

# 50. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium

September, 19-23, 2005

**Maschinenbau  
von Makro bis Nano /  
Mechanical Engineering  
from Macro to Nano**

**Proceedings**

Fakultät für Maschinenbau /  
Faculty of Mechanical Engineering

Startseite / Index:

<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=15745>

## Impressum

- Herausgeber: Der Rektor der Technischen Universität Ilmenau  
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Scharff
- Redaktion: Referat Marketing und Studentische Angelegenheiten  
Andrea Schneider
- Fakultät für Maschinenbau  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Kurtz,  
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. med. (habil.) Hartmut Witte,  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Linß,  
Dr.-Ing. Beate Schlütter, Dipl.-Biol. Danja Voges,  
Dipl.-Ing. Jörg Mämpel, Dipl.-Ing. Susanne Töpfer,  
Dipl.-Ing. Silke Stauche
- Redaktionsschluss: 31. August 2005  
(CD-Rom-Ausgabe)
- Technische Realisierung: Institut für Medientechnik an der TU Ilmenau  
(CD-Rom-Ausgabe) Dipl.-Ing. Christian Weigel  
Dipl.-Ing. Helge Drumm  
Dipl.-Ing. Marco Albrecht
- Technische Realisierung: Universitätsbibliothek Ilmenau  
(Online-Ausgabe) [ilmedia](#)  
Postfach 10 05 65  
98684 Ilmenau
- Verlag:  Verlag ISLE, Betriebsstätte des ISLE e.V.  
Werner-von-Siemens-Str. 16  
98693 Ilmenau

© Technische Universität Ilmenau (Thür.) 2005

Diese Publikationen und alle in ihr enthaltenen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt.

ISBN (Druckausgabe): 3-932633-98-9 (978-3-932633-98-0)  
ISBN (CD-Rom-Ausgabe): 3-932633-99-7 (978-3-932633-99-7)

Startseite / Index:

<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=15745>

Wolfgang Richter / Beate Mitschunas

## **Zur Analyse und Dimensionierung perspektivischer Abbildungen**

### **ABSTRACT**

Kriterien der Abbildung einer räumlichen Szene sind z.B. Perspektivitätsart und perspektivischer Tiefeneindruck. Die Perspektivitätsart einer Abbildung wird von der Lage der Eintrittspupille bestimmt. Dieses, und von welchen Parametern einer Abbildungskette der perspektivische Tiefeneindruck abhängt, wird in diesem Beitrag gezeigt und an Beispielen veranschaulicht.

