

# Herstellung polarisationsholografischer optischer Elemente durch Laserbelichtung in Azobenzene-Polymeren

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der Fakultät Maschinenbau der  
Technischen Universität Ilmenau

von Dipl.-Ing. Markus Fratz  
geboren am 05.09.1979 in Hammelburg

1. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Sinzinger
2. Gutachter: Prof. Dr. sc. nat. Wolfgang Osten
3. Gutachter: Dr. rer. nat. Dominik Giel.

Tag der Einreichung: 31. Januar 2010  
Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 1. Oktober 2010

# Kurzzusammenfassung

Polarisationshologramme sind optische Elemente, deren Wirkung auf der Beeinflussung des Polarisationszustandes elektromagnetischer Wellen beruht. Eine Möglichkeit der Herstellung von Polarisationshologrammen besteht darin, mit Hilfe kurzwelligem, linear polarisiertem Licht (Wellenlänge kleiner 550 nm) Anisotropie in Azobenzol-Polymeren zu erzeugen. Die erzeugte Anisotropie ist nach der Belichtung makroskopisch als Doppelbrechung beobachtbar. Durch hochaufgelöste räumliche Variation dieser Doppelbrechung lassen sich Polarisationshologramme herstellen. Die vorliegende Arbeit beschreibt Verfahren der Berechnung und Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzol-Polymeren. Zur Herstellung der Hologramme werden zwei experimentelle Methoden beschrieben und gegenübergestellt.

Bei der Belichtung von Polarisationshologrammen wurden zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt. Einerseits wurde ein Belichter entwickelt, der darauf basiert, dass die Polarisationsseigenschaften des Azobenzol-Polymeren mit Hilfe eines fokussierten Laserstrahls Punkt für Punkt manipuliert werden. Mit dieser Belichtungsmethode wird eine laterale Auflösung von  $1,2 \mu\text{m}$  erzielt. Es werden Hologramme erzeugt, die für zirkular polarisierte Strahlung wie reine Phasenhologramme wirken. Diese weisen Beugungseffizienzen von rund 80 % für die erste Beugungsordnung auf. Daneben wird erstmals eine Möglichkeit gezeigt, wie mit einem Polarisationshologramm zwei unterschiedliche Beugungsbilder erzeugt werden können, die mit Hilfe von Standardpolarisationsoptiken abwechselnd ausgeblendet werden können.

Andererseits wird eine Möglichkeit demonstriert, die die Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines Spatial Light Modulator (SLM) ermöglicht. Der SLM wird dazu mit Hilfe eines Mikroskopobjektivs verkleinert auf eine Polymer-Schicht abgebildet. Mit dieser Methode wird eine laterale Auflösung von  $1,6 \mu\text{m}$  erreicht. Bei der Herstellung von Polarisationshologrammen mit dieser Anordnung werden Beugungseffizienzen von 35 % in die erste Beugungsordnung erzielt bzw. 82 %, sofern höhere Beugungsordnungen mitberücksichtigt werden. Daneben werden erstmals Hologramme hergestellt, die in einer einzelnen optischen Schicht Betrag und Phase des gebeugten Strahls unabhängig voneinander manipulieren. Als Beispielanwendung derartiger Hologramme werden verschiedene Vortex-Strahlen generiert.

# Abstract

Polarization holograms are optical elements whose function is based on the manipulation of the polarization state of electromagnetic waves. One way to fabricate polarization holograms is the induction of anisotropy in azobenzene polymers. This anisotropy can be induced by exposing the azobenzene polymer to linearly polarized light of short wavelengths (below 550 nm). The resulting anisotropy can be observed macroscopically as birefringence. By spatially high-resolved variation of this birefringence polarization holograms can be fabricated. The present thesis deals with techniques for calculation and fabrication of polarization holograms in azobenzene polymer layers. Two experimental methods for fabrication are derived and compared with each other.

For the fabrication of polarization holograms two different approaches are adopted. On the one hand a setup based on exposing the Polymer to a focused laser beam is developed. The laser manipulates the polymer's polarization properties point by point. A lateral resolution of 1.2  $\mu\text{m}$  is demonstrated. Holograms are generated that exhibit the function of pure phase holograms for circularly polarized light. Diffraction efficiencies close to 80 % in the first diffraction order are demonstrated. Furthermore, the first experimental realization of polarization holograms is demonstrated that generate two different diffraction patterns that can be selected by the polarization state of the read beam.

On the other hand an experimental setup is presented which allows for the fabrication of polarization holograms using a spatial light modulator (SLM). To this end the SLM is imaged into the polymer layer by means of a microscope objective. A lateral resolution of 1,6  $\mu\text{m}$  is demonstrated. This method allows for the fabrication of polarization holograms with diffraction efficiencies of 35 % in the first and 82 %, if higher diffraction orders are also taken into account. Furthermore, for the first time holograms are demonstrated that control the amplitude and phase of a diffracted beam in a single layer. As an example application two holograms generating different vortex beams are fabricated and demonstrated experimentally.

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung und Motivation</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Grundlagen von Polarisation und Beugung</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1      | Beschreibung der Polarisation von Licht mittels Jones-Vektoren . . . . .                                      | 7         |
| 2.1.1    | Jones-Vektoren . . . . .  | 7         |
| 2.1.2    | Jones-Matrizen . . . . .  | 9         |
| 2.1.3    | Zirkular polarisierte Welle und allgemeine Verzögerungsplatte   | 11        |
| 2.1.4    | Erweiterung auf allgemeine, vollständig polarisierte Strahlung<br>und allgemeine Verzögerungsplatte . . . . . | 12        |
| 2.1.5    | Zirkular polarisierte Wellen und Halbwellen-Plättchen . . . . .   | 13        |
| 2.2      | Beschreibung der Polarisation von Licht mittels Stokes-Vektoren und<br>Müller-Matrizen . . . . .              | 15        |
| 2.2.1    | Stokes-Vektoren . . . . .   | 15        |
| 2.2.2    | Müller-Matrizen . . . . .   | 17        |
| 2.3      | Beschreibung der Beugung<br>elektromagnetischer Strahlung . . . . .   | 17        |
| 2.3.1    | Skalare Beugungstheorie im Zusammenhang mit Polarisation-<br>holografie . . . . .                             | 17        |
| 2.3.2    | Skalare Beugung in Fresnel- und Fraunhofernäherung . . . . .  | 18        |
| 2.3.3    | Übergang zur diskreten Abtastung von Wellenfeldern . . . . .  | 23        |
| 2.3.3.1  | Distributionen und Funktionen zur Betrachtung dis-<br>kret abgetasteter Wellenfelder . . . . .                | 24        |
| 2.3.3.2  | Effekte der diskreten Abtastung von Wellenfeldern . . . . .   | 25        |
| 2.3.4    | Skalare Beugung in diskreten Koordinaten . . . . .  | 29        |
| <b>3</b> | <b>Polarisationshologramme</b>  | <b>31</b> |
| 3.1      | Designmethoden . . . . .  | 31        |
| 3.1.1    | Iteratives Design diffraktiver optischer Elemente . . . . .   | 31        |
| 3.1.2    | Quasi-geometrisches Design diffraktiver optischer Elemente . . . . .  | 36        |
| 3.2      | Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzen-Polymeren . . . . .                                     | 39        |
| 3.2.1    | Foto-induzierte Doppelbrechung in Azobenzen . . . . .   | 40        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.2.2    | Belichtung von Fotopolymeren . . . . .  | 42         |
| 3.2.2.1  | Sequentielle Einzelpunktbelichtung mittels elektro-<br>optischem Modulator . . . . .  | 42         |
| 3.2.2.2  | Parallele flächenhafte Belichtung mittels Spatial Light<br>Modulator (SLM) . . . . .  | 45         |
| 3.3      | Experimentelle Charakterisierung von Polarisationshologrammen . . .   | 50         |
| 3.3.1    | Polarisationsmikroskop mit drehbarem Verzögerungsplättchen  | 50         |
| 3.3.2    | Polarisationsmessung mit Methoden der digitalen Holografie .  | 58         |
| <b>4</b> | <b>Resultate</b>  | <b>62</b>  |
| 4.1      | Ergebnisse des Designs mit dem<br>Puzzle-Algorithmus . . . . .  | 62         |
| 4.1.1    | Beispiele für die Hologramm-Berechnung mittels Puzzle-Algorithmus<br>und IFTA . . . . .   | 62         |
| 4.1.2    | Diskussion der Ergebnisse des Designs von Hologrammen mit<br>Hilfe des Puzzle-Algorithmus . . . . .                                   | 71         |
| 4.2      | Ergebnisse der Hologrammbelichtung . . . . .  | 74         |
| 4.2.1    | Sequentielle Einzelpunktbelichtung mittels<br>elektrooptischem Modulator . . . . .  | 74         |
| 4.2.1.1  | Charakterisierung des Einzelpunktbelichters zur Er-<br>zeugung von Polarisationshologrammen zur Manipu-<br>lation der Phase . . . . . | 74         |
| 4.2.1.2  | Experimentell realisierte Laserstrahlformer . . . . .   | 78         |
| 4.2.1.3  | Ergebnisse der Einzelpunktbelichtung von Polarisations-<br>hologrammen zur Manipulation von Amplitude<br>und Phase . . . . .          | 82         |
| 4.2.1.4  | Diskussion der Ergebnisse der Belichtung mit dem<br>Einzelpunktbelichter . . . . .  | 88         |
| 4.2.2    | Parallele flächenhafte Belichtung mittels Spatial Light Modu-<br>lator (SLM) . . . . .  | 92         |
| 4.2.2.1  | Charakterisierung des Belichters . . . . .  | 93         |
| 4.2.2.2  | Ergebnisse der Belichtung von Polarisationshologram-<br>men mit SLM . . . . .   | 100        |
| 4.2.2.3  | Diskussion der Ergebnisse der Belichtung mit SLM .  | 106        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung und Einordnung der Ergebnisse</b>  | <b>111</b> |
|          | <b>Abbildungsverzeichnis</b>  | <b>116</b> |

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| <b>Tabellenverzeichnis</b>  | <b>124</b> |
| <b>Literaturverzeichnis</b> | <b>125</b> |

# Kapitel 1

## Einleitung und Motivation

Ausgangspunkt für die Entwicklung der Holografie war eine Idee des ungarischen Erfinders Dennis Gabor [1]. Er entwickelte den Gedanken, mit hochauflösendem Fotofilm das Interferenzbild aufzunehmen, das entsteht, wenn eine Welle, die an einem physischen Objekt gebeugt wurde (Objektwelle), mit einer unbeeinflussten Welle (Referenzwelle) überlagert wird. Bei Gabor dient der Teil der Welle, der am Objekt vorbei unbeeinflusst auf die fotosensitive Schicht gelangt, als Referenzwelle. Nach Entwicklung des Fotofilms kann dieser wiederum mit einer unbeeinflussten Welle beleuchtet werden. Die dabei entstehende gebeugte Welle entspricht wieder der Objektwelle. Ziel seiner Überlegungen war es dabei nicht, die Aufnahme dreidimensionaler Objekte zu ermöglichen, sondern in erster Linie die Steigerung des Auflösungsvermögens in der Elektronenstrahlmikroskopie. Für seine Methode zur Erzeugung von Hologrammen ist stets ein physisches Objekt nötig, das als Streuer wirkt und dessen Beugungsbild aufgenommen werden muss.

Die Idee synthetischer oder computergenerierter Hologramme hat ihren Ursprung in der Herstellung computergenerierter Filter in der Radartechnik [2, 3]. Brown und Lohmann entwickelten 1966 den Gedanken computergenerierter Hologramme [4]. Ihr Ziel war dabei zunächst die zweidimensionale Filterung optischer Signale zur schnellen Informationsverarbeitung. Die dafür verwendeten Hologramme waren nicht durch interferometrische Aufnahme eines Beugungsbildes an einem physischen Objekt gegeben, sondern durch Computer-basierte Berechnung eines idealen Beugungsbildes. Dieses ideale Interferogramm wurde in Form einer binären Maske aus hellen und dunklen Punkten umgesetzt und in die Fourierebene eines optischen Systems gesetzt. Solche Hologramme, die die Helligkeit eines durchgehenden Lichtstrahls manipulieren, werden als Amplitudenhologramme bezeichnet. Da zur Herstellung computergenerierter Hologramme die Manipulation von Amplitude und Phase des durchgehenden Strahls nötig ist, verwendeten Brown und Lohmann den Ansatz der Detour-Hologramme. Ihre Hologramme setzten sich aus kleinen Aperturen zusammen. Durch die Größe der Aperturen kann die Amplitude einer durchge-

henden Welle definiert werden. Eine leichte Verschiebung einer Apertur entspricht einer Phasenverschiebung der gebeugten Welle. Die Herstellung und Berechnung von Amplitudenhologrammen wurde anschließend in immer neuen Variationen weiterentwickelt und spielt bis in die heutige Zeit eine Rolle in der computergenerierten Holografie [5, 6].

Wenig später wurde die Möglichkeit der Erzeugung von Phasenhologrammen entwickelt. Lesem *et al.* entwickelten den Gedanken Wellen dadurch zu beeinflussen, dass sie an verschiedenen Orten unterschiedliche Phasenverzögerungen einführen [7]. Derartige Hologramme nannten sie Kinoform. Kirk und Jones beschrieben 1971 die Berechnung und Herstellung von reinen Phasenhologrammen [8] in einem Fotoresist, mit denen es möglich ist, ähnlich wie bei den Amplitudenhologrammen von Brown und Lohmann, Amplitude und Phase einer Trägerstruktur zu kontrollieren. Mit der Entwicklung der integrierten Schaltkreise in der Mikroelektronik ergaben sich auch für die Herstellung von computergenerierten Hologrammen immer bessere Möglichkeiten. Gallagher *et al.* [9] demonstrierten z.B. 1977 computergenerierte Phasenhologramme auf einem Siliziumwafer. Dazu beschichteten sie einen Siliziumwafer mit einer Siliziumdioxidschicht und einem Fotolack. Mit einer Lithographiemaske beleuchteten sie den Fotolack strukturiert und entwickelten anschließend den Lack chemisch. Durch das nun mögliche strukturierte Wegätzen der Glasschicht war es möglich binäre Phasenhologramme herzustellen: Wo die Glasschicht noch vorhanden war, wird eine eingestrahlte Welle beim doppelten Durchgang durch die Schicht um  $\lambda/2$  verzögert gegenüber den Bereichen ohne Glas. Neben der Weiterentwicklung der binären Phasenhologramme [10, 11] wurden auch Möglichkeiten zur Herstellung von Phasenhologrammen aufgezeigt, die mehrere Stufen der Phasenverzögerung zulassen. Häufig verwendete Verfahren sind die Folgenden [12]:

- Mehrstufige Herstellungsprozesse, bei denen sukzessive die verschiedenen Phasenstufen in mehreren Ätzschritten eingebracht werden, z. B. [13–17]
- Prozesse basierend auf Graustufenbelichtung, z. B. [18–24]
- Prozesse basierend auf Punkt-für-Punkt Strukturierung (Direktschreiben), z. B. [25–28]

Neben Phasen- und Amplitudenhologrammen wurde eine weitere Klasse von Hologrammen etabliert, nämlich die der Polarisationshologramme. Ihre Wirkung beruht auf der Beeinflussung des Polarisationszustandes. Die ersten computergenerierten Polarisationshologramme wurden 1976 von Nakajima *et al.* theoretisch beschrieben [29] und anschließend 1977 experimentell gezeigt [30]. Eine detaillierte Beschreibung der Eigenschaften von Polarisationshologrammen sowie eine erste experimentelle Demonstration von Polarisationshologrammen durch holografische



Belichtung folgten 1984 durch Nikolova und Todorov [31]. Der Polarisationszustand wird dadurch beeinflusst, dass die strukturierte Schicht eines Hologramms optische Anisotropie aufweist. Das heißt, dass Lichtwellen verschiedener Schwingungsebenen unterschiedliche Absorptionen oder Brechzahlen in der Schicht „sehen“. Die Anisotropie kann dadurch entstehen, dass die Schicht aus einem anisotropen Medium besteht [32–42] oder dadurch, dass Strukturen in die Schicht eingebracht werden, die kleiner als die Wellenlänge des Lichts sind, mit dem sie später beleuchtet werden [43–51].

Eines der Hauptanwendungsgebiete computergenerierter Hologramme und diffraktiver Optiken im Allgemeinen liegt in der Laserstrahlformung [52–56]. Durch Hologramme und diffraktive Komponenten können Strahlformen und Intensitätsprofile erzeugt werden, die mit refraktiven Komponenten schwer oder gar nicht erzeugt werden können [17, 48, 57, 58]. Aufgrund der Tatsache, dass mit Hilfe von computergenerierten Hologrammen definierte dreidimensionale Wellenfelder und damit Intensitätsverteilungen erzeugt werden können, stellen computergenerierte Hologramme einen der vielversprechendsten Ansätze zur Herstellung von 3D-Displays dar [59–62]. Ein weiteres Anwendungsfeld computergenerierter Hologramme und diffraktiver Optiken liegt im Bereich der Abbildungsoptik und deren Prüfung [63–67]. Neben der kompakten Bauform und dem geringen Gewichts bieten sie insbesondere in Kombination mit refraktiven Optiken die Möglichkeit qualitativ hochwertige Objektive und Abbildungssysteme in kompakter Form zu realisieren.

Die verschiedenen Ansätze zur Herstellung computergenerierter Hologramme weisen spezifische Vor- und Nachteile auf. Beim Direktschreiben wird ein fokussierter Strahl (Elektronen- oder Laserstrahl) relativ zur strukturierenden Oberfläche bewegt. Durch Variation der Strahlintensität wird die Oberfläche Punkt für Punkt manipuliert. Die Manipulation kann darauf basieren, dass eine lichtempfindliche Schicht (Foto-Resist) in ihren Eigenschaften geändert wird, oder dass durch den Energieeintrag durch den Laser Material von der Oberfläche abgetragen wird (Ablation). Direktschreibprozesse zeichnen sich durch hohe Flexibilität aus. Da dort jeder Punkt des computergenerierten Hologramms einzeln manipuliert wird, können die Eigenschaften jedes hergestellten Hologramms ohne Mehraufwand innerhalb der technologischen Grenzen variiert werden. Dadurch kann jedes hergestellte Hologramm an die individuelle Aufgabe angepasst werden. Direktschreibprozesse leiden meist unter dem Nachteil relativ geringer Prozessgeschwindigkeiten. Ein Schreibstrahl muss dafür scannend über die zu strukturierende Fläche bewegt werden. Neben der Zeit für die Strukturierung jedes abgescannten Punkts nimmt der Scanvorgang eine gewisse Zeit in Anspruch. Im Falle des Direktschreibens über Laserablation kommt dazu, dass die Prozesse, die zur Erzeugung einer Struktur verwendet werden, relativ schwer zu kontrollieren sind. Der Ablationsprozess ist anfällig für Fehlstellen in der

zu bearbeitenden Schicht wie etwa Mikrorisse, die als wahrscheinliche Bruchstellen bei der Ablation in Erscheinung treten. Darüber hinaus ergibt sich in der Regel ein relativ großer apparativer Aufwand, da recht hohe Laserleistungen nötig sind, um Ablation durchzuführen. Im Falle des Direktschreibens in Foto-Resist, das eine Alternative zur Ablation darstellt, besteht ein anderer Nachteil. Entweder ist nach dem Schreibprozess ein weiterer Prozessschritt nötig (Ätzen, Entwickeln) oder das optische Element ist mechanisch und chemisch recht instabil.

Für maskenlithographische Prozesse wird eine Maske mit Hilfe eines abbildenden Systems auf eine fotoempfindliche Schicht abgebildet. Nach chemischer Entwicklung der belichteten Schicht kann die Schicht selbst und das darunter liegende Material durch chemische oder physikalische Prozesse strukturiert werden. Prozesse basierend auf Maskenlithographie sind vor allem für diffraktive Optiken und Hologramme in hohen Stückzahlen vorteilhaft. Nachdem eine Lithographiemaske hergestellt wurde, kann diese zur Herstellung vieler Hologramme genutzt werden. Die Belichtung jedes Hologramms verläuft dabei schneller als bei Direktschreibprozessen, da alle Punkte des Hologramms gleichzeitig belichtet werden. Ein Scanvorgang ist nicht nötig. Prozesse basierend auf Maskenlithographie haben den Nachteil, dass die Masken sehr teuer in der Herstellung sind. Für Phasenhologramme mit mehreren Phasenstufen sind entweder mehrere Masken nötig oder es muss auf Analogbelichtungsmethoden zurückgegriffen werden. Im Falle mehrerer Masken wird die Herstellung von optischen Komponenten erst rentabel, wenn sehr große Stückzahlen hergestellt werden. Im Falle der Analogbelichtungen müssen die Umgebungsbedingungen genau geregelt werden um gute Ergebnisse zu erzielen. Im Bereich der Forschung gibt es auch Ansätze für maskenlose Lithographie [23, 68, 69], die vielversprechende Perspektiven für die Herstellung computergenerierter Hologramme bieten. Allen erwähnten lithografischen Verfahren ist aber gemeinsam, dass eine chemische Prozessierung der belichteten Probe benötigt wird. Dies bedeutet stets einen weiteren Prozessschritt und damit Mehrkosten in der Herstellung. Des Weiteren ist allen nasschemisch hergestellten Hologrammen und diffraktiven Komponenten gemeinsam, dass das Ergebnis erst nach der nasschemischen Prozessierung zu erkennen ist. Eine Anpassung von z.B. Belichtungsparametern ist bei der Maskenbelichtung nur dadurch möglich, dass der gesamte Prozess wiederholt wird.

Konventionelle Hologramme beeinflussen entweder die Amplitude oder die Phase einer Lichtwelle. Sollen sowohl Amplitude als auch Phase beeinflusst werden, so kann das durch die Herstellung von zwei getrennten Hologrammen realisiert werden, die dann entweder sehr nahe bei einander platziert werden [70] oder so, dass eines der beiden Hologramme in der Fourierebene des anderen liegt [71, 72]. Die weitaus gebräuchlichere Methode ist allerdings die Verwendung reiner Phasen- oder Amplitudenhologramme, die unter Verwendung einer sehr feinen Carrier-Struktur (z.B.

Subaperturen oder Gitter) und anschließender optischer Filterung (z.B. durch ein Objektiv) Amplitude und Phase einstellen können [4, 6, 8, 73–76]. Es existiert bisher keine Methode zur Erzeugung von Hologrammen, die in einer einzelnen Schicht sowohl Phase als auch Amplitude beeinflussen und direkt für Freistrahlanwendungen verwendet und noch dazu in einem Fabrikationsschritt hergestellt werden können

Die möglichen Anwendungsgebiete solcher Hologramme sind weit gestreut. In aktuellen Forschungsfeldern wie der Erzeugung von beugungsinvarianten Strahlen (Airy-Strahlen) [57, 58, 74], optischen Fallen zur Mikromanipulation [57, 77] oder 3-dimensionaler Display-Technologie [62] könnten derartige Hologramme Verwendung finden. Durch die unabhängige Beeinflussung von Amplitude und Phase ergeben sich zusätzliche Freiheitsgrade beim Hologrammdesign, die zur Verbesserung der Qualität der erzeugten Strahlen und Beugungsbilder, zur Reduktion von Speckles und zur Bewerkstelligung neuartiger Funktionen genutzt werden können. Als Beispiele dafür kann die Erzeugung von Airy-Strahlen und Laserstrahlen genannt werden, die einen Drehimpuls tragen, dessen Stärke definiert eingestellt werden kann (siehe Abschnitt 4.2.2.2).

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung von Verfahren, mit denen individualisierbare computergenerierte Hologramme und diffraktiv-optische Komponenten hergestellt werden können. Die Hologramme sollen die Möglichkeit bieten, sowohl Phase als auch Amplitude des gebeugten Feldes einzustellen. Aufgrund von Vorarbeiten [32–34, 38, 40, 41] ist bekannt, dass durch interferometrische Belichtung Hologramme in Azobenz-basierten Polymeren hergestellt werden können. Daher werden Azobenz-basierte Polymere als Material für die Herstellung von computergenerierten Hologrammen in dieser Arbeit ausgewählt.

Die interferometrische Belichtung gilt als anfällig gegenüber Störeinflüssen wie zum Beispiel mechanischen Schwingungen. Deshalb werden zwei andere Ansätze zur Herstellung der Hologramme verwendet: Zum einen ein Verfahren, das als Laser-Direktschreiben bezeichnet werden kann (siehe Abschnitt 3.2.2.1), und zum anderen eine Methode, die in die Kategorie der maskenlosen Lithographie fällt und auf der Anwendung eines Spatial Light Modulators (SLM) beruht (siehe Abschnitt 3.2.2.2). Das Direktschreiben bringt den Nachteil aller Direktschreibprozesse mit sich, nämlich die tendenziell hohe Prozesszeit. Der Vorteil liegt aber in der Flexibilität dieses Herstellungsprozesses, da der beschriebene Bereich, also die Hologrammgröße, und auch die Strukturgröße leicht variiert werden können.

Für das Herstellen der Hologramme mittels SLM spricht der hohe Grad an Parallelisierung, da etwa 2 Millionen Hologrammpunkte gleichzeitig geschrieben werden können. Die größte Herausforderung des Verfahrens liegt aber an der gleichen Stelle. Will man nämlich die Zahl der Hologrammpunkte erhöhen, muss entweder ein größerer SLM verwendet werden oder der Belichtungsprozess muss nach einer Ände-

rung der Position des belichteten Hologramms wiederholt werden, was relativ hohen apparativen und regelungstechnischen Aufwand bedeutet. Dennoch bringen beide Verfahren das Potential mit, um die Herstellung individualisierter oder in kleinen bis mittleren Stückzahlen benötigter computergenerierter Hologramme zu vereinfachen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden also Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Herstellung von computergenerierten Hologrammen und diffraktiven Optiken in Azobenzopolymeren realisiert werden kann. Dazu werden zunächst die Grundlagen der Polarisationsholografie in Kapitel 2 behandelt, also die Beschreibung der Polarisation von Licht und die skalare Beugungstheorie. Danach werden in Kapitel 3 Methoden des Designs, zur Herstellung der Hologramme sowie zu deren Charakterisierung beschrieben. Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse des Designs und der Belichtung von Hologrammen gezeigt. Schließlich werden in Kapitel 5 die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst.

# Kapitel 2

## Grundlagen von Polarisation und Beugung

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Grundlagen der Polarisationsholografie gegeben. Dazu werden zunächst die beiden gebräuchlichen Methoden zur Beschreibung der Polarisation von Licht dargestellt. Anschließend werden die Grundlagen der skalaren Beugungstheorie erläutert, die als Modell der Lichtausbreitung für die Holografie von entscheidender Bedeutung ist.

### 2.1 Beschreibung der Polarisation von Licht mittels Jones-Vektoren

#### 2.1.1 Jones-Vektoren

Um Effekte im Zusammenhang mit der Polarisation von Licht zu beschreiben, ist es sinnvoll das Wellenmodell der elektromagnetischen Strahlung zu verwenden. Das elektrische und magnetische Feld der Welle sind stets miteinander gekoppelt, so dass die mathematische Beschreibung der Welle auf das elektrische Feld beschränkt werden kann. In einem Punkt  $\vec{r} = (x, y, z)^T$  kann der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  zu einem Zeitpunkt  $t$  beschrieben werden durch (vgl. Abbildung 2.1):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cdot \sin(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0) \quad (2.1)$$

Dabei beschreibt  $\omega$  die Kreisfrequenz der Welle,  $\vec{k}$  ist der Wellenvektor. Sein Betrag  $|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$  wird als Wellenzahl bezeichnet mit der Lichtwellenlänge  $\lambda$ .  $\phi_0$  beschreibt die Phasenlage der Welle. Gleichung (2.1) beschreibt die Feldverteilung für eine allgemeine monochromatische elektromagnetische Welle, d.h. alle drei Komponenten des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  können verschieden von Null sein. Zur Beschreibung der Polarisation eignet sich der Jonesformalismus. Dieser beschränkt sich auf den

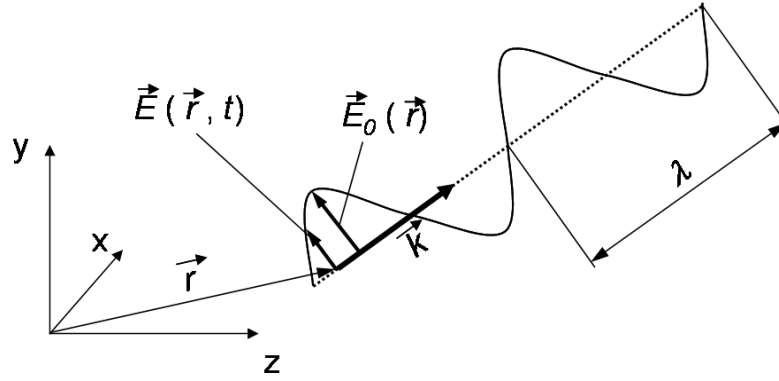


Abbildung 2.1: Veranschaulichung der verwendeten Größen

Fall ebener Wellen, die in Richtung bzw. unter einem kleinen Winkel gegenüber der z-Achse propagieren, also auf den paraxialen Fall [78]. Unter dieser Bedingung wird die z-Komponente des elektrischen Feldes in jedem Punkt vernachlässigbar und wird als 0 angenommen, so dass die Betrachtung auf die x- und y-Komponente des Feldes beschränkt werden kann:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r}, t) \\ E_y(\vec{r}, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r}) \\ E_y(\vec{r}) \end{pmatrix} \cdot \sin(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0) \quad (2.2)$$

Der Sinus-Term auf der rechten Seite von Gleichung (2.2) beschreibt die periodische Modulation des elektrischen Feldes in Raum und Zeit. Der Vektor  $(E_x(\vec{r}), E_y(\vec{r}))^T$  definiert die Amplitude und die Orientierung der Schwingung in jedem Punkt und damit die Polarisation der Welle. Der Jones-Vektor einer elektromagnetischen Welle wird daher durch die Amplituden der x- und y-Komponente unter Vernachlässigung der periodischen Anteile angegeben:

$$\vec{E}_{jones} = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r}) \\ E_y(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x,0}(\vec{r}) \\ E_{y,0}(\vec{r}) \cdot e^{i\phi(\vec{r})} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Die Variable  $\phi$  beschreibt dabei die Phasenlage der x- gegenüber der y-Komponente. Die Phasenlage der x-Komponente wurde ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf 0 gesetzt.  $E_x$  und  $E_y$  sind komplexe Amplituden in x- und y-Richtung, während  $E_{x,0}$  und  $E_{y,0}$  reell sind. Typischerweise wird für die Beschreibung von Polarisationszuständen von vollständig polarisiertem Licht mit Hilfe von Jones-Vektoren der Betrag des Jones-Vektors  $\vec{E}_{jones}$  auf 1 normiert. In Tabelle 2.1 ist eine Übersicht über Polarisationszustände in Jones-Notation aufgeführt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass Jones-Vektoren nur vollständig polarisierte Wellen beschreiben. Unpolarisierte Wellen werden vom Jones-Formalismus nicht abgedeckt.

| Polarisation          | $\phi$        | $E_{x,0}/E_{y,0}$ | Jones-Vektor   |
|-----------------------|---------------|-------------------|--|
| linear                | $n \cdot \pi$ | beliebig          | z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$                              |
| links-zirkular (lzp)  | $\pi/2$       | 1                 | $\frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$               |
| rechts-zirkular (rzp) | $-\pi/2$      | 1                 | $\frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$              |
| elliptisch            | beliebig      | beliebig          | z.B. $\frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$ |

Tabelle 2.1: Übersicht Polarisationszustände

### 2.1.2 Jones-Matrizen

Der Jones-Formalismus bietet eine Möglichkeit, die Wirkung polarisationsoptischer Schichten und Bauteile auf elektromagnetische Wellen zu beschreiben, sofern diese monochromatisch und vollständig polarisiert sind. Dazu wird einem optischen Bauteil eine Transformationsmatrix (Jones-Matrix) zugeordnet, die als 2x2-Matrix angegeben wird. Da im Folgenden ausschließlich optische Komponenten mit linearer Doppelbrechung von Bedeutung sind, bei denen die Hauptachsen der Doppelbrechung senkrecht zueinander stehen, wird die Betrachtung auf diese Elemente beschränkt. Fallen die Hauptachsen eines solchen optischen Elements mit den Koordinatenachsen in x- und y-Richtung zusammen (Achslage), kann jenes durch folgende Jones-Matrix beschrieben werden:

$$T_0 = \begin{pmatrix} e^{a_x} \cdot e^{-i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{a_y} \cdot e^{i\frac{\delta}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Dabei beschreiben die Größen  $a_x$  und  $a_y$  die Absorption des Bauteils für die x- und y-Komponente einer elektromagnetischen Welle. Die Variable  $\delta$  steht für die Phasenverzögerung, die das optische Bauteil der y-Komponente einer Welle gegenüber deren x-Komponente aufprägt. Optische Elemente und Schichten, die eine solche Phasenverzögerung zwischen den Komponenten hervorrufen, heißen doppelbrechend. Sie weisen für elektromagnetische Wellen, die parallel zur x-Achse schwingen, eine andere Brechzahl auf als für solche, die parallel zur y-Achse schwingen. Der Unterschied  $\Delta n$  zwischen den beiden Brechzahlen und die Dicke  $d$  des doppelbrechenden Materials definieren diese Phasenverzögerung für eine gegebene Wellenlänge  $\lambda$ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \Delta n \quad (2.5)$$

Durch Multiplikation mit einer Rotationsmatrix um die z-Achse kann die Jones-Matrix eines allgemeinen linearen Polarisationselements, das um den Winkel  $\rho$  aus

der Achslage gedreht wurde, angegeben werden [31, 78, 79]:

$$\begin{aligned}
 T &= D_\rho^{-1} \times T_0 \times D_\rho = \\
 &= \begin{pmatrix} A \cos^2(\rho) + B \sin^2(\rho) & (A - B)(\sin(\rho) \cos(\rho)) \\ (A - B)(\sin(\rho) \cos(\rho)) & A \sin^2(\rho) + B \cos^2(\rho) \end{pmatrix} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

mit :

$$A = e^{a_x} \cdot e^{-i\frac{\delta}{2}};$$

$$B = e^{a_y} \cdot e^{i\frac{\delta}{2}};$$

Die Matrizen  $D_\rho$  und  $D_\rho^{-1}$  bezeichnen dabei Drehmatrizen, die das Koordinatensystem um einen Winkel  $\rho$  bzw.  $-\rho$  drehen:

$$\begin{aligned}
 D_\rho &= \begin{pmatrix} \cos(\rho) & -\sin(\rho) \\ \sin(\rho) & \cos(\rho) \end{pmatrix} \\
 D_\rho^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) \end{pmatrix} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Da Jones-Vektoren nur vollständig polarisiertes Licht beschreiben, können Depolarisationseffekte durch Jones-Matrizen nicht behandelt werden. Für diese Fälle muss auf Stokes-Vektoren und Müller-Matrizen zurückgegriffen werden (siehe Abschnitt 2.2).

Häufig verwendete polarisationsoptische Komponenten sind Linearpolarisatoren,  $\lambda/2$ -Plättchen und  $\lambda/4$ -Plättchen. Die zugehörigen Jones-Matrizen sind in Tabelle 2.2 aufgeführt. Die Beeinflussung des Polarisationszustandes einer elektromagne-

| Komponente             | A | B  | Jones-Matrix   |
|------------------------|---|----|--|
| $\lambda/4$ -Plättchen | 1 | i  | $\begin{pmatrix} \cos^2(\rho) + i \sin^2(\rho) & (1 - i) \cos(\rho) \sin(\rho) \\ (1 - i) \cos(\rho) \sin(\rho) & \sin^2(\rho) + i \cos^2(\rho) \end{pmatrix}$ |
| $\lambda/2$ -Plättchen | 1 | -1 | $\begin{pmatrix} \cos^2(\rho) - \sin^2(\rho) & 2 \cos(\rho) \sin(\rho) \\ 2 \cos(\rho) \sin(\rho) & \sin^2(\rho) - \cos^2(\rho) \end{pmatrix}$                 |
| Linearpolarisator      | 1 | 0  | $\begin{pmatrix} \cos^2(\rho) & \cos(\rho) \sin(\rho) \\ \cos(\rho) \sin(\rho) & \sin^2(\rho) \end{pmatrix}$   |

Tabelle 2.2: Jones-Matrizen häufig verwendeter Polarisationskomponenten ( $\rho$ : Drehlage der Hauptachsen der Komponente)

tischen Welle durch ein polarisationsoptisches Element kann durch eine Matrixmultiplikation der Jones-Matrix  $T$  und dem Jones-Vektor der einfallenden Welle  $\vec{E}$  berechnet werden. Im Folgenden wird die Wirkung für diese Arbeit wichtiger



polarisationsoptischer Komponenten näher behandelt.

### 2.1.3 Zirkular polarisierte Welle und allgemeine Verzögerungsplatte

Verzögerungsplättchen können typischerweise als absorptionsarm angenommen werden, d.h.  $a_x$  und  $a_y$  sind etwa 0. Die Verzögerungsplatte soll nun mit links-zirkular polarisiertem (lzp) Licht bestrahlt werden. Die Behandlung rechts-zirkular polarisierten (rzp) Lichts erfolgt analog. Der Polarisationszustand des Lichts nach Durchlaufen des Verzögerungsplättchens kann beschrieben werden durch eine Matrixmultiplikation:

$$E_{out} = \begin{pmatrix} \cos^2(\rho) - e^{i\delta} \sin^2(\rho) & (1 - e^{i\delta}) \cos(\rho) \sin(\rho) \\ (1 - e^{i\delta}) \cos(\rho) \sin(\rho) & \sin^2(\rho) - e^{i\delta} \cos^2(\rho) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Ausmultiplizieren und algebraische sowie trigonometrische Umformung liefert [80]:

$$E_{out} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cos(\delta/2) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sqrt{2} \sin(\delta/2) \cdot e^{i(2\rho+\pi/2)} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Auf der rechten Seite von (2.9) steht die Jonesschreibweise der Superposition zweier Wellen unterschiedlicher Polarisation, nämlich einer links- und einer rechts-zirkular polarisierten. Die Phasenverzögerung  $\delta$  durch die Doppelbrechung definiert dabei das Verhältnis der Amplituden der beiden Polarisationen zueinander. Der lzp Anteil, also der Anteil, der die gleiche Polarisation hat wie die einfallende Welle, ist proportional zu  $\cos(\delta/2)$ , während der rzp Anteil proportional zu  $\sin(\delta/2)$  ist. Das heißt, die Beträge der beiden Anteile können über die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung eingestellt werden. Der rzp Anteil des transmittierten Feldes weist zudem eine Phasenverschiebung auf, die proportional zu  $2\rho$  ist [81]. Der lzp Anteil zeigt kein entsprechendes Verhalten. D. h. der Teil der transmittierten Strahlung, der orthogonal zur eingehenden Strahlung polarisiert ist, wird durch Drehung des Verzögerungsplättchens phasenverschoben. Die Phase des Anteils, der die gleiche Polarisation wie der eingehende Strahl hat, ist dagegen unabhängig von der Drehlage des Plättchens. Die Möglichkeit, durch die Drehung eines Verzögerungsplättchens einer Welle eine Phasenverzögerung aufzuprägen, wurde erstmal 1956 von S. Pancharatnam aufgezeigt [82].

### 2.1.4 Erweiterung auf allgemeine, vollständig polarisierte Strahlung und allgemeine Verzögerungsplatte

Jede vollständig polarisierte Welle lässt sich als Überlagerung aus links- und rechtszirkularer Polarisation darstellen, da rzp und lzp Wellen orthogonal zu einander sind (Skalarprodukt = 0). Der allgemeine Jones-Vektor nach Gleichung 2.3 kann damit zerlegt werden in:

$$\begin{pmatrix} E_x(\vec{r}) \\ E_y(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{x,0}(\vec{r}) \\ E_{y,0}(\vec{r}) \cdot e^{i\phi(\vec{r})} \end{pmatrix} = a_1 \cdot \vec{J}_1 + a_2 \cdot \vec{J}_2 \quad (2.10)$$

Dabei wurden folgende Abkürzungen für die Einheitsvektoren  $J_1$  und  $J_2$  der zirkularpolarisierten Basis sowie deren Vorfaktoren  $a_1$  und  $a_2$  eingeführt:

$$\begin{aligned} \vec{J}_1 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}; \\ \vec{J}_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}; \\ a_1 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \left( E_{x,0}(\vec{r}) - i \cdot E_{y,0}(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})} \right); \\ a_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \left( E_{x,0}(\vec{r}) + i \cdot E_{y,0}(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})} \right); \end{aligned} \quad (2.11)$$

Die Wirkung eines allgemeinen Verzögerers auf eine normierte lzp Welle wurde in Abschnitt 2.1.3 behandelt. Die Wirkung auf den lzp Anteil der allgemeinen vollständig polarisierten Welle ist damit durch die Multiplikation von  $a_1$  mit dem Ergebnis aus 2.9 gegeben. Analog lässt sich auch die Wirkung des Verzögerers auf den rzp Anteil angeben:

$$E_{out,2} = a_2 \cdot \left[ \vec{J}_2 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + \vec{J}_1 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{-i(2\rho+\frac{\pi}{2})} \right] \quad (2.12)$$

Die Superposition der beiden elektrischen Felder, die beim Durchgang des lzp-Anteils und des rzp-Anteils durch den allgemeinen Verzögerer jeweils resultieren, liefert das gesamte Feld nach Durchgang durch den Verzögerer:

$$\begin{aligned} E_{out,allg} &= a_1 \cdot \left[ \vec{J}_1 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + \vec{J}_2 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{i(2\rho+\frac{\pi}{2})} \right] + \\ &+ a_2 \cdot \left[ \vec{J}_2 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + \vec{J}_1 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{-i(2\rho+\frac{\pi}{2})} \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dies lässt sich schreiben als:

$$\begin{aligned}
 E_{out,allg} = & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot [a_1 \vec{J}_1 + a_2 \vec{J}_2] + \\
 & + a_1 \vec{J}_2 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{i(2\rho + \frac{\pi}{2})} + \\
 & + a_2 \vec{J}_1 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{-i(2\rho + \frac{\pi}{2})}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Das resultierende Feld besteht also im Allgemeinen aus drei unterschiedlich polarisierten Komponenten. Der Summand in Zeile 1 von Gleichung (2.14) hat die gleiche Polarisation wie die einfallende Welle, vgl. Gleichung (2.10). Sein Betrag ist proportional zu  $\cos(\delta/2)$ , während seine Phasenlage unabhängig von den Eigenschaften des allgemeinen Verzögerers ist. Die Beträge der beiden weiteren Summanden sind dagegen proportional zu  $\sin(\delta/2)$ . Sie besitzen rechts- bzw. linkszirkuläre Polarisation. Ihre Phasenlage wird gegeben durch die Drehlage des allgemeinen Verzögerers. Dabei ist die Phase des rzp Anteils proportional zu  $2\rho$ , während die Phase des lzp Anteils durch  $-2\rho$  gegeben wird.

Im Vorgriff auf die im Abschnitt 2.3 erläuterte Anwendung von doppelbrechenden Strukturen als Polarisationshologramme kann Gleichung (2.14) damit in Analogie zur klassischen Holografie (siehe z. B. [83]) als die Überlagerung von +1., -1. und 0. Beugungsordnung interpretiert werden. Der erste Summand entspricht einer 0. Beugungsordnung, da die Phasenlage dieses Anteils unabhängig vom Polarisationshologramm ist. Die beiden weiteren Anteile können aufgrund der entgegengesetzten Vorzeichen der Phasenwerte im Exponenten als +1. und -1. Beugungsordnung interpretiert werden.

### 2.1.5 Zirkular polarisierte Wellen und Halbwellen-Plättchen

Ein Spezialfall der obigen Überlegungen, der in der Polarisationsholografie eine hervorgehobene Rolle spielt, ist die Beleuchtung eines  $\lambda/2$ -Plättchens mit zirkularpolarisiertem Licht. Führt man  $\delta = \pi$  ein, so wird in Gleichung (2.9)  $\cos(\delta/2)$  zu Null, während  $\sin(\delta/2)$  zu Eins wird. Es ergibt sich also:

$$E_{out} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{i(2\rho + \frac{\pi}{2})} \tag{2.15}$$

Unter den gegebenen Bedingungen verschwindet der lzp Anteil der transmittierten Welle. Die gesamte eingestrahelte Welle wird in eine Welle orthogonaler Polarisation transformiert. Die Phasenlage der entstehenden Welle wird durch den Drehwinkel  $\rho$  der  $\lambda/2$ -Platte festgelegt.

Eine anschauliche Erklärung für das Verhalten elektromagnetischer Wellen beim Durchgang durch polarisationsoptische Bauteile und Schichten ist mit Hilfe von Vektordiagrammen möglich. In Abbildung 2.2 sind solche Vektordiagramme für verschiedene Zeitpunkte während der Schwingung eines elektrischen Feldes in einem Beobachtungspunkt dargestellt [84]. Da die Annahme getroffen wurde, dass die z-Komponente des elektrischen Feldes vernachlässigbar ist, kann die Betrachtung auf die x-y-Ebene beschränkt werden. Die einfallende lzp Welle wird dabei durch einen Vektor dargestellt, der um die z-Achse gegen den Uhrzeigersinn rotiert. Die Doppelbrechung des polarisationsoptischen Bauteils wird üblicherweise durch eine Ellipse dargestellt. Die kurze Halbachse der Ellipse symbolisiert dabei die sog. schnelle Achse der Doppelbrechung. D.h. linear polarisierte Wellen, in deren Schwingungsebene diese Achse liegt, sehen die kleinste Brechzahl im optischen Bauteil. In Ab-

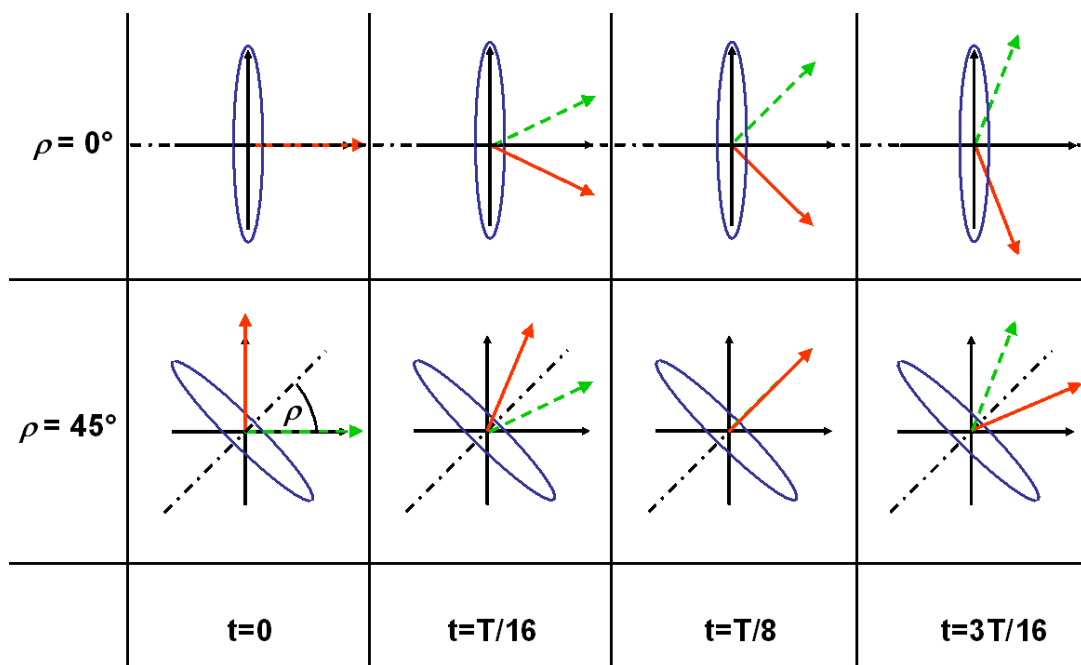


Abbildung 2.2: Vektordiagramme zur Veranschaulichung der Wirkung einer  $\lambda/2$ -Platte auf eine lzp-Welle. Obere Zeile:  $\lambda/2$ -Platte unter  $0^\circ$ -Drehwinkel. Untere Zeile:  $\lambda/2$ -Platte unter  $45^\circ$ -Drehwinkel.

bildung 2.2 ist in der oberen Zeile die Wirkung einer  $\lambda/2$ -Platte, deren schnelle Achse mit der x-Achse des Koordinatensystems zusammenfällt, auf eine lzp Welle dargestellt. Das elektrische Feld der einfallenden Welle ist als grüner gestrichelter Vektor abgebildet. Für die vier dargestellten Zeitpunkte (von links nach rechts)  $t = 0$ ,  $t = T/16$ ,  $t = T/8$  und  $t = 3T/16$  rotiert der einfallende Vektor um je  $\pi/8$  im Gegenuhrzeigersinn.  $T=1/f$  steht dabei für die Schwingungsperiode der Welle. Die Wirkung des  $\lambda/2$ -Plättchens entspricht in dieser Darstellung einer Spiegelung des elektrischen Feldes an der schnellen Achse der Doppelbrechung. D.h. das E-Feld der resultierenden Welle, symbolisiert durch den roten Vektor, nach Durchlaufen des

$\lambda/2$ -Plättchens liegt zu jedem Zeitpunkt achsensymmetrisch zum E-Feld der einlaufenden Welle. Die schnelle Achse des  $\lambda/2$ -Plättchens legt dabei die Symmetrieachse fest. Dies hat zur Folge, dass das resultierende Feld ebenfalls eine zirkular-polarisierte Welle beschreibt, der Rotationssinn sich aber umgekehrt hat: Die resultierende Welle ist rechts-zirkular polarisiert.

In der unteren Zeile von Abbildung 2.2 ist die Wirkung einer um  $\rho = 45^\circ$  gedrehten  $\lambda/2$ -Platte auf eine wiederum lzp Welle dargestellt. Auch hier wird zu jedem Zeitpunkt der E-Feld-Vektor der einfallenden Welle an der schnellen Achse des  $\lambda/2$ -Plättchens gespiegelt. Dies hat wiederum zur Folge, dass die resultierende Welle rechts-zirkular polarisiert ist. Im Vergleich zum resultierenden Feld im vorher beschriebenen Fall (obere Zeile) ist das E-Feld aber stets um einen Winkel von  $2\rho = 90^\circ$  gedreht. Der resultierende E-Feld-Vektor der unteren Zeile läuft dem Vektor der oberen Zeile also stets um  $2\rho$  hinterher. Dies entspricht einer Phasenverschiebung von  $2\rho$ , die durch die Drehung des  $\lambda/2$ -Plättchens entstanden ist, und erklärt anschaulich das Ergebnis aus Gleichung (2.15).

## 2.2 Beschreibung der Polarisation von Licht mittels Stokes-Vektoren und Müller-Matrizen

### 2.2.1 Stokes-Vektoren

Eine weitere gebräuchliche Form zur mathematischen Behandlung des Polarisationszustandes elektromagnetischer Strahlung basiert auf den sogenannten Stokes-Vektoren. Stokes-Vektoren sind Vektoren bestehend aus vier Komponenten. Jede der vier Komponenten kann als Differenz oder Summe direkt aus Intensitätsmessungen bestimmt werden [85]. Im Folgenden wird der Übergang von der Beschreibung der Polarisation mit Jones-Vektoren zur Beschreibung mit Stokes-Vektoren beschrieben.

Ausgangspunkt der Überlegungen dazu ist die Tatsache, dass die Kurve, auf der sich die Spitze des elektrischen Feld-Vektors einer monochromatischen ebenen Welle in einer x-y-Ebene bewegt, im Allgemeinen eine Ellipse beschreibt [78]. Lineare und zirkulare Polarisation können als Sonderfälle in dieser Betrachtung angesehen werden. Die Gleichung dieser Ellipse kann aus Gleichung (2.2) angegeben werden zu:

$$\frac{\langle E_x^2(\vec{r}, t) \rangle}{E_{x,0}^2(\vec{r})} + \frac{\langle E_y^2(\vec{r}, t) \rangle}{E_{y,0}^2(\vec{r})} - 2 \frac{\langle E_x(\vec{r}, t) \rangle \langle E_y(\vec{r}, t) \rangle}{E_{x,0}(\vec{r}) E_{y,0}(\vec{r})} \cos \theta = \sin^2(\theta) \quad (2.16)$$

Dabei steht  $\theta$  für die Drehlage der Polarisationsellipse.  $\langle X(t) \rangle$  bedeutet das zeitliche

Mittel einer Größe  $X(t)$ :

$$\langle X(t) \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \int_0^t X(t) dt \right) \quad (2.17)$$

Die zeitlichen Mittelwerte der periodischen Funktionen in (2.16) können analytisch bestimmt werden als:

$$\langle E_x^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} E_{x,0}^2(\vec{r}) \quad (2.18)$$

$$\langle E_y^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} E_{y,0}^2(\vec{r}) \quad (2.19)$$

$$\langle E_x(\vec{r}, t) \cdot E_y(\vec{r}, t) \rangle = \cos(\theta) \quad (2.20)$$

Nach einer Erweiterung mit  $4E_{x,0}^2 E_{y,0}^2$  und Umformung erhält man:

$$(E_{x,0}^2 + E_{y,0}^2)^2 - (E_{x,0}^2 - E_{y,0}^2)^2 - (2E_{x,0}E_{y,0} \cos(\theta))^2 = (2E_{x,0}E_{y,0} \sin(\theta))^2 \quad (2.21)$$

Die Beträge der Summanden aus Gleichung (2.21) werden als Stokes-Parameter  $S_0$  bis  $S_3$  bezeichnet:

$$S_0 = E_{x,0}^2 + E_{y,0}^2 \quad (2.22)$$

$$S_1 = E_{x,0}^2 - E_{y,0}^2 \quad (2.23)$$

$$S_2 = 2E_{x,0}E_{y,0} \cos(\theta) \quad (2.24)$$

$$S_3 = 2E_{x,0}E_{y,0} \sin(\theta) \quad (2.25)$$

Die Stokes-Parameter können direkt als Summe und Differenzen von Intensitätsmessungen bestimmt werden und lassen sich messtechnisch somit häufig leichter erfassen als die Jones-Parameter. Für vollständig polarisierte Strahlung gilt, dass die Gleichung

| linear in x                                      | linear in y                                       | linear unter 45°                                 | links-zirkular                                    | rechts-zirkular                                  |
|--|---|--|---|--|
| $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ |

Tabelle 2.3: Stokes-Vektoren wichtiger Polarisationszustände

chung  $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_0^2$  erfüllt ist. Im Gegensatz zu den Jones-Parametern lassen sich auch partiell polarisierte Wellen beschreiben. Es gilt dann im allgemeinen Fall:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \leq S_0^2 \quad (2.26)$$

Eine Auflistung häufig auftretender Polarisationszustände in Stokes-Darstellung ist

in Tabelle 2.3 zu finden.

