

Ralph Jödicke

**Modellbildung und Simulation der großen
Deformationen menschlicher Weichteile beim
Sitzen**

Modellbildung und Simulation der großen Deformationen menschlicher Weichteile beim Sitzen

Ralph Jödicke



Universitätsverlag Ilmenau
2011

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 1. Juni 2010

1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Klaus Zimmermann
(Technische Universität Ilmenau)

2. Gutachter: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. med. (habil.) Hartmut Witte
(Technische Universität Ilmenau)

3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Stelzle
(Hochschule Osnabrück)

Tag der Verteidigung: 5. November 2010

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

www.mv-verlag.de

ISSN (Druckausgabe)

ISBN 978-3-939473-98-5 (Druckausgabe)

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2010000528

Titelfoto: Veit Henkel | Fakultät für Maschinenbau, TU Ilmenau

Ich danke meiner Familie, dem Institut für Mechatronik Chemnitz, dem Sächsischen Staatsministerium für Wissenschaft und Kunst und der Johnson Controls GmbH für die Unterstützung bei der Erstellung dieser Arbeit. Mein besonderer Dank gilt auch Dr. Claus-Dieter Wolf, der mich für die Biomechanik begeistert hat. Leider ist er viel zu früh verstorben.

Modellbildung und Simulation der großen Deformationen menschlicher Weichteile beim Sitzen

Ralph Jödicke

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein FE-Modell des menschlichen Weichteilgewebes entworfen, das den Anforderungen entspricht, die sich aus dem Entwurf ergonomischer Sitzsysteme ergeben. Das Modell des Weichteilgewebes wurde in das Menschmodell DYNAMICUS integriert und mit RAMSIS-Daten anthropometrisch parametrisiert. Dazu wurde das Mehrkörpersimulationswerkzeug **alaska** um eine nichtlineare FE-Schnittstelle erweitert. Auf der Grundlage von Messungen der Druckverteilungen und der Schwingungsübertragungen wurde ein transparentes Verfahren entworfen, um viskoelastische Materialparameter des menschlichen Körpers bei vernachlässigbarer gesundheitlicher Belastung durch Parameteroptimierung zu ermitteln. Das dazu verwendete Verfahren ist schlank und gut dokumentiert. Damit kann es auch für beliebige Haltungen und Probanden angewendet werden. Da bei diesem Verfahren statistische Parameter eine zentrale Rolle spielen, ist es robust gegenüber Änderungen der Modellauflösung, der Modellierungstiefe und quantitativer Versuchsbedingungen. Zu diesen quantitativen Versuchsbedingungen gehören die Auflösung der Druckmessmatten, die Messzeit, die Amplitude der Anregung und die Abtastrate der Beschleunigungsmessungen. Für statische und dynamische Untersuchungen wurde in dieser Arbeit dasselbe Modell verwendet, das mit vertretbarem Aufwand anthropometrisch skalierbar ist. Dieses Modell ist damit einfacher und schneller anzuwenden als für ähnliche Anwendungen bereits vorliegende Lösungen.

Es wurden Werte viskoelastischer Materialparameter menschlicher Weichteile auf der Grundlage eines linearen Materialmodells in Verbindung mit einem nichtlinearen Geometriemodell ermittelt. Eine mögliche Abhängigkeit der elastischen Materialparameter des Weichteilgewebes

von Proband und Haltung konnte nicht nachgewiesen werden. Das ermittelte Elastizitätsmodul ist jedoch sehr glaubwürdig. Die Untersuchungen des Schwingungsverhaltens zeigen eine deutliche Haltungsabhängigkeit und eine nachweisbare Probandenabhängigkeit der Dämpfung des menschlichen Körpers. Für die Simulationen wurde ein rein geschwindigkeitsproportionales (newtonsches) Dämpfungsmodell verwendet. Bei gemeinsamer Optimierung statischer und dynamischer experimenteller und numerischer Versuche wurde festgestellt, dass die dynamische Steifigkeit signifikant höher ist als die statische. Damit kann eine realitätsnahe Abbildung des dynamischen Verhaltens durch ein rheologisches (maxwellsches) Materialmodell erfolgen. Im Rahmen eines hybriden Mehrkörpermodell ist dies jedoch nicht zwingend erforderlich, da die dynamische Steifigkeit durch mehrkörperdynamische Modellierungselemente abgebildet werden kann, ohne das FE-Modell zur Berechnung der Druckverteilung zu beeinflussen.

Modelling and Simulation of Large Deformations of Human Soft Tissue while Seating

Ralph Jödicke

Abstract

In line with this thesis it was drafted a finite element model of human soft tissue. This model fits the requirements of the design of human-engineered seating systems. The soft tissue model has been integrated into the human model DYNAMICUS und parametrized using RAMSIS-data. For that purpose the multi-body-dynamics simulation tool `alaska` have got an interface for the integration of nonlinear finite-element-models. Based on measurements of pressure distribution a comprehensive process for the determination of viscoelastic material parameters of human soft tissue has been developed. The parameter-optimisation process makes the exposure of the test persons negligible. The process is slim and documented. Therefore this process is applicable for arbitrary test persons and postures. Because statistical parameters are the keys of this process, it is rugged against a lot of modifications. These modifications are the degree of freedom of the model, the resolution of the pressure-measuring pad, the intensity of the vibrational stimulation, the sampling frequency and measuring time of the acceleration measurements. This paper used for static and dynamic simulations the same model. The effort for anthropometric and postural scaling is straightforward. Therefore this model is more simple and easier to handle than available solutions for similar problems.

The values of viscoelastic material parameters assume a linear material model connected with a nonlinear model of geometry. A significant dependency of the elastic properties of the human soft-tissue on the physical constitution and the posture of the test person is not proven. But the elasticity-modulus achieved by the optimization is reasonable. The analysis of the vibration shows that there is a considerable dependency of human body's damping on the posture and a veritable

dependency on the test person. For the simulation a pure damping model without dynamic (serial) stiffness has been used. A simultaneous optimisation of static and dynamic measurements show, that there is a considerable dynamic stiffening. A realistic representation of the dynamic behaviour is possible using a rheological material model with a dynamic (serial) stiffness. But in connection with a hybrid model this is not essential. It is possible to represent the dynamic stiffening with multi-body elements. This method has no influence on the finite-element-model for pressure distribution.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	15
1.1	Motivation	15
1.2	Zielstellungen	16
1.3	Internationaler Stand	17
1.4	Vorzüge und Defizite	21
1.5	Forschungsmethodischer Ansatz	22
1.6	Ausblick	24
2	Grundbegriffe der Tensorrechnung	25
2.1	Allgemeine Bezeichnungen	25
2.2	Isotrope Funktionen von Tensoren	31
2.3	Häufig verwendete Größen	34
3	Theorie großer viskoelastischer Deformationen	37
3.1	Präambel	37
3.2	Kinematik	40
3.2.1	Deformation, Stauchung und Streckung	40
3.2.2	Lineare und nichtlineare Verzerrungsmaße	43
3.2.3	Zeitableitungen	46
3.3	Spannungen	48
3.4	Nichtlineare Materialgesetze	52
3.4.1	Präambel	52
3.4.2	Hyperelastische Materialgesetze für biologisches Weichteilgewebe	52

3.4.3	Physikalische Inkompressibilität	55
3.4.4	Viskoelastische Materialgesetze	55
4	Finite-Elemente-Modell	59
4.1	Aufstellung und Lösung von Bewegungsgleichungen . . .	59
4.1.1	Vorstellung der Methode der Finiten Elemente .	59
4.1.2	Vorstellung der Methode der Mehrkörperdynamik	61
4.1.3	Kopplung von Mehrkörperdynamik und Finiten- Elementen-Methoden	61
4.1.4	Kontaktsensorik	64
4.1.5	Übersicht der verwendeten Finiten Elemente . .	67
4.1.6	Kinematische Modellierung der Volumenerhaltung	68
4.2	Anthropometrische Skalierung	70
4.2.1	Problembeschreibung	70
4.2.2	Anwendung des Anthropometriemodells von DY- NAMICUS	71
4.2.3	Anwendung des Menschmodells RAMSIS	72
5	Beschreibung durchgeführter Messungen	75
5.1	Anthropometrische Messungen	75
5.2	Statische Messungen auf harten Unterlagen	81
5.3	Statische Messungen auf gepolsterten Sitzen	83
5.4	Bewertung der Druckmessungen	87
5.5	Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen	91
5.5.1	Beschreibung des Messaufbaus	91
5.5.2	Beschreibung des Algorithmus zur Auswertung .	92
5.6	Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen	104
6	Evaluation der Simulationsergebnisse	117
6.1	Erstellung eines MKS-Modells	117
6.2	Bestimmung elastischer Materialparameter	123
6.3	Simulation von Druckverteilungen mit Schaumstoffen . .	131

6.4	Bestimmung viskoelastischer Materialparameter	133
7	Ausblick	155

1 Einleitung

1.1 Motivation

Im Rahmen einer Kooperation zwischen dem Institut für Mechatronik Chemnitz und der Johnson–Controls GmbH wurde ein Softwarewerkzeug zur objektiven ergonomischen Bewertung von Sitzentwürfen entwickelt. Das Ergebnis dieser Zusammenarbeit wurde 2002 auf einer Tagung vorgestellt [73]. Diese Zusammenarbeit hat insbesondere auf dem Gebiet der Deformation menschlichen Weichteilgewebes eine Reihe offener Fragen aufgeworfen. Es wurde daher beschlossen, dass das Institut für Mechatronik versuchen soll, wenigstens einige dieser Fragen zu beantworten und das Ergebnis dieser wissenschaftlichen Untersuchungen der Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Es wurde festgestellt, dass andere Arbeitsgruppen sich mit ähnlichen Problemstellungen befassen, der große Durchbruch jedoch bisher ausgeblieben ist. Auf diese Arbeiten soll in Abschnitt 1.3 eingegangen werden.

1.2 Zielstellungen

Obwohl das Sitzen keine besonders gesunde Haltung ist, verbringt der Mensch in der modernen Industriegesellschaft einen zunehmenden Teil seiner Arbeitszeit im Sitzen. Die Entwicklung ergonomischer Sitzsysteme ist daher eine wesentliche Aufgabe zur Verbesserung der Lebensqualität und zur Erhaltung der Gesundheit des Menschen. Dabei werden immer wieder verschiedene innovative Vorschläge, z. B. von Spanner-Ulmer [78] oder Löw [82] der Öffentlichkeit unterbreitet. Auch mangelt es nicht an Bemühungen, die Entwicklung neuartiger Sitzsysteme auf eine systematische Grundlage zu stellen [60].

Bei einer objektiven Komfortbewertung ist der mechanische Diskomfort ein wesentliches Element [54]. Ungeeignet konstruierte Büro- und Fahrzeugsitze können bei häufiger oder dauerhafter Benutzung zu einer wesentlichen gesundheitlichen Beeinträchtigung der betroffenen Personen führen. Daher wird bereits seit Langem versucht, die mechanische Belastung des Menschen bereits in einer frühen Entwurfsphase eines neuen Produkts vorherzusagen. In diesem (eingeschränkten) Sinne wird Komfort in dieser Arbeit als Abwesenheit von Diskomfort betrachtet. Zur reproduzierbaren Bewertung des mechanischen Diskomforts verwendet man üblicherweise Menschmodelle, die entweder als Hardware-Dummy [46] [12] [14] oder als Computermodell (Software-Dummy) [7] vorliegen. Diese Arbeit leistet einen Beitrag, die für eine objektive Bewertung erforderlichen Daten anhand von Computermodellen zu berechnen und aufzubereiten.

Die mechanischen Wechselwirkungen zwischen Mensch und Sitzmöbel und damit der mechanische Sitzkomfort hängen wesentlich von der reversiblen Deformierbarkeit der Kontaktflächen zwischen Mensch und Sitzmöbel und von den mechanischen Eigenschaften des Gesamtsystems Mensch-Sitz ab. Diese Arbeit verfolgt das Ziel, ein anthropometrisch skalierbares Computermodell des viskoelastisch deformierba-

ren menschlichen Gewebes zu entwickeln. Dies soll als Komponente in einem biomechanischen Gesamtmodell verwendet werden. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist die Vorstellung von statistischen Methoden zur Auswertung von Messungen und Computersimulationen, die zunächst einen Vergleich zwischen Messung und Simulation erleichtern, aber auch für eine Objektivierung der Bewertung der Ergebnisse verwendet werden können. Somit leistet diese Arbeit einen Beitrag zur Systematisierung der Entwicklung von Sitzsystemen.

1.3 Internationaler Stand

Für die Simulation des viskoelastischen Verhaltens technischer Systeme existieren bereits praktische Lösungen, die auch beim Entwurf von Büro- und Fahrzeugsitzen mit Erfolg eingesetzt werden. Dazu gehören zunächst flexible Werkzeuge für allgemeine physikalische Simulationen und darauf aufbauend spezielle Lösungen für den Diskomfort beim Sitzen.

Allgemeine Werkzeuge zur Simulation des Verhaltens physikalischer Systeme lassen sich grob nach zwei Klassen gruppieren. Wesentliches Kriterium für eine Klassifizierung ist hierbei die verwendete Methode zu Diskretisierung. Bei der Methode der Mehrkörperdynamik wird zunächst eine anschauliche Zerlegung des mechanischen Systems in starre Körper, technische Gelenke und Kraftkopplungen sowie diskreter elektrischer Bauelemente bei elektromechanischen Systemen vorgenommen. Das physikalische Verhalten jedes Bauelements muss dazu möglichst vollständig bekannt sein. Mit der Methode der Mehrkörperdynamik ist die Simulation eines beliebigen komplexen Systems einfacher Bauelemente möglich. Bei der Methode der Finiten Elemente wird das physikalische System hingegen als heterogenes Kontinuum betrachtet. Bei mechanischen Systemen werden mit der Methode der Finiten Elemente überwiegend viskoelastische und plastische Verformungen und Strömungen

1 Einleitung

analysiert. Viskoelastische Verformungen sind dabei stets reversibel, plastische Verformungen jedoch irreversibel. Mathematische Systeme, bei denen die Methode der Mehrkörperdynamik mit der Methode der Finiten Elemente gekoppelt ist, werden als hybride Mehrkörpersysteme bezeichnet. Praktisch wird das meist so verstanden, dass bei einigen Bauelementen die physikalischen Eigenschaften als unbekannt angesehen werden und diese Eigenschaften dann mit der Methode der Finiten Elemente berechnet werden.

Seit ihrer ersten Vorstellung hat sich der Anwendungsbereich der Methode der Finiten Elemente ständig erweitert. Zunächst war es nur möglich, ausschließlich die lineare Elastizitätstheorie mit der Methode der Finiten Elemente abzubilden. Später wurden auch nichtlineare Systeme berechnet, bei denen große Verdrehungen und Verschiebungen auftreten, die Verzerrungen jedoch klein bleiben. Eine wesentliche Aufwertung dieser Methode war die Abbildung irreversibler plastischer Deformationen. Diese plastischen Deformationen gehören heute zu den wesentlichen industriellen Anwendungsbereichen der Methode der Finiten Elemente. Auch die Wechselwirkung zwischen plastischen Verformungen und Wärmetransport nimmt bei der Weiterentwicklung der Methode der Finiten Elemente einen breiten Raum ein. Bei typischen Konstruktionswerkstoffen im Maschinenbau wie zum Beispiel Stahl und Aluminium treten nur kleine viskoelastische Verzerrungen auf, große Verzerrungen erfolgen stets plastisch. Daher wird bei der Anwendung der Methode der Finiten Elemente den plastischen Verformungen ganz allgemein ein breiter Raum eingeräumt. Für die Wechselwirkungen Mensch-Sitz sind plastische Verformungen relevant für die Sicherheit und Lebensdauer, jedoch nicht für den Komfort bei einem unbeschädigten Produkt.

Für die Simulation des mechanischen Verhaltens des Menschen existieren bereits spezialisierte Menschmodelle. Neben stark spezialisierten einfachen Ansätzen wie z. B. dem Modell von Mitschke und Klinger

1.3 Internationaler Stand

von 1998 [58] existieren auch anspruchsvolle allgemeiner einsetzbare Modelle wie z.B. APALYS [3]. Diese Modelle werden ständig darauf hin überprüft, wie gut sie als Modell des Menschen verwendbar sind. Einen Überblick über den Stand der Entwicklung von Computermodellen des menschlichen Bewegungsapparates gibt der Artikel von Viceconti et. al. [86]. Besonders hervorzuheben sind dabei anthropometrische empirische Menschmodelle wie RAMSIS [74] [75]. RAMSIS simuliert zunächst nicht das physikalische Verhalten des Menschen, sondern ist eine Datensammlung, die ergonomisches Expertenwissen dem Ingenieur zu Verfügung stellt. Abbildung 1.1 zeigt eine Auswahl von RAMSIS-Modellen mit extremen anthropometrischen Abmessungen.

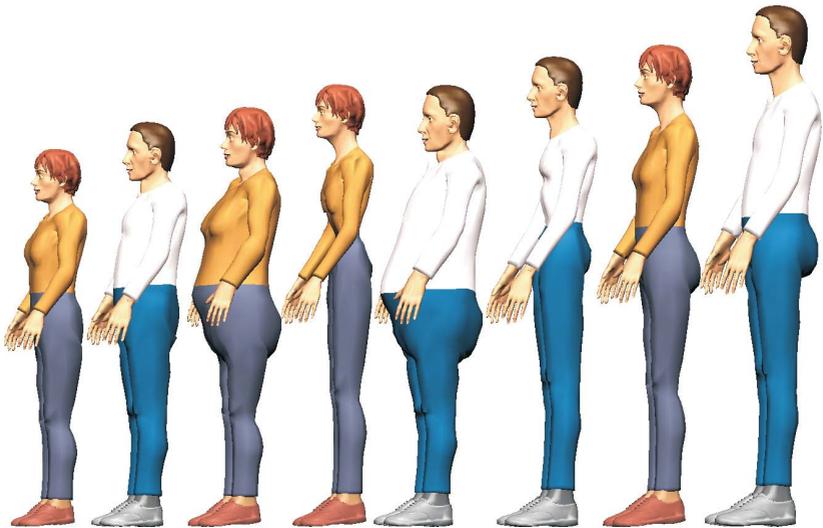


Abbildung 1.1: Extremale anthropometrische Menschmodelle

Die anthropometrischen Menschmodelle werden durch biomechanische Menschmodelle ergänzt. Mit diesen sind physikalische Simulatio-

1 Einleitung

nen mit Menschmodellen möglich. Bei biomechanischen Menschmodellen ist eine Klassifikation nach der Methode der Mehrkörperdynamik und der Methode der Finiten Elemente möglich. Von den biomechanischen Menschmodellen ist CASIMIR [92] [70] ein Menschmodell, das sich primär der Methode der Finiten-Elemente bedient. DYNAMICUS [37] [18] auf der anderen Seite ist ein Menschmodell, das primär die Methode der Mehrkörperdynamik benutzt. Das Menschmodell Mady-mo [65] kombiniert die Methode der Finiten Elemente mit der Methode der Mehrkörperdynamik. AnyBody [9] ist ein mehrkörperdynamisches Menschmodell, dessen Schwerpunkt auf der Simulation des Bewegungsapparates (Muskeln und Skelett) liegt.

Außerhalb dieser kompletten Menschmodelle befassen sich einige Arbeiten mit der Weichteildeformation bestimmter Körperpartien. Pain und Challis [63] entwickelten ein Modell des menschlichen Unterschenkels. Volle [89] entwickelte ein Modell des Unterarms. Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang das von Mergl [57] entwickelte detaillierte FE-Modell des menschlichen Gesäßes.

Beim Sitzen zerfällt der mechanische Diskomfort in einen statischen und einen dynamischen Diskomfort. Der statische Diskomfort ist durch die auftretenden inneren und äußeren Kräfte gekennzeichnet. Die Bewertung des reinen Haltungskomforts auf der Basis von Gelenkwinkeln kann direkt durch das Menschmodell Ramsis erfolgen [21]. Die Bewertung von Sitzdrücken kann nach Hartung [30] objektiviert werden. Zu den dynamischen Einflußgrößen gehören neben den mechanische Eigenschaften des biomechanischen Systems insbesondere auch die Art und Intensität dynamischer Anregungen [35]. Für den dynamischen Diskomfort sind die auftretenden Ganzkörperschwingungen von wesentlicher Bedeutung. Zur Untersuchung von Schwingungen am Menschen und damit zur Thematik der Ermittlung mechanischer Parameter menschlichen Gewebes sind in den letzten ca. 50 Jahren umfangreiche Arbeiten [17] bekannt. Die vorliegende Arbeit fokussiert auf das Problem "Sit-

zen“ so dass u.a. die Publikationen von Meltzer [56] und Griffin [28] [29] als Ausgangspunkt angesehen wurden Die ergonomische Bewertung von Ganzkörperschwingungen ist durch die DIN–ISO 2631 und durch die Richtlinie VDI 2057 genormt [8]. Der VDI organisierte 1997 [84] und 2007 [85] Tagungen zu diesem Thema. Der dynamische Sitzkomfort kann durch den Einsatz aktiver Komponenten wesentlich verbessert werden [52].

1.4 Vorzüge und Defizite

Die Usability des Menschmodells AnyBody kann wegen seiner modernen gut strukturierten Eingabesprache und Benutzeroberfläche als sehr gut bezeichnet werden. Es eignet sich gut für biomechanische Simulationen von Vorgängen, bei denen keine passive Weichteildeformation auftritt. Damit kann es für die Simulation hochfrequenter Schwingungsübertragungen und zu Sitzdruckberechnungen nicht verwendet werden. Die anthropometrische Skalierung und die Modellierung der Haltung erfolgt mittels der Modellbeschreibungssprache oder der Benutzeroberfläche. AnyBody verfügt über keine Schnittstellen zu separaten anthropometrischen Menschmodellen.

Das biomechanische Menschmodell Madymo verbindet die Methode der Mehrkörperdynamik und die Methode der Finiten Elemente auf elegante Weise. Es eignet sich damit für die Simulation von Schwingungen und zur Berechnung von Sitzdrücken. Eine eingebaute anthropometrische Skalierbarkeit dieses Modells ist jedoch nicht gegeben. Die Modellierung der Wechselwirkung zwischen Menschmodell und Umgebung erfolgt durch das gut validierte Finite–Elemente–Programm LS–Dyna. Die Usability von Madymo entspricht daher der von LS–Dyna und ist nicht ganz so gut wie die von AnyBody.

Das Menschmodell CASIMIR verwendet zur Berechnung des Schwingungsverhaltens des menschlichen Körpers das weit verbreitete und gut

1 Einleitung

validierte Finite-Elemente-Programm ABAQUS. Für erfahrene Anwender von ABAQUS ist damit eine flexible Anwendung und Weiterentwicklung dieses Modells möglich. Die Usability dieses Menschmodells ist damit mit Madymo vergleichbar. CASIMIR verfügt über eine Schnittstelle zum anthropometrischen Menschmodell RAMSIS [64]. Damit ist eine im Vergleich zu Madymo und AnyBody bessere anthropometrische Skalierbarkeit dieses Modells gegeben. Es liegen jedoch keine Erkenntnisse vor, inwieweit CASIMIR zur Berechnung von Sitzdrücken verwendet werden kann.

Das biomechanische Menschmodell DYNAMICUS ist ein reines mehrkörperdynamisches Modell. Die Deformation von Weichteilgewebe kann mit diesem Modell nicht simuliert werden. Es verfügt mit **alaska** über eine ähnlich moderne und gut strukturierte Eingabesprache wie AnyBody. Durch eine Kopplung mit dem anthropometrischen Menschmodell RAMSIS ist jedoch eine mit CASIMIR vergleichbare anthropometrische Skalierbarkeit gegeben.

Das von Mergl entwickelte FE-Modell des Gesäßes ist sehr detailliert und erlaubt eine sehr genaue Berechnung des Sitzdruckes. Eine anthropometrische Skalierbarkeit ist jedoch nicht gegeben. Vielmehr erfordert die von Mergl beschriebene Vorgehensweise eine Laservermessung jedes einzelnen Probanden. Auch eignet es sich aufgrund seiner hohen Gitterauflösung nicht für dynamische Untersuchungen.

1.5 Forschungsmethodischer Ansatz

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Finite-Elemente-Modell des Weichteilgewebes des Oberschenkels vorgestellt, das den Bedürfnissen systematischer ergonomischer Untersuchungen entspricht. Es ist gekennzeichnet durch eine Integration in ein mehrkörperdynamisches Modell des menschlichen Skeletts und eine für die Anwendung gerade ausreichende Komplexität.

1.5 Forschungsmethodischer Ansatz

Als Entwicklungsplattform wird dabei das Menschmodell DYNAMICUS verwendet. Im Vergleich mit CASIMIR, AnyBody oder Mady-mo hat es den niedrigsten mechanischen Freiheitsgrad. Aus mehrkörperdynamischer Sicht ist die Usability dieses Modells besser als die von AnyBody oder CASIMIR. Den Menschmodellen AnyBody und Mady-mo hat es eine Schnittstelle zum anthropometrischen Menschmodell RAMSIS voraus. Es wird ein systematisches Vorgehen bei der Ermittlung von viskoelastischen Modellparametern aus biomechanischen Messungen vorgestellt und angewendet. Bei Textilien, Schaumstoffen und biologischem Gewebe treten große viskoelastische Verformungen auf. Dass diese für den Sitzkomfort von erheblicher Relevanz sind, wird im Rahmen dieser Arbeit noch einmal gezeigt. Diese Arbeit verfolgt somit mehrere allgemeine Ziele:

- Nachweis, dass der mechanische Diskomfort mit linearen Modellen nicht angemessen dargestellt werden kann,
- Verbindung der Methode der Finiten Elemente mit der Methode der Mehrkörperdynamik,
- Anwendung dieser allgemeinen Verfahren in biomechanischen und ergonomischen Modellen,
- Vorstellung effizienter mathematischer Verfahren zur Bewertung des mechanischen Diskomforts.

Mit dieser Arbeit soll dieser aktuelle Stand der Technik in folgenden Punkten weiterentwickelt werden:

- Verbindung der stufenlosen anthropometrischen Skalierbarkeit biomechanischer Menschmodelle mit der Kopplung zwischen der Methode der Finiten Elementen und der Methode der Mehrkörperdynamik,

1 Einleitung

- Design einer für die Bewertung des Diskomforts wirtschaftlich sinnvollen Anwendung von Mehrkörperdynamik und FE-Methode,
- Schaffung der Möglichkeit der Integration in vorhandene Entwurfssysteme für Sitze durch Verwendung einer offenen Programmierschnittstelle.

Die Wirtschaftlichkeit in der Anwendung des Modells soll durch folgende Maßnahmen erreicht werden:

- ein Modell, das für statische und dynamische Untersuchungen gleichermaßen geeignet ist anstelle eines spezialisierten Modells für jeden Anwendungsfall,
- der mechanische Freiheitsgrad des Modells soll so niedrig wie möglich gehalten werden,
- die Berechnung konzentrierter Parameter zur Komfortbewertung soll erleichtert werden.

1.6 Ausblick

Dass das im Rahmen dieser Arbeit entworfene Modell eine wirtschaftliche Nutzung ermöglicht, wurde im vorherigen Abschnitt postuliert. Es wird jedoch noch kein Wert darauf gelegt, die *anwenderfreundliche* Benutzbarkeit des Modells tatsächlich zu realisieren. Daher wird auf die Usability von Software in dieser Arbeit auch nicht eingegangen. Der Einsatz dieses Modells in der praktischen Arbeit des Entwicklungingenieurs wird in dieser Arbeit nicht gezeigt und bleibt damit späteren Untersuchungen vorbehalten.

Am Schluß dieser Arbeit werden Potenziale zur Steigerung der Effizienz ergonomischer Bewertungen von Sitzentwürfen auf der Grundlage konzentrierter Parameter vorgestellt.

2 Grundbegriffe der Tensorrechnung

2.1 Allgemeine Bezeichnungen von Vektoren und Tensoren

Eine gute Einführung in die Tensorrechnung bietet Lippmann [51] an. Bei der Bezeichnung von mathematischen Objekten wird zunächst zwischen Mengen und Elementen unterschieden. Mengen werden durch Doppelstrich-Buchstaben bezeichnet. Zur Bezeichnung ihrer Elemente wird eine einfache Schriftart verwendet. In dieser Arbeit werden Skalare, Vektoren und Tensoren verwendet. Diese sind Elemente von metrischen Räumen. Ein Skalar ist zunächst das Produkt aus einer reellen oder, sofern notwendig, komplexen Zahl und einer physikalischen Einheit. Die Menge aller Skalare x derselben physikalischen Größe bildet einen eindimensionalen metrischen Raum \mathbb{R} ($x \in \mathbb{R}$). Die Elemente eines n -dimensionalen euklidischen Raums \mathbb{E}^n sind die Vektoren \underline{x} ($\underline{x} \in \mathbb{E}^n$). In dieser Arbeit gilt meist $n = 3$. Der Unterstrich bringt zum Ausdruck, dass \underline{x} ein Vektor oder allgemeiner ein Tensor erster Stufe ist. Das Skalarprodukt α zweier Vektoren \underline{x} und \underline{y} ist stets kommutativ.

$$\alpha = \underline{x} \cdot \underline{y} = \underline{y} \cdot \underline{x} \quad (2.1)$$

Das Skalarprodukt definiert die Metrik des euklidischen Raumes. n linear unabhängige Vektoren \underline{e}_i können eine kovariante Basis $\{\underline{e}_i\}$ eines

2 Grundbegriffe der Tensorrechnung

affinen Koordinatensystems bilden. Die kovarianten Vektorkoordinaten x_i sind Skalarprodukte des Vektors mit seiner kovarianten Basis.

$$x_i = \underline{x} \cdot \underline{e}_i \quad (2.2)$$

Die Vektorkoordinaten können zu einer $(n \times 1)$ –Matrix zusammengefasst werden:

$$[x_i] = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Die $1 \times n$ –Matrix ist die Transponierte

$$[x_i]^T = (x_1 x_2 x_3) \quad (2.4)$$

Zu jeder kovarianten Basis $\{\underline{e}_i\}$ kann eindeutig eine kontravariante Basis $\{\underline{e}^j\}$ bestimmt werden:

$$\underline{e}_i \cdot \underline{e}^j = \delta_i^j. \quad (2.5)$$

δ_i^j ist das Kronecker-Symbol. Damit können auch kontravariante Koordinaten definiert werden. Wenn Bedingung 2.5 gilt, heißen kovariante und kontravariante Basen und Koordinaten zueinander kontragredient. Der Vektor selbst ist eine Linearkombination der Basisvektoren, wobei die entsprechenden kontragredienten Koordinaten als Skalarkoeffizienten zu verwenden sind:

$$\underline{x} = \sum_{i=1}^n x_i \underline{e}^i = \sum_{j=1}^n x^j \underline{e}_j = x_i \underline{e}^i = x^j \underline{e}_j \quad (2.6)$$

Bei orthogonalen kartesischen Koordinatensystemen sind die kontragredienten Koordinatensysteme identisch. Sind zwei beliebige voneinander verschiedene Basen $\{\underline{e}_i\}$ und $\{\underline{f}^j\}$ gegeben, so können folgende Skalarprodukte zu einer Transformationsmatrix zusammengefasst werden:

$$a_i^{\cdot k} = \underline{e}_i \cdot \underline{f}^k \quad (2.7)$$

Mit dieser Transformationsmatrix können Vektorkoordinaten in ein anderes Koordinatensystem transformiert werden:

$$\begin{aligned} x_i &= \underline{e}_i \cdot \underline{x} = \underline{e}_i \cdot \sum_{k=1}^n x_k \underline{f}^k \\ &= \sum_{k=1}^n x_k (\underline{e}_i \cdot \underline{f}^k) = \sum_{k=1}^n a_{i \cdot}^k x_k = a_{i \cdot}^k x_k. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Diese Operation wird als affine Basistransformation bezeichnet.

Ein Skalar ist ein Tensor nullter Stufe und ein Vektor ein Tensor erster Stufe. Das Tensorprodukt \otimes zweier Tensoren der Stufen m und n ergibt einen Tensor der Stufe $m + n$. Es sind Produkte definiert, die einen Tensor der Stufe $m + n - 2 * o$ ergeben, wobei o nicht größer als m oder n sein kann. Diese Produkte werden o -fache Punktprodukte genannt. Bei derartigen Produkten wird o durch die Anzahl der Punkte '·' zwischen den beiden zu multiplizierenden Tensoren ausgedrückt. Ist o genau gleich m und n , so ist das Ergebnis das Skalarprodukt zweier Tensoren. Von den Produkten zweier Tensoren ist lediglich dieses Skalarprodukt kommutativ. Alle anderen Produkte sind nicht kommutativ. Bei Tensoren zweiter Stufe können Tensorkoordinaten analog zu Vektorkoordinaten wie folgt definiert werden:

$$A_{ij} = \underline{e}_i \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{e}_j = \underline{\underline{A}} \cdot \cdot (\underline{e}_j \otimes \underline{e}_i). \tag{2.9}$$

Die Tensorkoordinaten können durch Verwendung eckiger Klammern zu $(n \times n)$ -Matritzen zusammengefasst werden:

$$[A_{ij}] = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}. \tag{2.10}$$

Neben rein kovarianten und rein kontravarianten Darstellungen von Tensorkoordinaten sind auch gemischt-variante Darstellungen möglich.