### **1. EINFÜHRUNG**

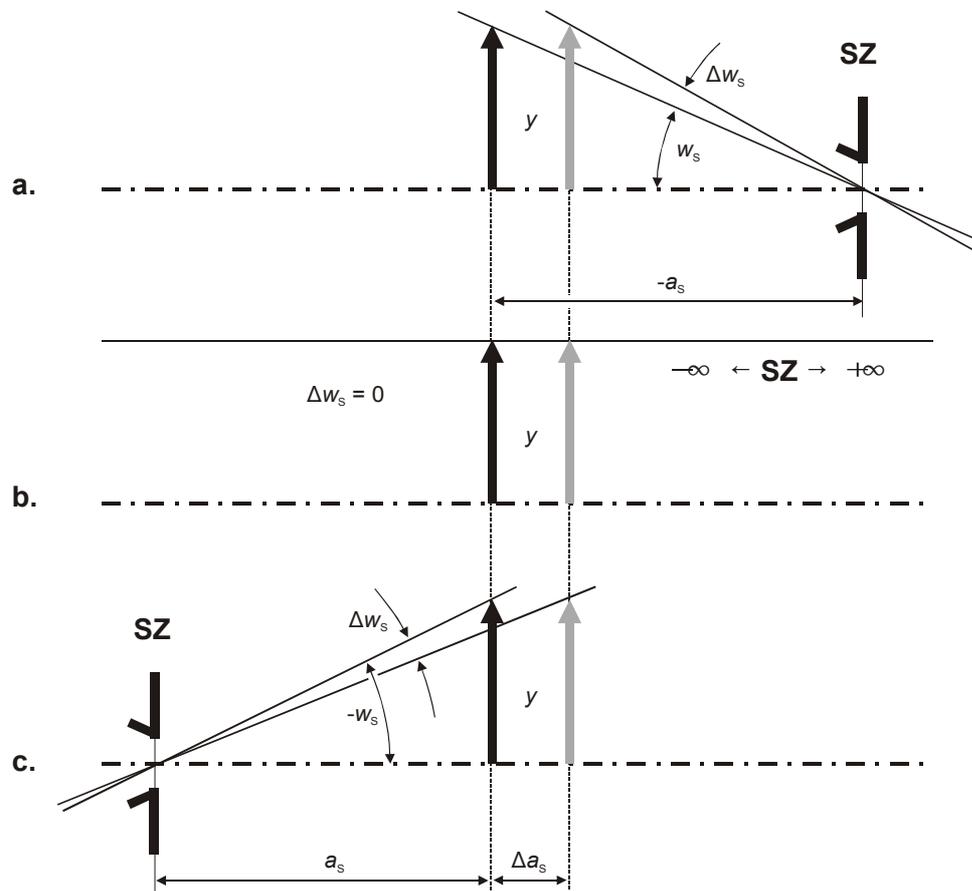
Bei der Abbildung einer räumlichen Szene sind gegenüber der Abbildung einer ebenen Szene [1 - 3] grundsätzlich zwei Besonderheiten zu beobachten. Einmal existiert bei der Abbildung einer räumlichen Szene keine ausgezeichnete Objektebene. Der bildauflösende Sensor definiert nur eine Projektionsebene, auf welche sich die verschieden entfernten Objektebenen mehr oder weniger scharf projizieren. Zum anderen ergibt sich aus der „Überlagerung“ der Projektionen für die Objektebenen in der Projektionsebene ein „perspektivischer Tiefeneindruck“, der sich in der Regel vom natürlichen Tiefeneindruck beim üblichen Sehvorgang unterscheidet.

Im Folgenden werden die unterschiedlichen Perspektivitätsarten und deren geometrische Ursache beim direkten Sehen gegenübergestellt, dann wird auf eine perspektivische Abbildung verallgemeinert. Schließlich wird das Problem des perspektivischen Tiefeneindrucks auf eine Abbildungskette angewendet, die folgendermaßen definiert wird: eine räumliche Szene wird durch eine Optik (reell) auf eine Projektionsebene abgebildet und „aufgezeichnet“, dieses Bild wird dann in der Regel „nachvergrößert“ und schließlich mit dem bloßen Auge betrachtet. Beispiele in diesem Sinne sind Objektaufnahme, Nachvergrößerung und Betrachten von Fotos oder Dias. Alle relevanten analytischen Beziehungen sind in [4] hergeleitet.

### **2. DIE PERSPEKTIVITÄTSARTEN – DEFINITION UND UNTERSCHIEDUNG**

Bild 1 zeigt für das Beobachten einer räumlichen Szene modellhaft die 3 typischen Perspektivitätsarten mit den entsprechenden geometrischen Parametern Objektgröße  $y$ , Sehwinkel  $w_s$  und Abstand der Objektebene vom Sehzentrum (Sehentfernung)  $a_s$ . Als das so genannte Sehzentrum (SZ) wird das objektseitige Bild der Augenpupille (d.h., die Eintrittspupille des Auges) angenommen. Für die Lichtrichtung wird wie üblich festgelegt: von links nach rechts.

Der Normalfall für das direkte Sehen (ohne zusätzliche Abbildung) ist die endozentrische Perspektive (Bild 1 a.). In diesem Falle erscheinen weiter entfernte gleichgroße Objekte kleiner als näher liegende, entsprechend der Bezeichnungskonvention steht das Sehzentrum in Lichtrichtung hinter dem Objekt.