### 2.2.2 Müller-Matrizen

Zur Beschreibung der Interaktion von (u. U. partiell) polarisierten Wellen mit polarisationsoptisch wirksamen Schichten und Bauteilen können Müller-Matrizen verwendet werden. In ähnlicher Weise wie bei der Beschreibung mittels Jones-Vektoren und -Matrizen (Abschnitte 2.1.1 und 2.1.2) wird das polarisationsoptische Bauteil durch eine Matrix dargestellt. Die Wirkung des Bauteils auf eine einfallende Welle kann durch eine Matrix-Vektor-Multiplikation berechnet werden. Müller-Matrizen sind 4x4-Matrizen. Da die Stokes-Parameter auch partiell polarisierte Strahlung beschreiben können, ergibt sich die Möglichkeit, auch Depolarisationseffekte zu modellieren.

Zur Beschreibung von Polarisationshologrammen wird typischerweise der Jones-Formalismus und nicht der Stokes-Formalismus verwendet. Jedoch lässt sich die Beschreibung messtechnischer Aufbauten zur Bestimmung von Polarisationszuständen und der polarisationsoptischen Funktion von Bauteilen und Schichten durch die Verwendung des Stokes-Formalismus häufig vereinfachen, da die einzelnen Stokes-Parameter direkt durch Intensitätsmessungen bestimmt werden können. Unter Vernachlässigung von Depolarisationseffekten ist eine Umrechnung der Jones- in Müller-Matrizen und umgekehrt möglich. Die Müller-Matrix des allgemeinen linearen Retarders nach Gleichung (2.6) ergibt sich zu [85]:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(\frac{\delta}{2}) + \cos(4\rho) \sin^2(\frac{\delta}{2}) & \sin^2(\frac{\delta}{2}) \sin(4\rho) & -\sin(\delta) \sin(2\rho) \\ 0 & \sin^2(\frac{\delta}{2}) \sin(4\rho) & \cos^2(\frac{\delta}{2}) - \cos(4\rho) \sin^2(\frac{\delta}{2}) & \cos(2\rho) \sin(\delta) \\ 0 & \sin(\delta) \sin(2\rho) & -\cos(2\rho) \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

## 2.3 Beschreibung der Beugung elektromagnetischer Strahlung

### 2.3.1 Skalare Beugungstheorie im Zusammenhang mit Polarisationholografie

Die Basis für computergenerierte Hologramme ist die Nachbildung der Lichtausbreitung im Computer. Dazu ist es nötig, die tatsächliche Lichtausbreitung möglichst so vereinfacht zu repräsentieren, dass die Berechnung in überschaubarer Zeit von einem Computer durchgeführt, das Verhalten der Lichtwellen aber hinreichend genau

simuliert wird. Ein bewährtes Grundgerüst stellt dabei die skalare Beugungstheorie dar [78, 86]. Dabei erscheint die Verbindung zwischen skalarer Beugungstheorie und Polarisationsholografie zunächst widersprüchlich. Die Voraussetzung der skalaren Beugungstheorie ist schließlich die Annahme, dass die Polarisation einer Lichtwelle vernachlässigt wird, während die Wirkung von Polarisationshologrammen gerade in der Beeinflussung der Polarisation besteht. Gelöst wird dieser Widerspruch dadurch, dass die skalare Beugungstheorie nur im Volumen außerhalb des Polarisationshologramms angewendet wird. Unter der Bedingung, dass das Volumen außerhalb des Polarisationshologramms isotrop ist, können orthogonal zueinander polarisierte Komponenten einer Welle getrennt voneinander als skalare Größen betrachtet werden. Ein Polarisationshologramm, das üblicherweise als räumlich veränderliches Verzögerungsplättchen behandelt wird [31, 46, 51, 79], zerlegt eine beliebig polarisierte Welle gemäß Gleichung (2.14) in links- und rechts-zirkular polarisierte Anteile. Jede dieser Komponenten kann als skalare Größe behandelt werden, so dass die skalare Beugungstheorie angewendet werden kann.

### 2.3.2 Skalare Beugung in Fresnel- und Fraunhofernäherung

Ausgangspunkt der skalaren Beugungstheorie ist das Huygens-Fresnel'sche Prinzip [87–89]. Es besagt, dass jeder Punkt im Raum, der von einer Welle erfasst wird als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle betrachtet werden kann. Bei Vernachlässigung der zeitabhängigen Anteile der Kugelwelle ähnlich wie bereits im Abschnitt 2.1.1 erläutert, aber unter Berücksichtigung der räumlich periodischen Anteile, wird die komplexe Amplitude  $u(\vec{r})$  einer solchen Kugelwelle angegeben durch:

$$u(\vec{r}) = \frac{u_0(\vec{r}_0) e^{i\phi(\vec{r}_0)}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} e^{ik|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2.28)$$

Die Größe  $\vec{r}_0$  ist der Vektor, der zum Ausgangspunkt der neuen Kugelwelle zeigt (Abb. 2.3).  $u_0$  steht dabei für den (reellwertigen) Betrag der skalaren Welle, die von diesem Punkt ausgeht,  $\phi$  bezeichnet deren Phasenlage. Das Produkt  $u_0(\vec{r}_0) e^{i\phi(\vec{r}_0)}$  wird häufig als komplexe Amplitude im Punkt  $\vec{r}_0$  bezeichnet. Die Größe  $k = 2\pi/\lambda$  ist wiederum die Wellenzahl der einlaufenden Welle.

Ziel der Betrachtung der skalaren Beugung ist es nun ausgehend von einer bekannten komplexen Amplitudenverteilung in einer Ebene  $z = z_0$  die komplexe Amplitudenverteilung in einer dazu parallelen Ebene  $z = z'$  zu bestimmen. Jedes Flächenelement  $dA$  um den Punkt  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  in der Ebene  $z = z_0$  liefert zur komplexen Amplitude in einem Punkt  $\vec{r}' = (x', y', z')$  den Beitrag:

$$du(x', y', x_0, y) = \left[ \frac{u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)}}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} e^{ik|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \right] ik \cos(\alpha) dA \quad (2.29)$$



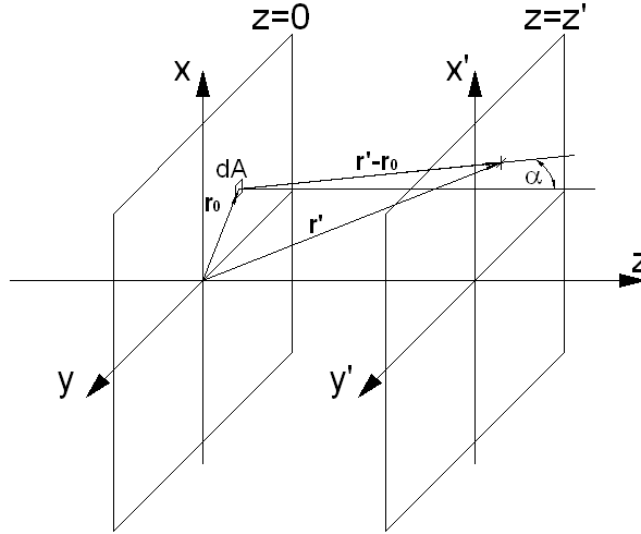


Abbildung 2.3: Veranschaulichung der Koordinaten zur Betrachtung der skalaren Beugung

Der Winkel  $\alpha$  ist dabei der Winkel zwischen der  $z$ -Achse und dem Vektor  $\vec{r}' - \vec{r}_0$ . Er wird auch als Richtungscosinus bezeichnet. Da die Flächennormale der Elementarwelle ausgehend vom Punkt  $\vec{r}_0$  und die Ebene  $z = z'$  den Winkel  $\alpha$  einschließen, verteilt sich die Energie der Elementarwelle auf eine größere Fläche. Die dadurch bedingte Reduktion des Betrags der komplexen Amplitude pro Fläche ist proportional zu  $\cos \alpha$ .

Auf den Punkt  $\vec{r}' = (x', y', z')$  trifft nicht nur diese eine Elementarwelle, sondern unendlich viele Elementarwellen aus der Ebene  $z = z_0$ . Diese überlagern sich dort zur Gesamtamplitude. Durch Superposition, d.h. Integration aller Elementarwellen kann die Gesamtamplitude  $u'(\vec{r}') = u'(x', y')$  angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 u'(x', y') &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} du(x', y', x_0, y_0) dx_0 dy_0 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)}}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} e^{ik|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \right] ik \cos(\alpha) dx_0 dy_0 \quad (2.30) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} \frac{e^{ik\sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2}}}{\sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2}} \\
 &\quad ik \cos(\alpha) dx_0 dy_0
 \end{aligned}$$

Gleichung (2.30) ist eine Form des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals in kartesischen Koordinaten. Die Integration kann auf einen endlichen Bereich der Ebene  $z = z_0$  begrenzt werden, wenn nur in diesem Bereich die komplexe Amplitude der

einlaufenden Welle Beiträge zur Gesamtamplitude in  $(x', y', z')$  liefert. Dann gilt:

$$u'(x', y') = \int_{-y_m}^{y_m} \int_{-x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} \frac{e^{ik\sqrt{(x'-x_0)^2 + (y'-y_0)^2 + (z'-z_0)^2}}}{\sqrt{(x'-x_0)^2 + (y'-y_0)^2 + (z'-z_0)^2}} ik \cos(\alpha) dx_0 dy_0 \quad (2.31)$$

Eine geschlossene Integration des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals in allgemeiner Form ist nicht möglich. Aus diesem Grund werden häufig Näherungen des Integranden eingeführt. Dazu werden die verwendeten Wurzelausdrücke in eine Reihe entwickelt:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2} = \\ & = (z' - z_0) \sqrt{\frac{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}{(z' - z_0)^2} + 1} \approx \\ & = (z' - z_0) \left( 1 + \frac{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}{2(z' - z_0)^2} + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Um die Reihenentwicklung nach wenigen Gliedern abbrechen zu können, ist es nötig sich auf den sogenannten paraxialen Fall zu beschränken. Paraxial heißt, dass die Annahme getroffen wird, dass die Lichtausbreitung nur in einem engen Bereich um die  $z$ -Achse des Koordinatensystems betrachtet wird und der Abstand  $(z' - z_0)$  groß ist im Vergleich zu den lateralen Ausdehnungen des Wellenfeldes in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Nach Goodman [86] ist die Bedingung für Gültigkeit der folgenden paraxialen Näherungen erfüllt, wenn gilt:

$$(z' - z_0)^3 > \frac{\pi \left( \sqrt{x_m^2 + y_m^2} \sqrt{x_m'^2 + y_m'^2} \right)^4}{4\lambda} \quad (2.33)$$

Dabei stehen  $x_m$  und  $y_m$  für die maximale Ausdehnung des Bereichs in der Ebene, von der die Elementarwellen ausgehen, in  $x$ - und  $y$ -Richtung.  $x_m'$  und  $y_m'$  beschreiben die Dimensionen des Bereichs der Beobachtungsebene  $z = z'$ , in dem die Überlagerung der Elementarwellen betrachtet wird. Für reale Beugungsprobleme, in denen die komplexen Amplitudenverteilungen in der  $x$ - $y$ -Ebene langsam im Vergleich zur Wellenlänge variieren, können die folgenden paraxialen Näherungen auch für kleinere Abstände  $z' - z_0$  verwendet werden.

Sind die Bedingungen des paraxialen Bereichs erfüllt, können die Wurzelausdrücke aus (2.31) durch die Reihenentwicklung nach (2.32) ersetzt werden, die dann nach wenigen Summanden abgebrochen werden kann. Da der Integrand unter den gegebenen Bedingungen nur langsam mit dem Wurzelausdruck im Nenner des Bruchs

im Integral in Gleichung (2.31) variiert, kann dort die Reihenentwicklung nach dem ersten Glied abgebrochen werden:

$$\sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2} \approx z' - z_0 \quad (2.34)$$

Die komplexe Exponential-Funktion durchläuft ihren gesamten Wertebereich schon dann, wenn  $x$  und  $y$  so groß sind wie die Wellenlänge des Lichts, also noch sehr klein. Da aber auch größere  $x$ - und  $y$ -Werte zugelassen werden sollen, muss eine genauere Abschätzung getroffen werden. Daher wird dort die Reihenentwicklung erst nach dem zweiten Summanden abgebrochen:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2} &\approx \\ &\approx (z' - z_0) \left( 1 + \frac{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2}{2(z' - z_0)^2} \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Unter der Annahme, dass  $z^2 \gg x^2 + y^2$  gilt, wird dazu der Winkel  $\alpha$  klein. Der  $\cos(\alpha)$  kann damit näherungsweise als 1 angenommen werden.

Setzt man diese Näherungen in Gleichung (2.31) ein, so ergibt sich die Fresnelnäherung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals:

$$u'(x', y') \approx \frac{ik e^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} \int_{-y_m}^{y_m} \int_{-x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} e^{ik \frac{(x'-x_0)^2 + (y'-y_0)^2}{2(z'-z_0)}} dx_0 dy_0 \quad (2.36)$$

Anschaulich betrachtet ist die Fresnelnäherung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals darin zu sehen, dass die kugelförmigen Elementarwellen durch parabelförmige Wellen approximiert werden. Diese Näherung spielt für die Berechnung der Beugung für mittlere Abstände  $z' - z_0$  eine wichtige Rolle. Das Integral nach Gleichung (2.36) wird auch als Fresneltransformation der komplexen Amplitude  $u(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)}$  bezeichnet.

Befindet sich die Beobachtungsebene  $z = z'$  noch weiter von der Ausgangsebene der Elementarwellen entfernt, so kann das obige Integral durch weitere Näherung noch vereinfacht werden. Dazu wird der Exponent im Integral zunächst ausmultipliziert:

$$\begin{aligned} u'(x', y') &\approx \frac{ik e^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} \int_{-y_m}^{y_m} \int_{-x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} e^{ik \frac{(x'^2 - 2x'x_0 + x_0^2) + (y'^2 - 2y'y_0 + y_0^2)}{2(z'-z_0)}} dx_0 dy_0 \\ &= \frac{ik e^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} e^{ik \frac{x'^2 + y'^2}{2(z'-z_0)}} \int_{-y_m}^{y_m} \int_{-x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} e^{ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2(z'-z_0)}} e^{ik \frac{x'x_0 + y'y_0}{(z'-z_0)}} dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nimmt man nun an, dass der Abstand  $z' - z_0$  sehr viel größer ist als der Radius des Bereichs der Ebene  $z = 0$ , in dem die Amplituden  $u$  nennenswerte Beiträge zur Gesamtamplitude liefern, so kann auch die Reihenentwicklung der Wurzel im Exponentialterm des Integranden nach dem ersten Glied abgebrochen werden. Es folgt:

$$e^{\frac{ik[x_0^2+y_0^2]}{2(z'-z_0)}} \approx 1 = \textit{konst.} \quad (2.38)$$

Streng genommen ist diese Näherung erst erfüllt, wenn  $(z' - z_0)$  unendlich groß ist. Dadurch nimmt Gleichung (2.37) die Form einer Fouriertransformation der komplexen Amplitude, die in der Ebene  $z = 0$  vorliegt, an:

$$\begin{aligned} u'(x', y') &\approx \frac{ike^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} e^{ik\frac{x'^2+y'^2}{2(z'-z_0)}} \int_{-y_m}^{y_m} \int_{x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} e^{ik\frac{x'_0 x_0 + y'_0 y_0}{(z'-z_0)}} dx_0 dy_0 = \\ &= \frac{ike^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} e^{ik\frac{x'^2+y'^2}{2(z'-z_0)}} \text{F} \left[ u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

F [] steht dabei für die Fouriertransformation. Für sehr große - eigentlich unendlich große - Entfernungen zwischen Beobachtungsebene und der Ebene, aus der die Elementarwellen hervorgehen, kann die Amplitudenverteilung also durch eine Fouriertransformation angenähert werden. Die großen Abstände können experimentell häufig dadurch erzielt werden, dass eine Linse so platziert wird, dass die Ebene  $z = z_0$  zusammenfällt mit deren objektseitiger Brennebene, so dass die Ebene  $z = z_0$  nach Unendlich abgebildet wird und damit sehr weit entfernt von einer bildseitigen Beobachtungsebenen  $z = z'$  erscheint.

Die Näherungen nach Fresnel und Fraunhofer bilden einen Ansatz zur Vereinfachung des Kirchhoff'schen Beugungsintegrals nach Gleichung (2.31). Ein anderer Ansatz besteht darin das Beugungsintegral als die Faltung aus zwei komplexwertigen Funktionen aufzufassen. Dazu wird wiederum der Richtungscosinus  $\cos \alpha$  vernachlässigt:

$$u'(x', y') \approx \int_{-y_m}^{y_m} \int_{-x_m}^{x_m} u_0(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} \frac{e^{ik\sqrt{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2+(z'-z_0)^2}}}{\sqrt{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2+(z'-z_0)^2}} ik dx_0 dy_0 \quad (2.40)$$

Diese Gleichung stellt ein Integral über das Produkt zweier Funktionen dar, nämlich der komplexen Amplitude  $u(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)}$  in der Ebene  $z=0$  und der Funktion:

$$h_{z'-z_0}(x_0, y_0, x', y') = \frac{e^{ik\sqrt{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2+(z'-z_0)^2}}}{\sqrt{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2+(z'-z_0)^2}} \quad (2.41)$$

Dadurch, dass die Funktion  $h$  eigentlich eine Funktion der Abstände  $(x' - x_0)$  und

$(y' - y_0)$  ist und über alle  $x_0, y_0$  integriert wird, kann das genannte Integral als Faltung interpretiert werden:

$$u'(x', y') = [u_0(x_0, y_0)e^{i\phi(x_0, y_0)}] \otimes h_{z'-z_0}(x_0, y_0) \quad (2.42)$$

Der Operator  $\otimes$  bezeichnet die Faltungsoperation. Die Faltung lässt sich effizient im Fourier-Raum berechnen (siehe auch Abschnitt 2.3.4). Mit Hilfe des Faltungstheorems geht diese über in ein Produkt im Fourierraum [86]

$$\begin{aligned} u'(x', y') &= [u_0(x_0, y_0)e^{i\phi(x_0, y_0)}] \otimes h_{z'-z_0}(x_0, y_0) = \\ &= F^{-1} \left[ F [u(x_0, y_0)e^{i\phi(x_0, y_0)}] \cdot F [h_{z'-z_0}(x_0, y_0)] \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Die Fouriertransformation wird dabei durch  $F$ , die inverse Fouriertransformation durch  $F^{-1}$  ausgedrückt. Die Fouriertransformierte der Funktion  $h$  kann geschlossen berechnet werden, sofern wiederum die Fresnelnäherungen angenommen werden. Sie wird als Impulsantwort des freien Raumes bezeichnet:

$$F [h_{z'-z_0}(x_0, y_0)] = e^{\frac{ik}{2(z'-z_0)}\sqrt{\xi^2+\eta^2}} = H(\xi, \eta) \quad (2.44)$$

Die Größen  $\xi$  und  $\eta$  bezeichnen die Koordinaten im Fourierraum. Sie entsprechen Raumfrequenzen in x- und y-Richtung. Zusammengefasst ergibt sich als Formulierung der skalaren Beugung in Faltungsschreibweise:

$$u'(x', y') = F^{-1} \left[ F [u(x_0, y_0)e^{i\phi(x_0, y_0)}] \cdot e^{\frac{ik}{2}(z'-z_0)\sqrt{\xi^2+\eta^2}} \right] \quad (2.45)$$

Die Lichtausbreitung im freien Raum (und in isotropen Medien) kann also als lineares System betrachtet werden, dessen Impulsantwort durch die Funktion  $H(\xi, \eta)$  gegeben ist. Diese ist eine reine Phasenfunktion im Fourierraum. D.h. jeder Ortsfrequenz der komplexen Amplitude in der Ebene  $z = 0$  wird eine Phasenverschiebung im Fourierraum zugeordnet. Diese Phasenverzögerung sorgt dafür, dass die einzelnen Ortsfrequenzen relativ zueinander verschoben werden und so zu einem neuen Signal  $u'(x', y')$  gemischt werden.

### 2.3.3 Übergang zur diskreten Abtastung von Wellenfeldern

Die skalare Beugungstheorie findet ihre Anwendung häufig bei der Computer basierten Simulation der Lichtausbreitung. Dazu ist es nötig, skalare Wellenfelder nicht in kontinuierlichen, sondern in diskreten Koordinaten zu behandeln. In diesem Abschnitt sollen zunächst Distributionen und Funktionen eingeführt werden, die zur Beschreibung von Wellenfeldern benötigt werden. Anschließend werden die Einflüsse

der diskreten Abtastung von Wellenfeldern auf die berechneten und entstehenden Wellenfelder behandelt

### 2.3.3.1 Distributionen und Funktionen zur Betrachtung diskret abgetasteter Wellenfelder

Dieser Abschnitt soll einen kurzen Überblick über Funktionen und Distributionen geben, die für die Beschreibung diskret abgetasteter Funktionen in kontinuierlichen Koordinaten in der weiteren Arbeit eine Rolle spielen werden [86]. Eine grundlegende Distribution für den Übergang von der kontinuierlichen zur diskreten Beschreibung ist die Dirac'sche  $\delta$ -Distribution (auch Dirac-Funktion oder Dirac-Puls). Außer für  $x = 0$  weist sie für alle Werte  $x$  den Wert 0 auf. Per Definition ist das Integral der  $\delta$ -Distribution über alle  $x$  gleich 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (2.46)$$

Die so definierte Distribution besteht aus einer einzelnen unendlich hohen Spitze an der Stelle  $x = 0$  und weist sonst überall den Wert 0 auf. Eine häufig verwendete Distribution ist die unendlich lange Abfolge von Dirac-Pulsen mit dem Abstand Eins zwischen benachbarten Pulsen. Sie wird abgekürzt als Kamm- oder comb-Funktion:

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n) \quad (2.47)$$

Zur Beschreibung stückweise konstanter Funktionen wird häufig die Rechteckfunktion verwendet. Ihr Funktionswert ist nur in einer Umgebung um den Koordinatenursprung verschieden von Null und innerhalb dieser Umgebung konstant Eins:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| < 1/2 \\ 1/2 & \text{für } |x| = 1/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.48)$$

Daneben soll noch die Sinc-Funktion eingeführt werden. Sie beschreibt eine sinusförmige Modulation, die mit größeren Abständen vom Koordinatenursprung abklingt:

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (2.49)$$

In 2.4 sind in tabellarischer Form die Fourier-Transformierten der wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Funktionen angegeben.

| Funktion          | Transformierte                     |
|-------------------|------------------------------------|
| $\delta(ax)$      | $\frac{1}{ a }$                    |
| $\text{comb}(ax)$ | $\frac{1}{ a } \text{comb}(\xi/a)$ |
| $\text{rect}(ax)$ | $\frac{1}{ a } \text{sinc}(\xi/a)$ |

Tabelle 2.4: Fourier-Transformierte wichtiger Funktionen

### 2.3.3.2 Effekte der diskreten Abtastung von Wellenfeldern

Sowohl bei der Berechnung computergenerierter Hologramme (CGH), also der Synthese von Lichtwellenfeldern, als auch bei der Anwendung der Holografie für die Messtechnik, also der Analyse von Wellenfeldern, wird die komplexe Amplitude in der Regel in einer Ebene  $z = \textit{konstant}$  durch ein Stützstellenraster abgetastet. Für die Berechnung der skalaren Beugung wird dabei eine Verteilung der komplexen Amplitude verwendet, deren Werte nicht an jedem Ort bekannt sind, sondern nur in Punkten, die einen bestimmten endlichen Abstand zueinander haben. Die Anordnung der Punkte (Stützstellen) ist in der Regel ein Raster mit konstanten Abständen in x- bzw. y-Richtung. Dieses Stützstellenraster der Abtastung ist bei CGHs durch das Pixelraster des Hologramms gegeben. Das heißt, in endlichen lateralen Abständen werden dem Hologramm für die Berechnung der Beugung komplexe Transmissionsfunktionen (bei Polarisationshologrammen also Jonesmatrizen) zugeordnet. Im Falle der holografischen Messtechnik wird das Stützstellenraster durch das Pixelraster des aufnehmenden Sensors, z.B. einer CCD- oder CMOS-Kamera gegeben.

Im Weiteren wird die Betrachtung auf die für diese Arbeit wichtigere Behandlung der Beugung an einem CGH beschränkt. Die Behandlung der computer basierten holografischen Messtechnik kann völlig analog dazu erfolgen [89]. In beiden Fällen wird eine kontinuierliche komplexe Amplitudenverteilung in einer Ebene für die Berechnung nur diskret abgetastet.

Ist eine kontinuierliche komplexe Amplitudenverteilung  $u_c(x, y) = u_0(x, y)e^{i\phi(x, y)}$  (z.B. eindimensionaler Fall nach Abbildung 2.4 (a) ) nur in diskreten Punkten einer Ebene bekannt, die in einem Raster mit Abstand  $\Delta x$  in x-Richtung und  $\Delta y$  in y-Richtung angeordnet sind, so kann das dadurch ausgedrückt werden, dass die kontinuierliche Funktion mit einer zweidimensionalen Kammfunktion multipliziert wird [86] (Abbildung 2.4 (b)):

$$u_k(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{\Delta y}\right) \cdot u_c(x, y) \quad (2.50)$$

Die Kammfunktion  $\text{comb}(x/\Delta x)$  ist definiert als eine unendliche Summe von Dirac-Pulsen mit Abstand  $\Delta x$  (vgl. (2.47)). Analog zum Nyquist-Kriterium der ein-

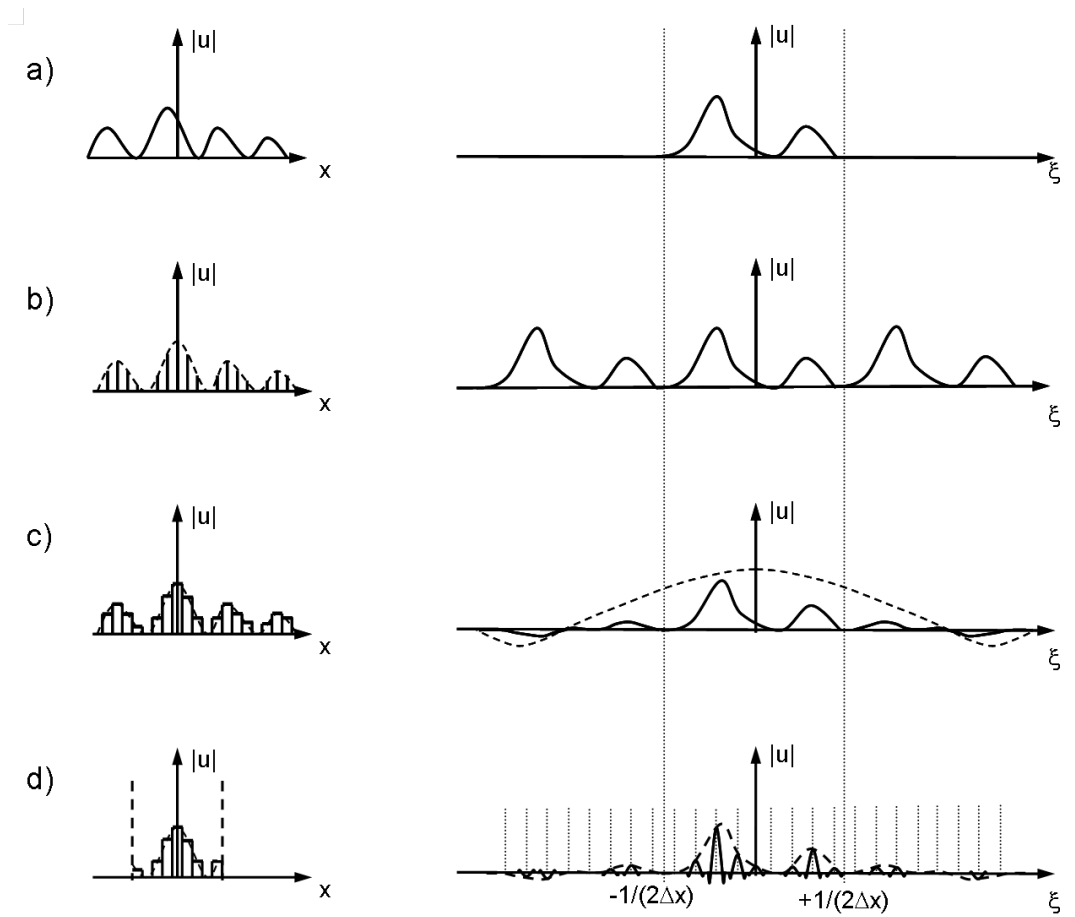


Abbildung 2.4: Veranschaulichung der Effekte der Abtastung einer Amplitudenfunktion in einer Dimension. Linke Spalte: Betrag der komplexen Amplitude im Ortsraum. Rechte Spalte: Betrag der komplexen Amplitude im Fourierraum.

Zeile a): kontinuierliche Amplitudenverteilung;

Zeile b): Abtastung durch Kammfunktion

Zeile c): Abtastung durch Faltung mit Rechteck-Funktion

Zeile d): Begrenzung im Ortsraum durch rechteckförmige Fensterfunktion

dimensionalen Signaltheorie folgt aus der Abtastung der kontinuierlichen Funktion  $u_c(x, y)$ , dass diese bandbegrenzt sein muss, um noch ausreichend abgetastet zu werden. Zerlegt man die kontinuierliche Funktion  $u_c$  mithilfe der Fouriertransformation in ihre Ortsfrequenzanteile (Spektrum), heißt das, dass sie sich nur aus Frequenzen zusammensetzen darf, die kleiner als eine maximale Ortsfrequenz sind. Die höchste noch zulässige Ortsfrequenz, die im Spektrum der Funktion  $u_c$  in  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung vorkommen darf, ist gemäß dem Nyquist-Kriterium:

$$\begin{aligned} \xi_{max} &= \frac{1}{2\Delta x} \\ \eta_{max} &= \frac{1}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Höhere Ortsfrequenzen können durch das Stützstellenraster nicht abgetastet werden.



Für ein CGH, das in x-Richtung eine Pixelgröße von  $\Delta x$  bzw. in y-Richtung  $\Delta y$  aufweist und mit Licht der Wellenlänge  $\lambda$  beleuchtet wird, bedeutet diese Beschränkung der möglichen noch abtastbaren Ortsfrequenzen eine Begrenzung der erzielbaren Beugungswinkel:

$$\alpha_{x,max} = \frac{\lambda}{2\Delta x}; \quad \alpha_{y,max} = \frac{\lambda}{2\Delta y} \quad (2.52)$$

Die Abtastung durch eine Kammfunktion führt dazu, dass auch ihre Fouriertransformierte eine Kammfunktion ergibt (siehe 2.4. Die Multiplikation im Ortsraum geht über in eine Faltung im Fourierraum:

$$\begin{aligned} \text{F} \left[ u_c(x, y) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta x} \right) \text{comb} \left( \frac{y}{\Delta y} \right) \right] = \\ (\Delta x \Delta y \text{comb}(\xi \Delta x) \text{comb}(\eta \Delta y)) \otimes \text{F} [u_c(x, y)] \end{aligned} \quad (2.53)$$

D.h. das Spektrum der abgetasteten komplexen Amplitude nach (2.50) ist periodisch mit einer Periode von  $1/\Delta x$  bzw.  $1/\Delta y$ . Die Abstände der Dirac-Pulse der Kamm-Funktion im Fourierraum sind doppelt so groß wie die Grenzfrequenz, die das Nyquist-Kriterium fordert. Die Faltung dieser Kammfunktion mit dem Spektrum der kontinuierlichen, bandbegrenzten Funktion  $u_c$  führt dazu, dass um jede Spitze der Kammfunktion das Spektrum von  $u_c$  aufgespannt wird (siehe auch 2.4 b). Die diskrete Abtastung im Ortsraum führt zu einer periodischen Fortsetzung des bandbegrenzten Spektrums von  $u_c$  im Fourierraum. Für das Beugungsbild eines CGHs heißt das, dass das Beugungsbild sich periodisch wiederholt. Das Beugungsbild, das im Winkelbereich von  $-\alpha_{max}/2$  bis  $+\alpha_{max}/2$  auftaucht, wird auch im Winkelbereich von  $-\alpha_{max}/2$  bis  $+3\alpha_{max}/2$  und so weiter erscheinen. Die periodischen Fortsetzungen des Spektrums werden als Beugungsordnungen bezeichnet.

Bisher wurde die Abtastung der komplexen Amplitudenverteilung durch einen Dirac-Kamm in zwei Dimensionen ausgedrückt. Das heißt, alle Energie ist konzentriert auf unendlich schmale Dirac-Pulse und die Fläche unter diesen Dirac-Pulsen ist proportional zum Betrag der lokalen komplexen Amplitude. In der Fläche zwischen den Dirac-Pulsen wurde die Amplitude bisher als Null angenommen. Ein realistischeres Modell eines CGH verteilt die komplexe Amplitude, die bisher in den Dirac-Pulsen konzentriert war, gleichmäßig auf deren Umgebung. Diese Umverteilung kann dadurch ausgedrückt werden, dass um jeden Dirac-Puls eine Rechteckfunktion eingeführt wird (Abbildung 2.4 (c)). Die Fläche unter einem solchen Rechteck spiegelt dann den Betrag der lokalen Amplitude wieder:

$$u_r(x, y) = \left[ u_c(x, y) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta x} \right) \text{comb} \left( \frac{y}{\Delta y} \right) \right] \otimes [\text{rect}(\Delta x) \text{rect}(\Delta y)] \quad (2.54)$$

Die Rechteckfunktion wird als normiert angenommen derart, dass die Fläche unter jedem Rechteck den Wert eins hat. Betrachtet man wiederum das Fourierspektrum der nun durch Rechteckfunktionen abgetasteten Funktion, so ist zu beachten, dass der Faltungsoperator im Ortsraum einer Multiplikation im Fourierraum entspricht. Das hat zur Folge, dass das vorher beschriebene periodische Spektrum mit der Fouriertransformierten der Rechteckfunktion multipliziert werden muss (Abb. 2.4 (c)). Diese ist gegeben durch die Sinc-Funktion. Das Spektrum wird nun also eingehüllt durch eine Sinc-Funktion, die im Koordinatenursprung den Wert 1, bei der Nyquist-Frequenz noch den Wert  $1/2$  und bei der doppelten Nyquistfrequenz den Wert 0 hat. Für das Beugungsbild, das ein CGH generiert, heißt das, dass die Teile des Beugungsbildes, die unter größeren Beugungswinkeln entstehen, gemäß der Sinc-Funktion dunkler erscheinen wird.

Eine weitere Annahme muss getroffen werden, um eine physikalisch realisierbare komplexe Amplitudenverteilung zu beschreiben. Die Verteilungen, die bisher beschrieben wurden, wurden als unendlich ausgedehnt in der x-y-Ebene angenommen. Tatsächlich werden sie aber nur innerhalb eines gewissen Bereichs um die z-Achse gegeben sein. Dieser Tatsache wird durch die Einführung einer Fensterfunktion in Form einer Rechteckfunktion Rechnung getragen (Abb. 2.4 d):

$$u_a(x, y) = \text{rect}(w_x) \text{rect}(w_y) \cdot \left[ \left( u_c(x, y) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta x} \right) \text{comb} \left( \frac{y}{\Delta y} \right) \right) \otimes (\text{rect}(\Delta x) \text{rect}(\Delta y)) \right] \quad (2.55)$$

Das bedeutet, dass die Kammfunktion im Ortsraum nun nicht mehr unendlich ausgedehnt ist, sondern nur noch aus einer endlichen Anzahl von Dirac-Pulsen besteht. Die Anzahl der Dirac-Pulse ist  $N = w_x/(\Delta x)$  in x-Richtung und  $M = w_y/(\Delta y)$  in y-Richtung. Da das Orts-Bandbreite-Produkt bei der Fouriertransformation erhalten bleibt [86], wird das Spektrum der Kammfunktion im Ortsraum nur an  $N \times M$  Punkten verschieden von Null sein. Die Multiplikation mit der Fensterfunktion geht im Fourierraum wiederum über in eine Faltung. Um jeden Puls der Kammfunktion im Fourierraum wird also das Spektrum der Fensterfunktion, wiederum eine sinc-Funktion, aufgespannt. Der Kamm wird dadurch in x- und y-Richtung unscharf. Je breiter das Fenster ist umso schmäler sind die einzelnen sinc-Funktionen und desto näher liegen diese neben einander. Für die Anwendung in der Computer generierten Holografie sind häufig auch nicht-rechteckförmige Fensterfunktionen von Bedeutung. Die Beleuchtung eines CGHs mit einem gaußförmigen Laserstrahl kann z.B. durch die Multiplikation von Gleichung (2.55) mit dem Gauß-Profil nachgebildet werden. Das Spektrum wird dann mit dem Spektrum des Gauß-Profiles verschliffen, das wiederum ein Gaußprofil darstellt.

### 2.3.4 Skalare Beugung in diskreten Koordinaten

Im vorangegangenen Abschnitt sind die Einflüsse der diskreten Abtastung von Wellenfeldern in der skalaren Beugungstheorie erläutert worden. Berücksichtigt man die dort beschriebenen Limitierungen, die sich durch die eingeschränkte Abtastung ergeben, ist es möglich, die skalare Beugung in diskreten Koordinaten zu formulieren. Dazu gehen die Koordinaten  $x$  und  $y$  in diskreten Koordinaten  $n\Delta x$  und  $m\Delta y$  über. Das Integral zur Beschreibung der skalaren Beugung in Fresnelnäherung nach Gleichung (2.36) geht über in eine Summe, so dass die komplexe Amplitude in der Stützstelle  $m'$ ,  $n'$  berechnet werden kann als [89]:

$$u'(m', n') = \frac{ik e^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} e^{i\pi\lambda(z'-z_0)\left(\frac{n'^2}{N^2\Delta x^2} + \frac{m'^2}{M^2\Delta y^2}\right)} \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N u(m, n) e^{i\phi(m, n)} e^{i\frac{k\pi}{2(z'-z_0)}(n^2\Delta x^2 + m^2\Delta y^2)} e^{2\pi\left(\frac{nn'}{N} + \frac{mm'}{M}\right)} \quad (2.56)$$

Die Doppelsumme kann vereinfacht werden, indem die diskrete Fouriertransformation verwendet wird. Da die diskrete Fouriertransformation in der Regel durch eine fast fourier transform (FFT) implementiert wird, wird diese Abkürzung hier eingeführt:

$$u'(m', n') = \frac{ik e^{ik(z'-z_0)}}{z' - z_0} e^{i\pi\lambda(z'-z_0)\left(\frac{n'^2}{N^2\Delta x^2} + \frac{m'^2}{M^2\Delta y^2}\right)} \text{FFT} \left[ u(m, n) e^{i\phi(m, n)} e^{i\frac{k\pi}{2(z'-z_0)}(n^2\Delta x^2 + m^2\Delta y^2)} \right] \quad (2.57)$$

Das Ergebnis ist eine diskrete Darstellung des gebeugten Feldes, das sich in einer Ebene  $z = z'$  ergibt und als diskrete Fresnel-Transformation bezeichnet wird. Nach den geometrischen Überlegungen zur Bestimmung des maximalen Beugungswinkels nach Gleichung (2.52) können die geometrischen Dimensionen des Bereichs, in den sich die komplexe Amplitudenverteilung nach der Fresnel-Transformation ausdehnt, angegeben werden als:

$$x'_{max} = \frac{\lambda(z' - z_0)}{\Delta x} \quad \text{und} \quad y'_{max} = \frac{\lambda(z' - z_0)}{\Delta y} \quad (2.58)$$

Durch Division des gesamten abgetasteten Bereichs der Verteilung nach der Fresnel-Transformation durch die Anzahl der Stützstellen können wegen der Erhaltung des Orts-Bandbreite-Produkts die geometrischen Abstände  $\Delta x'$  und  $\Delta y'$  benachbarter Stützstellen in x- und y-Richtung in dieser Ebene angegeben werden:

$$\Delta x' = \frac{\lambda(z' - z_0)}{N\Delta x} \quad \text{und} \quad \Delta y' = \frac{\lambda(z' - z_0)}{M\Delta y} \quad (2.59)$$

Auch die Beschreibung der skalaren Beugung mit Hilfe einer Faltung nach Gleichung (2.45) kann in eine diskrete Schreibweise überführt werden:

$$u'(m', n') = \text{FFT}^{-1} \left[ \text{FFT} \left[ u(m, n) e^{i\phi(m, n)} \right] \cdot e^{\pi\lambda(z' - z_0)(\xi^2 + \eta^2)} \right] \quad (2.60)$$

Dabei sind  $\xi$  und  $\eta$  die Koordinaten im Frequenzraum. An der Stützstelle  $m_f, n_f$  im diskret abgetasteten Fourierraum, haben sie den Wert:

$$\xi = \frac{\lambda n_f}{\Delta x \cdot N} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{\lambda m_f}{\Delta y \cdot M} \quad (2.61)$$

Damit kann die diskrete Impulsantwort des freien Raums angegeben werden als:

$$H_{z' - z_0}(m_f, n_f) = e^{\pi\lambda(z' - z_0) \left( \left( \frac{\lambda n_f}{\Delta x \cdot N} \right)^2 + \left( \frac{\lambda m_f}{\Delta y \cdot M} \right)^2 \right)} \quad (2.62)$$

Durch die Hin- und Rücktransformation bleibt der Abstand der Stützstellen in der propagierten Amplitudenverteilung der gleiche wie in der Ebenen  $z = z_0$  [83, 89].

Für sehr große Abstände  $(z' - z_0) \rightarrow \infty$  kann auch die Fraunhofer-Näherung des Fresnel-Kirchhoff'schen Beugungsintegrals verwendet werden. Die Fouriertransformation aus Gleichung 2.39 geht dazu in eine diskrete Fouriertransformation über:

$$u'(m_f, n_f) = \text{FFT} \left[ u(m, n) e^{i\phi(m, n)} \right] \quad (2.63)$$

Die Fouriertransformation liefert das diskrete Frequenzspektrum der komplexen Amplitudenverteilung  $u(m, n) e^{i\phi(m, n)}$ . Anschaulich heißt dies, dass die komplexe Amplitudenverteilung zerlegt wird in Sinusgitter. Jedes dieser Sinusgitter liefert einen diskreten Punkt im Spektrum. Exakt punktförmig wird dieses Spektrum erst für unendlich große Entfernungen  $(z' - z_0)$ . Berücksichtigt man noch, dass jedes der Sinusgitter Beugung unter einem anderen Winkel erzeugt, wird klar, dass der Abstand zwischen den Stützstellen nur noch im Sinne von Beugungswinkeln und nicht mehr im Sinne von geometrischen Abständen angegeben werden kann. Die Ortsfrequenz, die an einer Stützstelle  $(n_f, m_f)$  im Fourierraum zu liegen kommt, ist damit wiederum nach Gleichung (2.61) gegeben.

# Kapitel 3

## Polarisationshologramme

In diesem Kapitel werden die verwendeten Methoden zur Berechnung und Herstellung von Polarisationshologrammen, sowie zu deren Charakterisierung erläutert.

### 3.1 Designmethoden

Das Ziel des Designs von Hologrammen besteht in der Regel darin ein Hologramm zu finden, das eine bekannte komplexe Amplitudenverteilung in der Ebene des Hologramms derart transformiert, dass in einer oder mehreren anderen Ebene eine Intensitätsverteilung erzielt wird, die möglichst nahe an eine gewünschte Intensitätsverteilung herankommt. Für das Design von Hologrammen gibt es eine Reihe von Ansätzen. Die in der Literatur am häufigsten beschriebene Klasse von Designmethoden ist die des iterativen Fresnel- oder Fourier-Transformation Algorithmus (IFTA) [56, 90–93]. Auch im Rahmen dieser Arbeit kommt diese Methode zum Einsatz. Eine weitere Klasse von Methoden beruht auf geometrischen Überlegungen und findet insbesondere bei der Strahlformung kohärenter Strahlung ihr Einsatzgebiet [94–96]. Diese beiden Klassen von Designverfahren werden in diesem Abschnitt erläutert.

#### 3.1.1 Iteratives Design diffraktiver optischer Elemente

Die Klasse der iterativen Fourier- oder Fresnel-Transformation Algorithmen (IFTA) geht zurück auf eine Veröffentlichung von Gerchberg und Saxton [97]. Gelegentlich werden Sie daher auch als Gerchberg-Saxton-Algorithmen bezeichnet. Der IFTA stellt wegen seiner Robustheit und Einfachheit die Standardmethode zum Design diffraktiver Optiken dar und wurde in zahlreichen Versionen implementiert und präsentiert [56, 90–93, 98]. In Abbildung 3.1 ist ein Flussdiagramm für den Ablauf der IFTA-Methode dargestellt. Allgemein wird während eines Iterationsschritts die Lichtausbreitung unter Verwendung der Methoden aus Abschnitt 2.3.4 von der

Ebene des CGH in eine Ebene numerisch berechnet, in der eine gewünschte Intensitätsverteilung oder komplex Amplitudenverteilung erzeugt werden soll. Die so berechnete Amplitudenverteilung entspricht im Allgemeinen nicht der gewünschten Verteilung und wird daher an diese angepasst. Die angepasste Verteilung wird dann in die Ebene des CGH zurückpropagiert, d.h. die inverse der Lichtausbreitung von CGH- in die Ebene der Wunschverteilung wird numerisch berechnet. In der Ebene des CGH werden wiederum Randbedingungen eingeführt wie etwa die Amplitudenverteilung der ankommenden Welle sowie die Vorgabe, dass das zu berechnende CGH z. B. nur auf die Phase der einfallenden Amplitudenverteilung (Phasenhologramm) oder nur auf deren Betrag (Amplitudenhologramm) wirken soll. Dies beendet einen Iterationszyklus, so dass der nächste Iterationszyklus beginnen kann.

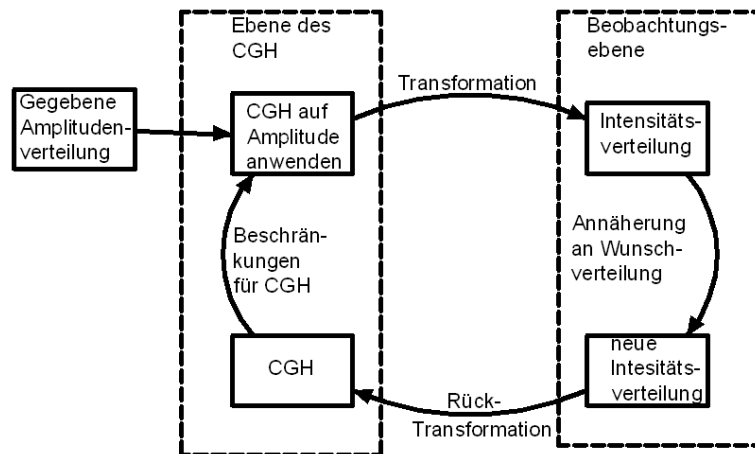


Abbildung 3.1: Allgemeines Flussdiagramm beim CGH-Design mittels IFTA

Eine konkrete Umsetzung der Methode im Rahmen dieser Arbeit wird nun erläutert werden. Die (z.B. gemessene) komplexe Amplitudenverteilung  $u_{C,-0}(x, y)$ , die unmittelbar vor der Hologrammebene vorliegt, dient als Eingangsgröße für die Berechnung. Ein Startwert für das CGH muss im ersten Schritt vorgegeben werden. Als Startwerte eignen sich zufällige CGHs oder Schätzungen für CGHs, die z. B. aus geometrischen Überlegungen entstehen können (siehe z. B. Abschnitt 3.1.2). Im ersten Schritt der Berechnung wird die Wirkung des momentanen CGH auf die vorgegebene komplexe Amplitudenverteilung berechnet. Das CGH, das im allgemeinen Fall als eine zweidimensionale komplexwertige Transmissionsfunktion  $T(x, y)$  gegeben ist, wird dazu mit der komplexen Amplitudenverteilung multipliziert, um die Amplitudenverteilung unmittelbar nach Durchgang durch das CGH zu berechnen:

$$u_{C,+0}(x, y) = T(x, y) \cdot u_{C,-0}(x, y) \quad (3.1)$$

Die Transmissionsfunktion muss für das Design von Polarisationshologrammen nicht als Jones-Matrix dargestellt werden, sondern kann als skalare zweidimensionale Ver-

teilung gegeben werden wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben. Das zu berechnende Hologramm soll als reines Phasenhologramm wirken:

$$T(x, y) = e^{i\phi(x, y)} \quad (3.2)$$

Die Ausbreitung der Amplitudenverteilung  $u_{C,+0}(x, y)$  kann nun mit Hilfe der Methoden der skalaren Beugungstheorie simuliert werden. Damit lässt sich unter anderem die Amplitudenverteilung in einer Beobachtungsebene  $z = z'$  berechnen, in der eine gewünschte Intensitätsverteilung erzielt werden soll:

$$u_B(x', y') = P[u_{C,+0}(x, y)] \quad (3.3)$$

Der Operator  $P$  steht dabei für einen Propagationsoperator, der die Lichtausbreitung von der CGH- in die Beobachtungsebene nachbildet, also entweder die Fresneltransformation nach Gleichung (2.57) oder die Fouriertransformation nach Gleichung (2.63). In der Beobachtungsebene wird die nun berechnete Amplitudenverteilung etwas verändert und zwar derart, dass sie der gewünschten Verteilung  $u_{soll}(x', y')$  etwas ähnlicher wird. Typischerweise wird nur eine Wunsch-Intensitätsverteilung vorgegeben, so dass der Betrag von  $u_{soll}$  als deren Wurzel gegeben ist. Die Phase von  $u_{soll}$  ist dann ein freier Parameter, der während der Iteration berechnet werden kann. Die angepasste Amplitudenverteilung ergibt sich dann als:

$$u_{B,v}(x', y') = [(1 - \kappa') |u_B(x', y')| + \kappa' |u_{soll}(x', y')|] e^{i \arctan \frac{\Im(u_B(x', y'))}{\Re(u_B(x', y'))}} \quad (3.4)$$

$\Im()$  und  $\Re()$  beschreiben dabei den Imaginär- bzw. Realteil einer komplexen Zahl. Das heißt die Phase der berechneten Amplitudenverteilung bleibt erhalten, während deren Betrag etwas verändert wird. Der Wert  $\kappa'$  ist dabei ein Anpassungsfaktor, der während des Designs schrittweise von 0 erhöht wird, bis er schließlich nahe bei eins liegt.

Die im vorigen Schritt leicht veränderte komplexe Amplitudenverteilung wird mit Hilfe des inversen Propagationsoperators  $P^{-1}$ , also erneut einer Fourier- oder Fresneltransformation, in die CGH-Ebene zurückpropagiert:

$$u_{C,+0}(x, y) = P^{-1}[u_{B,v}(x', y')] \quad (3.5)$$

Im Allgemeinen erfüllt die Rücktransformierte  $u_{C,+0}(x, y)$  die vorgegebenen Randbedingungen nicht. In der CGH-Ebene muss daher dafür gesorgt werden, dass die vorgegebenen Randbedingungen eingehalten werden. Typischerweise ist eine solche Randbedingung dadurch gegeben, dass die komplexe Transmissionsfunktion  $T(x, y)$  des CGH eine reine Phasenfunktion sein soll. Das heißt, dass der Betrag der kom-

plexen Amplitudenverteilung unmittelbar nach Durchgang durch das CGH genau so groß sein soll, wie unmittelbar davor:

$$u_{C,+0,v}(x, y) = |u_{C,-0}(x, y)| e^{i \left[ \arctan \frac{\Im(u_{C,+0}(x, y))}{\Re(u_{C,+0}(x, y))} - \arctan \frac{\Im(u_{C,-0}(x, y))}{\Re(u_{C,-0}(x, y))} \right]} \quad (3.6)$$

Damit ist ein Iterationszyklus beendet, so dass der nächste Iterationszyklus mit Gleichung (3.3) begonnen werden kann. Die Iteration wird solange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erreicht wird. Dieses kann gegeben sein durch die Güte der sich ergebenden Amplitudenverteilung in der Beobachtungsebene (Beugungseffizienz, Homogenität) oder durch die maximale Anzahl der Iterationsschritte.

