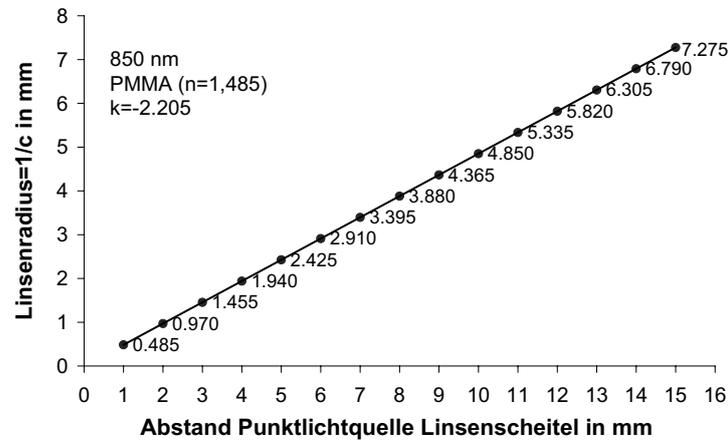


Bild 5.23.: Linsenradien in Abhängigkeit des Abstandes

Um zu ermitteln, ob ein System nach Bild 5.22 (b), bei dem eine einzelne optische Fläche das einfallende Licht kollimiert und ablenkt, möglich ist, wurden in ZEMAX im nichtsequentielle Modus eine bikonische Linsenfläche nach Gleichung 5.3 optimiert. Dabei dient der „RMS angular radius“ als Zielfunktion einer Orthogonal-Descent-Optimierung, um so die bestmögliche Kollimierung zu erhalten. Die ermittelten Linsenparameter sind: $R_x = 2,412$ mm, $R_y = 2,487$ mm, $k_x = -2,022$ und $k_y = -2,059$. Der Linsenscheitel ist zur Position der Lichtquelle um $\Delta x = -1,025$ mm, $\Delta y = 0$ mm und $\Delta z = 5,053$ mm verschoben und $-8,897^\circ$ um die y -Achse verkippt. Bild 5.24 zeigt das Layout, die Phasen- und die Intensitätsverteilung in der Detektionsebene. Anhand der Phasenverteilung kann man erkennen, dass die Welle verkippt ist. Allerdings verlaufen die Linien gleicher Phase nicht perfekt geradlinig, so dass die erzeugte Welle nicht perfekt eben ist.

Die Linsenfläche wurde mittels Ultrapräzisionsfräsen von S. Stoebenau mit sehr guter Formtreue und Oberflächenrauheit gefertigt [102, 105]. Die axialen Positionen der Selbstabbildungen stimmen gut mit den theoretischen Werten bei einer schrägen Beleuchtung von 15° gemäß Gleichung 5.24 überein. Bild 5.25 (a) zeigt die Selbstabbildung bei $1,5z_T$. Die erhöhte Intensität zum Rand hin ist durch die Abstrahlcharakteristik des VCSELS begründet. Man erkennt, dass die Selbstabbildung nicht über den gesamten Bereich sauber ist. Betrachtet man allerdings den mittigen Bereich (Bild 5.25 (b)-(d)), so ist der Kontrast gut, allerdings verlaufen nicht alle Streifen parallel zueinander. Daher wird angestrebt, die Strahlformung und -ablenkung wie in Bild 5.22 (a) mit getrennten Bauelementen zu realisieren.

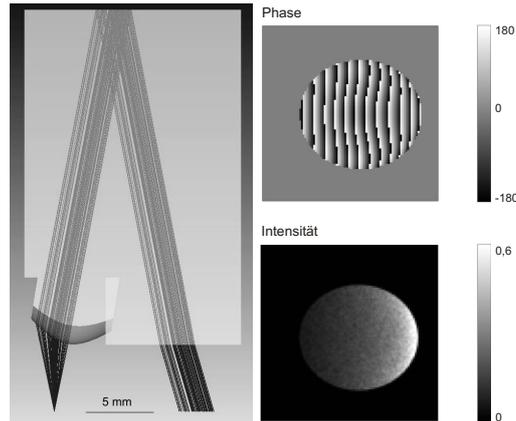


Bild 5.24.: ZEMAX Layout sowie die Phasen- und Intensitätsverteilung in der Detektionsebene.

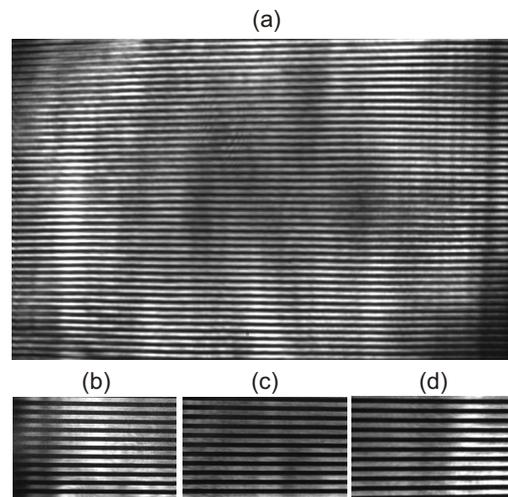


Bild 5.25.: Selbstabbildungen an den Positionen (a) $1,5z_T$ und Ausschnitte bei (b) $0,5z_T$ (c) $1z_T$ und (d) $1,5z_T$.

5.4.1.3. Toleranz des axialen Position der Selbstabbildung

Als nächstes wird nun untersucht, welche Verschiebung der axialen Position der Selbstabbildung bei einem Messsystem zur Partikelanalyse toleriert werden kann. Eine ideale Selbstabbildung entsteht an den axialen Positionen $mz_T/2$. An diesen Stellen weist die Selbstabbildung den maximalen Kontrast auf, der dann symmetrisch zu dieser Position abnimmt. In Bild 5.26 (a) ist ein allgemeiner Talbotteppich eines Rechteckamplitudengitters mit $\delta = 0,5$ bei Beleuchtung mit einer ebenen Welle dargestellt. Bild 5.26 (b) zeigt einen Ausschnitt des Talbotteppichs mit einer Breite von $p/4$ über den gleichen z -Bereich. In Bild 5.26 (c) ist das Gebiet um $z_T/2$ herum dargestellt. Aus dem dargestellten Parameter b berechnet sich das entsprechende z mit $z = z_T/2 + bz_T/2$. Die Intensitätswerte einer z -Position werden aufsummiert und durch das Signal eines hellen Streifens gleicher

Breite geteilt. Ein Wert von 0,01 entspricht also 1% eines Gebietes, das mit der Intensität von 1 beleuchtet wird. Die entsprechende Kurve ist in Bild 5.26 (d) zu sehen. Legt man beispielsweise diese 1% als maximalen Wert fest, so kann die entsprechende Tiefentoleranz in Bild 5.26 (d) mit $b = \pm 0,02$ abgelesen werden. Für die Anwendung wird dann entsprechend $z_T/2 = p^2/\lambda$ der Wert für $z_T/2$ ermittelt und mit $0,02 \cdot z_T/2$ die Tiefentoleranz ermittelt. In Tabelle 5.9 sind die

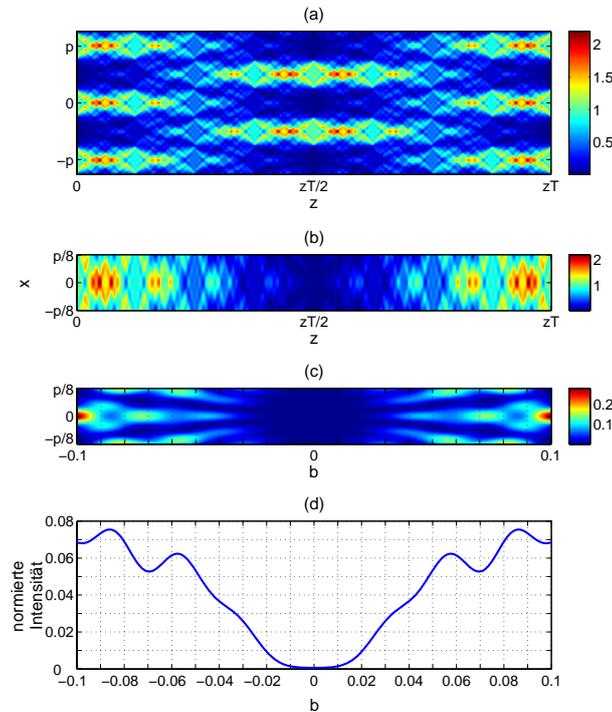


Bild 5.26.: (a) Talbotteppich, (b) und (c) Ausschnitte des Talbotteppichs und (d) Verlauf der normierten Intensität.

halben Talbotlängen und Tiefentoleranzen für verschiedene Gitterperioden bei einer Wellenlänge von 850 nm aufgelistet. Diese Tiefentoleranz bezieht sich allerdings nur auf den Kontrast zwischen hellem und dunklem Streifen. Wie sich aber das durch ein Partikel verursachte Signal im axial dejustierten Detektorstreifen verhält, wird nun betrachtet.

Zu diesem Zweck wurden die $I(z)$ -Kurven (vgl. Bild 4.34) für verschiedene Detektorpositionen zwischen $0,7 \dots 1,3z_T/2$ ermittelt. Bild 5.27 (a) zeigt die Kurven für $y = 5p$ und (b) für $y = 1p$ bei Verwendung eines $50 \mu\text{m}$ Gitters und eines $100 \mu\text{m}$ Scheibchens. Als Gerade sind jeweils die theoretischen Dunkelsignale eingezeichnet. In der Talbotebene ist das Dunkelsignal am schwächsten und mit zunehmendem Abstand nimmt es symmetrisch in beide Richtungen zu. Allerdings nimmt auch das Nutzsignal in vielen der Fälle zu. Insgesamt wurde festgestellt, dass eine Dejustage um $0,1z_T/2$ in beide Richtungen ausreichend gute Signale liefert. Fällt die Dejustage höher aus, unterscheiden sich die positive und negati-

Tabelle 5.9.: Tiefentoleranzen für verschiedene Gitterperioden bei $b = 0,01$.

p in μm	$z_T/2$ in μm	Tiefentoleranz in μm
10	117,6	$\pm 2,4$
20	470,6	$\pm 9,4$
30	1058,8	$\pm 21,2$
40	1882,4	$\pm 37,6$
50	2941,2	$\pm 58,8$
60	4235,3	$\pm 84,7$
70	5764,7	$\pm 115,3$
80	7529,4	$\pm 150,6$
90	9529,4	$\pm 190,6$
100	11764,7	$\pm 235,3$

ve Richtung stärker, so dass bei Dejustage in positive Richtung noch ausreichend gute Signale entstehen, bei Dejustage in negative Richtung allerdings nicht.