**Bild 1** Geometrisches Modell zur Veranschaulichung der 3 typischen Perspektivitätsarten (a. endozentrisch, b. telezentrisch und c. hyperzentrisch) bei Betrachten einer räumlichen Szene mit bloßem Auge mit „Sehzentrum“ SZ, Objektgröße  $y$ , Sehwinkel  $w_s$ , Abstand der Objektebene vom Sehzentrum (Sehweite)  $a_s$  und entsprechende Änderungen mit Lichtrichtung von links nach rechts.

Das Gegenteil zur endozentrischen Perspektive ist die hyperzentrische Perspektive (Bild 1 c.), die beim natürlichen Sehen nicht auftreten kann. In diesem Falle erscheinen weiter entfernte gleichgroße Objekte größer als näher liegende, entsprechend der Bezeichnungskonvention steht dann das Sehzentrum in Lichtrichtung vor dem Objekt. Dieser Fall der Perspektive existiert für den Sehvorgang nur in Verbindung mit einer zusätzlichen Abbildung (z.B. Lupe).

Für extrem weit entfernte Objekte relativ zum Sehzentrum (bzw. umgekehrt) gehen endozentrische wie hyperzentrische Perspektive in die telezentrische Perspektive (Bild 1 b.) über. In diesem Falle erscheinen gleichgroße Objekte in verschiedenen Entfernungen gleich groß.

Damit gilt nach Bild 1:  $a_s$  ist negativ für endozentrische Perspektive, positiv für hyperzentrische Perspektive und unendlich für telezentrische Perspektive.

Für den (kleinen) Sehwinkel gilt folgender geometrischer Zusammenhang.

$$w_s = \frac{y}{-a_s} \quad (1)$$

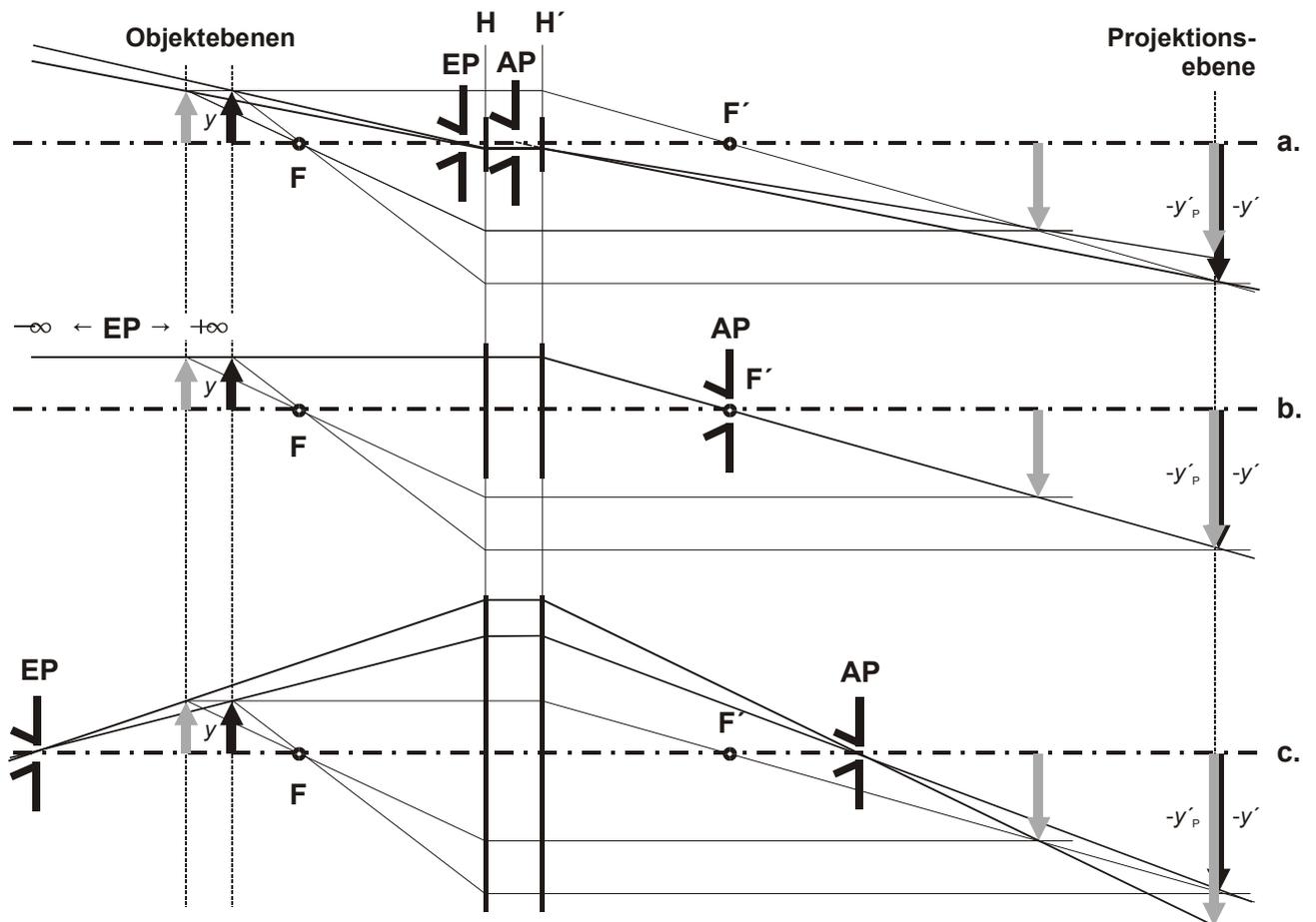
Für (kleine) Verschiebungen der Objektebene (bzw. Tiefenstaffelungen von Objekten gleicher Größe)  $\Delta a_s$  ergibt sich daraus eine Änderung des Sehwinkels  $\Delta w_s$  nach folgender Beziehung.

