

**Design und Analyse von  
Strahlformungssystemen hoher  
numerischer Apertur**

**Dissertation**

**zur Erlangung des akademischen Grades  
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)**

vorgelegt dem Rat der Physikalisch-Astronomischen Fakultät  
der FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA

von Dipl.-Phys. Hagen Schweitzer (geb. Schimmel)  
geboren am 5. Oktober 1974 in Jena

Gutachter:

1. Prof. Dr. Frank Wyrowski, Jena
2. Prof. Dr. Theo Tschudi, Darmstadt
3. Prof. Dr. Hartmut Bartelt, Jena

Tag der Disputation: 24.11.2009

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Simulation der Lichtausbreitung in optischen Systemen</b>	<b>6</b>
2.1	Maxwell-Gleichungen zur Beschreibung von elektromagnetischen Wellen . . .	6
2.2	Lichtausbreitung in homogenen Medien . . . . .	7
2.3	Beschreibung der Lichtausbreitung durch Operatoren . . . . .	9
2.4	Lichtausbreitung in inhomogenen Regionen eines optischen Systems . . . . .	12
2.4.1	Propagation von Feldern in geometrisch-optischer Näherung . . . . .	13
2.4.1.1	Die Approximation von Feldern durch lokal ebene Wellen . .	13
2.4.1.2	Propagation lokal ebener Wellen . . . . .	14
2.4.1.3	Intensitätsgesetze der geometrischen Optik . . . . .	16
2.4.1.4	Rekonstruktion der komplexen Amplitude aus lokal ebenen Wellen . . . . .	18
2.4.1.5	Approximationsstufen der geometrischen Optik . . . . .	19
2.4.2	Zerlegung von Feldern in ein Spektrum ebener Wellen und deren Pro- pagation durch inhomogene Regionen . . . . .	21
2.5	Lichtausbreitung in homogenen Regionen eines optischen Systems . . . . .	22
2.6	Modellierung der optischen Funktionen von Regionen mit Hilfe von funktiona- len Operatoren . . . . .	23
2.7	Detektoren . . . . .	24
2.8	Numerische und physikalische Modellierungsgenauigkeit . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Lichttransformation durch Laserstrahlformungssysteme</b>	<b>29</b>
3.1	Operatorarstellung von Laserstrahlformungssystemen . . . . .	30
3.2	Spezialfälle allgemeiner Strahlformungsaufbauten . . . . .	32
3.3	Optimierungsproblemstellung der Laserstrahlformung . . . . .	34

3.4	Optimierung der Strahlformungsregion mittels Projektionsalgorithmus . . . . .	37
3.5	Klassifizierung von Laserstrahlformungssystemen auf Basis der Divergenz von Eingangs- und Ausgangsfeld . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Formung monochromatischer paraxialer Laserstrahlen</b>	<b>42</b>
4.1	Paraxiale Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion . . . . .	42
4.2	Der paraxiale Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisierte Ober- flächen . . . . .	43
4.3	Der paraxiale Strukturprojektionsoperator für mit der Asphärenformel parame- trisierte Oberflächen . . . . .	43
4.4	Beispiel zur Strahlformung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen runden Top-Hat . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Formung monochromatischer nicht-paraxialer Laserstrahlen</b>	<b>51</b>
5.1	Umformung paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen . . . . .	51
5.1.1	Optimierung von Systemen, bestehend aus paraxialem Strahlformungs- element und nicht-paraxialem Linsensystem . . . . .	51
5.1.1.1	Modellierung der Lichtausbreitung und der Strukturprojek- tionsoperator . . . . .	52
5.1.1.2	Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahles in einen runden Top-Hat durch einen diffraktiven Strahlformer und eine Linse . . . . .	53
5.1.2	Optimierung von nicht-paraxialen asphärischen Oberflächen . . . . .	57
5.1.2.1	Modellierung der Lichtausbreitung . . . . .	58
5.1.2.2	Der Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisier- te Oberflächen . . . . .	58
5.1.2.3	Der Strukturprojektionsoperator für mit der Asphärenformel parametrisierte Oberflächen . . . . .	60
5.1.2.4	Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen runden Top-Hat durch einen Strahlformer hoher numerischer Apertur . . . . .	60
5.1.3	Optimierung von nicht-paraxialen refraktiven Freiformflächen . . . . .	62
5.1.3.1	Der Strukturprojektionsoperator für Freiformflächen . . . . .	63

5.1.3.2	Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen rechteckigen Top-Hat durch einen Strahlformer hoher numerischer Apertur . . . . .	66
5.2	Umformung nicht-paraxialer Laserstrahlen in paraxiale Laserstrahlen . . . . .	69
5.2.1	Designmethoden und typische optische Aufbauten . . . . .	69
5.2.2	Beispiel zur Strahlformung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen runden paraxialen Top-Hat . . . . .	71
5.3	Umformung nicht-paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen . . . . .	74
5.3.1	Designmethoden und typische optische Aufbauten . . . . .	74
5.3.2	Design von Strahlformungssystemen unter Nutzung sphärischer Kataloglinsen . . . . .	77
5.3.3	Beispiel zur Formung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen runden nicht-paraxialen Top-Hat mittels einer sphärischen Kataloglinse . . . . .	79
<b>6</b>	<b>Achromatisierung und Wellenlängenmultiplexing von Laserstrahlformungssystemen</b>	<b>84</b>
6.1	Achromatisierung von Strahlformungssystemen . . . . .	84
6.1.1	Achromatisierungsbedingung der Laserstrahlformung . . . . .	84
6.1.2	Achromatisierung durch Nutzung mehrerer Designwellenlängen . . . . .	88
6.1.3	Achromatisierung durch Verringerung des Effekts der Materialdispersion . . . . .	90
6.2	Wellenlängenmultiplexing von Strahlformungssystemen . . . . .	91
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>93</b>
<b>A</b>	<b>Ableitung physikalischer und mathematischer Zusammenhänge</b>	<b>I</b>
A.1	Beschreibung harmonischer Felder durch ein Spektrum ebener Wellen . . . . .	I
A.2	Berechnung der z-Komponente des elektrischen Feldes in homogenen Medien . . . . .	II
A.3	Feldzerlegung lokal ebener Wellen parallel und senkrecht zur Einfallsebene . . . . .	III
A.4	Berechnung des Abstands zwischen zwei global polarisierten Feldern . . . . .	V
A.5	Berechnung der Ableitung der Phase einer Feldkomponente . . . . .	VI
A.6	Fitten der Asphärenformel an diskrete Höhenwerte . . . . .	VIII
A.7	Der Strukturprojektionsoperator für Freiformflächen . . . . .	VIII
A.8	Uniformitätsfehler und Fenstereffizienz eines Feldes mit gaußförmiger Amplitude innerhalb einer kreisförmigen Signalregion . . . . .	XIII
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>XV</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Erzeugung maßgeschneiderten Lichts steht heute im Mittelpunkt vieler innovativer Anwendungen. Eine wichtige Grundlage dafür ist die flexible laterale Manipulation von elektromagnetischer Strahlung. Eine Möglichkeit der Lichttransformation ist die Laserstrahlformung. Ziel ist es dabei, das Intensitätsprofil eines Laserstrahls in ein gewünschtes Profil umzuformen.

Die Modellierung von Licht, dessen Ausbreitung sowie die Optimierung optischer Systeme stehen im Mittelpunkt jeder Entwicklung eines lichttransformierenden Systems. In den Anfangszeiten der automatischen Optimierung von Systemen mittels Computern herrschte die Strahlverfolgung (Raytracing) als dominierendes Modell der Lichtbeschreibung und Propagation vor. So verwundert es nicht, dass erste Strahlformungsansätze auf der Optimierung von sphärischen oder asphärischen Linsen [58, 59, 60, 61, 62, 39] mittels Strahlverfolgung beruhten. Fast gleichzeitig wurde ein anderes Modellierungskonzept für optische Komponenten entwickelt, das die Wirkung einer Komponente durch eine Transmission beschreibt. Eine solche Transmission kann optimiert und in einem zweiten Schritt für paraxiale Elemente ein Höhenprofil berechnet werden. Auf Basis dieses Konzepts entwickelte sich eine Gruppe von geometrisch-optischen Strahlformungsansätzen [20, 33, 34, 35, 37]. Parallel wurden auf Basis der Transmissionsbeschreibung optischer Elemente auch Projektionsalgorithmen [21, 22] sowie weitere Verfahren [26, 46, 47, 83] entwickelt, die es erlauben, Beugungs- und Interferenzeffekte verstärkt in die Optimierung einzubeziehen. Diese Methoden ermöglichen es vor allem, diffraktive optische Elemente zu optimieren. Anpassungen dieser Projektionsalgorithmen erlaubten es letztendlich, auch diffraktive Strahlformungselemente zu designen [9, 19, 27, 50]. Oben genannte Verfahren beschäftigen sich mit der Umformung kohärenten Laserlichts. In der Literatur wird zum Teil auch die Homogenisierung von partiell-kohärentem Licht als Laserstrahlformung bezeichnet [12, 13, 14]. Die dafür benötigten Designverfahren basieren auf denen für kohärentes Licht. Allerdings werden zusätzliche Konzepte zur Modellierung des Lichts und dessen Ausbreitung benötigt, die in dieser Arbeit nicht diskutiert werden.

Die bisher veröffentlichten Methoden lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen. Auf der einen Seite stehen auf der Strahlverfolgung basierende Designkonzepte, die es erlauben, paraxiale und nicht-paraxiale Oberflächen direkt zu optimieren. Beugungs- und Interferenzeffekte können

nicht beachtet werden. Auf der anderen Seite stehen Verfahren, die zwar Beugung und Interferenz einschließen können, aber nur auf der Optimierung von Transmissionen beruhen und deshalb typischerweise auf paraxiale Elemente begrenzt sind. Für das Design von Strahlformungssystemen ist es deshalb wünschenswert, die direkte Optimierung von Oberflächen paraxialer und nicht-paraxialer Elemente unter Einbeziehung von Beugung und Interferenz zu kombinieren. Erstmals konnte durch Pfeil [18] für rotationssymmetrische und zylindrische Oberflächen gezeigt werden, dass eine entsprechende Anpassung von Projektionsalgorithmen möglich ist. Diese Methode dient in dieser Arbeit als Ausgangspunkt für weitere Entwicklungen. Ziel ist es, rotationssymmetrische Oberflächen und Freiformflächen in Systemen mit niedriger als auch hoher numerischer Apertur mittels Projektionsalgorithmen zu optimieren. Während Pfeil Oberflächen durch eine Vielzahl diskreter Datenpunkte repräsentierte, wird hier die Optimierung von Flächen abgeleitet, die durch die Asphärenformel oder ein zweidimensionales Polynom beschrieben werden. Diese Oberflächendarstellungen werden z. B. zur Herstellung von Strahlformungselementen mittels CNC-Technik bevorzugt.

Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Einbeziehung zusätzlicher optischer Komponenten innerhalb des Strahlformungssystems in die Optimierung, die aber selbst nicht verändert werden. Bereits in der Vergangenheit wurde beschrieben, dass Projektionsalgorithmen grundsätzlich für beliebige lineare Systeme zwischen dem zu optimierenden Element und einer Zielebene eingesetzt werden können [9, 48]. Allerdings wurden bisher die Komponenten nur idealisiert modelliert. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass während der Optimierung auch die Lichtausbreitung durch reale optische Komponenten modelliert werden kann und es so möglich ist, z. B. Linsenaberrationen in einem Strahlformungssystem zu berücksichtigen.

Abschließend wird ein Schwerpunkt die Entwicklung von Achromatisierungskonzepten für Strahlformungssysteme sein. Vorherige Arbeiten führten meist nur eine Optimierung für eine Designwellenlänge durch. Chromatische Effekte wurden in Kauf genommen oder durch den Einsatz von refraktiven Oberflächen [18, 37, 38, 50] oder hybriden Elementen verringert [75]. In dieser Arbeit werden zwei Ansätze vorgestellt, die durch den Einsatz von refraktiven Oberflächen und mehreren Materialien mit unterschiedlichen Dispersionseigenschaften chromatische Effekte reduzieren können. Letztendlich wird gezeigt, dass eines dieser Konzepte auch zur Erzeugung von unterschiedlichen optischen Funktionen für unterschiedliche Wellenlängen verwendet werden kann.

Basis jeder Optimierung ist die Simulation der Lichtpropagation durch optische Systeme. Kapitel 2 wird deshalb die in dieser Arbeit benötigten physikalischen Grundlagen für die Modellierung der Lichtausbreitung einführen. Kapitel 3 beschreibt die Problemstellungen der Laserstrahlformung und gibt eine Übersicht über typische optische Aufbauten und deren Modellierung. Die Kapitel 4 und 5 befassen sich mit der Anwendung von Projektionsalgorithmen zur Optimierung von Komponenten mit analytisch beschriebenen refraktiven Oberflächen sowie von Systemen hoher numerischer Apertur. Zuletzt werden in Kapitel 6 die Achromatisierung sowie das Wellenlängenmultiplexing von Strahlformungssystemen vorgestellt.

# Kapitel 2

## Simulation der Lichtausbreitung in optischen Systemen

Die Basis der Optimierung optischer Systeme ist die Fähigkeit, die Lichtausbreitung in diesen simulieren zu können. Dieses Kapitel dient dazu, die benötigten physikalischen und mathematischen Grundlagen für diese Simulation zu erläutern und die in den folgenden Kapiteln benötigten Simulations- und Modellierungstechniken einzuführen. In der Praxis kommen allgemeinere Systeme vor, die eine erweiterte Modellierung erfordern. Diese sollen hier aber ausdrücklich nicht diskutiert werden, da der Schwerpunkt der Arbeit das Design von Strahlformungssystemen und nicht die Simulation genereller optischer Systeme ist.

### 2.1 Maxwell-Gleichungen zur Beschreibung von elektromagnetischen Wellen

In der Arbeit erfolgt eine Beschränkung auf Medien mit einer Ladungsdichte  $\rho(\mathbf{r}, t) = 0$ . Zur Beschreibung einer elektromagnetischen Welle können die zeitlichen Maxwell-Gleichungen verwendet werden [1]

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.4)$$

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  stellt das elektrische Feld,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$  das magnetische Feld,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  die magnetische Induktion und  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  die dielektrische Verschiebung dar. Bei  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  handelt es sich um die Stromdichte. Die Gleichungen können mit einer zeitlichen Fourier-Transformation in den Frequenzraum übertragen werden. Durch Einführung von harmonischen Feldern der Frequenz  $\omega_0$



mit einer komplexen Amplitude  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  zur Beschreibung des elektrischen Feldes und einer komplexen Amplitude  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  für das magnetische Feld [3] mit

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 2\Re [\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega_0 t}] \quad (2.5)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 2\Re [\mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega_0 t}] \quad (2.6)$$

und unter Nutzung der Materialgleichungen für lineare, isotrope Medien ohne magnetische Response  $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})\epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r})$  und  $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \tilde{\sigma}(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})$  können die Maxwell-Gleichungen für harmonische Felder abgeleitet werden [1, 3]

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega_0\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = (\tilde{\sigma}(\mathbf{r}) - i\omega_0\tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})\epsilon_0)\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot (\tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})\epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r})) = 0 \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r})) = 0. \quad (2.10)$$

Die Größen  $\tilde{\sigma}(\mathbf{r})$  und  $\tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})$  stellen die elektrische Leitfähigkeit und die relative dielektrische Leitfähigkeit im Frequenzraum dar. Da aber nachfolgend lediglich monochromatische Felder mit einer Frequenz  $\omega_0$  betrachtet werden, wird die Frequenz nicht extra aufgeführt.

## 2.2 Lichtausbreitung in homogenen Medien

Einen wichtigen Spezialfall stellen in den folgenden Betrachtungen homogene Medien dar. Hier vereinfachen sich die Maxwell-Gleichungen zu

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega_0\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = (\tilde{\sigma} - i\omega_0\tilde{\epsilon}_r\epsilon_0)\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.14)$$

Aus den Maxwell-Gleichungen kann die homogene Wellengleichung [1]

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \check{k}^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.15)$$

abgeleitet werden mit

$$\check{k} = \frac{\omega_0 \sqrt{\tilde{\epsilon}_r + i\frac{\tilde{\sigma}}{\epsilon_0\omega_0}}}{c} = \frac{\omega_0 \check{n}}{c}. \quad (2.16)$$

$\check{k}$  und  $\check{n}$  sind komplexe Größen. Dadurch wird die Dämpfung von Wellen beschrieben.  $c$  stellt die Vakuumlichtgeschwindigkeit dar. Mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (2.17)$$

ergibt sich die gebräuchlichere Form

$$\check{k} = \frac{2\pi\check{n}}{\lambda}. \quad (2.18)$$

Eine Lösung der Wellengleichung 2.15 sind ebene Wellen der Form  $\tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i\check{k}r}$  mit  $k_x, k_y \in \mathbb{R}$  und  $k_z \in \mathbb{C}$ . Jede Feldverteilung kann nun durch eine Überlagerung von ebenen Wellen ausgedrückt werden (siehe auch Anhang A.1)

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y, z) \right] = \int_{\mathbb{R}^2} \tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y. \quad (2.19)$$

Da die Ausbreitung ebener Wellen analytisch bekannt ist, kann die Propagation einer allgemeinen Feldverteilung auf die Propagation ebener Wellen zurückgeführt werden (siehe Anhang A.1)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) &= \int_{\mathbb{R}^2} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor}}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y + \\ &\int_{\mathbb{R}^2} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{rück}}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y - k_z z)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \end{aligned} \quad (2.20)$$

mit

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{2\pi\check{n}}{\lambda}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}. \quad (2.21)$$

Das resultierende Integral wird auch als „Propagation mittels Spektrum ebener Wellen“ oder als „Winkelspektrumspropagation“ bezeichnet.

Aus den Maxwell-Gleichungen 2.11, 2.13 und 2.14 folgt, dass von allen sechs vorhandenen Feldkomponenten in einem homogenen Medium nur zwei unabhängig sind. Meist werden deshalb während der numerischen Simulation nur die Feldkomponenten

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} E_x(x, y, z) \\ E_y(x, y, z) \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

gespeichert bzw. deren Ausbreitung simuliert. Dies soll auch nachfolgend geschehen. Wie noch in späteren Abschnitten gezeigt werden wird, sind zur Auswertung von Gütefunktionen sowie zur Beschreibung der Lichtausbreitung durch inhomogene Regionen optischer Systeme weitere Feldkomponenten notwendig. Eine besondere Bedeutung kommt dabei der z-Komponente des elektrischen Feldes zu. Sie kann aus der x- und y-Komponente mittels

$$E_z(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} \left[ -\frac{k_x \mathcal{F}[E_x(x, y, z)] + k_y \mathcal{F}[E_y(x, y, z)]}{k_z} \right] \quad (2.23)$$

berechnet werden (siehe Anhang A.2).

In den bisherigen Betrachtungen wurde der zeitabhängige Anteil des elektrischen und magnetischen Feldes abgespaltet und nicht weiter diskutiert. Tatsächlich beschreibt er eine zeitliche

Bewegung des elektrischen Feldvektors. Für einen Punkt der Welle erfolgt i. A. die Bewegung entlang einer geschlossenen Kurve auf der Oberfläche eines Ellipsoiden. Die Bewegung des Vektors wird als Polarisation bezeichnet. Diese wird typischerweise anhand der projizierten Bewegung in der  $xy$ -Ebene diskutiert. Für ein Feld können zwei grundsätzliche Polarisationsarten unterschieden werden. Ändert sich die Bewegung des elektrischen Feldvektors in Abhängigkeit der Positionen  $(x, y)$  des Feldes so spricht man von lokal polarisiertem Licht. Ist die Bewegung des Feldvektors dagegen unabhängig vom Ort, so kann von globaler Polarisation gesprochen werden. In diesem Fall können die  $x$ - und  $y$ -Komponenten des elektrischen Feldes durch das Produkt eines skalares Feldes  $U(x, y, z)$  und des Jones-Vektors  $\mathbf{J}$  ausgedrückt werden

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{J}U(x, y, z). \quad (2.24)$$

Für nachfolgende Berechnungen von Gütefunktionen wird die zeitlich gemittelte Energiedichte des elektromagnetischen Feldes benötigt. Sie setzt sich aus der Energiedichte des elektrischen  $\langle w_{\text{el}}(x, y, z) \rangle_t$  und des magnetischen Feldes  $\langle w_{\text{mag}}(x, y, z) \rangle_t$  zusammen und folgt zu [1]

$$\langle w(x, y, z) \rangle_t = \langle w_{\text{el}}(x, y, z) \rangle_t + \langle w_{\text{mag}}(x, y, z) \rangle_t = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 |\mathbf{E}(x, y, z)|^2. \quad (2.25)$$

Gilt  $|E_z(x, y, z)|^2 \ll |E_x(x, y, z)|^2 + |E_y(x, y, z)|^2$ , dann vereinfacht sich Gleichung 2.25 zu

$$\langle w(x, y, z) \rangle_t \approx \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 [|E_x(x, y, z)|^2 + |E_y(x, y, z)|^2]. \quad (2.26)$$

## 2.3 Beschreibung der Lichtausbreitung durch Operatoren

In diesem Abschnitt erfolgt die Erläuterung der Simulation der Lichtausbreitung durch optische Systeme. Ein typisches System ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Es kann aus den unterschiedlichsten optischen Komponenten mit Strukturen vom Nanometer- bis Meterbereich bestehen. Außerhalb des Systems soll sich lediglich ein homogenes Medium befinden, das das komplette System einschließt. Es erfolgt im Weiteren die Beschränkung auf passive Elemente. Das Licht läuft dabei i. A. nicht entlang einer festen Achse durch das System. Komponenten, wie z. B. Prismen oder Spiegel, können nicht nur das Licht selbst, sondern auch die grundlegende Propagationsrichtung ändern. Im Folgenden wird angenommen, dass Licht von der linken Seite in das System einfällt. Das Feld der von links einfallenden Welle soll in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  definiert sein und wird mit  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  bezeichnet. Es wird angenommen, dass das die außerhalb des Systems liegende Quelle verlassende Licht hinreichend, z. B. durch Messungen, bekannt ist und es keine Wechselwirkungen zwischen Quelle und System gibt.

Licht kann nun sowohl in Transmission als auch in Reflexion das System verlassen. Das Feld des transmittierten Lichts wird mit  $\mathbf{F}_{\text{trans}}(\hat{\mathbf{r}})$  bezeichnet und ist in einer Ebene  $\bar{\mathbb{G}}_{\text{trans}}$  definiert, während das reflektierte Feld mit  $\mathbf{F}_{\text{refl}}(\hat{\mathbf{r}})$  bezeichnet wird und in einer Ebene  $\hat{\mathbb{G}}_{\text{refl}}$  gegeben ist. Da sich die grundlegende Propagationsrichtung des Lichts im System ändern kann, sind die

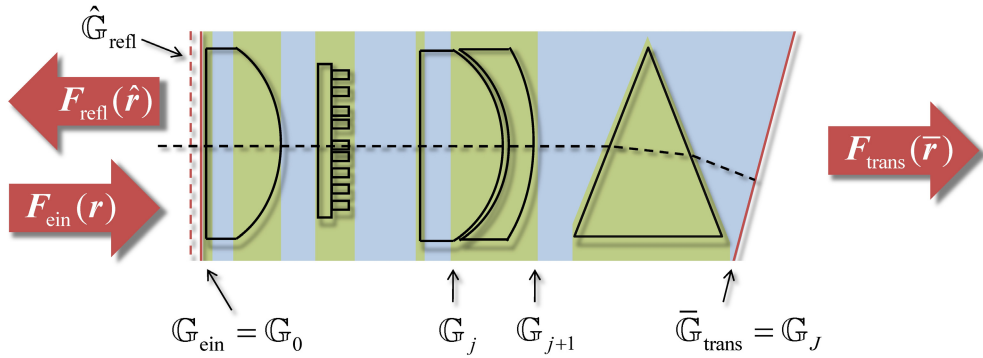


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines optischen Systems und der einfallenden  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  und ausfallenden Felder  $\mathbf{F}_{\text{trans}}(\bar{\mathbf{r}})$ ,  $\mathbf{F}_{\text{refl}}(\hat{\mathbf{r}})$  sowie die Zerlegung in homogene Regionen (blau) und inhomogene Regionen (grün). Die Regionen sind durch Ebenen  $\mathbb{G}_j$  getrennt mit  $j = 0 \dots J$ .

Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$ ,  $\bar{\mathbb{G}}_{\text{trans}}$  und  $\hat{\mathbb{G}}_{\text{refl}}$  nicht notwendigerweise parallel. Außerdem können einfallendes und ausfallendes Licht in unterschiedlichen Koordinatensystemen  $\mathbf{r}$ ,  $\bar{\mathbf{r}}$  und  $\hat{\mathbf{r}}$  definiert sein. Das Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  stellt eine von links einlaufende Welle dar (siehe Abbildung 2.1). Es kann deshalb ein Koordinatensystem  $\mathbf{r}$  gefunden werden, so das bei einer Zerlegung dieses Feldes in ein Spektrum ebener Wellen gemäß Gleichung 2.20 nur vorwärtslaufende ebene Wellen auftreten. Ein solches Koordinatensystem soll auch Verwendung finden. Das ausfallende Licht soll so zwischen den Feldern  $\mathbf{F}_{\text{trans}}(\bar{\mathbf{r}})$  und  $\mathbf{F}_{\text{refl}}(\hat{\mathbf{r}})$  aufgeteilt werden, so dass ebenfalls Koordinatensysteme  $\bar{\mathbf{r}}$  und  $\hat{\mathbf{r}}$  definiert werden können, auf deren Basis bei einer Zerlegung dieser Felder in ein Spektrum ebener Wellen nur vorwärtslaufende ebene Wellen resultieren.

Die Lichtausbreitung durch das System kann in Transmission formal durch

$$\mathbf{F}_{\text{trans}}(\bar{\mathbf{r}}) = \mathcal{S}_{\text{trans}} \mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}) \quad (2.27)$$

$$\begin{pmatrix} E_{\text{trans},y}(\bar{\mathbf{r}}) \\ E_{\text{trans},y}(\bar{\mathbf{r}}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{\text{trans},x} & S_{\text{trans},xy} \\ S_{\text{trans},yx} & S_{\text{trans},y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\text{ein},x}(\mathbf{r}) \\ E_{\text{ein},y}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

beschrieben werden. Analog dazu wird das reflektierte Feld durch  $\mathbf{F}_{\text{refl}}(\hat{\mathbf{r}}) = \mathcal{S}_{\text{refl}} \mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  modelliert. Die Komponente  $S_{\text{trans/refl},x}$  beschreibt die Veränderung der x-Feldkomponente,  $S_{\text{trans/refl},y}$  beschreibt die Veränderung der y-Feldkomponente und  $S_{\text{trans/refl},xy}$ ,  $S_{\text{trans/refl},yx}$  beschreiben eine Wechselwirkung zwischen beiden Feldkomponenten.

Der Operator  $\mathcal{S}_{\text{trans/refl}}$  kann rigoros oder in Approximation die Lichtausbreitung beschreiben. Eine rigorose Modellierung ist für ganze Systeme meist zu rechenaufwändig. Eine Modellierung auf Basis einer bestimmten Approximation kann meist nur für eine Komponente und ein Feld, aber nicht für ein ganzes System hinreichend genau verwendet werden. Deshalb soll die Zerlegung des Systems in inhomogene und homogene Regionen, wie in Abbildung 2.1 zu sehen, erfolgen. Pro Region kann nun eine andere Modellierung der Lichtausbreitung angewandt werden. Dieses Konzept wird deshalb auch als Unified Optical Modeling bezeichnet. Eine Region gilt dabei als homogen, wenn das Licht vollständig in einem Gebiet mit konstanter Brechzahl  $\tilde{n}$

propagiert. Die Region  $j+1$  soll durch die Ebenen  $\mathbb{G}_j$  und  $\mathbb{G}_{j+1}$  von den benachbarten Regionen getrennt sein mit  $j = 0 \dots J$ . Für eine einzelne Region  $j$  kann nun leichter eine geeignete Modellierung durch einen Operator  $\mathcal{S}_{\text{trans/refl},j}$  gewählt werden, die hinreichend genau und gleichzeitig mit sinnvollem Simulationsaufwand auszuwerten ist.

Die Regionen werden normalerweise so gewählt, dass die homogenen Regionen in der Ausdehnung maximiert werden, da für homogene Regionen meist eine größere Auswahl approximierter und rigoroser Propagationsmethoden zur Verfügung steht (siehe auch Abschnitte 2.4, 2.5, 2.8). Unter der Näherung, dass es keine Wechselwirkung zwischen den Regionen gibt, können für ein Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$  in der Ebene  $\mathbb{G}_j$  nun leicht das transmittierte und reflektierte Feld gemäß

$$\mathbf{F}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{\text{trans},j+1}) = \mathcal{S}_{\text{trans},j} \mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{F}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{\text{refl},j+1}) = \mathcal{S}_{\text{refl},j} \mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j). \quad (2.30)$$

ermittelt werden. Abbildung 2.2 zeigt schematisch die Lichtausbreitung durch eine Region. Die

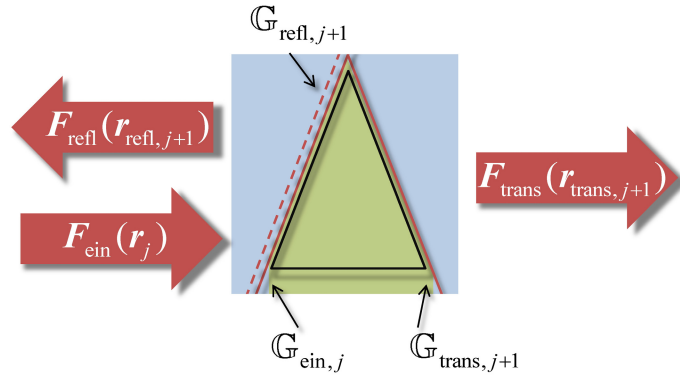


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Lichtausbreitung durch eine inhomogene Region  $j+1$ . Das einfallende Licht  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$  ist in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  gegeben. Das transmittierte Licht  $\mathbf{F}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{\text{trans},j+1})$  soll in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans},j+1}$  durch den Operator  $\mathcal{S}_{\text{trans}}$  berechnet werden. Das reflektierte Licht  $\mathbf{F}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{\text{refl},j+1})$  kann in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{refl},j+1}$  durch den Operator  $\mathcal{S}_{\text{refl}}$  simuliert werden

Operatorenmatrix für Transmission oder Reflexion  $\mathcal{S}_{\text{trans/refl}}$  des kompletten Systems ergibt sich dann zu

$$\mathcal{S}_{\text{trans/refl}} = \mathcal{S}_{\text{trans/refl},J} \cdot \mathcal{S}_{\text{trans/refl},J-1} \cdots \mathcal{S}_{\text{trans/refl},j} \cdots \mathcal{S}_{\text{trans/refl},2} \mathcal{S}_{\text{trans/refl},1} \quad (2.31)$$

Für alle Simulationen in dieser Arbeit werden die folgenden Annahmen gemacht:

- Pro Region wird nur eine entweder von links oder rechts einlaufende Wellen beachtet.
- Pro Region wird nur reflektiertes oder transmittiertes Licht simuliert (nur  $\mathcal{S}_{\text{trans}}$  oder  $\mathcal{S}_{\text{refl}}$  werden aufgestellt).

- Es erfolgt eine sequentielle Modellierung der Lichtausbreitung durch das System. Passiert das Licht mehrfach eine Region (z. B. durch Reflexion an einer Oberfläche), so muss die Propagation durch die Region mehrfach in die Operatorkette 2.31 eingefügt werden. Unabhängig davon kann die Simulation der Lichtausbreitung innerhalb einer Region sequentiell oder nicht-sequentiell simuliert werden.
- Die Reihenfolge der Operatoren in der Kette 2.31 wird durch den Lichtweg bestimmt, d. h. nicht die geometrischen Positionen der Regionen sind entscheidend, sondern die Reihenfolge, in der die einzelnen Regionen vom Licht passiert werden.

Es gibt wichtige Spezialfälle für Operatoren  $\mathcal{S}_{\text{trans/refl}}$ , die nachfolgend eingeführt werden sollen. Das ist zum einen der skalare Operator. Bei einem skalaren Operator treten keine Wechselwirkungen zwischen den x- und y- Feldkomponenten auf. Außerdem wird die Ausbreitung beider Feldkomponenten identisch beschrieben. Ein solcher Operator hat die Form

$$\mathcal{S}_{\text{skalar}} = \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Zu beachten ist, dass bei dieser Definition ein skalarer Operator keine skalare Felddarstellung bedingt. Der zweite Spezialfall ist ein Operator für eine homogene Region. Der Propagationsoperator wird nachfolgend durch  $\mathcal{P}$  bezeichnet mit

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Der Operator  $\mathcal{P}$  existiert nur für transmittiertes Licht, da in einer homogenen Region keine Reflexion erzeugt wird.  $\mathcal{P}$  ist nach obiger Definition ebenfalls ein skalarer Operator.

## 2.4 Lichtausbreitung in inhomogenen Regionen eines optischen Systems

Die Simulation der Lichtausbreitung durch inhomogene Regionen, die aus einer Sequenz von Oberflächen und homogenen Medien bestehen, wird nachfolgend beschrieben. Die Ausbreitung kann durch verschiedene Modelle beschrieben werden, die von stark approximierten Konzepten bis zu rigorosen reichen. Alle Modelle für inhomogene Regionen gelten natürlich auch für homogene Regionen. In Abschnitt 2.5 werden allerdings noch Spezialfälle abgeleitet, die nur in homogenen Regionen angewandt werden können. Es wird im Folgenden angenommen, dass die Strukturen einer Region  $j$  durch eine Reihe von Strukturparametern  $\alpha_j$  vollständig beschrieben werden können. Jeder Operator  $\mathcal{S}_j(\alpha_j)$  zur Beschreibung der Lichtausbreitung durch eine inhomogene oder homogene Region benötigt die Strukturparameter  $\alpha_j$  zur Beschreibung der Propagation. Nachfolgend werden die Strukturparameter in Form des Parameters  $\alpha_j$  an einem

Operator weggelassen, wenn sie nicht zum Verständnis der physikalischen und mathematischen Zusammenhänge notwendig sind. Für diese Arbeit hat die geometrisch-optische Näherung zur Propagation durch inhomogene Regionen eine große Bedeutung. Deshalb wird diese im folgenden Abschnitt detailliert betrachtet.

## 2.4.1 Propagation von Feldern in geometrisch-optischer Näherung

Die Propagation ebener Wellen in homogenen Medien sowie durch ebene Grenzflächen ist rigoros analytisch bekannt [2]. Deshalb ist es naheliegend, eine Approximation eines Feldes durch lokale ebene Elementarwellen durchzuführen. Eine solche Approximation wird vor allem in der sogenannten Strahlverfolgung (Raytracing) angewandt. Allerdings wird dort keine Lichtdarstellung mit Hilfe der komplexen Amplitudeninformation, sondern lediglich eine stark vereinfachte mittels Strahlenbündeln verwendet. Amplitude, Phase und Polarisation werden oft nicht vollständig berücksichtigt. Bei der geometrisch-optischen Näherung der Ausbreitung von Feldern in der eingeführten komplexen Amplitudendarstellung wird die komplexe Amplitude durch lokal ebene Wellen angenähert. Im Gegensatz zur Strahlverfolgung muss die Simulation der Ausbreitung der lokal ebenen Wellen phasen- und amplitudenrichtig erfolgen [1, 18, 53, 54]. Die Feldapproximation durch lokal ebene Wellen, deren Propagation sowie die Intensitätsgesetze der geometrischen Optik werden nachfolgend erläutert.

### 2.4.1.1 Die Approximation von Feldern durch lokal ebene Wellen

Das elektrische Feld einer lokal ebenen Welle mit dem Ursprung am Punkt  $\mathbf{r}_{0,j}$  ist in einem homogenen Medium durch die komplexe Amplitude  $A(\mathbf{r}_{0,j})$  und einen Richtungsvektor  $\mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})$  gemäß

$$\mathbf{E}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j) = A(\mathbf{r}_{0,j}) e^{i\frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{0,j}) - \frac{2\pi n \kappa}{\lambda} \mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{0,j})} \quad (2.34)$$

definiert. Dabei gilt  $n = \Re(\check{n})$ . Die Welle ist in Ausbreitungsrichtung gedämpft und  $\kappa$  ist der Extinktionskoeffizient. Auch hier sind nur zwei der drei Feldkomponenten unabhängig. Im Folgenden sollen das die x- und y-Komponente sein und das Feld der Welle wird vereinfacht durch einen Operanden  $\mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j) = (E_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j},x}(\mathbf{r}_j), E_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j},y}(\mathbf{r}_j))$  ausgedrückt. Die z-Komponente  $E_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j},z}(\mathbf{r}_j)$  ergibt sich dann wiederum aus der Divergenzgleichung 2.13. Der einzige Freiheitsgrad der z-Komponente ist  $A_z(\mathbf{r}_{0,j})$  und folgt zu

$$A_z(\mathbf{r}_{0,j}) = -\frac{d_{\text{ein},x}(\mathbf{r}_{0,j})A_x(\mathbf{r}_{0,j}) + d_{\text{ein},y}(\mathbf{r}_{0,j})A_y(\mathbf{r}_{0,j})}{d_{\text{ein},z}(\mathbf{r}_{0,j})}. \quad (2.35)$$

Das Feld  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  muss nun an Stellen  $\mathbf{r}_{0,j}$  durch genau solche ebene Wellen approximiert werden. Dazu muss die Ermittlung des Richtungsvektors  $\mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})$  sowie der komplexen Amplitude  $A(\mathbf{r}_{0,j})$  erfolgen. Die Richtung  $\mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})$  resultiert aus der Eikonalgleichung [1]

$$\frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j}) = \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{0,j}) \nabla \phi(\mathbf{r}_j) \quad (2.36)$$

mit

$$\phi(\mathbf{r}_j) = \text{Arg}(U(\mathbf{r}_j)). \quad (2.37)$$

Wenn das Feld in einer Ebene  $\mathbb{G}_j$  vorliegt, dann können leicht die Ableitungen in den Richtungen  $x_j$  und  $y_j$  numerisch berechnet werden. Die z-Komponente des Richtungsvektors ergibt sich dann nach

$$d_z(\mathbf{r}_{0,j}) = \sqrt{1 - d_x^2(\mathbf{r}_{0,j}) - d_y^2(\mathbf{r}_{0,j})}. \quad (2.38)$$

$U(\mathbf{r}_j)$  steht in Gleichung 2.37 für die x- oder y-Feldkomponente von  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$ . Da beide Feldkomponenten i. A. keine gleichen Phasenverteilungen aufweisen, resultieren jeweils unterschiedliche Richtungsvektoren und es muss die Approximation durch lokal ebene Wellen für beide Feldkomponenten getrennt erfolgen. Abschließend muss noch die komplexe Amplitude  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_{0,j})$  einer lokal ebenen Welle bestimmt werden. Wie oben erwähnt, erfolgt eine getrennte Zerlegung der x- und y-Komponente des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$ . Lokal ebene Wellen, deren Richtungen aus der x-Komponente  $F_{\text{ein},x}(\mathbf{r}_j)$  berechnet wurden, sollen in x-Richtung linear polarisiert sein. Ihre komplexen Amplituden ergeben sich aus der x-Feldkomponente zu

$$\begin{pmatrix} A_x(\mathbf{r}_{0,j}) \\ A_y(\mathbf{r}_{0,j}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathbf{F}_{\text{ein},x}(\mathbf{r}_{0,j}). \quad (2.39)$$

Lokal ebene Wellen, deren Richtungen aus der y-Komponente  $F_{\text{ein},y}(\mathbf{r}_j)$  berechnet wurden, sind dagegen in y-Richtung linear polarisiert. Ihre komplexen Amplituden ergeben sich zu

$$\begin{pmatrix} A_x(\mathbf{r}_{0,j}) \\ A_y(\mathbf{r}_{0,j}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{F}_{\text{ein},y}(\mathbf{r}_{0,j}). \quad (2.40)$$

#### 2.4.1.2 Propagation lokal ebener Wellen

Die Propagation einer lokal ebenen Welle  $\mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j)$  mit einem Ursprung im Punkt  $\mathbf{r}_{0,j}$  in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  durch eine inhomogene Region wird durch den Operator  $\mathcal{S}_{\text{eben}}$  beschrieben

$$\mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j},\mathcal{Q}}(\mathbf{r}_{j+1}) = \mathcal{S}_{\text{eben}} \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j). \quad (2.41)$$

Die Ausbreitung kann in Propagationen durch Grenzflächen und durch homogene Medien zwischen Grenzflächen zerlegt werden. Die Eikonalgleichung 2.36 erlaubt die Definition einer lokal ebenen Welle für einen beliebigen Punkt einer Feldkomponente  $\mathbf{F}_{\text{ein},x/y}(\mathbf{r}_j)$ , wobei typischerweise der Richtungsvektor mit dem Ort variiert. Es kann gezeigt werden, dass der Richtungsvektor auch die Richtung des lokalen Energieflusses in der Näherung lokal ebener Wellen angibt [1] und dieser damit ebenfalls lokal variiert. Obwohl eine lokal ebene Welle grundsätzlich durch Gleichung 2.34 eine unendlich große Ausdehnung senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung besitzt, ist es i. A. nicht sinnvoll, ihr eine solche zuzuordnen, da dies zu einer Überlappung benachbarter Wellen führen würde. Eine zweckmäßige physikalische Interpretation einer solchen Überlappung ist nicht möglich.



Die Propagation einer lokal ebenen Welle wird deshalb nur entlang eines Strahls betrachtet, der durch den Ursprung  $\mathbf{r}_{0,j}$  und den Richtungsvektor  $\mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})$  definiert wird. Dieser Strahl wird bis zur nächsten Grenzfläche verfolgt und an dieser abgelenkt. Der Schnittpunkt  $\mathbf{r}_{0,j,q}$  mit der Grenzfläche definiert den Ursprung einer neuen lokal ebenen Welle. Dabei stellt der Index  $1 \leq q \leq Q$  die einzelnen Grenzflächen in der Reihenfolge dar, in der sie von der lokal ebenen Welle getroffen werden (siehe Abbildung 2.3). Der zurückgelegte optische Weg  $\psi$  einer ebenen

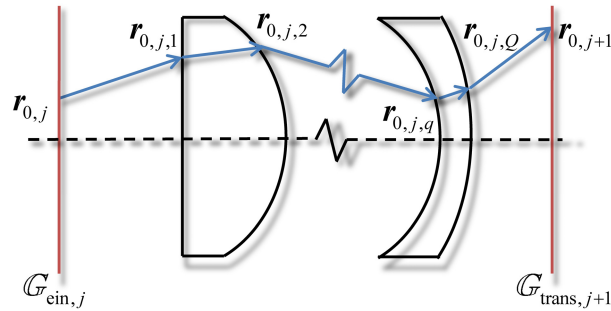


Abbildung 2.3: Lokal ebene Wellen propagieren in einer Region  $j$  entlang eines Strahls, der durch den Ursprung der Welle und ihre Richtung definiert wird. Schneidet eine Welle eine Grenzfläche, wird sie abgelenkt und es entsteht eine neue Welle mit dem Schnittpunkt  $\mathbf{r}_{0,j,q}$  als Ursprung.

Welle in einer inhomogenen Region, die aus unterschiedlichen, durch Grenzflächen getrennte homogene Medien zusammengesetzt ist, kann durch

$$\psi = \sum_{q=0}^Q n_q \mathbf{d}_q (\mathbf{r}_{q+1} - \mathbf{r}_q) \quad (2.42)$$

beschrieben werden. Daraus folgen aus Gleichung 2.34 die Phasenmodulation

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \psi \quad (2.43)$$

sowie die Verringerung der Amplitude durch Absorption

$$a = \frac{2\pi n \kappa}{\lambda} \psi. \quad (2.44)$$

Wird eine Grenzfläche als lokal eben angenommen, so kann die Ablenkung einer lokal ebenen Welle an dieser durch Brechungs- und Reflexionsgesetz beschrieben werden. Die Brechung einer ebenen Welle mit Richtungsvektor  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  an der Position  $\mathbf{r}_{0,j,q}$  einer Grenzfläche zwischen zwei homogenen Medien wird durch das vektorielle Brechungsgesetz [6]

$$\mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \frac{n_q}{n_{q+1}} \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) - \mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \left\{ \frac{n_q}{n_{q+1}} (\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})) - \right. \quad (2.45)$$

$$\left. \sqrt{1 - \left( \frac{n_q}{n_{q+1}} \right)^2 [1 - (\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}))^2]} \right\} \quad (2.46)$$

beschrieben.  $n_q$  ist der Realteil der Brechzahl des Mediums vor der Grenzfläche und  $n_{q+1}$  der Realteil der Brechzahl des Mediums nach der Grenzfläche.  $\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  bezeichnet den Normalenvektor der Oberfläche an der Stelle  $\mathbf{r}_{0,j,q}$ . Das vektorielle Reflexionsgesetz [6] lautet

$$\mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) - 2[\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})]\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}). \quad (2.47)$$

Die Änderung der komplexen Amplitude für Feldkomponenten senkrecht (Index s) und parallel (Index p) zur lokalen Einfallsebene wird durch die Fresnel-Formeln beschrieben (siehe auch Anhang A.3). Für unbeschichtete [1] und beschichtete Grenzflächen [7] können die Koeffizienten analytisch berechnet werden. Die komplexen Transmissions- und Reflektionskoeffizienten für eine unbeschichtete Grenzfläche lauten

$$\begin{aligned} t_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= \frac{2\check{n}_1 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\check{n}_1 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + \check{n}_2 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} \\ t_p(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= \frac{2\check{n}_1 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\check{n}_2 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + \check{n}_1 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} \\ r_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= \frac{\check{n}_1 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) - \check{n}_2 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\check{n}_1 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + \check{n}_2 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} \\ r_p(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= \frac{\check{n}_2 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) - \check{n}_1 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\check{n}_2 e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + \check{n}_1 e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} \end{aligned} \quad (2.48)$$

mit

$$e_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (2.49)$$

$$e_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (2.50)$$

$$e_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}). \quad (2.51)$$

Die Fresnelschen Formeln beschreiben allerdings nur die Änderung von Feldkomponenten senkrecht und parallel zur lokalen Einfallsebene, während das Feld der lokal ebenen Welle in x- und y- Richtung vorliegt. Deshalb muss das Feld der Welle vor der Oberfläche in Komponenten senkrecht und parallel zur lokalen Einfallsebene zerlegt werden. Anschließend erfolgt die Multiplikation der Fresnel-Koeffizienten und wieder eine Berechnung der x- und y-Feldkomponente. Die entsprechenden Berechnungen sind im Anhang A.3 dargestellt.

### 2.4.1.3 Intensitätsgesetze der geometrischen Optik

Bei der Propagation lokal ebener Wellen müssen die Intensitätsgesetze der geometrischen Optik beachtet werden. Für jede lokal ebene Welle muss deshalb ein Amplitudenkorrekturfaktor  $D$  berechnet werden, so dass gilt

$$|\mathbf{A}(\mathbf{r}_{j+1})|^2 = C \cdot D^2 |\mathbf{A}(\mathbf{r}_j)|^2. \quad (2.52)$$

$C$  ist dabei eine Konstante, die Energieverluste durch Absorption und Fresnelverluste beschreibt. Bei  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_j)$  handelt es sich um die komplexe Amplitude der lokal ebenen Welle in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  zu Beginn der inhomogenen Region und bei  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_j)$  um die komplexe Amplitude in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans/refl},j+1}$  am Ende der Region. Es ergeben sich nun zwei Intensitätsgesetze der geometrischen Optik. Das eine beschreibt die Energieerhaltung während der Propagation einer lokal ebenen Welle durch ein homogenes Medium, während das andere die Energieerhaltung bei der Brechung oder Reflexion an einer Grenzfläche modelliert. Der Amplitudenkorrekturfaktor setzt sich deshalb aus zwei Teilen  $D = D_{\text{homogen}} D_{\text{fläche}}$  zusammen. Als erstes erfolgt die Beschreibung des Intensitätsgesetzes für eine Propagation durch die homogenen Medien zwischen den Grenzflächen einer inhomogenen Region. Lokal ebene Wellen mit benachbartem Ursprung  $\mathbf{r}_{0,j}$  spannen senkrecht zu ihren Richtungsvektoren  $\mathbf{d}(\mathbf{r}_{0,j})$  zu Beginn der inhomogenen Region eine Fläche  $\mathbb{B}_j$  mit dem Flächeninhalt  $B_j$  auf. Am Ende der inhomogenen Region ergibt sich eine geänderte Fläche  $\mathbb{B}_{j+1}$  mit dem Inhalt  $B_{j+1}$  (siehe auch Abbildung 2.4). Der Energiefluss durch die Flächen  $\mathbb{B}_j$  und  $\mathbb{B}_{j+1}$  muss unter Abwesenheit von Absorption konstant bleiben [1], d. h.

$$D_{\text{homogen}}^2 = \frac{B_j}{B_{j+1}}. \quad (2.53)$$

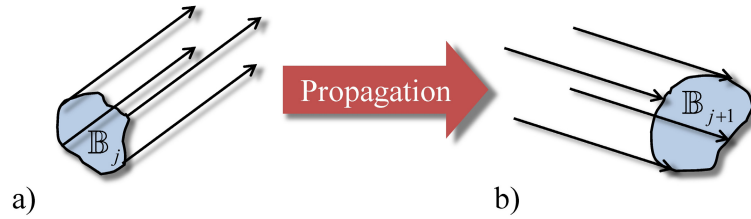


Abbildung 2.4: Benachbarte lokal ebene Wellen spannen eine Fläche  $\mathbb{B}_j$  mit dem Flächeninhalt  $B_j$  senkrecht zu ihren Richtungsvektoren auf (a). Diese Fläche ändert sich während der Propagation durch eine inhomogene Region in eine Fläche  $\mathbb{B}_{j+1}$  mit dem Inhalt  $B_{j+1}$  (b).