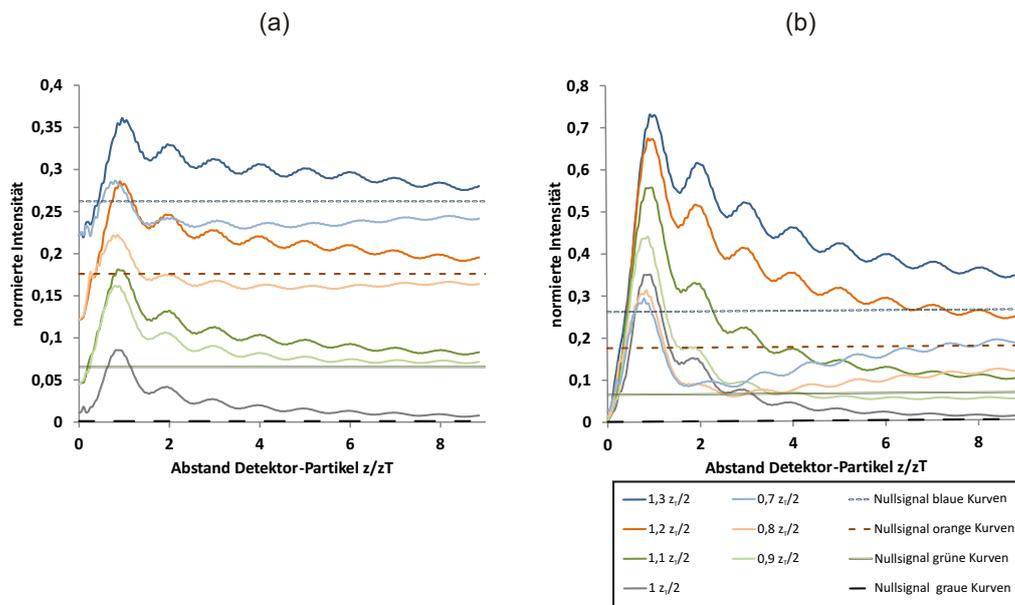
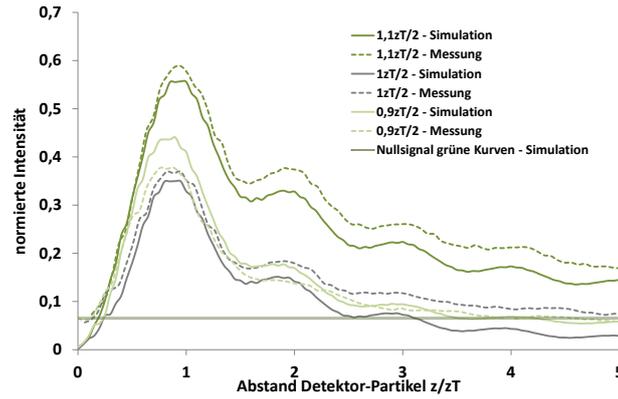


Bild 5.27.: Variation der axialen Detektorposition. (a) Detektorgröße: $y = 5p$, $x = p/4$ und (b) $y = 1p$, $x = p/4$

Bild 5.28 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Simulation. Bei einer Dejustage von $\pm 0,1z_T/2$ ist zwar der Kontrast nicht mehr optimal, trotzdem ist das erzeugte Signal für eine Messung noch brauchbar. Dies bedeutet, dass der halbe Talbotabstand in Luft von 2,941 mm um $\pm 0,2941$ mm abweichen kann.

Ein Aufbau gemäß Bild 5.22 (a) wird wegen der besseren Qualität der ebenen Welle bevorzugt. Der Abstand zwischen Gitter und Detektionsebene kann um $\pm 0,1z_T/2$ vom Ort einer perfekten Selbstabbildung abweichen. Zwischen Gitter

Bild 5.28.: Messung und Simulation $y = 1p$, $x = p/4$

und Detektor befindet sich allerdings keine Luft, sondern ein oder zwei anderen Werkstoffe, z.B. ein mit Wasser gefüllter Kanal, der sich in einem PMMA-Bauteil befindet. Wie sich dies auf das dreidimensionale Lichtfeld hinter dem Gitter auswirkt, wird nun betrachtet.

5.4.1.4. Der Talboteffekt in anderen Materialien

Der Talbotabstand wurde bisher mit der Vakuumwellenlänge λ_0 gerechnet: $z_T = 2p^2/\lambda_0$. Für andere Medien mit der Brechzahl n gilt für die Wellenlänge $\lambda = \lambda_0/n$ und der Talbotabstand berechnet sich mit

$$z_T = \frac{2np^2}{\lambda_0}. \quad (5.26)$$

Damit vergrößert sich der Talbotabstand bei ansteigender Brechzahl. Für $p = 50 \mu\text{m}$ und $\lambda_0 = 850 \text{ nm}$ ergibt sich für $n = 1$ ein Talbotabstand von $z_T = 5,882 \text{ mm}$, während sich in PMMA mit $n = 1,485$ der Talbotabstand auf $z_T = 8,735 \text{ mm}$ vergrößert. Allgemein besteht zwischen der m -ten Selbstabbildungsebene bei λ_0 und den Dicken zweier Materialien d_1 und d_2 mit den Brechzahlen n_1 und n_2 folgender Zusammenhang:

$$mz_T(\lambda_0) = \frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2}. \quad (5.27)$$

Stellt man die Gleichung nach d_1 um, so kann bei gegebenen Werten für die Brechzahlen und der Dicke d_2 die zu realisierende Dicke d_1 ermittelt werden:

$$d_1 = mz_T(\lambda_0)n_1 - \frac{n_1}{n_2}d_2. \quad (5.28)$$

Um das komplette Lichtfeld in zwei verschiedenen Materialien mit den Brechzahlen n_1 und n_2 und den Wellenlängen $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$ und $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$ zu erhalten, werden zunächst die ebenen Wellen betrachtet, die an der Gitterposition beginnen (vgl. Gleichung 4.16). Nachdem diese für eine Strecke von z_1 propagiert sind,

ist das Feld

$$U_g(x, z_1) = \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z_1} e^{2\pi j n \nu x}. \quad (5.29)$$

Dieses Feld dient nun als U_0 im Fresnelintegral (Gleichung 4.12), um die Lichtverteilung im zweiten Material zu berechnen:

$$U(x, z) = \frac{e^{jk_2(z-z_1)}}{j\lambda_2(z-z_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n e^{[-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z_1]} e^{(2\pi j n \nu x_0)} e^{\left[\frac{j\pi}{\lambda_2(z-z_1)}(x-x_0)^2\right]} dx_0. \quad (5.30)$$

Gemäß dem Vorgehen in Kapitel 4.3.1 kann vereinfacht werden

$$\begin{aligned} U(x, z) &= \sum_n A_n e^{[-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z_1]} \frac{e^{jk_2(z-z_1)}}{j\lambda_2(z-z_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(2\pi j n \nu x_0)} e^{\left[\frac{j\pi}{\lambda_2(z-z_1)}(x-x_0)^2\right]} dx_0 \\ &= \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z_1} e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_2(z-z_1)} e^{(2\pi j n \nu x)} \\ &\quad \cdot \frac{e^{jk_2(z-z_1)}}{j\lambda_2(z-z_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left[j\frac{\pi}{\lambda_2(z-z_1)}(x_0-x+n\lambda\nu(z-z_1))^2\right]} dx_0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Das Integral plus Vorfaktor ergibt einen konstanten Phasenfaktor [50] und wird weggelassen. Somit ergibt sich für z zwischen 0 und z_1 das Feld zu

$$U_g(x, z) = \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z} e^{2\pi j n \nu x}. \quad (5.32)$$

Für z zwischen z_1 und z_{\max} ergibt sich

$$U_g(x, z) = \sum_n A_n e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_1 z_1} e^{2\pi j n \nu x} e^{-j\pi(n\nu)^2 \lambda_2(z-z_1)}. \quad (5.33)$$

Bild 5.29 zeigt einen Talbottteppich für $p = 20 \mu\text{m}$ und eine Wellenlänge von 850 nm beim Übergang von einem Medium mit $n_1 = 1,5$ zum zweiten Medium mit $n_2 = 1$.

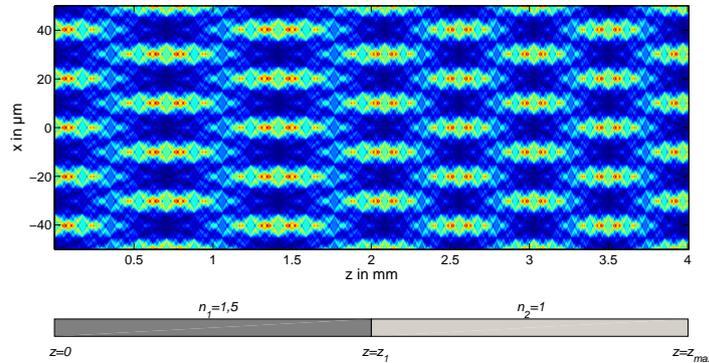


Bild 5.29.: Talbottteppich beim Übergang von einem Medium zum anderen.

5.4.1.5. Fluidikkanal

Das durch die Gitterbeugung hervorgerufene Lichtfeld soll durch die Partikel verändert werden, nicht aber durch den Kanal. Dieser muss an seinen Grenzflächen plan sein und optische Qualität aufweisen. Günstig ist hierbei der Aufbau aus zwei Hälften, da so die Grenzflächen optimal bearbeitet werden können und die dann mittels Silikonmatte als Dichtung zusammenschraubt werden. Ein solcher Kanal wurde von A. Grewe mittels Ultrapräzisionsfräsen hergestellt und ist in Bild 5.30 zu sehen. Der Kanal ist rechteckig und hat eine Breite von 2 mm und eine Höhe von 1,5 mm. Die Eignung zur Talbotinterferometrie wurde durch Laborversuche bestätigt.



Bild 5.30.: Kanal in PMMA.

Problematisch bei einem solchen Bauteil aus zwei Teilen ist die Dickenvariation, die durch die Montage mittels Schraubverbindungen und elastischer Silikonmatte auftreten kann. Befindet sich der Kanal zwischen Gitter und Detektor könnte somit die Tiefentoleranz überschritten werden. Eine bessere Möglichkeit ist die Anordnung des Kanals vor dem Gitter, die, wie in Kapitel 4.3.1 gezeigt, möglich ist. Ausschlaggebend für das Signal ist der Abstand des Partikels zum Detektor. Dies ist in Bild 5.31 gezeigt, das einen gestörten Talbotteppich für die Anordnung des Gitters vor und hinter dem Partikel vergleicht. Bei der Anordnung des Kanals vor dem Gitter kann der Detektor über ein Distanzstück bekannter Brechzahl und Dicke fest mit dem Gitter verbunden werden, wodurch sich insgesamt ein stabileres System ergibt. Da das Distanzstück nicht weiter bearbeitet werden muss, ist das Material frei wählbar. Ein Nachteil ist allerdings, dass der Abstand für ein Amplitudengitter mindestens $z_T/2$ betragen muss. Durch die Verwendung eines Phasengitters kann der Abstand auf $z_T/4$ verringert werden. Da sich zwischen Gitter und Detektor ein oder mehrere Materialien mit einer Brechzahl verschieden von 1 befinden, ändert sich auch die Talbotlänge. Dies muss beim Entwurfsprozess gemäß der Ausführungen in Kapitel 5.4.1.4 berücksichtigt werden.