$$\Delta w_s = y \frac{\Delta a_s}{a_s^2} = -\frac{w_s}{a_s} \Delta a_s \quad (2)$$

### 3. PERSPEKTIVISCHE ABBILDUNG EINER RÄUMLICHEN SZENE

Bild 2 veranschaulicht für die (reelle) Abbildung einer räumlichen Szene die geometrischen Konsequenzen für die Abbildung, die grundsätzlich aus der Lage der Öffnungsblende folgen. Letztlich interessiert allerdings nicht die Lage der Öffnungsblende, sondern (im Objektraum) die Lage des objektseitigen Bildes der Öffnungsblende, der Eintrittspupille. Die Spezialisierung auf reelle Abbildungen entspricht dem typischen Problem „Objekterkennung“. Um die „Tiefenunschärfe“ auszuschalten (und um die geometrischen Konsequenzen zu verdeutlichen), wird das Problem extrem „abgeblendet“ dargestellt, d.h., die Abbildung der räumlichen Szene wird durch den Verlauf von Hauptstrahlen abstrahiert. Damit kann das (unscharfe) Bild als Durchstoßpunkt des Hauptstrahls mit der Bild- bzw. Projektionsebene definiert werden

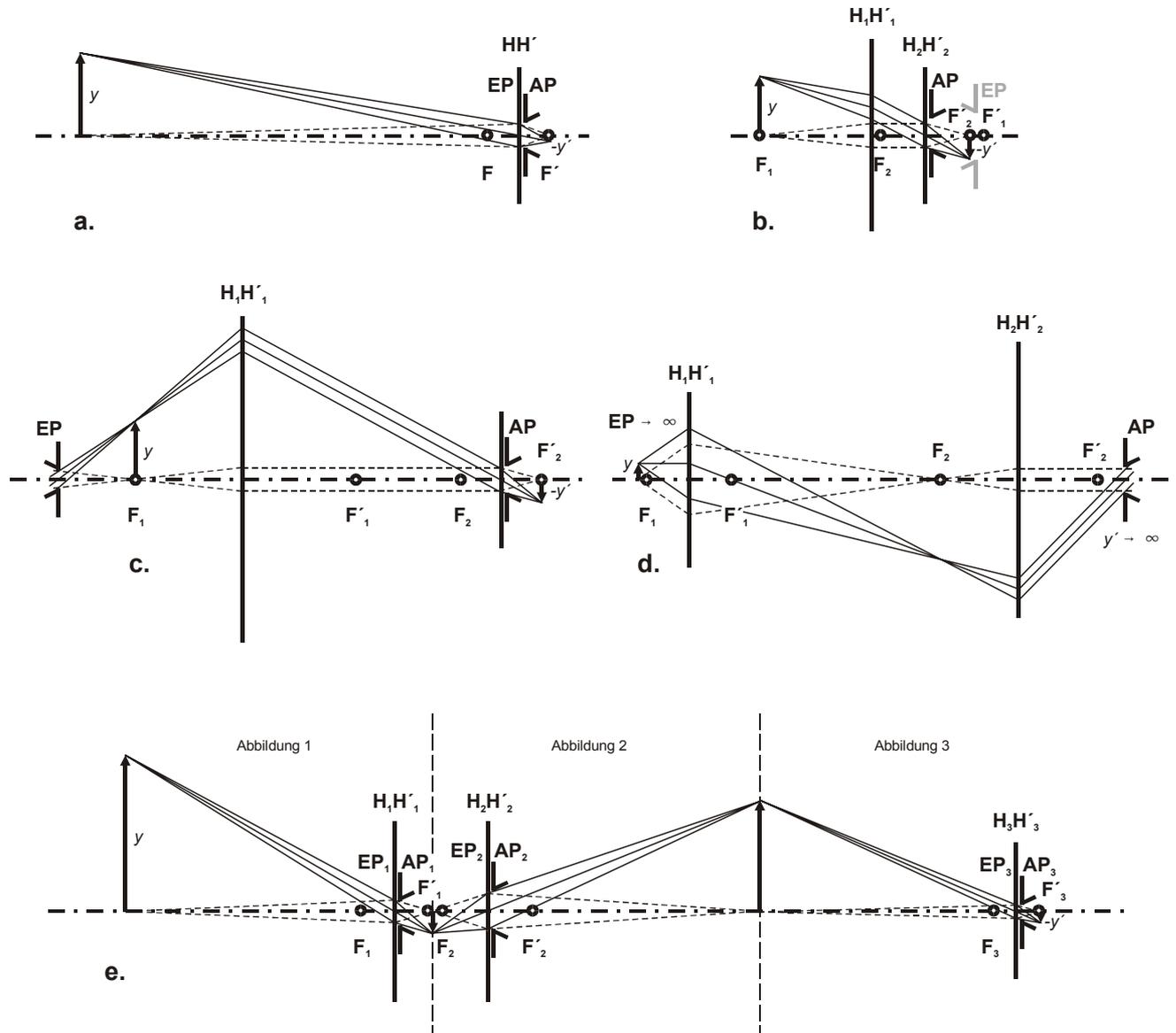
[4]. Bild 2 zeigt, dass sich natürlich die optisch konjugierten Abbildungen von Objektebene (schwarzes Objekt) in die Bildebene (schwarze Abbildung) bei verschiedenen Lagen der Eintrittspupille nicht unterscheiden. Anders für die (unscharfen) Projektionen anderer gleichgroßer Objekte (grau) vor bzw. hinter dem schwarzen Objekt. Sie unterscheiden sich bei unterschiedlicher Eintrittspupillenlage in der Größe wesentlich, darauf gründet sich der perspektivische Tiefeneindruck.