2 Grundbegriffe der Tensorrechnung

Der Tensor selbst kann dann als Linearkombination der Tensorprodukte der Basisvektoren dargestellt werden, wobei die kontragredienten Tensorkoordinaten als Skalarkoeffizienten verwendet werden:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{A}} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} (\underline{e}^i \otimes \underline{e}^j) = A_{ij} (\underline{e}^i \otimes \underline{e}^j) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A^{ij} (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j) = A^{ij} (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Für jeden Tensor zweiter Stufe $\underline{\underline{A}}$ ist ein transponierter Tensor $\underline{\underline{A}}^T$ wie folgt definiert:

$$A^T_{ij} = A_{ji} \quad (2.12)$$

$$A^{Tij} = A^{ji} \quad (2.13)$$

$$A^{Tj\cdot}_i = A^j_{i\cdot}. \quad (2.14)$$

Tensoren zweiter Stufe heißen symmetrisch, wenn

$$\underline{\underline{A}}^T = \underline{\underline{A}} \quad (2.15)$$

gilt. Bei symmetrischen Tensoren ist es in gemischt-varianter Darstellung ausnahmsweise zulässig, die rechtsstehenden Indizes übereinander zu stellen und so den Punkt als Platzhalter wegzulassen. Der Maßtensor $\underline{\underline{I}}$ ist ein spezieller symmetrischer Tensor zweiter Stufe, dessen Koordinaten metrische Koeffizienten genannt werden.

$$\underline{\underline{I}} = \delta_i^j (\underline{e}^i \otimes \underline{e}_j) = g^{ij} (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j) = g_{ij} (\underline{e}^i \otimes \underline{e}^j) \quad (2.16)$$

$$\delta_i^j = \underline{e}_i \cdot \underline{e}^j \quad (2.17)$$

$$g_{ij} = \underline{e}_i \cdot \underline{e}_j \quad (2.18)$$

$$g^{ij} = \underline{e}^i \cdot \underline{e}^j \quad (2.19)$$

2.1 Allgemeine Bezeichnungen

Die metrischen Koeffizienten bilden spezielle Transformationsmatrizen zur Transformation in kontragrediente Koordinaten. Die Darstellung von Punktprodukten mit Tensorkoordinaten wird durch die bereits in den Gleichungen 2.6, 2.11 und 2.8 verwendete Einsteinsche Summationskonvention erleichtert. In Produkten von Tensorkoordinaten ist stillschweigend über gleichlautende gegenständige und damit zueinander kontragrediente Koordinatenindizes zu summieren. Dies soll anhand des einfachen Punktprodukts zweier Tensoren zweiter Stufe demonstriert werden:

$$\underline{A} = \underline{B} \cdot \underline{C}. \quad (2.20)$$

Für die gemischt-varianten Koordinaten gilt dann:

$$A_{i \cdot}^{\cdot j} = \sum_{k=1}^n B_{i \cdot}^{\cdot k} C_{k \cdot}^{\cdot j} = B_{i \cdot}^{\cdot k} C_{k \cdot}^{\cdot j}. \quad (2.21)$$

Das Summenzeichen über k kann weggelassen werden. Bei einer Darstellung des Punktprodukts in koordinatenfreier Darstellung ist der Summationsindex der äußerste rechte Index des linken Faktors und der äußerste linke Index des rechten Faktors. Unter Beachtung dieser Summationskonvention sind affine Basistransformationen mit Tensoren zweiter Stufe möglich:

$$A_{ij} = (\underline{e}_i \cdot \underline{f}^k) A_{kl} (\underline{f}^l \cdot \underline{e}_j) = a_{i \cdot}^{\cdot k} A_{kl} b_{\cdot j}^{\cdot l}. \quad (2.22)$$

$$A_{\cdot j}^{i \cdot} = (\underline{e}_i \cdot \underline{f}^k) A_{\cdot l}^{k \cdot} (\underline{f}^l \cdot \underline{e}_j) = a_{i \cdot}^{\cdot k} A_{kl} b_{\cdot j}^{\cdot l}. \quad (2.23)$$

Bei kovarianten und kontravarianten Koordinatendarstellungen ist b die transponierte Matrix von a . Bei gemischt-varianten Koordinatendarstellungen ist b die inverse Matrix von a . Positive ganzzahlige Potenzen von Tensoren zweiter Stufe $((\underline{A}))^n$ können durch vollständige Induktion definiert werden:

$$((\underline{A}))^{n+1} = ((\underline{A}))^n \cdot \underline{A} = \underline{A} \cdot ((\underline{A}))^n. \quad (2.24)$$

2 Grundbegriffe der Tensorrechnung

Die erste Potenz eines Tensors ist dieser selbst, die nullte der Maßtensor \underline{I} . Bei regulären Tensoren können zusätzlich negative ganzzahlige Potenzen definiert werden:

$$((\underline{A}))^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{A} \cdot ((\underline{A}))^{-1} = \underline{I}. \quad (2.25)$$

Damit sind zunächst alle ganzzahligen Potenzen von Tensoren definiert. Die doppelte Klammer zeigt an, daß es sich um eine tensorielle isotrope Funktionen handelt. Diese sollen im Abschnitt 2.2 allgemeiner behandelt werden. Skalare isotrope Funktionen werden mit einer einfachen Klammer beschrieben. Neben den rechts stehenden Indizes und Unterstrichen können obenstehende Indizes eingeführt werden. Generell ist die Menge aller Elemente eines Raumes überabzählbar unendlich. Wird jedoch eine abzählbare Teilmenge definiert, so bezeichnet der obenstehende Index die fortlaufende Nummer innerhalb der Teilmenge. Ein untenstehender Index bezeichnet einen Zustand oder eine Konfiguration. Die Menge der Zustände selbst kann wieder endlich oder unendlich sein.

2.2 Isotrope Funktionen von Tensoren

Nach Dill [15] ist eine Funktion eines Tensors isotrop, wenn sie invariant gegenüber Drehungen ist. Dazu wird ein Drehtensor $\underline{\underline{Q}}$ eingeführt, für den gilt:

$$\underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{I}} \quad (2.26)$$

Die Koordinaten dieses Drehtensors sind affine Transformationsmatrizen im Sinne der Gleichungen 2.7, 2.6, 2.22 und 2.22. Für skalare Funktionen f von Vektoren \underline{v} lautet die Isotropiebedingung:

$$f(\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{v}) = f(\underline{v}). \quad (2.27)$$

Für vektorielle Funktionen \underline{f} von Vektoren \underline{v} lautet die Isotropiebedingung:

$$\underline{f}(\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{v}) = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{f}(\underline{v}). \quad (2.28)$$

Für skalare Funktionen f von Tensoren zweiter Stufe $\underline{\underline{A}}$ lautet die Isotropiebedingung:

$$f(\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{Q}}^T) = f(\underline{\underline{A}}). \quad (2.29)$$

Für tensorielle Funktionen $\underline{\underline{f}}$ von Tensoren zweiter Stufe $\underline{\underline{A}}$ lautet die Isotropiebedingung:

$$\underline{\underline{f}}(\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{Q}}^T) = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{f}}(\underline{\underline{A}}) \cdot \underline{\underline{Q}}^T. \quad (2.30)$$

Bei Vektoren gilt die Isotropiebedingung zunächst für das Skalarprodukt mit sich selbst. Sind die Koordinaten eines Vektors bekannt, so gilt für das Skalarprodukt.:

$$\underline{I}_{\underline{x}} = x^i x^j g_{ij} = x_i x_j g^{ij} = x^i x_j \delta_i^j \quad (2.31)$$

Jede isotrope skalare Funktion eines Vektors kann als Funktion dieses auch als Quadrat der Norm des Vektors bezeichneten Skalarprodukts

2 Grundbegriffe der Tensorrechnung

dargestellt werden. Für isotrope skalare Funktionen eines Vektors gilt also:

$$\alpha(\underline{x}) = \alpha(\underline{x} \cdot \underline{x}). \quad (2.32)$$

Isotrope vektorielle Funktionen eines Vektors können wie folgt eingeführt werden:

$$\underline{y} = \alpha(\underline{x}) \underline{x}. \quad (2.33)$$

Zur Darstellung von nichtlinearen Materialgesetzen werden isotrope skalare und tensorielle Funktionen von Tensoren zweiter Stufe verwendet. Vollständigere Darstellungen dieser Vorgehensweise sind in Betten [5] und Haupt [33] zu finden. Ist der Tensor symmetrisch, so sind die Eigenwerte $\lambda_{\underline{A}i}$ einer Matrix gemischt-varianter Koordinaten isotrope skalare Funktionen. Die Eigenvektoren bilden in diesem Fall eine Transformationsmatrix. Mit dieser können die Tensorkoordinaten in ein orthogonales Eigensystem transformiert werden. Damit sind Funktionen von Eigenwerten wieder skalare isotrope Funktionen symmetrischer Tensoren. Einfache tensorielle isotrope Funktionen wie rationale Potenzen $((\underline{A}))^r$ oder Logarithmen $\ln((\underline{A}))$ können ohne besondere Schwierigkeiten anhand der Eigenwerte berechnet werden.

Da die Eigenwerte ein ungeordnetes n -Tupel bilden, werden für allgemeinere Anwendungen zunächst geordnete n -Tupel von skalaren Funktionen aufgestellt:

$$I_{\underline{A}} = \lambda_{\underline{A}1} + \lambda_{\underline{A}2} + \lambda_{\underline{A}3} = \text{tr}(\underline{A}) \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} II_{\underline{A}} &= \lambda_{\underline{A}1} \lambda_{\underline{A}2} + \lambda_{\underline{A}2} \lambda_{\underline{A}3} + \lambda_{\underline{A}3} \lambda_{\underline{A}1} \\ &= \frac{1}{2} \left[(\text{tr}(\underline{A}))^2 - \text{tr}(\underline{A} \cdot \underline{A}) \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} III_{\underline{A}} &= \lambda_{\underline{A}1} \lambda_{\underline{A}2} \lambda_{\underline{A}3} = \det(\underline{A}) \\ &= \frac{1}{6} \left[(\text{tr}(\underline{A}))^3 - 3 \text{tr}(\underline{A}) \text{tr}(\underline{A} \cdot \underline{A}) + 3 \text{tr}(\underline{A} \cdot \underline{A} \cdot \underline{A}) \right]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.2 Isotrope Funktionen von Tensoren

Mit diesen drei fundamentalen isotropen Funktionen können geordnete Tripel skalarer isotroper Funktionen dargestellt werden:

$$\phi_k(\underline{\underline{A}}) = \phi_k(I_{\underline{\underline{A}}}, II_{\underline{\underline{A}}}, III_{\underline{\underline{A}}}), k = (0, 1, 2) \quad (2.37)$$

$$\psi_k(\underline{\underline{A}}) = \psi_k(I_{\underline{\underline{A}}}, II_{\underline{\underline{A}}}, III_{\underline{\underline{A}}}), k = (-1, 0, 1). \quad (2.38)$$

Allgemeine isotrope tensorielle Funktionen können nun wie folgt dargestellt werden:

$$\underline{\underline{B}}(\underline{\underline{A}}) = \sum_{k=0}^2 \phi_k(\underline{\underline{A}})^k = \sum_{k=-1}^{+1} \psi_k(\underline{\underline{A}})^k. \quad (2.39)$$

Bei unsymmetrischen Tensoren können weitere skalare isotrope Funktionen definiert werden, die bei symmetrischen Tensoren verschwinden. Skalare und tensorielle isotrope Funktionen unsymmetrischer Tensoren sollen hier jedoch nicht verwendet werden. Für partielle Ableitungen von Tensoren kann eine kompakte Darstellung verwendet werden:

$$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}. \quad (2.40)$$

Für die Koordinaten des Nablaoperators ∇ gilt:

$$\nabla_i = \nabla_{x^i} \quad (2.41)$$

$$\nabla^i = \nabla_{x_i}. \quad (2.42)$$

2.3 Häufig verwendete Größen

Folgende Aufstellung zeigt einige häufig vorkommende Tensoren.

\mathbb{R}^n	n-dimensionaler (metrischer) Raum,
\mathbb{E}^3	euklidischer Raum,
\mathbb{B}	physikalischer (starrer oder deformierbarer) Körper,
$\mathcal{P} \in \mathbb{B}$	Materialpunkt (Partikel) als Element eines Körpers,
$\mathcal{O} \in \mathbb{E}^3$	Ursprung eines Koordinatensystems,
\mathcal{K}	Knoten eines FE-Modells,
\underline{e}_i	Basisvektoren eines inertialfesten Koordinatensystems,
\underline{n}_i	Basisvektoren eines mitgeführten körperfesten Dreibeins,
δ_i^j	Kronecker-Symbol,
∇	Nablaoperator,
x^i	Koordinaten von $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ bezüglich eines inertialfesten Koordinatensystems,
ξ^i	Koordinaten von $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ bezüglich eines körperfesten Koordinatensystems,
v^i	Geschwindigkeit von $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ bezüglich eines inertialfesten Koordinatensystems,
ϕ^i	Geschwindigkeit von $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ bezüglich eines lokalen Dreibeins,
q^i	verallgemeinerte Koordinate,
Q_i	verallgemeinerte Kraft,
W	mechanische Arbeit,
ds	Linielement,
\underline{Q}	Schnittkraftvektor bezüglich eines inertialfesten Koordinatensystems,
$\underline{\Phi}$	Schnittkraftvektor bezüglich eines lokalen Dreibeins.

2.3 Häufig verwendete Größen

\underline{u}	Verschiebungsvektor
$\underline{\underline{u}}$,	Verschiebungsgradient,
$\underline{\underline{I}}, g^{ij}, g_{ij}$	Maßtensor bezüglich eines inertialfesten Koordinatensystems,
$\underline{\underline{C}}, C^{ij}, C_{ij}$	lagrangesche Streckung, Maßtensor bezüglich eines lokalen Deibeins,
$\underline{\underline{B}}, B^{ij}, B_{ij}$	Eulersche Streckung,
$\underline{\underline{l}}$,	lineare Verzerrung,
$\underline{\underline{F}}$	Deformationsgradiententensor,
$J = \det(\underline{\underline{F}})$	Volumenänderung,
$\underline{\underline{E}}$	Green–Lagrange–Verzerrungstensor,
$\underline{\underline{e}}$	Euler–Almansi–Verzerrungstensor,
$\underline{\underline{L}}$	Geschwindigkeitsgradiententensor
$\underline{\underline{D}}$	symmetrisierter Geschwindigkeitsgradiententensor
$\underline{\underline{\sigma}}$	Spannungstensor nach Cauchy,
$\underline{\underline{\tau}}$	Kirchhoff–Spannung oder gewichtete Cauchy–Spannung,
$\underline{\underline{S}}$	Zweiter Piola–Kirchhoff–Spannungstensor oder Treffz-scher Spannungstensor,
$\underline{\underline{T}}$	Erster Piola–Kirchhoff–Spannungstensor oder Technische Spannung,
$I_{\underline{\underline{A}}}$	erste skalare Invariante (Spur) des Tensors $\underline{\underline{A}}$,
$II_{\underline{\underline{A}}}$	zweite skalare Invariante des Tensors $\underline{\underline{A}}$,
$III_{\underline{\underline{A}}}$	dritte skalare Invariante (Determinante) des Tensors $\underline{\underline{A}}$,

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

3.1 Präambel

Viskoelastische Deformationen sind reversible Änderungen der Form eines festen Körpers. Zur mathematischen Beschreibung von Formänderungen wird der Körper unter Vernachlässigung seiner atomaren Nahordnung als Kontinuum angesehen. Er wird in 'infinitesimal' kleine Partikel zerlegt, die ihrerseits groß genug sind, dass Phänomene, die durch die atomare Struktur bedingt sind, vernachlässigt werden können. Dies ist Gegenstand der Kontinuumsmechanik. Im Rahmen einer analytischen Mechanik sind zunächst verallgemeinerte Koordinaten und verallgemeinerte Kräfte zu definieren. In der analytischen Kontinuumsmechanik sind verallgemeinerte Koordinaten stets Funktionale eines Verschiebungsfeldes \underline{u} und verallgemeinerte Kräfte sind Funktionale eines Kraftfeldes. Kraftfelder treten in der Kontinuumsmechanik als Spannungsverteilungen auf. Die Funktionale des Verschiebungsfeldes werden im Abschnitt 3.2.1, Spannungen im Abschnitt 3.3 behandelt.

Die lineare Kontinuumsmechanik [45] unterstellt einen grundsätzlich linearen Zusammenhang zwischen Kraft- und Verschiebungsfeld. Die nichtlineare Kontinuumsmechanik lässt auch nichtlineare Zusammen-

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

hänge zwischen Kraft- und Verschiebungsfeld zu. Selbst nichtlineare Kraft-Verschiebungs-Zusammenhänge sind, von wenigen Ausnahmen abgesehen, oft lokal linearisierbar, da die Kraft-Verschiebungsfunktion differenzierbar ist. Es werden drei Quellen viskoelastischer Nichtlinearität unterschieden:

- Nichtlinearität durch Kontakt
- Nichtlinearität der Geometrie
- Nichtlineares Materialverhalten

Voraussetzung für Linearität der Geometrie und des Materialverhaltens ist, dass der Verschiebungsgradient \underline{u} (siehe Abschnitt 3.2.1) hinreichend klein ist. Nichtlinearität durch Kontakt kann auch dann auftreten, wenn der Verschiebungsgradient klein ist. Das bekannteste Beispiel ist das Kontaktmodell nach Heinrich Hertz [34]. Bei diesem häufig verwendeten Modell ist die Gesamtkraft die 1,5-te Potenz der Gesamtverschiebung. Die Kraft-Weg-Funktion dieses Kontaktmodells ist in der Nullstelle nicht glatt.

Von geometrisch linearer Deformation kann gesprochen werden, wenn die Geometrie der Deformation mit linearen Modellen hinreichend genau beschrieben werden kann. Dies ist bei hinreichend kleinen Verschiebungsgradienten sicher gegeben. Als Materialgesetz soll jede mathematische Formel verstanden werden, die einen sinnvollen Zusammenhang zwischen Verschiebungsgradient und Spannungsverteilung beschreibt. Dabei können auch Zeitableitungen dieser Feldgrößen involviert sein.

Bei hinreichend kleinen Verschiebungsgradienten kann jeder physikalisch sinnvolle Zusammenhang lokal linear approximiert werden. Das resultierende Materialgesetz ist das klassische lineare Hookesche Gesetz. Ein Materialgesetz für große Verschiebungsgradienten soll nichtlineares Materialgesetz genannt werden. Nichtlineare Materialgesetze benötigen zu ihrer mathematischen Beschreibung oft mehr Parameter

als lineare Materialgesetze. So können Modelle konstruiert werden, bei denen der Verschiebungsgradient groß, die Geometrie dennoch linear beschrieben wird. Von der Möglichkeit, ein nichtlineares Materialgesetz mit einer linearen Geometrie zu koppeln, wird auch bei der Simulation von Polsterauflagen von Sitzen Gebrauch gemacht [73]. Dieser Fall soll geometrisch linear und physikalisch nichtlinear genannt werden.

Für kleine Deformationen kann jedes nichtlineare Materialgesetz durch ein äquivalentes lineares Materialgesetz ersetzt werden. In einigen Fällen ist der Verschiebungsgradient groß, die lokale Deformation jedoch klein. Dies ist z. B. bei der Biegung dünner Stäbe der Fall [79] [90]. In diesem Fall ist es nicht sinnvoll, ein Materialgesetz zu verwenden, das mehr Materialparameter benötigt als das lineare Hookesche Gesetz. Dieser Fall soll geometrisch nichtlinear und physikalisch linear genannt werden. Zur Beschreibung dieser Fälle werden pseudolineare Materialgesetze verwendet, die durch physikalisch sinnvolle Extrapolation des klassischen Hookeschen Gesetzes für große Deformationen erzeugt werden, ohne dass weitere Parameter hinzugefügt werden. Das bekannteste pseudolineare Materialgesetz für große Deformationen ist das Neo-Hooke-Gesetz.

Bei kleinen Verschiebungsgradienten ist es meist gerechtfertigt, ein Modell zu verwenden, das sowohl geometrisch als auch physikalisch linear ist. Wird der Verschiebungsgradient größer, ist mindestens eins der beiden Phänomene nichtlinear zu beschreiben. Bei Kontakt zwischen biologischem Weichteilgewebe und Umgebungsobjekten treten meist alle drei Arten von Nichtlinearitäten auf.

Darüber hinaus wird bei der Modellierung mit Finiten Elementen oft eine stückweise geometrische Linearisierung vorgenommen. Diese ist oft sehr nützlich, kann bei unkritischer Anwendung jedoch auch zu ineffizienten Lösungen führen. Wird die Oberfläche einer Kugel mit linearen Finiten Elementen modelliert, so führt eine Kontaktsimulation zu einer Kraft–Weg–Kurve, die stückweise linear ist. Diese Kraft–Weg–Kurve

enthält viele Punkte, in denen sie nicht glatt ist. Eine Verfeinerung der Diskretisierung führt in diesem Fall dazu, dass die Kraft–Weg–Funktion sich der glatten Funktion des Hertzschen Kontaktmodells annähert.

Im Rahmen der Theorie großer Deformationen sind diverse Spannungstensoren, diverse Verzerrungstensoren [76] und diverse Materialgesetze definiert. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine für biologisches Gewebe sinnvolle Modellierung vorgestellt.

3.2 Kinematik

3.2.1 Deformation, Stauchung und Streckung

Es wird ein viskoelastisch deformierbarer Körper \mathbb{B} , der aus den Partikeln $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ besteht und ein euklidischer Raum \mathbb{E}^3 betrachtet. betrachtet. Im \mathbb{E}^3 wird ein inertialfestes kartesisches Koordinatensystem $\{\mathcal{O}, \underline{e}_i\}$ definiert. Jedem Partikel \mathcal{P} kann zu jedem Zeitpunkt t ein definierter Ortsvektor $\underline{x}(\mathcal{P}, t) \in \mathbb{R}^3$ zugewiesen werden. Diese umkehrbar eindeutige Zuweisung bezeichnet man als Konfiguration. Die Koordinaten der Ortsvektoren beziehen sich auf das inertialfeste kartesische Koordinatensystem. Es wird eine Referenzkonfiguration $\overset{0}{B}$ definiert, für die der Ortsvektor des Partikels $\overset{0}{\underline{x}}(\mathcal{P})$ ist. Zusätzlich zum Ortsvektor wird ein Verschiebungsvektor \underline{u} definiert:

$$\underline{u}(\mathcal{P}, t) = \underline{x}(\mathcal{P}, t) - \overset{0}{\underline{x}}(\mathcal{P}). \quad (3.1)$$

Die Deformation wird durch den Verschiebungsgradienten \underline{u} oder den Deformationsgradienten \underline{F} beschrieben. Der Nablaoperator ∇ soll zunächst als kovariante Ableitung bezüglich der Referenzkonfiguration

verwendet werden:

$$\overset{0}{\nabla}_i = \nabla_0 \nabla_{x^i} \quad (3.2)$$

$$u_{\cdot i}^j = \overset{0}{\nabla}_i u^j \quad (3.3)$$

$$F_{\cdot i}^{j\cdot} = \overset{0}{\nabla}_i x^j \quad (3.4)$$

$$F_{\cdot i}^{j\cdot} = u_{\cdot i}^j + \delta_i^j. \quad (3.5)$$

Es werden kontravariante körperfeste Koordinaten $\xi^k(\mathcal{P})$ eingeführt, für die gilt: $\xi^k(\mathcal{P}) = \overset{0}{x}^k(\mathcal{P})$. Diese Koordinaten beziehen sich auf ein körperfest genanntes Koordinatensystem, dass für eine beliebige Konfiguration zum Zeitpunkt t im \mathbb{E}^3 krummlinig ist. Für das körperfeste Koordinatensystem kann ein schiefwinkliges lokales (körperfestes) Dreibein aus Tangentenvektoren $\{\underline{n}_k\}$ definiert werden.

$$d\underline{x} = \underline{n}_k \cdot d\xi^k. \quad (3.6)$$

Auf den Verschiebungs- und Deformationsgradient hat die Lage des Koordinatenursprungs keinen Einfluss, so dass zur Beschreibung der Deformation die Basisvektoren genügen.

Für 'infinitesimal' kleine Differenzen von Ortsvektoren bilden die Koordinaten des Deformationsgradienten eine Transformationsmatrix zur Umrechnung von Koordinaten, die sich auf das inertialfeste und das lokale Dreibein beziehen:

$$dx^i = F_{\cdot k}^{i\cdot} d\xi^k. \quad (3.7)$$

Neben dem lokalen Dreibein der Tangentenvektoren $\{\underline{n}_k\}$ existiert ein dazu kontragredientes Dreibein $\{\underline{n}^k\}$. Die kontravarianten Koordinaten $d\xi^k(\mathcal{P})$ sind zeitlich unveränderlich und werden daher körperfest genannt, die kovarianten Koordinaten $d\xi_k(\mathcal{P})$ sind es nicht. Für physikalisch ein und dieselbe tensorielle Größe ist eine Koordinatendarstellung sowohl bezüglich des lokalen als auch bezüglich des inertialfesten Dreibeins möglich. Die Stellung der Indizes gibt lediglich Auskunft

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

darüber, ob die Koordinaten kovariant oder kontravariant sind, nicht jedoch, ob das verwendete Koordinatensystem das lokale oder das inertialfeste Dreibein ist. Welches Koordinatensystem verwendet wird, wird durch den Bezeichner zum Ausdruck gebracht. Der Deformationsgradient hat keine physikalische Einheit. Damit sind auch Verzerrungen, Streckungen und Stauchungen grundsätzlich einheitenlos. Es sei ds das Linienelement im \mathbb{E}^3 , d.h. der Abstand zweier 'infinitesimal' benachbarter Punkte $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ in einer Konfiguration zum Zeitpunkt t . Mit $d\mathbf{s}^0$ wird das Linienelement in der Referenzkonfiguration bezeichnet. Über den Vergleich der Abstandsquadrate dieser beiden Körperpunkte in der Referenzkonfiguration und der Konfiguration zum Zeitpunkt t werden zwei Strecktensoren $\underline{\underline{B}}$ und $\underline{\underline{C}}$ definiert:

$$(ds)^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{x}^0 \cdot \underline{\underline{C}} \cdot d\mathbf{x}^0. \quad (3.8)$$

$$\left(d\mathbf{s}^0\right)^2 = d\mathbf{x}^0 \cdot d\mathbf{x}^0 = d\mathbf{x} \cdot \left(\underline{\underline{B}}\right)^{-1} \cdot d\mathbf{x} \quad (3.9)$$

Beide Tensoren sind symmetrisch, haben dieselben Eigenwerte und skalaren Invarianten und werden als lagrangesche Streckung $\underline{\underline{C}}$ bzw. als eulersche Streckung $\underline{\underline{B}}$ bezeichnet.

Die Koordinaten der beiden Streckungen werden aus den Koordinaten der Deformationsgradienten berechnet:

$$C_{kl} = g_{ij} F_{\cdot k}^i \cdot F_{\cdot l}^j. \quad (3.10)$$

$$B^{ij} = g^{kl} F_{\cdot k}^i \cdot F_{\cdot l}^j. \quad (3.11)$$

Wobei g_{ij} und g_{kl} die Koordinaten des Maßtensors des inertialfesten Dreibeins sind. Die Koordinaten der lagrangeschen Streckung $\underline{\underline{C}}$ sind die Koordinaten des Maßtensors des lokalen Dreibeins:

$$C_{ij} = \underline{n}_i \cdot \underline{n}_j. \quad (3.12)$$

Bei Tensorkoordinaten, die sich auf das lokale Dreiein beziehen, ist zur Transformation in kontragrediente Darstellungen daher anstelle von $\underline{\underline{I}}$ $\underline{\underline{C}}$ zu verwenden.

Die Berechnung von skalaren Invarianten erfordert die Transformation der ko- bzw. kontravarianten Tensorkoordinaten in eine gemischtvariante Darstellung. Wird dazu die Metrik des inertialfesten Dreieins verwendet, so haben beide Streckungen dieselben skalaren Invarianten:

$$III_{\underline{\underline{C}}} = III_{\underline{\underline{B}}} = I_3 = (\det(\underline{\underline{F}}))^2 = J^2 \quad (3.13)$$

$$II_{\underline{\underline{C}}} = II_{\underline{\underline{B}}} = I_2 \quad (3.14)$$

$$I_{\underline{\underline{C}}} = I_{\underline{\underline{B}}} = I_1. \quad (3.15)$$

3.2.2 Lineare und nichtlineare Verzerrungsmaße

Der Strecktensor soll in der Nähe der Referenzkonfiguration linearisiert werden. In Abschnitt 3.2.1 wurde gezeigt, dass die Strecktensoren stets symmetrisch sind. Ein lineares Funktional des Verschiebungsgradienten, das diese Mindestforderung erfüllt, ist sein symmetrischer Anteil: der lineare lagrangesche Verzerrungstensor $\underline{\underline{l}}$:

$$l_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ik} u_{,j}^k + g_{jk} u_{,i}^k). \quad (3.16)$$

Dieser ist weder eine isotrope tensorwertige Tensorfunktion der lagrangeschen Streckung $\underline{\underline{C}}$ noch der Eulerschen Streckung $\underline{\underline{B}}$. Gesucht werden nichtlineare Verzerrungen als tensorwertige isotrope Tensorfunktionen der Streckung, die bei kleinem Verschiebungsgradienten mit der linearen lagrangeschen Verzerrung zusammenfallen. Es wird dazu die Differenz der Abstandsquadrate für die Konfiguration zum Zeitpunkt t und

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

für die Referenzkonfiguration berechnet:

$$\begin{aligned}
 & \left[\left((ds)^2 \right) - \left((ds^0)^2 \right) \right] \\
 &= d\underline{x} \cdot \left[\left(\underline{(C)} \right) - \underline{(I)} \right] \cdot d\underline{x} = 2d\underline{x} \cdot \underline{E} \cdot d\underline{x} = 2d\xi^k E_{kl} d\xi^l \quad (3.17) \\
 &= d\underline{x} \cdot \left[\underline{(I)} - \left(\underline{(B)} \right)^{-1} \right] \cdot d\underline{x} = 2d\underline{x} \cdot \underline{e} \cdot d\underline{x} = 2dx^i e_{ij} dx^j
 \end{aligned}$$

\underline{E} ist der Green–Lagrange–Verzerrungstensor und \underline{e} ist der Euler–Almansi–Verzerrungstensor. Für deren kovariante Tensorkoordinaten gilt.

$$E_{kl} = F_{\cdot k}^i e_{ij} F_{\cdot l}^j = l_{ij} + g_{kl} u_{\cdot i}^k u_{\cdot j}^l. \quad (3.18)$$

Damit ist \underline{l} nur dann ein geeignetes Verzerrungsmaß, wenn das Quadrat des Verschiebungsgradienten erheblich kleiner ist als der Verzerrungstensor. Die kovarianten Koordinaten des Green–Lagrange–Verzerrungstensors sind Ergebnis einer Transformation der Koordinaten des Euler–Almansi–Verzerrungstensors in ein lokales Dreiein. Da die kovarianten Koordinaten des Green–Lagrange–Verzerrungstensors zur Darstellung der Änderung des Abstandsquadrats bezüglich körperfester Koordinaten verwendet werden können, können sie auf das lokale Dreiein bezogen werden. Genauso können die kovarianten Koordinaten des Euler–Almansi–Verzerrungstensors auf das inertialfeste Koordinatensystem bezogen werden. Die Verzerrungsmaße lassen sich unter Verwendung isotroper Tensorfunktionen verallgemeinern:

$$m \neq 0 : \underline{E}_{(m)} = \frac{1}{2m} \left[\left(\underline{(C)} \right)^m - \left(\underline{(I)} \right)^m \right] \quad (3.19)$$

$$m \neq 0 : \underline{e}_{(m)} = \frac{1}{2m} \left[\left(\underline{(B)} \right)^m - \left(\underline{(I)} \right)^m \right] \quad (3.20)$$

$$m = 0 : \underline{E}_{(0)} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\underline{(C)} \right) - \ln \left(\underline{(I)} \right) \right] \quad (3.21)$$

$$m = 0 : \underline{e}_{(0)} = \frac{1}{2} [\ln ((\underline{B})) - \ln ((\underline{I}))] \quad (3.22)$$

Die verallgemeinerten Verzerrungstensoren $\underline{e}_{(m)}$ sind isotrope Tensorfunktionen des Euler–Almansi–Verzerrungstensors $\underline{e}_{(-1)}$ beziehungsweise der eulerschen Streckung \underline{B} . Die verallgemeinerten Verzerrungstensoren $\underline{E}_{(m)}$ sind isotrope Tensorfunktionen des Green–Lagrange–Verzerrungstensors $\underline{E}_{(+1)}$ beziehungsweise der lagrangeschen Streckung \underline{C} . Daher können die verallgemeinerten Verzerrungstensoren $\underline{e}_{(m)}$ auf das inertialfeste Koordinatensystem und $\underline{E}_{(m)}$ auf das lokale Dreibein bezogen werden. Bezüglich des inertialfesten Koordinatensystems ist \underline{I} der Maßtensor und \underline{B} der Strecktensor. Bezüglich des lokalen Dreibeins ist \underline{C} der Maßtensor und \underline{I} der inverse Strecktensor. Zur Berechnung isotroper Tensorfunktionen ist eine Transformation der Koordinaten in eine gemischt–variante Form erforderlich. Die Definitionen der verallgemeinerten Verzerrungen sind (bis auf das Vorzeichen und das Vorzeichen vom m) symmetrisch bezüglich der Vertauschung von Streck– und Maßtensor. Dies ergibt sich daraus, dass das Abstandsquadrat der Konfiguration zum Zeitpunkt t und das Abstandsquadrat der Referenzkonfiguration unter Vorzeichenwechsel gegeneinander ausgetauscht werden können. Daher wurden in den Definitionen die Potenz und der Logarithmus des Maßtensors stengelassen. Strenggenommen ist der Maßtensor bezüglich des inertialfesten Dreibeins nur dann der inverse Strecktensor bezüglich des lokalen Dreibeins, wenn das inertialfeste Dreibein orthogonal ist. Die Transformation der zunächst rein kovariant oder kontravariant gegebenen Tensorkoordinaten in gemischt–variante Darstellungen unterliegt einer gewissen Beliebigkeit dahingehend, dass die Metrik des inertialfesten oder des lokalen Dreibeins verwendet wird. Die Isotropieeigenschaft der so dargestellten Tensorfunktion wird dadurch nicht beeinträchtigt. Bei den Verzerrungen ändert sich durch diese Beliebigkeit lediglich das Vorzeichen und das Vorzeichen von m . Um eine Übereinstimmung der skalaren Invarianten bei gleichem m sicher-

zustellen, wird festgelegt, dass zur Berechnung verallgemeinerter Verzerrungen die Transformation in gemischt-variante Koordinaten stets unter Verwendung der inertialfesten Metrik erfolgen soll. Die kovarianten Koordinaten der so erhaltenen verallgemeinerten Lagrangeschen Verzerrungstensoren $\underline{\underline{E}}_{(m)}$ stimmen bis auf das Vorzeichen und das Vorzeichen von m mit denen überein, die man erhalten würde, wenn man zur Transformation in gemischt-variante Darstellungen die Metrik des lokalen Dreibeins verwendet. Die so berechneten kovarianten Koordinaten verallgemeinerten lagrangeschen Verzerrungstensoren können dennoch auf das lokale Dreibein bezogen werden. Während die Bedeutung des Green-Lagrange- und des Euler-Almansi-Verzerrungstensors bereits durch 3.17 gegeben ist, ergibt sich die Bedeutung der verallgemeinerten Verzerrungen durch ihre Anwendung. Wird m weggelassen, so wird stets unterstellt, daß es sich um die klassischen nichtlinearen Verzerrungstensoren nach Green-Lagrange bzw. Euler-Almansi handelt.