5.4.2. Anforderungen und Toleranzen

Bild 5.32 zeigt den aus den Vorbetrachtungen abgeleiteten Systemvorschlag. Um ein robustes System zu erhalten wird angestrebt, den Chip und das Gitter über

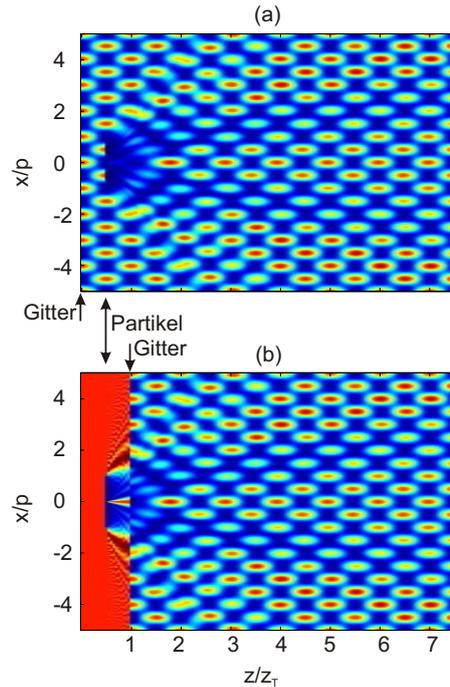


Bild 5.31.: Simulation eines Talbotteppichs mit (a) dem Partikel vor und (b) hinter dem Gitter.

ein Distanzstück der Höhe $z_T/2$ fest miteinander zu verbinden. Bei der Toleran-

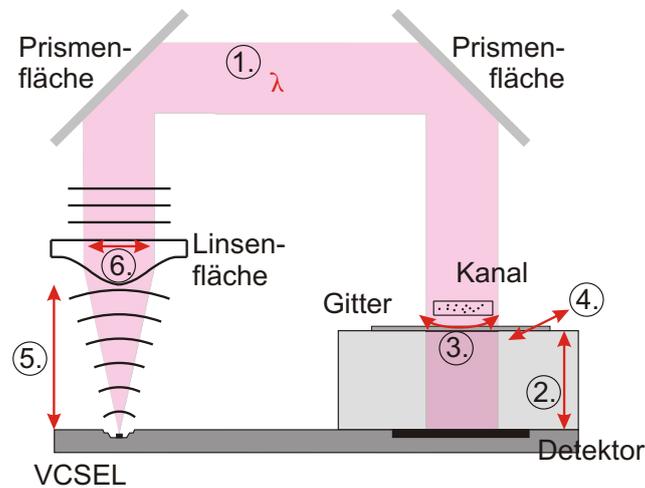


Bild 5.32.: Systemvorschlag mit Toleranzen.

analyse sind folgende Parameter zu beachten, die in diesem Kapitel diskutiert werden und in Bild 5.32 dargestellt sind:

1. eine Abweichung der Wellenlänge,
2. der Abstand zwischen Gitter und Detektor unter Berücksichtigung der Materialien,

3. eine Verdrehung zwischen Gitter und Detektorstreifen,
4. eine laterale Dejustage des Gitters,
5. eine axiale Dejustage der Linse und
6. eine laterale Dejustage der Linse.

Die folgenden Betrachtungen erfolgen für ein Gitter mit 50 μm Gitterperiode, eine Wellenlänge von 850 nm, PMMA als Medium und eine zulässigen Toleranz von $\pm 0,1z_T/2$. Für diese Parameter ergibt sich ein halber Talbotabstand von $4,368 \pm 0,4368$ mm.

5.4.2.1. Abweichung der Wellenlänge

Durch die Variation der Wellenlänge verschiebt sich der Ort der Selbstabbildung. Die Wellenlänge des VCSELs ist im Datenblatt mit ± 10 nm angegeben. Dies führt bei $n=1,485$, das näherungsweise für alle Wellenlängen gilt, zu einer Variation der halben Selbstabbildungsebene von 4,420 mm bei 840 nm bis 4,317 mm bei 860 nm, dies entspricht $0,988z_t/2 \dots 1,012z_t/2$. Die Ebene variiert also nur um etwas mehr als $\pm 0,01z_T/2$. Damit ist der Einfluss der Wellenlänge als sehr gering einzuschätzen.

5.4.2.2. Abstand zwischen Gitter und Detektor

Der Abstand zwischen Gitter und Detektor wird durch ein Distanzstück hergestellt. Dies kann mittels Ultrapräzisionsfräsen mit einer Genauigkeit von mindestens 10 μm hergestellt werden, so dass sich eine Abweichung von höchstens $\pm 0,0023z_T/2$ ergibt.

5.4.2.3. Verdrehung zwischen Gitter und Detektorstreifen

Neben dem richtigen Abstand in z muss das Gitter auch richtig zum Detektor orientiert sein. Um die richtige Orientierung zu erreichen, wird eine Montage über Justiermarken vorgesehen. Eine Alternative wäre das aktive Justieren unter Auslesen der Detektoren. Dazu müsste das Gitter zunächst noch verdrehbar gestaltet werden und dann über einen UV-härtenden Klebstoff fixiert werden. Hierbei wird die erste Variante angestrebt, da diese unter Verwendung eines Positioniersystems weniger aufwändig ist. Auf der Strahler-Empfänger-Baugruppe werden Justiermarken prozessiert. Bei der Herstellung des Distanstückes werden ebenfalls Justiermarken mit einem feinen Fräskopf eingearbeitet und eine Anlegekante für das Gitter.

5.4.2.4. Laterale Dejustage des Gitters

Durch das Auswandern der optischen Achse durch schräge Beleuchtung oder eine laterale Dejustage des Gitters verschiebt sich auch die Selbstabbildung. Durch die Anordnung von acht Streifendetektoren mit einem Abstand von $1,125p$ wird dafür gesorgt, dass immer ein Detektor in einem dunklen Streifen der Selbstabbildung liegt. Nach der Montage des Systems wird derjenige Streifendetektor zur Messung verwendet, der das geringste Dunkelsignal aufweist. Bild 5.33 zeigt die Anordnung der Detektorstreifen relativ zur Selbstabbildung.

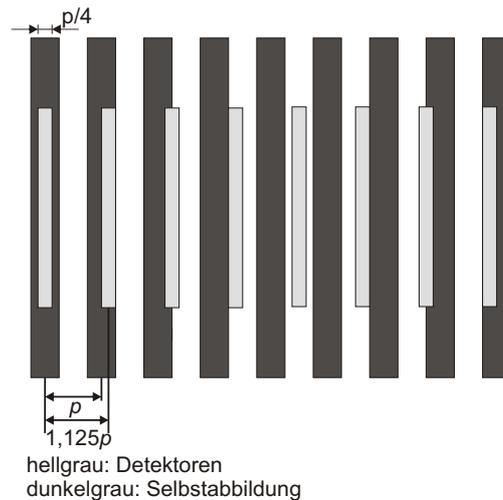


Bild 5.33.: Anordnung der Detektorstreifen

5.4.2.5. Axiale Dejustage der Linse

Um den Einfluss der Dejustage der Linse zu untersuchen wurde ein modulares System aufgebaut, das aus einem VCSEL in einem TO46-Gehäuse und einer gepressten Asphäre aus Acryl mit 12,7 mm Brennweite besteht. Über die Messung der Talbotteppiche wurde der Einfluss einer Dejustage der Linse untersucht. Bild 5.34 zeigt die Anordnung der Linse und mögliche Abweichungen von der Idealposition.

Durch die axiale Dejustage der Linse entsteht eine Kugelwelle mit negativem oder positivem Radius, so dass die Welle eine Konvergenz oder Divergenz erhält. Dadurch verschieben sich die Talbotselbstabbildungen in z und die Selbstabbildungen werden vergrößert oder verkleinert (siehe Tabelle 5.8). Zunächst wurde die Linse so justiert, dass eine ebene Welle entsteht. Dann wurde die Linse bis $\pm 300 \mu\text{m}$ in $100 \mu\text{m}$ -Schritten verschoben und der Ort der 4,5-ten Selbstabbildung bestimmt. Der Abstand zwischen Linse und Gitter betrug ca. 40 mm, da bei einem integrierten System ein Abstand in diesem Bereich denkbar ist. Die Talbotabstände bei Beleuchtung mit einer Kugelwelle werden mit Gleichung 5.23

Tabelle 5.10.: Einfluss der axialen Dejustage der Linse auf $z_T/2$.

$\Delta z/\mu\text{m}$	$4,5z_T/\text{mm}$ (gemessen)	R/mm	$0,5z_T/\text{mm}$ (berechnet)	$(0,5z_T)/(0,5z_T(\Delta z = 0))$
300	28,3	409	2,963	1,0072
200	27,7	596	2,956	1,0050
100	27,1	11400	2,949	1,0026
0	26,5	23850	2,942	1,0001
-100	25,8	-1018	2,933	0,9971
-200	25,1	-485	2,923	0,9940
-300	24,5	-329	2,915	0,9911

berechnet, wobei der Radius der Kugelwelle R abhängig von der Dejustage der Linse ist. Tabelle 5.10 zeigt in der zweiten und dritten Spalte die gemessenen Werte und die ermittelten Werte für R . Die vierte Spalte zeigt die daraus berechneten Abstände $z_T/2$. Die fünfte Spalte beinhaltet die Abweichung der realen Selbstabbildung von der idealen, sie liegt für alle Linsenposition unter $0,01z_T/2$.

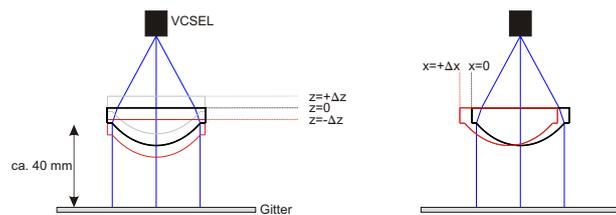


Bild 5.34.: Lagetoleranz der Linse zur Strahlformung.

5.4.2.6. Laterale Dejustage der Linse

Um die Auswirkungen einer lateralen Dejustage der Linse zu ermitteln, wurden Talbotteppiche bei einer Dejustage von $\Delta x=250\ \mu\text{m}$ und $500\ \mu\text{m}$ aufgenommen. Es ergibt sich eine verkippte ebene Welle mit einem Winkel von ca. $1,03$ bzw. $2,14^\circ$. Pro μm Dejustage ergibt sich somit ein Winkel von ca. $0,004^\circ$. Bei der Annahme von einer Positionsgenauigkeit von $100\ \mu\text{m}$, ergibt sich somit ein Winkel von $0,4^\circ$.

Der Talbotabstand für schräge Beleuchtung unter dem Winkel α ist gegeben durch Gleichung 5.24. Für $\alpha = 0,4^\circ$ ergibt sich eine halbe Talbotlänge von $0,9999z_T/2$, der axiale Ort der Selbstabbildung wird also kaum beeinflusst, wenn man bedenkt, dass $0,9z_T/2$ tolerabel sind. Problematisch könnte allerdings die laterale Verschiebung sein, wenn die Selbstabbildung aus dem Bereich der Detektoren verschwindet. Der Zusammenhang ist $\Delta x = z \tan \alpha = 0,00698z$. Für einen Abstand zwischen Linse und Detektor von $z = 40\ \text{mm}$ ergibt sich schon

eine Verschiebung von $280\ \mu\text{m}$. Dies kann problematisch werden, wenn der Messstrahl aufgrund eines geringen Abstandes zwischen VCSEL und Linsenscheitel einen geringen Durchmesser hat. Durch einen Abstand von $5\ \text{mm}$ mit dem entsprechenden Linsenradius aus Bild 5.23 von $2,425\ \text{mm}$ kann man allerdings einen Messstrahldurchmesser von ca. $1,3\ \text{mm}$ erhalten, wodurch das Auswandern der Selbstabbildung aus dem Detektionsgebiet verhindert wird.

5.4.3. Zusammenfassung der Toleranzanalyse

Durch die relativ große Toleranz in z sind die axialen Toleranzen vergleichsweise hoch. Eine Abweichung von $\pm 0,1z_T/2$ ist tolerabel, so dass die Anforderungen 1, 2 und 5 unkritisch sind. Anforderung 3 (Verdrehung des Gitters) muss durch Justiermarken und Anlagekanten realisiert werden. Anforderung 4 (laterale Dejustage des Gitters) wird durch die Verwendung einer Detektorengruppe erfüllt. Unabhängig von der lateralen Position liegt immer ein Streifen in einem dunklen Gebiet der Selbstabbildung. Anforderung 6 (laterale Dejustage) ist dann kritisch, wenn die Selbstabbildung den Detektorbereich verlässt. Hier kann aber mit einem ausreichenden Messstrahldurchmesser entgegengewirkt werden.

