



**TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
ILMENAU**

Institut für Biomedizinische Technik und Informatik

**Bestimmung der räumlichen Frequenzen an  
segmentierten kortikalen Oberflächen mit  
sphärischen harmonischen Funktionen**

**Diplomarbeit zur Erlangung des akademischen Grades**

**Diplomingenieur**

**vorgelegt der Fakultät für Informatik und Automatisierung der  
Technischen Universität Ilmenau am 01.10.2008 von**

**Patrick Schikowski**

Betreuer: Dr. rer.nat. Uwe Graichen  
Dipl.-Inf. Roland Eichardt

Verantwortlicher Hochschullehrer:  
Prof. Dr.-Ing. habil. Jens Haueisen

Inventarisierungsnummer: 2008-09-03/103/II00/2221

## **Danksagung**

*Danken möchte ich meinen Eltern und Großeltern,*

*die mich niemals im Stich ließen, wenn ich sie wirklich brauchte.*

*Ich danke meinem Freund András für seinen nie endenden Glauben an mich,*

*sowie Clemens, welcher mir zu einem guten Freund wurde und beiden,*

*weil ich mit ihnen über fast alles reden kann.*

*Elisa danke ich für die schönen und turbulenten Zeiten,*

*die wir gemeinsam hatten.*

*Ich danke meinem Betreuer Dr. Uwe Graichen für die sehr guten Anregungen und die kompetente Betreuung, sowie meinem zweiten Betreuer Dipl.-Inf. Roland Eichardt, welcher leider schon frühzeitig aufgrund eines externen Projekts verhindert war.*

*Prof. Dr. Jens Haueisen danke ich für die Möglichkeit,*

*in seinem interessanten Fachgebiet meine Diplomarbeit schreiben zu können.*

*Daniel Güllmar und Iris Steinmann danke ich für die Bereitstellung der Datensätze.*

*Ich danke Mig für die langjährige Freundschaft und die vielen interessanten Gespräche und wünsche ihm viel Glück.*

*Marko und Andi möchte ich für die gute Freundschaft und das gegenseitige*

*Verständnis danken, auch wenn wir uns viel zu selten sehen.*

*Daniel danke ich für die anregenden und aufregenden Gespräche.*

*Maverick, Toms und Mareike danke ich für die angebotene Chance.*

*Ich danke meinen Freunden Antje, Tobi, Franzi, FuZzl, Flo, Tobias, Corina & Ötzi,*