Bei der Transmission von lokal ebenen Wellen durch eine lokal ebene Grenzfläche muss zusätzlich das Intensitätsgesetz der Fresnelschen Gleichungen pro Oberfläche  $q$  beachtet werden [1]. Es lautet für Feldkomponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene

$$|\mathbf{A}_s(\mathbf{r}_{0,j,q+1})|^2 = T_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) |\mathbf{A}_s(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2 \quad (2.54)$$

$$|\mathbf{A}_p(\mathbf{r}_{0,j,q+1})|^2 = T_p(\mathbf{r}_{0,j,q}) |\mathbf{A}_p(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2. \quad (2.55)$$

Die Terme  $T_s(\mathbf{r}_{0,j,q})$  und  $T_p(\mathbf{r}_{0,j,q})$  werden als Transmittivität bezeichnet mit

$$T_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} |t_s(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2 \quad (2.56)$$

$$T_p(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} |t_p(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2.$$

Analog kann eine Reflektivität

$$\begin{aligned} R_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= |r_s(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2 \\ R_p(\mathbf{r}_{0,j,q}) &= |r_p(\mathbf{r}_{0,j,q})|^2 \end{aligned} \quad (2.57)$$

definiert werden. Somit ergibt sich aus den Gleichungen 2.56, 2.57, A.19, A.20 insgesamt eine Energiekorrektur auf Grund der Fresnel-Formeln für eine lokal ebene Welle von

$$D_{\text{fläche}}^2 = \prod_{q=0}^Q H_q \quad (2.58)$$

mit

$$H_q = \begin{cases} \frac{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})} & : \text{für Transmission an der Grenzfläche } q \\ 1 & : \text{für Reflexion an der Grenzfläche } q \end{cases} \quad (2.59)$$

Daraus folgt ein gesamter Energiekorrekturfaktor von

$$D^2 = \left( \prod_{q=0}^Q H_q \right) \frac{B_j}{B_{j+1}}. \quad (2.60)$$

#### 2.4.1.4 Rekonstruktion der komplexen Amplitude aus lokal ebenen Wellen

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie aus den komplexen Amplituden der lokal ebenen Wellen sowie den Amplitudenkorrekturfaktoren das Feld  $\mathbf{F}_{\text{trans/refl}}(\mathbf{r}_{j+1})$  in den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{trans/refl},j+1}$  rekonstruiert werden kann. Eine lokal ebene Welle soll nach ihrer Propagation durch die inhomogene Region in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans/refl},j+1}$  an einem Punkt  $\mathbf{r}_{0,j+1}$  enden. Der Punkt  $\mathbf{r}_{0,j+1}$  ist dabei als der Schnittpunkt eines Strahls mit der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans/refl},j+1}$  zu verstehen, wobei der Strahl durch den Schnittpunkt mit der letzten Grenzfläche  $\mathbf{r}_{0,j,Q}$  und dem Richtungsvektor  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,Q})$  aufgespannt wird. Zur Rekonstruktion des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{trans/refl}}(\mathbf{r}_{j+1})$  müssen nun alle lokal ebenen Wellen mit unterschiedlichem Ursprung  $\mathbf{r}_{0,j}$  in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  ermittelt werden, die in dem Rekonstruktionspunkt  $\mathbf{r}_{0,j+1} = \mathbf{r}_{j+1}$  enden. Die Menge dieser Wellen kann durch

$$\mathbb{K} = \{ \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j) : \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j,Q}}(\mathbf{r}_{j+1}) = \mathcal{S}_{\text{eben}} \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j) \wedge \mathbf{r}_{0,j+1} = \mathbf{r}_{j+1} \} \quad (2.61)$$

definiert werden.

Um die komplexe Amplitude an der Stelle  $\mathbf{r}_{j+1}$  zu erhalten, müssen die komplexen Amplituden aller lokal ebenen Wellen der Menge  $\mathbb{K}$  komplex addiert werden. Dazu werden die Amplituden, Phasen und die Amplitudenkorrekturfaktoren der lokal ebenen Wellen entsprechend der Abschnitte 2.4.1.2 und 2.4.1.3 berechnet, d. h.

$$\mathbf{F}_{\text{trans/refl}}(\mathbf{r}_{j+1}) = \sum_{\forall \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}(\mathbf{r}_j) \in \mathbb{K}} D \cdot \left( \mathcal{S}_{\text{eben}} \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}} \right) (\mathbf{r}_{j+1}). \quad (2.62)$$

In  $\mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{j+1,0}}(\mathbf{r}_{j+1}) = \mathcal{S}_{\text{eben}} \mathbf{F}_{\text{eben},\mathbf{r}_{0,j}}$  sind Amplituden- und Phasenänderungen infolge des optischen Weges (siehe Gleichungen 2.43 und 2.44) sowie auf Grund der Fresnel-Effekte (siehe Abschnitt 2.4.1.2) bereits eingerechnet.

### 2.4.1.5 Approximationsstufen der geometrischen Optik

Die physikalischen Grundlagen der geometrisch-optischen Näherung der Lichtpropagation wurden in den letzten Abschnitten eingeführt. Auf dieser Basis können weitere Approximationen der Lichtausbreitung gemacht werden. Ansatzpunkte für weitere Näherungen sind zum einen die Berechnung der Richtungen der lokal ebenen Wellen aus der Phase eines Feldes und zum anderen die Beschreibung von deren Propagation. Als erstes sollen sinnvolle Vereinfachungen während der Propagation eingeführt werden. Die Propagation setzt sich aus der Beachtung des optischen Weges  $\psi$ , der Anwendung des Brechungs- bzw. Reflexionsgesetzes und der Fresnel'schen Formeln zusammen. Hier sind folgende Annahmen denkbar

1. Nur Beachtung des optischen Wegs  $\psi$  gemäß Gleichung 2.42 und Vernachlässigung von Brechungsgesetz, Reflexionsgesetz und Fresnel-Verlusten

$$\mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (2.63)$$

$$\mathbf{A}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{A}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{A}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}). \quad (2.64)$$

Auf Grund dieser Vereinfachungen handelt es sich um einen skalaren Operator entsprechend Gleichung 2.32.

2. Beachtung des optischen Wegs  $\psi$  gemäß Gleichung 2.42 und Anwendung des Brechungs- bzw. Reflexionsgesetzes gemäß Gleichungen 2.46 und 2.47. Fresnelverluste werden vernachlässigt

$$\mathbf{A}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{A}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = \mathbf{A}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}). \quad (2.65)$$

Auch auf Basis dieser Annahmen resultiert immer noch ein skalarer Operator.

3. Beachtung des optischen Wegs  $\psi$  gemäß Gleichung 2.42 und Anwendung des Brechungs- bzw. Reflexionsgesetzes gemäß Gleichungen 2.46 und 2.47. Die Fresnel'schen Formeln werden nur für senkrechten Einfall beachtet.

$$\mathbf{A}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = t \mathbf{A}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (2.66)$$

$$\mathbf{A}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q+1}) = r \mathbf{A}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (2.67)$$

Die Koeffizienten  $r$  und  $t$  ergeben sich aus den Gleichungen 2.48 für  $e_{\text{ein}}(\mathbf{r}) = e_{\text{trans}}(\mathbf{r}) = e_{\text{refl}}(\mathbf{r}) = 1$  zu

$$t = \frac{2\check{n}_1}{\check{n}_1 + \check{n}_2} \quad (2.68)$$

$$r = \frac{\check{n}_1 - \check{n}_2}{\check{n}_1 + \check{n}_2} \quad (2.69)$$

Auch diese Annahmen resultieren in einem skalaren Operator.

4. Beschreibung der Lichtausbreitung gemäß Abschnitt 2.4.1.2. Durch die Anwendung der Fresnelschen Formeln auf jeden Punkt der Oberfläche sind auch vektorielle Effekte eingeschlossen. Dieser geometrisch-optische Operator ist deshalb insgesamt vektoriell.

Nur wenige Wellen erfüllen exakt die Eikonalgleichung 2.36 und lassen sich geometrisch-optisch fehlerfrei propagieren (z. B. Kugelwellen oder unendlich ausgedehnte ebene Wellen in homogenen Medien). Für alle anderen Wellen treten mehr oder weniger starke physikalische Modellierungsfehler auf. Ein typisches Zeichen für Modellierungsfehler sind oft Überkreuzungen von benachbarten lokal ebenen Wellen. Diese Überkreuzungen führen bei der Rekonstruktion der komplexen Amplitude in den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{trans/refl},j+1}$  typischerweise zu starken Störungen, die keine sinnvolle physikalische Interpretation erlauben. Um eine Näherungslösung des propagierten Feldes  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_{j+1})$  zu erreichen, ist es oft sinnvoll, die Phasenverteilung der zu propagierenden komplexen Amplitude  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  für die Berechnung der Richtungen der lokal ebenen Wellen durch die Eikonalgleichung 2.36 zu approximieren. Die komplexe Amplitude  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_{0,j})$  einer lokal ebenen Welle wird aber weiterhin unter Berücksichtigung der tatsächlichen Phase durch die Gleichung 2.39 berechnet. Folgende Approximationen der Phase für die Berechnung der Richtungen sind denkbar:

I Approximation der Phase durch eine Konstante  $\phi_{\text{konst}}(\mathbf{r}_j) = \phi_0$ .

II Approximation der Phase durch eine lineare Phase

$$\phi_{\text{lin}}(\mathbf{r}_j) = \frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{d}\mathbf{r}_j \quad (2.70)$$

mit

$$\int_{\mathbb{R}^2} [\phi_{\text{lin}}(\mathbf{r}_j) - \phi(\mathbf{r}_j)]^2 dx dy = \min. \quad (2.71)$$

III Approximation der Phase durch die Summe einer linearen und einer sphärischen Phase

$$\phi_{\text{lin,sphär}}(\mathbf{r}_j) = \frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{d}\mathbf{r}_j + \frac{2\pi n}{\lambda} |\mathbf{r}_j| \quad (2.72)$$

mit

$$\int_{\mathbb{R}^2} [\phi_{\text{lin,sphär}}(\mathbf{r}_j) - \phi(\mathbf{r}_j)]^2 dx dy = \min. \quad (2.73)$$

IV Systematische Hinzunahme weiterer Phasenterme höherer Ordnung z. B. durch Entwicklung in Zernikekoeffizienten.

V Verwendung der realen Phasenverteilung der Welle.

Tabelle 2.1 zeigt eine Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Näherungen der Phase von  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  zur Berechnung der Richtungen der lokal ebenen Wellen sowie deren Propagation. Die verschiedenen Näherungen werden unter dem Begriff „geometrische Optik“ zusammengefasst. Die Näherung I.1 entspricht dabei der bekannten Dünne-Elemente-Approximation, die vor allem zur Simulation von diffraktiven Elementen oder dünnen Linsen angewandt wird [8]. Sie wird im Folgenden als  $\mathcal{S}_{\text{TEA}}$  bezeichnet.

Propagations- approximation	1: optischer Weg	2: 1+Brechung	3: 2+Fresnel	4: komplett
Phasenapproximation				
I: Konstante	$\mathcal{S}_{\text{TEA}}$	-	-	-
II: lineare Phase	-	-	-	-
III: II+sphärische Phase	-	$\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$	$\mathcal{S}_{\text{approxGrad,Fresnel,skal}}$	$\mathcal{S}_{\text{approxGrad,vekt}}$
IV: III+höhere Ordnungen	-	-	-	-
V: lokale Gradienten	-	$\mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal}}$	$\mathcal{S}_{\text{lokGrad,Fresnel,skal}}$	$\mathcal{S}_{\text{lokGrad,vekt}}$

Tabelle 2.1: Übersicht über die in dieser Arbeit verwendeten Näherungen der Phase von  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  zur Berechnung der Richtungen der lokal ebenen Wellen sowie deren Propagation. Die verschiedenen Näherungen werden unter dem Begriff „geometrische Optik“ zusammengefasst.

## 2.4.2 Zerlegung von Feldern in ein Spektrum ebener Wellen und deren Propagation durch inhomogene Regionen

Jedes Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$  kann durch eine kohärente Superposition von elementaren Moden ausgedrückt werden. Diese Moden können jeweils mit allen bekannten Propagationmethoden für inhomogene Regionen durch eine solche propagiert werden. U. a. ist die Propagation auch in geometrisch-optischer Näherung möglich. Um wieder ein Feld  $\mathbf{F}_{\text{trans/refl}}(\mathbf{r}_j)$  zu erhalten, müssen die propagierten Moden überlagert werden. Durch dieses Konzept sind Interferenzeffekte zwischen den propagierten Moden eingeschlossen. In dieser Arbeit sollen die Moden mittels geometrischer Optik propagiert werden. Bei geometrisch-optischer Propagation eines Modes wird dieser i. A. durch lokal ebene Wellen approximiert. Werden ebene Wellen als Moden verwendet und ein Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)$  mittels eines Operators  $\mathcal{K}$  in ein Spektrum ebener Wellen

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\text{ein}}(x, y, z_j, k_x, k_y) = \mathcal{K}\mathbf{F}_{\text{ein}}(x, y, z_j) = [\mathcal{F}\mathbf{F}_{\text{ein}}(x, y, z_j)] e^{i(k_x x + k_y y)}$$

zerlegt, kann jede diese ebenen Wellen exakt durch lokal ebene Wellen ausgedrückt werden [55, 56, 57]. Zur Propagation einer ebenen Welle können die in den Abschnitten 2.4.1.1-2.4.1.5 beschriebenen geometrisch-optischen Methoden angewandt werden

$$\mathbf{F}_{\text{spw}}(x, y, z_{j+1}, k_x, k_y) = \mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal/vekt}}\tilde{\mathbf{F}}_{\text{ein}}(x, y, z_j, k_x, k_y). \quad (2.74)$$

Alle aus der Propagation der ebenen Wellen resultierenden Felder  $\mathbf{F}_{\text{spw}}(x, y, z_{j+1}, k_x, k_y)$  müssen letztendlich in der Ebene  $\mathbb{G}_{j+1}$  durch einen Operator  $\mathcal{K}^{-1}$  überlagert werden

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{trans/refl}}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) &= \mathcal{K}^{-1}\mathbf{F}_{\text{spw}}(x, y, z_{j+1}, k_x, k_y) \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{F}_{\text{spw}}(x, y, z_{j+1}, k_x, k_y) dk_x dk_y \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal/vekt}}\tilde{\mathbf{F}}_{\text{ein}}(x, y, z_j, k_x, k_y) dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Die oben beschriebene Zerlegung in ein Spektrum ebener Wellen, deren Propagation in geometrisch-optischer Näherung sowie die Überlagerung der propagierten ebenen Wellen wird nachfolgend durch die Operatorsequenz  $\mathcal{K}^{-1}\mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal/vekt}}\mathcal{K}$  ausgedrückt.

## 2.5 Lichtausbreitung in homogenen Regionen eines optischen Systems

In Abschnitt 2.2 wurde die Lichtausbreitung in unendlich ausgedehnten homogenen Medien behandelt. Daraus können Algorithmen zur Propagation durch eine homogene Region eines Systems abgeleitet werden. Die Region soll in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  beginnen und in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans},j+1}$  enden. Da in homogenen Regionen nur transmittiertes Licht auftritt, wird der entsprechende Index am Feld im Folgenden weggelassen. Die Beschreibung der Lichtausbreitung zwischen den beiden Ebenen kann sowohl approximativ als auch rigoros erfolgen. I. A. ist die genaue Beschreibung der Ausbreitung zwischen zwei beliebigen Ebenen nicht trivial. Im Folgenden wird angenommen, dass die beiden Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  und  $\mathbb{G}_{\text{trans},j+1}$  parallel sind und keinen lateralen Versatz zueinander besitzen. Die Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  soll sich an einer Position  $z_j$  befinden und die Ebene  $\mathbb{G}_{\text{trans},j+1}$  an einer Position  $z_{j+1}$ . Der Abstand zwischen beiden Ebenen beträgt dann

$$\Delta z_{j+1} = z_{j+1} - z_j. \quad (2.76)$$

Aus Gleichung 2.20 kann die bekannte Formulierung der Propagation mittels Spektrum ebener Wellen abgeleitet werden [2], die nachfolgend durch den Operator  $\mathcal{P}_{\text{spw}}$  ausgedrückt wird

$$\mathbf{F}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \{ \mathcal{F}(\mathbf{F}(x_j, y_j, z_j)) e^{ik_z \Delta z_{j+1}} \} \right] \quad (2.77)$$

mit  $k_z$  entsprechend Gleichung 2.21. Dieses Integral kann ebenfalls für gegeneinander rotierte Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein},j}$  und  $\mathbb{G}_{\text{trans},j+1}$  verallgemeinert werden [4].

Eine Kugelwellen stellt eine Elementarlösung der Maxwell-Gleichungen für homogene Medien dar (siehe Gleichung 2.11). Auf ihrer Basis kann das Rayleigh-Sommerfeld-Integral gebildet werden [2], das nachfolgend durch einen Operator  $\mathcal{P}_{\text{rs}}$  realisiert wird

$$\mathbf{F}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{F}(x_j, y_j, z_j) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{ikR}}{R} \right) dx_j dy_j. \quad (2.78)$$

Dabei gilt  $R = \sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2 + \Delta z_{j+1}^2}$ .

Für Wellen mit hinreichend kleinem Divergenzwinkel kann ein Operator  $\mathcal{P}_{\text{ft}}$  in der sogenannten Fresnel Approximation [5]

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) &= \frac{n}{i\lambda \Delta z_{j+1}} e^{(ikn\Delta z_{j+1})} e^{i\left(\frac{k}{2\Delta z_{j+1}} (x_{j+1}^2 + y_{j+1}^2)\right)} \cdot \\ &\int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{F}(x_j, y_j, z_j) e^{ia\left(\frac{x_j^2}{2} + \frac{y_j^2}{2} - x_{j+1}x_j - y_{j+1}y_j\right)} dx_j dy_j \end{aligned} \quad (2.79)$$

aus dem Rayleigh-Sommerfeld-Operator abgeleitet werden mit  $a = \frac{2\pi n}{\lambda \Delta z_{j+1}}$ .



Aus dem Rayleigh-Sommerfeld-Integral 2.78 folgt für sehr große Propagationsabstände die nicht-paraxiale Fernfeld-Näherung [2]

$$\mathbf{F}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) = -\frac{in\Delta z_{j+1}}{\lambda r} \frac{e^{ikr}}{r} \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{F}(x_j, y_j, z_j) e^{-\frac{i2\pi n}{\lambda r}(x_{j+1}x_j + y_{j+1}y_j)} dx_j dy_j. \quad (2.80)$$

mit  $r = \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + \Delta z_{j+1}^2}$ . Sie wird durch einen Operator  $\mathcal{P}_{\text{ff}}$  ausgedrückt.

## 2.6 Modellierung der optischen Funktionen von Regionen mit Hilfe von funktionalen Operatoren

Die Matrix  $\mathcal{S}$  beschreibt die Lichtausbreitung innerhalb homogener oder inhomogener Regionen. In vielen praktischen Fällen liegen aber keine genauen Strukturparameter einer Region vor (z. B. für Objektive aus Katalogen). In diesem Fall kann eine Matrix  $\mathcal{S}_{\text{fkt}}$  nur die optische Funktion einer Region beschreiben, ohne einen Bezug zu einer realen Struktur haben zu müssen.  $\mathcal{S}_{\text{fkt}}$  wird auch als funktionaler Operator bezeichnet. Die optische Funktion kann als ideal angenommen werden (z. B. ideale Linse) oder eine gemessene Funktionalität darstellen (z. B. interferometrisch gemessene Aberrationen einer Linse). Analog zur Beschreibung einer inhomogenen oder homogenen Region durch eine Reihe von Strukturparametern benötigt die optische Funktion einer Region ebenfalls eine Reihe von funktionalen Parametern.

In diesem Abschnitt sollen einige in den nachfolgenden Kapiteln benötigte funktionale Operatoren eingeführt werden. Ein Spezialfall eines funktionalen Operators ist die Transmission

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} T(x, y) & 0 \\ 0 & T(x, y) \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

Eine Transmission fügt einem Feld  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  eine Amplituden- und Phasenmodulation hinzu

$$T(x, y) = C(x, y)e^{i\phi(x, y)}. \quad (2.82)$$

Der optische Effekt einer idealen Linse wird zum Beispiel durch eine Linsentransmission  $\mathcal{T}_{\text{li}} = C_{\text{li}}(x, y)e^{i\phi_{\text{li}}(x, y)}$  mit

$$\phi_{\text{li}}(x, y) = \text{sgn}(-f) \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2 + f^2} \quad (2.83)$$

$$C_{\text{li}}(x, y) = \begin{cases} 1 & : \sqrt{x^2 + y^2} \leq R \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (2.84)$$

definiert. Dabei sind  $R$  der Radius der Linsenapertur und  $f$  die Brennweite. In der Praxis werden außerdem häufig Transmissionen verwendet, für die keine analytische Definition vorliegt. Die Amplituden- und Phasenmodulation  $C_{o,q}, \phi_{o,q}$  sind nur an diskreten Datenpunkten

$$x_o = (o - O/2)\Delta x$$

$$y_q = (q - Q/2)\Delta y$$

bekannt<sup>1</sup>.  $O, Q$  sind die Anzahl der Datenpunkte in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Eine Faltung mit einem Interpolationskern  $I(x, y)$  beschreibt die Überführung der diskreten Datenpunkte in eine kontinuierliche Transmission

$$T_{\text{diskret}}(x, y) = \sum_{o=0}^O \sum_{q=0}^Q C_{o,q} e^{i\phi_{o,q}} I(x_o - x, y_q - y). \quad (2.85)$$

Kubische, rechteckige und sinc-förmige Kerne wurden z. B. von Lehmann [91] vorgeschlagen. Im Folgenden wird ein rechteckiger Kern der Form

$$I_{\text{rect}}(x, y) = \begin{cases} 1 : -\Delta x/2 \leq x < \Delta x/2 \text{ und } -\Delta y/2 \leq y < \Delta y/2 \\ 0 : \text{sonst} \end{cases} \quad (2.86)$$

verwendet.

Eine weitere wichtige idealisierte Komponente ist der 2f-Fourier-Aufbau. Dabei wird angenommen, dass eine idealisierte Linse mit der Brennweite  $f$  optisch eine Fourier-Transformation durchführt. Das zu transformierende Feld befindet sich in der vorderen Brennebene, während die Fourier-Transformierte in der hinteren Brennebene entsteht. Unter der Annahme, dass die Apertur der Linse so groß ist, dass kein Licht abgeblockt wird, wird das transmittierte Feld durch den Operator

$$\mathbf{F}_{\text{trans}}(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) = \mathcal{S}_{\text{fkt}, 2f} \mathbf{F}_{\text{ein}}(x_j, y_j, z_j) \quad (2.87)$$

$$= \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{F}_{\text{ein}}(x_j, y_j, z_j) e^{-i \frac{2\pi n}{\lambda \Delta z_{j+1}} (x_{j+1} x_j + y_{j+1} y_j)} dx_j dy_j \quad (2.88)$$

beschrieben. Es wird angenommen, dass kein reflektiertes Feld entsteht.

## 2.7 Detektoren

In realen optischen Systemen kommen Messgeräte vor (z. B. Leistungsmesser, Spektrometer, Kamera) bzw. Licht wird als Werkzeug zur Erzeugung eines gewünschten Effekts (z. B. visueller Effekt einer Beleuchtung, Bohren eines Loches) verwendet. Detektoren dienen in der Simulation dazu, ein Messgerät oder einen speziellen optischen Effekt zu simulieren. Ein Detektor wertet eine Gütefunktion  $\Omega(\mathbf{F}(\mathbf{r}_j))$  für ein Feld  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  aus. Da das Feld  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  über die Operatoren  $\mathcal{S}_j(\alpha_j)$  von den Strukturparametern  $\alpha_j$  der einzelnen Regionen  $j$  abhängt (siehe Abschnitt 2.4), sind auch die Gütefunktionswerte von diesen Strukturparametern indirekt abhängig. Die Auswertung eines Feldes  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  muss dabei nicht notwendigerweise auf eine Ebene beschränkt sein. Da alle Lichtinformationen vorliegen, ist auch eine Berechnung in einem 3D Volumen möglich (z. B. Bohren mittels Laser). Das Resultat  $\Omega$  der Gütefunktionsauswertung kann eine Zahl, ein Diagramm oder irgendein anderer komplexer Datensatz sein.

<sup>1</sup>Transmissionen, die durch diskrete Datenpunkte und eine Interpolationsmethode definiert sind, werden häufig zur Beschreibung der optischen Funktion diffraktiver Elemente verwendet.

Die in dieser Arbeit benötigten Gütefunktionen werden nachfolgend vorgestellt. Dies ist zum einen die Fenstereffizienz [9]. Diese ermittelt in einer Ebene  $\mathbb{G}_j$ , wie viel Leistung des Eingangsfeldes eines Systems in eine bestimmte Region  $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{G}_j$  gelenkt wird

$$\Omega_{\text{fensterEff}} = \frac{1}{P_{\text{ein}}} \int_{\mathbb{W}} |\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)|^2 dx_j dy_j \quad (2.89)$$

mit

$$P_{\text{ein}} = \int_{\mathbb{G}_j} |\mathbf{E}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_j)|^2 dx_j dy_j. \quad (2.90)$$

Die Fenstereffizienz misst nur die Leistung in einer Region, beachtet aber nicht, ob die Leistung tatsächlich zur Realisierung einer gewünschten Energiedichte eines Feldes  $\mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r})$  verwendet wird. Deshalb ist die Konversionseffizienz oft ein besseres Maß [9]

$$\Omega_{\text{konvEff}} = \frac{1}{P_{\text{ein}}} \int_{\mathbb{W}} |\gamma \mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)|^2 dx_j dy_j \quad (2.91)$$

mit

$$\gamma = \frac{\int_{\mathbb{W}} |\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)| |\mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)| dx_j dy_j}{\int_{\mathbb{W}} |\mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)|^2 dx_j dy_j}, \quad (2.92)$$

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)| = \sqrt{E_x(\mathbf{r}_j)E_x(\mathbf{r}_j)^* + E_y(\mathbf{r}_j)E_y(\mathbf{r}_j)^* + E_z(\mathbf{r}_j)E_z(\mathbf{r}_j)^*} \quad (2.93)$$

und  $\gamma \in \mathbb{R}$ . Eine weitere Gütefunktion wertet das Signal-Rauschverhältnis (SNR) [9] zwischen einem von einem Strahlformungssystem erzeugten Feld und einem gewünschten Feld aus

$$\Omega_{\text{snr}} = \frac{\int_{\mathbb{W}} |\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)|^2 dx_j dy_j}{\int_{\mathbb{W}} \left| |\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)| - |\gamma \mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)| \right|^2 dx_j dy_j}. \quad (2.94)$$

Alternativ zur SNR-Gütefunktion wird oft auch der Uniformitätsfehler zur Auswertung der Intensität des vom System erzeugten Feldes verwendet [48]

$$\begin{aligned} I_{\text{max}} &= \max_{x_j, y_j \in \mathbb{W}} \frac{|\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)|^2}{|\gamma \mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)|^2} \\ I_{\text{min}} &= \min_{x_j, y_j \in \mathbb{W}} \frac{|\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)|^2}{|\gamma \mathbf{E}_{\text{ref}}(\mathbf{r}_j)|^2} \\ \Omega_{\text{uni}} &= \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \end{aligned} \quad (2.95)$$

Alle bisherigen Gütefunktionen haben nur das Feld innerhalb einer Region  $\mathbb{W}$  ausgewertet. Die durch ein System erzeugte Lichtverteilung kann auch außerhalb dieser Region Licht aufweisen. Für einige Anwendungen ist die maximale Intensität dieses Lichts relativ zur mittleren Intensität in der Region  $\mathbb{W}$  von Interesse [92]

$$\Omega_{\text{streu}} = \max_{x_j, y_j \notin \mathbb{W}} \frac{|\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)|^2}{\gamma^2} \quad (2.96)$$

Diese Gütefunktion wird als Maximale-Relative-Streulichintensität bezeichnet.

Abschließend soll eine Gütefunktion zur Messung des  $1/e^2$ -Durchmessers einer Intensitätsverteilung eingeführt werden. Die Breite entlang der x-Achse ist definiert zu

$$\Omega_{1/e^2} = \min_{x \in \mathbb{X} \wedge x > x_{\max}} x - \max_{x \in \mathbb{X} \wedge x < x_{\max}} x \quad (2.97)$$

mit

$$\mathbb{X} := \left\{ x \in \mathbb{R} : \hat{\mathbf{r}} = (x, y_{\max}, z) \wedge \hat{\mathbf{r}} \in \mathbb{G}_j \wedge |\mathbf{E}(\hat{\mathbf{r}})|^2 = \frac{1}{e^2} \max_{\mathbf{r}' \in \mathbb{G}_j} |\mathbf{E}(\mathbf{r}')|^2 \right\} \quad (2.98)$$

und

$$(x_{\max}, y_{\max}) := \left\{ x, y \in \mathbb{R} : \mathbf{r} = (x, y, z) \wedge \mathbf{r} \in \mathbb{G}_j \wedge |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 > |\mathbf{E}(\mathbf{r}')|^2 \forall \mathbf{r}' \in \mathbb{G}_j \right\}. \quad (2.99)$$

Eine analoge Definition ist für die Breite in y-Richtung möglich.

Die Definitionen der vorgestellten Gütefunktionen haben Gültigkeit in einer homogenen Region. Alle Gütefunktionen benötigen alle drei Komponenten des elektrischen Feldes. Während der Simulation liegen typischerweise nur die x- und y-Komponenten vor. Ist die Amplitude der z-Komponente klein gegenüber der x- und y-Komponente, so kann sie vernachlässigt werden. Anderenfalls ist eine Berechnung über Gleichung 2.23 notwendig.

## 2.8 Numerische und physikalische Modellierungsgenauigkeit

Operatoren beschreiben die Lichtausbreitung oft auf Basis eines physikalisch approximierten Modells<sup>2</sup>. Des Weiteren ist ihre Ausführung meist nur mit limitierter numerischer Genauigkeit möglich. Aus der Simulation resultierende Gütefunktionswerte und Felder liegen deshalb typischerweise mit einer begrenzten physikalischen und numerischen Genauigkeit vor. Die benötigte Genauigkeit wird dabei von der jeweiligen Anwendung bestimmt. Die Gütefunktion  $\Omega(\mathbf{F}(\mathbf{r}_j))$  beschreibt den Effekt des Lichts in der jeweiligen Anwendung. Diese Gütefunktion wird in einer definierten Genauigkeit benötigt. Daraus folgen die Genauigkeit des Feld  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  sowie die benötigte Simulationsgenauigkeit eines jeden Operators (siehe Abbildung 2.5).

Nachfolgend soll ein Algorithmus zur Einstellung der benötigten numerischen und physikalischen Simulationsgenauigkeit eines Operators vorgestellt werden. Die numerische Genauigkeit eines Operators  $\mathcal{S}_j(\mathbf{g}_{j,q})$  mit  $q = 1 \dots Q$  hängt typischerweise von einer Menge von numerischen Parametern  $\mathbf{g}_{j,q}$  ab. Dies soll am Beispiel einer Linsentransmission  $\mathcal{T}_i$  entsprechend Gleichung 2.83 erläutert werden. Felder werden im Computer mit diskreten Abtastpunkten gespeichert, die einen Abtastabstand  $\Delta x, \Delta y$  besitzen. Dieser muss klein genug sein, um die Bandbreite des Feldes zu erfassen [5]. Eine Linsentransmission kann die Bandbreite erhöhen und der

<sup>2</sup>Theoretisch kann die Lichtausbreitung immer rigoros z. B. durch numerisches Lösen der Maxwell'schen Gleichungen simuliert werden. Tatsächlich ist aber meist der Rechenaufwand zu hoch, so dass man während der Simulation auf Approximationen angewiesen ist.

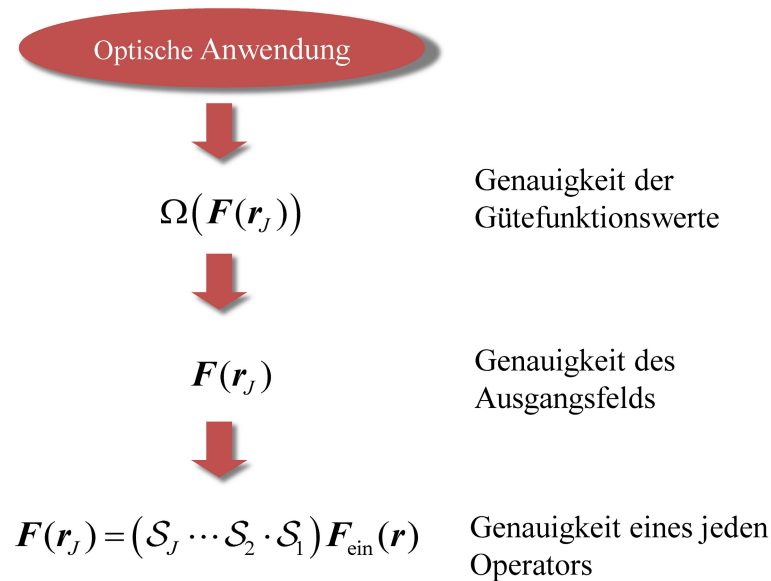


Abbildung 2.5: Die Anwendung bestimmt die Genauigkeit des Gütefunktionswertes. Daraus ergibt sich die benötigte Genauigkeit des auszuwertenden Feldes  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_j)$  und es resultiert wiederum die benötigte Simulationsgenauigkeit der einzelnen Operatoren.

Abtastabstand muss angepasst werden. Nach Anwendung einer Linsentransmission kann das resultierende Feld nicht bandbegrenzt sein. In diesem Fall kann kein Abtastabstand gefunden werden, mit dem eine exakte Repräsentation im Computer möglich ist. Das Feld kann nur mit einer begrenzten numerischen Genauigkeit gespeichert werden. Die Genauigkeit hängt von dem gewählten Abtastabstand ab und dieser ist damit ein numerischer Parameter der Linsentransmission. Beginnend mit dem Operator  $j = 0$  müssen diese numerischen Parameter schrittweise so verändert werden, dass sich die numerische Genauigkeit erhöht. Diese Veränderung wird durch den Index  $q$  angedeutet. Mit steigendem Index  $q$  soll die numerische Genauigkeit steigen

$$\left| \lim_{l \rightarrow \infty} (\Omega_l) - \Omega_{q-1} \right| \geq \left| \lim_{l \rightarrow \infty} (\Omega_l) - \Omega_q \right|. \quad (2.100)$$

Die numerischen Parameter sollen solange durch Erhöhung von  $q$  modifiziert werden, bis die Änderung der Gütefunktionswerte kleiner einer Grenze  $\Delta\Omega$  ist (siehe auch Abbildung 2.6(a))

$$\left| \lim_{l \rightarrow \infty} (\Omega_l) - \Omega_q \right| < \Delta\Omega. \quad (2.101)$$

Analog kann die physikalische Genauigkeit erhöht werden. Nehmen wir an, es gibt für jede Region  $j$  eines Systems  $O_j$  unterschiedliche Operatoren  $\mathcal{S}_{j,o}$ , wobei mit steigendem Index  $o$  die physikalische Genauigkeit steigen soll, d. h.

$$\left| \Omega_{O_j} - \Omega_{o-1} \right| \geq \left| \Omega_{O_j} - \Omega_o \right|. \quad (2.102)$$

Pro Region kann nun schrittweise die physikalische Genauigkeit erhöht werden, bis die Änderung der Gütefunktionswerte

$$\left| \Omega_{O_j} - \Omega_o \right| < \Delta\Omega \quad (2.103)$$

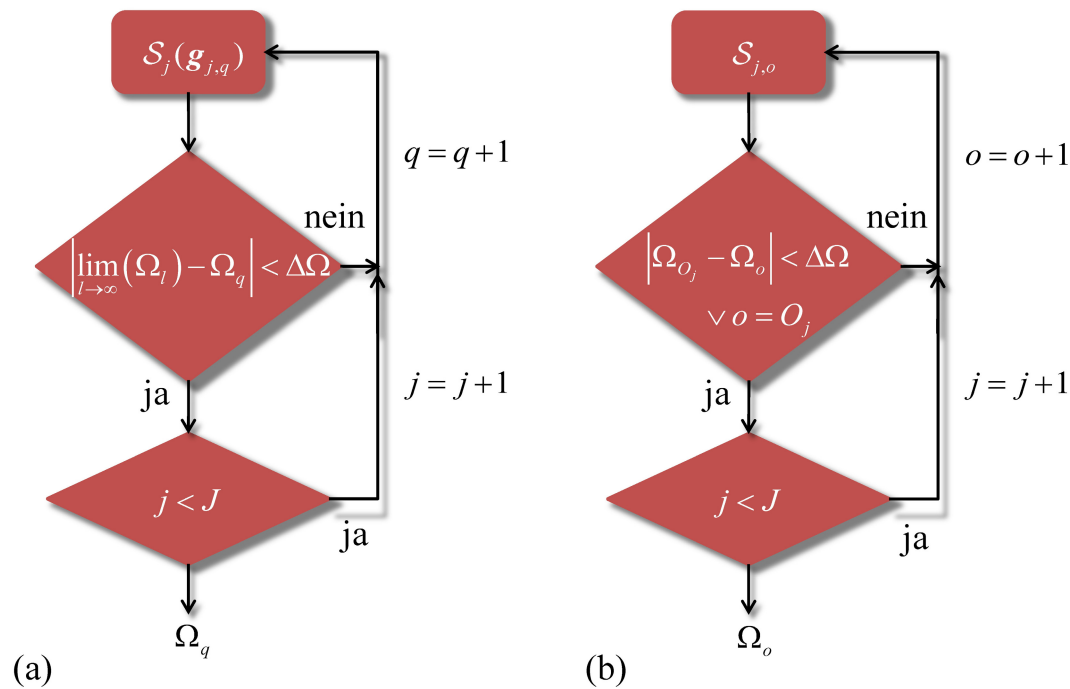


Abbildung 2.6: Die numerische Simulationsgenauigkeit eines Systems kann erhöht werden, indem schrittweise der Index  $q$  der numerischen Parameter  $\mathbf{g}_{j,q}$  jedes einzelnen Operators  $\mathcal{S}_j(\mathbf{g}_{j,q})$  erhöht wird (a). Analog erfolgt eine Erhöhung der physikalischen Simulationsgenauigkeit, indem schrittweise immer genauere Operatoren  $\mathcal{S}_{j,o}$  eingesetzt werden (b).

hinreichend klein ist (siehe Abbildung 2.6(b)). Die Erhöhung der physikalischen Genauigkeit sollte wieder mit dem Operator  $j = 0$  beginnen. I. A. ist aber die Erhöhung der physikalischen Genauigkeit nicht einfach, da nicht immer eine klare Genauigkeitshierarchie bekannt ist. Außerdem kann meist die Genauigkeit nicht beliebig erhöht werden, da der Rechenaufwand zu hoch werden kann [10, 11]. In nachfolgenden Kapiteln wird die numerische Genauigkeit der Simulationsergebnisse nicht explizit diskutiert. Es kann aber immer davon ausgegangen werden, dass diese überprüft und optimiert wurde. Dagegen wird die physikalische Genauigkeit unterschiedlicher Operatoren durchaus an Beispielen gezeigt.

# Kapitel 3

## Lichttransformation durch Laserstrahlformungssysteme

Als Laserstrahlformung wird in dieser Arbeit die Transformation des Quellfeldes  $F_{\text{qu}}(\mathbf{r})$  einer kohärenten, monochromatischen Lichtquelle, das in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  vorliegt, in ein Zielfeld  $F_z(\mathbf{r})$  verstanden<sup>1</sup>. Das erzeugte Feld  $F_z(\mathbf{r})$  soll sich in einer Zielebene  $\mathbb{G}_z$  befinden und einen geringen Uniformitätsfehler  $\Omega_{\text{uni}}$  entsprechend Gleichung 2.95 aufweisen. In der Literatur wird zum Teil auch die Homogenisierung von partiell-kohärentem Licht als Laserstrahlformung bezeichnet [12, 13, 14]. Die dafür benötigten Designverfahren basieren auf denen für kohärentes Licht. Allerdings werden zusätzliche Konzepte zur Modellierung des Lichts und dessen Ausbreitung benötigt, die in dieser Arbeit nicht diskutiert werden. Ebenso können Laserresonatoren so ausgelegt werden, dass sie bereits ein gewünschtes Ausgangsfeld in einer Ebene erzeugen [15]. Auch dieser Fall wird hier nicht diskutiert.

Verschiedene Verfahren wurden in der Vergangenheit zur Optimierung von Strahlformungssystemen mit diffraktiven oder refraktiven Elementen vorgeschlagen. Dies sind iterative Methoden (der Iterative-Fourier-Transformations-Algorithmus (IFTA) [19, 21, 22, 27, 88], iterative geometrisch-optische Verfahren [33, 34, 35], der Yang-Gu Algorithmus [80]), parametrische Optimierungsverfahren (genetische Algorithmen [46, 47], Gradientenmethoden [39, 83]) und analytische, geometrisch-optische Strahlformungsansätze [19, 20, 37, 88]. Eine Übersicht über eine Reihe von Verfahren gibt Dickey [36]. Wichtige Verfahren für die Laserstrahlformung stellen dabei analytische, geometrisch-optische Methoden sowie der Iterative-Fourier-Transformations-Algorithmus (IFTA) dar.

Bei der Optimierung von Strahlformungselementen mittels IFTA können Beugungs- und Interferenzeffekte berücksichtigt werden. Bisher wurde er meist für die Optimierung von mikrostrukturierten, paraxialen Elementen eingesetzt. Optische Komponenten werden typischerweise idealisiert beschrieben. Viele analytische oder parametrische Optimierungsverfahren [19,

---

<sup>1</sup>Die natürliche Bandbreite einer Lichtquelle wird vernachlässigt und nur die zentrale Wellenlänge verwendet. Kapitel 6 behandelt die Berechnung von achromatischen Strahlformungssystemen und das Wellenlängenmultiplexing unter Berücksichtigung mehrerer Wellenlängen.

20, 33, 34, 35, 37, 39] basieren auf einer komplett geometrisch-optischen Modellierung der Lichtausbreitung durch das optische System und wurden vor allem für die Optimierung von makroskopischen, refraktiven Elementen verwendet. Beugungs- und Interferenzeffekte werden dabei vernachlässigt.

Dieses Kapitel gibt eine Einführung in die Problematik der Laserstrahlformung sowie der Optimierung von Strahlformungssystemen. Es wird ein Projektionsalgorithmus vorgestellt, der es erlaubt, die Strukturparameter von mikro- und makrostrukturierten Elementen zu optimieren. Beugungs- und Interferenzeffekte können in diesem Algorithmus in die Modellierung der Lichtausbreitung während der Optimierung einbezogen werden. Die Modellierung der Lichtausbreitung unter Berücksichtigung der Strukturen optischer Komponenten ist möglich. Abschließend erfolgt eine Klassifizierung von Strahlformungssystemen auf Basis der Divergenz der Felder des einfallenden und umgeformten Lichts. In den nachfolgenden Kapiteln werden konkrete Lösungen für Strahlformungsprobleme aufgezeigt.

### 3.1 Operator Darstellung von Laserstrahlformungssystemen

Ein Strahlformungssystem soll ein in einer Quellebene  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  definiertes Quellfeld  $F_{\text{qu}}(\mathbf{r})$  in ein Zielfeld  $F_z(\mathbf{r})$  in einer Zielebene  $\mathbb{G}_z$  umformen. Es wird davon ausgegangen, dass die beiden Ebenen parallel sind. Alle nachfolgend behandelten Strahlformungssysteme können durch die in Abbildung 3.1(a) gezeigte Operatordarstellung beschrieben werden. Ein Operator  $\mathcal{S}_{\text{ein}}$  beschreibt eine Eingangsregion, die das Licht der strahlformenden Region, beschrieben durch den Operator  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$ , zuführt. Vor der strahlformenden Region in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  wird ein Feld  $F_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  erzeugt. Die Strahlformungsregion erzeugt zusammen mit einer Linsenregion, beschrieben durch einen Operator  $\mathcal{S}_{\text{li}}$ , in einer Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ein Feld  $F_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  mit einer definierten Energiedichte, aber einer nicht vorgegebenen Phasenverteilung. Die Phase steht als Freiheitsgrad bei der Auslegung des Systems zur Verfügung und wird genutzt, um die definierte Energiedichte mit möglichst hoher Konversionseffizienz und hohem SNR (Gütefunktionen siehe Gleichungen 2.91 und 2.94) zu realisieren [19, 23, 24, 49]. Eine abschließende Phasenkorrekturregion, modelliert durch einen Operator  $\mathcal{S}_{\text{ph}}$ , kann zur Erzeugung einer definierten Phasenverteilung von  $F_z(\mathbf{r})$  eingesetzt werden [25, 37, 38, 60, 62, 86]. In vielen praktischen Fällen ist diese Region nicht vorhanden.

Die Regionen zwischen den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  tragen unterschiedlich zur Erzeugung eines Feldes mit einer definierten Energiedichte in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  bei. Die optische Funktion des Systems innerhalb dieses Bereiches kann in zwei gedachte Anteile zerlegt werden. Ein Anteil wird als Strahlführungsfunktion bezeichnet und ist dafür verantwortlich, in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  einen hinreichend kleinen Laserstrahl zu erzeugen. Dieser Anteil bestimmt die Auflösung des Strahlformungssystems. Der zweite Anteil wird als Strahlformungsfunktion bezeichnet. Er formt den durch die Strahlführungsfunktion erzeugten Strahl in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  in eine gewünschte Verteilung der Energiedichte um.



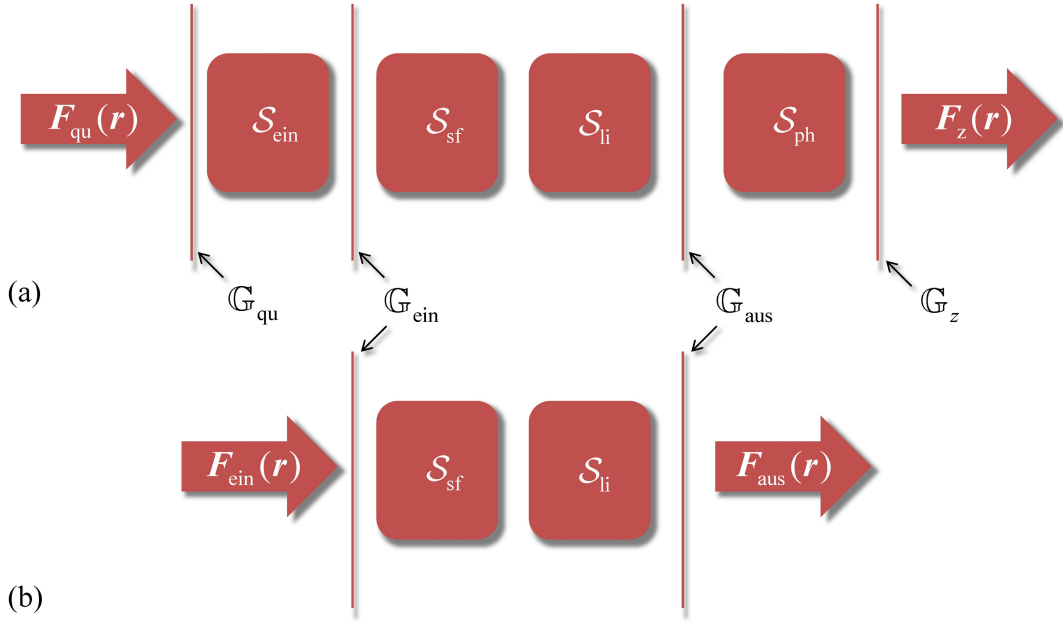


Abbildung 3.1: Die Lichtausbreitung in nachfolgend zu behandelnden Strahlformungssystemen kann durch Operatoren zur Lichtzuführung  $\mathcal{S}_{\text{ein}}$ , zur Strahlformung  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$ , eines Linsensystems  $\mathcal{S}_{\text{li}}$  und einer Phasenkorrektur  $\mathcal{S}_{\text{ph}}$  beschrieben werden (a). Oft können Systeme auf die Operatoren zwischen den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  vereinfacht werden (b).

Strahlführungs- und Strahlformungsfunktion können oft speziellen Regionen zugeordnet werden. Die Strahlführungsfunktion wird meist durch die Eingangs- und die Linsenregion erzeugt. Beide Regionen bestimmen die Auflösung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Die Linsenregion hat oft eine fokussierende Wirkung. Ihr Einfluss auf die Auflösung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  folgt zu [1, 36]

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{aus}} &= \frac{\lambda f}{n \min(D_{\text{li},x}, D_{\text{sfAus},x})} \\ \Delta y_{\text{aus}} &= \frac{\lambda f}{n \min(D_{\text{li},y}, D_{\text{sfAus},y})}.\end{aligned}\quad (3.1)$$

$D_{\text{li}}$  ist der freie Durchmesser der Linsenregion,  $D_{\text{sfAus}}$  der Durchmesser des Feldes nach der Strahlformungsregion,  $f$  die effektive Brennweite der Linsenregion und  $n$  der Realteil der Brechzahl des Mediums zwischen letzter Linse der Linsenregion und der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ .

Die Eingangsregion besteht häufig aus einer Kollimations- oder Aufweitungsoptik. Diese Optiken ändern den Durchmesser des Feldes vor der Strahlformungsregion. Die Änderung dieses Durchmessers beeinflusst i. A. auch den Durchmesser des Feldes nach der Strahlformungsregion und über die Gleichung 3.1 auch die Auflösung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Unter der Annahme, dass eine Kollimationsoptik aberrationsfrei ist und die Ebene  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  die Taille des einfallenden Laserstrahles enthält, ergibt sich vor der Strahlformungsregion ein Durchmesser des Feldes von [52]

$$D_{\text{ein},x/y} \approx \frac{f\lambda}{\pi D_{\text{qu},x/y}}.\quad (3.2)$$

Für eine Strahlaufweitungsoptik, die mit einem kollimierten Laserstrahl beleuchtet wird, folgt dagegen ein Durchmesser entsprechend

$$D_{\text{ein},x/y} = \tau D_{\text{qu},x/y}. \quad (3.3)$$

$D_{\text{qu}}$  ist die Ausdehnung des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{qu}}(\mathbf{r})$  und  $\tau$  der Aufweitungsfaktor der Optik.

Kollimations- und Fokussierungssysteme bestehen typischerweise aus einer sphärischen Linse, einer asphärischen Linse oder einem Linsensystem. In einer Aufweitungsoptik werden normalerweise wenigstens zwei Linsen oder Linsensysteme eingesetzt. Zum Erreichen einer benötigten Auflösung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  müssen die effektiven Brennweiten und freien Aperturdurchmesser der Eingangs- und Linsenregion nach obigen Gleichungen 3.1 - 3.3 festgelegt werden. Danach kann eine parametrische Optimierung der Linsen der Eingangs- und Linsenregion auf Basis bekannter Methoden der Strahlverfolgung geschehen [93].

Die Strahlformungsfunktion wird dagegen i. A. durch die Strahlformungsregion erzeugt. Diese Region enthält geeignete Strukturen zur gezielten Einführung von Phasen- und Amplitudenverteilungen zur Umformung des Laserstrahls in eine gewünschte Energiedichte in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Es ist möglich, dass die Strahlführungsfunktion teilweise oder vollständig in die Strahlformungsregion integriert ist (siehe nächster Abschnitt). Ist keine Strahlformungsregion vorhanden, so finden nur Kollimation bzw. Aufweitung und Fokussierung statt. Kollimations-, Aufweigungs- und Fokussierungssysteme können deshalb als Spezialfall eines Strahlformungssystems verstanden werden. Genauso kann jedes Kollimations-, Aufweigungs- und Fokussierungssystem durch Hinzufügen einer Strahlformungsregion in ein Strahlformungssystem umgewandelt werden. Wichtige Spezialfälle von Strahlformungssystemen, deren Aufbau und die optischen Funktionen der einzelnen Regionen werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

## 3.2 Spezialfälle allgemeiner Strahlformungsaufbauten

In vielen Anwendungen werden nur eine sehr geringe Anzahl unterschiedlicher optischer Aufbauten für die Strahlformung benutzt. In diesem Abschnitt erfolgt die Vorstellung häufig verwendeter Aufbauten zur Erzeugung einer gewünschten Energiedichte in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  durch die Strahlformungs- und Linsenregion. Eine Phasenkorrekturregion und eine Eingangsregion werden nicht beachtet (siehe Abbildung 3.1(b)). Eine wichtige Systemgeometrie ist der Fourier-Aufbau [5] (siehe Abbildung 3.2(a)). Das System kann durch die Operatoresequenz

$$\mathcal{S} = \mathcal{P}_{\Delta z_2} \mathcal{S}_{\text{li,Fourier}} \mathcal{P}_{\Delta z_1} \mathcal{S}_{\text{sf}} \quad (3.4)$$

beschrieben werden. Dabei entspricht  $\mathcal{S}_{\text{li,Fourier}}$  dem Operator einer Fourier-Linse. In den meisten praktischen Fällen wird die Linse idealisiert beschrieben. Die Strahlführungsfunktion verbirgt sich hier im Linsensystem, während die Strahlformungsfunktion durch die Strahlformungsregion ausgeführt wird. Der Fourier-Aufbau wird fast immer in Form der Spezialfälle 1f-Aufbau

( $\Delta z_1 = 0$  und  $\Delta z_2 = f$ ) und 2f-Aufbau ( $\Delta z_1 = \Delta z_2 = f$ ) verwendet. Der letztere führt für paraxiale Felder nach der Strahlformungsregion eine optische Fourier-Transformation durch und kann deshalb durch die vereinfachte Operatoresequenz

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\text{fkt},2f} \mathcal{S}_{\text{sf}}. \quad (3.5)$$

beschrieben werden. Die Auflösung des Aufbaus folgt aus Gleichung 3.1.