5.4.4. Systementwurf

Bild 5.35 zeigt den Entwurf eines Systems, das eine Strahler-Empfänger-Baugruppe und drei Teile aus PMMA enthält. Teil 1 wird über gefräste Justiermarken zu den Justiermarken der Strahler-Empfängerbaugruppe justiert und dann mit einem Klebespalt fixiert. Teil 2 enthält die Linse zur Kollimierung sowie zwei Prismenflächen zur Strahlumlenkung und wird über Passtifte auf Teil 1 befestigt. Teil 3 beinhaltet den Kanal und könnte ausgeführt sein wie in Bild 5.30 dargestellt. Der Abstand zwischen Gitter und Detektor muss bei Amplitudengittern

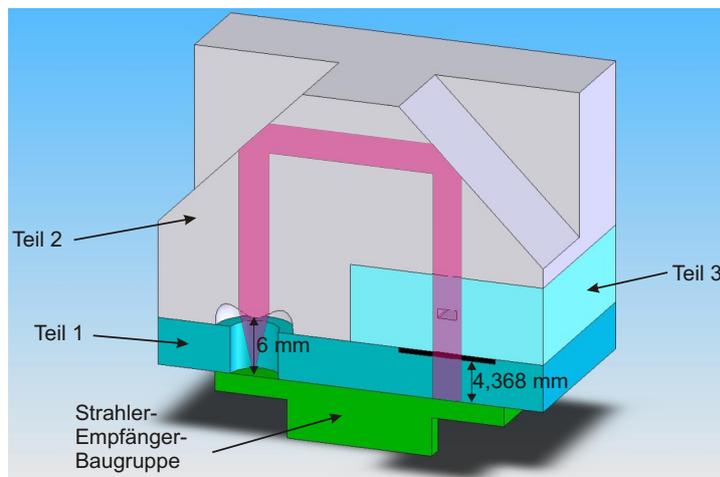


Bild 5.35.: Layout eines möglichen Systems.

ein Vielfaches des halben Talbotabstandes betragen. Da für kleine Partikel ein Abstand zwischen $0,5-1z_T$ günstig ist (vgl. Bild 4.50) wird der minimale Abstand von einer halben Talbotlänge festgelegt. Da das Distanzstück zwischen Gitter und Strahler-Empfänger-Baugruppe aus PMMA besteht, sollte es aus Stabilitätsgründen mindestens eine Höhe von 3-4 mm aufweisen. Zwischen Gitter und Detektoren wird ein Abstand von einer halben Talbotlänge realisiert, so dass sich als minimale Gitterperiode 40-50 μm ergibt. Für 50 μm Gitterperiode hat das Distanzstücke eine Dicke von 4,368 mm. Der Kanal befindet sich in einem Abstand z_T vom Detektor, so dass mit einem solchen System bei der Messung am Partikelkollektiv das maximale SNR bei Partikeln mit einem Durchmesser von 20 μm (vgl. Bild 4.50) liegt. Um alle Detektorstreifen zu erreichen müssen mindestens 8 Perioden der Selbstabbildung ausgebildet werden. Dazu müssen sich mindestens die ± 1 . Beugungsordnungen mit der 0. Ordnung überlagern. Der Durchmesser des Strahls sollte demnach größer als 500 μm sein und eher noch etwas größer gewählt werden. Dadurch ergibt sich ein Abstand zum Linsenscheitel von mindestens 5 mm.

Tabelle 5.11.: Halbe Talbotdistanzen bei Kombinationen aus Wellenlänge und Gitterperiode mit Quarzglas im Zwischenraum.

	$p=10 \mu\text{m}$	20	30	40	50
$\lambda=400 \text{ nm}$	0,368	1,470	3,308	5,880	9,188
500 nm	0,292	1,170	2,632	4,679	7,312
600 nm	0,243	0,972	2,187	3,888	6,075
700 nm	0,208	0,832	1,871	3,326	5,197
800 nm	0,182	0,727	1,635	2,907	4,542
900 nm	0,161	0,645	1,452	2,581	4,033

Wird die Charakterisierung kleinerer Partikel angestrebt, wäre es möglich den Kanal näher zum Gitter zu positionieren, um so das SNR zu kleineren g^* zu verschieben (vgl. Bild 4.50). Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung eines stabileren Materials als Zwischenstück, um so den Abstand zu verringern und kleinere Gitterperioden verwenden zu können. Verwendet man beispielsweise Quarzglas, so reichen Dicken von 500 μm . Tabelle 5.11 und Bild 5.36 zeigen die halben Talbotabstände für verschiedene Kombinationen aus Wellenlänge und Gitterperiode. Bei einer vorgegebenen Dicke des Quarzglassubstrates, ergibt sich die entsprechende Gitterperiode mit:

$$p = \sqrt{\frac{d\lambda}{n}} \quad (5.34)$$

Bild 5.37 zeigt in (a) die wellenlängenabhängige Brechzahl von Quarzglas und in (b) die korrespondierende Gitterperioden für eine Dicke von 500 μm .

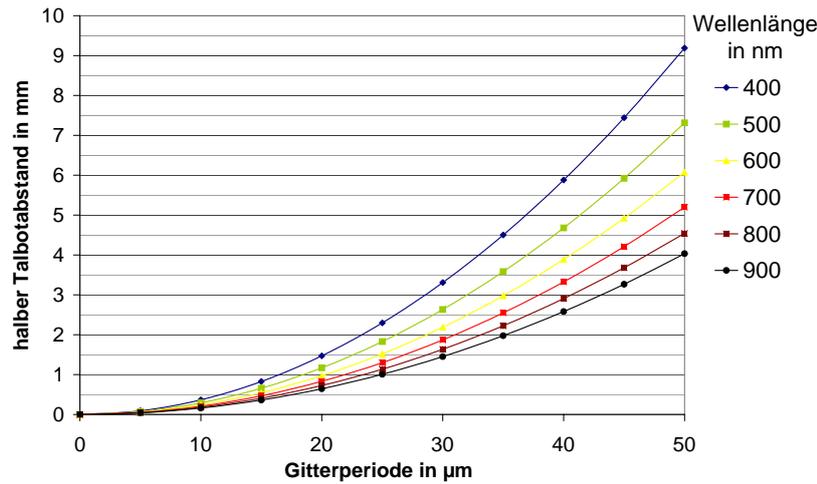


Bild 5.36.: Halbe Talbotdistanz in Abhängigkeit der Gitterperiode für verschiedene Wellenlängen in Quarzglas.

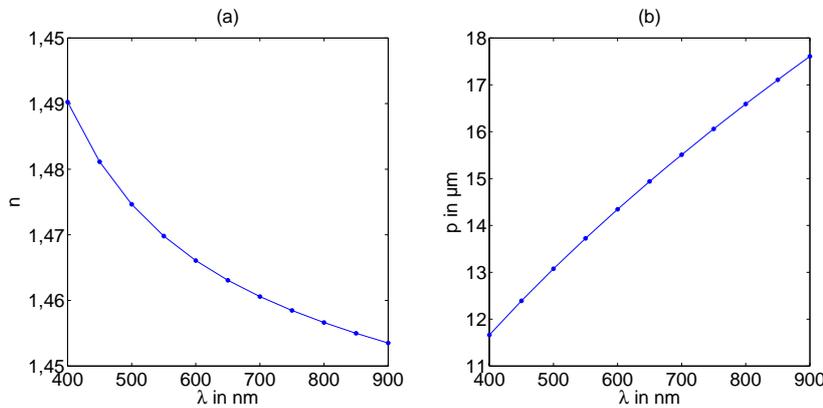


Bild 5.37.: (a) Brechzahl von Quarzglas in Abhängigkeit der Wellenlänge und (b) Gitterperioden bei einer halben Talbotdistanz von 500 μm in Quarzglas.

Dadurch ergeben sich minimale Gitterperioden im Bereich von 15 μm . Bei Anordnung des Kanals im Abstand z_T , ergibt sich das maximale SNR bei $g^* = 0,2$, also bei Partikeln mit einem Durchmesser von 6 μm .

5.5. Zusammenfassung des Kapitels

Eine Integrationsmöglichkeit opto-fluidischer Mikrosysteme bietet der Ansatz der planar integrierten Freiraumoptik. Ein Testsystem auf der Materialbasis Saphir-GaN, das die monolithische Integration von Lichtquellen und Detektoren erlaubt, wurde unter der Verwendung diffraktiver optischer Bauelemente demonstriert. Ist die direkte Integration nicht möglich, bietet die Verwendung planarer Strahler-Empfänger-Baugruppen eine gute Alternative. Auf dieser Basis wurde ein Mess-

system demonstriert, das das durch Partikel gestreute Licht misst und gleichzeitig den Transmissionsgrad bestimmt. Unter Ausnutzung des Mittelwertes und der Standardabweichung des Streusignals kann die Partikelmassekonzentration und der Sauterdurchmesser der Teststäube bestimmt werden. Für alle drei Teststäube konnte eine Nachweisgrenze besser als 1 mg/l erreicht werden.

Ein integriertes Messsystem zur Partikelanalyse unter Verwendung des Talboteffekts wurde entworfen. Da bei einem solchen System die Wellenfront aberrationsfrei sein muss, wurde eine umfangreiche Toleranzanalyse durchgeführt, um die kritischen Parameter festzustellen. Eine minimale Gitterperiode von ca. 15 μm wurde für zukünftige Systemaufbauten ermittelt.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung opto-fluidischer Mikrosysteme zum mobilen Einsatz in der Analyse fließender Suspensionen. Dabei stand die Bestimmung der Partikelmassekonzentration und eines mittleren Partikeldurchmessers der zu Grunde liegenden Partikelgrößenverteilung im Vordergrund. Zur dahingehenden Analyse von Suspensionen aus Wasser und Teststaub eignen sich optische Messverfahren, bei denen ausgenutzt wird, dass elektromagnetische Strahlung mit dielektrischen Partikeln in Wechselwirkung tritt. Dadurch kommt es einerseits zur Absorption im Inneren der Partikel und andererseits zur elastischen Streuung des Lichtes in alle Raumrichtungen.

Die Verteilung des Streulichtes eines einzelnen sphärischen Partikels wird durch die komplexe Amplitudenstreuungsfunktion beschrieben, die mittels der Mie-Theorie polarisationsabhängig ermittelt werden kann. Bei großen Partikeln verglichen mit der Wellenlänge beschreibt das Fraunhofer Beugungsbild hinreichend gut die Amplitudenstreuungsfunktion. Optische Messverfahren zur Partikelanalyse beruhen grundsätzlich entweder auf der Messung des gestreuten Lichts in einem bestimmten Winkelbereich oder auf der Messung der Transmission. Der Größenparameter, das Brechzahlverhältnis und die Partikelkonzentration legen das Messregime fest und bestimmen die in Frage kommenden Messprinzipien. Unter der Voraussetzung, dass Mehrfachstreuung vernachlässigt werden kann, summieren sich bei der Messung am Partikelkollektiv die Streulichtbeiträge der Einzelpartikel gewichtet gemäß der Partikelgrößenverteilungsdichte. Ein wichtiger mittlerer Durchmesser einer Partikelgrößenverteilung ist der Sauterdurchmesser. Ein Partikel dieses Durchmessers hat das gleiche Verhältnis von Volumen zu Oberfläche wie die gesamte Probe.