*Michael, Üzi, Hopfi & Snoopy, Aliona, Jens & Nancy, Garçon, Amman, Sanne,*

*Marcus, Till, Sancho, Jessy, Vicca, Manh, Doro, Sellah, Fritze, Franzi Nr.2,*

*Marco, Mutzekiepchen, Tamás und der Verrückten.*

*Sorry, dass ich euch hier aufsummieren muss, aber es ist kein Platz mehr.*

*Für meinen Bruder Matthias.*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>3</b>
<b>1 Einleitung und Motivation .....</b>	<b>6</b>
<b>2 Grundlagen .....</b>	<b>8</b>
2.1 Definition, Struktur und Aufbau von Gehirn und Kortex .....	8
2.2 Entstehungsmechanismen des EEG .....	12
2.3 Sphärische harmonische Funktionen .....	13
2.4 Projektionsproblematik, Parametrisierung .....	19
<b>3 Methoden .....</b>	<b>21</b>
3.1 Direkte Kugelprojektion (DKP) .....	21
3.1.1 Projektion .....	21
3.1.2 Fehlerbetrachtung .....	25
3.2 Abtasten der aufgeblähten Oberflächen .....	28
3.3 Bearbeitung und Auswertung der SH-Koeffizienten .....	28
3.4 Manuelle Abschätzung der zu erwartenden Schwingungen .....	32
3.5 Weitere Methoden .....	32
3.5.1 Projektion der entfalteten und aufgeblähten Oberflächen .....	32
3.5.2 Projektion sphärisch harmonischer Multipoloberflächen zur Fehleranalyse .....	33
3.5.3 Editor für SH-Koeffizienten .....	34
3.5.4 Alternative Realisierungsidee der Direkten Kugelprojektion .....	34
<b>4 Implementierung .....</b>	<b>35</b>
4.1 Sprachen und Entwicklungsumgebungen .....	35
4.2 Direkte Kugelprojektion .....	36
4.3 Fehlerbetrachtung zur DKP .....	37
4.4 Abtasten der aufgeblähten Oberflächen .....	38
4.5 Visualisierung der Oberflächen und Projektionen .....	38
4.6 Bearbeitung und Auswertung der Koeffizienten .....	41
4.7 Weitere Implementierungen .....	41
4.7.1 Projektion der entfalteten und aufgeblähten Oberflächen .....	41
4.7.2 Projektion sphärisch harmonischer Multipoloberflächen zur Fehleranalyse .....	41
4.7.3 Editor für SH-Koeffizienten .....	42
<b>5 Verifikation .....</b>	<b>43</b>
5.1 Verifikation der sphärisch harmonischen Transformation .....	43
5.1.1 Vorgehensweise .....	43
5.1.2 Ergebnis .....	43

5.2	Verifikation der direkten Kugelprojektion .....	44
5.2.1	Vorgehensweise .....	44
5.2.2	Ergebnis.....	45
5.3	Untersuchungen zum transformierten Mittelwert.....	50
5.3.1	Vorgehensweise .....	50
5.3.2	Ergebnis.....	51
5.4	Verifikation der Wahl der Bandbreite und maximal relevanter Grad der SH .....	52
5.4.1	Vorgehensweise .....	52
5.4.2	Ergebnis.....	52
5.5	Verifikation der Abtastung der aufgeblähten Oberflächen.....	54
5.5.1	Vorgehensweise .....	54
5.5.2	Ergebnis.....	57
<b>6</b>	<b>Applikation.....</b>	<b>60</b>
6.1	Verarbeitungskette .....	60
6.2	Segmentierung und Oberflächenextraktion mit FreeSurfer .....	61
6.3	Entfalten, Einebnen und Aufblähen von kortikalen Oberflächen mit FreeSurfer .....	63
6.3.1	Methode.....	63
6.3.2	Fehlerbetrachtung.....	67
6.4	Sphärisch harmonische Transformationen mit S2Kit.....	70
6.5	Ausgewertete Datensätze .....	70
<b>7</b>	<b>Ergebnisse .....</b>	<b>72</b>
7.1	Manuelle Abschätzung der zu erwartenden Schwingungen .....	72
7.2	Ergebnisse der Untersuchungen von Berts Kortex .....	73
7.2.1	Ergebnisse der DKP .....	73
7.2.2	Ergebnisse der aufgeblähten Oberflächen.....	80
7.3	Transformationsergebnisse weiterer Kortexoberflächen .....	83
7.3.1	Transformationsergebnisse der Abstände und der durchschnittlichen Konvexität .....	84
7.3.2	Transformationsergebnisse der mittleren Krümmung .....	86
<b>8</b>	<b>Diskussion.....</b>	<b>88</b>
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>92</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>95</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>98</b>
	<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>101</b>
	<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis .....</b>	<b>102</b>
<b>A</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>103</b>
A1	Sphärisch harmonische Funktionen bis zum Grad $l=3$ .....	103
A2	Von FreeSurfer importierbare MRT-Dateiformate.....	103

A3	Dateiformat für FreeSurfer Oberflächen.....	104
A4	Dateiformat für FreeSurfer Per-Vertex-Daten .....	105
A5	Dateiformat für gesampelte Funktionswerte.....	105
A6	Dateiformat für SH-Koeffizienten .....	106
A7	Inhaltsverzeichnis der beiliegenden DVD .....	106
<b>Eidesstattliche Erklärung .....</b>		<b>107</b>
<b>Thesen .....</b>		<b>108</b>

