

1. Gutachter: Prof. Dr. Andreas Tünnermann
2. Gutachter: Prof. Dr. Theo Tschudi
3. Gutachter: Prof. Dr. Hartmut Bartelt

Tag der Disputation: 14. Juli 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Stand der Wissenschaft computergenerierter Hologramme (CGH) und Einordnung der vorliegenden Arbeit	3
1.1	Monochromatische CGH	3
1.2	Farb-CGH	5
1.3	Gliederung der eigenen Arbeiten	9
2	Theoretische und experimentelle Grundlagen monochromatischer und farbfähiger CGH	11
2.1	Monochromatische Bilderzeugung mittels CGH	11
2.2	Grundlagen zur Farbbildgenerierung mittels CGH	26
2.3	Herstellungsmethoden von CGH	32
2.4	Charakterisierung der CGH und der Bilder	35
3	Farbbilderzeugung durch Kodierung der Grundfarben in unabhängigen CGH	41
3.1	Laterales Multiplexing der Grundfarben	41
3.2	Longitudinales Farbmultiplexing	45
4	Farbbilderzeugung durch Ausnutzung der Dispersion im Bild	57
4.1	Abschätzung des freien Winkelbereichs	59
4.2	Design des Beugungsgitters	61
4.3	Experimentelle Realisierung der Dispersionstrennung	63
5	Farbbilderzeugung durch Multi-Ebenen CGH	64
5.1	Design und Analyse von Multi-Ebenen CGH	64
5.2	Einfluss von Beleuchtung und CGH-Parametern	69
5.3	Informationsdichte und Auftreten von Crosstalk	81
5.4	Experimente zu Multi-Ebenen CGH	86
6	Vergleich und Zusammenfassung	92
6.1	Vergleich der Methoden	92
6.2	Zusammenfassung	93

7 Anhang	101
7.1 Fokussierung eines Gaußstrahles bei festem Bildebenenabstand	101
7.2 Bildzusammensetzung für Ein-Ebenen-CGH	104
7.3 Einfluss der Form der Beleuchtungswelle bei Ein-Ebenen CGH	105
7.4 Freier Winkelbereiche bei die Dispersion nutzenden CGH	106
7.5 Zwei-Ebenen CGH mit Oversampling	107
7.6 Anhang F: Einfluss der Form der Beleuchtungswelle bei Zwei-Ebenen CGH .	109
7.7 Zusammenfassung der physikalischen Parameter eines Zwei-Ebenen CGH in einem Parameter	111
7.8 Justagestrategie für Zwei-Ebenen CGH auf getrennten Substraten	112
7.9 Abkürzungs- und Formelverzeichnis	113

Einleitung

Als der ungarische Physiker Dennis Gabor 1947 das Prinzip der Holographie (aus dem Griechischen: “holos“ (ganz, vollständig, unversehrt) und “graphein“ (schreiben, aufzeichnen)) erstmalig untersuchte und für ein Elektronen-Interferenz-Mikroskop anwandte [1], war nicht abzusehen, dass diese Idee einmal zu vielfältigen und ausgesprochen wichtigen Anwendungen in der Optik führen würde. Er erkannte, dass die perfekte optische Rekonstruktion eines Objektes nur dann möglich ist, wenn die vollständige Information der vom Objekt abgestrahlten, elektromagnetischen Welle (Amplitude und Phase) gespeichert wird. Um dieses Prinzip experimentell zu überprüfen wurde jedoch eine kohärente Lichtquelle benötigt, die für den sichtbaren Spektralbereich noch nicht verfügbar war. Mit der Erfindung des Lasers im Jahr 1960 durch den US-amerikanischen Physiker *Theodore H. Maiman* [2] wurde diese Lücke geschlossen. Die Wissenschaftler *Emmeth Leith* und *Juris Upatnieks* führten 1962 einen Aufbau mit örtlich getrennten Objekt und Referenzstrahlen ein [3]. Nun gelang es, die ersten auch visuell ansprechenden Hologramme herzustellen, die einen Tiefeneindruck beim Betrachter ermöglichten und so die dreidimensionale Rekonstruktion von Objekten erlaubten [4],[5]. Dies führte zu einem großen Sprung im Bekanntheitsgrad der Holographie. In der Folgezeit entwickelten sich vielfältige Anwendungsmöglichkeiten in der Industrie auf Gebieten wie z.B. der Messtechnik (Speckle-Interferometrie [6], Asphärenprüfung [7]), der Sicherheitstechnik (Hologramme auf Geldscheinen, Kreditkarten, Ausweisdokumenten [8]) oder der parallelen Informationsspeicherung (*TESA-Rom* [9], *Holographic Versatile Disc* [10]).

Mit der Entwicklung der Rechentechnik entstand ab Mitte der 1960iger Jahre das neue Gebiet der computergenerierten Holographie. Verglichen mit der konventionellen Holographie, die auf der Aufnahme von optisch erzeugten Interferenzmustern in einem lichtsensitiven Material basiert, wird hier die benötigte Hologrammfunktion mit Hilfe von Computern berechnet und durch geeignete Strukturierungstechniken direkt hergestellt. Damit ist eine wesentlich größere Variabilität bei der Generierung der Hologrammfunktion möglich, da im Gegensatz zur konventionellen Holographie keine interferometrischen Aufnahmeanordnungen nötig sind. Weiterhin ist die Rekonstruktion von vollständig künstlichen Objekten möglich, die im Computer berechnet wurden. Die erste Herstellung eines computergenerierten Hologramms (CGH) gelang 1966 *Adolf W. Lohmann* und *Byron R. Brown* [11] mit Hilfe eines computergesteuerten Plotters. In den folgenden Jahren wurde durch die sich rasant entwickelnde Computertechnologie und die hauptsächlich für die Mikroelektronik entwickelten, lithogra-

phischen Strukturierungstechniken die Berechnung und Herstellung immer komplexerer und vielseitigerer CGH möglich, die z.B. für die hochgenaue Prüfung optischer Elemente [12] große Bedeutung erlangt haben.

Ein spezieller Anwendungsfall von CGH, der in dieser Arbeit zentrale Bedeutung haben soll, ist die Projektion von zweidimensionalen Bildern. Aufgrund einiger vorteilhafter Eigenschaften (Einfachheit und Justageunempfindlichkeit des Aufbaus, große Schärfentiefe und hohe Effizienz) wird diese Art CGH in speziellen Einsatzgebieten bereits erfolgreich kommerziell verwendet (virtuelle Tastatur [13], [14], Demoelemente für Werbezwecke [15]). Durch die kontinuierliche Weiterentwicklung örtlich aufgelöster Phasenmodulatoren (*Spatial Light Modulators* [16]) sind auch dynamische CGH, die in Echtzeit berechnet und dargestellt werden, möglich und werden z.B. zur Erzeugung optischer Pinzetten benutzt [17] oder als dynamische Prüflinge für die Asphärenkontrolle [18].

Die heute üblichen und weiträumig eingesetzten CGH sind dadurch gekennzeichnet, dass die Beeinflussung des Lichts im Gegensatz zu den dreidimensionalen Indexmodulationen eines konventionellen Hologramms in einer lateralen Ebene geschieht. Dies ist vor allem den Begrenzungen der Herstellungstechnik und der bekannten Berechnungsalgorithmen für CGH geschuldet, die beide üblicherweise auf eine Ebene beschränkt sind. Damit verbunden ist auch eine Begrenzung der Möglichkeiten, multiple Funktionalitäten parallel in das Hologramm zu kodieren, wodurch eine unabhängige Beeinflussung verschiedener Wellenlängen des Lichtes und damit eine Farbbilddarstellung im Allgemeinen nicht möglich ist. Um dieses Problem zu lösen, muss das Konzept des CGH erweitert werden, um neue Freiheitsgrade bei der Definition der optischen Funktion zu finden. Das Ziel ist es, die Variabilität des computergestützten Designs mit den erweiterten Möglichkeiten eines klassischen Hologramms zur Kodierung multipler optischer Funktionen zu kombinieren. Dazu werden in der vorliegenden Arbeit verschiedene Ansätze untersucht, wobei der Schwerpunkt auf der Erzeugung von Farbbildern liegt.

Die Dissertation gliedert sich wie folgt: Kapitel 1 gibt einen Überblick über den Stand der Wissenschaft bzgl. monochromatischer und farbfähiger CGH, um dann die in dieser Arbeit untersuchten Varianten vorzustellen und in die vorhandene Literatur einzuordnen. Kapitel 2 fasst die Grundlagen der benötigten Propagationsmethoden für Licht zusammen, stellt die wichtigsten Designmethoden zur Berechnung computergenerierter Hologramme vor und beschreibt die verwendeten Herstellungstechnologien und optischen Meßaufbauten. Die untersuchten Ansätze zur Farbbildgenerierung werden dann in Kapitel 3 bis 5 einzeln sowohl in theoretischer als auch experimenteller Hinsicht untersucht.

1 Stand der Wissenschaft und Einordnung der vorliegenden Arbeit

In diesem Kapitel soll zunächst die historische Entwicklung von monochromatischen und farbfähigen CGH zusammengefasst werden. Auf dieser Basis werden dann die in der vorliegenden Arbeit verfolgten Ansätze vorgestellt und in den Stand der Wissenschaft eingeordnet.

1.1 Monochromatische CGH

Die ersten diffraktiven Elemente, die im Computer virtuell berechnet und anschließend auf Basis der digitalen Daten real hergestellt wurden, können *Adolf W. Lohmann* und *Byron R. Brown* zugeordnet werden [11]. Diese Elemente wurden ursprünglich als optische Korrelatoren entwickelt, konnten jedoch auch zur Bildgenerierung verwendet werden. Als Bezeichnung für diffraktive Elemente, die in einem solchen Zusammenhang verwendet werden, setzte sich ab 1967 der Begriff *computergenerierte Hologramme* durch [19]. Den prinzipiellen optischen Aufbau zur Bildgenerierung zeigt Abb. 1.1. Das diffraktive Element wird mit einem kollimierten, kohärenten Laserstrahl beleuchtet und erzeugt im Fernfeld auf einem Schirm eine gewünschte Intensitätsverteilung.

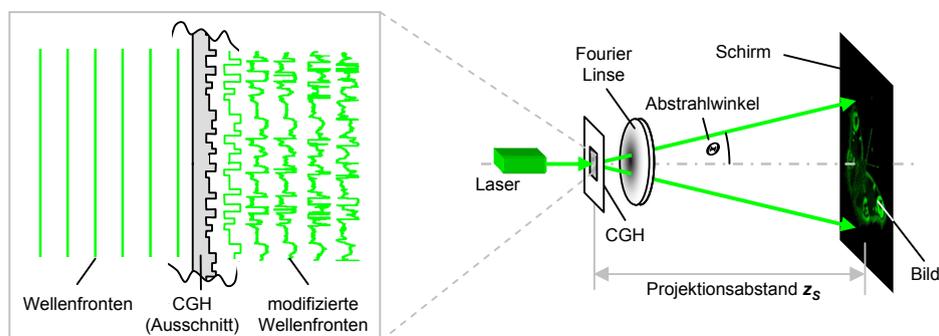


Abbildung 1.1: Veranschaulichung der Beeinflussung der Wellenfronten durch das diffraktive Element (linke Seite) und prinzipieller optischer Aufbau zur Bildgenerierung mittels CGH (rechte Seite). (Größenverhältnisse nicht maßstabsgerecht)

Die Elemente von *Lohmann* beruhen auf dem sogenannten *detour phase* Prinzip [19]. Die Amplitude und Phase des optischen Feldes, die an den verschiedenen Orten des CGH benötigt wird, wurde dabei durch die Größe und Position von Öffnungen in einer sonst durchgängig

absorbierenden Schicht kodiert. Dies erlaubte insbesondere eine einfache Herstellung als Amplitudenelemente mittels computergesteuertem Plotter und anschließender photographischer Reduktion zur Verringerung der Strukturgrößen. Entscheidende Nachteile dieser ersten CGH waren ihre geringe Effizienz, bedingt durch die Absorption, und die Notwendigkeit von signifikanten Ablenkwinkeln (*off-axis* Anordnung). Der Übergang von Amplituden- zu Phasenelementen ermöglichte es, diese Nachteile zu überwinden. Der mit Herstellungsmethoden aus der klassischen Holographie erreichbare Phasenhub reicht jedoch im Allgemeinen nicht aus, um eine effiziente Ablenkung des Lichtes zu ermöglichen. Möglich wurden die nötigen Phasenhübe erst durch den Übergang zu oberflächenstrukturierten Elementen. Dazu wurden zunächst Photoemulsionen verwendet, die nach Belichtung und Bleichung das gewünschte Profil erzeugten [20]. Zuerst verwendet für die Herstellung von CGH wurde diese Technik von *Lesem et al.* [21], die den Begriff *Kinoform* für oberflächenstrukturierte, diffraktive Elemente prägten.

Bei der Berechnung sowohl von Lohmann-CGH als auch von Kinoform-Elementen wurde versucht, die durch rückwärtige Propagation aus der Bildebene berechnete optische Funktion in der Hologrammebene vollständig darzustellen (Amplitude und Phase). Bei Kinoform-Elementen wird dagegen in Analogie zur klassischen Holographie eine zufällige Phase im Objekt genutzt, um eine möglichst gleichmäßige Amplitudenverteilung in der Hologrammebene zu erreichen, die dann bei der Realisierung als Phasenelement vernachlässigt werden kann. Zur weiteren Verbesserung der Qualität der Rekonstruktion entwickelten *Gerchberg* und *Saxton* einen iterativen Algorithmus [22], bei dem die Lichtausbreitung zwischen Hologramm und Bildebene wiederholt simuliert wird. Dabei werden Freiheiten der gewünschten Feldverteilung ausgenutzt unter Beachtung der Beschränkungen der Phasenfunktion des CGH durch die Herstellungstechnologie. Dieser Ansatz wird bis heute in vielfach weiterentwickelter Form [23]-[25] benutzt und ist meist unter dem Begriff *IFTA* (Iterativer Fourier-Transformations-Algorithmus) bekannt. Eine wichtige, ergänzende Vorgehensweise bei der Realisierung von CGH, die Wiederholung der Elementarzelle, wurde 1976 von *Allebach et al.* vorgestellt [26]. Diese ermöglicht, dass das CGH Eigenschaften eines Strahlteilers erhält und extrem tolerant bezüglich Variationen der Eingangswelle (Position, Form) wird.

Die Berechnungsalgorithmen wurden in den folgenden Jahren vielfältig verbessert und an spezielle Aufgabenstellungen angepasst. Beispielsweise wurden die Methode des Direkten Suchens [27], Genetische Algorithmen [28] oder Simulated Annealing-Techniken [29] verwendet, um speziell bei relativ einfachen Strahlteilern die Rekonstruktion weiter zu verbessern oder auch um die Werte bestimmter Qualitätsmerkmale des Bildes (Signal-Rausch-Verhältnis, Effizienz) bevorzugt zu erhöhen [30].

1.2 Farb-CGH

Zur Erzeugung eines unverfälschten Farbbildes ist es nötig, jeden Bildpunkt mit einer spezifischen Wellenlänge des für das menschliche Auge sichtbaren Spektrums leuchten zu lassen. Bei einem System, welches auf dem Prinzip der Punkt zu Punkt Abbildung beruht, ist dazu ein optischer Modulator nötig, der aus der breitbandigen Lichtquelle orts aufgelöst eine beliebigen Wellenlängenbereich ausfiltern kann. Dieses Prinzip wird z.B. bei der Projektion von Dias verwendet. Wird auf die vollständige Reproduzierung des physiologisch zugänglichen Farbraumes verzichtet, kann die Farbe eines Pixels auch aus monochromatischen Anteilen zusammengesetzt werden. In diesem Fall muss für jede der verwendeten Grundfarben nur noch ein einfacheres, amplitudenmodulierendes Element bereitgestellt werden. In handelsüblichen Beamern werden dafür z.B. LCD (Liquid Crystal Display), DMD (Digital Mirror Devices) und LCoS-Modulatoren (Liquid Crystal on Silicon) verwendet. Dabei kommt entweder für jede Grundfarbe ein eigenes Element zum Einsatz oder es wird mittels eines Farbrades zeitaufgelöst ein Element mit allen Grundfarben bestrahlt.

Im Gegensatz zu diesen auf dem Abbildungsprinzip beruhenden Systemen liegt bei einem CGH eine komplexere mathematische Transformation zwischen Element- und Bildebene vor. Sowohl bei dieser Transformation als auch bei der Propagation des Lichtes durch das CGH treten wellenlängenselektive Effekte auf. Für die Kodierung der Farbinformation mittels CGH sind daher im Vergleich zu konventionellen Projektionssystemen vielfältigere Herangehensweisen denkbar. Abb. 1.2 zeigt eine Übersicht über die denkbaren Ansätze, die teilweise bereits in der Literatur beschrieben werden. Die zugehörigen Forschungsarbeiten sollen im Folgenden kurz in ihrer historischen Entwicklung betrachtet werden, um die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen in den Stand der Wissenschaft einordnen zu können.

- **Laterale Trennung der Farben in einzelnen CGH**

Für den naheliegenden und einfachen Ansatz, die Teilung der Bilderzeugung in drei einzelne, unabhängige CGH für die Grundfarben Rot, Grün und Blau, wurden erstmalig 1974 von *Fienup* und *Goodman* mehrere Konzepte vorgestellt [31]. Sie erlaubten es, mit einfachen Amplituden-CGH vom Lohmann-Typ Farbbilder zu generieren, wobei ein Aufbau mit lateral getrennten CGH genutzt wurde, der später von *Suh* für den Fall von phasenmodulierenden CGH wieder aufgegriffen und verbessert wurde [32]. Weiterhin wurde gezeigt, dass für die Amplituden-CGH wellenlängenselektive statt breitbandig absorbierender Materialien verwendet werden können und so in Kombination mit dem detour phase Prinzip auf Zellenebene ein laterales Multiplexing der drei Grundfarben möglich ist.

- **Polarisationsmultiplexing**

Bartelt griff 1977 die Idee des zellenweisen Multiplexings bei Lohmann Amplitudenholo-

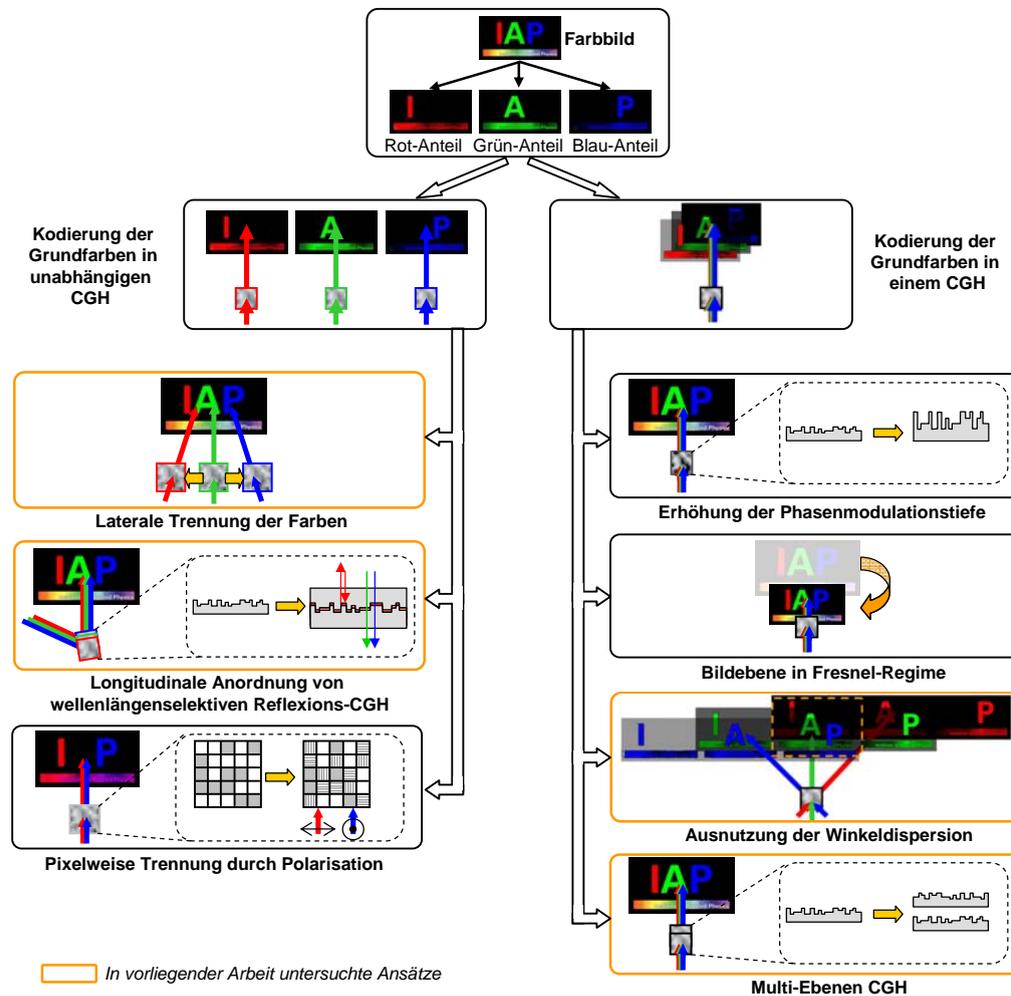


Abbildung 1.2: Einteilung der in der Literatur bekannten und der in vorliegender Arbeit untersuchten Ansätze zur Farbbildgenerierung mittel CGH nach der Art der Informationskodierung

grammen auf und schlug zusätzlich die Verwendung von Farb- und Polarisationsfiltern vor [33]. Die Idee des Polarisationsmultiplexings wurde von *Zeitner et al.* 1999 auf pixelierte Amplitudenhologramme übertragen [34] und kann im Prinzip für die Erzeugung zweifarbiger Bilder genutzt werden. Die Verwendung von doppelbrechenden Materialien [35],[36] und polarisationssensitiven Subwellenlängenstrukturen [37],[38] erlaubte schließlich auch die Nutzung des Polarisationsmultiplexings bei Phasenstrukturen und ermöglichte die Herstellung so genannter *FBCGH* (*form birefringent CGH* - Formdoppelbrechendes CGH).

• Erhöhung der Phasenmodulationstiefe

1978 wurden von *Dammann* Gitter mit höherer Phasenmodulationstiefe zur Farbtrennung beschrieben [39]. Dabei werden für eine bestimmte Wellenlänge unsichtbare (d.h. 2π -Phasenversatz erzeugende) Höhenstufen genutzt, um mit nur einer Oberflächenstruktur eine für verschiedenen Wellenlängen unterschiedliche Phasenmodulation zu erreichen. Auf dieser Basis wurden zunächst diffraktive Elemente entwickelt, um chromatische Fehler zu reduzie-

ren (1995: Mikrolinsen-Arrays [40],[41]; 1996: Tophat-Strahlformung [42]). Schließlich wurden 1997 von *Barton et al.* erstmalig CGH mit erhöhter Phasenmodulationstiefe zur Erzeugung eines zweifarbigen Bildes mittels einer einzelnen strukturierten Oberfläche [43] demonstriert. *Arieli et al.* zeigten 1998, dass dieses Prinzip durch Strukturierung der Oberflächen zweier direkt hintereinander angeordneter Elemente und Nutzung unterschiedlicher Materialien auch bei mehr als zwei Wellenlängen anwendbar ist [44]. In der Folgezeit wurden vielfältige Erweiterungen entwickelt, die vor allem eine Verbesserung der Informationskodierung bei Reduzierung der nötigen Modulationstiefe zum Ziel hatten [45],[46].

- **Ausnutzung der Winkeldispersion**

Eine weitere Möglichkeit, mit herstellungstechnisch einfacher zu realisierenden Elementen zweifarbige Bilder zu projizieren, wurde 2008 von *Araiza et al.* beschrieben [47]. Dabei wird die Winkeldispersion des Signals ausgenutzt, um die einzelnen Farbanteile örtlich zu trennen und dann durch eine geschickte Anordnung der Signalverteilungen wieder korrekt zu überlagern. Bei der Realisierung wurde auf das Prinzip zellkodierter Amplitudenhologramme vom Lohmann-Typ (siehe [33], [48]) zurückgegriffen, wodurch im Vergleich mit Phasenhologrammen nur eine sehr geringe Effizienz und Bildqualität erreicht werden konnte.

- **Bildgenerierung im Fresnel-Regime**

Wenn die Bilderzeugung nicht auf das Fernfeld des CGH festgelegt ist, sondern auch näher am CGH gelegene Bildebenen in Frage kommen (sogenanntes *Fresnel-Hologramm*), entsteht ein neuer Freiheitsgrad, da die Fokussierung verschiedener Wellenlängen auf diese Ebene durch die Dispersion unterschiedlich stark ausgeprägt ist. 1994 gelang es *Yang et al.* erstmals mithilfe des bereits 1987 entwickelten Yang-Gu Algorithmus [49] Fresnel-Hologramme zu berechnen, die für zwei unterschiedliche Wellenlängen einfache, eindimensionale Strahlteiler realisierten [50]. 1996 wendete *Dong et al.* das Verfahren auch für eindimensionale Strahlteiler bei drei Wellenlängen an. *Bengtsson* entwickelte 1994 den sogenannten *ORA-Algorithmus* (Optimal Rotation Angle - Optimaler Rotations-Winkel [51]), der auf einer pixelweisen Optimierung des CGH beruht. 1998 konnte er damit erstmals im Fresnel-Regime die Generierung zweier einfacher, zweidimensionaler Bilder (zusammengesetzt aus wenigen einzelnen Punkten) für zwei verschiedene Wellenlängen demonstrieren [52], wobei eine Phasenmodulationstiefe des Elements von 2π ausreichte. Zusätzlich wurden Berechnungen für Fernfeldelemente vorgestellt, bei denen jedoch wiederum eine erhöhte Phasenmodulationstiefe nötig war (8π). Erheblich weiterentwickelt wurde die ORA Methode 2001 durch *Ogura et al.*, die im Fresnel-Regime die Darstellung eines einfachen Farbbildes mit den typischen RGB-Wellenlängen demonstrieren und theoretisch auch die Anwendbarkeit für bis zu neun verschiedene Wellenlängen zeigen konnten [53], [54]. 2001 entwickelten *Levy et al.* einen weiteren Algorithmus, mit dem im Fresnel-Regime die Erzeugung flächiger, dreifarbiger Bilder demonstriert werden konnte.

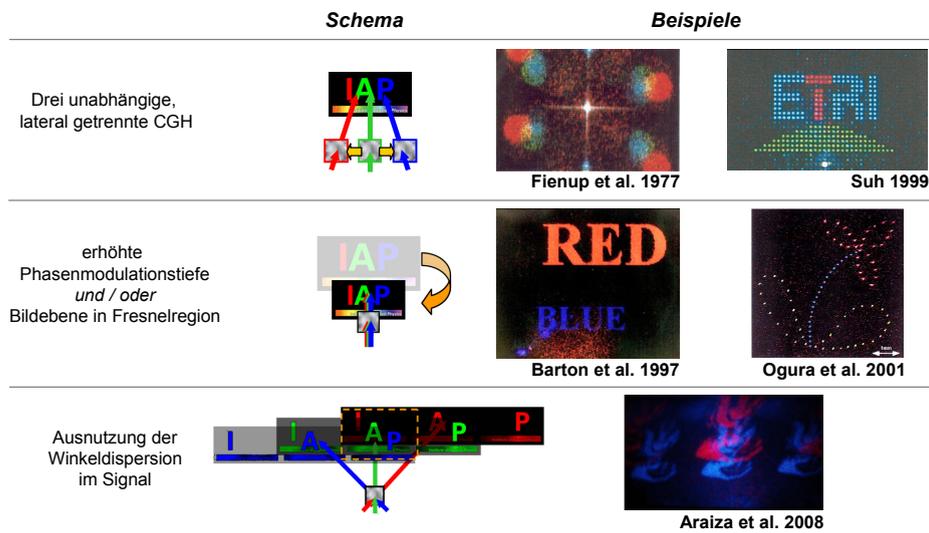


Abbildung 1.3: Auswahl der mit den beschriebenen Ansätzen bisher erreichten und in der Literatur veröffentlichten, experimentell realisierten Farbbild Darstellungen

• Übergang zu Multi-Ebenen CGH

Im Bereich der klassischen, mittels optischen Interferenzaufbauten aufgenommenen Dickschicht-Hologrammen war die Kodierung von Farbinformationen von Beginn an möglich [55]. Der Grund dafür ist, dass bei diesen Hologrammen die Information in einem dreidimensionalen Bereich kodiert wird (photosensitive Schicht mit endlicher Dicke), im Gegensatz zu den bisher beschriebenen CGH, die immer in einer als beliebig dünn angenommenen Ebene arbeiten. Durch diesen zusätzlichen Freiheitsgrad (Modulation der Indexverteilung in longitudinaler Richtung) wird in einem solchen Hologramm eine wellenlängenselektive Beeinflussung des Lichtes möglich. Optisch aufgenommene Dünnschichthologramme besitzen diese Eigenschaft nicht (in Analogie zu in einer Ebene definierten CGH) bzw. nur in eingeschränktem Maß. Im Jahr 1986 wurde von *Evtikhiev* erstmals gezeigt, dass zwei dünne, noch klassisch mittel Interferenzaufbau aufgenommene Hologramme, die mit geringem Abstand hintereinander im Strahlengang platziert werden, eine höhere Beugungseffizienz sowie Wellenlängen- und Winkelselektivität aufweisen können [56]. In den folgenden Jahren wurde diese Idee weiter ausgebaut, wobei die Theorie der Wellenausbreitung in solchen Systemen genauer untersucht wurde [57]-[59] und alternative Herstellungsmethoden vorgestellt wurden, z.B. die Nutzung diffraktiver Oberflächenstrukturen statt klassisch aufgenommener Hologramme [60], [61] oder die Erzeugung punktförmiger Phasenmodulationen in verschiedenen Tiefen eines transparenten Materials durch Bearbeitung mittels eines Kurzpuls lasers [62]. *Deng et al.* erweiterten im Jahr 2000 die Idee auf computergenerierte Elemente und beliebig viele Ebenen [63]. Diese Multi-Ebenen CGH, deren Berechnung erstmalig mithilfe iterativer Methoden unter Berücksichtigung der wellenoptischen Propagationseffekte zwischen den Ebenen erfolgte, erlaubten die Realisierung zweidimensionaler wellenlängenselektiver Funktionen, in diesem Fall die Fo-

kussierung von Gaußstrahlen auf verschiedene Orte zum Zweck des Wellenlängenmultiplexing oder -demultiplexing in optischen Schaltkreisen. Die Nutzung von Multi-Ebenen CGH zur Bildgenerierung wird dagegen erst 2003 in einer Veröffentlichung von *Borgsmüller et al.* untersucht [64], wobei theoretisch und experimentell die Multifunktionalität gestapelter CGH am Beispiel von Wellenlängen- und Beleuchtungswinkelabhängigkeit demonstriert wird. Weitgehend unabhängig von diesen Veröffentlichungen entwickelte sich ab 1995 unter dem Begriff *image encryption* schwerpunktmäßig im asiatischen Raum ein stark theoretisch orientiertes Forschungsgebiet, das die Anwendung von Multi-Ebenen CGH in der Sicherheitstechnik untersuchte. Grundgedanke war dabei, dass die Rekonstruktion der Bildinformation bei einer mehrschichtigen, diffraktiven optischen Anordnung nur bei Kenntnis der Phasenfunktionen aller Ebenen und Parameter des optischen Aufbaus (genannt *Schlüssel*) möglich ist. Kennzeichnend für image encryption ist, dass die eigentliche Kodierung der Information mittels einer klassischen, holographischen Aufnahme stattfindet, das heißt keine künstliche Berechnung aller Phasenfunktionen erfolgt. Experimentell kamen dazu anfänglich Anordnungen, bei denen die Elemente im Orts- und Ortsfrequenzraum angeordnet sind (*4f-Aufbau*, siehe z.B. [65]), sowie einfache, nichtiterative Designmethoden [66] zum Einsatz. In letzter Zeit, auch während der Bearbeitungszeit der vorliegenden Arbeit, erfolgte insbesondere bzgl. der theoretischen Beschreibung eine rasante Weiterentwicklung und Spezialisierung, bei der z.B. iterative Methoden ähnlich dem Gerchberg-Saxton Ansatz zum Einsatz kamen [67], der 4f-Aufbau ersetzt wurde durch Varianten mit beliebiger Anordnung der Phasenebenen [68], [69], sowie die wellenlängenselektive Kodierung von RGB-Informationen eines Farbbildes diskutiert wurde [70].

Als Zusammenfassung zeigt Abb. 1.3 eine Auswahl der bisher experimentell erreichten Farbprojektionen mittels CGH zum Vergleich mit den in der vorliegenden Arbeit erreichten Ergebnissen.

1.3 Gliederung der eigenen Arbeiten

Für die vorliegende Arbeit sollen die bestehenden Ansätze zur Farbbildgenerierung mittels CGH weitergehend untersucht werden, insbesondere im Hinblick auf eine Anwendung in Nischenbereichen, in denen die dynamische Projektion mittels konventioneller Beamertechnik prinzipiell nicht anwendbar oder nicht praktikabel ist. Das Ziel ist, aus einem weißen Laserstrahl, der aus drei übereinanderliegenden, parallelen Laserstrahlen in den Grundfarben Rot, Grün und Blau besteht (im Folgenden *RGB-Laserstrahl* genannt), im Fernfeld ein Farbbild zu generieren, wobei die Erhaltung der CGH-spezifischen Vorteile wie Schärfentiefe, Effizienz und Einfachheit des Aufbaus eine besondere Priorität darstellen. Dazu werden nacheinander verschiedene Freiheiten des CGH-Projektionsaufbaus genutzt. Zunächst wird

mit getrennten CGH für die Grundfarben gearbeitet, um prinzipielle Überlegungen, die bei der CGH-Projektion in Farbe zu beachten sind (z.B. Bildskalierung, Farbbalance - siehe Kapitel 2), experimentell zu bestätigen. Weiterhin soll die erreichbare Qualität der Farbbildprojektion, die in diesem Fall noch nicht durch die Kombination der Informationen der Grundfarben in einer Phasenstruktur beeinflusst wird und daher mit dem monochromatischen Fall am ehesten vergleichbar ist, experimentell abgeschätzt werden. Dies ist wichtig, da sich ein quantitativer Vergleich mit in der Literatur erreichten Ergebnissen aufgrund fehlender, standardisierter Vorgehensweisen zu Messung der Bildqualität schwierig gestaltet. Zwei Varianten werden untersucht (Kapitel 3):

- Lateral getrennte Anordnung dreier CGH für die Grundfarben, Beleuchtung mit lateral getrennten Laserstrahlen in den Grundfarben
- Neuartige, longitudinale Anordnung dreier reflektiver, wellenlängenselektiver CGH, Beleuchtung mit RGB-Laserstrahl

Einige Nachteile dieser Varianten verspricht die Kombination der Information der Grundfarben in einer Phasenstruktur zu überwinden. In diesem Zusammenhang wird in Kapitel 4 untersucht, ob die Winkeldispersion des Bildes für die Farbkodierung ausgenutzt werden kann. Dazu werden zwei neuartige Ansätze betrachtet:

- Nutzung der Winkel-Dispersion eines off-axis CGH
- Kombination eines linearen Gitters und eines on-axis CGH

Schließlich soll untersucht werden, ob die Wellenlängenabhängigkeit direkt im CGH realisiert werden kann mit Hilfe der stark wellenlängenabhängigen Propagation des Lichtes auf kurzen Entfernungen. In diesem Zusammenhang wird der folgende, für den Fall der Farbbildprojektion erstmals verwendete Ansatz untersucht (Kapitel 5):

- Emulation von Dickschichthologrammen durch transmittive Multi-Ebenen CGH

Eine tiefere, theoretische Analyse dieser Idee ermöglicht es, die Elemente unter Berücksichtigung bisher vernachlässigter Parameter (Pixelform, Form der Beleuchtungswelle) in Hinblick auf ihre Multifunktionalität (Wellenlängenmultiplexing, Winkelmultiplexing) zu untersuchen und Aussagen z.B. zur möglichen Informationsdichte oder dem Übersprechverhalten zu treffen.

2 Theoretische und experimentelle Grundlagen monochromatischer und farbfähiger CGH

2.1 Monochromatische Bilderzeugung mittels CGH

In diesem Abschnitt wird zunächst der prinzipielle Aufbau einer Bilderzeugungseinheit mit CGH vorgestellt und die Vor- und Nachteile gegenüber konventionellen Projektionssystemen erläutert. Danach folgt die theoretische Beschreibung der Beeinflussung des Lichtes durch das CGH, der Lichtausbreitung nach dem CGH sowie eine detaillierte Untersuchung des Einflusses von Pixelform und Beleuchtungswelle. Anschließend werden die zur Berechnung der CGH verwendeten Design-Algorithmen vorgestellt.

2.1.1 Allgemeine Eigenschaften der Bilderzeugung mittels CGH

Die für diese Arbeit betrachteten CGH gehören zur Kategorie der Fourier-Hologramme, die gewünschte Intensitätsverteilung entsteht im Fernfeld des CGH durch Interferenz von Teilwellen, die von jedem Ort des CGH ausgehen. In wellenoptischer Betrachtungsweise bedeutet dies, dass sich das Bild als Fouriertransformation, also als Ortsfrequenzspektrum des Feldes nach dem CGH ergibt (siehe Abschnitt 2.1.2). Deswegen ist jeder Bildpunkt nur durch seinen Winkel gegen die Strahlrichtung gekennzeichnet. Somit müssen sich in strahlenoptischer Betrachtungsweise die unter einem bestimmten Winkel von jedem Punkt des CGH ausgehenden, parallelen Strahlen in diesem Bildpunkt treffen. Dies ist nur möglich, wenn die laterale Größe des CGH gegenüber der Bildausdehnung vernachlässigbar ist, sich also die Bildebene im Unendlichen befindet. Bei endlichem Bildebenenabstand wird eine Linse verwendet, die das Fernfeld in ihrer hinteren Brennebene erzeugt (in diesem Fall Fourierlinse genannt, siehe Abb. 2.2). Gegenüber herkömmlichen Projektionssystemen, die auf dem Abbildungsprinzip basieren, hat diese Art der Projektion mittels CGH folgende Vorteile:

- Abhängig vom Bildinhalt sehr hohe Effizienz möglich

Bei abbildenden Systemen muss prinzipbedingt immer die Leistung zur vollständigen Ausleuchtung des Schirms vorhanden sein, da das bildgebende Element lediglich eine punktweise

Abschwächung dieser Leistung vornimmt (siehe Abb. 2.1), was insbesondere bei Bildern, die einen geringen Anteil der Schirmfläche ausleuchten (z.B. Umrissbilder, einfache Symbole, Sternenhimmel) nachteilig ist. Phasenverändernde CGH hingegen verteilen die eingestrahlte Energie zu einem sehr großen Anteil in die Bildanteile um, wodurch die Effizienz wesentlich erhöht werden kann.

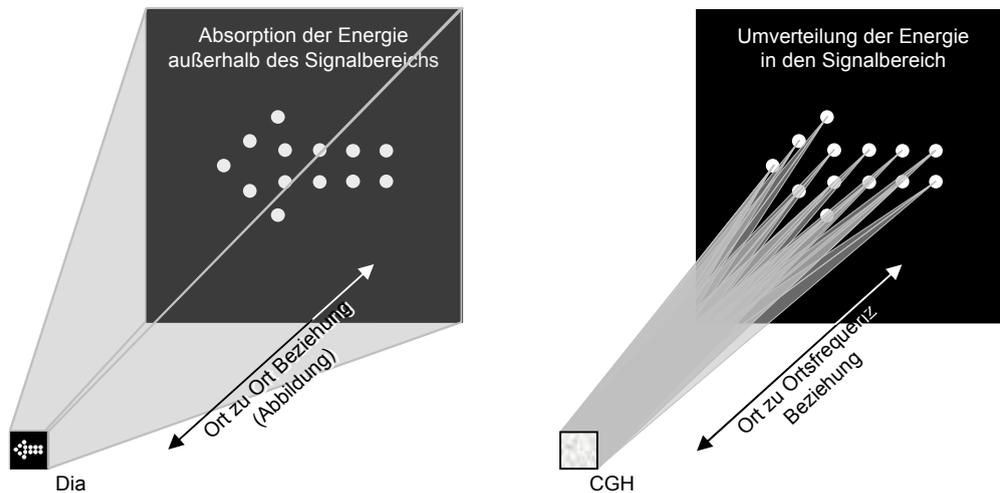


Abbildung 2.1: Veranschaulichung der Notwendigkeit der Absorption großer Anteile der eingestrahlichten Leistung bei einer konventionellen Abbildung (links) und der effizienten Umverteilung der Energie durch ein CGH (rechts)

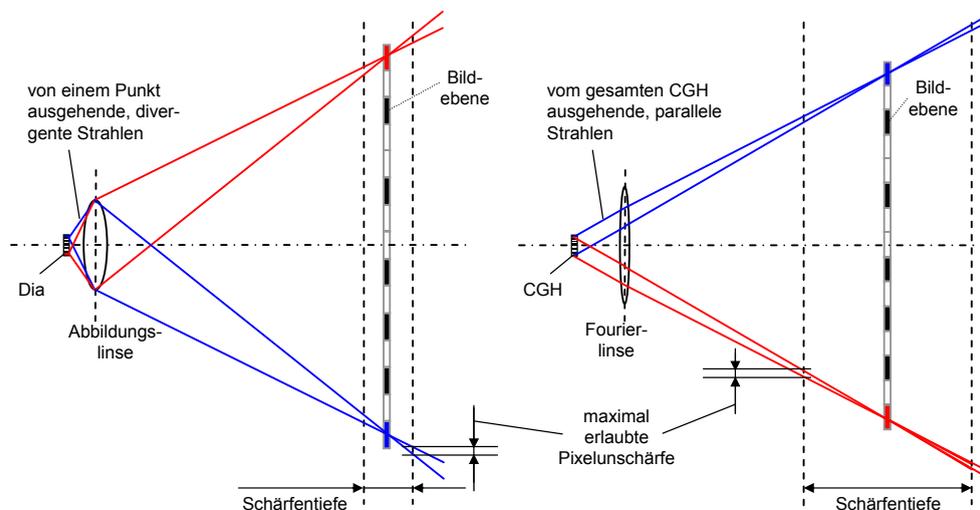


Abbildung 2.2: Veranschaulichung der Schärfentiefe bei einer herkömmlichen Abbildung (links) und einer CGH basierten Projektion (rechts).

- Verglichen mit abbildenden Projektionssystemen größere Schärfentiefe

Die geometrisch-optische Schärfentiefe ergibt sich aus dem longitudinalen Bereich, innerhalb dessen die Bildebene verschoben werden kann ohne dass der Bildbereich, in dem ein Bildpixel entsteht, eine bestimmte Größe überschreitet. Dieser Bereich ist geometrisch-optisch

direkt verknüpft mit der Apertur, aus der die den Bildpunkt erzeugenden Wellenanteile austreten. Bei der Projektion mittels CGH ist die maßgebende Apertur für jeden Bildpunkt auf das CGH begrenzt, unabhängig von der zu erzeugenden Divergenz. Für abbildende Systeme hingegen wird diese Apertur durch die Projektionslinse erzeugt (Abb. 2.2). Die Größe der Apertur hängt dann sowohl von der zu erzeugenden Divergenz, der verwendeten Linsenanordnung (Einlinsen/Mehrlinsensystem) als auch der angestrebten Effizienz ab (je größer die Linse desto größer der in den Bildbereich umgelenkte Anteil der abgestrahlten Energie jedes einzelnen Pixels). Ein einfacher Zusammenhang ist in diesem Fall nicht zu finden, für praktische Anwendungen ist jedoch der nötig Linsendurchmesser meist deutlich größer als das bildgebende Element (vgl. handelsübliche Beamer). Die sehr große Schärfentiefe speziell für hohe Divergenzen ist somit ein spezifischer Vorteil der Nutzung von CGH und macht z.B. Projektionen mit geringem Bildebenenabstand auf stark geneigten Flächen möglich.

- Sehr große Toleranz bezüglich Pixelfehlern

Eine Fehlinformation in einem Pixel des CGH wirkt sich durch das holographische Prinzip auf alle Pixel des Bildes aus, allerdings nur mit einer Stärke indirekt proportional zur Gesamtanzahl der Pixel. Damit zeichnet sich die CGH-Projektion durch eine große Toleranz bezüglich Störungen wie z.B. Verschmutzung aus. Im Gegensatz dazu erzeugt bei abbildenden Systemen jeder Pixelfehler im bildgebenden Element einen gleichstarken Pixelfehler im Bild.

- Sehr einfacher und justageunaufwendiger optischer Aufbau

Durch die Fernfeldbeziehung zwischen CGH und Bildebene kann das Element bei ebener Beleuchtungswelle in lateraler Richtung bezüglich der Projektionsrichtung ohne Auswirkungen auf das Bild verschoben werden. Bei der praxisrelevanten Beleuchtung mittels Gaußstrahl kann dieses Verhalten in sehr guter Näherung durch das Prinzip der Elementarzellenwiederholung erreicht werden (siehe Abschnitt 2.1.4). Weiterhin sind die Anforderungen an die Fourier-Linse verglichen mit der Linse eines abbildenden Systems bezüglich der Korrektur von Abberationen wesentlich geringer, da die Brennweite der Linse größer ist und das Lichtbündel, welches für jeden Bildpunkt durch die Linse tritt (Abb. 2.2), sehr viel schmaler sein kann.

Als Nachteile der CGH-Projektion müssen folgende Punkte beachtet werden:

- Begrenzte Bildqualität (SNR)

Das CGH kann die Beleuchtungswelle nicht vollständig beliebig beeinflussen, zum Einen durch das reine Transmissionsverhalten (keine Beeinflussung der Amplitude), zum Anderen durch die Begrenzungen der gewählten Herstellungstechnik (z.B. begrenzte laterale Auflösung, Quantisierung der herstellbaren Höhenstufen). Dadurch entsteht ein unvermeidbarer Rauschanteil im Bild. Verbesserungen sind durch Erhöhung der Designfreiheiten im Signal möglich

(z.B. Amplitudenfreiheit außerhalb eines Signalfensters - siehe Abschnitt 2.1.3).

- Beleuchtung mit kohärenter Lichtquelle erzeugt Intensitätseinbrüche im Bild

Die von Rauheiten des verwendeten Schirmes abgestrahlten Wellenanteile überlagern sich im Auge des Betrachters kohärent und erzeugen durch Interferenz Intensitätseinbrüche (sogenannte *Speckle*). Zur Lösung dieses Problems sind verschiedene Methoden in der Literatur bekannt [71], z.B. die Verwendung von Streuscheiben, die eine Verringerung der Kohärenz bewirken und damit den Specklekontrast reduzieren, oder auch dynamische Methoden, bei denen durch einen schnellen Wechsel statistisch unabhängiger Phasenverteilungen im Bild ein Wegmitteln der Speckle erreicht werden kann.

- Dynamische, phasenmodulierende Elemente (*SLM* - Spatial Light Modulators) noch geringer entwickelt als dynamische, amplitudenmodulierende Elemente

Insbesondere durch die Verbreitung konventioneller Beamer sind dynamische, amplitudenmodulierende Elemente (LCD-, DMD-, LCoS-Technik) wesentlich weiter fortgeschritten als rein phasenmodulierende SLM. Wichtige Eigenschaften (kleine Pixelgröße für hohe Divergenz, pure Phasenmodulation mit Phasenhub 2π für hohe Effizienz) sind noch nicht in einem Maß verfügbar, dass dynamische Anwendungen in den erwähnten, speziell für CGH-Projektion geeigneten Anwendungsfällen, möglich macht.

Ein Beispiel für eine kommerzielle Anwendung, bei der nur durch die speziellen Vorteile der CGH-Projektion eine Realisierung mittels Projektionstechnik überhaupt in Frage kommt ist die sogenannte *Virtuelle Tastatur* [72], bei der mit Hilfe eines CGH Umriss einer Tastatur auf eine beliebige Oberfläche projiziert werden, auf der der Nutzer wie gewohnt tippen kann. Eine integrierte Einheit zur Bewegungserkennung registriert den gewünschten Tastendruck. Kritische Anforderungen für die Projektionseinheit sind hier die große Schärfentiefe (großer Unterschied im Projektionsabstand von vorderster und hinterster Tastaturkante), die hohe, notwendige Effizienz (mobiles Gerät mit begrenzter Batteriekapazität) und der kompakte, robuste und preisgünstige Aufbau. Alle Eigenschaften können in diesem Fall durch eine Laserdiode zusammen mit einem günstig herzustellenden, in Polymer abgeformten CGH realisiert werden. Speziell die damit erreichbare Effizienz von fast 80% sticht hervor gegenüber abbildungsbasierten Methoden, mit denen das auf Umrissen der Tasten basierende Signal nur mit max ca. 5% Effizienz erzeugt werden könnte aufgrund der geringen Flächenbelegung.