Die in der Arbeit untersuchten Teststäube gemäß der Norm ISO 12103-1 in den Körnungen fein, mittel und grob weisen Partikel mit Größen zwischen 0,5 und 150 μm auf. Die ermittelten Sauterdurchmesser liegen bei 3,30 μm , 4,16 μm und 6,97 μm und die Amplitudenstreuungsfunktionen sind in einem Winkelbereich zwischen 4 und 160° parallele Kurven, die mit dem Kehrwert des Sauterdurchmessers der Teststäube skalieren. Sowohl theoretische Betrachtungen als auch Raytracing-Simulationen mit ASAP, bei denen die Partikelstreuung mittels eines Monte-Carlo-Prozesses modelliert wird, haben gezeigt, dass sowohl das gestreute als auch das transmittierte Licht vom Verhältnis der Massekonzentration zum Sauterdurchmesser abhängen. Selbst durch die Messung des Streulichtes und der

Transmission können nicht gleichzeitig Sauterdurchmesser und Massekonzentration bestimmt werden. Die Messung einer weiteren unabhängigen Größe ist notwendig. Die Fluktuation des Signals um den Mittelwert wurde als weitere Messgröße festgelegt. Hierbei wurde das Verfahren der dynamischen Extinktionsmessung auf die dynamische Messung des Streulichtes übertragen und eine Abhängigkeit von der Partikelmassekonzentration, dem Sauterdurchmesser und der mittleren Extinktionseffizienz gezeigt. Auf diese Weise entstehen in einem Diagramm, in dem die Standardabweichung des Signals gegen dessen Mittelwert aufgetragen wird, Kurven konstanter Massekonzentration und Kurven konstanter Sauterdurchmesser. An den Schnittpunkten dieser Kurven werden dann die entsprechenden Werte für die Massekonzentration und den Sauterdurchmesser abgelesen.

Theoretische Überlegungen und Simulationen in ASAP haben gezeigt, dass bei ansteigendem mittleren Durchmesser und gleichbleibender Massekonzentration das gestreute Licht für Partikel im μm -Bereich mit zunehmender Partikelgröße abnimmt. Hinzu kommt, dass immer mehr Licht in einen intensiven schmalen Peak nach vorne gestreut wird und sich mit dem Anregungslicht überlagert, so dass unmittelbar nicht entschieden werden kann, ob das Licht von der einfallenden oder der gestreuten Welle stammt. Dies führt dazu, dass weder durch das Streusignal noch durch das Transmissionssignal die gewünschte Nachweisgrenze erreicht wird.

Um die beiden Lichtanteile zu trennen wurde im weiteren Verlauf der Arbeit der Ansatz der Talbotinterferometrie zur Partikelanalyse untersucht. Dieses Verfahren wird zum ersten Mal für die Partikelanalyse eingesetzt, weswegen eine grundlegende Untersuchung zur Entstehung des Signals in der Selbstabbildungsebene eines Beugungsgitters stattfindet. Dazu wurden grundlegende Betrachtungen zur Störung des Lichtfeldes eines eindimensionalen Gitters mit komplexer Amplitudentransmissionsfunktion angestellt. Damit diese theoretisch fundiert sind, wird eine Simulationsmöglichkeit vorgestellt, deren Hürden die Modellbildung darstellte, da die Streuung an Partikeln auf dem Modell der Strahlenoptik und die Gitterbeugung auf dem Modell der Wellenoptik beruht. Um dennoch beide Effekte miteinander zu kombinieren, wurde die Streufunktion durch das Beugungsbild der Partikelkontur angenähert. Dies ist zulässig, wenn der Größenparameter hinreichend groß ist. Die Modellierung erfolgte über die analytische Lösung des Fresnelintegrals sowohl für die Partikel- als auch für die Gitterbeugung. Da die Beugungsbilder für beide Felder auf dieselbe Art skalieren, konnte ein allgemeiner Ansatz verfolgt werden, der die resultierenden Felder in Abhängigkeit des Talbotabstandes, der Gitterperiode und dem Verhältnis von Partikelradius zu Gitterperiode, dem Parameter g^* , beschreibt. Diese allgemeine Lösung kann auf reale Größen übertragen werden. Die Bewegung eines Partikels im Probenvolumen wird durch das Verschieben von Matrizen zueinander realisiert, die zuvor berechnet werden und in einer Matrizenbibliothek abgelegt werden. Dadurch ist

eine Bewegung des Partikels quasi in Echtzeit möglich. Die Art des Gitters kann dann nachträglich über Berechnung der Fourierkoeffizienten festgelegt werden. Durch zahlreiche Versuche mit Einzelpartikeln in Form von Glaskügelchen und Chromscheiben konnte das Modell bestätigt werden. Um die Leistungsfähigkeit des Messprinzips zu beurteilen, wurde durch Messungen an definierten Partikelproben das zu erwartende Signal-Rausch-Verhältnis in Abhängigkeit des Parameters g^* abgeschätzt. Es zeigte sich, dass dieses mit zunehmender Partikelgröße zunächst ansteigt, um ein Maximum zu erreichen und dann wieder abzufallen. Bei der Transmissions- und Streulichtmessung ist der Verlauf anders. Hier liegt das Maximum des SNR bei kleineren Partikeldurchmessern, um von dort ausgehend zunehmender Partikelgröße exponentiell abzufallen. Für Partikel kleiner als ca. 10 μm sind die Streulichtanalyse und Transmissionsmessung der Talbotinterferometrie überlegen. Bei ansteigender Partikelgröße, Detektoren mit großem Akzeptanzwinkel und kompakter Systembauweise mit kurzen Messlängen bietet allerdings die Talbotinterferometrie Vorteile durch die Erzielung höherer Signal-Rausch-Verhältnisse. Durch Messungen mit eingeklebten Partikelproben des feinen und groben Teststaubs bei einer Messlänge von wenigen hundert Mikrometern konnte dies bestätigt werden. Der ideale Abstand zwischen Partikelposition und Detektor ist abhängig von g^* , liegt aber größtenteils im Bereich von einer halben bis einer ganzen Talbotlänge.

Ausgehend von den theoretischen Betrachtungen erfolgte die Systemintegration. Angestrebt wurde die Entwicklung eines planar integrierten freiraumoptischen Systems, das weitestgehend auf Peripheriegeräte verzichtet und somit kompakt und transportabel ist. Beim Ansatz der planar integrierten Freiraumoptik propagiert das Licht durch ein transparentes Substrat und interagiert mit den optischen Komponente, die an der Substratgrenzfläche integriert sind. Ein Testsystem auf der Materialbasis Saphir-Galliumnitrid, das mit diffraktiven optischen Elementen zur Strahlfokussierung arbeitet, wurde demonstriert.

Ein zweites System, das auf der dynamischen Messung des Streulichtes und der Transmission beruht, stellt ein integriertes optofluidisches System zur quantitativen Analyse fließender Suspensionen dar. Das System benötigt als Peripheriegeräte lediglich eine 9V-Batterie zur Spannungsversorgung und ein Multimeter zur Messung des Photostroms. Alle aktiven optischen Komponenten, also die Lichtquelle und die Detektoren, befinden sich auf einem Siliziumchip, einer sogenannten planaren Strahler-Empfänger-Baugruppen. Die planare Systemintegration erfolgte in PMMA, das mittels Ultrapräzisionsfräsen bearbeitet wurde. Das von einem VCSEL bei 850 nm emittierte Licht ist divergent und wird durch eine optische Freiformfläche abgelenkt und auf einem Zick-Zack-Pfad durch das System auf den Primärlichtdetektor geführt. Streulichtdetektoren messen das gestreute Licht. Durch die Auswertung des Mittelwerts und der Standardabweichung des Streulichtes war es möglich, die Partikelmassekonzentration zwischen

0 und mindestens 23 mg/l und den Sauterdurchmesser der Testäube gemäß der Norm ISO 12103-1 in den Körnungen fein (ISO 12103-A2), mittel (12103-A3) und grob (12103-A4) zu ermitteln. Für alle drei Teststäube konnte eine Nachweisgrenze von weniger als 1 mg/l erreicht werden.

Schließlich wurde ein Vorschlag für ein integriertes Talbotinterferometer erarbeitet. Bei einem solchen System ist es essentiell, dass eine aberrationsfreie Wellenfront das Beugungsgitter erreicht. Im Rahmen einer umfangreichen Toleranzanalyse wurde ermittelt, welche Toleranzen bei den jeweiligen Systemkomponenten zulässig ist. Eine große Toleranz der axialen Position der Selbstabbildung und die Ausführung des Detektionsbereichs als eine Gruppe von Streifendetektoren sorgt hierbei für ein realistisches Systemdesign. Darauf aufbauend kann in zukünftigen Arbeiten ein integriertes Talbotinterferometer zur Partikelanalyse realisiert werden.

In dieser Arbeit wurde neben der Integration bekannter Messmethoden der Grundstein für die Talbotinterferometrie zur Partikelanalyse gelegt. Diese Thematik eröffnet aber noch weitere Betätigungsfelder. Weiterführende Arbeiten könnten sich mit der Erweiterung des Simulationsprogrammes zur Berechnung der gestörten Selbstabbildungen auf mehrere Partikel beschäftigen, wodurch eine genauere Vorhersage des Signals bei Vorliegen eines Partikelkollektivs möglich ist. Im Bereich der Auswertung der Standardabweichung sind ebenfalls noch weitere Arbeiten nötig, um deren Abhängigkeit von der Partikelgröße und dem Partikel-Detektor-Abstand besser verstehen zu können. Darüberhinaus könnten Untersuchungen zur Ermittlung der optimalen Gitterperiode für polydisperse Systeme verschiedener Partikelgrößenverteilungen stattfinden.

Literaturverzeichnis

- [1] R. L. Zollars, „Turbidimetric method for on-line determination of latex particle number and particle size distribution”, *Journal of Colloid and Interface Science* **74**, 163–172 (1980). [1](#), [2.3.2.1](#)
- [2] T. Kourti, *Turbidimetry in particle size analysis, Encyclopedia of Analytical Chemistry: Instrumentation and Applications* (Wiley, 2000), S. 5549–5580. [1](#), [1](#), [2.3.2.1](#), [2.3.2.1](#), [5.3.7](#)
- [3] J. Gregory, „Turbidity Fluctuations in Flowing Suspensions”, *J. Colloid. Interface Sci.* **105**, 357–371 (1985). [1](#), [2.3.2.3](#), [3.2.3](#)
- [4] B. Wessely, J. Altmann und S. Ripperger, „The use of statistical properties of transmission signals for particle characterization”, *Chemical Engineering & Technology* **19**, 438–442 (1996). [1](#), [2.3.2.3](#)
- [5] M. Breitenstein, U. Kräuter und U. Riebel, „The Fundamentals of Particle Size Analysis by Transmission Fluctuation Spectrometry. Part 1: A Theory of Temporal Transmission Fluctuations in Dilute Suspensions”, *Particle & Particle Systems Characterization* **16**, 249–256 (1999). [1](#), [2.3.2.3](#)
- [6] M. Breitenstein, U. Riebel und J. Shen, „The Fundamentals of Particle Size Analysis by Transmission Fluctuation Spectrometry. Part 2: A Theory on Transmission Fluctuations with Combined Spatial and Temporal Averaging”, *Particle & Particle Systems Characterization* **18**, 134–141 (2001). [1](#), [2.3.2.3](#)
- [7] L. Steinke, B. Wessely und S. Ripperger, „Optische Extinktionsmessverfahren zur Inline-Kontrolle disperser Stoffsysteme”, *Chemie Ingenieur Technik* **81**, 735–747 (2009). [1](#), [2.3.1](#), [2.3.2.2](#), [2.3.2.3](#), [2.3.2.3](#)
- [8] H.-H. Qiu und M. Sommerfeld, „A reliable method for determining the measurement volume size and particle mass fluxes using phase-Doppler anemometry”, *Experiments in Fluids* **13**, 393–404 (1992). [1](#), [2.3.1](#)
- [9] I. Ayranci, G. Pinguet, D. Escudié, N. Selçuk, R. Vaillon und F. André, „Effect of particle polydispersity on particle concentration measurement by using laser Doppler anemometry”, *Experimental Thermal and Fluid Science* **31**, 839 – 847 (2007). [1](#), [2.3.1](#)