# 1 Einleitung und Motivation

In ihrem bisher unveröffentlichten Paper „Similarities between Simulated Spatial Spectra of Scalp EEG and Structural MRI“ [RAM06] stellen Ramon, Freeman, Haueisen und Schimpf die These auf, dass die räumliche Struktur des Kortex die Möglichkeit besitzt, das EEG zu beeinflussen. Dies liegt insofern nahe, weil als Hauptquelle des auf der Kopfoberfläche ableitbaren EEGs elektrische Dipole angesehen werden, welche senkrecht zur Kortexoberfläche angeordnet sind. Die Dipole ergeben sich aus der kolumnenartigen Anordnung der Nervenzellen im Kortex. In diesem Paper wird die These untersucht, indem das räumliche Leistungsdichtespektrum<sup>1</sup> (LDS) des Kortex mit dem des simulierten EEGs verglichen wird. Hierfür wurde das Leistungsdichtespektrum des Verlaufs des Kortex in einer 3,2mm dicken Scheibe (Slice) einer MRT-Aufnahme mit Hilfe der 1D-FFT berechnet. Das resultierende EEG wurde mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode und den besten zur Verfügung stehenden Leitfähigkeitswerten der verschiedenen Gewebe und der unterschiedlichen Anzahl von Dipolen simuliert. Das räumliche Leistungsdichtespektrum des EEGs wurde ebenfalls mit der 1D-FFT berechnet. Das LDS des Kortex und des EEG zeigen ähnliche Muster im Frequenzbereich von 0,15 bis 0,5 *Zyklen/cm* und Peaks im Frequenzbereich von 0,6 bis 1,1 *Zyklen/cm*, welche den Gyri (Breite 1-3cm) und Sulci zugeschrieben wurden. Hieraus wurde geschlossen, dass die räumliche Information im EEG wiedergefunden wurde. Weiterhin kann daraus geschlussfolgert werden, dass die praktische Nyquist-Frequenz beim Sampeln des EEG bei 3,0 *Zyklen/cm* und der optimale Elektrodenabstand um die 3mm liegen sollten.

Dieser Nachweis wurde in der Arbeit allerdings nur für den eindimensionalen Fall und für *einen* Slice aus dem Gehirn *eines* Probanden erbracht. Er stellt daher eher ein Indiz als einen richtigen Beweis dar.

In der hier vorliegenden Arbeit sollte vor allem die Teilaufgabe der Bestimmung der räumlichen Frequenzen der Kortexoberfläche für den allgemeineren zweidimensionalen Fall bearbeitet werden. Das Spektrum sollte mit Hilfe sphärischer harmonischer Funktionen auf einer Kugeloberfläche ermittelt werden. Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt in der Untersuchung eines Verfahrens (Direkte Kugelprojektion) zur vorher nötigen Abbildung des Kortex auf die Kugeloberfläche. Die direkte Kugelprojektion bildet hierbei die äußere Oberfläche des Kortex ab, die tief in den Sulci liegenden Teile der Oberfläche werden hierbei verworfen. Als Alternative hierzu wurde ein weniger fehleranfälliges Verfahren untersucht, welches das Aufblähen der kortikalen Oberfläche beinhaltet. Hierbei wird die komplette Kortexoberfläche entfaltet und in die Form einer Kugeloberfläche gebracht. Es fallen keine Anteile der Oberfläche weg. Ein Vergleich mit dem EEG und Nachweis der oben aufgestellten These sollte in dieser Arbeit allerdings aufgrund des Umfangs nicht geleistet werden. Hierzu ist eine separate Arbeit zur Simulation des EEG und zum Vergleich der Spektren notwendig.

---

<sup>1</sup> Welches in dieser Arbeit definiert war als das Produkt aus dem Absolutbetrag der FFT und dessen konjugiert Komplexe.