Zusammenfassend werden mittels CGH-Projektion im Fall von statischen und quasistatischen Projektionen spezielle Nischen mit extremen Anforderungen besetzt. Die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen sind besonders darauf ausgerichtet, für solche Nischenanwendungen auch die Projektion von Farbbildern möglich zu machen. Mit Weiterentwicklung der SLM-Technik wird in Zukunft auch die dynamische Projektion in den Fokus rücken und

kann von den CGH-spezifischen Vorteilen und den in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen zur Farbwiedergabe profitieren.

2.1.2 Theoretische Beschreibung der Lichtpropagation

Um die Lichtausbreitung bei der CGH-Projektion analysieren zu können, müssen drei Teilbereiche betrachtet werden: die Beleuchtung des CGH, die Propagation durch das CGH und die Propagation zur Bildebene. Die Grundlage aller Teilbereiche ist die wellenoptische Beschreibung der Propagation von Licht.

Wellenoptische Propagation

Die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung wird durch die Maxwellgleichungen beschrieben. Bezeichnet $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ für elektrische und $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)$ das magnetische Feld, nehmen die Maxwell-Gleichungen für den Fall dielektrischer, homogener und isotroper Medien die folgende Form an [65]:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu\mu_0 \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \epsilon\epsilon_0 \dot{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mu\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.4)$$

Mit Hilfe der *komplexen Amplitude* $u(\mathbf{r})$, die die örtliche Abhängigkeit der Amplitude und der Phase der Komponenten des elektrischen und des magnetischen Feldes nach Abspaltung eines periodischen Zeitanteils beschreibt, lassen sich Lösungen der Maxwell Gleichungen gemäß [65] als Superposition von ebenen Wellen beschreiben:

$$u(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_{z=0}(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (2.5)$$

Diese Zerlegung wird *Spektrum ebener Wellen* genannt, wobei die komplexe Amplitudenverteilung $T_{z=0}(f_x, f_y, 0)$ die Stärke und relative Phase der einzelnen ebenen Wellen mit den Ortsfrequenzen f_x und f_y in der Ebene $z = 0$ angibt. Diese Ortsfrequenzen hängen mit dem Richtungsvektor \mathbf{k} gemäß $\mathbf{k} = 2\pi\mathbf{f}$ zusammen. Für die Propagation einer Verteilung $u(x, y, 0)$ in positiver z -Richtung kann nun abgeleitet werden (vgl. [65]):

$$u(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_{z=0}(f_x, f_y) \exp \left[i2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - f_x^2 - f_y^2} \right] \text{circ} \left(\lambda \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \right) \exp [i2\pi (f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (2.6)$$

wobei das Winkelspektrum der ebenen Wellen in der Ebene $z = 0$ aus der Umkehrung von (2.5) gemäß:

$$T_{z=0}(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y, 0) \exp \{-i2\pi (f_x x + f_y y)\} dx dy \quad (2.7)$$

ermittelt werden kann. Zur Auswertung der Gl. (2.6) werden verschiedene Näherungen eingesetzt. Bei kleinen Ausbreitungswinkeln relativ zur optischen Achse kann die *Fresnel-Näherung* (auch paraxiale Näherung genannt) zum Einsatz kommen [65]. Wird zusätzlich die Propagationsdistanz z im Verhältnis zur lateralen Größe des zu propagierenden Feldes R und der Wellenlänge λ groß genug gewählt, so dass folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$z \gg \frac{\pi}{\lambda} R^2 \quad (2.8)$$

kann die Gl.(2.6) nach Abspaltung einer quadratischen Phase formuliert werden als [65]:

$$u(x, y, z) = \frac{e^{\frac{i2\pi z}{\lambda}}}{i\lambda z} e^{i\frac{\pi}{\lambda z}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\zeta, \eta, 0) \exp \left\{ i\frac{2\pi}{\lambda z} (x\zeta + y\eta) \right\} d\zeta d\eta \quad (2.9)$$

Dies ist die sogenannte *Fraunhofer Näherung*, die in der vorliegenden Arbeit für Simulation der optischen Propagation zwischen CGH- und Bild-Ebene verwendet wird. Das Integral stellt eine Fourier-Transformation dar, für deren numerische Berechnung eine Vielzahl speziell optimierter Methoden zur Verfügung steht (z.B. *FFT* [73]). Die Vorfaktoren, die eine Intensitätsnormierung und eine feste quadratische Phase beschreiben, können vernachlässigt werden, da sie auf die einzig wichtige Kenngröße bei der Bilderzeugung, die örtliche Verteilung der Intensität in Abhängigkeit von den Bildebenenkoordinaten, keinen Einfluss haben.

Beschreibung der Beleuchtung

Die Beleuchtung eines CGH muss mit monochromatischem Licht erfolgen, welches über der Fläche des CGH örtlich kohärent ist. Um die Vorteile der CGH-Projektion zu nutzen sollte die laterale Ausdehnung des CGH möglichst klein sein (typische Ausdehnung: <1 cm), was die laterale Größe des Beleuchtungsstrahles begrenzt. Der Strahl muss sich gleichzeitig mittels

Fourierlinse in der Bildebene so gut fokussieren lassen, dass die numerische Auflösung des Bildes (gegeben durch die Pixelanzahl in der Elementarzelle) optisch realisiert werden kann (siehe Abschnitt 2.1.4). Die Kombination dieser Anforderungen kann durch einen Laser erfüllt werden.

Für die Auflösung des Bildes ist es entscheidend, auf welchen Durchmesser der Laserstrahl in der Bildebene mittels Fourierlinse fokussiert werden kann. Die Herleitung des Fokusdurchmessers ist dabei nicht trivial, da bei den im Fall von CGH auftretenden Abmessungen des optischen Aufbaus der Effekt der Fokusverschiebung [74] bedacht werden muss. In Anhang 7.1 wird gezeigt, dass die komplexe Optimierung der Gaußstrahlfokussierung auf einen festen Bildebenenabstand zu dem einfachen, aber nicht primitiv vorauszusagenden Ergebnis führt, dass im Rahmen der paraxialen Näherung der Krümmungsradius der Phase (und somit abgesehen von Linsenabberationen die Fokusslänge der Linse) immer gleich dem Schirmabstand gewählt werden muss. Dabei kann eine starke Verschiebung der Position des wellenoptischen Fokus auftreten, wobei trotzdem stets der kleinstmögliche Spotdurchmesser auf dem Schirm erreicht wird. Dieses Ergebnis bestätigt quantitativ die Vorhersage von *Erkkila* [75], dass durch eine Refokussierung zur Korrektur der wellenoptischen Fokusverschiebung eine Erhöhung der maximalen Intensität in der Bildebene nicht möglich ist. In paraxialer Näherung ergibt sich der kleinstmögliche Gaußstrahlradius dann in Übereinstimmung mit dem wellenoptischen Auflösungstheorem zu:

$$\omega_{min} = \frac{\lambda}{\pi \sin(\alpha)} \quad (2.10)$$

wobei α den halben Öffnungswinkel beschreibt, der sich bzgl. des Bildebenenabstandes durch den Radius des Gaußstrahles in der CGH-Ebene ergibt.

Propagation durch das CGH

Das CGH stellt eine inhomogene Region dar, durch die das Licht propagiert und dabei im Allgemeinen sowohl in der Amplituden- als auch der Phasenverteilung beeinflusst wird. Eine rigorose, numerische Beschreibung dieses Vorgang würde die Lösung der Maxwellgleichungen auf einem diskreten Raster, welches die Inhomogenität genügend gut wiedergibt, verlangen. Dazu geeignete Methoden wie z.B. *FDTD* (Finite Difference Time Domain [76]) sind jedoch bei den typischen Abmessungen eines CGH aufgrund eines zu großen Rechenaufwandes nicht anwendbar. Im Fall periodischer Strukturen (passend für CGH mit Elementarzellenwiederholung) und für den eingeschwungenen Zustand (keine Zeitabhängigkeit) können speziellere, auf diese Randbedingung angepasste Methoden angewendet werden, wie z.B. *RCWA* (Rigorous Coupled Wave Analysis [77]). Für einfache CGH (z.B. eindimensionale Strahlteiler) wurde dies demonstriert (z.B. [78]), für den Fall der zweidimensionalen Bildgenerierung ist

allerdings auch hier die Rechenzeit noch deutlich zu hoch.

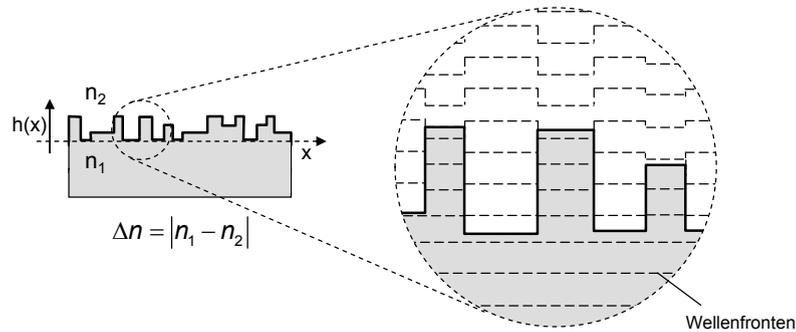


Abbildung 2.3: Veranschaulichung der Dünne Elemente Approximation TEA

Aus diesem Grund wird für die Propagation des Lichtes durch zweidimensionale CGH die einfachste Approximation angewendet, die sogenannte *Dünne Elemente Näherung* (engl. *TEA* - Thin Element Approximation). Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Beugungseffekte bei der Propagation durch das Element keine Rolle spielen und nur eine zur Höhe des Elementes proportionale Phasenänderung auftritt (Abb. 2.3). Diese Phasenänderung kann berechnet werden zu:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \Delta n}{\lambda} \cdot h \quad (2.11)$$

was als *TEA-Methode* bezeichnet werden soll. Die TEA-Methode hat neben einem extrem geringen Rechenaufwand den Vorteil, dass sie umkehrbar ist und somit die Berechnung der nötigen Höhe aus einer gegebenen Phasenfunktion erlaubt:

$$h = \frac{\lambda}{2\pi \Delta n} \cdot \Delta\phi \quad (2.12)$$

Dies ist eine entscheidende Voraussetzung, um die TEA-Methode nicht nur für die Analyse sondern auch für das Design von CGH mittels bidirektionaler Methoden (*error reduction* Verfahren, siehe Abschnitt 2.1.3) benutzen zu können.

Damit TEA gilt dürfen die Strukturen im Vergleich zur Wellenlänge nicht zu klein werden. Quantitativ wurde die Grenze des Gültigkeitsbereichs von TEA bereits in vielfältigen Veröffentlichungen durch Vergleich mit rigorosen Rechnungen untersucht [79]-[81]. Es ist allerdings schwierig, eine allgemein gültige, minimale Strukturgröße zu definieren, da sowohl der Typ der untersuchten Struktur (ein-/zweidimensional, binär/multilevel) als auch die interessierende Meßgröße (Beugungseffizienzen / Nahfeldverteilungen) einen Einfluss auf den Gültigkeitsbereich haben. Am ehesten anwendbar für den Fall der zweidimensionalen Bilderzeugung sind die Arbeiten von Mellin ([78], [82]), in denen unter anderem 1:3 und 1:4 Strahlteiler untersucht wurden. Dabei wurde für die Effizienzen der einzelnen, erzeugten

Spots bis zu Strukturgrößen, die in etwa der Wellenlänge des Lichts entsprechen, eine sehr gute Übereinstimmung (maximale Abweichung ca. 2%) zwischen TEA und rigorosen Methoden nachgewiesen, obwohl das Feld direkt hinter dem CGH bereits starke Abweichungen aufwies. Der Grund dafür ist, daß die Abweichungen meist zunächst in Feldanteilen mit höheren Ortsfrequenzen auftreten (z.B. Überschwinger/Feldüberhöhungen an Pixelkanten), die bei der weiteren Ausbreitung jedoch nicht in den Signalbereich propagieren. Damit entsteht ein nicht zu vernachlässigender Fehler in der summierten Intensität, die eine bestimmte durch die Strukturgröße definierte Beugungsordnung erhält. Die Verteilung der Intensitäten innerhalb dieser Ordnung (und damit das zu erzeugende Bild) wird jedoch wesentlich weniger beeinflusst.

Diese Beobachtung deckt sich mit vorbereitenden Experimenten zu monochromatischen CGH mit extrem kleinen Strukturgrößen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden. Es konnten CGH mit Pixelgrößen, die der halben Wellenlänge des Lichtes entsprechen, hergestellt werden. Diese zeigen eine gute Reproduktion des gewünschten Signals (siehe Abschnitt 2.4.3). Die Anwendbarkeit von TEA, speziell im Bezug auf die im vorliegenden Fall interessierende Intensitätsverteilung zwischen den Bildpunkten, ist somit selbst für Strukturen gegeben, die deutlich kleiner als die verwendete Wellenlänge sind. Ausgehend von diesen Erkenntnissen wird im Weiteren für die Beschreibung der CGH ausschließlich auf die TEA-Methode zurückgegriffen.

Propagation zur Bildebene

In der vorliegenden Arbeit sind nur Fernfeld-CGH von Interesse, da nur sie einen der wichtigsten der in Abschnitt 2.1.1 angeführten Vorteile, die enorme Schärfentiefe, gewährleisten können. Demzufolge muss die Bedingung 2.8 erfüllt sein. Für typische laterale Abmessungen eines CGH (einige mm) und Wellenlängen im sichtbaren Bereich (ca. $0,5 \mu m$) ergibt sich damit eine notwendige Entfernung zum Schirm von über 10m, die in praktischen Anwendungen kaum erreicht wird. Aus diesem Grund wird eine Fourierlinse benutzt, deren Fokusslänge wie in 2.1.2 gezeigt gleich dem Schirmabstand gewählt werden muss. Der Vergleich von Gl.(2.9), die nun exakt ohne die Bedingung der großen Abstände gilt, mit der Fouriertransformation gemäß:

$$FT(u(\mathbf{r})) \equiv U(\mathbf{f}) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\zeta, \eta, 0) \exp\{i2\pi(x\zeta + y\eta)\} d\zeta d\eta \quad (2.13)$$

zeigt, dass die die Amplitude der Funktion $u(x, y, z)$ durch eine Fouriertransformation beschrieben werden kann. Den Ortsfrequenzen \mathbf{f} entsprechen dabei die Punkte \mathbf{r}_f in der Bildebene gemäß:

$$\mathbf{r}_f = z_s \lambda \mathbf{f} \quad (2.14)$$

Die Fouriertransformation lässt sich nun auch wie bei Herleitung der Gl.(2.5) im Sinn einer Aufteilung von $u(\zeta, \eta, 0)$ in ebene Wellen mit unterschiedlicher Ausbreitungsrichtung verstehen. Die Ausbreitungswinkel α in x und y Richtung ergeben sich zu:

$$\alpha = \arcsin(\lambda \mathbf{f}) \quad (2.15)$$

Damit lassen sich die Positionen in der Bildebene berechnen zu:

$$\mathbf{r}_f = z_s \tan(\alpha) = z_s \tan(\arcsin(\lambda \mathbf{f})) \quad (2.16)$$

Im paraxialen Fall ($\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha$) ergibt sich wieder Gl.(2.14) zwischen Positionen im Bildraum und Ortsfrequenz, die es erlaubt, in diesem Fall das Ergebnis der Fouriertransformation direkt als Repräsentation des Bildes im Fernfeld des CGH zu nutzen. Da die Zerlegung in ebene Wellen auch für den nichtparaxialen Fall gilt, kann auch für große Winkel mittels Fouriertransformation gearbeitet werden. In diesem Fall muss die gewünschte Intensitätsverteilung $u_{sig}(\mathbf{r}_f)$ mit Hilfe von Gl.(2.16) in eine von Ortsfrequenzen abhängige Signalfunktion $u_{sig}(\mathbf{f})$ umgerechnet werden. Die Vorfaktoren aus 2.9 stellen lediglich eine Intensitätsnormierung (Ausdruck der Energieerhaltung) und einen konstanten Phasenfaktor dar und können, da nur die Verteilung der Intensität in der Bildebene von Interesse ist, vernachlässigt werden.

2.1.3 Designalgorithmus zur Berechnung monochromatischer CGH

Für das Design von CGH muss ein mathematisch-physikalisches Problem gelöst werden, das unter dem Namen *Phase Retrieval* bekannt ist. Es tritt immer dann auf, wenn bei einer auf kohärenter Strahlung basierender Messung nur die Amplitudeninformation aufgenommen wird und die Phaseninformation verloren geht (z.B. Beugungsmuster in der Röntgenkristallographie). Das untersuchte Objekt ist damit nicht sofort eindeutig bestimmbar. Stattdessen muss mithilfe mathematischer Algorithmen anhand der vorhandenen Information eine bestmögliche Näherung rekonstruiert werden, wobei bestimmte Randbedingungen als eingrenzende Faktoren für die mögliche Gestalt des Objektes dienen. Dieser Fall liegt auch beim Design von CGH vor, wobei hier das zu erzeugende Bild die Rolle der gemessenen Intensität übernimmt und das zu rekonstruierende Objekt gerade das zu berechnende CGH darstellt.

Zur Lösung dieses Problems werden zwei prinzipielle Ansätze verfolgt: *Unidirektionale* und *bidirektionale* Methoden [83]. Unidirektionale Methoden beruhen darauf, eine bestimmtes

Fehlermaß, das die Abweichung des Bildes vom gewünschten Signal quantitativ erfasst (z.B. *SNR - Signal to Noise Ratio*), durch Variation der Parameter, die das CGH beschreiben, zu minimieren. Dabei ist der entscheidende Vorteil, dass die Berechnung nur in einer Richtung erfolgen muss (unidirektional, vom CGH zum Bild), die Operatoren also nicht invertierbar sein müssen. Somit können auch rigorose Methoden zur Beschreibung der Lichtausbreitung zum Einsatz kommen (siehe Abschnitt 2.1.2), wenn der Rechenaufwand nicht zu hoch wird. Verbesserungen in der Konvergenzgeschwindigkeit und der Qualität der gefundenen Lösung können durch Hinzufügen von z.B. evolutionären Methoden oder simulated annealing erreicht werden. Bei CGH für zweidimensionale Bilderzeugung, für die typischerweise mehr als 10000 Pixeln benötigt werden (dies entspricht z.B. einem sehr einfachen, niedrig aufgelösten Bild mit 100x100 Bildpunkten), ist der Einsatz unidirektionaler Methoden aufgrund der extremen Rechenzeitanforderungen noch ohne praktische Relevanz.

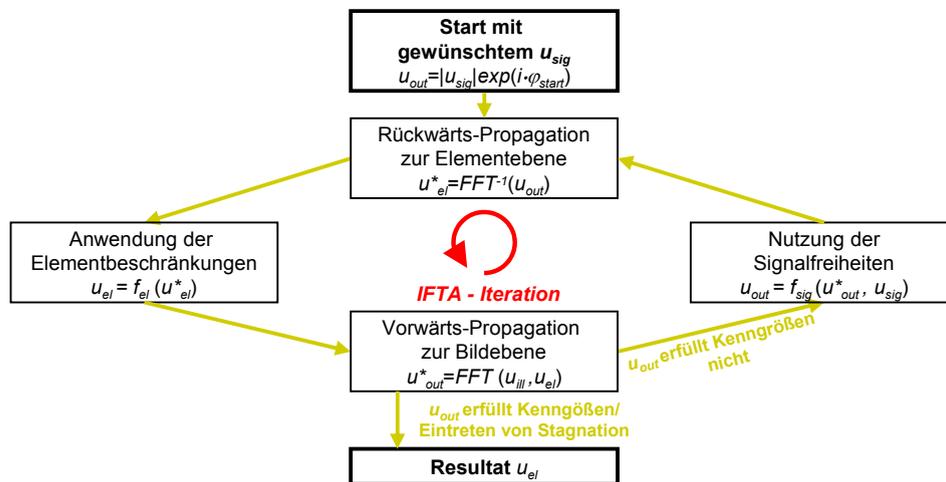


Abbildung 2.4: Ablaufplan des iterativen Fourier Transformations Algorithmus (IFTA)

Bei bidirektionalen Ansätzen müssen die beteiligten Operatoren invertierbar sein, da die Simulation der Lichtausbreitung in beiden Richtungen erfolgt. Die größte Gruppe solcher Algorithmen stellen die sogenannten *error reduction* Methoden [83] dar. Bei diesen wird eine Startverteilung zwischen CGH und Bildebene vor- und zurückpropagiert und jeweils an die Restriktionen in den beiden Domänen angepasst. Im Fall eines Fernfeldelementes spricht man vom iterativen Fourier-Transformations-Algorithmus (*IFTA*). Einen schematischen Ablaufplan zeigt Abb. 2.4. Error reduction Methoden konvergieren bei typischen, zweidimensionalen, bilderzeugenden CGH mehrere Größenordnungen schneller zu einer akzeptablen Lösung als unidirektionale Algorithmen. Entscheidenden Einfluss auf die Qualität der gefundenen Lösung haben die Wahl der Startphase [84] und die Art der Anwendung der Restriktionen in den beiden Domänen [85]. Da die in dieser Arbeit untersuchten Farb-CGH zweidimensionale Bilder mit mindestens 100x100 Pixeln darstellen sollen, kommen als Basis zur Berechnung

nur error reduction Ansätze in Frage.

2.1.4 Einfluss der CGH-Parameter und der Beleuchtungsverteilung

Die bisher beschriebenen Algorithmen optimieren rein numerische Felder komplexer Zahlen, die das CGH und die erzeugte Intensitätsverteilung in der Bildebene repräsentieren (Abb. 2.5), und nehmen eine ideale Beleuchtungsverteilung (üblicherweise eine ebene Welle) an. Die tatsächliche Form der Pixel und der Verlauf der Beleuchtungsverteilung werden vernachlässigt, obwohl sie einen entscheidenden Einfluss auf die Zusammensetzung des Bildes haben, wie im Folgenden dargelegt werden soll.

Für die nachfolgenden Betrachtungen stellen fett geschriebene Variablen Vektoren mit x und y Anteil dar. Mit diesen werden zur Vereinfachung der Schreibweise die folgenden Operatoren definiert:

$$\text{elementweise Multiplikation " } \circ \text{ " : } \mathbf{a} \circ \mathbf{b} := (a_x b_x, a_y b_y) \quad (2.17)$$

$$\text{elementweise Division " } \div \text{ " : } \mathbf{a} \div \mathbf{b} := \left(\frac{a_x}{b_x}, \frac{a_y}{b_y} \right) \quad (2.18)$$

Weiterhin soll die Anwendung von üblicherweise skalar definierten Operatoren (z.B. Winkelfunktionen) auf Vektoren als elementweise Anwendung verstanden werden (z.B. $\sin(\alpha) := (\sin(\alpha_x), \sin(\alpha_y))$), sofern nicht anders vermerkt.

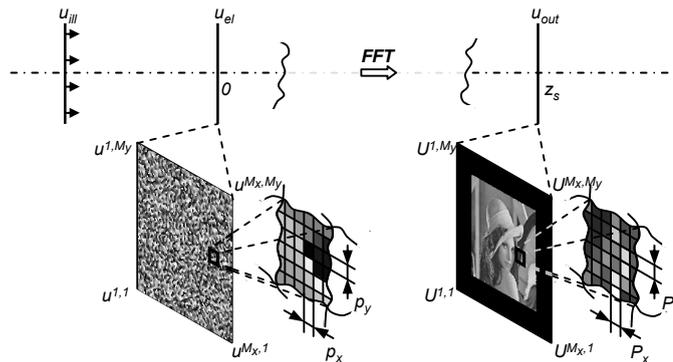


Abbildung 2.5: Bezeichnung der numerischen Felder in der CGH- und der Bildebene

Die numerische Repräsentation der Phasenfunktion des CGH und des optischen Feldes in der Bildebene erfolgt auf einem rechtwinkligen Raster, das gekennzeichnet ist durch einen Samplingabstand \mathbf{p}_s in x und y Richtung. Für dieses Sampling wird bei CGH üblicherweise die physikalische Pixelgröße \mathbf{p} des Elementes verwendet. Die Größe des Feldes ist durch die Anzahl der Samplingpunkte $\mathbf{M} = (M_x, M_y)$ in x und y Richtung gegeben. Die numerische Repräsentation der komplexen Funktion $u_{el}(x, y)$ soll dann als $u_{el}^{\mathbf{m}}$ bezeichnet werden, wobei

$\mathbf{m} = (m_x, m_y)$ einen zweidimensionalen Index kennzeichnet, der alle möglichen Kombinationen von $\mathbf{m} = (1, 1)$ bis $\mathbf{m} = (M_x, M_y)$ annimmt. Die Berechnung der rein numerischen Fernfeldverteilung erfolgt durch eine diskrete Fouriertransformation (DFT), im vorliegenden Fall wird die Fast Fourier Transform (FFT [73]) genutzt. Das erzeugte Feld $U_{el}^{\mathbf{m}}$ besitzt ebenfalls $M_x \cdot M_y$ Pixel, welches die Ortsfrequenzen $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$ repräsentiert. Aus dem Samplingtheorem [65] ergibt sich für dieses Feld eine Samplinggröße von $\mathbf{p}_f = \mathbf{1} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})$.

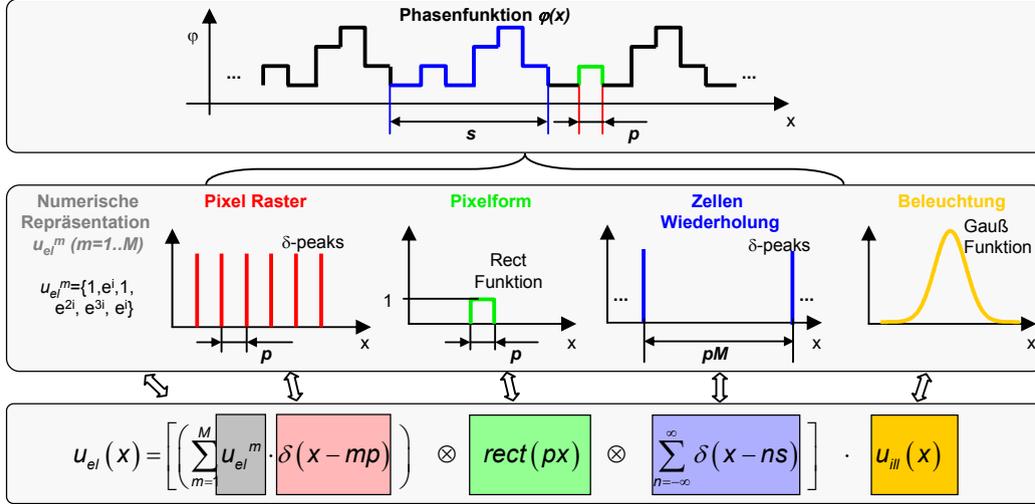


Abbildung 2.6: Mathematische Beschreibung der Phasenfunktion eines CGH ausgehend von der numerischen Information über die Phasenwerte der Pixel $u_{el}^{\mathbf{m}}$ (nur x-Dimension dargestellt)

Wird die berechnete Phasenfunktion $u_{el}^{\mathbf{m}}$ mit $M_x \cdot M_y$ Pixeln nun in dieser Form als CGH realisiert, ergeben sich zwei Probleme. Die Vernachlässigung der Pixelform wirkt sich auf die Zwischenräume der Bild-Pixel aus, ihre Vernachlässigung kann damit zu unvorhersagbaren Interferenzen im Bild führen (Abb. 2.8). Weiterhin wird die Form der Beleuchtungswelle als eben angenommen. Es ist zwar denkbar, die tatsächliche Form der Beleuchtungswelle im Design zu verwenden, jedoch wird dann das CGH auf genau diese Beleuchtung festgelegt, wodurch einige seiner vorteilhaften Eigenschaften (Justagetoleranz, Einfachheit des Aufbaus) verloren gehen und zusätzlich die Größe des Beleuchtungsstrahls auf die Größe des CGH festgelegt wird, was eine ausreichende Fokussierung in der Bildebene unter Umständen unmöglich machen kann (siehe Abschnitt 7.1). Gelöst werden können beide Probleme durch die laterale Wiederholung der berechneten CGH-Funktion [26] (eine Wiederholung dieser Funktion soll als *Elementarzelle* bezeichnet werden, alle Wiederholungen als *CGH*). Die Phasenfunktion des CGH kann dann in folgender Form (Abb. 2.6) dargestellt werden:

$$u_{el}(\mathbf{r}) = \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} u_{el}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{m} \circ \mathbf{p}) \right) \otimes \text{rect}(\mathbf{r} \div \mathbf{p}) \otimes \sum_{\mathbf{n}=(-\infty, -\infty)}^{(\infty, \infty)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{n} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right] \quad (2.19)$$

wobei “ \otimes “ eine Faltung bezeichnet und folgenden Vereinbarungen für die Anwendung von Funktionen auf zweidimensionale Argumente gelten sollen:

$$\delta(\mathbf{r}) := \delta(r_x) \cdot \delta(r_y) \quad \text{und} \quad \text{rect}(\mathbf{r}) := \text{rect}(r_x) \cdot \text{rect}(r_y) \quad (2.20)$$

wobei “ δ “ als Dirac’sche Delta Funktion und “ rect “ als Einheits-Rechteckfunktion definiert sind durch:

$$\delta(x) := \begin{cases} \infty, & \text{wenn } x = 0 \\ 0, & \text{wenn } x \neq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad \text{rect}(x) := \begin{cases} 0, & \text{wenn } |x| > \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & \text{wenn } |x| = \frac{1}{2} \\ 1, & \text{wenn } |x| < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2.21)$$

Die Verteilung in der Bildebene ergibt sich nun bei Beleuchtung des CGH mit der Verteilung $u_{ill}(\mathbf{r})$ zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT[u_{el}(\mathbf{r}) \cdot u_{ill}(\mathbf{r})] \quad (2.22)$$

Einsetzen von 2.19 in 2.22 und Ausnutzung der bekannten Fourierrelationen zwischen Multiplikation und Faltung ergibt (siehe Anhang 7.2):

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=(\infty, \infty)}^{(\infty, \infty)} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot \text{sinc}(\mathbf{f} \circ \mathbf{p}) \right\} \otimes FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \quad (2.23)$$

mit $\text{sinc}(\mathbf{f}) := \text{sinc}(f_x) \cdot \text{sinc}(f_y)$ und $\text{sinc}(f) := \sin(\pi f) / (\pi f)$.

Die Zusammensetzung des Bildes kann nun mittels der einzelnen Terme dieses Ausdruckes verstanden werden (Abb. 2.7). Der erste Term stellt das diskrete Gitter aus Beugungsordnungen dar, das mit dem Ergebnis der numerischen Berechnung moduliert ist, während der zweite Term die Bildwiederholungen, die aufgrund der diskreten Pixelgröße p entstehen, erzeugt. Der dritte Term ist eine durch die Pixelform hervorgerufene Modulation, die durch eine inverse Korrektur des Signal vor Beginn des Designs ausgeglichen werden kann. Die Faltung mit dem vierten Term schließlich erzeugt aus jedem diskreten Bildpixel einen Intensitätspot mit der Form der fouriertransformierten Beleuchtungswelle.

2.1.5 Vorgehen zur Wahl der Parameter

Mit den Erkenntnissen aus den vorhergehenden Abschnitten kann eine allgemeine Vorgehensweise zur Wahl der Parameter Pixelgröße, Elementarzellenlänge und Größe der Beleuch-

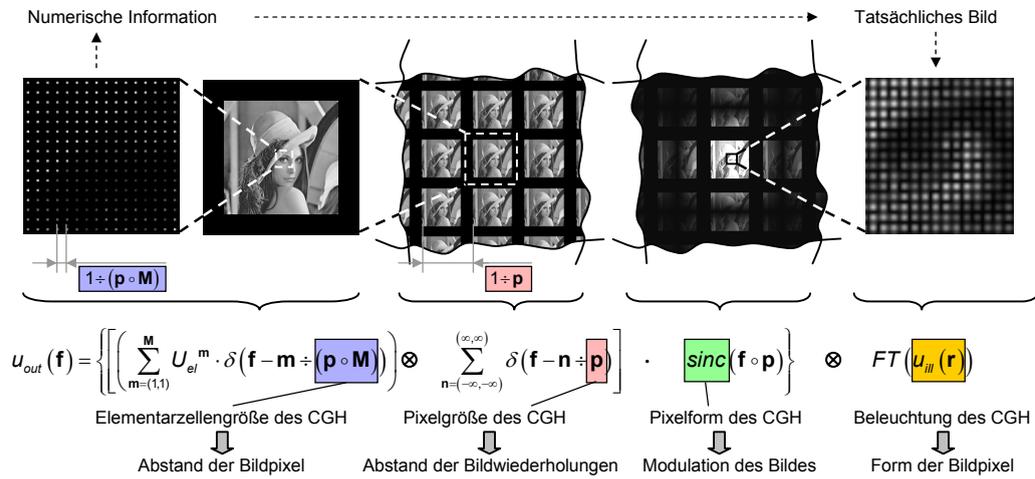


Abbildung 2.7: Veranschaulichung der Zusammensetzung des tatsächlich mittels eines CGH erzeugten Bildes unter Berücksichtigung der Pixelgröße, der Pixelform, der Elementarzellenwiederholung und der Beleuchtungswellenform

tungswelle hergeleitet werden. Zunächst ist die Pixelgröße durch die benötigte Divergenz nach oben beschränkt. Gemäß der Gittergleichung muss für eine benötigte Divergenz Θ die Pixelgröße in der jeweiligen Koordinatenrichtung der Bedingung $p < \lambda / \sin \Theta$ genügen, damit die äußersten Bildbereiche optisch erzeugt werden können. Die Wahl der Anzahl \mathbf{M} der Pixel einer Elementarzelle bestimmt mit der Pixelgröße die Ausdehnung $\mathbf{M} \circ \mathbf{p}$ einer Elementarzelle. Da eine gute Bildqualität eine große Anzahl von Freiheitsgraden voraussetzt ist eine maximale Pixelanzahl und damit eine größtmögliche Elementarzelle von Vorteil. Begrenzt wird die Größe durch den zumeist vom optischen Aufbau festgelegten Durchmesser ω des Laserstrahles in der Elementebene. Um aus diesem Durchmesser die maximal erreichbare Elementarzellenlänge zu bestimmen muss untersucht werden, wie sich die Größe der Beleuchtungswelle auf die Bilderzeugung auswirkt, um daraus die nötige Anzahl zu beleuchtender Elementarzellenwiederholungen abzuleiten.

Der Einfluss der Beleuchtung wird durch den vierten Term der Gl.(2.23) beschrieben. Je größer die Beleuchtung relativ zur Zellenlänge ist, desto kleiner ist die Intensitätsverteilung, die das Aussehen der Bildpixel beschreibt (im Folgenden *Bildspot* genannt). Der Bildspot muss klein genug sein, damit sich benachbarte Pixel im Bild nicht signifikant überlappen und somit unvorhersagbare Interferenzen in den dazwischenliegenden Bereichen auftreten. Um diesen Effekt zu quantifizieren wird zunächst die Gaußbeleuchtung für die Koordinatenrichtung x in Relation zur Zellenlänge formuliert:

$$u_{ill}(x) = \exp\left(-\frac{4x^2}{(s_x \kappa_x)^2}\right) \quad (2.24)$$

wobei κ der Faktor ist, um den die Beleuchtung größer ist als die Zellenlänge, also: $\omega =$

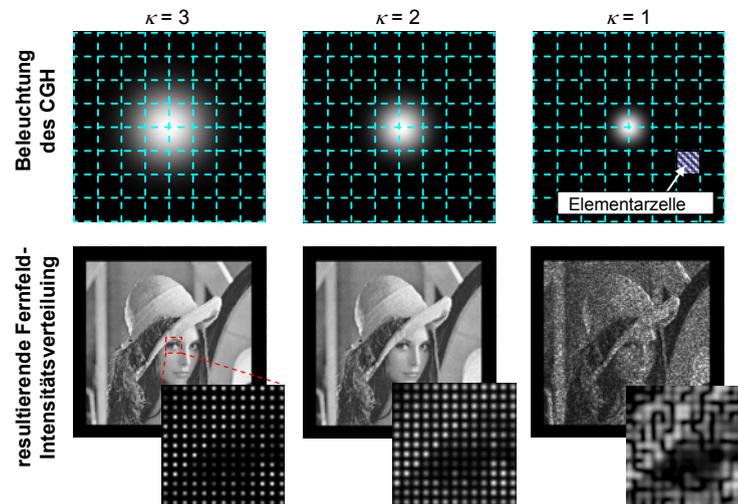


Abbildung 2.8: Einfluss der Größe der Beleuchtungswelle relativ zur Elementarzellenlänge des CGH auf die Zusammensetzung der Intensitätsverteilung im Fernfeld

$M_x p_x \kappa_x$. Es kann gezeigt werden (siehe Anhang 7.3), dass bei einem vorgegebenen maximalen SNR_{rel} der Ausgangsverteilung, welches durch die Pixelüberlappung verursacht werden darf, die Größe der Beleuchtung die Bedingung:

$$\kappa > \sqrt{\left(-\ln\left(\frac{1}{4\text{SNR}_{\text{rel}}}\right)\frac{16}{\pi^2}\right)} \quad (2.25)$$

genügen muss. Als Beispiel muss bei einem erlaubten Rauschlevel von 5% die Bedingung $\kappa > 2.6$ eingehalten werden, der Laserstrahl muss also mindestens drei Zellwiederholungen ausleuchten (vgl. Abb. 2.8).

Damit sind alle relevanten Parameter aus den Randbedingungen des optischen Aufbaus bestimmbar.

2.2 Grundlagen zur Farbbildgenerierung mittels CGH

Für alle Ansätze, die zur Realisierung von farbfähigen CGH untersucht werden sollen, sind grundsätzliche Betrachtungen nötig hinsichtlich der Auswahl geeigneter Wellenlängen für die Grundfarben, der Einstellung der Farbbalance und der Berücksichtigung der Bildgrößenänderung durch Dispersion.

2.2.1 Auswahl der Wellenlängen der Grundfarben

Die Wahrnehmung von Farben ist ein höchst subjektiver Vorgang. Eine Beschreibung des vom Menschen wahrnehmbaren Farbraumes, die heute noch Verwendung findet, geht auf

Experimente der Internationalen Beleuchtungskommission CIE (Commission internationale de l'éclairage) von 1931 zurück [86]. Die Grundannahme bei dieser Beschreibung ist, dass ein bestimmter Farbeindruck durch eine spezifische Kombination an Erregungspotentialen der drei Farb-Rezeptoren des menschlichen Auges (Zäpfchen) entsteht. Dies lässt sich durch genormte Empfindlichkeitskurven quantitativ erfassen (Abb. 2.9). Es entsteht damit eine eindeutige Zuordnung zwischen einer spektralen Intensitätsverteilung und dem entstehenden Farbeindruck. Allerdings kann aufgrund der Breite der Erregungsspektren der Zäpfchen (im Fall von Rot sogar mit einem Nebenmaximum bei kurzen Wellenlängen) ein bestimmter Farbeindruck gleichwertig mit einer Vielzahl verschiedener spektraler Intensitätsverteilungen erzeugt werden. Damit ist es möglich, durch Mischung unterschiedlicher Anteile verschiedener Grundwellenlängen den gleichen Farbeindruck zu erhalten.

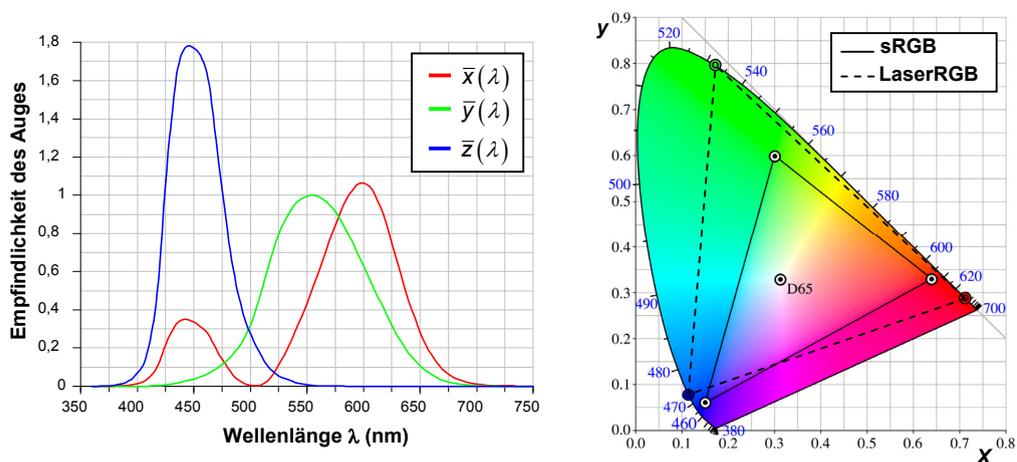


Abbildung 2.9: Normierte Empfindlichkeiten der menschliche Rezeptoren für die drei Grundfarben (links) und der sich daraus ergebende Farbraum nach CIE-Standard (rechts)

Eine systematisierte Darstellung des für das menschliche Auge zugänglichen Farbraumes unter Nutzung der normierten Koordinaten x , y und z zeigt Abb. 2.9, wobei die dritte Farbkoordinate durch $z = 1 - x - y$ bestimmt ist. Reine Spektralfarben (monochromatisches Licht) sind am Rand des erreichbaren Farbraumes zu finden. Der mit drei Lichtquellen unterschiedlicher Farbe durch additive Mischung erreichbare Farbbereich ist dann durch das Dreieck begrenzt, welches durch die Punkte, die den Quellen zugeordnet sind, aufgespannt wird. Somit ist zur Darstellung eines möglichst vollständigen Farbraumes eine adäquate Wahl der Wellenlängen der einzelnen Lichtquellen nötig, um so ein möglichst großes Dreieck aufspannen zu können. Aus der Darstellung in Abb. 2.9 erkennt man, dass eine Positionierung der Ecken des Dreiecks in den Bereichen Rot, Grün und Blau vorteilhaft ist. Weiterhin wird der nutzbare Farbraum umso größer, je mehr die Eckpunkte in Richtung des Randes des sichtbaren Farbraumes, also zu monochromatischen Farben, verschoben werden. Beide Voraussetzungen können durch die Nutzung von Lasern erfüllt werden. Abb. 2.9 zeigt als Bei-

spiel den Farbraum, der mittels der Kombination der folgenden, für Laser weit verbreiteten Wellenlängen, genutzt werden kann:

- Rot: $\lambda = 635 \text{ nm}$ - Diodenlaser, Helium-Neon-Gaslaser
- Grün: $\lambda = 532 \text{ nm}$ - DPSS (Frequenzverdoppelter Festkörperlaser)
- Blau: $\lambda = 473 \text{ nm}$ - DPSS

Für eine optimale Ausnutzung des Farbraumes wäre eine weitere Verschiebung der Wellenlänge des blauen und roten Lasers zum jeweiligen Rand des wahrnehmbaren Spektralbereiches denkbar. Allerdings nimmt die Empfindlichkeit des Auges dort stark ab (z.B. um ca. Faktor 10 zwischen 635 nm und der möglichen DPSS-Wellenlänge 671 nm), weshalb sowohl am lang, als auch am kurzwelligen Ende der größere Farbraum mit stark erhöhtem Leistungsbedarf verbunden ist. Weiterhin wäre eine Verschiebung des grünen Lasers zu etwa 515 nm vorteilhaft, allerdings ist genau in diesem Wellenlängenbereich kein für Projektionszwecke geeignete Quelle verfügbar und kann nur durch teure Argon-Ionen oder Kupferdampflaser realisiert werden. Auch hier würde eine weitere Vergrößerung des Farbraumes einen unverhältnismäßig größeren technischen und finanziellen Aufwand verursachen. Aus diesen Gründen stellen die oben erwähnten Wellenlängen einen sehr guten Kompromiss dar, einen großen Farbraum mit gut etablierten und für Projektion geeigneten Lasertypen bei gleichzeitig geringer nötiger Leistung zu realisieren. Für die vorliegende Arbeit wurden, wenn nicht anders vermerkt, für Rot, Grün und Blau diese Wellenlängen verwendet.

Ein bei digital verarbeiteten Daten weit verbreiteter Standard um Farbsignale zu beschreiben ist das sogenannte *sRGB* [87] (Abb. 2.9). Dieses erlaubt nur die Darstellung eines deutlich verringerten Ausschnitt des sichtbaren Farbraumes, angepasst an die zur Zeit der Definition von *sRGB* vorherrschenden Wiedergabegeräte (v.a. Röhrenmonitore). Für die meisten digital vorliegenden Bildinformationen kann somit ein erweiterter Farbraum des Wiedergabegerätes nicht genutzt werden, da die Information über besonders gesättigte Farben bereits bei der Kodierung in *sRGB* verloren gegangen ist. Um den erweiterten Farbraum einer Laserprojektion mit den erwähnten Wellenlängen (*Laser RGB*, siehe Abb. 2.9) tatsächlich mit naturgetreuen Farben zu nutzen, müssten also erweiterte Aufnahmetechniken eingesetzt werden, die einerseits geeignete RGB-Detektoren besitzen (Aufnahmefarbraum muss Wiedergabefarbraum umschließen) und weiterhin bei der digitalen Speicherung keine Information durch eine Umwandlung in einen kleineren Farbraum verlieren. Diese Ziele werden mit der Definition von neuen, geräteunabhängigen, *wide gamut* Farbräumen verfolgt (z.B. *ROMM RGB* [88]).

Da die Problemstellung der möglichst farbgetreuen Darstellung natürlich aufgenommener Bilder kein Schwerpunkt dieser Arbeit darstellt, wurde auf eine quantitative Umrechnung der Farbkanäle verzichtet. Die einzelnen Kanäle der *sRGB* Kodierung werden unverändert

für die RGB-Kanäle des Laserfarbraumes genutzt. Dies erlaubt die Ausnutzung des größeren Farbraumes und die Darstellung stark gesättigter Farben, sowie deren qualitative, subjektive Beurteilung. Auf exakte Farbtreue wurde dabei verzichtet.

2.2.2 Einstellung der Farbbalance

Die ein Farbbild erzeugenden, monochromatischen Bilder in den drei Grundfarben haben im Allgemeinen eine unterschiedliche Intensität. Bei konventionellen Projektionssystemen muss dieser Aspekt nicht gesondert betrachtet werden, da sie auf Absorption beruhen und somit von der eingestrahlten optischen Leistung für die Grundfarben die jeweilig richtige Menge transmittiert wird. Bei holographischen Projektionen dagegen wird die eingestrahlte Leistung in den Bildbereich umverteilt. Die Farbbalance muss demzufolge gesondert eingestellt werden. Dies ist prinzipiell über die Regelung der eingestrahlten Leistung möglich, allerdings sind für die vorliegende Arbeit im Speziellen für die in Kapitel 3 behandelten Elemente auch quasi-dynamische Elemente von Interesse, bei denen direkt nebeneinander verschiedene Einzelbilder angeordnet werden sollen, die dann bei Bewegung des Substrates durch den Laserstrahl ein bewegtes Bild erzeugen oder zwischen verschiedenen Einzelbildern wechseln. In diesem Fall sollen die Elemente selbst die Farbbalance regeln.

Diese Farbanpassung kann durch eine Veränderung der Signalverteilung geschehen, indem im Designprozess außerhalb des Signalfensters Bereiche angeordnet werden, die gerade der überschüssigen Intensität der jeweiligen Farbe entsprechen. Dies schränkt jedoch die Freiheiten im Design (z.B. Amplitudenfreiheit außerhalb des Signalfensters) ein und führt damit zu einer schlechteren Bildqualität. Weiterhin bewirkt die zusätzliche Energie am Rand des Bildbereiches das vermehrte Auftreten der kleinstmöglichen Strukturen im CGH, die mit der gewählten Pixelgröße darstellbar sind. Dadurch wird die Anforderung an die Herstellungstechnologie wesentlich verschärft, da das CGH im Pixelraster wesentlich mehr Sprungstellen zwischen maximalem und minimalem Phasenhub aufweist und sich Abweichungen in der Pixelform (z.B. Verrundung der Kanten) damit stärker bemerkbar machen.