Das Ergebnis der Iteration ist die pixelweise Beschreibung der Phasenverteilung  $\phi(x, y)$  eines Phasenhologramms, das die gewünschte optische Funktion erfüllt:

$$\phi(x, y) = \arctan \frac{\Im(u_{C,+0}(x, y))}{\Re(u_{C,+0}(x, y))} - \arctan \frac{\Im(u_{C,-0}(x, y))}{\Re(u_{C,-0}(x, y))} \quad (3.7)$$

Für die Anwendung des berechneten Phasenhologramms in einem Polarisationshologramm werden die Drehlagen  $\rho(x, y)$  der Doppelbrechung aus der berechneten Phasenverteilung gemäß Gleichung 2.15 berechnet zu:

$$\rho(x, y) = \frac{1}{2} \phi(x, y) \quad (3.8)$$

Alternativ dazu kann die berechnete Transmissionsfunktion  $T(x, y) = \exp(i\phi(x, y))$  zur Herstellung eines Detour-Hologramms verwendet werden [4]. Detour-Hologramme beruhen auf der Nutzung von Träger-Strukturen, die so verändert werden, dass sie die gewünschte komplexe Transmissionsfunktion nachbilden. Das typische Beispiel für solche Träger-Strukturen sind Amplitudengitter (siehe Abbildung 3.2). Beleuchtet man ein regelmäßiges Gitter der Periode  $p$  mit einer ebenen monochromatischen Welle der Wellenlänge  $\lambda$ , so erzeugt dieses Gitter unter einem Winkel  $\alpha$  im Fernfeld (Fraunhofer-Näherung) eine 1. Beugungsordnung, die als heller Punkt erscheint. Zwei Wellenfronten, die das Gitter an benachbarten hellen Bereichen (Abstand  $p$ ) passiert haben, weisen folgenden Gangunterschied  $\Delta L_0$  (Abbildung 3.2 b)):

$$\Delta L_0 = p \sin \alpha \quad (3.9)$$

Diese Wellenpakete überlagern sich dann konstruktiv zur ersten Beugungsordnung, wenn gilt:

$$\Delta L_0 = \lambda \quad (3.10)$$

Für die Anwendung in Detour-Hologrammen wird ein Gitter zerlegt in Subgitter, die als Zellen bezeichnet werden und die laterale Ausdehnung  $n \cdot p$  aufweisen mit



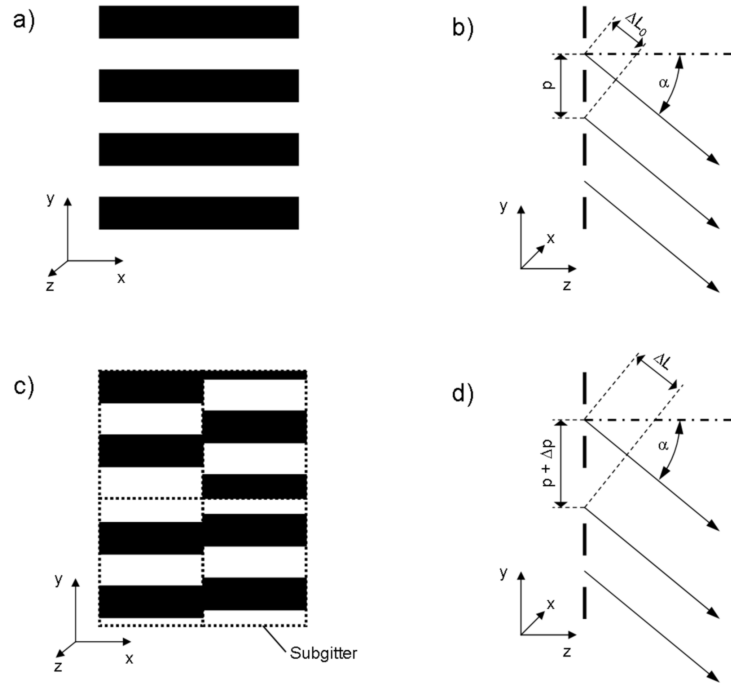


Abbildung 3.2: Illustration eines Detour-Hologramms am Beispiel eines binären Gitters als Trägerstruktur. (a) x-y-Ansicht eines binären Gitters. (b) y-z-Ansicht des binären Gitters und geometrische Größen zur ersten Beugungsordnung. (c) Vier Subgitter eines Detour-Hologramms in x-y-Ansicht. (d) y-z-Ansicht des Detour-Hologramms nach (c) und geometrische Größen zur Überlagerung der ersten Beugungsordnungen zweier Subgitter

üblicherweise ganzzahligen  $n$ . Die Phasenlage der Subgitter kann verschoben werden, so dass sich die Subgitter in ihren Zellen verschieben. Ist die Lage eines Subgitters um  $\Delta p$  verschoben, so ergibt sich ein Gangunterschied  $\Delta L$  gegenüber den Wellen, die aus einem Gitter ohne Verschiebung stammen (vgl. Abbildung 3.2 d):

$$\Delta L = \Delta L_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{p}\right) \quad (3.11)$$

Auch das verschobene Subgitter erzeugt eine erste Beugungsordnung unter dem Winkel  $\alpha$ . Jedoch ist die Phasenlage  $\phi$  dieser ersten Beugungsordnung gegenüber der ersten Beugungsordnung der nicht verschobenen Gitter gegeben durch:

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta p}{p} \quad (3.12)$$

Aus den Phasenlagen  $\phi(x, y)$ , die das Ergebnis des IFTA-Algorithmus sind, können die Verschiebungen der einzelnen Subgitter berechnet werden:

$$\Delta p(x, y) = p \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \quad (3.13)$$

Auf diese Art kann durch die Verschiebung von Subgittern ein Detour-Phasen-Hologramm erzeugt werden. Das Ergebnis ist eine zweidimensionale Anordnung von Subgittern, in denen durch die Verschiebung der Subgitter die Phaseninformation des berechneten Phasenhologramms repräsentiert ist.

### 3.1.2 Quasi-geometrisches Design diffraktiver optischer Elemente

Neben den iterativen Methoden für das Design diffraktiver optischer Elemente ist eine weitere Klasse von Designmethoden insbesondere für die Strahlformung von hoher Relevanz, die auf geometrisch-optischen Überlegungen beruht. Bryngdahl zeigte, dass mit Hilfe von Hologrammen allgemeine geometrische Transformationen realisierbar sind [94, 95]. Sein Ansatz beruht darauf, die Energie einer einfallenden Welle durch lokale Gitter oder lokale Linsenstücke so umzuverteilen, dass in einer parallelen Ebene die gewünschte Intensitätsverteilung entsteht. Bedingung dafür ist, dass die Wunschverteilung durch eine affine Abbildung der komplexen Amplitudenverteilung in der CGH-Ebene darstellbar ist. Eine affine Abbildung ist eine Koordinatentransformation, die durch eine Matrixmultiplikation der ursprünglichen Koordinaten und eine zusätzliche Translation ausgedrückt werden kann [99]. Die dafür nötige Koordinatentransformation gibt Bryngdahl analytisch vor [94, 95].

Eine neue, an die Erfordernisse der Laserstrahlformung angepasste Methode, mit deren Hilfe solche geometrische Transformationen gefunden werden können, wurde im Rahmen der Arbeiten am Fraunhofer IPM entwickelt. Dieser Methode wurde der Name Puzzle-Algorithmus (PA) gegeben [84]. Sie wird im Folgenden erläutert. Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Methode ist, dass sowohl die komplexe Amplitudenverteilung in der CGH-Ebene als auch die Wunsch-Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene als eindimensionale Funktionen dargestellt werden können. Das heißt, dass sie entweder rotationssymmetrische oder separierbare Verteilungen sein müssen. Rotationssymmetrisch ist eine Verteilung  $u(x, y)$  dann, wenn sie in Polarkoordinaten als reine Funktion der radialen Koordinate  $r$ , also  $u(r)$  angegeben werden kann. Separierbar ist eine Verteilung dann, wenn zwei Funktionen  $u_x(x)$  und  $u_y(y)$  gefunden werden können, so dass  $u(x, y) = u_x(x) \cdot u_y(y)$  gilt. In beiden Fällen kann das Design auf ein eindimensionales Problem zurückgeführt werden.

Im Folgenden wird das Design eines rotationssymmetrischen CGH beschrieben. Der Übergang zum Design separierbarer CGH wird anschließend dargestellt. Es wird angenommen, dass das CGH in der Ebene  $z = 0$  liegt. Zunächst wird aus der Amplitudenverteilung in der CGH-Ebene durch Bildung des Betragsquadrats die Eingangsintensitätsverteilung  $I(r)$  berechnet. Sowohl diese als auch die Wunsch-Intensitätsverteilung  $I(r')$  werden danach quantisiert. Zum einen heißt das, dass sie

in diskreten Koordinaten angegeben werden, also in Form von pixelierten Verteilungen. Zum Anderen bedeutet dies, dass in jedem Pixel diskrete Intensitätsstufen vorliegen müssen und nicht-diskrete Verteilungen angenähert beschrieben werden. In Abbildung 3.3 ist dies im Beispiel für die Umformung eines Gauß-Strahls in eine ringförmige Intensitätsverteilung dargestellt. Durch die Quantisierung sind  $I(r)$  und

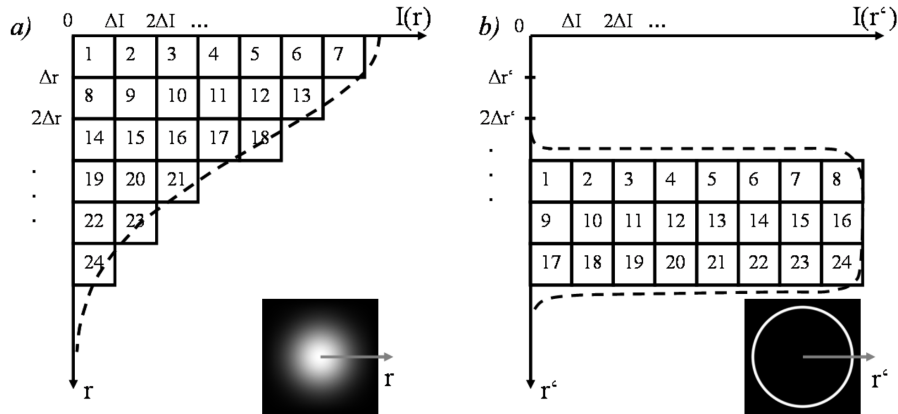


Abbildung 3.3: Illustration des Puzzle-Algorithmus. (a) Schnitt durch die quantisierte Eingangsintensitätsverteilung. (b) Schnitt durch die quantisierte Wunsch-Intensitätsverteilung [84].

$I(r')$  in jedem Pixel durch eine ganzzahlige Anzahl von Intensitätsportionen dargestellt, die als Lichtelemente abgekürzt werden und jeweils einer bestimmten Lichtintensität  $\Delta I$  entsprechen. Diese Lichtelemente sind in 3.3 als nummerierte Quadrate dargestellt. Die Anzahl der Lichtelemente in der Eingangsintensitätsverteilung muss genau gleich der Anzahl der Lichtelemente der Wunsch-Intensitätsverteilung sein, was durch geeignete Quantisierung realisiert werden kann. Für typische Aufgabenstellungen des Hologrammdesigns wird die Anzahl der Lichtelemente in der Größenordnung von  $10^6$  gewählt bei in der Regel rund  $10^3$  diskreten Pixeln der eindimensionalen Beschreibung der Intensitätsverteilung.

Beginnend vom Koordinatenursprung wird jedem  $\Delta I$  der Eingangsverteilung ein  $\Delta I$  der Wunschverteilung zugeordnet. In Abbildung 3.3 heißt das, dass das Lichtelement mit der Nummer 1 in der Eingangsverteilung durch das zu berechnende CGH so abgelenkt werden soll, dass es im Lichtelement Nummer 1 der Wunschverteilung zu liegen kommt, usw. Dadurch wird jedem Lichtelement, das von einem Pixel mit der radialen Koordinate  $n\Delta r$  in der Eingangsverteilung stammt, eine Zielkoordinate  $n'\Delta r'$  zugeordnet. Jedem Lichtelement kann damit eine laterale Verschiebung  $n'\Delta r' - n\Delta r$  zugeordnet werden. Durch Mittelwertbildung der Verschiebungen aller Lichtelemente, die aus dem  $n$ -ten Pixel der Eingangsverteilung stammen, kann

jedem Pixel  $n$  eine mittlere laterale Verschiebung  $v_n$  zugeordnet werden:

$$v_n = \frac{1}{N_n} \sum_{N_n} n' \Delta r' - n \Delta r \quad (3.14)$$

Dabei bedeutet  $N_n$  die Anzahl der Lichtelemente, die aus dem  $n$ -ten Pixel der Eingangsverteilung stammen. Für den nächsten Schritt wird das zu berechnende CGH

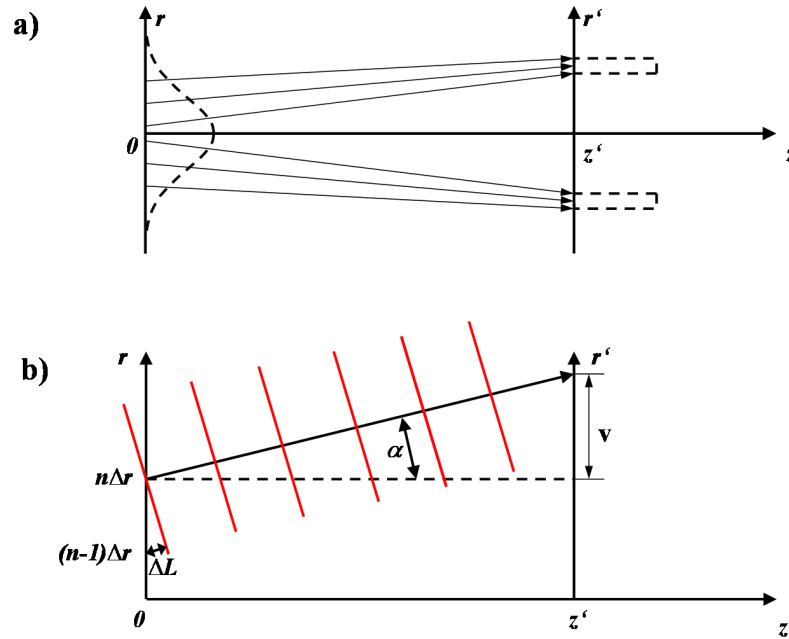


Abbildung 3.4: Geometrische Beschreibung des Puzzle-Algorithmus. (a) Strahlenoptische Beschreibung eines CGH, das ein Gauß- in ein Ringprofil transformiert. (b) Detailansicht zu (a). Die roten Linien symbolisieren dabei die Wellenfronten, die dem Strahl aus dem  $n$ -ten Pixel entsprechen [84].

geometrisch-optisch zunächst als eine refraktive asphärische Linse betrachtet, deren Form in diskreten Koordinaten angegeben ist. Der Strahlengang, den eine solche Linse erzeugen würde, ist in Abbildung 3.4 a) symbolisch dargestellt. Der Neigungswinkel  $\alpha(n\Delta r)$ , den ein Strahl aus dem  $n$ -ten Pixel des CGH aufweisen soll, ist gegeben durch (siehe Abbildung 3.4 b):

$$\tan(\alpha(n\Delta r)) = \frac{v_n}{z'} \quad (3.15)$$

Der Übergang vom strahlen- zurück zum wellenoptischen Modell wird durch die Tatsache ermöglicht, dass die Wellenfronten einer lokalen ebenen Welle immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, also senkrecht zum entsprechenden Strahl verlaufen. Damit ein CGH einen Strahl um den Winkel  $\alpha(n\Delta r)$  neigt, müssen die Wellenfronten der entsprechenden lokalen Welle um den gleichen Winkel geneigt werden. Der Gangunterschied  $\Delta L$  zwischen zwei benachbarten Pixeln im CGH ergibt sich damit

zu:

$$\Delta L = \Delta r \sin(\alpha) \quad (3.16)$$

In paraxialer Näherung, also für den Fall, dass  $\alpha$  klein ist, kann angenommen werden, dass  $\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$  gilt. Die Phasendifferenz  $\Delta\phi_n$  zwischen zwei benachbarten Punkten des CGH kann damit berechnet werden als:

$$\Delta\phi_n = \frac{2\pi v_n}{\lambda z'} \Delta r \quad (3.17)$$

Durch Aufsummieren der lokalen Phasenänderungen  $\Delta\phi$  kann die Phasenverzögerung in allen Pixeln des CGH berechnet werden:

$$\phi(n\Delta r) = \sum_{m=0}^n \Delta\phi_m \quad (3.18)$$

Durch eine Koordinaten-Transformation in kartesische Koordinaten kann die komplexe Transmissionsfunktion des CGH angegeben werden:

$$T(x, y) = e^{i\phi(x, y)} \quad (3.19)$$

Die Drehlagen  $\rho(x, y)$  der Doppelbrechung des entsprechenden Polarisationshologramms ergeben sich nach Gleichung 3.8.

Beim Design separierbarer CGH wird nacheinander die beschriebene Methode eindimensional in x- bzw. y-Richtung durchgeführt. Die abschließende Koordinaten-Transformation im rotationssymmetrischen Fall wird ersetzt durch die Multiplikation der sich ergebenden eindimensionalen Transmissionsfunktionen  $T(nx) = e^{i\phi(nx)}$  und  $T(my) = e^{i\phi(my)}$ .

## 3.2 Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzen-Polymeren

In diesem Abschnitt werden die Herstellungsmethoden zur Erzeugung von Polarisationshologrammen in Azobenzen erläutert. Nach einer kurzen Darstellung der Modellvorstellung, die der Erzeugung von Doppelbrechung in Azobenzen-Polymeren zu Grunde liegt, werden die experimentellen Aufbauten zur Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzen dargestellt. Schließlich werden die verwendeten Methoden zur Charakterisierung der erzeugten Hologramme erläutert.

### 3.2.1 Foto-induzierte Doppelbrechung in Azobenzen

Azobenzen basierte Polymersysteme werden in der Literatur schon seit längerer Zeit beschrieben [100–105]. Die Eignung von Azobenzen zur Herstellung von Polarisationshologrammen ist bekannt [78]. Azobenzen besitzt die Möglichkeit der Cis-Trans-Isomerie. Es weist zwei mögliche Erscheinungsformen auf, die sich dadurch unterscheiden, dass angehängte Molekülgruppen entweder auf der gleichen Seite der Referenzebene des Moleküls liegen (cis) oder auf entgegengesetzten Seiten (trans) (Abbildung 3.5). Im Fall von Azobenzen sind die anhängenden Molekülgruppen Benzolringe. Der trans-Zustand ist dabei der stabile Zustand des Moleküls, der bei Raumtemperatur vorliegt. Der cis-Zustand ist ein angeregter Zustand, der einem höheren Energieniveau des Moleküls entspricht. Azobenzen weist zudem ein Über-

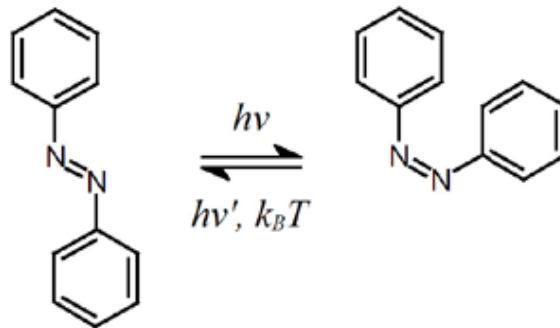


Abbildung 3.5: Trans-Cis-Isomerie von Azobenzen [106]

gangsdipolmoment für die Anregung durch visuelles und ultraviolettes Licht auf. Durch Lichteinstrahlung kann dem Molekül also Energie zugeführt werden, so dass es vom trans- in den cis-Zustand angeregt wird [107]. Der cis-Zustand ist nicht dauerhaft stabil, so dass das Molekül spontan in den Grundzustand, also den trans-Zustand zurückfällt. Die räumliche Lage des gesamten Moleküls nach dem Durchlaufen eines solchen Isomerie-Zyklus ist aber nicht zwangsläufig dieselbe wie vor dem Zyklus. Wird ein Molekül also sehr oft an- und abgeregt, so besteht die Möglichkeit, dass das Molekül zufällig immer wieder leicht gedreht wird.

Das Übergangsdipolmoment ist eine vektorielle Größe [78] und parallel zur Referenzebene des Azobenzenmoleküls. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Molekül ein Photon absorbiert, ist proportional zum Quadrat des Skalarprodukts aus dem Übergangsdipolmoment und elektrischer Feldstärke des eingestrahlt Lichts. Die Wahrscheinlichkeit der Anregung ist dann am größten, wenn das E-Feld der einfallenden Lichtwelle parallel zur Referenzebene des Moleküls liegt, und wird Null, wenn beide senkrecht zueinander stehen. Im Fall linear polarisierter Bestrahlung hat das zur Folge, dass Moleküle, die nicht vollständig senkrecht zur Polarisationsrichtung der Bestrahlung liegen, immer wieder zum Isomerie-Zyklus angeregt werden. Je größer der Winkel zwischen E-Feld und der Referenzebene eines Moleküls ist, desto un-

wahrscheinlicher wird eine erneute Anregung dieses Moleküls. Dadurch kann ein Ordnungszustand erzeugt werden, bei dem nach hinreichend langer und intensiver Beleuchtung ein großer Teil der Azobenzene-Moleküle senkrecht zur Polarisationsrichtung der Bestrahlung ausgerichtet ist. Bemerkenswert ist dabei, dass die Anregung der Moleküle eine gewisse Quantenenergie der einzelnen Photonen voraussetzt. Das heißt, der Orientierungsprozess findet nur bei Bestrahlung unterhalb einer bestimmten Wellenlänge statt. Diese Wellenlänge liegt bei etwa 550 nm [104]. Bei Bestrahlung durch Licht längerer Wellenlängen findet die Anregung und damit auch der Orientierungsprozess nicht statt. Jedoch propagieren elektromagnetische Wellen, die parallel zur Referenzebene der Moleküle polarisiert sind, langsamer als solche, die senkrecht zu dieser polarisiert sind. Durch die Orientierung der Moleküle kann also makroskopisch beobachtbare Doppelbrechung durch ein Molekülsystem erzeugt werden. Zur Stabilisierung der Orientierung und zur Verstärkung der Doppelbrechung werden Azobenzene typischerweise in Polymersysteme eingebunden. Das Azobenzene kann dabei kovalent an ein Polymer angebunden werden [100, 101, 103–105] oder in eine Polymermatrix eingebettet werden [102].

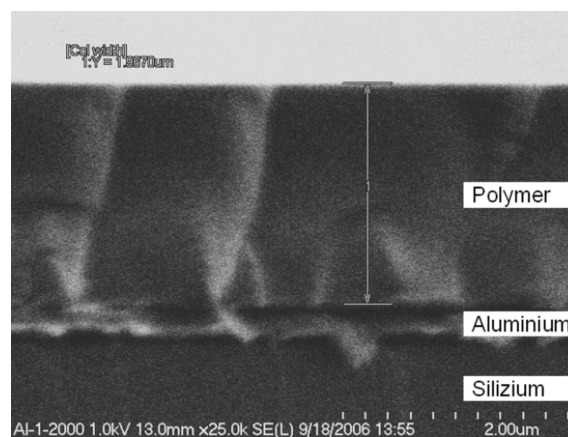


Abbildung 3.6: REM-Bild eines Aluminium-Spiegels, der mit Fotopolymer beschichtet wurde

Die Strukturformel des in dieser Arbeit verwendeten Azobenzene-Moleküls ist Poly-methacrylicacid-2-4-[4-(4-Dimethylamino-phenylazo)-phenylcarbamoyl]-phenoxyethyl-ester. Alle in dieser Arbeit verwendeten Polymerschichten sind auf Aluminiumspiegel durch spin-coating aufgebracht. Die durch die Belichtung entstehenden Hologramme wirken also alle in Reflektion. Die Schichtdicken der Polymersubstrate betragen stets ca. 2  $\mu\text{m}$ . Zur Bestimmung der Schichtdicken wurde ein Rasterelektronenmikroskop (REM) genutzt. Ein REM-Bild, das die Schichtfolge aus Silizium-Substrat, Aluminium-Beschichtung und Fotopolymer zeigt, ist in Abbildung 3.6 zu sehen.

### 3.2.2 Belichtung von Fotopolymeren

#### 3.2.2.1 Sequentielle Einzelpunktbelichtung mittels elektro-optischem Modulator

Wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben, kann durch linear polarisierte kurzwellige Strahlung Doppelbrechung in azobenzehaltigen Polymeren induziert werden. Für die Anwendung dieses Prozesses zur Herstellung von Polarisationshologrammen ist es nötig, dass die Doppelbrechung in einer Polymerschicht zweidimensional mit lateralen Auflösungen im  $\mu\text{m}$ -Bereich variiert wird. Ein Laboraufbau, mit dessen Hilfe die hochauflösende Erzeugung von Doppelbrechung in Azobenzopolymeren durchgeführt werden kann, ist in Abbildung 3.7 skizziert [84, 108]. Der

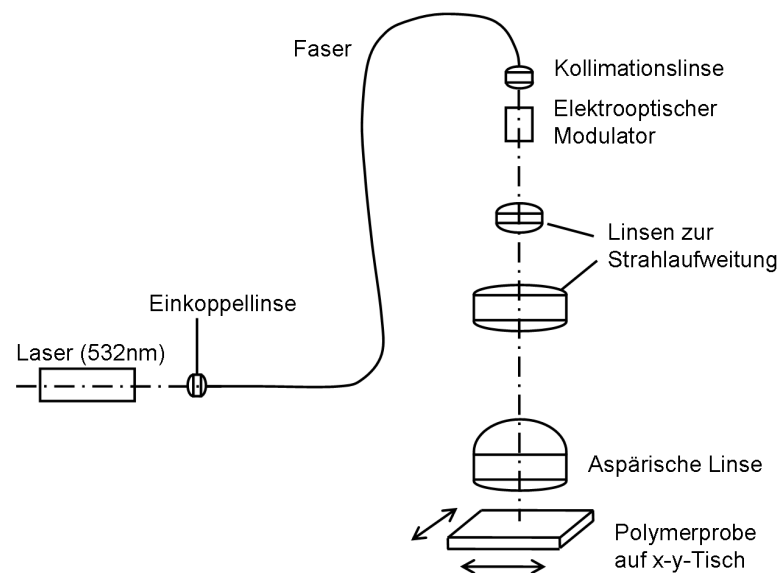


Abbildung 3.7: Skizze des Laboraufbaus zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen mit konstanter Stärke, aber einstellbarer Drehlage der Doppelbrechung

Strahl eines Dioden-gepumpten frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers wird mit Hilfe einer Linse in einen polarisationserhaltenden Lichtwellenleiter eingekoppelt. Nach Austritt aus der Faser wird der Strahl kollimiert und durch einen elektrooptischen Modulator [109] geführt. Die Kombination aus Faser, Kollimationslinse und elektrooptischem Modulator ist eine Sonderanfertigung der Firma Boston Applied Technologies Inc. Der elektrooptische Modulator ermöglicht es, durch Anlegen einer Spannung die Drehlage der linearen Polarisation des Laserstrahls einzustellen.

Der Strahldurchmesser nach Austritt aus dem elektrooptischen Modulator beträgt etwa 0,5 mm. Durch ein afokales zweilinsiges System (Brennweiten 10 mm und 100 mm) wird der Strahl aufgeweitet, um die Öffnung einer asphärischen Fokussierlinse (New focus,  $f = 6,2 \text{ mm}$ ,  $\text{NA}=0,4$ ) vollständig auszuleuchten. Der Laserstrahl wird als Gauß-Strahl angenommen. Anhand der numerischen Apertur des Objektivs,



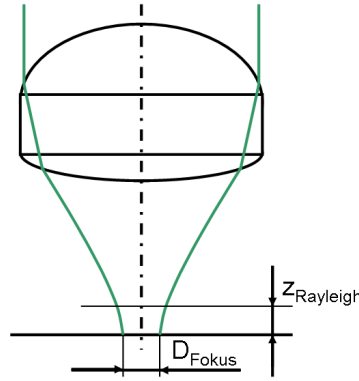


Abbildung 3.8: Geometrische Größen des fokussierten Laserstrahls

und der Wellenlänge des verwendeten Lichts kann die beugungsbegrenzte Größe des Brennflecks  $D_{Fokus}$  (siehe Abbildung 3.8) des Lasers angegeben werden [110]:

$$D_{Fokus} = \frac{4\lambda}{\pi \tan[\arcsin(NA)]} \quad (3.20)$$

Die beugungsbegrenzte Größe des Fokuspunktes ergibt sich damit zu etwa  $1,6 \mu\text{m}$ . Die Rayleigh-Länge des fokussierten Lasers, die die Koordinate  $z_{Rayleigh}$  definiert, an der der Laserdurchmesser um den Faktor  $\sqrt{2}$  größer ist als im Brennpunkt der Linse (siehe Abbildung 3.8), kann anhand der gegebenen Größen bestimmt werden als [110] :

$$z_{Rayleigh} = \frac{\pi D_{Fokus}^2}{4\lambda} \quad (3.21)$$

Die Rayleigh-Länge des fokussierten Laserstrahls beträgt im beschriebenen Aufbau etwa  $3,7 \mu\text{m}$ . In der Brennebene der Linse wird das Polymer-Substrat eingebracht. Die Gesamtintensität des Laserstrahls nach der Fokussierlinse beträgt etwa  $1 \text{ mW}$ . Die Linse ist mittels einer Mikrometerschraube axial verschiebbar, um die Fokusslage des Laserstrahls verschieben zu können. Das Substrat befindet sich auf einer Anordnung aus zwei gekreuzten Präzisionslineartischen der Firma Etel (Sonderanfertigung).

Während der Belichtung wird das zu belichtende Substrat innerhalb der Brennebene verfahren. Die Belichtung findet dabei nur statt, wenn das Substrat kontinuierlich in positiver x-Richtung bewegt wird. Während der schnelleren Fahrt in negativer x-Richtung wird der Laser ausgeschaltet. Für den Belichtungsvorgang wird der Laser in konstanten Zeitintervallen, typischerweise  $4 \text{ ms}$ , für ca.  $1 \text{ ms}$  eingeschaltet. Synchron dazu wird die Spannung, die am elektrooptischen Modulator anliegt, so eingestellt, dass die gewünschte Drehlage der linearen Polarisation des Laserstrahls vorliegt. Dieser Vorgang wird für jeden Punkt einer Zeile des zu schreibenden Polarisationshologramms wiederholt. Nach jeder Zeile wird der zweite Motor, der für die Bewegung in y-Richtung zuständig ist, um eine feste Schrittweite bewegt. Der

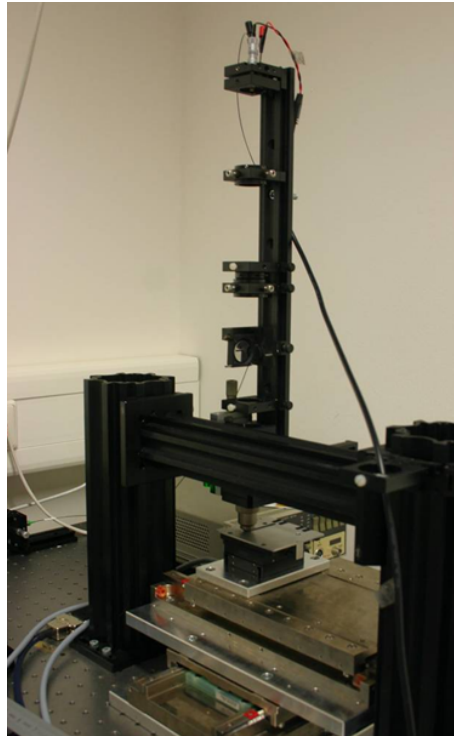


Abbildung 3.9: Foto des Aufbaus zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen in Azobenzenen

Abstand der Belichtungspunkte in x-Richtung wird über die Verfahrensgeschwindigkeit des Motors für die x-Richtung eingestellt. In y-Richtung ergibt sich der Abstand über die Schrittweite des zweiten Motors. Ein Foto des realisierten Belichters ist in Abbildung 3.9 zu sehen.

Mit dem beschriebenen Aufbau ist die Möglichkeit gegeben die Orientierung  $\rho$  (vgl. Gleichung 2.6) der Doppelbrechung im Polymersubstrat Punkt für Punkt einzustellen. Da der Laser nur an oder ausgeschaltet wird und damit die Belichtungsmenge in jedem Punkt gleich groß ist, ist die Stärke der Doppelbrechung  $\delta$  konstant.

Durch eine leichte Modifikation des Aufbaus, ist es möglich sowohl die Drehlage  $\rho$  als auch die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung in einem azobenzenhaltigen Polymer einzustellen [80, 111]. Eine Skizze des modifizierten Laboraufbaus ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Die erste Änderung besteht im Einbringen eines Folien-Zirkularpolarisators, d.h. einer Folie, die aus einer linear polarisierenden Schicht und einem  $\lambda/4$ -Plättchen besteht. In Kombination mit dem elektrooptischen Modulator kann so die Intensität des Schreiblasers und damit in jedem Hologrammpixel die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im Fotopolymer eingestellt werden. Ein zusätzlicher Polarisator, der mittels eines Rotationsschrittmotors gedreht werden kann, definiert die Drehlage der Polarisation des Schreiblasers. Er bestimmt also die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung, die im Polymer erzeugt wird. Das Einbringen der zusätzlichen Kompo-

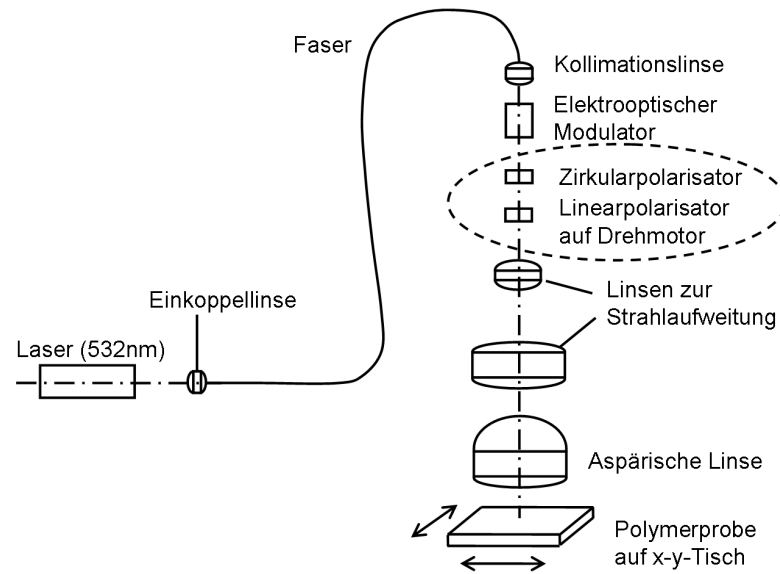


Abbildung 3.10: Skizze des modifizierten Laborsystems zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen mit einstellbarer Drehlage und Stärke der Doppelbrechung. Die Modifikationen gegenüber Abbildung 3.7 sind eingekreist.

nenten führt dazu, dass die Laserleistung nach der Fokussierlinse auf maximal 250 mW herabgesetzt wird.

Auch in dieser Anordnung wird das Substrat kontinuierlich in der Brennebene der Fokussierlinse verfahren. Dabei bleibt die Drehlage des auf dem Drehmotor platzierten Linearpolarisators zunächst konstant und die gesamte zu beschreibende Fläche wird einmal abgefahren. Durch Änderung der Spannung am elektrooptischen Modulator wird in jedem Pixel die Intensität des Schreibstrahls und damit die Stärke der Doppelbrechung im Fotopolymer eingestellt. Nach Abfahren des gesamten Hologramms wird der Linearpolarisator gedreht und erneut die gesamte Hologrammfläche abgefahren. Pro zulässiger Drehlage muss also einmal die gesamte Hologrammfläche abgefahren werden.

### 3.2.2.2 Parallele flächenhafte Belichtung mittels Spatial Light Modulator (SLM)

Davis *et al.* zeigten im Jahr 2000 experimentell, dass Phasen-SLMs auf Flüssigkristall-Basis zur pixelweisen Manipulation des Polarisationszustandes einer Lichtwelle verwendet werden können [112]. Phasen-SLMs sind optische Bauteile bestehend aus elektrisch schaltbaren Pixeln, die für eine lineare Polarisation, z.B. in Richtung der  $y$ -Achse, eine Phasenverzögerung  $\delta_{SLM}$  erzeugen können, während orthogonal dazu polarisierte Strahlung nicht beeinflusst wird. Jeder Pixel des SLM kann damit als spannungsabhängiger Retarder betrachtet werden. Die Jones-Matrix eines SLM-Pixels ist damit die eines allgemeinen Retarders in Achslage nach Gleichung (2.4):

$$T_{SLM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{SLM}} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Um die weitere Behandlung zu vereinfachen, wird gegenüber Gleichung (2.4) der Nullpunkt der Phasenlage um  $\delta/2$  ohne Beschränkung der Allgemeinheit verschoben. Die Absorption des Phasen-SLM wird als konstant über die Fläche des SLM angenommen und daher in Gleichung (3.22) nicht berücksichtigt. Die Anordnung zur

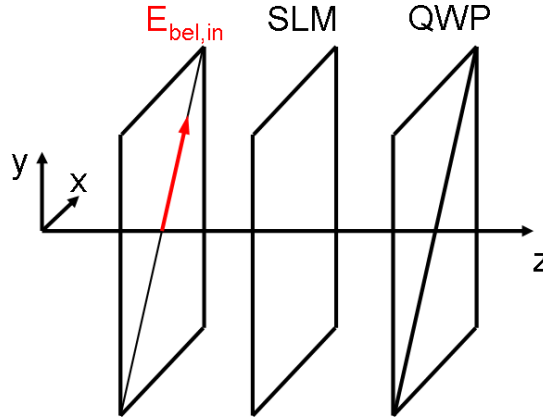


Abbildung 3.11: Konfiguration zur Nutzung eines Phasen-SLM zur Polarisationsdrehung (QWP: Viertelwellenplättchen)

Nutzung des SLM als Polarisationsmodulator wurde gegenüber der Anordnung von Davis *et al.* [112] geändert (siehe Abbildung 3.11). Statt mit zirkular polarisiertem Licht wird der SLM mit linear polarisiertem Licht beleuchtet, dessen Polarisationsachse unter  $45^\circ$  gegenüber der x-Achse gedreht ist:

$$E_{bel,in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Nach Durchgang des Lichts durch den SLM durchläuft dieses außerdem eine Viertelwellenplatte, deren schnelle Achse um  $45^\circ$  aus der x-Achse des Koordinatensystems gedreht ist. Die Jones-Matrix dieser Viertelwellenplatte kann angegeben werden als:

$$T_{QWP,45} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+i & -1+i \\ -1+i & 1+i \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Durch Matrixmultiplikation der Jones-Matrix der Viertelwellenplatte, der Jones-Matrix des SLM-Pixels und des Jones-Vektors der beleuchtenden Lichtwelle ergibt

sich der Jones-Vektor der Welle nach Durchlaufen der Anordnung:

$$\begin{aligned} E_{bel,out} &= T_{QWP,45} \times T_{SLM} \times E_{bel,in} = \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 + i - e^{i\delta_{SLM}} + ie^{i\delta_{SLM}} \\ -1 + i + e^{i\delta_{SLM}} + ie^{i\delta_{SLM}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Der Operator  $\times$  steht dabei für die Matrixmultiplikation. Die Phasenlagen der x-Komponente  $\phi_x$  und der y-Komponente  $\phi_y$  des resultierenden Jones-Vektors können nach trigonometrischer Umformung angegeben werden:

$$\begin{aligned} \phi_x &= \arctan \left( \frac{-1 + \sin(\delta_{SLM}) - \cos(\delta_{SLM})}{-1 + \cos(\delta_{SLM}) + \sin(\delta_{SLM})} \right) \\ \phi_y &= \arctan \left( \frac{1 + \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM})}{-1 - \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM})} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Bildet man die Differenz der Argumente der beiden arctan-Funktionen, ergibt sich:

$$\begin{aligned} &\frac{-1 + \sin(\delta_{SLM}) - \cos(\delta_{SLM})}{-1 + \cos(\delta_{SLM}) + \sin(\delta_{SLM})} - \frac{1 + \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM})}{-1 - \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM})} = \\ &= \frac{2 \sin(\delta_{SLM}) \cos(\delta_{SLM})}{(-1 + \cos(\delta_{SLM}) + \sin(\delta_{SLM}))(-1 - \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM}))} - \\ &= \frac{2 \sin(\delta_{SLM}) \cos(\delta_{SLM})}{(-1 + \cos(\delta_{SLM}) + \sin(\delta_{SLM}))(-1 - \sin(\delta_{SLM}) + \cos(\delta_{SLM}))} = \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Es gilt also:

$$\phi_x = \phi_y \quad (3.28)$$

Die Phasengleichheit der beiden Komponenten des resultierenden Jones-Vektors bedeutet, dass die resultierende Welle stets linear polarisiert ist, unabhängig von der Phasenverzögerung  $\delta_{SLM}$ , die durch den SLM induziert wird. Um die Drehlage  $\theta_{SLM}$  des Jones-Vektors  $E_{bel,out}$  gegenüber der x-Achse des Koordinatensystems zu bestimmen, müssen zunächst die Beträge der Komponenten dieses Jonesvektors  $E_{bel,x,0}$ ,  $E_{bel,y,0}$  bestimmt werden (siehe auch Abbildung 3.12):

$$\begin{aligned} E_{bel,x,0} &= \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin(\delta_{SLM})} \\ E_{bel,y,0} &= \frac{1}{2}\sqrt{1 + \sin(\delta_{SLM})} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Der Drehwinkel  $\theta_{SLM}$  ergibt sich damit zu:

$$\theta_{SLM} = \arctan \left( \frac{\sqrt{1 - \sin(\delta_{SLM})}}{\sqrt{1 + \sin(\delta_{SLM})}} \right) \quad (3.30)$$

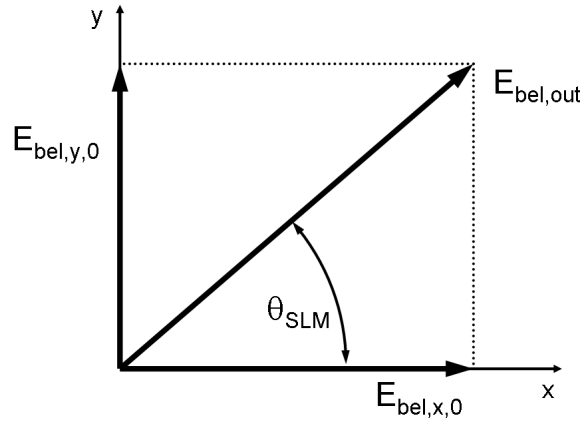


Abbildung 3.12: Elektrisches Feld nach Durchgang der Belichtungsanordnung mit SLM

Durch folgende Substitutionen kann das Ergebnis weiter vereinfacht werden:

$$\begin{aligned} \sin(x) &= -\cos(x + \pi/2) \\ \tan(x/2) &= \sqrt{(1 - \cos(x))/1 + \cos(x)} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Es ergibt sich:

$$\theta_{SLM} = \frac{\delta_{SLM}}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (3.32)$$

In der Zusammenfassung heißt das, dass zum einen eine Lichtwelle nach Durchlaufen der beschriebenen Anordnung stets linear polarisiert ist und zum anderen die Drehlage dieser linearen Polarisation über die einstellbare Phasenverzögerung  $\delta_{SLM}$  jedes Pixels des SLM definiert werden kann. Durch pixelweise Veränderung der Phasenverzögerung  $\delta_{SLM}$  kann ein pixeliertes Polarisationsmuster erzeugt werden, in dem in allen Pixeln lineare Polarisation vorliegt, deren Drehlagen durch den SLM definiert eingestellt werden kann.

Basierend auf diesen Vorüberlegungen wurde ein pixelierter Belichter zur Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzelen aufgebaut [113]. Eine Skizze des umgesetzten Belichters ist in Abbildung 3.13 dargestellt. Ein frequenzverdoppelter Nd:YAG-Laser ( $Laser_1$ ,  $\lambda=532$  nm, 16 mW Leistung) dient als Schreiblichtquelle. Die Spiegel  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  dienen zur Justage des Laserstrahls. Mit Hilfe der Linsen  $L_1$  (Brennweite -20 mm) und  $L_2$  (Brennweite 150 mm) wird der Strahl aufgeweitet, so dass sein Durchmesser etwa doppelt so groß wird wie der der Feldblende  $FB$ . Die Linsen  $L_3$  (Brennweite 25 mm) und  $L_4$  (Brennweite 80 mm) dienen der weiteren Aufweitung des Laserstrahls sowie der Abbildung der Feldblende in die Ebene des SLM. Der Linearpolarisator  $LP_1$  sorgt dafür, dass der SLM gemäß den Vorüberlegungen mit linear polarisiertem Licht (Winkel  $45^\circ$ ) beleuchtet wird. Der nicht-polarisierende Strahlteilerwürfel ( $NPST$ ) sorgt für die Strahlumlenkung ohne

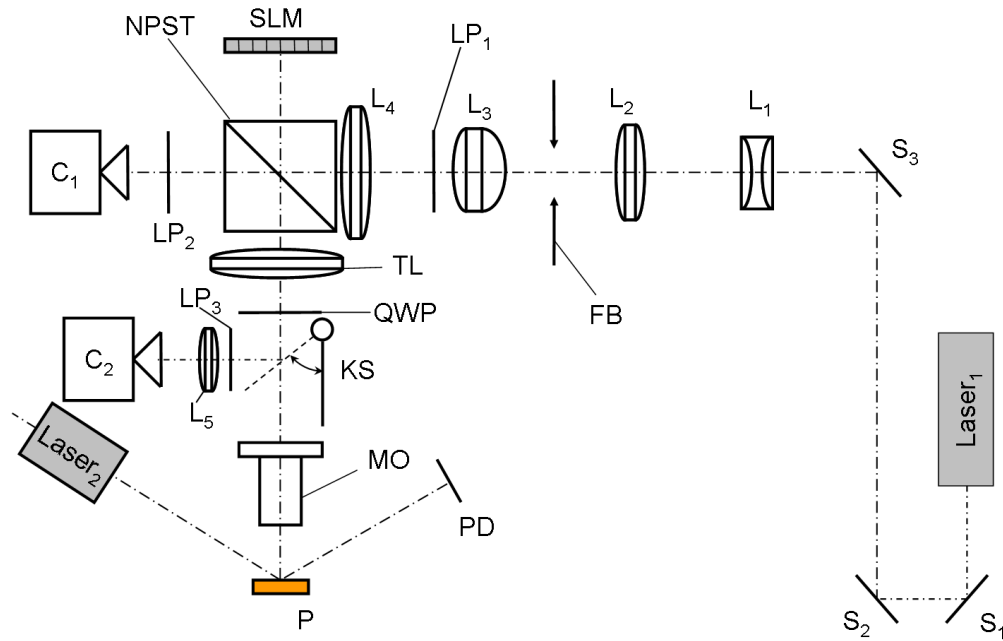


Abbildung 3.13: Laboraufbau zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines Phasen-SLM)

signifikante Änderung der Polarisation. Nach Reflektion am Phasen-SLM (Firma Holo-Eye, Typ HEO1080P, Auflösung 1920 x 1080 Pixel, 8  $\mu\text{m}$  Pixelgröße) durchläuft der Strahl eine Mikroskop-Tubus-Linse (*TL*, Firma Zeiss, Brennweite 164,5 mm) und trifft dann auf die Viertelwellenplatte gemäß der Vorbetrachtungen. Ein Mikroskop-Objektiv (Firma Zeiss, Epiplan-Neofluar 10x, NA = 0.3) bildet den SLM schließlich in die Ebene des Foto-Polymers *P* ab. Mit Hilfe der Kamera *C*<sub>1</sub> kann überprüft werden, ob der SLM scharf in die Ebene des Polymer abgebildet wird. Der Linearpolarisator dient dabei dazu das Licht, das direkt vom Laser (*Laser*<sub>1</sub>) kommt ohne den Weg über den SLM und das Polymer zu durchlaufen, auszublenzen.

Der Klappspiegel *KL* kann optional in den Strahlengang gebracht werden. Mit Hilfe der Linse *L*<sub>5</sub> (Brennweite 80 mm) wird der SLM in diesem Fall nicht auf das Polymer, sondern ca. um den Faktor 2 verkleinert auf die CMOS-Kamera *C*<sub>2</sub> (Omnivision Supercam, 1280 x 960 Pixel, 6  $\mu\text{m}$  Pixel-Pitch) abgebildet. Der zusätzliche drehbare Linearpolarisator *LP*<sub>3</sub> ermöglicht die Kontrolle der Polarisations Eigenschaften des SLM.

Der Laser (*Laser*<sub>2</sub>,  $\lambda = 670 \text{ nm}$ , Leistung einstellbar bis ca. 10 mW) ist so positioniert, dass er den Bereich des Fotopolymers kollimiert beleuchtet, in den der SLM abgebildet wird. Die Fotodiode (*PD*) eines optischen Leistungsmessgeräts (HP 8152A) ist so platziert, dass das in die erste Beugungsordnung gebeugte Licht des Lasers (*Laser*<sub>2</sub>) gerade dann auf sie fällt, wenn im Polymer ein Gitter der Periode 16 Pixel eingeschrieben wird. Mit Hilfe des Lasers (*Laser*<sub>2</sub>) und des Leistungsmess-

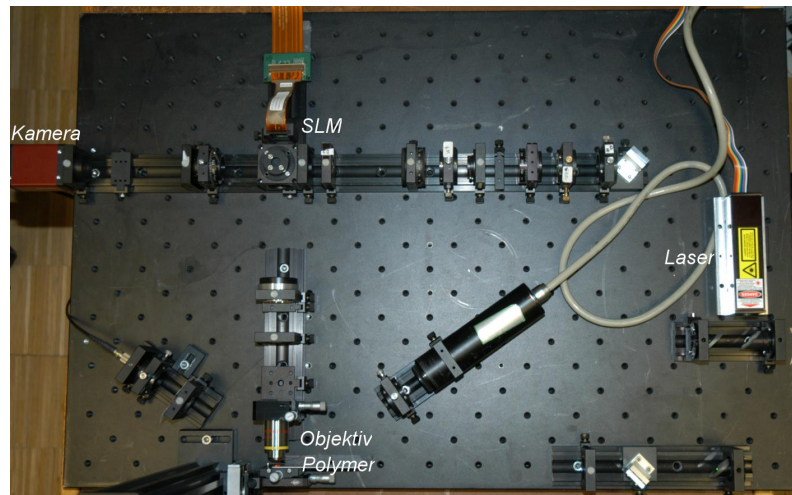


Abbildung 3.14: Foto des Aufbaus zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines SLM

geräts kann somit der Schreibvorgang überwacht werden, wenn ein Gitter mit einer Periode von 16 Pixeln geschrieben wird, um die Dynamik des Schreibprozesses zu evaluieren. Das Leistungsmessgerät verfügt über einen analogen Ausgang, dessen Ausgabespannung mittels einer Digital-Analog-Wandler-Karte einem PC zugeführt werden kann. Ein Foto des realisierten Aufbaus zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines SLM ist in Abbildung 3.14 dargestellt.

### 3.3 Experimentelle Charakterisierung von Polarisationshologrammen

#### 3.3.1 Polarisationsmikroskop mit drehbarem Verzögerungsplättchen

Eine Möglichkeit der Charakterisierung von Polarisationshologrammen besteht in der Verwendung eines Polarisationsmikroskops, das durch das Einbringen eines drehbaren Retarder-Plättchens modifiziert wird [111]. Die Skizze einer Umsetzung ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Als Beleuchtungsquelle dient eine rote LED (Wellenlänge 650 nm). Der Beleuchtungsstrahlengang folgt der klassischen Köhler'schen Beleuchtungsanordnung mit zusätzlicher Tubuslinse. Eine Kondensorlinse ( $KL$ ) bildet in Kombination mit der beleuchtungsseitigen Tubuslinse ( $TL_1$ ) die LED in die Aperturebene des Mikroskopobjektivs ( $MO$ , Zeiss Epiplan-Neofluar 10x, NA 0,3 ) ab. Eine Feldblende ( $FB$ ) wird von der Tubuslinse nach unendlich, und anschließend vom Mikroobjektiv in die Ebene des zu untersuchenden Polarisationshologramms ( $P$ ) abgebildet. Mit einer Kamera ( $C$ ) und einer zweiten Tubuslinse ( $TL_2$ , Zeiss, Brennweite 164,5 mm) wird schließlich das scharfe Bild des Polarisationshologramms



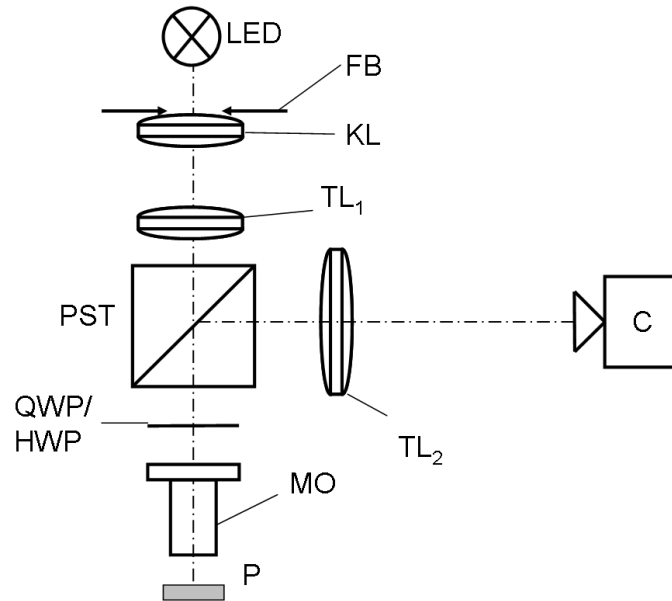


Abbildung 3.15: Mikroskopaufbau zur Bestimmung der Doppelbrechung in einem Polarisationshologramm)

aufgenommen. Da als Strahlteiler ein polarisierender Strahlteilerwürfel ( $PST$ ) verwendet wird, entspricht der Aufbau zunächst einem Polarisationsmikroskop in Auflicht. Die Modifikation besteht im Einbringen einer Halbwellenplatte ( $HWP$ ) oder Viertelwellenplatte ( $QWP$ ). Die jeweilige Retarderplatte wird auf einem Drehmotor (Firma Owis) montiert. Für verschiedene Drehlagen des jeweiligen Retarders werden Bilder des Polarisationshologramms aufgenommen. Die aufgenommene Intensität in jedem Pixel ist dabei eine Funktion der Drehlage  $\rho$  und der Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im entsprechenden Punkt des Polarisationshologramms sowie der Drehlage des Retarderplättchens.

Um die Abhängigkeit der aufgenommenen Intensität  $I$  in einem Kamera-Pixel von der Drehlage  $\rho_R$  und der Phasenverzögerung  $\delta_R$  des Retarderplättchens, sowie von der Stärke  $\delta$  und der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung im entsprechenden Punkt des zu untersuchenden Polarisationshologramms zu bestimmen, eignet sich der Stokes-Formalismus. Ausgangspunkt der Betrachtung ist der Beleuchtungsstrahlengang beginnend bei der LED. Nach Durchgang des Lichts durch den polarisierenden Strahlteiler liegt linear polarisiertes Licht vor, z.B. in x-Richtung:

$$S_{pol} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Sowohl die Müller-Matrix  $M_R$  des Verzögerungsplättchens als auch die Müller-Matrix  $M$  eines beliebigen Punktes des Polarisationshologramms werden beschrieben durch

die Müller-Matrix des allgemeinen Retarders nach Gleichung (2.27). Wenn das Licht die Anordnung aus Verzögerungsplättchen, Polarisationshologramm und nochmals das Verzögerungsplättchen durchlaufen hat, wird vom polarisierenden Strahlteiler nur der Teil des Lichts auf die Kamera gelenkt, der in y-Richtung polarisiert ist. Der Strahlteiler wirkt also wie ein Linearpolarisator in y-Richtung:

$$M_{PST} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Der Stokes-Vektor, der die Polarisation des Lichts nach Durchgang  $S_k$  der gesamten Anordnung beschreibt, ergibt sich durch Multiplikation der Müller-Matrizen der einzelnen Komponenten mit dem Stokes-Vektor des Polarisationszustandes vor Durchlaufen der Anordnung:

$$S_k = M_{PST} \times M_R \times M \times M_R \times S_{pol} \quad (3.35)$$

Das erste Element des resultierenden Stokes-Vektors definiert die Intensität, die in einem Kamera-Pixel gemessen wird [85].