3.2.3 Zeitableitungen

Die Geschwindigkeit eines materiellen Punktes $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ ist ortsabhängig. Der räumliche Geschwindigkeitsgradient ist durch folgende lineare Abbildung definiert:

$$L^i_{\cdot j} = \nabla_{x^i} v^j \quad (3.23)$$

Der Tensor $\underline{\underline{L}}$ ist im Allgemeinen nicht symmetrisch. Die Zeitableitungen von Verzerrungen sind jedoch symmetrisch. Es wird daher der symmetrische Anteil des Geschwindigkeitsgradienten bestimmt.:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ik} L^k_{\cdot j} + g_{jk} L^k_{\cdot i}) \quad (3.24)$$

Die zeitliche Änderung des Abstandsquadrats ist:

$$\frac{d}{dt} (ds)^2 = 2 \cdot \underline{\underline{x}} \cdot \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{x}} = 2 \cdot \underline{\underline{x}} \cdot \dot{\underline{\underline{e}}}_{(0)} \cdot \underline{\underline{x}} = 2 \cdot \underline{\underline{x}} \cdot \dot{\underline{\underline{E}}}_{(+1)} \cdot \underline{\underline{x}} \quad (3.25)$$

Bei der Berechnung des Skalarprodukts heben sich die schief-symmetrischen Anteile auf. Daher ist insbesondere $\underline{\underline{D}}$ mit $\underline{\underline{\dot{e}}}_{(0)}$ identisch. Es gilt:

$$\dot{E}_{(+1)kl} = F_{\cdot k}^i D_{ij} F_{\cdot l}^j. \quad (3.26)$$

Da dies eine Basistransformation zwischen einem lokalen und einem inertialfesten Koordinatensystem darstellt, kann \dot{E}_{kl} als symmetrischer Geschwindigkeitsgradient bezüglich eines lokalen Dreibeins aufgefasst werden. Die Koordinatendarstellung des Geschwindigkeitsgradienten legt zunächst eine gemischt-variante Darstellung nahe.:

$$dv^i = L_j^i dx^j \quad (3.27)$$

Bei Verwendung des inertialfesten Dreibeins muss wegen der Orthogonalität des Koordinatensystems in den meisten Fällen nicht zwischen kovarianter, kontravarianter und gemischt-varianten Darstellung unterschieden werden. Bei Darstellungen bezüglich des lokalen Dreibeins und seines kontragredienten Systems ist jedoch streng zwischen kovarianter, kontravarianter und gemischt-varianten Darstellung zu unterscheiden. Für die Referenzkonfiguration gilt zusätzlich.:

$$\forall m \in \mathbb{R} : \underline{\underline{\dot{l}}} \approx \underline{\underline{\dot{E}}}_{(m)} \approx \underline{\underline{\dot{e}}}_{(m)} \quad (3.28)$$

3.3 Spannungen

In der analytischen Mechanik wird die (virtuelle) Variation der Arbeit $\delta'W$ durch skalare Multiplikation einer verallgemeinerten Kraft \underline{Q} mit der (virtuellen) Variation einer verallgemeinerten Koordinaten $\delta'\underline{q}$ dargestellt:

$$\delta'W = Q_a \delta'q^a. \quad (3.29)$$

Die Koordinatenindizes a beziehen sich auf einen abstrakten Konfigurationen. In der Kontinuumsmechanik sind die verallgemeinerten Koordinaten Deformationsgradienten, Streckungen oder Verzerrungen. Die dazugehörigen verallgemeinerten Kräfte werden Spannungen genannt. Da die Arbeit ein Skalar und die Verzerrung ein Tensor zweiter Stufe ist, sind die Spannungen ebenfalls Tensoren zweiter Stufe. Das Prinzip der virtuellen Arbeit kann zunächst durch das Prinzip der virtuellen Leistung ersetzt werden. Von einer virtuellen Verschiebung muss gefordert werden, daß sie im Tangentialraum liegt. Eine virtuelle Geschwindigkeit kann hingegen im Zustandsraum selbst liegen. Die Spannungsleistung eines infinitesimal kleinen Volumenelements ist:

$$d\dot{W} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \cdot \underline{\underline{D}} dV = \sigma^{ij} D_{ij} dV. \quad (3.30)$$

Das Spannungsmaß $\underline{\underline{\sigma}}$ ist die echte Cauchy–Spannung. Das von einem viskoelastisch deformierbaren Körper besetzte Volumen ist zeitlich veränderlich. Bezieht man die Spannungsleistung auf das zeitlich unveränderliche Volumen in der Referenzkonfiguration, so erhält man:

$$d\dot{W} = \underline{\underline{\tau}} \cdot \cdot \underline{\underline{D}}^0 dV = \tau^{ij} D_{ij}^0 dV \quad (3.31)$$

Das Spannungsmaß $\underline{\underline{\tau}}$ wird als Kirchhoff–Spannung oder gewichtete Cauchy–Spannung bezeichnet. Offensichtlich gilt:

$$J \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\tau}} \quad (3.32)$$

Die zweite Piola–Kirchhoff-Spannung entsteht durch Transformation der Kirchhoff–Spannung in das lokale Dreibein:

$$d\dot{W} = \underline{\underline{S}} \cdot \dot{\underline{\underline{E}}}_{(+1)} dV. \quad (3.33)$$

Die Tensoren $\underline{\underline{S}}$ und $\underline{\underline{E}}_{(+1)}$ sind zueinander konjugiert [32].

$$\tau^{kl} = F_i^k S^{ij} F_j^l. \quad (3.34)$$

Damit gilt:

$$\tau^{ij} g_{ij} = S^{kl} C_{kl}. \quad (3.35)$$

Es können gemischt–variante Darstellungen dieser Tensoren zweiter Stufe wie folgt eingeführt werden:

$$\tau_{\cdot j}^i = \tau^{ik} g_{kj} \quad (3.36)$$

$$S_{\cdot j}^i = S^{ik} C_{kj}. \quad (3.37)$$

Die skalaren Invarianten dieser beiden gemischt–varianten Tensoren sind identisch. Der Spannungstensor vermittelt eine lineare Abbildung zwischen einer Schnittfläche und einem an dieser Schnittfläche angreifenden Schnittkraftvektor. Wird der Schnittkraftvektor bezüglich des lokalen Dreibeins zerlegt, so werden seine Koordinaten sei $\underline{\Phi}$ genannt, wird er bezüglich des inertialfesten Dreibeins zerlegt, so heißen seine Koordinaten $\underline{\underline{Q}}$ und es gilt:

$$\Phi_k = F_{\cdot k}^i Q_i. \quad (3.38)$$

Wird der Geschwindigkeitsvektor eines Punktes $\mathcal{P} \in \mathbb{B}$ bezüglich des lokalen Dreibeins zerlegt, so heißen seine Koordinaten $\underline{\phi}$, wird er bezüglich des inertialfesten Dreibeins zerlegt, so heißen seine Koordinaten

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

\underline{v} und es gilt:

$$\underline{v} = v^i \underline{e}_i \quad (3.39)$$

$$\underline{\phi} = \phi^i \underline{e}_i v^i = F_{\cdot k}^i \phi^k. \quad (3.40)$$

Die kovariante Koordinatendarstellung des Schnittflächenelements $d\underline{A}$ (t) in der Konfiguration zum Zeitpunkt t ist:

$$d\underline{A}(t) = dA_i(t) \underline{e}^i \quad (3.41)$$

$$dA_i = \epsilon_{ijk} dx_1^j dx_2^k \quad (3.42)$$

Die kovariante Koordinatendarstellung des Schnittflächenlements in der Referenzkonfiguration $d\underline{A}^0$ ist:

$$d\underline{A}^0 = dA_i^0 \underline{e}^i \quad (3.43)$$

$$dA_i^0 = \epsilon_{ijk} d\xi_1^j d\xi_2^k. \quad (3.44)$$

Mit ϵ_{ijk} wird das Levi-Civita-Symbol des inertialfesten Dreibeins im \mathbb{E}^3 bezeichnet. Es ist das Spatvolumen der Basisvektoren:

$$\epsilon_{ijk} = \left[\underline{e}_i \underline{e}_j \underline{e}_k \right]. \quad (3.45)$$

Bei einem orthogonalen Dreibein bezeichnet man sie als Permutationssymbole, da sie nur die Werte +1, -1 und 0 annehmen können. Die Levi-Civita-Symbole des lokalen Dreibeins erhält man durch Multiplikation mit J :

$$\left[\underline{n}_i \underline{n}_j \underline{n}_k \right] = J \left[\underline{e}_i \underline{e}_j \underline{e}_k \right]. \quad (3.46)$$

Wird das momentane Flächenelement bezüglich des lokalen Dreibeins zerlegt, so soll der Flächenvektor mit $d\underline{N}$ bezeichnet werden:

$$F_{\cdot k}^i dA_i = dN_k = J dA_k^0. \quad (3.47)$$

3.3 Spannungen

Jede Bewegung des Körpers mit einer endlichen Geschwindigkeit führt dazu, dass die an Partikel gebundene Schnittflächenelemente Volumenelemente im \mathbb{E}^3 überstreichen. Für diese Volumenelemente gilt:

$$d\dot{V} = dA_i v^i = dN_k \phi^k. \quad (3.48)$$

Für den bezüglich des inertialfesten Dreibeins zerlegten Schnittkraftvektor \underline{Q} und die Cauchy-Spannung $\underline{\underline{\sigma}}$ gilt:

$$Q^i = \sigma^{jk} dA_k \quad (3.49)$$

$$Q_i = g_{ij} \sigma^{jk} dA_k \quad (3.50)$$

Für den bezüglich des lokalen Dreibeins zerlegten Schnittkraftvektor $\underline{\Phi}$ und die zweite Piola-Kirchhoff-Spannung $\underline{\underline{\S}}$ gilt:

$$\Phi^i = S^{jk} dA_k^0 \quad (3.51)$$

$$\Phi_i = C_{ij} S^{jk} dA_k^0 \quad (3.52)$$

Es wird eine erste Piola-Kirchhoff-Spannung \underline{T} eingeführt, die auch als technische Spannung oder Ingenieursspannung bezeichnet wird.

$$Q_i = g_{ij} T^{jk} dA_k^0 \quad (3.53)$$

$$\tau^{kl} = T^{kj} F_{,j}^{l\cdot} = F_{,i}^{k\cdot} S^{ij} F_{,j}^{l\cdot}. \quad (3.54)$$

Die Ingenieursspannung \underline{T} weist keinerlei Symmetrie auf. Die drei anderen Spannungstensoren $\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{\tau}}$ und $\underline{\underline{S}}$ sind symmetrisch.

3.4 Nichtlineare Materialgesetze

3.4.1 Präambel

Man unterscheidet zwischen statischen elastischen (hyperelastischen) und viskoelastischen Materialgesetzen. Bei hyperelastischen Materialgesetzen wird die Lagrange-funktion aus der kinetischen Energie und einem gewöhnlichen Potenzial aufgebaut. Als verallgemeinerte Koordinaten werden die Verzerrungen angesehen. Bei einem viskoelastischen Materialgesetz findet zusätzlich eine Energiedissipation statt, die durch eine Rayleighsche Dissipationsfunktion beschrieben werden kann. Im Allgemeinen müssen für ein vollständiges viskoelastisches Materialgesetz neben der Verzerrung und der Verzerrungsgeschwindigkeit weitere Zustandsgrößen definiert werden, die diverse physikalische Effekte abbilden. Für den Sonderfall eines rein viskosen Materialgesetzes genügen zur Beschreibung der Systemdynamik Verzerrung und Verzerrungsgeschwindigkeit.

3.4.2 Hyperelastische Materialgesetze für biologisches Weichteilgewebe

Eine Besonderheit biologischen Weichteilgewebes im Vergleich mit anderen Materialien besteht in seiner hohen elastischen Nachgiebigkeit bei deutlicher Neigung zur Inkompressibilität. Diese Eigenschaft ist durch einen hohen Wassergehalt des biologischen Weichteilgewebes bedingt. Im Rahmen dieser Arbeit sollen ausschließlich isotrope nichtlineare Materialgesetze behandelt werden. Das lineare Hookesche Gesetz beschreibt den folgenden Zusammenhang:

$$T^{ij} = -E^{ijkl}l_{kl}. \quad (3.55)$$

Wobei E^{ijkl} der vierstufige Elastizitätstensor ist. Im isotropen Fall gilt:

$$\underline{\underline{T}} = -\mu \left(\underline{\underline{l}} - \frac{I_{\underline{\underline{l}}}}{3} \underline{\underline{I}} \right) - K I_{\underline{\underline{l}}} \underline{\underline{I}}. \quad (3.56)$$

Die Größe μ ist der lineare Gleit- oder Schubmodul, K der Kompressionsmodul.

Ein allgemeines nichtlineares isotropes hyperelastisches Materialgesetz ist in der Monografie von Crisfield [11] beschrieben. Zunächst wird eine elastische Energiedichte $d\phi$ als gewöhnliches Potenzial eingeführt. Für diese gilt:

$$d\dot{W} = \dot{\phi} d\dot{V}. \quad (3.57)$$

Bei einem isotropen hyperelastischen Materialgesetz ist die elastische Energiedichte $d\phi$ eine Funktion der skalaren Invarianten der lagrange-schen Streckung $\underline{\underline{C}}$:

$$\phi = \sum_{p,q,r=0}^{\infty} C_{p,q,r} (I_1 - 3)^p (I_2 - 3)^q (I_3 - 1)^r. \quad (3.58)$$

Ein so formuliertes Materialgesetz wird als Mooney–Rivlin’schen Materialgesetz bezeichnet. Kann Inkompessibilität vorausgesetzt werden, so vereinfacht sich das Materialgesetz zu:

$$\phi = \sum_{p,q,r=0}^{\infty} C_{p,q} (I_1 - 3)^p (I_2 - 3)^q. \quad (3.59)$$

Mit diesem kann ein inkompressibles Neo–Hooke Materialgesetz aufgestellt werden, für das gilt:

$$\phi = C_{10} (I_1 - 3) \quad (3.60)$$

Dies ist das denkbar einfachste Materialgesetz für große Deformationen. Ein Vergleich aus Anwendersicht zwischen dem einfachen Neo–Hooke–Modell und dem allgemeineren Mooney–Rivlin’schen Materialmodell

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

zogen Valenta und Molnar [83] Für dieses gilt folgende Spannungsrelation:

$$\underline{\underline{\tau}} = 2C_{10} \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) = \mu \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) \quad (3.61)$$

Dieses Materialgesetz setzt eine strenge Inkompressibilität des Materials voraus. Bei kompressiblen Materialien wird eine exakte Zerlegung in einen Scher- und einen Kompressionanteil vorgenommen.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_s + \phi_k = \frac{\mu}{2} \left(I_1 J^{-\frac{2}{3}} - 3 \right) + \frac{1}{2} K (J - 1)^2 \\ &= \frac{\mu}{2} \left(I_1 J^{-\frac{2}{3}} - 3 \right) - \frac{1}{2} p (J - 1) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Für den hydrostatischen Druck p gilt dabei:

$$p = - \frac{1}{J} \frac{d\phi_k}{dJ} \quad (3.63)$$

Die Spannungsrelation dieses Materialgesetzes lautet in eulerschen Koordinaten.:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\tau}} &= \underline{\underline{\tau}}_s + \underline{\underline{\tau}}_k = \mu J^{-\frac{2}{3}} \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) + K J (J - 1) \underline{\underline{I}} \\ &= \mu J^{-\frac{2}{3}} \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - p J \underline{\underline{I}} \end{aligned} \quad (3.64)$$

So können ohne besonderen Aufwand für den Kompressionanteil beliebige nichtlineare Zusammenhänge aufgestellt werden. Bei volumenerhaltender Scherung verhält sich ein Neo-Hooke-Materialgesetz linear. In lagrangeschen Koordinaten lautet die Spannungsrelation:

$$\underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{C}} = \left(\underline{\underline{S}}_s + \underline{\underline{S}}_k \right) \cdot \underline{\underline{C}} = \mu J^{-2/3} \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - p J \underline{\underline{I}} \quad (3.65)$$

Ein allgemeines isotropes nichtlineares Materialgesetz, bei dem Scherung und Kompression vollständig separiert sind, lautet:

$$\phi = \phi_s + \phi_k = \sum_{p,q=0}^{\infty} C_{pq} \left(I_1 J^{-\frac{2}{3}} - 3 \right)^p \left(I_2 J^{-\frac{4}{3}} - 3 \right)^q + \sum_{r=0}^{\infty} K_r (I_3)^r. \quad (3.66)$$

3.4.3 Physikalische Inkompressibilität

Physikalische Inkompressibilität kann zunächst durch einen hohen Kompressionsmodul K abgebildet werden. Dies ist zunächst bei Materialgesetzen möglich, die einen gesonderten Kompressionsmodul ausdrücklich verwenden. Eine andere Möglichkeit besteht in der Beschreibung der Inkompressibilität als geometrische Zwangsbedingungen mittels Lagrange-Multiplikatoren.

3.4.4 Viskoelastische Materialgesetze

Hyperelastische Materialgesetze beschreiben zwar die Statik, nicht jedoch die Dynamik eines deformierbaren Materials. Zur Beschreibung der Dynamik verwendet man rheologische Materialmodelle [47]. Rheologische Materialmodelle können im Allgemeinen auch zur Beschreibung plastischer Deformationen verwendet werden. Hier werden jedoch nur visko-elastische Materialmodelle verwendet. Da bei viskoelastischen Materialgesetzen auch Zeitableitungen von Spannungen und Verzerrungen im Materialgesetz auftreten, ist das Konzept der konjugierten Variablen zu dualen Variablen zu erweitern [32].

Zur Verallgemeinerung von hyperelastischen Materialgesetzen zu viskoelastischen Materialgesetzen existieren bereits diverse Arbeiten, von denen an dieser Stelle die Arbeiten von Ihlemann [38] und Lion [50] [49] genannt werden sollen. Besonders bei der Einführung zusätzlicher Zustandsgrößen ist darauf zu achten, dass die thermomechanische Konsistenz des Materialgesetzes gewahrt bleibt. Hierunter versteht man

3 Theorie großer viskoelastischer Deformationen

ganz allgemein, dass das Materialgesetz die beiden fundamentalen Erhaltungssätze der Thermodynamik nicht verletzen darf. Es soll eine möglichst einfache viskoelastische Verallgemeinerung des Neo-Hooke-Materialgesetzes verwendet werden, die jedoch alle durch eine Messung der Schwingungsübertragung nachweisbaren Phänomene abdeckt. Bei der Messung und Auswertung des Schwingungsverhaltens eines einfachen Systems ist zu berücksichtigen, dass die Trägheitseigenschaften und die hyperelastischen Eigenschaften bekannt sind. Die Trägheitseigenschaften viskoelastisch deformierbarer Körper können nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand am genauesten nach der Methode von Maißer [53] beschrieben werden. Die hyperelastischen Materialeigenschaften können durch statische Messungen bestimmt werden. Bei der Messung der Schwingungsübertragung können zwei Phänomene nachgewiesen werden:

- Dämpfung der Resonanz und
- Verschiebung der Resonanz.

Ein Neo-Hooke-Materialgesetz soll formal zu einem rheologischen Materialgesetz verallgemeinert werden. Wenn bei der Einführung zusätzlicher Zustandsgrößen die Separation in Scherung und Kompression erhalten bleibt, geht die thermomechanische Konsistenz [48] des Materialgesetzes nicht verloren. Bei inkompressiblen Materialien liefert die Kompression nur einen geringen Beitrag zur energetischen Gesamtbilanz der Deformation. Da die Scherung auch beim nichtlinearen Neo-Hooke-Materialgesetz ein lineares Modell darstellt, kann das rheologische Modell durch eine lineare viskoelastische Gleichung abgebildet werden. Wurde bei der Messung der Schwingungsübertragung lediglich eine Dämpfung der Resonanz festgestellt, so kann das Materialgesetz Gleichung ohne innere Zustandsvariablen wie folgt aufgeschrieben wer-

den:

$$\underline{\underline{\tau}} = \mu \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) + D \frac{d}{dt} \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right), \quad (3.67)$$

$$\underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{C}} = \mu \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) + D \frac{d}{dt} \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right). \quad (3.68)$$

Wurde bei der Messung der Schwingungsübertragung eine Verschiebung der Resonanz gegenüber der aus dem hyperelastischen Modell erwarteten Resonanzfrequenz nachgewiesen, so muss eine innere Zustandsgröße Z eingeführt werden [1]. Diese soll eine viskoelastische Energiedichte sein, die unmittelbar zu einer Spannung führt. Für das viskoelastische Verhalten der Kompression genügt eine skalare innere Zustandsgröße Z_K .

$$\underline{\underline{\tau}} = \mu J^{-\frac{2}{3}} \left(\underline{\underline{B}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - p J \underline{\underline{I}} + Z_K \underline{\underline{I}} \quad (3.69)$$

$$\underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{C}} = \mu J^{-2/3} \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - p J \underline{\underline{I}} + Z_K \underline{\underline{I}} \quad (3.70)$$

Für das viskoelastische Verhalten von Schubverformungen ist die innere Zustandsgröße $\underline{\underline{Z}}_S$ ein Tensor zweiter Stufe:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{C}} &= \left(\underline{\underline{S}}_s + \underline{\underline{S}}_k \right) \cdot \underline{\underline{C}} \\ &= \mu J^{-2/3} \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - p J \underline{\underline{I}} + Z_K \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{Z}}_S. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Für die inneren Zustandsgrößen können beliebige dissipative Bewegungsgleichungen aufgestellt werden. Lineare Bewegungsgleichungen lauten:

$$\dot{Z}_k = K_d \dot{J} - \frac{K_d}{D_K} \quad (3.72)$$

$$\dot{\underline{\underline{Z}}}_S = \mu_d \frac{d}{dt} \left(\underline{\underline{C}} - \frac{I_1}{3} \underline{\underline{I}} \right) - \frac{\mu_d}{D_S} \underline{\underline{I}}. \quad (3.73)$$

4 Ein Finite–Elemente–Modell für menschliche Weichteile

4.1 Methoden zur Aufstellung und Lösung von Bewegungsgleichungen

4.1.1 Vorstellung der Methode der Finiten Elemente

Der Begriff der 'Finiten Elemente' wurde 1960 von Ray W. Clough [10] geprägt. Das erste umfassende und vollständige Lehrbuch wurde 1967 von Zienkiewicz [94] vorgestellt. Für einfache idealisierte Systeme [34] macht die Kontinuumsmechanik überprüfbare Vorhersagen. Bei Systemen von praktischer Relevanz wird die Anzahl der unbekannteren Größen jedoch unendlich. Die Aufgabe der Methode der Finiten Elemente besteht also zunächst darin, einen endlichen Satz unbekannter Größen einzuführen und so das System zu diskretisieren. Bei der Methode der Finiten Elemente wird meist eine geometrische Diskretisierung vorgenommen. Bei Festkörpermechanischen Anwendungen werden beliebige verformbare feste Körper in kleinere feste Körper aufgeteilt. Diese kleineren festen Körper werden als Finite Elemente bezeichnet und gehören gewissen Klassen an. Diese geometrischen Klassen lassen sich grob in 'Solids' (3D–Elemente) 'Schalen' (2D–Elemente) und 'Balken' (1D–Elemente) gruppieren. Im Rahmen dieser Arbeit sollen ausschließlich Solid–Elemente verwendet werden. Darüber hinaus wird die Geometrieklasse durch lineare, quadratische oder kubische Ansatz-

4 *Finite-Elemente-Modell*

funktionen beschrieben. Generell werden die Kanten der Finiten Elemente durch Spline-Kurven [13] beschrieben. Bei quadratischen und kubischen Ansatzfunktionen wird nochmal zwischen Serendipity- und Lagrange-Elementen unterschieden.

Die eigentliche Kontinuumsmechanik wird von der geometrischen Diskretisierung unabhängig betrachtet. Die physikalischen Gleichungen werden für die Klassen separat aufgestellt, diskretisiert und dokumentiert. Die Geometrie eines Finiten Elements wird durch Knoten beschrieben, deren Anzahl durch die Elementklasse gegeben ist. Die Knotenkoordinaten sind konzentrierte Parameter, die das Verschiebungsfeld beschreiben. Analog dazu sind Knotenkräfte die konzentrierten Parameter des Spannungsfeldes. Je nach Bedarf können weitere Zustandsgrößen definiert werden, deren Gesamtzahl jedoch stets proportional zur Knotenzahl wächst. Es werden explizite und implizite Anwendungen unterschieden. Bei impliziten Anwendungen wird versucht, einen bestimmten Zustand möglichst vollständig zu berechnen. Bei expliziten Anwendungen wird von einem Anfangszustand ausgegangen und die zeitliche Entwicklung des Systems berechnet.

4.1.2 Vorstellung der Methode der Mehrkörperdynamik

Das erste Standardwerk zur Simulation von Starrkörpersystemen wurde 1977 von Wittenburg [91] veröffentlicht. Die Methode der Mehrkörperdynamik ist ein zur Methode der Finiten Elemente alternatives Verfahren zur Diskretisierung mechanischer Systeme. Bei der Methode der Mehrkörperdynamik werden die Elemente als starre Körper angesehen. Wechselwirkungen zwischen den Starrkörpern sind idealisierte technische Gelenke, Kontakte und Kraftkopplungen. Gelegentlich werden zur Modellierung von Kontakten und Kraftkopplungen kontinuumsmechanische Herleitungen verwendet. Diese kontinuumsmechanischen Herleitungen haben jeweils das Ziel, ein Modell der Kraftkopplung oder des Kontaktes in geschlossener Form zu entwerfen.

4.1.3 Kopplung von Mehrkörperdynamik und Finiten-Elementen-Methoden

Die Integration viskoealstisch deformierbarer Körper ist Gegenstand der hybriden Mehrkörperdynamik [62]. In dieser Arbeit wird der deformierbare Körper durch ein Finite-Elemente-Modell beschrieben. Ein starrer Körper wird als Referenzkörper definiert, der das Referenzkoordinatensystem mitführt. Diese Vorgehensweise ist Stand der Technik und wird unter anderem von Gerstmayr [25] [68] [26] und Shabana [77] beschrieben. Die Kopplung von Finite-Elemente-Modellen und weiteren starren Körpern wird über geometrische Zwangsbedingungen $h(\underline{q}) = 0$ realisiert. Die zeitliche Ableitung dieser geometrischen Zwangsbedingungen führt zu kinematischen Zwangsbedingungen $g(\underline{\dot{q}}, \underline{q}) = 0$. Auch die Kontaktmechanik wird durch geometrische Zwangsbedingungen beschrieben. In der Mehrkörperdynamik ist dieses Verfahren Stand der Technik [72]. Dabei werden auftretende Stöße zwischen FE-Knoten und deformierbaren oder starren Flächen im Sinne von Glocker [27] als vollkommen inelastisch betrachtet. Durchdringung

4 Finite-Elemente-Modell

führt zum Einschalten der Zwangsbedingung und Zugkräfte zum Ausschalten der Zwangsbedingung. Dies führt zu einer artifiziiellen Dämpfung der Stöße bei der Änderung von Kontaktbedingungen, die nicht durch Materialeigenschaften gedeckt ist. Diese Dämpfung hängt sehr stark von der Auflösung des FE-Modells ab. Mit

$$g(\underline{\dot{q}}, \underline{q}) = 0 \quad (4.1)$$

sollen im Folgenden die geometrischen und kinematischen Zwangsbedingungen bezeichnet werden. Dazu wird die Lagrange-Funktion L um Lagrange-Multiplikatoren λ erweitert:

$$L'(\underline{\dot{q}}, \underline{q}, \lambda) = L(\underline{\dot{q}}, \underline{q}) + \sum_i \lambda_i g^i(\underline{\dot{q}}, \underline{q}) \quad (4.2)$$

Die (homogenen) Euler-Lagrange-Gleichungen (zweiter Art) eines mechanischen Systems mit Zwangsbedingungen lauten dann:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L'(\underline{\dot{q}}, \underline{q})}{\partial \dot{q}^j} \right] - \frac{\partial L'(\underline{\dot{q}}, \underline{q})}{\partial q^j} + \frac{\partial D(\underline{\dot{q}}, \underline{q})}{\partial \dot{q}^j} = 0 \quad (4.3)$$

Die geometrischen und kinematischen Zwangsbedingungen sind die Euler-Lagrange-Gleichungen erster Art (4.1). Sie bilden mit den Euler-Lagrange-Gleichungen zweiter Art (4.3) ein gemeinsames, differenzial-algebraisches System, das die Systemdynamik vollständig beschreibt. Die numerische Lösung eines derartigen Systems ist mit einem gewissen Aufwand verbunden, da die Lösung dazu neigt, von den geometrischen Zwangsbedingungen weg zu drifteten. Diesem Effekt ist durch eine gesonderte Stabilisierung zu begegnen. Dafür stellt **alaska** geeignete Verfahren bereit.

Eine feste Verbindung zwischen einem FE-Knoten und einem starren Körper erzeugt drei geometrische Zwangsbedingungen. Ein gleitender Kontakt zwischen einer starren Oberfläche erzeugt eine geometrische Zwangsbedingung normal zur Fläche. Ein haftender Kontakt erzeugt

4.1 Aufstellung und Lösung von Bewegungsgleichungen

wie ein starrer Kontakt drei geometrische Zwangsbedingungen. Für die geometrischen Zwangsbedingungen können Gradienten berechnet werden:

$$N_{\cdot j}^{i\cdot} = \frac{\partial g^i}{\partial q^j}. \quad (4.4)$$

Sei C die Steifigkeitsmatrix des gewöhnlichen Potenzials, so kann eine effektive Steifigkeitsmatrix C_{eff} berechnet werden:

$$C_{eff,kl} = N_k^{i\cdot} C_{ij} N_l^{j\cdot} \quad (4.5)$$

Der Rang dieser Matrix entspricht der Anzahl linear unabhängiger geometrischer Zwangsbedingungen. Es wird unterstellt, dass die Anzahl der FE-Knoten deutlich größer ist als die Anzahl der an der viskoelastischen Wechselwirkung beteiligten Starrkörper. Zum Beispiel sind an einem Gesäß die beiden Oberschenkel, das Becken und eine als starr angenommene Sitzfläche beteiligt. Damit ist die Anzahl der Starrkörper vier. Die Anzahl der FE-Knoten kann jedoch wesentlich größer sein. Die FE-Steifigkeitsmatrizen können so auf die beteiligten Starrkörper kondensiert werden. Da dies relativ aufwändig ist, wird von dieser Möglichkeit nur im Bedarfsfall Gebrauch gemacht.

4.1.4 Kontaktsensorik

Um die im vorherigen Abschnitt beschriebenen geometrischen Zwangsbedingungen einschalten zu können, ist die Bestimmung von Abstandsminima zwischen zwei Flächen \mathbb{F}_1 und \mathbb{F}_2 erforderlich. Bei zwei Ellipsoiden oder einem Ellipsoiden und einer Ebene existiert auf jeder der beiden Flächen genau ein Punkt $P_k \in \mathbb{F}_k, k = 1, 2$ für die der Abstand zwischen P_1 und P_2 im \mathbb{E}^3 minimal wird. Bei zwei parallelen Ebenen ist die Lösung dieses Problems eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit. Kontaktsituationen, deren Lösungen mindestens eindimensionale Mannigfaltigkeiten darstellen, sollen singulär genannt werden. Der eindeutig bestimmte Punkt ist eine nulldimensionale Lösungsmannigfaltigkeit. Wird mindestens eine der beiden Oberflächen durch eine Freiformfläche (NURBS [67] oder Dreiecksnetz) modelliert, so können mehrere lokale Abstandsminima existieren. Zwischen zwei durch Dreiecksnetze dargestellten Flächen können mehrere Typen nichtsingulärer lokaler Abstandsminima existieren:

- zwischen einem Eckpunkt und einem Dreieck,
- zwischen einem Eckpunkt und einer Kante,
- zwischen zwei Eckpunkten und
- zwischen zwei windschiefen Kanten.

Für singuläre Abstandsminima existieren folgende Fälle:

- zwei Kanten sind parallel,
- zwei Dreiecksflächen sind parallel oder
- eine Kante liegt in einer zur Dreiecksfläche parallelen Ebene.

Ist einer der beiden Punkte minimalen Abstands ein Eckpunkt, so ist die Lösung stets nichtsingulär. Im verwendeten Modell wurde daher

4.1 Aufstellung und Lösung von Bewegungsgleichungen

das lokale Abstandsminimum zwischen einem Eckpunkt und einer Dreiecksfläche [19] verwendet. Auf dem Dreieck kann der Punkt des lokalen Abstandsminimums dann auch auf einer Kante oder einer Ecke liegen. Durch diesen Algorithmus können damit die drei ersten Fälle nichtsingulärer Lösungen erfasst werden. Ob zwei Kanten parallel oder windschief sind, hängt vom Zustand des Systems ab. Damit kann das nicht-singuläre Abstandsminimum zwischen zwei windschiefen Kanten jederzeit zu einem singulären Abstandsminimum zwischen zwei parallelen Kanten entarten. Daher wurde auf die Verwendung des Abstandsminimums zwischen zwei windschiefen Kanten nach [20] komplett verzichtet. Die Approximation einer Kante durch ihre beiden Eckpunkte wird als hinreichend gute Näherung angesehen. Dieser Fall wird in Abbildung 14 dargestellt. Gezeigt werden 4 Abstände zwischen jeweils einem Eckpunkt und einer Dreiecksfläche, die als hinreichend gute Näherungen für den tatsächlichen minimalen Abstand beider ikosaedrischer Flächen angesehen werden.

Üblicherweise wird bei der Anwendung eines Finite-Elemente-Programms von einer der beiden Flächen nur ihre Eckpunkte, nicht jedoch ihre Dreiecksflächen verwendet. Diese Fläche wird im FE-Programm ANSYS als “Contact” bezeichnet [39]. Von der anderen Fläche werden nur ihre Dreiecksflächen, nicht jedoch ihre Eckpunkte verwendet. Diese Fläche wird in ANSYS als “Target” bezeichnet. Offensichtlich liefert eine solche vereinfachte Kontaktsensorik keine identischen Ergebnisse, wenn man die Flächen vertauscht. Ist eine der beiden Flächen starr, so wird diese als “Target” verwendet. Sind beide Flächen viskoelastisch verformbar, so werden stets beide Flächen sowohl als “Contact” als auch als “Target” verwendet. Es wird unterstellt, dass jedem Eckpunkt genau ein Punkt minimalen Abstandes auf der anderen Fläche zugeordnet werden kann. Maßnahmen zur Rechenzeitreduktion bei weit voneinander entfernten Flächen [93] werden in den verwendeten Simulationen nicht verwendet. Da bei der Kontaktsensorik lediglich relative

4 Finite-Elemente-Modell

Ortsvektoren und Geschwindigkeiten, jedoch keine Beschleunigungen zu berechnen sind, kann für die Kontaktsensorik auch ein orthogonales Koordinatensystem verwendet werden, das kein Inertialkoordinatensystem ist.