Die Nachteile können im Fall binärer Elemente vermieden werden, wenn das Design unverändert bleibt (also dem monochromatischen Fall für die jeweilige Farbe entspricht) und stattdessen die Parameter des CGH so verändert werden, dass der überschüssige Teil des Lichtes nicht gebeugt wird und somit in der nullten Ordnung verbleibt. Da für binäre Elemente nur bzgl. der nullten Ordnung punkt-symmetrische Bilder erzeugt werden können, ist diese im Allgemeinen kein Teil des Signals und kann somit die zusätzliche Energie aufnehmen. Die Tiefe des Elementes wird durch einen Ätzschritt, der üblicherweise auf das gesamte Substrat wirkt, festgelegt. Eine orts aufgelöste Steuerung ist somit nicht möglich und die Tiefe kann nicht zur Effizienzsteuerung genutzt werden. Der Pixel-Füllfaktor (d.h. die Fläche

eines hochstehenden Pixels im Verhältnis zur der Fläche, die er im Pixelraster eigentlich belegen würde, vgl. Abb. 2.10, links) wird dagegen durch den Belichtungsvorgang im Elektronenstrahlschreiber festgelegt und kann damit ohne zusätzlichen Aufwand ortsaufgelöst verändert werden.

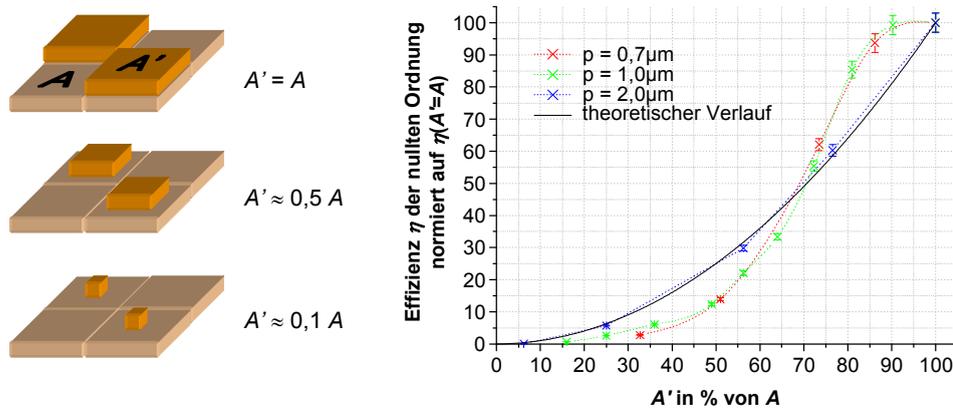


Abbildung 2.10: Messergebnis zum Einfluss des Pixel-Füllfaktors auf die Effizienz der Bilderzeugung

Der quantitative Zusammenhang zwischen Änderung des Pixel-Füllfaktor ΔA und der Effizienzänderung $\Delta \eta$ kann durch Vergleich der von den einzelnen Bereichen abgestrahlten Leistung abgeschätzt werden zu: $\Delta \eta = \Delta A^2 / A^2$. Um dies experimentell zu überprüfen wurden CGH mit verschiedenen Pixel-Füllfaktoren hergestellt. Die gewählte Signalverteilung ist eine einfache geometrische Form (Ellipse), die den typischerweise von einem Bild ausgefüllten Bereich annähern soll und sich gleichzeitig gut mittels des in Abb. 2.14 beschriebenen Effizienzmessaufbaus analysieren lässt. Als Pixelgrößen wurden $2 \mu\text{m}$, $1 \mu\text{m}$ und $0,7 \mu\text{m}$ verwendet. Das Ergebnis zeigt Abb. 2.10. Der theoretisch zu erwartende, quadratische Zusammenhang wird durch die CGH mit $2 \mu\text{m}$ Pixelgröße innerhalb der Messgenauigkeit bestätigt. Für die kleineren Pixelgrößen treten dagegen Abweichungen auf, sowohl für große, als auch für kleine Pixel-Füllfaktoren. Diese können zum Einen darauf zurückgeführt werden, dass der Gültigkeitsbereich von TEA nicht mehr gut genug eingehalten wird, zum Zweiten werden auch herstellungsbedingte Abweichungen bei kleineren Pixelgrößen eine größere Rolle spielen. Genauere Untersuchungen können eine Abgrenzung der einzelnen Effekte ermöglichen, im Rahmen dieser Arbeit wurden lediglich die experimentell gewonnen Abhängigkeiten als Kalibrierung für alle Farb-CGH, die mit Rücksicht auf die Farbbalance hergestellt wurden, genutzt.

2.2.3 Berücksichtigung der Dispersion der Grundfarben

Die unterschiedlichen Wellenlängen der verwendeten Farben bedingen nach Gl.(2.16) bei Fernfeld CGH eine unterschiedliche Skalierung des Bildes. Dies muss im Design berücksich-

tigt werden, um eine korrekte Überlagerung der Grundfarben zu ermöglichen. Dazu gibt es zwei grundlegende Ansätze, die Anpassung der Pixelgröße und die Anpassung der Signalfunktionen.

Anpassung der Pixelgröße

Eine Veränderung der Pixelgröße bewirkt laut Gl.(2.23) eine indirekt proportionale Skalierung der Signalfunktion im Ortsfrequenzraum. Die Positionen der Bildpunkte verschieben sich dann gemäß Gl. 2.16, somit muss der Faktor λf konstant gehalten werden, um gleiche Positionen der Bildpunkte zu gewährleisten. Eine Änderung der Wellenlänge kann somit durch eine proportionale Änderung der Pixelgröße korrigiert werden. Dieser Ansatz hat den Vorteil, dass die Bildpunkte exakt übereinanderliegen, so dass die Farbmischung in jedem Pixel einzeln stattfindet. Dadurch werden störende Moiré-Effekte, die sich aufgrund der verschiedenen Punktraster für die Grundfarben unter Umständen ergeben können, vermieden. Weiterhin können die ursprünglichen Bilddaten unverfälscht ohne einen zusätzliche Bildverarbeitungsschritt verwendet werden. Dies ist insbesondere bei Computergraphiken mit sehr feinen, exakten Linien von Bedeutung, da hier eine Skalierung des Bildes zu einer starken Verfälschung führen kann (z.B. Treppenartefakte). Für die in dieser Arbeit vorgestellten Farb-CGH mit getrennter Kodierung der RGB-Anteile (Kapitel 3) wurde diese Variante des Dispersionsausgleiches benutzt. Ein Detail eines so erzeugten Bildes zeigt Abb. 2.11 (Gesamtbild vgl. Abb. 3.4). Zu erkennen ist, dass die Pixelraster für Grün und Blau übereinstimmen und die Farbmischung innerhalb eines Pixels stattfindet.

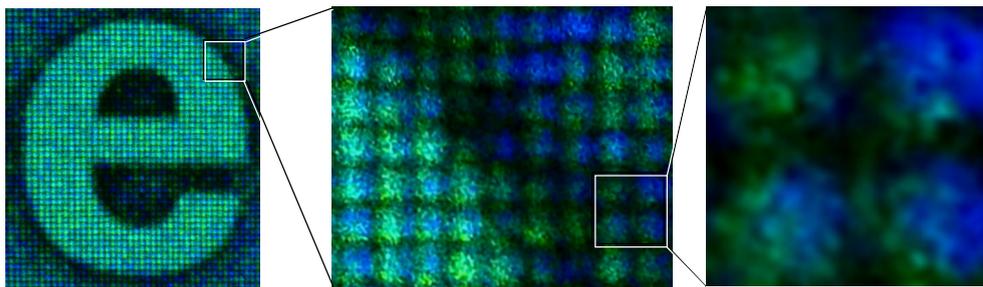


Abbildung 2.11: Detail eines mittels lateraler Farbtrennung erzeugten Bildes, beleuchtet mit den Grundfarben Grün und Blau. Der vergrößerte Ausschnitt (rechts) zeigt die identischen Pixelraster

Anpassung der Signalfunktionen

Eine weitere Möglichkeit des Ausgleichs der Dispersion besteht in einer Skalierung der Signalfunktion bei Beibehaltung der Pixelgröße. Dazu dient die Umkehrung von Gl.(2.16):

$$\mathbf{f} = \frac{1}{\lambda} \sin \left(\arctan \left(\frac{\mathbf{r}_f}{z_s} \right) \right) \quad (2.26)$$

die es erlaubt, ein vorgegebenes Bild für die Wellenlängen der Grundfarben in eine Verteilung im Ortsfrequenzraum umzurechnen. Diese Variante besitzt die in Abschnitt 2.2.3 erwähnten Vorteile nicht, muss allerdings immer dann angewendet werden, wenn die Pixelgröße für die drei Wellenlängen nicht frei gewählt werden kann. Dies ist bei allen Varianten der Farbbilderzeugung der Fall, bei denen die Farbinformation gemischt wird (siehe Kapitel 4).

2.3 Herstellungsmethoden von CGH

In dieser Arbeit werden Phasenelemente betrachtet, die durch ein Höhenprofil in einem für das Licht der gewählten Wellenlänge transparenten Material realisiert werden. Da die Funktionalität eines CGH auf der Interferenz von Licht aus allen Teilbereichen seiner lateralen Fläche beruht, muss über diesen Bereich eine sehr gute Ebenheit gewährleistet sein. Damit sind als Grundmaterial kristalline Stoffe am besten geeignet, für den visuellen Spektralbereich ist dies im Allgemeinen Quarzglas hoher Güte. Polymere können bei geeigneter Strukturierungstechnik ebenfalls ausreichende Oberflächenparameter erreichen. Die Oberflächenstrukturierung kann nun direkt im gewählten Material erfolgen oder es wird eine dünne Schicht eines transparenten und leichter zu strukturierenden Materials aufgebracht und dann nur diese Schicht bearbeitet. Für die in dieser Arbeit untersuchten Elemente kommt hauptsächlich die direkte Strukturierung von Quarzglas zum Einsatz. Dazu stehen am Institut für angewandte Physik hochentwickelte Elektronenstrahlschreiber und verschiedene Ionenstrahl-Ätzanlagen zur Verfügung. Je nach weiterem Aufbau der Elemente kommen Replikationstechniken wie Abformung und holographische Kontaktkopie zum Einsatz.

2.3.1 Elektronenstrahlithographie

Die Elektronenstrahlithographie wurde historisch hauptsächlich für Herstellung der in der Mikroelektronik benötigten Schaltkreise entwickelt, eignet sich aber auch hervorragend für die Herstellung von mikrooptischen Elementen [89] und dort im speziellen für diffraktive Strukturen [90]. Der prinzipielle Prozessablauf ist in Abb. 2.12 dargestellt. Auf das Trägersubstrat wird in einem Sputterprozess eine Chromschicht von 50-100nm Dicke aufgebracht, auf die im folgenden der Elektronenresist (z.B. Zep7000, *Zeon Chemicals*) mit Dicken von einigen 100nm aufgeschleudert wird. Die zu realisierende Struktur wird nun mittels eines

Elektronenstrahlschreibers in den Resist eingeschrieben, wobei die Chromschicht zur Ableitung der Elektronen dient und Aufladungseffekte vermeidet. Durch die Bestrahlung ändert sich die Polymerkettenstruktur des Resists, wodurch eine veränderte Löslichkeit gegenüber einem geeigneten Entwickler erzeugt wird. Im Fall von Positivresist werden die belichteten Stellen während des nachchemischen Entwicklungsschritt entfernt. Da bei den folgenden Ätzprozessen die Selektivität des Resists gegenüber den verwendeten Trägermaterialien für die benötigten Aspektverhältnisse im Allgemeinen nicht ausreichend ist, wird die erzeugte Resiststruktur durch einen zweistufigen Ätzprozess zunächst in die Chromschicht und danach in das Substratmaterial übertragen.

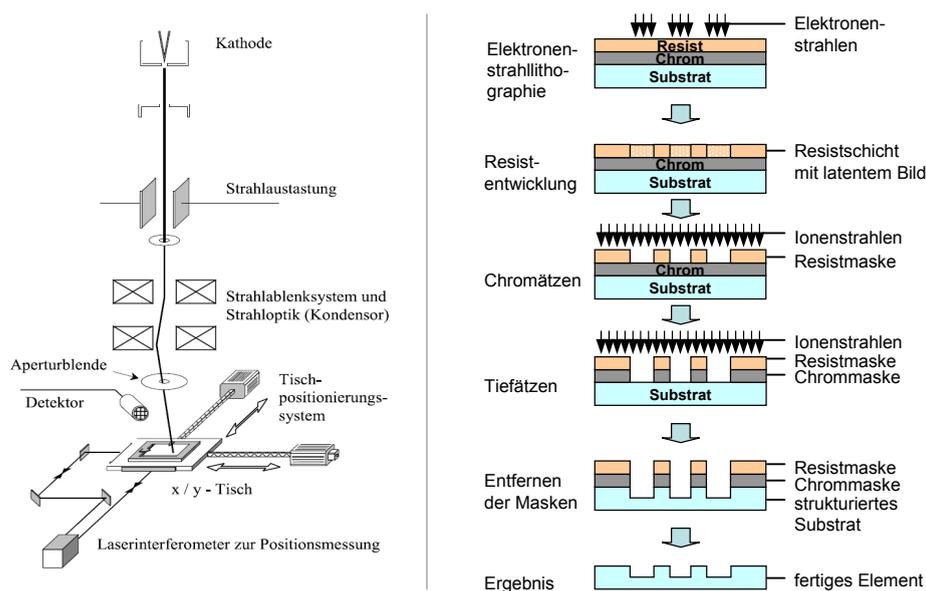


Abbildung 2.12: Prinzipskizze einer Elektronenstrahlbelichtungsanlage (links) und Ablauf der Herstellung einer binären Oberflächenstruktur mittels Elektronenstrahlolithographie (rechts)

Am IAP standen während der Bearbeitungszeit dieser Arbeit zwei Elektronenstrahlschreiber zur Verfügung (SB23H, *Leica Microsystems Technology* und SB350OS, *Vistec Semiconductor Systems*). Den prinzipiellen Aufbau zeigt Abb. 2.12 (linke Seite). Eine Besonderheit der beiden Anlagen ist die Verwendung des sogenannten Formstrahlprinzips. Dabei wird der Elektronenstrahl durch eine Blende mit variabler Geometrie geführt und der entstehende Formstrahl (meist rechteckförmig, aber auch kompliziertere Formen möglich) dann auf das Substrat abgebildet. Dies hat gegenüber Varianten mit gaußförmigem Strahl den Vorteil, dass speziell gitterartige und pixelbasierte Strukturen extrem schnell geschrieben werden können, da die Form des Elektronenstrahles exakt auf die Umrisse eines elementaren Elementes der zu erzeugenden Struktur (Gitter: Grabenabschnitt, CGH: Pixel) angepasst werden kann. Die hohe Auflösung bis in den wenige 10nm Bereich stellt dabei gleichzeitig sicher, dass für die in dieser Arbeit benötigten Strukturen mit Pixelgrößen typischerweise im $1\mu\text{m}$ -Bereich genügend Reserven in der Auflösung bereitstehen, um auch die Form eines jeden einzelnen

Pixels gezielt herstellen zu können.

2.3.2 Ionenstrahlätzverfahren

Die im Resist erzeugten Profile können direkt als CGH verwendet werden, allerdings weisen diese Elemente eine geringe mechanische Stabilität auf (Kratzempfindlichkeit) sowie verglichen mit Quarzglas-Elementen eine deutlich herabgesetzte Zerstörschwelle bei Bestrahlung mit hohen optischen Leistungen. Weiterhin kann es bei dauerhafter Bestrahlung zu ungewünschten chemischen Reaktionen im Polymer kommen, die ein Nachdunkeln oder eine Indexveränderung zur Folge haben. Für Einsatzgebiete bei denen solche anspruchsvollen Randbedingungen vorliegen ist also eine Realisierung in Quarzglas von großem Interesse. Für Anwendungen bei denen die Eigenschaften von Polymeren ausreichend sind, kommen Abformungstechniken zum Einsatz, wofür jedoch ein mechanisch äußerst stabiles Master-element benötigt wird und somit auch eine Übertragung des Resistprofils in das stabilere Trägermaterial durchgeführt werden muss.

Die Übertragung in Quarzglas oder Silizium (für Abformungsmaster) kann durch Ionenstrahlätzen erfolgen. Dabei wird unterschieden zwischen Sputterätzen und reaktivem Ionenätzen [91]. Bei beiden Verfahren werden Ionen in einer Ätzkammer beschleunigt und treffen auf das Target, wo sie einen Ätzabtrag bewirken. Das Material wird dabei beim Sputterätzen hauptsächlich auf mechanische Weise abgetragen, verbunden mit einer starken Anisotropie (Abtrag vorwiegend in Bestrahlungsrichtung) und geringer Materialelektivität. Beim reaktiven Ätzen können je nach Gaszusammensetzung chemische Vorgänge die dominierende Rolle spielen, womit auch eine entgegengesetzte Charakteristik erreicht werden kann: hohe Materialelektivität und geringe Anisotropie. Für die in dieser Arbeit hergestellten Elemente kommt eine besondere Form, das ICP-Ätzen (Ion-Coupled-Plasma [92]) zum Einsatz. Hierbei wird durch induktive Einkopplung eines hochfrequenten, elektrischen Feldes ein Plasma zur Ionengenerierung erzeugt und kann sehr genau gesteuert werden. Verschiedenste Gase können im Ätzraum zum Einsatz kommen, um Selektivität und Ätzrate im Zusammenspiel mit den ICP-Parametern zu steuern.

2.3.3 Replikationstechniken

Abformungstechniken spielen vor allem für die Herstellung wellenlängenselektiver Stapel aus Reflexions-CGH eine wichtige Rolle (Abschnitt 3.2.1). Hier ist insbesondere die erneute Strukturierung von Proben, die bereits mehrere Prozessschritte durchlaufen haben, nötig. Dies kann durch Beschichtung und anschließende Abformung von Quarzglas-Elementen geschehen. Dabei kommt die Technik der UV-Abformung (Abschnitt 3.2.1) zum Einsatz. Eine weitere für CGH geeignete Replikationstechnik ist das holographische Kontaktkopieren (Ab-

schnitt 3.2.2).

2.4 Charakterisierung der CGH und der Bilder

Zum Vergleich der theoretischen Rechnungen und der erhaltenen Ergebnisse für die Farbbilderzeugung gliedert sich in zwei Teile, zum Ersten muss untersucht werden, wie gut die hergestellten Strukturen mit den im Design angenommenen Profilen übereinstimmen, zum Zweiten muss das erzeugte Farbbild charakterisiert werden, um eine Aussage über die praktische Realisierung der gewünschten optischen Funktion des CGH treffen zu können.

2.4.1 Charakterisierung der CGH

Ein als Oberflächenstruktur realisiertes CGH kann durch die in Abb. 2.3 dargestellten Parameter beschrieben werden. Die lateralen Abmessungen lassen sich am besten mittels eines Rasterelektronenmikroskops beurteilen. Die Periode der Struktur ist dabei nur durch die Positionierungsgenauigkeit des Elektronenstrahlschreibers bestimmt ist. Diese ist aufgrund der installierten interferometrischen Kontrolleinheit sehr gut kontrollierbar. Ein Fehler in der Periode bewirkt eine Veränderung der Beugungswinkel des CGH und damit einer Skalierung des Bildes. Im mehrfarbigen Fall bei der Realisierung mit unabhängigen CGH (Kapitel 3) kann eine systematische Abweichung in der Periode zwischen den einzelnen Farben zu einer unterschiedlichen Skalierung der einzelnen Farbbilder und damit zu Farbfehlern führen, speziell in den äußeren Bereichen des Bildes. Bei hochauflösten Bildern mit z.B. 1000x1000 Pixeln muss damit eine Positioniergenauigkeit von unter 1 Promille gewährleistet sein. Dies wird von der verwendeten Anlage mit einer Reserve von mehreren Größenordnungen erreicht und ist damit unproblematisch.

Füllfaktor (Verhältnis der tatsächlich ausgefüllten Fläche eines Pixels im Verhältnis zu der laut Pixelraster vorgesehenen Fläche) und Höhe der Struktur wirken sich im Gegensatz zur Periode bei kleinen Abweichungen nicht auf die Gestalt des Bildes aus, sondern nur auf die Effizienz. Für die grundlegenden Untersuchungen zur Realisierbarkeit von Farbbildern spielt ein herstellungsbedingter Effizienzverlust eine untergeordnete Rolle, solange die Verluste nicht so groß werden, dass sie für die Qualität des Bildes gegenüber dem Grundrauschen relevant werden.

Der Füllfaktor kann im Gegensatz zur Periode durch die Prozesse der gesamten Herstellungskette beeinflusst werden. Bei der Elektronenstrahlolithographie können z.B. Proximity Effekte auftreten [91]. Weiterhin sind die Entwicklungsprozesse bei der Lithographie sowie die Ätzprozesse meist analoge Prozesse, bei denen sich jede Variation eines Parameters der Herstellung (z.B. Entwicklerkonzentration, Ätzzeit, Ätzgaszusammensetzung) auf die Größe

eines Pixels auswirken kann. Typische erreichbare Genauigkeiten liegen bei Pixelgrößen von $1\mu\text{m}$ im Bereich von ca. 5%. Dieser Wert kann verbessert werden durch iteratives Vorgehen (Messung des Füllfaktors und Vorhalten der Veränderung bei nächster Herstellung) oder durch eine Parametervariation auf einem Substrat. Die Tiefe des Elementes wird während des Ätzvorgangs festgelegt, auch hier gilt dass geringe Restfehler durch erhöhten Aufwand erreicht werden können. Möglich ist auch hier eine iterative Annäherung an die gewünschte Höhe durch iteratives Vorgehen. Für die typischen Pixelgrößen von $1\mu\text{m}$ und Tiefen von ca. 600nm (binäres Element in SiO_2) kann mit den am IAP zur Verfügung stehenden Anlagen eine Genauigkeit von ca. 10nm erreicht werden, was einem relativen Höhenfehler von ca. 2% entspricht.

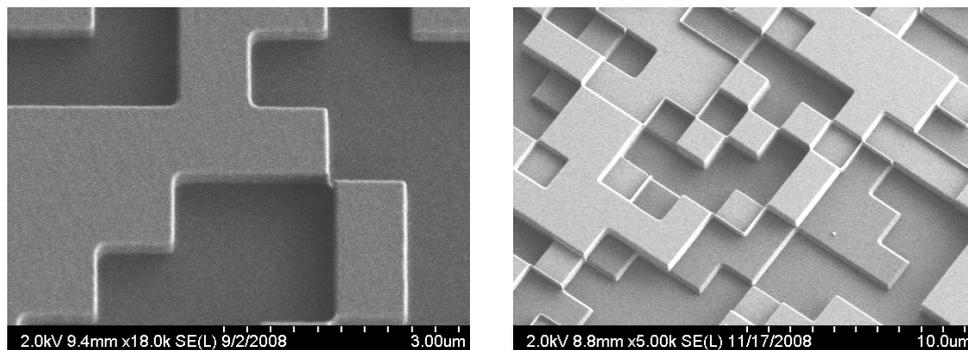


Abbildung 2.13: REM Aufnahmen typischer CGH-Strukturen mit zwei (links) und mit vier (rechts) Höhenstufen

2.4.2 Charakterisierung der erzeugten Bilder

Für die vorliegende Arbeit ist es von Interesse, wie gut eine erzeugte Intensitätsverteilung ein vorgegebenes Bild widerspiegelt und mit welcher Effizienz dies geschieht. Dabei wird bei farbigen Bildern jeweils nur ein Kanal betrachtet.

Messung der Effizienz

Für die Messung der Effizienz muss die gesamte optische Leistung, die in den interessierenden Bildbereich fällt, relativ zur gesamten einfallenden Leistung ermittelt werden. Dazu wird ein Aufbau gemäß Abb. 2.14 verwendet.

Die Leistungsmessung erfolgt durch kalibrierte Photodioden. Um eine Unabhängigkeit von der Einfallrichtung zu gewährleisten werden Ulbricht-Kugeln verwendet. Zur Bestimmung der Intensität im Signal I_{sig} wird nach dem CGH (Fernfeld des CGH muss bereits erreicht sein) der Bildbereich mittels einer speziell angepassten Maske ausgeschnitten und dann das durch den freien Bereich der Maske hindurchgetretene Licht mittels Linse auf den Eingang

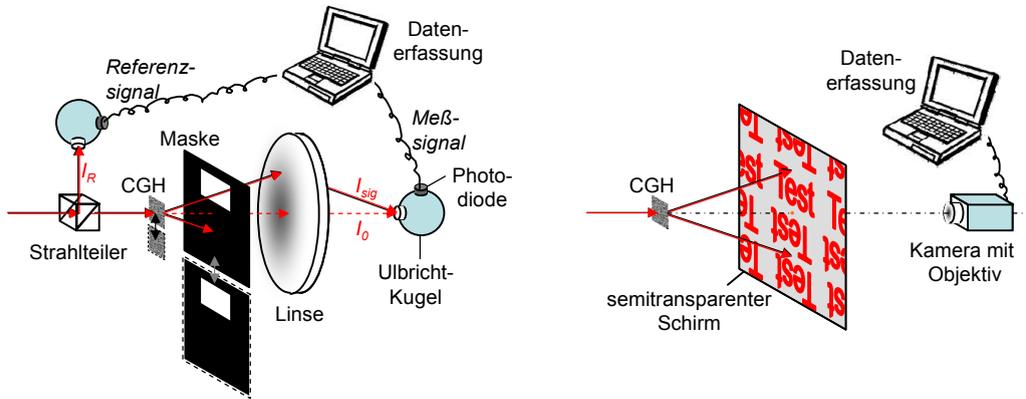


Abbildung 2.14: Messaufbau zur Ermittlung der Effizienz (linke Seite) und der Qualität (rechte Seite) der Bildgenerierung

der Ulbricht-Kugel fokussiert. Die einfallende Leistung I_0 wird gemessen, indem CGH und Maske lateral aus dem Strahlengang hinausgeschoben werden und der unbeeinflusste Strahl in die Ulbricht-Kugel geleitet wird. Um Fehler, die durch Leistungsschwankungen des Lasers verursacht werden können, auszuschließen, werden beide Messgrößen in Relation zur einer Referenzintensität I_r gesetzt, die mittels eines Strahlteilers vor dem Element gleichzeitig mit der jeweiligen Messgröße bestimmt wird. Die Effizienz η ergibt sich dann zu:

$$\eta = \frac{I_{sig}/I_r}{I_0/I_r} \quad (2.27)$$

Unter Umständen kann es schwierig sein, die gesamte im erzeugten Bild enthaltene Energie mit dem Messaufbau zu erfassen. In diesem Fall kann trotzdem eine aussagefähige Messgröße gewonnen werden, indem nur ein bestimmter Teil des Bildes mittels der Maske ausgeschnitten und als I_{sig} erfasst wird. Die Größe η drückt in diesem Fall nicht die tatsächliche Effizienz aus, kann aber zu Vergleichszwecken herangezogen werden und wird an den entsprechenden Stellen mit η_{rel} gekennzeichnet.

Messung der Bildrauschens

Das Bildrauschen, das in starkem Maße die subjektiv erfassbare Qualität des Bildes wiedergibt, kann mittels des Signal zu Rausch Verhältnisses (SNR) zwischen dem tatsächlichen gemessenen Feld u_{out} und der angestrebten Verteilung u_{ref} erfasst werden:

$$SNR(u_{out}, u_{ref}) = \frac{\iint_{A_{sig}} |u_{ref}|^2 dx dy}{\iint_{A_{sig}} (|u_{ref}|^2 - \gamma(u_{out}, u_{ref}) \cdot |u_{out}|)^2 dx dy} \quad (2.28)$$

mit dem Skalierungsfaktor $\gamma(u_{out}, u_{ref}) = \iint_{A_{sig}} u_{out} \cdot u_{ref} dx dy / \iint_{A_{sig}} u_{out}^2 dx dy$.

Durch die Einführung des Skalierungsfaktors können Verteilungen verschiedener Gesamtintensität verglichen werden. Dazu muss für das Aufnahmegerät die Linearität mit der eingefallenen Lichtleistung sichergestellt werden. Für die vorliegende Arbeit wurde eine Kamera *IPX-2M30L* der Firma *Imperx* verwendet. Diese besitzt einen CCD Sensor mit einer Auflösung von 1600x1200 Pixeln. Sie ist mit einem Signal zu Rauschverhältnis von 60dB angegeben [93].

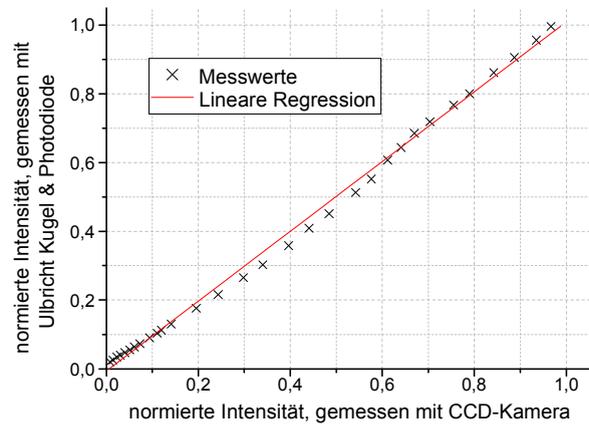


Abbildung 2.15: Ergebnis der Testmessung zur Überprüfung der Linearität der verwendeten CCD-Kamera bzgl. der eingestrahltten Intensität

Um die Linearität zu testen wurde mit dem in Abb. 2.14 beschriebenen Aufbau der von der Kamera in einem gleichmäßig ausgeleuchteten Ausschnitt des Bildes gemessene Mittelwert der Intensität I_{CCD} mit der in der nullten Ordnung mittels Photodiode ermittelten Intensität I_{PD} verglichen. Durch Änderung der Laserleistung wurde der Messbereich des CCD Sensors abgetastet. Das Ergebnis (Abb. 2.15) zeigt, dass die Linearität mit einer Abweichung, die deutlich unter der zu erwartenden Schwankungsbreite durch numerisch verursachtes Bildrauschen liegt, bestätigt werden kann. Damit kann für die Beurteilung der Signalqualität das Kamerabild direkt als Repräsentation der aufzunehmenden Intensitätsverteilung genutzt werden.

Ein Problem bei der quantitativen Beurteilung der Bildqualität ist die Zusammensetzung des Bildes aus einzelnen Spots (vgl. Herleitung in Abschnitt 2.1.4). Bei der Erfassung des SNR kann es dann je nach gewählter Bildauflösung zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen kommen, je nachdem ob der Zwischenbereich zwischen den Pixeln mit analysiert wird. In der vorliegenden Arbeit wurde sich in diesem Zusammenhang auf zwei Varianten der SNR-Bestimmung beschränkt, die für verschiedene Problemstellungen anwendbar sind:

- Vorwiegend visuelle Beurteilung der Bildqualität von Interesse

Für den Betrachter soll die Projektion so angelegt sein, dass er die einzelnen Bildpixel nicht mit dem Auge auflöst. Die Kameraaufnahme wird ausreichend niedrig gewählt, um

dieses Verhalten wiederzugeben. Zum Vergleich wird nun das theoretisch zu erwartende Bild auf eine der Kameraaufnahme entsprechende Auflösung herunterskaliert, so dass die laterale Ausdehnung der Bilder in Pixeln gemessen identisch ist. Wird nun der SNR-Wert über das gesamte Bild bestimmt, kann trotzdem eine starke Schwankung beobachtet werden, die durch die begrenzte Genauigkeit in der Skalierung, bedingt durch das Pixelraster, bewirkt wird. Weiterhin wurde die Korrektur der paraxialen Näherung nicht bei allen Elementen durchgeführt, so dass die theoretischen Bilder entsprechend modifiziert werden müssten (vgl. Gl 2.16). Allerdings konnte auch hier eine zu starke Abhängigkeit des SNR-Wertes von minimalen Änderungen der beteiligten Parameter festgestellt werden. Aus diesen Gründen wurde zur Ermittlung des den visuellen Eindruck repräsentierenden SNR auf Teilflächen der erzeugten Bilder zurückgegriffen, die annähernd konstante Intensität beinhalten. Damit spielen die Ungenauigkeiten, die durch eine nicht perfekte Überdeckung der theoretischen und experimentellen Bilder entstehen, eine zu vernachlässigende Rolle. Das so ermittelte SNR wird mit SNR_{vis} bezeichnet und stellt eine aussagekräftige und vergleichbare Größe für den quantitativen Vergleich des visuellen Eindrucks dar.

- Vorwiegend theoretisches Interesse an der erreichbaren Bildqualität im Vergleich zur Theorie

Speziell für die Untersuchungen im Kapitel 5 ist der genauere Vergleich von Experiment und Theorie von Interesse, das heißt insbesondere auch der Bereich zwischen den Bildpixeln soll in die Berechnung des SNR mit einfließen. Dies wird erreicht, indem die Auflösung wesentlich größer als die Bildauflösung gewählt wird. Danach wird dieses Bild auf die ursprüngliche Bildauflösung zurückskaliert, wobei sich jeder Pixel als Summe der Intensität im Bereich, den die Bildpixel jeweils einnehmen, ergibt. Da nun nur ein sehr kleiner Bereich betrachtet wird, kann hier eine pixelgenaue Übereinstimmung der Bilder erreicht werden und die im Fall der Messung des visuellen SNR angesprochenen Probleme können vermieden werden. Das so erhaltene SNR wird an mehreren Detailausschnitten des Bildes gemessen und der daraus erhaltene Mittelwert SNR_{det} genannt.

2.4.3 Beispiel eines monochromatischen CGH

Als Beispiel zeigt Abb. 2.16 die gewünschte Signalverteilung und die gemessene Intensitätsverteilung eines CGH, bei dem die Realisierung einer extremen Divergenz im Vordergrund stand. Die Pixelgröße betrug 270nm bei einer Designwellenlänge von 532nm, was einer Divergenz des Bildes von 80° entspricht. Aufgrund der kleinen Pixelgröße konnte mit einer Elementarzellenlänge von ca. 2x2mm bei einer Beleuchtung mit einem Gaußstrahl von ca. 3mm Strahlradius ein Bild mit der Auflösung von 7406x3815 Pixeln kodiert werden. Der Detailausschnitt zeigt, dass die volle Bildauflösung realisiert wird und die Bildinformati-

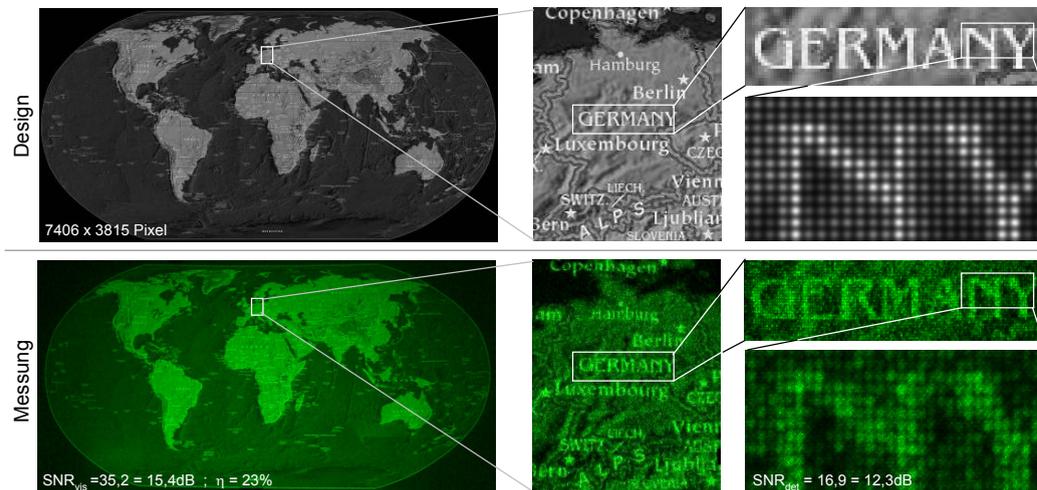


Abbildung 2.16: Extrem hochauflösendes, hochdivergentes, monochromatisches CGH, welches die prinzipielle Gültigkeit der Dünne Elemente Näherung bei extrem kleinen Strukturgrößen demonstriert (Parameter siehe Text), oben: Design; unten: Messung

on korrekt wiedergegeben wird. Die Effizienz ist merkbar niedriger als die für ein binäres Element maximal zu erwartenden 42%. Diese Energie verbleibt im Wesentlichen ungebeugt in der nullten Ordnung, was ein Zeichen für die reduzierte Genauigkeit von TEA ist. Die visuelle Signalqualität ist hingegen überraschend gut. Dies wird zum Einen durch die hohe Bildauflösung bewirkt, die die visuelle Auflösung der Intensitätsunterschiede zwischen einzelnen Bildpixeln verhindert und so zu einem gleichmäßigen Bildeindruck beiträgt. Weiterhin beeinflusst der Fehler im Phasenhub, der durch die reduzierte Genauigkeit von TEA entsteht, in erster Näherung nicht die Interferenz zwischen einzelnen Teilen des CGH, die für die Verteilung der Bildinformation verantwortlich ist. Somit kann TEA im Fall von CGH auch für wesentlich kleinere Strukturgröße, als üblicherweise in der Literatur angegeben [79]-[81], Verwendung finden.

3 Farbbilderzeugung durch Kodierung der Grundfarben in unabhängigen CGH

In diesem Kapitel sollen die Varianten der Farbbilderzeugung diskutiert werden, bei denen als Grundlage drei sowohl im Design als auch in der physikalische Realisierung unabhängige Elemente für Rot, Grün und Blau berechnet werden, die dann relativ zur Strahlrichtung lateral (Abschnitt 3.1) oder longitudinal (Abschnitt 3.2) getrennt angeordnet werden können (vgl. auch Abb. 1.2).

3.1 Laterales Multiplexing der Grundfarben

Die naheliegendste und am einfachsten zu verwirklichende Idee ist eine bezüglich der Strahlrichtung lateral versetzte Anordnung der Elemente, so dass sie von den jeweiligen Wellenlängen einzeln durchstrahlt werden können (Abb. 1.2). Die danach notwendige Zusammenführung der drei Bildanteile kann auf zwei Arten erfolgen: entweder direkt nach dem CGH durch den Einsatz von dichroitischen Spiegeln (Abschnitt 3.1.1) oder durch Verkippen der einzelnen Strahlrichtungen (Abschnitt 3.1.2).

3.1.1 Farbkombination mittel dichroitischer Spiegel

Diese erste Variante besitzt den Vorteil, dass sie durch eine geeignete Anpassung des Abstandes der CGH von den strahlzusammenführenden dichroitischen Spiegeln so ausgelegt werden kann, dass die Bilder aller drei Farben aus dem gleichen Quellpunkt zu kommen scheinen, wodurch die Schärfentiefe als ein Hauptvorteil der Bilderzeugung mittels CGH erhalten bleibt. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass die Strahlenbündel sich direkt nach den CGH mit der Divergenz Θ vergrößern. Zur Vermeidung von Abschattung muss daher die Größe der dichroitischen Spiegel mit steigenden Divergenzen zunehmen. Eine möglichst kompakter Aufbau ergibt sich bei einer Anordnung gemäß Abb. 3.1, für die sich die minimal benötigte laterale Breite b_{min} und die minimal benötigte longitudinale Tiefe h_{min} berechnen gemäß:

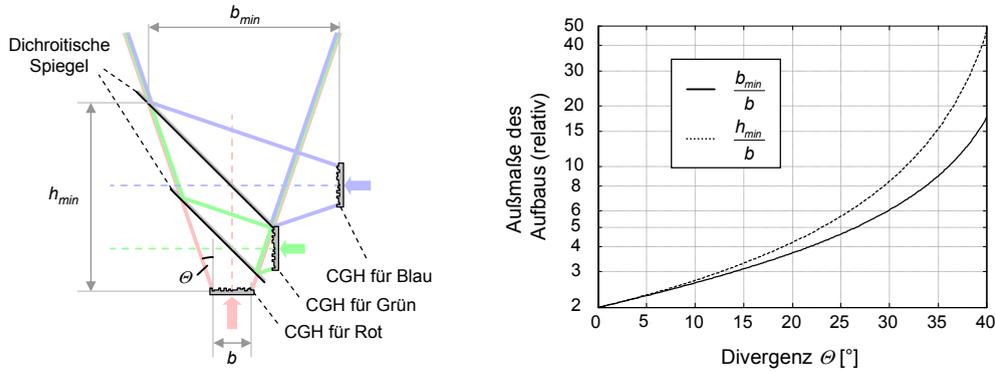


Abbildung 3.1: Kompakte Anordnung zum Prinzip des lateralen Farbmultiplexing mit Erzeugung eines gemeinsamen Quellpunktes (linke Seite) und deren minimale Abmessung in Abhängigkeit von der Strahldivergenz (rechte Seite)

$$b_{min} = b \frac{1 + 3\cos\Theta \sin\Theta + \cos^2\Theta}{\cos(2\Theta)} \quad (3.1)$$

$$h_{min} = b \frac{\cos\Theta}{\cos\Theta - \sin\Theta} \left(1 + \tan\Theta + \frac{1}{\cos(2\Theta)} \right) \quad (3.2)$$

wobei die CGH-Breite mit b und der halbe Divergenzwinkel der Projektion mit Θ bezeichnet ist. Abb. 3.1 zeigt die Entwicklung der beiden Abmessungen bis zu einem Winkel von $\Theta = 40^\circ$. Die Anwendungsgrenze dieses Prinzips ist bei einem Winkel von $\Theta = 45^\circ$ erreicht, höherdivergente Strahlen lassen sich nicht mittels dichroitischer Spiegel nach dem Element zusammenführen. Als Beispiel soll die in Abschnitt 2.1.1 erwähnte, virtuelle Tastatur betrachtet werden. Der von der Laserdiode emittierte Laserstrahl hat einen Radius von ca. 1mm, die nötige Divergenz des Bildes liegt bei ca. 40° . Würde hier eine farbige Projektion angestrebt, ergibt sich aus Gl. 3.1 eine Größe der Optik zur Strahlzusammenführung von ca. 4cm x 10cm. Da das Gerät selbst nur ca. 10cm Höhe aufweist kann die Variante der dichroitischen Spiegel nicht verwendet werden.

3.1.2 Farbkombination durch Verkippung der Strahlrichtungen

Unter Verzicht auf die vollständige Erhaltung der Schärfentiefe kann die Farbzusammenführung realisiert werden durch eine leichte Kippung der Beleuchtungsrichtungen gegenüber der optischen Achse. Durch dieses Vorgehen wird die Schärfentiefe reduziert, da die Quellpunkte der einzelnen Farben nicht mehr identisch sind und somit eine Trennung der einzelnen Farbanteile bei Änderung des Bildebenenabstandes stattfindet. Die Bildspotgröße Δx_B ergibt sich aus Gl.(2.23) mittels der Elementarzellengröße E und Wellenlänge λ , während die Farbaufspaltung Δx_F aus einer einfachen geometrischen Überlegung abgeschätzt werden kann mittels der lateralen Größe b eines einzelnen CGH, dem Bildebenenabstand z_s und

der Bildebenenverschiebung Δz_s . Von einer sichtbaren Farbaufspaltung kann nun gesprochen werden, wenn gilt: $\Delta x_F > \Delta x_B$. Es ergibt sich die für die maximal zulässige, relative Bildebenenverschiebung:

$$\frac{\Delta z_s}{z_s} < \frac{\lambda z_s}{bE} \quad (3.3)$$

Als Beispiel wird wiederum die virtuelle Tastatur betrachtet. Für sie gilt: $\lambda = 635\text{nm}$, $z_s \approx 20\text{mm}$, $E \approx 400\mu\text{m}$ und $b \approx 2\text{mm}$. Damit ergibt sich $\Delta z_s < 3,2\text{cm}$. Auf Grund der extrem schrägen Projektion ergibt sich für die virtuelle Tastatur eine Abstandsdifferenz vom fernsten zum nächsten Punkt von ca. 6cm. Die Darstellung einer farbigen Tastatur wäre demzufolge auch durch Verkippung der Strahlrichtungen nicht möglich. Als Lösung könnte aufgrund des in diesem speziellen Fall fixen Aufbaus eine Korrektur der Signale stattfinden, um die Projektion auf die geneigte Ebene von vornherein zu berücksichtigen [94].

3.1.3 Experimente zum lateralen Multiplexing

Für das laterale Farbmultiplexing wurden verschiedene Bilder kodiert und die zugehörigen CGH hergestellt. Der Zweck war eine möglichst gute Aussage über die erreichbare Qualität zu treffen. Die Parameter der CGH sind in Abb. 3.2 vermerkt. Durch die Anordnung auf einem Substrat konnte ein einfacher Demonstrationsaufbau, bei dem durch einfache Verschiebung des Substrates zwischen einzelnen Bildern umgeschaltet werden kann, realisiert werden.

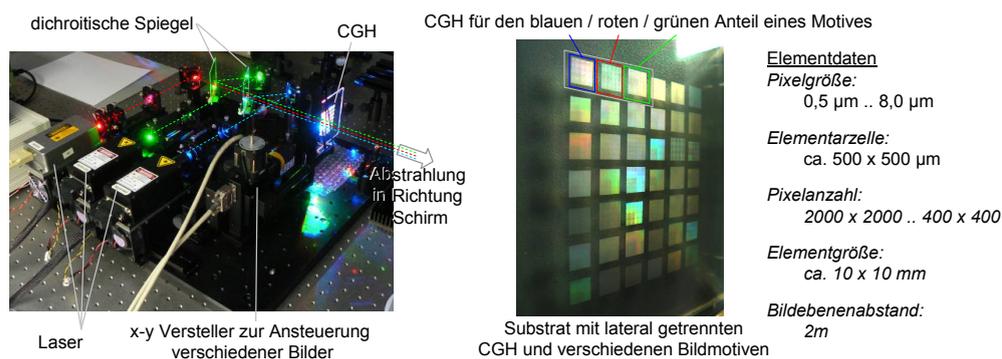


Abbildung 3.2: Fotografien einiger mittels lateralem Farbmultiplexing erzeugter Bilder im Vergleich mit der für das Design genutzten Vorlagen

Abb. 3.2 zeigt den verwendeten Aufbau und eines der hergestellten Substrate. Die Fotografien einiger der erhaltenen Bilder im Vergleich mit dem verwendeten Ausgangsbild zeigt Abb. 3.3. Festzuhalten ist, dass durch den Einsatz moderner Strukturierungstechniken verglichen mit den bisher publizierten Ergebnissen (vgl. Abb. 1.3) eine wesentlich höhere Bildqualität erreicht werden kann und insbesondere durch die sehr kleine Pixelgröße schon im Bereich der Durchmesser gewöhnlicher Laser hochaufgelöste Bilder gespeichert werden können.