Die beiden Fälle, dass als Verzögerungsplättchen ein Halbwellenplättchen oder ein Viertelwellenplättchen verwendet wird, werden nun getrennt behandelt. Im Falle des Halbwellenplättchens ergibt sich die gemessene Intensität als:

$$I_{k,HWP} = \frac{1}{4}(1 - \cos(\delta))(1 - \cos(8\rho_R + 4\rho)) \quad (3.36)$$

Aus Gleichung (3.36) wird deutlich, dass sich die Intensität in einem Kamera-Pixel bei Drehung der Halbwellenplatte mit dem Kosinus des achtfachen Drehwinkels  $\rho_R$  der Halbwellenplatte ändert. Die Phasenlage der kosinusförmigen Modulation ist gegeben durch die vierfache Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung im Punkt des Polarisationshologramms, der in den Kamera-Pixel abgebildet wird. In Abbildung 3.16 a) ist die Intensität, die ein Kamera-Pixel aufnimmt, als Funktion der Drehlage des Halbwellenplättchens für vier unterschiedliche Drehlagen  $\rho$  ( $\rho = 1\pi/8$ ,  $\rho = 2\pi/8$ ,  $\rho = 3\pi/8$ ,  $\rho = 4\pi/8$ ) der Doppelbrechung im entsprechenden Punkt des Polarisationshologramms dargestellt. Der Betrag  $\delta$  der Doppelbrechung wurde in allen vier Fällen als  $5\pi/6$  gewählt. Die Phasenverschiebung der Intensitätsverläufe ist als Verschiebung der sinusförmigen Modulation zu erkennen. Wegen des Faktors vier sind die Intensitätsverläufe, die sich bei  $\rho$  und  $\rho + n\pi/2$  (mit  $n$  als ganzer Zahl) ergeben, nicht unterscheidbar, so dass die Bestimmung der Drehlage nur Modulo  $\pi/2$  angegeben werden kann.

Die Amplitude der Modulation hängt vom Kosinus der Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im entsprechenden Punkt des Polarisationshologramms ab und wird maximal, wenn  $\delta$  gleich  $\pi$  bzw.  $\pi + n \cdot (2\pi)$  ist (Abbildung 3.16 b).

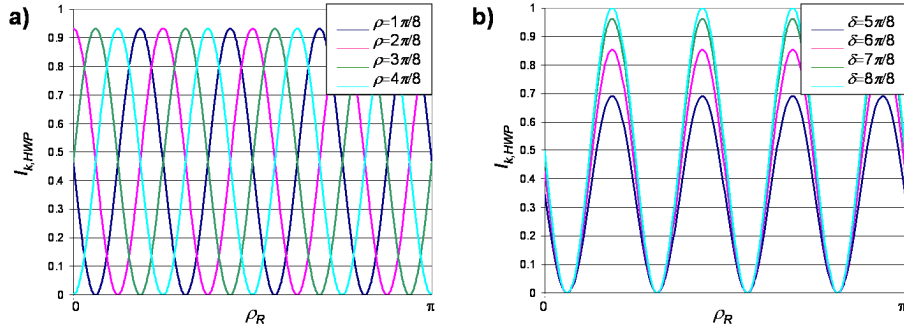


Abbildung 3.16: Simulierte Intensitätsverläufe nach Gleichung (3.36) eines Kamera-Pixels im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Halbwellenplatte ( $\rho_R$ : Drehlage der Halbwellenplatte); a) Intensitätsverläufe für verschiedene Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung im zu untersuchenden Punkt eines Polarisationshologramms; b) Intensitätsverläufe für verschiedene Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung

Für die Bestimmung der Doppelbrechungseigenschaften eines Polarisationshologramms werden eine Anzahl von Bildern von diesem aufgenommen und dabei die Halbwellenplatte des modifizierten Polarisationsmikroskops jeweils um einen Winkel  $\Delta\rho_R$  gedreht. Dadurch wird jedem Kamera-Pixel und damit jedem Punkt des Polarisationshologramms eine Reihe von gemessenen Intensitätswerten zugeordnet, die Gleichung (3.36) unterliegen. Durch eine eindimensionale Fouriertransformation dieser Messwerte eines Pixels wird diese Messreihe in ihre diskreten Frequenzanteile bezüglich der Drehung des Rotationswinkels  $\rho_R$  des Halbwellenplättchens zerlegt. Der Anteil dieses Frequenzspektrums, der der Frequenz  $8\rho_R$  entspricht, charakterisiert die Doppelbrechung des Polarisationshologramms im entsprechenden Punkt. Sein Phasenwinkel entspricht dem vierfachen Drehwinkel  $\rho$  der Doppelbrechung. Diese kann dadurch (modulo  $\pi/2$ ) bestimmt werden. Die Stärke der Doppelbrechung kann über die Amplitude des entsprechenden Anteils des Frequenzspektrums bestimmt werden. Dabei ist nicht unterscheidbar, ob eine geringere Modulation durch geringere Doppelbrechung im Polarisationshologramm, durch Absorption des Hologramms oder durch eine Helligkeitsänderung der Beleuchtung zu Stande kommt. Die Stärke der Doppelbrechung kann auf diese Art also nur unter Verwendung einer Reihe von Annahmen bestimmt werden. Für die Bestimmung der Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung von Polarisationshologrammen ist das modifizierte Polarisationsmikroskop mit Halbwellenplatte also nur bedingt geeignet, so dass der beschriebene Aufbau nur zur Bestimmung der Drehlagen der Doppelbrechung in den zu charakterisierenden Polarisationshologrammen verwendet wird.

Eine Abschätzung der zu erwartenden Genauigkeit bei der Charakterisierung

von Polarisationshologrammen mit Hilfe des beschriebenen modifizierten Polarisationsmikroskops mit Halbwellenplatte wurde mit Hilfe numerischer Simulationen durchgeführt. Eine geschlossene Abschätzung der Fehler ist nicht möglich, da der Übergang von Gleichung 3.35 nach Gleichung 3.36 nur unter der Annahme einer idealen Halbwellenplatte im Mikroskop möglich ist und Gleichung 3.35 nicht nach der gesuchten Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung aufgelöst werden kann. Für die nume-

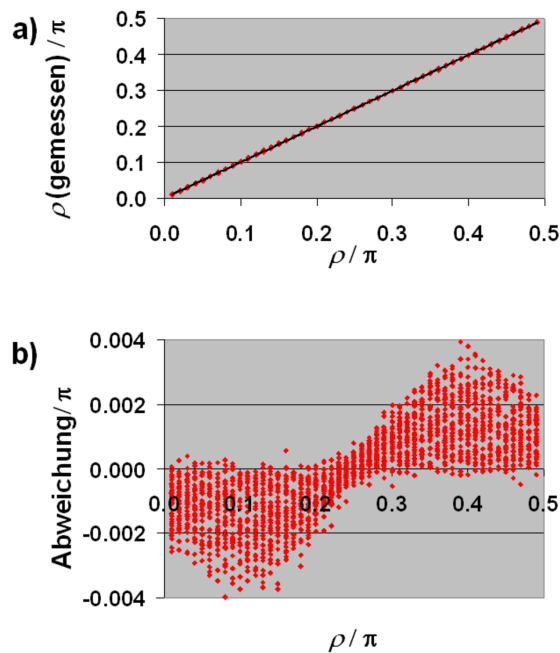


Abbildung 3.17: Numerische Abschätzung der zu erwartenden Messgenauigkeit für die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Halbwellenplatte

- a) Gemessene Drehlage als Funktion der realen Drehlage
- b) Differenz zwischen gemessener und realer Drehlage.

rische Simulation wird angenommen, dass die Drehlage  $\rho_R$  des Halbwellenplättchens gemäß der Spezifikationen des verwendeten Schrittmotors auf 1 Bogenminute genau bekannt ist. Darüber hinaus wird der Fehler der verwendeten Halbwellenplatte mit  $\lambda/500$  angegeben. Die Ungenauigkeit der Wellenlänge wird mit etwa 5 % (entspr. 30 nm) angenommen. Der Weiteren wird angenommen, dass die verwendete 8-bit-Kamera nur 6 rauschfreie Bits liefert. In der Simulation werden alle genannten Größen innerhalb der gegebenen Grenzen zufällig variiert. Für verschiedene vorgegebene Werte der Drehlage und Stärke der Doppelbrechung im Polarisationshologramm wurden anschließend die zu erwartenden Intensitätsverläufe berechnet und anhand dieser nach der beschriebenen Methode die Messwerte für die Drehlage  $\rho$  bestimmt. Dieser Vorgang wurde insgesamt 18000-mal wiederholt. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 3.17 grafisch dargestellt. Abbildung 3.17 a) zeigt die in der Simulation gemessenen Werte der Drehlagen als Funktion der vorgegebenen Dreh-

agen. in Abbildung 3.17 sind die Messfehler in der Simulation dargestellt. Es ergibt sich eine zu erwartende Messgenauigkeit der Drehlagen  $\rho$  von etwa  $0,0014 \pi$ .

Statt der Halbwellenplatte kann wie bereits erwähnt auch eine Viertelwellenplatte als Modifikation in ein Polarisationsmikroskop eingebracht werden. Nach den beschriebenen Überlegungen kann auch hier das Intensitätssignal in einem Kamera-Pixel mit Hilfe der Müller-Matrizen berechnet werden:

$$S_k = M_{PST} \times M_R \times M \times M_R \times S_{pol} \quad (3.37)$$

Sowohl das Polarisationshologramm als auch die Viertelwellenplatte werden durch die Müller-Matrix eines allgemeinen Retarders dargestellt, wobei die Phasenverzögerung des Viertelwellenplättchens  $\pi/2$  beträgt. Die Intensität, die ein Kamera-Pixel registriert, kann damit als Funktion der Drehlage und Stärke der Doppelbrechung im abgebildeten Punkt des Polarisationshologramms sowie der Drehlage des Viertelwellenplättchens angegeben werden:

$$\begin{aligned} I_{k,HWP} = & \frac{1}{16} ((\cos(\delta) - 1) \cos(8\rho_r - 4\rho) + \\ & + 4 \sin(\delta) \sin(6\rho_R - 2\rho) + \\ & + (2 \cos(\delta) - 2) \sin(4\rho) \sin(4\rho_R) + ((2 \cos(\delta) - 2) \cos(4\rho) - \\ & - 6 \cos(\delta)) \cos(4\rho_R) + 4 \sin(\delta) \cos(2\rho + 2\rho_R) - \\ & - 2 \sin(\rho_R)^4 + 12 \cos(\rho_R)^2 \sin(\rho_R)^2 - \\ & - 2 \cos(\rho_R)^4 + \cos(\delta) \cos(4\rho) - \sin(\rho)^4 + \\ & + 6 \cos(\rho)^2 \sin(\rho)^2 - \cos(\rho)^4 + 2 \cos(\delta) + 6) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Das Ergebnis zeigt, dass die Intensität in einem Kamera-Pixel nicht nur kosinusförmig mit dem 8-fachen Drehwinkel des zusätzlichen Retarders moduliert wird, sondern auch kosinusförmig von anderen Vielfachen des Drehwinkels abhängt. Die verschiedenen Anteile der Modulation sind je nach Betrag und Orientierung der Doppelbrechung im entsprechenden Punkt des Polarisationshologramms unterschiedlich stark gewichtet. Typische Intensitätsverläufe bei Drehung des Viertelwellenplättchens sind in Abbildung 3.18 für verschiedene Doppelbrechungseigenschaften des Polarisationshologramms dargestellt. Abbildung 3.18 a) zeigt die Intensitätsmodulation in einem Kamera-Pixel für verschiedene Drehlagen  $\rho$  ( $\rho = \pi/8$ ,  $\rho = \pi/4$ ,  $\rho = 3\pi/8$ ,  $\rho = \pi/2$ ) und konstanter Stärke  $\delta = 5\pi/6$  der Doppelbrechung im beobachteten Punkt des Polarisationshologramms. In Abbildung 3.18 b) sind Intensitätsverläufe für verschiedene Doppelbrechungsstärken  $\delta$  ( $\delta = 5\pi/8$ ,  $\delta = 3\pi/4$ ,  $\delta = 7\pi/8$ ,  $\delta = \pi$ ) bei konstanter Drehlage  $\rho = \pi/8$  dargestellt.

In beiden Diagrammen wird deutlich, dass die Überlagerung der verschiedenen

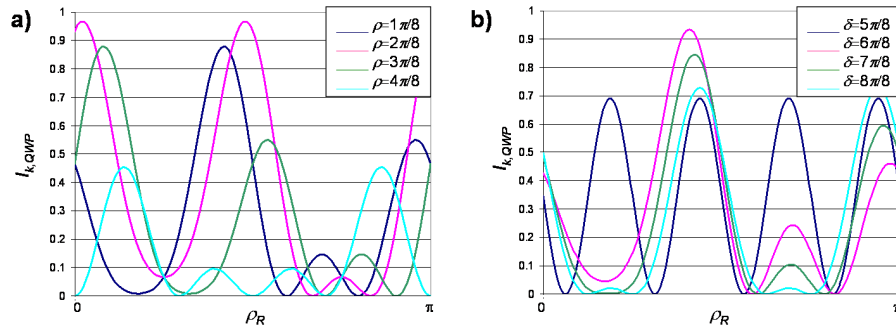


Abbildung 3.18: Simulierte Intensitätsverläufe nach Gleichung (3.36) eines Kamera-Pixels im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Viertelwellenplatte ( $\rho_R$ : Drehlage der Viertelwellenplatte); a) Intensitätsverläufe für verschiedene Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung im zu untersuchenden Punkt eines Polarisationshologramms; b) Intensitätsverläufe für verschiedene Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung

kosinusförmigen Modulationen zu komplexen Intensitätsmodulationen führt. Daher werden zur Auswertung der aufgenommenen Intensitätswerte in jedem Messpunkt (Kamera-Pixel) Methoden der nichtlinearen Regressionsrechnung eingesetzt [114]. Dabei werden durch Variation der angenommenen Werte für  $\rho$  und  $\delta$  die Abweichungen zwischen der theoretischen Modulation der Intensität als Funktion von  $\rho_R$  nach Gleichung (3.38) und der gemessenen Modulation in jedem Kamera-Pixel minimiert und so die Werte für  $\rho$  und  $\delta$  bestimmt. Es kann gezeigt werden, dass die Intensitätsmodulation für  $\delta$  und  $2\pi \pm \delta$  identisch sind. Ebenso ergeben sich für  $\rho$  und  $\pi/2 + \rho$  identische Intensitäten. Unter Nutzung von a-priori-Wissen können diese Unsicherheiten ausgeschlossen werden. Die Unsicherheit von  $\delta$  ist für die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Polarisationshologramme von geringer Bedeutung, da die Werte für  $\delta$ , die größer sind als  $\pi$ , aufgrund der gegebenen Dicken der Polymerschichten und der erzielbaren Doppelbrechung ausgeschlossen werden können. Negative  $\delta$ -Werte, die sich bei der Berechnung ergeben können, müssen daher als positive  $\delta$ -Werte mit demselben Betrag interpretiert werden. Diese Unsicherheit bei der Messung der Drehlagen  $\rho$  kann unter Verwendung von a-priori-Wissen in der Regel ausgeschlossen werden. Insbesondere bei der Vermessung von Teststrukturen zur Kalibration der Schreibsysteme sind die ungefähren Bereiche, in denen sich  $\rho$  bewegen muss, schon vorher bekannt, bzw. können mit einfachen Mitteln (Polarisationsmikroskop ohne Modifikation) abgeschätzt werden.

Auch für diese Messanordnung wurde mit Hilfe numerischer Simulationen eine Abschätzung der zu erwartenden Messfehler durchgeführt. Die Positioniergenauigkeit der drehbaren Viertelwellenplatte, die Fertigungstoleranz dieser, das Bildrauschen bedingt durch die Kamera sowie die Unsicherheit der Beleuchtungswellenlänge wurden gegenüber der numerischen Simulation nach Abbildung 3.17 beibehalten. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 3.19 grafisch dargestellt. Abbildung

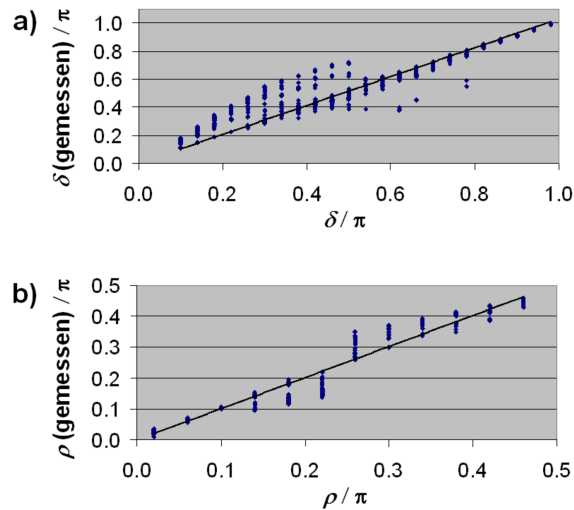


Abbildung 3.19: Numerische Abschätzung der zu erwartenden Messgenauigkeit für die Drehlage  $\rho$  und Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Viertelwellenplatte

- a) Gemessene Stärke  $\delta$  als Funktion der realen Stärke  
 b) Gemessene Drehlage  $\rho$  als Funktion der realen Drehlage.

3.19 a) stellt die durch Regressionsrechnung bestimmte Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung als Funktion der vorgegebenen Stärke dar. Die Standardabweichung der Messwerte von den Vorgabewerten liegt bei etwa  $\pi/12$ . In Abbildung 3.19 b) ist die gemessene Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung als Funktion der vorgegebenen Drehlage dargestellt. Die Standardabweichung zwischen den Mess- und den Vorgabewerten liegt bei etwa  $\pi/40$ .

Unter der Annahme, dass die Abbildung durch das Mikroskopobjektiv beugungsbegrenzt ist, ergibt sich die Auflösungsgrenze nach der Abbe'schen Mikroskoptheorie zu etwa  $1,1 \mu\text{m}$ . Für die einzelnen Intensitätsaufnahmen in den beiden beschriebenen Aufbauten kann dieser Wert auch erreicht werden (siehe Abbildung 3.20 a) links oben). In der Praxis zeigt sich, dass die erzielbare Auflösung für das beschriebene Gesamtverfahren die theoretisch vorhergesagten Werte nicht erreicht. Der Grund dafür liegt in der Drehung des jeweiligen Retarderplättchens zwischen den Aufnahmen. Die stets vorhandene leichte Verkipfung des Retarders führt dazu, dass bei der Drehung des Retarders zwischen den Aufnahmen die Bilder lateral im Bereich weniger  $\mu\text{m}$  verschoben werden (siehe Abbildung 3.20 c) und d)). Zwei nacheinander aufgenommene Bilder des Polarisationshologramms sind nicht exakt deckungsgleich, so dass die gemessene Intensitätsmodulation nicht ausschließlich durch die Drehung des Retarders zustande kommt, sondern durch die scheinbare Verschiebung des Polarisationshologramms beeinflusst wird. Dieser Effekt kann zwar durch nachträgliches Ausrichten der Bilder mit Hilfe von Bildbearbeitungssoftware (ImageJ) anhand markanter Punkte (z.B. Eckpunkte des Hologramms oder spezieller Justiermarken wie

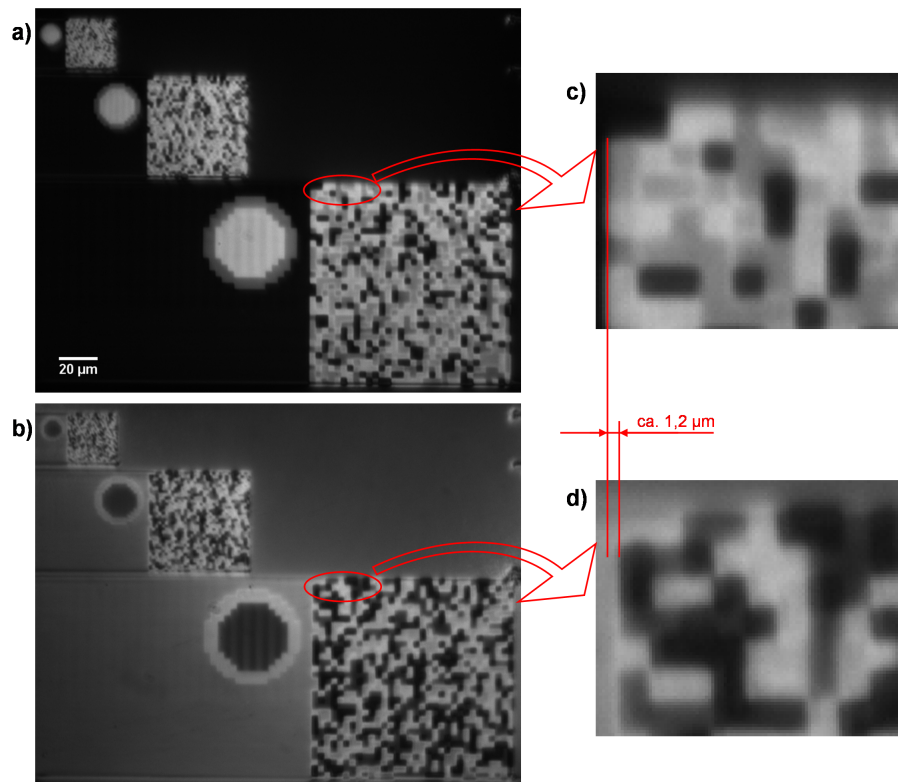


Abbildung 3.20: Mikroskopbilder von Polarisationsstrukturen aufgenommen mit dem modifizierten Polarisationsmikroskop nach Abbildung 3.15.

- a) Aufnahme mit  $\rho_R = 0^\circ$ ; die Strukturgrößen in den drei quadratischen Feldern entsprechen  $1,1 \mu\text{m}$ ,  $2,2 \mu\text{m}$  bzw.  $4,4 \mu\text{m}$ .
- b) Aufnahme der gleichen Struktur mit  $\rho_R = 30^\circ$ .
- c) Vergrößerung des markierten Ausschnitts aus a).
- d) Vergrößerung des markierten Ausschnitts aus b). Erkennbar ist eine scheinbare Verschiebung des Bildes um ca.  $1,2 \mu\text{m}$  in Folge der Rotation des Verzögerungsplättchens.

etwa in Abbildung 3.20 a) und b)) reduziert werden. Eine vollständige Kompensation des Effekts gelingt jedoch nicht.

### 3.3.2 Polarisationsmessung mit Methoden der digitalen Holografie

Eine weitere Methode zur Charakterisierung von Polarisationshologrammen liegt in der Anwendung digitalholografischer Methoden. Mit Hilfe der digitalen Holografie ist es möglich Betrag und Phase einer gebeugten Welle orts aufgelöst zu bestimmen [89], was in der Literatur zur Topografiemessung in der 3D-Messtechnik genutzt wird [115–117]. Bei geeigneter Beleuchtung können aus dem Betrag und der Phase der gebeugten Welle auch Rückschlüsse auf die Stärke und Orientierung der Doppelbrechung eines Polarisationshologramms gezogen werden [118, 119].

Ein Aufbau zur linsenlosen Mehrwellenlängen holografie, der auch zur Charakte-



risierung von Polarisationshologrammen verwendet werden kann, ist in Abbildung 3.21 zu sehen. Der Strahl eines Faser-gekoppelten, schaltbaren Zwei-Wellenlängen-

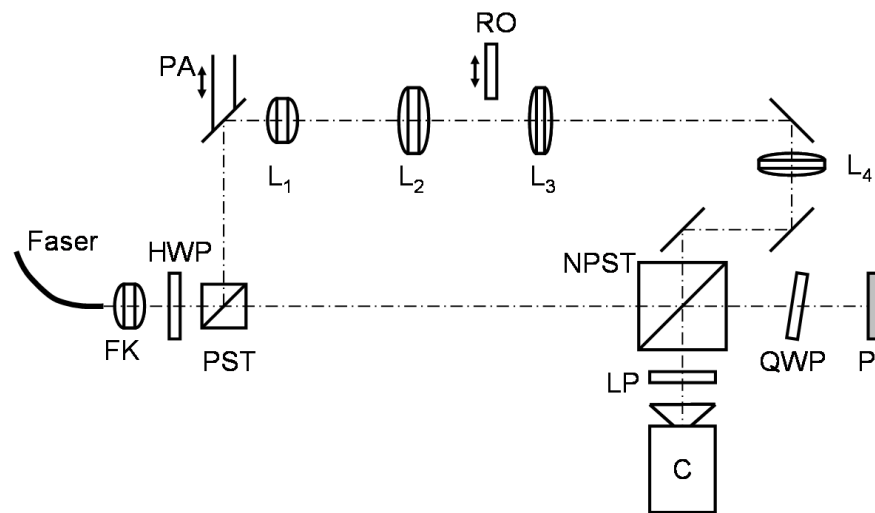


Abbildung 3.21: Aufbau zur Charakterisierung von Polarisationshologrammen mit linsenloser digitaler Holografie)

Lasers (Sonderanfertigung Dipl. Phys. Danilo Skoczowski/ Dr. rer. nat. Axel Heuer, Institut für Physik und Astronomie Lehrstuhl Photonik, Universität Potsdam;  $\lambda_1 = 543,589$  nm,  $\lambda_2 = 543,609$  nm, Leistung je Wellenlänge ca. 6 mW nach der Faser) wird mit einem Faser-Kollimator (*FK*, Newport, Brennweite 11 mm) kollimiert. Der Strahl wird mit Hilfe eines polarisierenden Strahlteilers (*PST*) aufgeteilt in Objekt- und Referenzstrahl. Das Teilungsverhältnis kann durch Drehung des Halbwellenplättchens (*HWP*) eingestellt werden. Der Objekt-Strahl beleuchtet das zu prüfende Polarisationshologramm durch eine Viertelwellenplatte (*QWP*). Das Polarisationshologramm wird also zirkular polarisiert beleuchtet. Das Licht, das vom Polarisationshologramm gebeugt wird, durchläuft erneut das Viertelwellenplättchen, und wird vom nicht-polarisierenden Strahlteiler (*NPST*) durch einen Linearpolarisator (*LP*) auf eine CCD-Kamera (*C*, AVT Dolphin, 1392 x 1040 Pixel, 6,45  $\mu\text{m}$  Pixel-Pitch) gelenkt. Die Durchlassrichtung des Linearpolarisators wird derart gewählt, dass nur der Anteil des gebeugten Lichts auf die Kamera gelangt, der orthogonal zur Beleuchtungspolarisation ist. D. h. bei  $l_{zp}$ -Beleuchtung des Polarisationshologramms gelangt nur der Teil des Lichts auf die Kamera, der nach Beugung am Hologramm  $r_{zp}$  ist. Nach Gleichung (2.9) ist das der Anteil des Lichts, dessen Amplitude und Phase durch das Polarisationshologramm eingestellt werden können. Der Referenzstrahl gelangt zunächst auf einen Umlenkspiegel, der auf einem Piezoaktor angebracht ist (*PA*, PI P-820), so dass er axial verschoben werden kann. Mit Hilfe von zwei Linsen ( $L_1$ , Brennweite 10 mm,  $L_2$ , Brennweite 60 mm) wird der Strahl aufgeweitet, so dass sein Durchmesser so groß ist wie die Diagonale des Kamera-Chips und dieser vollständig ausgeleuchtet wird. Die folgenden Linsen  $L_3$  und  $L_4$  dienen der Abbildung

des Referenzobjekts RO, das in den Strahlengang eingeschwenkt werden kann, auf den CCD-Chip. Diese Komponenten sind nur für die Selbstkalibration des Aufbaus im Mehrwellenlängenbetrieb von Bedeutung [117]. Da zur Charakterisierung der Polarisationshologramme nur eine Wellenlänge benötigt wird, wird das Referenzobjekt hier nicht genutzt.

Der CCD-Chip nimmt das Intensitätsbild der Interferenz aus Objekt- und Referenzstrahl auf. Mit Hilfe des Piezoaktors  $PA$  kann die relative Phasenlage zwischen der Referenz- und der Objektwelle geändert werden. Nacheinander werden drei Bilder mit geänderter relativer Phasenlage zwischen den beiden Wellen aufgenommen. Die Phasenlage zwischen den beiden Wellen in den drei aufgenommenen Bildern kann aus der Änderung der Interferenzmuster von Bild zu Bild mit einem Verfahren nach Cai *et al.* [120] bestimmt werden. Die aufgenommenen Intensitäten in einem Kamera-Pixel  $(m', n')$  werden mit  $I_1(m', n')$ ,  $I_2(m', n')$  und  $I_3(m', n')$  bezeichnet. Die Mittelwerte der Intensitätsänderungen zwischen den Bildern werden mit  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  bezeichnet:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{N' \cdot M'} \sum_{N'M'} |I_2(m', n') - I_1(m', n')| \\ p_2 &= \frac{1}{N' \cdot M'} \sum_{N'M'} |I_3(m', n') - I_1(m', n')| \\ p_3 &= \frac{1}{N' \cdot M'} \sum_{N'M'} |I_3(m', n') - I_2(m', n')| \end{aligned} \quad (3.39)$$

Dabei sind  $N'$  und  $M'$  die Pixelzahlen der CCD-Kamera in x- und y-Richtung. Die Phasenverschiebungen, die durch den Piezoaktor zwischen den einzelnen Kamerabildern erzeugt wurden, ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 2 \arcsin(p_1/c) \\ \phi_2 &= 2 \arcsin(p_2/c) \end{aligned} \quad (3.40)$$

mit :  $c = 2p_1p_2p_3 \sqrt{2(p_1^2p_2^2 + p_1^2p_3^2 + p_2^2p_3^2) - p_1^4 + p_2^4 + p_3^4}$

Nimmt man an, dass die Referenzwelle eben ist und ihr Betrag über die gesamte Fläche des Kamera-Chips konstant, kann die komplexe Amplitudenverteilung in der Ebene des Kamera-Chips bestimmt werden:

$$\begin{aligned} u'_k(m', n') &= \frac{e^{i\phi_1/2}}{\sin[(\phi_1 + \phi_2)/2]} (I_1(m', n') - I_3(m', n')) - \\ &\quad - \frac{e^{i(\phi_1 + \phi_2)/2}}{\sin(\phi_1/2)} (I_1(m', n') - I_2(m', n')) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Aus der komplexen Amplitudenverteilung in der Kamera-Ebene kann in jeder Ebene

vor dem Kamera-Chip, die parallel zu diesem liegt, die dortige komplexe Amplitudenverteilung mit Hilfe von Gleichung (2.57) oder (2.60) berechnet werden. Ist der Abstand  $z$  zwischen Kamera und Polarisationshologramm bekannt, kann auf diese Art auch der Betrag und die Phase der Welle unmittelbar nach Reflektion am Polarisationshologramm berechnet werden, z.B. mittels Faltungsmethode nach Gleichung (2.60):

$$\begin{aligned} u(m, n) &= F^{-1} [F [u'_k(m', n') \cdot H_{-z}(m_f, n_f)]] \\ &= u_0(m, n) * e^{i\phi(m, n)} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Dabei steht  $H_{-z}(m_f, n_f)$  für die diskrete Impulsantwort des freien Raumes für einen Propagationsabstand  $-z$  nach Gleichung (2.62). Die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung kann direkt aus den berechneten Phasenwerten in jedem der Rekonstruktionspunkte bestimmt werden:

$$\rho(m, n) = \frac{1}{2}\phi(m, n) \quad (3.43)$$

Die Bestimmung der Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung ist nicht ohne Weiteres möglich. Denkbar wären dafür verschiedene Möglichkeiten wie etwa die Vermessung eines unbelichteten Polymersubstrats oder eines Spiegels als Referenzobjekt. Da die Größe  $\delta$  jedoch in einem Polarisationshologramm mit dem Ziel variiert wird, den Betrag des rzp Anteils der reflektierten Welle zu steuern, ist es für praktische Messungen in der Regel ausreichend diesen Betrag, also  $u_0(m, n)$  zu bestimmen.

Durch den Abstand zwischen Kamera und Polarisationshologramm wird im beschriebenen Aufbau die laterale Auflösung bei der Rekonstruktion der komplexen Amplitudenverteilung gegeben. Aus Gleichung (2.59) folgt, dass eine Struktur gerade dann noch aufgelöst werden kann, wenn sie mindestens die Dimensionen  $\Delta x$  und  $\Delta y$  hat, für die gilt:

$$\begin{aligned} \Delta x &\geq \frac{\lambda|z|}{N'\Delta x_{CCD}} \\ \Delta y &\geq \frac{\lambda|z|}{M'\Delta y_{CCD}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Die Größen  $\Delta x_{CCD}$  und  $\Delta y_{CCD}$  bezeichnen dabei die Pixelmittenabstände des Kamera-Chips. Aus Gleichung (3.44) wird deutlich, dass durch Verkleinerung des Abstands zwischen Kamera und Polarisationshologramm die Auflösung des Systems verbessert werden kann. In der experimentell umgesetzten Variante des Aufbaus nach Abbildung 3.21 ist dieser Abstand aus geometrischen Gründen nach unten limitiert. Die untere Grenze für  $z$  liegt bei etwa 140 mm. Die erreichbare laterale Auflösung des Aufbaus liegt daher bei etwa 13,5  $\mu\text{m}$ . Die Größe eines Polarisationshologramms, das noch vollständig vermessen werden kann, ergibt sich damit zu etwa 14 mm.

# Kapitel 4

## Resultate

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse dargestellt, die im Rahmen der Forschungsarbeiten an Polarisationshologrammen erzielt wurden. Dabei werden die Resultate, die im Bereich des Designs von Strahlformern mit dem neuen Puzzle-Algorithmus erzielt wurden, ebenso aufgeführt wie die Ergebnisse bei der Herstellung von computergenerierten Polarisationshologrammen.

### 4.1 Ergebnisse des Designs mit dem Puzzle-Algorithmus

In diesem Abschnitt werden die Möglichkeiten, aber auch die Grenzen des Puzzle-Algorithmus betrachtet. Die Betrachtung der Grenzen schließt dabei die Grenzen der pseudo-geometrischen Designansätze nach Bryngdahl [95] mit ein.

#### 4.1.1 Beispiele für die Hologramm-Berechnung mittels Puzzle-Algorithmus und IFTA

Zur Überprüfung der Anwendbarkeit der entwickelten Design-Methode werden für ausgewählte Design-Probleme Strahlformer berechnet. Die Wirkung der Strahlformer wird anschließend in numerischen Simulationen nachgebildet und die so berechneten Intensitätsverteilungen mit den Wunschverteilungen verglichen. Ebenso wie die Wunschverteilungen als diskret abgetastete, zweidimensionale Verteilungen vorgegeben werden, liefern auch die Simulationen diskret abgetastete zweidimensionale Verteilungen in der Beobachtungsebene. Die Indices der Stützstellen der diskreten Verteilungen werden mit  $m'$  in x-Richtung bzw.  $n'$  in y-Richtung bezeichnet. Ein Maß für die Qualität der simulierten Intensitätsverteilungen ist die Beugungseffizi-

enz  $\eta_B$ . Sie wird berechnet als:

$$\eta_B = \frac{\sum_{m'_{soll}} \sum_{n'_{soll}} I_{sim}(m', n')}{\sum_{m'} \sum_{n'} I_{sim}(m', n')} \quad (4.1)$$

$I_{sim}$  steht dabei für die Intensitätsverteilung, die bei der Simulation berechnet wird,  $m'_{soll}$  und  $n'_{soll}$  sind die Indices der Stützstellen der Intensitätsverteilung, an denen die Wunschverteilung einen gewissen Schwellwert, der als 10% der maximalen Intensität gewählt wurde, überschreitet. Die Beugungseffizienz ist also das Verhältnis der Summen aller Intensitätswerte an Punkten, an denen mindestens eine gewisse Intensität erzielt werden soll, und der Summe der Intensitäten über alle Stützstellen der simulierten Intensitätsverteilung. Die Beugungseffizienz ist ein Maß dafür, welcher Anteil des einfallenden Lichts für die gewünschte Intensitätsverteilung genutzt wird.

Abweichungen innerhalb der gewünschten Intensitätsverteilungen werden auf diese Art nicht erfasst. Um Intensitätsverteilungen bezüglich ihrer Ähnlichkeit mit der Wunschverteilung zu charakterisieren, kann der Standardfehler zwischen erzielter Intensitätsverteilung  $I_{sim}$  und angestrebter Intensitätsverteilung  $I_{soll}$  verwendet werden:

$$\epsilon = \frac{1}{I_{max}} \sqrt{\frac{\sum_{m'} \sum_{n'} (I_{sim}(m', n') - I_{soll}(m', n'))^2}{N' \cdot M'}} \quad (4.2)$$

Insbesondere zur Beschreibung der Qualität von Strahlformern zur Erzeugung homogener Verteilungen werden die Summationsgrenzen häufig auf die Bereiche reduziert, in denen homogene Intensität erzielt werden soll [121]. Der Standardfehler stellt dort ein Maß für die erzielte Homogenität der Intensitätsverteilung dar.

Das Designproblem mit der wahrscheinlich höchsten technischen Relevanz und gleichzeitig hohen Ansprüchen an Design und Herstellung ist die Formung eines Gauß- in einen Flattop-Strahl. Gauß-Strahlen sind das einfachste wellenoptische Modell für Laser-Strahlen. Dennoch beschreibt dieses Modell die Intensitätsverteilungen von Strahlen sehr vieler realer Laser für eine große Anzahl von Anwendungen hinreichend genau. Für die Berechnung der folgenden CGHs und die anschließende Simulation deren Funktion wird die Intensitätsverteilung des Gauß-Strahls analytisch berechnet als:

$$I(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (4.3)$$

Die so definierte Intensitätsverteilung ist derart normiert, dass ihr Maximum 1 beträgt. Üblicherweise wird als Durchmesser eines Gauß-Strahls der Durchmesser des Kreises angegeben, in dem die Intensität des Gauß-Strahls über dem Wert  $1/e^2$  liegt. Dieser Durchmesser entspricht dem Doppelten von  $\sigma$ . Ein Beispiel für eine solche

Gauß-Verteilung ist in Abbildung 4.1 a) zu sehen. Ein Querschnitt durch diese Verteilung ist in Abbildung 4.1 c) dargestellt. Die im Beispiel dargestellte Intensitätsverteilung hat einen Durchmesser von 1,8 mm.

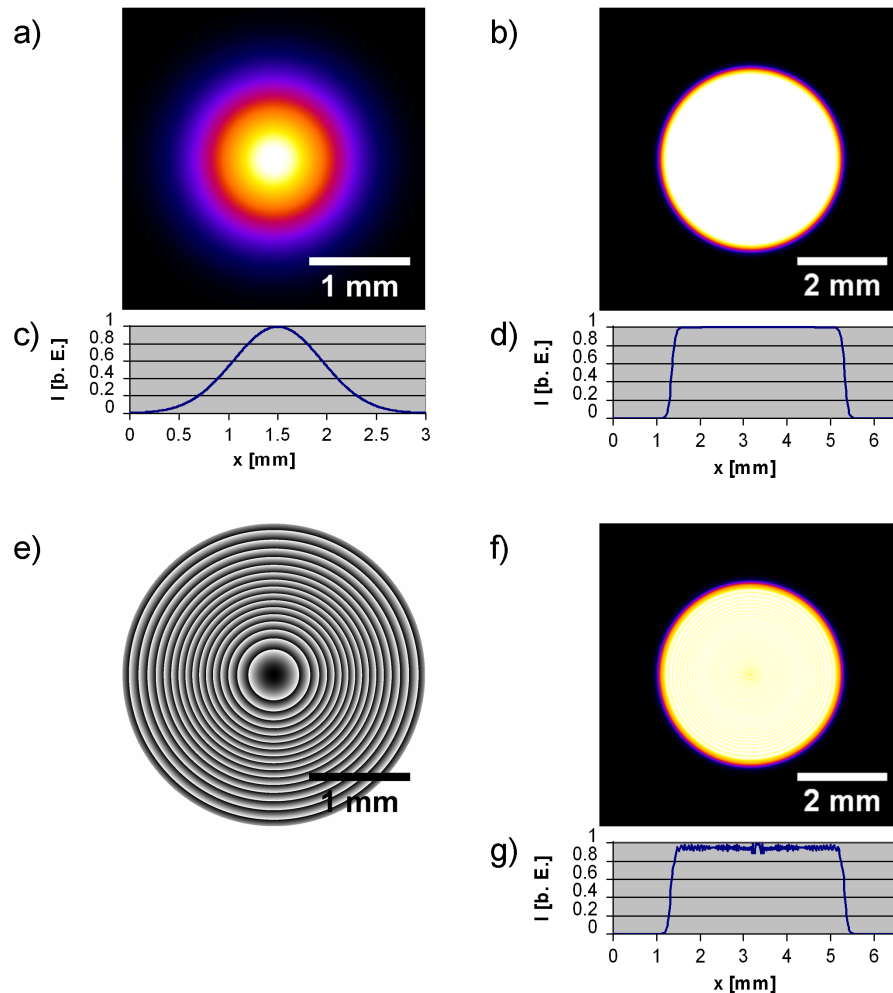


Abbildung 4.1: Beispiel für die Strahlformung einer Gauß- zu einer Flattop-Verteilung.

- a) Falschfarb-Darstellung der Intensitätsverteilung eines Gaußstrahls mit Durchmesser ( $1/e^2$ ) von 1,8 mm.
- b) Falschfarb-Darstellung einer Fermi-Dirac-Verteilung mit Durchmesser  $2R_0 = 4$  mm und  $\beta = 50$ .
- c) Querschnitt durch die Gauß-Verteilung aus a).
- d) Querschnitt durch die Fermi-Dirac-Verteilung nach b).
- e) Strahlformendes Hologramm zur Formung des Gauß-Strahls in die gegebene Fermi-Dirac-Intensitätsverteilung.
- f) Berechnete Intensitätsverteilung, die mit dem Strahlformer nach e) erzielt wird.
- g) Querschnitt durch f).

Ein idealer Flattop-Strahl zeichnet sich dadurch aus, dass innerhalb eines bestimmten Bereichs einer Beobachtungsebene eine konstant hohe Intensität vorliegt, während die Intensität außerhalb dieses Bereichs Null sein soll. In der Realität treten am Übergang zwischen hoher und niedriger Intensität Beugungseffekte auf, die das

gewünschte Strahlprofil vor und hinter der Beobachtungsebene des Designs stören. Daher werden Flattop-Profilen häufig durch Funktionen angenähert, die diesen Übergang weniger abrupt realisieren [122]. Eine für diesen Zweck gut geeignete Funktion stellt die Fermi-Dirac-Funktion dar. Sie definiert eine Intensitätsverteilung als:

$$I_{soll}(r') = \frac{1}{1 + e^{\beta(r'/R_0 - 1)}} \quad (4.4)$$

$R_0$  definiert den Radius des Flattop-Profiles, während  $\beta$  einen Parameter zur Beeinflussung der Steilheit des Übergangs von hoher zu niedriger Intensität darstellt. In 4.1 b) ist als Beispiel eine Fermi-Dirac-Intensitätsverteilung mit  $R_0 = 2$  mm und  $\beta = 50$  dargestellt. Ein Profilschnitt durch diese Intensitätsverteilung ist in 4.1 d) zu sehen.

Mit Hilfe des in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Algorithmus kann ein computergeneriertes Hologramm berechnet werden, das als Strahlformer fungiert und die Intensitätsverteilung des Gauß-Strahls in eine Fermi-Dirac-Verteilung, also eine Flattop-Verteilung umwandelt. Der Abstand zwischen Hologramm und der Ebene, in der die gewünschte Intensitätsverteilung erzeugt werden soll, wird mit 100 mm gewählt. Die Pixel-Größe des Hologramms wird als  $1,2 \mu\text{m}$  angenommen und die Wellenlänge des Laserstrahls sei 670 nm. Das strahlformende Hologramm, das unter diesen Bedingungen berechnet wurde, ist in Abbildung 4.1 e) dargestellt. Die Farben Schwarz und Weiß stehen für  $\rho = 0$  bzw.  $\rho = \pi$ . Die übrigen Werte für  $\rho$  werden als Graustufen dargestellt. Zur Simulation der Funktion des berechneten Hologramms wird die Fresneltransformation in diskreten Koordinaten nach Gleichung (2.57) verwendet. Abbildung 4.1 f) zeigt einen Ausschnitt der simulierten Intensitätsverteilung in der Ebene, für die das Hologramm berechnet wurde, also 100 mm hinter dem Hologramm. Ein Schnitt durch diese Intensitätsverteilung ist in Abbildung 4.1 g) zu sehen. Das gewünschte Flattop-Profil ist deutlich zu erkennen. Die Beugungseffizienz des Hologramms beträgt in der Simulation 99,92 %. Der Standardfehler zwischen simulierter und gewünschter Intensitätsverteilung liegt bei 2,04 %.

In Abbildung 4.2 sind weitere Beispiele für simulierte Intensitätsverteilungen zu sehen, die durch Hologramme erzeugt werden, die mittels Puzzle-Algorithmus berechnet wurden. Beispiel a) zeigt die Formung eines Gauß-Strahls zu einer Intensitätsverteilung mit linear zum Rand hin abfallender Intensität (Durchmesser 5,5 mm). Beispiel b) zeigt ein Rechteck mit homogener Intensität (Kantenlängen 2 mm x 3 mm). Beispiel c) zeigt eine Ringverteilung mit einem Innendurchmesser von 2 mm und einem Außendurchmesser von 4,3 mm. In den Abbildungen darunter (d bis f) sind jeweils Profilschnitte durch die jeweiligen Intensitätsverteilungen dargestellt. In allen drei Beispielen ist die Beugungseffizienz größer als 99 % (Kreis mit linearem Abfall: 99,7 %, Rechteck: 99,6 %, Ring: 99,2 %) und der Standardfehler zur

gewünschten Verteilung  $<8\%$  (Kreis mit linearem Abfall: 1,0 %, Rechteck: 2,6 %, Ring: 7.2 %).

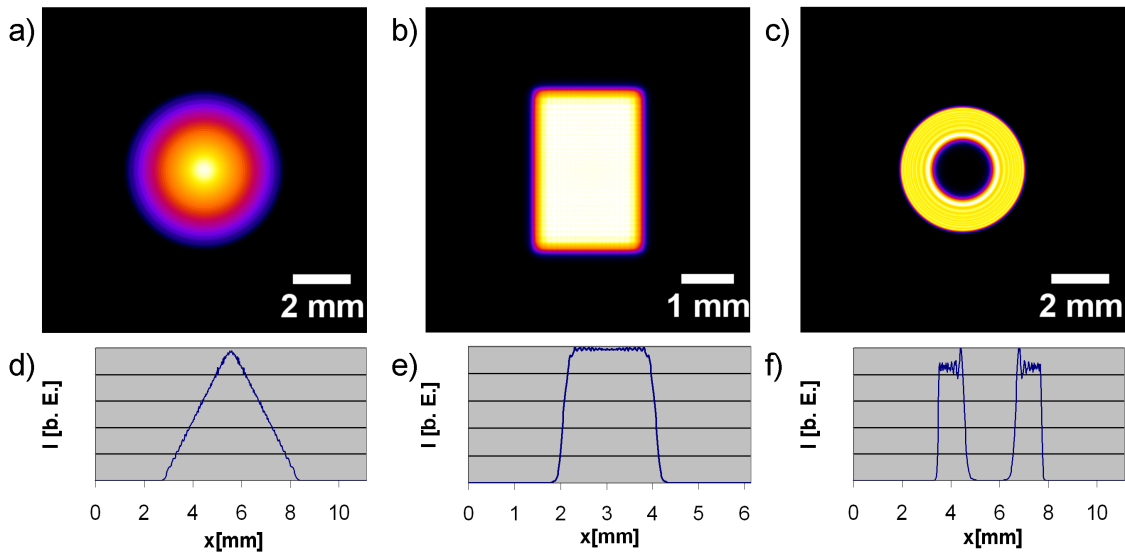


Abbildung 4.2: Simulation von Hologrammen, die nach dem Puzzle-Algorithmus berechnet wurden, zur Erzeugung verschiedener Intensitätsverteilungen.

- a) Intensitätsverteilung mit linearem Abfall zum Rand.
- b) Rechteck-Verteilung.
- c) Ring-Verteilung.
- d) Profil von a).
- e) Profil von b).
- f) Profil von c).

Um die Qualität der erzielten Intensitätsverteilungen beurteilen zu können, kann der Vergleich zu Intensitätsverteilungen herangezogen werden, die durch Hologramme erzeugt werden, die mit Hilfe des IFTA-Algorithmus berechnet wurden. Beispiele, die diesen Vergleich ermöglichen, sind in Abbildung 4.3 zu sehen. Für je drei Fermi-Dirac-Verteilungen mit unterschiedlichen Radien ( $R_0 = 2\text{ mm}$ ,  $12\text{ mm}$  und  $26\text{ mm}$ ) wurden strahlformende Hologramme sowohl mit Hilfe des Puzzle-Algorithmus als auch des IFTA berechnet. Als Pixelgröße wurde jeweils  $1,2\text{ }\mu\text{m}$ , für die Wellenlänge des zu formenden Laserstrahls mit Gauß-Intensitätsprofil nach Abbildung 4.1 a)  $670\text{ nm}$  und als Pixelanzahl  $2500 \times 2500$  gewählt. Der Abstand zwischen Hologramm und Beobachtungsebene wurde als  $100\text{ mm}$  angenommen.

Die Intensitätsverteilungen, die die berechneten Hologramme erzeugen, wurden durch die diskrete Fresneltransformation nach Gleichung (2.57) berechnet. Die berechneten Intensitätsverteilungen, die durch Hologramme aus dem Design nach dem Puzzle-Algorithmus erzeugt werden, sind in den Abbildungen 4.3 a), b) und c) dargestellt. Die Kantenlänge des dargestellten Ausschnitts in den drei Bildern beträgt jeweils  $55,8\text{ mm}$ . Nach Gleichung (2.58) ist dies der Bereich, in den das einfallende Licht durch die Hologramme gelenkt werden kann. Der Rand des Ausschnitts



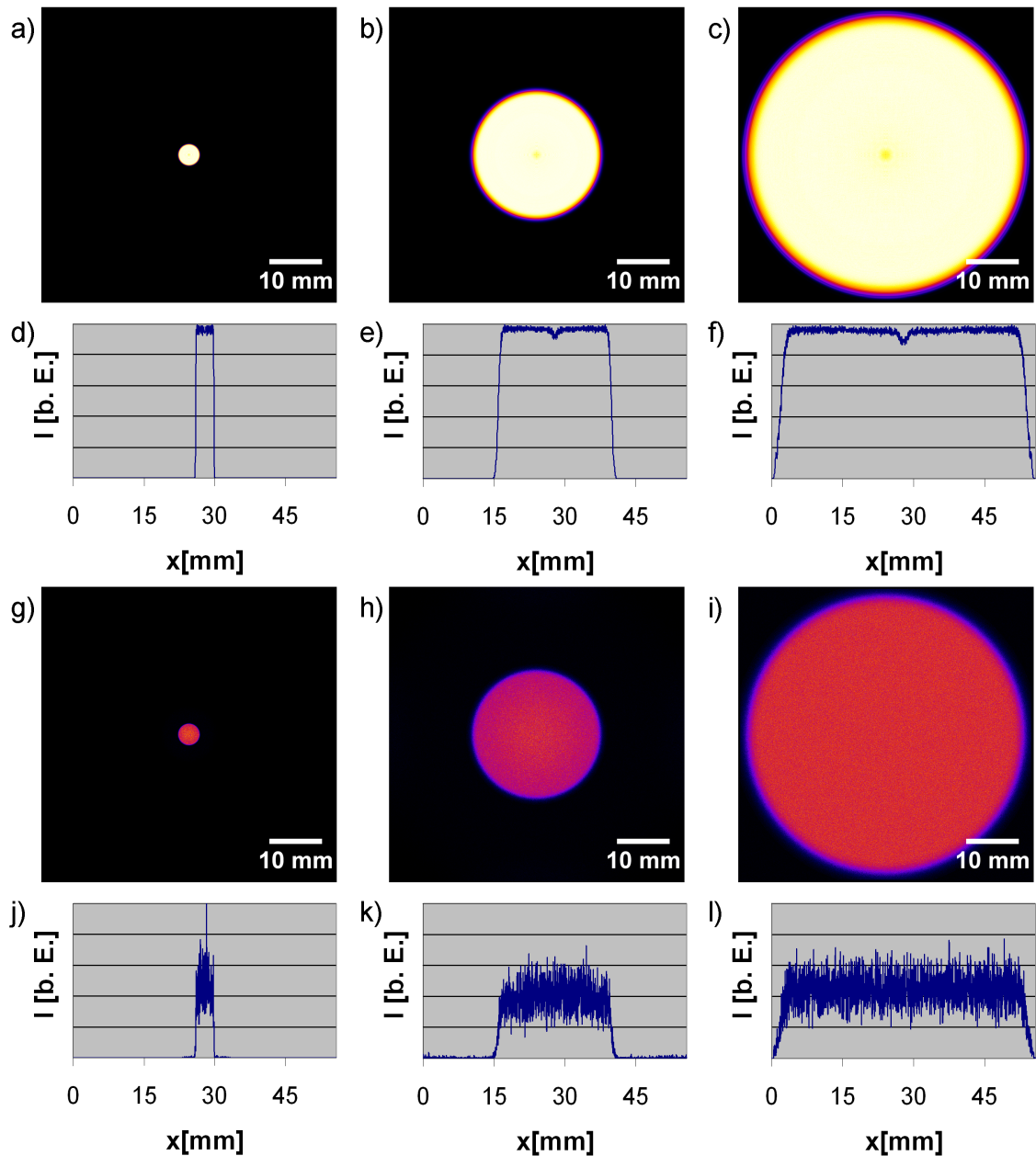


Abbildung 4.3: Vergleich der Design-Ergebnisse nach dem Puzzle-Algorithmus und IFTA für zusammenhängende Flattop-Profile.

a) bis c) Simulierte Intensitätsverteilungen für Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus zur Erzeugung von Fermi-Dirac-Profilen mit  $R_0 = 2$  mm, 12 mm bzw. 26 mm.

d) bis f) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis c)

g) bis i) Simulierte Intensitätsverteilungen für Hologramme nach dem IFTA für Fermi-Dirac-Profile mit  $R_0 = 2$  mm, 12 mm bzw. 26 mm.

j) bis l) Profile durch die simulierten Intensitäten aus g) bis i).

entspricht der Beugungsbegrenzung der Hologramme. Profilschnitte durch die jeweiligen berechneten Intensitätsverteilungen sind in den Abbildungen 4.3 d), e) und f) zu sehen. Das angestrebte Flattop-Profil ist in allen drei Fällen erkennbar. Die Beugungseffizienzen der jeweiligen Strahlformer betragen 99,92 %, 99,97 % bzw.

99,99 %. Die Standardfehler zwischen den simulierten Intensitätsverteilungen und den gewünschten Verteilungen liegen bei 2,04 %, 1,15 % bzw. 1,33 %.