Es wird davon ausgegangen, dass die Ortsvektoren und Geschwindigkeiten der Eckpunkte aller Dreiecke Zustandsgrößen einer Dynamiksimulation sind. Basierend auf diesen Zustandsgrößen werden die geometrischen Zwangsbedingungen aufgestellt, die zu den Lagrange-Gleichungen erster Art führen.

Für jeden Eckpunkt \mathcal{K}_j beider Kontaktflächen wird zunächst das Dreieck der gegenüberliegenden Kontaktfläche bestimmt, auf dem der Punkt \mathcal{P}_{j^0} minimalen Abstandes liegt. Dieses Dreieck wird durch die Eckpunkte \mathcal{K}_{j^1} , \mathcal{K}_{j^2} und \mathcal{K}_{j^3} aufgespannt. Der Eckpunkt selbst, von dem das Lot auf ein Dreieck der anderen Kontaktfläche gefällt wird, soll zur besseren Unterscheidung mit \mathcal{K}_{j^0} bezeichnet werden. Für diese Kombination werden alle für die Kontaktsensorik relevanten kinematischen Größen bestimmt. Diese sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

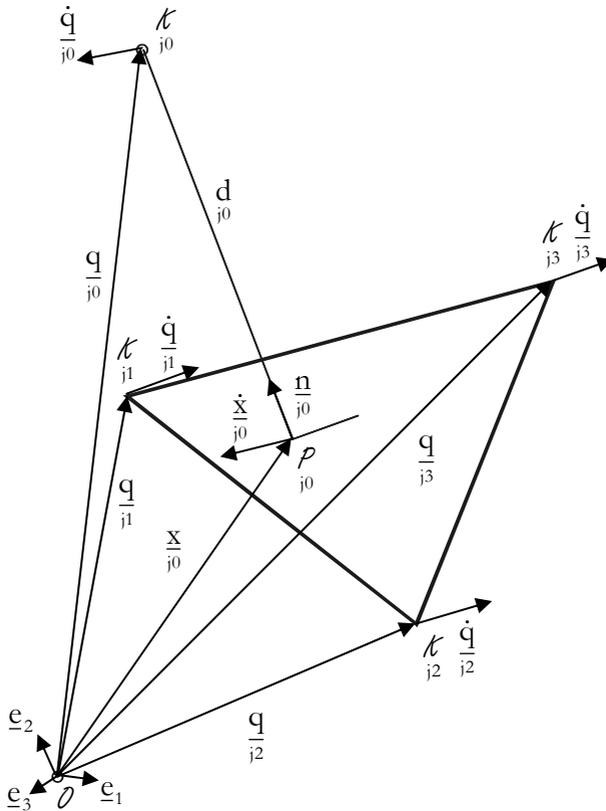


Abbildung 4.1: Darstellung der Größen der Kontaktsensitik

4.1.5 Übersicht der verwendeten Finiten Elemente

Zur Simulation des viskoelastischen Verhaltens biomechanischen Weichteilgewebes sind 3 fundamentale Klassen von Finiten Solid-Elementen erforderlich. Dies sind irreguläre Tetraeder, Pentaeder und Hexaeder. Ein Pentaeder ist ein Solid-Element, dass von zwei Dreiecken und

4 Finite-Elemente-Modell

drei Vierecken begrenzt wird. Ein Dreieck hat dabei mit allen der drei Vierecke eine gemeinsame Kante, jedoch keine gemeinsame Kante mit dem anderen Dreieck. Die Begriffe irreguläres Tetraeder und Hexaeder bedürfen keiner näheren Beschreibung. Die Kanten der Elemente werden durch lineare, quadratische oder kubische Ansatzfunktionen beschrieben. Solid-Elemente, deren Kanten durch die quadratischen Ansatzfunktionen beschrieben werden, werden auch als Serendipity-Elemente bezeichnet. Bei Serendipity-Elementen wird angenommen, dass die Form des Elements durch seine Kanten vollständig beschrieben wird. Bei Lagrange-Elementen wird diese Annahme verlassen, so dass eine von der Verformung der Kanten unabhängige Verformung der Seitenflächen modelliert werden kann. Da für diese Arbeit ein FE-Modell mit einem sehr niedrigen Freiheitsgrad verwendet wurde, werden ausschließlich vollständig integrierte Solid-Elemente verwendet.

4.1.6 Kinematische Modellierung der Volumenerhaltung

Alternativ zur Verwendung sehr großer Kompressionsmoduln kann die Inkompressibilität nach der lagrangeschen Methode als geometrische Zwangsbedingung implementiert werden. Dieses Verfahren ist seit wenigen Jahren in einigen FE-Programmen verfügbar [87]. Das Volumen eines Solid-Elements beträgt nach dem Gaußschen Integralsatz:

$$V = \int dV = \frac{1}{3} \oint \underline{r} \cdot d\underline{A} \quad (4.6)$$

Für ein Polyeder gilt:

$$V = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N \underline{r}_i \cdot \underline{A}_i \quad (4.7)$$

4.1 Aufstellung und Lösung von Bewegungsgleichungen

Die Variation des Volumens beträgt

$$\delta V = \sum_{i=1}^N \underline{A}_i \cdot \delta \underline{r}_i \quad (4.8)$$

Die Bestimmung der Fläche \underline{A}_i ist vom Typ des Polyeders abhängig. Beim Tetraeder ist es ein Drittel der von den drei anderen Punkten aufgespannten Dreiecksfläche. Bei Hexaeder ist es die Hälfte der von den drei benachbarten Punkten aufgespannten Dreiecksfläche. Zur Berechnung des Oberflächenelements des Pentaeders kann ebenfalls ein Dreieck verwendet werden. Jeder Eckpunkt eines Pentaeders \underline{r}_{i0} hat zwei Nachbarn \underline{r}_{i1} und \underline{r}_{i2} , mit denen er ein Dreieck bildet, und einen Nachbarn \underline{r}_{i3} , mit dem er eine Kante zwischen zwei Vierecken bildet. Es wird ein Hilfspunkt \underline{r}_{i4} eingeführt:

$$\underline{r}_{i4} = \frac{3\underline{r}_{i3} - \underline{r}_{i3}}{2}. \quad (4.9)$$

Die Fläche ist nun ein Drittel des von den Punkten \underline{r}_{i4} , \underline{r}_{i1} und \underline{r}_{i2} aufgespannten Dreiecks. Der Flächenvektor eines Polygons kann wie folgt berechnet werden:

$$\underline{A} = \sum_{i=0}^{N-1} \underline{r}_i \times_{(i+1)} \underline{r}_{\text{mod } N} \quad (4.10)$$

4.2 Anthropometrische Skalierung des Menschmodells mit Weichteilen

4.2.1 Problembeschreibung

Da der Mensch keine von einem Konstrukteur entworfene Maschine darstellt, kann die Geometrie des FE-Modells nicht durch die FE-Vernetzung eines CAD-Entwurfs gewonnen werden. Als geometrische Datenquelle werden daher anthropometrische Menschmodelle verwendet, die einen anwenderfreundlichen, schnellen, reproduzierbaren Entwurf eines FE-Modells des menschlichen Weichteilgewebes auf der Basis von anthropometrischen Parametern ermöglichen. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten effizienten Technologien für die FE-Vernetzung auf der Basis anthropometrischer Menschmodelle werden in diesem Kapitel vorgestellt. Das deformierbare menschliche Gewebe wird durch zwei verschiedene Grenzflächen begrenzt: die äußere Haut und die Oberfläche des Skeletts. Das FE-Modell soll ohne Kenntnis der Anatomie des deformierbaren Gewebes entworfen werden. Daher wird das deformierbare Gewebe in erster Näherung als homogen angesehen. Über die äußere Haut kann festgestellt werden, dass ihre Form nur näherungsweise bekannt ist und innerhalb der menschlichen Population sehr stark streut. In der Praxis ist sie auch oft durch Textilien bedeckt. Die Entwicklung eines ergonomischen Sitzes muß zum Ziel haben, all diese Variationen zu berücksichtigen. Im Vergleich dazu kann das Skelett mit hoher Genauigkeit abgebildet werden. Die Genauigkeit eines FE-Modells des menschlichen Weichteilgewebes wird also durch die Genauigkeit der Haut bestimmt. Es kann ein Skelettmodell verwendet werden, das wesentlich detaillierter ist als das Hautmodell. Die Genauigkeit des FE-Modells orientiert sich jedoch an der Genauigkeit des Hautmodells. Für das FE-Modell wird also ein vereinfachtes Skelettmodell verwendet, dessen Genauigkeit dem Hautmodell entspricht.

Dazu wird in der Entwurfsphase zunächst ein 2D-FE-Modell der Haut entworfen. Für jeden Knoten dieses Hautmodells wird ein Knoten auf dem Skelett bestimmt, indem für eine bestimmte Haltung der Punkt auf der Skelettoberfläche mit dem geringsten Abstand zum Hautpunkt gesucht wird. Im Unterschied zu technischen Systemen besitzt ein lebender Mensch keine spannungsfreie Referenzkonfiguration. Als genäherte spannungsfreie Referenzkonfiguration kann jedoch die Haltung eines Menschen in der Schwerelosigkeit angesehen werden. Diese wird in [44] Abschnitt 2.2.2 'Die entspannte Haltung' beschrieben.

4.2.2 Anwendung des Anthropometriemodells von DYNAMICUS

Das Anthropometriemodell von DYNAMICUS bietet eine geometrische Beschreibung der äußeren Form des Menschen auf der Basis schiefer elliptischer Kegelstümpfe an. Diese Beschreibung führt bei jeder denkbaren Haltung zu einer geschlossenen Oberfläche. Die Radien und Längen der elliptischen Kegelstümpfe sind Funktionen anthropometrischer Maße. Die Orientierung der Ellipsen sind Funktionen der Haltung. Bestandteil des Menschmodells DYNAMICUS ist eine detaillierte geometrische Darstellung des Skeletts in hoher Auflösung. Zur Entwicklung eines FE-Modells wird die Oberfläche der Kegelstümpfe in eine variable Anzahl von Vierecken zerlegt. Auf dieser Basis werden damit ausschließlich hexaedrische Finite Elemente erzeugt.

Die Parameterdarstellung einer Ellipse ist:

$$x_1 = r_1 \cdot \sin(\phi) \quad (4.11)$$

$$x_2 = r_2 \cdot \cos(\phi). \quad (4.12)$$

Zunächst wird die Ellipse in m Segmente zerlegt. Es gilt.:

$$\phi_i = \frac{2\pi i}{m} \quad (4.13)$$

4 Finite-Elemente-Modell

Man erhält zunächst ein Polygon, dessen Flächeninhalt kleiner ist als der des Ausgangsellioids. Dieser Verlust kann näherungsweise kompensiert werden, indem die Mittelpunkt–Sekanten um den Faktor

$$\sqrt{\frac{2\pi}{m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{m}\right)}} \text{ verlängert werden.}$$

Es ist nicht immer notwendig, ein flächeninhaltsgleiches Polygon zu konstruieren. Wenn basierend auf dem Polygon ein FE–Modell aufgebaut wird, das quadratische und kubische anstelle linearer Ansatzfunktionen verwendet, ist ein inneres Polygon hinreichend.

4.2.3 Anwendung des Menschmodells RAMSIS

Das Anthropometriemodell von RAMSIS bietet eine geometrische Beschreibung der äußeren Form des Menschen auf der Basis diskreter Hautpunkte an. Diese Hautpunkte bilden ein geschlossenes Netz aus Dreiecken und Vierecken. Die Topologie dieses Netzes hängt von folgenden Faktoren ab:

- Im Fußbereich hängt die Topologie vom verwendeten Schuhmodell ab.
- Im Handbereich hängt die Topologie vom verwendeten Handmodell ab.
- Im Brustbereich hängt die Topologie vom Geschlecht ab.

Insbesondere im Bereich des Gesäßes ist die Topologie dieses Netzes jedoch konstant. Lediglich die Lage der Netzknoten im Raum hängt von Anthropometrie und Haltung ab. Im Bereich des Oberschenkels besteht das Hautmodell von RAMSIS ausschließlich aus Vierecken. Im Bereich des Beckens liegt ein gemischtes Netz aus Dreiecken und Vierecken vor.

Die Auflösung des vom Anthropometriemodell nach DYNAMICUS abgeleiteten FE–Modells ist stufenlos skalierbar. Das Hautmodell nach RAMSIS besitzt jedoch eine konstante Anzahl von Hautpunkten. Die

4.2 Anthropometrische Skalierung

Geometrie eines mit einer unveränderten Anzahl von RAMSIS-Hauptpunkten erzeugte FE-Modell des Gesäßes ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

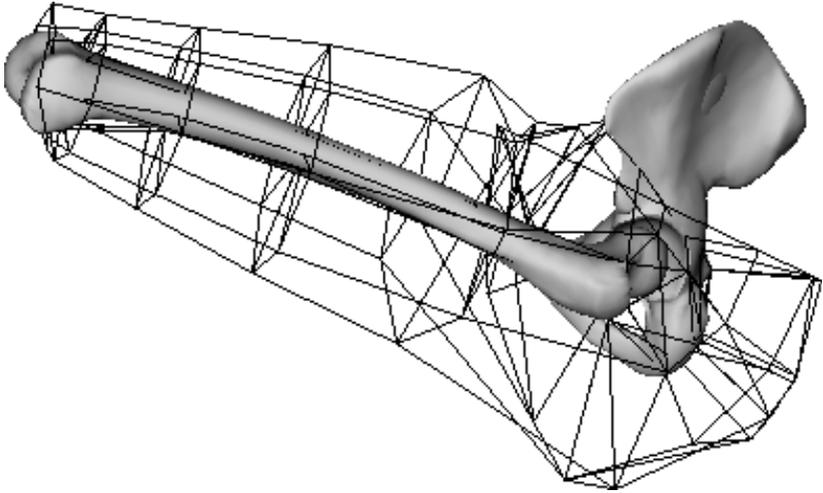


Abbildung 4.2: FE-Modell des Oberschenkels und des Beckens auf der Basis von RAMSIS-Hauptpunkten

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

5.1 Anthropometrische Messungen

Es wurden unter natürlichen Umgebungsbedingungen Sitzdruck- und Schwingungsmessungen durchgeführt und die Anthropometrie protokolliert. Die Versuche wurden mit zwei erwachsenen männlichen Probanden durchgeführt, die anonymisiert als Proband 1 und Proband 2 bezeichnet werden.

Es standen 3 Muster zur Verfügung:

- Holzstuhl: Höhe der Sitzfläche: 457 mm (gemessen an der hinteren Kante der Sitzfläche)
- Holzstuhl mit 10kPa-Schaumstoffauflage:
Stauchhärte nach DIN: 10 kPa
Abmessung der Schaumstoffauflage: (400 mm, 400 mm, 50 mm),
Rohdichte: 65kg/m³
- Holzstuhl mit 6kPa-Schaumstoffauflage:
Stauchhärte nach DIN: 6 kPa,
Abmessung der Schaumstoffauflage: (400 mm, 400 mm, 50 mm),
Rohdichte: 65kg/m³

Die anthropometrischen Messungen wurden vor Beginn der Sitzdruck- und Schwingungsmessungen um 9 Uhr morgens und nach dem Ende

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

der Messungen 16 Uhr nachmittags durchgeführt. Dabei wurden kleine Abweichungen festgestellt. So verringerte sich die Körperhöhe im Tagesverlauf um 5 mm. Dies entspricht den medizinischen Erwartungen, da sich die Bandscheiben der Wirbelsäule im Tagesverlauf bei senkrechter Haltung verkleinern und im Verlauf der Nacht bei waagerechter Haltung wieder vergrößern. In den Tabellen 5.1, 5.3, 5.5 und 5.7 sind die Durchschnittswerte beider Messungen angegeben. Die Daten basieren auf zwei verschiedenen anthropometrischen Modellen. Beim anthropometrischen Modell DYNAMICUS werden alle Längen in Meter angegeben.

Die anthropometrischen Daten nach RAMSIS-Systematik sind sowohl als Wert in Millimeter als auch als Perzentil angegeben. Das Perzentil wurde mit RAMSIS berechnet. Die zugrundeliegende Population ist die männliche deutsche Bevölkerung der Altersgruppe 18–70 des Jahres 2007.

Tabelle 5.1: Anthropometrie nach DYNAMICUS-Systematik 1

Name	Beschreibung	Proband 1	Proband 2
Weight	Körpermasse in kg	83.6	68.3
Hfoot	Höhe des Knöchels	0.080	0.091
Hknee	Höhe des Kniegelenkes	0.503	0.479
HLeg	Funktionelle Beinlänge	0.975	0.905
Hwaist	Taillenhöhe	1.185	1.082
Hxiphoid	Höhe des unteren Brustbeinrandes	1.313	1.196
HSuprasternale	Höhe Suprasternale	1.504	1.315
HCervical	Halswirbelhöhe	1.602	1.480
Hatlas	Höhe Atlas	1.694	1.645
Lfoot	Fußlänge	0.259	0.251
Wfoot	Direkte Fußbreite	0.091	0.096
Ccalf	Größter Wadenumfang	0.395	0.340
CThigh	größter Oberschenkel- umfang	0.560	0.518
CLowerLegS	kleinster Unterschen- kelumfang	0.229	0.220
WHip	große Hüftbreite	0.350	0.338
WWaist	Taillenbreite	0.319	0.266
CHip	Größter Hüftumfang	0.972	0.897
Cwaist	Taillenumfang	0.962	0.784
Wbreast	Brustkorbbreite	0.316	0.302
Dbreast	Brustkorbtiefe	0.256	0.223

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Tabelle 5.3: Anthropometrie nach DYNAMICUS-Systematik 2

Name	Beschreibung	Proband 1	Proband 2
WShoulderBideltoidal	Bideltoidale Schulterbreite	0.486	0.456
LUpperArm	Länge Oberarm	0.370	0.350
LForeArm	Länge Unter- arm	0.269	0.260
Lhand	Länge Hand	0.206	0.200
CUpperArmL	größter Oberar- mumfang	0.312	0.280
CForeArmL	größter Unter- armumfang	0.281	0.254
CForeArmS	kleinster Unter- armumfang	0.172	0.163
Whand	Handbreite mit Daumen	0.099	0.100
Thand	Distale Mittel- handdicke	0.032	0.028
CCervical	Halsumfang	0.415	0.400
Lpate	Ganze Kopfhö- he	0.221	0.240
Wpate	Größte Kopf- breite	0.161	0.159
Dpate	Größte Kopf- länge	0.184	0.193

Tabelle 5.5: Anthropometrie nach RAMSIS-Systematik 1

Name	Beschreibung	Proband 1		Proband 2	
		Wert	Perzentil	Wert	Perzentil
Steuermaße					
KPH	Körperhöhe	1845	86.9	1761	41.0
TU	Tallienumfang	962	56.3	784	5.1
STL	Stammlänge	931	45.9	902	17.2
editierbare abhängige Maße					
LKOH	Kopfhöhe	221	34.1	240	91.3
LKOB	Kopfbreite	161	49.8	159	37.3
LKOT	Kopftiefe	184	5.2	193	35.0
LSBD	Schulterbreite- deltoidal	486	51.6	456	12.1
LOAL	Oberarmlänge	370	96.5	351	76.1
LUALHD	Unterarmlänge mit Hand	461	23.5	460	21.9
LBKB	Brustkorbbreite	316	50.5	302	26.4
LBKT	Brustkorbtiefe	256	79.0	223	32.0
LBEB	Beckenbreite	319	53.3	289	10.6
LHUEB	Hüftbreite	350	39.0	338	17.7
LKNGSL	Kniegesäßlänge	632	66.2	589	11.7
LKNHS	Kniehöhe im Sitzen	584	89.9	554	55.8
LFUH	Fußhöhe	80	58.9	91	94.2
LFUL	Fußlänge	259	18.6	251	6.5
LFUB	Fußbreite	91	1.4	96	7.9

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Tabelle 5.7: Anthropometrie nach RAMSIS–Systematik 2

Name	Beschreibung	Proband 1 Wert	Proband 2 Wert
nicht editierbare abhängige Maße			
UOAU	Oberarmumfang	252	244
UWADU	Wadenumfang	338	339
UOSU	Oberschenkelumfang	522	524
LHALS	Halslänge	119	110
LUAU	Unterarmumfang	289	262

Der Tallienumfang von Proband 2 entspricht einem Perzentil von 5.1%. Damit ist er sehr schlank. Die Körperhöhe von Proband 1 entspricht einem Perzentil von 86.9%. Er ist damit groß. Ansonsten entsprechen die anthropometrischen Daten der Probanden den Durchschnittswerten in der deutschen Bevölkerung.

Das anthropometrische Menschmodell RAMSIS kann die Körpermasse durch Volumenintegration näherungsweise berechnen. Das Ergebnis dieser Berechnung wurde mit der Messung verglichen. Dieser Vergleich ist in Tabelle 5.8 dargestellt.

Tabelle 5.8: Körpermassen der Probanden in kg

Proband	Messung	RAMSIS
1	83.6	85.98
2	68.3	67.05

In den meisten Fällen ist die Massendichte von schlanken Menschen höher als die von korpulenten Menschen. Dessen ungeachtet verwendet RAMSIS ein und dieselbe Dichte für die Masseberechnung von allen Menschen. Dies ist ein naheliegender Grund für die geringen Abweichungen zwischen RAMSIS und der Messung.

5.2 Statische Messungen auf harten Unterlagen

Ein wurde je Proband eine Messung durchgeführt. Da die Ergebnisse der ersten Messung von Proband 2 unsymmetrisch waren, wurde die Messung mit Proband 2 wiederholt. Bei der zweiten Messung versuchte der Proband gezielt symmetrisch zu sitzen, was jedoch nicht seiner Gewohnheit entsprach.

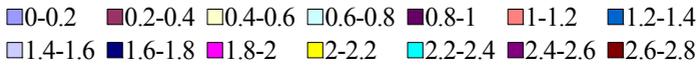


Abbildung 5.1: Dargestellte Sitzdrücke in N/cm^2

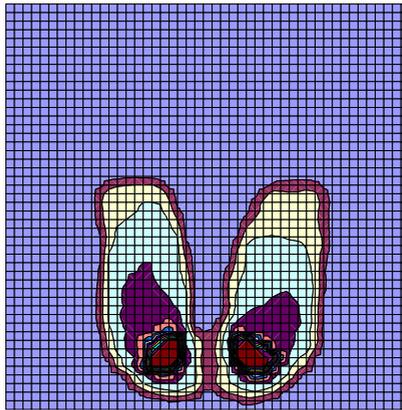


Abbildung 5.2: Druck zwischen Proband 1 und Stuhl

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

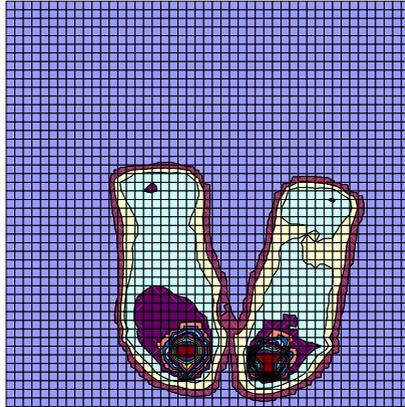


Abbildung 5.3: Druck zwischen Proband 2 und Stuhl – Messung1

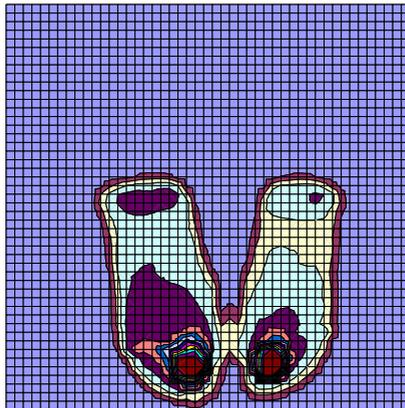


Abbildung 5.4: Druck zwischen Proband 2 und Stuhl – Messung2

5.3 Statische Messungen auf gepolsterten Sitzen

Sitzen

Es wurden zwei Sitze mit zwei Probanden vermessen. Die ersten 4 Messungen geben den Druck zwischen Polsterauflage und Proband an. Zusätzlich wurde der Druck zwischen Polsterauflage und starrer Unterlage gemessen.

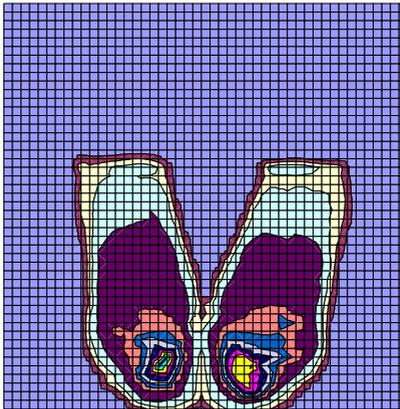


Abbildung 5.5: Druck zwischen Proband 1 und 10kPa-Schaumstoff

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

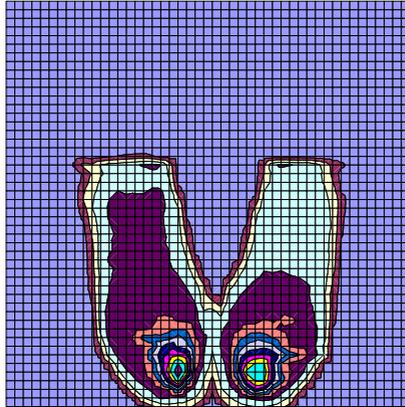


Abbildung 5.6: Druck zwischen Proband 2 und 10kPa-Schaumstoff

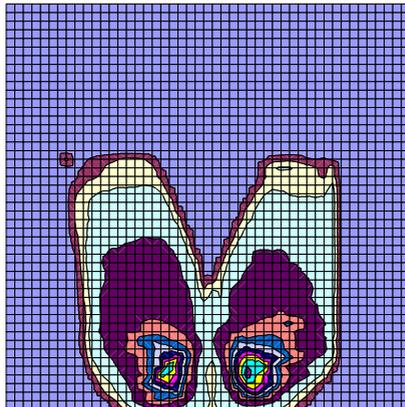


Abbildung 5.7: Druck zwischen Proband 1 und 6kPa-Schaumstoff

5.3 Statische Messungen auf gepolsterten Sitzen

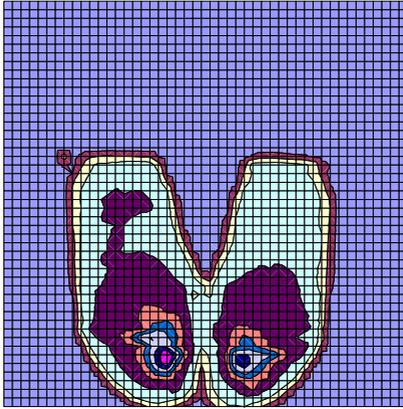


Abbildung 5.8: Druck zwischen Proband 2 und 6kPa-Schaumstoff

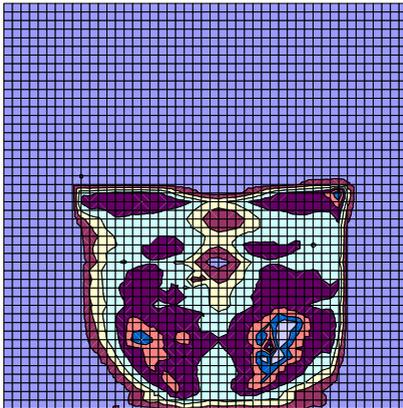


Abbildung 5.9: Druck zwischen Stuhl und 10kPa-Schaumstoff mit Proband 1

5 Beschreibung durchgeführter Messungen



Abbildung 5.10: Druck zwischen Stuhl und 10kPa-Schaumstoff mit Proband 2

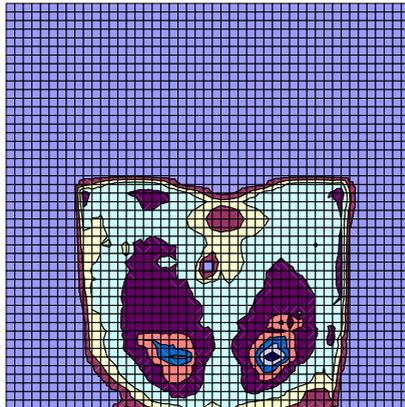


Abbildung 5.11: Druck zwischen Stuhl und 6kPa-Schaumstoff mit Proband 1



Abbildung 5.12: Druck zwischen Stuhl und 6kPa-Schaumstoff mit Proband 2

5.4 Bewertung der Druckmessungen

Eine Plausibilitätskontrolle der Druckverteilung ist die ermittelte Gesamtlast. Die Belastung eines Sitzes kann nicht größer sein als das Gewicht der Person. In einigen Fällen ist die Masse der Schaum-Polsterung zu addieren. Die Masse der Polsterung beträgt 0.52kg und die Fallbeschleunigung 9.80665N/kg. Die Gesamtlasten werden vom Messsystem automatisch mit berechnet. Der Vergleich ist in Tabelle 5.9 dargestellt.

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Tabelle 5.9: Plausibilitätskontrolle der Gesamtlasten

Messung	Gesamtlast	Gewicht	Sitzdruckanteil
Proband 1: ohne Polsterung	646.29 N	819.84 N	78.832 %
Proband 2: ohne Polsterung 1	614.50 N	669.79 N	91.745 %
Proband 2: ohne Polsterung 2	703.79 N	669.79 N	105.076 %
Proband 1: 10kPa Schaum auf Sitz	850.74 N	824.94 N	103.128 %
Proband 1: 6kPa Schaum auf Sitz	937.61 N	824.94 N	113.659 %
Proband 2: 10kPa Schaum auf Sitz	835.71 N	674.89 N	123.828 %
Proband 2: 6kPa Schaum auf Sitz	912.08 N	674.89 N	135.144 %
Proband 1: Gesäß auf 10kPa Schaum	999.37 N	819.84 N	121.899 %
Proband 1: Gesäß auf 6kPa Schaum	1037.93 N	819.84 N	126.602 %
Proband 2: Gesäß auf 10kPa Schaum	927.56 N	669.79 N	138.484 %
Proband 2: Gesäß auf 6kPa Schaum	947.21 N	669.79 N	141.418 %

Nur bei zwei Messungen überschreitet die Gesamtlast des Sitzes nicht das Gewicht. Dies sind zwei Messungen ohne Polsterauflage. Die höchsten Gesamtlasten wurden zwischen Mensch und Polsterung gemessen. Ein möglicher Grund für dieses Ergebnis ist die Krümmung der un-

tersuchten Kontaktfläche. Die gemessene Gesamtlast schließt in diesem Fall auch horizontale Kräfte an den Hängen der Mulde ein. Aber die Kontaktfläche zwischen Schaumstoff und Holzstuhlsitz ist eben. Obwohl diese vier Gesamtlasten kleiner sind als die vier zwischen Mensch und Polsterung, überschreiten sie das Gewicht ebenso. Tendenziell führt ein weicherer Schaum zu höheren Gesamtlasten. Ein möglicher Grund für die zu hohen Gesamtlasten zwischen Schaumstoff und Sitzfläche sind durch Haftreibung bedingte Scherspannungen, die keinen Beitrag zum Gesamtgewicht liefern, in der gemessenen Druckverteilung jedoch enthalten sind. Obwohl die Werte von Proband 1 höher sind als von Proband 2, ist der Anteil der Sitzlast am Gesamtgewicht bei Proband 1 kleiner als bei Proband 2. Da Proband 2 etwas schlanker ist, ist die Kontaktfläche kleiner und stärker gekrümmt. Damit ist der Anteil der Scherspannungen etwas höher. Bei den Messungen ohne Polsterung tritt keine Deformation der Kontaktfläche auf. Auch die Scherspannungen sind klein. Die hohe Gesamtlast bei der zweiten Messung mit Proband 2 ist dadurch bedingt, daß durch den Versuch, entgegen der eigenen Gewohnheit gezielt symmetrisch zu sitzen, zusätzliche Scherspannungen aufgetreten sind.

Neben der Gesamtlast ist für eine Bewertung des Ergebnisses auch der Schwerpunkt der Druckverteilung relevant. Dazu wurden die Druckverteilungen in ein linkes und ein rechtes Gebiet aufgeteilt. Jedes Gebiet enthält den Druck auf einen Oberschenkel und eine Hälfte des Beckens. Für jedes Gebiet wurde ein Schwerpunkt berechnet:

$$\bar{x}^i = \frac{\int_A x^i P(\underline{x}) dA}{\int_A P(\underline{x}) dA} \quad (5.1)$$

Bezüglich dieses Schwerpunktes verschwindet das Drehmoment. In Tabelle 5.11 ist jeweils der Mittelwert des linken und rechten Gebiets dargestellt. Koordinatenursprung ist die Mitte der Hinterkante der Sitzfläche.

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Tabelle 5.11: Schwerpunkte der Druckverteilungen

Proband	x-Richtung	y-Richtung
Proband 1: ohne Polsterung	0.1572	0.0879
Proband 2: ohne Polsterung 1	0.1697	0.0901
Proband 2: ohne Polsterung 2	0.1709	0.0889
Proband 1: 10kPa Schaum auf Sitz	0.1722	0.0953
Proband 1: 6kPa Schaum auf Sitz	0.1704	0.0957
Proband 2: 10kPa Schaum auf Sitz	0.1817	0.0952
Proband 2: 6kPa Schaum auf Sitz	0.1812	0.0971
Proband 1: Gesäß auf 10kPa Schaum	0.1676	0.0955
Proband 1: Gesäß auf 6kPa Schaum	0.1601	0.0957
Proband 2: Gesäß auf 10kPa Schaum	0.1668	0.0940
Proband 2: Gesäß auf 6kPa Schaum	0.1793	0.0958

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

5.5.1 Beschreibung des Messaufbaus

Es wurden Schwingungsübertragungsfunktionen mit den beiden Probanden durchgeführt. Zusätzlich wurde die Haltung zwischen aufrecht sitzend und angelehnt variiert. Damit ergeben sich 4 verschiedene Übertragungsfunktionen für den ungepolsterte Sitz. Verwendet wurde ein Beschleunigungs-Messsystem mit 8 Kanälen. Die entsprechenden Sensoren wurden wie folgt auf dem Körper des Probanden befestigt:

- Der erste Beschleunigungsaufnehmer wurde auf der Unterseite der starren Sitzfläche angebracht. Seine z -Achse zeigt nach unten.
- Der zweite Beschleunigungsaufnehmer wurde auf der linken Knie Spitze angebracht. Seine z -Achse zeigt nach oben.
- Der dritte Beschleunigungsaufnehmer wurde auf dem rechten Oberschenkel (Oberseite) angebracht. Seine z -Achse zeigt nach oben.
- Der vierte Beschleunigungsaufnehmer wurde nahe dem linken Hüftknochen angebracht. Seine z -Achse zeigt nach oben.
- Der fünfte Beschleunigungsaufnehmer wurde nahe dem rechten Beckenknochen angebracht. Seine z -Achse zeigt nach oben.
- Die Kanäle 6–8 bilden einen dreiachsigen Sensor. Er wurde auf der Bauchdecke angebracht. Der sechste Kanal ist kranial, der siebte ist ventral und der achte Kanal ist lateral nach links orientiert.