**Bild 2** Abhängigkeit der (objektseitigen) Perspektivitätsarten bei optischer Abbildung (a. endozentrisch, b. telezentrisch und c. hyperzentrisch) von der Eintrittspupillenlage mit den objekt- bzw. bildseitigen Hauptebenen  $H$  und  $H'$ , den objekt- bzw. bildseitigen Brennpunkten  $F$  und  $F'$  und den objekt- bzw. bildseitigen Pupillen EP und AP. Hinweis: die schwarze Abbildung  $y'$  und die graue Projektion  $y'_p$  liegen in der Projektionsebene exakt übereinander, der geringe Lageunterschied dient nur dazu, die Größenunterschiede zu verdeutlichen!

Analog zum direkten Sehen mit dem Auge (Bild 1) kann Bild 2 folgendermaßen interpretiert werden. Die Rolle des Sehentrums in Bild 1 wird bei der Abbildung in Bild 2 von der Eintrittspupille übernommen. D.h., liegt die Eintrittspupille relativ zur Lichtrichtung vor der Objektebene (schwarzes Objekt), dann handelt es sich um eine objektseitig hyperzentrische Ab-

bildung (Bild 2 c.), und weiter entfernte gleichgroße Objekte erscheinen in der Projektions-ebene (entspricht der Gaußschen Bildebene für das schwarze Objekt) größer als näher liegende. D.h., die objektseitig hyperzentrische Abbildung erscheint wie ein „Blick von außen“.



**Bild 3** Modelldarstellungen für typische optische Abbildungen (a. direktes Sehen, b. Lupe – Auge, c. Leseglas – Auge, d. Mikroskop und e. „Fotografie“ (Fotoaufnahme – „Nachvergrößerung“ – Fotobetrachtung)).

Liegt die Eintrittspupille relativ zur Lichtrichtung hinter der Objektebene, dann handelt es sich eine objektseitig endozentrische Abbildung (Bild 2 a.), und weiter entfernte gleichgroße Objekte erscheinen in der Projektionsebene kleiner als näher liegende. D.h., die objektseitig endozentrische Abbildung erscheint wie ein „Blick von innen“.

Für extrem weit entfernte Eintrittspupillen relativ zum Objekt gehen objektseitig endozentrische wie hyperzentrische Abbildung in die objektseitig telezentrische Abbildung (Bild 2 b.) über. In diesem Falle erscheinen gleichgroße Objekte in verschiedenen Entfernungen immer gleichgroß. Im Übrigen ist der Typ der Abbildung in Analogie zum Auge vom Typ der Perspektivitätsart abgeleitet.

Bild 2 zeigt im Vergleich auch, dass die objektseitig endozentrische Abbildung den kleinsten Optikedurchmesser erfordert. D.h., zwischen Objektfelddurchmesser und Optikedurchmesser besteht kein (direkter) Zusammenhang, und der Optikedurchmesser wird im Wesentlichen von der Öffnung der Abbildung bestimmt. Bei objektseitig telezentrischer Abbildung gilt geometrisch bedingt die Forderung  $\text{Optikedurchmesser} > \text{Objektfelddurchmesser}$ . Und für die objektseitig hyperzentrische Abbildung verschärft sich die geometrische Forderung zu  $\text{Optikedurchmesser} \gg \text{Objektfelddurchmesser}$ . Für beide letzteren Fälle bestimmt im Wesentlichen das Feld der Abbildung den Optikedurchmesser.

Die Lage der Austrittspupille spielt im Zusammenhang mit dem perspektivischen Eindruck keine Rolle.

In Bild 3 ist eine Reihe typischer Abbildungsbeispiele (Bild 3 a. direktes Sehen, Bild 3 b. Lupe – Auge, Bild 3 c. Leseglas – Auge, Bild 3 d. Mikroskop) dargestellt. Auf die Abbildungskette „Fotografie“ (Fotoaufnahme – „Nachvergrößerung“ – Fotobetrachtung, Bild 3 e.) wird im folgenden Punkt eingegangen.