Zum Vergleich wurden Hologramme mit dem IFTA berechnet, die die gleichen Wunschverteilungen erzeugen sollen. Die Intensitätsverteilung des Laserstrahls als Eingangsverteilung, Wellenlänge, Pixelgröße und -anzahl sowie Abstand zwischen Hologramm- und Beobachtungsebene wurden beibehalten. Die Zahl der Iterationen im Design-Algorithmus wurde jeweils auf 90 gesetzt. Anschließend wurde die Funktion der berechneten Hologramme simuliert. Die simulierten Intensitätsverteilungen sind in den Abbildungen 4.3 g), h) und i) für die drei verschiedenen großen Fermi-Dirac-Verteilungen dargestellt ( $R_0 = 2$  mm, 12 mm bzw. 26 mm). Jeweils darunter sind in den Abbildungen 4.3 j), k) und l) die Profilschnitte durch die entsprechenden Intensitätsverteilungen zu sehen. Die Charakteristik des Flattop-Profils ist in allen drei Bildern erkennbar insofern, als dass die Bereiche hoher und niedriger gewünschter Intensität erkennbar sind. Die Beugungseffizienz der berechneten Strahlformer liegt bei 95,28 %, 95,26 % bzw. 99,73 %. Die hellen Bereiche sind überlagert von statistisch verteiltem Rauschen. Die Standardfehler der simulierten gegenüber den angestrebten Intensitätsverteilungen liegen bei 23,33 %, 23,59 % bzw. 20,28 %.

In den Abbildungen 4.4 und 4.5 sind Ergebnisse der Simulation von Hologrammen zur Erzeugung von Intensitätsverteilungen dargestellt, die aus mehreren räumlich getrennten Flattops bestehen. Jedes der einzelnen Flattop-Areale ist 2 mm x 20 mm groß. In den abgebildeten Beispielen bestehen die angestrebten Intensitätsverteilungen aus 1, 2, 6 bzw. 10 räumlich von einander getrennten Flattop-Arealen. Die Areale sind in x-Richtung gleichmäßig innerhalb eines Ausschnitts von 40 mm verteilt. Die Pixelgröße ( $1,2 \mu\text{m}$ ), Pixelanzahl ( $2500 \times 2500$ ) des Hologramms, der Abstand zwischen Hologramm und Beobachtungsebene (100 mm) sowie der einfallende Laserstrahl ( $\lambda = 670$  nm, Gauß mit Durchmesser von 1,8 mm) wurden gegenüber den vorhergehenden Beispielen beibehalten.

Abbildung 4.4 zeigt Ergebnisse des Designs mit dem Puzzle-Algorithmus. Die gewünschten separaten hellen Bereiche sind in allen vier Beispielen sowohl im Intensitätsbild als auch im darunter dargestellten Profilschnitt erkennbar. Die Beugungseffizienz in den 4 simulierten Hologrammen liegt bei 99,95 % für ein Flattop, 97,77 % für zwei Flattops, 92,78 % für 6 Flattops und 89,11 % für 10 Flattops. Der Standardfehler der simulierten gegenüber der angestrebten Intensitätsverteilung liegt jeweils bei 2,6 % (1 Flattop), 15,4 % (2 Flattops), 25,6 % (6 Flattops) und 28,5 % (10 Flattops).

Zur Erzeugung der gleichen Intensitätsverteilungen wurden anschließend Hologramme mit Hilfe des IFTA berechnet und deren Funktion simuliert. Abbildung 4.5 zeigt die Ergebnisse der Simulation. Auch hier sind die separaten Flattop-Areale sowohl in den Intensitätsbildern als auch in den Profilschnitten durch diese zu er-

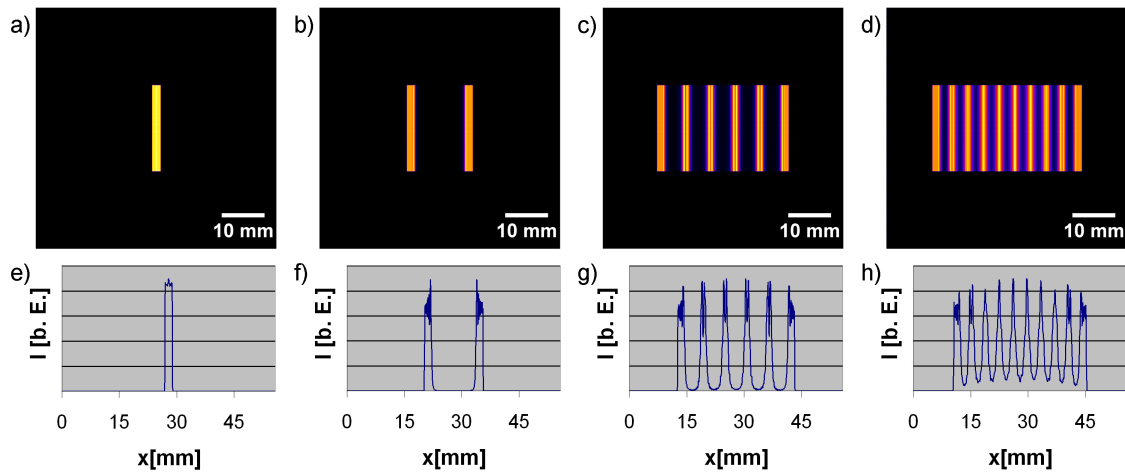


Abbildung 4.4: Simulation von Hologrammen zur Erzeugung von mehreren Flattop-Arealen. Hologramme wurden mit dem Puzzle-Algorithmus berechnet.

a) bis d) Simulierte Intensitätsverteilungen für 1, 2, 6 und 10 separate Flattop-Areale.

e) bis h) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis d)

kennen. Die Beugungseffizienz der einzelnen Hologramme liegt bei 91,65 % für ein Flattop, 88,36 % für zwei Flattops, 88,37 % für 6 Flattops und 89,74 % für 10 Flattops. Der Standardfehler der simulierten gegenüber der angestrebten Intensitätsverteilung liegt jeweils bei 20,3 % (1 Flattop), 18,2 % (2 Flattops), 18,9 % (6 Flattops) und 19,9 % (10 Flattops). Eine Übersicht der Designergebnisse wird in Tabelle 4.1 gegeben.

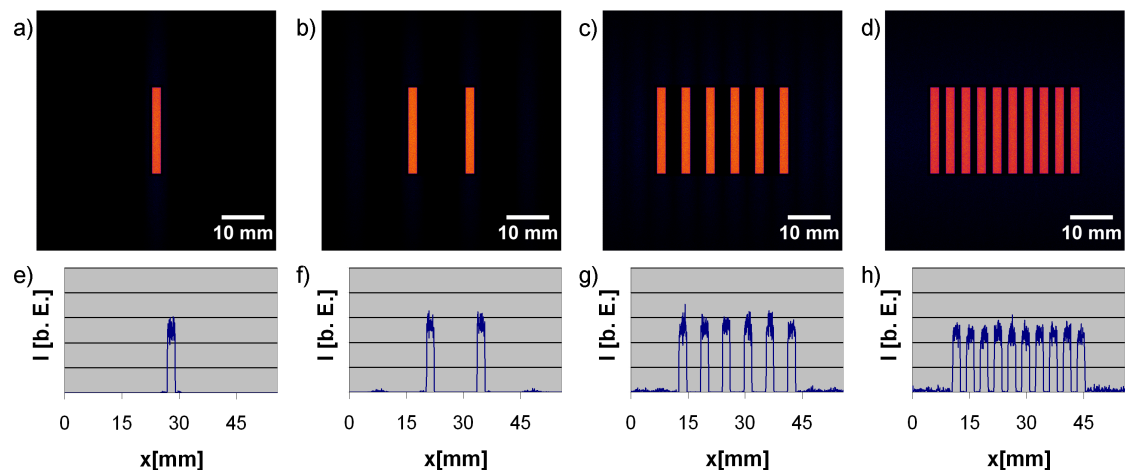


Abbildung 4.5: Simulation von Hologrammen zur Erzeugung von mehreren Flattop-Arealen. Hologramme wurden mit dem IFTA berechnet.

a) bis d) Simulierte Intensitätsverteilungen für 1, 2, 6 und 10 separate Flattop-Areale.

e) bis h) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis d)

Neben den in Abbildung 4.4 bzw. 4.5 dargestellten Fällen wurden noch weitere Hologramme zur Erzeugung von Verteilungen mit unterschiedlicher Anzahl separa-

| Flattop-Profil | Abb. PA | Abb. IFTA | $\eta_{B,PA}$ | $\eta_{B,IFTA}$ | $\epsilon_{PA}$ | $\epsilon_{IFTA}$ |
|----------------|---------|-----------|---------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| rund, D=4 mm   | 4.3 a)  | 4.3 g)    | 99,92 %       | 95,28 %         | 2,04 %          | 23,33 %           |
| rund, D=24 mm  | 4.3 b)  | 4.3 h)    | 99,97 %       | 95,26 %         | 1,15 %          | 23,59 %           |
| rund, D=52 mm  | 4.3 c)  | 4.3 i)    | 99,99 %       | 99,73 %         | 1,33 %          | 20,28 %           |
| 1 Rechteck     | 4.4 a)  | 4.5 a)    | 99,95 %       | 91,65 %         | 2,6 %           | 20,30 %           |
| 2 Rechtecke    | 4.4 b)  | 4.5 b)    | 97,77 %       | 88,36 %         | 15,4 %          | 18,19 %           |
| 5 Rechtecke    | 4.4 c)  | 4.5 c)    | 94,00 %       | 88,34 %         | 25,6 %          | 18,93 %           |
| 10 Rechtecke   | 4.4 d)  | 4.5 d)    | 89,11 %       | 89,74 %         | 28,5 %          | 19,94 %           |

Tabelle 4.1: Übersicht der Ergebnisse des Designs mit dem Puzzle-Algorithmus und IFTA für verschiedene Flattop-Profile; dabei steht  $\eta_B$  für die Beugungseffizienz,  $\epsilon$  für den Standardfehler der berechneten CGH in der Simulation

ter Flattops mit beiden Methoden berechnet und simuliert. In Abbildung 4.6 sind die berechneten Beugungseffizienzen und Standardfehler in Form von Diagrammen gegenüber gestellt. In Abbildung 4.6 a) ist zu erkennen, dass die Beugungseffizienz von Hologrammen, die mit dem Puzzle-Algorithmus berechnet wurden, mit steigender Anzahl separater heller Bereiche in den Wunschverteilungen (Abszisse) sinkt, während sie beim Design mit dem IFTA nahezu unverändert bleibt. Aber erst bei 10 räumlich getrennten hellen Bereichen ist die Beugungseffizienz der Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus niedriger als die der Hologramme, die mit dem IFTA berechnet wurden. Abbildung 4.6 b) zeigt, dass der Standardfehler der simulierten Verteilungen, die durch Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus erzeugt werden, mit steigender Anzahl der separaten Flattops größer wird, die Homogenität also abnimmt. Bei der Berechnung der Hologramme nach dem IFTA bleibt der Standardfehler in etwa konstant. Bei 1-2 separaten Flattops liegt der Standardfehler der Intensitätsverteilungen der berechneten Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus unterhalb dem der Hologramme nach dem IFTA. Ab einer Anzahl von 3 separaten Flattops ist der Standardfehler in den simulierten Intensitätsverteilungen nach dem IFTA niedriger als der Standardfehler derjenigen, die mit dem Puzzle-Algorithmus

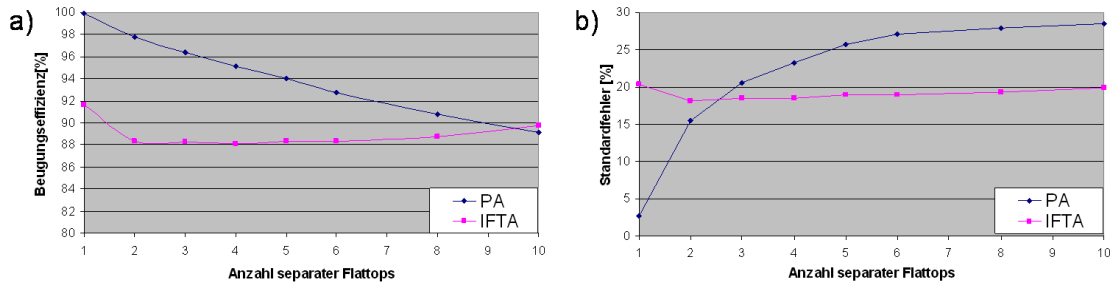


Abbildung 4.6: Vergleich von Beugungseffizienz und Standardfehler der simulierten Intensitätsverteilung von Hologrammen, die nach dem Puzzle-Algorithmus(PA) und dem iterativen Fresnel-Transformationsalgorithmus(IFTA) berechnet wurden. Als Wunschverteilungen wurden Verteilungen angenommen, die aus mehreren Flattops bestehen (siehe Abbildungen 4.4 und 4.5).

a) Beugungseffizienz der Hologramme in Abhängigkeit von der Anzahl separater Flattop-Areale

b) Standardfehler der Hologramme in Abhängigkeit von der Anzahl separater Flattop-Areale

berechnet wurden.

#### 4.1.2 Diskussion der Ergebnisse des Designs von Hologrammen mit Hilfe des Puzzle-Algorithmus

Die Simulationsergebnisse aus dem vorangegangenen Abschnitt zeigen einerseits die Anwendbarkeit des Puzzle-Algorithmus zur Berechnung von Hologrammen zur Strahlformung. Insbesondere die Ergebnisse, die in den Abbildungen 4.1, 4.2 und 4.3 dargestellt sind, weisen positive Eigenschaften auf: Die Beugungseffizienz liegt in diesen Beispielen durchgehend über 99 %. Die Standardfehler der erzielten gegenüber den angestrebten Intensitätsverteilungen bewegen sich durchgehend im einstelligen Prozentbereich, bis auf ein Beispiel sogar unter 3 %. Im Vergleich zu den Hologrammen, die für die gleichen Strahlformungsprobleme mit Hilfe des IFTA berechnet wurden, schneiden sie in beiden Bereichen besser ab. Für die dort dargestellten Designprobleme erweist sich die entwickelte Designmethode als vorteilhaft gegenüber der etablierten Methode des IFTA.

Auf der anderen Seite zeigen die Ergebnisse aus den Abbildungen 4.4, 4.5 und 4.6 auch Begrenzungen des Designs mit der Methode des Puzzle-Algorithmus. Dort ist erkennbar, dass mit wachsender Anzahl von Bereichen, in denen hohe Intensität erzielt werden soll, diese aber räumlich voneinander getrennt sind, die Qualität der Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus abnimmt im Vergleich zu denen nach dem IFTA. Zwar werden auch dort noch vergleichbare Beugungseffizienzen erzielt, der Standardfehler der simulierten gegenüber der gewünschten Intensitätsverteilung nimmt aber stetig zu. Bezüglich des Standardfehlers werden durch das Design nach

dem IFTA im gewählten Beispiel bereits bei 3 separaten Flattop-Arealen bessere Werte erzielt. Im Allgemeinen nimmt der Vorteil des Puzzle-Algorithmus gegenüber dem IFTA bei zunehmender Anzahl separater Bereiche mit hoher Intensität ab. Die separaten Bereiche hoher Intensität werden unter diesen Bedingungen bei CGHs, die mit dem Puzzle-Algorithmus berechnet wurden, stets von einem charakteristischen Streifenmuster überlagert, dessen Periode mit steigender Anzahl separater Bereiche stetig zunimmt.

Diese Beobachtung kann mit Hilfe der Überlegungen zur Auswirkung der Abtastung von Wellenfeldern in Abschnitt 2.3.3 erklärt werden. Dazu muss zunächst das Modell betrachtet werden, das der Berechnung von CGHs mit Hilfe geometrisch-optischer Methoden zu Grunde liegt. Für ein derartiges Design wird zunächst eine kontinuierliche Phasenfunktion berechnet, die der einer asphärischen Linse entspricht. Die beobachteten Streifenmuster lassen sich durch die Verletzung der Bedingungen für die Anwendbarkeit der strahlenoptischen Beschreibung anschaulich erklären. In den Fällen, in denen die Wunschverteilung aus mehreren räumlich voneinander getrennten hellen Bereichen besteht, ergeben sich bei der strahlenoptischen Betrachtung schon in kurzen Abständen hinter der Linse dunkle, scharf begrenzte Bereiche, die nicht mehr von den Strahlen erfasst werden (siehe Abbildung 4.7). Die Streifenmuster in den wellenoptischen Simulationen sind daher durch Beugungseffekte an den Kanten der nach strahlenoptischen Betrachtungen dunklen Bereiche erklärbar, so dass dort die Bedingungen für die Anwendbarkeit rein strahlenoptischer Betrachtung nicht mehr zulässig sind [87]. In der CGH-Ebene liegen solche Verletzungen der Voraussetzungen für die strahlenoptische Beschreibung der Lichtausbreitung immer dort vor, wo die Phasenfunktion nicht differenzierbar ist.

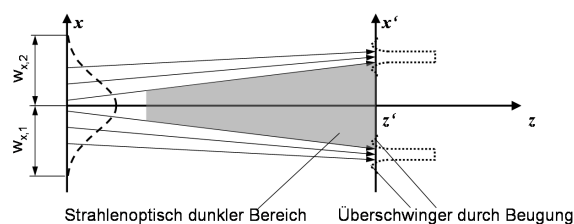


Abbildung 4.7: Zur Erklärung von Beugungseffekten beim strahlenoptischen Design von CGHs zur Erzeugung von Intensitätsverteilungen mit mehreren räumlich getrennten hellen Bereichen.

Mit Hilfe von Gleichung (2.55) lassen sich diese Effekte genauer beschreiben. Dort wird eine kontinuierliche komplexe Amplitudenfunktion  $u_c(x, y)$  durch abschnittsweise konstante Bereiche, also eine Treppenfunktion angenähert, die innerhalb einer Fensterfunktion definiert ist. Die dadurch gegebene komplexe Amplitudenverteilung beschreibt das Wellenfeld unmittelbar nach Durchgang durch das strahlformende Hologramm. In den Fällen, in denen die gewünschte Intensitätsverteilung nicht aus

einem zusammenhängenden hellen Bereich besteht, sondern aus mehreren räumlich mindestens in einer Dimension von einander getrennten Bereichen, ist die komplexe Amplitudenverteilung  $u_c(x, y)$  nicht mehr an jedem Ort differenzierbar. Abseits der nicht-differenzierbaren Bereiche von  $u_c(x, y)$  bleibt die Gültigkeit der Strahlenoptik erhalten. Die Funktion  $u_c(x, y)$  und damit das entsprechende strahlformende Hologramm kann damit in Bereiche (Subhologramme) zerlegt werden, in denen die dem Hologramm entsprechende refraktive Freiformlinse rein strahlenoptisch gut modelliert werden kann. Dieser Tatsache kann im Falle separierbarer Designprobleme in Anlehnung an Gleichung (2.55) dadurch Rechnung getragen werden, dass die komplexe Amplitudenverteilung unmittelbar hinter dem Hologramm durch eine Summe räumlich aneinander grenzender rechteckiger Fensterfunktionen (rect-Funktionen) beschrieben wird:

$$u_a(x, y) = \sum_i \text{rect}(w_{x,i}) \text{rect}(w_{y,i}) \cdot \left[ \left( u_c(x, y) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta x} \right) \text{comb} \left( \frac{y}{\Delta y} \right) \right) \otimes (\text{rect}(\Delta x) \text{rect}(\Delta y)) \right] \quad (4.5)$$

Dabei beschreiben  $w_{x,i}$  und  $w_{y,i}$  die Abmessungen des i-ten Subhologramms in der Hologrammebene, in denen die erzeugte komplexe Amplitudenfunktion  $u_c(x, y)$  jeweils differenzierbar ist (siehe Abbildung 4.7). Im rotationssymmetrischen Fall entsprechen die differenzierbaren Bereiche der komplexen Amplitudenverteilungen ringförmigen Bereichen. Alle Überlegungen gelten dort analog. Aufgrund der Linearität von Fourier- und Fresneltransformation wird auch die komplexe Amplitudenverteilung in einer Beobachtungsebene hinter dem Hologramm durch die Summe der komplexen Amplitudenverteilungen der Fensterfunktionen beschrieben. Jeder Bereich des Hologramms, der durch eine der Fensterfunktionen begrenzt wird, hat die Funktion einen der separaten hellen Bereiche zu beleuchten, zum Beispiel nach Abbildung 4.4 eines der Flattop-Areale, und kann als eigenes strahlformendes Hologramm (Subhologramm) betrachtet werden. Die Größe  $w_{x,i}$  bzw.  $w_{y,i}$  des Subhologramms definiert die Breite der sinc-Funktion nach Gleichung 2.49 mit dem die einzelnen Punkte der abgetasteten Transformierten gefaltet werden. Je kleiner das jeweilige Subhologramm, umso breiter wird diese sinc-Funktion. Diese sinc-Funktionen überlagern die komplexen Amplituden, die in den diskreten Abtastpunkten der Transformierten der idealen kontinuierlichen Phasenfunktionen der Subhologramme vorliegen, und sorgen für die streifenförmige Intensitätsmodulation in den hellen Bereichen der simulierten Verteilungen wie z. B. in Abbildung 4.4 sowie Beugungsmuster in den strahlenoptisch dunklen Bereichen. Je größer die Anzahl der separaten hellen Bereiche in der gewünschten Intensitätsverteilung wird, desto kleiner werden die

einzelnen Subhologramme und desto stärker treten die überlagernden Streifen in den Vordergrund. Dieser Effekt ist allen Designmethoden gemeinsam, die auf dem pseudo-geometrischen Ansatz nach Bryngdahl [95] beruhen, da dort stets die beschriebenen Effekte auftreten. Im Falle eines einzelnen zusammenhängenden hellen Bereichs liefert der Puzzle-Algorithmus in der Simulation stets Ergebnisse mit hohen Beugungseffizienzen und hoher Homogenität.

## 4.2 Ergebnisse der Hologrammbelichtung

Dieser Abschnitt stellt experimentelle Ergebnisse bei der Belichtung von Polarisationshologrammen zusammen. Sowohl für die Belichtung von Hologrammen durch Einzelpunktbelichtung als auch durch flächenhafte Belichtung mit einem SLM werden die Möglichkeiten und Grenzen der Hologrammherstellung dargestellt.

### 4.2.1 Sequentielle Einzelpunktbelichtung mittels elektrooptischem Modulator

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse bei der Belichtung von Polarisationshologrammen mit dem Einzelpunktbelichter dargestellt, der in Abschnitt 3.2.2.1 beschrieben wurde. Neben den Auflösungsgrenzen des Schreibers werden Beispiele für im Rahmen dieser Arbeit erzeugte Hologramme gezeigt.

#### 4.2.1.1 Charakterisierung des Einzelpunktbelichters zur Erzeugung von Polarisationshologrammen zur Manipulation der Phase

Für die Herstellung von Polarisationshologrammen durch Einzelpunktbelichtung ist es zunächst nötig, die Möglichkeiten und Grenzen des Belichters nach Abbildung 3.7 zu bestimmen. Eine wichtige Kenngröße bei der Herstellung der Hologramme ist die erzielbare laterale Auflösung. Unter der Annahme einer beugungsbegrenzten Fokussierung durch die Fokussierlinse (siehe Abbildung 3.7), die eine numerische Apertur von 0.4 aufweist, ist der erzielbare Fokusedurchmesser bei einer Laserwellenlänge von 532 nm etwa  $1,6 \mu\text{m}$  groß. Die mit diesem Laserspot erzielbare Strukturgröße in einem Azobenzol-Polymer wurde experimentell untersucht. Dazu wurden Teststrukturen mit verschiedenen Pixelgrößen belichtet. Ein Bild einer solchen Teststruktur, das mit einem Standardpolarisationsmikroskop aufgenommen wurde, ist in Abbildung 4.8 zu sehen. Neben einem Schachbrettmuster, sind vertikale und horizontale Linien im Polymer eingeschrieben worden. Die Linien auf der rechten Seite des Test-Charts sind 1 Pixel breit (im Beispiel  $1,25 \mu\text{m}$ ). Die Linien in der Bildmitte sind 2 Pixel breit. Die Bereiche des Polarisationshologramms, die unter dem Polarisationsmikroskop dunkel erscheinen, wurden so belichtet, dass die Drehlage



$\rho$  der Doppelbrechung  $0^\circ$  entspricht. In den hellen Bereichen beträgt die Drehlage  $\rho = 45^\circ$ . Die Belichtungszeit (1 ms) und Belichtungsintensität (ca. 1 mW) sind während der gesamten Belichtung konstant. Dieses Testchart wurde mit verschiedenen



Abbildung 4.8: Mikroskopbild einer Teststruktur zur Bestimmung der Auflösungsgrenze. Die kleinsten Strukturen entsprechen  $1,25 \mu\text{m}$ .

Pixelgrößen fünfmal nacheinander belichtet. Der Abstand benachbarter Belichtungspunkte in den fünf verschiedenen Testcharts wurde dafür als  $1,0 \mu\text{m}$ ,  $1,2 \mu\text{m}$ ,  $1,4 \mu\text{m}$ ,  $1,6 \mu\text{m}$  bzw.  $1,8 \mu\text{m}$  gewählt. Die erzeugten Strukturen wurden anschließend mit einem Standardpolarisationsmikroskop untersucht. Ausschnitte der so aufgenommenen Mikroskopbilder, die die jeweils kleinsten Strukturen des Testcharts zeigen, sind in Abbildung 4.9 a) zu sehen. Die feinen Strukturen sind in allen Bildern noch erkennbar. Als objektives Kriterium dafür, dass eine Struktur noch aufgelöst wird, kann der Kontrast verwendet werden, der sich zwischen den dunklen und hellen Bereichen einer Teststruktur ergibt. Der Kontrast ist gegeben durch:

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (4.6)$$

Für alle fünf dargestellten Teststrukturen wurde der Kontrast berechnet. Die Ergebnisse sind in 4.9 b) zu sehen. Solange die Strukturgröße  $1,2 \mu\text{m}$  nicht unterschreitet bleibt der Kontrast in den Aufnahmen der Teststrukturen nahezu konstant. Erst bei einer Strukturgröße von  $1,0 \mu\text{m}$  fällt der Kontrast merklich ab. Strukturen mit lateralen Dimensionen von  $1,0 \mu\text{m}$  stellen mit einem Kontrast von knapp über 0,5 die untere Grenze der erzielbaren Auflösung dar. Als noch sicher und fast ohne Kontrastverlust auflösbare Strukturgröße kann  $1,2 \mu\text{m}$  gelten. Für die Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzen mit dem Einzelpunktbelichter werden im Weiteren daher stets Strukturen verwendet, die größer oder gleich  $1,2 \mu\text{m}$  sind. Die Auflösungsgrenze des Belichters ist damit kleiner als die minimale erzielbare Laserspotgröße durch das Mikroobjektiv.

Für den Nachweis, dass der Einzelpunktbelichter die Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung in den erzeugten Polarisationshologrammen in der gewünschten Art und Weise einstellt, wurde eine weitere Teststruktur belichtet und diese mit dem modifizierten Polarisationsmikroskop mit drehbarer Halbwellenplatte gemäß Abschnitt 3.3.1 ausgewertet. Die dafür verwendete Teststruktur besteht aus Quadraten von je  $10 \times 10$  Pixeln. In jedem dieser Quadrate soll ein bestimmter Wert der Drehlage  $\rho$

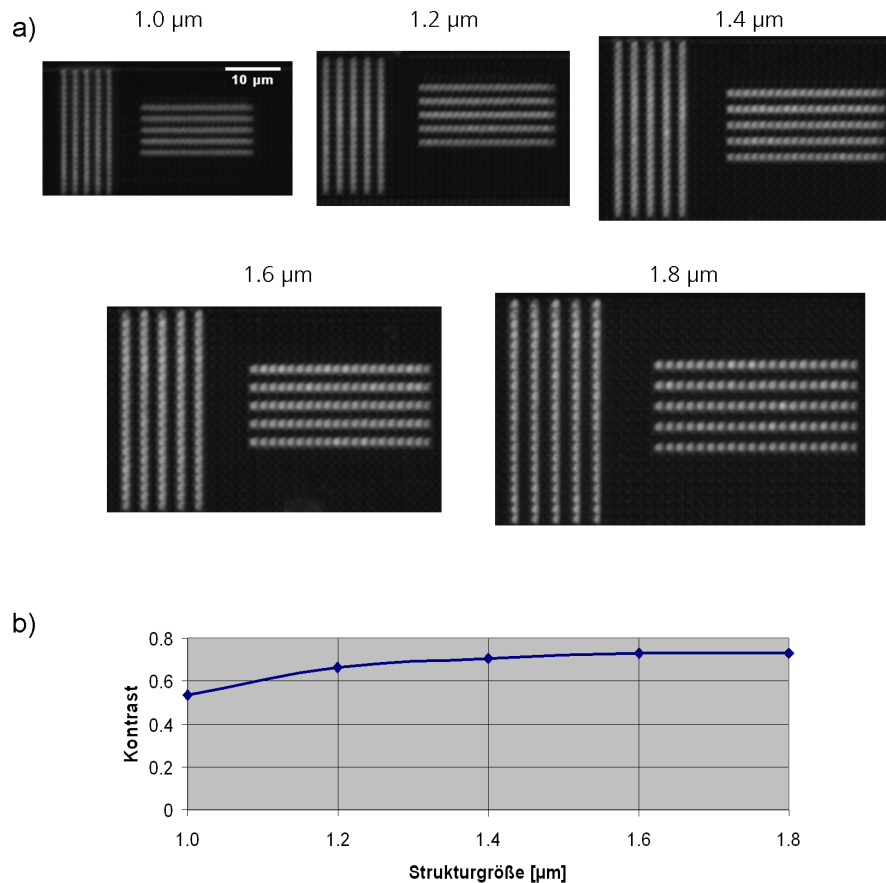


Abbildung 4.9: Bestimmung der Auflösungsgrenze des Einzelpunktbelichters.

a) Mikroskopbilder von Teststrukturen mit Pixelgrößen von  $1,0 \mu\text{m}$ ,  $1,2 \mu\text{m}$ ,  $1,4 \mu\text{m}$ ,  $1,6 \mu\text{m}$  und  $1,8 \mu\text{m}$ .

b) Kontrast zwischen hellen und dunklen Bereichen der Mikroskopbilder aus a) in Abhängigkeit von der Pixelgröße.

der Doppelbrechung erzeugt werden. Von Quadrat zu Quadrat wird  $\rho$  um  $1/256\pi$  erhöht. Es ergeben sich also 256 Quadrate mit unterschiedlichen  $\rho$ . Der gesamte Wertebereich für  $\rho$  von 0 bis  $\pi$  wird innerhalb der Teststruktur durchlaufen. Intensitätsbilder der erzeugten Teststruktur, die mit dem modifizierten Polarisationsmikroskop aufgenommen wurden, sind in Abbildung 4.10 a)-c) zu sehen. Die Drehlage der im Polarisationsmikroskop eingebauten Halbwellenplatte beträgt für die Aufnahme der drei Bilder  $0^\circ$ ,  $22,5^\circ$  bzw.  $45^\circ$ . Um den Effekt der Intensitätsmodulation durch die Drehung der Halbwellenplatte weiter zu verdeutlichen sind in Abbildung 4.10 d) die gemessenen Intensitäten für zwei ausgewählte Kamerapixel als Funktion der Drehlage der Halbwellenplatte dargestellt. Die nach Gleichung (3.36) zu erwartende kosinusförmige Modulation ist zu erkennen. Da in den beiden Kamera-Pixeln Punkte der Teststruktur abgebildet werden, die verschiedene Drehlagen der Doppelbrechung aufweisen, sind die beiden Intensitätsverläufe phasenverschoben. Die Phasenlagen der Intensitätsverläufe werden für alle Kamera-Pixel berechnet und sind in Abbildung 4.10 e) als Grauwerte dargestellt. Der Anstieg der Phasenlagen von links oben

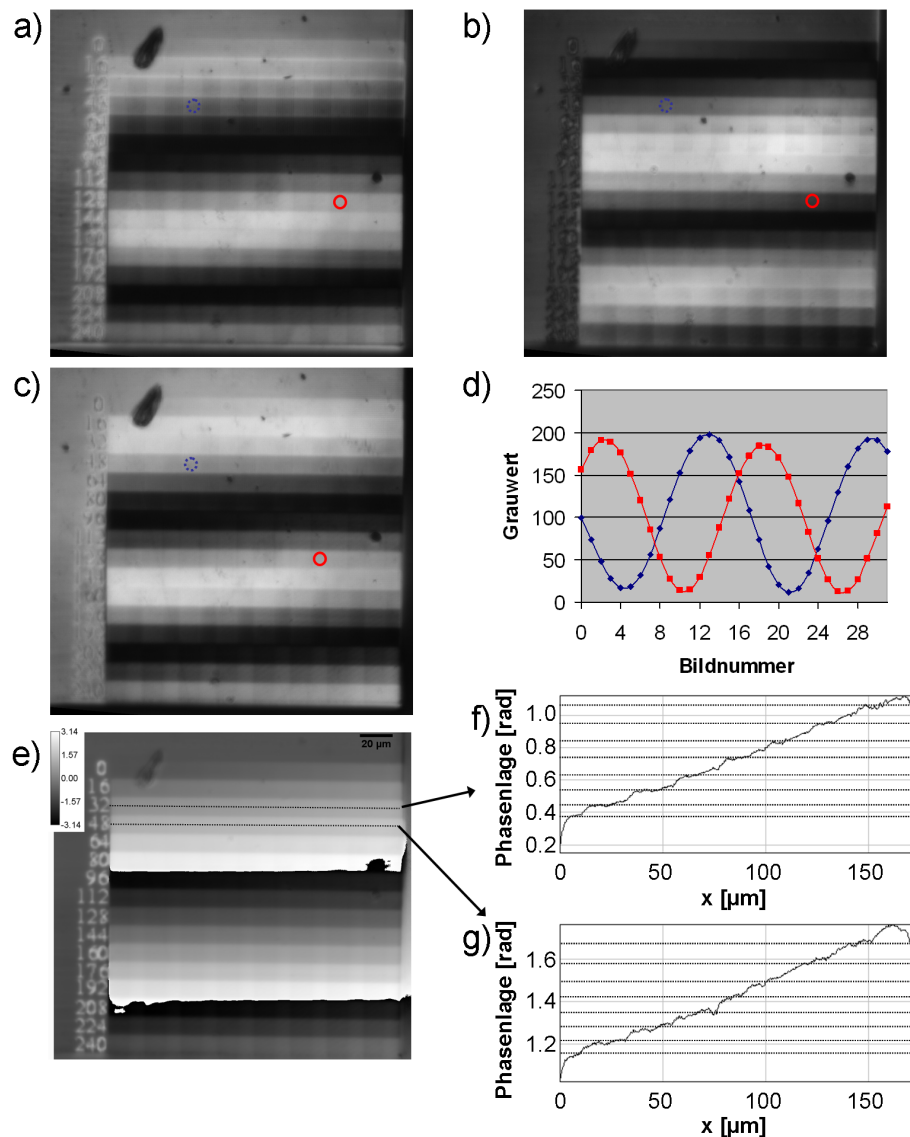


Abbildung 4.10: Auswertung einer Teststruktur zur Vermessung der Drehlagen der Doppelbrechung.

a), b) und c) sind Einzelbilder, die mit einem modifizierten Polarisationsmikroskop bei Drehlagen von  $0^\circ$ ,  $22,5^\circ$  und  $45^\circ$  des eingebauten Halbwellenplättchens aufgenommen wurden.

d) Intensitätsmodulation in zwei ausgewählten Kamera-Pixeln, die in a), b) und c) mit einem roten bzw. einem blauen Kreis markiert sind.

e) Phase der Intensitätsmodulation. Diese entspricht dem Vierfachen der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung in der Teststruktur.

f) und g) Schnitte durch e) entlang der gepunkteten Linien.

nach rechts unten ist erkennbar. In 4.10 f) sind zwei Profilschnitte durch die Phasenverteilung nach Abbildung 4.10 e) entlang der gepunkteten Linien dargestellt. Es ist erkennbar, dass innerhalb einer Zeile des Testbildes etwa 8 unterscheidbare Stufen der Phasenlagen der Modulation gemessen werden können. Im gesamten Testbild lassen sich damit etwa 128 Stufen auflösen. Nach Gleichung (3.36) ist die Phasenlage

der Intensitätsmodulation proportional zu  $4\rho$ , so dass aus dem dargestellten Phasenbild nach Division durch 4 die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung in allen Punkten der Teststruktur abgelesen werden kann. Wegen der Periodizität des Kosinus sind, wie bereits erwähnt, die gemessenen Phasenlagen der Intensitätsmodulation, die sich für einen Drehwinkel  $\rho$  und einen um  $n \cdot \pi/2$  größeren Drehwinkel ergeben, identisch. Dies ist in Abbildung 4.10 e) daran zu erkennen, dass der komplette Wertebereich innerhalb der Teststruktur zweimal vollständig durchlaufen wird.

Zusammenfassend kann als Ergebnis der Untersuchungen an der Teststruktur nach Abbildung 4.10 festgehalten werden, dass die Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung mit dem Einzelpunktbelichter in etwa 128 Winkelstufen bei der Belichtung aufgelöst werden. Die laterale Auflösungsgrenze ist nach den Ergebnissen nach Abbildung 4.9 zu  $1,2 \mu\text{m}$  bestimmt worden.

#### 4.2.1.2 Experimentell realisierte Laserstrahlformer

Basierend auf den Messergebnissen der Testbelichtungen wurden verschiedene Polarisationshologramme erzeugt, die zur Strahlformung von Laserstrahlung eingesetzt werden können. Als Strahlquelle, deren Strahl geformt werden soll, dient ein fasergekoppelter Diodenlaser (Firma Schäfer-Kirchhoff, 670 nm, variable Ausgangsleistung bis ca. 10 mW). Mit Hilfe eines Viertelwellenplättchens wird die an sich linear polarisierte Strahlung des Lasers in zirkular polarisierte umgewandelt. Das Strahlprofil nach Kollimation dieses Lasers wurde mit einer CCD-Kamera (AVT-Marlin) aufgenommen. Das aufgenommene Kamera-Bild ist in Abbildung 4.11 a) zu sehen. Um

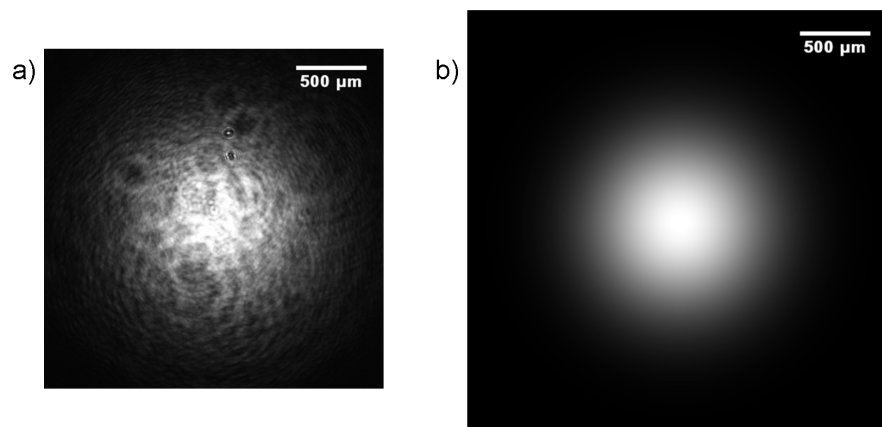


Abbildung 4.11: Zu formender Laserstrahl.

a) Kamerabild.

b) Gauß-Verteilung, die an die Intensitätsverteilung nach a) gefittet wurde.

den Einfluss von Störungen bei der Aufnahme zu minimieren, wird das Intensitätsprofil für das Design der computergenerierten Hologramme als Gaußprofil angenommen. Dazu wurde eine Gaußverteilung an die aufgenommene Intensitätsverteilung

mit Hilfe des Nelder-Mead-Algorithmus angepasst [114]. Diese ist in Abbildung 4.11 b) dargestellt. Der Laserstrahl wird nach der Kollimation als ebene Welle angenommen. Fehler der Kollimationslinse werden vernachlässigt.

Als ein Beispiel für eine gewünschte Intensitätsverteilung wurde eine radialsymmetrische Verteilung, nämlich das Ringprofil nach Abbildung 4.12 a) gewählt [84]. Der Innendurchmesser des Rings beträgt 4 mm. Der Abstand zwischen CGH und der Ebene, in der die Wunschverteilung auftauchen soll (Beobachtungsebene), wird auf 100 mm gesetzt. Dies ermöglicht eine leichte Zugänglichkeit der experimentell erzielten Intensitätsverteilung und die Aufnahme dieser mit einer Kamera. Die Pixelgröße des zu erzeugenden strahlformenden Hologramms wurde gemäß der

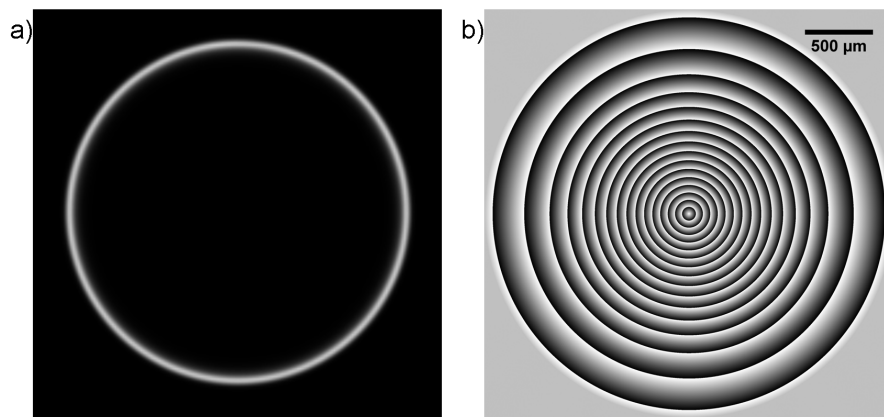


Abbildung 4.12: a) Gewünschte Intensitätsverteilung. b) Mit dem Puzzle-Algorithmus berechneter Strahlformer (Schwarz bedeutet  $\rho = 0$ ; Weiß steht für  $\rho = \pi$ )

Voruntersuchungen aus dem vorangegangenen Abschnitt als  $1,2 \mu\text{m}$  gewählt. Die Anzahl der Pixel des CGHs wurde auf  $2500 \times 2500$  gesetzt, so dass der Strahlformer etwas größer ist als der Durchmesser des kollimierten Lasers. Dadurch werden störende Beugungseffekte am Rand des Strahlformers vermieden. Mit Hilfe des Puzzle-Algorithmus (siehe Abschnitt 3.1.2) wurde ein Strahlformer berechnet, der die gewünschte Intensitätsverteilung erzeugt. Der berechnete radialsymmetrische Strahlformer ist in Abbildung 4.12 b) dargestellt. Um die Wirkung des Strahlformers auf den Laserstrahl zu simulieren wurde die Faltungsmethode gemäß Gleichung (2.60) genutzt. Da dort die Pixelgröße erhalten bleibt, die Wunschverteilung im Beispiel aber ca. um den Faktor  $5/3$  größer ist als die Eingangsverteilung (Laserquerschnitt), wurde für die Simulation die Abtastung in der Ebene des computergenerierten Hologramms um den Faktor 2 reduziert und die so entstehenden Verteilungen mit Nullen aufgefüllt. Die Simulation wird also mit einer Abtastung von  $2,4 \mu\text{m}$  auf einem Raster von  $2500 \times 2500$  Stützstellen durchgeführt. Da sowohl die Intensitätsverteilung des Lasers als auch die Verteilung der Drehwinkel  $\rho$  im Polarisationshologramm langsam in x- und y-Richtung variieren, kann davon ausgegangen werden, dass durch die

Reduktion der Abtastung die Qualität der Simulation nicht beeinflusst wird. Das

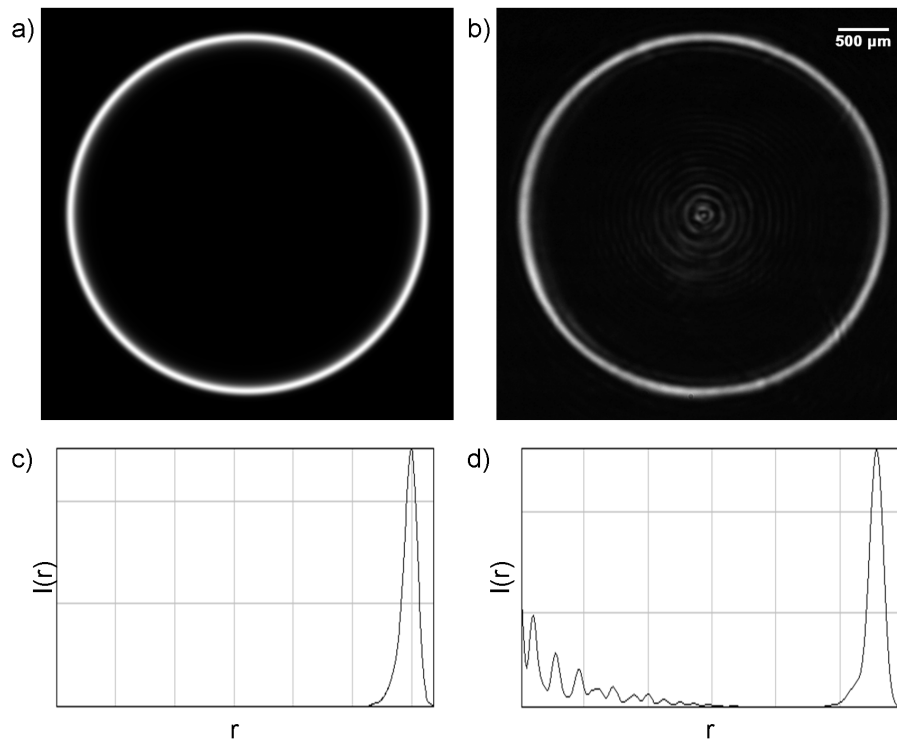


Abbildung 4.13: Vergleich von simulierter und beobachteter Intensitätsverteilung des strahlformenden Hologramms nach 4.12 [84].

- a) Simulierte Intensitätsverteilung.
- b) Gemessene Intensitätsverteilung.
- c) Radiale Intensitätsverteilung der Simulation nach a).
- d) Radiale Intensitätsverteilung der Messung nach b).

Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 4.13 a) zu sehen. Die Übereinstimmung mit der Wunschverteilung nach Abbildung 4.12 a) ist erkennbar. Die Beugungseffizienz des Strahlformers liegt in der Simulation bei 99,7 %. In 4.13 c) ist ein radialer Schnitt durch die simulierte Intensität dargestellt, d.h. die Intensitätsverteilung als Funktion der radialen Koordinate  $r$ . Auch dort wird deutlich, dass die gesamte Intensität des Lasers umgelenkt wird in die ringförmige Wunschverteilung.

In Abbildung 4.13 b) ist die Intensitätsverteilung zu sehen, die ein entsprechend dem Designergebnis aus Abbildung 4.12 b) hergestelltes Polarisationshologramm erzeugt. Die Intensitätsverteilung wurde mit einer CCD-Kamera (AVT Marlin) aufgenommen. Die ringförmige Intensitätsverteilung entsprechend der Wunschverteilung ist deutlich erkennbar. Die Beugungseffizienz wurde abgeschätzt durch die Summe der Intensitätswerte auf dem Ring dividiert durch die Gesamtsumme der Intensitäten auf dem Kamera-Chip. Es ergibt sich eine Beugungseffizienz von ca. 79 %. Ein radialer Schnitt durch die aufgenommene Intensitätsverteilung ist in 4.13 d) zu sehen. Auch in der Darstellung der radialen Verteilung der Intensität ist deutlich erkennbar, dass der Hauptteil der Laserstrahlung in den gewünschten Ring gelenkt

wird. In der Mitte des Rings ist eine Beugungsfigur zu erkennen, die nicht Teil der Wunschverteilung ist.

In Abbildung 4.14 sind die Ergebnisse zur Herstellung eines Hologramms dargestellt, das ein rechteckiges homogen ausgeleuchtetes Beugungsbild erzeugen soll [84]. Abbildung 4.14 a) zeigt die gewünschte Intensitätsverteilung, eine Fermi-Dirac-Verteilung. Die Kantenlängen des auszuleuchtenden Rechtecks betragen 2 mm x 3 mm. Ein Schnitt durch die dargestellte Wunschverteilung ist in Abbildung 4.14 d) zu sehen. Die dargestellte Intensitätsverteilung soll 150 mm hinter dem Holo-

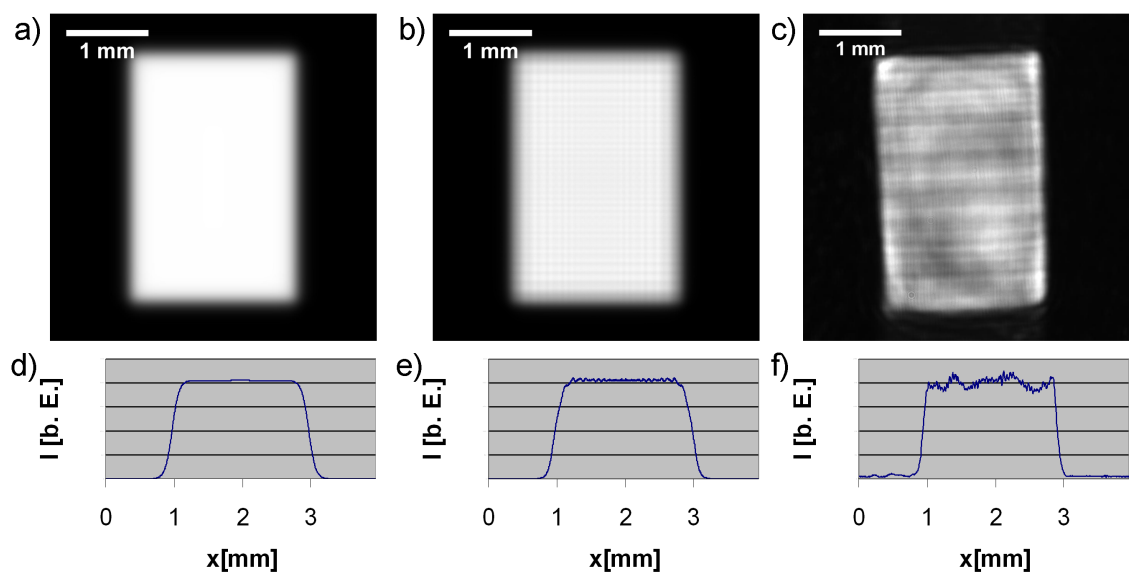


Abbildung 4.14: Vergleich von gewünschter, simulierter und beobachteter Intensitätsverteilung, die ein Hologramm zur Erzeugung eines homogen ausgeleuchteten Rechtecks liefert [84].

- a) Gewünschte Intensitätsverteilung.
- b) Simulierte Intensitätsverteilung.
- c) Gemessene Intensitätsverteilung.
- d) Schnitt durch die gewünschte Verteilung nach a).
- e) Schnitt durch die simulierte Verteilung nach b).
- f) Schnitt durch die gemessene Verteilung nach c).

gramm vorliegen. Als Strahlquelle dient der Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 670 nm, dessen Strahlquerschnitt in Abbildung 4.11 dargestellt ist. Als Pixelgröße für das Hologramm wurde  $1,5 \mu\text{m}$  gewählt. Um für die experimentelle Umsetzung das Beugungsbild von dem in 4.13 b) zu erkennenden störenden Ringsystem räumlich zu trennen, wurde die gewünschte Intensitätsverteilung für das Design um 5 mm in x-Richtung verschoben. Das strahlformende Hologramm wurde mit Hilfe des Puzzle-Algorithmus berechnet. Abbildung 4.14 b) zeigt das Ergebnis der Simulation des berechneten Strahlformers. Die Simulation wurde mit Hilfe der Faltungsmethode nach Gleichung 2.60 durchgeführt. Die gewünschte Rechteckverteilung ist im Simulationsergebnis deutlich erkennbar. Der Standardfehler im hellen Bereich der

simulierten Intensitätsverteilung liegt bei 2,6 %. Der berechnete Strahlformer wurde anschließend mit Hilfe des Einzelpunktbelichters hergestellt. Abbildung 4.14 c) zeigt die Intensitätsverteilung, die das hergestellte Hologramm erzeugt. Die angestrebte Rechteckverteilung ist erkennbar. Der Standardfehler der aufgenommenen Intensitätsverteilung in den hellen Bereichen liegt bei etwa 14 %.

#### 4.2.1.3 Ergebnisse der Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen zur Manipulation von Amplitude und Phase

Durch die in Abschnitt 3.2.2.1 beschriebene Modifikation des Einzelpunktbelichters ergibt sich die Möglichkeit neben der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung auch deren Stärke  $\delta$  in einem Fotopolymer punktweise einzustellen. Eine Skizze des dafür verwendeten Laboraufbaus ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Dabei wird der elektrooptische Modulator zusammen mit dem Zirkularpolarisator als variabler Intensitätsabschwächer für die Belichtung genutzt. Durch die Drehung der Polarisation des Strahls mit Hilfe des elektrooptischen Modulators und durch den nachfolgenden Zirkularpolarisator wird die Schreibintensität punktweise variiert und dadurch die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im Polymer eingestellt. Der nachgeschaltete Linearpolarisator, der über einen Motor drehbar ist, definiert die Drehlage der linearen Polarisation bei der Belichtung. Durch die Drehung des motorisierten Linearpolarisators wird die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung eingestellt.

Um die Möglichkeit dieser Manipulation von  $\rho$  und  $\delta$  experimentell zu verifizieren, wurde ein Testmuster belichtet. Das Testmuster besteht aus rechteckigen Feldern. Jedes Feld besteht aus 30 x 12 einzelnen Belichtungspunkten. Der Mittenabstand dieser Pixel wurde als 1,6  $\mu\text{m}$  gewählt. Innerhalb eines Feldes wurden sowohl die Drehlage des Linearpolarisators im Belichter als auch die Drehlage der Polarisation nach Durchgang durch den elektrooptischen Modulator konstant gewählt, so dass auch die Belichtungsintensität innerhalb eines Feldes konstant ist. Die beiden Parameter Drehlage des Linearpolarisators und Drehlage der Polarisation nach Durchgang durch den elektrooptischen Modulator wurden von Feld zu Feld variiert. Für die Belichtung benachbarter Felder in y-Richtung wurde die Drehlage des motorisierten Linearpolarisators in vier gleichgroßen Schritten von 0 bis  $\pi/2$  gedreht, während die Drehlage der Polarisation nach Durchgang durch den elektrooptischen Modulator und damit die Schreibintensität in y-Richtung nicht geändert wurde. In x-Richtung wurde die Drehlage der Polarisation am elektrooptischen Modulator in 4 Schritten von 0 bis  $\pi/2$  geändert, so dass die Belichtungsintensität in den linken Feldern der Teststruktur maximal ist und nach rechts abnimmt. In der Teststruktur soll der Effekt erzielt werden, dass sich die Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung im belichteten Polymer nur in y-Richtung ändert, während die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung nur in x-Richtung variiert.