Die Plattform wurde vertikal mit einem über die Frequenz gleichverteilten generischen Rauschen angeregt. Die angeregten Frequenzen wurden auf ein Intervall von 0.5 bis 40.5 Hz begrenzt. Die Gesamt-Intensität

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

der Anregung betrug $1 \text{ (ms}^{-2}\text{)}^2$. Die Leistungsdichte betrug damit $1/40 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$. Aus der Montage der Sensoren ergeben sich folgende Konsequenzen:

- Die entgegengesetzte Orientierung des ersten Sensors im Vergleich zu den anderen Sensoren führt in den komplexen Übertragungsfunktionen zu einem systematischen Phasenversatz von π .
- Da eine perfekt senkrechte Montage der übrigen Sensoren auf der menschlichen Haut nicht immer möglich ist, konvergieren die Übertragungsfunktionen im niederfrequenten Grenzbereich nicht immer gegen eins beziehungsweise im Falle des siebten Kanals nicht gegen Null.
- Die vom achten Kanal gemessenen Bewegungen sind verschwindend gering. Auf ihre Darstellung wird daher verzichtet.

5.5.2 Beschreibung des Algorithmus zur Auswertung

Es wurde die Beschleunigung jedes Sensors mit einer Zeitschrittweite von 0.00625 s gemessen. Dies entspricht einer Abtastrate von 160 Hz . Es wurden 8192 Zeitsignale abgetastet. Die Messzeit pro Versuch betrug also 51.2 s . Vom Messsystem wurden die komplexen Korrelationsspektren berechnet. Die Frequenzschrittweite ($=1/\text{Messzeit}$) beträgt 0.01953125 Hz . Die höchste sinnvoll darstellbare Frequenz wäre 80 Hz (halbe Abtastrate) gewesen. Vom Messsystem wurden jedoch nur die ersten 3200 von insgesamt 4096 FFT-Linien ausgegeben. Damit ist die höchste ausgegebene Frequenz 62.5 Hz . Die vom Messsystem berechneten Korrelationsspektren sind in Abbildung 5.13 beispielhaft dargestellt.

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

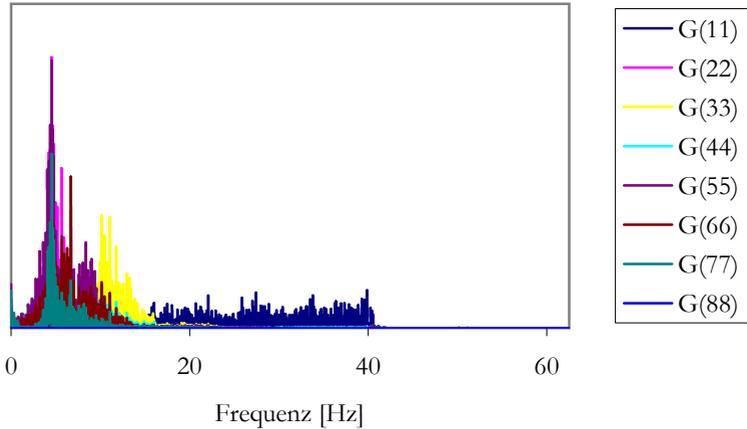


Abbildung 5.13: Autokorrelationsfunktionen: 6kPa-Schaum, Proband 2 angelehnt, Rohdaten

Die vom Messsystem berechneten Frequenzspektren sind stark verrauscht und damit insbesondere für eine Bestimmung der Dämpfungseigenschaften nicht geeignet. Daher wurde eine vom Messsystem unabhängige Bestimmung der Korrelationsfunktionen vorgenommen. Die Grundlagen sind in der Monografie von Lüke und Ohm [61] dargestellt. Dazu wurde die Zeitreihe in n gleichlange Abschnitte zu je $8192/n$ Stützstellen (entspricht Messzeit/ n) aufgeteilt. Es wurde ein Frequenzspektrum mit einer Frequenzschrittweite von $n/51.2$ Hz berechnet. Damit wird eine Mittelung über n einzelne Spektren möglich. Da 8192 eine Potenz von 2 ist, werden nur n -Werte betrachtet, die ebenfalls Potenzen von 2 sind. Werte oberhalb von 40 Hz haben als unzuverlässig zu gelten, da in diesem Frequenzbereich die Anregung über Kanal 1 fehlt. In den in dieser Arbeit dargestellten Diagrammen ist $n=64$. Damit ergeben sich Frequenzgänge mit 128 Stützstellen oder 64 Stützstellen unterhalb von 40 Hz. Die entsprechenden Autokorrelationsfunktionen

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

sind in Abbildung 5.14 dargestellt.

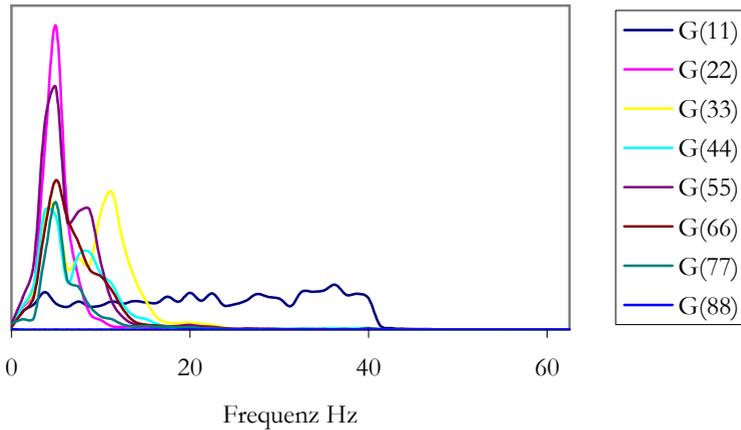


Abbildung 5.14: Autokorrelationsfunktionen: 6kPa Schaum, Proband 2 angelehnt, geglättet

Die Autokorrelationsfunktionen G_{xx} und G_{yy} sind reelle Funktionen der Frequenz. Die Kreuzkorrelationsfunktionen G_{xy} und G_{yx} sind konjugiert komplexe Funktionen der Frequenz. Der Phasenwinkel

$$\phi = \text{atan2} [\text{Im} (G_{yx}), \text{Re} (G_{yx})] \quad (5.2)$$

der komplexen Übertragungsfunktion ist gleich dem Phasenwinkel der Kreuzkorrelationsfunktion. Der Phasenwinkel selbst ist für eine Analyse wenig geeignet, da er durch zwei für das Ergebnis irrelevante Phänomene beeinflusst wird:

- Wegen der entgegengesetzten Orientierung des ersten Kanals trägt der Grenzwert des Phasenwinkel für kleine Frequenzen $-\pi$ oder $+\pi$. Der Grenzwert des Phasenwinkels für kleine Frequenzen

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

ist generell stark von der Orientierung der Schwingungssensoren abhängig.

- Der Phasenwinkel ist mehrdeutig mit einem experimentell nicht bestimmbar Summanden 2π .

Daher wird anstelle des Phasenwinkels die Gruppenlaufzeit τ [4] berechnet und ausgegeben.

$$\tau_{yx} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{df} \quad (5.3)$$

Diese Gruppenlaufzeit ist das Ergebnis der Ausbreitung mechanischer Wellen im menschlichen Körper. Sie ist von der Orientierung der Schwingungssensoren unabhängig. Bei der Berechnung der Gruppenlaufzeit durch numerische Ableitung der berechneten Phasenwinkel fallen die 2π -Sprünge sofort auf. Die Stetigkeit der Gruppenlaufzeit wird durch das Auswertungsprogramm hergestellt. Ein zu eliminierender Sprung in ϕ sei dann gegeben, wenn sich zwei aufeinanderfolgende Werte um mehr als π unterscheiden. In diesem Fall wird je nach Bedarf solange addiert oder subtrahiert, bis die Differenz kleiner oder gleich π wird und der Verlauf von ϕ damit als stetig angesehen werden kann. Das Verhältnis

$$\gamma = \frac{G_{xy}G_{yx}}{G_{xx}G_{yy}} \quad (5.4)$$

heißt Kohärenzfunktion. Diese Funktion kann nur Werte im Intervall zwischen 0 und 1 annehmen. Bei idealisierten linearen Systemen ist die Kohärenz 1. Zur Berechnung des Betrags der komplexen Übertragungsfunktion K_{yx} gibt es 3 mögliche Formeln:

$$K_{yx} \approx \sqrt{\frac{G_{yy}}{G_{xx}}} \approx \sqrt{\frac{G_{xy}G_{yx}}{G_{xx}G_{xx}}} \approx \sqrt{\frac{G_{yy}G_{yy}}{G_{xy}G_{yx}}}. \quad (5.5)$$

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Ist die Kohärenz 1, so stimmen diese drei Werte exakt überein. Ist dies nicht der Fall, so gilt:

$$\sqrt{\frac{G_{xy}G_{yx}}{G_{xx}G_{xx}}} \leq \sqrt{\frac{G_{yy}}{G_{xx}}} \leq \sqrt{\frac{G_{yy}G_{yy}}{G_{xy}G_{yx}}}. \quad (5.6)$$

Besonders der Frequenzbereich oberhalb von 40 Hz wird stark durch statistische Messfehler dominiert. In diesem Bereich wurde festgestellt, dass die Abweichungen vom anschaulich zu erwartenden Ergebnis bei

$$K_{yx} = \sqrt{\frac{G_{xy}G_{yx}}{G_{xx}G_{xx}}} \quad (5.7)$$

am kleinsten sind. Daher wird dieser Wert als Betrag der Übertragungsfunktion verwendet. Auf die Darstellung des 8. Kanals wird in Abschnitt 3.3 verzichtet. Offensichtlich gelten folgende Zusammenhänge:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \quad (5.8)$$

$$\phi_{xy} = -\phi_{yx}, \quad (5.9)$$

$$K_{xy}K_{yx} = \gamma_{xy}. \quad (5.10)$$

Das Eingangssignal x wird durch den ersten Kanal dargestellt. Die Ausgangssignale y werden durch die Kanäle 2 bis 7 dargestellt. Zunächst werden die Kohärenzfunktionen dargestellt und diskutiert.

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

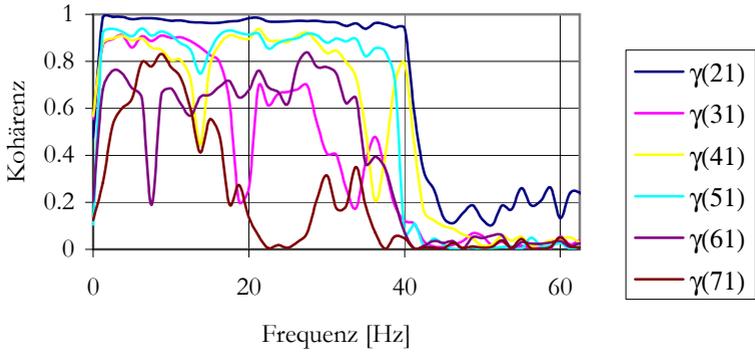


Abbildung 5.15: Kohärenzfunktionen: ungepolstert, angelehnt, Proband 1

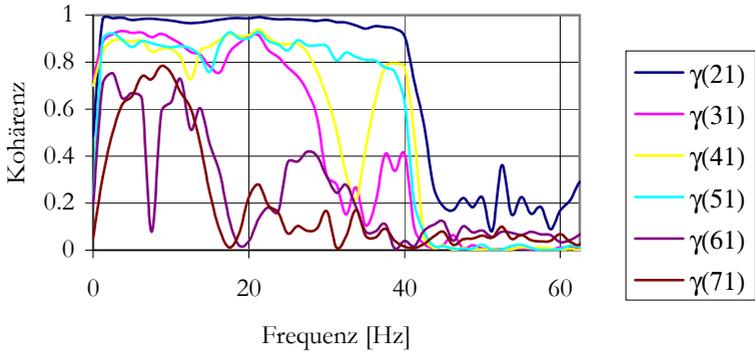


Abbildung 5.16: Kohärenzfunktionen: ungepolstert, aufrecht, Proband 1

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

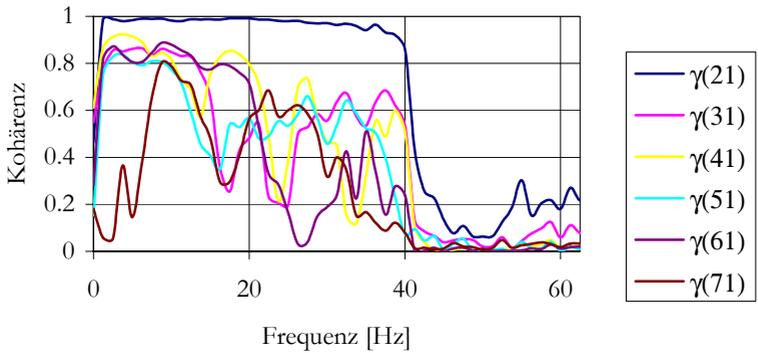


Abbildung 5.17: Kohärenzfunktionen: ungepolstert, angelehnt Proband 2

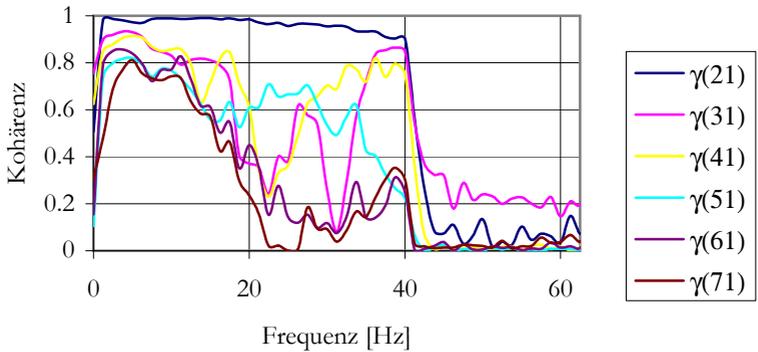


Abbildung 5.18: Kohärenzfunktionen: ungepolstert, aufrecht Proband 2

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

Anhand der Kohärenzfunktionen wurden deutliche Nichtlinearitäten festgestellt. Das beste lineare Verhalten zeigt in allen Fällen die Kniespitze. Das stärkste nichtlineare Verhalten zeigt die Bauchdecke. Hinsichtlich der Nichtlinearität des Schwingungsverhaltens kann folgende Rangfolge aufgestellt werden:

- Bauchdecke
- Oberseite Oberschenkel
- Hüftknochen und Beckenknochen
- Kniespitze

Beim Hüftknochen und Beckenknochen kann das nichtlineare Schwingungsverhalten durch die Befestigung der Schwingungssensoren auf der Haut zustande kommen. Dies ist bei der Kniespitze ebenfalls gegeben. Jedoch kann auf der Kniescheibe der Beschleunigungssensor sicherer fixiert werden als beim Becken oder Hüftknochen. Beim Hüft- und Beckenknochen wird die Schwingungsanregung im Wesentlichen durch das Gesäß übertragen. Bei der Kniespitze stellen die Unterschenkel einen weiteren Übertragungsweg dar. Dies ist ein weiterer Grund für das deutliche lineare Schwingungsverhalten der Kniespitze im Vergleich zu Becken- und Hüftknochen. Es kann eine relativ lineare Schwingungsübertragung vom Sitz und der Plattform auf die Skelettknochen angenommen werden. Die Schwingungsübertragung auf Weichteilgewebe, das sich nicht in direktem Kontakt zum Sitz befindet, ist jedoch deutlich nichtlinear. Ganz allgemein nimmt die Nichtlinearität mit dem Abstand des Schwingungssensors von der Anregungsquelle zu. Dies ist bei den meisten mechanischen Systemen, die nichtlineares Schwingungsverhalten zeigen, der Fall.

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

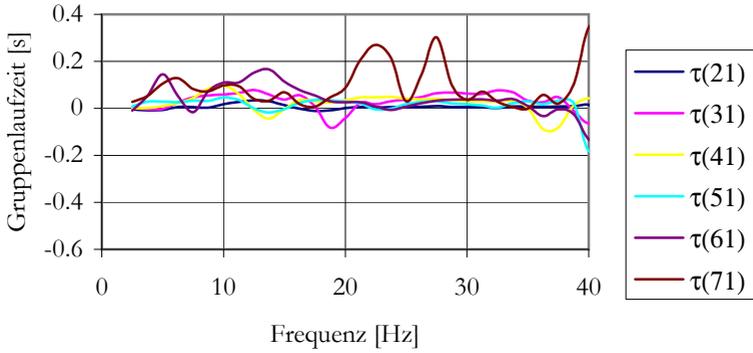


Abbildung 5.19: Gruppenlaufzeiten: ungepolstert, Proband 1 angelehnt

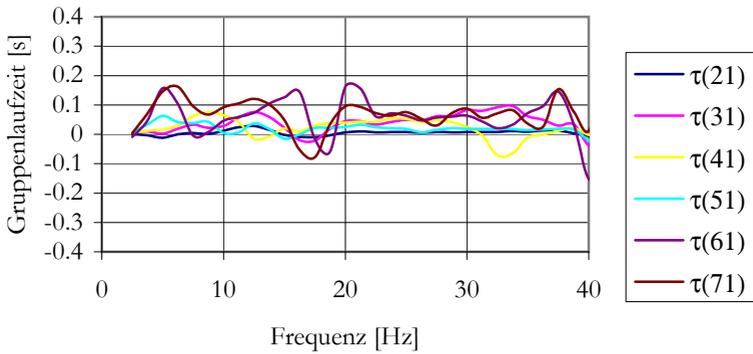


Abbildung 5.20: Gruppenlaufzeiten: ungepolstert, Proband 1 aufrecht

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

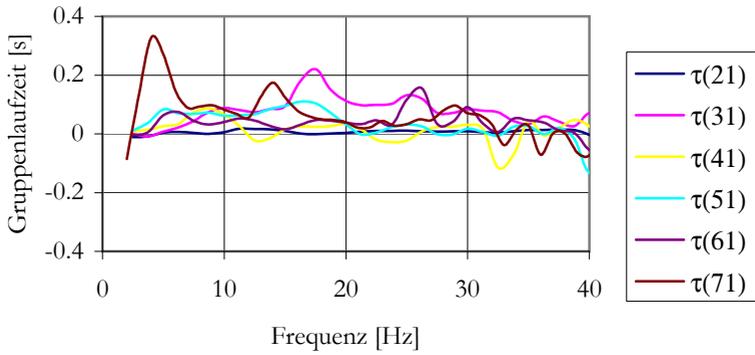


Abbildung 5.21: Gruppenlaufzeiten: ungepolstert, Proband 2 angelehnt

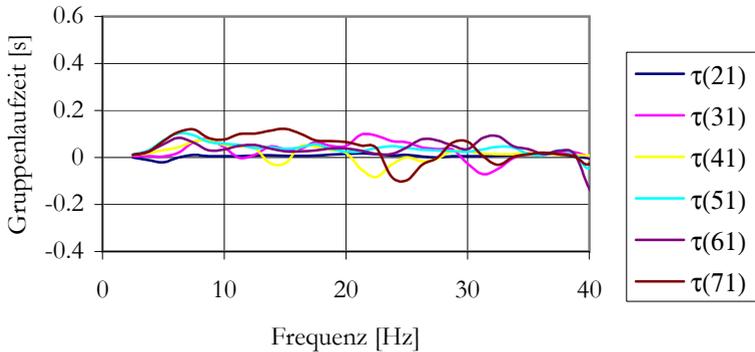


Abbildung 5.22: Gruppenlaufzeiten: ungepolstert, Proband 2 aufrecht

Dass die Kanäle 6 und 7 identische Gruppenlaufzeiten aufweisen, konnte nur bei einer der 4 Messungen eindeutig nachgewiesen werden.

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

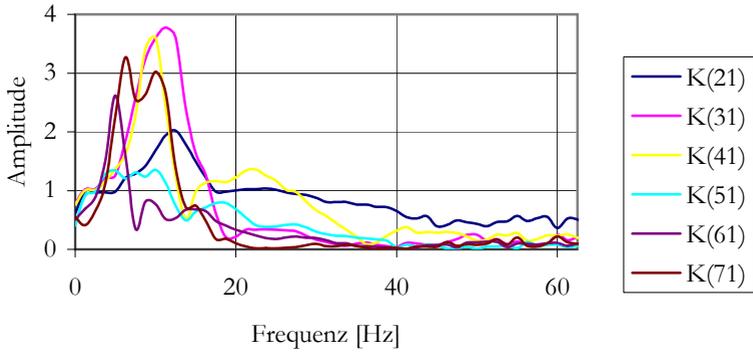


Abbildung 5.23: Übertragungsamplituden: ungepolstert, Proband 1 angelehnt

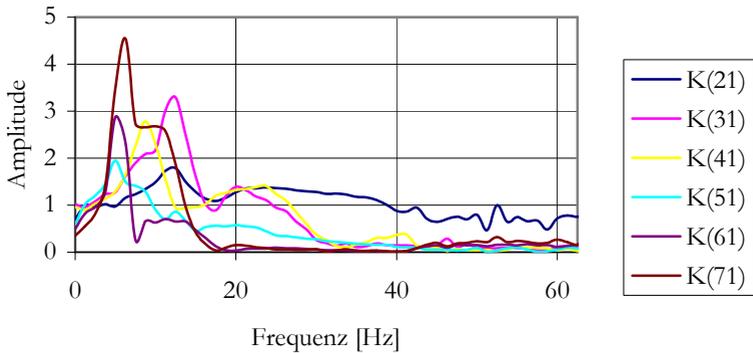


Abbildung 5.24: Übertragungsamplituden: ungepolstert, Proband 1 aufrecht

5.5 Schwingungsmessungen auf harten Unterlagen

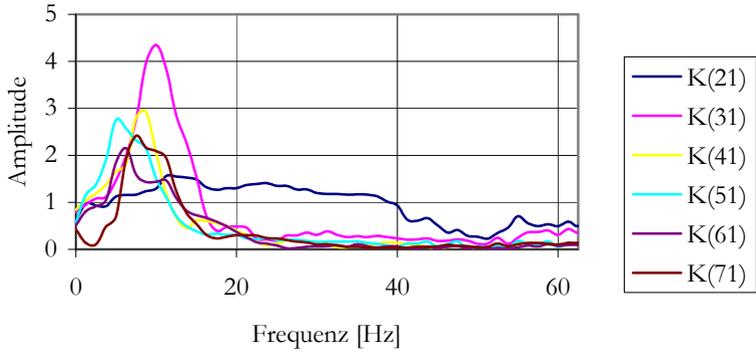


Abbildung 5.25: Übertragungsamplituden: ungepolstert, Proband 2 angelehnt

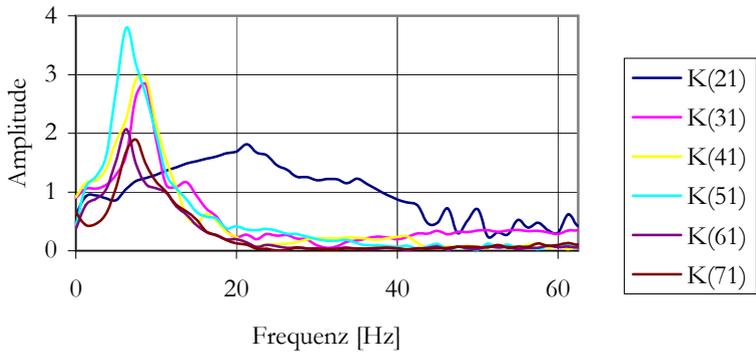


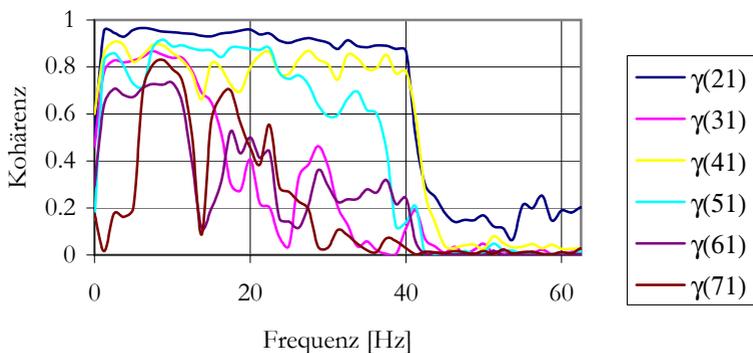
Abbildung 5.26: Übertragungsamplituden: ungepolstert, Proband 2 aufrecht

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

Bei der Schwingungsübertragung zur Kniespitze fällt auf, dass das Schwingungsmaximum sehr schwach ist und der Frequenzgang bei hohen Frequenzen nur sehr schwach abklingt. Dieses Verhalten ist für stark gedämpfte Systeme charakteristisch. Bei kinematisch gekoppelten Systemen ist die Amplitude bei allen Frequenzen eins. Bei der Schwingungsübertragung zum Oberschenkel ist die maximale Amplitude in aufrechter Haltung deutlich niedriger als in angelehnter Haltung. Offensichtlich erhöht die Anspannung der Muskeln die Dämpfung erheblich.

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

Bei gepolsterten Sitzen ist nur in wenigen Fällen eine lineare Schwingungsübertragung möglich. Der im vorherigen Abschnitt festgestellte Trend scheint sich zu bestätigen. Gleichzeitig nimmt die Nichtlinearität mit der Nachgiebigkeit der Polsterung zu.



5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

Tabelle 5.12: Kohärenzfunktionen: 10kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

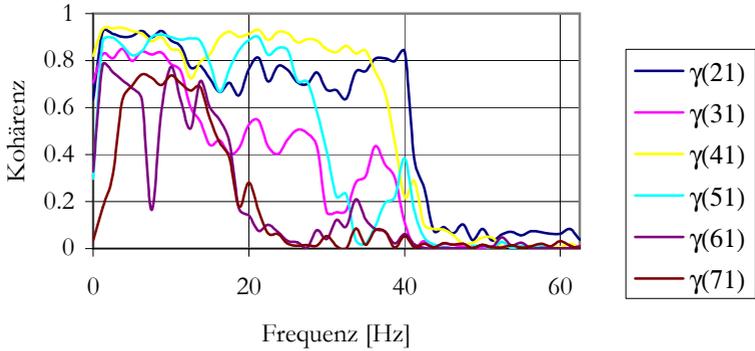


Tabelle 5.13: Kohärenzfunktionen: 10kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

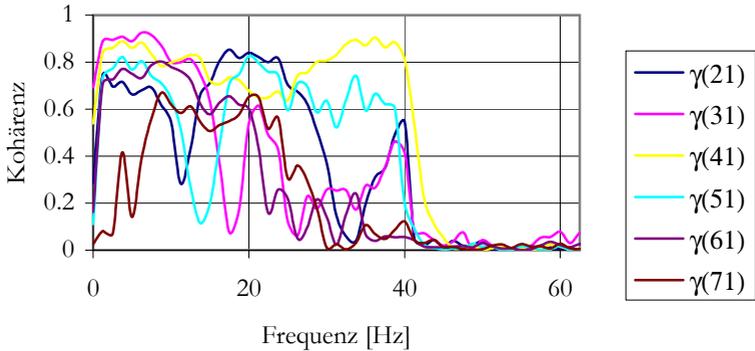


Tabelle 5.14: Kohärenzfunktionen: 10kPa-Schaum, Proband 2 angelehnt

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

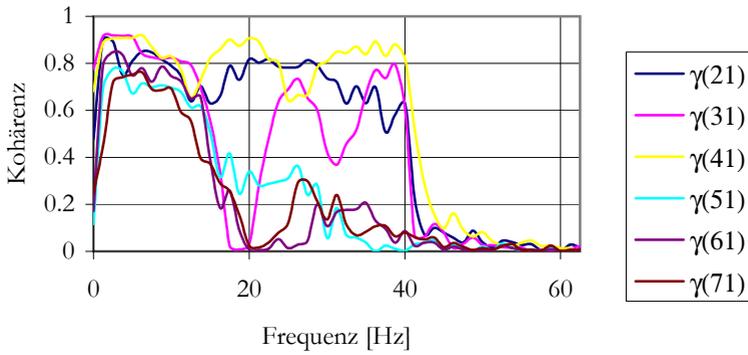


Tabelle 5.15: Kohärenzfunktionen: 10kPa-Schaum, Proband 2 aufrecht

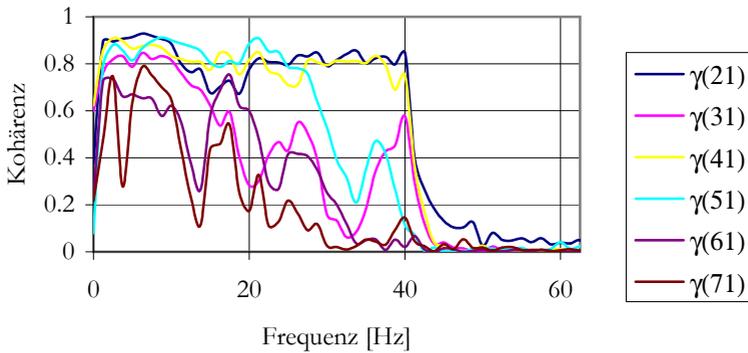


Tabelle 5.16: Kohärenzfunktionen: 6kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

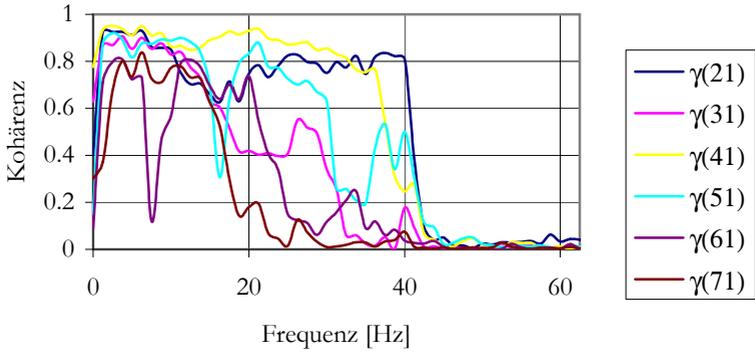


Tabelle 5.17: Kohärenzfunktionen: 6kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

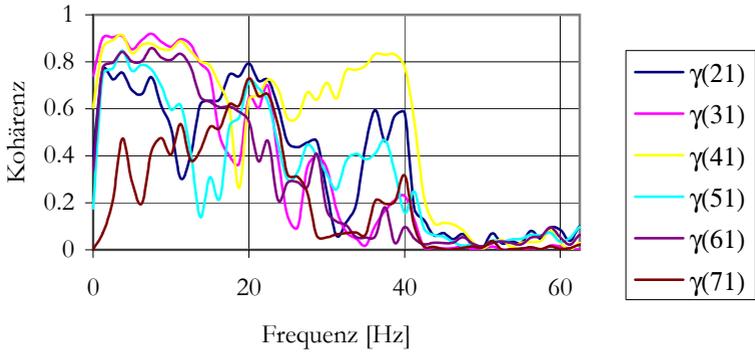


Tabelle 5.18: Kohärenzfunktionen: 6kPa-Schaum, Proband 2 angelehnt

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

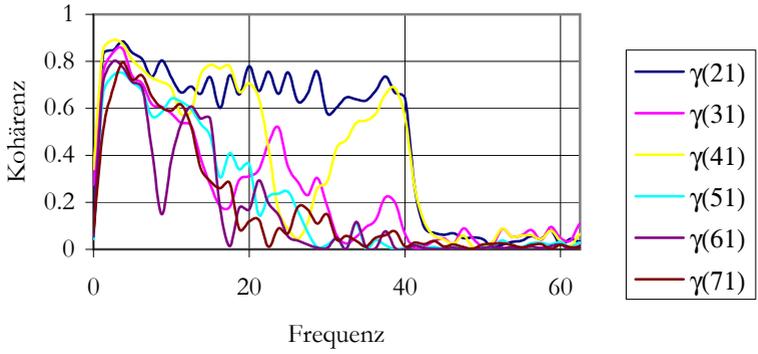


Tabelle 5.19: Kohärenzfunktionen: 6kPa-Schaum, Proband 2 aufrecht

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

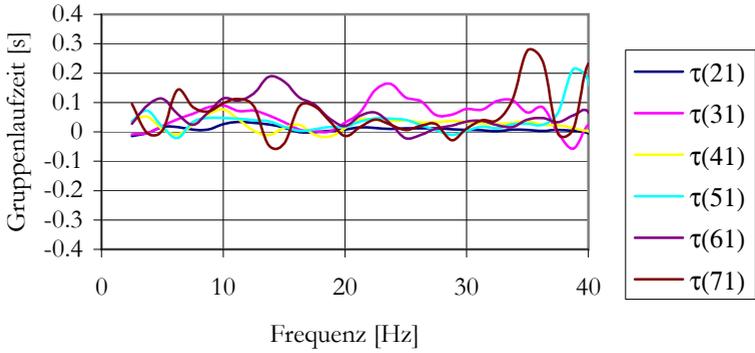


Tabelle 5.20: Gruppenlaufzeiten: 10kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

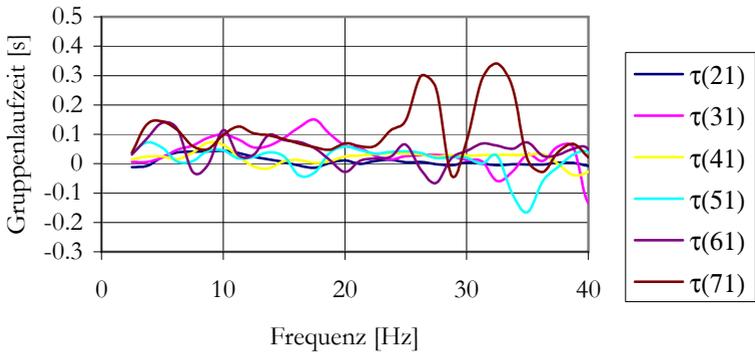


Tabelle 5.21: Gruppenlaufzeiten: 10kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