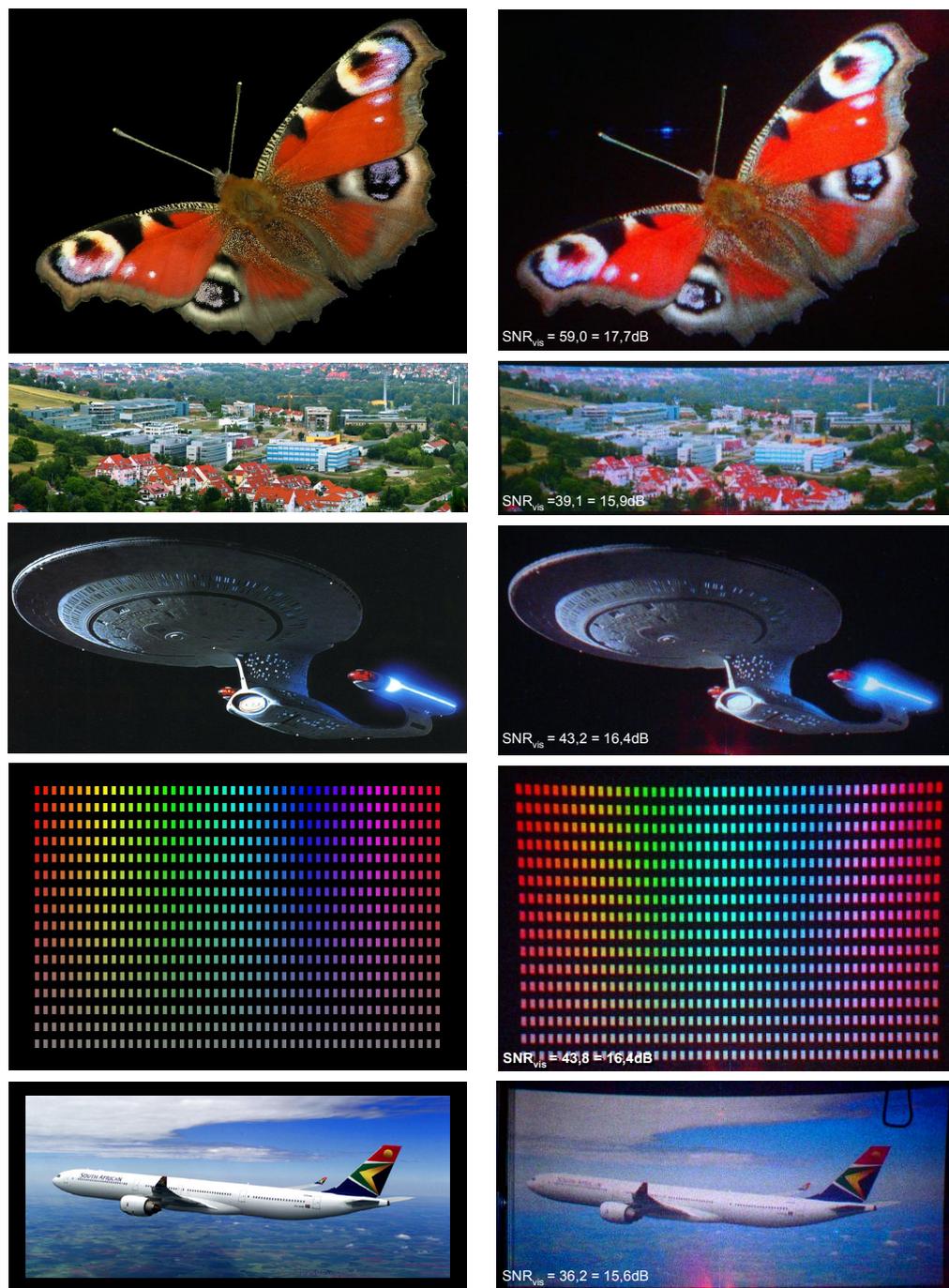


Abbildung 3.3: Fotografien von mittels lateralem Farbmultiplexing erzeugter Bilder (rechts) im Vergleich mit der für das Design genutzten Vorlagen (links)

Die pixelgenaue Farbüberlagerung konnte demonstriert werden (siehe Detailaufnahmen in Abb. 2.11). Die Einstellung der Farbbalance wurde mittels reduzierter Pixel (Abschnitt 2.2.2) durchgeführt, wodurch die verschiedenen Bilder in Abb. 3.3 ohne Änderung der Leistungen der einzelnen Laser aufgenommen werden konnten. Die Effizienz wird durch dieses Prinzip etwas reduziert. Zusätzlich konnte durch die für alle Elemente gleiche Ätztiefe, die auf den Mittelwert der beteiligten Wellenlängen optimiert wurde, der blaue und rote Anteil nur mit

einer geringeren Effizienz realisiert werden. Die Summe dieser Einflüsse bewirkt die in Abb. 3.4 vermerkten Effizienzen.

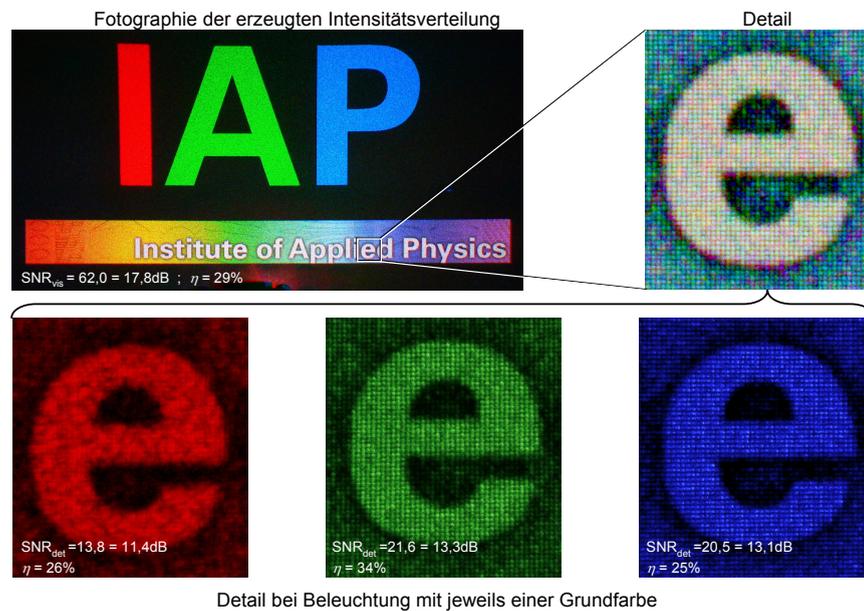


Abbildung 3.4: Demonstration der Zusammensetzung der erzeugten Bilder aus den drei Grundfarben

3.2 Longitudinales Farbmultiplexing

Beim longitudinalen Farbmultiplexing [95]^{*1} ist das Ziel, die Elemente für die einzelnen Farben unmittelbar hintereinander anzuordnen. Damit wird das Problem der Farbaufspaltung durch unterschiedliche Quellorte in lateraler Richtung von vornherein vermieden. Die einzelnen CGH weisen eine sehr geringe Dicke auf (μm -Bereich), weshalb der longitudinale Versatz vernachlässigt werden kann, wenn ein geeigneter Aufbau gefunden wird, bei dem der longitudinale Abstand der CGH untereinander ebenfalls gering genug ist. Die Trennung der einzelnen Farben kann bei longitudinaler Anordnung nicht mehr durch eine getrennte Beleuchtung der einzelnen Elemente realisiert werden. Somit müssen die einzelnen CGH wellenlängenselektiv wirken. Da eine unabhängige Behandlung der Farbkanäle erhalten bleiben soll, bedeutet dies, dass nur die Beleuchtungswelle in der dem CGH zugeordneten Farbe beeinflusst werden darf, während die Wellenlängen der jeweiligen beiden anderen Kanäle unbeeinflusst bleiben. Bei einer reinen Transmissionsanordnung ist dieses Verhalten sehr schwer zu realisieren, weil in diesem Fall im Bereich eines Pixels alle Wellenlängen zwangsläufig den gleichen Bereich des Elementes durchlaufen müssen. Damit ist ein unabhängiges Design für die einzelnen Farbkanäle nicht möglich, da eine Änderung des Phasenhubs eines Pixels für eine Wellenlänge im Allgemeinen auch den Phasenhub aller anderen Wellenlängen mit ändern

¹eigene Referenzen sind mit * gekennzeichnet

wird. Im Folgenden soll eine neue Variante zum longitudinalen Farbmultiplexing untersucht werden, die sich aus zwei Ideen zusammensetzt (Abb. 3.5):

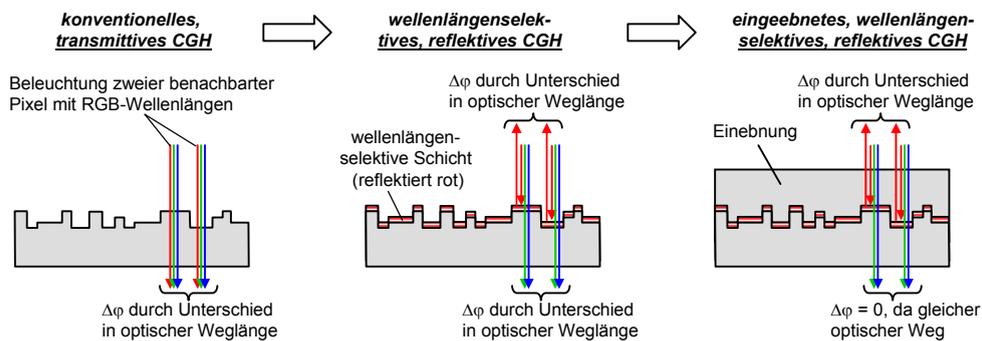


Abbildung 3.5: Übergang von einem konventionellen Transmissions-CGH zu einem wellenlängenselektiven Reflexions-CGH

- Trennung der Wellenlängen in reflektierte und transmittierte Anteile

Dem Licht der reflektierten Wellenlänge kann eine gewünschte Phasenfunktion aufgeprägt werden, während die anderen Wellenlängen das Element passieren.

- Einebnung des Elementes

Die Einebnung des Elementes sorgt dafür, dass die optische Weglänge für das transmittierte Licht unabhängig vom Ort ist. Damit wird trotz der Modulation der reflektierenden Schicht den transmittierten Feldern keine Phasenfunktion aufgeprägt. Durch einen Stapel solcher Elemente können theoretisch beliebig viele Wellenlängen einzeln und unabhängig voneinander beeinflusst werden.

Die Realisierung eines solchen Aufbaus kann durch modulierte, dielektrische Schichtspiegel (Abschnitt 3.2.1) oder durch den Einsatz holographisch kopierter Reflexions-CGH (Abschnitt 3.2.2) geschehen.

3.2.1 Stapel aus modulierten, dielektrischen Schichtspiegeln

Dielektrische Schichtsysteme bieten die Möglichkeit einer Oberfläche wellenlängenselektive Reflexions- und Transmissionseigenschaften zu verleihen. Sie bestehen aus mehreren übereinanderliegenden Schichten aus abwechselnd hoch- und niedrigbrechendem Material [96]. An den Grenzflächen werden gemäß der Brechzahldifferenz Anteile des einfallenden Lichtes reflektiert und transmittiert. Die gesamte Reflexion und Transmission des Schichtsystems ergibt sich dann aus der Interferenz aller Teilwellen, wobei durch geeignete Wahl der Brechzahlen und der Schichtdicken eine gewünschte Wellenlängencharakteristik erreicht werden kann. Zur Berechnung der nötigen Parameter des Schichtsystems kann die Matrixmethode verwendet werden [97], [98]. Typische Anwendungen für dielektrische Schichtsysteme sind

z.B. Antireflexbeschichtungen [99], hocheffiziente, breitbandige und verlustarme Spiegel [100] oder auch optimierte Gitterstrukturen, die neuartige Konzepte für Interferometer zur Gravitationswellendetektion ermöglichen [101].

Auswahl der Schichtsysteme

Für den angestrebten Aufbau eines wellenlängenselektives CGH sind gemäß dem in Abb. 3.6 dargestellten Prinzip drei verschiedene, wellenlängenselektive Spiegel notwendig. Die Auswahl der dafür am besten geeigneten Schichtsysteme muss verschiedene Anforderungen erfüllen:

- A1** Möglichst hoher Reflexionskoeffizient für die zu reflektierende Wellenlänge (im Folgenden *Reflexionswellenlänge* genannt)
- A2** Möglichst hoher Transmissionskoeffizient für die nicht zu reflektierenden Wellenlängen (im Folgenden *Transmissionswellenlängen* genannt)
- A3** Auf die Beugungswinkel des CGH angepasste Bandbreite
- A4** Möglichst geringe Gesamtdicke um zu starke Formfehler des Schichtsystems zu vermeiden
- A5** Kompatibilität des Beschichtungsverfahrens mit Einebnung und Stapelung der Elemente

Mit Anforderung A1 wird eine hohe Effizienz des Systems angestrebt. A2 ist wichtig für die Farbreinheit des erzeugten Bildes, da die Reflexion unerwünschter Strahlenteile ein Teilbild in Falschfarben erzeugt, das das gewünschte Farbbild überlagert und nicht von diesem zu trennen ist. Aus diesem Grund ist zunächst A2 wichtiger als A1.

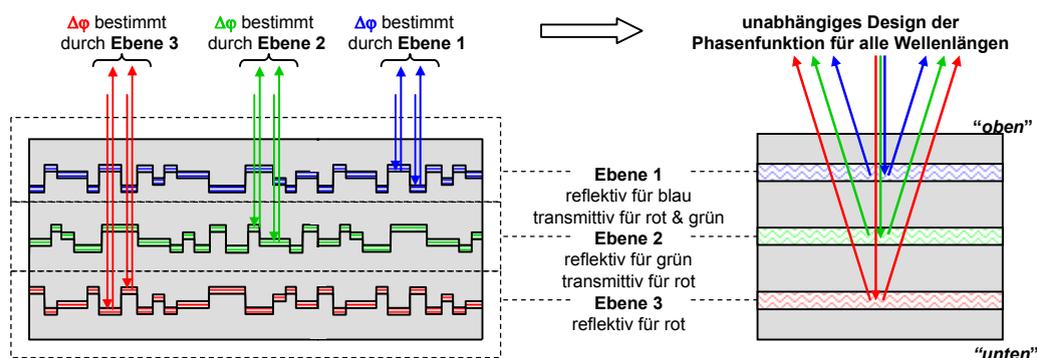


Abbildung 3.6: Realisierung eines reflektiven RGB-CGH durch Stapelung dreier wellenlängenselektiver CGH für die drei Grundfarben

A3 drückt aus, dass das optische Feld einer bestimmten Wellenlänge nach der Reflexion an der jeweils zuständigen Ebene bereits ein Winkelspektrum gemäß der zu erzeugenden Divergenz des Bildes besitzt. Beim erneuten Durchgang durch die weiter in Bildrichtung liegenden Schichten (im Folgenden *obere Elemente* genannt, siehe Abb. 3.6) muss daher auch die Transmission der unter einem Winkel propagierenden Anteile des optischen Fel-

des gewährleistet sein, was einer bestimmten Bandbreite im Wellenlängenbereich entspricht. Somit ist ein möglichst schmalbandiges Reflexionsverhalten von Vorteil, da dadurch der für die Transmission verbleibende Wellenlängen- bzw. Winkelbereich maximiert wird. Licht der Wellenlänge λ , welches unter einem Winkel α propagiert, durchläuft verglichen mit senkrechtem Einfall einen um den Faktor $\frac{1}{\cos(\alpha)}$ längeren optischen Weg, d.h. die Schicht muss für eine um den Faktor $\cos(\alpha)$ kürzere Wellenlänge ebenfalls funktionieren. In Richtung kürzerer Wellenlängen ist eine Bandbreite $\Delta\lambda$ von:

$$\Delta\lambda = \lambda(1 - \cos(\alpha)) \quad (3.4)$$

notwendig. Durch Umstellen von Gl. (3.4) kann der maximal mögliche Beugungswinkel α_{max} abgeschätzt werden. Für die verwendeten Laser-Wellenlängen ist dieser bei der Kombination Blau-Grün mit $\alpha_{max} = 27,2^\circ$ am kleinsten. Die zugehörige Strukturgröße von ca. der einfachen Wellenlänge stellt also einen Grenzwert dar, unterhalb dessen keine Erzeugung eines RGB Farbbildes mit einem Schichtaufbau möglich ist, da das zurückgeworfene Licht von den weiter oben liegenden Schichten nicht mehr transmittiert werden kann.

Allgemein gilt, dass die Freiheit in der Gestaltung der wellenlängenabhängigen Eigenschaften eines Systems, um A1-A3 optimal zu erfüllen, mit der Anzahl der Schichten und der Freiheit in der Auswahl des Brechungsindex zunimmt. Dies wird jedoch begrenzt durch A4 und A5. Abhängig von der Wahl der Beschichtungstechnologie und der Prozessparameter kommt es zu einer zunehmenden Verfälschung des ursprünglichen Oberflächenprofils (Abb. 3.10). Damit wird die Effizienz verringert und das Streulicht vergrößert. Weiterhin sind die Materialien, die mit zu den für die Abformung und Stapelung verwendeten Technologien kompatibel sind, begrenzt, wodurch auch die Freiheit in der Wahl der Brechungsindizes der einzelnen Schichten reduziert wird. Es muss somit ein Kompromiss gefunden werden zwischen einem theoretisch optimalen, aber komplizierten und einem praktisch realisierbaren, einfachen Schichtsystem.

Eine weitere Möglichkeit zur Optimierung besteht in der Wahl der Reihenfolge des gestapelten Elementes. Die von weiter oben gelegenen Elemente reflektierten Wellenlängen müssen bei weiter unten liegenden Elementen nicht mehr beachtet werden. Das unterste Element kann somit wellenlängenunabhängig reflektierend ausgelegt werden (z.B. durch Beschichtung mit einer dünnen Metallschicht). Die angesprochene optimale Wellenlängencharakteristik kann somit noch vereinfacht werden und es werden lediglich Kantenfilter benötigt, die bei einer gegebenen Gesamtdicke des Schichtsystems mit besserem Kontrast realisiert werden können als Bandfilter. Allerdings werden bei einer solchen Optimierung die Anforderungen an die Spiegel an anderer Stelle verschärft. Licht, das aufgrund einer eventuell vorhandenen Resttransmission der weiter oben liegenden Elemente zu den weiter unten gelegenen Elementen propagiert, wird von diesen vollständig reflektiert und bekommt eine

falsche Phasenfunktion aufgeprägt. Beim erneuten Durchgang durch die obere Schicht wird ein Teil dieses Lichtes wiederum transmittiert und erzeugt ein Falschfarbenbild, das auch bei geringen Intensitäten wesentlich störender sein kann als gleichmäßig verteiltes Rauschen.

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Versuche wurden sowohl RGB-Elemente (Stapel aus drei Elementen), als auch einzelne, wellenlängenselektive CGH für jeweils eine der Grundfarben untersucht. Da die Beschichtung ein kostspieliges und aufwendiges Verfahren ist, wurden die Versuche so angelegt, dass beide Varianten durchführbar sind. Aus diesem Grund und wegen der erwähnten Nachteile wurden Spiegel ausgewählt, die unabhängig von der Anordnung der Schichten funktionieren. Am kritischsten ist in diesem Fall das Schichtsystem für die mittlere Wellenlänge (in diesem Fall grün bei $\lambda=543\text{nm}$), da hier ein Bandpass realisiert werden muss. Für die Randwellenlängen reicht auch bei beliebiger Reihenfolge der Schichten ein Kantenfilter aus. Die Optimierung der Schichtsysteme wurde in Zusammenarbeit mit der Firma *mso-jena Mikroschichtoptik GmbH* durchgeführt. Basis waren die Materialien TiO_2 und SiO_2 . Abb. 3.7 zeigt auf der linken Seite die Wellenlängencharakteristik für die optimierten Spiegel bei drei verschiedenen Schichtdicken. Deutlich zu sehen ist, dass mit steigender Dicke ein schmalere Reflexionspeak erzeugt werden kann und die periodischen Variationen der Restreflexion im Bereich der Transmissionswellenlängen geringer werden. Für die gewählten CGH sind die erreichten Werte für das System mit der geringsten Dicke jedoch ausreichend. Da hier zusätzlich eine minimale Verfälschung des Profils während der Beschichtung zu erwarten ist, wurde für das Element für grün die Schichtdicke $1,5\mu\text{m}$ ausgewählt. Für die Elemente für rot und blau wurden Kantenfilter mit einer Dicke von $1,1\mu\text{m}$ und $1,0\mu\text{m}$ ausgewählt (Wellenlängencharakteristik: siehe Abb. 3.7).

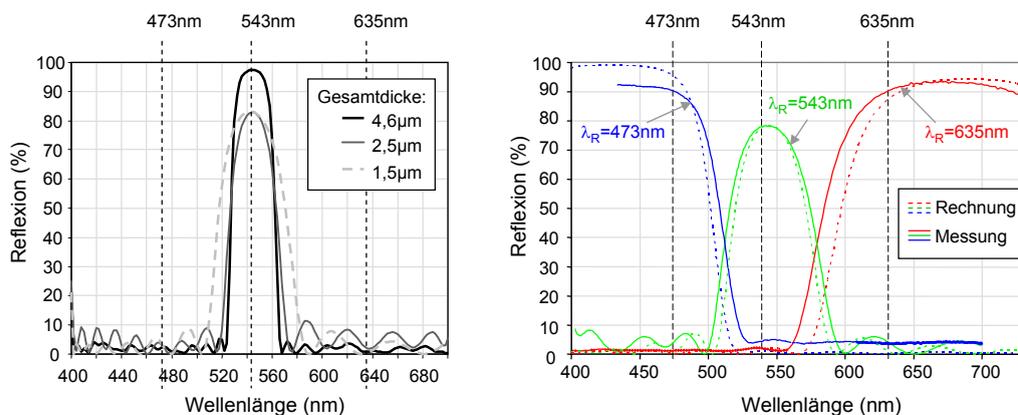


Abbildung 3.7: Reflexionskoeffizient in Abhängigkeit von der Wellenlänge für verschiedene Dicken des Schichtsystems (linke Seite, berechnet) sowie für die drei im RGB-Aufbau notwendigen Grundfarben (rechte Seite, berechnet und gemessen)

Die Messung der Wellenlängencharakteristik für eine plane Oberfläche zeigt einige Abweichungen bei den tatsächlich realisierten Elementen. Dabei ist die leichte Verschiebung der Kante des Filters für rot unkritisch, da nicht der wichtige Bereich geringer Reflexion bei

kürzeren Wellenlängen betroffen ist. Die etwas zu geringere Reflexion für $\lambda = 473\text{nm}$ des blauen Filters wirkt sich vorrangig auf die Effizienz des Elementes und ist für eine Prinzipdemonstration akzeptabel. Kritischer ist die vergleichsweise starke Reflexion von ca. 5% für den blauen Filter bei $\lambda = 543\text{nm}$ und $\lambda = 635\text{nm}$. Dies bedeutet, dass ein merkbares Falschfarbenbild erzeugt wird. Mit einer sinnvoll gewählten Reihenfolge der Elemente kann jedoch auch dieser Filter Verwendung finden (siehe Abschnitt 3.2.1).

Herstellung des Stapels aus reflektiven CGH und dielektrischen Schichtsystemen

Zur Herstellung des gestapelten Elementes werden die beiden benötigten Verfahren, Beschichtung und Abformung, wiederholt nacheinander ausgeführt. Zu diesem Zweck ist es nötig, dass bzgl. der notwendigen Prozessparameter und der verwendeten Materialien Kompatibilität sichergestellt ist. Die Optimierung erfolgte in Zusammenarbeit mit Dr. Peter Dannberg (*Fraunhofer Institut für angewandte Optik und Feinmechanik, Jena*) und *mso-jena Mikroschichtoptik GmbH*. Die Kompatibilität der einzelnen Prozesse der Replikation (durch UV-Abformung) und des Aufbringens der dielektrischen Filter mittels Ionen-Plasma unterstütztem Verdampfen (*APS* - Advanced Plasma Source Deposition) stellte sich dabei als kritischer Punkt heraus. Problematisch sind eine geringe Adhäsion, verschiedene thermische Expansionskoeffizienten und eine beschränkte Stabilität des Polymers. Durch Anpassung und Optimierung der Prozesse konnten diese Probleme bewältigt werden. Der erfolgreiche Ansatz setzte sich zusammen aus einer UV-Abformung in sehr dünne Polymerschichten, der Nutzung hybrider inorganisch-organischer Polymer-Materialien, einem optimierten Temperaturregime und einem speziell angepassten APS Schicht-Designs und -Prozesses [102]. Die UV-Abformung stellt dabei eine sehr gut geeignete Technologie dafür dar, da sie bereits routinemäßig für die Herstellung großer Mengen an temperaturstabilen, mikrooptischen Elementen genutzt wird, wobei insbesondere die Oberflächenqualität der Quarzglasmaster in einem für den vorliegenden Zweck ausreichendem Maß erhalten bleibt [103].

Während des Prozesses wurde die Oberfläche des Substrates (auf der bereits ein abgeformtes und mit Reflexionsschicht versehenes CGH einer anderen Grundfarbe aufgebracht sein konnte) mit einer dünnen Lage des UV-Polymer beschichtet. Somit wurde die Planarisierung und die Vorbereitung zur Abformung des nächsten CGH des RGB-Stapels simultan ausgeführt. Die UV-Abformung selbst geschah auf einem MA6 mask aligner (*SUSS MicroTec*) der mit einer Abformungseinheit ausgestattet war [104]. Dabei wurde zunächst der Master und das Substrat parallel ausgerichtet. Danach konnte das UV-empfindliche Polymer (*Zipcone UA Gelest, Inc.*) aufgetragen werden, gefolgt von einer Ausrichtung der Elemente in lateraler und axialer Richtung. Während des Zusammenpressens wird das Polymer mit einer UV Dosis von $1\text{J}/\text{cm}^2$ bei 365nm Wellenlänge ausgehärtet, danach ist eine Trennung möglich. Eine maximale Stabilität gegenüber den folgenden APS-Prozessen wird erreicht

eine zusätzliche Temperung für 30min bei 160°C. Nach der APS-Beschichtung wurde die oberste Schicht mit einem Haftvermittler (Silan) behandelt, der die Stabilität der nächsten Polymerschicht gewährleistet.

Die Ausrichtung der einzelnen Ebenen zueinander ist aufgrund der Translationsinvarianz der Fouriertransformation nicht kritisch bzgl. einer lateralen Verschiebung. Die Rotation der Ebenen gegeneinander wird dagegen direkt in eine Rotation der in den einzelnen Grundfarben erzeugten Bilder umgesetzt. Soll ein Farbfehler der Pixel im gesamten Bildbereich verhindert werden, darf die durch die Verdrehung der Elemente am Rand des beleuchteten Teils des CGH verursachte Verschiebung nicht größer als die Pixelgröße sein. Bei einem Laserstrahldurchmesser von ca. 1,5mm und einer Pixelgröße von $1\mu\text{m}$ entspricht dies einer nötigen Winkelgenauigkeit von ca. $2'$. Durch Justagestrukturen, die an den Rändern des Substrates in einem Abstand von ca. 9cm angebracht wurden, war daher eine laterale Justagegenauigkeit von ca. $50\mu\text{m}$ nötig. Die erreichbare Justagegenauigkeit des Maskaligner liegt im Bereich weniger μm , somit ist eine ausreichende Ausrichtung der Elemente bzgl. Rotation leicht möglich.

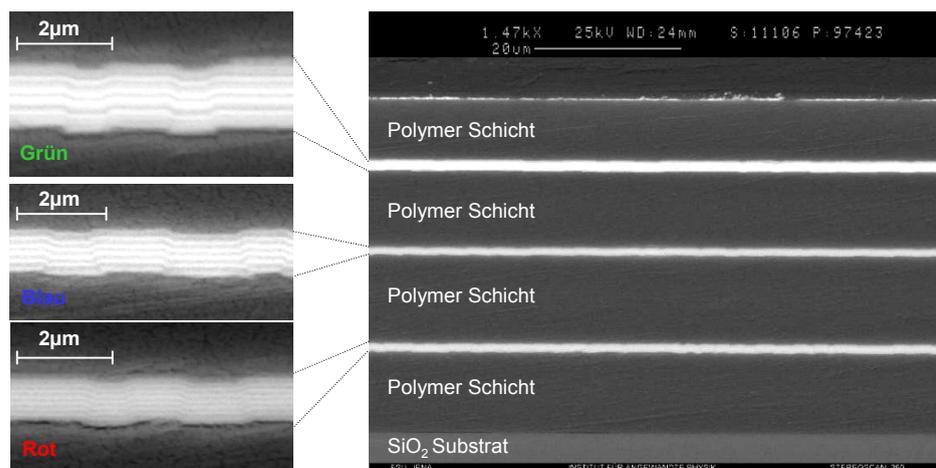


Abbildung 3.8: REM-Aufnahme des Querschnitts durch einen RGB-Stapel aus reflektiven CGH und dielektrischen Schichtsystemen

Abb. 3.8 zeigt REM-Aufnahmen eines hergestellten RGB-Stapels im Querschnitt. Deutlich zu sehen sind die strukturierten Polymerschichten und die dazwischenliegenden dielektrischen Schichtsysteme. Zu erkennen ist auch, dass die Schichtsysteme beim Aufbringen auf die strukturierte Oberfläche wie zu erwarten die rechteckigen Form nicht perfekt abbilden, sondern dass es im Bereich der Kanten zu Verrundungen kommt.

Vermessung der hergestellten Elemente

Mit dem beschriebenen Verfahren wurden sowohl einzelne Elemente für die drei Grundfarben, als auch ein RGB-Stapel zur Erzeugung von Farbbildern hergestellt. Als Motive dienten

einige der bereits für das Prinzip des lateralen Farbmultiplexings verwendeten Bilder. Um die Abhängigkeit der Verfälschung der Form der Struktur bei der Beschichtung zu untersuchen wurden Elemente mit Pixelgrößen von 500 und 700nm, sowie 1, 2, 4 und $8\mu\text{m}$ hergestellt. Abb. 3.9 zeigt eine detaillierte REM-Aufnahme des Querschnittes durch ein strukturiertes Schichtsystem, welches deutlich die Verfälschung der Pixelform durch das Schichtwachstum zeigt. Diese Verfälschungen werden sich auf die Hologrammfunktion und die Wellenlängenselektivität auswirken, wobei durch die unterschiedliche Form von Ober- und Unterseite relativ zur Richtung des Schichtwachstums zusätzlich eine Abhängigkeit von der Beleuchtungsrichtung zu erwarten ist.

Um diesen Sachverhalt zu untersuchen wurde das Reflexions- und Transmissionsverhalten der einzelnen Elemente für die verschiedenen Wellenlängen optisch untersucht. Da durch Herstellungsschwankungen beim Aufbringen der Spiegel bereits signifikante Schwankungen über der Fläche des Substrats und damit zwischen den einzelnen Elementen auftreten, konnten nur Messungen, die an unmittelbar benachbarten Punkten (Abstand $\approx 1\text{mm}$) durchgeführt wurden, reproduzierbare Werte liefern. Somit konnte nur ein Vergleich zwischen strukturierter und unstrukturierter Region im Randbereich der CGH durchgeführt werden, ein direkter Vergleich verschiedener Elemente war nicht möglich.

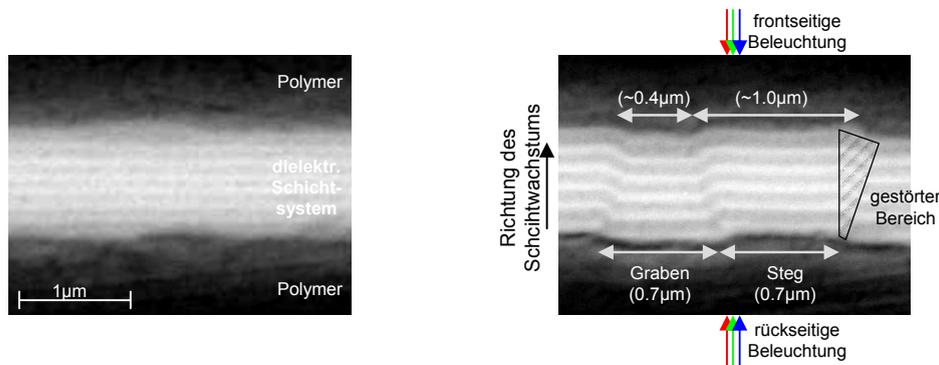


Abbildung 3.9: Detaillierte REM-Aufnahme des Querschnittes eines unstrukturierten (links) und eines strukturierten (rechts) Schichtsystems

Zum Vergleich der beiden Beleuchtungsrichtungen wurde das Verhältnis η_{ges} zwischen dem gesamten gebeugten Licht in Reflexion und dem insgesamt reflektierten Licht gemessen. Dies stellt nicht die Effizienz dar, mit der das eigentliche Bild erzeugt wird (da Streulicht und höhere Ordnungen mit erfasst werden), kann aber trotzdem als Vergleichsmaß für die Effektivität der Beugung der Elemente dienen. Es zeigt sich, dass η_{ges} für die Reflexionswellenlänge (fett gedruckte Werte in Abb. 3.10, links) für frontseitige Beleuchtung signifikant kleiner ist. Dies kann erklärt werden durch die Änderung des Verhältnisses der Fläche von hochstehenden zu niedrigstehenden Pixeln (analog zum Füllfaktor eines binären Gitters). Weiterhin ist der Phasenhub durch die Verrundung in den Randbereichen der Pixel reduziert. Beide Effekte bewirken eine Verstärkung der nullten Ordnung und damit einen Rückgang der Effizienz.

Bei den Transmissionswellenlängen ist die Tiefe für die Beugung in Reflexion von vornherein nicht optimal, weshalb eine Änderung des Füllfaktors sowohl eine Erhöhung als auch eine Verringerung von η_{ges} bewirken kann (normal gesetzte Werte in Abb. 3.10, links). Somit ist diesbezüglich keine Richtung prinzipiell für alle Farben gleichzeitig vorteilig oder nachteilig, im vorliegenden Fall ist die rückseitige Beleuchtung insgesamt etwas günstiger.

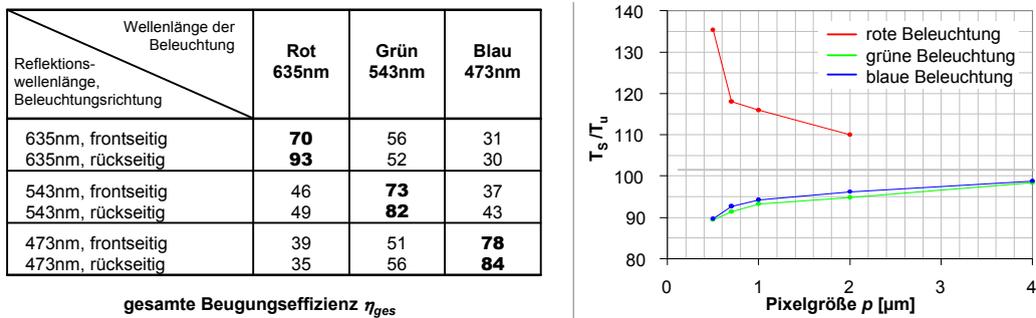


Abbildung 3.10: Einfluss der Richtung der Beleuchtung auf die Beugungseffizienz η_{ges} (genaue Def. siehe Text) in Reflexion (links) und Einfluss der Pixelgröße auf die Transmission bei unterschiedlichen Pixelgrößen (rechts)

Um den Einfluss der Pixelgröße zu untersuchen wurde das Verhältnis zwischen dem Transmissionskoeffizienten T , bezogen auf die Gesamttransmission, in einem strukturierten (T_s) und einem direkt benachbarten, unstrukturierten (T_u) Bereich, untersucht. Eine Änderung von T lässt sich auf die Verrundung der Kanten zurückführen, da in diesem Bereich die Reflexionswirkung des Schichtsystems gestört ist. Da die absolute Größe dieses Bereichs unabhängig von der Pixelgröße ist, wird sein Einfluss auf die eigentlich angestrebte Reflexionscharakteristik mit steigender Pixelgröße geringer werden, weshalb $\frac{T_s}{T_u}$ für die Reflexionswellenlänge fallen und für die Transmissionswellenlängen steigen sollte. Dieses Verhalten konnte experimentell bestätigt werden (Abb. 3.10, rechts). Da keine signifikante Absorption vorhanden ist, bedeutet dies, dass mit geringer werdender Pixelgröße das Intensitätsverhältnis in Reflexion zwischen gewünschtem und ungewünschtem Farbanteil größer wird, es also zu stärker sichtbaren Falschfarbbildern kommt.



Abbildung 3.11: Erzeugte Bilder bei Beleuchtung eines einschichtigen, wellenlängenselektiven CGH für eine der drei Grundfarben mit allen drei Grundfarben, sowie Messung der relativen Intensität der erzeugten Falschfarbbilder

Zur Beurteilung des optischen Eindrucks wurden zunächst Elemente, die nur aus einem wel-

lenlängenselektiven CGH für eine der Grundfarben bestanden, mit allen drei Grundfarben beleuchtet. Das Ergebnis zeigt Abb. 3.11. Es wird deutlich, dass im Vergleich mit konventionellen Transmissions-CGH die erzeugten Intensitätsverteilungen eine vergleichbare Qualität aufweisen.

Die in den Aufnahmen sichtbaren Falschfarbenbilder besitzen unterschiedliche Intensität. Dies ist bedingt durch die nicht vollständige Unterdrückung der Transmissionswellenlängen (vgl. Graph in Abb. 3.7). Zusätzlich entsteht durch die Dispersion eine Skalierung der Falschfarbenbilder, wodurch sich, bei gleicher Effizienz im Vergleich zur Transmissionswellenlänge, ihre Intensität verändern kann. Beispielsweise belegt das blaue Falschfarbenbild im Vergleich zum roten gewünschten Bild nur die halbe Fläche, dementsprechend wird die Intensität verdoppelt. Kurzwelligere Falschfarbenbilder erscheinen demzufolge heller, langwellige Falschfarbenbilder dunkler. Dieser Effekt erklärt die in Abb. 3.11 sichtbaren, unterschiedlich starken Falschfarbenbilder für die CGH für Rot, Grün und Blau. Um einen RGB-Stapel mit möglichst schwach sichtbaren Falschfarbenbildern zu realisieren, wird die Reihenfolge der Grundfarben nach der Qualität der Einzelemente entschieden. Im vorliegenden Fall wäre gemäß den Messwerten aus Abb. 3.11 die Abfolge Rot-Grün-Blau mit Rot als unterstem Element am günstigsten. Da Einzelemente und der RGB-Stapel aufgrund der aufwendigen Beschichtungstechnologie parallel hergestellt wurden und somit die obigen Einzelmessungen während der Herstellung des gestapelten Elementes noch nicht zur Verfügung standen, konnte nur ein Element mit der gewählten Reihenfolge Rot-Blau-Grün vermessen werden (Abb. 3.12). Als einziges visuell wahrnehmbares Falschfarbenbild verbleibt ein schwacher grüner Anteil des blauen Bildes. Die anderen in Abb. 3.11 sichtbaren Falschfarbenbilder werden unterdrückt da sie aus tieferen Schichten kommen und die entsprechenden Wellenlängen bereits weiter oben reflektiert wurden.

Vergleich mit lateralem Farbmultiplexing

Um die im Vergleich zur lateralen Farbmultiplexing wesentlich erhöhte Schärfentiefe zu visualisieren wurde mit beiden Prinzipien eine Projektion auf Schirme in unterschiedlicher Entfernung durchgeführt. Dabei wurde für den lateralen Aufbau die Variante mit Verkipfung der Strahlrichtungen verwendet, wobei die Bilder der Grundfarben in einer Entfernung von 2m überlagert wurden (Abb. 3.13). Gemäß der Abschätzung in Abschnitt 3.1.2 und mit den Parametern der CGH aus Abschnitt 3.1.3 ergibt sich eine zu erwartende Schärfentiefe von ca. 20cm. Bei unverändertem optischen Setup wurde der Bildebenenabstand auf 0,7m verringert, wodurch bei lateralem Farbmultiplexing erwartungsgemäß eine deutlich sichtbare Aufspaltung der Farbanteile auftritt (Abb. 3.13). Bei longitudinalem Farbmultiplexing ist dagegen keine Farbaufspaltung erkennbar, die Schärfentiefe bleibt somit erhalten.

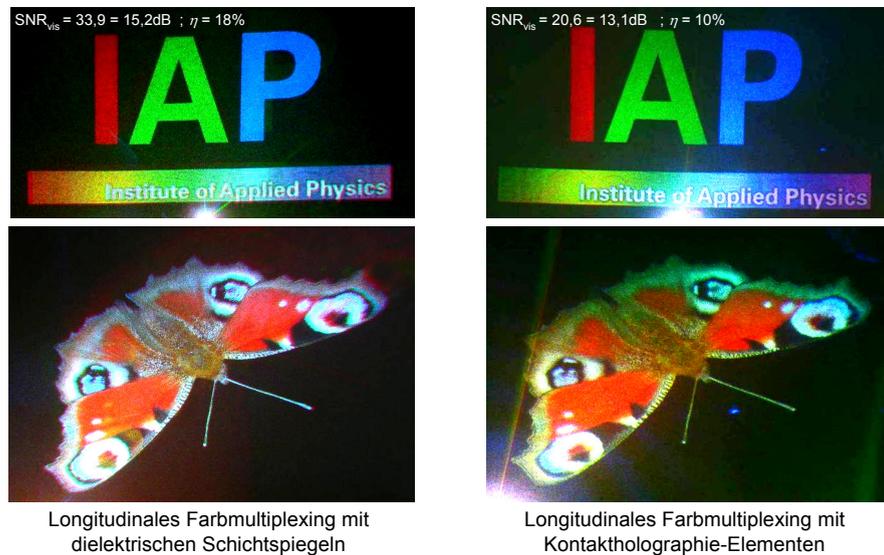


Abbildung 3.12: Erzeugte Bilder bei Beleuchtung eines dreischichtigen, wellenlängenselektiven RGB-CGH mit allen drei Grundfarben

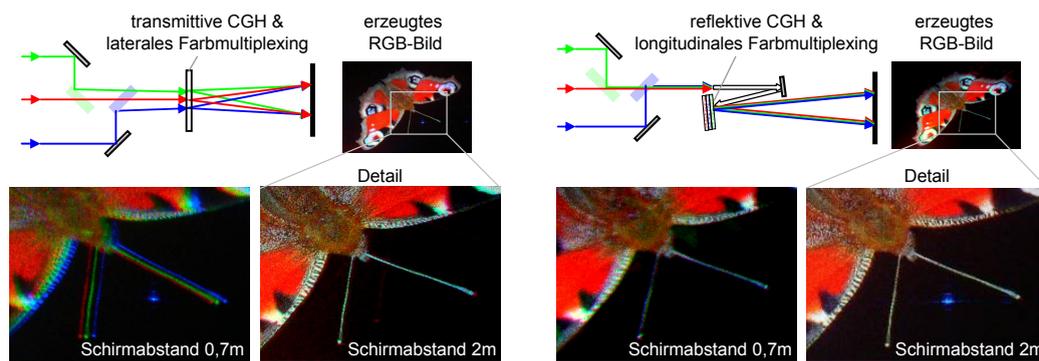


Abbildung 3.13: Vergleich der Schärfentiefe bei lateralem (links) und longitudinalem (rechts) Farbmultiplexing

3.2.2 Stapel holographisch kopierter Reflexions-CGH

Der größte Nachteil der in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen CGH mit longitudinalem Farbmultiplexing ist die aufwendige Herstellungstechnik. Sie besteht aus aufwendigen Einzelschritten, die sequentiell ausgeführt werden müssen. Somit ist eine Fertigung in größeren Stückzahlen problematisch. Eine mögliche Technologie, die diesbezüglich besser geeignet ist, stellt die holographische Kontaktkopie dar. Dieses Verfahren wird z.B. für Sicherheitsmerkmale in Ausweisdokumenten [105] routinemäßig angewendet. Im Fall der Farbbilderzeugung kann die Funktionalität des dielektrischen Schichtsystems ersetzt werden durch ein Dickschichthologramm, welches als holographischer Kontaktkopie eines reflektiven CGH hergestellt wird (Abb. 3.14). Dabei wird ausgenutzt, dass bei der Kopie die Funktionalität des CGH in das Polymer übertragen wird, wobei gleichzeitig durch die Überlagerung der gegeneinander lau-

fenden Wellen eine Modulation des Brechungsindex in z-Richtung eingebracht wird. Diese wirkt analog zu den dielektrischen Spiegeln als wellenlängenselektive Reflexionsschicht.

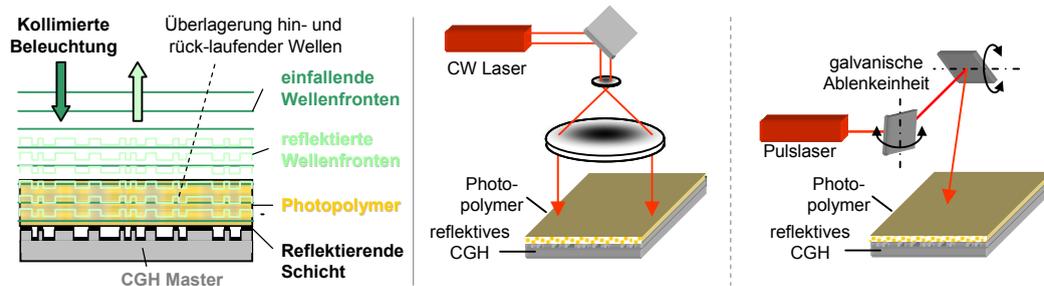


Abbildung 3.14: Prinzip der Abformungstechnologie der holographischen Kontaktkopie eines reflektiven CGH (links) und zwei konkrete Ausführungsformen des optischen Aufbaus (rechts)

Um diese Variante der Farb-CGH experimentell zu überprüfen, wurden die für Abschnitt 3.2.1 entwickelten Master Elemente in SiO_2 wiederverwendet. Während des Kopierprozesses müssen diese Elemente reflektiv wirken, allerdings wird keine Wellenlängenselektivität benötigt im Gegensatz zu Abschnitt 3.2.1. Aus diesem Grund genügte die Beschichtung mit einer 80nm dicken Chromschicht um das benötigte Reflexionsverhalten zu erreichen. Der Kopierprozess fand bei der Firma *Linhof GmbH* statt. Als Polymer kam *Dupont Omnidex®* [106] zum Einsatz. Die Aufnahme erfolgte mit einer Dosis von $50\text{mJ}/\text{mm}^2$, die über einen Zeitraum von 20s eingebracht wurden. Nach der Belichtung erfolgte zur Einstellung der korrekten Indexvariation und zur Stabilisierung der eingebrachten Phasenfunktion eine Temperung bei 120° für mindestens 15min. Die so erhaltenen Folien wurden durch einen Laminierungsprozess auf einen Glasträger aufgebracht. Die mit den so gewonnenen, wellenlängenselektiven Reflexions-CGH erhaltenen Bilder zeigt Abb. 3.12, rechts. Die in diesem Fall verwendeten Master Elemente besaßen eine Pixelgröße von $1\mu\text{m}$, der maximale Beugungswinkel liegt dementsprechend bei 18° . Die Qualität ist geringer als bei den Elementen aus Abschnitt 3.2.1. Die Wellenlängenselektivität ist dagegen verbessert. Im Farbbild sind keine Anteile mit der falschen Wellenlänge sichtbar, auch bei Beleuchtung einzelner Elemente mit den drei Grundfarben konnten keine Bilder in den unerwünschten Wellenlängen nachgewiesen werden. Die Schärfentiefe bleibt ebenso erhalten, wie bei den Untersuchungen der Elemente aus Abschnitt 3.2.1, da die geometrische Anordnung der drei Elemente für die Grundfarben identisch ist. Ein Problem bei der Herstellung stellt die maximal kodierbare Ortsfrequenz dar, die den maximal erreichbaren Beugungswinkel bestimmt. Dies ist abhängig von dem verwendeten Polymer, von den Belichtungsparametern der Kontaktholographie und dem verwendeten Temperregime. Im vorliegenden Fall kann erkannt werden, dass speziell im roten Anteil für große Winkel bereits sichtbar Intensität verlorengelht. Dieses Verhalten, sowie die allgemein erreichbare Bildqualität können durch Optimierung des Polymers und der Prozessparameter verbessert werden.

4 Farbbilderzeugung durch Ausnutzung der Dispersion im Bild

Im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Varianten der Farbbilderzeugung soll in diesem Kapitel ein Ansatz dargestellt werden, bei dem die Zielfunktionen und damit die Struktur des CGH nicht mehr für jede Grundfarbe einzeln betrachtet werden. Stattdessen soll eine einzige Phasenstruktur entwickelt werden, die bei Beleuchtung mit einem RGB-Laserstrahl das gewünschte Farbbild erzeugt.