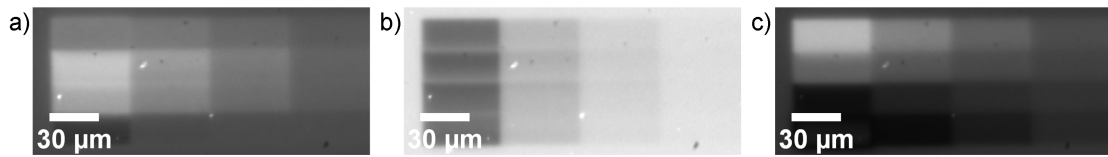


Abbildung 4.15: Mikroskopbilder eines Testmusters zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit variablem  $\rho$  und  $\delta$ . Aufnahmen zeigen das gleiche Testmuster bei unterschiedlicher Drehlage des drehbaren Viertelwellenplättchens im Mikroskop nach Abbildung 3.15.

- a) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von  $15^\circ$ .
- b) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von  $45^\circ$ .
- c) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von  $75^\circ$ .

Die belichtete Teststruktur wurde mit Hilfe des modifizierten Polarisationsmikroskops mit drehbarer Viertelwellenplatte nach Abbildung 3.15 vermessen. Dazu wurde eine Sequenz von Bildern des Testmusters mit unterschiedlichen Drehlagen der Viertelwellenplatte aufgenommen. Die Viertelwellenplatte wurde zwischen den Bildern in  $5^\circ$ -Schritten von  $0^\circ$  bis  $90^\circ$  gedreht. Insgesamt wurden so 18 Bilder des Testmusters aufgenommen. Drei der aufgenommenen Mikroskop-Bilder des Testmusters sind in Abbildung 4.15 zu sehen. In den drei ausgewählten Bildern beträgt der Drehwinkel der Viertelwellenplatte  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  bzw.  $75^\circ$ . Die dargestellten Mikroskopbilder verdeutlichen die Intensitätsmodulation infolge der Drehung des Viertelwellenplättchens.

Anhand der Intensitätsmodulation wurden gemäß den Überlegungen und Methoden aus Abschnitt 3.3.1 die Drehlage  $\rho$  und Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im belichteten Polymer in allen Punkten bestimmt. Dazu wird, wie beschrieben, das mit Hilfe von Müllermatrizen hergeleitete Modell des optischen Systems, das aus dem Mikroskop und der Teststruktur besteht, nach Gleichung (3.38) an die gemessenen Intensitätsverläufe in den einzelnen Kamera-Pixeln durch Regressionsrechnung angepasst. Das Ergebnis dieser Berechnungen sind  $\rho$ - und  $\delta$ -Werte für jeden Kamerapixel. Die berechneten zweidimensionalen  $\rho$ - und  $\delta$ -Verteilungen wurden anschließend mit einem  $3 \times 3$ -Median-Filter geglättet um den Einfluss von Störungen auf die Messung zu reduzieren. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 4.16 dargestellt. Abbildung 4.16 a) zeigt die berechneten Werte für  $\rho$ . Abbildung 4.16 d) zeigt die berechnete Verteilung von  $\delta$  im selben Testmuster. Neben den beiden Bildern sind jeweils Schnitte in x- und y-Richtung durch die jeweiligen Verteilungen zu sehen.

In Abbildung 4.16 a) und den zugehörigen Schnitten b) und c) ist erkennbar, dass  $\rho$  in x-Richtung nahezu konstant ist. Die Mittelwerte der gemessenen  $\rho$ -Werte in den Feldern, durch die die horizontale gestrichelte Linie verläuft, liegen bei  $0,57$  rad,  $0,5$  rad,  $0,45$  rad und  $0,40$  rad. In y-Richtung ist eine stärkere Variation der  $\rho$ -Werte erkennbar. Die Mittelwerte der gemessenen  $\rho$ -Werte in den Feldern, durch

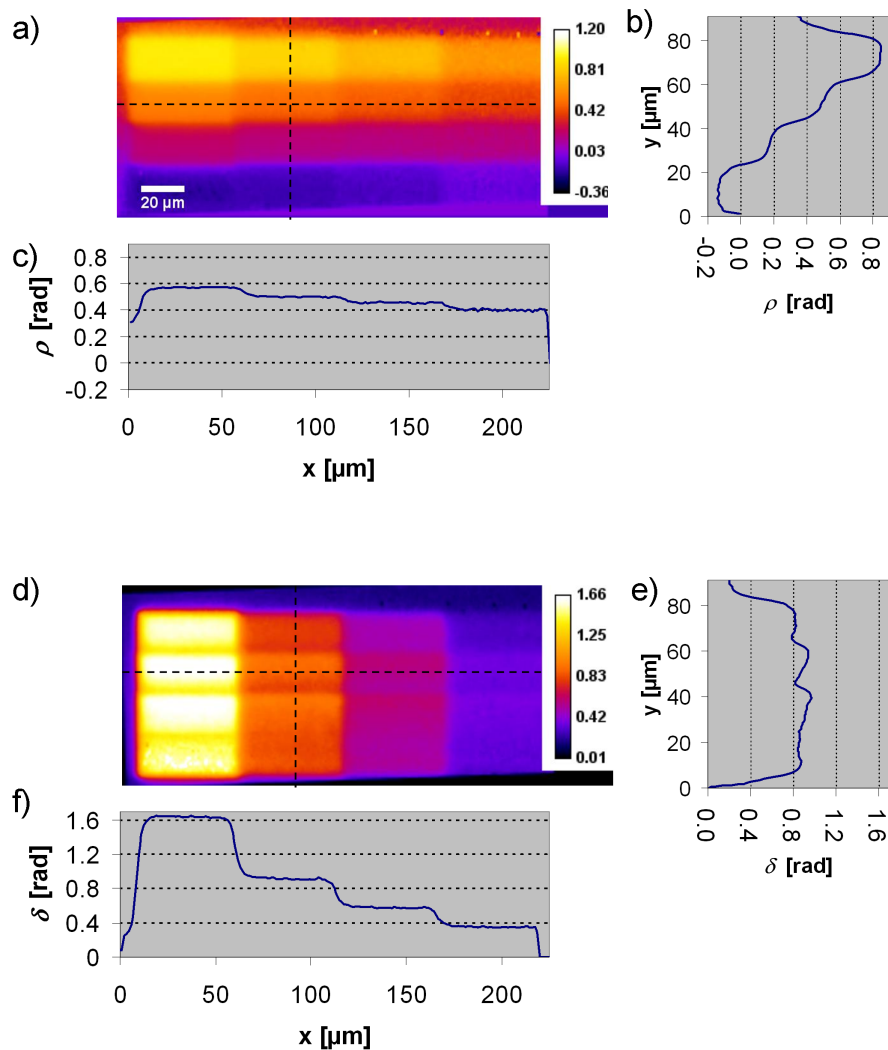


Abbildung 4.16: Auswertung eines Testmusters zur simultanen Manipulation von Drehlage  $\rho$  und Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung [80].

- a) Gemessenes Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung.
- b) Vertikaler Schnitt durch die gemessene Drehlagenverteilung aus a) entlang der vertikalen gestrichelten Linie.
- c) Horizontaler Schnitt durch die gemessene Drehlagenverteilung aus a) entlang der horizontalen gestrichelten Linie.
- d) Gemessene Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung.
- e) Vertikaler Schnitt durch die gemessene Verteilung von  $\delta$  aus c) entlang der vertikalen gestrichelten Linie.
- f) Horizontaler Schnitt durch die gemessene Verteilung von  $\delta$  aus c) entlang der horizontalen gestrichelten Linie.

die der vertikale Schnitt verläuft, liegen bei 0,85 rad, 0,54 rad 0,17 rad und -0,14 rad. Innerhalb der einzelnen Felder ist nur eine geringe Variation von  $\rho$  zu sehen. Innerhalb eines Feldes variieren die gemessenen Werte für  $\rho$  maximal um ca.  $\pm 0,05$  rad vom Mittelwert.

In Abbildung 4.16 d) ist die gemessene Verteilung der Stärken  $\delta$  der Doppelbre-

chung im hergestellten Testmuster zu sehen. Die Abbildungen 4.16 e) und f) zeigen einen horizontalen bzw. vertikalen Schnitt durch die gemessene Verteilung von  $\delta$ . Die berechneten Werte für  $\delta$  variieren in x-Richtung stark. In den Feldern, durch die die horizontale gestrichelte Linie in Abbildung d) verläuft, betragen die Mittelwerte für  $\delta$  1,64 rad, 0,91 rad, 0,58 rad und 0,34 rad. Die Variation der gemessenen  $\delta$ -Werte zwischen den Feldern in y-Richtung ist deutlich geringer. Die Mittelwerte von  $\delta$  in den Feldern, durch die die vertikale gestrichelte Linie in Bild d) verläuft, betragen 0,81 rad, 0,90 rad, 0,91 rad und 0,85 rad.

Abbildung 4.16 verdeutlicht, dass mit der beschriebenen Methode eine unabhängige Beeinflussung von  $\rho$  und  $\delta$  erzielt wurde: Der Drehwinkel  $\rho$  der Doppelbrechung nimmt wie gewünscht in y-Richtung in Folge der unterschiedlichen Drehlagen des Linearpolarisators im Belichtungsaufbau ab, während die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung in x-Richtung in Folge der unterschiedlichen Bestrahlungsintensitäten bei der Belichtung abnimmt.

Die anhand des Test-Musters bestimmten Werte für  $\rho$  und  $\delta$  dienen als Grundlage zur Berechnung und Belichtung von Polarisationshologrammen mit definierten  $\rho$ - und  $\delta$ -Werten in jedem Hologrammpixel. Gemäß Gleichung (2.9) können solche Hologramme genutzt werden um aus einem monochromatischen lzp Strahl zwei Strahlen zu erzeugen, von denen einer lzp und der zweite rzp ist. Wie in Abschnitt 2.1.3 dargestellt wirkt das Polarisationshologramm auf den lzp-Anteil wie ein reines Amplitudenhologramm, dessen Transmissionsfunktion in jedem Pixel proportional zu  $\cos \delta$  ist. Auf den rzp Anteil wirkt das Hologramm als komplexwertiges Hologramm, dessen Transmissionsfunktion den Betrag  $\sin \delta$  aufweist und das dem Strahl eine Phasenverzögerung proportional zu  $2\rho$  in jedem Pixel aufprägt.

Zur Verdeutlichung wurde ein Hologramm berechnet, das zwei unterschiedliche Beugungsbilder für den lzp- und rzp-Anteil generiert. Die beiden Beugungsbilder sollen im Fernfeld entstehen, so dass zwei Fourierhologramme berechnet werden. Die Pixelzahl des Polarisationshologramms wird auf 500 x 500 gesetzt. Die Pixelgröße wird als 1,6  $\mu\text{m}$  gewählt. Als gewünschte Fernfeldverteilungen dienen die in Abbildung 4.17 a) und b) dargestellten Punkt-Raster. Abbildung 4.17 a) zeigt die Verteilung, die der lzp Anteil des transmittierten Strahls im Fernfeld erzeugen soll. Abbildung 4.17 c) zeigt eine Detailansicht des gewünschten Punktmusters. Die Verteilung wurde als punktsymmetrisch bezüglich des Mittelpunkts des gewünschten Beugungsbildes gewählt, da Amplitudenhologramme stets nur punktsymmetrische Beugungsbilder erzeugen können.

Das zu berechnende Amplitudenhologramm soll als Detour-Hologramm gemäß der Beschreibung aus Abschnitt 3.1.1 realisiert werden. Als Trägerstruktur wird ein sinusförmiges Amplitudengitter der Periode vier Pixel gewählt. Die 500 x 500 Pixel des Polarisationshologramms werden in 125 x 125 Subgitter zerlegt. Mit Hilfe der

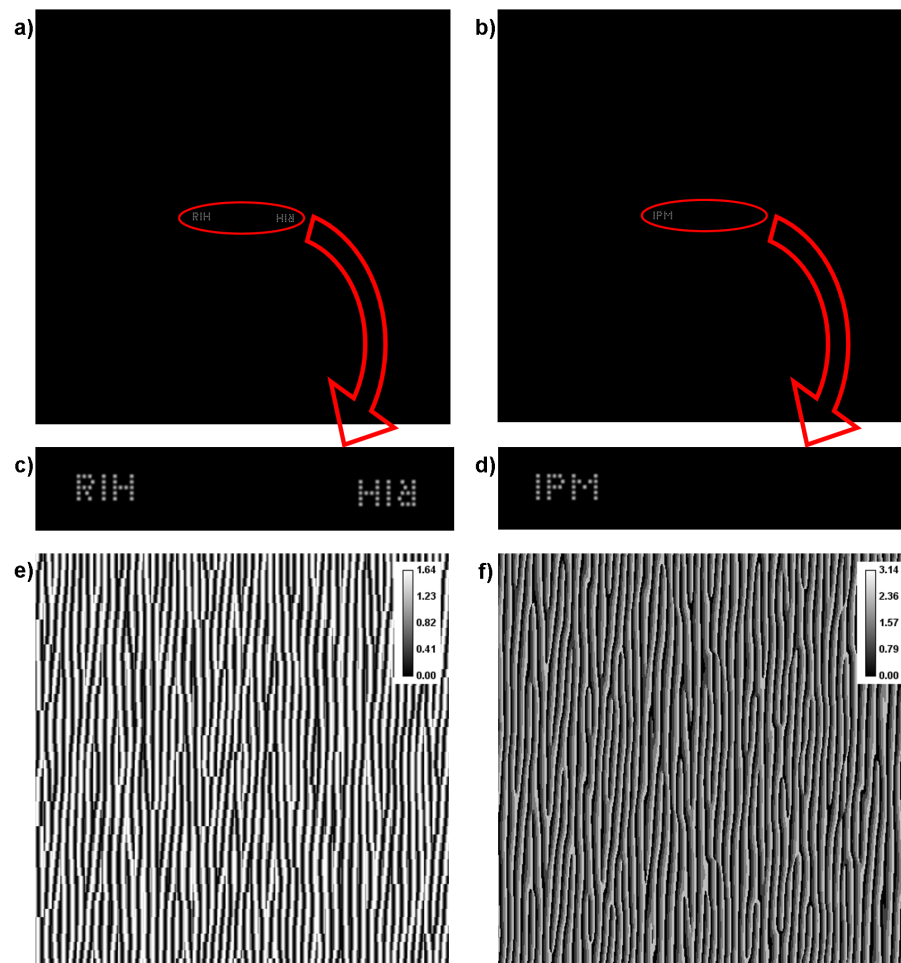


Abbildung 4.17: Wunschverteilungen und berechnete Hologramme für ein Polarisationshologramm mit variablen Werten von  $\rho$  und  $\delta$  [80].

a) Wunschverteilung für den lzp Anteil (Amplitudenhologramm).

b) Wunschverteilung für den rzp Anteil (Phasenhologramm).

c) Detailansicht des markierten Bereichs in a)

d) Detailansicht des markierten Bereichs in b)

e) Graustufendarstellung der berechneten Verteilung für  $\delta$ . Die Einheit des Kalibrationsbalkens ist Radiant

f) Graustufendarstellung der berechneten Werte für  $\rho$ . Die Einheit des Kalibrationsbalkens ist Radiant

IFTA-Methode (siehe Abschnitt 3.1.1) werden die Phasenlagen der Subgitter, d. h. deren Verschiebungen berechnet. Dadurch ergibt sich in allen 500 x 500 Pixeln des Hologramms eine Amplitude des transmittierten Strahls, aus der je der gewünschte Wert für  $\delta$  berechnet werden kann. Die sich ergebende Verteilung der Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung im zu erzeugenden Polarisationshologramm ist in Abbildung 4.17 e) zu sehen. Die Werte für  $\delta$  wurden quantisiert, so dass nur vier Stufen von  $\delta$  im herzustellenden Hologramm zu realisieren sind.

Abbildung 4.17 b) zeigt die Verteilung, die der rzp Anteil des transmittierten

Strahls generieren soll. Abbildung 4.17 d) zeigt wiederum eine Detailansicht des gewünschten Punktmusters. Da die Werte für  $\delta$  in jedem Hologrammpixel nach der Berechnung des beschriebenen Detour-Hologramms zur Formung des lzp-Strahls feststehen, bleiben als freie Parameter für das Design die Werte für die Drehlage  $\rho$ . Mit Hilfe der IFTA-Methode werden diese berechnet. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abbildung 4.17 f) dargestellt. Die Drehlagen  $\rho$  wurden ebenfalls auf vier Stufen quantisiert, um den Herstellungsprozess zu beschleunigen.

Mit Hilfe des modifizierten Einzelpunktbelichters nach Abbildung 3.10 wurde ein Polarisationshologramm mit den berechneten Werten von  $\rho$  und  $\delta$  hergestellt. Das hergestellte Polarisationshologramm wurde anschließend mit einem leicht konvergenten lzp Laserstrahl (Wellenlänge 670 nm) beleuchtet, dessen Strahltaile etwa 800 mm hinter der verwendeten Strahlaufweitungsoptik liegt. Das Beugungsbild wurde auf eine weiße Mattscheibe projiziert. Die Mattscheibe wurde mit Hilfe einer Digitalkamera abfotografiert. Zwischen Hologramm und Mattscheibe wurden eine Viertelwellenplatte und ein Linearpolarisator platziert um wahlweise den links oder recht zirkular polarisierten Teil auszublenzen. Die aufgenommenen Beugungsbilder sind in Abbildung 4.18 dargestellt. Abbildung 4.18 a) zeigt den lzp Anteil des ge-

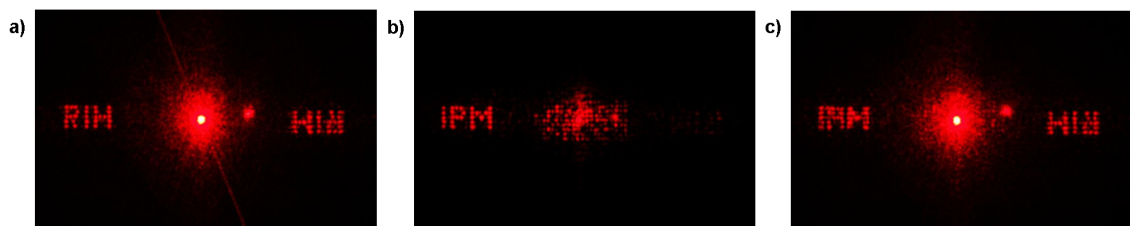


Abbildung 4.18: Abfotografierte Beugungsbilder, die von einem einzelnen Polarisationshologramm erzeugt werden.

- a) Links-zirkular polarisierter Anteil des gebeugten Strahls (Amplitudenhologramm)
- b) Rechts-zirkular polarisierter Anteil des gebeugten Strahls (Phasenhologramm)
- c) Überlagerung beider Anteile

beugten Strahls. Das Beugungsbild stimmt mit der Wunschverteilung aus 4.17 a) überein. Abbildung 4.18 b) zeigt das Beugungsbild des rzp Anteils entsprechend der Wunschverteilung aus 4.18 b). Abbildung 4.18 c) zeigt die Überlagerung der Beugungsbilder des rzp und lzp Anteils. Die aufgenommenen Bilder zeigen die Möglichkeit, in einem Hologramm zwei unterschiedliche Beugungsbilder in einem einzelnen Polarisationshologramm zu speichern. Die beiden Beugungsbilder können durch Standardpolarisationsoptik von einander getrennt werden.

#### 4.2.1.4 Diskussion der Ergebnisse der Belichtung mit dem Einzelpunktbelichter

In den vorangegangenen Abschnitten wurden experimentelle Ergebnisse zur Herstellung von Polarisationshologrammen durch Einzelpunktbelichtung in Fotopolymer dargestellt. Dabei wurden zwei verschiedene Ansätze verfolgt. Zum einen wurden Polarisationshologramme erzeugt, bei denen nur die Drehlage der Hauptachsen der Doppelbrechung im Fotopolymer variiert wurde, während die Stärke der Doppelbrechung konstant gehalten wurde. Diese Art von Polarisationshologrammen entspricht nach den Überlegungen aus Abschnitt 2.1.5 reinen Phasenhologrammen für zirkular polarisiertes Licht. Sie eignen sich daher für die Herstellung von diffraktiven Linsen und Strahlformern mit dem Ziel hoher Beugungseffizienz. Zum anderen wurde der Ansatz verfolgt, den Einzelpunktbelichter zur Herstellung von Polarisationshologrammen zu verwenden, bei denen sowohl die Drehlage als auch die Stärke der Doppelbrechung durch den Schreibvorgang punktweise variiert werden können. Für zirkular polarisiertes Licht können solche Hologramme nach den Betrachtungen aus den Abschnitten 2.1.3 und 2.1.4 entweder für die Erzeugung zweier unterschiedlicher, über die Polarisation auswählbarer Beugungsbilder verwendet werden oder zur Manipulation von Betrag und Phase einer zirkular polarisierten Wellenfront.

Zur Herstellung der beiden Arten von Polarisationshologrammen werden zwei geringfügig unterschiedliche Varianten eines Belichters verwendet. Die beiden Varianten unterscheiden sich nur durch zwei zusätzliche Polarisationskomponenten im Fall der Belichtung von Polarisationshologrammen mit variabler Drehlage  $\rho$  und Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung im belichteten Polymer. Die Bestimmung der Auflösungsgrenzen des Belichters wurde in Abschnitt 4.2.1.1 beschrieben (siehe Abbildung 4.9). Es wurde gezeigt, dass mit dem entwickelten Belichter Strukturen mit lateralen Abmessungen bis ca.  $1 \mu\text{m}$  herstellbar sind. Der begrenzende Faktor bei der Herstellung sehr feiner Strukturen durch Belichtungsmethoden ist typischerweise die Beugung. Die beugungsbegrenzte Größe des Laserfokus wurde unter Berücksichtigung von Belichtungswellenlänge und numerischer Apertur der fokussierenden Linse zu etwa  $1,6 \mu\text{m}$  berechnet (siehe Abschnitt 3.2.2.1, Gleichung (3.20)).

Damit ergibt sich, dass die noch auflösbare Strukturgröße um etwa 37 % kleiner ist als die beugungsbegrenzt erreichbare Laserspotgröße. Die Tatsache, die diesen Umstand ermöglicht, ist die Wiederbeschreibbarkeit des Fotopolymers. Dadurch wird es möglich, bei der Einzelpunktbelichtung den Abstand der Schreibpunkte kleiner zu wählen als den Durchmesser des Laserpots. Dieses Prinzip ist in Abbildung 4.19 dargestellt. Dort sind sechs zeitlich nacheinander belichtete Punkte symbolisch durch schraffierte Kreise dargestellt. Bei der Belichtung des Punkts 1 wird eine bestimmte Orientierung der Doppelbrechung in dem Bereich des Fotopolymers in-

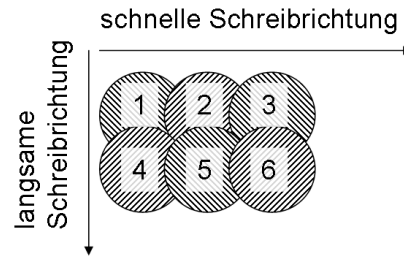


Abbildung 4.19: Prinzipdarstellung der Einzelpunktbelichtung mit Überlappung der einzelnen Laserspots. Die unterschiedlich schraffierten nummerierten Kreise stellen Bereiche dar, die zeitlich nacheinander mit einem fokussierten Laser belichtet wurden.

duziert, der während der Belichtungszeit vom Laser beleuchtet wird. Danach wird der Laser ausgeschaltet, das Polymer bewegt und der Laser erneut eingeschaltet. Erneut wird ein Bereich des Polymers dabei belichtet, so dass innerhalb des vom Laser beleuchteten Bereichs wiederum Doppelbrechung gemäß der nun vorliegenden Polarisation des Schreiblasers induziert wird. Aufgrund der Wiederbeschreibbarkeit des Polymers spielt es dabei nahezu keine Rolle, ob im nun belichteten Bereich bereits Doppelbrechung vorliegt. Das heißt, dass auch im Überlappungsbereich der beiden Belichtungspunkte 1 und 2 in Abbildung 4.19 Doppelbrechung orthogonal zur Polarisation des Schreiblasers, die während der Belichtung des Punktes 2 vorliegt, erzeugt wird. Der Überlappungsbereich wird so überschrieben. Wird der Überlappungsbereich zwischen zwei benachbarten Punkten sehr groß, so werden Bereiche des ersten belichteten Punktes mit relativ wenig Licht beleuchtet, die auf Grund der hohen Intensität im Zentrum des Laserstrahls (Gauß-Strahl) bei der zweiten Belichtung mit hoher Doppelbrechung behaftet sind. Der Orientierungsprozess der Moleküle im Polymer ist umso stärker, je mehr Licht ins Polymer eingestrahlt wurde. Das führt dazu, dass der Überlappungsbereich nicht mehr vollständig überschrieben wird. Dieser Effekt hat zur Folge, dass bei größer werdenden Überlappungsbereichen und damit kleineren Strukturgrößen der Kontrast zwischen benachbarten Punkten abnimmt. Dadurch werden die erzielbaren Strukturgrößen nach unten begrenzt.

Als eine Möglichkeit zur weiteren Steigerung der lateralen Auflösung wäre die Auswahl eines anderen Objektivs mit höherer numerischer Apertur denkbar. Durch die Steigerung der NA wird zwar der Durchmesser des Laserstrahls in der Brennebene der Linse verringert. Dem steht entgegen, dass durch die größere NA aber auch die Rayleigh-Länge verringert wird, so dass die Schärfentiefe des Laserfokus kleiner wird. In der gewählten Konfiguration beträgt die Rayleigh-Länge etwa  $3,7 \mu\text{m}$ , so dass diese größer ist als die Schichtdicke der verwendeten Polymersubstrate (ca.  $2 \mu\text{m}$ ). Im Grenzfall wäre die Rayleigh-Länge etwa so groß wie die Schichtdicke des Polymers. Dies wäre nach den Gleichungen (3.20) und (3.21) bei einer NA von etwa 0,58 der Fall. Die beugungsbegrenzte Größe des Laserspots im Fokus wäre etwa 1,2

$\mu\text{m}$ . Dadurch, dass die Rayleigh-Länge in der gewählten Anordnung größer ist als die Schichtdicke des Polymer, werden die Anforderungen an die axiale Positionierung der Probe reduziert, was für eine höhere Stabilität des Belichtungsprozesses sorgt. Die Empfindlichkeit gegen Schwingungen, Unebenheit der Probe und Verschiebung der Fokussierlinse wird dadurch reduziert. Daher wurde bei der Auslegung des Belichters eine größere Spotgröße zu Gunsten einer geringeren Störungsempfindlichkeit des Aufbaus in Kauf genommen.

Anhand der Daten, die in Abbildung 4.10 dargestellt sind, wurde gezeigt, dass mit dem beschriebenen Einzelpunktbelichter etwa 128 Winkelstufen der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung mit Hilfe des verwendeten elektrooptischen Modulators im Polymer eingeschrieben werden können. Nach Gleichung (2.15) sind diese Winkelstufen bei einer Beleuchtung der belichteten Struktur mit zirkular polarisiertem Licht äquivalent zu Stufen eines quantisierten Phasenhologramms. Die maximal erreichbare Beugungseffizienz, die mit einem Phasenhologramm mit 128 Stufen erzielt werden kann, ergibt sich zu  $\text{sinc}^2(1/128) = 99,99\%$  [123]. Eine weitere Steigerung der Anzahl auflösbarer Winkelstufen bringt unter Berücksichtigung dieser Tatsache keine merkliche Verbesserung der Qualität der herstellbaren Polarisationshologramme.

Basierend auf den Ergebnissen der Charakterisierung des Einzelpunktbelichters wurden zunächst Polarisationshologramme hergestellt, die nur auf der Variation der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung in den einzelnen Hologrammpixeln beruhen. Ziel war es dabei, strahlformende diffraktive Elemente mit möglichst hoher Beugungseffizienz herzustellen. Bei der Anwendung derartiger Polarisationshologramme als Strahlformer konnte experimentell eine Beugungseffizienz von rund 80 % am Beispiel eines Ring-Strahlformers aus Abbildung 4.13 erzielt werden. Lediglich 20 % der gesamten Strahlung nach Durchgang durch die Polymerschicht wurden nicht in die gewünschte Ringform gebeugt.

Die Effizienzen aus der Simulation nach Abbildung 4.13 und unter Berücksichtigung der theoretisch erzielbaren Beugungseffizienz [123], die jeweils über 99 % liegen, konnten jedoch nicht erreicht werden. Die fehlenden rund 20 % der Beugungseffizienz tragen größtenteils zu einer störenden Beugungsfigur in der Mitte des Rings bei. Diese Beugungsfigur entspricht der Überlagerung der 0. und -1. Beugungsordnung des Polarisationshologramms. Gemäß Gleichung (2.14) entsteht eine 0. Beugungsordnung dann, wenn die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung nicht exakt  $\pi$  entspricht. Dabei ist zu bedenken, dass die Belichtung der einzelnen Hologrammpunkte mit Hilfe eines fokussierten Gaußstrahls durchgeführt wurde. Dies hat zur Folge, dass in der Mitte eines Hologrammpixels während des Schreibens mehr Licht eingestrahlt wird als an den Rändern der Pixel. Damit ist zu erwarten, dass die erzeugte Doppelbrechung in jedem Pixel zum Pixelrand hin abnimmt. Experimentell konnte diese Erklärung nicht bestätigt werden. Angesichts der Pixelgröße von ca.  $1,2 \mu\text{m}$  in den hergestell-



ten Polarisationshologrammen wäre eine Polarisationsmessung mit einer lateralen Auflösung von wenigen 100 nm nötig um den Effekt nachweisen zu können. Die genannten Spezifikationen könnten etwa mit einem optischen Nahfeldmikroskop erzielt werden [124]. Ein derartiges Verfahren stand während dieser Arbeit nicht zur Verfügung.

Dazu kommt bei der Beleuchtung des Polarisationshologramms die Reflektion an der Grenzschicht zwischen Luft und dem Polymer. Gemäß der Fresnel'schen Gleichungen (siehe z.B. [87]) wird an dieser Grenzschicht ca. 11 % des eingestrahnten Lichts reflektiert unter der Annahme, dass die Brechzahl der Luft 1 ist und die mittlere Brechzahl des Polymers etwa 2 beträgt. Dieser reflektierte Anteil trägt zu der Beugungsfigur in der Mitte des Rings bei. Denkbar wäre eine Unterdrückung dieser Reflektion an dieser Grenzschicht durch Beschichtung des Polymers mit einer Antirefektionsschicht. Eine experimentelle Umsetzung einer Antirefleksbeschichtung des verwendeten Fotopolymers ist nicht bekannt. Aus Gründen, wie etwa der nicht bekannten Löslichkeit des Fotopolymers in Lösungsmitteln für die Herstellung einer Antireflexbeschichtung, besteht in dieser Richtung noch Entwicklungsbedarf, um eine Antireflexbeschichtung von Polarisationshologrammen in Azobenzen realisieren zu können.

Das Auftreten einer -1. Beugungsordnung ist nach Gleichung (2.14) dadurch bedingt, dass die Beleuchtung des Polarisationshologramms nicht exakt zirkular polarisiert erfolgt. Die Verwendung verschiedener Anordnungen zur Herstellung zirkularpolarisierter Strahlung ergab keine Verbesserung der erzielten Beugungseffizienz. Verwendet wurden Viertelwellenplatten auf Polymer- (Linos) und Kristallbasis (Edmund Optics), sowie Zirkularpolarisatoren aus Polymeren (Edmund Optics). Die Tatsache, dass die Beugungseffizienz durch die Verwendung verschiedener Viertelwellenplättchen nicht gesteigert werden konnte, kann als Indiz dafür gelten, dass die -1. Beugungsordnung eine untergeordnete Rolle für die Beugungsverluste der hergestellten Polarisationshologramme spielt.

Anhand eines weiteren Hologramms wurde schließlich eine Möglichkeit aufgezeigt, wie mit Hilfe eines Einzelpunktbelichtungsverfahrens Polarisationshologramme hergestellt werden können, in denen sowohl die Drehlage als auch die Stärke der Doppelbrechung in jedem Hologrammpixel eingestellt werden können. Die Belichtung einer Teststruktur und die anschließende Vermessung der erzeugten Struktur zeigten, dass die definierte Einstellung der beiden Größen unabhängig voneinander möglich ist. Es konnte gezeigt werden, dass mit dem beschriebenen Verfahren mindestens 4 diskrete Stufen von Drehlage und Stärke der Doppelbrechung eingestellt werden können.

Gemäß Goodman [86] wird die erzielbare Beugungseffizienz eines quantisierten Phasenhologramms durch die Anzahl der verwendeten Phasenstufen begrenzt. Den

Phasenstufen entsprechen bei Polarisationshologrammen die Stufen der Drehlagen der Doppelbrechung. Im hier beschriebenen Fall heißt das, dass die maximale Beugungseffizienz der so hergestellten Polarisationshologramme nach oben begrenzt wird durch  $\text{sinc}^2(1/4) \approx 0.81$ . Eine höhere Anzahl von Quantisierungsstufen der Drehlagen  $\rho$  der Doppelbrechung ist mit dem beschriebenen Ansatz möglich, da diese durch die Positionierung des Linearpolarisators durch den Drehmotor gegeben ist. Kritisch zu sehen ist dabei allerdings der Zuwachs der Prozesszeit. Denn für jede zusätzliche Quantisierungsstufe wird die gesamte Fläche des erzeugten Polarisationshologramms abgescannt. Die Anzahl 4 der Quantisierungsstufen stellt einen Kompromiss zwischen geringer Schreibzeit und Qualität der hergestellten Hologramme dar.

Die Zahl der Quantisierungsstufen der Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung ist dagegen vor allem begrenzt durch die Stabilität des Lasers und des elektrooptischen Modulators. Die Ergebnisse aus der Belichtung von Teststrukturen nach Abbildung 4.10 deuten darauf hin, dass die Polarisationsdrehung durch den elektrooptischen Modulator gut reproduzierbar ist. Schwankungen in der Laserleistung z. B. infolge von Temperaturänderungen ändern den Betrag der induzierten Doppelbrechung im Polymer. Durch das Ein- und Ausschalten des Lasers während des Schreibvorgangs können solche Änderungen der Lasertemperatur hervorgerufen werden, so dass die Laserleistung nach jedem Einschalten Schwankungen unterliegt. Ansätze zur Erhöhung der Auflösung der erzielbaren Werte von  $\delta$  sind Temperaturstabilisierung und Verwendung externer Modulatoren, z. B. akustooptische Modulatoren, so dass ein cw-Betrieb des Schreiblasers möglich wird.

Die Ergebnisse der Belichtung eines Polarisationshologramms, das für  $l_{zp}$  und  $l_{zp}$  Beobachtung unterschiedliche Beugungsbilder generiert, zeigen, dass pixelweise unterschiedliche Werte von  $\rho$  und  $\delta$  in Fotopolymeren definiert eingeschrieben werden können. Die jeweiligen Beugungsbilder können durch polarisationsoptische Komponenten wechselseitig fast vollständig ausgeblendet werden (Auslöschung circa 1:100), was darauf hindeutet, dass die Größen  $\rho$  und  $\delta$  weitgehend unabhängig voneinander eingestellt werden können.

### 4.2.2 Parallele flächenhafte Belichtung mittels Spatial Light Modulator (SLM)

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den Ergebnissen der Belichtung von Polarisationshologrammen durch Abbildung eines Spatial Light Modulators (SLM). Einer Charakterisierung des Belichters folgen Beispiele für Ergebnisse der Belichtung von Hologrammen.

#### 4.2.2.1 Charakterisierung des Belichters

Für die Charakterisierung des Schreibaufbaus nach Abbildung 3.13 wurde in einem ersten Schritt geklärt, inwieweit die Anordnung aus SLM und Viertelwellenplättchen die Drehung der linearen Polarisation des Schreiblasers gewährleisten kann. Dazu wurde der SLM über den in Abbildung 3.13 (Abschnitt 3.2.2.2) dargestellten Klappspiegel  $KL$  und einen Linearpolarisator  $LP_3$ , der als Analysator der Polarisation dient, auf eine Kamera abgebildet. Auf dem SLM wurde das Bild aus Abbildung 4.20 angezeigt. Das Bild zeigt eine periodische Graustufenverteilung, bei der der Grauwert linear mit  $x$  wächst und eine Periode von 256 Pixeln aufweist. Jede Graustufe des Bildes soll einer bestimmten Drehlage der linearen Polarisation des Schreibstrahls entsprechen. Der gesamte Wertebereich der Graustufen von 0 (Schwarz) bis 255 (Weiß) soll einer Drehung der linearen Polarisation von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  entsprechen. Der Nullpunkt der Drehlagen der linearen Polarisation ist nicht von Bedeutung. Zusätzlich wurden drei Kreise mit einer vertikalen Linie als Markierungen für die Grauwerte 0, 128 und 255 innerhalb einer Periode des Bildes eingebracht. Der Analysator  $LP_3$  vor der Kamera wurde in  $10^\circ$ -Schritten von  $0^\circ$  bis

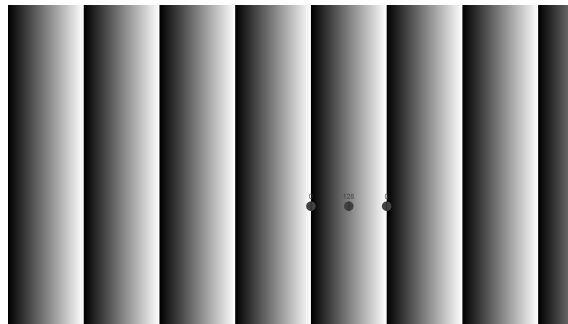


Abbildung 4.20: Testmuster, das auf dem SLM angezeigt wird, um die Drehung der Schreibpolarisation des SLM zu verifizieren

$170^\circ$  gedreht. Nach jeder  $10^\circ$ -Drehung wurde jeweils ein Bild aufgenommen. Drei der insgesamt 18 so entstandenen Bilder sind in Abbildung 4.21 a), c) und e) zu sehen. Die Drehlage des Analysators  $LP_3$  betrug bei Aufnahme der drei Bilder  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  bzw.  $120^\circ$ . Bereiche, in denen die Polarisation des Schreibstrahls senkrecht zur Durchlassrichtung des Analysators steht, erscheinen in den Bildern schwarz. Bereiche, in denen die Polarisation des Schreibstrahls parallel zur Durchlassrichtung des Analysators steht, erscheinen weiß. Die angestrebte linear in  $x$ -Richtung ansteigende Polarisationsdrehung spiegelt sich in einer sinusförmigen Modulation der Helligkeit wider (siehe Diagramme b), d) und f) in Abbildung 4.21). Erkennbar ist, dass eine Drehung des Analysators zu einer Verschiebung des Streifenmusters führt. Die Feldblende  $FB$  des Belichters wurde für die Messung soweit zugezogen, dass der obere und untere Rand des SLM gerade noch beleuchtet werden. Das Bild der Feldblende ist in Abbildung 4.21 als begrenzender Rand zu erkennen.

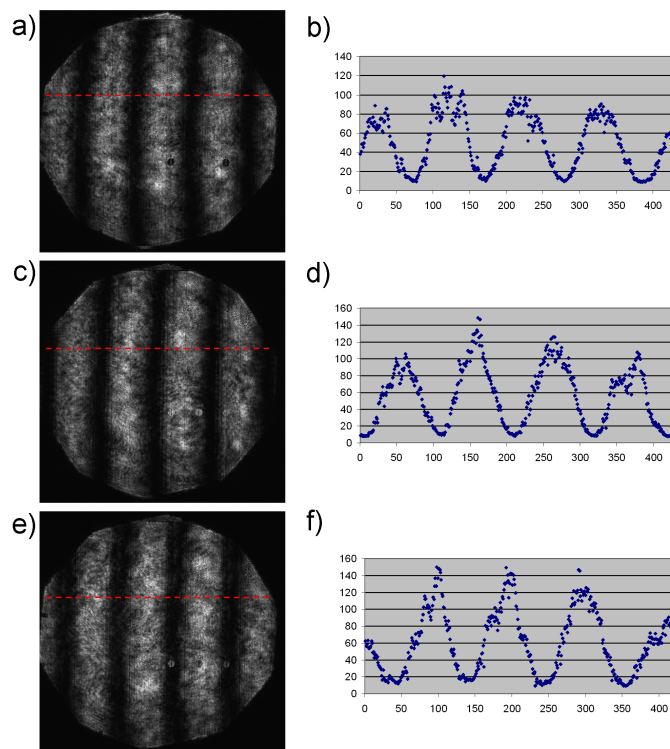


Abbildung 4.21: Aufgenommenes Bild des SLM während der Anzeige der Struktur aus Abbildung 4.20. Zwischen den drei Bildern wurde jeweils der Analysator  $LP_3$  gedreht. Die Drehlagen des Analysators bei Aufnahme der drei Bilder betrug  $0^\circ$  (a),  $60^\circ$  (c) und  $120^\circ$  (e). Die Diagramme (b), (d) und (f) zeigen jeweils horizontale Schnitte durch die Intensitätsverteilungen aus den jeweils daneben abgebildeten Aufnahmen (Abszisse: Pixelkoordinaten der Kamera; Ordinate: Grauwert des Kamerapixels)

Anschließend wurde für jeden Kamerapixel der Drehwinkel des Analysators bestimmt, bei dem die niedrigste Helligkeit aufgenommen wurde. Dadurch kann die Drehlage der Polarisation des Schreiblasers pixelweise bestimmt werden. Das Ergebnis dieser Bestimmung ist in Abbildung 4.22 zu sehen.

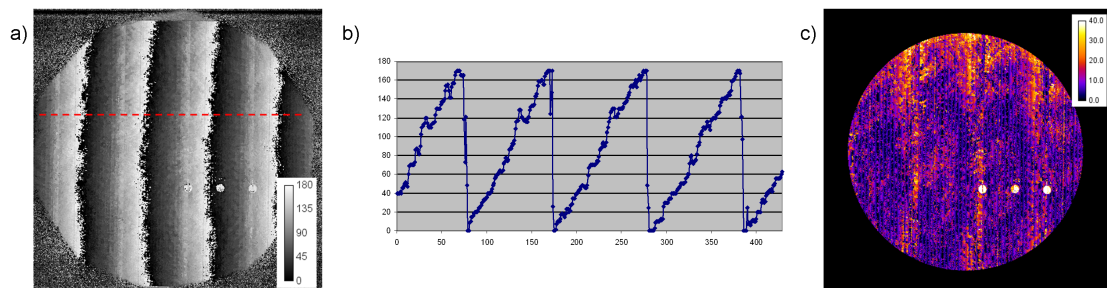


Abbildung 4.22: Bestimmung der Drehlagen der Polarisation des Schreiblasers.

a) Grauwertdarstellung der gemessenen Drehlagen (Grauwert 0 entspricht  $0^\circ$ , Grauwert 180° entspricht  $180^\circ$ )

b) Schnitt durch die gemessene Verteilung der Drehlagen. Zur Erzeugung des Diagramms wurde Bild a) zunächst mit einem  $3 \times 3$ -Medianfilter geglättet.

c) Betrag der Abweichung der gemessenen von den gewünschten Drehlagen

Abbildung 4.22 a) zeigt für jeden Pixel den Drehwinkel des Analysators  $LP_3$ , für den die Helligkeit im jeweiligen Pixel minimal wird. Die Übereinstimmung mit der Vorgabe aus Abbildung 4.20 ist erkennbar. Abbildung 4.22 b) zeigt einen horizontalen Schnitt durch die gemessene Verteilung der Drehlagen. Die gemessene Drehlage wächst linear mit der x-Koordinate des Kamerabildes und durchläuft den gesamten Wertebereich von  $0^\circ$  bis  $170^\circ$ .

Anhand der kreisförmigen Marken im belichteten Bild kann der Abbildungsmaßstab bei der Abbildung des SLM auf die Kamera  $C_2$  bestimmt werden. Damit kann die Verteilung der Drehlagen berechnet werden, die sich bei idealer Polarisationsdrehung durch den SLM ergeben würde. Dazu wird die angestrebte Verteilung nach Abbildung 4.20 skaliert, so dass ihre Periodizität mit der aufgenommenen Verteilung übereinstimmt. Mit Hilfe dieser skalierten Idealverteilung kann die Abweichung der gemessenen von den gewünschten Drehlagen der Schreibpolarisation punktweise bestimmt werden. Abbildung 4.22 c) zeigt eine Falschfarbdarstellung der so bestimmten Abweichungen. Der nicht beleuchtete Rand wurde manuell ausgeschnitten. Die Standardabweichung der gemessenen von den gewünschten Drehlagen wurde zu etwa  $7,8^\circ$  bestimmt.

Um die laterale Auflösungsgrenze des SLM-Belichters zu bestimmen, wurde eine weitere Teststruktur auf dem SLM angezeigt und dieser auf ein Polymersubstrat abgebildet. Die Teststruktur setzt sich aus horizontalen und vertikalen Linienmustern zusammen. Die einzelnen Linienmuster weisen Strukturgrößen von eins, zwei bzw. drei SLM-Pixeln auf. Das belichtete Polymer wurde anschließend mit einem Polarisationsmikroskop (50x-Objektiv, NA 0,85) aufgenommen. Das Ergebnisbild ist in Abbildung 4.23 zu sehen. Zu erkennen ist, dass Strukturen, die zwei oder mehr SLM-

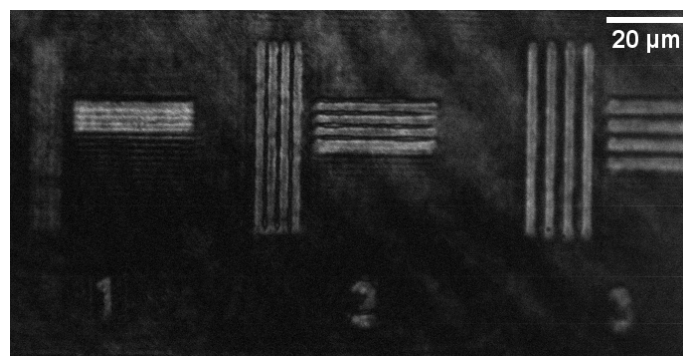


Abbildung 4.23: Mikroskopbild einer Teststruktur, die mit dem SLM-Belichter in eine Polymerschicht belichtet wurde. Die Linienmuster weisen Strukturgrößen von  $0,79 \mu\text{m}$  (1 SLM-Pixel),  $1,58 \mu\text{m}$  (2 SLM-Pixel) bzw.  $2,37 \mu\text{m}$  (3 SLM-Pixel) auf.

Pixeln entsprechen, bei der Belichtung aufgelöst werden. Strukturgrößen, die einem einzelnen SLM-Pixel entsprechen, werden nicht aufgelöst. Die geometrische Größe der einzelnen Strukturen kann anhand des aufgenommenen Bildes bestimmt werden, nachdem der Abbildungsmaßstab des verwendeten Polarisationsmikroskop mit Hilfe

eines USAF-Testchart (Chrom auf Glas, Edmund Optics) bestimmt wurde. Es ergibt sich, dass das Bild eines SLM-Pixels in der Ebene des zu belichtenden Fotopolymers etwa  $0,79 \mu\text{m}$  entspricht. Die geometrische Größe der noch auflösbaren Strukturen beträgt also  $1,58 \mu\text{m}$ . Dies kann als Auflösungsgrenze des SLM-Belichters angesehen werden.

Zur Charakterisierung der zeitlichen Dynamik des Belichtungsvorgangs mit Hilfe des SLM-Belichters wurden ein zweiter Laser  $L_2$  ( $\lambda = 670 \text{ nm}$ ), der das Fotopolymer während des Schreibvorgangs schräg beleuchtet, und eine Fotodiode  $PD$  vorgesehen (siehe Abbildung 3.13). Beim Schreiben eines Gitters der Periode 16 Pixel (ca.

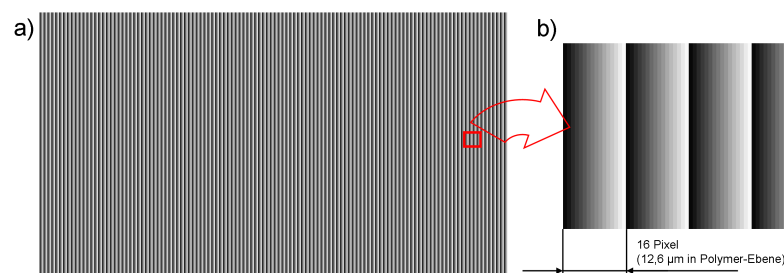


Abbildung 4.24: Anzeige-Bild für SLM-Belichter zur Herstellung eines Polarisationsgitters mit einer Periode von  $12,6 \mu\text{m}$  (16 Pixel).

a) Graustufenbild für SLM-Anzeige

b) Detailansicht von a)

$12,6 \mu\text{m}$ , siehe Abbildung 4.24) wird ein Teil des Lichts des Lasers  $L_2$  in eine erste Beugungsordnung gebeugt. Die Fotodiode ist derart positioniert, dass diese erste Beugungsordnung auf sie fällt. Die von der Fotodiode, die Teil eines optischen Leistungsmessgeräts ist, gemessene Leistung wird während der Belichtung eines solchen Gitters mit Hilfe eines PC aufgezeichnet. Die aufgezeichneten Ergebnisse einer solchen Messung sind in 4.25 dargestellt. Für die dargestellte Messreihe wurde alle 500

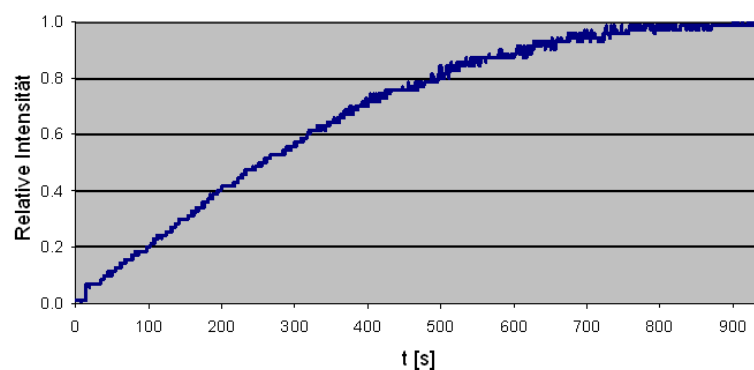


Abbildung 4.25: Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung während der Belichtung eines Polarisationsgitters als Funktion der Zeit (Abszisse: Zeit in Sekunden, Ordinate: Intensität normiert, so dass gemessenes Maximum 1 wird.)

ms die Intensität der ersten Beugungsordnung bestimmt. Während der ersten rund

300 Sekunden wächst die gemessene Intensität der ersten Beugungsordnung nahezu linear mit der Zeit an. Die Kennlinie verläuft danach flacher, bis die gemessene Intensität nach ca. 800 Sekunden nicht mehr weiter ansteigt.

Im vorangegangenen Beispiel wurde mittels des SLM ein Polarisationsmuster auf das Polymer projiziert, das während der Belichtung konstant blieb. Der SLM gibt daneben die Möglichkeit, das auf die zu belichtende Polymerschicht projizierte Polarisationsmuster zeitlich zu variieren. In den folgenden Beispielen wurden die Möglichkeiten untersucht, die sich daraus ergeben, dass die angezeigten Polarisationsmuster während der Belichtung variiert werden [113]. Dies soll anhand der Diagramme aus

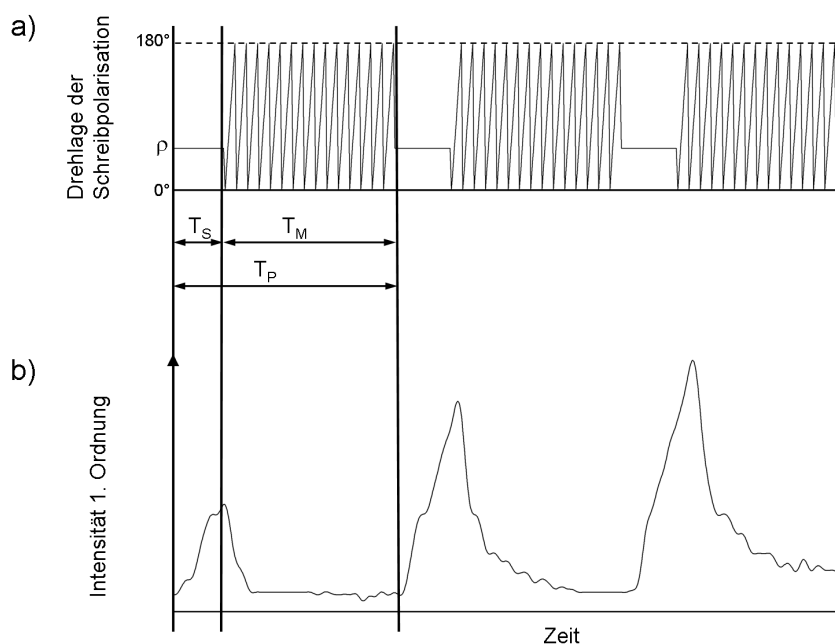


Abbildung 4.26: Belichtung mit zeitlich variierendem Polarisationsmuster.

a) Drehlage der Polarisation des Schreibstrahls in einem SLM-Pixel als Funktion der Zeit

b) Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung während der Belichtung als Funktion der Zeit

Abbildung 4.26 erläutert werden.

In Abbildung 4.26 a) ist ein Diagramm der zeitlichen Ansteuerung für ein willkürlich ausgewähltes Pixel des SLM während der Belichtung dargestellt: Während der Zeit  $T_S$  wird ein statischer Wert für die Drehlage der Schreibe polarisation gewählt und angezeigt, der hier allgemein mit  $\rho$  bezeichnet ist. Da das betrachtete Pixel scharf in die Ebene des Polymers abgebildet wird, wird an der Stelle, an der das Bild des Pixels entsteht, während der Zeit  $T_S$  gemäß den Vorbetrachtungen Doppelbrechung im Fotopolymer erzeugt. Während der Zeit  $T_M$  wird anschließend die Drehlage der Schreibe polarisation moduliert. Dies wird dadurch bewerkstelligt, dass der Grauwert des auf dem SLM angezeigten Bildes im betrachteten Pixel variiert wird. Während der Zeit  $T_M$  wird daher die induzierte Doppelbrechung im Polymer

permanent überschrieben. Da der Schreibvorgang gemäß Abbildung 4.25 erheblich langsamer verläuft als die Modulation des SLM durchgeführt wird (typischerweise rund 30 Hz), wird während der Zeit  $T_M$  keine neue Doppelbrechung im Polymer erzeugt, sondern die bereits vorhandene Doppelbrechung teilweise oder ganz aufgehoben. Der Zyklus aus Schreiben während der Zeit  $T_S$  und Löschen während der Zeit  $T_M$  wird anschließend wiederholt, bis die Belichtung beendet ist. Die Summe aus  $T_S$  und  $T_M$  wird dabei als zeitliche Periode  $T_P$  abgekürzt. Da jeder Pixel des SLM separat angesteuert werden kann, bietet dieser Effekt die Möglichkeit die Stärke der Doppelbrechung in jedem Hologrammpixel einzustellen, indem das Verhältnis aus der Zeit  $T_S$ , in der eine statische Drehlage der Polarisation vom jeweiligen Pixel erzeugt wird, und der Periodendauer  $T_P$  in jedem Pixel definiert eingestellt wird.