#### 4. ABBILDUNGSKETTE UND NATÜRLICHER PERSPEKTIVISCHER TIEFENEINDRUCK

Ohne analytische Herleitung (siehe [4]) wird für den typischen Fall der Fotografie von folgender Beziehung ausgegangen (Bild 3 e.).

$$\gamma'_s = \frac{\Delta w'_s}{\Delta w_s} = \frac{f' \beta'_v}{a'_s} \quad (3)$$

$\Delta w'_s$  bzw.  $\Delta w_s$  sind die Sehwinkeländerungen infolge der Tiefenstaffelung der Abbildungsszene mit optischem Instrument (hier Fotografie) bzw. ohne Instrument, also bei direktem Sehen.  $\beta'_v$  ist der Abbildungsmaßstab für die „Nachvergrößerung“,  $f'$  die Brennweite bei der Fotoaufnahme und  $a'_s$  die Beobachtungsentfernung der Fotoaufnahme.

Allgemein bedeutet  $\gamma'_s > 0$  endozentrische Perspektive (Normalfall für die Fotografie), und  $\gamma'_s < 0$  bedeutet hyperzentrische Perspektive.  $\gamma'_s = 1$  bedeutet natürlicher perspektivischer Tiefeneindruck,

$$\frac{f' \beta'_v}{a'_s} = 1 \quad (4)$$

und  $\gamma'_s > 1$  (bzw.  $0 < \gamma'_s < 1$ ) bedeutet verkürzender (bzw. verlängernder) Tiefeneindruck.

## 5. ZUSAMMENFASSUNG – INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

Die Perspektivitätsart einer (reellen) optischen Abbildung wird ausschließlich von der Lage der Eintrittspupille bestimmt. Damit verbunden ist auch die „Sichtweise“ der Abbildung, d.h. „von innen nach außen“ im Falle endozentrischer Perspektive bzw. „von außen nach innen“ bei hyperzentrischer Perspektive (Bild 2). Der „natürliche Fall“ der Perspektive ist die endozentrische Perspektive, nur sie entspricht grundsätzlich qualitativ den üblichen Sehgewohnheiten.

Der perspektivische Tiefeneindruck der hier behandelten Abbildungskette (Objektaufnahme, Nachvergrößerung und Bildbetrachtung) hängt von den Parametern aller Glieder der Abbildungskette ab. Nur bei endozentrischer Objektaufnahme kann bei Auswahl geeigneter Parameterkombinationen der Abbildungskette ein natürlicher Tiefeneindruck realisiert werden, Formel (4). D.h., bei tele- bzw. hyperzentrischer Objektaufnahme geht der natürliche perspektivische Tiefeneindruck der Abbildungskette definitiv verloren.

Ein weiterer Vorteil der endozentrischen Abbildung ist die „Entkopplung“ von Feld der Abbildung und Durchmesser der Optik. Das führt auf relativ kleine Optikdurchmesser, die im Wesentlichen von der Öffnung der Abbildung bestimmt werden. D.h. im Umkehrschluss aber auch, dass für tele- und hyperzentrische Abbildungen große bis extreme Optikdurchmesser benötigt werden, die im Wesentlichen vom Feld der Abbildung bestimmt werden.

### Literaturquellen

- [1] H. Haferkorn: Optik. Johann Ambrosius Barth Leipzig-Berlin-Heidelberg 1994
- [2] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch, H. Schmidt: Optik für Ingenieure. Springer-Verlag 1996

- [3] W. Richter, B. Mitschunas: Paraxialer Entwurf optischer Systeme. FEINWERKTECHNIK & MESSTECHNIK 100 (1992) 10, 459-463
- [4] W. Richter, R. Jahn: Fotografieren mit Perspektive. LASER+PHOTONIK April 2005, 44-49

**Autorenangabe(n)**

Dr.-Ing. habil. Wolfgang Richter (Hochschuldozent für Technische Optik)

Dr.-Ing. Beate Mitschunas

Technische Universität Ilmenau, PF 100565, 98684 Ilmenau

Tel.: (03677) 69 2488

Fax: (03677) 69 1281

E-mail: wolfgang.richter@tu-ilmenau.de