- [10] S. Röthele und U. Kesten, „The Application of Laser Diffraction Technology”, 2nd World Congress of Particle Technology, 19.-22. September 1990, Kyoto (Japan) . **1**, **2.3.2.4**
- [11] A. P. Nefedov, O. F. Petrov und O. S. Vaulina, „Analysis of particle sizes, concentration, and refractive index in measurement of light transmittance in the forward-scattering-angle range”, *Appl. Opt.* **36**, 1357–1366 (1997). **1**
- [12] D. Chicea, „Biospeckle size and contrast measurement application in particle sizing and concentration assessment”, *Rom. Journ. Phys.* **52**, 625–632 (2007). **1**
- [13] O. F. Genceli, J. B. Schemni und C. M. Vest, „Measurement of size and concentration of scattering particles by speckle photography”, *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 1212–1218 (1980). **1**
- [14] C. F. Bohren und D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons, New York [etc.], 1998). **1**, **2.1**, **2.1.1**, **2.1.2**
- [15] S. Yokozeki und T. Suzuki, „Shearing Interferometer using the grating as the beam splitter”, *Appl. Opt.* **10**, 1575–1580 (1971). **1**, **4.1.6**, **4.1.6**
- [16] A. Lohmann und D. Silva, „An Interferometer based on the Talbot Effect”, *Opt. Commun.* **2**, 413–415 (1971). **1**, **4.1.6**, **4.1.6**
- [17] D. Silva, „Talbot Interferometer for radial and lateral derivatives”, *Appl. Opt.* **11**, 2613–2624 (1972). **1**, **4.1.6**
- [18] G. Mie, „Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen”, *Annalen der Physik* **330**, 377–445 (1908). **2.1**
- [19] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory* (McGraw-Hill book company inc, New York and London, 1941). **2.1**
- [20] H. C. van de Hulst, *Light scattering by small particles* (Dover Publications, New York, 1981). **2.1**, **2.1.1**, **2.1.2**, **2.1.3**, **2.1.3**, **3.2.1**
- [21] M. Kerker, *The scattering of light* (Academic Press, San Diego, 1969). **2.1**
- [22] P. Barber und S. Hill, *Light Scattering by Particles: Computational Methods* (World Scientific Publishing Company, Incorporated, Singapore, 1990). **2.1**
- [23] P. Laven, *MiePlot*, <http://www.philiplaven.com/mieplot.htm> **2.1**
- [24] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (Mc Graw Hill, 1996). **2.1.3**, **2.1.3**, **4.1.1**, **4.1.1**, **4.1.1**, **4.1.3.3**, **4.2**, **4.2.1**, **A.2**

- [25] T. Kourti, „Polymer Latexes: Production by Homogeneous Nucleation and Methods for Particle Size Determination”, Open Access Dissertations and Theses (1989). [2.2](#), [2.2.3](#)
- [26] M. Rhodes, *Introduction to particle technology* (John Wiley and Sons, Chichester, 1998). [2.2](#), [2.2.1](#)
- [27] W. Müller, *Mechanische Grundoperationen und ihre Gesetzmäßigkeiten* (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2008). [2.2](#), [2.3](#)
- [28] R. Kruse, *Mechanische Verfahrenstechnik* (WILEY-VCH Verlag, Weinheim, 1999). [2.2](#), [2.2.5](#), [2.2.5](#)
- [29] M. Bohnet, *Mechanische Verfahrenstechnik* (WILEY-VCH Verlag, Weinheim, 2004). [2.2](#), [2](#), [2.3](#), [2.3.2.4](#)
- [30] J. Tomas, „Mechanische Verfahrenstechnik - Partikeltechnik”, Vorlesungsskript, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg (Deutschland), Mechanische Verfahrenstechnik (2011) . [2.2.2](#)
- [31] R. G. Holdich, *Fundamentals of particle technology* (Midland Information Technology and Pub., Shepshed, 2002). [2.2.4](#)
- [32] E. Limpert, W. A. Stahel und M. Abbt, „Log-normal Distributions across the Science: Keys and Clues”, *BioScience* **51**, 341–352 (2001). [2.2.5](#)
- [33] J. Heyder und J. Gebhart, „Optimization of response functions of light scattering instruments for size evaluation of aerosol particles”, *Appl. Opt.* **18**, 705–711 (1979). [2.3.1](#)
- [34] P. Bouguer, *Sur la gradation de la lumière* (Claude Jombert, Paris, 1729), S. 164. [2.3.2.1](#)
- [35] J. H. Lambert, *Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae* (Sumptibus Vidae Eberhardi Klett, 1760). [2.3.2.1](#)
- [36] A. Beer, „Bestimmung der Absorption des rothen Lichts in farbigen Flüssigkeiten”, *Annalen der Physik und Chemie* **86**, 78–88 (1852). [2.3.2.1](#)
- [37] J. Gregory und D. W. Nelson, „Monitoring of aggregates in flowing suspensions”, *Colloids Surf.* **18**, 175–188 (1986). [2.3.2.3](#)
- [38] L. C. Henyey und J. L. Greenstein, „Diffuse radiation in the Galaxy”, *The Astrophysical Journal* **93**, 70 (1941). [2](#)
- [39] S. Pickett, S. Carriedo und C. Wang, „Determining the Signal-to-Noise Ratio and Optimal Photomultiplier gain setting in the GenePix 4000B”,

- Application note, Axon Instruments, Inc. 3280 Whipple Road, Union City, CA 94587 (2001) . [3.5](#)
- [40] S. van Overmeire, H. Ottevaere, G. Desmet und H. Thienpont, „Miniaturized Detection System for Fluorescence and Absorbance Measurements in Chromatographic Applications”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **14**, 140–150 (2008). [3.5](#), [5](#)
- [41] M. Otto, *Analytische Chemie* (Wiley VCH Verlag GmbH, 2011). [3.5](#), [4.5.3](#)
- [42] W. Talbot, „Facts relating to optical science”, *Philos. Mag.* **9**, 401–407 (1836). [4.1](#)
- [43] L. Rayleigh, „On copying diffraction gratings, and on some phenomena connected therewith”, *Philos. Mag.* **11**, 196–201 (1881). [4.1](#)
- [44] A. W. Lohmann, H. Knuppertz und J. Jahns, „Fractional Montgomery effect: a self-imaging phenomenon”, *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 1500–1508 (2005). [4.1](#)
- [45] W. D. Montgomery, „Self-Imaging Objects of Infinite Aperture”, *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 772–775 (1967). [4.1](#)
- [46] K. Patorski, „The self-imaging phenomenon and its applications”, *Prog. Opt.* **27**, 1–108 (1989). [4.1](#), [4.1.6](#), [4.3.1](#), [5.4.1.1](#)
- [47] E. Lau, „Beugungerscheinungen an Doppelrastern”, *Ann. Phys.* **6**, 417–423 (1948). [4.1](#)
- [48] F. J. Torcal-Milla, L. M. Sanchez-Brea und F. J. Salgado-Remacha, „Self-images location of amplitude/phase binary gratings”, *Appl. Opt.* **48**, 6252–6258 (2009). [4.1](#), [4.1.3.1](#)
- [49] W. H. Southwell, „Validity of the Fresnel approximation in the near field”, *J. Opt. Soc. Am.* **71**, 7 (1981). [4.1.1](#), [4.2](#)
- [50] A. W. Lohmann, *Optical Information Processing* (Universitätsverlag Ilmenau, 2006). [4.1.2](#), [4.1.2](#), [4.1.6](#), [5.4.1.4](#)
- [51] K. Patorski, „Talbot interferometry with increased shear”, *Appl. Opt.* **24**, 4448–4453 (1985). [4.1.6](#)
- [52] O. Kafri, „Noncoherent method for mapping phase objects”, *Opt. Lett.* **5**, 555–557 (1980). [4.1.6](#)
- [53] J. Jahns und A. W. Lohmann, „Optical wave fields with lateral and longitudinal periodicity”, *Appl. Opt.* **48**, 3438–3445 (2009). [4.1.6](#)

- [54] E. Tepichin und J. Ojeda-Castañeda, „Talbot interferometer with simultaneous dark and bright fields”, *Appl. Opt.* **28**, 1517–1520 (1989). [4.1.6](#)
- [55] D. E. Silva, „A Simple Interferometric Method of Beam Collimation”, *Appl. Opt.* **10**, 1980_1–1982 (1971). [4.1.6](#)
- [56] J. Ojeda-Castañeda und E. E. Sicre, „Tunable bandstop filter for binary objects: A self-imaging technique”, *Opt. Commun.* **47**, 183–186 (1983). [4.1.6](#)
- [57] A. W. Lohmann, J. Ojeda-Castañeda und E. E. Sicre, „Multiple interaction bandstop filters based on the Talbot effect”, *Opt. Commun.* **49**, 388–392 (1984). [4.1.6](#)
- [58] S. A. Benton und D. P. Merrill, „Simplified Talbot Interferometers for Lens Testing”, *Optical Engineering* **15**, 154328 (1976). [4.1.6](#)
- [59] C. S. Lim und V. Srinivasan, „Talbot interferometer with computer generated gratings”, *Opt. Commun.* **44**, 219–222 (1983). [4.1.6](#)
- [60] J. Jahns und A. W. Lohmann, „Temporal Filtering by Double Diffraction”, *Appl. Opt.* **43**, 4339–4344 (2004). [4.1.6](#)
- [61] J. Jahns, E. ElJoudi, D. Hagedorn und S. Kinne, „Talbot interferometer as a time filter”, *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* **112**, 295–298 (2001). [4.1.6](#)
- [62] H. Kaijun, J. Jahns und A. W. Lohmann, „Talbot interferometry with a vibrating phase object”, *Opt. Commun.* **45**, 295–300 (1983). [4.1.6](#)
- [63] D. S. Mehta, S. K. Dubey, C. Shakher und M. Takeda, „Two-wavelength Talbot effect and its application for three-dimensional step-height measurement”, *Appl. Opt.* **45**, 7602–7609 (2006). [4.1.6](#)
- [64] K. Patorski, „Talbot interferometry with increased shear”, *Appl. Opt.* **24**, 4448–4453 (1985). [4.1.6](#)
- [65] S. P. Trivedi, S. Prakash, S. Rana und O. Sasaki, „Real-time slope mapping and defect detection in bent plates using Talbot interferometry”, *Appl. Opt.* **49**, 897–903 (2010). [4.1.6](#)
- [66] R. Kampmann, *Kombinierte Simulation von Fresnel-Beugung und Mie-Streuung: Kombinierte Simulation von Fresnel-Beugung und Mie-Streuung zur Partikelcharakterisierung in fließenden Suspensionen* (VDM Verlag Dr. Müller, Saarbrücken, 2011). [4.2](#)