Der Nachweis der These für den zweidimensionalen Fall würde diese stark untermauern. Die aus ihr geschlossenen Vorschläge zur optimalen Ableitung des EEG könnten dann als gesichert angesehen werden. Weiterhin könnten auf diese Art Gewichtungen verschiedener Frequenzbänder im EEG/MEG entstehen. Vielleicht wäre es dann möglich, wenn auch nur in beschränktem Ausmaß, aus der Ableitung des EEG auf die räumliche Struktur des Gehirns rückschließen zu können.

Die Arbeit gliedert sich in neun Kapitel. Um dem Leser einen Eindruck von den räumlichen Strukturen zu geben, deren Frequenzen in dieser Arbeit untersucht werden, folgt im Anschluss an diese Einleitung Kapitel 2 mit den Grundlagen über den räumlichen Aufbau des Gehirns. Weiterhin werden die Entstehungsmechanismen des EEG und die mathematischen Grundlagen der sphärisch harmonischen Funktionen dargelegt. Kapitel 2 schließt mit einer Auseinandersetzung mit der Projektionsproblematik auf die Kugeloberfläche. Im sich anschließenden Kapitel 3 werden die speziell für diese Arbeit entwickelten Methoden vorgestellt, gefolgt von Kapitel 4, in welchem auf Details der Implementierung dieser Methoden und deren Anwendung eingegangen wird. Beide Kapitel beschäftigen sich vor allem mit der direkten Kugelprojektion, dem Abtasten der aufgeblähten Oberflächen und der Auswertung der spektralen Koeffizienten. Kapitel 5 geht auf die Verifizierung der korrekten Funktionsweise der entwickelten Methoden mit Hilfe von künstlich erzeugten Datensätzen ein. Die Eignung der sphärisch harmonischen Funktionen zur Erkennung von räumlichen Schwingungen wird überprüft, sowie die Korrektheit der Wahl der räumlichen Abtaststrategie und die bei der Abtastung gemachten Interpolationsfehler. In Kapitel 6 werden Applikationen vorgestellt, welche zur Gewinnung der kortikalen Oberflächen und zum Aufblähen dieser verwendet wurden. Es wird das Softwarepaket vorgestellt, welches zur Durchführung der diskreten sphärisch harmonischen Transformation verwendet wird und darauf eingegangen, auf welche realen Datensätze die Methoden angewendet wurden. Weiterhin bietet dieses Kapitel eine Übersicht der angewendeten Verarbeitungsschritte, welche zu den Ergebnissen im darauf folgenden Kapitel führten. Kapitel 7 stellt die ermittelten Ergebnisse vor, welche anschließend in Kapitel 8 zusammen mit den Schlussfolgerungen diskutiert werden. Diese Arbeit schließt in Kapitel 8 mit einer Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit und einem Ausblick.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Definition, Struktur und Aufbau von Gehirn und Kortex

Als Gehirn (*lat. Cerebrum*) wird der sich im Kopf befindende Teil des zentralen Nervensystems (ZNS) bezeichnet. Das empfindliche Organ ist gut geschützt eingebettet in die knöcherne Kapsel des Schädels, ist von drei Schichten Hirnhaut<sup>2</sup> umgeben und im flüssigen Liquor<sup>3</sup> gelagert. Beim Menschen beträgt das Gewicht des Gehirns zwischen 1100g und 1500g, im Mittel 1245g bei der Frau und 1375g beim Mann. Es besteht jedoch kein klarer Zusammenhang zwischen absolutem Hirngewicht oder der Hirn-Körper-Gewichtsrelation zur kognitiven Leistungsfähigkeit [LEO87].