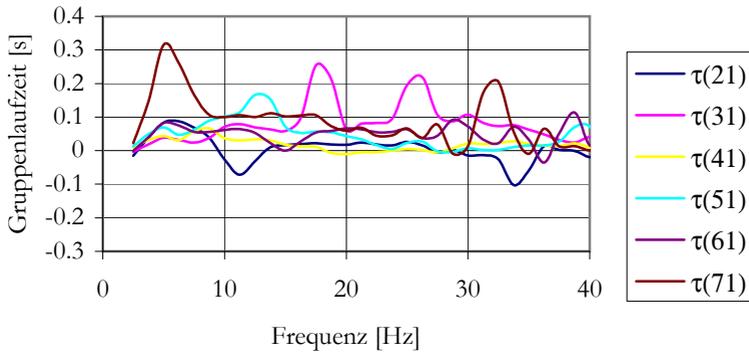


Tabelle 5.22: Gruppenlaufzeiten: 10kPa-Schaum, Proband 2 angelehnt

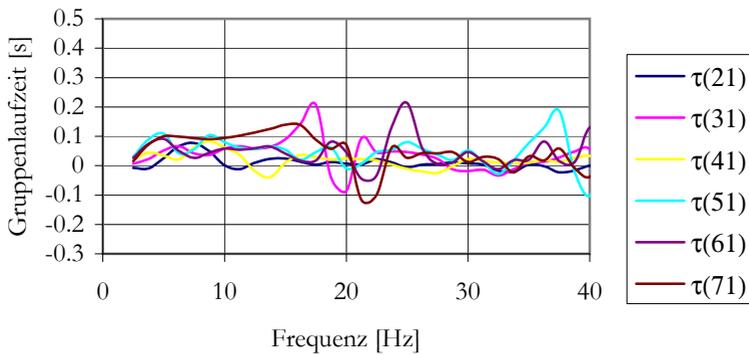


Tabelle 5.23: Gruppenlaufzeiten: 10kPa-Schaum, Proband 2 aufrecht

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

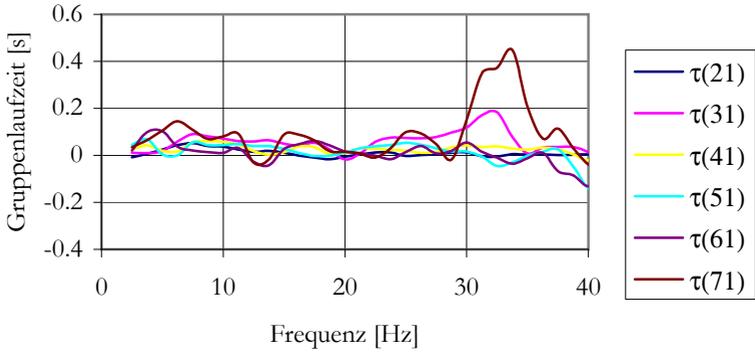


Tabelle 5.24: Gruppenlaufzeiten: 6kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

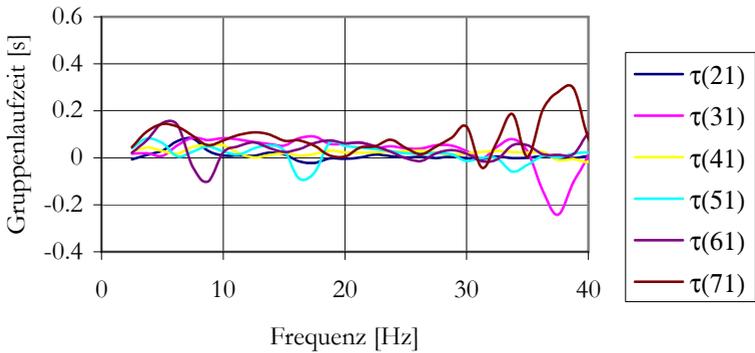


Tabelle 5.25: Gruppenlaufzeiten: 6kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

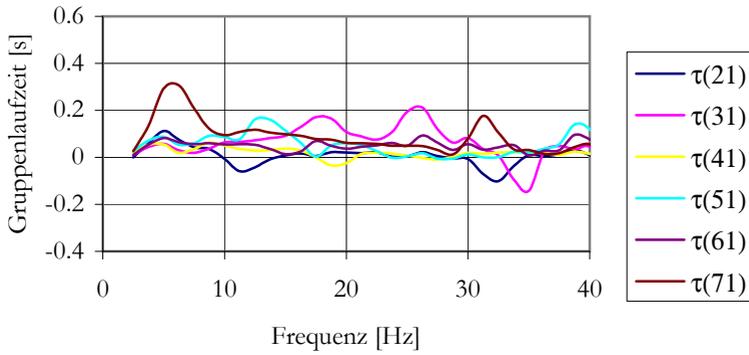


Tabelle 5.26: Gruppenlaufzeiten: 6kPa-Schaum, Proband 2 angelehnt

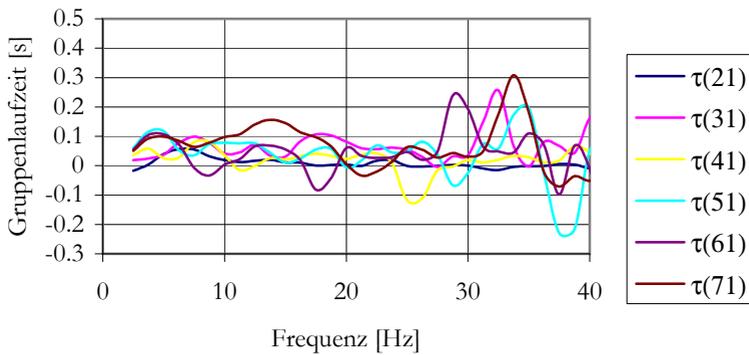


Tabelle 5.27: Gruppenlaufzeiten: 6kPa-Schaum, Proband 2 aufrecht

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

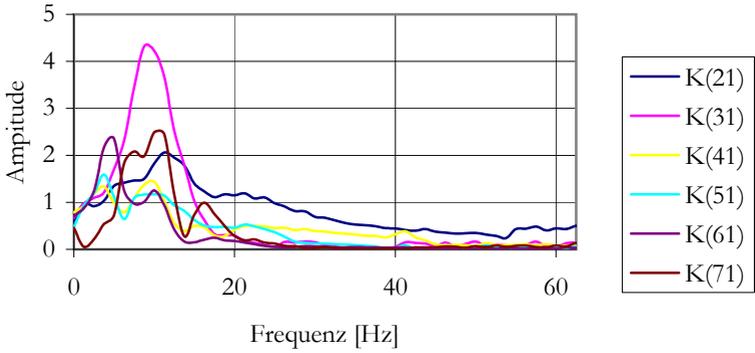


Tabelle 5.28: Übertragungsamplituden: 10kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

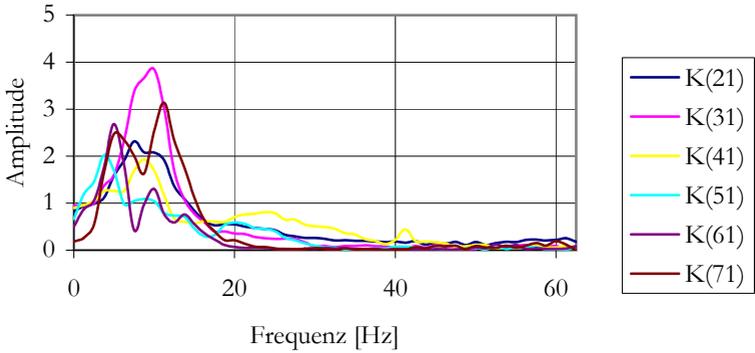


Tabelle 5.29: Übertragungsamplituden: 10kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

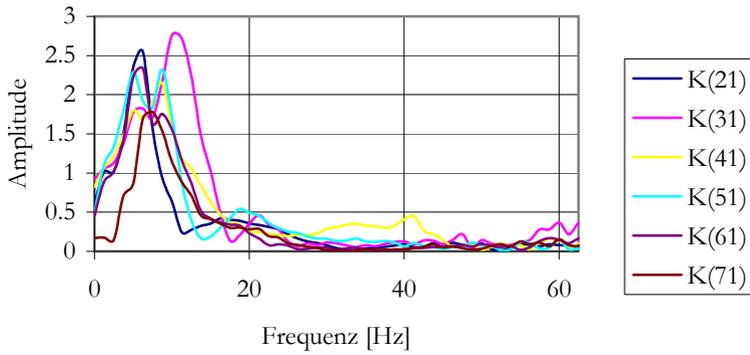


Tabelle 5.30: Übertragungsamplituden: 10kPa-Schaum, Proband 2
angelehnt

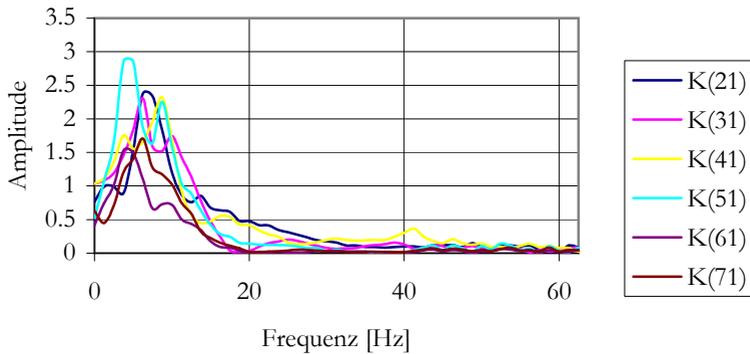


Tabelle 5.31: Übertragungsamplituden: 10kPa-Schaum, Proband 2
aufrecht

5.6 Schwingungsmessungen auf gepolsterten Sitzen

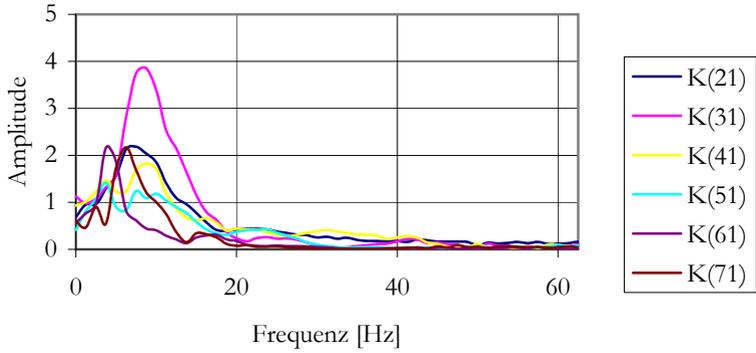


Tabelle 5.32: Übertragungsamplituden: 6kPa-Schaum, Proband 1 angelehnt

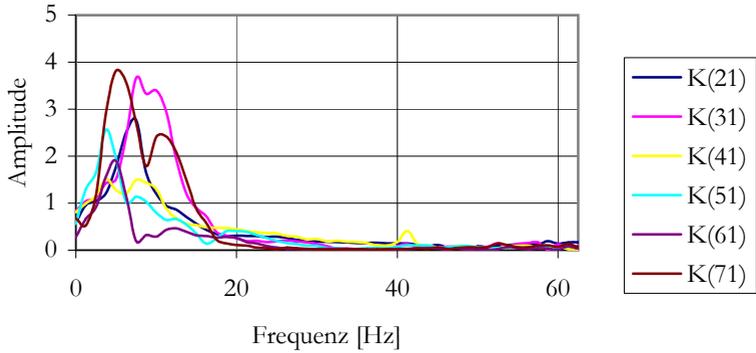


Tabelle 5.33: Übertragungsamplituden: 6kPa-Schaum, Proband 1 aufrecht

5 Beschreibung durchgeführter Messungen

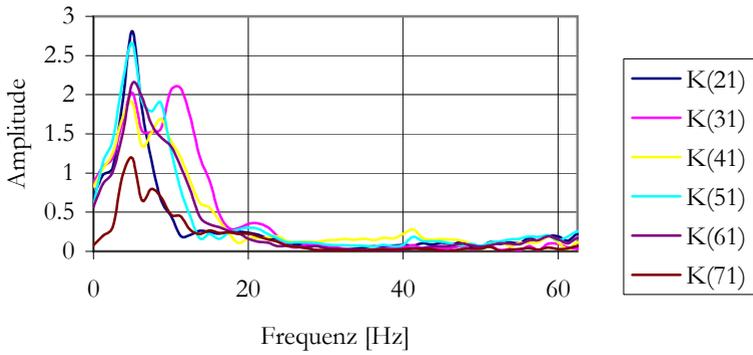


Tabelle 5.34: Übertragungsamplituden: 6kPa-Schaum, Proband 2
angelehnt

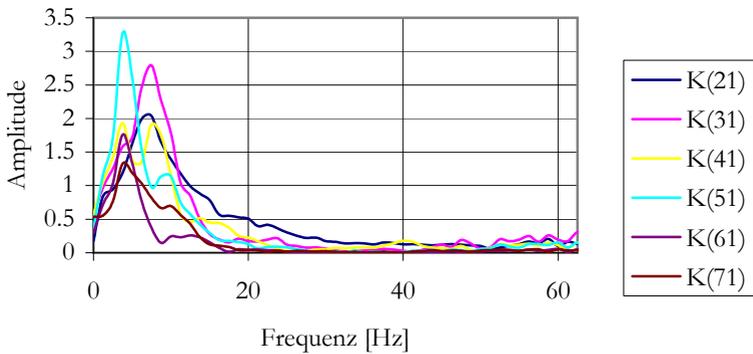


Tabelle 5.35: Übertragungsamplituden: 6kPa-Schaum, Proband 2
aufrecht

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

6.1 Erstellung eines MKS-Modells

Es wurde ein hybrides Mehrkörpermodell des menschlichen Körpers erstellt. Dieses Modell enthält folgende Komponenten:

- Ein kinematisches Modell des Skeletts
- Punktförmige Kontakte zwischen Händen und Füßen und der Umgebung
- Flächenhafte Kontakte zwischen Gesäß, Rücken und dem Sitz
- Eine aktive Stabilisierung der Haltung durch Muskelanspannungen

Nur der flächenhafte Kontakt zwischen Gesäß, Rücken und Sitz und die an diesem Kontakt beteiligten verformbaren Körperteile ist mit der FE-Methode modelliert. Bei einem aufrecht sitzenden Menschen sind dies die Oberschenkel und das Becken. Alle anderen Komponenten des Modells sind mit der MKS-Methode modelliert. Die Skelettkinematik wird dabei durch starre Segmente beschrieben, die durch technische Gelenke verbunden sind. Die zum aufrecht Erhalten einer Haltung notwendigen Muskelkräfte können nicht direkt gemessen werden. Diese werden im Modell durch einfache viskoelastische Drehmomente in den technischen

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

Gelenken des Skeletts abgebildet. Auf die Modellierung realitätsnaher Muskelmodelle [69] wird verzichtet. Das biomechanische Menschmodell DYNAMICUS wurde mit dem anthropometrischen Menschmodell RAMSIS skaliert und eine Haltung modelliert. Die zum aufrecht Erhalten einer Haltung erforderlichen Drehmomente werden durch eine inverse Gleichgewichtslagenberechnung ermittelt. Dabei ist die Haltung bekannt und es werden die zur Erfüllung dieser Haltung erforderlichen verallgemeinerten Kräfte berechnet. Diese Möglichkeit bietet das vom Institut für Mechatronik Chemnitz entwickelte Simulationstool **alaska** seit Version 5.0, also seit etwa dem Jahr 2004 als "Equilibrium-Parameter" an [23] [2]. Im Modell werden die Muskelkräfte durch Drehmomente in Gelenken ersetzt. Diese aktiven inneren Reaktionskräfte des Menschen hängen unmittelbar von den äußeren Wechselwirkungskräften ab. Beim aufrechten Sitzen treten Wechselwirkungskräfte zunächst zwischen Gesäß und Sitz sowie zwischen Fuß und Fußboden auf. Daher können die inneren Reaktionskräfte durch einen Abgleich des MKS-Modells mit den gemessenen Sitzdrücken ermittelt werden. Für ein rein mehrkörperdynamisches Modell sind für jede Wechselwirkung Kraft und Kraftangriffspunkt relevant. Bei einer ersten Bewertung der gemessenen Druckverteilungen wurde festgestellt, dass die Gesamtlast sehr unzuverlässig gemessen wurde. Es wird jedoch bis zum Beweis des Gegenteils unterstellt, dass die geometrische Verteilung der Last zur biomechanischen Modellierung verwendet werden kann. Damit ist der Angriffspunkt der Kraft zwischen Gesäß und Sitz genau und die Wechselwirkungskraft nur in erster Näherung bekannt. Über die Wechselwirkungskraft zwischen Fuß und Fußboden ist nichts bekannt.

Für die inversen statischen Berechnungen sind zwei Verfahren möglich:

- Die Kraftangriffspunkte an den Oberschenkeln und die Kräfte können von den Druckverteilungen abgeleitet werden. Die Kraftangriffspunkte an den Füßen und die Bodenreaktionskräfte sind unbekannt.
- Die Kraftangriffspunkte an den Oberschenkeln und an den Füßen sind bekannt. Die Kräfte sind unbekannt.

Zunächst wurde das erste Verfahren verwendet. Die anhand der Messung ermittelten Kraftangriffspunkte liegen im Modell auf den Verbindungslinien zwischen den Hüft- und Kniegelenken. Diese Beobachtung lässt die gemessenen Druckverteilungen und das Modell als zueinander passend erscheinen. Die RAMSIS Hautpunkte FUL0306, FUL0307, FUL0407, FBL0105, FUR0306, FUR0305, FUR0405 und FBR0105 des unbedeckten Fußmodells wurden als mögliche Kraftangriffspunkte ausgewählt. Die Lage dieser Punkte zeigt Tabelle 6.1

Tabelle 6.1: ausgewählte RAMSIS-Hautpunkte am Fuß

RAMSIS-Name	Lagebeschreibung
FUL0306	linke Ferse mittig
FUL0307	linke Ferse außen
FUL0407	linke Außenkante
FBL0105	linker Fußballen mittig
FUR0306	rechte Ferse mittig
FUR0305	rechte Ferse außen
FUR0405	rechte Außenkante
FBR0105	rechter Fußballen mittig

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

Die in diesen Punkten einzuprägenden Kräfte wurden mit dem inversen Gleichgewichtsverfahren von **alaska** berechnet. Wenn **alaska** eine Zugkraft anstelle eines Drucks berechnet, wird der betreffende Kontaktpunkt entfernt und die Berechnung wiederholt. Da entsprechend der gemessenen Druckverteilung bei Proband 2 ein relativ hoher Anteil des Gesamtgewichts im Sitzdruck enthalten ist, bleibt nur ein geringer Anteil für den Fuß übrig. Damit sich die Drehmomente der Oberschenkelkraft und der Fußkraft im Körperschwerpunkt aufheben können, muss sich der Angriffspunkt der Fußkraft vorn in der Fußspitze befinden. Umgekehrt war bei Proband 1 ein relativ kleiner Anteil des Gesamtgewichts im Sitzdruck enthalten. Daher bleibt der Fersenpunkt als möglicher Kraftangriffspunkt übrig. Da die Drehmomente bezüglich der Körperschwerpunkte selbst dann noch nicht verschwinden, wurden im letzten Schritt alle Kräfte mit dem inversen Gleichgewichtsverfahren neu berechnet. Der Koordinatenursprung ist wie im vorherigen Abschnitt die Mitte der Hinterkante der Sitzfläche.

Tabelle 6.2: Gleichgewichts-Parameter

Proband 2	x-Koordinate	y-Koordinate	z-Kraft	RAMSIS-Segment
linker Oberschenkel	0.162893 m	+0.0871843 m	291.164 N	OSL
rechter Oberschenkel	0.162893 m	-0.0871843 m	291.168 N	OSR
linker Fuß	0.692916 m	+0.107014 m	43.8026 N	FBL0105
rechter Fuß	0.692915 m	-0.107033 m	43.66 N	FBR0105
Proband 1	x-Koordinate	y-Koordinate	z-Kraft	RAMSIS-Segment
linker Oberschenkel	0.158361 m	+0.088702 m	330.733 N	OSL
rechter Oberschenkel	0.158361 m	-0.088702 m	330.733 N	OSR
linker Fuß	0.554938 m	+0.0720148 m	79.2072 N	FUL0306
rechter Fuß	0.554938 m	-0.0720473 m	79.1635 N	FUR0306

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

Das Menschmodell Dynamicus ist kinematisch eine Gliederpuppe. Zur Stabilisierung einer Haltung sind zusätzliche Drehmomente in den Gelenken erforderlich. Der Betrag dieser Drehmomente ist ebenfalls Ergebnis der inversen Gleichgewichtslagenberechnung. Zur Stabilisierung der Haltung ist es erforderlich, dass diese Drehmomente haltungsabhängig sind und das berechnete Gleichgewichts-Drehmoment daher nur für die vorgegebene Gleichgewichts-Haltung gilt. Die Ableitung des Drehmoments nach dem Drehwinkel wird als Drehsteifigkeit bezeichnet. Wenn diese Steifigkeit klein ist, kann ihr Einfluss auf die Statikberechnung nahezu vernachlässigt werden. Der Einfluss dieser Steifigkeiten auf das Schwingungsverhalten ist jedoch wesentlich. Es wird angenommen, die Drehsteifigkeit eines Gelenks sei gleich dem Betrag des Drehmoments in der Gleichgewichtslage multipliziert mit einem für alle Gelenke gleichen Faktor. Ist dieser eins bedeutet dies, dass sich das Gleichgewichts-Drehoment je nach Drehrichtung verdoppelt oder verschwindet, wenn der Drehwinkel $1\text{rad} \hat{=} 57^\circ$ beträgt. Dieser Faktor wird durch Schwingungssimulationen (siehe Abschnitt 6.4) bestimmt. Die Ramsis-Hauptpunkte FUL0306, FUL0407, FBL0105, FUR0305, FUR0405 und FBR0105 werden mit einer geometrischen Zwangsbedingung in senkrechter Richtung auf der Bodenplatte festgehalten. Diese Fußpunkte sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Zusätzlich wurden die am stärksten belasteten Fußpunkte in saggitaler Richtung fixiert. Bei Proband 1 sind dies FUL0306 und FUR0306. Bei Proband 2 sind dies FBL0105 und FBR0105. Damit ist die erste Parameterabstimmung des biomechanischen Mehrkörpermodells abgeschlossen.

6.2 Bestimmung elastischer Materialparameter des Gesäßes

Es wurde getestet, ob das Modell für eine Bewertung des statischen Sitzkomforts verwendet werden kann. Dieser Test wurde mit einer näherungsweise Bestimmung der Parameter des hyperelastischen Materialgesetzes des Weichteilgewebes verbunden. Dazu wurde das Verfahren der nichtlinearen Optimierung angewendet. Die Anwendung dieses Verfahrens ist in der Materialprüfung üblich [24]. Für die nichtlineare Optimierung sind einige Matlab-basierte Software-Lösungen verfügbar. Das verwendete Werkzeug MOPO wurde an der Universität Paderborn entwickelt [59]. Diesem Werkzeug wurde wegen seiner im Vergleich zur Matlab Optimization Toolbox [55] oder zu den TOMLAB-Toolboxen [16] einfacheren Handhabbarkeit der Vorzug gegeben.

Bei einer statistischen Auswertung einer ebenen Druckverteilung wird der skalare Druck ($\underline{Q} \cdot d\underline{A}$) (x) wie die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Verteilung von Ortsvektoren behandelt. Da bei einer ersten Evaluation der gemessenen Druckverteilungen festgestellt wurde, dass der vom Messsystem gemessene Druck neben dem Normaldruck auch Scherspannungen enthält, wird als Druck die erste skalare Invariante des Cauchyschen Spannungstensors $I_{\underline{\sigma}}$ verwendet. Diese ist gleich dem Betrag des Traktionsvektors $|\underline{Q}|$. Das erste statistische Moment ist der Schwerpunkt:

$$\bar{x} = \frac{\int \underline{x} \cdot |\underline{Q}| \cdot d|\underline{A}|}{\int |\underline{Q}| \cdot d|\underline{A}|} \approx \frac{\sum_i \underline{x}_i \left| \underline{Q}_i \right| \cdot \left| \underline{A}_i \right|}{\sum_i \left| \underline{Q}_i \right| \cdot \left| \underline{A}_i \right|}. \quad (6.1)$$

Für die Druckverteilung zwischen Gesäß und Sitzfläche werden zwei Schwerpunkte, einer für die linke und einer für die rechte Hälfte der Druckverteilung bestimmt. Soll das Sitzen mit einem reinen Mehrkörpermodell abgebildet werden, so ist die Angabe dieser Schwerpunk-

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

te hinreichend. Zur Bestimmung elastischer Materialparameter wird zusätzlich die statistische Kovarianzmatrix oder das statistische Flächenträgheitsmoment berechnet. Dies sind zwei verschiedene Maße, die denselben statistischen Sachverhalt beschreiben und daher auch ineinander umgerechnet werden können. Die statistische Kovarianzmatrix wird daher in der Literatur auch als Binet'scher Trägheitstensor bezeichnet. Sie sind symmetrische positiv definite Tensoren zweiter Stufe und damit durch eine Hauptachsentransformation diagonalisierbar. Die statistische Kovarianz kann wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 Cov^{ij} &= \frac{\int (x^i - \bar{x}^i) \cdot (x^j - \bar{x}^j) \cdot |Q| \cdot dA}{\int |Q| \cdot dA} \\
 &\approx \frac{\sum_k \left[\left(x_k^i - \bar{x}^i \right) \cdot \left(x_k^j - \bar{x}^j \right) + Cov_k^{ij} \right] \cdot \left| \frac{Q}{k} \right| \cdot \left| \frac{A}{k} \right|}{\sum_k \left| \frac{Q}{k} \right| \cdot \left| \frac{A}{k} \right|}. \quad (6.2)
 \end{aligned}$$

Bei einer diskretisierten Druckverteilung ist eine durch einfaches Aufsummieren berechnete Kovarianzmatrix nicht erwartungstreu. Die Erwartungstreue der Varianz einer statistischen Stichprobe wird dadurch hergestellt, dass nicht durch n , sondern durch $n - 1$ dividiert wird. In Gleichung (6.2) wird die Erwartungstreue durch Anwendung des Satzes von Steiner nach einem vereinfachten Verfahren hergestellt. Das prinzipielle Verfahren besteht darin, dass eine Stützstelle der Druckverteilung nicht als Punktlast, sondern als Zentrum einer lokalen Druckverteilung angesehen wird, die ihrerseits eine Kovarianzmatrix bzw. ein Trägheitsmoment Cov_k^{ij} hat. Im Falle regelmäßiger Polygone oder Kreise ist die Kovarianzmatrix gleich dem Flächenträgheitsmoment und Cov_k^{ij} kann recht einfach angegeben werden. Das Flächenträgheitsmoment eines Kreises beträgt $\frac{A}{4\pi}$. Dies ist das kleinst-mögliche Trägheitsmoment bei gegebenem Flächeninhalt. Je weniger Ecken das Polygon aufweist, desto größer wird das Flächenträgheitsmoment bei gleichbleibendem

6.2 Bestimmung elastischer Materialparameter

Flächeninhalt. Bei Quadraten und gleichseitigen Dreiecken kann die Erwartungstreue gezeigt werden, da eine fortschreitende Verfeinerung des Gitters möglich ist. Dies gelingt bei Kreisen und bei Polygonen mit mehr als 4 Eckpunkten nicht. Das Flächenträgheitsmoment eines Quadrats ist $\frac{A}{12}$ und das eines Dreiecks ist $\frac{A}{6\sqrt{3}}$. Zumindest bei den gemessenen Druckverteilungen ist die Annahme des Quadrats sicher gerechtfertigt.

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

Tabelle 6.3: statistische Halbachsen der gemessenen Druckverteilung

Messung	große Halbachse	kleine Halbachse
Proband 2: Holzstuhl Mes- sung 1	208.76 mm	83.52 mm
Proband 2: Holzstuhl Mes- sung 2	207.52 mm	82.85 mm
Proband 1: Holzstuhl	190.13 mm	82.62 mm
Proband 2: 10kPa Schaum zu Mensch	227.29 mm	93.77 mm
Proband 1: 10kPa Schaum zu Mensch	223.29 mm	97.50 mm
Proband 2: 6kPa Schaum zu Mensch	223.84 mm	103.39 mm
Proband 1: 6kPa Schaum zu Mensch	221.57 mm	103.04 mm
Proband 2: 10kPa Schaum zu Stuhl	214.26 mm	109.13 mm
Proband 1: 10kPa Schaum zu Stuhl	207.93 mm	110.16 mm
Proband 2: 6kPa Schaum zu Stuhl	221.50 mm	113.73 mm
Proband 1: 6kPa Schaum zu Stuhl	209.46 mm	112.89 mm

6.2 Bestimmung elastischer Materialparameter

Die kleine Halbachse der jeweiligen Kontaktellipsen weist keine signifikante Probandenabhängigkeit auf. Die große Halbachse ist bei Proband 2 etwas größer als bei Proband 1. Dieser Unterschied kann durch die anthropometrischen Unterschiede zwischen Proband 1 und Proband 2 erklärt werden. Proband 1 sitzt aufgrund seiner Körpergröße tendenziell auf dem Becken, während Proband 2 die Oberschenkel stärker belastet. Der experimentelle Befund spricht nicht für eine signifikante Probandenabhängigkeit elastischer Materialparameter des Weichteilgewebes.

Zur Bestimmung der viskoelastischen Materialparameter des Oberschenkelgewebes wird ein mehrkörperdynamisches Modell des menschlichen Körpers verwendet, bei dem die Weichteile des Beckens und der Oberschenkel durch ein Finite-Elemente-Modell abgebildet werden.

Dieses Modell ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Abbildung 6.2 zeigt das Gesäß dieses Modells von unten mit rot gefärbten Druckmaxima.

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

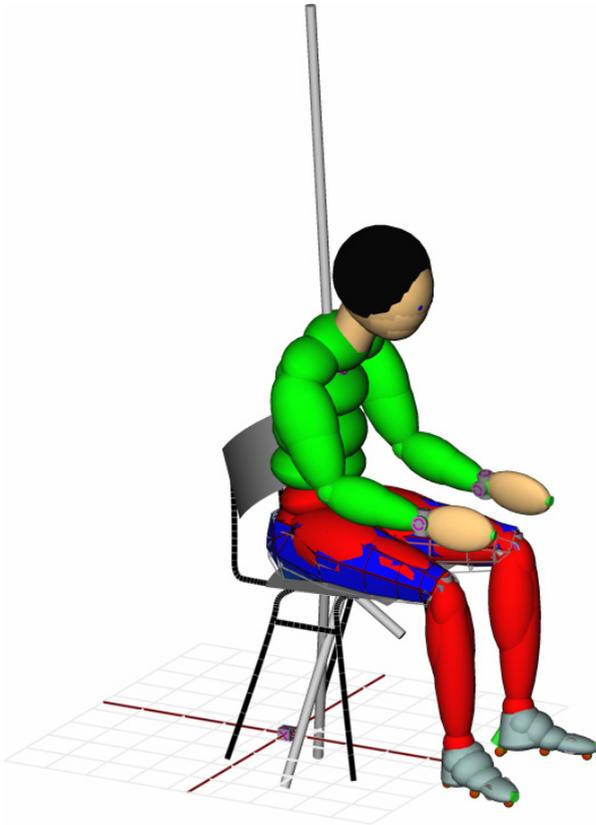


Abbildung 6.1: MKS-Modell des sitzenden Menschen mit FE-Modell der Oberschenkel und des Beckens

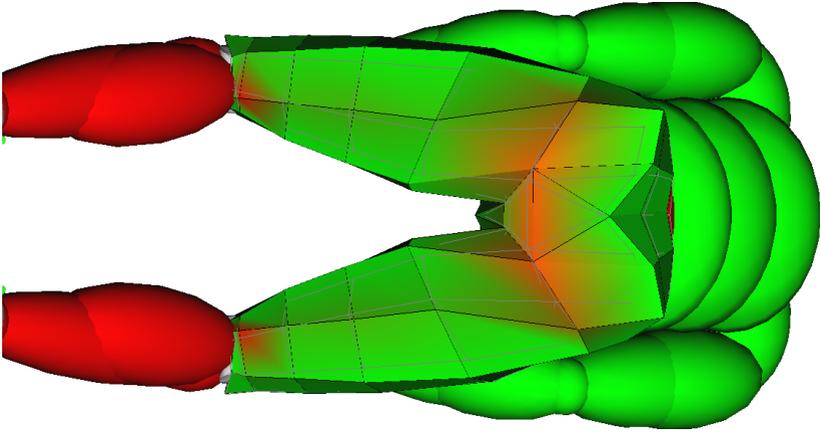


Abbildung 6.2: Ansicht des Gesäßes eines sitzenden Menschen von unten mit Druckmaxima

Bei berechneten Druckverteilungen ist die Anzahl der Kanten m , die sich in einem Knoten treffen, variabel. Wenn n die Anzahl der Ecken eines Polygons ist, so gilt bei regelmäßigen Parkettierungen folgende allgemeine Regel:

$$\frac{2}{n} + \frac{2}{m} = 1. \quad (6.3)$$

Für das Flächenträgheitsmoment und die Kovarianz allgemeiner Polygone gilt:

$$Cov = \frac{3\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{n}\right)}{6n\left[\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{n}\right)\right]} A. \quad (6.4)$$

Der zu einem FE-Knoten gehörende Flächeninhalt entspricht dem korrespondierenden Thiessen-Polygon [42]. Der Einfluss der Irregularität wird beim vereinfachten Verfahren ignoriert und das Polygon als regulär angesehen.

Wird das Oberschenkelgewebe durch ein homogenes Neo-Hooke-Modell dargestellt, so können die elastischen Parameter durch eine Pa-

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

parameteroptimierung bestimmt werden. Dabei wurde die Querkontraktionszahl mit 0.49 angenommen und der Youngsche Elastizitätsmodul bestimmt. Bei Proband 1 haben im Gleichgewicht genau 6 Knoten Kontakt zur Sitzfläche. Bei Proband 2 sind es 8 Knoten. Das sind 3 beziehungsweise 4 Knoten je Seite. Dies sind die kleinst-möglichen Knotenzahlen, bei denen die Angabe der Achsen einer Druckellipse überhaupt noch sinnvoll ist. Die Parameteroptimierung führt dennoch zu einem reproduzierbaren Ergebnis für den Youngschen Elastizitätsmodul, der auch stabil bleibt, wenn die Anzahl der Knoten im Kontakt variabel ist. Das Verfahren ist damit geeignet, elastische Materialparameter menschlichen Weichteilgewebes zu ermitteln. Wegen der geringen Knotenzahl kann der relative Fehler des ermittelten Elastizitätsmoduls allerdings durchaus bis zu 50% betragen. Die Ergebnisse der Parameteroptimierung sind in Tabelle 6.5 dargestellt. Wegen der starken Haltungsabhängigkeit der großen Halbachse der Druckellipse wurde bei der Parameteroptimierung der Schwerpunkt auf die kleinere Halbachse gelegt.