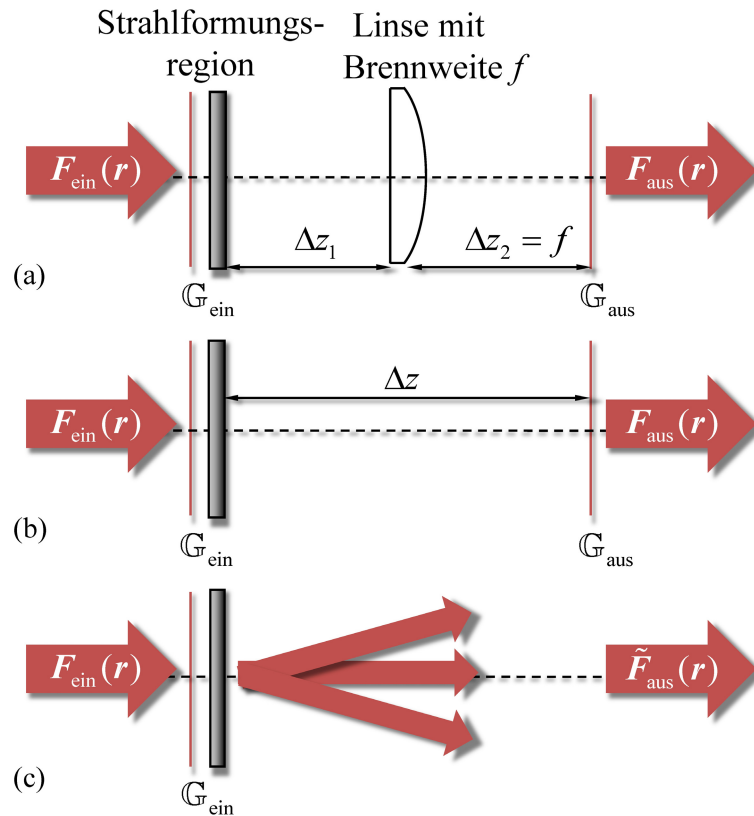


Abbildung 3.2: Viele praktische Strahlformungssysteme lassen sich auf eines der folgenden Standardsysteme zurückführen. Das sind der Fourier-Aufbau (a), ein linsenloser Aufbau (b) sowie der Aufbau zur Erzeugung eines definierten Winkelspektrums (c).

Ein weiterer Aufbau ist ein linsenloser Aufbau [16, 17] (siehe Abbildung 3.2(b)). Die Linsenregion besteht hier nur aus einem Freiraum. Die Operatorenbeschreibung lautet

$$\mathcal{S} = \mathcal{P}_{\Delta z} \mathcal{S}_{\text{sf}}. \quad (3.6)$$

Es liegt keine klare regionale Trennung zwischen Strahlführungs- und Strahlformungsfunktion vor. Die Strahlführungsfunktion kann gedanklich durch eine, in die Strahlformungsregion integrierte, fokussierende Linse der Brennweite  $f = \Delta z$  und dem Freiraum mit der Ausdehnung  $\Delta z$  gebildet werden. Die Strahlformungsfunktion wird ebenfalls durch die Strahlformungsregion erzeugt. Die Auflösung folgt dann ebenfalls entsprechend der Gleichung 3.1. Der linsenlose Aufbau besteht im Vergleich zu einem Fourier-Aufbau aus weniger optischen Komponenten und kann somit einfacher justiert werden. Allerdings entstehen durch die Integration der

Linsenfunktion in die Strahlformungsregion oft schwerer herstellbare Strukturen. Ein Spezialfall des linsenlosen Aufbaus ist der Fernfeld-Aufbau. Befindet sich die Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  in hinreichend großem Abstand zur Strahlformungsregion, kann die Lichtausbreitung nach der Strahlformungsregion mit dem Fernfeldoperator  $\mathcal{P}_{\text{ff},\Delta z}$  gemäß Gleichung 2.80 modelliert werden. Die Operatorenendarstellung des Systems lautet

$$\mathcal{S} = \mathcal{P}_{\text{ff},\Delta z} \mathcal{S}_{\text{sf}}. \quad (3.7)$$

Die Auflösung folgt ebenfalls gemäß Gleichung 3.1.

Abschließend soll noch der Aufbau zur Erzeugung eines definierten Winkelspektrums (siehe Abbildung 3.2(c)) genannt werden. Dieser stellt eine Besonderheit dar, da hier ein definiertes Quadrat der Amplitude des Spektrums ebener Wellen  $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{aus}}(k_x, k_y, z) = \mathcal{F} \mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  des Feldes in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  erzeugt wird. Die Operatorenendarstellung lautet

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\text{sf}}. \quad (3.8)$$

Die Strahlführungsfunktion verbirgt sich hier in der Fourier-Beziehung zwischen Orts- und Winkelraum. Die minimale Auflösung des Winkelspektrums wird dabei durch

$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{\min(D_{\text{sf},x}, D_{\text{ein},x})} \quad (3.9)$$

$$\Delta k_y = \frac{2\pi}{\min(D_{\text{sf},y}, D_{\text{ein},y})} \quad (3.10)$$

bestimmt. Die Strahlformungsfunktion wird hier durch den Operator  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$  realisiert.

### 3.3 Optimierungsproblemstellung der Laserstrahlformung

Die Lichtausbreitung durch Strahlformungssysteme, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, wird durch die Operatorensequenz

$$\mathbf{F}_z(\mathbf{r}) = \mathcal{S}_{\text{ph}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ph}}) \mathcal{S}_{\text{li}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{li}}) \mathcal{S}_{\text{sf}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{sf}}) \mathcal{S}_{\text{ein}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ein}}) \mathbf{F}_{\text{qu}}(\mathbf{r}) \quad (3.11)$$

modelliert. Die Optimierung eines Strahlformungssystems bedeutet nun, die Strukturparameter  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{ein}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{sf}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{li}}, \boldsymbol{\alpha}_{\text{ph}}$  so zu ermitteln, dass das System eine komplexe Amplitude  $\mathbf{F}_{\text{qu}}(\mathbf{r})$  in eine gewünschte komplexe Amplitude  $\mathbf{F}_{z,\text{ref}}(\mathbf{r})$  umwandelt. Die Qualität des Systems bei dieser Umformungsproblemstellung wird durch eine Reihe von Gütefunktionen bewertet.

Die Strukturparameter können parametrisch optimiert werden. Dazu werden ein System mit der Operatorensequenz entsprechend Gleichung 3.11 analysiert und die Gütefunktionswerte berechnet. Die Analyse sollte nicht auf einer Lichtdarstellung mit Strahlenbündeln und einer Propagation mittels Strahlverfolgung beruhen [39], sondern es muss i. A. eine Lichtdarstellung

durch komplexe Amplituden entsprechend Kapitel 2 erfolgen. Dadurch können auch Propagationmethoden verwendet werden, die Aberrationen, Beugungs- und Interferenzeffekte einschließen. Nach der Analyse werden die Gütefunktionswerte des Feldes  $\mathbf{F}_z(\mathbf{r})$  ermittelt und die Strukturparameter mit dem Ziel verändert, die Gütefunktionswerte zu verbessern. Eine solche Optimierung wird in Abschnitt 5.3.2 zur Berechnung eines Strahlformungssystems mit Katalognlinsen durchgeführt.

Ist eine Strahlformungsregion durch punktweise parametrisierte Strukturen beschrieben, so haben sich in der Vergangenheit Projektionsalgorithmen zur Optimierung dieser Region bewährt [9, 19, 21, 22]. In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf die Weiterentwicklung solcher Projektionsalgorithmen für die Optimierung von paraxialen und nicht-paraxialen Strahlformungssystemen gelegt. Da Projektionsalgorithmen nur zur Optimierung einer Strahlformungsregion geeignet sind, muss die Optimierung des Systems in mehrere Schritte aufgeteilt werden. Dadurch können unterschiedliche Optimierungsverfahren für einzelne Regionen angewandt werden. Die Optimierung eines solchen Systems kann in folgenden Schritten erfolgen:

1. Die Energiedichte  $\langle w_{\text{aus}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  soll gleich der Energiedichte  $\langle w_{z,\text{ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  des gewünschten Feldes  $\mathbf{F}_{z,\text{ref}}(\mathbf{r})$  in der Ebene  $\mathbb{G}_z$  sein. Der Operator  $\mathcal{S}_{\text{ph}}$  soll im Wesentlichen nur eine Phasenkorrektur der komplexen Amplitude  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  durchführen, um die komplexe Amplitude  $\mathbf{F}_z(\mathbf{r})$  zu erhalten, ohne aber die Energiedichteverteilung zu beeinflussen. Auf Basis dieser Bedingung kann in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  eine Referenzenergiedichte  $\langle w_{\text{aus,ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t = \langle w_{z,\text{ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  definiert werden.
2. Als nächstes erfolgt die Anpassung der Strahlführungsfunktion durch Optimierung der Strukturparameter der Operatoren  $\mathcal{S}_{\text{ein}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{li}}$ . Dafür findet nur die Operatoresequenz  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r}) = \mathcal{S}_{\text{li}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{li}})\mathcal{S}_{\text{ein}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{ein}})\mathbf{F}_{\text{qu}}(\mathbf{r})$  Anwendung. Die Strahlformungsregion wird in der Modellierung weggelassen. Die Strukturparameter  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{li}}$  und  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{ein}}$  müssen nun so optimiert werden, dass in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ein Laserstrahl mit geringem Durchmesser entsteht. Dieser muss klein genug sein, um die benötigte Auflösung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  der gewünschten Energiedichte  $\langle w_{\text{aus,ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  erreichen zu können (siehe auch Abschnitt 3.1). Da die Eingangs- und Linsenregion, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, typischerweise aus Kollimations-, Aufweitungs- und Fokussierungsoptiken mit Linsen besteht, kann eine parametrische Optimierung mittels Strahlverfolgung durchgeführt werden [93]. Diese Optimierungskonzepte sind bekannt und werden nachfolgend nicht diskutiert.
3. Nun erfolgt die Anpassung der Strahlformungsfunktion durch Optimierung der Strukturparameter  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{sf}}$  der Strahlformungsregion. Dabei wird lediglich das System zwischen den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  mittels der Operatoresequenz  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r}) = \mathcal{S}_{\text{li}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{li}})\mathcal{S}_{\text{sf}}(\boldsymbol{\alpha}_{\text{sf}})\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r})$  modelliert (siehe auch Abbildung 3.1(b)). Ziel ist es, eine gewünschte Energiedichte  $\langle w_{\text{aus,ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  zu realisieren. Die Strukturparameter der Linsenregion  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{li}}$  werden festgehalten. Die Optimierung der Strahlformungsfunktion kann durch einen Projektionsalgorithmus geschehen. Dieser wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

4. Abschließend erfolgt die Berechnung der Phasenkorrekturregion durch Optimierung der Strukturparameter  $\alpha_{\text{ph}}$ . Für die Optimierung wurden bisher unterschiedliche parametrische Optimierungsverfahren und Algorithmen vorgeschlagen [8, 18, 25, 37, 38].

Eine wesentliche Schwierigkeit ist die Optimierung der Strahlformungsfunktion und damit der Strukturparameter des Operators  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$  zur Erzeugung einer gewünschten Energiedichte  $\langle w_{\text{aus, ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$ . Sie wird deshalb den Schwerpunkt der nachfolgenden Kapitel bilden. Für die Optimierung stehen verschiedene Freiheitsgrade zur Verfügung, aber es sind ebenso Beschränkungen zu beachten. Diese werden meist durch die eingesetzten Gütefunktionen sowie durch Herstellungsbeschränkungen definiert. Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 2.7 genannten Gütefunktionen können folgende Freiheitsgrade abgeleitet werden [23, 24]:

- Die Phase von  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  ist innerhalb einer Region  $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{G}_{\text{aus}}$  frei.
- Amplitude und Phase von  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  sind außerhalb der Region  $\mathbb{W}$  frei.
- Die Energiedichte  $\langle w_{\text{aus}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}(\mathbf{r})$  darf um einen konstanten Faktor von der Referenz  $\langle w_{\text{aus, ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  innerhalb der Region  $\mathbb{W}$  abweichen.
- Eine begrenzte Untermenge der Strukturparameter des Operators  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$  ist frei und kann optimiert werden.

Gleichfalls können die folgenden Beschränkungen aufgestellt werden:

- Die Energiedichte  $\langle w_{\text{aus}}(\mathbf{r}) \rangle_t$  ist in der Region  $\mathbb{W}$  bis auf einen konstanten Faktor fest definiert.
- Die Strukturparameter  $\alpha_{\text{sf}}$  der Strahlformungsregion müssen Teil einer vorgegebenen Lösungsmenge  $\alpha_{\text{sf}} \in \mathbb{B}_{\text{sf}}$  sein (siehe nächster Abschnitt).

In allen nachfolgenden Kapiteln wird nur die Optimierung der Strahlformungsregion diskutiert. Es werden nur Systeme ohne Phasenkorrekturregion behandelt. Alle Felder  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}U(\mathbf{r})$  werden eine globale Polarisation besitzen. Außerdem erfolgt bei der Optimierung von Strahlformungssystemen eine Beschränkung auf skalare Operatoren  $\mathcal{S}_{\text{sf}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{li}}$ . Dadurch werden alle durch die Strahlformungssysteme erzeugten Feldverteilungen ebenfalls global polarisiert sein und der Jones-Vektor bleibt unverändert. Die gezielte Änderung der Polarisation wird nicht diskutiert. Designansätze können aber in der Literatur gefunden werden [41, 45]. Des Weiteren wird für die nachfolgenden Optimierungen angenommen, dass die z-Komponente des elektrischen Feldes kleiner als die x- und y-Komponente ist, d. h.  $|E_z(\mathbf{r})|^2 \ll |E_x(\mathbf{r})|^2 + |E_y(\mathbf{r})|^2$ . Unter den obigen Annahmen kann die gewünschte Energiedichte in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  durch  $\langle w_{\text{aus, ref}}(\mathbf{r}) \rangle_t \sim |\mathbf{F}_{\text{aus, ref}}(\mathbf{r})|^2 = |\mathbf{F}_{z, \text{ref}}(\mathbf{r})|^2$  genähert werden (siehe Gleichung 2.26).  $|\mathbf{F}_{\text{aus, ref}}(\mathbf{r})|^2$  stellt dabei das Quadrat der Amplitude eines Referenzfeldes dar. Da diese Annahmen für Systeme hoher numerischer Apertur nicht hinreichend erfüllt sein müssen, muss ein

System nach der Optimierung mittels vektorieller Operatoren analysiert und die Gütefunktionen unter Berücksichtigung der z-Komponente ausgewertet werden. Feldoperationen, die unabhängig vom Polarisationsvektor  $\mathbf{J}$  sind, werden im Folgenden nur mit dem skalaren Feld  $U(\mathbf{r})$  beschrieben. Alle Felder  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  werden nachfolgend immer im gleichen Koordinatensystem definiert, weshalb der Parameter  $\mathbf{r}$  im Weiteren weggelassen wird.

### 3.4 Optimierung der Strahlformungsregion mittels Projektionsalgorithmus

Dieser Abschnitt erklärt die Optimierung der Strahlformungsregion mittels eines Projektionsalgorithmus. Ziel der Optimierung ist es, die Strukturparameter  $\alpha_{\text{sf}}$  der Strahlformungsregion so zu bestimmen, dass in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ein Feld mit einem gewünschten Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  entsteht. Das Prinzip des Projektionsalgorithmus ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Der Algorithmus ist ein iteratives Verfahren. Eine Iteration soll, beginnend mit der Simulation der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion, erklärt werden. Das Feld in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  wird dann durch die Operatorenssequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{S}_{\text{li}} \mathcal{S}_{\text{sf}} \mathbf{F}_{\text{ein}} \quad (3.12)$$

beschrieben (siehe auch Abschnitt 3.3).

Die simulierte Lichtverteilung  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  erfüllt i. A. nicht die in Abschnitt 3.3 genannten Beschränkungen. Durch eine abstandsminimierende Projektion  $\mathcal{G}_{\text{aus}}$  [9] auf die Lösungsmenge von Feldern, die die Beschränkungen erfüllen, wird ein modifiziertes Ausgangsfeld erzeugt

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}} = \mathcal{G}_{\text{aus}}(\mathbf{F}_{\text{aus}}). \quad (3.13)$$

Die Ausbreitung des modifizierten Ausgangsfeldes wird anschließend rückwärts durch das Linsensystem bis unmittelbar hinter die Strahlformungsregion simuliert

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}} = \mathcal{S}_{\text{li}}^{-1} \hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}}. \quad (3.14)$$

$\mathcal{S}_{\text{li}}^{-1}$  kennzeichnet dabei den inversen Propagationsoperator des Linsensystems.

Aus dem Feld vor der Strahlformungsregion  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  und dem Feld nach der Strahlformungsregion  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  müssen nun die Strukturparameter  $\alpha_{\text{sf}}$  so bestimmt werden, dass während der Lichtpropagation durch diese Region eine entsprechende Transformation des Lichts stattfindet. Eine Lösung dieses Transformationsproblems stellt eine generelle Brechzahlmodulation innerhalb der Strahlformungsregion dar, die durch die Strukturparameter  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  parametrisiert ist. Praktisch erfolgt aber die Beschränkung auf bestimmte Elementtypen innerhalb der Region mit charakteristischen Oberflächen und Medien. Zum Beispiel wird oft eine Beschränkung auf Strahlformer mit einer refraktiven und einer ebenen Oberfläche und einem homogenen Medium dazwischen benutzt. Durch diese Beschränkungen wird die Menge der Strukturparameter eingeschränkt

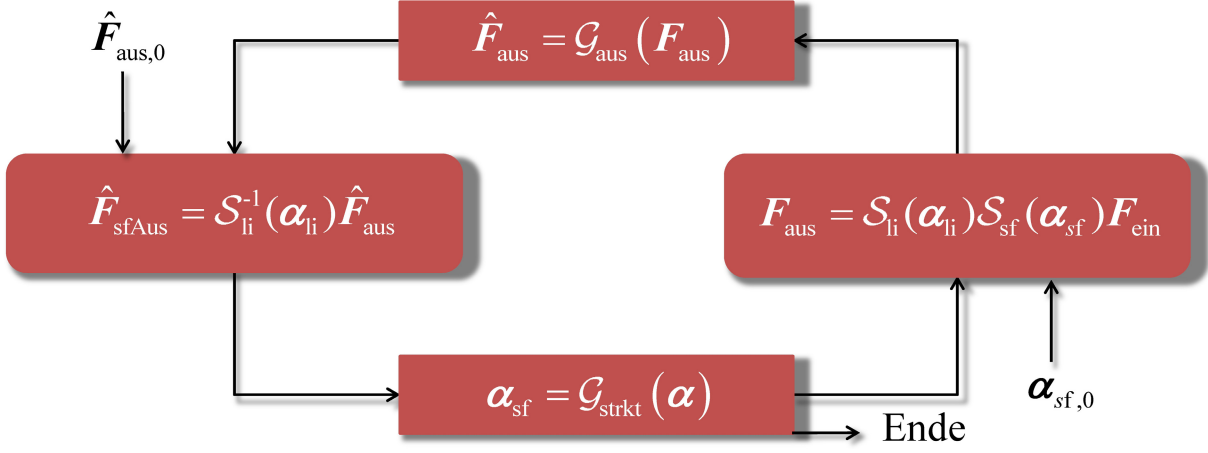


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung einer Iteration des in dieser Arbeit benutzten Projektionsalgorithmus.

und es ergibt sich eine reduzierte Lösungsmenge  $\mathbb{B}_{sf} \subset \mathbb{R}^n$ , aus der alle Strukturparameter der Strahlformungsregion entstammen müssen, d. h.  $\alpha_{sf} \in \mathbb{B}_{sf}$ . Durch diese Einschränkung kann das gewünschte Feld  $\hat{F}_{sfAus}$  nach der Strahlformungsregion meist nicht exakt realisiert werden. Stattdessen ergibt sich für einen Satz von Strukturparametern  $\alpha_{sf} \in \mathbb{B}_{sf}$  ein Feld

$$\mathbf{F}_{sfAus} = \mathcal{S}_{sf}(\alpha_{sf}) \mathbf{F}_{ein}. \quad (3.15)$$

Die Strukturparameter sollten nun so gewählt werden, dass der Abstand zwischen dem Feld  $\mathbf{F}_{sfAus}$  und dem für die Strahlformung gewünschten Feld  $\hat{F}_{sfAus}$  möglichst klein ist. Dies geschieht durch eine Projektion auf die Lösungsmenge der Strukturparameter durch den Strukturprojektionsoperator  $\mathcal{G}_{strkt}$  (siehe Abbildung 3.4)

$$\alpha_{sf} = \mathcal{G}_{strkt}(\alpha). \quad (3.16)$$

Diese Projektion minimiert genau dann den Abstand zwischen dem Feld  $\mathbf{F}_{sfAus}$  und dem für die Strahlformung gewünschten Feld  $\hat{F}_{sfAus}$ , wenn gilt (siehe Anhang A.4)

$$\min_{\forall \mathbf{F}_{sfAus} \in \mathbb{F}} \|\mathbf{F}_{sfAus} - C(\mathbf{F}_{sfAus}, \hat{F}_{sfAus}, \mathbb{W}) \hat{F}_{sfAus}\|. \quad (3.17)$$

Die Menge  $\mathbb{F}$  stellt dabei alle Felder  $\mathbf{F}_{sfAus}$  dar, die für alle Strukturparameter  $\alpha_{sf} \in \mathbb{B}_{sf}$  entsprechend der Gleichung 3.15 entstehen. Die Konstante

$$C(\mathbf{F}_{sfAus}, \hat{F}_{sfAus}, \mathbb{W}) = \frac{(\mathbf{F}_{sfAus} | \hat{F}_{sfAus})_{\mathbb{W}}}{\|\hat{F}_{sfAus}\|_{\mathbb{W}}^2} = \frac{\int_{\mathbb{W}} U_{sfAus}(\mathbf{r}) \hat{U}_{sfAus}^*(\mathbf{r}) dx dy}{\int_{\mathbb{W}} |\hat{U}_{sfAus}(\mathbf{r})|^2 dx dy} \quad (3.18)$$

ist Teil der orthogonalen Projektion des Feldes  $\mathbf{F}_{sfAus}$  auf die von  $C(\mathbf{F}_{sfAus}, \hat{F}_{sfAus}, \mathbb{W}) \hat{F}_{sfAus}$  aufgespannte Menge [9]. Die Region  $\mathbb{W}$  wird typischerweise durch den freien Durchmesser der



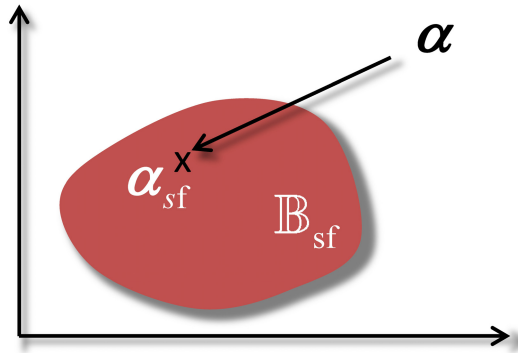


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Projektion der Strukturparameter  $\alpha$  auf die Lösungsmenge der Parameter der Strahlformungsregion  $\mathbb{B}_{\text{sf}}$

Strahlformungsregion festgelegt und markiert den Bereich, in dem Licht die Region verlässt. Mit Hilfe von Gleichung 3.15 kann Gleichung 3.17 auch umformuliert werden:

$$\min_{\forall \alpha_{\text{sf}} \in \mathbb{B}_{\text{sf}}} \left\| \mathcal{S}_{\text{sf}}(\alpha_{\text{sf}}) \mathbf{F}_{\text{ein}} - C(\mathcal{S}_{\text{sf}}(\alpha_{\text{sf}}) \mathbf{F}_{\text{ein}}, \hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}, \mathbb{W}) \hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}} \right\|. \quad (3.19)$$

Wie in den nachfolgenden Kapiteln gezeigt wird, kann für dieses komplexe Projektionsproblem in vielen Fällen eine Lösung in Form einer geschlossenen Formel oder eines Algorithmus gefunden werden. In einigen Fällen erfordert die Projektion wiederum eine Optimierung, die z. B. parametrisch erfolgen kann. Der Projektionsalgorithmus ist dann effizienter im Vergleich zu einer parametrischen Optimierung eines kompletten Strahlformungssystems, wie sie am Anfang von Abschnitt 3.1 erwähnt wurde, wenn das Auffinden der Strukturparameter deutlich weniger rechenaufwändig als eine komplette parametrische Optimierung ist. Nach der Projektion der Strukturparameter startet die nächste Iteration wieder mit der Simulation der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion entsprechend Gleichung 3.12.

Der genannte Projektionsalgorithmus hat zwei verschiedene Startpunkte. Er kann entweder mit einem initialen Satz von Strukturparametern der Strahlformungsregion  $\alpha_{\text{sf},0}$  beginnen. Als erstes erfolgt dann die Simulation der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion entsprechend der Gleichung 3.12 (siehe Abbildung 3.3). Alternativ kann der Start mit einem initialen Feld  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus},0}$  in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  beginnen. Der Algorithmus startet dann mit einer inversen Propagation durch das Linsensystem. Ein solches Feld kann z. B. mit geometrisch-optischen Methoden berechnet werden [9, 19]. Der Algorithmus endet nach einer vorgegebenen Anzahl von Iterationen mit der Projektion der Strukturparameter (siehe „Ende“ in Abbildung 3.3).

Wie auch andere Optimierungsverfahren ist der IFTA nicht frei von Stagnationen. Das Optimierungsergebnis kann deshalb stark von den Startwerten abhängen. Diese Stagnationen können z. B. von Phasendislokationen im Feld  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  verursacht werden [9, 19, 49]. Alle Bedingungen, die durch die Projektionsoperatoren  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{strkt}}$  an das Feld  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  und die Strukturparame-

ter  $\alpha$  gestellt werden, werden normalerweise nicht gleichzeitig eingeführt, sondern Schritt für Schritt, um die Konvergenz des Algorithmus sicherzustellen [19, 22, 48].

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Optimierung von nicht-paraxialen und paraxialen Strahlformungssystemen mittels Projektionsalgorithmen. Die Strahlformungsregion besteht dabei aus einem Element mit einer punktwise parametrisierten Fläche oder einer refraktiven Oberfläche, die mittels einer analytischen Formel mit geringer Parameterzahl parametrisiert wird. Dazu müssen zwei Probleme gelöst werden. Das ist zum einen die Modellierung der Lichtausbreitung paraxialer und nicht-paraxialer Felder durch die Strahlformungs- und Linsenregion unter Berücksichtigung von realen Strukturen und Beugungs- und Interferenzeffekten. Zum anderen ist das die Definition geeigneter Strukturprojektionsoperatoren entsprechend Gleichung 3.19. Die nächsten Kapitel werden sich genau mit diesen Problemstellungen beschäftigen.

Je nachdem, ob das Feld  $F_{\text{ein}}$  oder das Feld  $F_{\text{aus}}$  paraxial oder nicht-paraxial ist, unterscheiden sich sowohl die Propagationsoperatoren für die Strahlformungs- und Linsenregion als auch die Strukturprojektionsoperatoren. Deshalb soll im nächsten Abschnitt eine Klassifizierung der Strahlformungssysteme auf Basis der Divergenz der Felder  $F_{\text{ein}}$  und  $F_{\text{aus}}$  vorgenommen werden. Die nachfolgenden Kapitel erläutern dann die für die jeweiligen Klassen benötigten Operatoren.

### 3.5 Klassifizierung von Laserstrahlformungssystemen auf Basis der Divergenz von Eingangsfeld- und Ausgangsfeld

In diesem Abschnitt soll die Klassifizierung von Strahlformungssystemen auf Basis der Divergenzwinkel von  $F_{\text{ein}}$  und  $F_{\text{aus}}$  durchgeführt werden. Die meisten veröffentlichten Designansätze für Strahlformungssysteme gelten nur für paraxiale Eingangsfelder [9, 19, 20, 22, 28]. In der vorliegenden Arbeit sollen deshalb Methoden zur Optimierung von Systemen mit nicht-paraxialen Feldern eingeführt werden. Da diese meist rechenaufwändiger sind, ist eine Klassifizierung der Strahlformungssysteme auf Basis der Divergenz sinnvoll, um die jeweils schnellsten und hinreichend genauen Ansätze zu benutzen. Voraussetzung für die Klassifizierung entsprechend der Divergenzwinkel eines Laserstrahls ist eine klare Definition dieser. Die Messung der Laserstrahlparameter ist durch unterschiedliche Industriestandards definiert [29, 30, 31, 32]. Die Bestimmung erfolgt dabei mit Hilfe der 2. Momente-Methode.

Die Definition der Laserstrahldivergenz  $\theta_x, \theta_y$  über die 2. Momente-Methode ist für die Klassifizierung von Strahlformungssystemen nicht ausreichend. So entspricht der 2. Momente-Divergenzwinkel eines gaußförmigen Laserstrahls dem  $1/e^2$  Abfall der Intensität. Es gibt damit noch bedeutende Leistungsanteile mit höheren Winkeln, die bei der Strahlformung berücksichtigt werden müssen. Letztendlich müssen der durch die numerische Apertur eines Systems definierte Winkel und der Divergenzwinkel eines Laserstrahles übereinstimmen. Deshalb soll hier ein

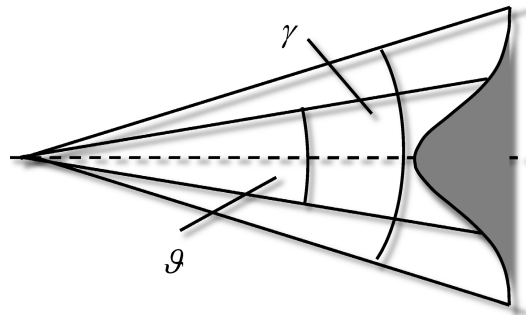


Abbildung 3.5: Divergenzwinkel eines Feldes nach der 2. Momente-Methode  $\theta$  und nach der hier verwendeten Definition  $\gamma$  zur Charakterisierung von Strahlformungssystemen

Klasse	$\gamma_{\text{ein},x}, \gamma_{\text{ein},y}$	$\gamma_{\text{aus},x}, \gamma_{\text{aus},y}$
I: paraxial - paraxial	$< 10^\circ$	$< 10^\circ$
II: paraxial - nicht-paraxial	$< 10^\circ$	$\geq 10^\circ$
III: nicht-paraxial - paraxial	$\geq 10^\circ$	$< 10^\circ$
IV: nicht-paraxial - nicht-paraxial	$\geq 10^\circ$	$\geq 10^\circ$

Tabelle 3.1: Klassifizierung von Strahlformungssystemen auf Basis der Divergenzwinkel von Eingangs- ( $\gamma_{\text{ein},x}, \gamma_{\text{ein},y}$ ) und Ausgangsfeld ( $\gamma_{\text{aus},x}, \gamma_{\text{aus},y}$ )

neuer Winkel

$$\gamma_x = 2\theta_x \quad (3.20)$$

$$\gamma_y = 2\theta_y$$

mit Hilfe des aus der 2. Momente-Methode folgenden Winkels definiert werden (siehe auch Abbildung 3.5). Diese Winkeldefinition schließt nun auch noch Leistungsanteile eines Laserstrahls mit deutlich höherem Winkel ein. Ein Laserstrahl soll nachfolgend als paraxial bezeichnet werden, wenn für seine Divergenzwinkel  $\gamma_x < 10^\circ$  und  $\gamma_y < 10^\circ$  gilt.

Strahlformungssysteme können nun auf Basis der Divergenzwinkel von Eingangsfeld  $F_{\text{ein}}$  (Winkel  $\gamma_{\text{ein},x}, \gamma_{\text{ein},y}$ ) und Ausgangsfeld  $F_{\text{aus}}$  (Winkel  $\gamma_{\text{aus},x}, \gamma_{\text{aus},y}$ ), wie in Tabelle 3.1 zu sehen, klassifiziert werden. Es resultieren vier verschiedene Klassen. Je nach Klasse des zu entwickelnden Strahlformungssystems unterscheiden sich sowohl die Propagationsoperatoren durch die Strahlformungs- und Linsenregion als auch die Strukturprojektionsoperatoren. Diese werden in den Kapiteln 4 und 5 näher erläutert. Allerdings ist zu beachten, dass auf Basis der Divergenzwinkel der Felder  $F_{\text{ein}}$  und  $F_{\text{aus}}$  nur eine grobe Zuordnung von Operatoren möglich ist. Nach einer Optimierung eines Strahlformungssystems ist es deshalb unbedingt notwendig, dieses System auch mit genaueren Operatoren zu simulieren und zu überprüfen, ob eine hinreichende Übereinstimmung der Ergebnisse vorliegt. Gegebenenfalls muss die Optimierung mit einem genaueren Designansatz wiederholt werden.

# Kapitel 4

## Formung monochromatischer paraxialer Laserstrahlen

In diesem Kapitel wird die Optimierung von Strahlformungssystemen zur Transformation von paraxialen monochromatischen Eingangsfeldern in paraxiale Ausgangsfelder vorgestellt. Die Schwerpunkte sind die Optimierung von Komponenten mit punktweise parametrisierten Oberflächen sowie mit refraktiven Oberflächen, die mittels einer analytischen Formel mit einer geringen Parameterzahl parametrisiert werden. Diese Oberflächen eignen sich besonders gut zur Herstellung mittels CNC-Technik, der bei der Fertigung von refraktiven Strahlformungselementen eine große Bedeutung zukommt. Diese Strahlformungssysteme können vor allem zur Umformung von rotationssymmetrischen Feldern  $F_{\text{ein}}$  in rotationssymmetrische Felder  $F_{\text{aus}}$  verwendet werden.

### 4.1 Paraxiale Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion

Sind das umzuformende Feld  $F_{\text{ein}}$  und das durch das Strahlformungssystem erzeugte Feld  $F_{\text{aus}}$  beide paraxial, so kann die Lichtausbreitung während der Optimierung paraxial approximiert modelliert werden. Da die Größe des physikalischen Modellierungsfehler vor Beginn der Optimierung nicht bekannt ist, müssen optimierte Systeme mit Hilfe von nicht-paraxialen Propagationsoperatoren analysiert und die Genauigkeit dieser Annahme ermittelt werden. Für die Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungsregion kann die Dünne-Elemente-Approximation  $\mathcal{S}_{\text{sf}} = \mathcal{S}_{\text{TEA}}$  verwendet werden (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Die Linsenregion muss in homogene und inhomogene Regionen entsprechend Abschnitt 2.3 zerlegt werden. Für die Propagation durch inhomogene Regionen ist ebenfalls der Einsatz der Dünne-Elemente-Approximation möglich. Für homogene Regionen können die paraxialen und nicht-paraxialen Propagationmethoden entsprechend Abschnitt 2.5 verwendet werden.

## 4.2 Der paraxiale Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisierte Oberflächen

In vielen praktischen Fällen ist die Strahlformungsregion aus einer ebenen Oberfläche und einer punktweise parametrisierten Fläche mit einem eingeschlossenen homogenen Substratmedium der Brechzahl  $\check{n}_s$  zusammengesetzt. Das kontinuierliche Oberflächenprofil ergibt sich durch eine Interpolation zwischen den Datenpunkten. Die Fläche kann aus diskreten Stufen bestehen, wie es z.B. oft bei diffraktiven Elementen der Fall ist. Die Region soll keine signifikante Absorption aufweisen und das Strahlformungselement von einem homogenen Medium der Brechzahl  $\check{n}$  umgeben sein. Da die Lichtausbreitung mittels des Operators  $\mathcal{S}_{\text{TEA}}$  modelliert wird, folgt aus Abschnitt 2.4.1.5 und Gleichung 3.15, dass die Amplitude des Feldes nach der Strahlformungsregion  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}}$  gleich der Amplitude des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  vor der Strahlformungsregion ist. Die Phase  $\phi_{\text{sfAus}}$  setzt sich dagegen aus der Phase des Feldes vor der Strahlformungsregion  $\phi_{\text{ein}}$  und einer Phasenmodulation infolge des Höhenprofils zusammen  $\phi_{\text{sfAus}}(x, y) = \phi_{\text{ein}}(x, y) + \phi(x, y)$  mit

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi h(x, y)(\Re(\check{n}_s) - \Re(\check{n}))}{\lambda}. \quad (4.1)$$

Der oben beschriebene Zusammenhang zwischen den Strukturparametern  $h(x, y)$ ,  $\check{n}_s$  und  $\check{n}$  und der dazugehörigen Menge von Feldern nach der Strahlformungsregion  $\mathbb{F}$  ist punktweise invertierbar, wenn das Höhenprofil, wie hier angenommen, punktweise parametrisiert ist. Es ist deshalb möglich, das gewünschte Feld  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  durch Auswertung von Gleichung 3.17 auf die Menge der Felder  $\mathbb{F}$  zu projizieren [9, 22, 23, 24], woraus ein Feld  $\bar{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  resultiert. Aus diesem kann das dazugehörige Höhenprofil durch Invertierung von Gleichung 4.1

$$h(x, y) = \frac{\phi(x, y)\lambda}{2\pi(\Re(\check{n}_s) - \Re(\check{n}))} \quad (4.2)$$

berechnet werden mit  $\phi(x, y) = \arg\left(\frac{\bar{U}_{\text{sfAus}}}{U_{\text{ein}}}\right)$ . Für punktweise parametrisierte Oberflächen und paraxiale Felder  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  und  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  folgt nun aus dem in Abschnitt 3.4 vorgestellten Projektionsalgorithmus der bekannte Iterative-Fourier-Transformations-Algorithmus (IFTA) [9, 19, 22, 23, 24]. Für die Linsenregion werden dabei typischerweise nur die in Abschnitt 3.2 gezeigten Spezialfälle benutzt. Linsen werden idealisiert modelliert. Deshalb reduziert sich die Simulation der Lichtausbreitung im Wesentlichen auf eine Fourier-Transformation.

## 4.3 Der Paraxiale Strukturprojektionsoperator für mit der Asphärenformel parametrisierte Oberflächen

Dieser Abschnitt beschreibt die Optimierung von Strahlformungsregionen, die aus einer ebenen und einer asphärischen Oberfläche mit einem homogenen Substratmedium der Brechzahl  $\check{n}_s$  bestehen. Um den Strahlformer soll sich ein homogenes Medium der Brechzahl  $\check{n}$  befinden.

In der Vergangenheit wurde bereits gezeigt, dass das Design von Strahlformungssystemen mit refraktiven Oberflächen durch Projektionsalgorithmen möglich ist [18, 50]. In allen Fällen wurden die Oberflächen nur punktweise parametrisiert. Bei dieser Beschreibung können sehr hohe Ortsfrequenzen in den Oberflächen auftreten, die sich allenfalls mit lithographischen Methoden, aber nicht durch CNC-Technik herstellen lassen. Letztere ist aber gerade eine verbreitete Herstellungstechnik für refraktive Oberflächen. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt ein Projektionsalgorithmus zur Optimierung von asphärischen Oberflächen, die mittels einer analytischen Formel mit einer geringen Parameterzahl parametrisiert werden, vorgestellt<sup>1</sup>.

Die asphärische Fläche wird mit der bekannten Asphärenformel [51]

$$h_{\text{asph}}(r) = \frac{1/Rr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r^2}} + \sum_{l=1}^L a_l r^l \quad (4.3)$$

beschrieben.  $R$  stellt den Radius einer sphärischen Basisfläche dar,  $c_{\text{kon}}$  die sogenannte konische Konstante und  $a_l$  die Asphärenkoeffizienten. Diese Parameter bilden zusammen mit den Brechzahlen  $\check{n}_s$  und  $\check{n}$  den Lösungsraum  $\mathbb{B}_{\text{sf}}$  der Strukturparameter. Die Anzahl der Koeffizienten  $L$  bestimmt den Freiheitsgrad der Oberfläche. Die Berechnung der Oberfläche des Strahlformers anhand des Feldes  $\hat{F}_{\text{ein}}$  vor der Strahlformungsregion und des gewünschten Feldes  $\hat{F}_{\text{sfAus}}$  nach der Region kann nicht mehr durch punktweise Invertierung von Gleichung 4.1 erfolgen. Ein alternativer Strukturprojektionsoperator wird nachfolgend erläutert. Dafür erfolgt ein Wechsel zu Polarkoordinaten. Der Algorithmus besteht aus folgenden Schritten:

1. Berechnung der gewünschten Phasenmodulation innerhalb der Strahlformerapertur mit dem Radius  $R_{\text{xy}}$

$$\phi(r, \theta) = \begin{cases} \arg\left(\frac{\hat{U}_{\text{sfAus}}(r, \theta)}{\hat{U}_{\text{ein}}(r, \theta)}\right) & : r \leq R_{\text{xy}} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.4)$$

2. Die Phasenverteilung wird durch Mittelung über den Winkel  $\theta$  rotationssymmetrisch

$$\phi(r) = \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \phi_{\text{unwrap}, \theta}(r, \theta) d\theta \quad (4.5)$$

gemacht. Dazu erfolgt eine Entfaltung der  $2\pi$ -Modulo-Darstellung mit

$$\phi_{\text{unwrap}, \theta}(r, \theta) = \int_0^{2\pi} \text{diff}_{\theta}(\phi(r, \theta)) d\theta + \phi(r, 0). \quad (4.6)$$

$\text{diff}_{\theta}(\phi(r, \theta))$  ist eine spezielle Ableitung entsprechend Gleichung A.29 im Anhang A.5.

3. Entfaltung der Phase entlang des Radius

$$\phi_{\text{unwrap}, r}(r) = \int_0^{R_{\text{xy}}} \text{diff}_r(\phi(r)) dr + \phi(0) \quad (4.7)$$

mit  $\text{diff}_r(\phi(r))$  entsprechend der Gleichung A.30 im Anhang A.5.

<sup>1</sup>Der nachfolgende Algorithmus kann leicht auf beliebige Freiformflächen erweitert werden, was im Abschnitt 5.1.3 für nicht-paraxiale Systeme auch erfolgt.

4. Berechnung des Höhenprofils  $h(r)$  mittels Gleichung 4.2.
5. Anfitten der Asphärenformel an das Höhenprofil  $h(r)$ . Werden der Radius  $R$  und die konische Konstante  $c_{\text{kon}}$  zum Fitten konstant gehalten, so ist eine analytische Lösung möglich (siehe Anhang A.6).

Durch geeignete Wahl der Anzahl der Asphärenkoeffizienten ist eine Glättung der Oberfläche möglich, um z. B. zu kleine lokale Radien zu entfernen, die eventuell nicht hergestellt werden können. Bei Anwendung des beschriebenen Strukturprojektionsoperators in dem in Abschnitt

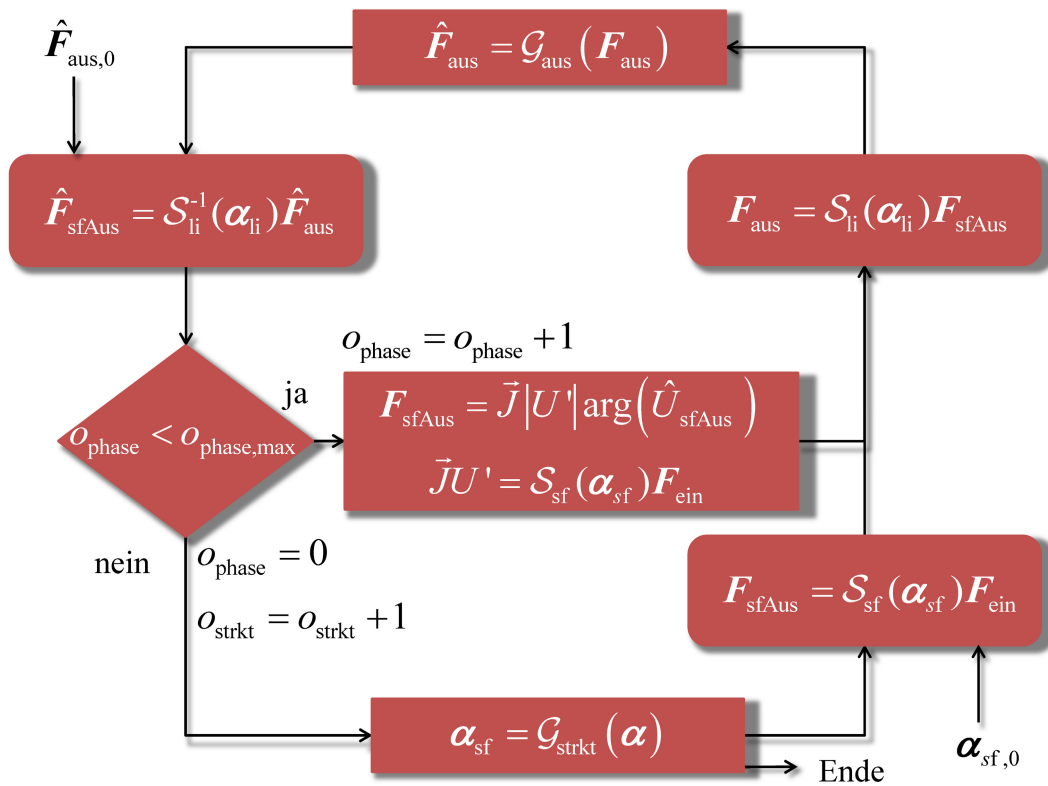


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Projektionsalgorithmus zur Optimierung einer asphärischen Oberfläche entsprechend Gleichung 4.3.

3.4 erklärten Projektionsalgorithmus zeigt sich eine schlechte Konvergenz des Algorithmus. Ursache ist ein nur geringer Phasenunterschied  $\delta\phi_o(\hat{U}_{sfAus,o}, \hat{U}_{sfAus,o-1})$  zwischen zwei skalaren Feldern  $\hat{U}_{sfAus,o}$  und  $\hat{U}_{sfAus,o-1}$  nach der Strahlformungsregion für zwei verschiedene Iterationen  $o$  und  $o-1$ . Aus diesem geringen Phasenunterschied folgt nun auch ein kleiner Unterschied der zum Fitten verwendeten Höhenwerte  $\delta h_o(h_{m,o}, h_{m,o-1})$  zwischen zwei Iterationen<sup>2</sup>. Das Anfitten des Höhenprofils kann nur mit einer bestimmten Genauigkeit  $\delta h_{\text{fit}}$  durchgeführt werden. Ist nun der Fitfehler  $\delta h_{\text{fit}}$  größer oder gleich dem Unterschied  $\delta h_o(h_{m,it}, h_{m,o-1})$  der zum

<sup>2</sup>Zur Berechnung des Phasenunterschiedes  $\delta\phi_o(\hat{U}_{sfAus,o}, \hat{U}_{sfAus,o-1})$  sowie des Höhenunterschiedes  $\delta h_o(h_{m,o}, h_{m,o-1})$  kann z. B. der mittlere quadratische Fehler verwendet werden. Die genaue Definition ist aber für das Verständnis des Zusammenhangs nicht relevant.

Fitten verwendeten Höhenwerte, d. h.  $\delta h_{\text{fit}} \geq \delta h_o(h_{m,o}, h_{m,o-1})$ , so führt das meist zu keiner nennenswerten Änderung der Asphärenkoeffizienten und damit der gefitteten Oberfläche, folglich stagniert die Optimierung. Zur Behebung des Problems werden stärkere Höhenunterschiede  $\delta h_o(h_{m,o}, h_{m,o-1})$  zwischen zwei Iterationen und damit auch größere Phasenunterschiede  $\delta \phi_o(U_{\text{sfAus},o}, U_{\text{sfAus},o-1})$  benötigt. Dies wird erreicht, indem der Projektionsalgorithmus wie in Abbildung 4.1 modifiziert und in einer inneren Optimierungsschleife nur die Phase des gewünschten Feldes  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  nach der Strahlformungsregion optimiert wird. Dazu wird als erstes das Feld nach der Strahlformungsregion  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}} = \mathcal{S}_{\text{sf}} \mathbf{F}_{\text{ein}}$  simuliert. Dieses Feld wird für die spätere Verwendung in einem Feld  $\mathbf{F}' = \mathbf{F}_{\text{sfAus}}$  gespeichert. Anschließend erfolgt die Ausbreitung von  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}}$  durch das Linsensystem und die Projektion in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Danach wird das projizierte Feld rückwärts durch das Linsensystem bis hinter die Strahlformungsregion propagiert. Es resultiert ein gewünschtes Feld nach der Strahlformungsregion  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$ . Aus diesem Feld und dem gespeicherten Feld  $\mathbf{F}'$  wird nun ein neues Feld konstruiert, dass die Amplitude von  $\mathbf{F}'$  und die Phase von  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  besitzt, d. h.

$$\mathbf{F}_{\text{sfAus}} = \mathbf{J} |U'| \arg(\hat{U}_{\text{sfAus}}). \quad (4.8)$$

Diese innere Optimierungsschleife wird mehrmals wiederholt und erst dann erfolgt die Berechnung eines neuen Höhenprofils wie oben beschrieben.

In Abschnitt 3.4 wurde erläutert, dass die Einführung der Beschränkungen und Freiheitsgrade der Strukturen sowie des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  in Projektionsalgorithmen schrittweise erfolgt. Dabei werden bis zu vier Optimierungsphasen verwendet [48]. Eine solche stufenweise Einführung soll auch bei dem vorgestellten Projektionsalgorithmus erfolgen. Allerdings werden nur zwei Phasen benutzt, die sich in der Definition der Projektion des Ausgangsfeldes  $\mathcal{G}_{\text{aus}}(\mathbf{F}_{\text{aus}})$  unterscheiden<sup>3</sup>. Die erste Phase wird als Phasensynthese bezeichnet [23, 24]. Der Projektionsoperator  $\mathcal{G}_{\text{aus,phase}}(\mathbf{F}_{\text{aus}})$  erlaubt nur Phasenfreiheit, während die Amplitude des projizierten Feldes bis auf eine Konstante gleich der Amplitude des Referenzfeldes  $\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}$  sein muss, d. h.

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}} = \mathbf{J} C(\mathbf{J} |U_{\text{aus}}|, \mathbf{J} |U_{\text{aus,ref}}|, \mathbb{R}^2) |U_{\text{aus,ref}}| \arg(U_{\text{aus}}) \quad (4.9)$$

mit  $C(\mathbf{J} |U_{\text{aus}}|, \mathbf{J} |U_{\text{aus,ref}}|, \mathbb{R}^2)$  gemäß der Gleichung A.28 im Anhang A.4. Die zweite Phase wird SNR-Optimierung genannt [23, 24]. Der Projektionsoperator  $\mathcal{G}_{\text{aus,SNR}}(\mathbf{F}_{\text{aus}})$  erlaubt Phasenfreiheit und zusätzlich Amplitudenfreiheit außerhalb einer Region  $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{G}_{\text{aus}}$ , d. h.