Zur Quantifizierung dieses Effekts wurden Gitter mit einer Gitterperiode von 16 Pixeln belichtet. Dabei wird während der Zeit  $T_S$  ein zeitlich konstantes Graustufenbild eines Gitters gemäß Abbildung 4.24 auf dem SLM angezeigt. Während der Zeit  $T_M$  wird das angezeigte Bild moduliert. Zur Quantifizierung des Effekts wurde das Verhältnis aus  $T_S$  und  $T_P$  in den folgenden Messungen in allen SLM-Pixeln identisch gewählt. Mit Hilfe der bereits beschriebenen Fotodiode wird die Intensität der ersten Beugungsordnung der geschriebenen Gitter während der Belichtung online gemessen. Ein zeitlicher Ausschnitt einer solchen Messung ist in Abbildung 4.26 b) zu sehen. Zu erkennen ist dort, dass während der Zeit  $T_S$  die Intensität der 1. Beugungsordnung wächst, während sie im Zeitintervall  $T_M$  zurückgeht, aber nicht völlig verschwindet. Nach jedem der Zyklen  $T_P$  ist die Intensität der 1. Beugungsordnung des Gitters daher höher als am Ende des vorangegangenen Zyklus.

Das Verhältnis  $T_S/T_P$  beeinflusst die Intensität der 1. Beugungsordnung, die sich am Ende eines Belichtungsprozesses ergibt. Die Effizienz eines Gitters kann damit durch Änderung des Verhältnisses  $T_S/T_P$  eingestellt werden.

Der Einfluss dieses Verhältnisses wird im Folgenden am Beispiel der Belichtung von Polarisationsgittern mit einer Periode von  $12,6 \mu\text{m}$  (16 Pixel) untersucht. Dazu wurde die Zeit  $T_P$  gegenüber der Messung aus Abbildung 4.26 b) von 60 s auf 5,3 s reduziert. Auf dem SLM werden während dieser Zeit Video-Dateien angezeigt (29,97 Bilder pro Sekunde), die die Größen  $T_S$  und  $T_P$  festlegen: Während der Zeit  $T_S$  zeigt ein solches Video ein statisches Bild, während der Zeit  $T_M = T_P - T_S$  werden in zeitlicher Abfolge unterschiedliche Bilder angezeigt. Insgesamt wurden 8 Gitter belichtet. Für die Belichtung der Gitter wurde jeweils ein anderer Wert für das Verhältnis  $T_S/T_P$  gewählt (12,5 %, 25 %, 37,5 %, 50 %, 62,5 %, 75 %, 87,5 % und 100 %). Die beobachteten Intensitätsverläufe der ersten Beugungsordnung der so belichteten Gitter sind für vier der Belichtungen in Abbildung 4.27 a) zu sehen. Dort ist zu erkennen, dass sich auch während der Belichtung unter den beschriebenen Bedingungen Polarisationsgitter im Fotopolymer einschreiben lassen. Während



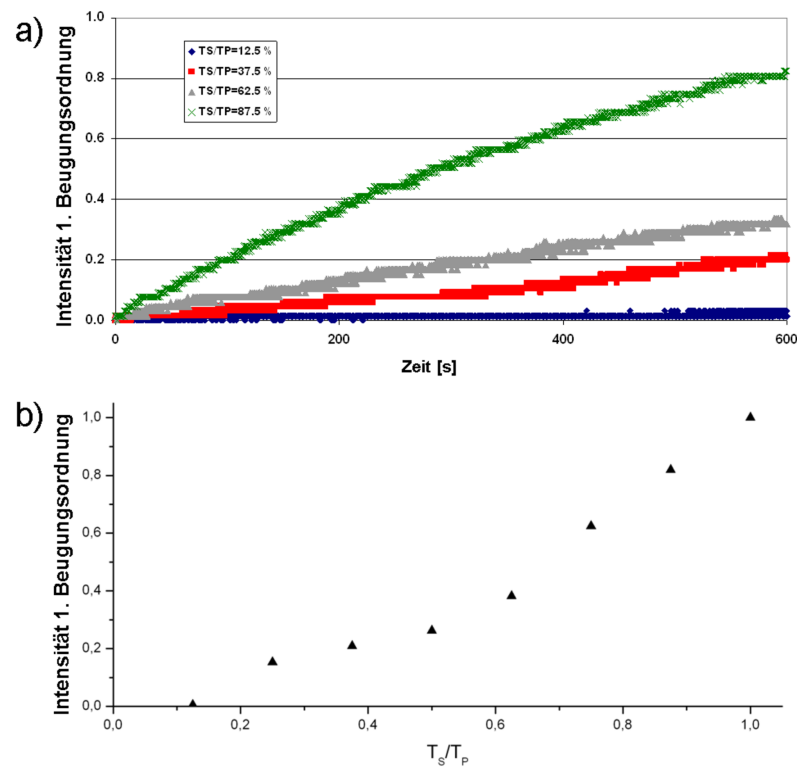


Abbildung 4.27: Belichtung mit moduliertem SLM.

- a) Zeitlicher Verlauf der Intensität in der 1. Beugungsordnung eines Gitters während der Belichtung mit verschiedenen Quotienten  $T_S/T_P$
- b) Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung nach 10-minütiger Belichtung als Funktion des Quotienten  $T_S/T_P$

der Belichtungszeit von 600 Sekunden steigt in allen Messreihen die Intensität der beobachteten ersten Beugungsordnung der Polarisationsgitter an. Je länger die Anzeigedauer  $T_S$  eines statischen Polarisationsmusters im Verhältnis zur Periodendauer  $T_P$  ist, desto schneller steigt die Intensität der ersten Beugungsordnung der so hergestellten Gitter an. In den 4 dargestellten Beispielmessreihen ist zu sehen, dass am Ende der Belichtungszeit von 600 Sekunden unterschiedliche Beugungseffizienzen der 4 hergestellten Gitter vorliegen.

In 4.27 b) sind die Messwerte der Intensitäten der ersten Beugungsordnungen am Ende der Belichtungen bei verschiedenen Belichtungsbedingungen dargestellt. An der Abszisse des dargestellten Diagramms sind die Verhältnisse der Zeiten  $T_S/T_P$  angetragen. Die Ordinate beschreibt die gemessenen Intensitäten am Ende der jeweiligen Belichtung (nach 600 Sekunden). Zu erkennen ist, dass ein größeres  $T_S/T_P$ -Verhältnis höhere Beugungsintensitäten zur Folge hat. Es ergeben sich 6 unterscheidbare Werte der normierten Intensität der 1. Beugungsordnungen: Bei  $T_S/T_P$ -Quotienten 0-12,5 % ergibt sich eine Intensität nahe 0; bei  $T_S/T_P$ -Quotienten von 25 % bis 50 % liegen die gemessenen Intensitäten bei etwa 0,2; die weiteren  $T_S/T_P$ -Quotienten von 62,5 %, 75 %, 87,5 % und 100 % liefern Intensitäten von

0,38, 0,62, 0,82 bzw. 1,0.

Diese Ergebnisse legen nahe, dass verschiedene  $T_S/T_P$ -Quotienten bei identischer Belichtungszeit unterschiedliche Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung erzeugen. Da die Belichtungsintensität durch den Schreiblaser über die belichtete Fläche wenig variiert (siehe auch Kamerabilder des SLM nach Abbildung 4.21), ist davon auszugehen, dass dieser Effekt in allen Pixeln gleichermaßen auftritt. Unter dieser Voraussetzung können die gewählten  $T_S/T_P$ -Quotienten dazu genutzt werden pixelweise die Stärke der Doppelbrechung einzustellen. Diese entspricht nach Gleichung (2.14) dem Betrag der gebeugten Welle. Zu jedem normierten Wert für den Betrag einer angestrebten komplexen Amplitudenverteilung, der der Quadratwurzel der gebeugten Intensität entspricht, kann anhand von Diagramm 4.27 b) ein  $T_S/T_P$ -Verhältnis gefunden werden. Die Phase der komplexen Amplitudenverteilung wird durch die Drehlage der Schreibpolarisation während der Zeit  $T_S$  definiert.

#### 4.2.2.2 Ergebnisse der Belichtung von Polarisationshologrammen mit SLM

Zur Bestimmung der erreichbaren Beugungseffizienz wurde ein Gitter mit einer Gitterperiode von 64 Pixeln (ca.  $50,5 \mu\text{m}$ ) in eine Fotopolymerschicht belichtet. Das Gitter wurde ohne Modulation des SLM belichtet, d. h. mit statischer Projektion eines Polarisationsmusters durch den SLM. Die Belichtungszeit betrug rund 15 Minuten.

Nach der Herstellung wurde dieses Gitter mit einem Helium-Neon-Laser zirkular polarisiert beleuchtet und das entstehende Beugungsbild zunächst auf eine Mattscheibe projiziert. Die Strahlungsleistung des Lasers nach Durchgang durch ein Neutralfilter (OD 1,0) beträgt  $170 \mu\text{W}$ . Ein Foto der Projektion des Beugungsbildes auf der Mattscheibe ist in Abbildung 4.28 zu sehen. Dort sind mehrere Beugungsordnungen erkennbar. Nach Entfernen der Mattscheibe zur Projektion, wurde die

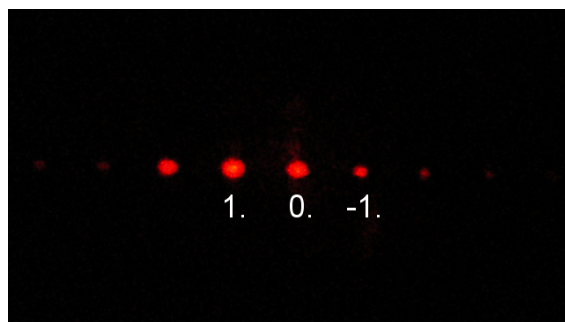


Abbildung 4.28: Beugungsbild eines Polarisationsgitters, das mit dem SLM-Belichter hergestellt wurde. Die 0., +1. und -1. Beugungsordnung sind markiert

Intensität der einzelnen Beugungsordnungen mit Hilfe eines optischen Leistungsmessgeräts (HP 8152A) bestimmt. Die Strahlungsleistung in der 0. Beugungsord-

nung des Polarisationsgitters beträgt  $31 \mu\text{W}$ . Die Intensitäten der +1., +2. und +3. Beugungsordnungen betragen  $59 \mu\text{W}$ ,  $15 \mu\text{W}$  bzw.  $1,5 \mu\text{W}$ . Die Intensitäten der -1., -2. und -3. Beugungsordnungen liegen bei  $5 \mu\text{W}$ ,  $1,6 \mu\text{W}$ ,  $0,8 \mu\text{W}$ . Damit kann die Beugungseffizienz der ersten Beugungsordnung mit rund 35 % angegeben werden. Die Beugungseffizienz in alle Beugungsordnungen beträgt etwa 82 %.

Um die Beugungseffizienz für nicht periodische Polarisationshologramme zu bestimmen, wurde ein Hologramm zur Erzeugung eines Fernfeldbeugungsbildes hergestellt, das den Schriftzug „IPM“ zeigen soll. Dazu wurde mit Hilfe des IFTA-Algorithmus ein CGH berechnet und dieses durch statische Belichtung mit dem SLM-Belichter in ein Fotopolymer geschrieben. Die Projektion des Fernfeldbeugungsbildes auf eine Mattscheibe ist in Abbildung 4.29 dargestellt. Abbildung 4.29

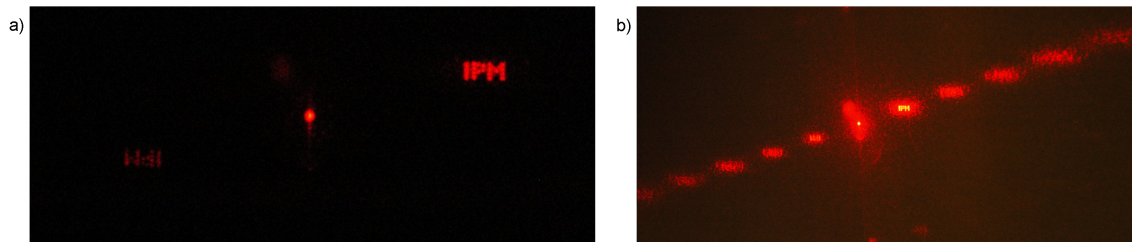


Abbildung 4.29: Projektion des Fernfeld-Beugungsbildes eines Polarisationsgitters, das mit dem SLM-Belichter hergestellt wurde, auf eine Mattscheibe.

- a) Detailansicht der -1., 0. und 1. Beugungsordnung  
 b) Stark überbelichtetes Foto der gesamten Mattscheibe

a) zeigt ein Foto der 1. Beugungsordnung (IPM-Schrift rechts oben im Bild), der 0. Beugungsordnung (heller Punkt in der Bildmitte) sowie der -1. Beugungsordnung des Fernfeldbeugungsbildes. Abbildung 4.29 b) zeigt einen größeren Ausschnitt des Fernfeldbeugungsbildes projiziert auf die Mattscheibe. Für dieses Foto wurde die Belichtungszeit hoch gewählt, so dass die 1. und 0. Beugungsordnung stark überbelichtet sind, jedoch die höheren Beugungsordnungen noch erkennbar sind. Die Intensität der 1. Beugungsordnung wurde zu  $56 \mu\text{W}$  bestimmt. Die 0. Beugungsordnung weist eine Intensität von  $44 \mu\text{W}$  auf.

Als Beispiel für ein Polarisationshologramm mit definierten Drehlagen  $\rho$  und Stärken  $\delta$  der Doppelbrechung wurde wie bereits in Abschnitt 4.2.1.3 mit dem Einzelpunktbelichter wiederum ein Hologramm erzeugt, das für den lzp und den rzp Anteil des gebeugten Strahls unterschiedliche Beugungsbilder generiert. Als Wunschverteilungen wurden wiederum die Punktmuster nach Abbildung 4.17 a) für den lzp Anteil und b) für den rzp-Anteil gewählt. Die Berechnung der Hologramme erfolgt wie in Abschnitt 4.2.1.3 beschrieben, so dass die Funktion des CGH auf den lzp Anteil einem Detour-Amplitudenhologramm entspricht, während der rzp Anteil durch ein Phasenhologramm geformt wird.

Nach einer Belichtungszeit von 600 Sekunden wurde das erzeugte Polarisationshologramm mit einem zirkular polarisierten Helium-Neon-Laser beleuchtet und das Beugungsbild durch eine Anordnung aus einer drehbaren Viertelwellenplatte und einem Linearpolarisator auf eine Mattscheibe projiziert. Durch Drehung der Viertelwellenplatte kann wahlweise der lzp oder der rzp Anteil des gebeugten Strahls ausgeblendet werden. Die so entstandenen Beugungsbilder wurden wiederum mit einer Digitalkamera fotografiert. Die Fotografien der projizierten Beugungsbilder sind in Abbildung 4.30 zu sehen. Abbildung 4.30 a) zeigt den rzp Anteil des gebeugten

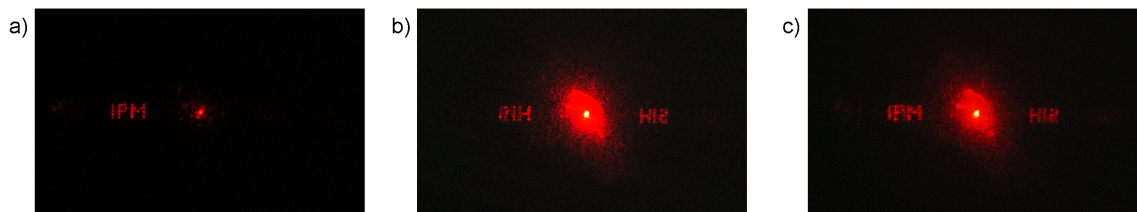


Abbildung 4.30: Beispiel für ein Polarisationshologramm, das für den lzp und den rzp Anteil unterschiedliche Beugungsbilder erzeugt

- a) rzp Anteil des gebeugten Strahls (Phasenhologramm).
- b) lzp Anteil des gebeugten Strahls (Amplitudenhologramm)
- c) Überlagerung des rzp und des lzp Anteils

Strahls, d.h. den Anteil des gebeugten Strahls, der als Phasenhologramm interpretiert werden kann. Die Phasenlage der gebeugten Welle in jedem Hologrammpixel wird dabei nach Gleichung (2.15) durch die doppelte Drehlage  $2\rho$  der Doppelbrechung definiert. Das Beugungsbild zeigt den Schriftzug „IPM“. Abbildung 4.30 b) zeigt den lzp Anteil des gebeugten Strahls. Auf diesen Anteil wirkt das Polarisationshologramm als Amplitudenhologramm. Das Verhältnis  $T_S/T_P$  während der Belichtung legt in jedem Pixel die Amplitude des gebeugten Strahls fest. Das Fernfeldbeugungsbild dieses Anteils zeigt den Schriftzug „RIH“. Aus den beiden Bildern ist erkennbar, dass diese beiden unterschiedlich polarisierten Anteile unterschiedliche Fernfeldbeugungsbilder erzeugen. Diese können durch die Polarisationsoptik im Beobachtungsstrahlengang weitgehend unterdrückt werden. Abbildung 4.30 c) zeigt die Überlagerung der beiden Anteile, so dass sich die beiden Beugungsbilder überlagern, aufgrund der orthogonalen Polarisation aber nicht miteinander interferieren.

Nach Gleichung (2.8) kann ein Polarisationshologramm auch dazu genutzt, Amplitude und Phase eines gebeugten Strahls pixelweise einzustellen. Als Beispielanwendung dafür wurde ein Strahl ausgewählt, dessen Wellenfronten in der Hologrammebene eine Schraubenlinie beschreiben soll. Die Phase eines solchen Strahls wächst linear mit der Winkelkoordinate eines polaren Koordinatensystems (siehe Abbildung 4.31 d). Strahlen mit einer derartigen Phasenverteilung werden in der Literatur als Vortex-Strahlen bezeichnet [40, 51, 125]. Ein solcher Strahl, dessen Phasenverteilung bei einem Umlauf von 0 bis  $360^\circ$   $n$  mal den Wertebereich von 0 bis  $2\pi$  durchläuft, ist

ein Vortex-Strahl der Ordnung  $n$ . Die Amplitude der herzustellenden Strahlen soll im Beispiel innerhalb eines Ringes einen konstanten Wert aufweisen und außerhalb dieses Rings 0 sein (siehe Abbildung 4.31 a).

Die Ergebnisse der Belichtung eines Polarisationshologramms zur Erzeugung einer solchen komplexen Amplitudenverteilung sind in Abbildung 4.31 dargestellt [113]. Im Beispiel wurde ein Vortex-Strahl der Ordnung 3 mit einer ringförmigen Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms realisiert. Die gewünschte Amplitudenverteilung ist in Abbildung 4.31 a) zu sehen, während die angestrebte Phasenverteilung 4.31 d) entnommen werden kann. Zur Erzeugung dieser

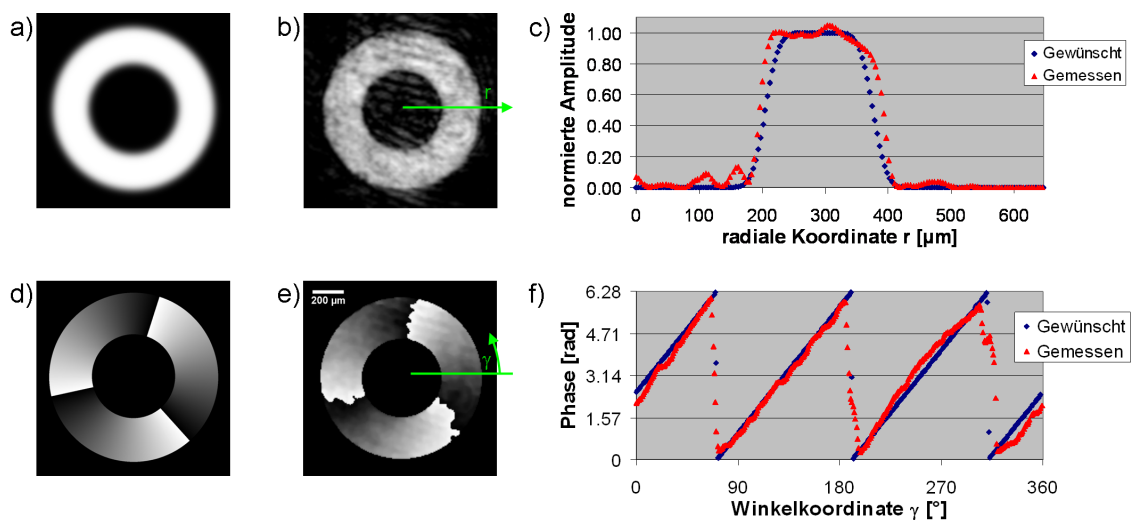


Abbildung 4.31: Beispiel für die Herstellung eines Vortex-Strahls der Ordnung 3 mit ringförmiger Amplitude [126]

- Angestrebte Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms
- Mit Hilfe digital-holografischer Methoden gemessene Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms.
- Schnitt zum Vergleich von gewünschter und gemessener Amplitudenverteilung als Funktion der radialen Koordinate  $r$ .
- Angestrebte Phasenverteilung in der Hologrammebene.
- Gemessene Phasenverteilung.
- Schnitt durch die gewünschte und gemessene Phasenverteilung als Funktion der Winkelkoordinate  $\gamma$ .

komplexwertigen Amplitudenverteilung wurde ein Polarisationshologramm mit Hilfe des SLM-Belichters durch modulierte Belichtung hergestellt. Um für die spätere Charakterisierung der hergestellten Hologramme Störungen durch eine 0. Beugungsordnung infolge nicht vollständig zirkular polarisierter Beleuchtung bei der Vermessung zu minimieren, wurde der Vortex-Phasenverteilung ein Phasengitter überlagert, so dass die 1. und 0. Beugungsordnung räumlich getrennt werden. Die Belichtungszeit zur Herstellung des Polarisationshologramms betrug 600 s.

Anschließend wurde das hergestellte Hologramm mit Hilfe des digital-holografischen

Aufbaus nach Abbildung 3.21 vermessen. Die Wellenlänge zur Vermessung des Hologramms betrug 643 nm. Der Abstand zwischen Polarisationshologramm und der Kamera im linsenlosen digital-holografischen Aufbau betrug rund 140 mm. Mit diesen Angaben kann die komplexe Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms anhand des Beugungsbildes in der Kameraebene numerisch rekonstruiert werden. Durch Subtraktion einer linearen Phasenverteilung (Gitter), die durch Verkippung des Polarisationshologramms in der Messanordnung entsteht, kann die komplexe Amplitude des gebeugten Strahls in der Hologrammebene bestimmt werden. Das Ergebnis der numerischen Rekonstruktion der komplexen Amplitude in der Ebene des Polarisationshologramms aus der digital-holografischen Messung ist in Abbildung 4.31 b) und e) zu sehen. Abbildung 4.31 b) zeigt den Betrag der gemessenen komplexen Amplitudenverteilung in der Hologrammebene, während Abbildung e) die gemessene Phasenverteilung zeigt.

Abbildung 4.31 c) stellt den gemessenen und gewünschten Betrag der komplexen Amplituden in der Ebene des Polarisationshologramms als Funktion der radialen Koordinate  $r$  eines Polarkoordinatensystems mit Ursprung in der Mitte des Strahls dar. Die gemessene Amplitudenverteilung wurde dafür so normiert, dass der Mittelwert der Messwerte innerhalb des Rings ebenso den Wert eins annimmt wie in der angestrebten Amplitudenverteilung.

Sowohl in der angestrebten als auch in der gemessenen Amplitudenverteilung ist um den Ursprung des Koordinatensystems (Bildmitte) ein dunkler Bereich zu sehen. Die angestrebte Amplitudenverteilung weist dort den Wert 0 auf. Die gemessenen Werte sind nahe bei Null. Der Mittelwert der Messwerte innerhalb dieses Bereichs, der sich von der Koordinate  $r = 0 \mu\text{m}$  bis  $r = 166 \mu\text{m}$  erstreckt, beträgt etwa 0,04. Die Standardabweichung der gemessenen von den angestrebten Werten in diesem Bereich beträgt etwa 5,4 %. Innerhalb des Plateaus des hellen Rings ( $240\mu\text{m} < r < 340\mu\text{m}$ ) ist der Mittelwert gemäß der gewählten Normierung identisch mit dem Mittelwert der gewünschten Verteilung. Die Standardabweichung zwischen gemessener und gewünschter Verteilung liegt in diesem Bereich bei rund 4,6 %. An den Übergängen zwischen den dunklen und hellen Bereichen ergeben sich größere Unterschiede zwischen Messung und gewünschter Verteilung. Die Standardabweichung zwischen den gemessenen und gewünschten Werten der Amplituden über das gesamte Messfeld liegt daher bei rund 15,5 %.

Abbildung 4.31 f) zeigt ein Diagramm, das die angestrebte Phasenverteilung nach Abbildung d) und die gemessene nach Abbildung e) gegenüberstellt. Dargestellt ist ein Profil der Phasenverteilungen als Funktion der Winkelkoordinate  $\gamma$  eines Polarkoordinatensystems. Dort ist zu erkennen, dass die gemessene Phasenverteilung gemäß der Wunschverteilung linear mit der Winkelkoordinate wächst. Der Wertebereich der Messwerte von 0 bis  $2\pi$  wird vollständig ausgenutzt. Die Ordnungszahl

drei des generierten Vortex-Strahls spiegelt sich in drei Sprüngen im Diagramm von  $2\pi$  auf 0 wider. In der Umgebung dieser Phasensprünge sind die Unterschiede der Messwerte von den gewünschten Werten größer als in den Bereichen, in denen die Phasenverteilung linear mit der Winkelkoordinate ansteigt. In den Bereichen des linearen Anstiegs beträgt die mittlere Abweichung der Messwerte von den Sollwerten der Phasenverteilungen etwa 0,23 rad. Die Standardabweichung zwischen Mess- und Sollwerten beträgt rund 0,27 rad.

Abbildung 4.32 zeigt die Ergebnisse der Belichtung eines weiteren Hologramms zur Beeinflussung von Amplitude und Phase eines gebeugten Strahls [113]. Die ge-

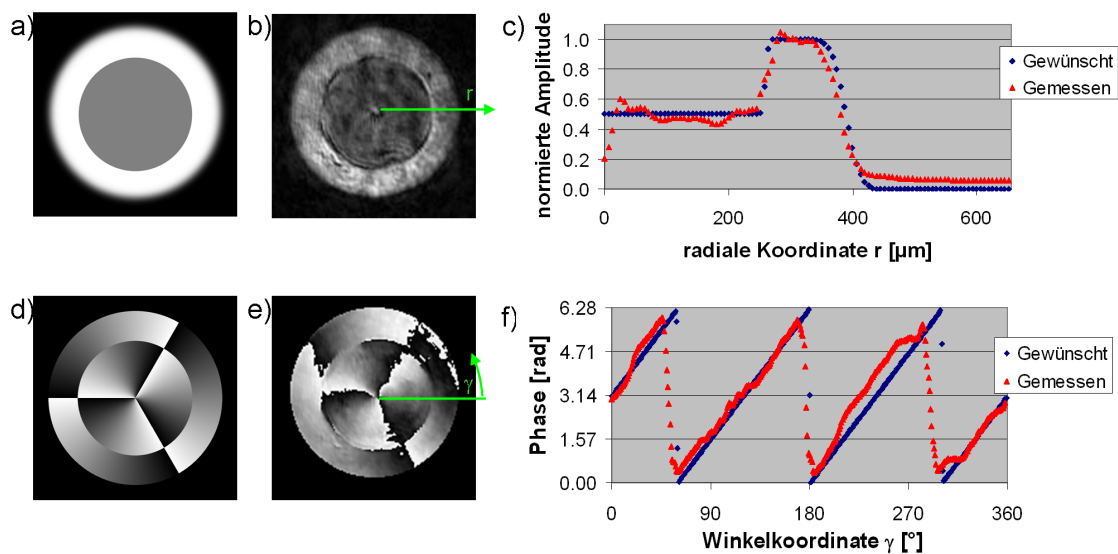


Abbildung 4.32: Beispiel für die Herstellung eines Vortex-Strahls mit zwei Bereichen unterschiedlicher Amplitude und Drehsinn der Vortex.

- Angestrebte Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms
- Gemessene Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms.
- Schnitt zum Vergleich von gewünschter und gemessener Amplitudenverteilung als Funktion der radialen Koordinate  $r$ .
- Angestrebte Phasenverteilung in der Hologrammebene.
- Gemessene Phasenverteilung.
- Schnitt durch die gewünschte und gemessene Phasenverteilung als Funktion der Winkelkoordinate  $\gamma$ .

wünschten Amplituden- und Phasenverteilungen sind in den Abbildungen 4.32 a) bzw. d) zu sehen. Die Amplitude nach Abbildung a) ist dabei rotationssymmetrisch und besteht aus zwei Bereichen unterschiedlicher Helligkeit umgeben von einem Bereich, der die Amplitude 0 aufweisen soll. Der innere Bereich des Polarisationshologramms soll dem gebeugten Strahl eine halb so große Amplitude zuweisen wie der Äußere. Die Phasenverteilung in den beiden Bereichen entspricht jeweils der eines Vortex-Strahls der Ordnung 3. Die Vorzeichen der Vortices wurden in den beiden Bereichen jedoch unterschiedlich gewählt. Das heißt, dass die Phase der komple-

nen Amplitudenverteilung, die das Hologramm erzeugen soll, im inneren der beiden Bereiche mit positiver Winkelkoordinate  $\gamma$  linear wächst, während sie im äußeren Bereich linear mit  $\gamma$  abnimmt.

Die gemessenen Amplituden- und Phasenverteilungen können den Abbildungen 4.32 b) bzw. e) entnommen werden. Die zugrunde gelegten Ergebnisse wurden ebenfalls mit Hilfe des digital-holografischen Aufbaus gemäß Abbildung 3.21 gemessen. Die Messwellenlänge betrug wiederum 643 nm bei einem Messabstand von rund 140 mm zwischen Kamera und Polarisationshologramm. Abbildung 4.32 c) zeigt ein Diagramm zum Vergleich der gewünschten und gemessenen Amplituden nach Abbildung a) bzw. b). Die Messwerte wurden wiederum derart normiert, dass die Amplitude im hellsten Bereich der rekonstruierten Amplitude denselben Mittelwert aufweist wie die Wunschverteilung im entsprechenden Bereich. Dieser Mittelwert entspricht nach der Normierung einer relativen Amplitude von 1,0. Erkennbar ist, dass das erzeugte Polarisationshologramm in der Mitte gemäß der Wunschverteilung zwei Bereiche aufweist, die dem gebeugten Strahl unterschiedliche Beträge der komplexen Amplituden aufprägen. Die durchschnittliche Amplitude im inneren Bereich wurde als 0,49 bestimmt (angestrebter Wert: 0,5), die im äußeren helleren Ring beträgt gemäß der Normierung 1. Die Standardabweichung der gemessenen von den angestrebten Amplituden wurde zu rund 18 % bestimmt. Innerhalb des dunkleren inneren Bereichs beträgt sie rund 12 %, während sie im äußeren, helleren Bereich bei rund 25 % liegt.

In Diagramm 4.32 f) sind die gemessenen sowie die angestrebten Phasenwerte innerhalb des inneren Bereichs der komplexen Amplitudenverteilung als Funktion der Winkelkoordinate  $\gamma$  angetragen. Die drei Phasensprünge von  $2\pi$  auf 0 infolge der Ordnungszahl 3 des gewünschten Vortex-Profiles sind erkennbar. Auch der lineare Zusammenhang zwischen Winkelkoordinate und gemessener Phasenlage ist zu sehen. Der mittlere Fehler zwischen gemessener und gewünschter Phasenlage wurde in diesem Bereich zu 0,26 rad bestimmt. Die Standardabweichung zwischen den gemessenen und angestrebten Phasenwerten beträgt 0,32 rad.

#### 4.2.2.3 Diskussion der Ergebnisse der Belichtung mit SLM

In den beiden vorausgegangenen Abschnitten wurden die Ergebnisse präsentiert, die bei der Herstellung von Polarisationshologrammen in Azobenzol-Polymeren durch optische Abbildung eines SLM erzielt wurden. Sowohl die Drehlage  $\rho$  als auch die Stärke  $\delta$  der Doppelbrechung in Fotopolymeren können mit Hilfe dieser Belichtungsmethode eingestellt werden.

Die Bestimmung der auflösbaren Quantisierungsstufen der Drehlage  $\rho$  der Doppelbrechung nach Abbildung 4.22 ergab, dass die Wiedergabe der gewünschten Drehlagen durch den Belichter mit einer Standardabweichung von  $7,8^\circ$  (0,13 rad) rea-



lisiert wird. Berücksichtigt man die Tatsache, dass der Wertebereich der Drehlagen  $\rho$ , der sich von 0 bis  $\pi$  erstreckt, bei der Herstellung von Polarisationshologrammen Phasenverzögerungen von 0 bis  $2\pi$  entspricht, ist zu erwarten, dass die Phasenverzögerungen durch die hergestellten Polarisationshologramme mit einer Standardabweichung von etwa 0,26 rad ( $15^\circ$ ) gewährleistet werden können. Die experimentelle Messung der Phasenverzögerungen eines Polarisationshologramms nach Abbildung 4.31 lieferte eine Standardabweichung von 0,27 rad ( $15,5^\circ$ ). Die Phasenverzögerungen, die das Polarisationshologramm nach Abbildung 4.32 erzeugt, zeigten eine Standardabweichung von 0,32 rad ( $18,8^\circ$ ) gegenüber den angestrebten Werten. Die Ergebnisse der Belichtercharakterisierung und der Messung an den hergestellten Hologrammen stimmen somit gut überein.

Für die Bewertung der Qualität optischer Bauteile wird häufig der Root-Mean-Square-Wert (RMS) der Differenz zwischen Soll- und Ist-Phasenverteilung herangezogen und als Bruchteil der Wellenlänge angegeben [127, 128]. Bei hinreichend großer Anzahl der Messpunkte sind Standardabweichung und RMS identisch. Mit Hilfe des RMS-Fehlers der erzielten Phasenverteilung kann die optische Qualität der hergestellten Polarisationshologramme mit etwa  $\lambda/20$  angegeben werden. Die optische Qualität der hergestellten Polarisationshologramme liegt somit in der Größenordnung der Qualität geschliffener refraktiver Optiken mit sphärischen Oberflächen [128].

Die Anzahl der auflösbaren Winkelstufen für den Drehwinkel  $\rho$  kann anhand der Standardabweichung der gemessenen Phasenverteilungen mit 12 angegeben werden unter der Annahme, dass der Abstand zwischen benachbarten Winkelstufen etwa der doppelten Standardabweichung entsprechen soll, d.h. etwa  $15^\circ$  bei einem Wertebereich von 0 bis  $180^\circ$ . Als begrenzende Faktoren für die Anzahl der auflösbaren Winkelstufen kommen zum einen Depolarisationseffekte durch die optischen Komponenten des Belichters in Frage. Zum anderen erzeugt der SLM die Phasenmodulation dadurch, dass ein hochfrequentes elektronisches Signal für die einzelnen Pixel des SLM generiert wird, das so schnell zeitlich variiert, dass die Flüssigkristalle der SLM-Pixel nicht folgen können. Wirksam für die Ausrichtung der Flüssigkristalle des SLM ist dann der zeitliche Mittelwert des hochfrequenten Signals. Nach den Spezifikationen des SLM-Herstellers HoloEye ist ein leichtes Übersprechen des hochfrequenten Signals auf die SLM-Pixel vorhanden, dass zu einer ungewollten zeitlichen Modulation der Phasenverzögerung durch die SLM-Pixel führt. Als mögliche Ursache für die Abweichungen der Polarisationsdrehung durch den SLM kommen daher zufällige Abweichungen der Phasenverzögerungen in Frage, die infolge des hochfrequenten Ansteuersignals entstehen.

Neben der Orientierung der Doppelbrechung kann durch den SLM-Belichter auch deren Stärke eingestellt werden. Anhand der Ergebnisse der Belichtung von Gittern

mit Hilfe modulierter Polarisationsmuster nach Abbildung 4.26 konnte gezeigt werden, dass der Anteil des Lichts, der in die erste Beugungsordnung des Gitters abgelenkt wird, dadurch eingestellt werden kann, dass das Verhältnis der Belichtungszeit mit statischen und modulierten Polarisationsmustern variiert wird. Die dort dargestellten Ergebnisse (siehe Abbildung 4.26 b) zeigen, dass nach 10-minütiger Belichtung mit unterschiedlichen Belichtungsregimes mindestens 6 unterscheidbare Intensitätswerte der 1. Beugungsordnung erzielt wurden.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurden anschließend komplexwertige Hologramme hergestellt, also solche Hologramme, die sowohl Amplitude als auch Betrag der gebeugten Welle pixelweise einstellen können. In den gewählten Beispielen wurden komplexwertige Hologramme hergestellt, in denen der normierte Betrag der gebeugten Welle in maximal drei Stufen vorliegt, nämlich 0, 0,5 und 1 (siehe Abbildung 4.32). Die Ergebnisse zeigten, dass die Mittelwerte in den jeweiligen Bereichen, in denen die unterschiedlichen Beträge realisiert werden sollten, mit den Wunschwerten sehr gut übereinstimmten mit Abweichungen im einstelligen Prozentbereich. Die Standardabweichungen zwischen den gemessenen und angestrebten Werten lagen bei etwa 18 %. Unter der Annahme, dass die Quantisierung der Beträge etwa zweimal so groß sein soll wie der Standardfehler, ergibt sich, dass die Zahl der auflösbaren Quantisierungsstufen der Beträge bei etwa drei bis vier liegt (0, 0,33, 0,66 und 1). Die Ursache für die Begrenzung der Auflösung konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht abschließend geklärt werden. Denkbare Ursachen sind zum einen wiederum Effekte durch das hochfrequente elektronische Signal, das an den einzelnen SLM-Pixeln anliegt und zu leichten Schwankungen der erzeugten Phasenverzögerungen durch den SLM führt. Zum anderen werden in der Literatur auch Fehler der Phasenverzögerungen durch den SLM während des Updates des Anzeigebildes des SLM beschrieben [129]. Diese Fehler könnten ursächlich für statistische Fehler der Belichtung verantwortlich sein.

Bei der Belichtung einer Teststruktur in ein Fotopolymer wurde eine Auflösungsgrenze von  $<1,58 \mu\text{m}$  nachgewiesen, die dem Bild von zwei SLM-Pixeln in der Ebene des Polymer entsprechen (Abbildung 4.23). Strukturen von  $0,79 \mu\text{m}$  konnten nicht aufgelöst werden. Der begrenzende Faktor der lateralen Auflösung ist dabei die numerische Apertur des verwendeten Mikroobjektivs von 0,3 sowie die verwendete Belichtungswellenlänge von 532 nm. Nach der Abbe'schen Mikroskoptheorie ergibt sich unter diesen Bedingungen eine Auflösungsgrenze von etwa  $1,1 \mu\text{m}$ . Strukturen von  $1,58 \mu\text{m}$  entsprechen damit der kleinsten durch den SLM erzeugbaren Strukturgröße oberhalb dieser Beugungsbegrenzung, während Strukturen von  $0,79 \mu\text{m}$  diese Grenze unterschreiten. Die Abbildung des SLM zur Belichtung von Polarisationshologrammen kann damit als beugungsbegrenzt angesehen werden. Eine weitere Verbesserung der Auflösungsgrenze ist nur noch durch eine Erhöhung der nume-

rischen Apertur oder durch die Verwendung einer kürzeren Wellenlänge denkbar. 10x-Objektive mit größeren numerischen Aperturen als 0.3 bei ausreichendem Bildfeld sind auf dem Markt allerdings nicht verfügbar. Auf der anderen Seite ist die Möglichkeit der Verwendung einer kürzeren Wellenlänge durch die Absorptionscharakteristik des Polymers begrenzt. Die Wellenlänge von 532 nm liegt nahe an der spektralen Absorptionskante des Fotopolymers [104], so dass einerseits die Erzeugung der Doppelbrechung durch Absorption möglich ist, andererseits die Eindringtiefe des verwendeten Lichts groß genug ist, um die 2  $\mu\text{m}$  dicke Polymerschicht nicht nur an der Oberfläche, sondern auch in der Tiefe zu belichten.

Darüber hinaus wurden Hologramme zur Erzeugung definierter Fernfeldbeugungsbilder mit Hilfe des SLM-Belichters generiert. Die Hologramme, deren Beugungsbilder in den Abbildungen 4.28 (Polarisationsgitter) und 4.29 (Fernfeldbeugungsbild mit Schriftzug „IPM“) zu sehen sind, lieferten dabei Beugungseffizienzen von rund 35 % in die erste Beugungsordnung bzw. etwa 80 % in alle Beugungsordnungen. Im Vergleich zu den Beugungseffizienzen, die Hologramme aus der Einzelpunktbelichtung erzielten, sind die hier gemessenen Effizienzen insbesondere der 1. Ordnung geringer.

Die Ursache kann anhand der Überlegungen zu den Effekten der diskreten Abtastung eines Wellenfeldes nach Abschnitt 2.3.3 gefunden werden. Dort wurde gezeigt, dass die Einhüllende des gesamten periodischen Beugungsbildes durch die Fouriertransformierte der Form der Transmissionsfunktion der Einzelpixel definiert wird. Während bei der Belichtung mittels Einzelpunktbelichters der Betrag der Transmissionsfunktion der Einzelpixel durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden kann, ergibt sich bei der Belichtung mittels SLM eine nahezu rechteckige Transmissionsfunktion für jeden Einzelpixel. Daher ist die zu erwartende Einhüllende der lateralen Intensitätsverteilung der Beugungsbilder im Falle des Einzelpunktbelichters gegeben durch eine Gaußfunktion 4.33. Im Falle der Belichtung mit SLM ergibt sich als Ein-

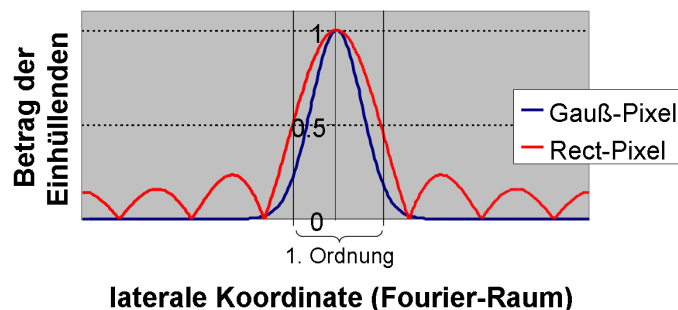


Abbildung 4.33: Einhüllende der Beträge der Beugungsbilder im Falle von Hologramm-Pixeln mit gaußförmiger bzw. rechteckiger Transmissionsfunktion. Im Beispiel soll das Pixelraster im Hologramm 1.5  $\mu\text{m}$  betragen und die Gaußverteilung, die durch den Durchmesser des fokussierten Lasers gegeben ist, einen Durchmesser von 1,6  $\mu\text{m}$  aufweisen

hüllende eine sinc-Funktion. Da die Gaußfunktion nur ein Maximum im Koordinatenursprung hat und für größere Abstände monoton abnimmt, werden die höheren Beugungsordnungen der Hologramme durch Einzelpunktbelichtung stark gedämpft, so dass sie kaum erkennbar sind. Die sinc-Funktion weist einen langsameren Abfall für größere Abstände vom Koordinatenursprung auf. Dazu zeigt sie Überschwin-ger, was zur Folge hat, dass auch höhere Beugungsordnungen noch erkennbar sind. Damit ist zu erwarten, dass bei Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe des SLM der Einfluss von höheren Beugungsordnungen zunimmt, was mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmt.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung und Einordnung der Ergebnisse

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Berechnung und Herstellung von Polarisationshologrammen auf Basis von Azobenzol-Polymeren. Die erzielten Ergebnisse lassen sich in drei Teile gliedern: (I) Weiterentwicklung eines Design-Algorithmus zur Berechnung von strahlformenden Polarisationshologrammen (Abschnitt 4.1), (II) Herstellung von Polarisationshologrammen mittels Einzelpunktbelichtung (Abschnitt 4.2.1) und (III) Erzeugung von Polarisationshologrammen durch flächenhafte Belichtung mit Hilfe eines SLM (Abschnitt 4.2.2).

Im Bereich des Designs konnte gezeigt werden, dass mit Hilfe eines neu entwickelten einfachen, nicht-iterativen und schnellen Algorithmus Hologramme höchster Güte zur Laserstrahlformung berechnet werden können. Sie nutzen dabei den generellen Vorteil geometrisch-optisch berechneter CGHs gegenüber iterativen, auf Beugungssimulationen beruhenden Methoden, dass der störende Effekt der Lasergranulation (Speckles) reduziert wird. Die Weiterentwicklung der Methode im Rahmen dieser Arbeit besteht in der Entwicklung eines Verfahrens zur Beschreibung der affinen Koordinaten-Transformation in diskreten Koordinaten, die den Schlüssel zur Berechnung allgemeiner rotationssymmetrischer oder separierbarer CGHs darstellt. Der Fortschritt besteht darin, dass entgegen den bisherigen geometrischen Designmethoden [94–96] keine analytische Beschreibung dieser Koordinatentransformation nötig ist, sondern die diskrete (pixelierte) Beschreibung der Eingangs- und Wunschverteilungen ausreicht [84].

Die ersten experimentell gezeigten Polarisationshologramme waren computergenerierte Hologramme [29, 30]. Sie entstanden durch Einzelpunktbelichtung in einem Natriumfluoridkristall. Die Belichtung erfolgte mit Hilfe einer UV-Lichtquelle und der Abbildung einer Rechteckblende. Experimentell wurden in diesen Arbeiten Pixelgrößen von etwa  $60 \mu\text{m}$  erzielt. Der Ansatz der Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen wurde in der Literatur der Folgejahre nicht weiterverfolgt. Pola-

risationshologramme wurden in der Folgezeit durch holografische Belichtungsmethoden in anisotropen Materialien wie Kristallen und Fotopolymeren realisiert [32–42]. In jüngerer Vergangenheit etablierten sich daneben Polarisationshologrammen auf Basis von Formdoppelbrechung [43–51], deren Herstellung durch die Fortschritte der Lithografiertechniken in der Halbleiterindustrie ermöglicht wurden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass die Herstellung von Polarisationshologrammen hoher Qualität durch punktweise Laserbelichtung in Fotopolymeren möglich ist [108]. Der realisierte Einzelpunktbelichter stellt die erste experimentelle Umsetzung dieses Konzepts zur Belichtung von Fotopolymeren dar. Die erzielten Beugungseffizienzen der so hergestellten Hologramme liegen dabei in Bereichen, die sich auch mit denen von Phasenhologrammen messen können, die mit modernen Methoden der Lithografie gefertigt wurden. Am Beispiel eines Strahlformers konnte eine Beugungseffizienz von knapp 80 % nachgewiesen werden [84] (siehe Abschnitt 4.2.1.2). In der Lithografie mit Hilfe von Graustufenmasken werden in aktuellen Veröffentlichungen Beugungseffizienzen von rund 55 % [22] bis über 80 % [18] erzielt. Mit sehr hoch auflösenden Methoden wie der Elektronenstrahlithografie sind Phasengitter mit Beugungseffizienzen von über 90 % dokumentiert [130,131]. Die hier vorgestellte Methode ordnet sich bei mittleren Effizienzen im Vergleich zu anderen Verfahren ein. Einer der Faktoren, der größere Beugungseffizienzen verhindert ist vor allem die Pixelgröße der Hologramme. Nach den Überlegungen aus Abschnitt 2.3.3 führen kleinere Pixel dazu, dass weniger höhere Beugungsordnungen auftreten und die Verluste somit minimiert werden. Eine Reduktion der Pixelgröße ist mit dem vorgestellten Verfahren nach den Überlegungen aus Abschnitt 4.2.1.4 nicht möglich, da die Schärfentiefe der Fokussierung dann kleiner als die Schichtdicke der Polymersubstrate wird. Die Weiterentwicklung der verwendeten Polymere verspricht jedoch eine weitere Reduktion der benötigten Schichtdicken, so dass geringere Schärfentiefen benötigt werden, was den Einsatz von Optiken mit höheren Aperturen ermöglichen wird. Die im Vergleich zu anderen Methoden hohe Anzahl aufgelöster Quantisierungsstufen der Drehlage der Doppelbrechung (siehe auch Tabelle 5.1), die der Phasenverzögerung bei reinen Phasenhologrammen entspricht, führt dennoch dazu, dass gute Beugungseffizienzen erzielt werden können. Vorteilhaft an der beschriebenen Methode gegenüber konkurrierenden Verfahren sind dabei das Fehlen nachfolgender nasschemischer Prozesse sowie die Wiederbeschreibbarkeit von Fotopolymeren. Es ergeben sich daher vielversprechende Anwendungen in Bereichen wie dem Rapid Prototyping optischer Komponenten oder der Herstellung individualisierter Optiken. Daneben wurde im Rahmen dieser Arbeit die Möglichkeit aufgezeigt, dass durch Einzelpunktbelichtung eine unabhängige, definierte Variation von Betrag und Drehlage der induzierten Doppelbrechung im Fotopolymer realisiert werden kann [80, 111] (siehe Abschnitt 4.2.1.3). In der Literatur wurde bereits im

|                                     | Einzelpunktbelichter          | SLM-Belichter   |
|-------------------------------------|-------------------------------|---|
| Beschreibbare Fläche                | variabel; bis 100 mm x 100 mm | ca. 1,5 mm x 0,85 mm  |
| Schreibgeschwindigkeit              | typ. 15 000 Pixel/min         | ca. 200 000 Pixel/min   |
| laterale Auflösung                  | 1,0 $\mu\text{m}$             | 1,58 $\mu\text{m}$  |
| Quantisierung der Phasenverzögerung | 128 Stufen                    | 12 Stufen   |
| Quantisierung der Amplitude         | 4 Stufen                      | 3 Stufen  |
| Erzielte Beugungseffizienz          | ca. 80 % in erste Ordnung     | ca. 35 % in erste Ordnung; ca. 80 % in alle Beugungsordnungen |

Tabelle 5.1: Übersicht der erzielten Ergebnisse bei der Belichtung von Polarisationshologrammen

Jahr 2000 von Honkanen *et al.* die Anwendung solcher Polarisationshologramme theoretisch diskutiert [81]. Die Möglichkeit, durch solche Hologramme Betrag und Phase eines gebeugten Feldes manipulieren zu können, wird dort schon angedeutet. Die erste experimentelle Umsetzung derartiger Hologramme wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert [80, 111]. Die so hergestellten Hologramme bieten erstmals die Möglichkeit sowohl Betrag als auch Phase eines transmittierten Strahls in einer einzigen Schicht definiert zu manipulieren, also komplexwertige, dünne Hologramme herzustellen.

Für komplexwertige Hologramme gibt es in der modernen Optik einen breiten Anwendungsbereich. Die Erzeugung beugungsinvarianter Strahlen (Bessel-Strahlen) [57, 58, 74] oder komplexer optischer Feldverteilungen für die optische Mikromanipulation [57, 77] sind hier als zwei Beispiele zu nennen.

Die Herstellung komplexwertiger Hologramme durch Mehrschichtsysteme wurde bereits 1973 beschrieben [70]. Der technologische Aufwand zu deren Herstellung verhinderte jedoch eine weite Verbreitung. Ein weiterer Ansatz zur Erzeugung komplexwertiger Hologramme besteht darin, 2 getrennte CGHs in einigem Abstand hin-

tereinander im Strahlengang eines optischen Systems zu positionieren [71, 72]. Dieser Ansatz zeichnet sich durch hohe Beugungseffizienz aus, da die Variation des Betrags der gebeugten Strahlung nicht auf Absorption beruht, sondern darauf dass das erste CGH im Strahlengang das einfallende Licht gemäß der gewünschten Amplitudenverteilung durch Beugung umverteilt. Gegenüber komplexwertigen Hologrammen in einer einzelnen Schicht bringen sie jedoch die Nachteile, dass die Bauform weniger kompakt ist und die Notwendigkeit einer Justage der einzelnen Komponenten zueinander nötig ist. Die Vor- und Nachteile der beiden Ansätze müssen im Einzelfall der Anwendung abgewogen werden.

Daneben gibt es Ansätze, die die Herstellung quasi-komplexwertiger Hologramme mit Hilfe von reinen Amplituden- oder Phasenhologrammen ermöglichen [4, 6, 8, 73–76]. Diese Ansätze beruhen jeweils auf Variationen von Detour-Hologrammen (siehe Abschnitt 3.1.1), mit denen quasi-komplexwertige Hologramme nachgebildet werden können. Für Detour-Hologramme ist stets eine Trägerstruktur nötig, deren Ortsfrequenz größer ist als die des entworfenen komplexwertigen Hologramms. Durch optische Frequenzfilterung mit Hilfe einer Blende wird das gewünschte komplexwertige Hologramm aus dem gesamten gebeugten Strahl herausgefiltert. Mit dieser Methode wurden in verschiedenen Anwendungsgebieten sehr gute simulierte und experimentelle Ergebnisse erzielt. Dennoch ergeben sich aus der Verwendung des Detour-Ansatzes drei Nachteile gegenüber der in dieser Arbeit entwickelten: Zum einen ist die Herstellung der hochfrequenten Trägerstruktur technologisch wesentlich aufwändiger als die Fertigung der niederfrequenten Struktur des eigentlichen komplexwertigen Hologramms. Zum anderen kann diese Methode nicht zur Freistrahlförmung eingesetzt werden, da stets eine Blende in einiger Entfernung zum Hologramm präsent sein muss (möglichst in der Fourierebene). Zum Dritten sind die mit dieser Methode erzielbaren Beugungswinkel begrenzt, da die Ortsfrequenz des berechneten komplexwertigen Hologramms stets deutlich geringer sein muss (im Grenzfall Faktor 2) als die Trägerfrequenz. Diese drei Limitierungen entfallen bei den im Rahmen dieser Arbeit entstandenen komplexwertigen Hologrammen, so dass sich neue Anwendungen komplexwertiger Hologramme ergeben könnten.

Schließlich wurde eine Methode zur parallelen, flächenhaften Belichtung von Polarisationshologrammen durch Abbildung eines SLM entwickelt (Abschnitt 4.2.2). Neben Polarisationsgittern konnten mit Hilfe des SLM-Belichters die ersten Polarisationshologramme überhaupt realisiert werden, die Betrag und Phase eines gebeugten Strahls unabhängig voneinander in einer einzelnen Schicht einstellen [126].