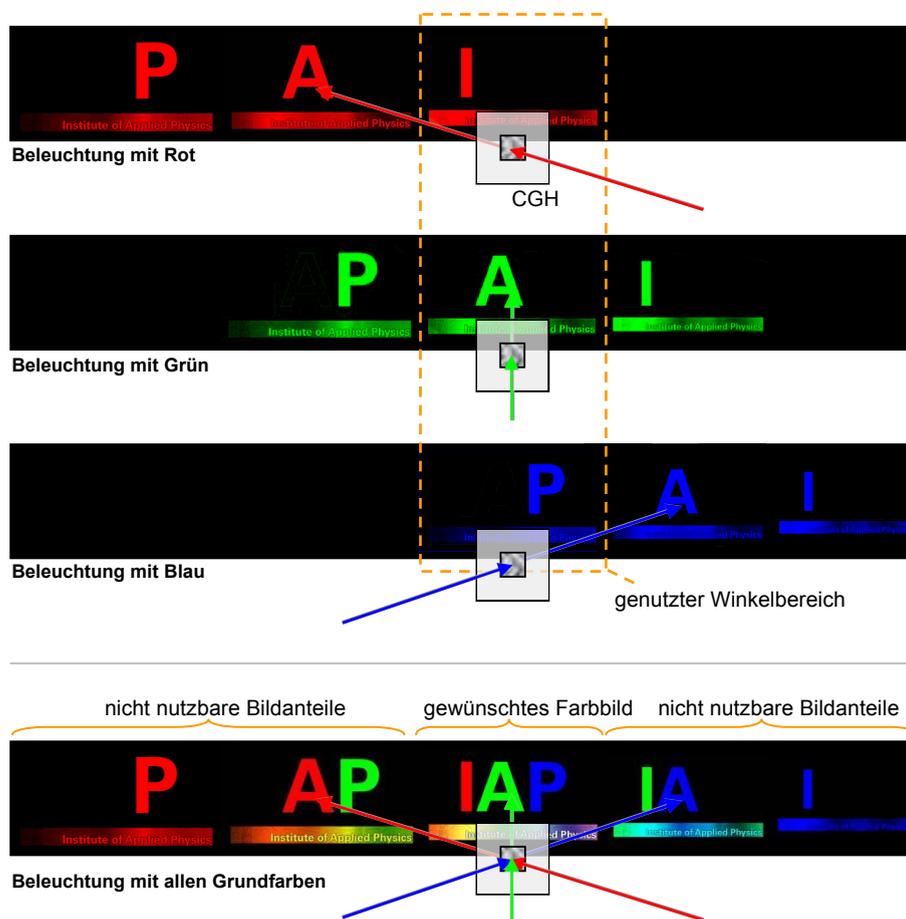


Abbildung 4.1: Prinzip der Farbbilderzeugung durch Dispersionstrennung. Oberer Bildteil: Beleuchtung des CGH mit drei Grundfarben. Unterer Bildteil: Beleuchtung des CGH mit allen drei Grundfarben

Ein konventionelles Fernfeld-CGH, welches mit verschiedenen Wellenlängen beleuchtet wird,

erzeugt das einkodierte Bild in der der Wellenlänge entsprechenden Farbe, wobei in erster Näherung nur eine laterale Skalierung des Bildes auftritt und sich die Effizienz ändert. Die Signalfunktion kann nun so gestaltet werden, dass alle benötigten Farbanteile eines mehrfarbigen Bildes lateral getrennt erzeugt werden. Durch eine Anpassung der Beleuchtungsrichtungen können die richtigen Teile der Signalfunktion so überlagert werden, dass das angestrebte Farbbild entsteht [107]* (Abb. 4.1). Um dieses Prinzip auch mit Beleuchtung durch einen RGB-Laserstrahl realisieren zu können, sollen die verschiedenen Richtungen der Grundfarben mit Hilfe der Dispersion erzeugt werden. Dazu wird die Signalverteilung nicht um die nullte Ordnung (sogenanntes *on-axis CGH*) platziert, sondern seitlich verschoben (sogenanntes *off-axis CGH*). Die Dispersion bewirkt nun nicht mehr nur eine Skalierung, sondern auch eine Verschiebung des Bildes. Dies wird durch die Abhängigkeit der Ausbreitungswinkel von der Wellenlänge beschrieben (Gl.(2.16)). Abb. 4.2 zeigt diesen Übergang von der Beleuchtung eines *on-axis CGH* mit unterschiedlichen Richtungen (links) zur Beleuchtung eines *off-axis CGH* mit einem RGB-Laserstrahl (mittig). Der Vorteil dieses Prinzips ist seine außerordentliche Einfachheit, da ein gewöhnliches, monochromatisches CGH verwendet werden kann, welches keine erhöhte Modulationstiefe benötigt. Nachteilig ist die prinzipielle Beschränkung der erreichbaren Effizienz in der Ausnutzung der eingestrahnten optischen Leistung, da in jeder Farbe alle RGB-Bildanteile erzeugt werden, jedoch nur je einer der Anteile genutzt werden kann. Die genaue obere Schranke der Effizienz hängt von den Intensitäts- und Größenverhältnissen der RGB-Bildanteile an. Es kann allerdings abgeschätzt werden, dass typischerweise nicht mehr als ca. ein Drittel der optischen Leistung nutzbar ist.

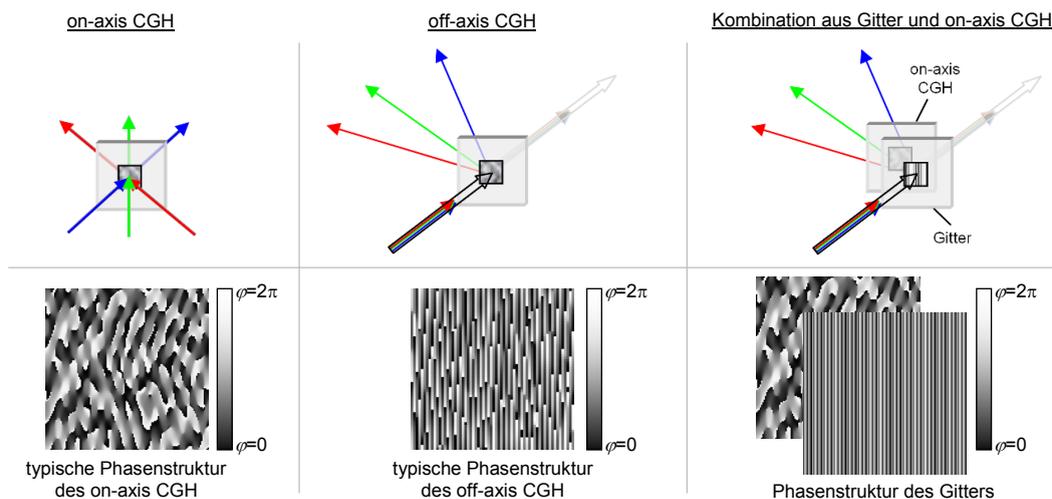


Abbildung 4.2: Möglichkeiten der Farbbilderzeugung mittels Dispersionstrennung: Beleuchtung eines *on-axis CGH* aus verschiedenen Richtungen (links), Beleuchtung eines *off-axis CGH* (mittig) bzw. einer Kombination aus Gitter und *on-axis CGH* (rechts) mittels RGB-Laserstrahl

Ein *off-axis CGH* benötigt im Vergleich zu einem *on-axis CGH* höhere Ortsfrequenzen, da die Ablenkung gegenüber der optischen Achse mit im CGH kodiert werden muss. Zusätzlich

ändert sich die Verteilung der Pixel des CGH, es entsteht ein modulierte Gitter (Abb. 4.2). Die Anforderungen an die Herstellungstechnologie sind bei einer solchen Struktur wesentlich kritischer. Auch ist die Genauigkeit der Beschreibung der optischen Propagation durch das Element mittels TEA bei größeren Winkeln und kleineren Strukturgrößen geringer. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, die Funktionalität in zwei Elemente aufzuteilen: Ein lineares Beugungsgitter und ein gewöhnliches on-axis CGH (Abb. 4.2, rechts). Dazu wird von der Phasenfunktion des off-axis CGH der Phasenverlauf eines eindimensionalen Gitters abgetrennt. Dieses Gitter gewährleistet die Aufspaltung des kollimierten Strahles in drei Richtungen. Das nach der Abspaltung übrigbleibende CGH, welches alle Farbkanäle nebeneinander kodiert, kann bei geeigneter Wahl der Parameter des Gitters nun wieder als on-axis Element realisiert werden (Abb.4.2). Dieses CGH wird nun in den drei durch das Gitter erzeugten Richtungen beleuchtet. Die richtige Überlagerung wird in den Bereich der -1. Ordnung der mittleren Wellenlänge positioniert (Abb. 4.2, rechts). Die hohen Ortsfrequenzen werden nun hauptsächlich durch das einfache, eindimensionale Gitter realisiert, welches im Gegensatz zu einer pixelierten Struktur wesentlich einfacher herzustellen ist. Die Trennung in zwei Funktionalitäten besitzt auch bezüglich des Designs einen Vorteil. Das Gitter kann einzeln optimiert werden, um die Effizienz der Umlenkung des Lichtes in die gewünschte Projektionsrichtung zu verbessern. Im Gegensatz zur Berechnung eines CGH, für das aus den in Abschnitt 2.1.2 genannten Gründen nur die TEA Methode zum Einsatz kommen kann, sind für ein Gitter auch rigorose Methoden anwendbar. Damit kann auch bei den erforderlichen kleinen Strukturgrößen eine korrekte Beschreibung der Lichtbeeinflussung erfolgen und die Optimierung der Strukturparameter führt zu besseren Ergebnissen. In den folgenden Abschnitten werden der mit diesem Prinzip realisierbare, freie Winkelbereich abgeschätzt, das Design des Gitters beschrieben und eine experimentelle Realisierung der Farbbilderzeugung vorgestellt.

4.1 Abschätzung des freien Winkelbereichs

Ein Off-Axis CGH erzeugt das einkodierte Bild abhängig von der Wellenlänge unter verschiedenen Winkeln. Um die Signalverteilung, die das in Abb. 4.2 skizzierte Verhalten realisiert, zu berechnen, muss zunächst abgeschätzt werden, wie der für jede Grundfarbe nutzbare Winkelbereich $2 \times \Delta\Theta$ (Abb. 4.3) mit den Parametern des Aufbaus (Beleuchtungswinkel Θ_{in} , Abstrahlrichtung Θ , Wellenlängen λ_n) verknüpft ist. Dazu wird die notwendige Ortsfrequenzverteilung, die vom CGH realisiert werden muss, betrachtet. Eine Trennung der Bilder der einzelnen Farbkanäle ist genau dann möglich, wenn sie im Ortsfrequenzraum (unter Berücksichtigung der verschiedenen Wellenlängen) nicht überlappen. Um diese Bedingung zu untersuchen muss der Ortsfrequenzbereich ermittelt werden, den eine gewünschte Signalverteilung bei bestimmten Parametern des optischen Aufbaus belegt. Dazu kann die Gittergleichung

herangezogen werden:

$$\sin \Theta = \sin \Theta_{in} + \frac{\lambda}{p} \quad (4.1)$$

wobei p die Periode des Gitters, Θ_{in} den Einfallswinkel relativ zum Lot und Θ den Beugungswinkel erster Ordnung bezeichnen. Für ein CGH gilt diese Gleichung ebenfalls, allerdings gibt es hier keine feste Periode sondern eine komplizierte Superposition vieler Perioden, die den zu realisierenden Ortsfrequenzen $f = \frac{1}{p}$ entsprechen. Nach Umstellen von Gl.(4.1) kann f berechnet werden mittels:

$$f(\Theta_{in}, \Theta, \lambda) = \frac{\sin \Theta - \sin \Theta_{in}}{\lambda} \quad (4.2)$$

Damit sich die Bilder benachbarter Wellenlängen nicht überlappen, muss die folgende Bedingung erfüllt sein (vgl. Abb. 4.3):

$$f(\Theta_{n+1} - \Delta\Theta, \lambda_{n+1}) > f(\Theta_n + \Delta\Theta, \lambda_n) \quad (4.3)$$

wobei mit $\Delta\Theta$ der halbe Winkel des freien Winkelbereichs bezeichnet wird.

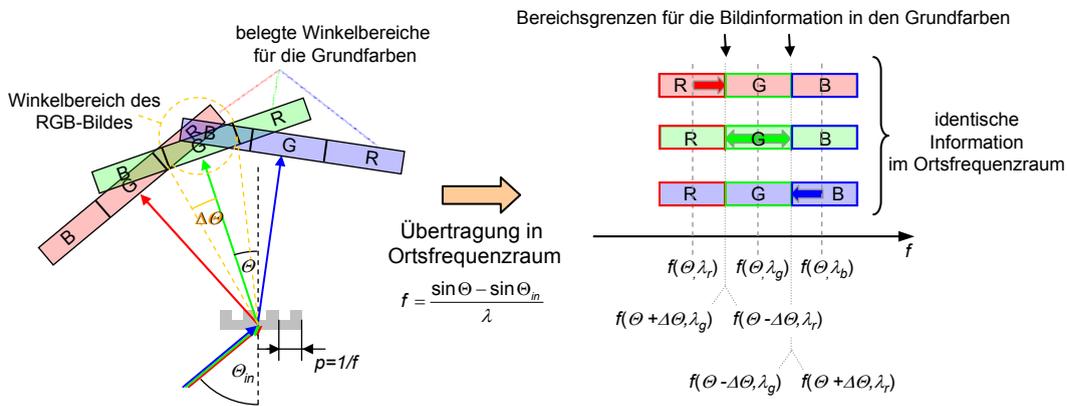


Abbildung 4.3: Veranschaulichung der Berechnung des freien Winkelbereichs $2 * \Delta\Theta$ für die Bildinformation einer Grundfarbe

Wie in Anhang 7.4 gezeigt wird, kann daraus bei gegenüber der Absolutwellenlängen kleinem Wellenlängenabstand die Bedingung:

$$\tan \Delta\Theta < \frac{\Delta\lambda \sin \Theta - \sin \Theta_{in}}{\lambda_S \cos \Theta} \quad (4.4)$$

hergeleitet werden. Damit wird quantitativ ausgedrückt, dass der freie Winkelbereich umso größer wird, je stärker der Einfluss der Dispersion, beschrieben durch die relative Wellenlängendifferenz und den Ablenkwinkel, ist. Zusätzlich bewirkt ein bei einer bestimmten

Strahlableitung (beschrieben durch $\sin \Theta - \sin \Theta_{in}$) maximierter Austrittswinkel Θ (d.h. $\Theta_{in} = 0$) eine zusätzliche leichte Vergrößerung der Dispersion. Für die in dieser Arbeit hauptsächlich relevanten Strukturgrößen im Bereich um $1\mu\text{m}$ und damit erreichbaren Ablenkungswinkel der mittleren Wellenlänge von ca. 35° , sowie einer Wellenlängendifferenz von 60nm (zwischen typischen Wellenlängen für Blau und Grün) und $\Theta_{in} = 0$, ergibt sich damit $\Delta\Theta < 3^\circ$. Das heißt in diesem Fall ist der freie Winkelbereich, der bei Dispersionstrennung in einem off-axis CGH realisiert werden kann, etwa um den Faktor 12 gegenüber einem monochromatischen CGH mit gleicher Pixelgröße eingeschränkt worden.

In der praktischen Ausführung ist statt $\Theta_{in} = 0$ eine gleichmäßig Aufteilung der Ablenkung vorteilhaft ($\Theta_{in} = -\Theta$), da in diesem Fall für eine bestimmte Gesamtablenkung die einzelnen Winkel (Einfall und Ausfall) minimal sind. Dies verringert die Verluste durch Fresnel-Reflexion, und sorgt für einen geringeren Fehler bei der Anwendung von TEA. Gl.(4.4) kann für diesen Fall umgeschrieben werden zu:

$$\tan \Delta\Theta < 2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_S} \tan \Theta \quad (4.5)$$

Die auf einer Leinwand erreichbare Größe des Bildes ist laut Gl.(2.16) proportional zu $\tan \Theta$, weshalb im Fall gleicher Pixelgröße das Verhältnis der Bildgrößen bei Dispersionstrennung X_D und im monochromatischen Fall X_M berechnet werden kann als:

$$\frac{X_D}{X_M} = \frac{\tan \Delta\Theta}{\tan \Theta} < 2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_S} \quad (4.6)$$

Diese Reduktion der Bildgröße kann als Maß für die Informationsmenge, die in dem CGH bei einer bestimmten Pixelgröße speicherbar ist, genutzt werden. Die relative Verringerung der Informationsmenge ist dann gemäß Gl.(4.6) unabhängig von der Pixelgröße, sie wird nur durch die relative Wellenlängendifferenz bestimmt. Bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Wellenlängen der Grundfarben ist $\frac{X_D}{X_M}$ durch den Wellenlängenabstand zwischen Blau ($\lambda=473\text{nm}$) und Grün ($\lambda=532\text{nm}$) am stärksten begrenzt. Es ergibt sich $\frac{X_D}{X_M} < 0,1$. Somit wird, da ein wesentlich größerer Wellenlängenabstand aus den in Abschnitt 2.2.1 genannten Gründen nicht möglich ist, die Farbbilddarstellung mittels Dispersionstrennung bei Nutzung eines off-axis CGH immer den Informationsgehalt um ca. eine Größenordnung reduzieren.

4.2 Design des Beugungsgitters

Das Gitter kann auf zwei prinzipielle Arten realisiert werden: Für die einzelnen Farben können entweder die gleiche oder verschiedene Beugungsordnungen genutzt werden. Die Aufteilung in verschiedenen Beugungsordnungen wurde von *Dammann* [39] beschrieben, wobei

jedoch ein sehr tiefes Multi-Level Element benötigt wird (Phasenmodulation ca. $9 \times 2\pi$). Bei den in dieser Arbeit angestrebten Ablenkswinkeln und den damit verbundenen Strukturgrößen von ca. $1\mu\text{m}$ wären Aspektverhältnisse der Struktur von etwa 10:1 nötig. Dies ist mit der verwendeten Herstellungstechnik, speziell auch hinsichtlich der nun nötigen, sehr viel größeren, relativen Genauigkeit des zu strukturierenden Profils, nicht möglich.

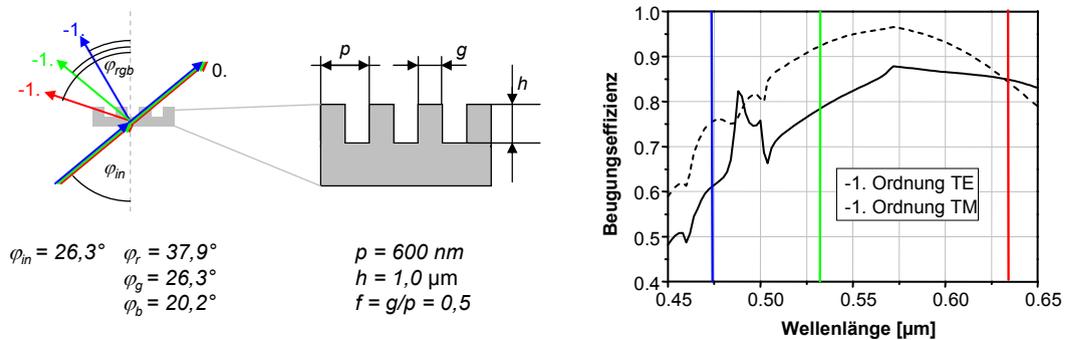


Abbildung 4.4: Parameter des Beugungsgitters für die Dispersionstrennung (links) und Ergebnisse der rigorosen Berechnung der Beugungseffizienz (rechts)

Einfacher ist die Nutzung der gleichen Beugungsordnung für alle Grundfarben, da in diesem Fall lediglich die Dispersion der Beugungsordnung ausgenutzt wird und eine Erhöhung der Tiefe des Elementes zur Trennung der Wellenlängen nicht nötig ist. Die Dispersion kann dann gemäß Gl.(4.1) vergrößert werden durch die Verwendung einer kleinen Periode, einer hohen Beugungsordnung und einer großen Wellenlängendifferenz.

Die Wellenlängendifferenz wird durch die benötigten Grundfarben weitestgehend festgelegt und kann nicht wesentlich vergrößert werden (siehe Abschnitt 2.2.1). Bei der Nutzung höherer Beugungsordnungen entsteht das Problem, dass die durch Dispersion in der gewünschten Ordnung erzeugte Änderung des Ausfallswinkels eine Verschiebung der Propagationsrichtung des Lichtes in den Bereich einer Nachbarordnung bewirken kann. Da diese Nachbarordnungen nie vollständig unterdrückt werden können, stören sie das gewünschte Bild und schränken so den freien Winkelbereich weiter ein. Auch die durch Optimierung der Gitterparameter erreichbare Beugungseffizienz der gewünschten Ordnung ist bei Vorhandensein mehrerer Beugungsordnungen geringer.

Zur Maximierung der Dispersion bleibt demzufolge nur die Nutzung einer möglichst kleinen Periode. Diese wird so gewählt, dass bei schräger Beleuchtung die +1. Beugungsordnung evaneszent wird und nur noch die 0. und -1. Beugungsordnung propagieren. Der Einfallswinkel wird so gewählt, dass eine Littrow-Anordnung (symmetrische Abstrahlung von 0. und der -1. Beugungsordnung bzgl. des Lotes zur Elementoberfläche) entsteht. Wie in [108] gezeigt wurde, kann bei der Optimierung in diesem Fall die maximale Beugungseffizienz für die -1. Ordnung erreicht werden.

4.3 Experimentelle Realisierung der Dispersionstrennung

Die Experimente wurden mit dem Prinzip der Aufteilung in eine Gitter und ein on-axis CGH durchgeführt. Als Gitterperiode wurde 600nm ausgewählt. Es zeigte sich, dass bei Gittern mit Füllfaktor von ca. 0,5 und einer Tiefe von $1\mu\text{m}$, die am IAP für andere Projekte bereits hergestellt wurden, bei TE-Polarisation des Lichtes bereits eine Effizienz von über 75% für die drei Grundfarben erreicht werden konnte (Abb. 4.4). Diese Effizienz reicht für die angestrebte Demonstration des Prinzips aus.

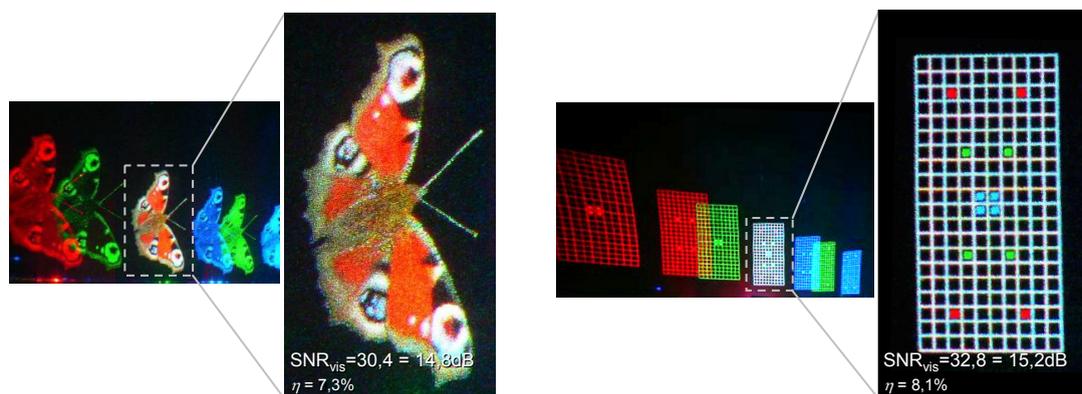


Abbildung 4.5: Photographie zweier mittel Dispersionstrennung erzeugter Farbbilder bei Nutzung des in Abb. 4.4 dargestellten Gitters und eines on-axis CGH

Mit 600nm Periode ergeben sich für die drei Farben die in Abb. 4.4 angegebenen Beugungswinkel. Daraus folgt (in Übereinstimmung mit Gleichung 4.5) ein freier Winkelbereich von ca. 6° bei der Farbkombination Blau/Grün sowie ca. 12° bei Grün/Rot. Dieser kann nun durch die Kombination mit dem Gitter nun on-axis realisiert werden, wodurch das CGH lediglich einen gesamten Ablenkswinkel von 18° abdecken muss. Damit genügt eine Strukturgröße von ca. $1,7\mu\text{m}$ für das CGH, im Gegensatz zu 300nm, die nötig gewesen wären für eine Dispersionstrennung gemäß Abschnitt 4.1 nur durch das CGH.

Abb. 4.5 zeigt die Photographien zweier mit dieser Methode erzeugten Farbbilder. Das gemessene visuelle SNR ist vergleichbar mit den bisher besprochenen Methoden. Der tatsächliche visuelle Eindruck ist allerdings verglichen mit den in Kapitel 3 erreichten Bildern etwas schlechter, was vor allem in der, durch die reduzierte Informationsdichte verursachten, geringeren Auflösung der Bilder begründet ist. Die Effizienz ist wie zu erwarten gegenüber den bisher beschriebenen Varianten stark reduziert.

5 Farbbilderzeugung durch Multi-Ebenen CGH

Die im vorhergehenden Kapitel beschriebene Kombination der Bildinformationen der Grundfarben in einem CGH unter Ausnutzung der Dispersion des Bildes erlaubt gegenüber den Varianten aus Kapitel 3 eine wesentliche Vereinfachung des Projektionsaufbaus unter Beibehaltung der Schärfentiefe, wobei allerdings die Effizienz signifikant verringert wird. Im vorliegenden Kapitel wird ein anderer Schwerpunkt gelegt: Zur Kodierung verschiedener Bilder soll die Wellenlängenabhängigkeit der Propagation von Licht über kurze Distanzen genutzt werden, wofür ein Multi-Ebenen CGH entwickelt wird [109]*. Dabei wird die Einfachheit des Aufbaus, insbesondere die Richtungs- und Justagetoleranz, teilweise aufgegeben. Im Gegenzug ist eine wesentlich vielseitigere Kontrolle der Lichtausbreitung möglich, wodurch auch höhere Effizienzen erreichbar sein sollten. Zur Berechnung wird ein multifunktionaler, Multi-Ebenen IFTA entwickelt und anhand von Beispielen numerisch untersucht. In Analogie zum gewöhnlichen CGH wird dabei auch die Frage, inwieweit die Pixelform und die Form der Beleuchtungswelle das Endergebnis beeinflussen, beantwortet. Als weiterer Aspekt wird untersucht, wie sich die Parameter des Aufbaus (Ebenenabstand, Anzahl Phasenebenen usw.) auf die Menge der speicherbaren Information auswirken. Die experimentelle Realisierung und einige numerische Untersuchungen beschränken sich auf Zwei-Ebenen CGH, die gewonnenen Erkenntnisse sind jedoch auch auf Elemente mit mehr als zwei Ebenen anwendbar.

5.1 Design und Analyse von Multi-Ebenen CGH

Der Projektionsaufbau mit Multi-Ebenen CGH ist in Abb. 5.1 skizziert. Die Beeinflussung der einfallenden Wellenfront geschieht in mehreren Ebenen, die in einem bestimmten Abstand voneinander auf der optischen Achse angeordnet sind. Jede Ebene ist durch ein eigenes Höhenprofil gekennzeichnet, welches eine Änderung der Phasenverteilung in dieser Ebene bewirkt.

Bei der Berechnung eines Multi-Ebenen CGH müssen statt nur einer optischen Verteilung für alle Q Ebenen des CGH die entsprechenden Phasenverteilungen $u_{el,q}$ gefunden werden ($q = 1 \dots Q$). Anstatt nur einer gewünschten Signalverteilung u_{sig} werden P verschiedene Signalverteilungen $u_{sig,p}$ definiert ($p = 1 \dots P$), die zusammen mit den Parametern des optischen Aufbaus, für die das jeweilige Signal realisiert werden soll, eine zu kodierende Infor-

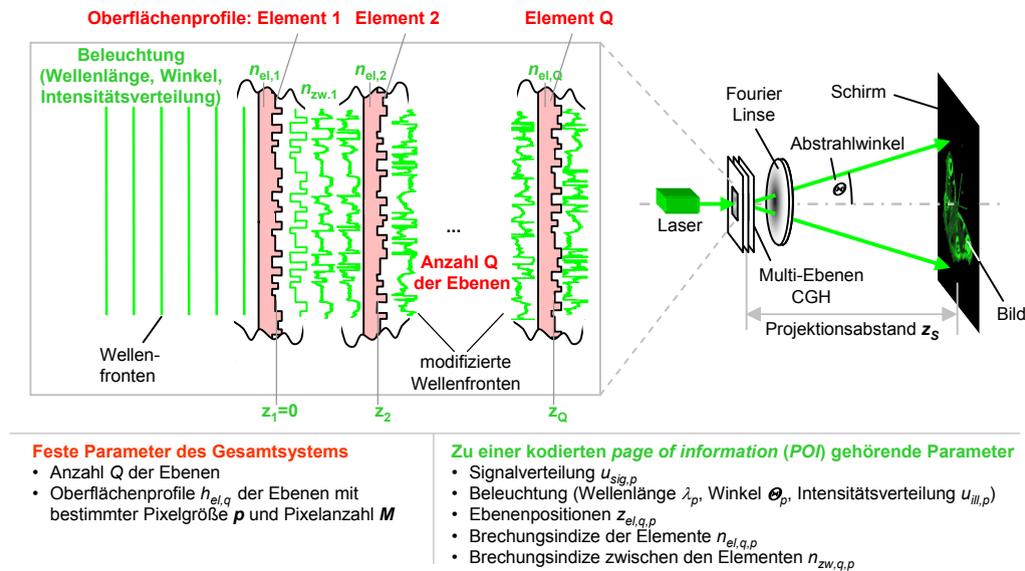


Abbildung 5.1: Veranschaulichung der festen Parameter des optischen Setups (rot) und der Informationen, die in einer POI zusammengefasst werden (grün)

mationseinheit (engl: *page of information*, im Folgenden *POI* abgekürzt) bilden (Abb. 5.1). Zu diesen Parametern gehören die Beleuchtungswellenlänge λ_p , die Beleuchtungsverteilung $u_{ill,p}$, die Einfallsrichtung Θ_p , die Ebenenpositionen $z_{q,p}$ sowie die Brechzahl zwischen den Ebenen $n_{zw,q,p}$.

5.1.1 Iterativer, multifunktionaler Designalgorithmus

Die Basis für die Berechnung multifunktionaler, Multi-Ebenen CGH stellt der bereits beschriebene IFTA-Algorithmus dar (Abschnitt 2.1.3, im Folgenden zu besserer Abgrenzung *Ein-Ebenen IFTA* genannt). Der Ablauf des neuen, multifunktionalen, Multi-Ebenen IFTA (im Folgenden *MM-IFTA* abgekürzt) ist in Abb 5.2 dargestellt. Zu Beginn werden in Analogie zum Ein-Ebenen IFTA die gewünschten Signalverteilungen mit einer Startphase $\phi_{start,p}$ belegt und ergeben so die ersten Ausgangsverteilungen $u_{out,p} = |u_{sig,p}| \cdot \exp(\phi_{start,p})$. Für $\phi_{start,p}$ werden zufällige Phasenverteilungen (jeder Pixel nimmt einen zufälligen Wert zwischen 0 und 2π ein) verwendet. Die Elemente des MCGH werden als Startbedingung ebenfalls mit zufälligen Phasenverteilungen belegt.

Die iterative Phase des MM-IFTA beginnt mit der Auswahl einer Elementebene \check{q} , deren optische Funktion im aktuellen Iterationsschritt verändert werden soll. Dazu werden die Felder $u_{\check{q},p}^-$ (Feld an Position $z_{\check{q}}$ vor Element \check{q}) und $u_{\check{q},p}^+$ (Feld an Position $z_{\check{q}}$ nach Element \check{q}) benötigt. Für die Propagation durch das CGH wird der Operator $P_{CGH}(u_{start}, q)$ definiert, der aus einer abwechselnden Freiraumpropagation zwischen den Ebenen und der Anwendung der durch die einzelnen Ebenen gegebenen Phasenfunktionen $u_{el,q}$ besteht und so die Ver-

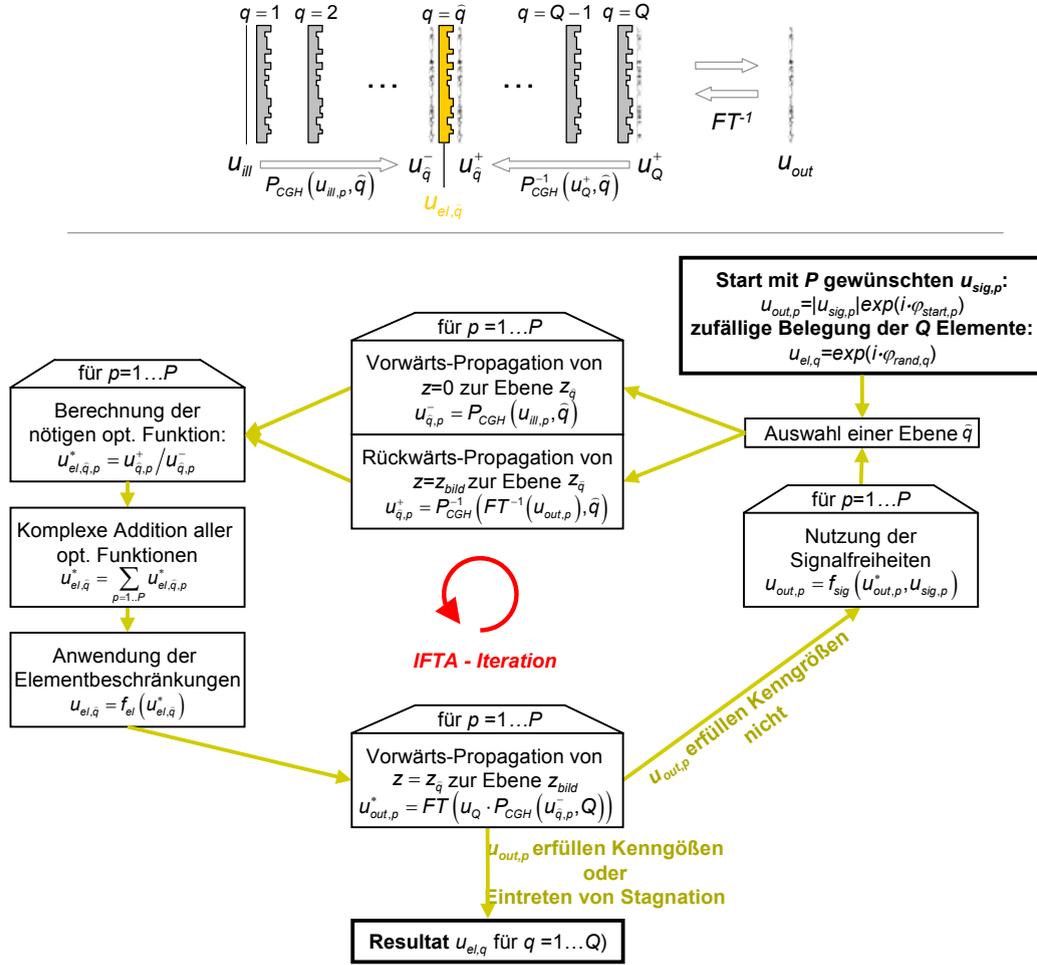


Abbildung 5.2: Ablaufplan des MM-IFTA zur Berechnung multifunktionaler Multi-Ebenen CGH. Im oberen Bildteil sind die verwendeten Felder und Propagationsoperatoren visualisiert.

teilung u_{start} von der Position, die diese Verteilung einnimmt, zur Ebene q propagiert (die Phasenfunktion von Ebene q wird nicht mehr angewendet). Die Rückwärtspropagation wird mit P_{CGH}^{-1} bezeichnet (Abb. 5.2, oben). Bei der Anwendung von P_{CGH} wird der Einfluss der CGH-Ebenen auf das optische Feld mittels TEA-Näherung errechnet (Gl. (2.11)), während die Propagation zwischen den Elementen mittels ASPW-Operators erfolgt (Gl. (2.5)). Die Berechnung von $u_{q,p}^-$ geschieht nun durch Vorwärtspropagation der Beleuchtungsverteilungen $u_{ill,p}$ zur Position z_q mittels $P_{CGH}(u_{ill,p}, \tilde{q})$. Auf die gleiche Weise werden die Verteilungen $u_{out,p}$ bis zur Position z_q mittels $P_{CGH}^{-1}(FT^{-1}u_{out,p}, \tilde{q})$ zurückpropagiert, um $u_{q,p}^+$ zu erhalten. Die nötigen Phasenverteilungen der Ebene \tilde{q} für die einzelnen Signale p ergeben sich dann zu:

$$u_{el,\tilde{q},p} = \frac{u_{q,p}^+}{u_{q,p}^-} \quad (5.1)$$

In der Ebene \check{q} des MCGH kann jedoch nur eine bestimmte optische Funktion verwirklicht werden, die durch das Höhenprofil dieser Ebene festgelegt wird. Deswegen müssen zunächst alle $u_{el,\check{q},p}$ zu einer Funktion $u_{el,\check{q}}$ zusammengefasst werden. Dazu wird eine komplexe Addition durchgeführt:

$$u_{el,\check{q}} = \sum_{p=1\dots P} u_{el,\check{q},p} \quad (5.2)$$

Da die Anwendung des TEA-Operators eine lineare Operation ist, werden durch die Funktion $u_{el,\check{q}}$ bei Beleuchtung mit einer bestimmten Eingangswelle $u_{\check{q},\check{p}}^-$ die gewünschte Funktion $u_{\check{q},\check{p}}^+$ erzeugt, sowie $P - 1$ unerwünschte Funktionen, die undefiniert sind und nach der Propagation durch den weiteren Elementstapel keinen Beitrag zur Generierung von $u_{sig,\check{p}}$ liefern. Diese Anteile erzeugen zunächst zusätzliches Rauschen im Bild. In Analogie zum Ein-Ebenen IFTA wird nun die ermittelte Funktion $u_{el,\check{q}}$ an die herstellungsbedingten Limitierungen angepasst. Im vorliegenden Fall bedeutet dies die Konvertierung in ein reines Phasenelement und die Quantisierung der Phase auf eine bestimmte Anzahl Stufen. Mit Hilfe der so erzeugten Funktion $u_{el,\check{q}}$ werden nun für alle POI mittels Vorwärtspropagation durch den nicht veränderten Teil des gestapelten Elementes die resultierenden Felder $u_{out,p}$ berechnet. Diese werden wiederum in Analogie zum Ein-Ebenen IFTA in die gewünschten Signalverteilungen $u_{sig,p}$ umgewandelt unter Berücksichtigung der gewählten Freiheiten (Phasen- und/oder Amplitudenfreiheit außerhalb des Signalfensters). Damit ist eine Schleife des Algorithmus abgeschlossen, mit der Auswahl einer neuen, zu bearbeitenden Elementebene \check{q} beginnt die nächste Iteration.

Im Fall von Wellenlängenmultiplexing ändert sich die Absolutgröße des Phasenhubs für die einzelnen POI bei identischem Höhenprofil, was im Gegensatz zu gewöhnlichen CGH nun nicht mehr vernachlässigt werden kann. In diesem Fall wird nach der Berechnung von $u_{el,\check{q}}$ mittels TEA (Gl.(2.11)) eine Umwandlung in ein Höhenprofil vorgenommen. An diesem werden die Restriktionen wie z.B. Quantisierung ausgeführt. Danach erfolgt die Rückkonvertierung in eine Phasenverteilungen mittels Gl.(2.12). Damit sind die Effekte der Dispersion in den einzelnen Ebenen berücksichtigt und der Algorithmus kann auch in diesen Fällen ohne weitere Änderungen verwendet werden.

Der neu entwickelte MM-IFTA Algorithmus wurde mit Hilfe der Programmiersprache *Matlab* implementiert. Das Programm erlaubt die Vorgabe einer beliebigen Anzahl von POI bei einer beliebigen Ebenenanzahl. Die Rechenleistung wird hauptsächlich für die Ausführung der FFT-Operationen benötigt. Durch Nutzung der zum Zeitpunkt der Arbeit schnellsten FFT-Algorithmen (FFTW, [110]) war damit die Berechnung von Multi-Ebenen CGH mit z.B. bis zu 50 Ebenen bei 128x128 Pixeln Feldgröße mit einem handelsüblichen PC möglich.

5.1.2 Numerische Untersuchungen

Der hergeleitete MM-IFTA soll in diesem Abschnitt bezüglich des Konvergenzverhalten überprüft werden. Dazu wurde zunächst für ein Zwei-Ebenen CGH der Einfluss des Optimierungsregimes überprüft. Als Signal diente das im Bereich der Bildverarbeitung oft verwendete, sogenannte *Lena*-Testbild (Abb. 5.3). Die Feldgröße betrug 128 Pixel x 128 Pixel, die Größe des Signalfensters 90 Pixel x 90 Pixel. Für die Quantisierung wurden 16 äquidistante Phasenstufen verwendet.

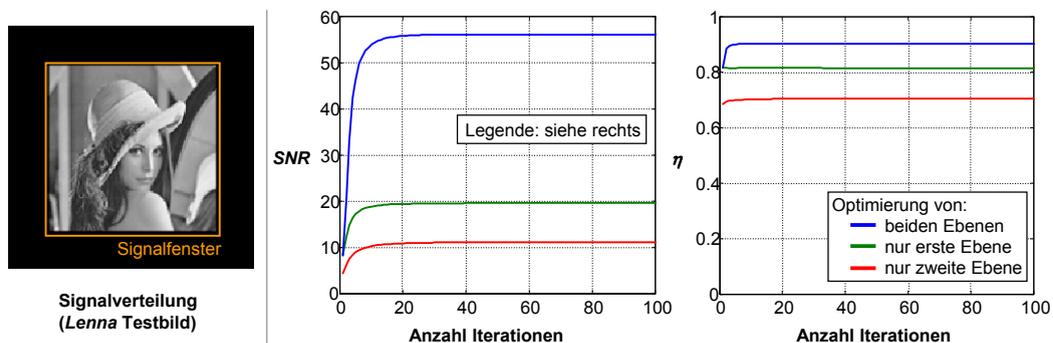


Abbildung 5.3: Für numerische Untersuchungen benutzte Signalverteilung (links) und Einfluss des Optimierungsregimes auf das Konvergenzverhalten des MM-IFTA (rechts).

Am ehesten vergleichbar mit dem Ein-Ebenen IFTA für ein Ein-Ebenen CGH ist die Optimierung nur einer Ebene eines Multi-Ebenen CGH. Für die andere Ebene wird die anfängliche Zufallsverteilung beibehalten. Die Entwicklung des SNR und der Effizienz mit den Iterationen des MM-IFTA zeigt Abb. 5.3. Die Effizienz stagniert bereits nach wenigen Iterationen, das SNR hat nach etwa 20 Iterationen sein Maximum erreicht. Es zeigt sich, dass die Optimierung der ersten Ebene bessere Resultate ergibt, als die Optimierung der zweiten Ebene. Dieses Verhalten ist auch zu erwarten, da bei Optimierung der zweiten Ebene lediglich eine geänderte Beleuchtung (von der ersten Ebene erzeugte Feldverteilung) in die Rechnung einbezogen wird. Davon abgesehen bestehen keine Unterschiede zum Ein-Ebenen CGH. Bei Optimierung der ersten Ebene wird jedoch die erzeugte Feldverteilung nach der Propagation zum zweiten Element durch dieses beeinflusst, was nun bei der Optimierung berücksichtigt wird und damit einen Unterschied zum Ein-Ebenen IFTA darstellt. Nochmals deutlich bessere Ergebnisse lassen sich erzielen, wenn beide Ebenen abwechselnd optimiert werden. Dies ist ebenfalls zu erwarten, da nun mehr Freiheitsgrade zur Optimierung zur Verfügung stehen. Die nötige Anzahl Iterationen bis zur Konvergenz wird nicht merkbar negativ beeinflusst. Das Konvergenzverhalten des MM-IFTA ist im Fall von zwei Ebenen damit vergleichbar mit einem Einzel-Ebenen IFTA und die benötigte Rechenleistung wird nur durch die aufwendigere Berechnung der optischen Felder während eines Iterationsschrittes verursacht.

Als weiterer Punkt wurde die Abhängigkeit des Konvergenzverhaltens von der Ebenenanzahl untersucht (Abb. 5.4). Dazu wurde die Signalverteilung aus Abb. 5.3 in einem Multi-

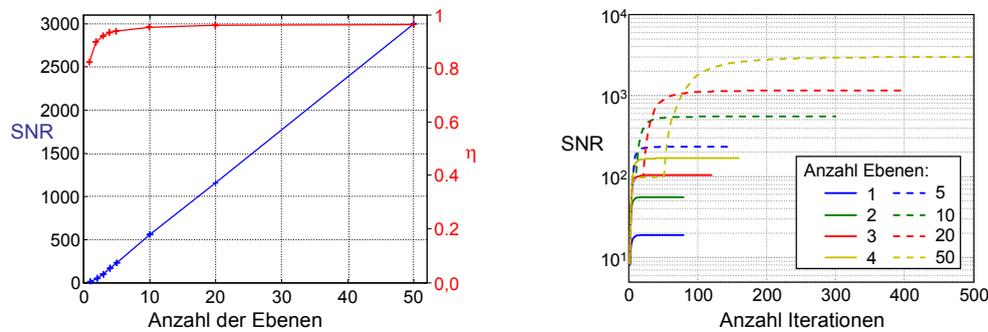


Abbildung 5.4: Einfluss der Ebenenanzahl des Multi-Ebenen CGH auf die SNR und Effizienz (links) sowie auf das Konvergenzverhalten (rechts).

Ebenen CGH mit 1, 3, 4, 5, 10, 20 und 50 Ebenen kodiert, wobei alle Ebenen optimiert wurden. Die Vergrößerung der Anzahl Freiheitsgrade bei Erhöhung der Ebenenanzahl lässt einen Anstieg der Kenngrößen erwarten. Diese Erwartung wird bestätigt, wobei zwischen SNR und Ebenenanzahl ein näherungsweise linearer Zusammenhang besteht (Abb. 5.4, links). Die Entwicklung der Kenngrößen über der Anzahl Iterationen des MM-IFTA zeigt, dass bei mehr als zwei Ebenen die Konvergenz später einsetzt. Die nötige Rechenleistung steigt dementsprechend deutlich an, da zusätzlich eine einzelne Iteration entsprechend der Ebenenanzahl mehr Operationen benötigt. Die Unstetigkeitsstelle der Graphen bei mehreren Ebenen ist mit der Abarbeitung des ersten Durchlaufs durch den gesamten Elementstapel verbunden. Erst nach diesem Durchlauf sind alle zufälligen Startphasen einmal optimiert und ein höhere SNR kann erreicht werden.

Der MM-IFTA kann in Analogie zum Einzel-Ebenen IFTA weiter auf vielfältigste Weise untersucht und optimiert werden. Beispielhaft soll hier der Einfluss der Abfolge der Anwendung von Phasenfreiheit und Amplitudenfreiheit genannt werden. Durch eine Beschränkung auf Phasenfreiheit in den ersten Iterationen und Zulassung von Amplitudenfreiheit erst in späteren Iterationen kann die Effizienz wesentlich gesteigert werden, da in den ersten Iterationen weniger Intensität aus dem Signalfenster entfernt wird. Die Betrachtung dieser vielfältigen Optimierungsmöglichkeiten steht jedoch nicht im Zentrum der vorliegenden Arbeit, da wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, die bisher vernachlässigten physikalischen Parameter des CGH bei Multi-Ebenen CGH unter Umständen einen signifikanten Einfluss haben und eine Optimierung des bis hierhin rein numerischen MM-IFTA nicht aussagekräftig bezüglich der tatsächlich erreichbaren Ergebnisse ist.

5.2 Einfluss von Beleuchtung und CGH-Parametern

Im Ausblick der Arbeit von *Borgsmüller et al.* [64] wurde ausgeführt, dass eine Verbesserung von Multi-Ebenen CGH die Berücksichtigung z.B. der Pixelform bedingt. Dieser Fakt

wurde z.B. in den Veröffentlichungen zum Thema image encryption (siehe Abschnitt 1.2) bisher nicht berücksichtigt, da hier zwar die als Verschlüsselungsobjekte dienenden Phasensmasken künstlich berechnet und hergestellt werden, allerdings immer noch eine Aufnahme des erzeugten Feldes durch klassische Holographie erfolgt und sich damit in dieser Ebene von selbst eine Pixelform ergibt, die kaum beeinflusst werden kann. Hier obliegt es dem Experimentator, durch geschickte Wahl der Parameter während der Aufnahme des Hologramms die Beeinflussung des Polymers so zu gestalten, dass eine optimale Rekonstruktion erreicht werden kann. Im Gegensatz dazu werden bei den in dieser Arbeit betrachteten Multi-Ebenen CGH alle Ebenen berechnet und durch pixelorientierte Verfahren hergestellt. Somit ist die Form eines Pixels festgelegt und ergibt sich nicht aus den beteiligten optischen Feldern. In Abschnitt 2.1.4 wurde für den Fall von Ein-Ebenen CGH gezeigt, wie sich die Pixelform und die Beleuchtungswelle auf das rein numerische Ergebnis auswirken. Die wichtigste Erkenntnis war dabei, dass die Beschreibung des von einem CGH erzeugten optischen Feldes bei geeigneter Wahl der optischen Parameter (siehe Abschnitt 2.1.5) aus zwei Teilen zusammengesetzt werden kann: Dem unabhängig zu berechnenden, rein numerischen Teil, sowie dem analytisch beschreibbaren Einfluss von Pixelform, Beleuchtungswelle und Elementarzellenwiederholung. Bei Multi-Ebenen CGH stellt sich die Frage, ob eine analoge Beschreibung möglich ist, denn nur dann wäre eine Nutzung des auf rein numerischen Feldern basierenden MM-IFTA aus Abschnitt 5.1.1 überhaupt möglich. Dazu soll zunächst untersucht werden, wie und unter welchen Randbedingungen die physikalischen CGH-Parameter bei der Analyse von Multi-Ebenen CGH berücksichtigt werden können (Abschnitt 5.2.1), um dann einen angepassten Designalgorithmus zu entwickeln (Abschnitt 5.2.2).