- [67] G. E. Sommargren und H. J. Weaver, „Diffraction of light by an opaque sphere. 1: Description and properties of the diffraction pattern”, *Appl. Opt.* **29**, 4646–4657 (1990). [4.2](#), [4.2.1](#), [4.2.1](#), [4.2.1](#)
- [68] M. Born und E. Wolf, *Principles of optics* (Pergamon Press, Oxford, 1980). [4.2.1](#)
- [69] D. P. Kelly, J. J. Healy, B. M. Hennelly und J. T. Sheridan, „Quantifying the 2.5D imaging performance of digital holographic systems”, *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public* **6**, 11034 (2011). [4.2.1](#)
- [70] D. P. Kelly, B. M. Hennelly, W. T. Rhodes und J. T. Sheridan, „Analytical and numerical analysis of linear optical systems”, *Optical Engineering* **45**, 088201 (2006). [4.2.1](#)
- [71] E. Hecht, *Optik* (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 2005). [4.2.1](#)
- [72] M. Krüger, „Aufbau und Programmierung eines motorisierten Messplatzes zur Partikelcharakterisierung durch Talbotinterferometrie”, Bachelorarbeit, TU Ilmenau (2011). [4.4](#)
- [73] W. Case, M. Tomandl, S. Deachapunya und M. Arndt, „Realization of optical carpets in the Talbot and Talbot-Lau configuration”, *Opt. Express* **17**, 20966–20974 (2009). [4.4](#)
- [74] A. W. Lohmann und J. A. Thomas, „Making An Array Illuminator Based On The Talbot Effect”, *Appl. Opt.* **29**, 4337–4340 (1990). [4.4.3](#)
- [75] J.-L. Fu, Q. Fang, T. Zhang, X.-H. Jin und Z.-L. Fang, „Laser-Induced Fluorescence Detection System for Microfluidic Chips Based on an Orthogonal Optical Arrangement”, *Analytical Chemistry* **78**, 3827–3834 (2006). [5](#)
- [76] H.-F. Li, J.-M. Lin, R.-G. Su, K. Uchiyama und T. Hobo, „A compactly integrated laser-induced fluorescence detector for microchip electrophoresis”, *ELECTROPHORESIS* **25**, 1907–1915 (2004). [5](#)
- [77] A. J. Scott, J. R. Mabesa, D. Gorsich, B. Rathgeb, A. A. Said, M. Dugan, T. F. Haddock, P. W. Bado und A. Wang, „Optical microsystem for analyzing engine lubricants”, *Proc. SPIE* **5590**, 122–127 (2004). [5](#)
- [78] Z. Wang, J. El-Ali, M. Englund, T. Gotsaed, I. R. Perch-Nielsen, K. B. Mogensen, D. Snakenborg, J. P. Kutter und A. Wolff, „Measurements of scattered light on a microchip flow cytometer with integrated polymer based optical elements”, *Lab on a chip* **4**, 372–377 (2004). [5](#)

- [79] R. Müller und E. Förster, „Laser-based Emitter-Receiver-Device with Integrated Micro-Optics for the Measurement of Scattered Light”, *tm - Technisches Messen* **75**, 663–669 (2008). [5](#), [5.3](#)
- [80] R. Müller und O. Brodersen, „Emitter-Receiver-Devices to Measure Scattered Light - an Alternative to Particle Counters?”, *tm - Technisches Messen* **78**, 448–456 (2011). [5](#), [5.3](#)
- [81] J. Jahns und A. Huang, „Planar integration of free-space optical components”, *Appl. Opt.* **28**, 1602–1605 (1989). [5.1](#)
- [82] J. Jahns, „Planar packaging of free-space optical interconnections”, *Proc. IEEE* **82**, 1623–1631 (1994). [5.1](#)
- [83] M. Jarczyński, T. Seiler und J. Jahns, „Integrated three-dimensional optical multilayer using free-space optics”, *Appl. Opt.* **45**, 6335–6341 (2006). [5.1](#)
- [84] S. Sinzinger, „Microoptically integrated correlators for security applications”, *Opt. Commun.* **209**, 69–74 (2002). [5.1](#)
- [85] V. Daria, J. Glückstad, P. C. Mogensén, R. L. Eriksen und S. Sinzinger, „Implementing the generalized phase-contrast method in a planar-integrated micro-optics platform”, *Opt. Lett.* **27**, 945–947 (2002). [5.1](#)
- [86] S. Sinzinger und J. Jahns, „Integrated micro-optical imaging system with a high interconnection capacity fabricated in planar optics”, *Appl. Opt.* **36**, 4729–4735 (1997). [5.1](#)
- [87] F. Wippermann, D. Radtke, M. Amberg und S. Sinzinger, „Integrated free-space optical interconnect fabricated in planar optics using chirped microlens arrays”, *Opt. Express* **14**, 10765–10778 (2006). [5.1](#)
- [88] B. Lunitz und J. Jahns, „Tolerant design of a planar-optical clock distribution system”, *Opt. Commun.* **134**, 281–288 (1997). [5.1](#)
- [89] V. R. Daria, R. L. Eriksen, S. Sinzinger und J. Glückstad, „Optimizing the generalized phase contrast method for a planar optical device”, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* **5**, S211–S215 (2003). [5.1](#)
- [90] S. Stoebenau und S. Sinzinger, „Ultraprecision machining techniques for the fabrication of freeform surfaces in highly integrated optical microsystems”, *Proc. SPIE Optical Manufacturing and Testing VIII* **7426**, 742608 (2009). [5.1](#)
- [91] M. Hofmann, S. Hauguth-Frank, V. Lebedev, O. Ambacher und S. Sinzinger, „Sapphire-GaN-based planar integrated free-space optical system”, *Appl. Opt.* **47**, 2950–2955 (2008). [5.1](#), [5.2](#)

- [92] Ambacher, Oliver, „Growth and applications of Group III-nitrides”, *Journal of Physics D: Applied Physics* **31**, 2653 (1998). 5.2
- [93] J. Dorsaz, J.-F. Carlin, S. Gradecak und M. Ilegems, „Progress in AlInN–GaN Bragg reflectors: Application to a microcavity light emitting diode”, *J. Appl. Phys.* **97**, 084505 (2005). 5.2
- [94] O. Ambacher, B. Foutz, J. Smart, J. R. Shealy, N. G. Weimann, K. Chu, M. Murphy, A. J. Sierakowski, W. J. Schaff, L. F. Eastman, R. Dimitrov, A. Mitchell und M. Stutzmann, „Two dimensional electron gases induced by spontaneous and piezoelectric polarization in undoped and doped AlGaIn/GaN heterostructures”, *J. Appl. Phys.* **87**, 334 (2000). 5.2
- [95] H. Hirayama, „Quaternary InAlGaIn-based high-efficiency ultraviolet light-emitting diodes”, *J. Appl. Phys.* **97**, 091101 (2005). 5.2
- [96] G. Steinhoff, M. Hermann, W. J. Schaff, L. F. Eastman, M. Stutzmann und M. Eickhoff, „pH response of GaN surfaces and its application for pH-sensitive field-effect transistors”, *Applied Physics Letters* **83**, 177 (2003). 5.2
- [97] I. Cimalla, F. Will, K. Tonisch, M. Niebelschütz, V. Cimalla, V. Lebedev, G. Kittler, M. Himmerlich, S. Krischok, J. A. Schaefer, M. Gebinoga, A. Schober, T. Friedrich und O. Ambacher, „AlGaIn/GaN biosensor—effect of device processing steps on the surface properties and biocompatibility”, *Sens. Actuators B* **123**, 740–748 (2007). 5.2
- [98] J. Jahns und S. J. Walker, „Imaging with planar optical systems”, *Opt. Commun.* **76**, 313–317 (1990). 5.2
- [99] M. Testorf und J. Jahns, „Imaging properties of planar-integrated micro-optics”, *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 1175–1183 (1999). 5.2
- [100] V. Lebedev, V. Cimalla, T. Baumann, O. Ambacher, F. M. Morales, J. G. Lozano und D. González., „Effect of dislocations on electrical and electron transport properties of InN thin films. II. Density and mobility of the carriers”, *J. Appl. Phys.* **100**, 094903 (2006). 5.2
- [101] K. Tonisch, V. Cimalla, C. Foerster, H. Romanus, O. Ambacher und D. Dontsov, „Piezoelectric properties of polycrystalline AlN thin films for MEMS application”, *Sens. Actuators A* **132**, 658–663 (2006). 5.2
- [102] M. Hofmann, X. Ma, J. Schneider und S. Sinzinger, „Highly integrated optical microsystem for particle concentration measurement”, *Proc. SPIE* **7716**, 77160T (2010). 5.3.1, 5.3.4, 5.4.1.2

- [103] M. Hofmann, R. Müller, S. Stoebenau, T. Stauden, O. Brodersen und S. Sinzinger, „Integrated optofluidic system for monitoring particle mass concentrations based on planar emitter-receiver units”, *Appl. Opt.* **51**, 7800–7809 (2012). [5.3.1](#)
- [104] U. Brokmann, K. Sönnichsen und D. Hülsenberg, „Application of micro structured photosensitive glass for the gravure printing process”, *Microsyst. Technol.* **14**, 1635–1639 (2008). [5.3.1](#)
- [105] S. Stoebenau, R. Kleindienst, M. Hofmann und S. Sinzinger, „Computer-aided manufacturing for freeform optical elements by ultraprecision micro-milling”, *Proc. SPIE* **8126**, 812614 (2011). [5.3.3](#), [5.3.4](#), [5.4.1.2](#)
- [106] S. van Overmeire, H. Ottevaere, G. Desmet und H. Thienpont, „Miniaturized Detection System for Fluorescence and Absorbance Measurements in Chromatographic Applications”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **14**, 140–150 (2008). [5.3.6.4](#)
- [107] W. Schott, W. Pöschel, S. Ecke, G. Jäger, R. Grünwald, H.-J. Büchner, E. Manske und H. Wurzbacher, „Miniaturinterferometer mit Retroreflektor setzen Maßstäbe bei der hochgenauen Längenmessung”, *Laser+Photonik* **01**, 31–33 (2003). [5.4](#)
- [108] M. Testorf und J. Jahns, „Planar-Integrated Talbot Array Illuminators”, *Appl. Opt.* **37**, 5399–5407 (1998). [5.4](#)
- [109] M. Testorf, J. Jahns, N. A. Khilo und A. M. Goncharenko, „Talbot effect for oblique angle of light propagation”, *Opt. Commun.* **129**, 167–172 (1996). [5.4](#), [5.4.1.1](#)

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

A	Partikelquerschnitt
A_{mess}	Messstrahldurchmesser
A_n	Fourierkoeffizienten
a	Kugel- oder Scheibenradius
b	Fitparameter
c_0	Vakuumlichtgeschwindigkeit
c_m	Lichtgeschwindigkeit im Dielektrikum
c_r	Krümmung einer Linse
C_{abs}	Absorptionsquerschnitt
C_{ext}	Extinktionsquerschnitt
C_{sca}	Streuquerschnitt
d	Abstand Gitter-Partikel
E	elektrische Feldstärke
E_i	einfallendes elektrisches Feld, \parallel parallel und \perp senkrecht zur Streuebene
E_s	gestreutes elektrisches Feld, \parallel parallel und \perp senkrecht zur Streuebene
$F(\phi, \theta)$	Streukoeffizient
f	Flächenabschattung
g^*	Verhältnis des Partikelradius zur Gitterperiode
H	magnetische Feldstärke
h	Stufenhöhe eines Phasengitters
I_0	einfallende Intensität
I_p	gebeugte Intensität hinter einem Partikel
I_s	gestreute Intensität, \parallel parallel und \perp senkrecht zur Streuebene
j	imaginäre Einheit
k	Wellenzahl
k_r	konische Konstante
m	Brechzahlenverhältnis
N	Partikelzahl
n_m	Brechzahl des umgebenden Mediums
n_p	Partikelbrechzahl

p	Gitterperiode
Q_{abs}	Absorptionseffizienz
Q_{ext}	Extinktionseffizienz
Q_{sca}	Streueffizienz
Q_0	Anzahlverteilungssumme
Q_3	Volumenverteilungssumme
q_0	Anzahlverteilungsdichte
q_3	Volumenverteilungsdichte
R	Radialkoordinate des Polarkoordinatensystems in der Beugungsebene
R_r	Linsenradius
\mathbf{r}	Orts- oder Streuvektor
r	Betrag des Orts- oder Streuvektors
S_{ges}	Oberfläche
$S_n(\theta)$	$n = 1, 2, 3, 4$, Elemente der komplexen Amplitudenstreumatrix
S_V	Volumenspezifische Oberfläche
$T(x, y)$	Amplitudentransmissionsfunktion
t	Zeit
U_0	Feldverteilung in der Beugungsebene
$U_n(u, v)$	Lommelfunktion
U_p	Beugungsfeld hinter einem Partikel
V	Volumen
$V_n(u, v)$	Lommelfunktion
v	Volumen
x	Partikeldurchmesser
x_{32}	Sauterdurchmesser
$\alpha = 2\pi a/\lambda$	Größenparameter
β	Skalierungsfaktor
δ	Tastverhältnis
ϵ	Permittivität, dielektrische Leitfähigkeit
ϵ_0	elektrische Feldkonstante
ϵ_r	relative Permittivität, Permittivitätszahl oder Dielektrizitätszahl
θ	Winkelkoordinate des Polarkoordinatensystems in der Beugungsebene
θ_s	polarer Streuwinkel
λ	Wellenlänge
λ_0	Vakuumwellenlänge
μ	magnetische Permeabilität
μ_0	magnetische Feldkonstante

μ_r	Permeabilitätszahl
ν	Ortsfrequenz
ρ	Radialkoordinate des Polarkoordinatensystems in der Beobachtungsebene
ρ_m	Massendichte
ϕ	Winkelkoordinate des Polarkoordinatensystems in der Beobachtungsebene
ϕ_s	Azimutwinkel
ϕ_1	Phasenhub
Φ_M	Massekonzentration
Φ_N	Anzahlkonzentration
Φ_V	Volumenkonzentration
Ω	Raumwinkel

A. Anhang

A.1. Messdaten

Tabelle A.1 auf Seite 157 zeigt die Messwerte, die mittels Laserbeugungsspektroskopie für die drei Teststäube ermittelt wurden.