Die von außen auffälligsten Bestandteile des Gehirns sind die beiden Großhirnhemisphären, welche die konvexe Oberfläche des Gehirns bilden. Beim Erwachsenen sind diese 16 – 17cm lang und maximal 7cm breit. Sie werden durch die tief einschneidende Hemisphärenspalte (*lat. Fissura longitudinalis cerebri*) getrennt (Abbildung 1). Im mittleren Drittel der Tiefe der Furche liegt der Balken (*lat. Corpus callosum*), welcher die beiden Großhirnhälften durch querverlaufende Fasermassen verbindet. Das Großhirn ist der entwicklungs-technisch jüngste Teil des Gehirns, welcher größtenteils die höheren kognitiven Aufgaben übernimmt. Am unteren Teil des Großhirns, der Hirnbasis, befinden sich teilweise durch dieses verdeckt, die entwicklungs-technisch älteren Teile des Gehirns. Hierzu gehören bspw. das Zwischenhirn, Mittelhirn, Brücke, Thalamus, Kleinhirn und andere Bestandteile, welche ausführlich in [LEO87] beschrieben, an dieser Stelle aber nicht relevant sind. An der Basis verlassen an unterschiedlichen Stellen von spezialisierten Nervenzellansammlungen die 12 Hirnnerven das Gehirn in Richtung Augen, Nase, Gesicht, Mund, Kiefer und Ohren, näher beschrieben in [SPE06] und [LEO87]. Die Nervenbahnen für den restlichen Körper verlassen schließlich den Schädel nach unten über das verlängerte Mark in Richtung Rückenmark.

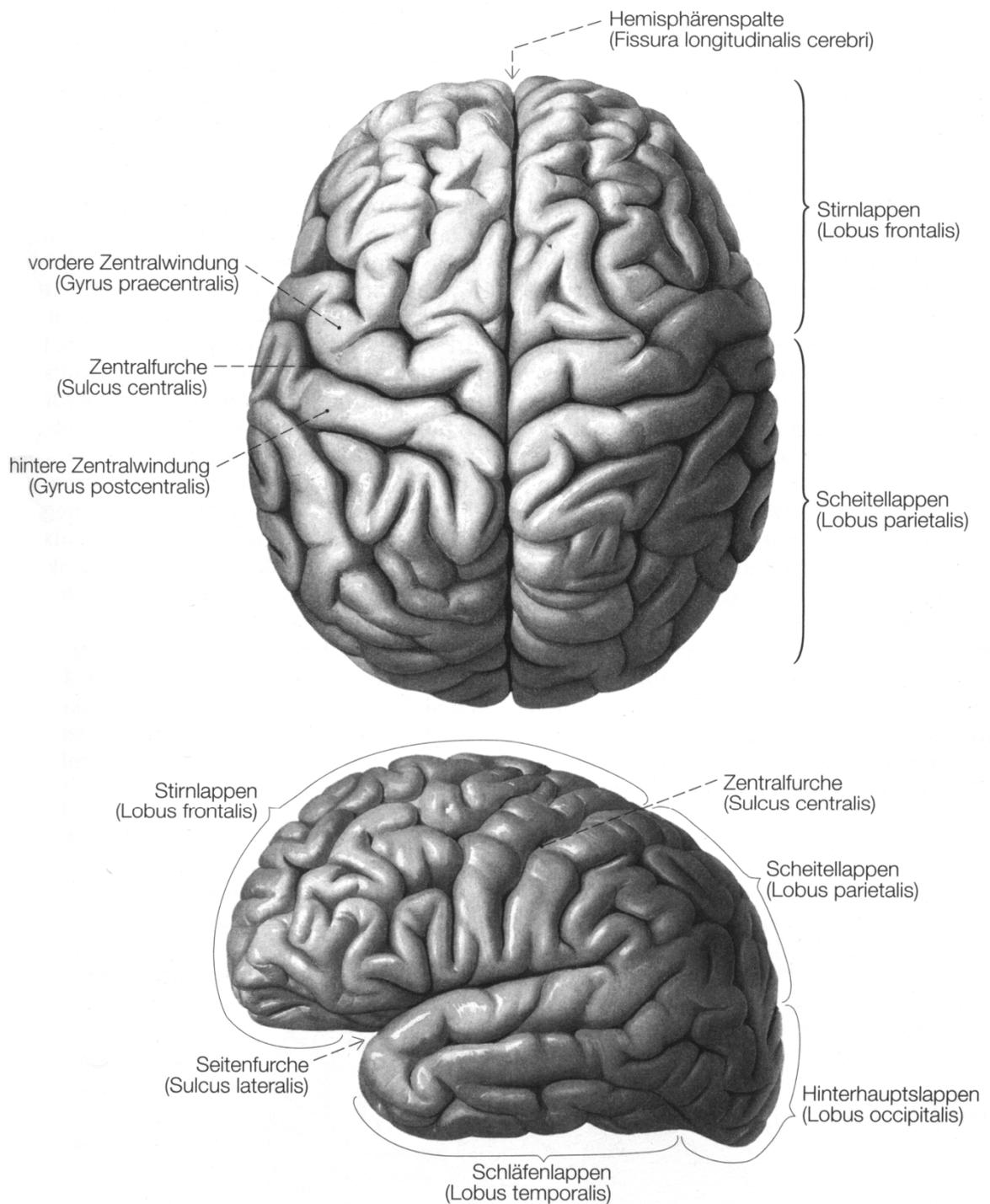
Neben der großen Hemisphärenspalte sind die auffälligsten Merkmale der Großhirnoberfläche die graue Färbung und die starke Faltung. Die erhabenen Windungen werden Gyri (*lat., ursprünglich griechisch, Singular Gyrus*) und die Furchen Sulci (*lat. Singular Sulcus*) genannt. Die Furchungen lassen sich in Primär-, Sekundär- und Tertiärfurchungen unterteilen. Erstere sind Furchungen, die bei allen Individuen annähernd gleich sind und sich dadurch beispielsweise dazu eignen, die Oberfläche in Lappen (Abbildung 1) zu unterteilen. Letztere können individuell wie Fingerabdrücke sein. Die Faltung des Großhirns entspringt der Notwendigkeit die Oberfläche des Kortex (*lat. Cortex cerebri*, Großhirnrinde) zu vergrößern, aufgrund des beschränkten Raumes im Inneren des Schädels und der drastischen Erhöhung des proportionalen Anteils des Kortex in der jüngsten Evolution [SOL04]. Der Kortex bildet