5.2.1 Anpassung der Analyse

Zunächst soll von einem Element mit zwei Ebenen ausgegangen werden. In Analogie zu Abschnitt 2.1.4 kann dessen kontinuierliche Ausgangsverteilung u_{out} dargestellt werden als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \sim FT [ASPW_{z1}(u_{el,1}(\mathbf{r}) \cdot u_{ill}(\mathbf{r})) \cdot u_{el,2}(\mathbf{r})] \quad (5.3)$$

Mit der Definition von $u_{ill,2}(\mathbf{r}) := ASPW_{z1}(u_{el,1}(\mathbf{r}) u_{ill}(\mathbf{r}))$ als Beleuchtungsverteilung des zweiten Elementes kann dies geschrieben werden als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \sim FT [u_{ill,2}(\mathbf{r}) \cdot u_{el,2}(\mathbf{r})] \quad (5.4)$$

Diese Gleichung besitzt die gleiche Struktur wie Gl.(2.22), somit kann die Ausgangsverteilung nach einem Zwei-Ebenen CGH beschrieben werden als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el,2}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=(-\infty,-\infty)}^{(\infty,\infty)} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot sinc(\mathbf{f} \circ \mathbf{p}) \right\} \otimes FT(u_{ill,2}(\mathbf{r})) \quad (5.5)$$

Allerdings ist das Ortsfrequenzspektrum von $u_{ill,2}$ nicht nur durch die ursprüngliche Beleuchtungswelle u_{ill} bestimmt, sondern wird von der Funktion $u_{el,1}$ und von der Propagation zwischen den Ebenen abhängen. Deshalb ist die Form der Bildpunkte, definiert durch $FT(u_{ill,2}(\mathbf{r}))$, nicht wie im Ein-Ebenen Fall einfach vorhersagbar. Aus diesen Gründen wird mittels Gl.(5.5) im Allgemeinen keine einfache Beschreibung des Bildaufbaus möglich sein, da nun die numerische und die physikalische Information verknüpft sind und sehr starke Auswirkungen auf die Bildentstehung haben können. Das Ziel der folgenden beiden Abschnitte besteht darin, eine Vorgehensweise herzuleiten, die trotz dieser Verknüpfung die bei Ein-Ebenen Elementen verwandte Trennung von numerischer Berechnung und physikalischer Interpretation bei Multi-Ebenen Elementen beibehalten zu können.

Berücksichtigung der physikalischen CGH-Parameter durch Oversampling

Zunächst soll eine ebene Beleuchtungswelle angenommen werden. Damit wird Gl.(5.3) nach Einsetzen des ASPW-Operators für die Propagation zwischen den Ebenen zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT \left\{ FT^{-1} \left[FT(u_{el,1}(\mathbf{r})) \exp \left(i2\pi z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2} \right) \right] \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right\} \quad (5.6)$$

In Analogie zur Herleitung von Gl.(2.23) kann dies ausformuliert werden zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT \left(FT^{-1} \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=(-\infty,-\infty)}^{(\infty,\infty)} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot sinc(\mathbf{p} \circ \mathbf{f}) \cdot \exp \left(i2\pi z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2} \right) \right\} \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right) \quad (5.7)$$

An dieser Stelle wird nochmals ersichtlich, warum die Berechnung ohne Berücksichtigung der Pixelform im Fall von Multi-Ebenen CGH nicht ohne weiteres möglich ist: Der durch die Pixelform entstehende *sinc*-Term würde vernachlässigt, was im Gegensatz zu Ein-Ebenen CGH jedoch nicht nur eine leicht zu korrigierende Modulation des erzeugten Bildes, sondern eine Veränderung des Spektrums, welches auf das zweite Element fällt, erzeugen würde.

Zusätzlich kann das zweite Element hochfrequente Anteile der Beleuchtung, die bei einem Ein-Ebenen Element ohne störenden Einfluss auf das gewünschte Bild aus dem Signalbereich hinauspropagieren würden, wieder in Richtung der optischen Achse zurückbeugen. Damit besitzt die *sinc*-Funktion auch in den Bereichen, in denen sie bereits stark vom Wert 1 abweicht und somit größere Veränderungen des Spektrums hervorrufen kann, Einfluss auf die Entstehung des primären Bildes.

Zur Lösung dieses Problems bietet sich das Prinzip des Oversampling an. Dies bedeutet, dass nicht mehr ein, sondern mehrere numerische Werte für die Beschreibung eines jeden physikalischen Pixels verwendet werden. Die einfachste Variante dafür ist eine Verkleinerung der Samplingdistanz. Eine Verkleinerung um den Faktor s wird dabei als *s-faches* Oversampling bezeichnet (Abb. 5.6). Die Felder, die auf diesem feineren Raster dargestellt werden, sollen durch die $\hat{\cdot}$ -Notation dargestellt werden. Wie in Anhang 7.5 gezeigt wird, kann der durch die Propagation verursachte Phasenfaktor bei einem ausreichend starken Oversampling in die Faltungsoperation integriert und damit Gl.(5.7) umgeschrieben werden zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{s\mathbf{M}} \hat{U}_{out}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=(\infty, \infty)}^{(-\infty, -\infty)} \delta\left(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \frac{\mathbf{p}}{s}\right) \right] \cdot \text{sinc}(\mathbf{p} \circ \mathbf{f}) \quad (5.8)$$

mit der rein numerisch ermittelten Ausgangsverteilung $\hat{U}_{out}^{\mathbf{m}}$. Somit kann bei ausreichendem Oversampling das entstehende Bild in Analogie zum Ein-Ebenen CGH als Kombination aus dem rein numerischen Ergebnis und den durch die physikalischen CGH Parameter bedingten Effekten des Bildsamplings, der Bildwiederholung und der Modulation durch die Pixelform (vgl. Abschnitt 2.1.4) dargestellt werden. Eine quantitative Abschätzung, die den nötigen Oversampling-Faktor mit der Größe der Abweichung der vorhergesagten Intensitätsverteilung vom tatsächlich erzeugten Bild verknüpft, ist wie in Anhang 7.5 dargelegt, abhängig von der konkreten Bildinformation und nur schwierig analytisch zu formulieren. Aus diesem Grund werden für die Ermittlung des notwendigen Oversampling numerische Experimente durchgeführt (Abschnitt 5.2.1).

Berücksichtigung der Beleuchtungsverteilung durch angepasste Parameterwahl

Basierend auf einem ausreichenden Oversampling, soll nun der Einfluss der Beleuchtungsverteilung untersucht werden. Ausgangspunkt ist Gl.(5.6), jetzt jedoch mit beliebiger Beleuchtungsverteilung $u_{ill}(\mathbf{r})$:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \approx FT \left\{ FT^{-1} \left[FT(u_{el,1}(\mathbf{r}) \cdot u_{ill}(\mathbf{r})) \exp\left(i2\pi z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \right] \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right\} \quad (5.9)$$

Dies lässt sich nach Einsetzen der in Gl.(2.1.4) gegebenen Darstellung von $u_{el,1}$ mit der aus Abschnitt 2.1.4 bekannten Vorgehensweise umformen zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT \left\{ FT^{-1} \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(-\infty, -\infty)}^{(\infty, \infty)} \hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div \mathbf{p}) \otimes FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \right) \cdot \exp\left(i2\pi z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \right] \cdot u_{el,2} \right\} \quad (5.10)$$

wobei der Übersichtlichkeit halber in der mit $\hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}}$ bezeichneten Verteilung die Bildwiederholung und die *sinc*-Modulation bereits enthalten sein soll. In Anhang 7.6 wird gezeigt, dass man Gl.(5.10) umformen kann zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \approx FT \left\{ FT^{-1} \left[FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \otimes \left(\sum_{\mathbf{m}=(-\infty, -\infty)}^{(\infty, \infty)} \hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div \mathbf{p}) \cdot \exp(i\pi z \lambda \mathbf{f}^2) \right) \right] \cdot u_{el,2} \right\} \quad (5.11)$$

Anwendung des Faltungstheorems der Fouriertransformation ergibt:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \approx FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \otimes FT \left[FT^{-1} \left[FT(u_{el,1}(\mathbf{r})) \cdot \exp(i\pi z \lambda \mathbf{f}^2) \right] \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right] \quad (5.12)$$

Damit ist wiederum die Analogie zum Ein-Ebenen CGH hergestellt. Der zweite Term der Faltung in Gl.(5.12) stellt das erzeugte Bild bei unendlich ausgedehnter, konstanter Beleuchtungswelle dar, welches wie in Abschnitt 5.2.1 gezeigt, bei ausreichendem Oversampling als das numerische Ergebnis inklusive Bildwiederholung und *sinc*-Modulation, definiert auf einem *delta*-Raster, interpretiert werden kann (vgl. Gl.(5.8)). Durch die Faltung mit der Fouriertransformation der Beleuchtungsverteilung entstehen die tatsächlichen Bildpixel mit endlicher Ausdehnung, wobei bezüglich der Bandbreite von u_{ill} die gleiche Bedingung eingehalten werden muss wie im Ein-Ebenen Fall (siehe Abschnitt 2.1.4), um ein Überlappen der einzelnen Bildpixel zu vermeiden.

Voraussetzung für den Schritt von Gl.(5.10) zu Gl.(5.11) ist, wie in Anhang 7.6 dargelegt, die Bedingung:

$$\beta := \frac{\Delta z \lambda}{\mathbf{pS}} < \approx 1 \quad (5.13)$$

Dabei ist β eine dimensionslose Größe, der sich gemäß Gl.(5.13) aus den physikalischen Parametern des CGH ergibt. Da auch bei der Herleitung dieser Bedingung einige analytisch schwer fassbare Annahmen benutzt wurden, soll der genaue Grenzwert für β ebenfalls durch numerische Untersuchungen genauer bestimmt werden (siehe Abschnitt 5.2.2).

Numerische Experimente zum Einfluss von Oversampling und Beleuchtungswelle auf die Analyse von Multi-Ebenen CGH

Um die in den vorangegangenen beiden Abschnitte getätigten Voraussagen mittels numerischer Experimente zu veranschaulichen wurden Ein- und Zwei-Ebenen CGH mit verschiedenen β Werten analysiert. Die Pixelgröße war $4\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$ bei einer Wellenlänge von 500nm. Als Signal diente wieder das *Lena*-Testbild (Abb. 5.3). Der Abstand zwischen den Ebenen des Zwei-Ebenen CGH wurde zunächst auf 24mm gesetzt. Das Oversampling für die Analyse war $s_{ref}=16$, was einer Pixelgröße von 250nm x 250nm entspricht. Dies war die kleinste physikalisch sinnvolle Pixelgröße, da optische Felder mit noch höheren Ortsfrequenzen bei der gewählten Wellenlänge nicht propagieren können. Weiterhin wurde die Elementarzelle wiederholt, um den Effekt der gaußschen Beleuchtungswelle berücksichtigen zu können. Die Wiederholungsanzahl musste so groß gewählt werden, um die Intensität der Beleuchtungswelle am Rand des numerischen Fensters vernachlässigbar klein zu halten und somit keine Fehler durch die in der FFT-basierten Berechnung vorausgesetzte, periodische Wiederholung zu verursachen. Im vorliegenden Fall wurde $\kappa=3$ gewählt (siehe Abschnitt 2.1.2). Eine 6 x 6 fache Wiederholung der Elementarzelle wurde durchgeführt, womit ein Abfall auf unter 0.1% der Maximalleistung am Rand des Berechnungsfensters erreicht werden konnte. Eine numerische Kontrolle ergab, dass auch nach der Propagation über 24mm nach Aufbringen der Phase des ersten CGH im Randbereich noch keine signifikante Intensität vorhanden war. Das Ergebnis dieser Berechnung wurde damit bei den erwähnten Randbedingungen als Referenzergebnis benutzt. Insgesamt war dafür eine Berechnung mit Feldern mit 128 (Pixelanzahl Bild) \cdot 16 (Oversampling) \cdot 6 (Wiederholung Elementarzelle) = 12288 Pixel pro Dimension nötig. Dies war bezüglich Speicher und Rechenzeit die Grenze der mit am IAP vorhandener Rechentechnik handhabbaren numerischen Probleme. Allerdings wurde diese Berechnung nur in der Analyse eines Elementes für die Erstellung von Referenzresultaten benötigt.

Abb. 5.5 zeigt das Ergebnis der Simulation für ein Ein-Ebenen CGH (oben), sowie für ein Zwei-Ebenen CGH, welches die Bedingung (5.13) einmal deutlich verletzt (mittig) und einmal einhält (unten). Das Ein-Ebenen Element zeigt deutlich die Zusammensetzung des Bildes, die in Abschnitt 2.1.4 hergeleitet wurde. Im Übersichtsbild ist die übergeordnete Modulation der Verteilung mit einer *sinc*-Funktion sichtbar. Die Vergrößerung des Bereichs der nullten Ordnung zeigt, dass das Bild wie im Design vorgesehen rekonstruiert wird. Der

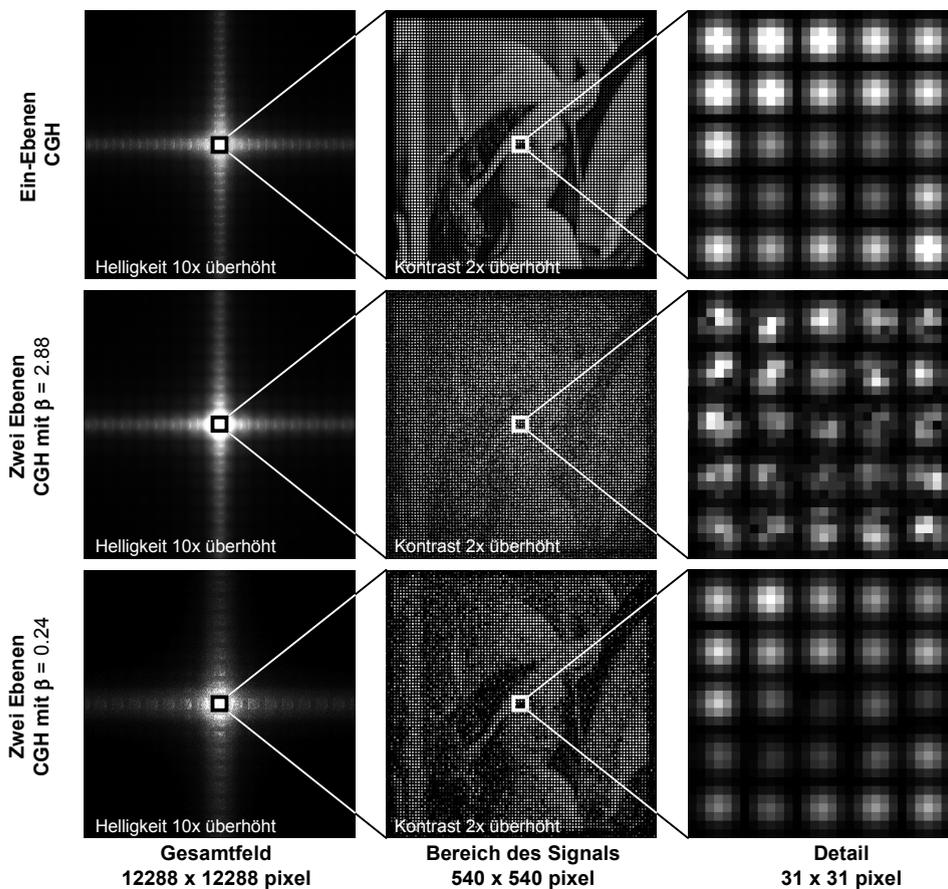


Abbildung 5.5: Referenzergebnisse der numerischen Simulation von Ein- und Zwei-Ebenen CGH zur Visualisierung der Effekte auf unterschiedlichen Größenskalen

Detailausschnitt verdeutlicht, dass sich jeder einzelne Bildpixel als Gaußverteilung darstellt. Durch die Wahl von $\kappa=3$ wird wie in Abschnitt 2.1.5 hergeleitet ein Nichtüberlappen der einzelnen Bildpixel sichergestellt.

Für das Zwei-Ebenen Element mit $\beta=2,88$ sind bei gleichen Randbedingungen deutliche Abweichungen des erzeugten Bildes von der angestrebten Signalverteilung zu erkennen. Das Übersichtsbild zeigt immer noch eine *sinc*-Modulation, verursacht durch die rechteckige Pixelform des zweiten Elementes. Das Bild in der nullten Ordnung zeigt dagegen einen stark erhöhten Rauschanteil. Dies kann im Wesentlichen auf die deutlich gestörte Form der einzelnen Bildpixel (siehe Detailausschnitt), die auf die Verletzung der Bedingung 5.13 zurückzuführen ist. Durch eine Verringerung von β sollte dieser Effekte verschwinden. Tatsächlich zeigt das Resultat für ein Zwei-Ebenen Setup mit $\beta=0.24$ (erreicht durch Verringerung des Ebenenabstandes auf 2mm), dass die Gaußform der einzelnen Pixel nun wieder eingehalten wird und der Rauschanteil im Bild deutlich zurückgeht. Trotzdem ist die Bildqualität noch sichtbar herabgesetzt, obwohl das rein numerische Ergebnis des Designprozesses gleichwertig mit dem Ein-Ebenen Element ist. Als Ursache dafür kommen nur die höheren Ortsfrequenzen (wie in Abschnitt 5.2.1 hergeleitet) in Frage, die im bisherigen Designalgorithmus ohne

Oversampling nicht berücksichtigt werden.

5.2.2 Anpassung des Designalgorithmus

Wie im vorangegangenen Abschnitt hergeleitet wurde, kann bei der Beschreibung eines Zwei-Ebenen CGH unter Einhaltung der Bedingung (5.13) mit Hilfe eines ausreichend starken Oversampling eine korrekte Berücksichtigung der physikalischen CGH-Parameter und der Beleuchtungsverteilung gewährleistet werden. Um dieses Erkenntnis zur Verbesserung der Qualität der mit Multi-Ebenen CGH erzeugbaren Bilder nutzen zu können, muss der Designalgorithmus entsprechend erweitert werden. Dazu muss das in Abschnitt 5.2.1 eingeführte Oversampling in den MM-IFTA integriert werden. Zu diesem Zweck wird vor Beginn des Algorithmus für die Funktionen $u_{el,q}$ ein Oversampling mit dem Faktor s durchgeführt. Der numerisch erreichbare Winkelbereich für die Signale erweitert sich dadurch um den Faktor s , allerdings soll das erzeugte Bild auf den ursprünglichen Winkelbereich beschränkt bleiben, da die physikalische Pixelgröße beibehalten werden soll. Um weiterhin schnelle FFT-Algorithmen nutzen zu können müssen zusätzlich die Signalfelder $u_{sig,p}$ die gleiche Pixelanzahl wie die neu gesampelten Felder in der CGH-Ebene besitzen. Beide Bedingungen können durch eine Einbettung des Signals, das heißt eine Erweiterung von $u_{sig,p}$ auf die Größe $s\mathbf{M}$ Pixel, modelliert werden. Die neu geschaffenen Feldbereiche beinhalten dabei keine Intensität. Mit den so geschaffenen Feldern kann nun wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben ein MM-IFTA durchgeführt werden. Dieser wird allerdings den zusätzlichen Freiheitsgrad der durch das Oversampling erzeugten, kleineren Pixelgröße $\mathbf{p}s^{-1}$ nutzen. Die so erzeugten Modulationen in $u_{el,q}$ können jedoch durch die angestrebte Pixelgröße \mathbf{p} nicht realisiert werden.

Als Lösung für dieses Problem wurde ein neuer Schritt entwickelt, der die ursprüngliche Pixelgröße p wieder herstellt. Für den Fall einer rechteckigen Pixelform wird dazu eine Mittelung der Funktionswerte von $u_{el,q}$ über jeden der durch die ursprünglichen Pixel erfassten Bereiche von jeweils s Pixel \times s Pixel. Der gesamte Bereich eines jeden ursprünglichen Pixels mit Pixelgröße p wird dann auf diesen Mittelwert gesetzt. Damit wird die ursprüngliche Pixelgröße p wieder hergestellt, wobei das gewünschte Oversampling erhalten bleibt (Abb. 5.6, linke Seite).

Durch diesen Schritt, im folgenden *Pixel-Regeneration* genannt, werden die durch den MM-IFTA berechneten Funktionen der Elemente geändert und erfüllen nur noch näherungsweise die angestrebte optische Funktionalität. In Analogie zu anderen bereits berücksichtigten Restriktionen, wie der Begrenzung auf reine Phasenmodulationen oder der Festlegung der Anzahl Phasenstufen, kann die Pixel-Regeneration als Einschränkung der Freiheiten der Phasenfunktion in der Elementebene betrachtet werden und wird demzufolge auch an der gleichen Stelle in den Algorithmus eingefügt. Allerdings muss die Reihenfolge der Anwendung der Restriktionen beachtet werden. Wird zuerst die Umwandlung in ein reines Phasenelement

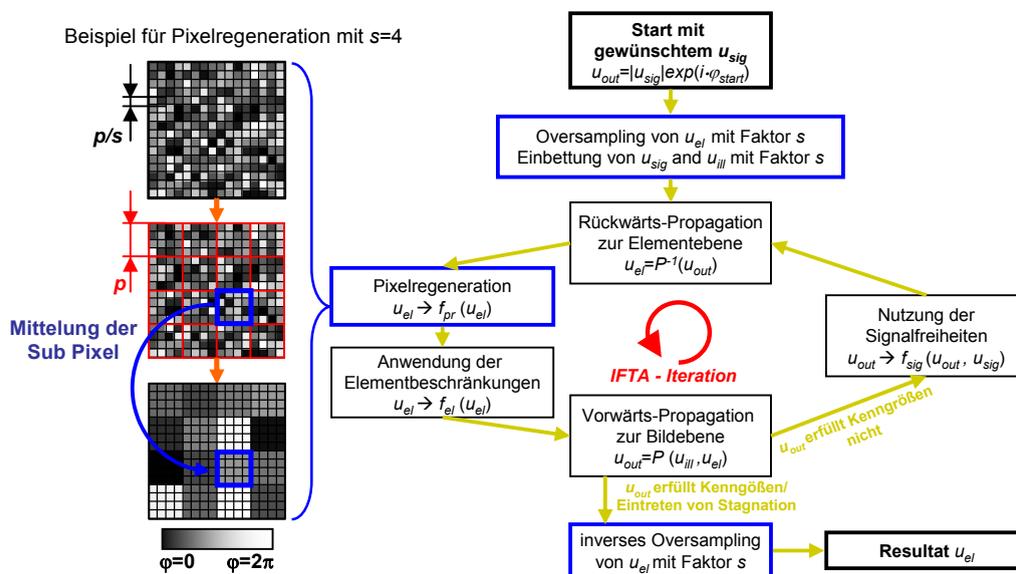


Abbildung 5.6: Veranschaulichung der Pixelregeneration (links) und Ablaufplan des IFTA mit Oversampling (rechts, vgl. Abb 2.4, eingefügte Schritte blau markiert)

vorgenommen können die Phasenwerte danach nur noch im realen Zahlenbereich gemittelt werden, da bei Mittelung der komplexen Funktion der Bereich einer reinen Phasenmodulation im Allgemeinen wieder verlassen wird. Im realen Zahlenbereich erfolgt jedoch eine potentielle Fehlbewertung von Phasenwerten nahe der 2π Rücksprünge des diffraktiven Elementes, da keine Vorabinformation vorliegt, ob der später ermittelte Mittelwert näher am Phasenwert 0 oder 2π liegt. Dies hat zur Folge, dass Mittelwerte im Bereich von π nach der Pixel-Regeneration überzählig sind. Die Folge ist ein Element, das durch die zu geringe Modulationstiefe eine starke nullte Ordnung erzeugt und durch die falschen Mittelwerte einen starken Rauschanteil im Bild aufweist. Die Durchführung der Pixel-Regeneration muss deswegen im komplexen Bereich erfolgen, wodurch die beschriebenen Probleme an den 2π Sprüngen vermieden werden. Sie muss daher als erste der Restriktionen in der Elementebene angewendet werden. Die Transformation des Elementes in ein reines Phasenelement und die Quantisierung erhalten die Pixelform und können daher problemlos nach der Pixel-Regenerierung durchgeführt werden.

Numerische Untersuchungen des Designalgorithmus mit Oversampling und Berücksichtigung des β -Wertes

Im Folgenden sollen die analytisch gewonnenen Vorhersagen des vorhergehenden Abschnittes bezüglich der Notwendigkeit von Oversampling und des Einflusses des β -Wertes durch numerische Untersuchungen überprüft werden.

- Auswirkung des Oversampling auf die Konvergenzeigenschaften des MM-IFTA

Mit dem um den Schritt der Pixel Regenerierung erweiterten Algorithmus wurde das Zwei-Ebenen Element mit $\beta=0.24$ aus Abschnitt 5.2.1 für verschieden starkes Oversampling erneut berechnet. Abb. 5.7 zeigt das Verhalten der Bildqualität und der Effizienz während der Iterationen. Der Multi-Ebenen IFTA konvergiert demnach auch bei Oversampling, allerdings werden mehr Iterationen benötigt um einen statischen Zustand zu erreichen. Anhand des SNR kann abgeschätzt werden, dass sich die Anzahl nötiger Iterationen beim Übergang von $s=1$ zu $s=2$ knapp verdoppelt, während eine weitere Erhöhung von s kaum noch Auswirkungen auf das Konvergenzverhalten hat. Die Erhöhung des numerischen Aufwandes ist somit in dieser Hinsicht nicht kritisch. Die Vergrößerung der Pixelanzahl der numerischen Felder wird dagegen eine signifikante Erhöhung des Rechenaufwandes verursachen. Die Propagationsoperatoren basieren hauptsächlich auf der Anwendung der FFT, demzufolge ist die Komplexität der Rechnung $O(n \log n)$ mit der Pixelanzahl $n = M_x M_y$. Für das Oversampling sollte demzufolge eine sinnvolle Größe gefunden werden, die zur Beschreibung der physikalischen Effekte ausreicht und gleichzeitig den Rechenaufwand nicht übermäßig steigert.

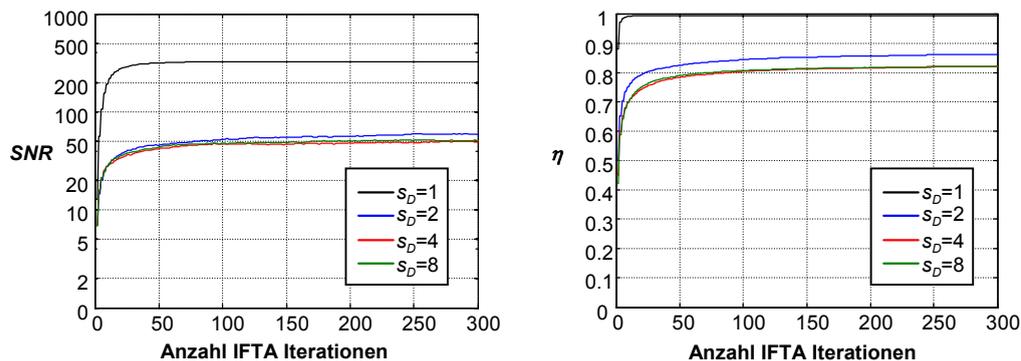


Abbildung 5.7: Konvergenzverhalten des MM-IFTA in Abhängigkeit des Oversampling-Faktors s

- Einfluss des Oversampling auf die Bildzusammensetzung

Um den Einfluss des Oversampling quantitativ zu beurteilen wurden Designs für das Zwei-Ebenen Elemente aus Abschnitt 5.2.1 durchgeführt, wobei der Oversampling-Faktor des Designs s_D von 1 bis 10 variiert wurde. Als Beleuchtung wurde eine ebene Welle verwendet, da für diese Untersuchungen die Auswirkungen des β -Parameters noch isoliert werden sollen. Die Analyse des berechneten Elementes geschah mit zwei verschiedenen Oversampling Faktoren s_A , zum Einen mit $s_A = s_D$, zum Zweiten mit $s_A = s_{ref}$. Weiterhin wurden die Berechnungen sowohl mit, als auch ohne Amplitudenfreiheit durchgeführt. Das Ergebnis zeigt Abb. 5.8. Hinsichtlich des SNR sieht man, dass sich ohne Oversampling ($s_D = 1$) die vorhergesagte Bildqualität für $s_A = 1$ und $s_A = s_{ref}$ sehr stark unterscheidet. Der Algorithmus ohne Oversampling würde also eine viel bessere Bildqualität vorhersagen als in Wirklichkeit erreichbar ist. Mit Erhöhung auf $s_D = 2$ sinkt das bei $s_A = s_D$ vorhergesagte SNR, während die tatsächlich erreichbare Bildqualität zunimmt. Für $s_D = 3$ beträgt der Unterschied nur

noch ca. 10%. Eine weitere Erhöhung von s_D führt dann nur langsam zu einer Annäherung der beiden Werte bis bei $s_D = 8$ nur noch ca. 1% Unterschied besteht. Das Zulassen von Amplitudenfrequenz erlaubt ein etwa doppelt so hohes SNR. Die Effizienz zeigt ein ähnliches Verhalten bezüglich s_D . Für $s_D = 3$ besteht hier bereits nur noch ein Unterschied von 5%. Bei Zulassung von Amplitudenfrequenz sinkt die erreichbare Effizienz, allerdings nur um etwa 2%, bei einer gleichzeitigen Steigerung des SNR um den Faktor 2. Dies zeigt, dass im Fall von Multi-Ebenen CGH die Einführung von Amplitudenfrequenz eine wichtige Design-Strategie ist.

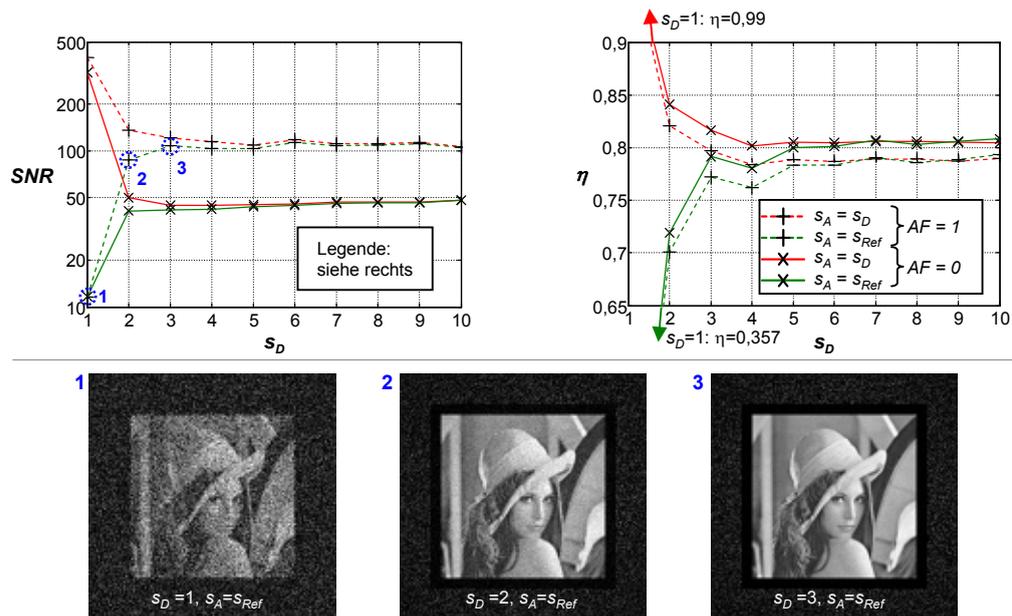


Abbildung 5.8: Einfluss des im Design genutzten Oversampling-Faktors s_D auf die erreichbare Bildqualität und -effizienz. Für den zur Analyse genutzten Oversampling-Faktor s_A wird der im Design genutzte Wert s_D (rote Graphen) sowie der Referenzwert s_{Ref} (grüne Graphen) verwendet.

Aus diesen Ergebnissen kann als praktische Richtlinie geschlussfolgert werden, dass bis zu einem Oversampling Faktor von $s_D = 3$ eine sehr starke Verbesserung der Bildqualität und Effizienz zu beobachten ist. Die Rechenzeit wird durch die Vergrößerung der numerischen Felder um etwa den Faktor 10 steigen, die Verschlechterung der Konvergenz erhöht diesen Faktor auf etwa 20. Ab $s_D = 4$ verlangsamt sich die Annäherung des Ergebnisses an das Referenzresultat deutlich, während die Rechenzeit bedingt durch die in zwei Dimensionen quadratische Zunahme der Pixelanzahl sehr stark steigt, für $s_D = 8$ ist bereits ein Faktor von ca. 150 zu erwarten. Ein Oversampling mit $s_D = 3$ erweist sich damit in der Praxis als guter Kompromiss.

Die Ergebnisse in Abb. 5.8 zeigen auch, dass bei Erhöhung von s_D nicht nur die Differenz zwischen vorhergesagtem und tatsächlichem Ergebnis abnimmt, sondern dass sich auch die Absolutwerte sowohl der Effizienz als auch des SNR signifikant erhöhen. Das bedeutet, dass

mit dem angepassten Algorithmus ein Element berechnet werden kann, welches die Energie effizienter und gezielter in den gewünschten Bildbereich umverteilt, ohne tatsächlich eine kleinere Pixelgröße oder andere Änderungen der physikalischen Parameter des optischen Setups zu benötigen.

- Einfluss des Oversampling auf effektive Strukturgröße

Bei den Phasenverteilungen, die ein Multi-Ebenen IFTA mit Oversampling und Pixel-Regeneration errechnet, kann eine Änderung der effektiven Strukturgröße beobachtet werden. Gegenüber der Berechnung ohne Oversampling und auch im Vergleich mit Ein-Ebenen Elementen zeigt sich, dass größere Pixelbereiche zusammengefasst werden, also die mittlere effektive Strukturgröße sinkt. Dies wird auch durch die Fouriertransformationen der einzelnen Elemente ersichtlich. Die Parameter des optischen Setups haben sich nicht geändert, es wird also auch noch der gleiche Divergenzwinkel benötigt. Da die dafür nötigen, hohen Ortsfrequenzen in den einzelnen Elementen jedoch nicht mehr anzutreffen sind, bedeutet diese, dass der Algorithmus die Ablenkung des Lichtes auf die beiden Elemente aufteilt. Es stellt sich die Frage, woher dieses Verhalten rührt.

Die Ursache kann in der Unterdrückung der Intensität außerhalb des Signalfensters in den höheren Beugungsordnungen gefunden werden. Bei Ein-Ebenen Elementen wird die Intensität dieser Ordnungen, wie in Abschnitt 2.1.4 gezeigt, durch eine sinc-Funktion bestimmt, die nur von der Pixelform und Pixelgröße abhängig ist. Da die Pixelform im vorliegenden Fall auf ein rect-Profil festgelegt ist und die nötige Pixelgröße allein durch die Divergenz bestimmt wird, kann auch die durch den Verlauf der sinc-Funktion vorgegebene Intensitätsverteilung in den höheren Ordnungen nicht beeinflusst werden. Im Fall von mehreren Ebenen ist die Pixelform immer noch auf die rect-Funktion festgelegt, allerdings kann die Pixelgröße an vielen Stellen durch das Aufteilen der Beugung auf die Ebenen effektiv größer werden. Dies bedeutet, dass die zugehörige sinc-Funktion schneller abfällt und somit weniger Energie in die Außenbereiche verteilt wird. Der Multi-Ebenen IFTA ohne Oversampling betrachtet diese äußeren Bereiche jedoch nicht und kann somit im numerischen Algorithmus in dieser Hinsicht auch keine Optimierung durchführen. Im Multi-Ebenen IFTA mit Oversampling werden diese Bereiche jedoch betrachtet und in die Optimierung einbezogen. Aus diesem Grund ist die Verbesserung der Effizienz bei unveränderter physikalischer Pixelgröße, wie in Abb. 5.8 sichtbar, möglich.

- Einfluss des β -Faktors auf Bildqualität und Effizienz

Für die Untersuchung zum β -Faktor wurde mit den gewonnenen Erkenntnissen zum Oversampling zunächst $s_D = 4$ festgelegt. Die Analyse erfolgte mit s_{ref} , wobei zusätzlich die Elementarzelle 6fach wiederholt wurde (vgl. Abschnitt 5.2.1) um die gaußsche Beleuchtungswelle korrekt berücksichtigen zu können. Der Abstand der Ebenen wurde von 1mm ($\beta = 0,012$) bis 24mm ($\beta = 2,88$) variiert (Abb. 5.9). Es zeigt sich ein deutlicher Abfall sowohl des SNR

als auch der Effizienz bei einem Wert von $\beta \approx 0,5$.

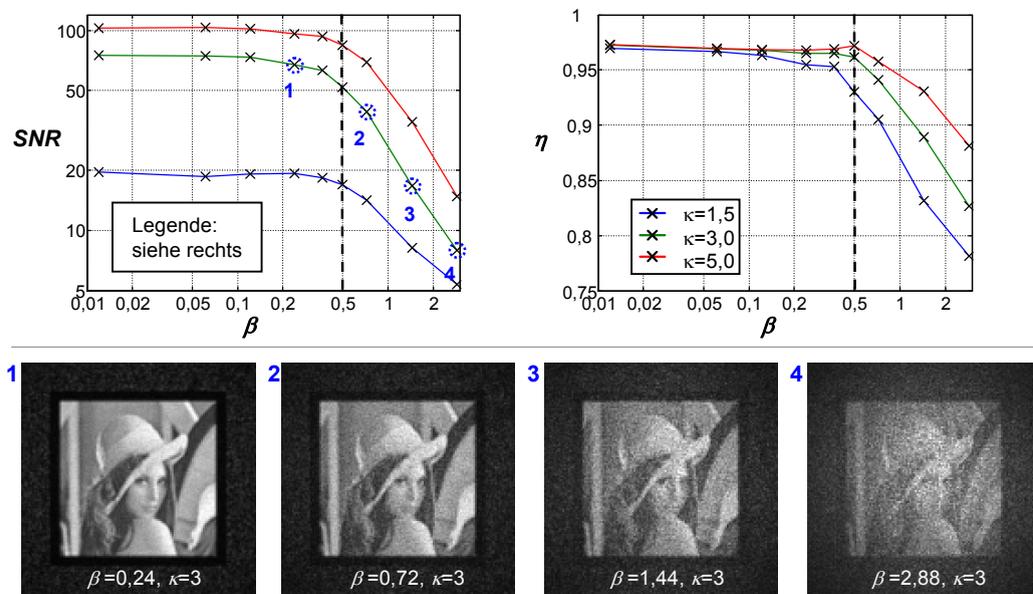


Abbildung 5.9: Einfluss des β -Faktors auf die Bildqualität und -effizienz. Zusätzlich variiert wird die relative Größe κ der zur Beleuchtung genutzten Gaußverteilung.

Für kleinere Werte von β bleibt das Rauschen näherungsweise konstant, es wird nun limitiert durch den verbleibenden Überlapp der Bild-Pixel, der sich aus der Größe von κ ergibt. Mit einer größeren Beleuchtung kann wie zu erwarten eine bessere Signalqualität erreicht werden, da sich die Bild-Pixel verkleinern und der Überlapp verringert. Die Effizienz hingegen wird nicht durch den Pixel-Überlapp beeinflusst. Aus diesem Grund hängt die maximal erreichbare Effizienz, die für $\beta < 0,5$ erreicht wird, nicht von κ ab.

Das analytisch vorhergesagte Verhalten ist somit bestätigt, der konkrete Grenzwert für β konnte durch die numerischen Untersuchungen genauer bestimmt werden.

5.3 Informationsdichte und Auftreten von Crosstalk

Wie bereits im Ausblick von [64] angesprochen, muss die Frage gestellt werden, wie die kodierbare Informationsdichte eines Multi-Ebenen CGH von den physikalischen Parametern abhängt. Dies ist insbesondere wichtig für die Problemstellung der Farbbildgenerierung, da hier der Wellenlängenabstand durch die verwendeten Grundfarben festgelegt. Die Trennung der zugehörigen POI der Grundfarben wird somit Bedingungen an die restlichen Parameter des Aufbaus stellen, die in diesem Abschnitt auf Basis der allgemeinen Erkenntnisse zum Auftreten von Crosstalk hergeleitet werden sollen.

Aus Gl.(5.12) kann erkannt werden, dass in paraxialer Näherung das Produkt aus Bildebenenabstand und Wellenlänge bei der Berechnung der Ausgangsverteilung eine Rolle spielt.

Eine genauere Betrachtung (siehe Anhang 7.7) zeigt, dass der Einfluss der physikalischen Parameter des CGH bei Einbeziehung der Pixelgröße erschöpfend beschrieben werden kann durch die dimensionslose Größe F_{CGH} :

$$F_{CGH} = \frac{\mathbf{p}^2}{z_e \lambda} \quad (5.14)$$

In Analogie zur Fresnel-Zahl kann bei großen Werten von F_{CGH} die geometrisch-optische Näherung angewendet werden, während kleine Werte von F_{CGH} auf einen starken Einfluss wellenoptischer Effekte schließen lassen. Multi-Ebenen CGH mit verschiedenen Parametern, deren rein numerische Pixel-Information und deren F_{CGH} -Werte gleich sind, verhalten sich in paraxialer Näherung identisch und erzeugen die gleiche Intensitätsverteilung im Ortsfrequenzraum. Bis auf eine durch die gewählte Pixelgröße bedingte Skalierung (vgl. Gl.(2.22)) stimmen damit die erzeugten Bilder miteinander überein. Eine anschauliche Erklärung für dieses Verhalten kann durch Betrachtung der Beleuchtung des zweiten Elementes $u_{el,2}$ gewonnen werden. Damit die optische Funktion nach der zweiten Ebene abgesehen von Skalierung gleich bleibt, muss $u_{el,2}$ relativ zur Größe des Elementes der zweiten Ebene den gleichen Verlauf aufweisen. In Abb. 5.10 kann für das Beispiel einer Verdopplung der Pixelgröße erkannt werden, dass die Form von $u_{el,2}$ bezüglich der zweiten Ebene gleich bleibt, wenn der Abstand zwischen den Ebenen oder die Wellenlänge (die paraxial proportional zum Ablenkwinkel ist) vervierfacht werden, der Wert von F_{CGH} also gleich bleibt.

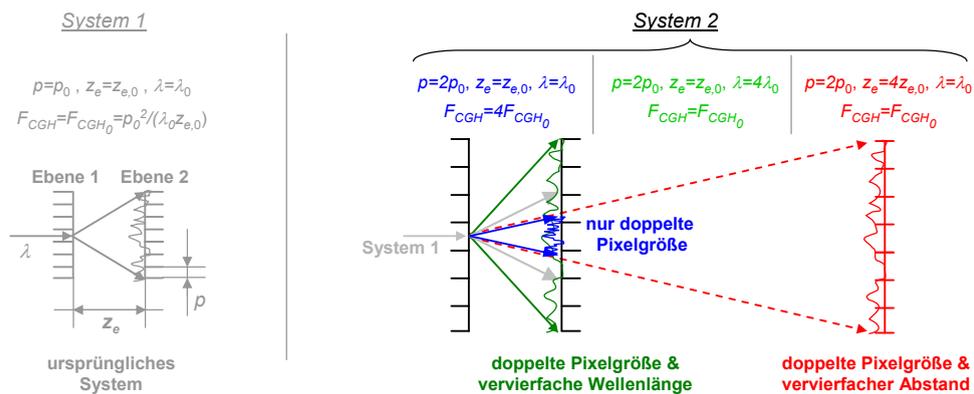


Abbildung 5.10: Veranschaulichung der gleichbleibenden Wirkung eines Zwei-Ebenen CGH bei Konstanthalten von F_{CGH}

Wie das Auftreten von Crosstalk quantitativ mit F_{CGH} zusammenhängt soll zunächst anhand einer anschaulichen Betrachtung abgeschätzt und später durch numerische Experimente genauer untersucht werden. Bei Betrachtung des Zwei-Ebenen CGH in Abb. 5.10 kann festgestellt werden, dass die Position x eines bestimmten Wertes der Beleuchtungsverteilung $u_{ill,2}$ des zweiten Elementes für den äußeren mit der Pixelgröße p erreichbaren Winkelbereich durch den Zusammenhang:

$$x = z_e \tan \Theta \approx z_e \Theta \approx \frac{z_e \lambda}{2p} \quad (5.15)$$

gegeben ist. Werden nun die Parameter des optischen Setups geändert, wird sich $u_{ill,2}$ ändern. Um eine neue POI zu kodieren, muss nach Änderung der Parameter zunächst die alte Information verschwinden. Dies kann nur geschehen, wenn sich die Beleuchtungsverteilung signifikant ändert, also der Funktionswert von $u_{ill,2}$ sich an jedem Punkt ändert. Bei einer kleinen Änderung von F_{CGH} wird sich die Form von $u_{ill,2}$ im Verhältnis zum Pixelraster nur wenig ändern. Dagegen wird die Positionierung und die Skalierung von $u_{ill,2}$, die direkter mit Änderungen der Parameter zusammenhängen, stärkeren Einfluss haben. Als erste Näherung soll angenommen werden, dass sich die Information um die Ausdehnung eines Pixels verschieben muss um die Rekonstruktion einer bestimmten POI zu zerstören. Dies kann durch die Ungleichung $\Delta x > p$ beschrieben werden, woraus sich mit Gl.(5.15) die Bedingung

$$\Delta \left(\frac{z_e \lambda}{2p} \right) > p \quad \text{oder gleichwertig:} \quad \Delta (z_e \Theta) > p \quad (5.16)$$

ergibt. Im Folgenden soll diese Bedingung bezüglich drei praktisch relevanten Parameteränderungen (Abb. 5.1) ausgewertet werden:

- Variation des Ebenenabstandes um Δz_e
- Variation der Wellenlänge $\Delta \lambda$
- Variation der Beleuchtungsrichtung $\Delta \alpha$

Auswertung von Gl.(5.16) bzgl. dieser Variationen bei Beibehaltung der jeweils anderen Parameter ergibt die folgenden drei Bedingungen:

$$\Delta z_e > \frac{2p^2}{\lambda} \quad , \quad \Delta \lambda > \frac{2p^2}{z_e} \quad , \quad \Delta \alpha > \frac{p}{z_e} \quad (5.17)$$

wobei die letzte Bedingung aus der zweiten Formulierung von Gl.(5.16) abgeleitet werden kann, da eine Änderung $\Delta \alpha$ direkt in eine Änderung $\Delta \Theta$ umgesetzt wird. Bezieht man die variierten Größen nun auf ihre absoluten Werte entstehen die folgenden Bedingungen:

$$\frac{\Delta z_e}{z_e} > \frac{2p^2}{z_e \lambda} \quad , \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} > \frac{2p^2}{z_e \lambda} \quad , \quad \frac{\Delta \alpha}{\alpha} > \frac{p^2}{z_e \lambda} \quad (5.18)$$

welche mit Hilfe des Parameters F_{CGH} geschrieben werden können als

$$\frac{\Delta z_e}{z_e} > 2F_{CGH} \quad , \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} > 2F_{CGH} \quad , \quad \frac{\Delta \alpha}{\alpha} > F_{CGH} \quad (5.19)$$

Die relativen Parameteränderungen hängen also wiederum nur von F_{CGH} ab. Je größer der Wert von F_{CGH} , desto größer muss die relative Parametervariation gewählt werden, um die Information einer bestimmten POI zu löschen und Multiplexing möglich zu machen. Bezüglich der Informationsdichte sind also kleine Werte von F_{CGH} vorteilhaft. Gemäß der anschaulichen Interpretation von F_{CGH} (siehe Gl.(5.14)) sind demzufolge die wellenoptischen Eigenschaften der Ausbreitung des Lichtes zwischen den Ebenen Grundlage für die Multiplexing-Fähigkeiten von Multi-Ebenen CGH.