A.2. Berechnung der Feldverteilung hinter einem Gitter

Die Verteilung des Feldes bei $z = 0$

$$U(x, z) = \sum_n A_n e^{2\pi j n \nu x} \quad (\text{A.1})$$

dient als Verteilung U_0 für $z > 0$ bei der Lösung des Fresnelbeugungsintegrals [24]

$$\begin{aligned} U(x, z) &\approx \int U(x_0, 0) e^{j \frac{\pi}{\lambda z} (x-x_0)^2} dx_0 \\ &= \sum_n A_n \int e^{j \pi \left[\frac{(x-x_0)^2}{\lambda z} + 2n\nu x_0 \right]} dx_0 \\ &= \sum_n A_n \int e^{j \frac{\pi}{\lambda z} [(x-x_0)^2 + 2x_0 n \lambda \nu z]} dx_0 \\ &[\dots] = x^2 + x_0^2 - 2x_0(x - n\lambda\nu z) + (x - n\lambda\nu z)^2 - (x - n\lambda\nu z)^2 \\ &= [x_0 - (x - n\lambda\nu z)]^2 + x^2 - (x - n\lambda\nu z)^2 \\ U(x, z) &= \sum_n A_n e^{j \frac{\pi}{\lambda z} [x^2 - (x - n\lambda\nu z)^2]} \int e^{j \frac{\pi}{\lambda z} (x_0 - x + n\lambda\nu z)^2} dx_0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A.3. Vereinfachung eines mathematischen Ausdrucks

Vereinfachung des Terms $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$:

$$\begin{aligned} &(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \\ &= (x^2 + y^2 - 2xx_0 - 2yy_0 + x_0^2 + y_0^2) \\ &= (\rho \cos(\varphi))^2 + (\rho \sin(\varphi))^2 - 2\rho \cos(\varphi)R \cos(\theta) - 2\rho \sin(\varphi)R \sin(\theta) + (R \cos(\theta))^2 + (R \sin(\theta))^2 \\ &= \rho^2 + R^2 - 2\rho R (\cos(\varphi) \cos(\theta) + \sin(\varphi) \sin(\theta)) \\ &= \rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos(\varphi - \theta) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Tabelle A.1.: Messwerte der Q_3 -Verteilungen der drei Teststäbe.

$x_i/\mu\text{m}$ Klassenobergrenze	$\bar{x}_i/\mu\text{m}$ Intervallmitte	$Q_3/\%$		
		fein	mittel	grob
0,9	0,7	4,43	3,49	1,99
1,1	1	6,8	5,24	3
1,3	1,2	9,25	6,98	4,02
1,5	1,4	11,76	8,71	5,03
1,8	1,65	15,55	11,28	6,53
2,2	2	20,57	14,63	8,48
2,6	2,4	25,44	17,84	10,34
3,1	2,85	31,21	21,65	12,52
3,7	3,4	37,51	25,92	14,91
4,3	4	43,09	29,88	17,05
5	4,65	48,68	34,14	19,27
6	5,5	55,11	39,7	22,04
7,5	6,75	62,04	47,07	25,55
9	8,25	66,74	53,49	28,52
10,5	9,75	70,11	59,03	31,13
12,5	11,5	73,43	65,24	34,24
15	13,75	76,65	71,43	37,75
18	16,5	79,76	77,04	41,56
21	19,5	82,33	81,14	45,02
25	23	85,18	84,99	49,26
30	27,5	88,1	88,29	54,21
36	33	90,96	91,03	59,83
43	39,5	93,63	93,36	66,01
51	47	95,87	95,28	72,4
61	56	97,68	96,92	79,13
73	67	98,87	98,14	85,35
87	80	99,57	98,95	90,51
103	95	100	99,44	94,47
123	113	100	99,76	97,63
147	135	100	100	100
175	161	100	100	100

A.4. Bestimmung der Fourierkoeffizienten

Zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten eines zweistufigen Gitters wird das Integral

$$A_n = \frac{1}{p} \int_p u_p e^{-2\pi j n \nu x} dx \quad (\text{A.4})$$

gelöst. Für ein Gitter mit komplexer Amplitudentransmissionsfunktion ergibt sich für die nullte Ordnung ($n = 0$):

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{p} \int_p u_p e^{-2\pi j n \nu x} dx \\ &= \frac{1}{p} \int_{-p_1/2}^{p_1/2} u_{p1} dx + \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{-p_1/2} u_{p2} dx + \frac{1}{p} \int_{p_1/2}^{p/2} u_{p2} dx \\ &= \frac{u_{p1}}{p} \left[\frac{p_1}{2} - \frac{-p_1}{2} \right] + \frac{u_{p2}}{p} \left[\frac{-p_1}{2} - \frac{-p}{2} \right] + \frac{u_{p2}}{p} \left[\frac{p}{2} - \frac{p_1}{2} \right] \\ &= u_{p1} \frac{p_1}{p} + u_{p2} \frac{p - p_1}{p} \\ &= \delta(u_{p1} - u_{p2}) + u_{p2} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Die Spezialfälle eines reinen Amplituden- oder Phasengitters erhält man durch Einsetzen der entsprechenden u_{p1} und u_{p2} . Das Tastverhältnis ist $\delta = p_1/p$. Die Beugungseffizienz ist das Betragsquadrat der Fourierkoeffizienten. Es ergibt sich für die nullte Ordnung

$$\begin{aligned} |A_0|^2 &= \left[\delta(u_1 e^{j\phi_1} - u_2 e^{j\phi_2}) + u_2 e^{j\phi_2} \right] \left[\delta(u_1 e^{-j\phi_1} - u_2 e^{-j\phi_2}) + u_2 e^{-j\phi_2} \right] \\ &= \delta^2 [u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] - \delta [2u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] + u_2^2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Für alle anderen Ordnungen ($n \neq 0$) wird berechnet:

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{p} \int_p u_p e^{-2\pi j n \nu x} dx \\ &= \frac{1}{p} \int_{-p_1/2}^{p_1/2} u_{p1} e^{-2\pi j n \nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{-p_1/2} u_{p2} e^{-2\pi j n \nu x} dx + \frac{1}{p} \int_{p_1/2}^{p/2} u_{p2} e^{-2\pi j n \nu x} dx \\ &= \frac{u_{p1}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu x} \right]_{-p_1/2}^{p_1/2} + \frac{u_{p2}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu x} \right]_{-p/2}^{-p_1/2} + \frac{u_{p2}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu x} \right]_{p_1/2}^{p/2} \\ &= \frac{u_{p1}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu \frac{p_1}{2}} - e^{2\pi j n \nu \frac{p_1}{2}} \right] \\ &\quad + \frac{u_{p2}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu \frac{-p_1}{2}} - e^{-2\pi j n \nu \frac{-p}{2}} \right] + \frac{u_{p2}}{p} \frac{1}{-2\pi j n \nu} \left[e^{-2\pi j n \nu \frac{p}{2}} - e^{-2\pi j n \nu \frac{p_1}{2}} \right] \\ &= \frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} (u_{p1} - u_{p2}). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Mit $p\nu = p/p = 1$, $p_1\nu = p_1/p = \delta$ und $\sin x = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$. Das Betragsquadrat ist dann unter Ausnutzung von $\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$:

$$\begin{aligned}
 |A_n|^2 &= \left[\frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} \right]^2 (u_1 e^{j\phi_1} - u_2 e^{j\phi_2})(u_1 e^{-j\phi_1} - u_2 e^{-j\phi_2}) \\
 &= \left[\frac{\sin(\pi n \delta)}{\pi n} \right]^2 \left[u_1^2 + u_2^2 - 2u_2 u_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) \right].
 \end{aligned}
 \tag{A.8}$$

Erklärung

(gemäß Anlage 1 der Siebten Änderung der Promotionsordnung der TU Ilmenau
- Allgemeine Bestimmungen)

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise geholfen:

keine

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch bewertet wird und gemäß §7 Abs. 10 der Promotionsordnung den Abbruch des Promotionsverfahrens zur Folge hat.

Ilmenau, 26. Juni 2013

.....
Meike Hofmann

Danksagung

Mein Dank gilt Prof. Dr. Stefan Sinzinger, der mir die Promotion am Fachgebiet Technische Optik ermöglichte, mich stets unterstützt hat und immer ein offenes Ohr für meine Fragen hatte.

Herrn Prof. Dr. Hartmut Bartelt und Herrn Prof. Dr. Hans Zappe danke ich für die Übernahme der Gutachtertätigkeit.

Den Kolleginnen und Kollegen des Fachgebietes Technische Optik danke ich für die vielen kleinen und großen Hilfestellungen. Insbesondere danke ich Sebastian Stoebenau und Adrian Grewe für die Herstellung der PMMA-Bauteile mittels Ultrapräzisionsfräsen, Patrick Feßer für die Herstellung der diffraktiven Bauelemente, Thomas Meinecke für das Löten der Schaltungen und Karolin Schuster für die Beherrschung des Chaos.

Ich danke Mathias Krüger, Ronald Kampmann und Annemiek Chall, die während ihrer studentischen Arbeiten den Fortschritt der Dissertation unterstützt haben.

Dem CiS Forschungsinstitut für Mikrosensorik und Photovoltaik in Erfurt, insbesondere Herrn Dr. Ralf Müller, danke ich für die Herstellung der Strahler-Empfänger-Baugruppen und die Bereitstellung der Teststaubmessdaten.

Bei Frau Dr. Ulrike Brokmann bedanke ich mich für die Belichtung der FS 21 Wafer, bei Herrn Dr. Thomas Stauden für die Beschichtung der Al-Spiegelschichten und bei Sindy Hauguth-Frank für die Prozessierung der Saphirwafer.

Dr. Katja Tonisch und Oliver Hofmann danke ich für das Korrekturlesen der Arbeit.

Allen, die mir durch die Betreuung meiner Tochter den Rücken freigehalten haben, gilt ein besonderer Dank. Insbesondere sind dies meine Eltern Gisela und Klaus Hoffmann, meine Schwiegereltern Gudrun und Rainer Hofmann, Katja Kurzke und meine Schwester Silke Hoffmann.

Meinen Eltern danke ich für die grenzenlose Unterstützung auch über so viele Kilometer hinweg.

Meinem Mann Oliver danke ich für den familiären Rückhalt, die Motivation und das Teilen der familiären Aufgaben.