---

<sup>2</sup> Harte Hirnhaut (*lat. Dura mater encephali*), Spinnwebhaut (*lat. Arachnoidea mater encephali*) und weiche Hirnhaut (*lat. Pia mater encephali*)

<sup>3</sup> Gehirn-Rückenmarks-Flüssigkeit (*lat. Liquor cerebrospinalis*)

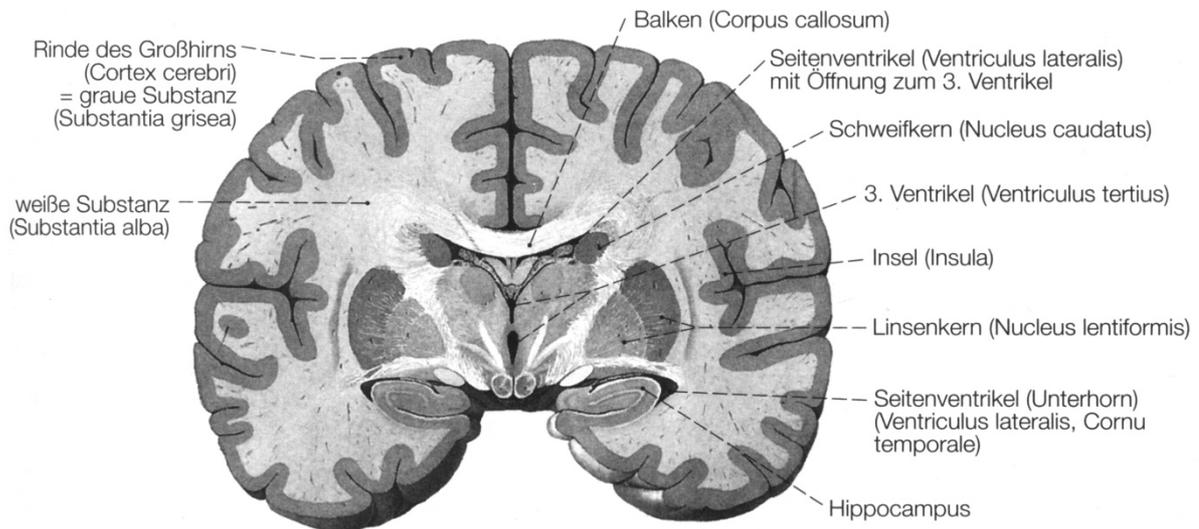
somit die äußere Schicht des Großhirns, welcher sich den Furchen und Windungen folgend, über die innen gelegenen Basalganglien<sup>4</sup> und das Zwischenhirn legt.