Während der Herleitung wurden einige starke Vereinfachungen gemacht, die die Vorfaktoren in den Bedingungen 5.19 beeinflussen können, die grundsätzliche Struktur der Abhängigkeit jedoch nicht verändern sollten. Zum Beispiel kann die notwendige Verschiebung von $u_{ill,2}$ zur Auslöschung der Information einer POI auch etwas weniger oder mehr als eine Pixelgröße sein. Es muss auch genauer definiert werden, wann eine Information als ausgelöscht gilt, also welche Resteffizienz das betreffende Signal noch besitzen darf. Weiterhin wird nur die Verschiebung von $u_{ill,2}$ in den achsenfernsten Bereichen betrachtet. In der Mitte wird bei Parameteränderungen, die eine Skalierung bewirken ($\Delta z_e, \Delta \lambda$), die Änderung geringer sein, weswegen in diesen Fällen ein größerer Vor-Faktor zu erwarten ist. Bei einer Änderung des Einfallswinkels verschiebt sich hingegen tatsächlich die gesamte Funktion $u_{ill,2}$ und der Vorfaktor sollte bereits eine gute Abschätzung darstellen. Um diese nur schwer analytisch zu erfassenden Einflüsse zu berücksichtigen, werden numerische Experimente durchgeführt, die dann auch eine genauere Bestimmung der Vorfaktoren in Gl.(5.19) erlauben.

Um die Multiplexing-Fähigkeiten quantitativ zu erfassen muss zunächst ein Maß gefunden werden, welches die Sichtbarkeit eines unerwünschten Bildes zu einem gewünschtem Bild in Relation setzt. Zu diesem Zweck wird die Effizienz des unerwünschten Signals $u_{sig,u}$ ins Verhältnis gesetzt zur Effizienz des gewünschten Signals $u_{sig,g}$:

$$\eta_{Cr} := \frac{u_{sig,u}}{u_{sig,g}} \quad (5.20)$$

Diese im folgenden *relativer Crosstalk* genannte Größe η_{Cr} soll sich im Bereich von null bis eins bewegen, wobei null für eine perfekte Unterdrückung steht und eins auf eine gleichwertige Sichtbarkeit der betrachteten POI schließen lässt. Um dies zu erfüllen müssen jedoch zwei zusätzlich Bedingungen erfüllt sein. Erstens müssen die Signalbereiche disjunkte Mengen ergeben, da bei Überschneidungen die Intensität der Punkte, die zu beiden Signalbereichen gehören, von beiden POI herrühren und somit nicht eindeutig dem gewünschten bzw. unerwünschten Anteil zugerechnet werden können. Diese Einschränkung kann durch Wahl geeigneter Signale umgangen werden. Zweitens darf kein Rauschen vorhanden sein, da dieses eine bestimmte Grundeffizienz für jedes Signal erzeugt, auch wenn die Intensität im Signalbereich nicht höher ist als außerhalb und somit kein Übersprechen im eigentlichen Sinne auftritt. Um diesen Effekt zu begrenzen, sollte das allgemeine Rauschlevel so niedrig

wie möglich gehalten werden. Dazu kann für den speziellen Fall der Untersuchung von η_{Cr} die Amplitudenfreiheit erhöht oder die Anzahl der möglichen Phasenstufen der Elemente vergrößert werden.

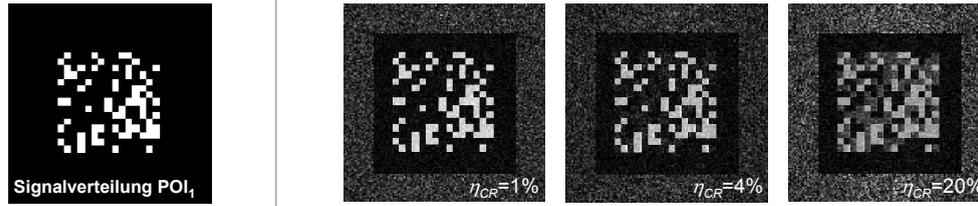


Abbildung 5.11: Für die Untersuchung des Crosstalk genutzte Signalverteilung (links) und der visuelle Eindruck verschieden starken Crosstalks zwischen zwei POI (rechts)

Die für die Untersuchungen gewählte Signalverteilungen ist in Abb. 5.11 dargestellt. Es handelt sich um Muster aus einzelnen quadratischen Blöcken, die zufällig über einen gemeinsamen Signalbereich verteilt sind und disjunkte Bereiche abdecken. Alle POI addiert ergeben eine quadratische Fläche mit konstanter Intensität. Die Zufallsverteilung sorgt dafür, dass keine Vorzugsrichtung der CGH-Strukturen auftritt, die das Ergebnis hinsichtlich der Multiplexing-Fähigkeiten verfälschen könnte.

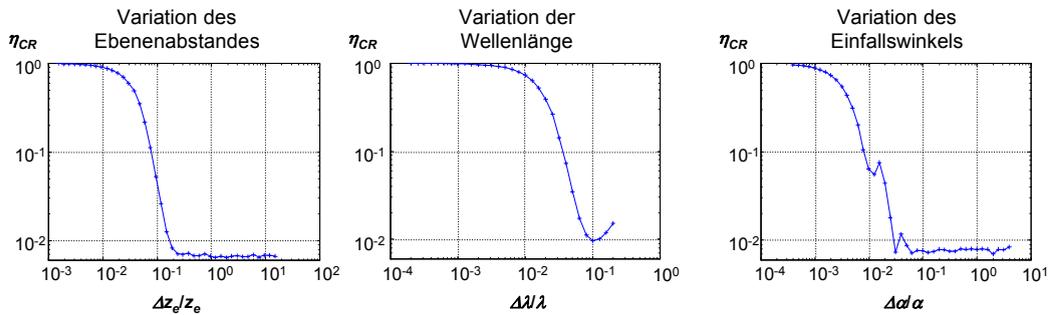


Abbildung 5.12: Abhängigkeit des Crosstalk von der Größe der Parameteränderung zwischen zwei benachbarten POI

Zunächst wurden nun zwei POI kodiert, wobei die Parameter Einfallswinkel, Wellenlänge und Ebenenabstand zur Trennung der Informationen benutzt wurden. Die Größe der Parametervariation zwischen den POI wurde verändert und der ermittelte Crosstalk aufgezeichnet. Abb. 5.12 zeigt das Ergebnis. Es zeigt sich, dass sich der Crosstalk innerhalb des vorhergesagten Bereichs von F_{CGH} signifikant ändert. Anhand einer visuellen Einschätzung (Abb. 5.11) wurde eine Grenze von $\eta_{Cr} < 4\%$ festgelegt, ab der von einer guten Trennung der POI gesprochen werden kann. Mit dieser Grenze können die Abschätzungen aus Gl.(5.19) konkretisiert werden zu:

$$\frac{\Delta z_e}{z_e} > 3F_{CGH} \quad , \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} > 4F_{CGH} \quad , \quad \frac{\Delta \alpha}{\alpha} > F_{CGH} \quad (5.21)$$

Wie gemäß Abschnitt 5.3 zu erwarten sind die Vorfaktoren im Fall einer Änderung von z und von λ etwas größer als 2, während im Fall der Änderung von α der vorhergesagte Faktor von 1 bestätigt wird.

Die so gewonnene Abschätzung kann genutzt werden, um für ein Multi-Ebenen CGH mit einem bestimmten Wert von F_{CGH} den nötigen Parameterabstand zwischen zwei POI zu bestimmen. Für den Spezialfall der Farbbildgeneration ist der Parameterabstand durch die gewählten Wellenlängen festgelegt. In diesem Fall kann Gl.5.21 genutzt werden, um F_{CGH} abzuschätzen. Für die Wellenlängendifferenz zwischen den Grün und Blau (typischerweise kleiner als zwischen Rot und Grün) von etwa 60nm ergibt sich:

$$F_{CGH} < \frac{1}{4} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 0,03 \quad (5.22)$$

woraus nach Einsetzen der mittleren Wellenlänge in F_{CGH} die Bedingung:

$$\frac{p^2}{z_e} < 15nm \quad (5.23)$$

folgt. Als Beispiel folgt daraus eine typische Pixelgröße von $p=1\mu m$ ein minimaler Ebenenabstand von $66\mu m$, während bei einem typischen Ebenenabstand von $z_e=1mm$ die Pixelgröße auf unter $4\mu m$ begrenzt ist. Die bei den bisherigen Untersuchungen typischerweise verwendeten Parameterbereiche sind also auch für die Farbbilddarstellung geeignet.

5.4 Experimente zu Multi-Ebenen CGH

Die theoretisch vorhergesagten Eigenschaften von Multi-Ebenen CGH wurden mit Zwei-Ebenen CGH überprüft. Die Einschränkung auf zwei Ebenen sollte den experimentellen Aufwand in Grenzen halten, außerdem wurden die wichtigen Abschätzungen aus Abschnitt 5.2.1 speziell für Zwei-Ebenen CGH hergeleitet.

5.4.1 Realisierungsmöglichkeiten eines Zwei-Ebenen CGH

Für ein Zwei-Ebenen CGH bieten sich zwei prinzipiell verschiedene Varianten der Herstellung an. Zum Ersten können zwei getrennte Substraten mit jeweils einer der benötigten Oberflächenstrukturen versehen werden. Zum Zweiten kann die Strukturierung auf einem Substrat erfolgen, wobei die jeweils eine der Ebenen auf Vorder- und Rückseite aufgebracht werden. Die Variante auf zwei getrennten Substraten ist bezüglich den Anforderungen an die Herstellung äquivalent zu Ein-Ebenen CGH, da die beiden Ebenen unabhängig voneinander hergestellt werden können. Allerdings ist im optischen Aufbau die Justage der Substrate

relativ zueinander und bezüglich der Strahlrichtung (siehe Abschnitt 5.4.2) sehr aufwendig. Bei der Realisierung auf Vorder- und Rückseite eines Substrates ist der Vorgang der Ausrichtung der Ebenen zueinander dagegen weitestgehend in die Herstellung verschoben (siehe Abschnitt 5.4.2).

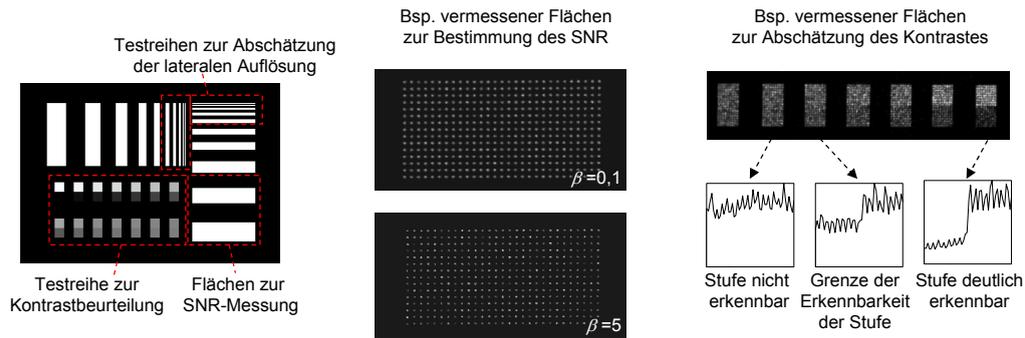


Abbildung 5.13: Monochromatische Signalverteilung für Tests der Zwei-Ebenen CGH (links) mit Beispielmessungen für das SNR (mittig) und der Testreihe für den Kontrast (rechts)

Beide Varianten wurden realisiert, wobei verschiedene Signalverteilungen benutzt wurden. Mittels eines monochromatischen Testbildes (Abb. 5.13) wurden die Vergleiche mit dem vorhergesagten Verhalten bei Änderung des β Parameters durchgeführt, wobei Effizienz, SNR und eine Testreihe zum Kontrast betrachtet wurden. Für die Beurteilung des visuellen Eindrucks kam außerdem das Lena-Testbild (Abb. 5.3) zum Einsatz. Weiterhin wurde das farbige IAP-Logo verwendet, um die Möglichkeit der Erzeugung von Farbbildern zu demonstrieren und mittels SNR_{vis} den visuellen Eindruck zu beurteilen.

5.4.2 Optischer Aufbau und Justage der Elemente

Abb. 5.14 zeigt den optischen Aufbau, der für die Untersuchung der getrennten, Zwei-Ebenen CGH verwendet wurde. Zur groben Justage der Elemente wurden mechanische Verstelleinheiten für die 6 Freiheitsgrade implementiert. Die translatorischen Freiheitsgrade konnten zusätzlich durch ein auf Piezo-Verstelleinheiten basierendes 3-Achsen System feinjustiert werden.

Die Einstellung der sechs Freiheitsgrade gestaltete sich schwierig, da es keine Rückkopplungsmechanismen gibt, die ein Annähern an die richtige Position durch Beobachtung der erzeugten Bildverteilung möglich machen. Bewirkt die Abweichung nur eines Parameters eine größere Verstimmung des Systems, als die durch die Abschätzung in Abschnitt 5.3 gegebene Toleranz der jeweiligen POI zulässt, besteht die erzeugte Intensitätsverteilung aus statistischem Rauschen. Somit wird eine Strategie benötigt, die eine ausreichend genaue Justage zumindest einiger der Parameter unabhängig vom erzeugten Bild möglich macht. Eine mögliche Vorgehensweise ist in Anhang 7.8 beschrieben. Wesentlich vereinfacht werden konnte die

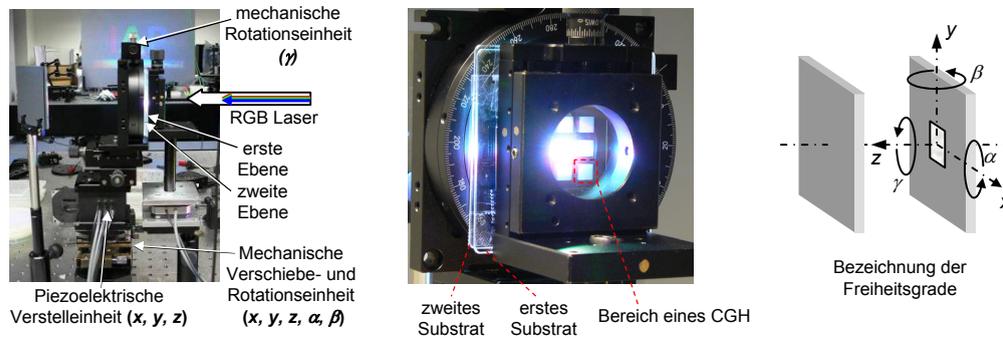


Abbildung 5.14: Laboraufbau für eine Zwei-Ebenen CGH auf zwei getrennten Substraten (links und mittig) sowie Bezeichnung der Freiheitsgrade zur Justierung (rechts)

Justage durch eine Hilfsstruktur, die testweise für einige Elemente realisiert wurde. Dazu wird eine Fresnellinse, deren Brennweite dem halben Ebenenabstand entspricht, in beiden Ebenen an der gleichen lateralen Position in den Bereich der CGH integriert. Dadurch wird in der Bildebene neben der nullten Ordnung ein Spot erzeugt, dessen Abweichung von der optischen Achse die laterale und dessen Defokussierung die longitudinale Dejustierung anzeigt. Im Fall eines Zwei-Ebenen CGH auf Vorder- und Rückseite eines Substrates gestaltet sich die Justage wesentlich einfacher. Hier muss lediglich die Richtung bezüglich der optischen Achse eingestellt werden.

5.4.3 Resultate für monochromatische Zwei-Ebenen CGH

In diesem Abschnitt sollen die Vorhersagen in Abschnitt 5.2.1 bis 5.2.1 analytisch hergeleitet und in Abschnitt 5.2.2 numerisch bestätigten Vorhersagen bezüglich des Einflusses des Oversamplings und des β -Wertes experimentell überprüft werden.

Einfluss des Oversampling

Um den Effekt des Oversampling zu untersuchen wurde ein Zwei-Ebenen CGH für das Lena-Testbild auf getrennten Substraten realisiert (Abb. 5.15). Im Design wurden Oversamplingfaktoren $s_D = 1$ und $s_D = 4$ verwendet. Wie gemäß Abb.5.8 zu erwarten konnte eine deutliche Verbesserung des SNR und der Effizienz bei Nutzung von Oversampling nachgewiesen werden. SNR und Effizienz stiegen beide um ca. 50%. Für die im Folgenden untersuchten CGH wurde wenn nicht anders vermerkt ein Oversampling mit $s_D = 4$ verwendet.

Einfluss des β -Wertes

Für die monochromatische Signalverteilung aus Abb. 5.13 wurden Zwei-Ebenen CGH mit unterschiedlichen β -Werten berechnet. Die Parameter Ebenenabstand und Pixelgröße wur-

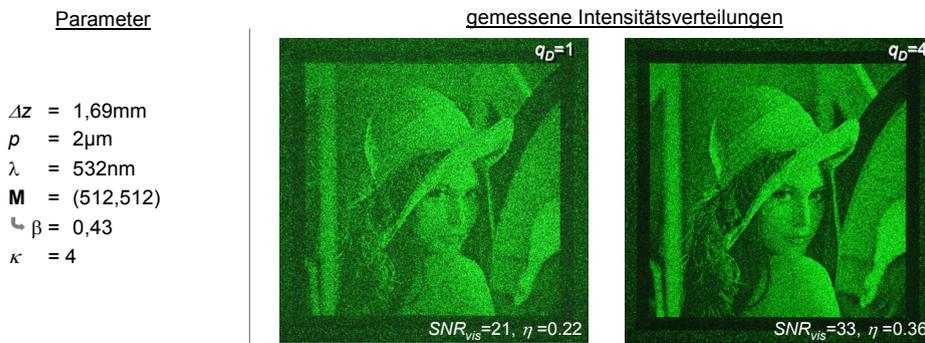


Abbildung 5.15: Messergebnisse zum Einfluss des Oversamplings auf die Bildqualität und Effizienz

den jeweils in 6 Stufen variiert (Abb.5.16, links). Die zugehörigen β -Werte variieren zwischen 0,1 und 5,0 und decken damit die Grenze, an der laut Gl. 5.13 eine signifikante Änderung der Bildqualität und Effizienz zu erwarten ist, ab.

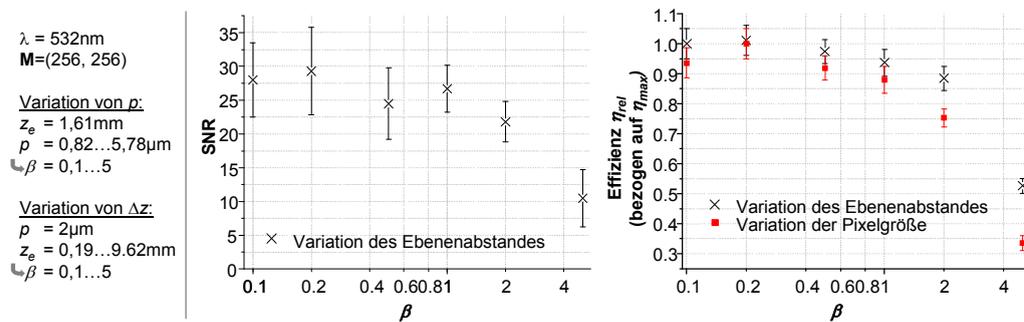


Abbildung 5.16: Messergebnisse zum Einfluss des β -Faktors auf die Bildqualität und -effizienz (vgl. mit theoretischer Vorhersage in Abb. 5.9)

Die Messung der einzelnen Kenngrößen hat unterschiedlichen Aussagekraft. Die Variation des Ebenenabstandes ist am aussagekräftigsten, da hier die relative Größe der Beleuchtungswelle und die absolute Größe des erzeugten Bildes gleich bleibt und somit zwischen den Messungen für verschiedene β -Parameter gut reproduzierbare Messbedingungen geschaffen werden können. Sowohl die Messung der Effizienz als auch des SNR bestätigen in diesem Fall die durch die numerischen Untersuchungen vorhergesagte Grenze im Bereich von $\beta \approx 1$.

Bei der Variation der Pixelgröße ist die Vergleichbarkeit der Messungen für unterschiedliche β -Werte schlechter. Mit Verkleinerung der Pixelgröße wird die Elementarzelle des CGH kleiner. Da die Beleuchtungswelle nicht entsprechend angepasst wurde, beeinflusste dies die relative Größe die Beleuchtungswelle, gekennzeichnet durch κ . Dies hat laut Abb. 5.9 eine Veränderung des SNR zur Folge, die den Effekt überlagert. Die verschiedenen Bildgrößen verursachen zusätzlich eine Ungenauigkeit bei der Messung des SNR. Der Einfluss einer κ -Änderung auf die Effizienz ist dagegen geringer, auch die Messung wird durch eine andere Bildgröße nicht beeinflusst. Bei Änderung der Pixelgröße kann daher die vorhergesagte

Grenze von $\beta \approx 1$ nur anhand der Effizienzmessung bestätigt werden. Die Auswertung der Testreihe zur Kontrastbestimmung stellte sich als zu ungenau heraus, im betrachteten β -Bereich konnte keine Änderung des Testfeldes, welches gerade noch einen Kontrastsprung zeigte, nachgewiesen werden.

5.4.4 Resultate für farbfähige Zwei-Ebenen CGH

Für den Nachweis der Farbbilddarstellung wurde das IAP-Logo als Zwei-Ebenen CGH mit 4 Höhenstufen kodiert. Die Parameter waren wie folgt: Feldgröße 512 x 512 Pixel, Pixelgröße $2 \times 2 \mu\text{m}$, Ebenenabstand 1,65mm. Daraus ergibt sich gemäß Gl.(5.14) für die mittlere Wellenlänge $F_{CGH} = 0.0044$. Gemäß Gl.(5.19) muss somit ein Wellenlängenabstand von $\Delta\lambda=5\text{nm}$ eingehalten werden, um die Trennung der Farben zu gewährleisten. Die Wellenlängendifferenz von mindestens 60nm zwischen den Grundfarben ist eine Größenordnung höher, wodurch auch bei einer Erhöhung der effektiven Strukturgröße durch die Nutzung von Oversampling eine Trennung der POI gewährleistet bleibt. Der β -Parameter ergibt sich zu $\beta=0,22$ und erfüllt damit die Bedingung (5.13).

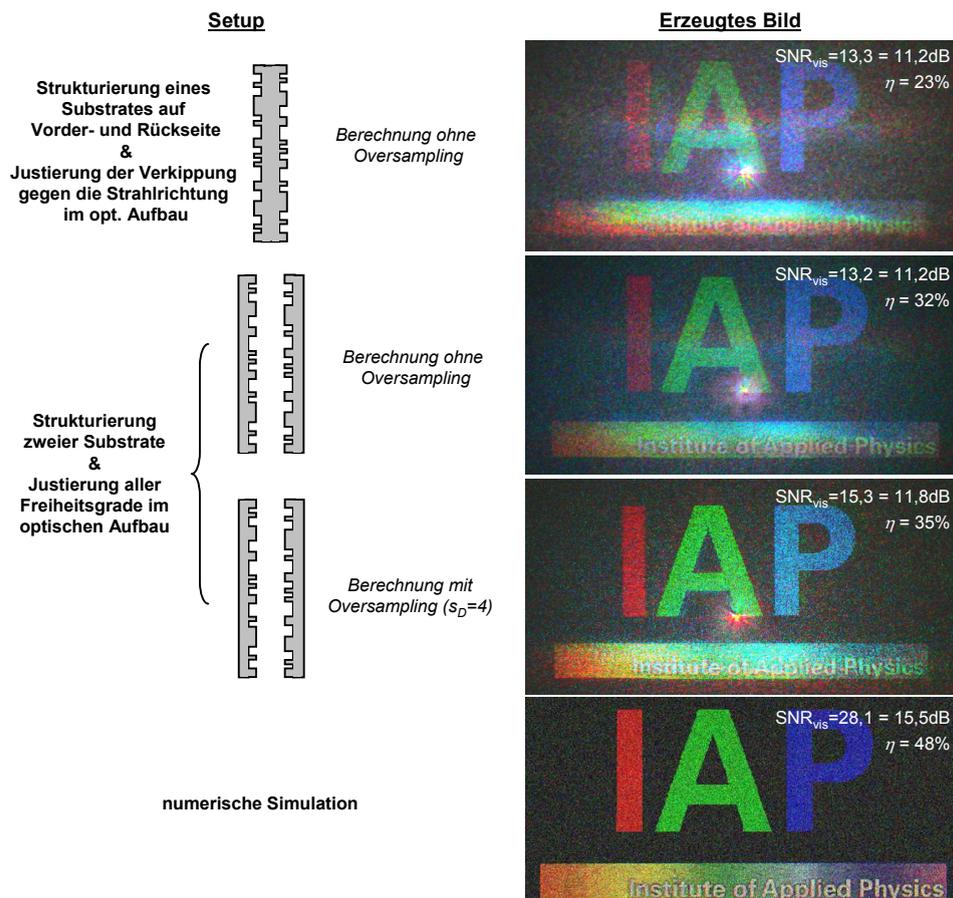


Abbildung 5.17: Messergebnisse für Farbbilder, erzeugt durch verschiedene Arten von Zwei-Ebenen CGH und verschieden starkes Oversampling

Die Herstellung erfolgte auf getrennten Substraten und auf Vorder- und Rückseite eines Substrates, wobei das Design mit und ohne Oversampling durchgeführt wurde (Abb. 5.17). Für die Herstellung auf Vorder- und Rückseite muss der veränderte Brechungsindex bei der Propagation zwischen den Ebenen berücksichtigt werden. Um die geforderten 1,65mm Propagationslänge in Luft zu erreichen wurde dazu ein 2,4mm dickes Quarzglassubstrat mit einer Brechzahl von 1,47 verwendet. Mit allen Varianten konnte die Erzeugung des gewünschten Farbbildes demonstriert werden. Dabei zeigt sich, dass die Variante auf einem Substrat bei dem hier betriebenen Aufwand hinsichtlich der Justage der Ebenen bei der Herstellung ein visuell schlechteres Ergebnis liefert als die Variante mit getrennten Substraten. Durch eine genauere Justage der Verdrehung und eine exaktere Messung von Brechzahl und Dicke könnte die Qualität verbessert werden. Bei Vergleich der beiden Bilder zeigt sich auch, dass die Messgröße SNR_{vis} bei niedrigen Werten den subjektiven Eindruck nicht mehr zuverlässig repräsentieren kann.

Wesentlich verbessert werden konnte die subjektive Bildqualität durch die Nutzung von Oversampling während des Designprozesses. Im Gegensatz zu allen bisherigen Varianten der Farbbildgenerierung, bei denen die in der numerischen Simulation erreichbaren Bilder nicht signifikant von der im Design verwendeten Bildvorlage abwichen, zeigt sich hier bereits in der Simulation die Begrenzung der Bildqualität, die im subjektiven Eindruck bereits mit dem besten experimentellen Ergebnis vergleichbar ist. Eine weitere Verbesserung der Farbbildgenerierung wird demzufolge eine Erweiterung der theoretischen Freiheitsgrade erfordern, z.B. mehr Pixel je Elementarzelle oder mehr Quantisierungsstufen des Höhenprofils.

6 Vergleich und Zusammenfassung

6.1 Vergleich der Methoden

Um die Erkenntnisse der Arbeit zu den verschiedenen Methoden der Farbbildgenerierung zusammenzufassen, wurden in Abb. 6.1 verschiedene Bewertungskriterien zusammengestellt und verglichen. Dabei ist zu beachten, dass die Werte für Effizienz und Bildqualität von Randparametern abhängen (z.B. Art des Bildes, Divergenz), die zwischen den Methoden nicht immer konstant gehalten werden konnten. Die Werte sind aus diesem Grund als Mittelung über die betrachteten Motive und Parameterbereiche zu verstehen und dementsprechend mit einer deutlichen Unsicherheit behaftet. Für den Vergleich zwischen den Methoden sind sie jedoch aussagekräftig.

Kriterium \ Setup	getrennte Kodierung der RGB-Anteile		gemeinsame Kodierung der RGB-Anteile		konventioneller Projektor
	Laterales Farbmultiplexing	Longitudinales Farbmultiplexing	Ausnutzung der Bild-Dispersion	Zwei-Ebenen CGH	
Bildqualität (SNR_{vis})	40	30	30	15	∞
exp. ermittelte Effizienz in % (binäre Höhenstruktur)	30	20	8	35	< 25 (IAP Logo) < 5 (virt. Tastatur)
Divergenz in °	32	22	9	20	typ. 15
techn. Aufwand (vgl. mit monochr. CGH)	geringfügig höher	wesentlich höher	geringfügig höher	wesentlich höher	nicht vergleichbar

Abbildung 6.1: Vergleich der Farbbildprojektions-Varianten (Erläuterung der Kriterien siehe Text)

Wie zu erwarten ist die Bildqualität, charakterisiert durch SNR_{vis} , bei den Methoden, die die Farbkanäle einzeln kodieren, besser, als bei Kombination der Farbinformationen in einem Element. Bei einem handelsüblichen Projektor ist die Bildqualität allerdings nochmals deutlich besser. SNR_{vis} ist in diesem Fall nicht mehr aussagekräftig, da mit der genutzten Messmethoden keine Abweichung vom gewünschten Bild festgestellt werden kann. Für den visuellen Eindruck spielen allerdings noch weitere Faktoren eine Rolle, die schwer in einer Messgröße zu fassen sind. Die in dieser Arbeit untersuchten Farbbildprojektionen mittels CGH waren bzgl. Farbbrillanz und Schärfeeindruck mit Digital-Projektoren vergleichbar, das Grundrauschen vor allem in dunklen Bildbereichen ist dagegen noch merklich höher.

Die angegebene experimentell ermittelte Effizienz bezieht sich auf die binären Höhenstrukturen, für die aufgrund der Bildsymmetrie $\eta \approx 45\%$ das theoretische Maximum darstellt. Die geringe Effizienz bei Nutzung der Bild-Dispersion wird deutlich. Alle anderen Varianten sind im Fall des Motivs des IAP-Logos schon in der binären Variante vergleichbar mit einem

konventionellen Projektor, während für die virtuelle Tastatur der konventionelle Projektor deutlich schlechter abschneidet. Mit Multilevelelementen, die die binären Elemente bei allen Varianten der Farbbildgenerierung ohne Probleme ersetzen können, kann die Effizienz nochmals deutlich erhöht werden.

Die experimentell realisierten Divergenzen sind bis auf den Fall des die Dispersion nutzenden CGH größer als typische Divergenzen eines konventionellen Projektors. Durch Linsensysteme mit geringerer Brennweite kann die Projektordivergenz erhöht werden, wodurch sich allerdings i.A. auch die Öffnung vergrößert und damit die ohnehin schon geringere Schärfentiefe weiter reduziert. Dies zeigt die Vorteile der CGH-Projektion im Bereich großer Divergenzen, kombiniert mit der Forderung nach großer Schärfentiefe.

6.2 Zusammenfassung

Die Generierung von zweidimensionalen, farbigen Bildern durch Projektion erlangt in neuester Zeit großes Interesse, wobei durch die immer bessere Verfügbarkeit von energieeffizienten, kompakten Lichtquellen wie leistungsstarken LED oder Laserdioden portable Anwendungen eine steigende Bedeutung erfahren. Ein Wechsel vom bisher ausschließlich verfolgten Punkt-zu-Punkt Abbildungsprinzip zur CGH-basierten Projektion könnte dabei enorme Vorteile bieten, wird jedoch noch nicht verfolgt aufgrund der komplizierteren theoretische Behandlung und Herstellung der bildgebenden Elemente, der bisher meist geringeren Bildqualität, und der üblicherweise bestehenden Beschränkung auf eine Wellenlänge. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher die Idee der Farbbildprojektion mittels CGH erstmals sowohl in grundlegender theoretischer Hinsicht, als auch bezogen auf mögliche Ausführungsformen praktischer Anwendungen umfassend beleuchtet.

Für den ersten Ansatz, die Trennung in drei CGH für die drei Grundfarben, wurden zwei prinzipielle Anordnungen untersucht: die laterale Trennung der einzelnen CGH durch eine versetzte Anordnung im Strahlengang und die longitudinale Anordnung durch einen neuartigen Aufbau aus strukturierten Schichtspiegeln. Für beide Varianten konnte die Erzeugung hochqualitativer Farbbilder demonstriert werden. Die laterale Farbtrennung erweist sich dabei bezüglich der Herstellung als einfachste Variante, reduziert jedoch die Schärfentiefe deutlich. Bei longitudinaler Farbtrennung ist die Herstellungstechnologie wesentlich komplexer, die Schärfentiefe bleibt jedoch vollständig erhalten. Zur Überwindung des Nachteils der aufwändigen Herstellung konnte demonstriert werden, dass mittels Kontaktholographie eine Übertragung der benötigten Funktionalität in ein Polymer möglich ist. Somit ist für das Prinzip der longitudinalen Trennung auch eine etablierte Replikationstechnik verfügbar.

Der zweite Ansatz, bei dem unterschiedliche Strahlrichtungen für die Grundfarben zum Einsatz kommen, konnte durch die Nutzung der Winkeldispersion in den Abstrahlrichtungen

eines off-axis CGH auch für den Fall der Beleuchtung mit einem kollinearen RGB-Laserstrahl verwendet werden. Da bei diesem Prinzip extreme Anforderungen an die Strukturgröße des CGH entstehen wurde die Trennung in ein hochdispersives Gitter und ein on-axis CGH entwickelt. Die kleinen Strukturgrößen waren damit nur noch in dem herstellungstechnisch wesentlich besser zu kontrollierendem Gitter nötig, wodurch auch die experimentelle Demonstration eines ansprechenden Farbbildes gelingen konnte. Die kodierbare Informationsdichte ist gegenüber dem Ansatz mit drei einzelnen CGH niedriger und die Effizienz geringer, was sich im Experiment bestätigte. Die Schärfentiefe blieb dagegen vollständig erhalten.

Für den dritten Ansatz, die Nutzung eines Multi-Ebenen CGH, konnte erstmalig gezeigt werden, dass die von einfachen, monochromatischen CGH bekannte Beschreibungsweise beibehalten werden kann, wenn genügend Oversampling eingeführt und bestimmte Randbedingungen an die Parameterwerte, für deren Charakterisierung der β -Parameter entwickelt wurde, eingehalten werden. Die Entwicklung der neuartigen Designvorschrift mit Pixel-Regenerierung erlaubte die Übertragung dieser Erkenntnis in den Designalgorithmus. Durch Analyse der Informationstrennung konnte eine einfache Kenngröße gefunden werden, mit deren Hilfe die notwendigen Parametervariationen zur Kodierung unterschiedlicher Bilder ermittelt werden konnten. Die analytischen Vorhersagen konnten sowohl durch numerische Untersuchungen als auch experimentell bestätigt werden. Erstmals konnte mit einem Zwei-Ebenen CGH die Projektion eines ansprechenden Farbbildes demonstriert werden.

In dieser Arbeit wurden somit systematisch verschiedene Möglichkeiten der Farbbildgenerierung mit CGH untersucht. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Ansätze wurde theoretisch herausgearbeitet und durch Experimente bestätigt. Dies kann dazu beitragen, die Möglichkeiten der CGH-Farbbildprojektion besser einzuschätzen und somit an geeigneter Stelle in der Praxis einzusetzen. Die Entwicklung hin zu dynamischen, hochaufgelösten Phasenmodulatoren wird dabei in Zukunft durch die Möglichkeit des zeitlichen Multiplexing der Farbanteile auch einfachere optische Aufbauten erlauben. Die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse bezüglich Bildzusammensetzung und Parameterabhängigkeit behalten jedoch ihre Gültigkeit und können weiterhin zur Optimierung der Bilderzeugung Verwendung finden. Zusätzlich sind die Erkenntnisse bezüglich der Bildentstehung an Multi-Ebenen CGH für das in jüngster Zeit aufkommenden Gebiet *Image Encryption* von großem Interesse.

Literaturverzeichnis

- [1] D. Gabor. A new microscopic principle. *Nature*, 161(4098):777–778, 1948.
- [2] T.H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187(4736):493–494, 1960.
- [3] E.N. Leith and J. Upatnieks. Reconstructed wavefronts and communication theory. *J. Opt. Soc. Am.*, 52(10):1123–1130, 1962.
- [4] E.N. Leith and J. Upatnieks. Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects. *J. Opt. Soc. Am.*, 54(11):1295–1301, 1964.
- [5] M.T. Gale and K. Knop. Color-encoded focused image holograms. *Appl. Opt.*, 15:2189–2198, 1976.
- [6] J.N. Butters and J.A. Leendertz. Speckle pattern and holographic techniques in engineering metrology. *Opt. Laser Technol.*, 3(1), 1971.
- [7] J.H. Burge. Applications of computer-generated holograms for interferometric measurement of large aspheric optics. *Proc. SPIE*, 2576:258–269, 1955.
- [8] G. Colgate Jr. Credit and identification cards having pieces of diffraction grating therein. US Patent 4,547,002, October 15 1985.
- [9] T. Kresse, F. Dorfel, K. Schulte-Wieking, C. Jurgens, O. Kirchenschlager, G. Lengl, A. Galle, and S. Noehte. Tesa rom and tesa wormr: multilayered optical data storage based on polymer films and using metal island films as tunable absorber system. *Proceedings of SPIE*, 5380:584, 2004.
- [10] H. Horimai and X. Tan. Collinear technology for a holographic versatile disk. *Appl. Opt.*, 45(5):910–914, 2006.
- [11] B.R. Brown and A.W. Lohmann. Complex spatial filtering with binary masks. *Appl. Opt.*, 5(6):967–974, 1966.
- [12] A.J. MacGovern and JC Wyant. Computer generated holograms for testing optical elements. *Appl. Opt.*, 10(3):619–624, 1971.
- [13] A. Rafii, C. Bamji, N. Kareemi, and S.f Shivji. Method and apparatus for entering data using a virtual input device. US Patent 6,614,422, September 2 2003.
- [14] C.C. Wu and C.S. Chu. Virtual input device with diffractive optical element. *Proceedings of SPIE*, 5636:447, 2005.
- [15] M.R. Feldman and A.D. Kathman. Projection pointer. US Patent 5,938,308, August 17 1999.
- [16] A. Kirk, T. Tabata, M. Ishikawa, and H. Toyoda. Reconfigurable computer generated holograms. *Opt. Commun.*, 105(5-6):302–308, 1994.
- [17] M. Reichert, T. Haist, EU Wagemann, and HJ Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. *Opt. Lett.*, 24(9):608–610, 1999.
- [18] Z. Cao, L. Xuan, L. Hu, Y. Liu, Q. Mu, and D. Li. Investigation of optical testing with

- a phase-only liquid crystal spatial light modulator. *Optics Express*, 13(4):1059–1065, 2005.
- [19] A.W. Lohmann and D.P. Paris. Binary fraunhofer holograms, generated by computer. *Appl. Opt.*, 6(10):1739, 1967.
- [20] H.M. Smith. Photographic relief images. *J. Opt. Soc. Am.*, 58:533, 1968.
- [21] L.B. Lesem, P.M. Hirsch, and J.A. Jordan Jr. The kinoform: a new wavefront reconstruction device. *IBM J. Res. Dev.*, 13(1):150–155, 1969.
- [22] R.W. Gerchberg and W.O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35(2):237–246, 1972.
- [23] F. Wyrowski and O. Bryngdahl. Iterative fourier-transform algorithm applied to computer holography. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5(7), 1988.
- [24] F. Wyrowski. Design theory of diffractive elements in the paraxial domain. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10:1553–1561, 1993.
- [25] O. Ripoll, V. Kettunen, and H.P. Herzig. Review of iterative fourier-transform algorithms for beam shaping applications. *Opt. Eng.*, 43:2549, 2004.
- [26] J.P. Allebach, B. Liu, and N.C. Gallagher. Aliasing error in digital holography. *Appl. Opt.*, 15(9):2183–2188, 1976.
- [27] M.A. Seldowitz, J.P. Allebach, and D.W. Sweeney. Synthesis of digital holograms by direct binary search. *Appl. Opt.*, 26(14):2788–2798, 1987.
- [28] N. Yoshikawa, M. Itoh, and T. Yatagai. Quantized phase optimization of two-dimensional fourier kinoforms by a genetic algorithm. *Opt. Lett.*, 20:752–752, 1995.
- [29] A.G. Kirk and T.J. Hall. Design of binary computer generated holograms by simulated annealing: coding density and reconstruction error. *Opt. Commun.*, 94(6):491–496, 1992.
- [30] L. Legiard, P. Refregier, and P. Ambs. Multicriteria optimality for iterative encoding of computer-generated holograms. *Appl. Opt.*, 36(29), 1997.
- [31] J.R. Fienup and J.W. Goodman. New ways to make computer-generated color holograms. *Nouv. Rev. Opt.*, 5(5):269–275, 1974.
- [32] H.H. Suh. Color-image generation by use of binary-phase holograms. *Opt. Lett.*, 24:661–663, 1999.
- [33] H. Bartelt. Space multiplexing with computer holograms. *Opt. Commun.*, 23(2):203–206, 1977.
- [34] U.D. Zeitner, B. Schnabel, E.B. Kley, and F. Wyrowski. Polarization multiplexing of diffractive elements with metal-stripe grating pixels. *Appl. Opt.*, 38:2177–2181, 1999.
- [35] J. Ford, F. Xu, K. Urquhart, and Y. Fainman. Polarization-selective computer-generated holograms. *Opt. Lett.*, 18(6):456–458, 1993.
- [36] F. Xu, J.E. Ford, and Y. Fainman. Polarization-selective computer-generated holograms: design, fabrication, and applications. *Appl. Opt.*, 34(2):256–266, 1995.
- [37] I. Richter, P.C. Sun, F. Xu, and Y. Fainman. Design considerations of form birefringent microstructures. *Appl. Opt.*, 34(14):2421–2429, 1995.
- [38] M.S. Mirotznik, D.M. Pustai, D.W. Prather, and J.N. Mait. Design of two-dimensional polarization-selective diffractive optical elements with form-birefringent microstructures. *Applied Optics*, 43(32):5947–5954, 2004.

- [39] H. Dammann. Color separation gratings. *Appl. Opt.*, 17(15):2273–2279, 1978.
- [40] D. Faklis and G.M. Morris. Spectral properties of multiorder diffractive lenses. *Appl. Opt.*, 34(14):2462–2468, 1995.
- [41] D.W. Sweeney and G.E. Sommargren. Harmonic diffractive lenses. *Appl. Opt.*, 34(14):2469–2475, 1995.
- [42] S. Noach, A. Lewis, Y. Arieli, and N. Eisenberg. Integrated diffractive and refractive elements for spectrum shaping. *Appl. Opt.*, 35:3635–3639, 1996.
- [43] I. Barton, P. Blair, and M.R. Taghizadeh. Dual-wavelength operation diffractive phase elements for pattern formation. *Opt. Express*, 1(2):54–59, 1997.
- [44] Y. Arieli, N. Eisenberg, A. Lewis, and I. Glaser. Geometrical-transformation approach to optical two-dimensional beam shaping: Erratum and reply to comment. *Appl. Opt.*, 37(35):8226–8226, 1998.
- [45] T.R.M. Sales and D.H. Raguin. Multiwavelength operation with thin diffractive elements. *Appl. Opt.*, 38(14):3012–3018, 1999.
- [46] A.J. Caley and M.R. Taghizadeh. Analysis of the effects of bias phase and wavelength choice on the design of dual-wavelength diffractive optical elements. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(1):193–198, 2006.
- [47] M. Araiza, S. Guel, C. Sifuentes, I. de la Rosa, and G. Miramontes. Multichannel image storage with application to color multiplexing. *Revista Mexicana de Fisica*, 54(2):100–103, APR 2008.
- [48] M. Araiza-Esquivel, S. Guel-Sandoval, and J. Ojeda-Castañeda. Multichannel image storage with image processing capabilities. *Opt. Commun.*, 230(1-3):131–135, 2004.
- [49] G. Yang, W. Li, D. Bizhen, and Gu Benyuan. On the amplitude-phase retrieval problem in an optical system involved non-unitary transformation. *Optik(Stuttgart)*, 75(2):68–74, 1987.
- [50] G. Yang, B. Gu, X. Tan, M.P. Chang, B. Dong, and O.K. Ersoy. Iterative optimization approach for the design of diffractive phase elements simultaneously implementing several optical functions. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11:1632–1640, 1994.
- [51] J. Bengtsson. Kinoform design with an optical-rotation-angle method. *Appl. Opt.*, 33(29):6879–6884, 1994.
- [52] J. Bengtsson. Kinoforms designed to produce different fan-out patterns for two wavelengths. *Appl. Opt.*, 37(11):2011–2020, 1998.
- [53] Y. Ogura, N. Shirai, J. Tanida, and Y. Ichioka. Wavelength-multiplexing diffractive phase elements: design, fabrication, and performance evaluation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 18(5):1082–1092, 2001.
- [54] Y. Ogura, N. Shirai, J. Tanida, and Y. Ichioka. Wavelength-multiplexing diffractive phase element with quantized phase structure. *Optical Review*, 8(4):245–248, 2001.
- [55] L.H. Lin and C.V. LoBianco. Experimental techniques in making multicolor white light reconstructed holograms. *Appl. Opt.*, 6(7):1, 1967.
- [56] N.N. Evtikhiev, D.I. Mirovitskiy, N.V. Rostovtseva, O.B. Serov, T.V. Yakovleva, and B.Y. Zel'Dovich. Bilayer holograms: Theory and experiment. *J. Modern Opt.*, 33(3):255–268, 1986.
- [57] R.V. Johnson and A.R. Tanguay. Stratified volume holographic optical elements. *Opt.*

- Lett.*, 13(3):189–191, 1988.
- [58] G.P. Nordin, R.V. Johnson, and A.R. Tanguay Jr. Diffraction properties of stratified volume holographic optical elements. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(12):2206–2217, 1992.
- [59] A. Granger, Li Song, and R. Lessard. Multiple beam generation using a stratified volume holographic grating. *Appl. Opt.*, 32(14):2534–2537, 1993.
- [60] D.M. Chambers and G.P. Nordin. Stratified volume diffractive optical elements as high-efficiency gratings. *Journal of the Optical Society of America A*, 16(5):1184–1193, 1999.
- [61] D. Chambers, G. Nordin, and S. Kim. Fabrication and analysis of a three-layer stratified volume diffractive optical element high-efficiency grating. *Opt. Express*, 11(1):27–38, 2003.
- [62] W. Cai, T.J. Reber, and R. Piestun. Computer-generated volume holograms fabricated by femtosecond laser micromachining. *Opt. Lett.*, 31(12):1836–1838, 2006.
- [63] X. Deng and R.T. Chen. Design of cascaded diffractive phase elements for three-dimensional multiwavelength optical interconnects. *Opt. Lett.*, 25:1046–1048, 2000.
- [64] S. Borgsmüller, S. Noehte, C. Dietrich, T. Kresse, and R. Männer. Computer-generated stratified diffractive optical elements. *Appl. Opt.*, 42(26):5274–5283, 2003.
- [65] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. McGraw-Hill, McGraw-Hill series in electrical and computer engineering; Electromagnetics. ISBN: 0070242542, 1995.
- [66] P. Refregier and B. Javidi. Optical image encryption based on input plane and fourier plane random encoding. *Opt. Lett.*, 20(7):767–769, 1995.
- [67] Y. Li, K. Kreske, and J. Rosen. Security and encryption optical systems based on a correlator with significant output images. *Appl. Opt.*, 39(29):5295–5301, 2000.
- [68] G. Unnikrishnan, J. Joseph, and K. Singh. Optical encryption by double-random phase encoding in the fractional fourier domain. *Opt. Lett.*, 25(12):887–889, 2000.
- [69] Z. Liu and S. Liu. Double image encryption based on iterative fractional fourier transform. *Optics Communications*, 275(2):324–329, 2007.
- [70] L. Chen and D. Zhao. Optical color image encryption by wavelength multiplexing and lensless fresnel transform holograms. *Opt. Express*, 14(19):8552–8560, 2006.
- [71] J. Maycock, B.M. Hennelly, J.B. McDonald, Y. Frauel, A. Castro, B. Javidi, and T.J. Naughton. Reduction of speckle in digital holography by discrete fourier filtering. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(6):1617–1622, 2007.
- [72] F.P. Carau Sr. Method and apparatus for a virtual display/keyboard for a pda, July 24 2001.
- [73] J.M. Pollard. The fast fourier transform in a finite field. *Math. Comput*, 25(114):365–374, 1971.
- [74] W.H. Carter. Focal shift and concept of effective fresnel number for a gaussian laser beam. *Appl. Opt.*, 21(11):1989–1994, 1982.
- [75] J.H. Erkkila. On the maximum wave intensity in the focal volume. *Opt. Commun*, 43:313–314, 1982.
- [76] K.L. Shlager and J.B. Schneider. A selective survey of the finite-difference time-domain literature. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, 37(4):39–57, 1995.
- [77] N. Chateau and J.P. Hugonin. Algorithm for the rigorous coupled-wave analysis of

- grating diffraction. *Journal-Optical Society Of America A*, 11:1321–1321, 1994.
- [78] S. Mellin and G. Nordin. Limits of scalar diffraction theory and an iterative angular spectrum algorithm for finite aperture diffractive optical element design. *Opt. Express*, 8(13):705–722, 2001.
- [79] J.M. Bendickson, E.N. Glytsis, and T.K. Gaylord. Scalar integral diffraction methods: unification, accuracy, and comparison with a rigorous boundary element method with application to diffractive cylindrical lenses. *J. Opt. Soc. Am. A*, 15(7):1822–1837, 1998.
- [80] E.N. Glytsis. Two-dimensionally-periodic diffractive optical elements: limitations of scalar analysis. *J. Opt. Soc. Am. A*, 19(4):702–715, 2002.
- [81] U. Levy, E. Marom, and D. Mendlovic. Thin element approximation for the analysis of blazed gratings: simplified model and validity limits. *Opt. Commun.*, 229(1-6):11–21, 2004.
- [82] S.D. Mellin. *Design and Analysis of Finite Aperture Diffractive Optical Elements*. PhD thesis, The University of Alabama, 2001.
- [83] J.R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison. *Appl. Opt.*, 21(15):2758–2769, 1982.
- [84] N.C. Gallagher and B. Liu. Method for computing kinoforms that reduces image reconstruction error. *Appl. Opt.*, 12(10):2328–2335, 1973.
- [85] F. Wyrowski and O. Bryngdahl. Digital holography as part of diffractive optics. *Rep. Prog. Phys.*, 54:1481–1571, December 1991.
- [86] T. Smith and J. Guild. The cie colorimetric standards and their use. *Transactions of the Optical Society*, 33:73–134, 1931.
- [87] M. Anderson, R. Motta, S. Chandrasekar, and M. Stokes. Proposal for a standard default color space for the internet - srgb. *Proceedings of IS&T and SIDs 4th Color Imaging Conference: Color Science, Systems and Applications*, pages 238–246, 1996.
- [88] K.E. Spaulding, G.J. Woolfe, and E.J. Giorgianni. Reference input/output medium metric rgb color encodings (rimm/romm rgb). *Proc. PICS 2000*, pages 155–163, 2000.
- [89] E.B. Kley. Continuous profile writing by electron and optical lithography. *Microelectron. Eng.*, 34(3-4):261–298, 1997.
- [90] W. Brünger, E.B. Kley, B. Schnabel, I. Stolberg, M. Zierbock, and R. Plontke. Low energy lithography; energy control and variable energy exposure. *Microelectron. Eng.*, 27(1-4):135–138, 1995.
- [91] S. Sinzinger, J. Jahns, and J. Jahns. *Microoptics*. Wiley-VCH Chichester, 1999.
- [92] S. Wang, C. Zhou, H. Ru, and Y. Zhang. Optimized condition for etching fused-silica phase gratings with inductively coupled plasma technology. *Appl. Opt.*, 44(21):4429–4434, 2005.
- [93] Imperx Incorporated. Datasheet for ipx2m30l (<http://www.imperx.com/>), 2006.
- [94] K. Matsushima, H. Schimmel, and F. Wyrowski. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves. *J. Opt. Soc. Am. A*, 20(9):1755–1762, 2003.
- [95] *T. Kaempfe, E.B. Kley, A. Tuennermann, and P. Dannberg. Design and fabrication of stacked, computer generated holograms for multicolor image generation. *Appl. Opt.*, 46(22):5482–5488, 2007.