Die charakteristischen Merkmale wie Anzahl der Quantisierungsstufen von Betrag und Phase sowie Beugungseffizienz der Polarisationshologramme, die mit dem SLM-Belichter hergestellt wurden, erwiesen sich zwar als etwas schlechter im Vergleich zu den gezeigten Polarisationshologrammen durch Einzelpunktbelichtung (sie-



he auch Tabelle 5.1). Sie bieten jedoch auch einige vielversprechende Vorteile: Zum einen können bei einer Belichtung mit dem verwendeten SLM bis zu 2 Mio. Hologrammpixel innerhalb von 10 Minuten belichtet werden. Für derartige Belichtungen benötigt der Einzelpunktbelichter rund 2,5 Stunden im Falle von Polarisationshologrammen mit konstanter Stärke der Doppelbrechung bzw. infolge des mehrfachen Abscannens und der geringeren Schreibleistung etwa 23 Stunden bei variabler Stärke und 4 diskreten Drehlagen der Doppelbrechung. Zum anderen ergibt sich wie in Abschnitt 4.2.2 angedeutet die Möglichkeit, den Schreibprozess inline zu überwachen oder später sogar zu regeln. In der bisherigen Implementierung des Hologrammschreibers kann die Überwachung nur im Falle der Erzeugung eines Gitters einer bestimmten Periode überwacht werden. Durch Einbau eines digital-holografischen Mikroskops [118,132] in den Schreiber ist aber auch eine orts aufgelöste Überprüfung des Schreibvorgangs denkbar, mit deren Hilfe eine Regelung und weitere Verbesserung des Schreibprozesses mit Hilfe des SLM-Belichters denkbar ist.

# Abbildungsverzeichnis

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Veranschaulichung der verwendeten Größen . . . . .   | 8  |
| 2.2 | Vektordiagramme zur Veranschaulichung der Wirkung einer $\lambda/2$ -Platte auf eine lzp-Welle. Obere Zeile: $\lambda/2$ -Platte unter $0^\circ$ -Drehwinkel. Untere Zeile: $\lambda/2$ -Platte unter $45^\circ$ -Drehwinkel. . . . .  | 14 |
| 2.3 | Veranschaulichung der Koordinaten zur Betrachtung der skalaren Beugung . . . . .   | 19 |
| 2.4 | Veranschaulichung der Effekte der Abtastung einer Amplitudenfunktion in einer Dimension. Linke Spalte: Betrag der komplexen Amplitude im Ortsraum. Rechte Spalte: Betrag der komplexen Amplitude im Fourierraum. Zeile a): kontinuierliche Amplitudenverteilung; Zeile b): Abtastung durch Kammfunktion Zeile c): Abtastung durch Faltung mit Rechteck-Funktion Zeile d): Begrenzung im Ortsraum durch rechteckförmige Fensterfunktion . . . . . | 26 |
| 3.1 | Allgemeines Flussdiagramm beim CGH-Design mittels IFTA . . . . .   | 32 |
| 3.2 | Illustration eines Detour-Hologramms am Beispiel eines binären Gitters als Trägerstruktur. (a) x-y-Ansicht eines binären Gitters. (b) y-z-Ansicht des binären Gitters und geometrische Größen zur ersten Beugungsordnung. (c) Vier Subgitter eines Detour-Hologramms in x-y-Ansicht. (d) y-z-Ansicht des Detour-Hologramms nach (c) und geometrische Größen zur Überlagerung der ersten Beugungsordnungen zweier Subgitter . . . . .             | 35 |
| 3.3 | Illustration des Puzzle-Algorithmus. (a) Schnitt durch die quantisierte Eingangsintensitätsverteilung. (b) Schnitt durch die quantisierte Wunsch-Intensitätsverteilung [84]. . . . .   | 37 |
| 3.4 | Geometrische Beschreibung des Puzzle-Algorithmus. (a) Strahlenoptische Beschreibung eines CGH, das ein Gauß- in ein Ringprofil transformiert. (b) Detailansicht zu (a). Die roten Linien symbolisieren dabei die Wellenfronten, die dem Strahl aus dem n-ten Pixel entsprechen [84]. . . . .   | 38 |
| 3.5 | Trans-Cis-Isomerie von Azobenzen [106] . . . . .   | 40 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.6  | REM-Bild eines Aluminium-Spiegels, der mit Fotopolymer beschichtet wurde . . . . .   | 41 |
| 3.7  | Skizze des Laboraufbaus zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen mit konstanter Stärke, aber einstellbarer Drehlage der Doppelbrechung . . . . .   | 42 |
| 3.8  | Geometrische Größen des fokussierten Laserstrahls . . . . .  | 43 |
| 3.9  | Foto des Aufbaus zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen in Azobenzen . . . . .   | 44 |
| 3.10 | Skizze des modifizierten Laboraufbaus zur Einzelpunktbelichtung von Polarisationshologrammen mit einstellbarer Drehlage und Stärke der Doppelbrechung. Die Modifikationen gegenüber Abbildung 3.7 sind eingekreist. . . . .  | 45 |
| 3.11 | Konfiguration zur Nutzung eines Phasen-SLM zur Polarisationsdrehung (QWP: Viertelwellenplättchen) . . . . .  | 46 |
| 3.12 | Elektrisches Feld nach Durchgang der Belichtungsanordnung mit SLM  | 48 |
| 3.13 | Laboraufbau zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines Phasen-SLM) . . . . .  | 49 |
| 3.14 | Foto des Aufbaus zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit Hilfe eines SLM . . . . .   | 50 |
| 3.15 | Mikroskopaufbau zur Bestimmung der Doppelbrechung in einem Polarisationshologramm) . . . . .   | 51 |
| 3.16 | Simulierte Intensitätsverläufe nach Gleichung (3.36) eines Kamera-Pixels im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Halbwellenplatte ( $\rho_R$ : Drehlage der Halbwellenplatte); a) Intensitätsverläufe für verschiedene Drehlagen $\rho$ der Doppelbrechung im zu untersuchenden Punkt eines Polarisationshologramms; b) Intensitätsverläufe für verschiedene Stärken $\delta$ der Doppelbrechung . . . . .       | 53 |
| 3.17 | Numerische Abschätzung der zu erwartenden Messgenauigkeit für die Drehlage $\rho$ der Doppelbrechung im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Halbwellenplatte a) Gemessene Drehlage als Funktion der realen Drehlage b) Differenz zwischen gemessener und realer Drehlage.   | 54 |
| 3.18 | Simulierte Intensitätsverläufe nach Gleichung (3.36) eines Kamera-Pixels im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Viertelwellenplatte ( $\rho_R$ : Drehlage der Viertelwellenplatte); a) Intensitätsverläufe für verschiedene Drehlagen $\rho$ der Doppelbrechung im zu untersuchenden Punkt eines Polarisationshologramms; b) Intensitätsverläufe für verschiedene Stärken $\delta$ der Doppelbrechung . . . . . | 56 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.19 | Numerische Abschätzung der zu erwartenden Messgenauigkeit für die Drehlage $\rho$ und Stärke $\delta$ der Doppelbrechung im modifizierten Polarisationsmikroskop mit Viertelwellenplatte a) Gemessene Stärke $\delta$ als Funktion der realen Stärke b) Gemessene Drehlage $\rho$ als Funktion der realen Drehlage. . . . .  | 57 |
| 3.20 | Mikroskopbilder von Polarisationsstrukturen aufgenommen mit dem modifizierten Polarisationsmikroskop nach Abbildung 3.15. a) Aufnahme mit $\rho_R = 0^\circ$ ; die Strukturgrößen in den drei quadratischen Feldern entsprechen $1,1 \mu\text{m}$ , $2,2 \mu\text{m}$ bzw. $4,4 \mu\text{m}$ . b) Aufnahme der gleichen Struktur mit $\rho_R = 30^\circ$ . c) Vergrößerung des markierten Ausschnitts aus a). d) Vergrößerung des markierten Ausschnitts aus b). Erkennbar ist eine scheinbare Verschiebung des Bildes um ca. $1,2 \mu\text{m}$ in Folge der Rotation des Verzögerungsplättchens. . . . .  | 58 |
| 3.21 | Aufbau zur Charakterisierung von Polarisationshologrammen mit linsenloser digitaler Holografie) . . . . .  | 59 |
| 4.1  | Beispiel für die Strahlformung einer Gauß- zu einer Flattop-Verteilung. a) Falschfarb-Darstellung der Intensitätsverteilung eines Gaußstrahls mit Durchmesser ( $1/e^2$ ) von $1,8 \text{ mm}$ . b) Falschfarb-Darstellung einer Fermi-Dirac-Verteilung mit Durchmesser $2R_0 = 4 \text{ mm}$ und $\beta = 50$ . c) Querschnitt durch die Gauß-Verteilung aus a). d) Querschnitt durch die Fermi-Dirac-Verteilung nach b). e) Strahlformendes Hologramm zur Formung des Gauß-Strahls in die gegebene Fermi-Dirac-Intensitätsverteilung. f) Berechnete Intensitätsverteilung, die mit dem Strahlformer nach e) erzielt wird. g) Querschnitt durch f). . . . . | 64 |
| 4.2  | Simulation von Hologrammen, die nach dem Puzzle-Algorithmus berechnet wurden, zur Erzeugung verschiedener Intensitätsverteilungen. a) Intensitätsverteilung mit linearem Abfall zum Rand. b) Rechteck-Verteilung. c) Ring-Verteilung. d) Profil von a). e) Profil von b). f) Profil von c). . . . .  | 66 |
| 4.3  | Vergleich der Design-Ergebnisse nach dem Puzzle-Algorithmus und IFTA für zusammenhängende Flattop-Profile. a) bis c) Simulierte Intensitätsverteilungen für Hologramme nach dem Puzzle-Algorithmus zur Erzeugung von Fermi-Dirac-Profilen mit $R_0 = 2 \text{ mm}$ , $12 \text{ mm}$ bzw. $26 \text{ mm}$ . d) bis f) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis c) g) bis i) Simulierte Intensitätsverteilungen für Hologramme nach dem IFTA für Fermi-Dirac-Profile mit $R_0 = 2 \text{ mm}$ , $12 \text{ mm}$ bzw. $26 \text{ mm}$ . j) bis l) Profile durch die simulierten Intensitäten aus g) bis i). . . . .                               | 67 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.4  | Simulation von Hologrammen zur Erzeugung von mehreren Flattop-Arealen. Hologramme wurden mit dem Puzzle-Algorithmus berechnet. a) bis d) Simulierte Intensitätsverteilungen für 1, 2, 6 und 10 separate Flattop-Areale. e) bis h) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis d) . . . . .   | 69 |
| 4.5  | Simulation von Hologrammen zur Erzeugung von mehreren Flattop-Arealen. Hologramme wurden mit dem IFTA berechnet. a) bis d) Simulierte Intensitätsverteilungen für 1, 2, 6 und 10 separate Flattop-Areale. e) bis h) Profile durch die simulierten Intensitäten aus a) bis d) . . . . .   | 69 |
| 4.6  | Vergleich von Beugungseffizienz und Standardfehler der simulierten Intensitätsverteilung von Hologrammen, die nach dem Puzzle-Algorithmus(PA) und dem iterativen Fresnel-Transformationsalgorithmus(IFTA) berechnet wurden. Als Wunschverteilungen wurden Verteilungen angenommen, die aus mehreren Flattops bestehen (siehe Abbildungen 4.4 und 4.5). a) Beugungseffizienz der Hologramme in Abhängigkeit von der Anzahl separater Flattop-Areale b) Standardfehler der Hologramme in Abhängigkeit von der Anzahl separater Flattop-Areale . . . . .  | 71 |
| 4.7  | Zur Erklärung von Beugungseffekten beim strahlenoptischen Design von CGHs zur Erzeugung von Intensitätsverteilungen mit mehreren räumlich getrennten hellen Bereichen. . . . .   | 72 |
| 4.8  | Mikroskopbild einer Teststruktur zur Bestimmung der Auflösungsgrenze. Die kleinsten Strukturen entsprechen $1,25 \mu\text{m}$ . . . . .  | 75 |
| 4.9  | Bestimmung der Auflösungsgrenze des Einzelpunktbelichters. a) Mikroskopbilder von Teststrukturen mit Pixelgrößen von $1,0 \mu\text{m}$ , $1,2 \mu\text{m}$ , $1,4 \mu\text{m}$ , $1,6 \mu\text{m}$ und $1,8 \mu\text{m}$ . b) Kontrast zwischen hellen und dunklen Bereichen der Mikroskopbilder aus a) in Abhängigkeit von der Pixelgröße. . . . .  | 76 |
| 4.10 | Auswertung einer Teststruktur zur Vermessung der Drehlagen der Doppelbrechung. a), b) und c) sind Einzelbilder, die mit einem modifizierten Polarisationsmikroskop bei Drehlagen von $0^\circ$ , $22,5^\circ$ und $45^\circ$ des eingebauten Halbwellenplättchens aufgenommen wurden. d) Intensitätsmodulation in zwei ausgewählten Kamera-Pixeln, die in a), b) und c) mit einem roten bzw. einem blauen Kreis markiert sind. e) Phase der Intensitätsmodulation. Diese entspricht dem Vierfachen der Drehlage $\rho$ der Doppelbrechung in der Teststruktur. f) und g) Schnitte durch e) entlang der gepunkteten Linien. . . . . | 77 |
| 4.11 | Zu formender Laserstrahl. a) Kamerabild. b) Gauß-Verteilung, die an die Intensitätsverteilung nach a) gefittet wurde. . . . .  | 78 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.12 | a) Gewünschte Intensitätsverteilung. b) Mit dem Puzzle-Algorithmus berechneter Strahlformer (Schwarz bedeutet $\rho = 0$ ; Weiß steht für $\rho = \pi$ ) . . . . .   | 79 |
| 4.13 | Vergleich von simulierter und beobachteter Intensitätsverteilung des strahlformenden Hologramms nach 4.12 [84]. a) Simulierte Intensitätsverteilung. b) Gemessene Intensitätsverteilung. c) Radiale Intensitätsverteilung der Simulation nach a). d) Radiale Intensitätsverteilung der Messung nach b). . . . .  | 80 |
| 4.14 | Vergleich von gewünschter, simulierter und beobachteter Intensitätsverteilung, die ein Hologramm zur Erzeugung eines homogen ausgeleuchteten Rechtecks liefert [84]. a) Gewünschte Intensitätsverteilung. b) Simulierte Intensitätsverteilung. c) Gemessene Intensitätsverteilung. d) Schnitt durch die gewünschte Verteilung nach a). e) Schnitt durch die simulierte Verteilung nach b). f) Schnitt durch die gemessene Verteilung nach c). . . . .  | 81 |
| 4.15 | Mikroskopbilder eines Testmusters zur Belichtung von Polarisationshologrammen mit variablem $\rho$ und $\delta$ . Aufnahmen zeigen das gleiche Testmuster bei unterschiedlicher Drehlage des drehbaren Viertelwellenplättchens im Mikroskop nach Abbildung 3.15. a) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von $15^\circ$ . b) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von $45^\circ$ . c) Aufnahme bei Drehlage des Viertelwellenplättchens von $75^\circ$ . . . . .   | 83 |
| 4.16 | Auswertung eines Testmusters zur simultanen Manipulation von Drehlage $\rho$ und Stärke $\delta$ der Doppelbrechung [80]. a) Gemessenes Drehlagen $\rho$ der Doppelbrechung. b) Vertikaler Schnitt durch die gemessene Drehlagenverteilung aus a) entlang der vertikalen gestrichelten Linie. c) Horizontaler Schnitt durch die gemessene Drehlagenverteilung aus a) entlang der horizontalen gestrichelten Linie. d) Gemessene Stärken $\delta$ der Doppelbrechung. e) Vertikaler Schnitt durch die gemessene Verteilung von $\delta$ aus c) entlang der vertikalen gestrichelten Linie. f) Horizontaler Schnitt durch die gemessene Verteilung von $\delta$ aus c) entlang der horizontalen gestrichelten Linie. . . . . | 84 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.17 | Wunschverteilungen und berechnete Hologramme für ein Polarisationshologramm mit variablen Werten von $\rho$ und $\delta$ [80]. a) Wunschverteilung für den lzp Anteil (Amplitudenhologramm). b) Wunschverteilung für den rzp Anteil (Phasenhologramm). c) Detailansicht des markierten Bereichs in a) d) Detailansicht des markierten Bereichs in b) e) Graustufendarstellung der berechneten Verteilung für $\delta$ . Die Einheit des Kalibrationsbalkens ist Radiant f) Graustufendarstellung der berechneten Werte für $\rho$ . Die Einheit des Kalibrationsbalkens ist Radiant . . . . . | 86 |
| 4.18 | Abfotografierte Beugungsbilder, die von einem einzelnen Polarisationshologramm erzeugt werden. a) Links-zirkular polarisierter Anteil des gebeugten Strahls (Amplitudenhologramm) b) Rechts-zirkular polarisierter Anteil des gebeugten Strahls (Phasenhologramm) c) Überlagerung beider Anteile . . . . .  | 87 |
| 4.19 | Prinzipdarstellung der Einzelpunktbelichtung mit Überlappung der einzelnen Laserspots. Die unterschiedlich schraffierten nummerierten Kreise stellen Bereiche dar, die zeitlich nacheinander mit einem fokussierten Laser belichtet wurden. . . . .   | 89 |
| 4.20 | Testmuster, das auf dem SLM angezeigt wird, um die Drehung der Schreibpolarisation des SLM zu verifizieren . . . . .  | 93 |
| 4.21 | Aufgenommenes Bild des SLM während der Anzeige der Struktur aus Abbildung 4.20. Zwischen den drei Bildern wurde jeweils der Analytator $LP_3$ gedreht. Die Drehlagen des Analysators bei Aufnahme der drei Bilder betrug $0^\circ$ (a), $60^\circ$ (c) und $120^\circ$ (e). Die Diagramme (b), (d) und (f) zeigen jeweils horizontale Schnitte durch die Intensitätsverteilungen aus den jeweils daneben abgebildeten Aufnahmen (Abszisse: Pixelkoordinaten der Kamera; Ordinate: Grauwert des Kamerapixels)  | 94 |
| 4.22 | Bestimmung der Drehlagen der Polarisation des Schreiblasers. a) Grauwertdarstellung der gemessenen Drehlagen (Grauwert 0 entspricht $0^\circ$ , Grauwert 180° entspricht $180^\circ$ ) b) Schnitt durch die gemessene Verteilung der Drehlagen. Zur Erzeugung des Diagramms wurde Bild a) zunächst mit einem 3x3-Medianfilter geglättet. c) Betrag der Abweichung der gemessenen von den gewünschten Drehlagen . . . . .  | 94 |
| 4.23 | Mikroskopbild einer Teststruktur, die mit dem SLM-Belichter in eine Polymerschicht belichtet wurde. Die Linienmuster weisen Strukturgrößen von $0,79 \mu\text{m}$ (1 SLM-Pixel), $1,58 \mu\text{m}$ (2 SLM-Pixel) bzw. $2,37 \mu\text{m}$ (3 SLM-Pixel) auf. . . . .  | 95 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.24 | Anzeige-Bild für SLM-Belichter zur Herstellung eines Polarisationsgitters mit einer Periode von $12,6 \mu\text{m}$ (16 Pixel). a) Graustufenbild für SLM-Anzeige b) Detailansicht von a) . . . . .  | 96  |
| 4.25 | Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung während der Belichtung eines Polarisationsgitters als Funktion der Zeit (Abszisse: Zeit in Sekunden, Ordinate: Intensität normiert, so dass gemessenes Maximum 1 wird.) . . . . .   | 96  |
| 4.26 | Belichtung mit zeitlich variierendem Polarisationsmuster. a) Drehlage der Polarisation des Schreibstrahls in einem SLM-Pixel als Funktion der Zeit b) Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung während der Belichtung als Funktion der Zeit . . . . .  | 97  |
| 4.27 | Belichtung mit moduliertem SLM. a) Zeitlicher Verlauf der Intensität in der 1. Beugungsordnung eines Gitters während der Belichtung mit verschiedenen Quotienten $T_S/T_P$ b) Gemessene Intensität der 1. Beugungsordnung nach 10-minütiger Belichtung als Funktion des Quotienten $T_S/T_P$ . . . . .  | 99  |
| 4.28 | Beugungsbild eines Polarisationsgitters, das mit dem SLM-Belichter hergestellt wurde. Die 0., +1. und -1. Beugungsordnung sind markiert   | 100 |
| 4.29 | Projektion des Fernfeld-Beugungsbilds eines Polarisationsgitters, das mit dem SLM-Belichter hergestellt wurde, auf eine Mattscheibe. a) Detailansicht der -1., 0. und 1. Beugungsordnung b) Stark überbelichtetes Foto der gesamten Mattscheibe . . . . .   | 101 |
| 4.30 | Beispiel für ein Polarisationshologramm, das für den lzp und den rzp Anteil unterschiedliche Beugungsbilder erzeugt a) rzp Anteil des gebeugten Strahls (Phasenhologramm). b) lzp Anteil des gebeugten Strahls (Amplitudenhologramm) c) Überlagerung des rzp und des lzp Anteils . . . . .  | 102 |
| 4.31 | Beispiel für die Herstellung eines Vortex-Strahls der Ordnung 3 mit ringförmiger Amplitude [126] a) Angestrebte Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms b) Mit Hilfe digital-holografischer Methoden gemessene Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms. c) Schnitt zum Vergleich von gewünschter und gemessener Amplitudenverteilung als Funktion der radialen Koordinate $r$ . d) Angestrebte Phasenverteilung in der Hologrammebene. e) Gemessene Phasenverteilung. f) Schnitt durch die gewünschte und gemessene Phasenverteilung als Funktion der Winkelkoordinate $\gamma$ . . . | 103 |



|      |  |     |
|------|--|-----|
| 4.32 | Beispiel für die Herstellung eines Vortex-Strahls mit zwei Bereichen unterschiedlicher Amplitude und Drehsinn der Vortex. a) Angestrebte Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms b) Gemessene Amplitudenverteilung in der Ebene des Polarisationshologramms. c) Schnitt zum Vergleich von gewünschter und gemessener Amplitudenverteilung als Funktion der radialen Koordinate $r$ . d) Angestrebte Phasenverteilung in der Hologrammebene. e) Gemessene Phasenverteilung. f) Schnitt durch die gewünschte und gemessene Phasenverteilung als Funktion der Winkelkoordinate $\gamma$ . . . . . | 105 |
| 4.33 | Einhüllende der Beträge der Beugungsbilder im Falle von Hologrammpixeln mit gaußförmiger bzw. rechteckiger Transmissionsfunktion. Im Beispiel soll das Pixelraster im Hologramm $1,5 \mu\text{m}$ betragen und die Gaußverteilung, die durch den Durchmesser des fokussierten Lasers gegeben ist, einen Durchmesser von $1,6 \mu\text{m}$ aufweisen . . . . .  | 109 |

# Tabellenverzeichnis

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 2.1 | Übersicht Polarisationszustände . . . . .  | 9   |
| 2.2 | Jones-Matrizen häufig verwendeter Polarisationskomponenten ( $\rho$ : Drehlage der Hauptachsen der Komponente) . . . . .   | 10  |
| 2.3 | Stokes-Vektoren wichtiger Polarisationszustände . . . . .  | 16  |
| 2.4 | Fourier-Transformierte wichtiger Funktionen . . . . .  | 25  |
| 4.1 | Übersicht der Ergebnisse des Designs mit dem Puzzle-Algorithmus und IFTA für verschiedene Flattop-Profile; dabei steht $\eta B$ für die Beugungseffizienz, $\epsilon$ für den Standardfehler der berechneten CGH in der Simulation . . . . . | 70  |
| 5.1 | Übersicht der erzielten Ergebnisse bei der Belichtung von Polarisationshologrammen . . . . .   | 113 |

# Literaturverzeichnis

- [1] GABOR, D.: A new microscopic principle. In: *Nature* 161 (1948), Nr. 777-778, S. 777–778
- [2] TRICOLES, G.: Computer generated holograms: an historical review. In: *Appl. Opt.* 26 (1987), S. 4351–4357
- [3] KOZMA, A. ; KELLY, D. L.: Spatial Filtering for Detection of Signals Submerged in Noise. In: *Appl. Opt.* 4 (1965), S. 387–392
- [4] BROWN, B. R. ; LOHMANN, A. W.: Complex spatial filtering with binary masks. In: *Appl. Opt.* 5 (1966), S. 967–969
- [5] CATINO, W. C. ; LOCICERO, J. L. ; STARK, H.: Design of continuous and quantized amplitude holograms by generalized projections. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 15 (1998), S. 68–76
- [6] ARRIZÓN, V. ; MÉNDEZ, G. ; LA-LLAVE, D. S.: Accurate encoding of arbitrary complex fields with amplitude-only liquid crystal spatial light modulators. In: *Opt. Express* 13 (2005), S. 7913–7927
- [7] LESEM, L. B. ; HIRSCH, P. M. ; JORDAN, J. A.: The kinoform: a new wavefront reconstruction device. In: *IBM J. Res. Dev.* 13 (1969), S. 150–155
- [8] KIRK, J. P. ; JONES, A. L.: Phase-Only Complex-Valued Spatial Filter. In: *J. Opt. Soc. Am.* 61 (1971), S. 1023–1028
- [9] N. C. GALLAGHER, Jr. ; ANGUS, J. C. ; COFFIELD, F. E. ; EDWARDS, R. V. ; J. ADIN MANN, Jr.: Binary phase digital reflection holograms: fabrication and potential applications. In: *Appl. Opt.* 16 (1977), S. 413–417
- [10] SUH, H. H. ; KWAK, C. H. ; LEE, E.-H.: Combined binary-phase holograms for free-space optical interconnection. In: *Opt. Lett.* 20 (1995), S. 2131–2133
- [11] STEVENS, A. J. ; HOSSACK, W. J. ; SAMUS, S.: Very-large-scale-integration fabrication technique for binary-phase gratings on sapphire. In: *Appl. Opt.* 34 (1995), S. 190–193

- [12] SINZINGER, S. ; JAHNS, J.: *Microoptics*. Wiley VCH, Berlin, 2003
- [13] SINZINGER, S. ; ARRIZÓN, V.: High-efficiency detour-phase holograms. In: *Opt. Lett.* 22 (1997), S. 928–930
- [14] KUITTINEN, M. ; TURUNEN, J.: Mask misalignment in photolithographic fabrication of resonance-domain diffractive elements. In: *Optics Commun.* 142 (1997), S. 14–18
- [15] ARRIZÓN, V. ; KINNE, S. ; SINZINGER, S.: Efficient detour-phase encoding of one-dimensional multilevel phase diffractive elements. In: *Appl. Opt.* 37 (1998), S. 5454–5460
- [16] ORIHARA, Y. ; KLAUS, W. ; FUJINO, M. ; KODATE, K.: Optimization and Application of Hybrid-Level Binary Zone Plates. In: *Appl. Opt.* 40 (2001), S. 5877–5885
- [17] PELLI, P. ; ELFSTRÖM, H. ; JEFIMOV, K. ; AIKIO, J. ; KARPPINEN, M. ; VAHIMAA, P. ; KUITTINEN, M.: Replicated data-matrix array generators. In: *Optics Commun.* 260 (2006), S. 329–336
- [18] SULESKI, T. J. ; O’SHEA, D. C.: Gray-scale masks for diffractive-optics fabrication: I. Commercial slide imagers. In: *Appl. Opt.* 34 (1995), S. 7507–7517
- [19] O’SHEA, D. C. ; ROCKWARD, W. S.: Gray-scale masks for diffractive-optics fabrication: II. Spatially filtered halftone screens. In: *Appl. Opt.* 34 (1995), S. 7518–7526
- [20] DÄSCHNER, W. ; LONG, P. ; STEIN, R. ; WU, C. ; LEE, S. H.: Cost-effective mass fabrication of multilevel diffractive optical elements by use of a single optical exposure with a gray-scale mask on high-energy beam-sensitive glass. In: *Appl. Opt.* 36 (1997), S. 4675–4680
- [21] ROGERS, J. D. ; KÄRKKÄINEN, A. H. O. ; TKACZYK, T. ; T., Rantala J. ; R., Descour M.: Realization of refractive microoptics through grayscale lithographic patterning of photosensitive hybrid glass. In: *Opt. Exp.* 12 (2004), S. 1294 – 1303
- [22] SOHN, J.S. ; LEE, M.B. ; KIM, W.C. ; CHO, E.H. ; KIM, T.W. ; YOON, C.Y. ; PARK, N.C. ; PARK, Y.P.: Design and fabrication of diffractive optical elements by use of gray-scale photolithography. In: *Appl. Opt.* 44 (2005), S. 506–511
- [23] TESCHKE, M. ; SINZINGER, S.: Modified phase contrast for recording of holographic optical elements. In: *Opt. Lett.* 32 (2007), S. 2067–2069

- [24] TESCHKE, M. ; HAYER, R. ; FRITZSCHE, M. ; STÖBENAU, S ; SINZINGER, S.: Application of an interferometric phase contrast to fabricate arbitrary diffractive optical elements. In: *Appl. Opt.* 47 (2008), S. 2550–2556
- [25] EKBERG, M. ; LARSSON, M. ; HÅRD, S. ; NILSSON, B.: Multilevel phase holograms manufactured by electron-beam lithography. In: *Opt. Lett.* 15 (1990), S. 568–569
- [26] BEHRMANN, G. P. ; DUIGNAN, M. T.: Excimer laser micromachining for rapid fabrication of diffractive optical elements. In: *Appl. Opt.* 36 (1997), S. 4666–4674
- [27] NEISS, E. ; FLURY, M. ; MAGER, L. ; REHSPRINGER, J.-L. ; FORT, A. ; MONTGOMERY, P. ; GÉRARD, P. ; FONTAINE, J. ; ROBERT, S.: Multi-level diffractive optical elements produced by excimer laser ablation of sol-gel. In: *Opt. Exp.* 16 (2008), S. 14044–14056
- [28] TAN, J. ; SHAN, M. ; ZHAO, C. ; LIU, J.: Design and fabrication of diffractive microlens arrays with continuous relief for parallel laser direct writing. In: *Appl. Opt.* 47 (2008), S. 1430–1433
- [29] NAKAJIMA, M. ; KOMATSU, H. ; MITSUHASHI, Y. ; MORIKAWA, T.: Computer generated polarization holograms: phase recording by polarization effect in photodichroic materials. In: *Appl. Opt.* 15 (1976), S. 1030–1033
- [30] MITSUHASHI, Y. ; SAHARA, M. ; OKADA, N. ; NAKAJIMA, M. ; MORIKAWA, T.: Computer-generated polarization hologram. 2: Experimental verification. In: *Appl. Opt.* 16 (1977), S. 1138–1140
- [31] NIKOLOVA, L. ; TODOROV, T.: Diffraction efficiency and selectivity of polarization holographic recording. In: *Opt. Acta* 31 (1984), S. 579–588
- [32] CHEN, A. G. ; BRADY, D. J.: Real-time holography in azo-dye-doped liquid crystals. In: *Opt. Lett.* 17 (1992), S. 441–443
- [33] IVANOV, M. ; TODOROV, T. ; NIKOLOVA, L. ; TOMOVA, N. ; DRAGOSTINOVA, V.: Photoinduced changes in the refractive index of azo-dye/polymer systems. In: *Appl. Phys. Lett.* 66 (1995), S. 2174–2176
- [34] BLANCHE, P.-A. ; LEMAIRE, P. C. ; MAERTENS, C. ; DUBOIS, P. ; JEROME, R.: Polarised light induced birefringence in azo dye doped polymer: a new model and polarised holographic experiments. In: *Optics Commun.* 139 (1997), S. 92–98

- [35] CLOUTIER, S. G.: Polarization holography: orthogonal plane-polarized beam configuration with circular vectorial photoinduced anisotropy. In: *J. of Phys. D* 38 (2005), S. 3371–3375
- [36] CHENG, K.-T. ; LIU, C.-K. ; TING, C.-L. ; FUH, A. Y.: Electrically switchable and optically rewritable reflective Fresnel zone plate in dye-doped cholesteric liquid crystals. In: *Opt. Express* 15 (2007), S. 14078–14085
- [37] JEONG, Y.-C. ; LEE, S. ; PARK, J.-K.: Holographic diffraction gratings with enhanced sensitivity based on epoxy-resin photopolymers. In: *Opt. Express* 15 (2007), S. 1497–1504
- [38] RAIS, D. ; ZAKREVSKYY, Y. ; STUMPE, J. ; NESPUREK, S. ; SEDLAKOVA, Z.: Photoorientation of azobenzene side groups in a liquid-crystalline polybutadiene-based polymer. In: *Optical Materials* 30 (2008), S. 1335–1342
- [39] OH, C. ; ESCUTI, M. J.: Achromatic diffraction from polarization gratings with high efficiency. In: *Opt. Lett.* 33 (2008), S. 2287–2289
- [40] MCELDOWNEY, S. C. ; SHEMO, D. M. ; CHIPMAN, R. A. ; SMITH, P. K.: Creating vortex retarders using photoaligned liquid crystal polymers. In: *Opt. Lett.* 33 (2008), S. 134–136
- [41] KIM, E. J. ; YANG, H. R. ; LEE, S. J. ; KIM, G. Y. ; KWAK, C. H.: Orientational photorefractive holograms in porphyrin:Zn-doped nematic liquid crystals. In: *Opt. Express* 16 (2008), S. 17329–17341
- [42] PAGLIUSI, P. ; PROVENZANO, C. ; MAZZULLA, A. ; GIORGINI, L. ; CIPPARONE, G.: Spectrograph Based on a Single Diffractive Element for Real-Time Measurement of Circular Dichroism. In: *Appl. Spectrosc.* 62 (2008), S. 465–468
- [43] XU, F. ; TYAN, R.C. ; SUN, P.C. ; FAINMAN, Y. ; CHENG, C.C. ; SCHERER, A.: Fabrication, modeling, and characterization of form-birefringent nanostructures. In: *Opt. Lett.* 20 (1995–1997), S. 2457
- [44] XU, F. ; TYAN, R.C. ; SUN, P.C. ; FAINMAN, Y. ; CHENG, C.C. ; SCHERER, A.: Form-birefringent computer-generated holograms. In: *Opt. Lett.* 21 (1996), S. 1513–1515
- [45] BOMZON, Z. ; BIENER, G. ; KLEINER, V. ; HASMAN, E.: Spatial Fourier-transform polarimetry using space-variant subwavelength metal-stripe polarizers. In: *Opt. Lett.* 26 (2001), S. 1711–1713

- [46] BOMZON, Z. ; BIENER, G. ; KLEINER, V. ; HASMAN, E.: Space-variant Pancharatnam-Berry phase optical elements with computer-generated subwavelength gratings. In: *Opt. Lett.* 27 (2002), S. 1141–1143
- [47] HASMAN, E. ; KLEINER, V. ; BIENER, G. ; NIV, A.: Polarization dependent focusing lens by use of quantized Pancharatnam–Berry phase diffractive optics. In: *Appl. Phys. Lett.* 82 (2003), S. 328–330
- [48] LEVY, U. ; TSAI, C.-H. ; KIM, H.-C. ; FAINMAN, Y.: Design, fabrication and characterization of subwavelength computer-generated holograms for spot array generation. In: *Opt. Express* 12 (2004), Nr. 22, S. 5345–5355
- [49] GORODETSKI, Y. ; BIENER, G. ; NIV, A. ; KLEINER, V. ; HASMAN, E.: Space-variant polarization manipulation for far-field polarimetry by use of subwavelength dielectric gratings. In: *Opt. Lett.* 30 (2005), S. 2245–2247
- [50] NIV, A. ; BIENER, G. ; KLEINER, V. ; HASMAN, E.: Spiral phase elements obtained by use of discrete space-variant subwavelength gratings. In: *Optics Communications* 251 (2005), S. 306–314
- [51] NIV, A. ; BIENER, G. ; KLEINER, V. ; HASMAN, E.: Manipulation of the Pancharatnam phase in vectorial vortices. In: *Opt. Express* 14 (2006), S. 4208–4220
- [52] VELDKAMP, W. B.: Laser beam profile shaping with interlaced binary diffraction gratings. In: *Appl. Opt.* 21 (1982), Nr. 17, S. 3209–3212
- [53] DRESEL, T. ; BEYERLEIN, M. ; SCHWIDER, J.: Design and fabrication of computer-generated beam-shaping holograms. In: *Appl. Opt.* 35 (1996), Nr. 23, S. 4615–4621
- [54] AAGEDAL, H. ; SCHMID, M. ; EGNER, S. ; MÜLLER-QUADE, J. ; BETH, T. ; WYROWSKIY, F.: Analytical beam shaping with application to laser-diode array. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 14 (1997), S. 1549–1553
- [55] CHURIN, E. G.: Diffraction-limited laser beam shaping by use of computer-generated holograms with dislocations. In: *Opt. Lett.* 24 (1999), S. 620–621
- [56] RIPOLL, O. ; KETTUNEN, V. ; HERZIG, H. P.: Review of iterative Fourier-transform algorithms for beam shaping applications. In: *Opt. Eng.* 43 (2004), S. 2549–2548
- [57] CHRISTODOULIDES, D. N.: Optical trapping: Riding along an Airy beam. In: *Nature Photonics* 2 (2008), S. 652–653

- [58] POLYNKIN, P. ; KOLESIK, M. ; MOLONEY, J. V. ; SIVILOGLOU, G. A. ; CHRISTODOULIDES, D. N.: Curved Plasma Channel Generation Using Ultraintense Airy Beams. In: *Science* 324 (2009), S. 229–232
- [59] NORDIN, G. P. ; KULICK, J. H. ; JONES, M. ; NASIATKA, P. ; LINDQUIST, R. G. ; KOWEL, S. T.: Demonstration of a novel three-dimensional autostereoscopic display. In: *Opt. Lett.* 19 (1994), S. 901–903
- [60] AHRENBERG, L. ; BENZIE, P. ; MAGNOR, M. ; WATSON, J.: Computer generated holography using parallel commodity graphics hardware. In: *Opt. Express* 14 (2006), S. 7636–7641
- [61] JANDA, M. ; HANÁK, I. ; ONURAL, L.: Hologram synthesis for photorealistic reconstruction. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 25 (2008), S. 3083–3096
- [62] TAY, S. ; BLANCHE, P. A. ; VOORAKARANAM, R. ; TUNÇ, AV ; LIN, W. ; ROKUTANDA, S. ; GU, T. ; FLORES, D. ; WANG, P. ; LI, G.: An updatable holographic three-dimensional display. In: *Nature* 451 (2008), S. 694–698
- [63] MACGOVERN, A.J. ; WYANT, JC: Computer generated holograms for testing optical elements. In: *Applied optics* 10 (1971), S. 619–624
- [64] COHEN, A. L.: Practical design of a bifocal hologram contact lens or intraocular lens. In: *Appl. Opt.* 31 (1992), S. 3750–3754
- [65] YAMADA, K. ; WATANABE, W. ; LI, Y. ; ITOH, K. ; NISHII, J.: Multilevel phase-type diffractive lenses in silica glass induced by filamentation of femtosecond laser pulses. In: *Opt. Lett.* 29 (2004), S. 1846–1848
- [66] PRUSS, C. ; REICHELT, S. ; TIZIANI, H. J. ; OSTEN, W.: Computer-generated holograms in interferometric testing. In: *Opt. Eng.* 43 (2004), S. 2534–2540
- [67] GREISUKH, G. I. ; EZHOV, E. G. ; STEPANOV, S. A.: Diffractive-refractive hybrid corrector for achro- and apochromatic corrections of optical systems. In: *Appl. Opt.* 45 (2006), S. 6137–6141
- [68] DUERR, P. ; DAUDERSTAEDT, U. ; KUNZE, D. ; AUVERT, M. ; BAKKE, T. ; SCHENK, H. ; LAKNER, H.: Characterization of spatial light modulators for microlithography. In: *Proceedings of SPIE* Bd. 4983, 2003, S. 266
- [69] KIM, K.-R. ; YI, J. ; CHO, S.-H. ; KANG, N.-H. ; CHO, M.-W. ; SHIN, B.-S. ; CHOI, B.: SLM-based maskless lithography for TFT-LCD. In: *Applied Surface Science* 255 (2009), S. 7835 – 7840



- [70] CHU, D. C. ; FIENUP, J. R. ; GOODMAN, J. W.: Multiemulsion On-Axis Computer Generated Hologram. In: *Appl. Opt.* 12 (1973), S. 1386–1388
- [71] BARTELT, H. O.: Applications of the tandem component: an element with optimum light efficiency. In: *Appl. Opt.* 24 (1985), S. 3811–3816
- [72] JESACHER, A. ; MAURER, C. ; SCHWAIGHOFER, A. ; BERNET, S. ; RITSCHMARTE, M.: Near-perfect hologram reconstruction with a spatial light modulator. In: *Opt. Express* 16 (2008), S. 2597–2603
- [73] DAVIS, J. A. ; COTTRELL, D. M. ; CAMPOS, J. ; YZUEL, M. J. ; MORENO, I.: Encoding Amplitude Information onto Phase-Only Filters. In: *Appl. Opt.* 38 (1999), S. 5004–5013
- [74] ANDO, T. ; OHTAKE, Y. ; MATSUMOTO, N. ; INOUE, T. ; FUKUCHI, N.: Mode purities of Laguerre–Gaussian beams generated via complex-amplitude modulation using phase-only spatial light modulators. In: *Opt. Lett.* 34 (2009), S. 34–36
- [75] ARRIZÓN, V. ; RUIZ, U. ; CARRADA, R. ; GONZÁLEZ, L. A.: Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 24 (2007), S. 3500–3507
- [76] ARRIZÓN, V. ; RUIZ, U. ; MENDEZ, G. ; APOLINAR-IRIBE, A.: Zero order synthetic hologram with a sinusoidal phase carrier for generation of multiple beams. In: *Opt. Express* 17 (2009), S. 2663–2669
- [77] GRIER, D.G.: A revolution in optical manipulation. In: *Nature* 424 (2003), S. 810–816
- [78] NIKOLOVA, L. ; RAMANUJAM, P. S.: *Polarization holography*. Cambridge University Press, New York, 2009
- [79] TERVO, J. ; TURUNEN, J.: Paraxial-domain diffractive elements with 100 % efficiency based on polarization gratings. In: *Opt. Lett.* 25 (2000), S. 785–787
- [80] FRATZ, M. ; GIEL, D. M. ; FISCHER, P.: Digital polarization holograms with defined amplitude and orientation of each pixel’s birefringence. In: *Opt. Lett.* 34 (2009), S. 1270–1272
- [81] HONKANEN, M. ; KETTUNEN, V. ; TERVO, J. ; TURUNEN, J.: Fourier array illuminators with 100 % efficiency: analytical Jones-matrix construction. In: *Journal of Modern Optics* 47 (2000), S. 2351–2359

- [82] PANCHARATNAM, S.: Generalized theory of interference and its applications. In: *Proc. Indian Acad. Sci A* 44 (1956), S. 247–262
- [83] CARL, D.: *Charakterisierung von Methoden und Anwendungen der digitalholographischen Mikroskopie*, Humboldt-Universität Berlin, Diss., 2005
- [84] FRATZ, M. ; SINZINGER, S. ; GIEL, D. M.: Design and fabrication of polarization-holographic elements for laser beam shaping. In: *Appl. Opt.* 48 (2009), S. 2669–2677
- [85] KLIGER, D. S. ; RANDALL, C. E. ; LEWIS, J. W.: *Polarized light in optics and spectroscopy*. Academic Press Inc, 1990
- [86] GOODMAN, J. W.: *Introduction to fourier optics (3rd Edition)*. Roberts and Company Publishers, 2005
- [87] HECHT, E.: *Optik (3. Auflage)*. Oldenbourg, München, 2001
- [88] STÖSSEL, W.: *Fourieroptik - Eine Einführung*. Springer-Verlag, Berlin, 1993
- [89] KREIS, T.: *Handbook of holographic interferometry*. Wiley VCH, Weinheim, 2005
- [90] WYROWSKI, F. ; BRYNGDAHL, O.: Iterative Fourier-transform algorithm applied to computer holography. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 5 (1988), Nr. 7, S. 1058–1065
- [91] BIRCH, P. ; YOUNG, R. ; FARSARI, M. ; CHATWIN, C. ; BUDGETT, D.: A comparison of the iterative Fourier transform method and evolutionary algorithms for the design of diffractive optical elements. In: *Optics and Lasers in Engineering* 33 (2000), S. 439–448
- [92] JOHANSSON, M. ; BENGTTSSON, J.: Robust design method for highly efficient beam-shaping diffractive optical elements using an iterative-Fourier-transform algorithm with soft operations. In: *J. of Mod. Opt.* 47 (2000), S. 1385–1398
- [93] DORSCH, R. G. ; LOHMANN, A. W. ; SINZINGER, S.: Fresnel ping-pong algorithm for two-plane computer-generated hologram display. In: *Appl. Opt.* 33 (1994), S. 869–875
- [94] BRYNGDAHL, O.: Geometrical transformations in optics. In: *J. Opt. Soc. Am.* 64 (1974), S. 1092–1099
- [95] BRYNGDAHL, O.: Optical map transformations. In: *Opt. Commun.* 10 (1974), S. 164–168

- [96] STUFF, M. A. ; CEDERQUIST, J. N.: Coordinate transformations realizable with multiple holographic optical elements. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 7 (1990), S. 977–981
- [97] GERCHBERG, R. W. ; SAXTON, W. O.: A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures. In: *Optik* 35 (1972), S. 237
- [98] BRENNER, K.-H.: Method for designing arbitrary two-dimensional continuous phase elements. In: *Opt. Lett.* 25 (2000), S. 31–33
- [99] BURG, K. ; HAF, H. ; WILLE, F.: *Höhere Mathematik für Ingenieure, Band 2: Lineare Algebra*. Teubner, Stuttgart, 1992
- [100] SHIBAEV, V.P. ; KOSTROMIN, S.G. ; PLATE, N.A. ; IVANOV, SA ; VETROV, V.Y. ; YAKOLEV, IA: Thermotropic liquid crystalline polymers: 14: Thermorecording on liquid crystalline polymers with the aid of a laser beam. In: *Polymer Commun* 24 (1983), S. 364
- [101] EICH, M. ; WENDORFF, J.H. ; RECK, B. ; RINGSDORF, H.: Reversible digital and holographic optical storage in polymeric liquid crystals. In: *Die Makromolekulare Chemie, Rapid Communications* 8 (1987), S. 59–63
- [102] SEKKAT, Z. ; DUMONT, M.: Polarization effects in photoisomerization of azo dyes in polymeric films. In: *Applied Physics B: Lasers and Optics* 53 (1991), S. 121–123
- [103] HAGEN, R. ; BIERINGER, T.: Photoaddressable polymers for optical data storage. In: *Advanced Materials* 13 (2001), S. 1805–1810
- [104] SABI, Y. ; YAMAMOTO, M. ; WATANABE, H. ; BIERINGER, T. ; HAARER, D. ; HAGEN, R. ; KOSTROMINE, S. ; BERNETH, H.: Photoaddressable polymers for rewritable optical disk systems. In: *Jpn. J. Appl. Phys* 40 (2001), S. 1613–1618
- [105] YAROSHCHUK, O. ; KISELEV, A. D. ; ZAKREVSKEY, Y. ; STUMPE, J. ; LINDAU, J.: Spatial reorientation of azobenzene side groups of a liquid crystalline polymer induced by linearly polarized light. In: *European Physical Journal E* 6 (2001), S. 57–67
- [106] <http://en.wikipedia.org/wiki/Azobenzene>
- [107] MATHARU, A. S. ; JEEVA, S. ; RAMANUJAM, P. S.: Liquid crystals for holographic optical data storage. In: *Chem. Soc. Rev.* 36 (2007), S. 1868–1880

- [108] FRATZ, M. ; EBERHARD, D. ; RIEDEL, W. J. ; GIEL, D. M.: Direct Laser-Writing of Diffractive Optical Elements in Photopolymer Layers. In: *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Optical Society of America, 2008, S. DWB7
- [109] JIANG, H. ; ZOU, Y. K. ; CHEN, Q. ; LI, K. K. ; ZHANG, R. ; WANG, Y. ; MING, H. ; ZHENG, Z.: Transparent electro-optic ceramics and devices, Proc. SPIE, 2005, S. 380–394
- [110] WEBER, H.: *Laser*. C. H. Beck München, 1998
- [111] FRATZ, M. ; GIEL, D. M. ; FISCHER, P.: Computer Generated Polarization Holograms with Defined Magnitude and Orientation of Each Pixel's Birefringence. In: *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Optical Society of America, 2009, S. DMB5
- [112] DAVIS, J. A. ; MCNAMARA, D. E. ; COTTRELL, D. M. ; SONEHARA, T.: Two-Dimensional Polarization Encoding with a Phase-Only Liquid-Crystal Spatial Light Modulator. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), S. 1549–1554
- [113] FRATZ, M. ; FISCHER, P. ; GIEL, D. M.: Full phase and amplitude control in computer generated holography. In: *Opt. Lett.* 34 (2009), S. 3659–3661
- [114] NELDER, J.A. ; MEAD, R.: A simplex method for function minimization. In: *The computer journal* 7 (1965), S. 308–313
- [115] WAGNER, C. ; OSTEN, W. ; SEEBACHER, S.: Direct shape measurement by digital wavefront reconstruction and multiwavelength contouring. In: *Opt. Eng.* 39 (2000), S. 79–85
- [116] WADA, A. ; KATO, M. ; ISHII, Y.: Large step-height measurements using multiple-wavelength holographic interferometry with tunable laser diodes. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 25 (2008), S. 3013–3020
- [117] CARL, D. ; FRATZ, M. ; PFEIFER, M. ; GIEL, D. M. ; HÖFLER, H.: Multiwavelength digital holography with autocalibration of phase shifts and artificial wavelengths. In: *Appl. Opt.* 48 (2009), S. H1–H8
- [118] COLOMB, T. ; DAHLGREN, P.a ; BEGHUIN, D. ; CUCHE, E. ; MARQUET, P. ; DEPEURSINGE, C.: Polarization Imaging by Use of Digital Holography. In: *Appl. Opt.* 41 (2002), S. 27–37
- [119] YOKOTA, M.: Polarization analysis by off-axis digital holography with an improved optical system and an evaluation of its performance by simulation. In: *Appl. Opt.* 47 (2008), Nr. 34, S. 6325–6333

- [120] CAI, L. Z. ; LIU, Q. ; YANG, X. L.: Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase steps for diffraction objects. In: *Opt. Lett.* 29 (2004), S. 183–185
- [121] WIPPERMANN, F. ; ZEITNER, U.-W. ; DANNBERG, P. ; BRÄUER, A. ; SINZINGER, S.: Beam homogenizers based on chirped microlens arrays. In: *Opt. Express* 10 (2007), S. 6218–6231
- [122] SHEALY, D. L. ; HOFFNAGLE, J. A.: Laser beam shaping profiles and propagation. In: *Appl. Opt.* 45 (2006), S. 5118–5131
- [123] WYROWSKI, F.: Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements. In: *Optics Lett.* 16 (1991), S. 1915–1917
- [124] EGGERS, G. ; ROSENBERGER, A. ; HELD, N. ; GÜNTHERODT, G. ; FUMAGALLI, P.: Polarization effects of imperfections in conducting and dielectric samples imaged with polarization-sensitive scanning near-field optical microscopy. In: *Appl. Phys. Lett.* 79 (2001), S. 3929
- [125] FRANKE-ARNOLD, S. ; ALLEN, L. ; PADGETT, M.: Advances in optical angular momentum. In: *Laser & Photonics Review* 2 (2008), S. 299 – 313
- [126] FRATZ, M. ; GIEL, D. M. ; FISCHER, P.: Fabrication of polarization holograms controlling amplitude and phase. In: *Frontiers in Optics*, Optical Society of America, 2009, S. PDPC2
- [127] BRIXNER, B.: Lens design merit functions: rms image spot size and rms optical path difference. In: *Appl. Opt.* 17 (1978), S. 715–716
- [128] SASIAN, J. M. ; NORTH-MORRIS, M. B. ; WRUCK, G. L. ; WILLIBY, G. A. ; GREIVENKAMP, J. E.: Rock and roll polishing: a process for optical surface polishing. In: *Opt. Eng.* 38 (1999), S. 2089–2092
- [129] PERSSON, M. ; ENGSTRÖM, D. ; FRANK, A. ; BACKSTEN, J. ; GOKSÖR, M. ; BENGTSSON, J.: Computer Generated Holograms Designed to Reduce Intensity Fluctuations During SLM Update. In: *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Optical Society of America, 2009, S. DWC3
- [130] NIKOLAJEFF, F. ; LÖFVING, B. ; JOHANSSON, M. ; BENGTSSON, J. ; HÅRD, S. ; HEINE, C.: Fabrication and Simulation of Diffractive Optical Elements with Superimposed Antireflection Subwavelength Gratings. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), S. 4842–4846

- [131] CLAUSNITZER, T. ; LIMPERT, J. ; ZÖLLNER, K. ; ZELLMER, H. ; FUCHS, H.-J. ; KLEY, E.-B. ; TÜNNERMANN, A. ; JUPÉ, M. ; RISTAU, D.: Highly Efficient Transmission Gratings in Fused Silica for Chirped-Pulse Amplification Systems. In: *Appl. Opt.* 42 (2003), S. 6934–6938
- [132] CARL, D. ; KEMPER, B. ; WERNICKE, G. ; BALLY, G. von: Parameter-Optimized Digital Holographic Microscope for High-Resolution Living-Cell Analysis. In: *Appl. Opt.* 43 (2004), S. 6536–6544

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich Herrn Professor Sinzinger für die wohlwollende und stets interessierte Betreuung dieser Doktorarbeit danken.

Mein besonderer Dank gilt Dr. Dominik Giel dafür, dass er mir die Gelegenheit zur Anfertigung dieser Arbeit in seiner Abteilung am Fraunhofer Institut für Physikalische Messtechnik ermöglichte. Sein Interesse am Thema und seine Anregungen haben erheblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Weiterhin möchte ich Herrn Professor Wolfgang Osten für die Erstellung des Gutachtens danken.

Dr. Peer Fischer danke ich insbesondere dafür, dass er mir während eines Gastaufenthalts in seiner Arbeitsgruppe am Rowland Institute at Harvard die Möglichkeit gab, neue Ideen zu realisieren. Seine Anregungen und sein Enthusiasmus haben neue Ansätze in dieser Arbeit mit motiviert.

Den Mitarbeitern des Fraunhofer Instituts für Physikalische Messtechnik gilt mein Dank für die Unterstützung und alle Zuarbeiten während der Erstellung dieser Arbeit.

Und nicht zuletzt möchte ich meiner Freundin Maren dafür danken, dass sie stets großes Verständnis für mein Arbeitspensum während der Promotion gezeigt hat.