Tabelle 6.5: Ergebnisse der statischen Optimierung

Observable	Messung	Simulation
Proband 1		
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	–	2.4872
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	–	2.7731
große Halbachse der Druckellipse [mm]	190.13	123.65
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	83.52	79.01
Proband 2		
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	–	2.3286
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	–	8.5013
große Halbachse der Druckellipse [mm]	208.6	342.96
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	82.62	83.31

Die große Halbachse der Druckverteilung wurde durch die Simulation nur ungenau reproduziert. Dies wurde jedoch wegen der bekannten Haltungs- und Anthropometrieabhängigkeit dieses Wertes billigend in Kauf genommen. Entscheidend ist für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls die genauer reproduzierte kleine Halbachse. Obwohl beide Parameteroptimierungen unabhängig voneinander durchgeführt wurden, liegen die ermittelten Youngschen Elastizitätsmoduln eng beieinander. Dieser Parameter konnte also gut bestimmt werden. Die ermittelten Steifigkeitsfaktoren der Gelenke unterscheiden sich jedoch erheblich. Wie bereits vermutet, hat dieser Parameter nur einen geringen Einfluss auf die berechneten Druckverteilungen und kann somit auch nicht anhand der Druckverteilung bestimmt werden.

6.3 Simulation von Druckverteilungen mit Schaumstoffen

Es sind im Rahmen dieser Arbeit Simulationsrechnungen mit Schaumstoffen und Weichteilgeweben durchgeführt worden, bei denen die geometrischen Abmessungen der Schaumkörper den durchgeführten Messungen entsprach. Dazu wurde ein Neo-Hooke-Modell verwendet, dessen Parameter der verwendeten Stauchhärten entsprachen. Die Querkontraktionszahl ν wurde mit 0 angenommen. Da das Neo-Hooke-Modell für die Modellierung von Schaumstoffen nicht geeignet ist, wird keine Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erwartet. Diese Untersuchungen eignen sich lediglich für einen prinzipiellen Funktionstest der Kontaktmechanik. Abbildung 6.3 zeigt die Deformation des Gesäßes und der Schaumstoffauflage. Abbildung 6.4 zeigt schematisch die berechnete Druckverteilung zwischen Schaumstoffauflage und Holzstuhl.

6 Evaluation der Simulationsergebnisse



Abbildung 6.3: Modell eines sitzenden Menschen mit FE-Modell des Gesäßes und einer Schaumstoffauflage – Seitenansicht

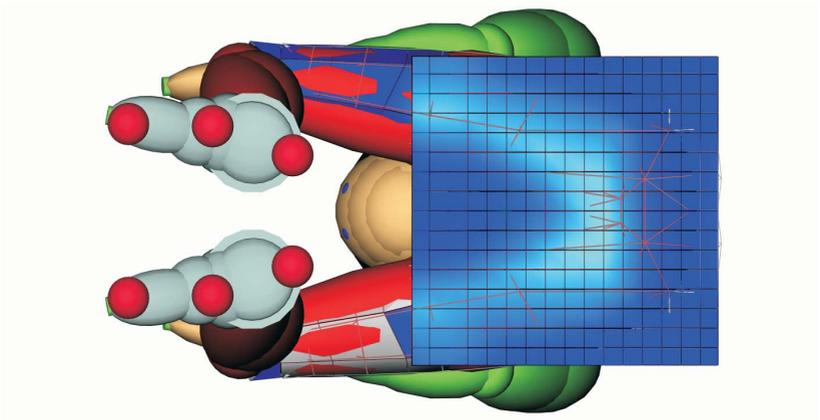


Abbildung 6.4: Modell eines sitzenden Menschen mit FE-Modell des Gesäßes und einer Schaumstoffauflage – Ansicht von unten

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Die Parameter viskoelastischer Modellkomponenten können durch Vergleich zwischen Messung und Simulation im Zeitbereich und im Frequenzbereich ermittelt werden [40]. In dieser Arbeit soll der Vergleich im Frequenzbereich durchgeführt werden. Dazu werden Parameteroptimierungen mit statistischen Größen der gemessenen Übertragungsfunktionen durchgeführt. Auch hier besteht die Aufgabe zunächst darin, ein geeignetes Maß für die Abweichungen zwischen Messung und Simulation zu finden. Die Übertragungsfunktion selbst eignet sich jedoch nicht

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

unmittelbar für eine statistische Analyse. Die von der Kreisfrequenz ω abhängige Übertragungsfunktion K eines einfachen gedämpften Massenschwingers mit der auf die Masse normierten Steifigkeit C und der ebenfalls auf die Masse normierten Dämpfung D ist

$$K = \sqrt{\frac{C^2 + (\omega \cdot D)^2}{(C - \omega^2)^2 + (\omega \cdot D)^2}}. \quad (6.5)$$

Funktionen dieser Gestalt sind in Abbildung 6.5 exemplarisch dargestellt.

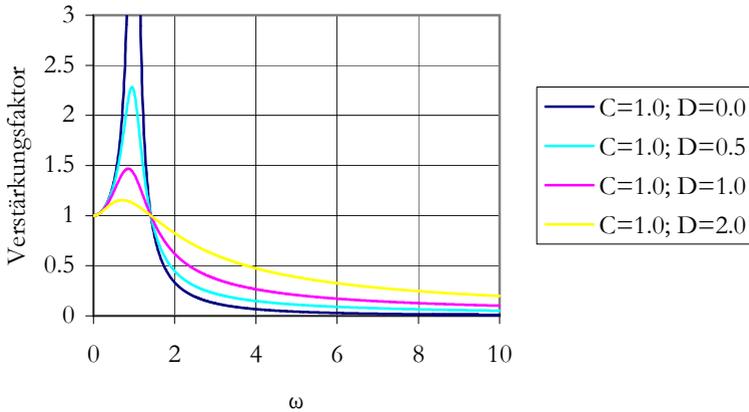


Abbildung 6.5: Idealisierte Übertragungsfunktionen einfacher gedämpfter Systeme

Diese Funktion zeigt folgendes Konvergenzverhalten:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} K = 1 \quad (6.6)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} (K \cdot \omega) = D. \quad (6.7)$$

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Eine Abweichung des Grenzwertes für kleine Frequenzen von eins ist bei nicht parallelen Beschleunigungssensoren möglich. Das Integral

$$\int_0^{\infty} K(\omega) d\omega \quad (6.8)$$

ist nicht definiert, da das unbestimmte Integral

$$\int \frac{D}{\omega} d\omega = D \ln(\omega) + C \quad (6.9)$$

nicht beschränkt ist. Dieser Umstand erschwert eine statistische Auswertung gemessener oder berechneter Übertragungsfunktionen. Die Übertragungsfunktion wird daher in eine Form überführt, deren Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \quad (6.10)$$

definiert ist. Eine solche Funktion kann als eine gestörte Gaußverteilung angesehen und statistisch ausgewertet werden. Es wird eine Funktion $f(x)$ wie folgt definiert:

$$x = \ln(\omega) \quad (6.11)$$

$$f = K \cdot \sqrt{\omega}. \quad (6.12)$$

Das Ergebnis dieser Umformungen ist in Abbildung 6.6 dargestellt.

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

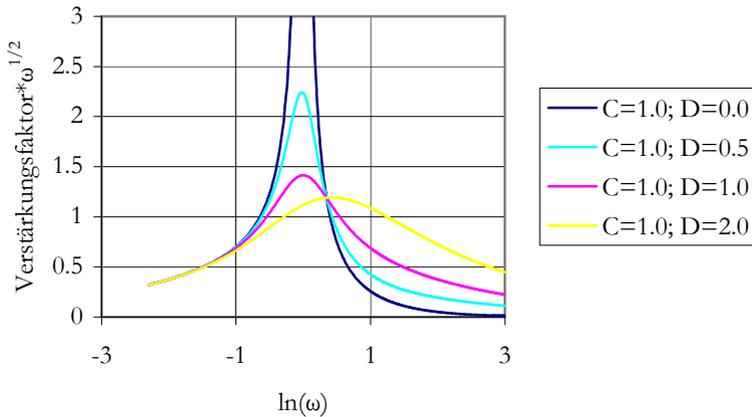


Abbildung 6.6: Für statistische Analysen umgeformte idealisierte Übertragungsfunktionen einfacher gedämpfter Systeme

Diese Funktion zeigt im Unendlichen folgendes Konvergenzverhalten:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f \cdot e^{-\frac{x}{2}} = 1 \quad (6.13)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f \cdot e^{+\frac{x}{2}} = D. \quad (6.14)$$

Bei einer derartigen Funktion ist das Integral nach Gleichung (6.10) definiert. Diese so umgeformte Übertragungsfunktion kann damit durch eine Gaußsche Glockenkurve approximiert werden und dient als Basis statistischer Analysen der Übertragungsfunktion. Nach [6] gilt für die unbestimmten Integrale:

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (6.15)$$

$$\int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + C \quad (6.16)$$

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

$$\int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) + C \quad (6.17)$$

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n}{a} e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx. \quad (6.18)$$

Alle diese unbestimmten Integrale konvergieren für $x \rightarrow -\infty$. Damit sind alle statistischen Momente beliebiger Ordnung unabhängig von einer oberen Grenzfrequenz definiert. Die Funktion wird in der Praxis allerdings links durch die untere und rechts durch die obere Grenzfrequenz begrenzt. Wenn nur derartige Experimente miteinander verglichen werden, deren Frequenzschrittweite und obere und untere Grenzfrequenz übereinstimmen, fällt der störende Einfluss dieser Grenzen nicht ins Gewicht. Unter dieser Bedingung könnte im Prinzip auch die Übertragungsfunktion selbst verwendet werden. Dennoch stellt die Verwendung von $f(x)$ im Vergleich zu $K(\omega)$ eine wesentliche Verbesserung dar, da auch Ergebnisse bei verschiedenen oberen und unteren Grenzfrequenzen im Prinzip vergleichbar sind.

Der Übergang zur logarithmischen Abszisse führt zunächst zu einer Beschränkung des unbestimmten Integrals für große Anregungsfrequenzen und verbessert die Stabilität der Ergebnisse gegenüber einer Änderung der oberen Grenzfrequenz. Die Multiplikation mit $\sqrt{\omega}$ führt zu einer Beschränkung des Integrals für kleine Anregungsfrequenzen, ohne die Beschränktheit für große Anregungsfrequenzen zu gefährden und führt damit zu einer Verbesserung der Stabilität der Ergebnisse gegenüber einer Änderung der Frequenzschrittweite beziehungsweise der unteren Grenzfrequenz.

Die Abszisse x ist keine physikalische Größe, da sie als Logarithmus einer physikalischen Größe keine definierte Einheit hat. Die Differenz zweier x ist jedoch der Logarithmus des Verhältnisses zweier Frequenzen. Dies ist eine dimensionslose physikalische Größe. Die Einheit von f ist \sqrt{Hz} . Dies ist damit auch die Einheit des Integrals dieser Funktion. Die Varianz und die Standardabweichung dieser Funktion ist wie

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

die Differenz zweier x einheitenlos. Der Schwerpunkt von f ist wie x keine physikalische Größe. Der Exponent des Schwerpunkts ist jedoch eine physikalische Größe, deren Einheit Hz ist. Daher wird anstelle des Mittelwerts von f stets sein Exponent in Hz angegeben. Bei den in dieser Arbeit angegebenen Zahlenwerten wird anstelle der Kreisfrequenz ω die Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$ verwendet.

Nach[43] ist die Schalldämpfung in Festkörpern frequenzabhängig. Damit klingt bei realen Körpern die Übertragungsfunktion bei hohen Frequenzen wie in (6.7) angegeben ab. Die Übertragungsfunktion idealisierter starrer Verbindungen ist bei allen Frequenzen genau eins. Bei der Berechnung von Übertragungsfunktionen mit Mehrkörpersystemen kann dies dazu führen, dass bei hohen Frequenzen die Übertragungsfunktion nicht wie in Gleichung (6.7) angegeben abklingt, sondern gegen einen endlichen Wert konvergiert. Bei hohen Anregungsfrequenzen verhalten sich jedoch alle realen Körper viskoelastisch. Nach Azizi [4] ist die endliche Konvergenz ein Phänomen, dass bei diskreten Systemen grundsätzlich auftritt. Damit tritt es tendenziell auch bei FE-Modellen auf. Modelle mit niedrigem Freiheitsgrad und insbesondere Starrkörpermodelle eignen sich daher nur bei niedrigen Anregungsfrequenzen zur Beschreibung der Systemdynamik. Die Darstellung der Systemdynamik bei hohen Frequenzen erfordert daher ein Finite-Elemente-Modell des Festkörpers mit ausreichend hoher Auflösung.

Es wird zunächst untersucht, welche statistischen Parameter für eine bestimmte Übertragungsfunktion als charakteristisch zu betrachten sind. Dazu werden gemessene Übertragungsfunktionen verwendet. Diese sind bereits durch die Anregung auf das Intervall von 0.5 Hz bis 40.5 Hz beschränkt. Bei kleiner Frequenzschrittweite ist die Übertragungsfunktion mit einem deutlichen Rauschen behaftet und bei großer Frequenzschrittweite verschiebt sich die kleinste messbare Frequenz über 0.5 Hz hinaus. Von den statistischen Parametern sollen nur die ersten drei analysiert werden.

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

- Das Integral der Funktion: Abbildung 6.7
- Der Exponent des Schwerpunkts dieser Funktion: Abbildung 6.8
- Die Varianz und die Standardabweichung dieser Funktion: Abbildung 6.9

Die statistische Größe sei erwartungstreu, wenn kein systematischer Einfluss der Frequenzschrittweite zu verzeichnen ist. Die statistischen Parameter wurden durch Anwendung der Trapezregel [80] berechnet. Das Ergebnis dieser Berechnungen ist für Proband 1 in Abbildung 6.7, 6.8 und 6.9 dargestellt.

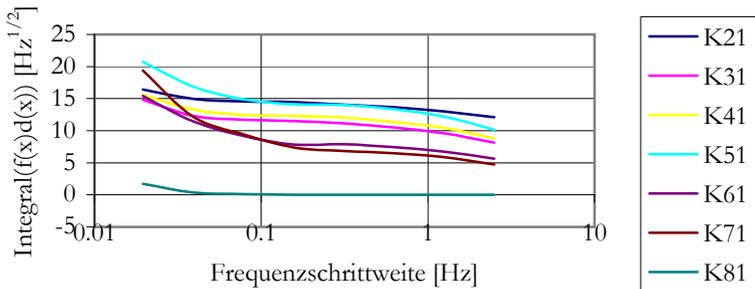


Abbildung 6.7: Integrale der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

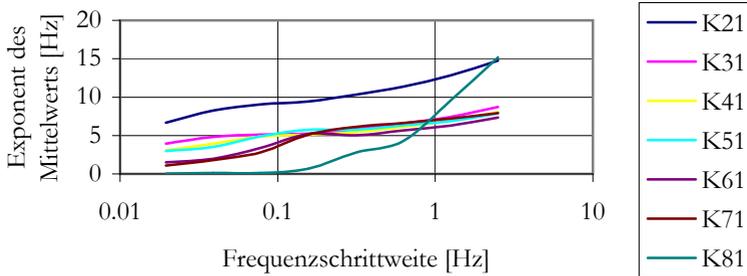


Abbildung 6.8: Exponenten der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

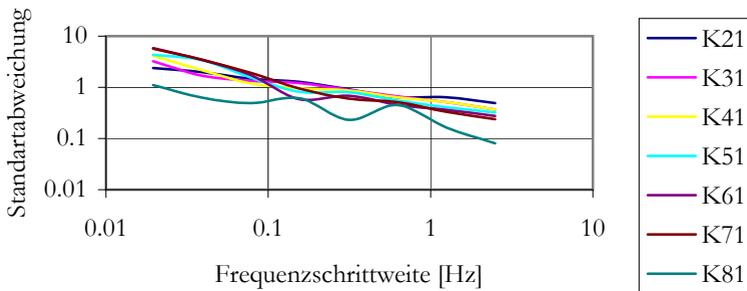


Abbildung 6.9: Standardabweichungen der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

Das Anwachsen des Exponents des Schwerpunkts und der Abfall des Integrals und der Standardabweichung mit der Frequenzschrittweite zeigt, dass Abbrucheffekte das Ergebnis stark verfälschen. Ganz offensichtlich sind diese Ergebnisse nicht erwartungstreu. Die Erwartungs-

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

treue der statistischen Funktionen wird daher durch die Extrapolation der umgeformten Übertragungsfunktion ins Unendliche nach Gleichung 6.14 erreicht. Die Integrale im unbekanntem Bereich werden nach (6.18) berechnet. Hierbei wurden jeweils die erste und die letzte gegebene Stützstelle verwendet. Die erste Stützstelle der Übertragungsfunktion muss nicht genau eins sein, da eine Neigung des Sensors Grenzwerte ungleich eins zur Folge haben kann. Die erste Stützstelle der umgeformten Übertragungsfunktion sei: $w_1 = f(x_1)$. Dann gilt für die Integrale

$$\int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = 2 \cdot w_1 \quad (6.19)$$

$$\int_{-\infty}^{x_1} x \cdot f(x) dx = 2 \cdot w_1 (x_1 - 2) \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{x_1} (x - x_0) f(x) dx \\ = 2 \cdot w_1 \left[(x_0 - x_1)^2 + 4 \cdot (x_0 - x_1) + 8 \right]. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Die letzte Stützstelle der umgeformten Übertragungsfunktion sei: $w_2 = f(x_2)$. Dann gilt für die Integrale

$$\int_{x_2}^{+\infty} f(x) dx = 2 \cdot w_2 \quad (6.22)$$

$$\int_{x_2}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = 2 \cdot w_2 (x_2 + 2) \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} \int_{x_2}^{+\infty} (x - x_0) f(x) dx \\ = 2 \cdot w_2 \left[(x_2 - x_0)^2 + 4 \cdot (x_2 - x_0) + 8 \right]. \end{aligned} \quad (6.24)$$

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

Die Ergebnisse dieser Korrekturen sind in den Abbildungen 6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 und 6.15 dargestellt. Die so korrigierten statistischen Maße sind von der oberen und unteren Grenzfrequenz und von der Frequenzschrittweite unabhängig und damit erwartungstreu.

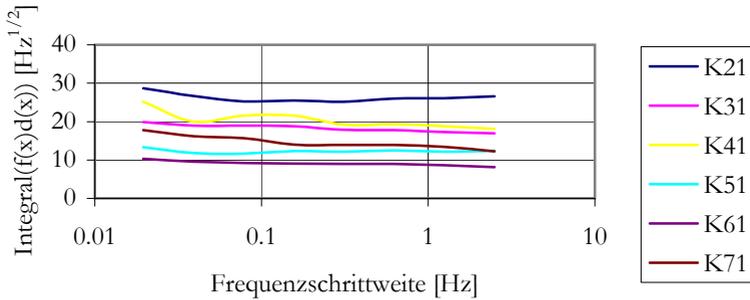


Abbildung 6.10: Erwartungstreue Integrale der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

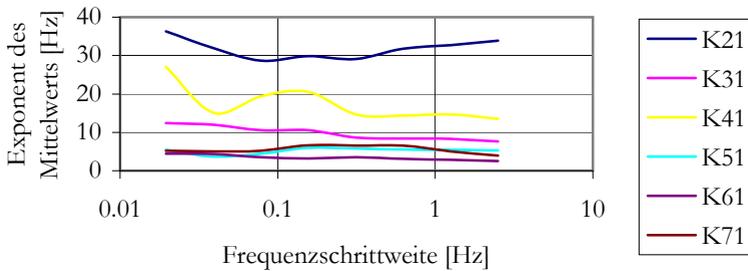


Abbildung 6.11: Erwartungstreue Exponenten der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

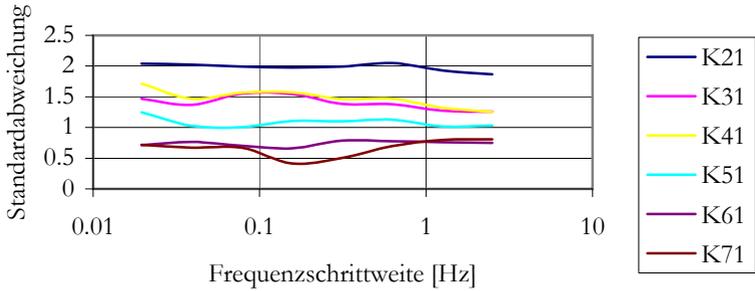


Abbildung 6.12: Erwartungstreue Standardabweichungen der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 1 aufrecht auf hartem Stuhl

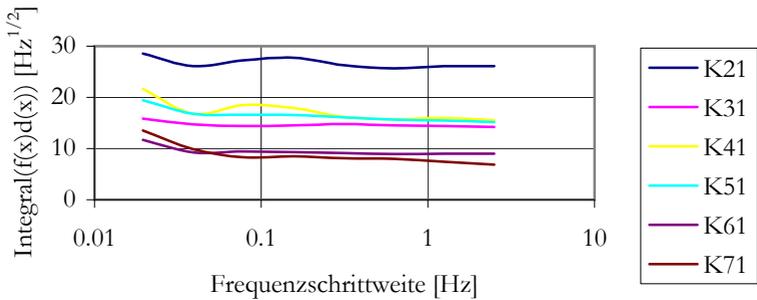


Abbildung 6.13: Erwartungstreue Integrale der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 2 aufrecht auf hartem Stuhl

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

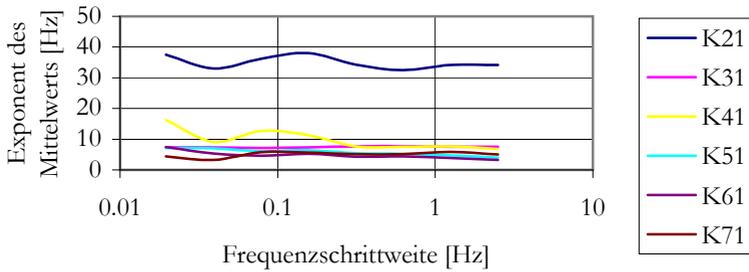


Abbildung 6.14: Erwartungstreue Exponenten der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden 2 aufrecht auf hartem Stuhl

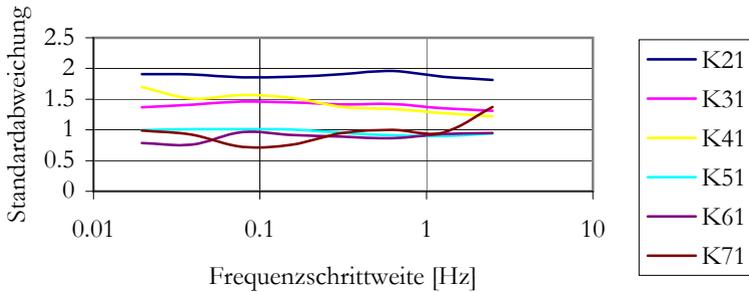


Abbildung 6.15: Erwartungstreue Standardabweichungen der Schwerpunkte der Funktionen $f(x)$ der Übertragungsfunktionen des Probanden aufrecht auf hartem Stuhl

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Zur Bestimmung der Viskosität des Weichteilmodells werden Mess- und Simulationsergebnisse bei einer Frequenzschrittweite von 0.3125 Hz verglichen. Da bei der Berechnung von Übertragungsfunktionen die Steifigkeit der Kraftkopplungen in den Gelenken nicht mehr vernachlässigt werden kann, wurde die Steifigkeit und die Dämpfung der Kraftkopplungen in die Optimierung einbezogen. Die Steifigkeit ist dabei ein Produkt aus einem Modellparameter und dem berechneten Gleichgewichts-Drehmoment. Die Dämpfung ist ein Produkt aus der Steifigkeit und einem Dämpfungsparameter. Der Dämpfungsparameter ist von der Dimension her eine Zeit, er wird also in Sekunden angegeben. Als Parameter wurden die Viskosität des Weichteilgewebes, der Steifigkeits-Modellparameter und der Dämpfungs-Modellparameter verwendet. Es wurde eine Parameter-Optimierung durchgeführt, bei der die drei statistischen Parameter der Übertragungsfunktion des Schwingungssensors auf dem Oberschenkel als Zielfunktionen verwendet wurden. Die Bewegung dieses Sensors wird am stärksten von der viskoelastischen Deformation des Oberschenkels beeinflusst, während der Einfluss anderer frei wählbarer Modellparameter in den Hintergrund tritt. Da das Ziel ein für statische und dynamische Untersuchung gleichermaßen geeignetes Modell ist, wurden die statischen Parameter und Zielfunktionen in die Optimierung einbezogen.

Das Ergebnis der Schwingungssimulation kann durch den durch den niedrigen Freiheitsgrad des Modells und insbesondere durch starre Kopplungen stark verfälscht werden. Es wurde daher die obere Grenzfrequenz der berechneten Übertragungsfunktion nach unten korrigiert. Als obere Grenzfrequenz wird das letzte lokale Minimum von $f = K \cdot \sqrt{\omega}$ angesehen.

Werden bei der Optimierung der Dämpfungsparameter alle unbekanntes Modellparameter als freier Parameter angesehen, so führt die Optimierung zu dem in Tabelle 6.7 und Tabelle 6.9 dargestellten Ergebnis. Die angegebenen Intervalle geben den Bereich an, auf

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

den der Optimierer das Ergebnis innerhalb von 24 h eingrenzen konnte. Jede Einzelsimulation benötigte auf einem PC mit einer 2.0 GHz Pentium 4 CPU und 1 GB RAM ca. 20 min. Die optimierten Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 6.7 und 6.9 dargestellt.

Tabelle 6.7: Ergebnisse der dynamischen Optimierung von Viskosität und mehrkörperdynamischer Dämpfung mit Proband 1

Observable	Messung	Simulation
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	–	2.82 – 2.95
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	–	1.95 – 2.54
Dämpfungsfaktor der Gelenke [s]	–	0.103 – 0.107
Dämpfungsfaktor des Weichteilgewebes [s]	–	0.014 – 0.022
große Halbachse der Druckellipse [mm]	190.13	86.5 – 99.2
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	82.62	78.7
Werte der umgeformten Übertragungsfunktion		
Integral [$s^{-\frac{1}{2}}$]	17.8749	15.0 – 17.3
Exponent des Schwerpunkts [s^{-1}]	8.6092	4.36 – 9.29
Standardabweichung des Schwerpunkts	1.382	1.87 – 2.08

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Tabelle 6.9: Ergebnisse der dynamischen Optimierung von Viskosität und mehrkörperdynamischer Dämpfung mit Proband 2

Observable	Messung	Simulation
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	–	2.98 – 3.13
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	–	2.59 – 2.78
Dämpfungsfaktor der Gelenke [s]	–	0.271 – 0.308
Dämpfungsfaktor des Weichteilgewebes [s]	–	0.018 – 0.047
große Halbachse der Druckellipse [mm]	208.6	350 – 364
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	83.52	73.0 – 73.4
Ergebnisse der umgeformten Übertragungsfunktion		
Integral [$s^{-\frac{1}{2}}$]	14.808	12.6 – 19.0
Exponent des Schwerpunkts [s^{-1}]	7.64966	5.5 – 8.0
Standardabweichung des Schwerpunkts	1.414	1.98 – 2.14

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

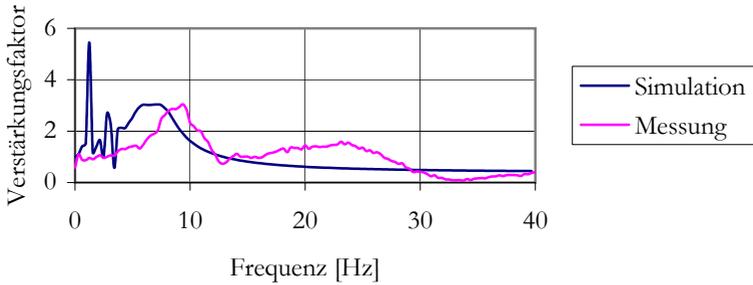


Abbildung 6.16: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 1, Optimierung der Weichteil- und Gelenkdämpfung

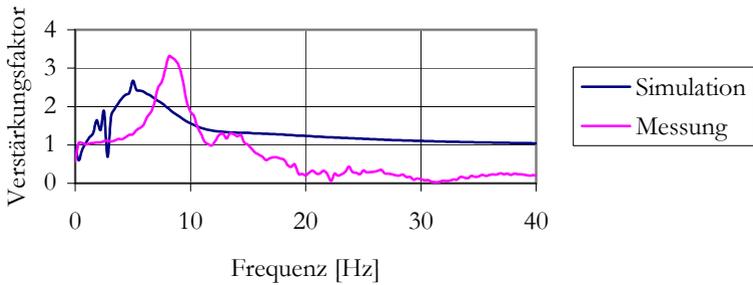


Abbildung 6.17: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 2, Optimierung der Weichteil- und Gelenkdämpfung

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Die größten Abweichungen voneinander zeigen die beiden Werte für die Viskosität des Weichteilmodells. Dies wird zunächst als Hinweis angesehen, dass dieser Parameter das unzuverlässigste Ergebnis der Optimierung ist. Die Optimierung wurde daher unter der Annahme wiederholt, dass nur entweder die Viskosität des Weichteilmodells oder die mehrkörperdynamische Gelenkdämpfung frei parametrisierbar ist, der andere jedoch fest auf 0 gesetzt wird.

Wird die Viskosität des Materials auf 0 gesetzt und nur die Dämpfung in den Gelenken optimiert, so erhält man die in Tabelle 6.11 dargestellten Optimierungsergebnisse. Die unter dieser Annahme optimierten Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 6.18 und 6.19 dargestellt.

Tabelle 6.11: Ergebnisse der dynamischen Optimierung der mehrkörperdynamischen Dämpfung

Parameter	Proband 1	Proband 2
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	2.63 – 3.73	4.39
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	3.00 – 3.20	3.42 – 3.61
Dämpfungsfaktor der Gelenke [s]	0.408 – 0.431	0.503 – 0.532
große Halbachse der Druckellipse [mm]	105 – 130	310
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	78.6	106.4
Integral [$s^{-\frac{1}{2}}$]	14.8	12.6 – 19.0
Exponent des Schwerpunkts [s^{-1}]	6.8 – 19.9	7.9 – 8.2
Standardabweichung des Schwerpunkts	1.03 – 1.87	1.98 – 2.14

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

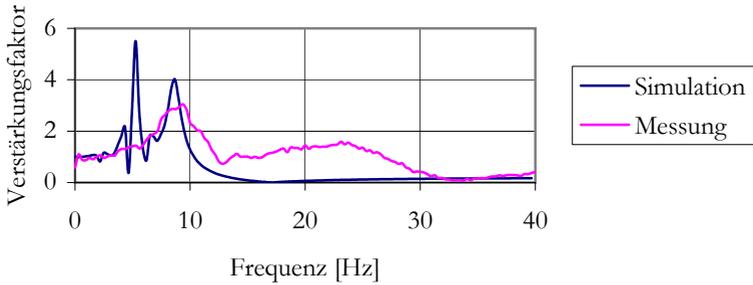


Abbildung 6.18: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 1, Optimierung der Gelenkdämpfung

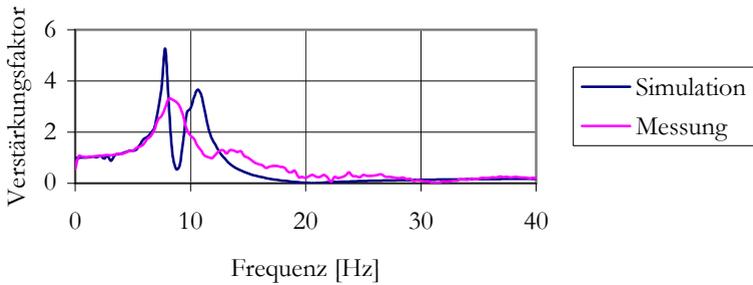


Abbildung 6.19: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 2, Optimierung der Gelenkdämpfung

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Werden die mehrkörperdynamischen Dämpfungen auf 0 gesetzt und nur die Viskosität des Materials optimiert, so erhält man die in Tabelle 6.13 dargestellten Optimierungsergebnisse. Die unter dieser Annahme optimierten Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 6.20 und 6.21 dargestellt. In diesem Fall betrug die Optimierungszeit 72 Stunden.

Tabelle 6.13: Ergebnisse der dynamischen Optimierung der Viskosität des Weichteilgewebes

Parameter	Proband 1	Proband 2
Youngscher Elastizitätsmodul [$N \cdot cm^{-2}$]	2.32 – 2.34	2.50
Steifigkeitsfaktor der Gelenke	2.83 – 2.98	4.15 – 4.88
Dämpfungsfaktor des Weichteilgewebes [s]	0.059 – 0.081	0.215 – 0.224
große Halbachse der Druckellipse [mm]	109 – 118	354 – 359
kleine Halbachse der Druckellipse [mm]	79.2 – 79.3	75.4 – 79.5
Integral [$s^{-\frac{1}{2}}$]	13.5 – 22.6	3.07 – 5.53
Exponent des Schwerpunkts [s^{-1}]	6.2 – 12.9	11.8 – 32.2
Standardabweichung des Schwerpunkts	1.80 – 1.86	1.42 – 1.93

6 Evaluation der Simulationsergebnisse

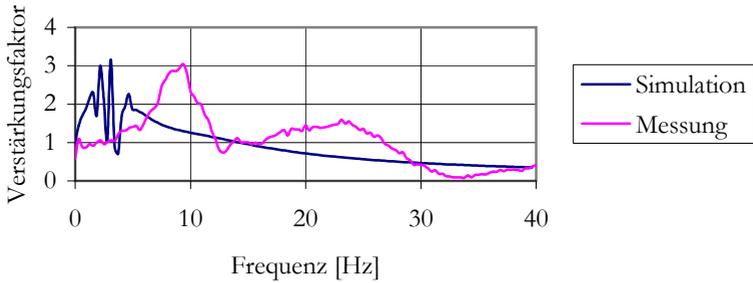


Abbildung 6.20: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 1, Optimierung der Weichteildämpfung

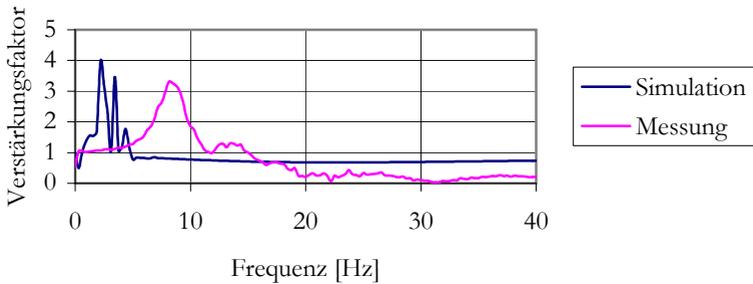


Abbildung 6.21: Übertragungsfunktion des Oberschenkel-Schwingungssensors von Proband 2, Optimierung der Weichteildämpfung

6.4 Bestimmung viskoelastischer Materialparameter

Die Probandenabhängigkeit des Youngschen Elastizitätsmoduls des Weichteilgewebes ist kleiner als die Genauigkeit, mit der dieser Wert ermittelt werden konnte. Die Probandenabhängigkeit der Dämpfung des menschlichen Körpers ist jedoch signifikant. Selbst bei mehrkörperdynamischer Modellierung ist die Dämpfung bei Proband 2 etwas größer als bei Proband 1. Bei kontinuumsmechanischer Modellierung wird dieser Unterschied verstärkt, da sich beim schlanken Probanden 2 die Dämpfung auf ein kleineres Volumen konzentriert. Obwohl diese Parameteroptimierung das Ergebnis von Tabelle 6.7 und 6.9 bestätigt, ist es sehr problematisch, bei mehrkörperdynamischen Kraftkopplungen auf eine Dämpfung vollständig zu verzichten.