**Abbildung 1** Großhirnhemisphären von oben und von links mit einigen wichtigen konstant ausgebildeten Windungen (Gyri) und Furchen (Sulci), welche die Einteilung in mehrere Lappen erlauben [SPE06].

<sup>4</sup> Als Basalganglien (*lat. Nuclei basales*) werden die subkortikalen, also unterhalb des Kortex gelegenen, Kerne des Endhirns bezeichnet.

Gemeinhin bekannt ist die Existenz von weißer und grauer Substanz im Gehirn („Die grauen Zellen anstrengen...“). Eine graue Färbung ergibt sich in Regionen in denen vorrangig Nervenzellkörper vorhanden sind, wie beispielsweise im Kortex (Abbildung 2). Eine weiße Färbung ergibt sich aufgrund einer hohen Anzahl der Nervenfortsätze (Axone), welche von einer fetthaltigen (weißen) Myelinschicht ummantelt und somit elektrisch isoliert sind.



**Abbildung 2** Verteilung von grauer und weißer Substanz. Gut zu erkennen im Frontalschnitt durch das Groß- und Zwischenhirn [SPE06].

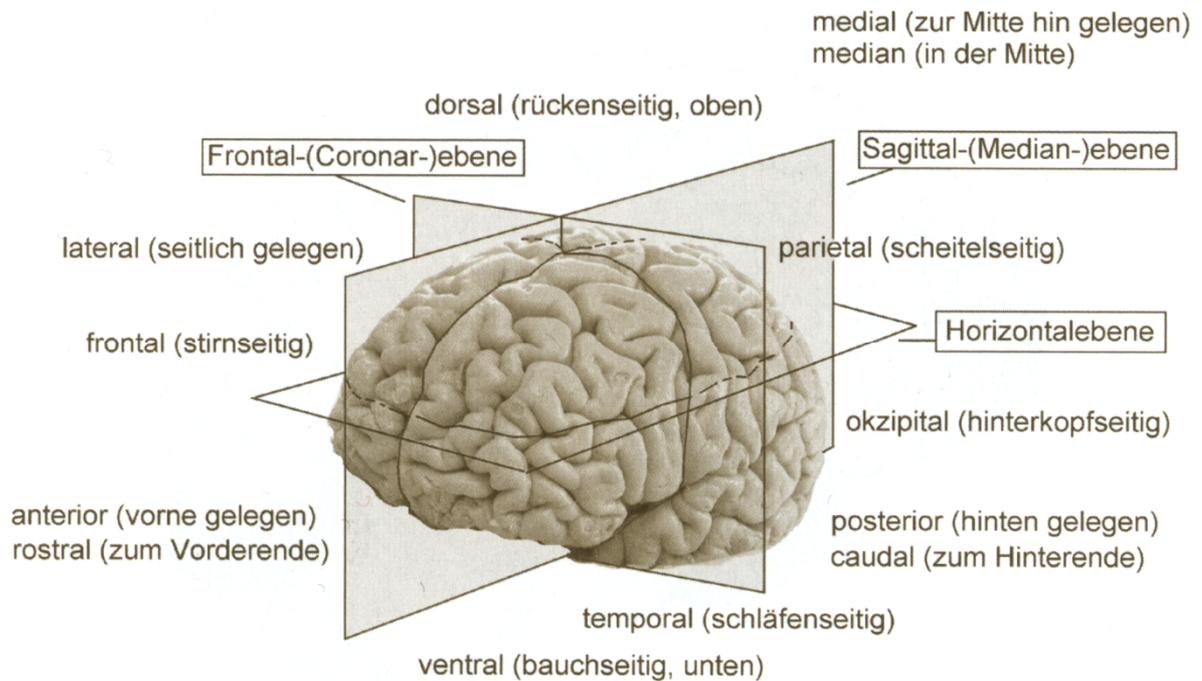
Der Kortex hat eine Dicke von 1 bis 4,5mm. Im Mittel ist die Dicke der grauen Schicht in den Gyri mit 2,7mm etwas dicker als in den Sulci mit 2,2mm und lateral etwas dicker als medial [BÖS06]. Der Kortex wird von ca. 20 Milliarden Nervenzellen gebildet, welche von ca. 36 – 39 Milliarden Gliazellen<sup>5</sup> versorgt werden.