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}} = \begin{cases} \mathbf{J} C(\mathbf{J} |U_{\text{aus}}|, \mathbf{J} |U_{\text{aus,ref}}|, \mathbb{W}) |U_{\text{aus,ref}}| \arg(U_{\text{aus}}) & : \forall (x, y) \in \mathbb{W} \\ \mathbf{F}_{\text{aus}} & : \text{sonst} \end{cases}. \quad (4.10)$$

Innerhalb der Region wird die Amplitude des Referenzfeldes erzwungen. Auch wenn für den hier vorgestellten modifizierten Projektionsalgorithmus sowie den Strukturprojektionsoperator wie auch für viele andere Optimierungsverfahren kein genereller Konvergenzbeweis existiert, ist letztendlich die Eignung in der praktischen Anwendung entscheidend. Die gute Eignung des Optimierungsverfahrens wird deshalb in Abschnitt 4.4 an einem Beispiel demonstriert.

<sup>3</sup>Andere veröffentlichte Optimierungsphasen werden nur für die Optimierung von Höhenprofilen mit diskreten Stufen benötigt und haben für refraktive Oberflächen keine Relevanz.



#### 4.4 Beispiel zur Strahlformung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen runden Top-Hat

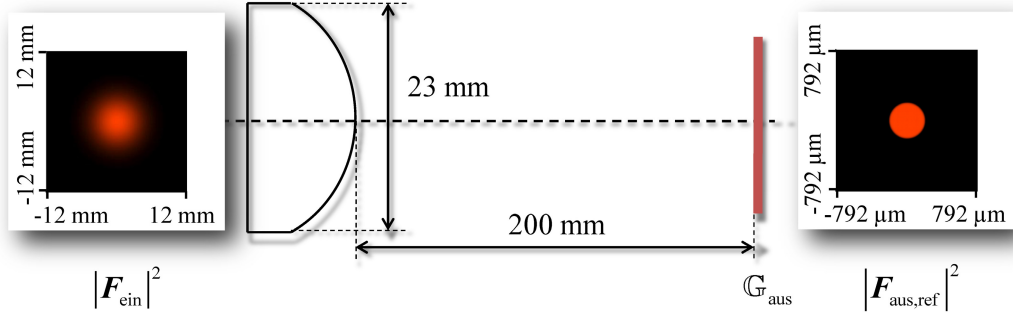


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung eines Strahlformungssystems zur Transformation eines paraxialen gaußförmigen Laserstrahls in einen paraxialen runden Top-Hat. Die Strahlformungsfunktion soll durch eine asphärische Oberfläche erzeugt werden.

In diesem Abschnitt soll beispielhaft das Design eines Strahlformers zur Umformung eines kollimierten paraxialen gaußförmigen Laserstrahls in einen runden paraxialen Top-Hat gezeigt werden. Die Strahlformung soll durch eine asphärische Oberfläche, wie in Abschnitt 4.3 vorgestellt, erfolgen. Das Feld des zu transformierenden Laserstrahles wird durch

$$\mathbf{F}_{\text{ein}} = \mathbf{J} e^{-\left(\frac{r_{xy}}{w_{0,\text{gauß}}}\right)^2} \quad (4.11)$$

beschrieben mit  $\mathbf{J} = (1, 0)$  und  $r_{xy} = \sqrt{x^2 + y^2}$ .  $2w_{0,\text{gauß}}$  ist der  $1/e^2$ -Durchmesser der Intensitätsverteilung des Laserstrahls. Das Quadrat der Amplitude des gewünschten Top-Hats soll durch eine Super-Gauß-Funktion definiert werden

$$|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2 = e^{-\left(\frac{r_{xy}}{w_{0,\text{TopHat}}}\right)^{b_r}} \quad (4.12)$$

wobei  $b_r$  die Ordnung der Funktion ist. Die Ordnung bestimmt die Steilheit des Intensitätsabfalls an den Kanten des Top-Hats. Bei  $2w_{0,\text{TopHat}}$  handelt es sich um den  $1/e^2$ -Durchmesser. Die Parameter des Strahlformungssystems sind in Tabelle 4.1 zu sehen. Zur Strahlformung wird ein linsenloser Aufbau entsprechend Abbildung 3.2 verwendet. Eine schematische Darstellung des Strahlformungssystems ist in Abbildung 4.2 zu sehen.

Die Lichtausbreitung durch das System wird mit der paraxialen Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{frit}} \mathcal{S}_{\text{TEA}} \mathbf{F}_{\text{ein}} \quad (4.13)$$

entsprechend dem Abschnitt 2.4.1.5 und der Gleichung 2.79 modelliert. Die Fresnelverluste an den Oberflächen werden nicht berücksichtigt. Als Gütefunktionen für die Bewertung der Qualität der erzeugten Lichtverteilung  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  werden der  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , das SNR  $\Omega_{\text{snr}}$

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{gauß}}$	8 mm
	Wellenlänge $\lambda$	632,8 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{TopHat}}$	400 $\mu\text{m}$
	Super-Gauß-Ordnung $b_r$	29,4
	Divergenzwinkel des Ausgangsfeldes	4,4°
System	Abstand Strahlformer-Ebene $G_{\text{aus}}$	200 mm
	Medium	Luft
Strahlformer	freier Durchmesser	23 mm
	Medium	Schott N-BK7
	Mittendicke	5 mm

Tabelle 4.1: Parameter eines beispielhaften Strahlformungssystems zur Umformung eines kollimierten paraxialen gaußförmigen Laserstrahls in einen runden paraxialen Top-Hat

in einer Region  $\mathbb{W}_1$ , die Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  in Region  $\mathbb{W}_1$  und der Uniformitätsfehler  $\Omega_{\text{uni}}$  in einer Region  $\mathbb{W}_2$  entsprechend Abschnitt 2.7 verwendet. Die Region  $\mathbb{W}_1$  ist definiert zu

$$\mathbb{W}_1 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 208 \mu\text{m}\} \quad (4.14)$$

und Region  $\mathbb{W}_2$  als

$$\mathbb{W}_2 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 167 \mu\text{m}\}. \quad (4.15)$$

Der Radius der Region  $\mathbb{W}_1$  entspricht dem Abfall des Quadrates der Amplitude auf 1% des Maximalwertes und der Radius von  $\mathbb{W}_2$  einer Verringerung auf 99% des Maximalwertes.

Als Freiheitsgrade der Oberfläche des Strahlformers wurden während der Optimierung insgesamt 12 Asphärenkoeffizienten verwendet. Die Abweichung der Fläche von einer gefitteten Sphäre mit einem Radius von 107 mm ist in Abbildung 4.4(a) zu sehen. Nach der Optimierung erfolgte die Simulation des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$ . Das Quadrat der Amplitude und die als Freiheitsgrad während der Optimierung genutzte Phase sind in den Abbildungen 4.3(a) und (b) zu sehen. Außerdem wurden die Gütefunktionswerte berechnet (siehe Tabelle 4.2, Spalte 2). Um die Genauigkeit der bei der Optimierung verwendeten paraxialen Modellierung zu überprüfen, wurde ebenfalls eine nicht-paraxiale Simulation durchgeführt, die durch die Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathbf{F}_{\text{ein}} \quad (4.16)$$

entsprechend Abschnitt 2.4.1.5 und Gleichung 2.77 beschrieben werden kann. Abbildung 4.3(c) zeigt das Quadrat der Amplitude des simulierten Feldes, während die Gütefunktionswerte in Spalte 3 von Tabelle 4.2 zu sehen sind. Die Abbildungen 4.3(a) und (c) zeigen geringe Abweichungen im Quadrat der Amplitude des simulierten Feldes für beide Modellierungen. Ebenso ist in Tabelle 4.2 eine Verschlechterung des Uniformitätsfehlers im Falle der nicht-paraxialen Modellierung zu erkennen. Interessanterweise verbessert sich das SNR, da die Kantensteilheit

Gütefunktion	Wert paraxiale Analyse	Wert nicht-paraxiale Analyse
$1/e^2$ -Durchmesser $\Omega_{1/e^2}$	415 $\mu\text{m}$	398 $\mu\text{m}$
SNR $\Omega_{\text{snr}}$	22 dB	26 dB
Konversionseffizienz $\Omega_{\text{konvEff}}$	98,3 %	99,5 %
Uniformitätsfehler $\Omega_{\text{uni}}$	$\pm 1$ %	$\pm 4,25$ %

Tabelle 4.2: Gütefunktionswerte des durch das optimierte Strahlformungssystem erzeugten Felds  $F_{\text{aus}}$  für paraxiale (Gleichung 4.13) und nicht-paraxiale Modellierung (Gleichung 4.16) der Lichtausbreitung.

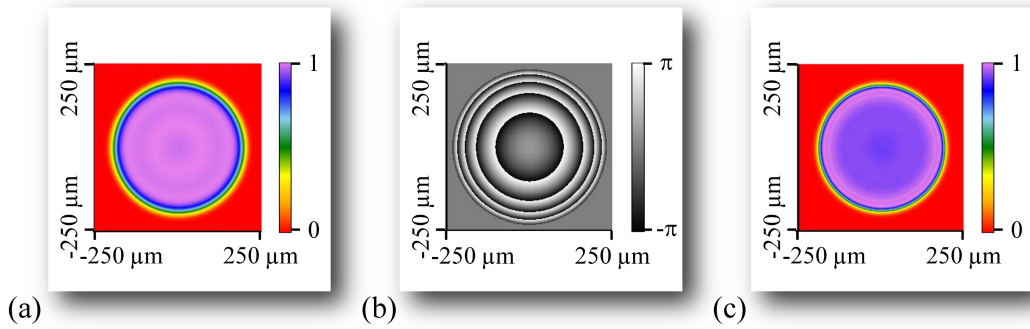


Abbildung 4.3: Quadrat der Amplitude (a) und Phase (b) von  $F_{\text{aus}}$  bei paraxialer Modellierung der Lichtausbreitung mittels Gleichung 4.13. Zur Überprüfung der Simulationengenauigkeit wurde das Quadrat der Amplitude nicht-paraxial mittels Gleichung 4.16 modelliert (c).

des Top-Hats zunimmt. Die Designergebnisse können durch eine nicht-paraxiale Modellierung während der Optimierung verbessert werden. Eine solche wird in Abschnitt 5.1.2 vorgestellt.

Der Strahlformer wurde durch die Asphericon GmbH hergestellt und durch das Fraunhofer Institut für Optik und Feinmechanik vermessen. Die gemessene Intensität weist starke Störungen auf (siehe Abbildung 4.4(c)). Die Messung erfolgte deshalb in einem Abstand von 197 mm vom Strahlformer, in dem der Top-Hat den gewünschten Durchmesser von 400  $\mu\text{m}$  besaß. Um diese Störungen zu erklären, wurde die Oberfläche des Strahlformers durch die Firma Zygo LOT GmbH vermessen. Der Phasenfehler ist in Abbildung 4.4(b) zu sehen und beträgt bis zu  $0,3\lambda$  (Differenz minimaler zu maximalem Wert). Mittels der Operatorsequenz

$$F_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{T}_{\text{fehler}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} F_{\text{ein}} \quad (4.17)$$

wurden die Auswirkungen des Phasenfehlers simuliert. Der Phasenfehler  $\mathcal{T}_{\text{fehler}}$  wurde durch eine diskrete Transmission entsprechend Gleichung 2.85 modelliert. Das Quadrat der Amplitude des simulierten Felds  $F_{\text{aus}}$  ist in Abbildung 4.4(d) zu sehen. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen simuliertem und gemessenem Feld. Die Gütefunktionswerte wurden ebenfalls für die gemessene und die mit Phasenfehlern simulierte Lichtverteilung berechnet und zeigen ebenfalls eine gute Übereinstimmung (siehe Spalten 2 und 3 von Tabelle 4.3). Um eine bessere Aussage über den Einfluss der Herstellungsgenauigkeit auf das Feld  $F_{\text{aus}}$  zu erhalten, wurde der gemessene Phasenfehler auf maximale Phasenschwankungen von  $0,1\lambda$  und  $0,05\lambda$  skaliert

Gütefunktion	Wert gemessene Intensität	simulierter Wert Phasenfehler $0,3\lambda$	simulierter Wert Phasenfehler $0,1\lambda$	simulierter Wert Phasenfehler $0,05\lambda$
$1/e^2$ -Durchmesser $\Omega_{1/e^2}$	390 $\mu\text{m}$	395,5 $\mu\text{m}$	395 $\mu\text{m}$	397 $\mu\text{m}$
SNR $\Omega_{\text{snr}}$	15 dB	15,6 dB	24 dB	26 dB
Konversionseffizienz $\Omega_{\text{konvEff}}$	96,8 %	95,9 %	99,6 %	99,7 %
Uniformitätsfehler $\Omega_{\text{uni}}$	$\pm 64,5$ %	$\pm 70,4$ %	$\pm 26,5$ %	$\pm 15,3$ %

Tabelle 4.3: Gütefunktionswerte für die gemessene Lichtverteilung (Spalte 2) sowie für das simulierte Feld  $F_{\text{aus}}$  bei nicht-paraxialer Modellierung (Gleichung 4.16) der Lichtausbreitung und unter Berücksichtigung der gemessenen Phasenfehler von  $0,3\lambda$  (Spalte 3), für einen Phasenfehler von  $0,1\lambda$  (Spalte 4) und einen Phasenfehler von  $0,05\lambda$  (Spalte 5).

und die Simulation wiederholt. Die Quadrate der Amplituden der simulierten Felder sind in den Abbildungen 4.4(e) und (f) dargestellt. Die Spalten 4 und 5 von Tabelle 4.3 zeigen die dazugehörigen Gütefunktionswerte. Dieses Beispiel zeigt, dass das vorgestellte Optimierungsverfahren hervorragend funktioniert. Allerdings ergibt die Toleranzanalyse, dass dieses Strahlformungssystem, wie von solchen Systemen bekannt, hohe Anforderungen an die Herstellung stellt. Bei einem maximalen Phasenfehler von  $0,05\lambda$  werden praxismgerechte Gütefunktionswerte erreicht. Diese Herstellungsgenauigkeit wird voraussichtlich bis Ende des Jahres 2009 bei der Asphericon GmbH realisiert.

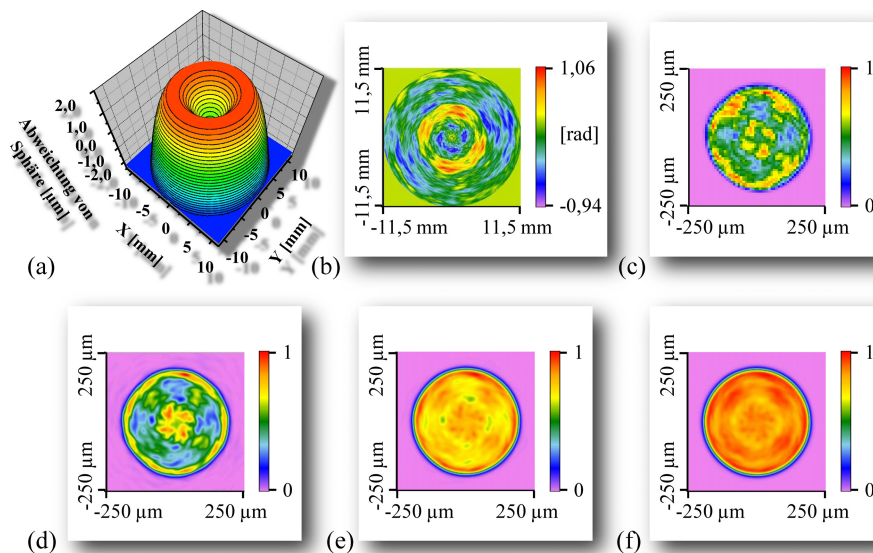


Abbildung 4.4: Abweichung der Oberfläche des Strahlformers von einer Sphäre mit 107 mm Radius (a). Die Phasenfehler des Strahlformers wurden vermessen (b) und betragen rund  $0,3\lambda$ . Die Intensitätsverteilung wurde im Abstand von 197 mm vom Strahlformer gemessen (c). Die Phasenfehler wurden in die Simulation einbezogen und das Quadrat der Amplitude berechnet (d). Anschließend wurden die gemessenen Phasenfehler auf  $0,1\lambda$  bzw.  $0,05\lambda$  skaliert und wieder das Quadrat der Amplitude ermittelt, siehe (e) und (f).

# Kapitel 5

## Formung monochromatischer nicht-paraxialer Laserstrahlen

In Kapitel 4 wurden bei der Optimierung von Strahlformungssystemen zur Modellierung der Lichtausbreitung durch das System nur paraxiale Modelle verwendet. Ist nun das Eingangsfeld  $F_{\text{ein}}$  oder das Ausgangsfeld  $F_{\text{aus}}$  nicht-paraxial, so müssen andere Beschreibungen der Lichtpropagation angewendet werden. Je nachdem, ob  $F_{\text{ein}}$  oder  $F_{\text{aus}}$  nicht-paraxial ist, können unterschiedliche Designkonzepte benutzt werden. Der Abschnitt 5.1 stellt Konzepte zur Umformung eines paraxialen Laserstrahls in einen nicht-paraxialen Strahl vor. Abschnitt 5.2 zeigt die Umformung eines nicht-paraxialen Laserstrahls in einen paraxialen Laserstrahl und Abschnitt 5.3 erläutert die Transformation eines nicht-paraxialen Strahls in einen anderen nicht-paraxialen Laserstrahl.

### 5.1 Umformung paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen

Die Umformung paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Strahlen kann durch verschiedene optische Aufbauten erfolgen. In Abhängigkeit vom Aufbau werden unterschiedliche Propagationsoperatoren zur Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion sowie unterschiedliche Strukturprojektionsoperatoren benötigt. Der nächste Abschnitt erläutert die Strahlformung durch den Einsatz einer paraxialen Strahlformungsregion und eines nicht-paraxialen Linsensystems. In den Abschnitten 5.1.2 und 5.1.3 wird die Berechnung von nicht-paraxialen refraktiven Strahlformungselementen in einem linsenlosen Aufbau erläutert.

#### 5.1.1 Optimierung von Systemen, bestehend aus paraxialem Strahlformungselement und nicht-paraxialem Linsensystem

Ein wichtiges Strahlformungssystem ist der Fourier-Aufbau (siehe Abschnitt 3.2 und Abbildung 3.2(a)). Hier wird eine Strahlformungsregion zusammen mit einer Linse oder einem Ob-

ektiv zur Umformung eines Laserstrahls verwendet. Die Strahlformungsregion realisiert dabei die Strahlformungsfunktion, indem sie geeignete Amplituden- und Phasenmodulationen in der einfallenden Welle einführt. Diese führen zu einem Feld  $F_{\text{sfAus}}$  nach der Region, das einen Divergenzwinkel  $\gamma_b$  besitzen soll (siehe Abbildung 5.1). Die Größe des Winkels steht dabei in direktem Zusammenhang zu der Ausdehnung des Feldes  $F_{\text{aus}}$ . Das nachfolgende Linsensystem realisiert die Strahlführungsfunktion, indem das die Strahlformungsregion verlassende Licht fokussiert wird. Es bestimmt die Auflösung des Gesamtsystems. Im Falle einer ebenen, parallel zur optischen Achse einfallenden Welle würde die Linsenregion eine Welle mit einem Divergenzwinkel  $\gamma_a$  generieren. Erzeugt ein Strahlformungssystem nun ein nicht-paraxiales Feld  $F_{\text{aus}}$ , so sind i. A. Strahlformungs- und Strahlführungsfunktion dafür verantwortlich. In vielen praktischen Fällen wird die Nicht-Paraxialität allerdings nur von der Strahlführungsfunktion erzeugt (Winkel  $\gamma_a > 10^\circ$ ), während der von der Strahlformungsfunktion realisierte Winkel klein ist ( $\gamma_b < 10^\circ$ ). Das ist insbesondere dann der Fall, wenn die gewünschte Lichtverteilung  $|F_{\text{aus,ref}}|^2$  eine sehr kleine Ausdehnung besitzt. Nachfolgend erfolgt die Konzentration auf Situationen, in

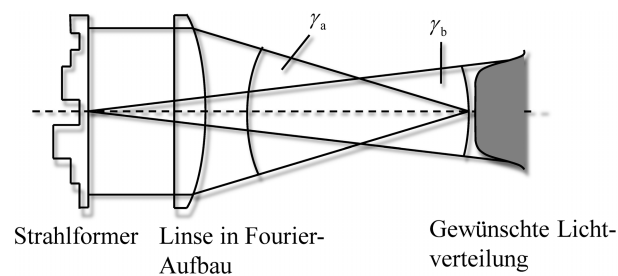


Abbildung 5.1: Schematische Zeichnung der Lichtablenkung durch das Strahlformungssystem im Falle eines Fourier-Aufbaus. Die Linsenregion realisiert die Strahlführungsfunktion und fokussiert das Licht unter einem Winkel  $\gamma_a$ . Der Strahlformer realisiert die Strahlformungsfunktion und erzeugt ein Feld mit einem Divergenzwinkel  $\gamma_b$ .

denen die Strahlformungsregion ein Feld  $F_{\text{sfAus}}$  mit einem Divergenzwinkel  $\gamma_b < 10^\circ$  erzeugt<sup>1</sup>. Die Optimierung solcher Systeme kann mit dem in Abschnitt 3.4 vorgestellten Projektionsalgorithmus durchgeführt werden [40]. Abschnitt 5.1.1.1 diskutiert die dafür benötigte Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion sowie die benötigten Strukturprojektionsoperatoren für die Strahlformungsregion.

### 5.1.1.1 Modellierung der Lichtausbreitung und der Strukturprojektionsoperator

Erzeugt die Strahlformungsregion ein Feld  $F_{\text{sfAus}}$  mit einem Divergenzwinkel  $\gamma_b < 10^\circ$ , so kann für die Modellierung der Lichtausbreitung durch diese Region die Dünne-Elemente-Approximation ( $\mathcal{S}_{\text{sf}} = \mathcal{S}_{\text{TEA}}$ ) verwendet werden (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Daraus folgt, dass keine neuen Strukturprojektionsoperatoren benötigt werden, sondern dass die bereits vorgestellten

<sup>1</sup>Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so kann statt des Fourier-Aufbaus ein linsenloser Aufbau mit einem refraktiven Element entsprechend der Abschnitte 5.1.2 und 5.1.3 optimiert werden.

Operatoren für punktweise parametrisierte Flächen bzw. asphärische Oberflächen verwendet werden können (siehe Abschnitte 4.2 und 4.3).

Lediglich für die Simulation der Lichtausbreitung durch das Linsensystem ist eine nicht-paraxiale Modellierung notwendig. Die Linsenregion muss dazu in homogene und inhomogene Regionen entsprechend Abschnitt 2.3 zerlegt werden. Für homogene Regionen müssen i. A. nicht-paraxiale Propagationsmethoden wie z. B. Propagation mittels Spektrum ebener Wellen, Rayleigh-Sommerfeld-Propagation und Fernfeldausbreitung gemäß den Gleichungen 2.77, 2.78 und 2.80 verwendet werden. Für inhomogene Regionen werden nicht-paraxiale Propagationsmethoden benötigt, die zum einen hinreichend genau winkelabhängige Linsenaberrationen modellieren können, damit diese während der Optimierung des Strahlformungssystems durch die Strahlformungsregion kompensiert werden können. Zum anderen müssen gegebenenfalls Beugungs- und Interferenzeffekte in den inhomogenen Regionen beachtet werden.

Die Propagation durch die inhomogene Region kann mit dem geometrisch-optischen Propagationsoperator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  erfolgen (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Allerdings werden im Anwendungsbereich Beugungs- und Interferenzeffekte ganz vernachlässigt. Außerdem führt die Lokal-Ebene-Wellen-Näherung nicht immer zu den richtigen Richtungen der lokal ebenen Wellen, weshalb winkelabhängige Aberrationen nicht immer hinreichend genau erfasst werden (siehe Abschnitt 2.4.1.1). Eine höhere physikalische Modellierungsgenauigkeit wird durch eine Zerlegung in ein Spektrum ebener Wellen und deren Propagation in geometrisch-optischer Näherung mittels der Operatoresequenz  $\mathcal{K}^{-1}\mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal}}\mathcal{K}$  erreicht (siehe Abschnitt 2.4.2). Dies ermöglicht die Modellierung winkelabhängiger Aberrationen sowie die Modellierung von Interferenzeffekten des durch die Linsenregion propagierenden Feldes  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}}$ . Die letztgenannte Methode ist aber sehr rechenzeitaufwändig. Deshalb sollte immer erst der Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  ohne eine Zerlegung in ein Spektrum ebener Wellen für die Modellierung der Lichtausbreitung während der Optimierung benutzt und dann das resultierende System mittels der Operatoresequenz  $\mathcal{K}^{-1}\mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal}}\mathcal{K}$  genauer analysiert werden.

### 5.1.1.2 Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahles in einen runden Top-Hat durch einen diffraktiven Strahlformer und eine Linse

Die Optimierung eines Strahlformungssystems zur Umformung eines paraxialen Laserstrahls in einen nicht-paraxialen Strahl wird im Folgenden an einem Beispiel diskutiert. Dazu soll ein paraxialer, gaußförmiger Laserstrahl in einen runden Top-Hat mit 20  $\mu\text{m}$  Durchmesser umgeformt werden. Das gaußförmige Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  wird durch die Gleichung 4.11 beschrieben. Das gewünschte Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  des Top-Hats ist dagegen durch eine Super-Gauß-Funktion entsprechend der Gleichung 4.12 definiert. Die Strahlformungsregion besteht aus einem diffraktiven Element mit vier Höhenstufen. Die Linsenregion enthält eine asphärische Linse mit einer numerischen Apertur von 0,25 und einer effektiven Brennweite von 11 mm. Zwischen dem Strahlformungselement und der Linse ist ein Freiraum von 2 mm Ausdehnung. Die Parameter des Strahlformungssystems sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{gauß}}$	3,26 mm
	Wellenlänge $\lambda$	632,8 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{TopHat}}$	20 $\mu\text{m}$
	Divergenzwinkel des Ausgangsfelds	32°
	Super-Gauß-Ordnung $b_r$	10
System	Abstand Strahlformer-Linse	10 mm
	Asphärische Linse	Thorlabs C220TM-B
Strahlformer	Umgebungsmedium	Luft
	Freier Durchmesser	5,5 mm
	Medium	Fused Silica
	Mittendicke	1,28 mm
	Anzahl der Höhenstufen	4

Tabelle 5.1: Parameter des Strahlformungssystems zur Umformung eines paraxialen, gaußförmigen Laserstrahls in einen runden, nicht-paraxialen Top-Hat durch ein System mit einem paraxialen Strahlformer und einer nicht-paraxialen asphärischen Linse

Gütefunktion	Wert Modellierung 1	Wert Modellierung 2	Wert Modellierung 3
$1/e^2$ -Durchmesser $\Omega_{1/e^2}$	20 $\mu\text{m}$	19,9 $\mu\text{m}$	19,9 $\mu\text{m}$
Konversionseffizienz $\Omega_{\text{konvEff}}$	78,7 %	79,1 %	79,5 %
Uniformitätsfehler $\Omega_{\text{uni}}$	$\pm 2,3$ %	$\pm 2,75$ %	$\pm 4,5$ %

Tabelle 5.2: Gütefunktionswerte des durch das optimierte Strahlformungssystem erzeugten Felds  $F_{\text{aus}}$  für Modellierung 1 (nach Gleichung 5.1), Modellierung 2 (nach Gleichung 5.2) und Modellierung 3 (nach Gleichung 5.3) der Lichtausbreitung

Die Optimierung des Strahlformungselementes erfolgt mit dem in Abschnitt 3.4 vorgestellten Projektionsalgorithmus. Das diffraktive Element ist punktweise parametrisiert, so dass der in Abschnitt 4.2 vorgestellte Strukturprojektionsoperator verwendet werden kann. Die Modellierung der Lichtausbreitung durch das Strahlformungssystem soll durch die nicht-paraxiale Operatoresequenz

$$F_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{TEA}} F_{\text{ein}} \quad (5.1)$$

erfolgen. Diese Sequenz wird im Folgenden als Modellierung 1 bezeichnet. Für den Freiraum zwischen Strahlformer und Linse wird die Propagation mittels Spektrum ebener Wellen entsprechend der Gleichung 2.77 verwendet. Die Lichtausbreitung durch die Linse erfolgt mittels des geometrisch-optischen Operators  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Nach der Linse wird die Lichtpropagation durch die Fernfeldausbreitung entsprechend Gleichung 2.80 modelliert.

Während der Optimierung werden bei der Simulation der Lichtausbreitung durch die Linse Beugungs- und Interferenzeffekte vernachlässigt sowie winkelabhängige Linsenaberrationen durch die vom Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  verwendete Näherung lokal ebener Wellen nur approximativ beachtet. Deshalb sollen zwei genauere Modellierungen für die Analyse des optimierten



Systems verwendet werden, um die Auswirkungen dieser Näherungen zu bestimmen. In einer zweiten Modellierung wird deshalb die geometrisch-optische Approximation auf die beiden Oberflächen der Linse beschränkt. Innerhalb der Linse erfolgt eine Propagation mittels Spektrum ebener Wellen über einen Abstand von 4,3 mm. Es resultiert die Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{TEA}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (5.2)$$

Dadurch können Beugungs- und Interferenzeffekte innerhalb der Linse einbezogen werden. Um ebenfalls die winkelabhängigen Aberrationen der Linse exakter zu simulieren und Interferenzeffekte während der Propagation unmittelbar vor und nach der Linsenoberflächen zu beachten, wird in einer dritten Modellierung für die Lichtausbreitung durch die Linse eine Zerlegung in ein Spektrum ebener Wellen entsprechend Abschnitt 2.4.2 verwendet. Es folgt die Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{K}^{-1} \mathcal{S}_{\text{lokGrad,skal}} \mathcal{K} \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{TEA}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (5.3)$$

Für die Optimierung und Bewertung des Strahlformungssystems werden die Gütefunktionen  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  ohne Fresnelverluste in der Region  $\mathbb{W}_1$  und Uniformitätsfehler  $\Omega_{\text{uni}}$  in der Region  $\mathbb{W}_2$  gemäß den Definitionen in Abschnitt 2.7 verwendet. Die Region  $\mathbb{W}_1$  ist definiert als

$$\mathbb{W}_1 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 10,8 \mu\text{m}\} \quad (5.4)$$

und die Region  $\mathbb{W}_2$  als

$$\mathbb{W}_2 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 5,9 \mu\text{m}\}. \quad (5.5)$$

Der Radius der Region  $\mathbb{W}_1$  entspricht dem Abfall des Quadrates der Amplitude auf 1% des Maximalwertes und der Radius von  $\mathbb{W}_2$  einer Verringerung auf 99% des Maximalwertes.

Um die Auswirkungen der Aberrationen der asphärischen Linse zu demonstrieren, wurde als erstes unter Annahme einer idealen Linse ein Strahlformungselement optimiert. Als Startpunkt wurde mit geometrisch-optischen Methoden ein Feld  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}}$  entsprechend eines Verfahrens von Wyrowski und Aagedal ermittelt [9, 19]. Anschließend erfolgte die Simulation des Quadrates der Amplitude in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ebenfalls unter Annahme einer idealen Linse (siehe Abbildung 5.2(a)). Der Uniformitätsfehler beträgt  $\pm 1,2\%$ . Wird nun das gleiche System unter Berücksichtigung der realen asphärischen Linse mit Modellierung 1 analysiert, so sind deutlich Störungen des Quadrates der Amplitude zu sehen (Abbildung 5.2(b)). Der Uniformitätsfehler steigt auf  $\pm 16\%$ . Dies ist umso bemerkenswerter, da die Aberrationen nur maximal  $0,13 \lambda$  betragen (maximaler zu minimaler Phasenaberrationswert). Wird nun, wie im letzten Abschnitt beschrieben, die Linse in die Optimierung einbezogen, so können die Aberrationen kompensiert und der Uniformitätsfehler auf  $\pm 2,3\%$  gesenkt werden (Abbildung 5.2(c)). Das resultierende Höhenprofil ist in Abbildung 5.2(e) dargestellt. Die als Freiheitsgrad während der Optimierung genutzte Phase des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  im Bereich des Top-Hats ist in Abbildung 5.2(d) zu sehen. Das unter

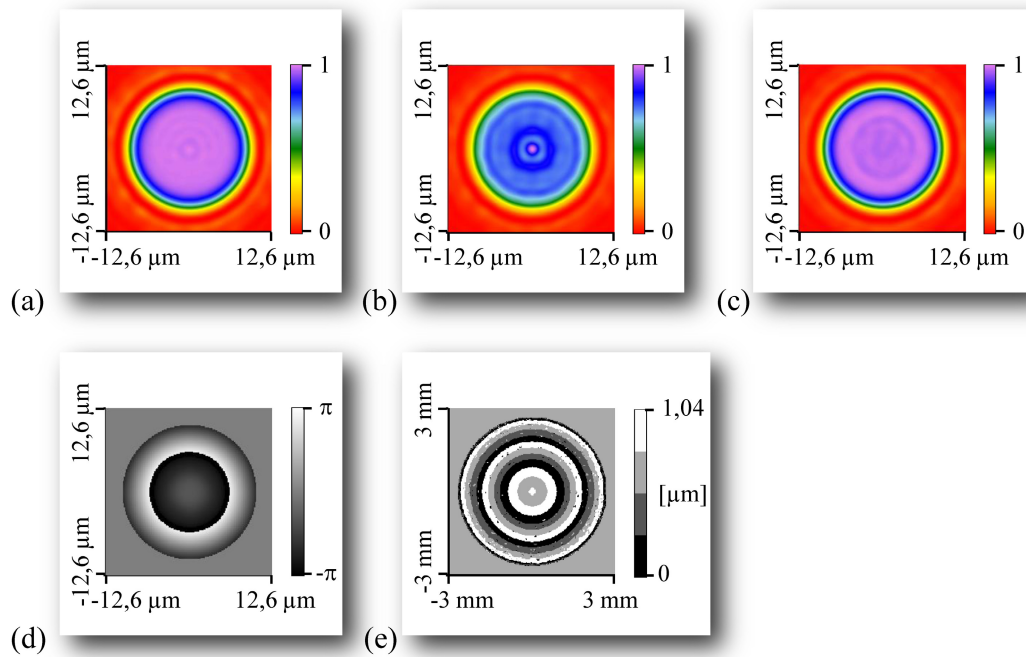


Abbildung 5.2: Ein Strahlformungselement wurde unter Annahme einer idealen Linse optimiert und die Formung des Quadrates der Amplitude in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  wieder unter der Annahme einer idealen Linse simuliert (a). Wird dagegen die reale Linse mit ihren Aberrationen in die Simulation einbezogen, treten Störungen auf (b). Eine Beachtung der realen Linse während der Optimierung erlaubt es, die Aberrationen durch das Strahlformungselement zu kompensieren und es resultiert ein Top-Hat in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  mit hoher Uniformität (c) sowie eine Top-Hat-Phase entsprechend Bild (d). Bild (e) zeigt das vierstufige Höhenprofil des Strahlformers, der unter Berücksichtigung der Linsenaberrationen berechnet wurde.

Berücksichtigung der realen Linse optimierte Element soll genauer analysiert werden. Dazu erfolgte die Berechnung der Gütefunktionswerte für alle drei Modellierungen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.2 zu sehen. Zwischen Modellierung Eins und Zwei gibt es nur minimale Änderungen in den Gütefunktionswerten. Dagegen verdoppelt sich fast der Uniformitätsfehler von Modellierung Drei im Vergleich zu Modellierung Eins. Ursache dafür ist die Winkelabhängigkeit der Aberrationen der Linse, die bei der Optimierung vernachlässigt wurde.

Das Strahlformungselement wurde im Institut für Angewandte Physik der Friedrich-Schiller-Universität Jena hergestellt. Es erfolgte eine Vermessung der Lichtverteilung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Die Vermessung stellte sich aufgrund der geringen Größe des Top-Hats als besonders schwierig heraus. Für die Vermessung wurden Intensitätsprofile entlang der x- und y-Achse mit Hilfe eines Messerkanten-Beamprofilers aufgenommen. Die Intensitätsprofile sind in Abbildung 5.3(a) und (b) zu sehen. Der  $1/e^2$ -Durchmesser des Top-Hats beträgt in x-Richtung  $21,4 \mu\text{m}$  und in y-Richtung  $22,2 \mu\text{m}$ . Die Ursache der Abweichungen zwischen Simulation und Messungen sind vor allem die Herstellungstoleranzen der Linse sowie die begrenzte Justagegenauigkeit. Bereits geringe Justagetoleranzen wirken sich stark auf die Intensitätsverteilung des Top-Hats

aus. Eine genaue Simulation der Auswirkungen der Toleranzen ist nicht möglich, da insbesondere über die Toleranzen der Linse keine Informationen vorliegen. Nichtsdestotrotz konnte an diesem Beispiel erfolgreich die Wirksamkeit des in Abschnitt 3.4 vorgestellten Projektionsalgorithmus für die Optimierung von Strahlformungssystemen aus einer nicht-paraxialen Linse und einem paraxialen Strahlformer experimentell bestätigt werden. Durch die Modellierung der Lichtausbreitung durch die reale Linse während der Optimierung konnten ein großer Teil der Linsenaberrationen kompensiert werden.

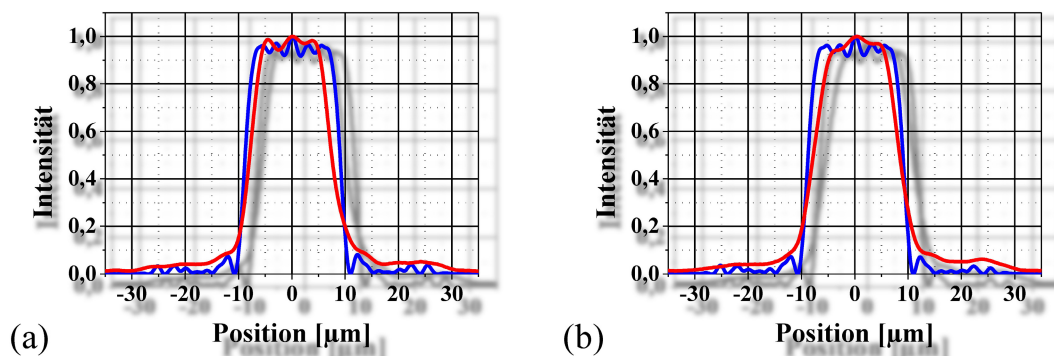


Abbildung 5.3: Mit einem Messerkanten-Beamprofiler gemessene Intensitätsprofile (rote Kurven) und nach Modellierung Drei simulierte Profile (blaue Kurven) in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  des beschriebenen Strahlformungssystems entlang der x-Achse (a) und entlang der y-Achse (b)

### 5.1.2 Optimierung von nicht-paraxialen asphärischen Oberflächen

Im letzten Abschnitt wurde die Umformung paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen durch den Einsatz einer paraxialen Strahlformungsregion und eines nicht-paraxialen Linsensystems gelöst. Ist der Einsatz von zusätzlichen Linsen aus Platz-, Kosten- oder Justagegründen nicht möglich, so kann alternativ ein linsenloser Aufbau verwendet werden (siehe Abschnitt 3.2). Nachfolgend erfolgt die Vorstellung von Strukturprojektionsoperatoren zur Optimierung von Strahlformern mit rotationssymmetrischen asphärischen Oberflächen zur Umformung von paraxialen in nicht-paraxiale Laserstrahlen. Die asphärischen Flächen sind entweder punktweise oder mit der Asphärenformel entsprechend Gleichung 4.3 parametrisiert und sollen mittels Projektionsalgorithmen optimiert werden. Solche Strahlformungselemente werden normalerweise nur verwendet, wenn das umzuformende Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  und das gewünschte Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  rotationssymmetrisch sind. Der nächste Abschnitt erläutert die Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion. Der Abschnitt 5.1.2.2 erklärt den Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisierte Oberflächen. Abschnitt 5.1.2.3 erweitert den Operator für mit der Asphärenformel parametrisierte Flächen.

### 5.1.2.1 Modellierung der Lichtausbreitung

Die nachfolgend diskutierten Strahlformungselemente sollen aus einer ebenen Grenzfläche, einer asphärischen Oberfläche mit dem Höhenprofil  $h(r)$  und einem homogenen Substratmedium der Brechzahl  $\check{n}_s$  bestehen. Um den Strahlformer soll sich ein homogenes Medium der Brechzahl  $\check{n}$  befinden. Die ebene Grenzfläche ist der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  zugewandt. Von der Optimierung von nicht-paraxialen Fokussierungslinsen ist bekannt, dass eine solche Orientierung zu einer Oberfläche mit geringerer Ausdehnung entlang der optischen Achse und kleineren Randwinkeln führt [93]. Die ebene Grenzfläche wird zwar nicht optimiert, wirkt aber trotzdem brechend und reduziert die benötigte optische Kraft der asphärischen Fläche. Die Strahlformungsregion ist auf die Oberfläche  $h(r)$  beschränkt, während die Linsenregion die ebene Grenzfläche und den Freiraum zwischen dem Strahlformungselement und der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  enthält. Die Modellierung der Lichtausbreitung durch die Strahlformungsregion muss auf Grund der Nicht-Paraxialität des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  unter Beachtung der Brechung mittels des geometrische-optischen Operators  $\mathcal{S}_{\text{sf}} = \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  erfolgen. Die Lichtausbreitung durch die ebene Grenzfläche des Strahlformers wird ebenfalls mit dem Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  durchgeführt. Die Modellierung der Propagation vom Strahlformer zur Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  muss mittels nicht-paraxialer Operatoren wie z. B. Spektrum ebener Wellen, Rayleigh-Sommerfeld-Propagation und Fernfeldausbreitung entsprechend den Gleichungen 2.77, 2.78 und 2.80 erfolgen.

### 5.1.2.2 Der Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisierte Oberflächen

In diesem Abschnitt wird angenommen, dass das asphärische Höhenprofil  $h(r)$  des im letzten Abschnitt beschriebenen Strahlformungselements punktweise parametrisiert ist. Da das Feld  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  und damit auch das Feld  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  nach der Strahlformungsregion nicht-paraxial sind, resultiert ein komplizierterer Strukturprojektionsoperator als in Abschnitt 4.3 diskutiert. Nachfolgend kann nicht mehr die Dünnen-Elemente-Approximation zum Auffinden der Strukturparameter verwendet werden, sondern es muss auch die Brechung an der Oberfläche berücksichtigt werden. Für asphärische Flächen konnte bereits Pfeil einen entsprechenden Strukturprojektionsoperator aufstellen [18]. Dieser soll nachfolgend erläutert werden. Im Folgenden wird angenommen, dass sich alle Felder und die Oberfläche  $h(r)$  in einem Zylinderkoordinatensystem  $\mathbf{r} = (r, \phi, z)$  befinden. Die Phase des Feldes  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  muss als erstes mittels Gleichung 4.5 rotationssymmetrisch gemacht werden. Daraus folgt ein modifiziertes Feld  $\bar{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$ . Es wird des Weiteren angenommen, dass das Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  bereits rotationssymmetrisch ist.

Der Algorithmus zur Berechnung des Höhenprofils soll am Rand der Oberfläche starten. Hier wird ein Höhenwert definiert. Von diesem ausgehend wird schrittweise das Höhenprofil berechnet. Nachfolgend soll angenommen werden, dass das Profil bereits beginnend vom Rand bis zu einem Radius  $r_0$  bekannt ist (durchgezogene schwarze Linie in Abbildung 5.4). Der Höhenwert an dieser Stelle lautet  $h(r_0)$ . Zur Berechnung des nächsten Höhenwertes  $h(r_0 + \delta r)$  im Abstand  $\delta r$  wird die Ableitung  $\left. \frac{\partial h(r)}{\partial r} \right|_{r_0}$  in Richtung des Radius benötigt. Diese folgt aus dem

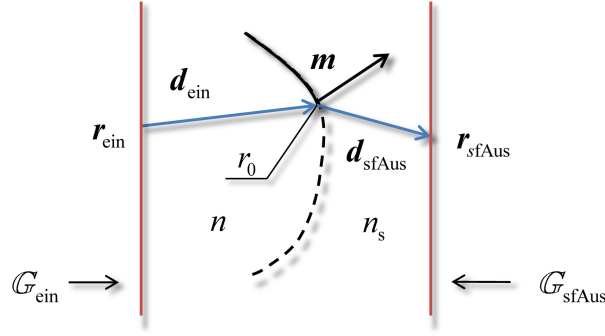


Abbildung 5.4: Schrittweiser Aufbau eines refraktiven rotationssymmetrischen Höhenprofils mit Hilfe der lokalen Richtungsvektoren  $\mathbf{d}_{\text{ein}}$  und  $\mathbf{d}_{\text{sfAus}}$ .

Normalenvektor  $\mathbf{m}(r_0)$  der Oberfläche zu

$$\left. \frac{\partial h(r)}{\partial r} \right|_{r_0} = -\frac{m_r(r_0)}{m_z(r_0)}. \quad (5.6)$$

Sind die Richtungsvektoren der einfallenden  $\mathbf{d}_{\text{ein}}$  und gebrochenen lokal ebenen Welle  $\mathbf{d}_{\text{sfAus}}$  an der Stelle  $r_0$  bekannt, so folgt der Normalenvektor mittels des Brechungsgesetzes [18] zu

$$\mathbf{m}(r_0) = \frac{\Re(\check{n})\mathbf{d}_{\text{ein}} - \Re(\check{n}_s)\mathbf{d}_{\text{sfAus}}}{|\Re(\check{n})\mathbf{d}_{\text{ein}} - \Re(\check{n}_s)\mathbf{d}_{\text{sfAus}}|}. \quad (5.7)$$

Der nächste Höhenwert im Abstand  $\delta r$  ergibt sich dann zu

$$h(r_0 + \delta r) = h(r_0) - \frac{m_r(r_0)}{m_z(r_0)} \delta r. \quad (5.8)$$

Zur Berechnung des Normalenvektors der Oberfläche müssen zwei Punkten  $\mathbf{r}_{\text{ein}}$  und  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  in den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{sfAus}}$  aufgefunden werden, von denen ausgehend zwei lokal ebene Wellen mit den Richtungsvektoren  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{\text{ein}})$  und  $\mathbf{d}_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}_{\text{sfAus}})$  die Oberfläche am Punkt  $\mathbf{r}_0 = (r_0, 0, h(r_0))$  schneiden [18]. Pfeil formulierte für die Lösung des Problems die Bedingung, dass benachbarte lokal ebene Wellen, ausgehend von den Feldern  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{\text{ein}})$  bzw.  $\bar{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}_{\text{sfAus}})$ , sich nicht überschneiden und stellte dann einen entsprechenden Suchalgorithmus für diese Punkte vor. In der Praxis treten durch Beugungs- und Interferenzeffekte meist hochfrequente Phasenschwankungen in den Feldern  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{\text{ein}})$  und  $\bar{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}_{\text{sfAus}})$  auf. Diese führen oft dazu, dass sich benachbarte lokal ebene Wellen überkreuzen und es nicht möglich ist, eindeutig ein Punktpaar  $(\mathbf{r}_{\text{ein}}, \mathbf{r}_{\text{sfAus}})$  zu definieren.

Aus diesem Grund soll nachfolgend ein robusterer Suchalgorithmus vorgestellt werden. Der Algorithmus wird für das Auffinden einer lokal ebenen Welle des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{ein}}(r, z_{\text{ein}})$  erläutert. Es wird angenommen, dass in einem vorangegangenen Schritt bereits eine lokal ebene Welle mit einem Startpunkt  $(r_q, 0, z_{\text{ein}})$  ermittelt wurde, die die Oberfläche am Punkt  $(r_{0,q}, 0, h(r_{0,q}))$  schneidet. Als nächstes soll eine lokal ebene Welle gefunden werden, die am Punkt  $(r_{q+1}, 0, z_{\text{ein}})$  startet und die Oberfläche am Punkt  $(r_{0,q+1}, 0, h(r_{0,q+1}))$  schneidet mit  $r_{0,q+1} = r_{0,q} + \delta r$ .

Hierfür existiert keine eindeutige Lösung und es kann eine Menge von lokal ebenen Wellen gefunden werden, deren Startpunkte durch eine radiale Position

$$\mathbb{A} := \{r \in \mathbb{R} : (r, 0, z_{\text{ein}}) + \mathbf{d}_{\text{ein}}(r)t = (r_{0,q+1}, 0, h(r_{0,q+1})) \wedge t \in \mathbb{R}\} \quad (5.9)$$

definiert sind.  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(r)$  folgt aus der Eikonalgleichung 2.36. Es soll nun die lokal ebene Welle verwendet werden, deren Startpunkt  $r_{q+1}$  dem Startpunkt  $r_q$  der zuletzt ermittelten lokal ebenen Welle am nächsten ist, d. h.

$$r_{q+1} = \min_{r \in \mathbb{A}, r_q < r} (r - r_q). \quad (5.10)$$

Der Algorithmus kann analog für das Feld  $\bar{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}(r, z_{\text{sfAus}})$  umgesetzt werden. Der hier beschriebene nicht-iterative Strukturprojektionsoperator kann nur den rotationssymmetrischen Phasenteil des gewünschten Feldes  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  erzeugen. Um die daraus resultierenden Störungen des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  zu kompensieren, muss er in den im Abschnitt 3.4 beschriebenen Projektionsalgorithmus eingesetzt werden.

### 5.1.2.3 Der Strukturprojektionsoperator für mit der Asphärenformel parametrisierte Oberflächen

Das Höhenprofil  $h(r)$  des in Abschnitt 5.1.2.1 beschriebenen Strahlformungselements soll nun durch die Asphärenformel gemäß Gleichung 4.3 definiert sein. Diese Oberflächenparametrisierung ist besser für Herstellung mittels CNC-Technik geeignet. Hochfrequente Oberflächenmodulationen können im Gegensatz zu der punktweisen Parametrisierung durch eine geeignete Wahl von Asphärenkoeffizienten vermieden werden. Der Strukturprojektionsoperator kann aus dem im letzten Abschnitt erläuterten abgeleitet werden. Dazu wird in einem ersten Schritt ein punktweise parametrisiertes, asphärisches Höhenprofil entsprechend des letzten Abschnitts berechnet. Anschließend wird die Asphärenformel an das resultierende Profil angefitet, indem der Radius  $R$  und die konische Konstante  $c_{\text{kon}}$  festgehalten werden und das Gleichungssystem A.35 gelöst wird. Zur Optimierung von nicht-paraxialen Strahlformern mit einer asphärischen Oberfläche kann ein ähnlicher Projektionsalgorithmus, wie in Abschnitt 4.3 zur Optimierung von paraxialen asphärischen Strahlformern vorgestellt, verwendet werden. Allerdings muss nun der in diesem Abschnitt entwickelte Strukturprojektionsoperator Verwendung finden.