7 Ausblick

Die durch eine Parameteroptimierung ermittelten elastischen Materialparameter bestätigen zunächst die Annahmen von Mergl[57]. Das Modell bleibt allerdings hinsichtlich der Qualität der berechneten Druckverteilung hinter dem Modell von Mergl [57] und hinsichtlich der Qualität der berechneten Übertragungsfunktion hinter CASIMIR [92] [70] zurück. Dafür kann dieses Modell beide Arten von Ergebnisse liefern, ohne dass für jeden Ergebnistyp ein spezialisiertes Modell erforderlich ist.

Im Vergleich mit dem Programm Cosyman [73] sind die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten berechneten Druckverteilungen und Übertragungsfunktionen weniger genau. Da Cosyman jedoch ein FE-Modell des Schaumstoffes und nicht des menschlichen Weichteilgewebes verwendet, können die Materialeigenschaften anhand separater Proben gemessen werden. Bei Menschen ist diese Vorgehensweise aus naheliegenden Gründen nicht möglich. Um diese Lücke zu schließen, sind zur Verbesserung der Qualität der berechneten Druckverteilung und der Übertragungsfunktion höher aufgelöste FE-Modelle erforderlich. Die hier vorgestellte Art und Weise der Bestimmung der Modell- und Materialparameter kann ohne Schwierigkeiten auf höher aufgelöste Modelle angewendet werden. Das Ziel ist eine zuverlässigere Bestimmung des Youngschen Elastizitätsmoduls und der Nachweis der bisher lediglich anschaulich begründeten Erwartungstreue der statistischen Parameter der Druckverteilung.

7 Ausblick

Zur Erzeugung eines FE-Modells mit variabler Auflösung sind bei RAMSIS andere Technologien als bei DYNAMICUS anzuwenden.

Als Zwischenschritt wird ein Modell erzeugt, das aus kubischen 2D Serendipity- oder Lagrange-Elementen besteht. Ein geeignetes Verfahren wurde z. B. von Vlachos [88] entwickelt. Dieses und einige andere Verfahren hat Peters in einer Monografie [66] zusammengefasst. Als zusätzliche Größe verlangt dieses Verfahren die Angabe einer Flächennormalen für jeden Knoten. Dazu bilden alle Knoten, mit denen ein Knoten durch Kanten verbunden ist ein geschlossenes Polygon. Die Flächennormale ist der normierte Flächenvektor dieses Polygons. Vlachos zeigt auch die Berechnung eines flächenmittig gelegenen Knotens im Dreieck. Die Angabe dieses Knotens ist für Elemente vom Lagrange-Typ relevant, entfällt jedoch bei Serendipity-Elementen. Kubische 2D-Lagrange-Viereckselemente sind NURBS-Flächen [67]. Die Stetigkeit der Flächennormale in der Ecke ist dann gewährleistet, wenn die zu einer Ecke gehörenden vier NURBS-Kontrollpunkte in einer Ebene liegen. Die innerhalb der Fläche liegenden Kontrollpunkte werden beim Viereck daher so festgelegt, dass sie jeweils mit dem nächstliegenden Eckpunkt und den beiden nächstliegenden Kantenpunkten ein ebenes Parallelogramm bilden.

Die inelastische Implementierung der Kontaktmechanik mit Lagrange-Multiplikatoren führt zu einer Dämpfung des Gesamtsystems, die stark von der Auflösung des FE-Modells und nicht von expliziten Dämpfungsparametern abhängt. Damit könnte eine Änderung der Auflösung des FE-Modells zu einer Änderung des Optimierungsergebnisses für die Viskosität führen. Die ermittelten Werte für die Viskosität sind damit nicht sicher für FE-Modelle mit anderer Auflösung verwendbar.

Weiterhin reduziert die Verwendung von Lagrange-Multiplikatoren den mechanischen Freiheitsgrad des Modells und führt damit bei der Schwingungssimulation zu den beschriebenen Diskretisierungsfehlern. Die Verwendung von Strafkraften anstelle von Lagrange-Multiplikatoren könnte daher dazu beitragen, insbesondere die Berechnung der Viskosität zu verbessern. Über die rein viskose Dämpfung hinaus kann das Materialmodell um eine rheologische Komponente mit dynamischer Steifigkeit erweitert werden. In einem übernächsten Schritt kann das FE-Modell dann um aktive Vorspannungen erweitert werden. Möglicherweise können dann einige mehrkörperdynamische Kraftkopplungen durch kontinuumsmechanische Modelle substituiert werden. Dieses Vorgehen ist aus wissenschaftlicher Sicht sicher interessant, ob es zu einfacher handhabbaren und damit wirtschaftlicheren Modellen führt, ist jedoch offen. Dass biologisches Weichteilgewebe ein nicht-lineares Materialverhalten zeigt, ist experimentell festgestellt worden [36]. Da die verwendeten Materialparameter jedoch Mittelwerte großer heterogener Körperpartien darstellen, wird von einer Erweiterung auf nichtlineare oder anisotrope Materialmodelle dennoch kein wesentlicher Erkenntnisgewinn erwartet. Erkenntnisgewinne versprechen jedoch systematische Untersuchungen der Haltungsabhängigkeit viskoelastischer Dämpfungsparameter. In dieser Arbeit wurde das Verfahren für aufrecht sitzende Probanden hinreichend gut dokumentiert, so dass der Aufwand für Anwendung an anderen Haltungen absehbar ist. Die zweite sich anbietende Haltung ist der angelehnte Mensch. Dazu fehlt noch ein realitätsnahes Modell der Wechselwirkung zwischen Rücken und Rückenlehne. Für diese Wechselwirkung und den sich daraus ergebenden Diskomfort ist neben der Neigung des Oberkörpers auch die Krümmung der Wirbelsäule durch Lordose und Kyphose von Bedeutung. Daher wird für eine Berechnung der Wechselwirkung zwischen Rücken und Rückenlehne ein genaueres Wirbelsäulenmodell benötigt. Ein solches ist in Abbildung 7.1 dargestellt.

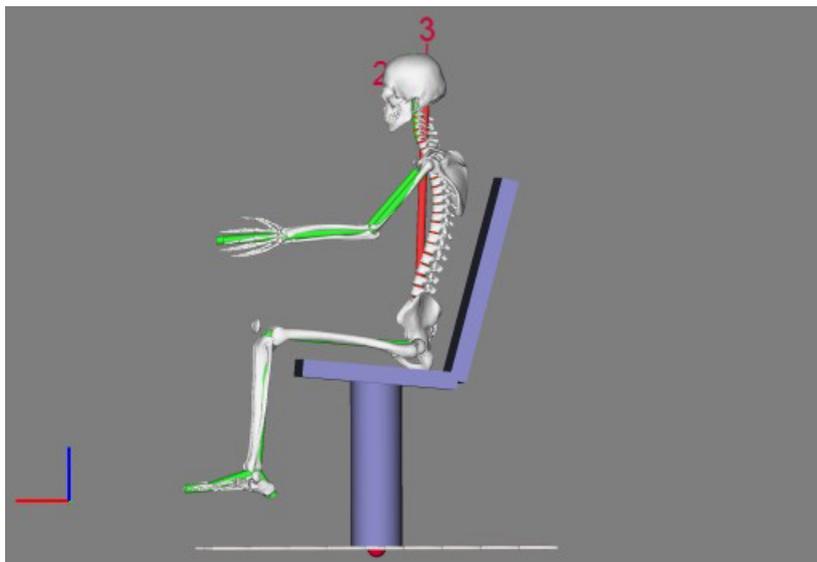


Abbildung 7.1: MKS-Modell der Wirbelsäule mit Lordose und Kyphose

Zwingend erforderlich sind nichtlineare Materialmodelle für die Modellierung von Polsterungen. Die für nahezu inkompressible Materialien geeigneten Materialmodelle, die die Klasse der Mooney–Rivlin-Materialmodelle bilden, eignen sich jedoch nicht für die Modellierung von Schaumstoffen, da Schaumstoffe dazu zu stark kompressibel sind. Im Programm Cosyman [73] wird ein allgemeines Materialmodell für Schaumstoffe verwendet, das in einer wissenschaftlichen Arbeit nicht verwendet werden kann, da es proprietär ist und deshalb einem Geheimhaltungsvorbehalt unterliegt. Dieses Modell kann jedoch mit dem für diese Arbeit verwendeten Menschmodell und dem entwickelten Modell für Weichteilgewebe zu einem Gesamtmodell verbunden und für die Sitzentwicklung verwendet werden. Alternativ dazu kann die Mo-

dellierung von Schaumstoffen auf der Basis veröffentlichter nichtlinearer Materialmodelle für Schaumstoffe erfolgen.

In dieser Arbeit wurde die statistische Auswertung von Druckverteilungen zur Ermittlung elastischer Materialparameter verwendet. Die Möglichkeiten der statistischen Analyse von Druckverteilungen sind damit keineswegs erschöpft. Sie können auch zum systematischen Nachweis von Körperhaltungen verwendet werden. Die große Hauptachse der Druckverteilungen–Ellipse zwischen Oberschenkel und Sitz verläuft näherungsweise parallel zum Oberschenkelknochen, die kleine Hauptachse senkrecht dazu. Indem die Richtung der Hauptachsen der beiden Hälften der Druckverteilungen bestimmt werden, kann die Richtung und die Spreizung der Oberschenkel überprüft werden.

Statistische Momente höherer Ordnung erlauben die Berechnung weiterer Bewertungskriterien. Ist das erste statistische Moment der Vektor des Schwerpunkts und das zweite statistische Moment die Kovarianzmatrix, so ist das dritte statistische Moment die Schiefe und das vierte statistische Moment die Wölbung. Die statistische Schiefe der Druckverteilung zwischen Gesäß und Sitzfläche kann als Indikator für den Anstellwinkel zwischen Oberschenkel und Sitzfläche verwendet werden. Bezogen auf die Druckverteilung zwischen Rücken und Rückenlehne beeinflusst die Neigung des Oberkörpers und der Rückenlehne die Schiefe. Das vierte statistische Maß ist die Wölbung. Bezogen auf die Druckverteilung zwischen Oberschenkel und Sitzfläche kann die Wölbung zur Bewertung der Passform der Sitzfläche verwendet werden. Bezüglich der Druckverteilung zwischen Rücken und Rückenlehne wird die Wölbung neben der Passform der Rückenlehne auch von der Krümmung der Wirbelsäule durch Lordose und Kyphose beeinflusst. Für eine Beurteilung der ergonomischen Relevanz von Schiefe und Wölbung sind weitere systematische Untersuchungen notwendig. Zur Berechnung statistischer Maße höherer Ordnung der Druckverteilung sind besser aufgelöste FE–Modelle notwendig. Das Ziel solcher Untersuchungen kann z. B. darin

7 Ausblick

bestehen, durch Platzmangel und durch fehlerhafte Einstellungen bedingte unkomfortable Ausweichhaltungen festzustellen und die Ergonomie von Sitzformen quantitativ zu bewerten. Damit sind statistische Verfahren eine sinnvolle Ergänzung des von Hartung vorgeschlagenen Konzepts der BodyMap [31]. Bei einer multivarianten statistischen Verteilung gibt es kein einheitliches etabliertes Verfahren zur koordinatenunabhängigen Beschreibung von Schiefe und Wölbung, jedoch eine Reihe vielversprechender Ansätze. Relativ anschaulich ist das Konzept einer gerichteten Schiefe [22]. Es ist jedoch ebenso möglich, richtungsunabhängige Maße für Schiefe und Wölbung zu definieren [41].

Für diese Arbeit wurde ein stark vereinfachtes Modell der mechanischen Stabilisierung der menschlichen Haltung verwendet. Es wurde bisher nicht in ausreichendem Maße validiert, ob die verwendete Parametrisierung zu einem Modell führt, das das Schwingungsverhalten des menschlichen Körpers angemessen widerspiegelt. Um eine nach Gelenken separierte separate Parametrisierung von Steifigkeiten und Dämpfungen zu ermöglichen, sind weitere Übertragungsfunktionen zu verwenden als nur die des Oberschenkels. Die verbleibenden Unterschiede zwischen der simulierten und der gemessenen Übertragungsfunktion sind durch statistische Momente höherer Ordnung darstellbar. Die Verwendung statistischer Momente höherer Ordnung kann daher einen weiteren Beitrag zur Verbesserung der Parametrisierung des Menschmodells leisten. Die Reproduzierbarkeit statistischer Momente höherer Ordnung ist dazu jedoch noch zu überprüfen.

Die Untersuchungen dieser Arbeit zeigen eine signifikante Haltungsabhängigkeit des Schwingungsverhaltens des menschlichen Körpers. Weitere systematische Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Schwingungsverhalten, Muskelanspannung und Haltung sind sicher sinnvoll und werden eine verbesserte Bewertung des Sitzkomforts erlauben.

Literaturverzeichnis

- [1] AHRENS, R und D OTTL: Modalanalyse trotz frequenzabhängiger Steifigkeiten und Dämpfungen? In: VDI-Schwingungstagung, VDI-Berichte 1550, Seiten 151–167. 2000.
- [2] alaska 5.0: Modellierung und Simulation mechatronischer Systeme. Technischer Bericht, Institut für Mechatronik, Reichenhainer Str. 88, D-09126 Chemnitz, September 2005.
- [3] ARNOLD, J., P. KURTZ und K. ZWEILING: APALYS - Eine Möglichkeit zur Berechnung der Wirbelsäulenbelastung beim Heben von Lasten. In: Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Band 41, Seiten 729–732, Ilmenau, 23.-26. September 1996.
- [4] AZIZI, SEYED ALI: Entwurf und Realisierung digitaler Filter. Oldenbourg, München, Wien, 4. Auflage Auflage, 1988.
- [5] BETTEN, J.: Kontinuumsmechanik: Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe. Springer-Verlag, 2001.
- [6] BRONSTEIN, I. N. und K.A. SEMENDJAJEW: Taschenbuch der Mathematik. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 22 Auflage, 1985.
- [7] BUTSCHER, RALF: Digitale Dummies. Bild der Wissenschaft, 38(5):94–98, Mai 2001.

- [8] CHRIST, E., D. SCHWASS, H. SIEKMANN, M. LIEDTKE, S. FISCHER, U. KAULBARS, W. PFEIFFER, T. V.D. HEYDEN, D. REINERT, H. ZILLIGEN, F. BÖRNER und G. KLOSS: Physikalische Einwirkungen: Vibration. In: BIA-Report 2/2003, Grenzwertliste 2003, Seiten 224–233. Hauptverband der gewerblichen Berufsgenossenschaften (HVBG), 2003.
- [9] CHRISTENSEN, S.T., M. DAMSGAARD, J. RASMUSSEN und M. DE ZEE: Computer analysis of the mechanics of the human body. In: 15th Nordic Seminar on Computational Mechanics. Aalborg, Denmark, 18-19 October 2002.
- [10] CLOUGH, RAY W.: The finite element method in plane stress analysis. In: 2nd Conference on Electronic Computation. 1960.
- [11] CRISFIELD, MICHAEL A.: Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. John Wiley & Sons, Chichester, 1991.
- [12] DAVIDSSON, JOHAN: BioRID II final report. Technischer Bericht, Chalmers University of Technology, Department of Machine and Vehicle Design, Crash Safety Division, Göteborg, Sweden, 1999.
- [13] DE BOOR, CARL: A Practical Guide to Splines. Springer-Verlag, New York, 1978.
- [14] DENTON, ROBERT. A.: BioRid II User's Guide. Technischer Bericht, Denton ATD, Inc., Milan, Ohio USA, 2001.
- [15] DILL, ELLIS H.: Continuum Mechanics: Elasticity, Plasticity, Viscoelasticity. Crc Pr Inc, 2006.
- [16] DOTZAUER, ERIK und KENNETH HOLMSTRÖM: The TOMLAB Graphical User Interface for Nonlinear Programming. In: in MATLAB. Annals of Operations Research, Modeling Languages and Approaches: Submitted. 1999.

- [17] DUPUIS, H. und E. HARTUNG: Ermittlung des biomechanischen Schwingungsverhaltens menschlicher Bulbi mit Video-Technik. Albrecht von Graefes Archiv für kinische und experimentelle Ophthalmologie, 213:245–250, 1980.
- [18] DYNAMICUS: Modellierung und Simulation von mehrkörperdynamischen Menschmodellen. Technischer Bericht, Institut für Mechatronik, Reichenhainer Str. 88, D-09126 Chemnitz, September 2005.
- [19] EBERLY, DAVID: Distance Between Point and Triangle in 3D, 1998-2006.
- [20] EBERLY, DAVID: Distance Between Two Line Segments in 3D, 1998-2006.
- [21] ESTERMANN, STEFAN: Komfortprognose für ein CAD-Menschmodell auf der Basis realer Fahrversuche. Doktorarbeit, Technische Universität München, München, 1999.
- [22] FERREIRA, J. T. A. S. und M. F. J. STEEL: On Describing Multivariate Skewness: A Directional Approach, Sep 2004.
- [23] FREUDENBERG, HEIKO und PETER MAISSER: Analyse und Optimierung mechatronischer Systeme mit alaska, Februar 2000.
- [24] GERLACH, S. und A. MATZENMILLER: On parameter identification for material and microstructural properties. GAMM-Mitt., 30(2):480–525, 2007.
- [25] GERSTMAYR, JOHANNES: A Solution Strategy for Elasto-Plastic Multibody Systems and Related Problems. Doktorarbeit, Johannes Kepler Universität Linz, 2001.

- [26] GERSTMAYR, JOHANNES: Strain Tensors in the Absolute Nodal Coordinate and the Floating Frame of Reference Formulation. Nonlinear Dynamics, 34:133–145, 2003.
- [27] GLOCKER, CHRISTOPH: Dynamik von Starrkörpersystemen mit Reibung und Stößen. Doktorarbeit, Technische Universität München, München, 1995.
- [28] GRIFFIN, M. J.: Handbook of Human Vibration. 1990.
- [29] GRIFFIN, MICHAEL J. ET. AL.: International conference on whole-body vibration injuries. Journal of Sound and Vibration, 215(4):593–996, 1998.
- [30] HARTUNG, JÜRGEN: Objektivierung des statischen Sitzkomforts auf Fahrzeugsitzen durch die Kontaktkräfte zwischen Mensch und Sitz. Doktorarbeit, Technische Universität München, Fakultät für Maschinenwesen, 2006.
- [31] HARTUNG, JÜRGEN, CHRISTIAN MERGL und HEINER BUPP: Werkzeuge zur Beurteilung des statischen Sitzkomforts. In: GRANDT, MORTON (Herausgeber): Komfort als Entwicklungskriterium in der Systemgestaltung: 47. Sitzung Anthropotechnik, Nummer 5 in DLR-Bericht, Seiten 73–89. Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt, 2005.
- [32] HAUPT, P und CH. TSAKMAKIS: On the application of dual variables in continuum mechanics. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 1:165–196, 1989.
- [33] HAUPT, PETER: Continuum Mechanics and Theory of Materials. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 2000.

- [34] HERTZ, HEINRICH: Über die Berührung fester elastischer Körper. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 92:156–171, 1881.
- [35] HINZ, BARBARA, GERHARD MENZEL, HELMUT SEIDEL und RALPH BLÜTHNER: Zur Abhängigkeit der Sitzübertragungsfunktion und -faktoren von Versuchsbedingungen und Frequenzbewertungen. Zeitschrift für Arbeitswissenschaft, 55(1):1–6, 2001.
- [36] HOLZAPFEL, G. A.: Biomechanics of Soft Tissue. In: LEMAITRE, J. (Herausgeber): Handbook of Materials Behaviour Models, Seiten 1049–1063. Academic Press, Boston, 2001.
- [37] HÄRTEL, THOMAS und HEIKE HERMSDORF: Biomechanical modelling and simulation of human body by means of DYNAMICUS. In: 5th World Congress of Biomechanics, Band 39 Suppl. 1, Seite S549. Munich, Germany, 29 July – 4 August 2009.
- [38] IHLEMANN, JÖRN: Kontinuumsmechanische Nachbildung hochbelasteter technischer Gummiwerkstoffe. Doktorarbeit, Universität Hannover, 2003.
- [39] JOHNSON, DAVID, H.: Principles of simulating contact between parts using ANSYS. Technischer Bericht, CAD-FEM GmbH, Marktplatz 2, 85567 Grafing b. München, 2002.
- [40] KIM, HYO-JOON, WAN-SUK YOO, JIN-KYU OK und DONG-WOO KANG: Parameter identification of damping models in multibody dynamic simulation of mechanical systems. Multibody System Dynamics, 2009.

- [41] KLAR, BERNHARD: A treatment of multivariate skewness, kurtosis, and related statistics. J. Multivar. Anal., 83(1):141–165, 2002.
- [42] KLEIN, ROLF: Algorithmische Geometrie. Addison-Wesley, Bonn, 1997.
- [43] KOLLMANN, FRANZ GUSTAV: Maschinenakustik: Grundlagen, Meßtechnik, Berechnung, Beeinflussung. Springer-Verlag, 2 Auflage, 2000.
- [44] KRIST, RENATE: Modellierung des Sitzkomforts: eine experimentelle Studie. Doktorarbeit, Katholische Universität Eichstätt, 1993.
- [45] LANDAU, LEW. D. und JEWGENI M. LIFSCHITZ: Lehrbuch der theoretischen Physik (Band 7): Elastizitätstheorie. Akademie Verlag Berlin, 5 Auflage, 1983.
- [46] LINDER, A., M. SVENSSON und D. VIANO: Evaluation of the BioRID P3 and the Hybrid III in Pendulum Impacts to the Back: A Comparison with Human Subject Test Data. Journal of Crash Prevention and Injury Control, 3(2):159–166, April 2002.
- [47] LION, ALEXANDER: Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological models. International Journal of Plasticity, 16:469–494, 2000.
- [48] LION, ALEXANDER: Thermomechanically consistent formulations of the standard linear solid using fractional derivatives, 2001.
- [49] LION, ALEXANDER: Strain-dependent dynamic properties of filled rubber: a non-linear. Rubber Chemistry and Technology, 72:410–429, 2006.

- [50] LION, ALEXANDER und PETER HAUPT: On finite linear viscoelasticity of incompressible isotropic materials. Acta Mechanica, 159:87–124, 2002.
- [51] LIPPMANN, HORST: Angewandte Tensorrechnung für Ingenieure, Physiker und Mathematiker. Springer-Verlag, 1993.
- [52] MAAS, JÜRGEN, SIMON KERN, PFLUG HANS-CHRISTIAN und HELMUT POROD: Aktiv gefederter Schwingsitz für Nutzfahrzeuge. In: Mechatronik 2005, VDI-Berichte: 1892, Seiten 833–850. VDI-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik, Wiesloch and Düsseldorf, Juni 2005.
- [53] MAISSER, PETER: Dynamik hybrider Mehrkörpersysteme aus kontinuumsmechanischer Sicht. ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 76:15–33, 1996.
- [54] MARIANNA ACKERMANN, GUNTER PAUL: Konzept zur Komfortforschung: Ein objektiviertes Komfortmodell. In: Kompetenzentwicklung in realen und virtuellen Arbeitssystemen. GFA, 2007.
- [55] MATHWORKS, THE: Matlab Optimization Toolbox User's Guide.
- [56] MELTZER, GOTTFRIED: Unterschiedliche Wege zur Gewinnung des Diagnosemodells bei Schwingungsdiagnostik. Technischer Bericht, Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Mechanik, Karl-Marx-Stadt, 1987.
- [57] MERGL, CHRISTIAN, TOBIAS ANTON, RAMON MADRID-DUSIK, JÜRGEN HARTUNG, ALESSIO LIBRANDI und HEINER BUPP: Development of a 3D Finite Element Model of Thigh and Pelvis. Paper 2004-01-2132, SAE International, Juni 2004.

- [58] MITSCHKE, NABFRED und BURKHARD KLINGER: Schwingungskomfort im Kraftfahrzeug. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, 100(1):18-24, 1998.
- [59] MÜNCH, ECKEHARD: Fortentwicklung und Realisierung eines Verfahrens zur gleichzeitigen Optimierung mehrerer Zielgrößen. Technischer Bericht, Universität Gesamthochschule Paderborn, Fachbereich Maschinentechnik, Fachgruppe Automatisierungstechnik, Mechatronik Laboratorium Paderborn, Paderborn, 2001.
- [60] NETT, REINER: Ganzheitlicher Ansatz zur Sitzentwicklung von Kinderschutzsystemen. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, 110(04):324-326, 2008.
- [61] OHM, JENS-RAINER und HANS DIETER LÜKE: Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme. Springer-Verlag, 10. Auflage Auflage, 2007.
- [62] PACAL, MADELEINE: Some Open Problems in Dynamic Analysis of Flexible Multibody Systems. Multibody System Dynamics, 5(4):315-334, 2001.
- [63] PAIN, M. T. G. und J. H. CHALLIS: Soft tissue motion during impacts: their potential contribution to energy dissipation. Journal of Applied Biomechanics, 18(3):231-142, 2002.
- [64] PANKOKE, STEFFEN, JOCHEN BALZULAT und HORST P. WÖLFEL: Vibrational Comfort with CASIMIR and RAMSIS using a Dynamic Finite-Element Model of the Human Body. In: Digital Human Modeling Conference. VDI Gesellschaft Fahrzeug und Verkehrstechnik, Munich, Germany, June 2002. VDI-Berichte 1675.
- [65] PESCHK, ANDREAS: Erweiterte Kopplung von Madymo und LS-Dyna. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, 105(05), 2003.

- [66] PETERS, JÖRG und ULRICH REIF: Subdivision Surfaces. Springer-Verlag, 2008.
- [67] PIEGL, LES und WAYNE TILLER: The NURBS book (2nd ed.). Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1997.
- [68] RAMMERSTORFER, F. G., J. EBERHARDSTEINER, JOHANNES GERSTMAYR und JOACHIM SCHÖBERL: A 3D finite element approach to flexible multibody systems, 2002.
- [69] RIEMER, D. und C. KALENBACH, E. UND SCHILLING: Technisch relevante Muskelmodelle mit funktionsmorphologischen Eigenschaften nach biologischem Vorbild. In: International Conference on Motion Systems, Band 1, Seiten 126–129, Jena, 29.-30. September 1997.
- [70] RÜTZEL, SEBASTIAN und HORST PETER WÖLFEL: Biodynamische Modellierung des Menschen - Anwendung ingenieurwissenschaftlicher Methoden auf das biologische System Mensch. In: ROSSMANN, TORSTEN und CAMERON TROPEA (Herausgeber): Bionik: Aktuelle Forschungsergebnisse in Natur-Ingenieur- und Geisteswissenschaft. 2005.
- [71] SACK, R. A.: Comments on some quadrature formulas by F. Stenger. Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 21:359–361, 1978. See [80, 81].
- [72] SAUER, JÖRG und ELMAR SCHÖMER: A constraint-based approach to rigid body dynamics for virtual reality applications. In: VRST '98: Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology, Seiten 153–162. ACM, New York, NY, USA, 1998.
- [73] SCHMALE, G., STELZLE. W., T. KREIENFELD, C.-D. WOLF, T. HÄRTEL und R. JÖDICKE: COSYMAN - A Simulation Tool

- for Optimization of seating in Cars. In: Digital Human Modeling Conference. VDI Gesellschaft Fahrzeug und Verkehrstechnik, Munich, Germany, June 2002. VDI-Berichte 1675.
- [74] SEIDL, ANDREAS: Man model RAMSIS - Analysis, synthesis and simulation of three-dimensional postures of humans. Doktorarbeit, Technische Universität München, 1993.
- [75] SEIDL, ANDREAS, HEINER BUPP, H GEUSS, RENATE KRIST, H. SCHMIDTKE, H. SPEYER, M BRILL, W. KRÜGER und M. SPECKERT: RAMSIS: 3D-Menschmodell und integriertes Konzept zur Erhebung und konstruktiven Nutzung von Ergonomie-Daten. In: FAHRZEUGTECHNIK, VDI-GESELLSCHAFT (Herausgeber): Das Mensch-Maschine-System im Verkehr: Tagung Berlin, 19. und 20. März 1992, Band 948 der Reihe VDI-Berichte, Seiten 297–309. 1992.
- [76] SETH, R. B.: Generalized Strain Measure with Applications to Physical Problems. In: REINER, MARKUS und DAVID ABIR (Herausgeber): Second-Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, Seiten 162–172. Pergamon Press, Oxford and Haifa, 1964.
- [77] SHABANA, ACHMED A.: Dynamics of Multibody Systems. Wiley-Interscience, 1989.
- [78] SPANNER-ULMER, BIRGIT, HOLGER UNGER, TORSTEN HAUPERT und NORMAN HOFMANN: Abschlussbericht: Ergonomisches Sitzsystem, 2008.
- [79] STELZLE, WOLFGANG: Geometrisch-nichtlineare Modellierung elastischer Balken mit Helixelementen. VDI Fortschritt-Berichte 224, 1998.

- [80] STENGER, FRANK: Integration formulae based on the trapezoidal formula. Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 12:103–114, 1973. See remarks [81, 71].
- [81] STENGER, FRANK: Remarks on “Integration formulae based on the trapezoidal formula”. Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 19(2):145–147, 1977. See [80, 71].
- [82] Think, der intelligente Stuhl, der Büromitarbeitern den Rücken stärkt. Ein intelligenter Bürostuhl von Steelcase mit Abstandsgewirke im Komfortpaket. Kettenwirk-Praxis, 42(4):10–11, 2008.
- [83] VALENTA, LÁSZLÓ und LÁSZLÓ MOLNÁR: Vergleich des Neo-Hookeschen und des Mooney-Rivlinschen Materialmodells in der FEM-Berechnung. Periodica Polytechnica ser. mech, eng., 45(1):95–101, 2001.
- [84] VDI-GESELLSCHAFT ENTWICKLUNG, KONSTRUKTION, VERTRIEB: Schwingungen am Arbeitsplatz und in der Umwelt. VDI-Berichte: 1345. VDI Verlag, Veitshöchheim and Düsseldorf, September 1997.
- [85] VDI-GESELLSCHAFT ENTWICKLUNG, KONSTRUKTION, VERTRIEB: Humanschwingungen -Auswirkung auf Gesundheit - Leistung -. VDI-Berichte: 2002. VDI Verlag, Dresden and Düsseldorf, Oktober 2007.
- [86] VICECONTI, MARCO, DEBORA TESTI, FULVIA TADDEI, SAULO MARTELLI, GORDON L. CLAPWORTHY und SERGE VANT SINT JAN: Biomechanical Modeling of the Musculoskeletal Apparatus: Status and Key Issues. Proceedings of the IEEE, 94(4):725–740, 2006.

- [87] VIDAL, MARC: ANSYS Service Newsletter. Technischer Bericht, CAD-FEM GmbH, Marktplatz 2, 85567 Grafing b. München, August 2002.
- [88] VLACHOS, ALEX, JÖRG PETERS, CHAS BOYD und JASON L. MITCHELL: Curved PN triangles. In: Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics. ACM-SIGGRAPH, Seiten 159–166. 2001.
- [89] VOLLE, A.F.: Stoßuntersuchungen an Armmodellen mit Weichteilen. Doktorarbeit, Institut B für Mechanik der Universität Stuttgart, 2003.
- [90] WEISS, HOLGER: Zur Dynamik geometrisch nichtlinearer Balken. Doktorarbeit, Technische Universität Chemnitz, Chemnitz, 1999.
- [91] WITTENBURG, J.: Dynamics of Systems of Rigid Bodies. B. G. Teubner, 1977.
- [92] WÖLFEL, HORST PETER: CASIMIR und MEMOSIK: Biodynamische Modelle des Menschen : Anwendung ingenieurwissenschaftlicher Methoden auf das biologische System Mensch. Bionik : biologisch-technische Systeme / Techn. Univ. Darmstadt, Seiten 48–54, 2002.
- [93] ZACHMANN, G.: The BoxTree: Exact and Fast Collision Detetion of Arbitrary Polyhedra SIVE, 1995.
- [94] ZIENKIEWICZ, O. C. und Y. K. CHEUNG: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics. McGraw-Hill, London, 1967.

Modellbildung und Simulation der großen Deformationen menschlicher Weichteile beim Sitzen

Ralph Jödicke

Thesen

- Zur Berechnung von Druckverteilungen zwischen Mensch und Umgebung ist ein FE-Modell des menschlichen Weichteilgewebes erforderlich.
- Ein mehrkörperdynamisches Modell des menschlichen Körpers ermöglicht eine Simulation des dynamischen Schwingungsverhaltens des menschlichen Körpers bei minimalem Modellfreiheitsgrad.
- Ein hybrides mehrkörperdynamisches Modell erlaubt eine gleichzeitige Berechnung des dynamischen Schwingungsverhaltens und der Druckverteilungen mit einem gemeinsamen Modell unter besonderer Berücksichtigung wirtschaftlicher Aspekte.
- Ein wirtschaftlicher Vergleich der Ergebnisse verschiedener Messungen und verschiedener Simulationen ist durch die Extraktion signifikanter und erwartungstreuer konzentrierter statistischer Parameter von Druckverteilung und Übertragungsfunktion möglich.
- Auf der Basis erwartungstreuer konzentrierter statistischer Parameter von Druckverteilung und Schwingungsübertragung ist eine zuverlässige experimentelle Parametrisierung des mehrkörperdynamischen Menschmodells und die Bestimmung von Materialeigenschaften des menschlichen Weichteilgewebes möglich.
- Der statische Elastizitätsmodul des menschlichen Oberschenkelgewebes weist keine oder nur eine schwache Haltungs- und Probandenabhängigkeit auf.

- Die Dämpfungseigenschaften des menschlichen Körpers weisen eine signifikante Haltungs- und Probandenabhängigkeit auf.
- Die Berechnung des Schwingungsverhaltens des menschlichen Körpers erfordert bei hohen Frequenzen ein Modell mit einem ausreichend hohem Freiheitsgrad.

28.05.2010