- [96] M. Born. Principles of optics: 7th (expanded) edition. *Principles of optics: 7th*, 1999.
- [97] F. Abelès. Investigations on the propagation of sinusoidal electromagnetic waves in stratified media. application to thin films. *Ann. Phys.(Paris)*, 5:596–640, 1950.
- [98] H.S. Hou. Method for optimized design of dielectric multilayer filters. *Appl. Opt.*, 13:1863–1866, 1974.
- [99] H.G. Shanbhogue, C.L. Nagendra, M.N. Annapurna, S.A. Kumar, and G.K.M. Thutupalli. Multilayer antireflection coatings for the visible and near-infrared regions. *Appl. Opt.*, 36:6339–6351, 1997.
- [100] A.F. Turner and P.W. Baumeister. Multilayer mirrors with high reflectance over an extended spectral region. *Appl. Opt.*, 5(1):69–76, 1966.
- [101] T. Clausnitzer, E.B. Kley, A. Tünnermann, A. Bunkowski, O. Burmeister, K. Danzmann, R. Schnabel, S. Gliech, and A. Duparré. Ultra low-loss low-efficiency diffraction gratings. *Opt. Express*, 13(12):4370–4378, 2005.
- [102] U. Schulz, U.B. Schallenberg, and N. Kaiser. Antireflection coating design for plastic optics. *Appl. Opt.*, 41(16):3107–3110, 2002.
- [103] H. Rudmann and M. Rossi. Design and fabrication technologies for ultraviolet replicated micro-optics. *Opt. Eng.*, 43:2575, 2004.
- [104] P. Dannberg, L. Erdmann, R. Bierbaum, A. Krehl, A. BrÄUer, and Eb Kley. Micro-optical elements and their integration to glass and optoelectronic wafers. *Microsystem technologies*, 6(2):41–47, 1999.
- [105] G. Dausmann, K. Gnädig, H. Hoepfner, R. Mathe, T. Löer, and D. Märtens. Vorrichtung zur herstellung einer kontaktkopie eines hologramms. Patent DE19809502B4, 06 2007.
- [106] W.J. Gambogi Jr, A.M. Weber, and T.J. Trout. Advances and applications of dupont holographic photopolymers. *Proceedings SPIE*, 2043:2, 1994.
- [107] *T. Kaempfe, EB Kley, and A. Tuennermann. Creation of multicolor images by diffractive optical elements, arranged in a stacked setup. *Adaptive Optics: Analysis and Methods/Computational Optical Sensing and Imaging/Information Photonics/Signal Recovery and Synthesis Topical Meetings on CD-ROM*, 2007.
- [108] T. Clausnitzer. *Kontrolle der Beugungseffizienzen dielektrischer Gitter*. PhD thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2007.
- [109] *T. Kaempfe, E.B. Kley, and A. Tuennermann. Designing multiplane computer-generated holograms with consideration of the pixel shape and the illumination wave. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(7):1609–1622, 2008.
- [110] M. Frigo and S.G. Johnson. The design and implementation of fftw 3. *Proceedings of the IEEE*, 93(2):216–231, 2005.
- [111] S. Wang, E. Bernabeu, and J. Alda. Unified and generalized fresnel numbers. *Optical and Quantum Electronics*, 24(12):1351–1358, 1992.

7 Anhang

7.1 Fokussierung eines Gaußstrahles bei festem Bildebenenabstand

Für den Laserstrahl soll eine gaußförmige Intensitätsverteilung u_g angenommen werden:

$$u_g(\mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{\omega^2}\right) \quad (7.1)$$

Besitzt die Verteilung zusätzlich eine ebene Phase, spricht man von der Taille des Strahles mit der Breite ω_0 . Bei der Propagation bleibt die laterale Form gaußförmig, wobei sich der Radius des Strahles ω ausgehend von der Taille bei $z = 0$ in paraxialer Näherung vergrößert gemäß:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (7.2)$$

mit der Rayleighlänge $z_R := \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$. Die Phase ist in jeder Ebene sphärisch mit dem Krümmungsradius R :

$$R = z \left(1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda z}\right)^2\right) \quad (7.3)$$

Im Fernfeld ($z \gg z_R$) nimmt der Durchmesser des Gaußstrahles linear mit der Ausbreitungs-
distanz zu und es kann eine Divergenz Θ angegeben werden zu $\Theta = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}$. Um abzuschätzen,
welche Domäne zur Beschreibung des Ausbreitung des Gaußstrahles geeignet ist, wird die
Fresnel-Zahl N_F des optischen Systems herangezogen [74]:

$$N_F = \frac{\omega^2}{\lambda z_s} \quad (7.4)$$

Es gelten dann folgende Näherungen (siehe z.B. [111]):

- $N_F \gg 1$ - geometrisch-optische Näherung (Strahlenoptik)
- $N_F \approx 1$ - Übergangsbereich (Fresnel Näherung)

- $N_F \ll 1$ - Fernfeld (Fraunhofer Näherung)

In geometrisch-optischer Näherung kann angenommen werden, dass bei einer Fokussierung des Strahles mit einer Linse, die als Brennweite den Bildebenenabstand hat, die Taille des Gaußstrahles in der Bildebene liegt. Der minimal erreichbare Strahlradius ω_{min} ergibt sich dann mittels der Umkehrung von 7.2 und Einsetzen von 7.4 zu:

$$\omega_{min}^2 = \frac{\omega^2}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\pi N_F} \right)^2} \right) \quad (\text{geom. opt. Näherung}) \quad (7.5)$$

Dabei soll die Lösung mit negativen Vorzeichen vor der Wurzel mit *Lösung 1*, die mit positiven Vorzeichen als *Lösung 2* bezeichnet werden. Mit Lösung 1 kann immer eine kleinere Taille erreicht werden, während Lösung 2 eine geringere Divergenz ermöglicht. Nähert man sich dem wellenoptisch zu beschreibenden Bereich, müssen zusätzliche Effekte beachtet werden. In diesem Fall wird der kleinstmögliche Durchmesser in der Ebene z_s erreicht, wenn der wellenoptische Fokus vor die Bildebene positioniert wird (Fokusverschiebung [74]). Damit reicht 7.5 zur Berechnung des minimal erreichbaren Spotradius in der Bildebene nicht mehr aus. Stattdessen muss der Abstand zur wellenoptischen Taille z_f freigegeben werden. Es gilt nun:

$$\omega_{min}^2 = \omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{\lambda(z_s - z_f)}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right) \quad (7.6)$$

Zusammen mit 7.2 (für $z = z_f$) kann aus 7.6 eine allgemeine Vorschrift für $\omega_{min}(\lambda, \omega, z_s, z_f)$ hergeleitet werden. Deren Ableitung nach z_f und Nullsetzen ergibt die Positionen der Minima z_{min} für beide Lösungen von 7.5 zu:

$$z_{min} = \frac{z_s \omega^4 \pi^2}{\omega^4 \pi^2 + z_s^2 \lambda^2} \quad (7.7)$$

was sich durch Definition der modifizierten Fresnel-Zahl $N_{Fp} := \pi N_F$ vereinfachen lässt zu:

$$z_{min} = \frac{z_s}{1 + N_{Fp}^{-2}} \quad (7.8)$$

Im Fernfeld ergibt sich $z_{min} = z_s$, während sich der Fokus beim Übergang zum Nahfeld immer mehr Richtung Beleuchtungsebene verschiebt. Für $N_{Fp} = 1$ ergibt sich $z_{min} = \frac{z_s}{2}$. In diesem Fall sind die beiden Lösungen von 7.5 identisch. Für $N_{Fp} \rightarrow 0$ gilt $z_{min} \rightarrow 0$, die Fokusebene verschiebt sich also immer weiter zur CGH-Ebene (siehe Abb. 7.1). Durch Einsetzen der optimalen Positionen aus 7.8 in 7.6 ergibt sich der gesuchte minimale erreichbare Strahlradius (relativ zum Ausgangsstrahlradius) zu:

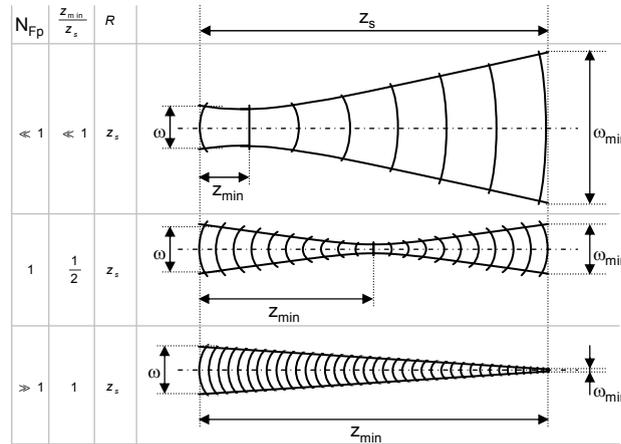


Abbildung 7.1: Veranschaulichung der Kontur eines auf die Bildebene $z = z_s$ fokussierten Gaußstrahles in Abhängigkeit von der modifizierten Fresnel-Zahl N_{Fp}

$$\frac{\omega_{min}}{\omega} = \sqrt{1 + \frac{2 - \frac{4 \cdot N_{Fp}^2}{1 + N_{Fp}^2}}{N_{Fp}^2 \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot N_{Fp}^2}{(1 + N_{Fp}^2)^2}}\right)}} \quad (7.9)$$

Somit ist die relative Taillenänderung $\frac{\omega_{min}}{\omega}$ nur von der Fresnel-Zahl abhängig, wobei die beiden Lösungsmöglichkeiten durch die Verwendung von Gl.(7.5) entstehen. Abb. 7.2 zeigt den Verlauf der Funktion $\frac{\omega_{min}}{\omega}(N_{Fp})$ für die beiden Lösungsmöglichkeiten in logarithmischer Darstellung. Es zeigt sich, dass bei dem schon erwähnten Symmetriepunkt $N_{Fp} = 1$ die Lösung, die das kleinere ω_{min} ergibt, wechselt. Die beiden Äste ergeben eine Gerade mit Anstieg -1 und bei geeigneter Wahl der Lösung gilt nun der einfache Zusammenhang:

$$\frac{\omega_{min}}{\omega} = \frac{1}{N_{Fp}} \quad (7.10)$$

Dieses interessante Ergebnis stimmt für große N_{Fp} mit dem aus Gl.(7.5) berechenbaren Fokus überein. Es ist auch Ausdruck des wellenoptischen Auflösungsvermögens, da man durch Einsetzen des CGH-seitigen, halben Öffnungswinkel $\alpha = \arctan\left(\frac{\omega}{z_s}\right)$ in Gl. 7.10 den Zusammenhang:

$$\omega_{min} = \frac{\lambda}{\pi \tan(\alpha)} \quad (7.11)$$

erhält, der für die paraxiale Näherung mit dem wellenoptischen Auflösungsvermögen nach Abbe übereinstimmt. Allerdings gilt wie gezeigt wurde Gl.(7.10) zusätzlich auch für kleine N , bei denen bereits eine deutliche Fokusverschiebung gemäß Gl. 7.7 berücksichtigt werden muss.

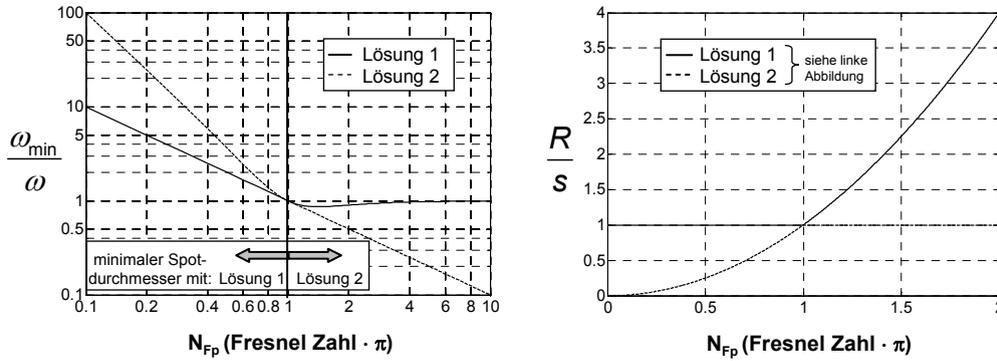


Abbildung 7.2: Minimaler Spotradius im Verhältnis zum Radius des Beleuchtungsstrahles (links) und notwendiger Krümmungsradius zum Erreichen des minimalen Spotradius im Verhältnis zur Schirmfernung (rechts) in Abhängigkeit von der modifizierten Fresnel-Zahl N_{Fp} (siehe Text)

Der notwendige Krümmungsradius der Phase R und damit die zu wählende Linse ergibt sich durch Einsetzen der optimalen Fokusposition aus Gl.(7.8) und der damit entstehenden Taillengröße in Gl.(7.3) zu:

$$R(N_{Fp}) = z_s \frac{\left(1 + N_{Fp}^2 \left(1/2 \pm 1/2 \sqrt{1 - 4 \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{N_{Fp}^2}\right)^2 N_{Fp}^2}}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{N_{Fp}^2}\right)^2\right)}{\left(1 + \frac{1}{N_{Fp}^2}\right)} \quad (7.12)$$

Werden die Lösungen mit verschiedenen Vorzeichen entsprechend der Auswahl in Gl.(7.9) für die Bereiche $N_{Fp} \leq 1$ und $N_{Fp} > 1$ ausgewählt, reduziert sich Gl.(7.12) zu:

$$R(N_{Fp}) = z_s \quad (7.13)$$

7.2 Bildzusammensetzung für Ein-Ebenen-CGH

Ausgangspunkt ist Gl.(2.22), die die im Fernfeld erzeugte Intensitätsverteilung beschreibt. Einsetzen der Elementfunktion gemäß Gl.(2.19) ergibt:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^M u_{el}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{m} \circ \mathbf{p}) \right) \otimes rect(\mathbf{r} \div \mathbf{p}) \right] \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{n} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right] \cdot u_{ill}(\mathbf{r}) \right\} \quad (7.14)$$

Ausnutzung des Faltungstheorems der Fourier-Transformation [65] ergibt:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left\{ \left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} u_{el}^{\mathbf{m}} \cdot FT[\delta(\mathbf{r} - \mathbf{m} \circ \mathbf{p})] \right) \cdot FT[rect(\mathbf{r} \div \mathbf{p})] \cdot FT \left[\sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{n} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right] \right\} \otimes FT[u_{ill}(\mathbf{r})] \quad (7.15)$$

Einsetzen der Fourier-Transformation der δ -Funktion und der $rect$ -Funktion [65] ergibt:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left\{ \left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} u_{el}^{\mathbf{m}} \cdot e^{i2\pi \cdot (\mathbf{m} \circ \mathbf{p}) \cdot \mathbf{f}} \right) \cdot sinc(\mathbf{f} \circ \mathbf{p}) \cdot \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right\} \otimes FT[u_{ill}(\mathbf{r})] \quad (7.16)$$

Der erste Term ist die numerische Fourier-Transformation $U_{el}^{\mathbf{m}}$ des numerischen Feldes $u_{el}^{\mathbf{m}}$, ausgerechnet an den Positionen im Frequenzraum, die durch das Raster aus δ -Funktionen (dritter Term) definiert werden. Die Periodizität von $U_{el}^{\mathbf{m}}$ mit der inversen Pixelgröße $1 \div \mathbf{p}$ kann durch einen zusätzlichen δ -Kamm ausgedrückt werden, womit sich 7.16 schreiben lässt als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot sinc(\mathbf{f} \circ \mathbf{p}) \right\} \otimes FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \quad (7.17)$$

7.3 Einfluss der Form der Beleuchtungswelle bei Ein-Ebenen CGH

Ausgangspunkt ist die Beschreibung einer gaußschen Beleuchtungswelle gemäß Gl.2.24. Deren Fouriertransformation ist gegeben durch:

$$FT(u_g(\mathbf{r})) = U_g(\mathbf{f}) = \exp\left(-\frac{\pi^2 S_x^2 \kappa_x^2}{4} f_x^2\right) \quad (7.18)$$

Da der Abstand der Bildspots gemäß Gl.(2.23) $\frac{1}{S_x}$ beträgt, kann die Amplitude u_g^m an der Grenze zweier Bildspotbereiche zwischen u_{out}^m und u_{out}^{m+1} berechnet werden zu:

$$u_g^m = (u_{out}^m + u_{out}^{m+1}) \exp\left(-\frac{\pi^2 S_x \kappa_x^2}{4} \left(\frac{1}{2S_x}\right)^2\right) \quad (7.19)$$

Da die Phase von u_{out} als freier Parameter im Design verbleiben soll, kann der Wert von $u_{out}^m + u_{out}^{m+1}$ nicht vorhergesagt werden. Deswegen muss der zweite Term von Gl.(7.19) immer klein genug sein, um die zwischen den Bildspots mögliche Intensität I_g auf einen Wert kleiner als das zulässige Bildrauschen $\frac{1}{SNR}$ zu begrenzen. Daraus ergibt sich die Forderung:

$$I_g \leq 4I_{max} \exp\left(-\frac{\pi^2 \kappa_x^2}{16}\right)^2 < \frac{1}{SNR} \quad (7.20)$$

wobei I_{max} die maximale Intensität eines Bildspots darstellt gemäß $I_{max} = u_{max}^2$. Mit einem an der maximalen Intensität im Bild orientierten, relativen SNR, definiert als $SNR_{rel} := SNR/I_{max}$ kann Gl.(7.20) formuliert werden als Bedingung an die relative Strahlgröße κ_x :

$$\kappa_x > \sqrt{\left(-\ln\left(\frac{1}{4SNR_{rel}}\right) \frac{16}{\pi^2}\right)} \quad (7.21)$$

7.4 Freier Winkelbereiche bei die Dispersion nutzenden CGH

Einsetzen von Gl.(4.2) und Anwendung der Additionstheoreme ergibt:

$$-\lambda_S \cos \Theta \sin \Delta\Theta + \Delta\lambda \sin \Theta \cos \Delta\Theta > \Delta\lambda \sin \Theta_{in} \quad (7.22)$$

mit der Summe $\lambda_S = \lambda_n + \lambda_{n+1}$ und der Differenz $\Delta\lambda = \lambda_{n+1} - \lambda_n$ der Wellenlängen. Mit der Definition von $A = -\lambda_S \cos \Theta$, $B = \Delta\lambda \sin \Theta$ und $C = \Delta\lambda \sin \Theta_{in}$ kann Gl.(7.22) umgeschrieben werden zu:

$$A \sin \Delta\Theta + B \cos \Delta\Theta < C \quad (7.23)$$

Unter der Randbedingung, dass die Ablenkung nach rechts erfolgen soll ($\Theta_{in} < \Theta$) und die Größe des Winkelbereiches durch einen positiven Wert gekennzeichnet werden soll ($\Delta\Theta > 0$) ist die Lösung dieser Ungleichung eindeutig bestimmt durch:

$$\tan \Delta\Theta < \frac{-BA\sqrt{(B^2 + A^2 - C^2)} + CA^2}{(CB + \sqrt{(B^2 + A^2 - C^2)}) A^2} \quad (7.24)$$

Um die Abhängigkeit von den Parametern besser zu erkennen, kann die in der Praxis im Allgemeinen sehr gut erfüllte Näherung eines im Verhältnis zur Summe der Absolutwel-

lenlängen kleinen Wellenlängenabstandes eingesetzt werden ($\Delta\lambda \ll \lambda_S$). Damit gilt $B \ll |A|$ und $C \ll |A|$, und Gl.(7.24) lässt sich vereinfachen zu:

$$\tan \Delta\Theta < \frac{C - B}{A} \quad (7.25)$$

Nach Einsetzen der Definitionen von A , B und C erhält man:

$$\tan \Delta\Theta < \frac{\Delta\lambda \sin \Theta - \sin \Theta_{in}}{\lambda_S \cos \Theta} \quad (7.26)$$

7.5 Zwei-Ebenen CGH mit Oversampling

Startpunkt ist die Beschreibung der Ausgangsverteilung gemäß Gl.(5.7), wobei die mit der $\hat{\cdot}$ -Notation gekennzeichnete Felder mit Oversampling eingesetzt werden. Als Zwischenschritt kann die Funktion $\alpha(\mathbf{f})$ definiert werden als:

$$\alpha(\mathbf{f}) := \left[FT(u_{el,1}(\mathbf{r})) \cdot \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \right] \quad (7.27)$$

womit Gl.(5.7) vereinfacht werden kann zu:

$$u_{out}(\mathbf{f}) = FT \left[FT^{-1}(\alpha(\mathbf{f})) \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right] \quad (7.28)$$

$\alpha(\mathbf{f})$ stellt das Spektrum ebener Wellen dar, aus dem sich dann die Beleuchtungswelle des zweiten Elementes definiert. Der Term $FT(u_{el,1}(\mathbf{r}))$ in Gleichung 7.19 ist die Verteilung, die allein das erste Element im Fernfeld erzeugen würde. Da die Multiplikation mit einer konstanten Phase sowie die Normierung der spektralen Verteilung $\alpha(\mathbf{f})$ für das physikalisch interessante Ergebnis (Intensitätsverteilung im Fernfeld nach den zwei Elementen) keine Rolle spielt, kann Gl.(7.27) in Analogie zu Betrachtung aus Anhang 7.1 dargestellt werden als:

$$\alpha(\mathbf{f}) \sim \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot \text{sinc}(\mathbf{p} \circ \mathbf{f}) \cdot \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \quad (7.29)$$

Das Ziel ist nun, den letzten Term in die Faltung mit dem δ -Kamm, der die Wiederholung des Spektrums beschreibt, hineinzuziehen, damit folgende Gleichung entsteht:

$$\alpha(\mathbf{f}) \sim \left[\left\{ \left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{\mathbf{M}} U_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \cdot \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \right\} \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \mathbf{p}) \right] \cdot \text{sinc}(\mathbf{p} \circ \mathbf{f}) \cdot \quad (7.30)$$

Diese Operation ist exakt nur möglich, wenn die fragliche Funktion die gleiche Periode hat wie der δ -Kamm, was hier bei der sphärischen Phase nicht der Fall ist. Näherungsweise kann sie jedoch durchgeführt werden, wenn ab dem Funktionsbereich, der durch die erste und minus-erste δ -Funktion beschrieben wird, die Funktion keine signifikanten Beiträge mehr liefert. Dies ist durch den Abfall, der durch die *sinc*-Funktion erzeugt wird, gewährleistet, wenn das Frequenzfenster bis zur ersten Wiederholung im Frequenzraum groß genug gewählt wird, was durch ein ausreichend starkes Super-Sampling der Funktionen im Ortsraum erreicht werden kann. Nimmt man an, dass diese Bedingung durch ein Oversampling mit Faktor s erfüllt ist (genauere Abschätzung folgt im Weiteren) wird Gl.(7.30) zu:

$$\alpha(\mathbf{f}) \sim \left[\left\{ \left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{q\mathbf{M}} \hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \cdot \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \right\} \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \frac{\mathbf{p}}{s}\right) \right] \cdot \text{sinc}\left(\mathbf{f} \circ \frac{\mathbf{p}}{s}\right) \quad (7.31)$$

Die Funktionswerte einer kontinuierlichen Funktion, die mit einer nur an diskreten Punkten von Null verschiedenen Funktion multipliziert wird, spielen für das Ergebnis der Multiplikation keine Rolle. Die sphärische Phase kann somit in die Summe aus δ -Funktionen gezogen werden:

$$\alpha(\mathbf{f}) \sim \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{s\mathbf{M}} \hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - (\mathbf{f}^{\mathbf{m}})^2}\right) \cdot \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M})) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \frac{\mathbf{p}}{s}\right) \right] \cdot \text{sinc}\left(\mathbf{f} \circ \frac{\mathbf{p}}{s}\right) \quad (7.32)$$

wobei die Frequenzwerte an den Positionen der δ -Funktionen mit $\mathbf{f}^{\mathbf{m}}$ dargestellt werden. Diese Gleichung besitzt nun die bereits bekannte Struktur der Fouriertransformation einer pixelierten, wiederholten Funktion (vergleiche Anhang A), wobei die numerischen Werte nun zusätzlich mit der sphärischen Phase multipliziert werden. Somit kann die inverse Fourier Transformation beschrieben werden als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \sim FT \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{s\mathbf{M}} \hat{u}_{ill,2}^{\mathbf{m}} \cdot \delta \left(\mathbf{r} - \mathbf{m} \circ \frac{\mathbf{p}}{s} \right) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{n} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right] \otimes rect \left(\mathbf{r} \div \frac{\mathbf{p}}{s} \right) \right] \cdot u_{el,2}(\mathbf{r}) \right\} \quad (7.33)$$

wobei $\hat{u}_{ill,2}^{\mathbf{m}}$ die mit rein numerischen Fouriertransformationen gemäß:

$$\hat{u}_{ill,2}^{\mathbf{m}} := FT_N^{-1} \left[FT_N \left(\hat{u}_{el,1}^{\mathbf{m}} \right) \exp \left(i2\pi \Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - (\mathbf{f}^{\mathbf{m}})^2} \right) \right] \quad (7.34)$$

berechnete Beleuchtung von Element 2 darstellen. Wird nun das zweite Element ebenfalls einem Oversampling mit Faktor s unterzogen, so ist die Funktion $u_{el,2}$ auf dem gleichen δ -Raster mit der gleichen Zellen-Wiederholung definiert wie das erste Element. Ist zusätzlich die Pixelform gleich, kann $u_{el,2}$ in Gl.(7.32) durch seine numerische Variante innerhalb der δ -Kämme und der Faltung mit der Rechteckfunktion ersetzt werden. Es entsteht:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \sim FT \left\{ \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{s\mathbf{M}} \hat{u}_{ill,2}^{\mathbf{m}} \hat{u}_{el,2}^{\mathbf{m}} \cdot \delta \left(\mathbf{r} - \mathbf{m} \circ \frac{\mathbf{p}}{s} \right) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{n} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right] \otimes rect \left(\mathbf{r} \div \frac{\mathbf{p}}{s} \right) \right\} \quad (7.35)$$

Das rein numerisch berechnete Fernfeld des Zwei-Ebenen Elementes sei definiert als:

$$U_{out}^{\mathbf{m}} = FT_N \left(\hat{u}_{ill,2}^{\mathbf{m}} \cdot \hat{u}_{el,2}^{\mathbf{m}} \right) \quad (7.36)$$

womit sich Gl.(7.34) schreiben läßt als:

$$u_{out}(\mathbf{f}) \sim \left[\left(\sum_{\mathbf{m}=(1,1)}^{s\mathbf{M}} \hat{U}_{out}^{\mathbf{m}} \cdot \delta \left(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div (\mathbf{p} \circ \mathbf{M}) \right) \right) \otimes \sum_{\mathbf{n}=-\infty}^{\infty} \delta \left(\mathbf{f} - \mathbf{n} \div \frac{\mathbf{p}}{s} \right) \right] \cdot sinc(\mathbf{f} \circ \mathbf{p}) \quad (7.37)$$

7.6 Anhang F: Einfluss der Form der Beleuchtungswelle bei Zwei-Ebenen CGH

Ausgangspunkt ist die in Anhang 7.5 abgeleitete Darstellung von $\alpha(\mathbf{f})$ mit Berücksichtigung der Beleuchtungsverteilung $u_{ill}(\mathbf{r})$ und Notation der unter Berücksichtigung von Oversampling und der Bildwiederholung erhaltenen, vom ersten Element ausgehenden spektralen Verteilung als $\check{U}_{el,1}^{\mathbf{m}}$:

$$\alpha(\mathbf{f}) = \left[\sum_{\mathbf{m}=-\infty}^{\infty} \check{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div \mathbf{p}) \otimes FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \right] \cdot \exp\left(i2\pi\Delta z \sqrt{1/\lambda^2 - \mathbf{f}^2}\right) \quad (7.38)$$

Es wird angenommen, dass die Beleuchtungsverteilung so gewählt wurde (siehe Abschnitt 2.1.5) dass für eine Ein-Ebenen Element die Separation der einzelnen Bildpunkte (die in diesem Fall die Richtungen der ebenen Wellen in der spektralen Zerlegung repräsentieren) gewährleistet ist. Weiterhin soll im weiteren von der Gültigkeit der paraxialen Approximation ausgegangen werden (der zu erwartende Einfluss wird im folgenden noch diskutiert). In diesem Fall kann α um eine solche separate Frequenz $\mathbf{f}^{\mathbf{m}}$ ausgedrückt werden als:

$$\alpha(\mathbf{f}^{\mathbf{m}} + \Delta\mathbf{f}) = \check{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot U_{ill}(\Delta\mathbf{f}) \cdot \exp\left[i\pi\Delta z\lambda(\mathbf{f}^{\mathbf{m}} + \Delta\mathbf{f})^2\right] \quad (7.39)$$

mit der komponentenweise zu verstehenden Bedingung:

$$\Delta\mathbf{f} < 1 \div (2\mathbf{S}) \quad (7.40)$$

Aufspaltung der Exponentialfunktion in Gl.(7.39) ergibt:

$$\alpha(\mathbf{f}^{\mathbf{m}} + \Delta\mathbf{f}) = \hat{U}_{el,1}^{\mathbf{m}} \cdot U_{ill}(\Delta\mathbf{f}) \cdot \exp\left(i\pi\Delta z\lambda(\mathbf{f}^{\mathbf{m}})^2\right) \exp\left[i\pi\Delta z\lambda(2\mathbf{f}^{\mathbf{m}}\Delta\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}^2)\right] \quad (7.41)$$

Nun soll untersucht werden, wann der letzte Term vernachlässigt werden kann. Möglich ist dies, wenn die Beeinflussung der Phase vernachlässigbar ist, also wenn:

$$\pi\Delta z\lambda(2\mathbf{f}^{\mathbf{m}}\Delta\mathbf{f} + \Delta\mathbf{f}^2) \ll 2\pi \quad (7.42)$$

Diese Bedingung wird für große f schärfer. Allerdings wird mit größeren f auch der Absolutwert von $\check{U}_{el,1}^{\mathbf{m}}$ geringer und somit spielt die Änderung der Phase eine immer geringere Rolle. An dieser Stelle wird angenommen, dass $\check{U}_{el,1}^{\mathbf{m}}$ für Werte außerhalb des mit Oversampling mit Faktor s erreichbaren Frequenzbereiches (d.h. klein genug ist, so dass die Verletzung von Gl.(7.41) in der Summe keine signifikanten Auswirkungen mehr auf das Ergebnis hat). Bedingung 7.30 ist dann am schärfsten an den Rändern dieses Fensters, also für:

$$|f| = s \div \mathbf{S}. \quad (7.43)$$

Weiterhin gilt, dass im Fall einer für die Bildprojektion sinnvollen Anzahl von Pixeln ($M_x M_y > 10000$) die Pixelgröße wesentlich geringer ist als die Bildgröße, weswegen auch der Frequenzabstand $\Delta\mathbf{f}$ wesentlich kleiner als die Maximalfrequenz am Rand des erreichbaren Frequenzraumes ist. Somit kann Gl.(7.42) umgeschrieben werden zu:

$$\Delta z \lambda \mathbf{f}^m \Delta \mathbf{f} \ll 1 \quad (7.44)$$

Diese Gleichung ist am schärfsten für den größtmöglichen Wert von \mathbf{f} und $\Delta \mathbf{f}$. Einsetzen der Bedingungen 7.40 und 7.43 ergibt dann:

$$\beta := \frac{\Delta z \lambda}{\mathbf{pS}} \ll \frac{1}{s} \quad (7.45)$$

Wird diese Bedingung erfüllt, kann Gl.(7.39) vereinfacht werden zu:

$$\alpha(\mathbf{f}^m + \Delta \mathbf{f}) \approx U_{ill}(\Delta \mathbf{f}) \cdot \hat{U}_{el,1}^m \cdot \exp(i\pi \Delta z \lambda (\mathbf{f}^m)^2) \quad (7.46)$$

In dieser Näherung wird das Ergebnis also nur von den Werten der quadratischen Phase an den durch das Pixelraster vorgegebenen diskreten Positionen bestimmt. Zur Darstellung dieser Werte kann in Gl.(7.45) damit die kontinuierliche Beschreibung der quadratischen Phase, zusammen mit dem bekannten *delta*-Kamm verwendet werden. Somit kann Gleichung 7.34 geschrieben werden als:

$$\alpha(\mathbf{f}) \approx FT(u_{ill}(\mathbf{r})) \otimes \left[\sum_{\mathbf{m}=(-\infty, -\infty)}^{(\infty, \infty)} \hat{U}_{el,1}^m \delta(\mathbf{f} - \mathbf{m} \div \mathbf{p}) \cdot \exp(i\pi \Delta z \lambda \mathbf{f}^2) \right] \quad (7.47)$$

7.7 Zusammenfassung der physikalischen Parameter eines Zwei-Ebenen CGH in einem Parameter

Ausgangspunkt ist die numerische Implementierung, bei der basierend auf der gewählten Pixelgröße die Fouriertransformation durch den FFT-Algorithmus beschrieben wird (vgl. Gl.(2.23)). Damit lässt sich Gl.(5.12) wie folgt darstellen:

$$u_{out}^m \approx FFT(u_{ill}^m) \otimes FFT[FFT^{-1}[FFT(u_{el,1}^m) \cdot \exp i\phi_q] \cdot u_{el,2}^m] \quad (7.48)$$

mit der quadratischen Phase $\phi_q = \pi z \lambda \mathbf{f}^2$. Die FFT-Operatoren arbeiten dabei auf rein numerischen Feldern. Die physikalischen Parameter beeinflussen dann einzig die Phase ϕ_q und den Bereich der Ortsfrequenzen \mathbf{f} , die bei der Berechnung der *FFT* auftreten. Eine relative Ortsfrequenz $\mathbf{f}_{rel} := \mathbf{f} \div \mathbf{f}_{max}$, die sich auf die gemäß Nyquisttheorems maximal erreichbare und damit den Wertebereich der FFT nach oben begrenzende Ortsfrequenz $\mathbf{f}_{max} = 1 \div 2\mathbf{p}$ bezieht, wird dagegen unabhängig von den physikalischen Parametern immer den Bereich $(-1, -1)$ bis $(1, 1)$ durchlaufen. Die tatsächliche Ortsfrequenz ergibt sich dann zu:

$$\mathbf{f} := \mathbf{f}_{\text{rel}} \div 2\mathbf{p} \quad (7.49)$$

womit sich ϕ_q ausdrücken lässt als:

$$\phi_q(\mathbf{f}_{\text{rel}}) = z\lambda\pi(\mathbf{f}_{\text{rel}} \div 2\mathbf{p}) \quad (7.50)$$

Wesentlich vereinfachen lässt sich diese Gleichung für den wichtigen Fall quadratischer Pixel ($p = p_x = p_y$):

$$\phi_q(\mathbf{f}_{\text{rel}}) = \frac{z\lambda\pi}{p^2} \mathbf{f}_{\text{rel}}^2 \quad (7.51)$$

Der Einfluss der physikalischen Parameter lässt sich somit vollständig durch einen dimensionslosen Parameter F_{CGH} beschreiben:

$$F_{CGH} = \frac{\mathbf{p}^2}{z\lambda} \quad (7.52)$$

Gl.(7.53) lässt sich mit Gl.(7.52) schreiben als:

$$u_{\text{out}}^{\mathbf{m}} \approx FFT(u_{\text{ill}}^{\mathbf{m}}) \otimes FFT \left[FFT^{-1} \left[FFT(u_{\text{el},1}^{\mathbf{m}}) \cdot \exp \left(i \frac{\pi}{2F_{CGH}} \mathbf{f}_{\text{rel}}^{\mathbf{m}^2} \right) \right] \cdot u_{\text{el},2}^{\mathbf{m}} \right] \quad (7.53)$$

7.8 Justagestrategie für Zwei-Ebenen CGH auf getrennten Substraten

Zur Justage eines Zwei-Ebenen CGH kann in den folgenden Schritten vorgegangen werden:

1. Justage der Verkippungswinkel α und β anhand des reflektierten Strahles

Die Reflexe des einfallenden Laserstrahls vom ersten bzw. zweiten Substrat werden durch Verstellung von α und β in Deckung werden. Als Projektionsfläche wird eine möglichst weit vom Aufbau entfernte Wand verwendet. Bei einem Abstand von z.B. 2m und einem typischen Strahldurchmesser von 0.5cm wird damit eine Winkelgenauigkeit ca. 10' erreicht. Eine größere Genauigkeit kann erreicht werden durch Verlängerung des Schirmabstandes, z.B. durch Nutzung eines oder mehrere Spiegel, oder durch Verringerung des Spotdurchmessers, z.B. mit Hilfe eines Laserstrahles größeren Durchmessers, der dann in der Bildebene besser fokussiert werden kann.

2. Justage des Verdrehungswinkels γ anhand einer transmittierten Beugungsordnung

Gemäß Gl.(2.23) wiederholt sich die Bildinformation in einem Winkelabstand, der einem Ortsfrequenzabstand $1 \div \mathbf{p}$ entspricht. Sind die CGH dejustiert wird kein Bild erzeugt, somit ist auch die Wiederholung in der statischen Intensitätsverteilung nicht sichtbar. Da die Tiefe der CGH jedoch im Allgemeinen nicht perfekt getroffen wird, gibt es immer eine nullte Beugungsordnung (unbeeinflusster, transmittierter Laserstrahl) die ebenso wie jede andere Bildinformation in den höheren Ordnungen wiederholt wird. Da dies für beide CGH einzeln der Fall ist, sind zwei abgelenkte Strahlen sichtbar, die durch Verstellung von γ in Deckung gebracht werden können. Die erreichbare Genauigkeit ergibt sich wieder aus Abstand und Strahldurchmesser, liegt also ebenso im Bereich von $10'$. Da hier eine größere Genauigkeit benötigt wird, sind im Allgemeinen die im vorigen Punkt erwähnten Optimierungen nötig. Im Experiment konnten Spots von 1mm in 2,5m Entfernung realisiert werden, welche für γ eine Justagegenauigkeit von ca. $1'$ erlauben.

3. Justage des Abstandes Δz mittels Mikrometertrieb und Abstandsnormale

Der Abstand zwischen den CGH kann mittels Mikrometertrieb in z-Richtung mechanisch mit einer Genauigkeit von wenigen Mikrometern verstellt werden. Der absolute Abstand wurde mit kalibrierten Abstandsnormalen (z.B. 0,5mm dicke Glassubstrate) eingestellt.

4. Grobjustage der lateralen Positionierung Δx und Δy durch Abbildung der CGH

Durch Positionierung einer Linse nach dem zwei Ebenen CGH kann die CGH-Fläche selbst in die Bildebene abgebildet werden. Dabei sind beide einzelnen CGH als Schattenwurf sichtbar. Bei Beleuchtung mit einem leicht aufgeweiteten Laserstrahl können auch die Randbereiche der CGH abgebildet werden. Anhand dieser Kanten kann dann eine Justage der lateralen Translationsfreiheitsgrade erfolgen. Die Genauigkeit ergibt sich aus der Größe des Bildes und der Schärfe der Kanten.

5. Feinjustage von Δx und Δy durch systematisches Suchen

Die Feinjustierung der lateralen Verschiebung erfolgte mittels eines Piezo-Stellelementes. Die in Schritt 3 erreichte Genauigkeit reichte dabei im Allgemeinen aus, um durch systematisches Suchen innerhalb des durch die Piezoelemente erreichbaren Verstellbereiches die gewünschte Ausgangsverteilung zu finden. Danach kann der Ebenenabstand und die Winkelfreiheitsgrade anhand der Signalqualität nochmals feinjustiert werden.

7.9 Abkürzungs- und Formelverzeichnis

Im Folgenden sind die in dieser Arbeit verwendeten Abkürzungen, sowie Formelzeichen und Operatoren erläutert, sofern sie nicht dem allgemein üblichen Sprachgebrauch entsprechen.

- Abkürzungen

$\Delta\phi$	Phasenhub einer Oberflächenstruktur
z_s	Abstand der Bildebene von CGH
z_e	Abstand der Ebenen bei einem Zwei-Ebenen CGH
Θ	halber Divergenzwinkel
\mathbf{p}	Pixelgröße
\mathbf{M}	Anzahl Pixel
ω	Radius eines Gaußstrahles
ω_0	Tailenradius eines Gaußstrahles
z_R	Rayleighlänge eines Gaußstrahles
R	Krümmungsradius eines Gaußstrahles
N_F	Fresnelzahl des optischen Systems (Gl.(7.4))
N_{F_p}	modifizierte Fresnelzahl ($N_{F_p} := \pi N_F$)
β	ein Multi-Ebenen CGH charakterisierende, dimensionslose Größe (Gl.(5.13))
κ	Größe eines Gaußstrahles relativ zu Elementarzellengröße (Gl.(2.24))
η	Effizienz der Bilderzeugung
α, β, γ	Rotation bezüglich x-,y-,z-Richtung

Danksagung

Ganz herzlich möchte ich mich bei all denen bedanken, die direkt oder indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Insbesondere möchte ich mich bedanken bei:

- Prof Dr. Andreas Tünnermann, für die Betreuung der Arbeit und die Bereitstellung eines wissenschaftlichen Umfeldes, welches die Erstellung der Arbeit überhaupt erst möglich machte
- Dr. Ernst Bernhard Kley, für die vielen Diskussionen, in deren Verlauf einige der in dieser Arbeit verfolgten Ansätze ins Leben gerufen wurden, und für die ungemein motivationsfördernde Verknüpfung von physikalischem Wissen mit praktischen Anwendungen, vor allem im Rahmen vielfältiger Projektarbeit
- Tina Clausnitzer, für das Aufwerfen vieler, überraschender Grundlagenprobleme physikalischer (und manchmal auch menschlicher) Natur, und für die damit verbundenen Diskussionen, die die Irrwege des Verstandes (meist) aufgelöst und dabei noch viel Spaß gemacht haben
- Jörg Reinhold, Christian Helgert, Stephan Fahr und Reinhard Geiss, die tolle Raumteiler waren und viel dazu beigetragen haben, dass der tägliche Arbeitsalltag ein bißchen entspannter verlief
- Waltraud Gräf, Holger Schmidt, Michael Banasch, Detlef Schelle, Werner Rockstroh, Dr. Jörg Fuchs und Thomas Käsebier, für den unablässigen Einsatz bei der Herstellung der Proben
- Bodo Martin und Holger Hartung für die Betreuung der Rechentechnik und das Einrichten des einen oder anderen Spezialwunsches
- alle Mitarbeitern am IAP für die im Allgemeinen gute Atmosphäre, sei es auf Weihnachtsfeiern oder beim Grillen vor der Institutstür
- Dr. Gerhard Hochenbleicher, der eine sehr gute Zusammenarbeit mit der Firma *Linhof GmbH* bei der Herstellung der holographisch abgeformten CGH ermöglichte und darüber hinaus bei gemeinsam bearbeiteten Projekten immer ein interessanter Gesprächspartner war
- Dr. Peter Dannberg für die Anfertigung einer großen Anzahl Abformungen von Elementen und besonders für die exzellente Zusammenarbeit bei der Herstellung der reflektiven Schicht-CGH
- Dr. Beatrix Ploss für die gute Zusammenarbeit mit der Firma *MSO GmbH* bei der Her-

stellung der wellenlängenselektiven Spiegel

- Dr. Mohammad R. Taghizadeh, Dr. Andrew J. Waddie, Dr. Adam J. Caley und Florian Hudelist, die mir bei meinem Auslandsaufenthalt in Edinburgh in fachlicher Hinsicht viele neue Impulse gegeben haben
- dem DAAD, für die finanzielle Unterstützung im Rahmen eines Kurzzeitstipendiums für Doktoranden
- meinen Eltern, für die absolut vorbehaltlose Unterstützung durch alle Höhen und Tiefen von Studium und Promotion hinweg
- und ganz besonders natürlich bei meiner Janice! Für die unendliche Geduld beim Korrekturlesen. Und fürs Mutmachen. Und fürs einfach da sein. Ohne dich hätte ichs schlicht nicht geschafft! Schni, Schna, Schnertig.

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit erkläre ich ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Ort, Datum

Unterschrift

Lebenslauf

PERSÖNLICHE DATEN

Name: Thomas Kämpfe
Geburtsdatum: 31.03.1978
Geburtsort: Pößneck

SCHULBILDUNG

1984 - 1991 Klement-Gottwald-Oberschule, Pößneck
1991 - 1996 Staatliches Gymnasium „Am Weißen Turm“, Pößneck
1996 Abschluß mit Abitur

STUDIUM

09/1996 – 02/2002 Studium Physik / Technische Physik an der Friedrich-Schiller-Universität Jena
03/2003 – 03/2004 Diplomarbeit an der FSU Jena / Institut für Angewandte Physik
03/2004 Abschluß als Diplom Physiker
seit 04/2004 Doktorand an der FSU Jena / Institut für Angewandte Physik
07/2007 – 09/2007 Forschungsaufenthalt an der Heriot-Watt University, Edinburgh, Großbritannien (DAAD Kurzzeitstipendium)

BERUFLICHE TÄTIGKEITEN

06/1997 – 06/2000 Studentische Hilfskraft, FSU Jena / Technisches Institut
05/2000 – 02/2002 Softwareentwickler, LightTrans GmbH, Jena

Ort, Datum

Unterschrift