### 5.1.2.4 Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen runden Top-Hat durch einen Strahlformer hoher numerischer Apertur

Die Optimierung eines Systems mit einem Strahlformungselement mit einer asphärischen Oberfläche soll in diesem Abschnitt an einem Beispiel demonstriert werden. Dazu wird ein paraxialer gaußförmiger Laserstrahl entsprechende Gleichung 4.11 in einen runden Top-Hat umgeformt. Das gewünschte Quadrat der Amplitude des Top-Hats wird durch eine Super-Gauß-Funktion entsprechend Gleichung 4.12 beschrieben. Es wird ein linsenloser Aufbau verwendet (siehe

Abschnitt 3.2). Das Strahlformungselement besteht aus einer asphärischen und einer ebenen Grenzfläche. Die ebene Fläche ist der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  zugewandt. Die Spezifikationen des Strahlformungssystems sind in Tabelle 5.3 dargestellt. Für die Optimierung werden der im letzten

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{gauß}}$	2 mm
	Wellenlänge $\lambda$	632,8 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{TopHat}}$	45 $\mu\text{m}$
	Super-Gauß-Ordnung $b_r$	14
	Divergenzwinkel des Ausgangsfelds	35,4°
System	Umgebungsmedium	Luft
	Abstand Strahlformer-Ebene $\mathbb{G}_{\text{aus}}$	5 mm
Strahlformer	Freier Durchmesser	5 mm
	Medium	BK7
	Mittendicke	1,97 mm

Tabelle 5.3: Parameter des Strahlformungssystems zur Umformung eines kollimierten, paraxialen, gaußförmigen Laserstrahls in einen runden, nicht-paraxialen Top-Hat durch einen Strahlformer mit einer asphärischen Oberfläche.

Abschnitt vorgestellte Strukturprojektionsoperator und Projektionsalgorithmus für asphärische Oberflächen verwendet. Die Lichtausbreitung durch das Strahlformungssystem muss während der Optimierung mit nicht-paraxialen Modellen erfolgen. Dazu wird die Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathbf{F}_{\text{ein}} \quad (5.11)$$

verwendet. Die Lichtpropagation zwischen Strahlformer und Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  wird mit dem Fernfeldoperator  $\mathcal{P}_{\text{ff}}$  entsprechend Gleichung 2.80 modelliert, während für den Strahlformer der geometrisch-optische Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  verwendet wird (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Zur Bewertung der Systemqualität werden die Gütefunktionen  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , das SNR  $\Omega_{\text{snr}}$  in einer Region  $\mathbb{W}_1$ , die Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  in Region  $\mathbb{W}_1$  und der Uniformitätsfehler  $\Omega_{\text{uni}}$  in Region  $\mathbb{W}_2$  entsprechend Abschnitt 2.7 verwendet. Die Region  $\mathbb{W}_1$  ist gemäß

$$\mathbb{W}_1 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 23,9 \mu\text{m}\} \quad (5.12)$$

definiert und Region  $\mathbb{W}_2$  durch

$$\mathbb{W}_2 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 15,5 \mu\text{m}\}. \quad (5.13)$$

Der Radius der Region  $\mathbb{W}_1$  entspricht dem Abfall des Quadrates der Amplitude auf 1% des Maximalwertes und der Radius von  $\mathbb{W}_2$  einer Verringerung auf 99% des Maximalwertes.

Auch bei der Optimierung von nicht-paraxialen Strahlformungselementen ist es wichtig, von einem geeigneten Startpunkt die Optimierung zu beginnen. Dabei hat sich ein Verfahren bewährt, das von Aadel und Wyrowski vorgestellt wurde [19]. Es berechnet mit geometrisch-optischen Methoden ein Feld  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{aus}}$ , das das Quadrat der Amplitude der gewünschten Lichtverteilung  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  und eine optimierte Phase besitzt. Der Projektionsalgorithmus startet mit

der inversen Propagation dieses Feldes und der Berechnung von  $\hat{F}_{\text{sfAus}}$ . Das System kann nun optimiert und anschließend analysiert werden. Die Berechnung der Gütefunktionswerte des Feldes in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ergibt einen  $1/e^2$ -Durchmesser von  $45,4 \mu\text{m}$ , eine Konversionseffizienz von 99,8 %, einen Uniformitätsfehler von  $\pm 2,8 \%$  und ein SNR von 33,6 dB. Die resultierende refraktive Oberfläche ist im Wesentlichen eine sphärische Fläche mit dem Radius  $R = 3,5535 \text{ mm}$ . Die Abweichungen zu der Sphäre sind in Abbildung 5.5(c) zu sehen und wurden durch 10 Asphärenkoeffizienten beschrieben. Es ist zu sehen, dass die Abweichungen maximal  $40 \mu\text{m}$  betragen. Das Quadrat der Amplitude der Feldverteilung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  sowie deren als Freiheitsgrad bei der Optimierung genutzte Phase sind in den Abbildungen 5.5(a) und (b) zu sehen. Das Beispiel zeigt, dass mittels Projektionsalgorithmen bei Anwendung des in Abschnitt 5.1.2.3 vorgestellten Strukturprojektionsoperators auch die Optimierung von Strahlformungselementen hoher numerischer Apertur möglich ist. Die aktive Oberfläche kann dabei durch die Asphärenformel beschrieben werden.

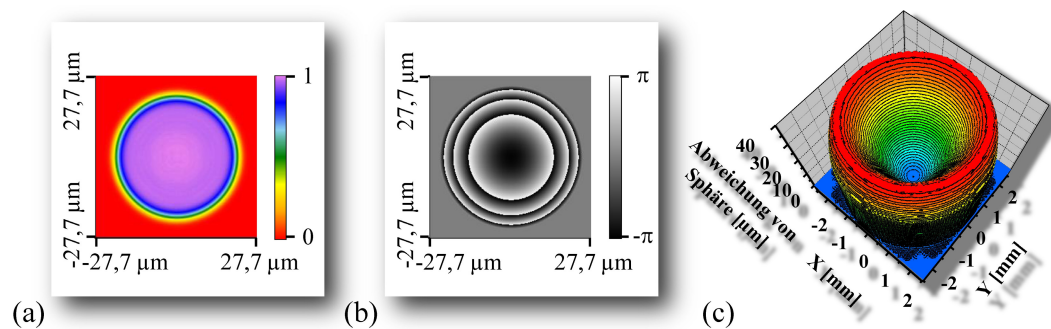


Abbildung 5.5: Feldverteilung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ . Die Simulation des Quadrates der Amplitude (a) bzw. der Phase (b) erfolgte mittels der in Gleichung 5.11 genannten Modellierung. Die Abweichung der optimierten Oberfläche von einer Sphäre mit einem Radius  $R = 3,5535 \text{ mm}$  ist in (c) dargestellt. Die Abweichungen wurden durch 10 Asphärenkoeffizienten beschrieben.

### 5.1.3 Optimierung von nicht-paraxialen refraktiven Freiformflächen

Oft hat das in die Strahlformungsregion einfallende Feld  $F_{\text{ein}}$  eine nicht rotationssymmetrische Intensitäts- oder Phasenverteilung oder es soll ein Quadrat der Amplitude  $|F_{\text{aus,ref}}|^2$  erzeugt werden, das nicht rotationssymmetrisch ist. Daraus folgt meist, dass die Strahlformungsregion auch eine nicht rotationssymmetrische Phasenverteilung erzeugen muss und dafür werden i. A. nicht rotationssymmetrische Oberflächen benötigt. Deshalb soll die rotationssymmetrische Oberfläche des in Abschnitt 5.1.2.1 beschriebenen Strahlformungselements durch eine Freiformfläche ersetzt werden, die durch ein Polynom mit geringer Parameteranzahl beschrieben wird. Die Modellierung der Lichtausbreitung durch Strahlformungs- und Linsenregion soll, wie in Abschnitt 5.1.2.1 beschrieben, mit nicht-paraxialen Methoden erfolgen. Der nächste Abschnitt wird für die Optimierung solcher Oberflächen einen neuen Strukturprojektionsoperator vorstellen.



### 5.1.3.1 Der Strukturprojektionsoperator für Freiformflächen

Die Freiformfläche eines Strahlformungselements wird nachfolgend durch das Polynom<sup>2</sup>

$$h(x, y) = \frac{1/Rr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r^2}} + \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^J a_{l,j} x^l y^j \quad (5.14)$$

beschrieben mit  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Der Radius  $R$ , die konische Konstante  $c_{\text{kon}}$ , die Polynomialkoeffizienten  $a_{l,j}$ , die Brechzahl des Strahlformersubstrates  $\check{n}_s$  sowie des Umgebungsmaterials  $\check{n}$  bilden zusammen den Lösungsraum  $\mathbb{B}_{\text{sf}}$  der Strukturparameter. In Abschnitt 5.1.2.3 wurde ein Strukturprojektionsoperator für asphärische Oberflächen vorgestellt. Voraussetzung dafür ist der von Pfeil vorgestellte Projektionsoperator für punktweise parametrisierte Oberflächen (siehe Abschnitt 5.1.2.2). Wenn eine Anpassung der Methode Pfeils zur Berechnung von punktweise parametrisierten Freiformflächen gelänge, so wäre auch eine Parametrisierung durch ein Polynom einfach durch einen Fit an die berechnete Fläche zu erreichen (siehe Abschnitt 5.1.2.3).

Bei einer solchen Verallgemeinerung treten allerdings zwei Schwierigkeiten auf. Zum einen wird eine punktweise parametrisierte Oberfläche schrittweise mit Hilfe der lokalen Gradienten der Fläche aufgebaut. Da die Oberflächen von nicht-paraxialen Strahlformungselementen durchaus eine Ausdehnung von mehreren Millimetern entlang der optischen Achse haben können, sind unter Umständen einige Millionen Datenpunkte zur hinreichend genauen Beschreibung einer Freiformfläche erforderlich. Da diese Punkte nur für den anschließenden Fit des Polynoms benötigt werden, stellt das eine Verschwendung von Rechenzeit und Speicherplatz dar. Eine weitere Schwierigkeit bei der Konstruktion der Oberfläche besteht darin, zwei Punkte  $\mathbf{r}_{\text{ein}}$  und  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  in den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{ein}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{sfAus}}$  aufzufinden, von denen ausgehend zwei lokal ebene Wellen mit den Richtungsvektoren  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{\text{ein}})$  und  $\mathbf{d}_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}_{\text{sfAus}})$  die Oberfläche an einem definierten Punkt schneiden [18] (siehe auch Abschnitt 5.1.2.2). Das Auffinden der Punktpaare ist für Freiformflächen nur schwer lösbar, weshalb ein iterativer Algorithmus zum Auffinden der Strukturparameter der Freiformfläche vorgestellt werden soll. Da nicht auszuschließen ist, dass dieser Algorithmus stagniert, wird i. A. nur eine approximative Projektion der Strukturparameter auf die Lösungsmenge erfolgen und die im Abschnitt 3.4, Gleichung 3.19 genannte Projektionsbedingung möglicherweise nicht immer vollständig erfüllt. Der Algorithmus wird nachfolgend kurz vorgestellt. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Anhang A.7.

1. **Vorbereitung:** Als erstes erfolgt die Entfaltung der Phase des gewünschten Feldes  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  nach dem Strahlformer, d. h.  $\hat{\phi}_{\text{sfAus}, \text{uw}} = \text{unwrap}_{x,y} \left( \arg(\hat{U}_{\text{sfAus}}) \right)$  (siehe Gleichung A.40).
2. **Analyse der Lichtausbreitung durch die zu optimierende Oberfläche:** Die Lichtausbreitung durch die zu optimierende Oberfläche wird mit dem geometrisch-optischen Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  analysiert und es resultiert ein Feld  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}}$ . Die Phase dieses Feldes wird

<sup>2</sup>Der hier vorgestellte Strukturprojektionsoperator kann ebenfalls leicht für anders parametrisierte Freiformflächen eingesetzt werden.

ebenfalls extrahiert und entfaltet und es resultiert eine Phase  $\phi_{\text{sfAus,uw}}$ . Da die erreichte Phasenverteilung  $\phi_{\text{sfAus,uw}}$  und die gewünschte  $\hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}$  sich i. A. um eine Konstante unterscheiden können, sollen sie durch Addition eines konstanten Phasenwertes auf der optischen Achse gleich gesetzt werden  $\phi_{\text{sfAus,uw}}(0, 0) \stackrel{!}{=} \hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(0, 0) + C_0$ .

3. **Berechnung des Phasenfehlers:** Die Abweichung der erreichten Phase von der gewünschten wird berechnet, d. h.

$$\Delta\phi(x, y) = \hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(x, y) + C_0 - \phi_{\text{sfAus,uw}}(x, y). \quad (5.15)$$

Außerdem soll aus der Phasenabweichung ein Maß für den Phasenfehler  $\overline{\Delta\phi}$  zur Steuerung dieses Algorithmus ermittelt werden. Nachfolgend wird hier der Mittelwert des Betrages der Phasenabweichung entsprechend Gleichung A.43 verwendet.

4. **Korrektur der Oberfläche:** Aus der Phasenabweichung soll eine Korrektur der Oberfläche für eine begrenzte Anzahl von Punkten berechnet werden. Dazu wird für einen Punkt  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, h(x_0, y_0))$  der Oberfläche die lokale ebene Welle, die an diesem Punkt gebrochen wird, zu ihrem Schnittpunkt  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  mit der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{sfAus}}$  verfolgt (siehe Abbildung 5.6). Mit Hilfe des Phasenfehlers  $\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})$  an der Stelle  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  wird nun mittels Dünne-Elemente-Approximation eine Höhenkorrektur an der Stelle  $\mathbf{r}_0$  berechnet:

$$\Delta h(x_0, y_0) = b \cdot \frac{\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})\lambda}{2\pi(n_s - n)}. \quad (5.16)$$

Die Dünne-Elemente-Approximation stellt nur eine grobe Näherung zur Berechnung der Höhenkorrektur dar und liefert nur für hinreichend kleine Phasenfehler sinnvolle Korrekturwerte. Um trotzdem die Konvergenz dieses Verfahrens sicherzustellen, kann die Stärke dieser Korrektur durch den Faktor  $b$  begrenzt werden. Er kann zwischen einem maximalen Wert  $b_{\text{max}}$  und einem minimalen Wert  $b_{\text{min}}$  automatisch in seiner Größe gesteuert werden (siehe Anhang A.7). An die neuen Höhenwerte muss anschließend das Polynom in Gleichung 5.14 gefittet werden (siehe Anhang A.7). Der Algorithmus beginnt nun mit Punkt Zwei erneut. Sollte der mittlere Phasenfehler nach einer Iteration  $\phi_h$  klein genug sein  $\overline{\Delta\phi}_{\phi_h} \leq \overline{\Delta\phi}_{\text{min}}$  oder die relative Änderung des mittleren Phasenfehlers  $\frac{|\overline{\Delta\phi}_{\phi_h} - \overline{\Delta\phi}_{\phi_h-1}|}{\overline{\Delta\phi}_{\phi_h}} \leq \overline{\Delta\phi}_{\text{rel, min}}$  zu gering, so bricht die Berechnung ab.

Der vorgestellte Algorithmus verhält sich robust gegenüber Überkreuzungen von lokal ebenen Wellen innerhalb der zu optimierenden Oberfläche. Treten Überkreuzungen auf, so resultieren stark unterschiedliche benachbarte Höhenwerte, die typischerweise während des Fittens des Polynoms geglättet werden.

Der Algorithmus zur Berechnung des Höhenprofils soll an einem Beispiel, der Optimierung einer Fokussierungslinse, demonstriert werden. Die zu optimierende Linse besteht aus einer Planfläche und einer Freiformfläche, die durch die Gleichung 5.14 beschrieben wird. Die Planfläche ist der Fokusebene zugewandt. Der Abstand zwischen Planfläche und Fokusebene beträgt

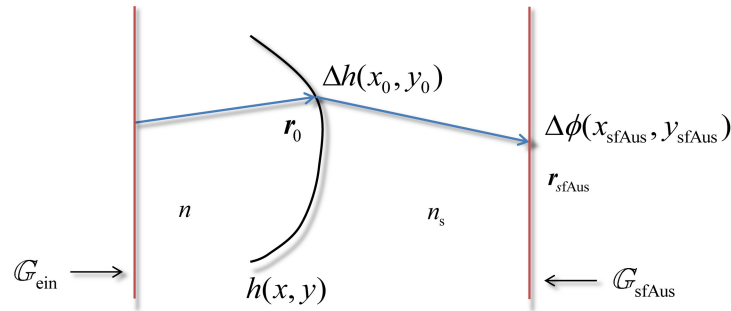


Abbildung 5.6: Korrektur der zu optimierenden Oberfläche an der Stelle  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, h(x_0, y_0))$  mit Hilfe des Phasenfehlers  $\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})$  an der Stelle  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$ .

5 mm. Der Linsendurchmesser beträgt 10 mm und die Mittendicke<sup>3</sup> 5 mm. Brennweite und Durchmesser entsprechen einer numerischen Apertur von  $A_N = 0,62$ . Als Linsenmaterial wird LAF32 von Schott verwendet. Die Designwellenlänge beträgt 600 nm. Der Startpunkt der Optimierung ist eine Planplatte, d. h. der Radius des Polynoms wird auf  $R = 10^5$  km gesetzt und die konische Konstante sowie alle Polynomkoeffizienten auf Null. Für die Optimierung werden  $8 \times 8$  Koeffizienten verwendet. Das Eingangsfeld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  ist ein konstantes, x-polarisiertes Feld. Das Feld nach der zu optimierenden Oberfläche  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  ist eine Kugelwelle  $\mathbf{F}_{\text{kugel}} = (1, 0)_{\mathbf{r}}^z \exp(ikr)$  mit  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + R_{\text{kugel}}^2}$ , die mit der Operatorsequenz

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}} = \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}^{-1} \mathbf{F}_{\text{kugel}} \quad (5.17)$$

rückwärts durch die Planfläche propagiert wird. Der Radius beträgt  $R_{\text{kugel}} = 5$  mm.  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}^{-1}$  kennzeichnet dabei die inverse Ausführung des Propagationsoperators aus Abschnitt 2.4.1.5.

Die Tabelle 5.4 zeigt den Berechnungsvorgang. Das Höhenprofil wurde pro Iteration für  $100 \times 100$  Datenpunkte korrigiert und diese anschließend gefittet. In der Tabelle sind die Werte des Faktors  $b$ , der mittlere Phasenfehler  $\overline{\Delta\phi_{\text{oh}}}$  sowie der maximale Höhenfehler beim Fitten der Oberfläche  $\delta h_{\text{fit,max,oh}}$  zu sehen. Der Algorithmus brach die Optimierung ab, als der mittlere Phasenfehler kleiner als 0,1 rad wurde. Am Ende ergab sich ein mittlerer Phasenfehler von  $\overline{\Delta\phi_{\text{oh}}} = 0,097$  rad. Dies entspricht einem optischen Wegunterschied von  $\frac{1}{65}\lambda$ . Als Gütekriterium für die Optimierung von Linsen wird oft auch der maximale Phasenfehler (Peak to Valley) verwendet. Dieser beträgt hier 0,42 rad. Das entspricht einem Wegunterschied von  $\frac{1}{15}\lambda$ . Die Konvergenz dieses Strukturprojektionsoperators wurde innerhalb dieser Arbeit mehrfach an verschiedenen Freiformflächen erfolgreich getestet. Zur Optimierung von nicht-paraxialen Strahlformern mit einer Freiformfläche kann ein ähnlicher Projektionsalgorithmus, wie in Abschnitt 4.3 zur Optimierung von paraxialen asphärischen Strahlformern vorgestellt, verwendet werden. Allerdings muss nun der in diesem Abschnitt entwickelte Strukturprojektionsoperator Verwendung finden.

<sup>3</sup>Grundsätzlich ist die Ausdehnung der Oberfläche entlang der optischen Achse vor Beginn der Berechnung unbekannt. Für den Fall, dass die Randdicke der Linse während der Optimierung zu klein wird, muss die Mittendicke erhöht und die Berechnung erneut begonnen werden.

$o_h$	$b_{o_h}$	$\overline{\Delta\phi}_{o_h}$ [rad]	$\delta h_{\text{fit,max},o_h}$ [nm]	$o_h$	$b_{o_h}$	$\overline{\Delta\phi}_{o_h}$ [rad]	$\delta h_{\text{fit,max},o_h}$ [nm]
1	0,5	11414	219	12	0,5	6,2	23
2	0,5	3467	49	13	0,5	3,4	28
3	0,5	1564	35	14	0,5	1,88	28
4	0,5	786	22	15	0,5	1,04	28
5	0,5	414	18	16	0,5	0,578	28
6	0,5	222	26	17	0,5	0,322	27
7	0,5	121	24	18	0,5	0,192	27
8	0,5	66	25	19	0,5	0,128	27
9	0,5	36	28	20	0,5	0,106	26
10	0,5	20	28	21	0,5	0,097	Abbruch
11	0,5	11	25				

Tabelle 5.4: Konvergenz des Algorithmus zu Optimierung von refraktiven nicht-paraxialen Oberflächen am Beispiel einer Fokussierungslinse mit einer Brennweite von 5 mm (Abstand ebene Grenzfläche - Fokusebene). Es wurden die folgenden Parameter verwendet:  $b_{\text{max}} = 0,5$ ,  $b_{\text{min}} = 0,005$ ,  $\overline{\Delta\phi}_{\text{min}} = 0,1$  rad,  $\overline{\Delta\phi}_{\text{rel,min}} = 0,001$ . Das Höhenprofil wurde pro Iteration  $o_h$  für  $100 \times 100$  Datenpunkte korrigiert und diese anschließend gefittet.

### 5.1.3.2 Beispiel zur Formung eines gaußförmigen Laserstrahls in einen rechteckigen Top-Hat durch einen Strahlformer hoher numerischer Apertur

In diesem Abschnitt wird die Optimierung eines Strahlformungssystems zur Umformung eines paraxialen gaußförmigen Laserstrahles in einen nicht-paraxialen rechteckigen Top-Hat vorgestellt. Die Strahlformung soll mit Hilfe einer Freiformfläche erfolgen. Die Optimierung wird mit dem im Abschnitt 5.1.3.1 eingeführten Strukturprojektionsoperator sowie dem dort erwähnten Projektionsalgorithmus durchgeführt. Zur Strahlformung wird ein linsenloser Aufbau verwendet (siehe Abschnitt 3.2). Der Strahlformer besteht aus einer Freiformfläche und einer Planfläche. Die Planfläche ist dabei der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  zugewandt. Die Freiformfläche wird durch das Polynom in Gleichung 5.14 ausgedrückt und es sollen 14x14 Koeffizienten verwendet werden. Der umzuformende gaußförmige Laserstrahl ist entsprechend Gleichung 4.11 definiert und soll linear in x-Richtung polarisiert sein. Das Quadrate der Amplitude des gewünschten Top-Hats wird durch die separable Super-Gauß-Funktion

$$|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2 = e^{-\left(\frac{x}{w_{0,\text{TopHat},x}}\right)^{b_x} - \left(\frac{y}{w_{0,\text{TopHat},y}}\right)^{b_y}}. \quad (5.18)$$

definiert.  $2w_{0,\text{TopHat},x}$  und  $2w_{0,\text{TopHat},y}$  stellen die  $1/e^2$ -Durchmesser in x- und y-Richtung dar.  $b_x$  und  $b_y$  sind die Ordnungen in x- und y-Richtung. Sie bestimmen die Breite des Randes des Top-Hats. Der zu erzeugende rechteckige Top-Hat soll einen  $1/e^2$ -Durchmesser von  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$  haben. Die Randbreite, definiert zwischen den Punkten mit 90% und 10% der maximalen Intensität, soll  $2 \mu\text{m}$  entlang beider Achsen betragen. Dies entspricht einer Super-Gauß-Ordnung von  $b_x = b_y = 6,2$ . Die Parameter des Strahlformungssystems sind in Tabelle 5.5 zusammengefasst.

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{gauß}}$	6 mm
	Wellenlänge $\lambda$	600 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{TopHat},x} \times 2w_{0,\text{TopHat},y}$	$10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$
	Super-Gauß-Ordnung $b_x \times b_y$	$6,2 \times 6,2$
	Top-Hat Randabfall Intensität (90%-10%)	$2 \mu\text{m}$
System	Umgebungsmedium	Luft
	Abstand Strahlformer-Ebene $G_{\text{aus}}$	5 mm
Strahlformer	Freier Durchmesser	12 mm
	Divergenzwinkel des Ausgangsfeldes	$80^\circ$
	Medium	LAF32
	Mittendicke	5 mm

Tabelle 5.5: Parameter des Strahlformungssystems zur Umformung eines paraxialen, gaußförmigen Laserstrahls in einen rechteckigen, nicht-paraxialen Top-Hat durch einen Strahlformer mit Freiformfläche.

Während der Optimierung des Strahlformungssystems erfolgt die Simulation der Lichtausbreitung mit Hilfe der skalaren Modellierung

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (5.19)$$

Die Lichtpropagation zwischen Strahlformer und Ebene  $G_{\text{aus}}$  wird mit dem Fernfeldoperator  $\mathcal{P}_{\text{ff}}$  entsprechend Gleichung 2.80 modelliert, während für den Strahlformer der geometrisch-optische Operator  $\mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}}$  verwendet wird (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Polarisationseffekte an den Oberflächen des Strahlformers werden nicht berücksichtigt. Es wird des Weiteren angenommen, dass die Quadrate der Amplituden von y- und z-Feldkomponente deutlich kleiner sind als die der x-Komponente, d. h.  $|E_{\text{aus},y}|^2, |E_{\text{aus},z}|^2 \ll |E_{\text{aus},x}|^2$ . Auf Grund des hohen Divergenzwinkels des Ausgangsfeldes von  $80^\circ$  müssen diese Annahmen nach dem Design überprüft werden. Aus diesem Grund erfolgt zur Berechnung des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  und dessen Gütefunktionswerten eine genauere Analyse durch die vektorielle Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,vekt}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (5.20)$$

Der Strahlformer ist nicht antireflexbeschichtet. Die dadurch entstehenden Energieverluste werden nachfolgend berücksichtigt. Die Systemqualität wird mit den Gütefunktionen  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , SNR  $\Omega_{\text{snr}}$ , Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  und maximale relative Streulichtintensität  $\Omega_{\text{streu}}$  entsprechend den Definitionen in Abschnitt 2.7 bewertet. Die Gütefunktionen werden in einer quadratischen Region mit einem Durchmesser von  $11,4 \mu\text{m}$  ermittelt. Dieser Durchmesser entspricht dem Abfall der Intensität des Top-Hats auf 1% des Maximalwertes.

Vor Beginn der Optimierung des Systems mittels Projektionsalgorithmus müssen geeignete Startbedingungen festgelegt werden. Als erstes wird mit geometrisch-optischen Methoden ein

Feld  $\hat{F}_{\text{aus}}$  berechnet [9, 19]. Der Projektionsalgorithmus startet nun mit der inversen Propagation dieses Feldes und der Berechnung von  $\hat{F}_{\text{sfAus}}$ . Als zweites muss eine initiale Form der zu optimierenden Oberfläche festgelegt werden. Da das Strahlformungssystem einen linsenlosen Aufbau darstellt, wird die optische Funktion des Strahlformers im Wesentlichen aus der Erzeugung einer sphärischen Phase bestehen (siehe Abschnitt 3.2). Deshalb wird als Startpunkt eine asphärische Oberfläche mit einem Radius  $R = 6,1377$  mm und einer konischen Konstante  $c_{\text{kon}} = -0,68533$  verwendet, die mittels Strahlverfolgung berechnet wurde.

$o_{\text{strkt}}$	$\Omega_{1/e^2}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Omega_{\text{snr}}$ [dB]	$\Omega_{\text{konvEff}}$ [%]	$\Omega_{\text{streu}}$ [%]
1	10,08	30,0	87,28	1,56
2	9,98	32,8	87,30	1,77
3	9,97	32,4	87,31	1,67
4	9,97	32,4	87,31	1,67

Tabelle 5.6: Änderungen der Gütefunktionswerte  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , SNR  $\Omega_{\text{snr}}$ , Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  und maximale relative Streulichtintensität  $\Omega_{\text{streu}}$  in Abhängigkeit von den Iterationen des Projektionsalgorithmus zur Optimierung des Höhenprofils  $o_{\text{strkt}}$ .

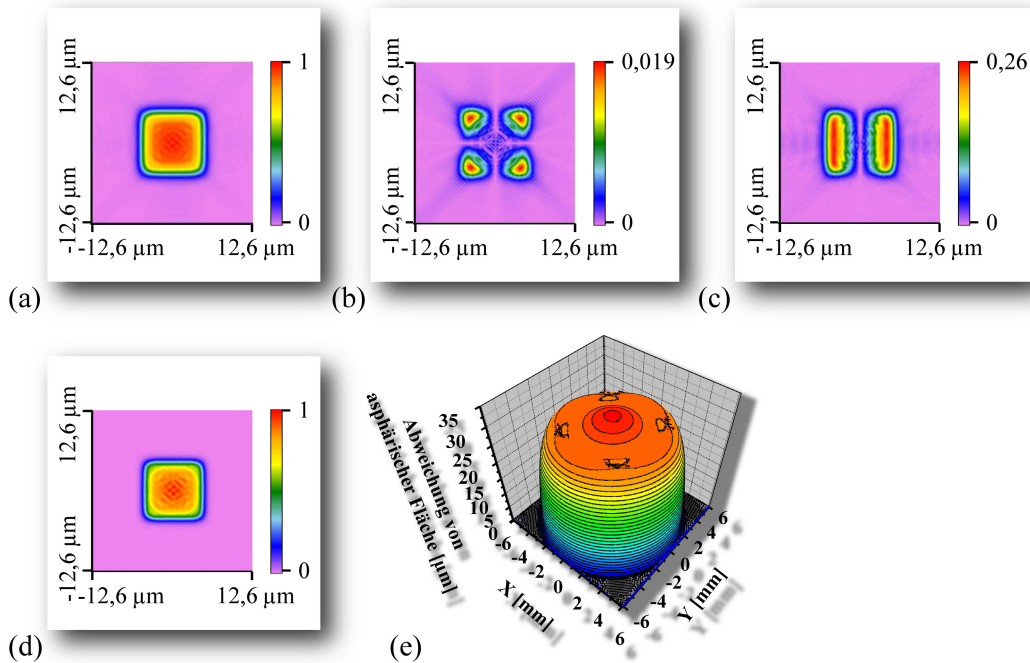


Abbildung 5.7: Amplituden der x-, y-, z-Feldkomponenten (a)-(c) und Energiedichte  $\langle w \rangle_t$  (d) in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  eines nicht-paraxialen Strahlformers zur Erzeugung eines rechteckigen Top-Hats. Das Feld wurde mit der Modellierung in Gleichung 5.20 simuliert. Die Abweichung der Oberfläche von einer Referenzsphäre mit dem Radius  $R = 6,1377$  mm und einer konischen Konstante  $c_{\text{kon}} = -0,68533$  ist in (e) dargestellt.

Nachfolgend soll die Konvergenz des Projektionsalgorithmus gezeigt werden. Die Werte der Gütefunktionen in Abhängigkeit von den Iterationen des Projektionsalgorithmus zur Optimierung des Höhenprofils  $o_{\text{strkt}}$  sind in Tabelle 5.6 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass bereits die

erste Iteration ein sehr gutes Ergebnis liefert, das in nachfolgenden Iterationen nur noch leicht verbessert werden kann. Die Amplituden der drei Feldkomponenten in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  nach der vierten Iteration sind in Abbildung 5.7(a)-(c) zu sehen. Es zeigt sich, dass die maximale Amplitude der z-Komponente ca. ein Viertel der maximalen Amplitude der x-Komponente beträgt. Da die Amplituden quadratisch in die Energiedichteberechnung eingehen, liegt der Einfluss der z-Komponente auf die Energiedichte wenigstens in der Größenordnung von 5%. Die Energiedichte ist in Abbildung 5.7(d) zu sehen. Die Optimierung vernachlässigt die y- und z-Feldkomponente. Um die Gültigkeit dieser Annahme zu prüfen, soll deren Einfluss auf die Gütefunktion SNR getestet werden. Für die x-Komponente des Feldes nach der vierten Iteration ergibt sich ein SNR-Wert von 32,7 dB, während unter Berücksichtigung alle drei Feldkomponenten 32,4 dB folgen. Der Unterschied ist vernachlässigbar klein. Sollten die vektoriellen Effekte in einem Strahlformungssystem noch stärker sein, so müssen alle Feldkomponenten während der Optimierung berücksichtigt werden. Eine erste Idee dazu lieferten unter der Annahme eines idealen, nicht-paraxialen Objektivs Jabbour und Kuebler [41]. Abbildung 5.7(e) zeigt die Abweichung des optimierten Höhenprofils von der initialen Asphäre mit einem Radius  $R = 6,1377$  mm und einer konischen Konstante  $c_{\text{kon}} = -0,68533$ . Das Anwendungsbeispiel zeigt, dass Projektionsalgorithmen auch für die Optimierung von Strahlformungselementen hoher numerischer Apertur mit Freiformflächen geeignet sind. Die Herstellung entsprechender Elemente ist mit Asphericon GmbH bis Mitte 2010 geplant.

## 5.2 Umformung nicht-paraxialer Laserstrahlen in paraxiale Laserstrahlen

Nachfolgend wird die Optimierung von Strahlformungssystemen zur Umformung von nicht-paraxialen in paraxiale Laserstrahlen diskutiert. Dafür können die bereits vorgestellten Designmethoden verwendet werden. Aus diesem Grund zeigt der Abschnitt 5.2.1 typische optische Aufbauten und nennt die jeweils benötigten Designmethoden. Abschnitt 5.2.2 demonstriert die Strahlformung an einem Beispiel.

### 5.2.1 Designmethoden und typische optische Aufbauten

In der Praxis auftretende nicht-paraxiale Quellfelder  $F_{\text{qu}}$  optischer Systeme werden sehr oft durch eine Lichtquelle mit geringer Ausdehnung, wie z. B. fasergekoppelte Laser und Laserdioden, erzeugt. Diese Lichtquellen strahlen das Licht mit einem sehr hohen Divergenzwinkel ab. Unter diesen Bedingungen besteht das Quellfeld in einem ausreichend großen Abstand von der Quelle aus einer hochfrequenten sphärischen Phase, die durch niederfrequente Amplituden- und Phasenvariationen moduliert ist, d. h. die sphärische Phase trägt größtenteils zur Divergenz des gesamten Feldes bei. Für nicht-paraxiale Felder tritt dieser Effekt oft bereits für Abstände von einigen  $10 \mu\text{m}$  bis einigen Millimetern von der Taille des Laserstrahls auf.

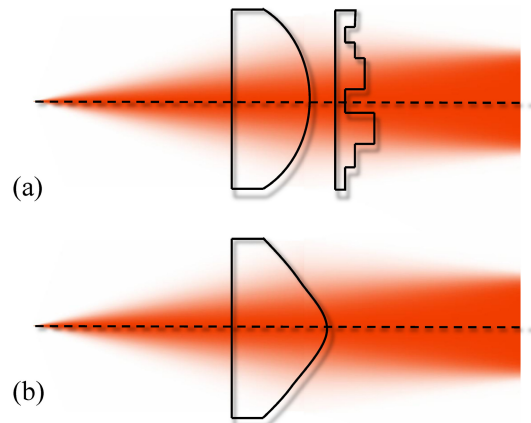


Abbildung 5.8: Typische Systeme zur Formung von nicht-paraxialen in paraxiale Laserstrahlen. Die Transformation kann durch eine Linse oder ein Linsensystem zur Kollimation und einem refraktiven oder diffraktiven Strahlformer zur Umformung erfolgen (a). Kollimation und Umformung sind aber auch durch ein einzelnes refraktives Element (b) möglich.

Unter Berücksichtigung des meist dominierenden sphärischen Phasenanteils wird oft eine begrenzte Anzahl von Strahlformungsaufbauten verwendet. Diese sind in Abbildung 5.8 dargestellt und sollen nachfolgend genauer erläutert werden:

1. Zur Kompensation eines sphärischen Phasenanteils im Quellfeld können in der Eingangsregion (siehe Abschnitt 3.1) eine sphärische Linse, eine asphärische Linse oder ein Objektiv eingesetzt werden (siehe Abbildung 5.8(a)). Zur Strahlformung können refraktive oder diffraktive Elemente benutzt werden. Entsteht vor der Strahlformungsregion ein paraxiales Feld  $F_{\text{ein}}$  und ist die Oberfläche des Strahlformungselements punktwweise parametrisiert, so kann der in Abschnitt 3.4 eingeführte allgemeine Projektionsalgorithmus zusammen mit dem in Abschnitt 4.2 vorgestellte Strukturprojektionsoperator für punktwweise parametrisierte Oberflächen zur Optimierung verwendet werden. Ist dagegen das Feld  $F_{\text{ein}}$  paraxial und die Oberfläche durch die Asphärenformel parametrisiert, so können der in Abschnitt 4.3 dafür entwickelte Projektionsalgorithmus und Strukturprojektionsoperator Anwendung finden.  $F_{\text{ein}}$  wird vor der Optimierung durch einen separaten Analyseschritt berechnet. Die Kollimationsoptik muss keine gute Qualität aufweisen. Eventuell auftretende Phasen- oder Amplitudenstörungen können bei der Optimierung des Strahlformungselement beachtet werden. Das ermöglicht den Einsatz billiger sphärischer Linsen. In der Praxis zeigt sich aber, dass der Justageaufwand auf Grund der größeren Anzahl optischer Elemente oft im Vergleich zu Ein-Element-Lösungen erhöht ist.
2. Alternativ kann ein refraktives Element verwendet werden, das Kollimation und Strahlformung in einem Schritt erledigt (siehe Abbildung 5.8(b)). Ist die Oberfläche dieses Elements rotationssymmetrisch und durch die Asphärenformel parametrisiert, dann kann ein Projektionsalgorithmus zusammen mit den in Abschnitt 5.1.2.3 eingeführten Struktur-



projektionsoperator zur Optimierung genutzt werden. Die Berechnung von Strahlformern mit einer Freiformfläche ist dagegen mit einem Projektionsalgorithmus unter Nutzung des in Abschnitt 5.1.3.1 beschriebenen Strukturprojektionsoperators möglich. Grundsätzlich ist die Strahlformung ebenfalls mit einem diffraktiven Element möglich [44]. Allerdings resultieren im Falle von nicht-paraxialen Quellfeldern sehr kleine Strukturen. Bei der Optimierung muss deshalb die Lichtausbreitung im Element möglichst rigoros beschrieben werden [42]. Entsprechende Methoden sind kein Schwerpunkt dieser Arbeit. Die Strahlformung ist ebenfalls mit einem hybriden Element möglich [75]. Entsprechende Designansätze werden ebenfalls nicht diskutiert.

Die Übersicht zeigt, dass Systeme, bestehend aus einem Linsensystem und einem Strahlformungselement oder nur aus einem refraktiven Element, mit den in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Methoden leicht optimiert werden können. Im nächsten Abschnitt soll die Berechnung eines Strahlformungssystems gezeigt werden, das aus einer sphärischen Linse und einem diffraktiven Strahlformer besteht.

## 5.2.2 Beispiel zur Strahlformung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen runden paraxialen Top-Hat

In diesem Abschnitt soll die Optimierung eines Strahlformungssystems zur Umformung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen paraxialen, runden Top-Hat gezeigt werden. Das Licht nach der Faser wird durch ein Feld  $\mathbf{F}_{\text{qu}} = \mathbf{F}_{\text{faser}}$  mit gaußförmiger Amplitude entsprechend Gleichung 4.11 mit linearer Polarisation in x-Richtung modelliert. Die numerische Apertur  $A_{\text{N,faser}}$  der Faser erlaubt die Ableitung des Divergenzwinkels des Feldes ( $\sin(\theta/2) = A_{\text{N,faser}}$ ) sowie des  $1/e^2$ -Durchmesser der gaußförmigen Amplitude [52]. Das gewünschte Quadrat der Amplitude des Top-Hats wird durch eine Super-Gauß-Funktion entsprechend Gleichung 4.12 beschrieben. Die Strahlformung soll durch eine sphärische Linse und einen diffraktiven Strahlformer erfolgen. Die Parameter des Systems sind in Tabelle 5.7 zu sehen. Die Linse besitzt eine numerische Apertur von 0,34, weshalb mit erhebliche Aberrationen zu rechnen ist. Vor der Optimierung des Systems muss die Lichtverteilung vor dem diffraktiven Element berechnet werden. Zur Modellierung der Lichtausbreitung bis zur Linse wird die Fernfeldausbreitung verwendet (siehe Gleichung 2.80), während die Simulation der Propagation durch die Linse und durch den Freiraum von 2 mm vor dem Strahlformer in geometrisch-optischer Approximation erfolgt (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Es resultiert die Operatoresequenz

$$\mathbf{F}_{\text{ein}} = \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathcal{P}_{\text{ff}} \mathbf{F}_{\text{faser}}. \quad (5.21)$$

Die Simulation muss lediglich einmal vor dem Beginn der Optimierung erfolgen. Das Quadrat der Amplitude und die Phase des Feldes 2 mm nach der Linse sind in Abbildung 5.9(a) und (b) zu sehen. Die Lichtausbreitung durch das Strahlformungselement kann mit der Dünnelemente-Approximation erfolgen (siehe Abschnitt 2.4.1.5). Die Oberfläche soll 16 Höhenstufen besitzen und punktweise parametrisiert sein. Für die Optimierung kann der in Abschnitt

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Numerische Apertur Faser $A_{N,\text{faser}}$	0,156
	Wellenlänge $\lambda$	632,8 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser $2w_{0,\text{TopHat}}$	5 mm
	Super-Gauß-Ordnung $b_t$	20
	Divergenzwinkel des Ausgangsfelds	4,6°
System	Umgebungsmedium	Luft
	Abstand Strahlformer-Ebene $G_{\text{aus}}$	100 mm
	Abstand Linse - Strahlformer	2 mm
	Abstand Faser - Linse	5 mm
	Effektive Brennweite Linse	6,9 mm
	Freier Durchmesser Linse	5 mm
	Mittendicke Linse	2 mm
	Linsentyp	Plan-konvex
	Radius sphärische Oberfläche	-3,5535 mm
	Material Linse	BK7
Strahlformer	Freier Durchmesser	5 mm
	Medium	Fused Silica
	Mittendicke	1,28 mm
	Anzahl Höhenstufen	16

Tabelle 5.7: Parameter des Strahlformungssystems zur Umformung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen runden, paraxialen Top-Hat durch ein System mit einer sphärischen Linse und einem diffraktiven Strahlformungselement.

3.4 eingeführte allgemeine Projektionsalgorithmus zusammen mit dem in Abschnitt 4.2 vorgestellten Strukturprojektionsoperator für punktweise parametrisierte Oberflächen verwendet werden. Zwischen Strahlformer und Ebene  $G_{\text{aus}}$  befinden sich ein Freiraum. Die Lichtausbreitung in diesem wird mit der Fresnel-Ausbreitung  $\mathcal{P}_{\text{frt}}$  entsprechend Gleichung 2.79 modelliert. Die vollständige Lichtausbreitung während der Optimierung beschreibt die Operatorsequenz

$$\mathbf{F}_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{frt}} \mathcal{S}_{\text{TEA}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (5.22)$$

Für die Bewertung der Qualität des resultierenden Systems werden die Gütefunktionen  $1/e^2$ -Durchmesser  $\Omega_{1/e^2}$ , das SNR  $\Omega_{\text{snr}}$  in einer Region  $\mathbb{W}_1$ , die Konversionseffizienz  $\Omega_{\text{konvEff}}$  ohne Fresnelverluste in Region  $\mathbb{W}_1$  und der Uniformitätsfehler  $\Omega_{\text{uni}}$  in Region  $\mathbb{W}_2$  entsprechend Abschnitt 2.7 verwendet. Die Region  $\mathbb{W}_1$  ist definiert als

$$\mathbb{W}_1 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2 \text{ mm}\} \quad (5.23)$$

und Region  $\mathbb{W}_2$  als

$$\mathbb{W}_2 = \{x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2,6 \text{ mm}\}. \quad (5.24)$$

Der Radius der Region  $\mathbb{W}_1$  entspricht dem Abfall des Quadrates des Amplitude auf 1% des Maximalwertes und der Radius von  $\mathbb{W}_2$  einer Verringerung auf 99% des Maximalwertes.

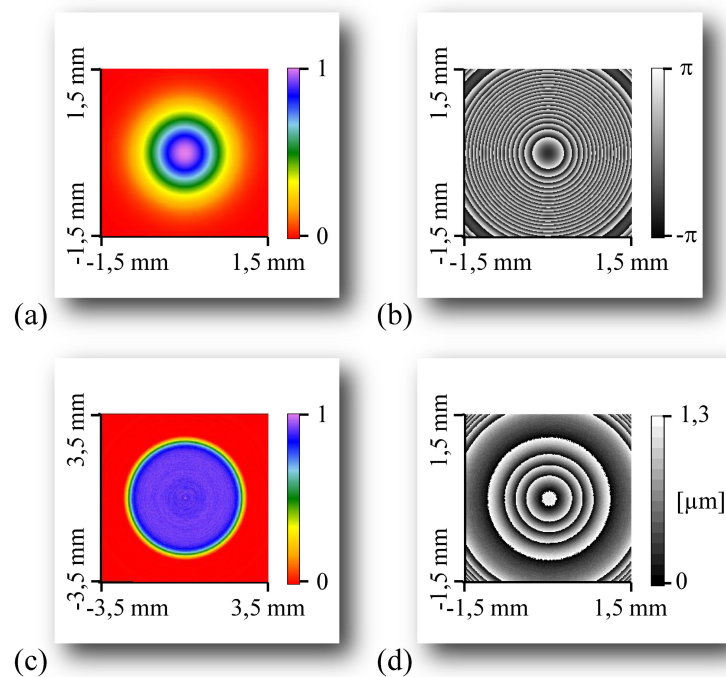


Abbildung 5.9: Das Quadrat der Amplitude (a) und die Phase (b) des Feldes  $F_{\text{ein}}$  2 mm nach einer sphärischen Linse mit den Parametern gemäß Tabelle 5.7 dienen als Eingangsfeld für die Optimierung eines diffraktiven Strahlformers mit 16 Höhenstufen ((d) zentraler Ausschnitt mit 3 mm Durchmesser). Das Quadrat der Amplitude des erzeugten Top-Hats in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ist in Bild (c) zu sehen.

Das vorgestellte Strahlformungssystem wurde optimiert und anschließend analysiert. Das Quadrat der Amplitude des Feldes in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ist in Abbildung 5.9(c) abgebildet. Vom Feld in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  wurden die Gütefunktionswerte berechnet. Es ergeben sich ein  $1/e^2$ -Durchmesser von 5,03 mm, eine Konversionseffizienz von 99,7 %, ein Uniformitätsfehler von  $\pm 14$  % und ein SNR von 35,7 dB. Abbildung 5.9(d) zeigt den zentralen Bereich der optimierten Oberfläche mit 3 mm Durchmesser. Vergleicht man die Phase des Feldes nach der Linse in Abbildung 5.9(b) mit der Oberfläche des diffraktiven Elements in Abbildung 5.9(d), so ist zu erkennen, dass die Oberfläche niedrigere Ortsfrequenzen aufweist. Dies deutet darauf hin, dass die Linsenaberrationen für die Strahlformung genutzt und nur geringfügig durch den Strahlformer korrigiert werden. Dieses Beispiel führt deshalb zu einer neuen Betrachtungsweise der Funktionsweise von Strahlformungssystemen. Bisher wurde bei der Einführung der Regionen von Strahlformungssystemen in Abschnitt 3.1 diskutiert, dass Eingangs- und Linsenregion für die Strahlführung verantwortlich sind und einen Laserstrahl geringen Durchmessers in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  erzeugen sollen. Die Strahlformungsregion generiert dagegen geeignete Amplituden- und Phasenmodulationen, um ein definiertes Quadrat der Amplitude in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  entstehen zu lassen. Das Beispiel zeigt, dass aber auch eine andere Aufgabenteilung zwischen den Regionen möglich ist. Die Aberrationen von Linsen können den zur Strahlformung benötigten Phasenmodulationen ähneln und somit gezielt benutzt werden. Es gibt keine Notwendigkeit,

dass Eingangs- und Linsenregion eine optimale Strahlführung durchführen. Für eine bestmögliche Nutzung von Linsenaberrationen in diesem Beispiel muss der Abstand zwischen Faser und Linse mit dem Ziel optimiert werden, die Strukturen der mikrostrukturierten Strahlformeroberfläche zu maximieren<sup>4</sup>. Da Projektionsalgorithmen zurzeit noch keine Optimierung von Abständen zwischen optischen Komponenten erlauben, muss zur Maximierung der Strukturgröße der diffraktiven Oberfläche der Abstand zwischen Faser und Linse mit einem anderen Verfahren variiert und jeweils das komplette beschriebene Design wiederholt werden. Ein entsprechendes Verfahren ist Gegenstand derzeitiger Entwicklungen. Das vorgestellte Beispiel zeigt, dass bei Verwendung der in Kapitel 2 vorgestellten Modellierungstechniken zur Simulation der Lichtausbreitung durch ein Kollimationssystem vor einer Strahlformungsregion die dadurch ermittelten Aberrationen sehr leicht während der Strahlformung berücksichtigt und genutzt werden können. Letztendlich ist es möglich, auf das Strahlformungselement gänzlich zu verzichten und nur die Linsenaberrationen zur Transformation von Laserstrahlen zu benutzen, wie noch in Abschnitt 5.3.2 gezeigt werden wird.

### 5.3 Umformung nicht-paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen

Zum Abschluss der Diskussion der Formung nicht-paraxialer Laserstrahlung wird in diesem Abschnitt die Transformation nicht-paraxialer in nicht-paraxiale Strahlen eingeführt. Der Abschnitt 5.3.1 gibt eine Übersicht über typische optische Aufbauten und nennt die bereits vorgestellten Optimierungsverfahren, die auch hier angewandt werden können. Die Abschnitte 5.3.2 und 5.3.3 werden sich mit der Möglichkeit der Nutzung sphärischer Kataloglinsen zur Strahlformung beschäftigen und somit noch ein weiteres Designverfahren einführen.

#### 5.3.1 Designmethoden und typische optische Aufbauten

Zur Ableitung typischer optischer Aufbauten zur Transformation nicht-paraxialer in nicht-paraxiale Laserstrahlen kann auf die Erkenntnisse der vorangegangenen Abschnitte zurückgegriffen werden. So hat das Feld  $F_{qu}$  direkt nach der Lichtquelle analog zur Umformung nicht-paraxialer in paraxiale Laserstrahlen (Abschnitt 5.2) oft eine geringe räumliche Ausdehnung bei gleichzeitig hoher Divergenz. Typische Lichtquellen sind wieder fasergekoppelte Laser oder Laserdioden. Es entsteht meist bereits nach relativ kurzem Abstand von der Quelle ein hochfrequenter, die Divergenz bestimmender sphärischer Phasenanteil. Das durch das Strahlformungssystem erzeugte Ausgangsfeld enthält ebenfalls meist einen hochfrequenten sphärischen Phasenanteil, wie dies bereits in Abschnitt 5.1.1 bei der Umformung paraxialer in nicht-paraxiale Laserstrahlung diskutiert wurde. Daraus resultieren typische optische Aufbauten, die zum Teil

---

<sup>4</sup>Diffraktive Oberflächen mit großen Strukturen lassen sich präziser fertigen.

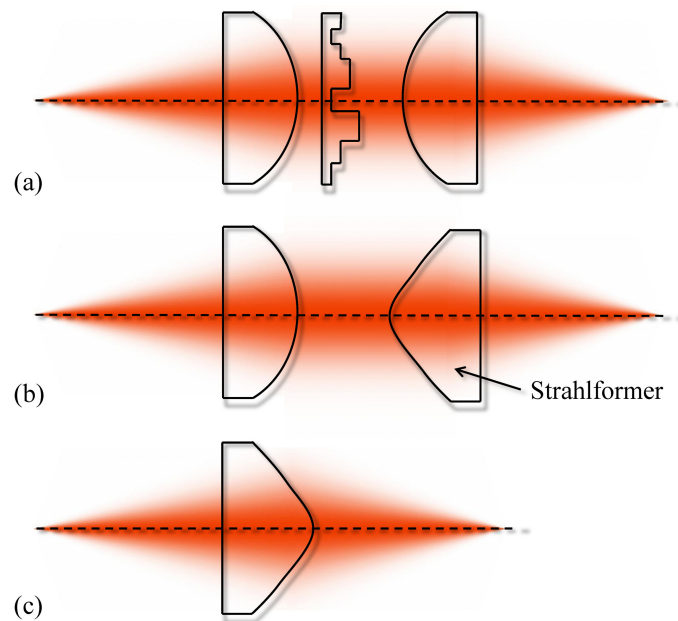


Abbildung 5.10: Typische Systeme zur Formung von nicht-paraxialen in nicht-paraxiale Laserstrahlen. Die Transformation kann durch zwei Linsen oder Linsengruppen zur Kollimation und Fokussierung sowie einem refraktiven oder diffraktiven Strahlformer zur Umformung erfolgen (a). Ebenfalls kann eine Linse oder eine Linsengruppe zur Kollimation und ein refraktives oder diffraktives Element zur Umformung und Fokussierung des Laserstrahls benutzt werden (b). Genauso können Kollimation, Fokussierung und Umformung durch ein einziges refraktives (c) Element erledigt werden.

als eine Kombination der in den Abschnitten 5.1 und 5.2 vorgestellten Systeme verstanden werden können. Abbildung 5.10 zeigt eine Übersicht möglicher optischer Strahlformungssysteme. Diese sollen im Folgenden genauer diskutiert und mögliche Designkonzepte genannt werden:

1. Zur Kompensation eines sphärischen Phasenanteils im Quellfeld können in der Eingangsregion (siehe Abschnitt 3.1) eine sphärische Linse, eine asphärische Linse oder ein Objektiv eingesetzt werden. Zusätzlich dient eine weitere Linse oder eine Linsengruppe in der Linsenregion zur Fokussierung des Lichts. Die Strahlformung kann mit einem diffraktiven oder refraktiven Element erfolgen (siehe auch Abbildung 5.10(a)). Vor Beginn einer Optimierung muss das Feld  $F_{\text{ein}}$  nach der Kollimationsoptik durch einen Analyseschritt berechnet werden. Entsteht ein paraxiales Feld, so kann für die Optimierung der in Abschnitt 3.4 vorgestellte Projektionsalgorithmus in Verbindung mit Strukturprojektionsoperatoren für punktweise oder mit der Asphärenformel parametrisierte Oberflächen verwendet werden (siehe Abschnitte 4.2 und 4.3). Das Strahlformungselement kann Aberrationen von Eingangs- und Linsenregion berücksichtigen, wie in den Abschnitten 5.1.1 und 5.2.2 demonstriert wurde.
2. Ein einfacherer optischer Aufbau ergibt sich, indem lediglich eine Linse oder eine Linsengruppe zur Kollimation des Quellfeldes eingesetzt wird. Ein nicht-paraxiales refrakti-

ves Strahlformungselement wird für die Umformung und Fokussierung verwendet (siehe auch Abbildung 5.10(b)). Linse und Strahlformungselement können grundsätzlich auch vertauscht sein, so dass der Strahlformer Kollimation und Umformung übernimmt und die Linse zur Fokussierung eingesetzt wird. Der resultierende Aufbau ist kompakter und einfacher zu justieren. Wird ein Strahlformungselement mit einer Oberfläche, die durch die Asphärenformel parametrisiert ist, verwendet, so kann ein Projektionsalgorithmus zusammen mit dem in Abschnitt 5.1.2.3 eingeführten Sturkturprojektionsoperator zur Optimierung verwendet werden. Für Strahlformer mit Freiformfläche ist dagegen der Einsatz des in Abschnitt 5.1.3.1 vorgestellten Strukturprojektionsoperators in einem solchen Algorithmus möglich. Statt eines refraktiven Elements kann auch ein diffraktives eingesetzt werden [44]. Eine Optimierung erfordert wenn möglich eine rigorose Modellierung der Lichtausbreitung [42]. Benötigte Designmethoden sind kein Schwerpunkt dieser Arbeit. Des Weiteren ist die präzise Herstellung der resultierenden kleinen Strukturen nur bedingt möglich [28]. Grundsätzlich ist für die Durchführung der Strahlformung auch der Einsatz eines hybriden Elements möglich [75]. Entsprechende Designansätze werden ebenfalls nachfolgend nicht diskutiert.

3. Grundsätzlich können Kollimation, Fokussierung und Umformung des Eingangsfeldes auch mit einem einzigen refraktiven Strahlformungselement erledigt werden (siehe auch Abbildung 5.10(c)). Weisen allerdings Eingangsfeld und gewünschtes Ausgangsfeld einen sehr hohen Divergenzwinkel auf, so resultieren oft Oberflächen mit sehr großen Winkeln am Rand des Elements, die nur schwer hergestellt werden können. Außerdem können Fresnelverluste durch Antireflexbeschichtungen nur schlecht reduziert werden. Wird ein Strahlformungselement mit einer Oberfläche, die durch die Asphärenformel parametrisiert ist, verwendet, so kann ein Projektionsalgorithmus zusammen mit dem in Abschnitt 5.1.2.3 eingeführten Sturkturprojektionsoperator zur Optimierung verwendet werden. Für Strahlformer mit Freiformfläche ist dagegen der Einsatz des in Abschnitt 5.1.3.1 vorgestellten Strukturprojektionsoperators in einem solchen Algorithmus möglich. Diese Operatoren wurde ursprünglich zur Umformung paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Laserstrahlen eingeführt. Sie sind aber auch ohne Einschränkungen zur Umformung nicht-paraxialer Laserstrahlen in nicht-paraxiale Strahlen geeignet. Auch hier könnten wieder alternativ diffraktive oder hybride Elemente ihren Einsatz finden. Es gilt aber das bereits im letzten Punkt dazu Gesagte.

Wie bereits in Abschnitt 5.2.2 angedeutet, können auch die Aberrationen sphärischer Linsen zur Strahlformung verwendet werden. Insbesondere beim Einsatz von Kataloglinsen stellt das Design eines solchen Strahlformungssystems allerdings einen Sonderfall unter allen bisher behandelten Methoden dar, da keine Oberflächen explizit optimiert werden müssen. Stattdessen ist eine gezielte Kombination der Aberrationen von zum Teil mehreren Linsen notwendig, um die gewünschte Strahlformungswirkung zu erreichen. Auf Grund dieser Sonderstellung soll das Design im nachfolgenden Abschnitt näher erläutert werden.

### 5.3.2 Design von Strahlformungssystemen unter Nutzung sphärischer Kataloglinsen

Es ist bekannt, dass sphärische Linsen mit hinreichend hoher numerischer Apertur Phasenaberrationen erzeugen [93]. Während solche Linsen für Kollimations- und Fokussierungsaufgaben oft ungeeignet sind, können ihre Aberrationen zur Umformung von Laserstrahlen eingesetzt werden [58, 59, 60, 61, 62]. Der Einsatz von sphärischen Linsen hilft typischerweise die Elementkosten eines Strahlformungssystems zu senken. Eine weitere Kostenreduktion kann durch den Einsatz von Kataloglinsen zur Laserstrahlformung erreicht werden [62].

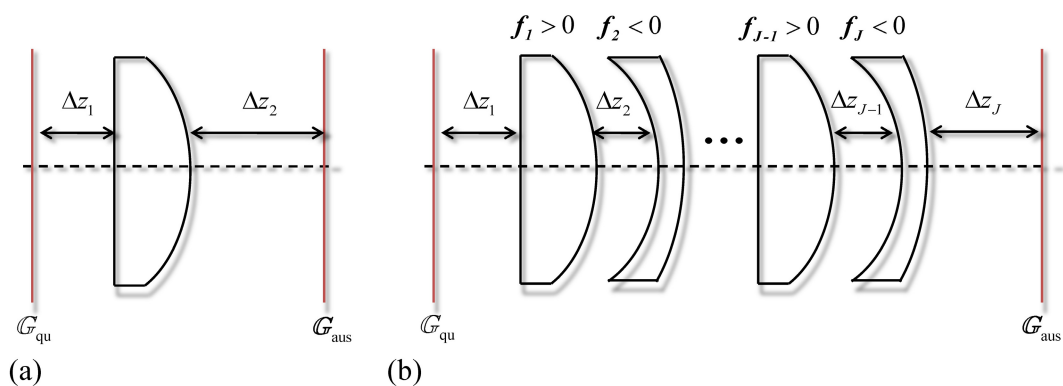


Abbildung 5.11: Strahlformungssysteme, die zur Formung nur die Aberrationen von sphärischen Linsen nutzen, verwenden im einfachsten Falle eine einzelne Linse, die sich in zu optimierenden Abständen  $\Delta z_1$  und  $\Delta z_2$  von den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  befindet (a). Reichen die Aberrationen einer einzelnen Linse nicht aus, so müssen mehrere sphärische Linsen mit abwechselnd positiver und negativer Brennweite kombiniert werden.

In diesem und dem nächsten Abschnitt wird der Einsatz von sphärischen Kataloglinsen für die Laserstrahlformung erläutert. Linsen können in jeder der in Abschnitt 3.1 vorgestellten Regionen eingesetzt werden. Nachfolgend wird der Einsatz dieser Linsen zur Erzeugung eines gewünschten Quadrates der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  diskutiert. Die Phasenverteilung des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  wird dabei als Freiheitsgrad genutzt. Eine klare Trennung zwischen Eingangs-, Strahlformungs- und Linsenregion ist meist nicht möglich. Konzepte zum Einsatz von Linsen in der Phasenkorrekturregion wurden z. B. von Shafer und Griffin vorgestellt [60, 62]. Im einfachsten Fall kann eine einzelne Kataloglinse mit positiver oder negativer Brennweite zur Strahlformung eingesetzt werden (siehe Abbildung 5.11(a)). Als freie Strukturparameter wurden in bisherigen Veröffentlichungen die Abstände  $\Delta z_1$  und  $\Delta z_2$  zwischen der Linse und den Ebenen  $\mathbb{G}_{\text{qu}}$  und  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$ , die Auswahl einer geeigneten Linse aus Katalogen<sup>5</sup> und die Linsenorientierung verwendet. Diese Parameter müssen typischerweise parametrisch optimiert werden. Insbesondere die Linsenorientierung ist ein wichtiger Freiheitsgrad. In Abbildungs-, Kollimations- und Fokussierungssystemen wird die weniger gekrümmte Fläche einer sphärischen Linse immer in Richtung

<sup>5</sup>Verschiedene Kataloglinsen unterscheiden sich z. B. in Durchmesser, Brennweite, Mittendicke, Material und Oberflächenformen. Diese Parameter bestimmen u.a. die Phasenaberrationen der Linse.

des Feldes mit dem höheren Divergenzwinkel orientiert, um die Aberrationen zu minimieren. Im Falle eines Strahlformungssystems kann diese Regel gezielt missachtet werden, um stärkere Aberrationen zu realisieren. Erzeugt eine Einzellinse keine ausreichenden Aberrationen, so müssen mehrere Linsen mit abwechselnd positiver und negativer Brennweite kombiniert werden (siehe Abbildung 5.11(b)).

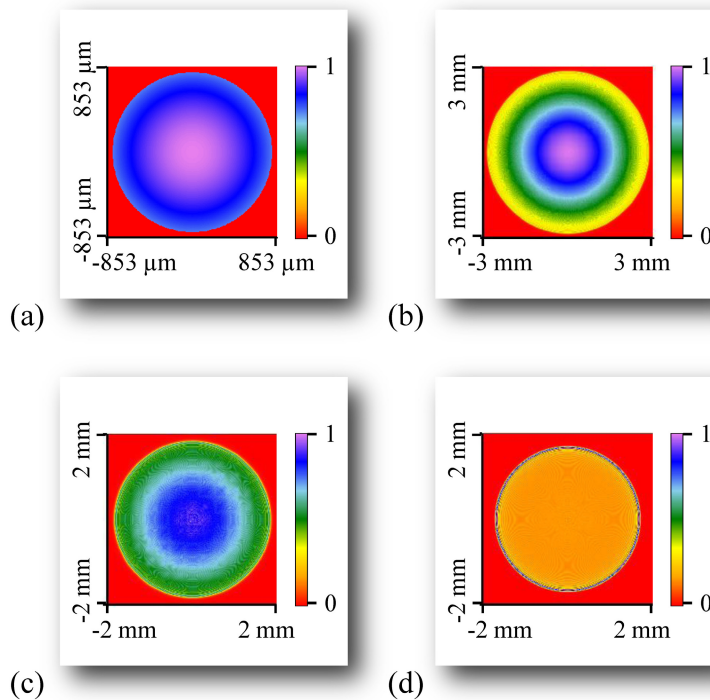


Abbildung 5.12: Quadrat der Amplitude eines gaußförmigen Laserstrahls mit einem Radius  $w_0 = 2,06$  mm, der durch eine Apertur mit 1,6 mm Durchmesser abgeschnitten wurde (a) sowie Quadrat der Amplitude in den Abständen von 10 mm (b), 20 mm (c) und 30 mm (d) nach einer Linse mit einer effektiven Brennweite von  $f = 20$  mm und einem Aperturdurchmesser von 8 mm. Der Divergenzwinkel der einfallenden gaußförmigen Welle beträgt  $\theta_x = 13,8^\circ$ .

Zum Erreichen einer guten Qualität der Intensitätsverteilung sind typischerweise zwei bis vier Linsen notwendig [60, 62]. Obwohl sphärische Kataloglinsen billig herzustellen bzw. zu kaufen sind, erhöht sich durch die große Anzahl von Linsen der Aufwand für Justage sowie Bau von Fassungen und Gehäuse im Vergleich zu einem Strahlformungselement. Der Justageaufwand ist insbesondere relevant, da Kataloglinsen meist relativ große Brennweiten- und Zentrierungstoleranzen aufweisen und somit zum Erreichen einer ausreichenden Strahlformungsqualität aktiv justiert werden müssen. Es stellt sich deshalb die Frage, ob mit einer Linse eine noch akzeptable Strahlformung möglich ist und damit Kosten reduziert werden können. Als Maßstab kann hier zum einen die trivialste Methode zur Strahlformung dienen. Dies ist das Abschneiden eines Laserstrahls mit gaußförmiger Intensität durch eine Blende, um einen gewünschten Top-Hat zu erzeugen. Diese Lösung ist sehr einfach zu realisieren, führt aber typischerweise zu relativ großen Uniformitätsfehlern und geringen Effizienzen. Auf der anderen Seite steht die Be-



rechnung und Herstellung eines hochwertigen diffraktiven oder refraktiven Strahlformungselements. Ein System mit einer sphärischen Linse ist dann praktisch interessant, wenn die optische Qualität (Uniformitätsfehler, Effizienz) besser ist als bei einem einfachen Abschneiden eines Laserstrahls, aber gleichzeitig die Kosten deutlich geringer sind als bei einem hochwertigen System mit speziellen Strahlformungskomponenten.

Es zeigt sich, dass mit den bisher veröffentlichten Optimierungskonzepten meist keine hinreichend gute Lösung gefunden werden kann, da die Modellierung der Lichtausbreitung während der Optimierung nur mit Strahlverfolgungsmethoden erfolgte. Beugungs- und Interferenzeffekte, die durch starke Aberrationen oder die Linsenapertur verursacht werden, konnten nicht beachtet und für die Strahlformung genutzt werden. Insbesondere die Einbeziehung der Beugung an der Linsenapertur eröffnet einen weiteren Freiheitsgrad bei der Optimierung.

Bei der Methode des Abschneidens eines Laserstrahls durch eine Apertur wird lediglich diese zur Formung des Strahls verwendet (siehe z. B. das Quadrat der Amplitude hinter einer Apertur in Abbildung 5.12(a)). In einem hochwertigen Strahlformungssystem wird typischerweise nur eine Phasenmodulation benutzt, um Energieverluste an Aperturen zu minimieren. Beim Einsatz von sphärischen Linsen können die Phasenaberrationen und die Apertur gleichzeitig genutzt werden, um eine bessere Strahlformung als nur durch eine Apertur zu erreichen. Das soll an einem Beispiel gezeigt werden. Dazu wird eine sphärische Linse mit einer effektiven Brennweite von  $f = 20$  mm und einem Aperturdurchmesser von 8 mm mit einem gaußförmigen Laserstrahl mit einem Divergenzwinkel von  $\theta_x = 13,8^\circ$  beleuchtet. Der Abstand zwischen Lasertaille und Linse beträgt 32,73 mm. Anschließend wurde das Quadrat der Amplitude in Abständen von 10 mm, 20 mm und 30 mm von der Linse simuliert (siehe Abbildung 5.12(b)-(d)). Es ist gut zu erkennen, dass sich in einem Abstand von 30 mm in der Mitte des Laserstrahls eine nahezu konstante Intensität herausbildet. Allerdings treten am Rand zunehmend Interferenzeffekte auf. Um eine optimale Uniformität sowie eine ausreichend hohe Effizienz zu erreichen, müssen die Abstände, die Linsenapertur, die verwendete Kataloglinse sowie die Linsenorientierung parametrisch optimiert werden. Im nächsten Abschnitt wird die Optimierung eines Strahlformungssystems mit einer sphärischen Linse an einem Beispiel erläutert.

### 5.3.3 Beispiel zur Strahlformung des Lichts aus einer Single-Mode-Faser in einen runden, nicht-paraxialen Top-Hat mittels einer sphärischen Kataloglinse

Zur Demonstration der Strahlformung mittels einer Kataloglinse soll das Licht aus einer Single-Mode-Faser in einen runden Top-Hat umgeformt werden. Die Faser besitzt eine numerische Apertur von 0,12. Das Licht nach der Faser wird analog zu Abschnitt 5.2.2 durch ein linear in x-Richtung polarisiertes Feld mit gaußförmiger Amplitudenverteilung entsprechend Gleichung 4.11 modelliert. Aus der numerischen Apertur der Faser kann der  $1/e^2$ -Durchmesser abgeleitet werden [52]. Das gewünschte Amplitudenquadrat  $|\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  soll durch eine

konstante Funktion mit einem Durchmesser von 2 mm beschrieben werden. Die Parameter des Systems sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst.

Größe	Parameter	Wert
Eingangsfeld	Numerische Apertur Faser $A_{N\text{faser}}$	0,12
	Wellenlänge $\lambda$	660 nm
	Polarisation	Linear polarisiert in x-Richtung
Ausgangsfeld	Durchmesser	2 mm
	Divergenzwinkel	Abhängig vom Durchmesser der Linsenapertur
System	Umgebungsmedium	Luft
	Abstand Linse-Ebene $G_{\text{aus}}$	22 mm
Gütefunktionswerte	Uniformitätsfehler	$\leq 15\%$
	Fenstereffizienz	$> 30\%$
	Detektorauflösung $\Delta x \times \Delta y$	$7\mu\text{m} \times 7\mu\text{m}$

Tabelle 5.8: Parameter des Strahlformungssystems zur Umformung eines nicht-paraxialen, gaußförmigen Laserstrahls aus einer Single-Mode-Faser in einen runden, nicht-paraxialen Top-Hat durch ein System mit einer Kataloglinse

Dieses Strahlformungssystem soll zur Beleuchtung eines Fotodiodenarrays eingesetzt werden, wobei die minimale Größe der Dioden  $7\mu\text{m} \times 7\mu\text{m}$  beträgt. Die Beleuchtung muss mit möglichst konstanter Leistungsdichte zur Kalibrierung der jeweiligen Fotodiodenströme erfolgen und die Dioden müssen sich bis zu einem maximalen Strom aussteuern lassen. Innerhalb einer kreisförmigen Region mit 2 mm Durchmesser darf die auf verschiedene Diodenflächen einfallende Lichtleistung um maximal  $\pm 15\%$  schwanken. Zur Bestimmung dieser Schwankungen wird die Leistungsdichte des Feldes  $F_{\text{aus}}$  pro Fotodiode integriert und der Uniformitätsfehler aus der maximalen und minimalen Leistung pro Diodenfläche entsprechend Gleichung 2.95 berechnet. Die Effizienz muss 30 %, bezogen auf die kreisförmige Region, betragen und ist gemäß Gleichung 2.89 definiert.

Die einfachste Lösung dieses Strahlformungsproblems stellt das Abschneiden des Feldes nach der Faser durch eine runde Blende in der Ebene  $G_{\text{aus}}$  dar. Um den gewünschten Uniformitätsfehler zu erreichen, wird ein Laserstrahl mit einem Radius von  $w_{\text{gauß}} = 2,57$  mm benötigt und es ergibt sich eine Effizienz von 26 % (siehe Anhang A.8). Es zeigt sich, dass eine einfache Blende zur Strahlformung nicht verwendet werden kann, da die Effizienz zu gering ist. Wird nun stattdessen eine sphärische Linse eingesetzt, so kann die Effizienz erhöht werden. Der Systemaufbau ist in Abbildung 5.14(a) zu sehen. Eine Strahlteilerplatte zwischen Faser und Linse war in dieser Anwendung gefordert, um zur Leistungsmessung einen geringen Teil des Lichts auskoppeln zu können. Sie muss zwar bei der Optimierung grundsätzlich berücksichtigt werden, ist aber zum Verständnis der Strahlformung nicht notwendig. Deshalb wird sie in einem ersten Schritt weggelassen. Die Modellierung der Lichtausbreitung in dem System ohne Strahlteilerplatte kann durch die Operatorsequenz

$$F_{\text{aus}} = \mathcal{P}_{\text{spw}} \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathcal{P}_{\text{ff}} F_{\text{faser}} \quad (5.25)$$

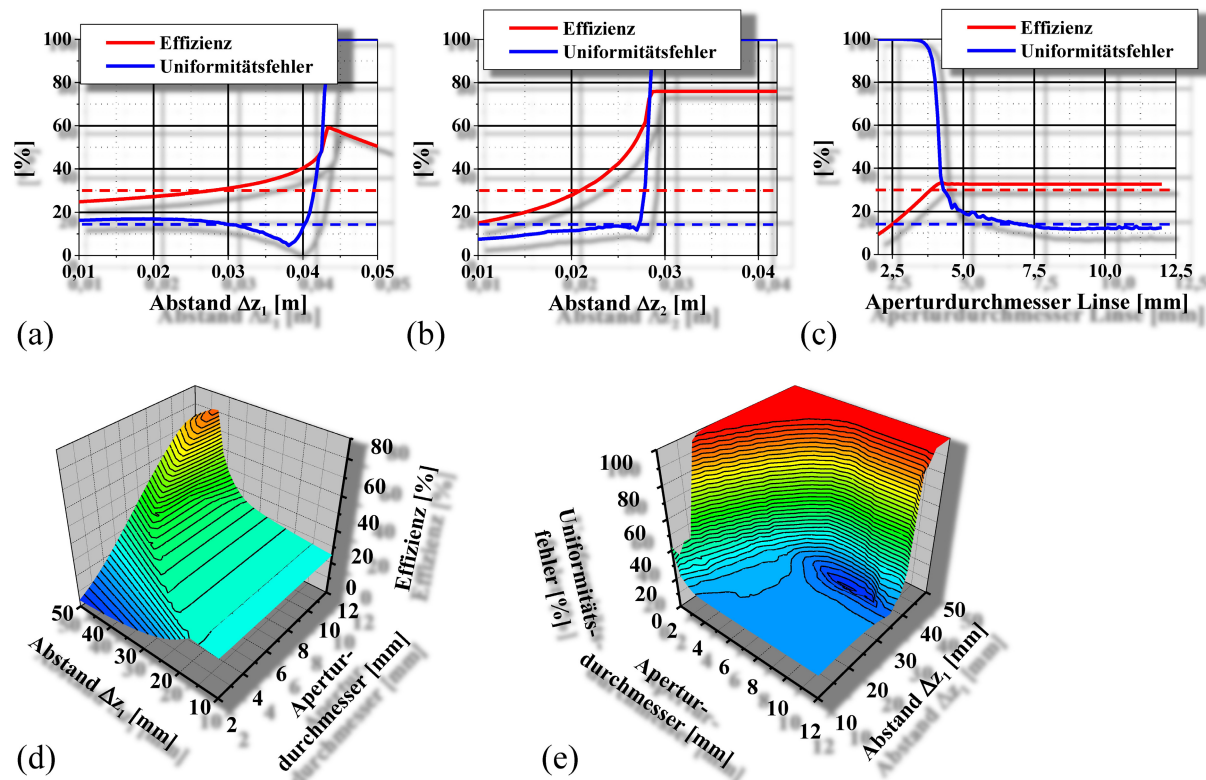


Abbildung 5.13: Effizienz und Uniformitätsfehler in Abhängigkeit vom Abstand  $\Delta z_1$  für einen Aperturdurchmesser  $D = 8$  mm und einen Abstand  $\Delta z_2 = 22$  mm (a). Effizienz und Uniformitätsfehler in Abhängigkeit vom Abstand  $\Delta z_2$  für einen Aperturdurchmesser  $D = 8$  mm und einen Abstand  $\Delta z_1 = 32,75$  mm (b). Effizienz und Uniformitätsfehler in Abhängigkeit vom Aperturdurchmesser  $D$  für einen Abstand  $\Delta z_1 = 32,75$  mm und einen Abstand  $\Delta z_2 = 22$  mm (c). In den Diagrammen (a) bis (c) markieren jeweils eine rote, gestrichelte Linie die erlaubte geringste Effizienz von 30 % und eine blaue, gestrichelte Linie den maximal erlaubten Uniformitätsfehler von 15 %. Effizienz (d) und Uniformitätsfehler (e) in Abhängigkeit vom Aperturdurchmesser  $D$  und vom Abstand  $\Delta z_1$  für einen festen Abstand  $\Delta z_2 = 22$  mm.

beschrieben werden. Für den Freiraum zwischen Faser und Linse wird die Fernfeldausbreitung entsprechend Gleichung 2.80 verwendet, für den Freiraum nach der Linse die Spektrum-ebener-Wellen-Propagation entsprechend Gleichung 2.77 und für die Linse ein geometrisch-optischer Operator gemäß Abschnitt 2.4.1.5. Freie Parameter in dem zu optimierenden System sind die Abstände  $\Delta z_1$ ,  $\Delta z_2$ , die Linsenapertur  $D$ , die Linsenorientierung sowie die Auswahl der Linse selbst. Zur Demonstration der Optimierung der Abstände und des Aperturdurchmessers wird nachfolgend eine sphärische plan-konvexe Kataloglinse mit einer effektiven Brennweite von 20 mm verwendet<sup>6</sup>. Die Linse soll mit der sphärischen Seite in Richtung der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  orientiert sein. Für eine gegebene Linse und Orientierung bleiben nun als freie Parameter noch die Abstände  $\Delta z_1$ ,  $\Delta z_2$  und die Linsenapertur  $D$  übrig. Als erstes soll eine Optimierung ei-

<sup>6</sup>Die Linse besitzt einen Radius der sphärischen Fläche von 10,3 mm, eine Mittendicke von 5 mm und besteht aus BK7. Sie kann im Thorlabs-Katalog von 2006-2008 gefunden werden und besitzt die Bestellnummer LA1074.

Parameter/ Gütefunktion	Werte System ohne Strahlteilerplatte	Werte System mit Strahlteilerplatte	Werte Messungen gebautes System
$\Delta z_1$	40,4 mm	37,2 mm	37,2 mm
$\Delta z_2$	22 mm	22 mm	22 mm
$\Delta z_{\text{teiler}}$	-	9,7 mm	9,7 mm
Aperturdurchmesser $D$	8,86 mm	8 mm	8 mm
Fenstereffizienz	41,2 %	38,3 %	> 30 %
Uniformitätsfehler	14,74 %	11,9 %	16,3 %

Tabelle 5.9: Optimierte Abstände sowie Gütefunktionswerte für ein System ohne Strahlteilerplatte, ein System mit Strahlteilerplatte sowie Messwerte des gebauten Systems.

nes einzelnen Parameters gezeigt werden, während die anderen konstant bleiben. Dazu werden der Parameter jeweils innerhalb eines definierten Wertebereiches mit einer festen Schrittweite variiert und die Gütefunktionswerte bestimmt. Die Abbildungen 5.13(a)-(c) zeigen die Gütefunktionswerte in Abhängigkeit vom jeweiligen Parameter. Eine rote, gestrichelte Linie markiert jeweils die erlaubte geringste Effizienz von 30 % und eine blaue, gestrichelte Linie den maximal erlaubten Uniformitätsfehler von 15 %. Insbesondere die Variation des Abstandes  $\Delta z_2$  (Abbildung 5.13(b)) zeigt, dass mit einer einfachen Linse mehr als 50 % Effizienz erreicht werden kann. Um ein sehr gutes Ergebnis zu erhalten, müssen alle Parameter gemeinsam variiert werden. In diesem Anwendungsbeispiel ist der Abstand  $\Delta z_2$  nicht frei, sondern auf 22 mm festgelegt. Auf diese Weise bleiben nur noch der Abstand  $\Delta z_1$  und der Aperturdurchmesser  $D$  als freie Parameter übrig. Diese wurden gemeinsam innerhalb fester Intervalle variiert. Die resultierenden Diagramme sind in Abbildung 5.13(d) und (e) zu sehen. Eine Vielzahl von Abständen und Aperturdurchmessern erzeugen eine Lichtverteilung mit ausreichender Effizienz und Uniformität. Es wurde die Parameterkombination ausgewählt, für die der Uniformitätsfehler kleiner 15 % ist und die Effizienz maximiert wird. Die Abstände, der Aperturdurchmesser der Linse und die Gütefunktionswerte sind in der zweiten Spalte von Tabelle 5.9 zu sehen. Die Optimierung muss nun für beide Orientierungen der Linse sowie weitere Kataloglinsen wiederholt werden, um ein optimales Ergebnis zu erhalten. In diesem Fall stellen die verwendete Linse und die Linsenorientierung bereits eine sehr gute Wahl dar und werden deshalb weiter verwendet.

Wie bereits erwähnt, soll eigentlich noch eine Strahlteilerplatte zwischen Faser und Linse eingesetzt werden. Die Optimierung wurde deshalb unter Beachtung der Platte wiederholt. Die resultierenden Abstände, der Aperturdurchmesser der Linse und die Gütefunktionswerte sind in der dritten Spalte von Tabelle 5.9 zu sehen. Das Quadrat der Amplitude der simulierten Lichtverteilung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ist in Abbildung 5.14 (b) dargestellt. Ein gestrichelter Kreis markiert hier die Region zur Auswertung der Gütefunktionen. Für das berechnete System wurde von der Firma Docter Optics GmbH ein Gehäuse konstruiert und die Optik hergestellt. Die gemessene Intensitätsverteilung in der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{aus}}$  ist in Abbildung 5.14 (c) zu sehen. Die Vermessung erfolgte durch eine direkte Belichtung eines Kamerachips. Auf Grund von Pixeldefekten wurde das gezeigte Bild aus zwei Einzelbildern der oberen und unteren Top-Hat-Hälfte zusammenge-

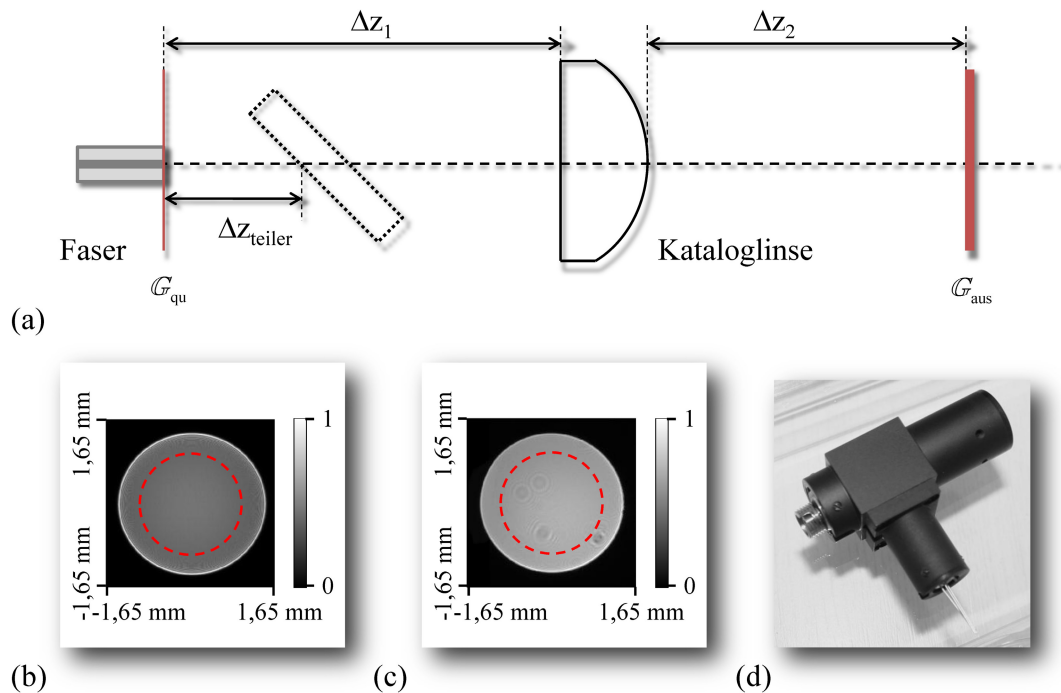


Abbildung 5.14: Strahlformungssystem mit Kataloglinse (a). Im System wurde zusätzlich eine Strahlteilerplatte zwischen Faser und Linse verwendet, die bei der Optimierung berücksichtigt werden muss. Das Quadrat der Amplitude 22 mm hinter der Linse wurde simuliert (b) und die Intensität gemessen (c). Der Kreis markiert die Region, in der die Gütefunktionen ausgewertet wurden. Das hergestellte System ist in Abbildung (d) zu sehen.

setzt. Kreisförmige Beugungsstrukturen innerhalb des Top-Hats sind auf Beugungseffekte an Staubkörnern zurückzuführen, da die Optik nicht unter Reinraumbedingungen montiert wurde. Der gemessene Uniformitätsfehler ist in Spalte 4 von Tabelle 5.9 zusehen. Die Messung der Fenstereffizienz erfolgte indirekt über die Messung der Fotodiodenströme. Von diesen kann ungefähr auf die lokale Leistungsdichte und damit auf die Effizienz geschlossen werden. Es zeigte sich, dass die Fotodiodenströme die in der Anwendung erforderlichen Werte erreichten und somit eine Effizienz deutlich höher als 30 % vorliegt. Nach der Optimierung kann der Divergenzwinkel des Ausgangsfeldes bestimmt werden und er beträgt  $21^\circ$ . Das montierte System ist in Abbildung 5.14(d) zu sehen. Der seitlich angebrachte Arm enthält eine zusätzliche Linse, die das durch die Strahlteilerplatte ausgekoppelte Licht auf eine Fotodiode fokussiert.

Das Beispiel zeigt, dass eine Laserstrahlformung auch durch eine einzelne sphärische Kataloglinse erfolgreich erreicht werden kann. Während der parametrischen Optimierung des Systems können Beugungs- und Interferenzeffekte infolge von Aberrationen und der Linsenapertur beachtet werden. Solche Systeme können eine preiswerte Alternative zu Systemen mit speziell gefertigten Strahlformungselementen darstellen. Das gefertigte System erfüllt im industriellen Einsatz vollständig die Erwartungen bezüglich Effizienz- und Uniformitätsfehler.

# Kapitel 6

## Achromatisierung und Wellenlängenmultiplexing von Laserstrahlformungssystemen

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Berechnung von Strahlformungssystemen für monochromatische Laser diskutiert. In vielen praktischen Fällen soll aber ein System für Laser unterschiedlicher Wellenlänge einsetzbar sein. Abschnitt 6.1 beschäftigt sich mit der Optimierung von paraxialen Laserstrahlformungssystemen bei Sicherstellung einer nahezu wellenlängenunabhängigen optischen Funktion. Dagegen zeigt Abschnitt 6.2 die gezielte Erzeugung unterschiedlicher optischer Funktionen für verschiedene Wellenlängen.

### 6.1 Achromatisierung von Strahlformungssystemen

#### 6.1.1 Achromatisierungsbedingung der Laserstrahlformung

Ein optisches System, dessen optische Funktion weniger abhängig von der Wellenlänge ist als ein vergleichbares System, wird als achromatisch bezeichnet. Für ein Strahlformungssystem bedeutet dies im Idealfall, dass das Zielfeld  $F_z$  wellenlängenunabhängig sein muss. In einem Strahlformungssystem, das nur für ein monochromatisches Quellfeld  $F_{qu}$  optimiert wurde, sind i. A. die optischen Funktionen der Eingangsregion, der Strahlformungsregion, der Linsenregion und der Phasenkorrekturregion wellenlängenabhängig (siehe auch Abschnitt 3.1).

Wie schon bei der Optimierung von Strahlformungssystemen für ein monochromatisches Feld erfolgt nachfolgend die Konzentration auf die Strahlformungs- und Linsenregion zur Umformung eines Feldes  $F_{ein}$  in ein Feld mit dem Quadrat der Amplitude  $|F_{aus}|^2$  und deren Achromatisierung<sup>1</sup>. Es wird weiterhin angenommen, dass das Feld  $F_{ein}$  wellenlängenunabhängig ist. Wellenlängenabhängige Veränderungen von  $|F_{aus}|^2$  können nur von der Strahlformungs- und Linsenregion ausgehen. Beide Regionen sollen nun so gestaltet werden, dass das Quadrat der

---

<sup>1</sup>Bei der Eingangsregion handelt es sich meist um ein Kollimations- oder Aufweitungssystem. Es können bekannte Achromatisierungsansätze für Linsensysteme verwendet werden [93]. Achromatisierungsansätze für die Phasenkorrekturregion wurden von Hofnagel vorgeschlagen [38].

Amplitude des erzeugten Feldes nach Möglichkeit wellenlängenunabhängig ist, d. h.  $|\mathbf{F}_{\text{aus}}|^2 \neq f(\lambda)$ . Eine Achromatisierung von  $|\mathbf{F}_{\text{aus}}|^2$  kann nun durch Achromatisierung von Strahlformungs- und Linsenregion oder durch Achromatisierung nur einer der beiden Regionen mit dem Ziel, chromatische Effekte der jeweils anderen Region auszugleichen, erfolgen. Nachfolgend soll die Achromatisierung der Strahlformungsregion mit dem Ziel diskutiert werden, auch chromatische Effekte der Linsenregion auszugleichen. Es wird angenommen, dass ein linsenloser Aufbau entsprechend Abschnitt 3.2 vorliegt und die Linsenregion nur aus einem homogenen Medium der Brechzahl  $n(\lambda)$  besteht. Strahlformungssysteme nutzen ein lokales Prinzip der Lichtablenkung zur Erzeugung eines gewünschten Quadrates der Amplitude [9]. Zur Verdeutlichung kann das einfallende Feld  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  durch lokal ebene Wellen approximiert werden (siehe Abschnitt 2.4.1.1). Eine einfallende lokal ebene Welle wird durch die Strahlformungsregion lokal abgelenkt und es entsteht eine neue lokal ebene Welle mit einer Phasenmodulation von (siehe Gleichung 2.34)

$$\phi_{\text{eben}}(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda} \mathbf{d} \cdot \mathbf{r}. \quad (6.1)$$

$\mathbf{d}$  ist der normierte Richtungsvektor der Welle. Soll die lokale Ablenkung wellenlängenunabhängig sein, so ist eine notwendige Bedingung, dass der Richtungsvektor der erzeugten lokal ebenen Welle wellenlängenunabhängig ist. Da dieser normiert ist, folgt

$$d_x, d_y, d_z \neq f(\lambda). \quad (6.2)$$

Die lokale Ablenkung kann bei Strahlformern mit diffraktiven Oberflächen gedanklich durch ein lokales Gitter erfolgen. Bei Strahlformern mit refraktiven Oberflächen kann sie gedanklich durch lokale Prismen durchgeführt werden. Deshalb sollen nachfolgend die chromatischen Effekte von Gittern und Prismen diskutiert werden, um daraus einen Achromatisierungsansatz abzuleiten. Dabei wird nur die Ablenkung in x-Richtung betrachtet, d. h.  $d_y = 0$ . Zusätzlich wird nur die Phase der lokal ebenen Welle in einer festen Ebene  $z = 0$  diskutiert. Auf diese Weise vereinfacht sich Gleichung 6.1 zu

$$\phi_{\text{eben},x} = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda} d_x x. \quad (6.3)$$

Wird ein Gitter zur Lichtablenkung verwendet und fällt eine lokal ebene Welle senkrecht ein, so ergibt sich die x-Komponente des Richtungsvektors  $\mathbf{d}$  aus der Gittergleichung [1] zu

$$d_x = \frac{l\lambda}{n(\lambda)p}. \quad (6.4)$$

$l$  ist die Nummer der Beugungsordnung und  $p$  die Periode des Gitters. Es ist zu erkennen, dass die x-Komponente des Richtungsvektors der abgelenkten lokal ebenen Welle stark von der Wellenlänge abhängt. Damit ist die Bedingung 6.2 nicht erfüllt und der Richtungsvektor der erzeugten lokal ebenen Welle wellenlängenabhängig. Zur Achromatisierung des Gitters müsste sich die Periode in Abhängigkeit von der Wellenlänge ändern, was aber nicht realisierbar ist.

Als nächstes soll die Ablenkung durch ein Prisma untersucht werden. Das Prisma soll eine Oberfläche senkrecht zur einfallenden lokal ebenen Welle besitzen und eine zweite geneigte

Fläche, deren Höhenprofil mit  $h_1(x) = m_1x$  beschrieben werden kann.  $m_1$  ist der Anstieg der Fläche. Das Prisma besteht aus einem Medium der Brechzahl  $n_1$ . Die Lichtausbreitung kann für kleine Ablenkungswinkel mit der Dünne-Elemente-Approximation beschrieben werden und es ergibt sich eine Phasenmodulation von  $\phi(x, \lambda) = \frac{2\pi[n_1(\lambda) - n(\lambda)]}{\lambda} m_1x$ . Das Prisma erzeugt wieder eine lokal ebene Welle und mittels Gleichung 6.3 kann die x-Komponente des Richtungsvektors der abgelenkten lokal ebenen Welle als  $d_x = \frac{n_1(\lambda) - n(\lambda)}{n(\lambda)} m_1$  identifiziert werden. Auch hier ist der Richtungsvektor wellenlängenabhängig. Ohne Materialdispersion würde allerdings die Wellenlängigkeit verschwinden. Da die Materialdispersion i. A. schwach ist, sind die wellenlängenabhängigen Winkeländerungen deutlich geringer als bei einem Gitter. Einen möglichen Achromatisierungsansatz mittels mehrerer Medien und Flächen stellt Abschnitt 6.1.2 vor.

Als nächstes soll die Lichtablenkung für einen Strahlformer mit refraktiven Oberflächen untersucht werden. Der lokale Richtungsvektor  $\mathbf{d}(\mathbf{r})$  einer lokal ebenen Welle des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{sfAus}}$  nach dem Strahlformer wird durch die Eikonalgleichung  $\nabla \phi_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda} \mathbf{d}(\mathbf{r})$  beschrieben [1]. Damit sich ein solcher Strahlformer achromatisch verhält, muss der lokale Richtungsvektor unabhängig von der Wellenlänge sein. Daraus folgt für die vom Strahlformer erzeugte Phase:

$$\phi_{\text{sfAus}}(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{n(\lambda)}{\lambda} f(\mathbf{r}). \quad (6.5)$$

$f(\mathbf{r})$  ist dabei eine beliebige Funktion vom Ort. Diese Bedingung wird nachfolgend als Achromatisierungsbedingung für refraktive Strahlformer bezeichnet.

Die chromatischen Effekte eines Strahlformers mit diffraktiver bzw. refraktiver Oberfläche sollen nachfolgend an einem Beispiel demonstriert werden. Dazu soll ein Laserstrahl mit gaußförmiger Amplitudenverteilung und einem  $1/e^2$ -Durchmesser von 1 mm im Abstand von 400 mm in einen runden Top-Hat mit einem Durchmesser von 70 mm und einer Randbreite von 1 mm umgewandelt werden. Die Lichtausbreitung nach dem Strahlformer kann mit der Fernfeldausbreitung (Gleichung 2.80) erfolgen. Als erstes wurde ein Strahlformer mit diffraktiver punktwise parametrisierter Oberfläche für eine Wellenlänge von 540 nm entsprechend Abschnitt 4.2 berechnet und anschließend analysiert. Das SNR in Abhängigkeit von der Wellenlänge für einen Bereich von 450 nm–630 nm ist in Abbildung 6.2(a) zu sehen. Das Quadrat der Amplitude des Feldes  $\mathbf{F}_{\text{aus}}$  ist in Abbildung 6.1(a) für die Wellenlängen 450 nm, 540 nm und 630 nm dargestellt. Die Winkeldispersion in Form von Durchmesseränderungen des Top-Hats ist klar zu erkennen. Als nächstes erfolgte die Berechnung eines Strahlformers mit einer refraktiven, punktwise parametrisierten Oberfläche für eine Wellenlänge von 540 nm. Auch dieser wurde analysiert. In Abbildung 6.2(a) ist das SNR in Abhängigkeit von der Wellenlänge zu sehen, während Abbildung 6.1(b) das Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus}}|^2$  zeigt. Es sind deutlich geringere chromatische Effekte als bei einem Strahlformer mit diffraktiver Oberfläche erkennbar.

In der Vergangenheit wurden vor allem für diffraktive Elemente verschiedene Methoden zur Achromatisierung der Beugungseffizienz vorgeschlagen. Die Achromatisierung kann durch Verwendung von mehreren Oberflächen und homogenen Medien [66, 67, 68, 69, 72], durch Subwellenlängenstrukturen [72, 73], mehrere GRIN-Medien [72], Flüssigkristallzellen [43] oder



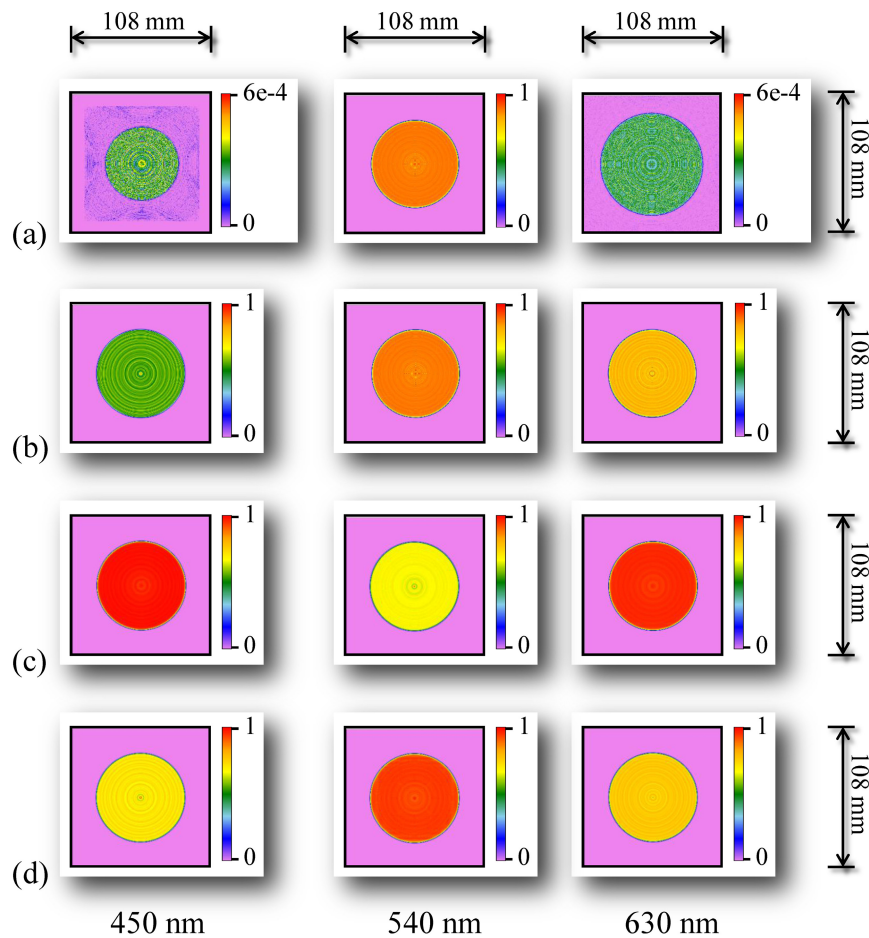


Abbildung 6.1: Normalisierte Quadrate der Amplituden von  $F_{\text{aus}}$  eines diffraktiven Strahlformers (Designwellenlänge 540 nm) (a), eines refraktiven Strahlformers (Designwellenlänge 540 nm) (b), eines achromatischen Strahlformers (Designwellenlängen 450 nm und 630 nm) (c) und eines achromatischen Strahlformers mit teilweiser Kompensation der Materialdispersion (Designwellenlänge 540 nm) (d) für Wellenlängen von 450 nm, 540 nm und 630 nm.

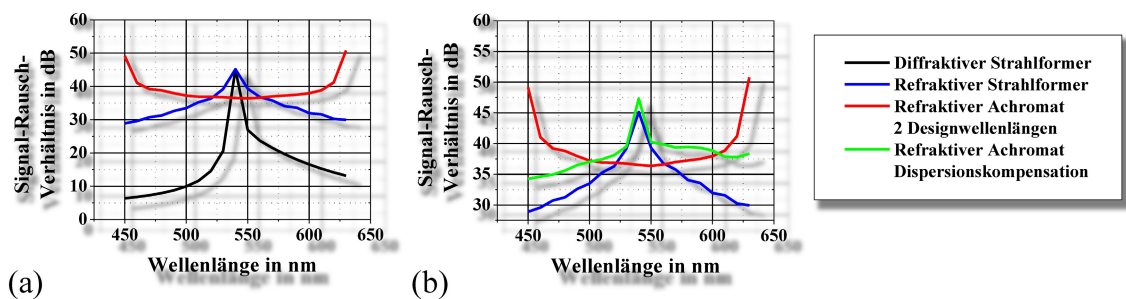


Abbildung 6.2: SNR des Feldes  $F_{\text{aus}}$  in Abhängigkeit von der Wellenlänge für einen diffraktiven, refraktiven und achromatischen Strahlformer mit zwei Designwellenlängen (a) sowie für einen refraktiven Strahlformer, einen achromatischen Strahlformer mit zwei Designwellenlängen und einen achromatischen Strahlformers mit Verringerung der Materialdispersion (b).

eine Oberfläche, die für mehrere Wellenlängen optimiert wurde [48, 87], geschehen. Eine Beseitigung der Winkeldispersion ist dagegen durch den Einsatz hybrider Elemente möglich [70, 71, 72, 75]. Einige dieser Konzepte können für die Achromatisierung von refraktiven Strahlformern modifiziert werden. Nachfolgend wird der Schwerpunkt auf die Verwendung mehrerer Oberflächen und Medien zur Achromatisierung gesetzt. Eine solche ist möglich, indem die Strukturparameter der Strahlformungsregion für mehrere Designwellenlängen berechnet werden (siehe Abschnitt 6.1.2) oder indem eine Berechnung für eine zentrale Wellenlänge und die gleichzeitige Verringerung der Wellenlängenabhängigkeit erfolgt (siehe Abschnitt 6.1.3). In nachfolgenden Betrachtungen werden die Parameter  $x, y$  bei Phasen  $\phi$  und Höhenprofilen  $h$  weggelassen.

### 6.1.2 Achromatisierung durch Nutzung mehrerer Designwellenlängen

Eine Achromatisierung refraktiver Strahlformer kann durch Verwendung mehrerer homogener Medien und Oberflächen erfolgen (siehe Abbildung 6.3). Mögliche Oberflächen-Medien-Sequenzen können aus Achromatisierungsansätzen für diffraktive Elemente [74, 72] und Linsensysteme [93] abgeleitet werden. Das nachfolgende Konzept resultiert aus einem Achromatisierungsansatz für die Beugungseffizienz diffraktiver Elemente [69]. Die Achromatisierung soll als erstes wieder am Beispiel eines Prismas, das das Licht nur in  $x$ -Richtung ablenkt, erklärt werden. Die Lichtablenkung eines Prismas kann für zwei Wellenlängen achromatisiert werden, indem eine zweite geneigte Grenzfläche mit dem Profil  $h_2 = m_2x$  sowie ein zweites Medium  $n_2(\lambda)$  eingesetzt werden (siehe Abbildung 6.3(b)). Die erzeugte Phasenmodulation kann für kleine Ablenkwinkel mit der Dünne-Elemente-Approximation beschrieben werden, es folgt  $\phi(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \{ [n_1(\lambda) - n_2(\lambda)] m_1 + [n_2(\lambda) - n(\lambda) m_2] \} x$ . Es wird wieder eine lokal ebene Welle durch beide geneigten Flächen erzeugt und aus obiger Gleichung und Gleichung 6.3 folgt die  $x$ -Komponente des Richtungsvektors der abgelenkten lokal ebenen Welle zu  $d_x = \frac{1}{n} \{ [n_1(\lambda) - n_2(\lambda)] m_1 + [n_2(\lambda) - n(\lambda) m_2] \}$ . Werden nun homogene Medien mit geeigneter Dispersion gewählt, so können für zwei Wellenlängen die Anstiege  $m_1$  und  $m_2$  der Oberflächen so bestimmt werden, dass für diese Wellenlängen die gleiche  $x$ -Komponente des Richtungsvektors der abgelenkten lokal ebenen Welle auftritt und somit der gleiche Ablenkwinkel. Für dazwischenliegende Wellenlängen sind weiterhin chromatische Effekte vorhanden, aber vom Design von achromatischen Linsen [93] ist bekannt, dass diese gering sind. Werden immer mehr Oberflächen und Medien verwendet, so kann der Ablenkwinkel für immer mehr Wellenlängen angepasst werden. Für eine Sequenz von allgemeinen Oberflächen  $h_l$  und Medien mit der Brechzahl  $n_l$  resultiert nun mittels der Dünne-Elemente-Approximation eine Phasenmodulation gemäß

$$\phi(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \sum_{l=1}^L h_l (n_l(\lambda) - n_{l-1}(\lambda)) \right]. \quad (6.6)$$

Das Design eines achromatischen Strahlformers ist jetzt möglich, indem für mehrere Designwellenlängen  $\lambda_q (q = 1 \dots Q)$  Transmissionen  $T_q(\lambda_q)$  mittels des Projektionsalgorithmus optimiert werden (siehe Abschnitt 3.4), die jeweils Felder mit gleichem Quadrat der Amplitude

$|\mathbf{F}_{\text{aus},q}|^2 = |\mathbf{F}_{\text{aus,ref}}|^2$  erzeugen. Diese Transmissionen sollen eine Phasenmodulation  $\phi_q(\lambda_q)$  aufweisen. Anschließend muss eine Entfaltung der Phasen der Transmissionen  $\phi'_q(\lambda_q) = \text{unwrap}_{x,y}(\phi_q(\lambda_q))$  gemäß Gleichung A.40 erfolgen. Für jede Phase  $\phi'_q(\lambda_q)$  bzw. deren Designwellenlänge  $\lambda_q$  muss nun Gleichung 6.6 durch geeignete Wahl der Oberflächen und Medien erfüllt werden. Daraus folgt ein System mit  $Q$  Gleichungen, das für gegebene Medien und punktweise parametrisierte Oberflächen nach den Höhenwerten auflöst werden kann. Eine Lösung ist dann möglich, wenn die Medien ausreichend unterschiedliche Dispersionen besitzen [66, 68, 93] und genügend Höhenprofile und Medien verwendet werden. Das Gleichungssystem muss nicht eindeutig lösbar sein. Sind mehr Oberflächen als Gleichungen vorhanden ( $L > Q$ ), so stehen weitere Freiheitsgrade bei der Gestaltung der Oberflächen zur Verfügung.

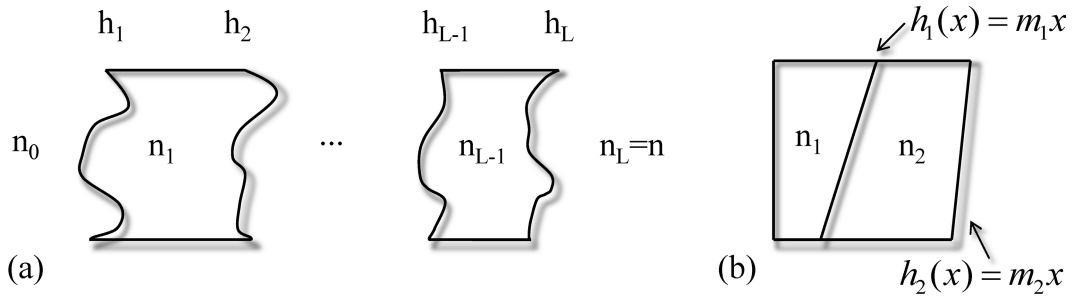


Abbildung 6.3: Achromatisierung von Strahlformungssystemen durch eine Sequenz von Oberflächen und Medien (a) und achromatisches Prisma (b).

Für zwei Designwellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , zwei Flächen und drei Medien ist eine Lösung leicht möglich. Für das im letzten Abschnitt vorgestellte Beispiel soll eine Lösung mit zwei Elementen mit einem dazwischen liegenden Luftspalt gezeigt werden. Beide Elemente haben eine Planseite und eine strukturierte Seite. Die strukturierten Seiten der Elemente sind einander zugewandt. Der Luftspalt hat entlang der optischen Achse eine Ausdehnung von  $615 \mu\text{m}$ . Das erste Element besteht aus einem Medium (hier Fused Silica) mit dem Realteil der Brechzahl  $n_1$  und das Medium des zweiten Elements (hier Schott/LASF40) hat eine Brechzahl mit dem Realteil  $n_2$ . Vor, nach und zwischen den Elementen ist ein Medium (hier Luft) mit dem Realteil der Brechzahl  $n$  vorhanden. Der freie Durchmesser beträgt 1 mm. Die Höhenprofile berechnen sich dann zu

$$\begin{aligned}
 h_1 &= \frac{1}{2\pi} \frac{[n(\lambda_1) - n_2(\lambda_1)] \phi'_2(\lambda_2) \lambda_2 + [n_2(\lambda_2) - n(\lambda_2)] \phi'_1(\lambda_1) \lambda_1}{A} \\
 h_2 &= \frac{1}{2\pi} \frac{[n(\lambda_1) - n_1(\lambda_1)] \phi'_2(\lambda_2) \lambda_2 + [n_1(\lambda_2) - n(\lambda_2)] \phi'_1(\lambda_1) \lambda_1}{A}
 \end{aligned} \quad (6.7)$$

mit

$$A = n_1(\lambda_1) [n_2(\lambda_2) - n(\lambda_2)] + n(\lambda_1) [n_1(\lambda_2) - n_2(\lambda_2)] + n_2(\lambda_1) [n(\lambda_2) - n_1(\lambda_2)]. \quad (6.8)$$

Zur Lösung müssen ein Glas mit niedriger Brechzahl und hoher Dispersion und ein Glas mit hoher Brechzahl und niedriger Dispersion kombiniert werden [68]. Der Brechzahl- und Dispersionsunterschied der Gläser entscheidet über die Ausdehnung der Höhenprofile entlang der

optischen Achse. Für Designwellenlängen von 450 nm und 630 nm wurden Oberflächenprofile berechnet (siehe Abbildung 6.4). Abbildung 6.2(a) zeigt das SNR in Abhängigkeit von der Wellenlänge und Abbildung 6.1(c) das Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus}}|^2$ . Es ist deutlich zu erkennen, dass für beide Designwellenlängen ein nahezu perfekter Top-Hat entsteht. In einem großen Wellenlängenbereich ist das SNR höher als bei einem vergleichbaren refraktiven oder diffraktiven Strahlformer.

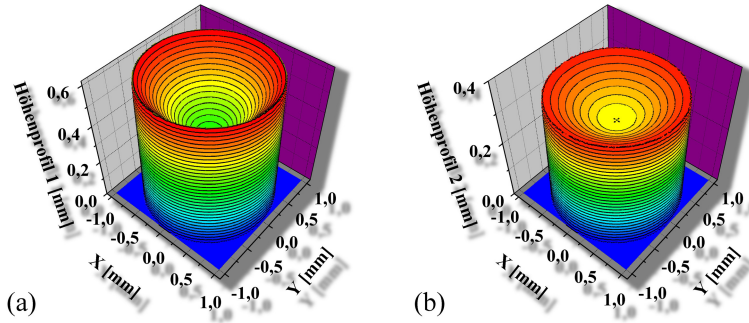


Abbildung 6.4: Höhenprofil der ersten Komponente (a) und der zweiten Komponente (b) eines achromatischen Strahlformers (Designwellenlängen 450 nm und 630 nm).

### 6.1.3 Achromatisierung durch Verringerung des Effekts der Materialdispersion

Ein alternatives Achromatisierungsverfahren erlaubt es, die Auswirkung der Materialdispersion unter Nutzung mehrerer Medien und Oberflächen zu verringern. Dazu wird eine Transmission mit einer Phase  $\phi(\lambda)$  für eine zentrale Designwellenlänge  $\lambda_0$  mittels des Projektionsalgorithmus optimiert (siehe Abschnitt 3.4). Es folgt ein neues Gleichungssystem, das mit seiner ersten Gleichung die Phasenmodulation gemäß Formel 6.6 für die Wellenlänge  $\lambda_0$  beschreibt. Eine zweite Gleichung soll nun die Wellenlängenabhängigkeit minimieren. Zur besseren Veranschaulichung wird nachfolgend statt der Phase  $\phi(\lambda)$  deren optische Wegdifferenz  $\psi(\lambda) = \frac{\phi'(\lambda)\lambda}{2\pi}$  mit  $\phi'(\lambda) = \text{unwrap}_{x,y}(\phi(\lambda))$  gemäß Gleichung A.40 verwendet. Nun folgt aus der Achromatisierungsbedingung für refraktive Strahlformer 6.5 als neue Bedingung  $\psi(\lambda) = n(\lambda)\hat{f}(x,y)$  bzw.  $\frac{\psi(\lambda)}{n(\lambda)} \neq f(\lambda)$ . Diese wird für eine Designwellenlänge  $\lambda_0$  erfüllt, wenn

$$\left. \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\psi(\lambda)}{n(\lambda)} \right|_{\lambda_0} \stackrel{!}{=} 0 \quad (6.9)$$

gilt. Es folgt nun ein neues Gleichungssystem mit zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} \psi(\lambda_0) &= \sum_{l=1}^L h_l (n_l(\lambda_0) - n_{l-1}(\lambda_0)) \\ \left. \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\psi(\lambda)}{n(\lambda)} \right|_{\lambda_0} &= \left. \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \sum_{l=1}^L \frac{h_l}{n(\lambda)} (n_l(\lambda) - n_{l-1}(\lambda)) \right] \right|_{\lambda_0} \stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Für die Lösbarkeit gilt das Gleiche wie im letzten Abschnitt beschrieben. Eine Lösung soll hier für das in Abschnitt 6.1.1 vorgestellte Beispiel gezeigt werden. Die Strahlformungsregion besteht aus zwei Komponenten mit Luftspalt entsprechend Abschnitt 6.1.2. Allerdings beträgt dieses Mal die Ausdehnung des Luftspalts entlang der optischen Achse  $355 \mu\text{m}$ . Die Lösung des Gleichungssystems für zwei Oberflächen und drei Medien ergibt

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{\left[ n(\lambda_0) \left. \frac{\partial n_2(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} - n_2(\lambda_0) \left. \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} \right] \psi(\lambda_0)}{B} \\ h_2 &= \frac{\left[ n_1(\lambda_0) \left. \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} - n(\lambda_0) \left. \frac{\partial n_1(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} \right] \psi(\lambda_0)}{B} \end{aligned} \quad (6.11)$$

mit

$$\begin{aligned} B &= n(\lambda_0) \left\{ n_1(\lambda_0) \left[ \left. \frac{\partial n_2(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} \right] + \right. \\ &\quad \left. n(\lambda_0) \left[ \left. \frac{\partial n_1(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{\partial n_2(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} \right] + n_2(\lambda_0) \left[ \left. \frac{\partial n(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{\partial n_1(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Eine Berechnung wurde für eine Designwellenlänge von  $540 \text{ nm}$  durchgeführt. Die resultierenden Oberflächen sind ähnlich den im letzten Abschnitt gezeigten und werden hier nicht dargestellt. Abbildung 6.2(b) zeigt das SNR in Abhängigkeit von der Wellenlänge und Abbildung 6.1(d) das Quadrat der Amplitude  $|\mathbf{F}_{\text{aus}}|^2$ . Es ist zu erkennen, dass dieser Lösungsansatz im ganzen untersuchten Wellenlängenbereich von  $450 \text{ nm}$  bis  $630 \text{ nm}$  zu einem höheren SNR als bei einem refraktiven oder diffraktiven Strahlformungselement führt.

## 6.2 Wellenlängenmultiplexing von Strahlformungssystemen

Das Ziel des Wellenlängenmultiplexings ist es, eine starke Wellenlängenabhängigkeit einzuführen, um für verschiedene Wellenlängen unterschiedliche optische Funktionen zu realisieren. Gut geeignet sind dafür optische Komponenten, die bereits eine starke natürliche Wellenlängenabhängigkeit besitzen, wie z. B. diffraktive optische Elemente. Für diese Elemente wurden bisher verschiedene Designansätze veröffentlicht. So ist es möglich, mehrere Transmissionen für jeweils verschiedene Wellenlängen zu optimieren. Diese können anschließend durch mehrere Medien und Oberflächen [69] oder auch eine dicke Oberfläche [76, 79] realisiert werden. Ebenso ist es möglich, direkt eine Oberfläche für mehrere Designwellenlängen zu optimieren [48, 78, 80, 81, 82, 83, 84, 87, 89, 90] oder mehrere optische Elemente aus dem gleichen Medium zu berechnen [77, 85].

Refraktive Strahlformungselemente weisen eine geringe Wellenlängenabhängigkeit auf. Trotzdem können sie auch für das Wellenlängenmultiplexing verwendet werden. Dazu können in der

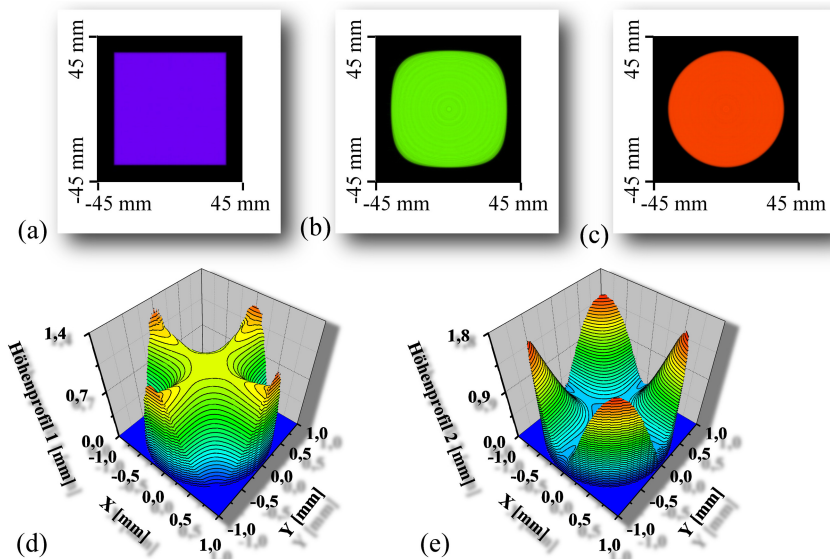


Abbildung 6.5: Quadrat der Amplitude von  $F_{\text{aus}}$  eines Wellenlängenmultiplexingstrahlformungssystems für 450 nm (a), 540 nm (b) und 630 nm (c) Wellenlänge. Die refraktiven Oberflächen der beiden Strahlformungselemente sind in (d) und (e) zu sehen.

Strahlformungsregion mehrere refraktive Oberflächen und Medien benutzt werden. Die Berechnung eines solchen Systems ist mit der in Abschnitt 6.1.2 vorgestellten Designmethode möglich. Allerdings müssen nun vor der Ermittlung der Oberflächen Transmissionen zur Erzeugung von Feldern mit unterschiedlich gewünschten Quadraten der Amplitude  $|F_{\text{aus,ref}}(\lambda_q)|^2$  mittels des Projektionsalgorithmus optimiert werden (siehe Abschnitt 3.4). Das in Abschnitt 6.1.1 vorgestellte Strahlformungsbeispiel soll für eine Demonstration in ein Wellenlängenmultiplexingsystem umgewandelt werden. Das System erzeugt nun für eine Wellenlänge von 630 nm einen runden Top-Hat mit einem Durchmesser von 70 mm und einer Randbreite von 1 mm. Für eine Wellenlänge von 450 nm wird ein rechteckiger Top-Hat mit gleichem Durchmesser erzeugt. Die Strahlformung soll durch zwei Elemente mit insgesamt zwei refraktiven strahlformenden Oberflächen erfolgen. Die Elemente sind nicht durch einen Luftspalt getrennt. Sie haben also eine gemeinsame (identische) refraktive Oberfläche. Das erste Element besteht aus Fused Silica, das zweite aus LASF40 von Schott. Die Oberfläche des ersten Elements ist in Abbildung 6.5(d) zu sehen, während die gemeinsame Oberfläche zwischen beiden Elementen in Abbildung 6.5(e) dargestellt ist. Das Quadrat der Amplitude des simulierten Feldes  $F_{\text{aus}}$  für beide Designwellenlängen ist in Abbildung 6.5(a) und (c) zu sehen. Das System wurde ebenfalls für die mittlere Wellenlänge von 540 nm simuliert. Wegen der geringen Wellenlängenabhängigkeit von Strahlformungssystemen mit refraktiven Oberflächen entsteht hier eine Mischung zwischen einem rechteckigen und einem runden Top-Hat (Abbildung 6.5(b)). Das Beispiel zeigt eindrucksvoll, dass das Wellenlängenmultiplexing von Strahlformungssystemen durch den Einsatz mehrerer refraktiver Oberflächen und Medien möglich ist. Das in Abschnitt 6.1.2 ursprünglich für die Achromatisierung entwickelte Designverfahren kann dafür eingesetzt werden.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Die in dieser Arbeit beschriebenen Strahlformungssysteme dienen der Umformung eines kohärenten monochromatischen Quellfeldes in ein gewünschtes Zielfeld. Solche Systeme können in eine Eingangs-, eine Strahlformungs-, eine Linsen- und eine Phasenkorrekturregion zerlegt werden. Die Eingangs- und Linsenregion stellen typischerweise ein Aufweitungs-, Kollimations-, Fokussierungs- oder Abbildungssystem dar. Beide Regionen erzeugen gemeinsam einen Laserstrahl mit geringem Durchmesser und bestimmen die Auflösung des Zielfeldes. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass Aufweitungs-, Kollimations-, Fokussierungs- und Abbildungssysteme Spezialfälle von Strahlformungssystemen sind (siehe Abschnitt 3.1).

Zusätzlich müssen in einem Laserstrahlformungssystem Aberrationen eingeführt werden, die den durch Eingangs- und Linsenregion erzeugten Laserstrahl in eine gewünschte Energiedichteverteilung umformen. Die Phase wird bei dieser Umformung als Freiheitsgrad benutzt. Deshalb dient eine Phasenkorrekturregion letztendlich zur Einstellung der gewünschten Phase des Zielfeldes. Es konnte in dieser Arbeit bewiesen werden, dass die zur Umformung benötigten Aberrationen durch die Eingangs- und Linsenregion erzeugt werden können (siehe Abschnitte 5.3.2 und 5.3.3) oder durch eine separate Strahlformungsregion. Es ist ebenso möglich, dass sie durch alle drei Regionen gemeinsam generiert werden (siehe Abschnitt 5.2.2).

Erfolgt die Erzeugung der Aberrationen durch eine Strahlformungsregion, so werden dafür meist rotationssymmetrische Flächen oder Freiformflächen eingesetzt. In der Vergangenheit haben sich unterschiedliche Parametrisierungen von Oberflächen in der Strahlformungsregion etabliert. Für diffraktive Strahlformungselemente hat sich eine punktweise Parametrisierung durchgesetzt, die für eine Herstellung mittels lithographischer Verfahren gut geeignet ist. Für refraktive Oberflächen, die oft mittels CNC-Technik hergestellt werden, wird eine Beschreibung durch die Asphärenformel oder zweidimensionale Polynome bevorzugt. In dieser Arbeit wurden Optimierungskonzepte für Strahlformungssysteme zur Formung von paraxialen und nicht-paraxialen Felder entwickelt. Diese Konzepte erlauben die Optimierung von punktweisen, durch die Asphärenformel oder Polynome parametrisierten Oberflächen.

Die Strukturparameter von Eingangs-, Strahlformungs-, Linsen- und Phasenkorrekturregion können gemeinsam parametrisch optimiert werden, um ein gewünschtes Zielfeld zu erhalten.

Dabei muss die Modellierung der Lichtausbreitung Aberrationen, Beugungs- und Interferenzeffekte einschließen. In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass es ebenfalls möglich ist, als erstes die Strukturparameter von Eingangs- und Linsenregion zu optimieren. Anschließend kann die Optimierung der Strahlformungsregion zur Erzeugung eines gewünschten Ausgangsfeldes erfolgen (siehe Abschnitt 3.3).

Für die Optimierung der Parameter der Strahlformungsregion wurde ein verallgemeinerter Projektionsalgorithmus aufgestellt (siehe Abschnitt 3.4). Die Lichtausbreitung durch die Strahlformungs- und Linsenregion konnte während der Optimierung unter Berücksichtigung von Aberrationen, Beugungs- und Interferenzeffekten modelliert werden (siehe Abschnitt 5.1.1). Für diesen Projektionsalgorithmus wurden Strukturprojektionsoperatoren für punktweise, mittels Asphärenformel oder Polynomen parametrisierte Oberflächen entwickelt.

Transformiert die Strahlformungsregion ein paraxiales Feld in ein anderes paraxiales Feld, so kann die Lichtausbreitung in der Region auf Basis der Dünne-Elemente-Approximation modelliert werden. Für Strahlformungsregionen mit einer punktweise parametrisierten Oberfläche wurde in Abschnitt 4.2 ein geeigneter Strukturprojektionsoperator aufgestellt. Für Oberflächen, die durch die Asphärenformel oder ein Polynom beschrieben werden, wurde ein Strukturprojektionsoperator in Abschnitt 4.3 abgeleitet. Die Wirksamkeit des Projektionsalgorithmus bei Nutzung des letztgenannten Projektionsoperators wurde an dem Beispiel der Optimierung eines Strahlformers mit einer mit der Asphärenformel parametrisierten Oberfläche getestet und das resultierende System experimentell verifiziert (siehe Abschnitt 4.4).

Ist das in die Strahlformungsregion einfallende oder das ausfallende Feld nicht-paraxial, so muss die Modellierung der Lichtausbreitung unter Berücksichtigung der Lichtbrechung erfolgen. In diesem Fall werden andere Strukturprojektionsoperatoren benötigt. Für rotationssymmetrische asphärische Oberflächen, die punktweise parametrisiert sind, wurde in Abschnitt 5.1.2.2 ein nicht-iterativer Strukturprojektionsoperator vorgestellt. Von diesem konnte ein Strukturprojektionsoperator für Oberflächen, die durch die Asphärenformel beschrieben werden, abgeleitet werden (siehe Abschnitt 5.1.2.3). Eine größere Flexibilität bei der Umformung von Laserstrahlen wird durch den Einsatz von Freiformflächen erreicht. Für Flächen, die durch ein Polynom beschrieben werden, wurde in Abschnitt 5.1.3.1 ein iterativer Strukturprojektionsoperator eingeführt. In den Abschnitten 5.1.2.4 und 5.1.3.2 konnte die Optimierung von Strahlformungssystemen hoher numerischer Apertur mit asphärischen und Freiformflächen gezeigt werden. Die berechneten Systeme erreichten numerische Aperturen von bis zu 0,64.

In dieser Arbeit wurde bewiesen, dass die Aberrationen und die Apertur von sphärischer Kataloglinsen zur Umformung eines Laserstrahls verwendet werden können, ohne dass eine separate Strahlformungsregion vorhanden ist (siehe Abschnitt 5.3.2). Die Strukturparameter solcher Systeme können mit parametrischen Verfahren optimiert werden. Eine entsprechende Optimierung konnte erfolgreich in Abschnitt 5.3.3 an einem Beispiel gezeigt und das System experimentell verifiziert werden.

Strahlformungssysteme mit diffraktiven oder refraktiven Oberflächen in der Strahlformungsre-



gion erzeugen i. A. ein Zielfeld mit einer wellenlängenabhängigen Intensitätsverteilung. Durch den Einsatz mehrerer refraktiver Oberflächen und mehrerer Medien können diese Systeme in einem Wellenlängenbereich achromatisiert werden. Zwei unterschiedliche Achromatisierungskonzepte für paraxiale Strahlformungssysteme wurden in den Abschnitten 6.1.2 und 6.1.3 eingeführt. In einigen Strahlformungssystemen ist es dagegen erwünscht, für mehrere Designwellenlängen gezielt unterschiedliche Intensitätsverteilungen des Zielfeldes zu erzeugen. In Abschnitt 6.2 wurde eine Strategie erläutert, die es erlaubt, durch den Einsatz mehrerer refraktiver Oberflächen und mehrerer Medien ein Wellenlängenmultiplexing zu erreichen.

Die in dieser Arbeit entwickelten Konzepte zur Optimierung von Strahlformungssystemen werden zukünftig in eine Toolbox der Software LightTrans Virtuallab™ integriert. Im Rahmen eines vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten Projekts werden die vorgestellten Konzepte systematisch weiterentwickelt. So werden bis Mitte des Jahres 2010 die Möglichkeiten zur parametrischen Optimierung der Strukturparameter von Eingangs-, Strahlformungs-, Linsen- und Phasenkorrekturregion verbessert. Dies ermöglicht den Vergleich der Leistungsfähigkeit von parametrischer Optimierung und Optimierung mittels Projektionsalgorithmus. Des Weiteren arbeiten die Firmen LightTrans GmbH und Asphericon GmbH zurzeit im Rahmen dieses Projekts daran, kommerzielle Strahlformungsprodukte auf Basis der vorgestellten Verfahren zu entwickeln.

# Anhang A

## Ableitung physikalischer und mathematischer Zusammenhänge

### A.1 Beschreibung harmonischer Felder in homogenen Medien durch ein Spektrum ebener Wellen

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, wie eine beliebiges harmonisches Feld  $\mathbf{E}(x, y, z_j)$  in einem homogenen Medium durch eine Überlagerung ebener Wellen ausgedrückt werden kann. Diese Zerlegung bildet die Basis für die Modellierung der Lichtausbreitung mittels Spektrum ebener Wellen. Als erstes soll für ein Feld in der Ebene  $0 \leq z \leq z_{\max}$  die Fourier-Transformierte

$$\tilde{U}(X, Y, z) = \mathcal{F}[U(x, y, z)] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} U(x, y, z) e^{-i(Xx+Yy)} dx dy \quad (\text{A.1})$$

definiert werden [2], mit  $X, Y \in \mathbb{R}$ .  $U(x, y, z)$  repräsentiert dabei eine der drei Komponenten der zu transformierenden Feldverteilung  $\mathbf{E}(x, y, z)$ , während  $\tilde{U}(X, Y, z)$  eine der Feldkomponenten des transformierten Feldes  $\tilde{\mathbf{E}}(X, Y, z)$  beschreibt. Analog dazu kann eine inverse Fourier-Transformation

$$U(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{U}(X, Y, z)] = \int_{\mathbb{R}^2} \tilde{U}(X, Y, z) e^{i(Xx+Yy)} dXdY \quad (\text{A.2})$$

festgelegt werden. Fourier-Transformation und inverse Transformation müssen auf alle drei Komponenten einer Feldverteilung angewandt werden. Im Folgenden wird dies vereinfachend durch die Schreibweisen

$$\tilde{\mathbf{E}}(X, Y, z) = \mathcal{F}[\mathbf{E}(x, y, z)] \quad (\text{A.3})$$

und

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{\mathbf{E}}(X, Y, z)] \quad (\text{A.4})$$

ausgedrückt. Setzt man nun die Gleichung A.2 für jede Feldkomponente in die homogene Wellengleichung 2.15 in Abschnitt 2.2 ein [2], so folgt

$$\tilde{\mathbf{E}}(X, Y, z) = \tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor}}(X, Y) e^{iZz} + \tilde{\mathbf{E}}_{\text{rück}}(X, Y) e^{-iZz} \quad (\text{A.5})$$

mit

$$Z = \sqrt{\check{k}^2 - X^2 - Y^2}. \quad (\text{A.6})$$

$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor}}(X, Y)$  und  $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{rück}}(X, Y)$  stellen komplexe Amplituden dar, deren physikalische Bedeutung nachfolgend abgeleitet werden soll.

Es zeigt sich, dass  $(X, Y, Z)$  einen Richtungsvektor mit einem Betrag  $\check{k} = \frac{2\pi\check{n}}{\lambda}$  beschreiben. Dieser Richtungsvektor wird als Wellenzahlvektor  $\check{\mathbf{k}}$  mit  $k_x, k_y \in \mathbb{R}$  und  $k_z \in \mathbb{C}$  bezeichnet. Es folgt

$$\begin{aligned} k_x &= X \\ k_y &= Y \\ k_z &= Z. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Einsetzen der Gleichungen A.5 und A.7 in A.4 ergibt

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) &= \int_{\mathbb{R}^2} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor}}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y + \\ &\int_{\mathbb{R}^2} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{rück}}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y - k_z z)} dk_x dk_y \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Diese Gleichung beschreibt eine Zerlegung der komplexen Amplitude in ebene Wellen  $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor/rück}}(k_x, k_y) e^{i\check{\mathbf{k}}\mathbf{r}}$ , die in positive oder negative z-Richtung laufen.  $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{vor}}(k_x, k_y)$  und  $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{rück}}(k_x, k_y)$  sind komplexe Gewichte eben dieser ebenen Wellen. Aus den Gleichungen A.6 und A.7 folgt

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{2\pi\check{n}}{\lambda}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}. \quad (\text{A.9})$$

## A.2 Berechnung der z-Komponente des elektrischen Feldes in homogenen Medien

Das elektrische und magnetische Feld einer Lichtwelle wird durch sechs Komponenten beschrieben. Befindet sich die Welle in einem homogenen, isotropen, linearen und nicht leitenden Medium, so folgt aus den Maxwell-Gleichungen 2.11-2.14 in Abschnitt 2.2, dass nur zwei der sechs Komponenten unabhängig sind und für eine komplette Feldbeschreibung ausreichen. Bei der numerischen Simulation der Lichtausbreitung werden in homogenen Medien meist nur die x- und y-Komponente des elektrischen Feldes gespeichert bzw. deren Propagation beschrieben (siehe auch Abschnitt 2.2). Zur Auswertung von Gütefunktionen (siehe Abschnitt 2.7) sowie der Beschreibung der Lichtausbreitung durch inhomogene Regionen optischer Systeme (siehe Abschnitt 2.4) werden unter Umständen aber auch die anderen Feldkomponenten benötigt. Eine

besondere Bedeutung in dieser Arbeit hat die Berechnung der z-Komponente des elektrischen Feldes. Sie wird deshalb nachfolgend abgeleitet.

Ausgangspunkt für die Ableitung ist eine ebene Welle  $\tilde{\mathbf{E}}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$  als Elementarlösung der Wellengleichung 2.15 für homogene Medien mit  $k_x, k_y \in \mathbb{R}$  und  $k_z \in \mathbb{C}$ . Setzt man diese ebene Welle in die Divergenzgleichung 2.13 für homogene Medien ein, so folgt, dass eine Berechnung der z-Feldkomponente aus den x- und y-Komponenten möglich ist

$$\tilde{E}_{z,0} = -\frac{k_x \tilde{E}_{x,0} + k_y \tilde{E}_{y,0}}{k_z}. \quad (\text{A.10})$$

Nun kann eine beliebige Feldverteilung  $\mathbf{E}(x, y, z)$  durch eine Überlagerung ebener Wellen ausgedrückt werden (siehe Gleichung 2.19 in Abschnitt 2.2 und Gleichung A.8 in Anhang A.1). Die komplexen Faktoren dieser ebenen Wellen ergeben sich durch eine Fourier Transformation

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y, z) = \mathcal{F}[\mathbf{E}(x, y, z)]. \quad (\text{A.11})$$

Für jede der überlagerten ebenen Wellen gilt nun wiederum Gleichung A.10 und es folgt

$$\tilde{E}_z(k_x, k_y, z) = -\frac{k_x \tilde{E}_x(k_x, k_y, z) + k_y \tilde{E}_y(k_x, k_y, z)}{k_z}. \quad (\text{A.12})$$

Wenn man nun davon ausgeht, dass von einem Feld  $\mathbf{E}(x, y, z)$  lediglich x- und y-Komponente bekannt sind, so können diese fourier-transformiert werden

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x(k_x, k_y, z) &= \mathcal{F}[E_x(x, y, z)] \\ \tilde{E}_y(k_x, k_y, z) &= \mathcal{F}[E_y(x, y, z)]. \end{aligned}$$

Durch Einsetzen in Gleichung A.12 folgt die z-Komponente des elektrischen Feldes im Ortsfrequenzraum. Eine inverse Fourier-Transformation gemäß Gleichung A.2 ergibt dann die Feldverteilung der z-Komponente im Ortsraum

$$E_z(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} \left[ -\frac{k_x \mathcal{F}[E_x(x, y, z)] + k_y \mathcal{F}[E_y(x, y, z)]}{k_z} \right]. \quad (\text{A.13})$$

### A.3 Feldzerlegung lokal ebener Wellen in Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene

Die Simulation der Lichtausbreitung durch eine inhomogene Region mit der Methode der geometrischen Optik basiert auf einer Zerlegung eines Feldes in lokal ebene Wellen und deren Propagation. Die Modellierung der Brechung oder Reflexion einer lokal ebenen Welle an einer als lokal eben approximierten Grenzfläche erfordert die Berechnung der Änderung der komplexen Amplitude auf Basis der Fresnelschen Gleichungen (siehe Abschnitt 2.4.1.2). Diese beschreiben allerdings nur die Änderung von Feldkomponenten senkrecht und parallel zur lokalen

Einfallsebene, während das Feld der lokal ebenen Welle in x- und y- Richtung vorliegt. Die Ermittlung der Amplitudenänderung auf Grund der Propagation durch die Grenzfläche erfordert deshalb die Berechnung der senkrechten und parallelen Feldkomponenten, die Anwendung der Reflexions- oder Transmissionskoeffizienten gemäß der Fresnelschen Formeln sowie die Berechnung von x- und y-Feldkomponente nach der Reflexion bzw. Brechung an der Grenzfläche. Diese Schritte sollen im Folgenden gezeigt werden.

Dazu wird die Oberfläche  $q$  mit  $q = 1 \dots Q$  innerhalb einer homogenen Region  $j$  betrachtet. Eine lokal ebene Welle mit dem Richtungsvektor  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  soll die Oberfläche an einer Stelle  $\mathbf{r}_{0,j,q}$  schneiden. Die Einfallsebene wird durch den Richtungsvektor  $\mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  der lokal ebenen Welle und den Oberflächennormalenvektor  $\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  aufgespannt (siehe Abschnitte 2.4.1.1 und Abbildung A.1). Mit Hilfe dieser beiden Vektoren können die senkrechte und parallele Feldkomponente  $A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  und  $A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  durch eine Multiplikation des Feldvektors  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  der lokal ebene Welle in kartesischen Koordinaten mit Normalenvektoren senkrecht  $\mathbf{m}_s$  und parallel  $\mathbf{m}_{p, \text{ein}}$  zur Einfallsebene berechnet werden

$$A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{A}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (\text{A.14})$$

$$(\text{A.15})$$

$$A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \mathbf{m}_{p, \text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})\mathbf{A}(\mathbf{r}_{0,j,q}). \quad (\text{A.16})$$

Die Normalenvektoren sind durch die Vektoroperationen

$$\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{|\mathbf{m}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})|} \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{m}_{p, \text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{|\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{ein}}(\mathbf{r}_{0,j,q})|} \quad (\text{A.18})$$

definiert (siehe auch Abbildung A.1).

Nach der Berechnung der senkrechten und parallelen Feldkomponenten können diese mit den Reflexions- bzw. Transmissionkoeffizienten multipliziert und anschließend wieder die x- und y-Feldkomponenten des transmittierten

$$A_{\text{trans},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = t_s(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{s,\text{trans},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + t_p(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{p,\text{trans},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (\text{A.19})$$

$$A_{\text{trans},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = t_s(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{s,\text{trans},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + t_p(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{p,\text{trans},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}).$$

und reflektierten

$$A_{\text{refl},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = r_s(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{s,\text{refl},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + r_p(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{p,\text{refl},x}(\mathbf{r}_{0,j,q}) \quad (\text{A.20})$$

$$A_{\text{refl},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = r_s(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},s}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{s,\text{refl},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}) + r_p(\mathbf{r}_{0,j,q})A_{\text{ein},p}(\mathbf{r}_{0,j,q})m_{p,\text{refl},y}(\mathbf{r}_{0,j,q}).$$

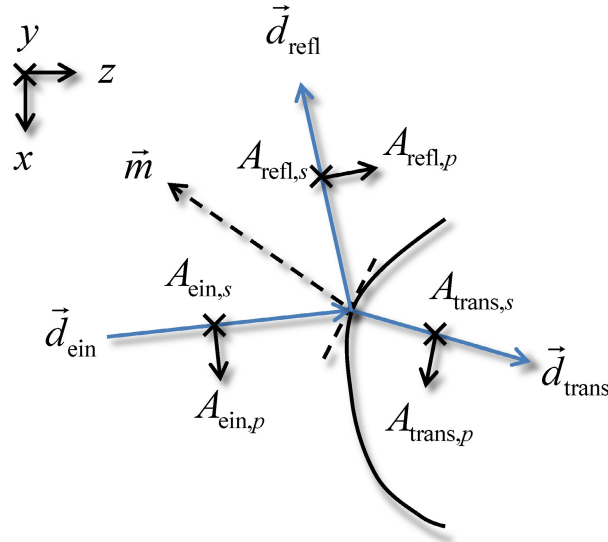


Abbildung A.1: Schematische Darstellung von Brechung und Reflexion einer lokal ebenen Welle an einer als lokal eben approximierten Grenzfläche. Das Feld muss zur Berechnung der Änderung der komplexen Amplitude in eine parallele (schwarze Pfeile) und eine senkrechte Feldkomponente (Kreuz) zerlegt werden. Die Orientierung des kartesischen Koordinatensystems ist links oben angedeutet.

Feldes bestimmt werden. Dafür werden wiederum die Normalenvektoren senkrecht und parallel zur Einfallsebene benötigt. Allerdings ist nun zu beachten, dass sich, bedingt durch das Brechungs- und Reflexionsgesetz, der Vektor parallel zur Einfallsebene in seiner Richtung gemäß

$$\mathbf{m}_{p,\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{|\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})|} \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{m}_{p,\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q}) = \frac{\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q})}{|\mathbf{m}_s(\mathbf{r}_{0,j,q}) \times \mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q})|} \quad (\text{A.22})$$

ändert.  $\mathbf{d}_{\text{trans}}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  und  $\mathbf{d}_{\text{refl}}(\mathbf{r}_{0,j,q})$  folgen aus dem Brechungs- bzw. Reflexionsgesetz entsprechend den Gleichungen 2.46 und 2.47.

## A.4 Berechnung des Abstands zwischen zwei global polarisierten Feldern

Komplexe Amplituden  $\mathbf{E}$  von Wellen in einer Ebene  $z$  stellen einen dreidimensionalen Vektor komplexer Funktionen über dem  $\mathbb{R}^2$  dar. Sie sind Teil eines Hilbert-Raum  $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{C}^3)$  der komplexwertigen, quadratisch Lebesgue integrierbaren Funktionen über dem  $\mathbb{R}^2$  [9]. Für solche Felder soll in diesem Abschnitt ein Abstand definiert werden. Dazu wird angenommen, dass die  $z$ -Komponente vernachlässigt werden kann  $|E_z(\mathbf{r})|^2 \ll |E_x(\mathbf{r})|^2 + |E_y(\mathbf{r})|^2$ . Die  $x$ - und

y-Komponenten des elektrischen Feldes sollen durch einen Operanden  $\mathbf{F}$  ausgedrückt werden (siehe Abschnitt 2.2). Zur Definition eines Abstandes zwischen Feldern im  $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{C}^3)$  wird das Skalarprodukt benötigt. Dieses ist gemäß

$$(\mathbf{F}_1 | \mathbf{F}_2)_{\mathbb{W}} = \int_{\mathbb{W}} F_{1,x}(\mathbf{r}) F_{2,x}^*(\mathbf{r}) + F_{1,y}(\mathbf{r}) F_{2,y}^*(\mathbf{r}) dx dy \quad (\text{A.23})$$

definiert. Das Gebiet  $\mathbb{W}$  schränkt dabei den Bereich in der xy-Ebene ein, in dem das Skalarprodukt berechnet wird. Sind die Felder  $\mathbf{F}_1$  und  $\mathbf{F}_2$  global polarisiert (siehe Abschnitt 2.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= \mathbf{J}_1 U_1 \\ \mathbf{F}_2 &= \mathbf{J}_2 U_2, \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

so vereinfacht sich Gleichung A.23 zu

$$(\mathbf{F}_1 | \mathbf{F}_2)_{\mathbb{W}} = \mathbf{J}_1 \mathbf{J}_2^* \int_{\mathbb{W}} U_1(\mathbf{r}) U_2^*(\mathbf{r}) dx dy. \quad (\text{A.25})$$

Aus dem Skalarprodukt folgt die Norm eines global polarisierten Feldes zu

$$\|\mathbf{F}\|_{\mathbb{W}} = \sqrt{(\mathbf{F} | \mathbf{F})_{\mathbb{W}}} = |\mathbf{J}| \sqrt{\int_{\mathbb{W}} |U(\mathbf{r})|^2 dx dy}. \quad (\text{A.26})$$

Der Abstand zwischen einem global polarisierten Feld  $\mathbf{F}$  und einem global polarisierten Referenzfeld  $\mathbf{F}_{\text{ref}}$  ist nun definiert als

$$a(\mathbf{F}, \mathbf{F}_{\text{ref}}) = \|\mathbf{F} - C(\mathbf{F}, \mathbf{F}_{\text{ref}}, \mathbb{W}) \mathbf{F}_{\text{ref}}\|. \quad (\text{A.27})$$

Die Konstante

$$C(\mathbf{F}, \mathbf{F}_{\text{ref}}, \mathbb{W}) = \frac{(\mathbf{F} | \mathbf{F}_{\text{ref}})_{\mathbb{W}}}{\|\mathbf{F}_{\text{ref}}\|_{\mathbb{W}}^2} = \frac{\int_{\mathbb{W}} U(\mathbf{r}) U_{\text{ref}}^*(\mathbf{r}) dx dy}{\int_{\mathbb{W}} |U_{\text{ref}}(\mathbf{r})|^2 dx dy} \quad (\text{A.28})$$

ist Teil der orthogonalen Projektion des Feldes  $\mathbf{F}$  auf die von  $C(\mathbf{F}, \mathbf{F}_{\text{ref}}, \mathbb{W}) \mathbf{F}_{\text{ref}}$  aufgespannte Menge [9]. Zwei Felder, die nur um einen konstanten komplexen Faktor verschieden sind, weisen das gleiche Propagationsverhalten in einem optischen System auf.

## A.5 Berechnung der Ableitung der Phase einer Feldkomponente

Dieser Abschnitt definiert die Ableitungen der Phase einer Feldkomponente  $U$ . Die Feldkomponente steht stellvertretend für eine der jeweils drei Komponenten des elektrischen oder magnetischen Feldes. Wird eine Feldkomponente im Computer gespeichert, so liegen typischerweise Real- und Imaginärteil vor. Wird aus Real- und Imaginärteil die Phase  $\phi = \arg(U)$  berechnet,

so resultiert diese in einer  $2\pi$ -modulo-Darstellung, d. h. die Phase ist nur bis auf Vielfache von  $2\pi$  bestimmt ( $\phi = \phi_0 + 2\pi j$  mit  $j \in \mathbb{Z}$ ). Da  $j$  i. A. nicht bekannt ist, wird es normalerweise auf null gesetzt. In dieser Darstellung treten deshalb regelmäßige Sprünge von  $2\pi$  auf. Im optischen Sinne stellen diese Sprünge keine Unstetigkeiten dar und müssen deshalb bei der Bildung der Ableitung entfernt werden. Die nachfolgenden Ableitungsdefinitionen können dies leisten.

In dieser Arbeit werden Feldkomponenten sowohl in kartesischen als auch in Zylinderkoordinaten verwendet. Für beide Koordinatensysteme sollen die Ableitungen jeweils entlang von zwei der drei Basisvektoren definiert werden. Als erstes erfolgt die Ableitungsdefinition für die Phase einer Feldkomponente  $U(r, \theta, z)$ , die in einem Zylinderkoordinatensystem  $\mathbf{r} = (r, \theta, z)$  vorliegt. Die Phase in einer ausgezeichneten Ebene  $z_0$  ergibt sich zu  $\phi(r, \theta) = \arg(U(r, \theta, z)\delta(z - z_0))$ . Der Differentialquotient  $\text{diff}_\theta(\phi(r, \theta))$  in Richtung des Winkels  $\theta$  ist definiert als

$$\text{diff}_\theta(\phi_{z_0}(r, \theta)) = \lim_{\delta\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta\theta} \begin{cases} \phi(r, \theta) - \phi(r, \theta - \delta\theta) - 2\pi & : \phi(r, \theta) - \phi(r, \theta - \delta\theta) \geq \pi \\ \phi(r, \theta) - \phi(r, \theta - \delta\theta) + 2\pi & : \phi(r, \theta) - \phi(r, \theta - \delta\theta) \leq -\pi \\ \phi(r, \theta) - \phi(r, \theta - \delta\theta) & : \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

Für den Differentialquotienten  $\text{diff}_r(\phi(r, \theta))$  in Richtung des Radius  $r$  wird die Definition

$$\text{diff}_r(\phi(r, \theta)) = \lim_{\delta r \rightarrow 0} \frac{1}{\delta r} \begin{cases} \phi(r, \theta) - \phi(r - \delta r, \theta) - 2\pi & : \phi(r, \theta) - \phi(r - \delta r, \theta) \geq \pi \\ \phi(r, \theta) - \phi(r - \delta r, \theta) + 2\pi & : \phi(r, \theta) - \phi(r - \delta r, \theta) \leq -\pi \\ \phi(r, \theta) - \phi(r - \delta r, \theta) & : \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

verwendet.

Als nächstes wird die Ableitung für die Phase einer Feldkomponente  $U(x, y, z)$ , die in einem kartesischen Koordinatensystem  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  vorliegt, definiert. Die Phase in einer ausgezeichneten Ebene  $z_0$  ergibt sich zu  $\phi(x, y) = \arg(U(x, y, z)\delta(z - z_0))$ . Der Differentialquotient  $\text{diff}_x(\phi(x, y))$  in  $x$ -Richtung ist definiert zu

$$\text{diff}_x(\phi(x, y)) = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\delta x} \begin{cases} \phi(x, y) - \phi(x - \delta x, y) - 2\pi & : \phi(x, y) - \phi(x - \delta x, y) \geq \pi \\ \phi(x, y) - \phi(x - \delta x, y) + 2\pi & : \phi(x, y) - \phi(x - \delta x, y) \leq -\pi \\ \phi(x, y) - \phi(x - \delta x, y) & : \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

während als Definition für den Differentialquotienten  $\text{diff}_y(\phi(x, y))$  in  $y$ -Richtung

$$\text{diff}_y(\phi(x, y)) = \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{1}{\delta y} \begin{cases} \phi(x, y) - \phi(x, y - \delta y) - 2\pi & : \phi(x, y) - \phi(x, y - \delta y) \geq \pi \\ \phi(x, y) - \phi(x, y - \delta y) + 2\pi & : \phi(x, y) - \phi(x, y - \delta y) \leq -\pi \\ \phi(x, y) - \phi(x, y - \delta y) & : \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.32})$$



verwendet wird.

## A.6 Fitten der Asphärenformel an diskrete Höhenwerte

In Kapitel 4 wird die Asphärenformel-Parametrisierung von rotationssymmetrischen Oberflächen verwendet. Die Asphärenformel ist gemäß Gleichung 4.3 definiert. Um Strahlformungselemente mit asphärischen Oberflächen mittels Projektionsalgorithmen zu optimieren, ist ein spezieller Strukturprojektionsoperator nötig, der in Abschnitt 4.3 vorgestellt wurde. Dieser Operator muss an diskreten Höhenwerten  $h_m = h(r_m)$  mit  $m = 0 \dots M$  die Asphärenformel anfitzen. Dies geschieht durch Minimierung des quadratischen Fehlers

$$G(R, c_{\text{kon}}, a_l) = \sum_{m=0}^M \left( \frac{1/Rr_m^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r_m^2}} + \sum_{l=1}^L a_l r_m^l - h_m \right)^2. \quad (\text{A.33})$$

Werden  $R$  und  $c_{\text{kon}}$  zum Fitten konstant gehalten, so ist eine analytische Lösung möglich. Dazu muss die Ableitungen von  $G(R, c_{\text{kon}}, a_l)$  nach den Asphärenkoeffizienten  $a_q$

$$\frac{\partial G(R, c_{\text{kon}}, a_l)}{\partial a_q} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{A.34})$$

gebildet werden. Es folgt ein System mit  $q = 1 \dots L$  Gleichungen der Form

$$\sum_{l=1}^L a_l \sum_{m=0}^M r_m^{l+q} = \sum_{m=0}^M \left( \frac{-1/Rr_m^{2+q}}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r_m^2}} + h_m r_m^q \right). \quad (\text{A.35})$$

Dies entspricht einem linearen Gleichungssystem der Form  $A_{l,q}a_l = b_q$  mit

$$A_{l,q} = \sum_{m=0}^M r_m^{l+q} \quad (\text{A.36})$$

$$b_q = \sum_{m=0}^M \left( \frac{-1/Rr_m^{2+q}}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r_m^2}} + h_m r_m^q \right), \quad (\text{A.37})$$

das mit Standardverfahren gelöst werden kann.

## A.7 Der Strukturprojektionsoperator für Freiformflächen

In diesem Abschnitt wird ein Algorithmus zur Berechnung von Freiformflächen vorgestellt, der es erlaubt, durch ein Höhenprofil  $h(x,y)$  die Phase eines Feldes  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  in die Phase eines gewünschten Feldes  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  umzuformen. Es wird davon ausgegangen, dass beide Felder global polarisiert sind

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{ein}} &= \mathbf{J}U_{\text{ein}} \\ \hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}} &= \mathbf{J}U_{\text{sfAus}}. \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Der Algorithmus basiert auf einer geometrisch-optischen Näherung und beachtet die Brechung des Lichts an der zu optimierenden Oberfläche. Die Lichtausbreitung durch die Oberfläche wird in skalarer Näherung beschrieben (siehe Abschnitt 5.1.3). Die nachfolgend vorgestellte Methode kann für nicht-paraxiale Felder  $\mathbf{F}_{\text{ein}}$  und  $\hat{\mathbf{F}}_{\text{sfAus}}$  angewandt werden, solange vektorielle Effekte vernachlässigbar sind.

Dieser Algorithmus wurde bereits in Abschnitt 5.1.3.1 kurz eingeführt. Die Berechnung des Höhenprofils erfolgt durch einen iterativen Anpassungsprozess der Oberfläche. Dieser Prozess besteht aus den folgenden Schritten:

1. **Vorbereitung:** Vor dem Beginn der Berechnung des Oberflächenprofils muss die Phase der gewünschten Feldverteilung  $\hat{\phi}_{\text{sfAus}} = \arg(\hat{U}_{\text{sfAus}})$  nach dem Strahlformer extrahiert und entfaltet werden. Eine Entfaltung von zweidimensionalen Phasenverteilungen ist i. A. nur approximativ möglich. Dafür können verschiedene Methoden verwendet werden [63, 64]. Im Folgenden wird eine zeilenweise Entfaltung benutzt, die im Zentrum des Feldes beginnt [64]. Entfaltungsfehler treten so typischerweise am Rand auf, wo meist keine hohen Laserstrahlintensitäten mehr vorhanden sind und Fehler sich deshalb nicht so stark auswirken. Die Entfaltung der Phase erfolgt erst in x-Richtung und dann in y-Richtung

$$\hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(x, y) = \text{unwrap}_{x,y}(\hat{\phi}_{\text{sfAus}}(x, y)) \quad (\text{A.39})$$

$$\hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(x, y) = \int_0^y \text{diff}_{y'}(\hat{\phi}_{\text{sfAus}}(0, y')) dy' + \int_0^x \text{diff}_{x'}(\hat{\phi}_{\text{sfAus}}(x', y)) dx' \quad (\text{A.40})$$

mit  $\text{diff}_x(\phi(x, y))$  entsprechend Gleichung A.31 und  $\text{diff}_y(\phi(x, y))$  entsprechend Gleichung A.32 in Anhang A.5.

2. **Analyse Lichtausbreitung durch optimierte Oberfläche:** Die Lichtausbreitung durch die zu optimierende Oberfläche wird mit einem geometrisch-optischen Operator analysiert

$$\mathbf{F}_{\text{sfAus}} = \mathcal{S}_{\text{approxGrad,skal}} \mathbf{F}_{\text{ein}}. \quad (\text{A.41})$$

Die Phase des resultierenden Feldes  $\phi_{\text{sfAus,uw}} = \text{unwrap}_{x,y}(\arg(U_{\text{sfAus}}))$  muss ebenfalls entsprechend Gleichung A.40 entfaltet werden. Da die erreichte  $\phi_{\text{sfAus,uw}}$  und die gewünschte Phasenverteilung  $\hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}$  sich i. A. um eine Konstante unterscheiden dürfen, sollen sie durch Addition eines konstanten Phasenwertes auf der optischen Achse gleich gesetzt werden  $\phi_{\text{sfAus,uw}}(0, 0) \stackrel{!}{=} \hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(0, 0) + C_0$ .

3. **Berechnung Phasenfehler:** In diesem Schritt wird die Abweichung zwischen der erreichten Phase  $\phi_{\text{sfAus,uw}}$  und der gewünschten Phase  $\hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}$  berechnet

$$\Delta\phi(x, y) = \hat{\phi}_{\text{sfAus,uw}}(x, y) + C_0 - \phi_{\text{sfAus,uw}}(x, y). \quad (\text{A.42})$$

Außerdem soll aus der Phasenabweichung ein Maß für den Phasenfehler  $\overline{\Delta\phi}$  zur Steuerung dieses Algorithmus ermittelt werden. Dafür sind in der Optik grundsätzlich unterschiedliche Definitionen gebräuchlich, z. B. mittlere quadratische Abweichung oder maximaler Phasenfehler. Nachfolgend soll der Mittelwert des Betrages der Phasenabweichung verwendet werden. Dieser ist durch

$$\overline{\Delta\phi} = \frac{1}{\int_{\text{AP}} dxdy} \int_{\mathbb{M}} |\Delta\phi(x, y)| dxdy \quad (\text{A.43})$$

definiert. Dabei ist  $\mathbb{M} \subset \mathbb{G}_{\text{sfAus}}$  eine Fläche mit der Dimension des freien Durchmessers der zu berechnenden Oberfläche und  $\int_{\mathbb{M}} dxdy$  der Inhalt dieser Fläche.

4. **Korrektur der Oberfläche:** Aus der Phasenabweichung soll eine Korrektur der Oberfläche für eine begrenzte Anzahl von Punkten berechnet werden. Dazu wird für einen Punkt  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, h(x_0, y_0))$  der Oberfläche die lokale ebene Welle, die an diesem Punkt der Oberfläche gebrochen wird, zu ihrem Schnittpunkt  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  mit der Ebene  $\mathbb{G}_{\text{sfAus}}$  verfolgt (siehe Abbildung A.2). Mit Hilfe des Phasenfehlers  $\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})$  an der Stelle  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$  wird nun mittels Dünne-Elemente-Approximation eine Höhenkorrektur an der Stelle  $\mathbf{r}_0$  berechnet:

$$\Delta h(x_0, y_0) = b \cdot \frac{\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})\lambda}{2\pi(n_s - n)}. \quad (\text{A.44})$$

Die Dünne-Elemente-Approximation stellt nur eine grobe Näherung zur Berechnung der Höhenkorrektur dar und liefert nur für hinreichend kleine Phasenfehler sinnvolle Höhenwerte. Um trotzdem die Konvergenz dieses Verfahrens sicherzustellen, kann die Stärke dieser Korrektur durch den Faktor  $b$  begrenzt werden. Er kann zwischen einem maximalen Wert  $b_{\text{max}}$  und einem minimalen Wert  $b_{\text{min}}$  automatisch in seiner Größe gesteuert werden, wie später noch diskutiert wird.

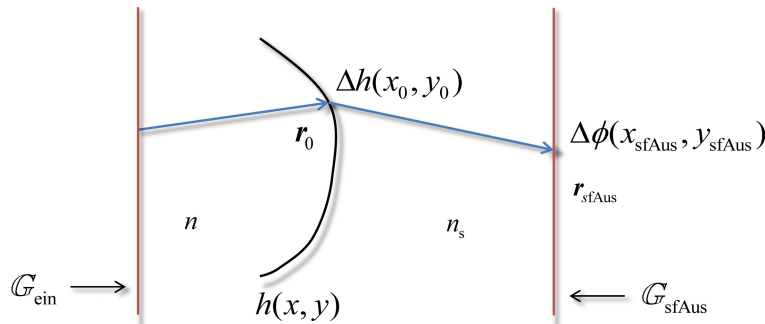


Abbildung A.2: Korrektur der zu optimierenden Oberfläche an der Stelle  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, h(x_0, y_0))$  mit Hilfe des Phasenfehlers  $\Delta\phi(x_{\text{sfAus}}, y_{\text{sfAus}})$  an der Stelle  $\mathbf{r}_{\text{sfAus}}$ .

Dieses Vorgehen erlaubt es, an beliebigen Punkten  $(x_0, y_0)$  Korrekturwerte des Höhenprofils zu berechnen. Anhand dieser Korrekturwerte folgen neue Höhenwerte für die

nächste Iteration  $o_h$  gemäß  $h_{o_h} = h_{o_h-1} + \Delta h_{o_h}$ . An diese neuen Werte kann nun ein analytisches Höhenprofil angefitet werden. Die verwendete analytische Formel muss dazu geeignet sein, die zur Einführung der gewünschten Phasenmodulation benötigten Oberflächenvariationen zu repräsentieren. In dieser Arbeit wird ein zweidimensionales Polynom der Form

$$h(x, y) = \frac{1/Rr^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r^2}} + \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^J a_{l,j} x^l y^j \quad (\text{A.45})$$

mit  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  verwendet. Grundsätzlich kann aber dieser Strukturprojektionsoperator auch mit jedem anderen Polynom verwendet werden. Das Polynom in Gleichung A.45 kann nun an die an den Stellen  $(x_{0,m}, y_{0,m})$  berechneten Höhenwerte  $h_m = h(x_{0,m}, y_{0,m})$  gefittet werden. Dies geschieht durch Minimierung des quadratischen Fehlers

$$G = \sum_{m=0}^M \left( \frac{1/Rr_{0,m}^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r_{0,m}^2}} + \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^J a_{l,j} x_{0,m}^l y_{0,m}^j - h_m \right)^2. \quad (\text{A.46})$$

Werden der Radius  $R$  und die konische Konstante  $c_{\text{kon}}$  zum Fitten konstant gehalten, so ist eine analytische Lösung für die Polynomkoeffizienten  $a_{l,j}$  möglich. Partielles Ableiten von Gleichung A.46 nach den Koeffizienten  $a_{l,j}$  führt wieder auf ein lineares Gleichungssystem der Form

$$A_{l+j,s+t} a_{l+j} = b_{s+t} \quad (\text{A.47})$$

mit  $l + j$  freien Parametern und  $s + t$  Gleichungen mit  $s = 0 \dots L$  und  $t = 0 \dots J$ . Die Koeffizientenmatrix  $A_{l+j,s+t}$  und der Vektor  $b_{s+t}$  des Gleichungssystems haben die Form

$$A_{l+j,s+t} = \sum_{m=0}^M x_{0,m}^{l+s} y_{0,m}^{j+t} \quad (\text{A.48})$$

$$b_{s+t} = \sum_{m=0}^M \left[ \frac{-1/Rr_{0,m}^2 x_{0,m}^s y_{0,m}^t}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{kon}})1/R^2r_{0,m}^2}} + h_m x_{0,m}^s y_{0,m}^t \right]. \quad (\text{A.49})$$

Nach dem Fitten des Höhenprofils wird der Algorithmus ab Punkt Zwei wiederholt.

Wie bereits oben erwähnt, können die aus großen Phasenfehlern resultierenden Höhenwerte die Konvergenz des Algorithmus negativ beeinflussen. Deshalb kann die Stärke der Korrektur in Form des Faktors  $b$  in Gleichung A.44 pro Oberflächeniteration  $o_h$  angepasst werden. Daraus resultiert eine iterationsabhängiger Faktor  $b_{o_h}$ . Sollte der in Punkt Drei berechnete Phasenfehler größer als bei der vorhergehenden Iteration sein, d. h.  $\overline{\Delta\phi}_{o_h} \geq \overline{\Delta\phi}_{o_h-1}$ , so muss der Faktor verkleinert werden  $b_{o_h} = 0,5b_{o_h-1}$ . Gleichzeitig mit der Verringerung des Faktors  $b_{o_h}$  sollten das Höhenprofil und der Phasenfehler auf die Werte der letzten Iteration zurückgesetzt

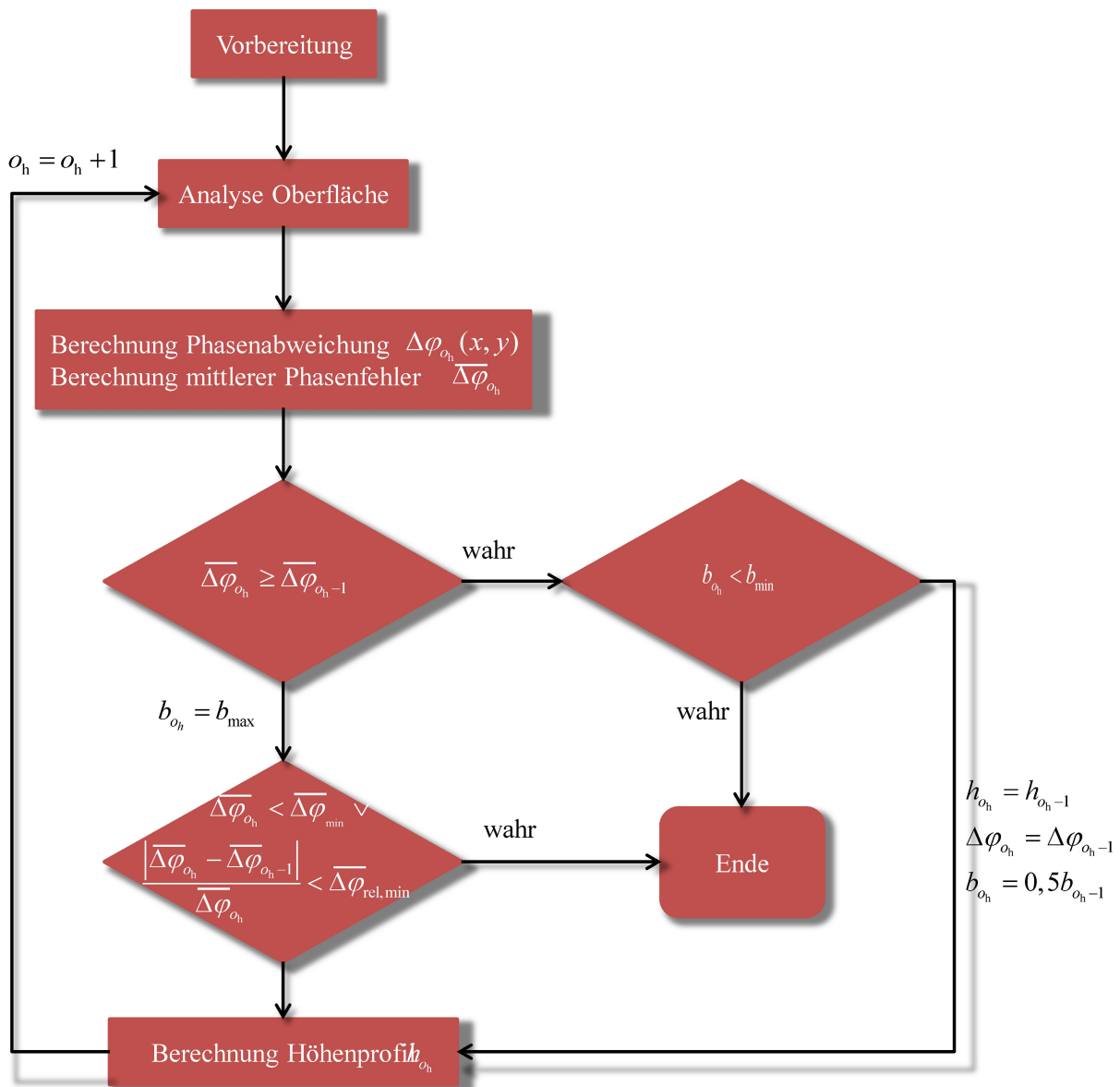


Abbildung A.3: Schematische Darstellung des Algorithmus zur Berechnung von refraktiven Freiformflächen unter Berücksichtigung des Brechungsgesetzes.

werden, d.h.  $h_{o_h} = h_{o_h-1}$  und  $\Delta\phi_{o_h} = \Delta\phi_{o_h-1}$ . Danach wird eine schwächere Korrektur des Höhenprofils berechnet. Sollte der Faktor  $b_{o_h} \leq b_{\min}$  sein, so wird die Berechnung des Höhenprofils beendet. Wird dagegen der Phasenfehler nach einer weiteren Iteration wieder kleiner, d. h.  $\overline{\Delta\phi}_{o_h} < \overline{\Delta\phi}_{o_h-1}$ , so kann der Faktor wieder auf den maximalen Wert  $b_{o_h} = b_{\max}$  gesetzt werden. Der maximale Faktor  $b_{\max}$  erlaubt es, die Konvergenzgeschwindigkeit des Verfahrens generell zu verringern.

Grundsätzlich erlauben es die verwendeten polynomialen Formeln für das Höhenprofil immer, nur die gewünschte Phase mit einer begrenzten Genauigkeit zu realisieren. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, Abbruchbedingungen zu definieren. Die Abbruchbedingungen stellen im Fol-

genden der mittlere Phasenfehler  $\overline{\Delta\phi}_{o_h} \leq \overline{\Delta\phi}_{\min}$  sowie die relative Änderung des mittleren Phasenfehlers  $\frac{|\overline{\Delta\phi}_{o_h} - \overline{\Delta\phi}_{o_{h-1}}|}{\overline{\Delta\phi}_{o_h}} \leq \overline{\Delta\phi}_{\text{rel, min}}$  dar. Abbildung A.3 zeigt eine grafische Übersicht über den Algorithmus zur Berechnung von refraktiven Freiformoberflächen.

## A.8 Uniformitätsfehler und Fenstereffizienz eines Feldes mit gaußförmiger Amplitude innerhalb einer kreisförmigen Signalregion

In diesem Abschnitt werden der Uniformitätsfehler (siehe Gleichung 2.95) sowie die Fenstereffizienz (siehe Gleichung 2.89) eines Feldes mit einer gaußförmigen Amplitude innerhalb einer kreisförmigen Region  $\mathbb{W}_R$  mit Radius  $R$  abgeleitet. Die Amplitude eines linear in x-Richtung polarisierten Feldes ist definiert durch

$$|E_x| = e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (\text{A.50})$$

mit  $E_y = 0$ .  $w$  ist dabei der  $1/e$ -Radius des Feldes. Es wird angenommen, dass die z-Komponente vernachlässigbar klein im Vergleich zur x-Komponente ist, d. h.  $|E_z|^2 \ll |E_x|^2$ . Die kreisförmige Region  $\mathbb{W}_R$  ist gegeben durch

$$\mathbb{W}_R = \{\forall x, y \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq R\}. \quad (\text{A.51})$$

Der Uniformitätsfehler wurde in Abschnitt 2.7 durch die Gleichung 2.95 definiert. Die maximale Intensität des gaußförmigen Feldes wird für  $x = y = 0$  erreicht und beträgt  $I_{\max} = 1$ . Die minimale Intensität ergibt sich am Rand der Region  $\mathbb{W}_R$  zu

$$I_{\min} = |E_x|^2 = e^{-2\frac{R^2}{w^2}}. \quad (\text{A.52})$$

Durch Einsetzen von  $I_{\max}$  und  $I_{\min}$  in Gleichung 2.95 folgt ein Uniformitätsfehler von

$$\Omega_{\text{uni, gauß}} = \frac{1 - e^{-2\frac{R^2}{w^2}}}{1 + e^{-2\frac{R^2}{w^2}}}. \quad (\text{A.53})$$

Für die praktische Anwendung ist es interessant, genau den  $1/e^2$ -Radius  $w$  des Feldes mit gaußförmiger Amplitude zu berechnen, für den ein bestimmter Uniformitätsfehler innerhalb einer kreisförmigen Region mit Radius  $R$  erreicht wird. Die Ableitung einer Formel für  $w$  soll mit der minimalen Intensität der gaußförmigen Amplitude gemäß Gleichung A.52 beginnen. Umstellen nach  $w$  ergibt

$$w = \frac{R}{\sqrt{-0,5 \ln(I_{\min})}}. \quad (\text{A.54})$$

Durch Umstellen von Gleichung 2.95 nach der minimalen Intensität folgt

$$I_{\min} = \frac{1 - \Omega_{\text{uni, gauß}}}{1 + \Omega_{\text{uni, gauß}}} I_{\max}. \quad (\text{A.55})$$

Setzt man das Ergebnis nun in Gleichung A.54 unter Berücksichtigung von  $I_{\max} = 1$  ein, folgt

$$w = \frac{R}{\sqrt{-0,5 \ln \left( \frac{1 - \Omega_{\text{uni,gauß}}}{1 + \Omega_{\text{uni,gauß}}} \right)}}. \quad (\text{A.56})$$

Als nächstes soll für ein Feld mit gaußförmiger Amplitude die Fenstereffizienz innerhalb der kreisförmigen Region  $\mathbb{W}_R$  abgeleitet werden. Einsetzen von Gleichung A.50 in die Definition der Fenstereffizienz 2.89 ergibt

$$\Omega_{\text{fensterEff}} = \frac{1}{P_{\text{ein}}} \int_{\mathbb{W}_R} e^{-2 \frac{x^2+y^2}{w^2}} dx dy \quad (\text{A.57})$$

mit

$$P_{\text{ein}} = \int_{\mathbb{R}^2} e^{-2 \frac{x^2+y^2}{w^2}} dx dy. \quad (\text{A.58})$$

Als erstes soll das Integral über die Region  $\mathbb{W}_R$  gelöst werden. Dazu erfolgt ein Übergang zu Polarkoordinaten, d. h.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi \\ y &= r \sin \phi. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$\Omega_{\text{fensterEff}} = \frac{1}{P_{\text{ein}}} \int_0^R \int_0^{2\pi} r e^{-2 \frac{r^2}{w^2}} d\phi dr. \quad (\text{A.59})$$

Nach der Umformung in Polarkoordinaten kann das Integral leicht ermittelt werden und es folgt

$$\Omega_{\text{fensterEff}} = \frac{1}{P_{\text{ein}}} \frac{\pi}{2} w^2 \left( 1 - e^{-2 \frac{R^2}{w^2}} \right). \quad (\text{A.60})$$

Analog kann  $P_{\text{ein}}$  berechnet werden und es ergibt sich

$$P_{\text{ein}} = \frac{\pi}{2} w^2. \quad (\text{A.61})$$

Einsetzen von A.61 in A.60 ergibt nun

$$\Omega_{\text{fensterEff}} = 1 - e^{-2 \frac{R^2}{w^2}}. \quad (\text{A.62})$$

Mit Hilfe der letzten Gleichung kann nun ebenfalls für einen gegebenen Uniformitätsfehler und einen Radius  $R$  der Region  $\mathbb{W}_R$  die Fenstereffizienz berechnet werden. Dazu wird Gleichung A.56 in die vorangegangene Gleichung eingesetzt und es folgt

$$\Omega_{\text{fensterEff,gauß}} = 1 - \frac{1 - \Omega_{\text{uni,gauß}}}{1 + \Omega_{\text{uni,gauß}}}. \quad (\text{A.63})$$

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th Edition, Pergamon Press, 1980
- [2] L. Mandel und E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics*, Cambridge University Press, 1995.
- [3] F. Wyrowski, *Optical Modeling and Design I*, Vorlesungsskript, 2008-09.
- [4] K. Matsushima, H. Schimmel, F. Wyrowski, „Fast Calculation Method for Optical Diffraction on Tilted Planes Using the Angular Spectrum of Plane Waves“, *J. of Opt. Soc. Am. A*, **Vol. 20, Issue 9**, Seite 1755–1762, 2003.
- [5] J. W. Goodman, *Introduction to fourier optics*, McGraw-Hill Inc., 1968.
- [6] H. Haferkorn, *Optik Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen*, 4. bearbeitete und erweiterte Auflage, Wiley-VCH, 2003.
- [7] Lifeng Li, „Note on the S-matrix propagation algorithm“, *J. Opt. Soc. Am. A*, **Vol. 20, No.4**, Seiten 655–660, 2003.
- [8] J. Shamir, *Optical Systems and Processes*, SPIE Press, 1999.
- [9] H. Aagedal, „Simulation und Design paraxialer diffraktiver Systeme“, Doktorarbeit, Karlsruhe, 1998.
- [10] F. Wyrowski, H. Schimmel, „Next generation optical engineering - Basic concepts shown for a fiber coupling system“, *Laser Technik Journal*, **01/2006**, Seiten 50–54, Weinheim, 2006.
- [11] F. Wyrowski, H. Schimmel, „Elektromagnetisches Optikrechnen - Lichtausbreitung von rigoros bis geometrisch-optisch“, *Photonik*, **No. 01-2007**, Seiten 54–57, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2007.
- [12] U. D. Zeitner, A. Büttner, „Calculation of the average lenslet shape and aberrations of microlens arrays from their far-field intensity distribution“, *Applied Optics*, **Vol. 41, No. 32**, Seiten 6841–6848, 2002.
- [13] C. Kopp, L. Ravel, P. Meyrueis, „Efficient beamshaper homogenizer design combining diffractive optical elements, microlens array, and random phase plate“, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **Vol. 1**, Seiten 398-403, 1999.
- [14] A. Büttner, U. D. Zeitner, „Wave optical analysis of light-emitting diode beam shaping using microlens arrays“, *Opt. Eng.*, **Vol. 41, No. 10**, Seiten 2393–2401, 2002.
- [15] U. Zeitner, H. Aagedal, F. Wyrowski, „Comparison of Resonator-Originated and External Beam Shaping“, *Applied Optics*, **Vol. 38, Issue 6**, Seiten 980–986, 1999.
- [16] J. S. Liu, A. J. Caley, M. R. Taghizadeh, „Diffractive optical elements for beam shaping of monochromatic spatially incoherent light“, *Applied Optics*, **Vol. 45, Issue 33**, Seiten 8440–8447, 2006.



- [17] M. Sparvoli, R. D. Mansano, „Glass Diffractive Optical Elements (DOEs) with Complex Modulation DLC Thin Film Coated“, *Materials Research*, **Vol. 11, No. 3**, Seiten 341–345, 2008.
- [18] A. v. Pfeil, „Analyse und Design optischer Systeme mit der Näherung lokal ebener Grenzflächen“, Doktorarbeit, Fraunhofer Institut für Optik und Feinmechanik, Friedrich-Schiller Universität Jena, 2000.
- [19] H. Aagedal und F. Wyrowski, „Paraxial beam splitting and shaping“, in *Diffractive Optics for Industrial and Commercial Applications*, J. Turunen and F. Wyrowski, Editoren, Seiten 165–188, Akademie Verlag, Berlin, 1997.
- [20] O. Bryngdahl, „Optical map transformation“, *Opt. Comm.*, **Vol. 10**, Seiten 164–168, 1974.
- [21] R. W. Gerchberg, W. O. Saxton, „A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures.“, *Optik*, **Vol. 35, No. 2**, Seiten 237–246, 1972.
- [22] F. Wyrowski, O. Bryngdahl, „Iterative Fourier-transform algorithm applied to computer holography.“, *J. Opt. Soc. Am.* **Vol. A5**, Seiten 1058–1065, 1988.
- [23] O. Bryngdahl, F. Wyrowski, E. Wolf (ed.), „Digital holography-computer-generated holograms I“, *Progress in Optics*, **Vol. 28**, Seiten 1–86, North-Holland, 1990.
- [24] F. Wyrowski, O. Bryngdahl, „Digital holography as part of diffractive optics“, *Rep. Prog. Phys.*, **Vol. 54**, Seiten 1481–1571, 1991.
- [25] H. Bartelt, „Computer-generated holographic component with optimum light efficiency“, *Applied Optics*, **Vol. 23**, Seiten 1499–1502, 1984.
- [26] H. Bartelt, S. K. Case, „High-efficiency hybrid computer-generated holograms“, *Applied Optics*, **Vol. 21, Issue 16**, Seiten 2886–2890, 1982.
- [27] M. Johansson, J. Bengtson, „Robust design method for highly efficient beam-shaping diffractive optical element using an iterative-Fourier-transform algorithm“, *J. of Mod. Opt.*, **Vol. 47, No. 8**, Seiten 1385–1398, 2000.
- [28] W. Singer, H. P. Herzig, M. Kuittinen, E. P. J. Wangler, „Diffractive beamshaping elements at the fabrication limit“, *Opt. Eng.*, **Vol. 35, No. 10**, Seiten 2779–2787, 1996.
- [29] „Laser und Laseranlagen - Prüfverfahren für Laserstrahlparameter - Strahlagestabilität“, DIN EN ISO 11670:2003-10, 2003.
- [30] „Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios - Part 1: Stigmatic and simple astigmatic beams.“, ISO 11146-1:2005(E), 2005.
- [31] „Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios - Part 2: General astigmatic beams.“, ISO 11146-2:2005(E), 2005.
- [32] „Lasers and laser-related equipment - Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios - Part 3: Intrinsic and geometrical laser beam classification, propagation and details of test methods.“, ISO 11146-1:2005(E), 2005
- [33] A. Hermerschmidt, H. J. Eichler, S. Teiwes and J. Schwarz, „Design of diffractive beam-shaping elements for non-uniform illumination waves“, *Proc. SPIE*, **Vol. 3291**, Seiten 40–48, 1998.
- [34] Th. Dresel, M. Beyerlein und J. Schwinder, „Design of computer-generated beam-shaping holograms by iterative finite-element mesh adaption“, *Appl. Opt.*, **Vol. 36**, Seiten 6865–6874, 1996.
- [35] Th. Dresel, „Computer aided design of diffractive beam-shaping elements“, *Proc. SPIE*, **Vol. 3190**, Seiten 106–111, 1997.

- [36] F. M. Dickey, S. C. Holswade, *Laser Beam Shaping Theory and Techniques*, Marcel Dekker, Inc., New York, Basel, 2000.
- [37] J. A. Hoffnagle, C. M. Jefferson, „Measured performance of a refractive Gauss-to-flattop reshaper for deep-UV through near-IR wavelengths“, *SPIE Proceedings*, **Vol. 4443**, Seiten 115–124, 2001.
- [38] C. M. Jefferson, J. A. Hoffnagle, „An achromatic refractive laser beam reshaper“, *SPIE Proceedings*, **Vol. 5175**, Seiten 1–11, 2003.
- [39] G. Erdei, G. Szarvas, E. Lörincz, P. Richter, „Optimization method for the design of beam shaping systems“, *Opt. Eng.*, **Vol. 41**, **No. 3**, Seiten 575–583, 2002.
- [40] H. Schimmel, F. Wyrowski, „Non-paraxial laser beam shaping“, *SPIE Proc.*, **Vol. 5456**, Seiten 157–166, 2004.
- [41] T. G. Jabbour, St. M. Kuebler, „Vectorial Beam Shaping“, *Optics Express*, **Vol. 16**, **No. 10**, Seiten 7203–7213, 2008.
- [42] M. Kuittinen, P. Vahimaa, M. Honkanen, J. Turunen, „Beam shaping in the nonparaxial domain of diffractive optics“, *Applied Optics*, **Vol. 36**, **No. 10**, Seiten 2034–2041, 1997.
- [43] D. Ganic, X. Gan, M. Gu, M. Hain, S. Somalingam, S. Stankovic, T. Tschudi, „Generation of doughnut laser beams by use of a liquid-crystal cell with a conversion efficiency near 100%“, *Opt. Lett.*, **Vol. 27**, Seiten 1351–1353, 2002.
- [44] J.-M. Asfour, T. Tschudi, „Beam shaping of laser diodes with binary diffraction optics“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 2041**, Seiten 312–317, 1994.
- [45] E. G. Churin, J. Hoßfeld, T. Tschudi, „Polarization configurations with singular point formed by computer generated holograms“, *Optics Communications*, **Vol. 99**, **Issue 1-2**, Seiten 13–17, 1993.
- [46] G. Zhou, Y. Chen, Z. Wang, H. Song, „Genetic Local Search Algorithm for Optimization Design of Diffractive Optical Elements“, *Appl. Opt.*, **Vol. 38**, Seiten 4281–4290, 1999.
- [47] C. Y. Lu, H. Z. Liao, C. K. Lee, J. S. Wang, „Energy control by linking individual patterns to self-repeating diffractive optical elements“, *Appl. Opt.*, **Vol. 36**, Seiten 4702–4712, 1997.
- [48] S. Bühling, „Projektionsalgorithmen im wellenoptischen Transmissionsdesign“, Doktorarbeit, Jena, 2003.
- [49] P. Senthilkumaran, F. Wyrowski, H. Schimmel, „Vortex Stagnation problem in iterative Fourier transform algorithms“, *Optics and Lasers in Engineering*, **Vol. 43**, Seiten 43–56, 2005.
- [50] M. Cumme, E.-B. Kley, „Refractive beam shaping elements for complicated intensity distributions“, *Electro-Optics and Microelectronics: Proceedings of the 11th International Meeting, Held in Tel Aviv, Israel*, Seiten 165–173, 1999.
- [51] M. Bass, E. W. van Stryland, D. R. Williams, W. L. Wolfe, *Handbook of Optics Volume I: Fundamentals, Techniques & Design*, Second Edition, McGraw-Hill Inc, New York, 1995.
- [52] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, 1986.
- [53] N. Lindlein, H. P. Herzig, „Design and modeling of a miniature system containing micro-optics“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 4437**, Seiten 1–13, 2001.
- [54] N. Lindlein, „Simulation of micro-optical systems including microlens arrays“, *J. Opt. Soc. A: Pure Appl. Opt.*, **Vol. 4**, Seiten 1–9, 2002.
- [55] K.-H. Brenner, W. Singer, „Light propagation through microlenses: a new simulation method“, *Applied Optics*, **Vol. 32**, **No. 26**, Seiten 4984–4988, 1993.

- [56] N. Lindlein, „Wave-optical simulation of microoptical systems“, *Proceeding of 10th Microoptics Conference*, Jena, 2004
- [57] T. Paul, „Analyse und Simulation linearer optischer Systeme auf Basis des Superpositionsprinzips“, Diplomarbeit, Friedrich-Schiller Universität Jena, 2004.
- [58] B. R. Frieden, „Lossless conversion of a plane laser wave to a plane wave of uniform irradiance“, *Appl. Opt.*, **Vol 4**, Seiten 1400–1403, 1965.
- [59] J. L. Kreuzer, „Coherent light optical system yielding an output beam of desired intensity distribution at a desired equiphase surface“, U.S. Patent No. 3.476.463 Nov. 4, 1969.
- [60] D. Shafer, „Gaussian to flat-top intensity distribution lens“, *Optics and Laser Technology*, **Vol. 14, Issue 3**, Seiten 159–160, 1982.
- [61] Y. Adachi, „Optical system to obtain uniform illumination from diode laser“, US-Patent Nr. 5.373.395, 13.12.1994.
- [62] D. W. Griffin, „Gaussian beam intensity flattener“, *Opt. Eng.*, **Vol. 37, Issue 7**, Seiten 2185–2187, 1998.
- [63] D. C. Ghiglia, L. A. Romero, „Minimum  $L^p$ -norm two-dimensional phase unwrapping“, *Opt. Soc. of Am.*, **Vol. 13, No. 10**, Seiten 1999–2013, 1996.
- [64] K. Itoh, „Analysis of the phase unwrapping problem“, *Appl. Opt.*, **Vol 21**, Seite 2470, 1982.
- [65] D. A. Buralli, G. M. Morris, J. R. Rogers, „Optical performance of holographic kinoforms“, *Appl. Opt.*, **Vol. 28, Issue 5**, Seiten 976–983, 1989.
- [66] S. M. Ebstein, „Nearly index-matched optics for aspherical, diffractive, and achromatic-phase diffractive elements“, *Opt. Soc. of Am. Optics Letters*, **Vol. 21, No. 18**, Seiten 1454–1456, 1996.
- [67] S. M. Ebstein, „Achromatic diffractive optical elements“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 2404**, Seiten 211–216, 1995.
- [68] Y. Arieli, S. Ozeri, N. Eisenberg, S. Noach, „Design of a diffractive optical element for wide spectral bandwidth“, *Opt. Soc. of Am. Optics Letters*, **Vol. 23, No. 11**, Seiten 823–824, 1998.
- [69] Y. Arieli, S. Noach, S. Ozeri, N. P. Eisenberg, „Design of diffractive optical elements for multiple wavelengths“, *Appl. Opt.*, **Vol. 37, Issue 26**, Seiten 6174–6177, 1998.
- [70] S. Noach, A. Lewis, Y. Arieli, N. P. Eisenberg, „Integrated diffractive and refractive elements for spectrum shaping“, *Appl. Opt.*, **Vol. 35, Issue 19**, Seiten 3635–3639, 1996.
- [71] G. P. Behrman, J. N. Mait, „Hybrid optical elements“, in *Microoptics*, H.-P. Herzig, Editor, Taylor & Francis, New York, 1996.
- [72] B. H. Kleemann, M. Seeßelberg, J. Ruoff, „Design concepts for broadband high-efficiency DOEs“, *J. Eur. Opt. Soc. - Rapid Publ.* 08015, **Vol. 3**, 2008, URL: <http://www.jeos.org>.
- [73] N. Passilly, K. Ventola, P. Karvinen, J. Turunen, J. Tervo, „Achromatic phase retardation by subwavelength gratings in total internal reflection“, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **Vol. 10, Issue 1**, Seiten 015001.1–015001.6, 2008.
- [74] K. J. Weible, A. Schilling, H. P. Herzig, D. R. Lobb, „Achromatization of the diffraction efficiency of diffractive optical elements“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 3749**, Seiten 378–379, 1999.
- [75] E. Pawlowski, M. Brinkmann, W. Beier, J. Luttmer, B. Wölfling, P. Ebeling, „Refractive-diffractive hybrid lens, in particular for beam shaping of high power diode lasers“, US Patent 7.345.828, 2008.

- [76] J. E. Ford, F. Xu, Y. Fainman, „Wavelength-selective planar holograms“, *Optics Letters*, **Vol. 21, No. 1**, Seiten 80–82, 1996.
- [77] St. Borgsmueller, St. Noehte, Ch. Dietrich, T. Kresse, R. Maenner, „Computer-generated stratified diffractive optical elements“, *Applied Optics*, **Vol. 42, No. 26**, Seiten 5274–5283, 2003.
- [78] B.-Y. Gu, G.-Z. Yang, B.-Z. Dong, M.-P. Chang, O. K. Ersoy, „Diffractive-phase-element design that implements several optical functions“, *Applied Optics*, **Vol. 34, No. 14**, Seiten 2564–2570, 1995.
- [79] M. E. Testorf, U. J. Gibson, „Implementation and analysis of binary optics for angular and wavelength multiplexing“, *Diffractive Optics and Micro-Optics*, OSA Technical Digest, Optical Society of America, paper DMB2, 2004.
- [80] G. Yang, B. Gu, X. Tan, M.-P. Chang, B. Dong, O. K. Ersoy, „Iterative optimization approach for the design of diffractive phase elements simultaneously implementing several optical functions“, *Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision*, **Vol. 11, Issue 5**, Seiten 1632–1640, 1994.
- [81] J. Bengtsson, „Kinofoms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths“, *Applied Optics*, **Vol. 37, No. 11**, Seiten 2011–2020, 1998.
- [82] G. Situ, J. Zhang, „Multiple-image encryption by wavelength multiplexing“, *Optics Letters*, **Vol. 30, No. 11**, Seiten 1306–1308, 2005.
- [83] Y. Ogura, N. Shirai, J. Tanida, Y. Ichioka, „Wavelength-multiplexing diffractive phase elements: design, fabrication, and performance evaluation“, *J. Opt. Soc. Am. A*, **Vol. 18, No. 5**, Seiten 1082–1091, 2001.
- [84] I. M. Barton, P. Blair, M. R. Taghizadeh, „Dual-wavelength operation diffractive phase elements for pattern generation“, *Optics Express*, **Vol. 1, No. 2**, Seiten 54–59, 1997.
- [85] H. Bartelt, „One-dimensional image transformation in white light“, *Optics Communications*, **Vol. 38, Issue 4**, Seiten 239–242, 1981.
- [86] K. H. Brenner, P. Kuemmel, U. D. Zeitner, „Design, analysis, and fabrication of refractive beam shaping elements for optical storage applications“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 4443**, Seiten 93–104, 2001.
- [87] S. Bühling, F. Wyrowski, „Solving tolerancing and three-dimensional beam shaping problems by multifunctional wave optical design“, *Optical Engineering*, **Vol. 40, Issue 8**, Seiten 1590–1597, 2001.
- [88] J. Hossfeld, E. Jaeger, T. Tschudi, E. G. Churin, V. P. Koronkevich, „Rectangular focus spots with uniform intensity profile formed by computer-generated holograms“, *SPIE Proceeding*, **Vol. 1574**, Seiten 159–166, 1991.
- [89] B.-Z. Dong, G.-Q. Zhang, G.-Z. Yang, B.-Y. Gu, S.-H. Zheng, D.-H. Li, Y.-S. Chen, X.-M. Cui, M.-L. Chen, H.-D. Liu, „Design and fabrication of a diffractive phase element for wavelength demultiplexing and spatial focusing simultaneously“, *Applied Optics*, **Vol. 35, No. 35**, Seiten 6859–6864, 1996.
- [90] M. Kato, K. Sakuda, „Computer-generated holograms: application to intensity variable and wavelength demultiplexing holograms“, *Applied Optics*, **Vol. 31, No. 5**, Seiten 630–635, 1992.
- [91] T. M. Lehmann, C. Gönner und K. Spitzer, „Large-Sized Local Interpolators“, *Proceedings of the IASTED International Conference, Computer Graphics and Imaging*, 1999.
- [92] LightTrans VirtualLab™ 4 Benutzerhandbuch, LightTrans GmbH, 2009.
- [93] M. Laikin, „Lens Design“, Ausgabe: 4, CRC Press, 2006.

# Danksagung

Mein Dank gilt allen, die zum Gelingen dieser Arbeit durch Anregungen und Diskussionen beigetragen haben.

Insbesondere danke ich meinem Betreuer Prof. Dr. Frank Wyrowski für seine Unterstützung im Rahmen der Arbeit sowie unzählige wissenschaftliche Diskussionen.

Ich möchte ebenfalls der Firma LightTrans GmbH danken, dass sie mir die Möglichkeit zur Anfertigung dieser Arbeit eingeräumt hat. Insbesondere danke ich dafür, dass ich auf Basis der kommerziellen Software LightTrans VirtualLab<sup>TM</sup> die vorgestellten Designmethoden entwickeln konnte. Außerdem möchte ich mich auch bei meinen Kollegen bedanken, die diese großartige Software entwickeln und ebenfalls durch Diskussionen meine Forschung unterstützt haben.

Nicht zu vergessen ist der Förderträger Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) der Projekte "Charakterisierung, Modellierung und Propagation der Strahlung realer Lichtquellen in optischen Systemen (RIOS)" und "Entwicklung von optischen Elementen und Systemen zur Laserstrahlformung mittels Asphären- und Freiformflächen", der durch seine Mittel die Durchführung dieser Arbeit unterstützt hat.

Abschließend möchte ich mich bei meiner Verlobten Kirstin Schweitzer für ihre Geduld trotz vieler zur Anfertigung der Arbeit verloren gegangener Wochenenden und Feiertage bedanken.



# Lebenslauf

## **zur Person:**

Name: Hagen Schweitzer (geb. Schimmel)  
Geburtsdatum: 5. Oktober 1974  
Geburtsort: Jena  
Familienstand: geschieden

## **Schulausbildung:**

1981 – 1990 Wilhelm-Pieck-Oberschule Kahla  
1982 – 1989 Musik- und Kunstschule Jena (Fach Trompete) sowie des Carl-Zeiss-Blasorchesters und des Blasorchesters der Musikschule Jena  
1990 – 1993 Julius-Schaxel-Oberschule II in Jena-Lobeda (später Ernst-Häckel-Gymnasium)  
1991 Realschulabschluß  
1993 Abitur

## **Wehrdienst:**

1993 – 1994 Panzerjägerkompanie 130 in Sontra

## **Hochschulausbildung:**

1994 – 1999 Physik-Studium an der Friedrich-Schiller-Universität Jena  
1999 Abschluss des Studiums als Diplom-Physiker, Thema der Diplomarbeit: „Strategien zum wellenoptischen Systemdesign“

## **Berufstätigkeit**

2000 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Angewandte Physik der Friedrich-Schiller-Universität Jena  
1999 – 2000 Beratertätigkeit bei LightTrans GmbH, Moritz-von-Rohr-Straße 1a, 07745 Jena  
seit 2001 LightTrans GmbH, Wildenbruchstraße 15, 07745 Jena, seit 2004 in der Funktion als Technischer Direktor

**Forschungstätigkeiten:**

2000 Doktorand am Institut für Angewandte Physik der Friedrich-Schiller-Universität Jena

2001 - 2008 Doktorand bei LightTrans GmbH

Mitarbeit an verschiedenen Entwicklungsprojekten:

\* Design von Strahlformungs-, Strahlteilungs- und Diffusersystemen

\* Modellierung der Ausbreitung ultra-kurzer Pulse

\* Simulation partiell kohärenter Lichtquellen

\* Simulation von Schlieren in lithografischen Systemen sowie Schlierenvermessung mittels der Schattenapparatur

\* Modellierung der Ausbreitung kohärenten Lichts

Ein Teil dieser Entwicklungen wurde durch die nachfolgenden Projekte vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert:

„Entwicklung von optischen Elementen und Systemen zur Laserstrahlformung mittels Asphären- und Freiformflächen“

„Charakterisierung, Modellierung und Propagation der Strahlung realer Lichtquellen in optischen Systemen (RIOS)“

2009 Heirat und Namensänderung von Schimmel zu Schweitzer

Jena, den .....

Hagen Schweitzer



# Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet .

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise unentgeltlich geholfen:

1. Herr Prof. Dr. Frank Wyrowski als Betreuer dieser Arbeit
2. Institut für Angewandte Physik der Friedrich Schiller Universität Jena für die Herstellung des diffraktiven Strahlformers in Abschnitt 5.1.1.2
3. Asphericon GmbH für die Herstellung des refraktiven Strahlformers in Abschnitt 4.4
4. Zygo LOT GmbH für die Vermessung der Oberfläche des refraktiven Strahlformers in Abschnitt 4.4
5. Dr. Schreiber und Herrn Kudaev vom Fraunhofer Institut für Optik und Feinmechanik Jena für die Vermessung der optischen Funktion des refraktiven Strahlformers in Abschnitt 4.4
6. Docter Optics GmbH für die mechanische Konstruktion des Gehäuses und den Zusammenbau des Strahlformungssystems in Abschnitt 5.3.3

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Person) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für die Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Jena, den .....

Hagen Schweitzer



# Liste der Veröffentlichungen

1. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Amplitude matching strategy for wave-optical design of monofunctional systems.", *Journal of Modern Optics*, **Vol. 47, Issue 13**, Seiten 2295–2321, 2000.
2. F. Peters, A. Graßmann, H. Schimmel, B. Kley, "Improving small laser light sheets by means of a diffractive optical element", *Experiments in Fluids*, **Vol. 35, No. 1**, Seite 4–7, 2003.
3. K. Matsushima, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Fast Calculation Method for Optical Diffraction on Tilted Planes Using the Angular Spectrum of Plane Waves", *J. of Opt. Soc. Am. A*, **Vol. 20, Issue 9**, Seite 1755–1762, 2003.
4. P. Senthilkumaran, F. Wyrowski, H. Schimmel, "Vortex Stagnation problem in iterative Fourier transform algorithms", *Optics and Lasers in Engineering*, **Vol. 43, No. 1**, Seiten 43–56, 2005.
5. S. Poyyil Veetil, D. K. Sharma, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Diffraction induced space-time splitting effects in ultra short pulse propagation", *Journal of Modern Optics*, **Vol. 53, No. 13**, Seiten 1819–1828, 2006.
6. S. Poyyil Veetil, C. Vijayan, D. K. Sharma, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Sampling rules in the frequency domain for numerical propagation of ultrashort pulses through linear dielectrics", *J. of Opt. Soc. Am. B*, **Vol. 23, Issue 10**, Seiten 2227–2236, 2006.
7. S. Poyyil Veetil, H. Schimmel, F. Wyrowski, C. Vijayan, "Wave optical modelling of focusing of an ultra short pulse", *Journal of Modern Optics*, **Vol. 53, Issue 15**, Seiten 2187–2194, 2006.
8. S. Poyyil Veetil, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Simulation of multibeam imaging in three-dimensional space and time with a diffractive optical element illuminated with a femto-second pulse", *J. of Opt. Soc. Am. B*, **Vol. 24, Issue 10**, Seiten 2580–2583, 2007.
9. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Lichtquellenmodellierung - Neuartige Optiken setzen immer bessere Simulationstechniken voraus", *Laser Technik Journal*, 03/2005, Seiten 59–63, 2005.
10. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Next generation optical engineering - Basic concepts shown for a fiber coupling system", *Laser Technik Journal*, **01/2006**, Seiten 50–54, WILEY-VCH, 2006.

11. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Elektromagnetisches Optikrechnen - eine Einführung", *Photonik*, **6/2006**, Seiten 54–57, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2006.
12. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Elektromagnetisches Optikrechnen - Lichtausbreitung von rigoros bis geometrisch-optisch", *Photonik*, **01/2007**, Seiten 54–57, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2007.
13. F. Wyrowski, H. Schimmel, M. Kuhn, "Elektromagnetisches Optikrechnen - Modellierung realer Lichtquellen", *Photonik*, **02/2007**, Seiten 66–70, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2007.
14. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Elektromagnetisches Optikrechnen - Design zur Lichtformung", *Photonik*, **03/2007**, Seiten 86–80, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2007.
15. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Electromagnetic optical engineering - shaping light through design", *Photonik International*, **1/2008**, Seiten 80–83, AT-Fachverlag GmbH Stuttgart, 2008.
16. K. Matsushima, H. Schimmel, F. Wyrowski, "New Creation Algorithm for Digitally Synthesized Holograms in Surface Model by Diffraction from Tilted Planes", *SPIE Proceeding*, **Vol. 4659**, Seiten 53–60, 2002.
17. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Amplitude matching concept for design of wave-transforming systems", *SPIE Proceeding*, **Vol. 4092**, Seiten 26–37, 2000.
18. F. Wyrowski, H. Schimmel, S. Buehling, "Comments on wave-optical engineering", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 1–5, 2003.
19. H. Schimmel, S. Buehling, F. Wyrowski, "Use of Raytracing in Wave-Optical Engineering", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 6–14, 2003.
20. S. Buehling, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Wave-optical engineering with VOL4 VirtualLab", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 24–33, 2003.
21. K. Matsushima, H. Schimmel, S. Buehling, F. Wyrowski, "Propagation of Electromagnetic Fields between Non-Parallel Planes", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 55–62, 2003.
22. S. Buehling, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Challenges in Industrial Applications of Diffractive Beam Splitting", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 123–131, 2003.
23. F. Wyrowski, S. Buehling, H. Schimmel, "Design of shaping, splitting and diffusing light: a comparison", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5182**, Seiten 176–181, 2003.
24. T. Paul, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Modeling light propagation in wave-optical engineering", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5456**, Seiten 48–56, 2004.

25. T. Gnausch, J. Jahn, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Diffuser technology for illumination", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5456**, Seiten 91–98, 2004.
26. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Photon management with VirtualLab", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5456**, Seiten 120–129, 2004.
27. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Non-paraxial laser beam shaping", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5456**, Seiten 157–166, 2004.
28. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Using diffuser technology for illumination systems", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5962**, Seiten 394–402, 2005.
29. H. Schimmel, F. Wyrowski, T. Paul, "Concepts for modern optics software", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5962**, Seiten 96–103, 2005.
30. S. Poyyil Veetil, H. Schimmel, F. Wyrowski, "Modelling pulse propagation through homogeneous and inhomogeneous dielectrics", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5962**, Seiten 54–65, 2005.
31. F. Wyrowski, H. Schimmel, "About diffusers and their importance in diffractive optics", *SPIE Proceeding*, **Vol. 6311**, Seiten 63111C.1–63111C.4, 2006.
32. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Nanooptics for high efficient photon management", *SPIE Proceeding*, **Vol. 5962**, Seiten 1–7, 2005.
33. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Design of Achromatic Laser Beam Shaping Systems", *EOS Topical Meeting on Diffractive Optics*, Barcelona, 2007.
34. F. Wyrowski, H. Schimmel, "Optimization of achromatic refractive laser beam shaping systems", *SPIE Optics and Photonics*, Laser Beam Shaping IX 7062-17, 2008.
35. H. Schimmel, F. Wyrowski, "Design of Refractive, High-NA, Freeform Beam Shaping Systems", *Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für angewandte Optik*, Brescia, 2009.