Die beiden Hemisphären des Großhirns sind nicht symmetrisch. Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die Flächenverteilungen der beiden Hemisphären, siehe auch Abbildung 3 zum Verständnis der Lagebezeichnungen.

**Tabelle 1** Kortexflächen [BÖS06].

	Links cm <sup>2</sup> (%)	Rechts cm <sup>2</sup> (%)
Frontaler Kortex	278 (36)	297 (37)
Temporaler Kortex	161 (21)	161 (20)
Parietaler Kortex	139 (18)	161 (20)
Okzipitaler Kortex	144 (19)	145 (18)
Limbischer Kortex	46 (6)	40 (5)
<b>Kortexfläche in Gyrus-Gebieten</b>	<b>230 (30)</b>	<b>249 (31)</b>
<b>Kortexfläche in Sulcus-Gebieten</b>	<b>536 (70)</b>	<b>554 (69)</b>
<b>Kompletter Neokortex</b>	<b>766 (100)</b>	<b>803 (100)</b>

<sup>5</sup> Gliazellen (*lat. Glia = Leim*) wurde ursprünglich nur eine Stütz- und Isolationsfunktion zugeordnet. Mittlerweile weiß man um ihre hauptsächliche Beteiligung am Stoff- und Flüssigkeitstransport und geht von einer Teilnahme an der Informationsverarbeitung, -speicherung und -weiterleitung aus.



**Abbildung 3** Häufig verwendete Lagebezeichnungen [BÖS06].

Die rechte Hemisphäre ist schwerer als die linke, insbesondere der rechte Frontallappen ist breiter und meist länger. Auch der rechte parietale Kortex ist im Vergleich zum linken größer. Der rechte Temporallappen weist außerdem im Gegensatz zu einer Heschl-Windung beim linken Temporallappen zwei Heschl-Windungen auf.

[BÖS06] weist weiterhin auf geschlechtsspezifische Unterschiede einzelner Kortexareale hin. Wie eingangs schon erwähnt ist das männliche Gehirn im Durchschnitt schwerer als das weibliche und damit auch größer. Berechnet wurden die folgenden Prozentangaben aus Volumen-Mittelwerten. Bei Männern ist gegenüber Frauen größer: Gyrus angularis (Brodmann-Areal<sup>6</sup> 25 um 19%), frontomedialer Kortex (Area 11 und 12 um 19%) und Area subcallosa (v.a. Area 25 um 17%). Bei Frauen ist gegenüber Männern größer: posteriorer Gyrus supramarginalis (Area 40 post. um 9%), Gyrus lingualis (Area 17 und 18 inf. um 4%), frontoorbitaler Kortex (Area 47 um 3%) und anteriorer Gyrus cinguli (Area 24 und 33 um 2,5%). Bei Männern liegt eine deutliche Asymmetrie des Planum temporale (Sprachverarbeitung; Frauen verarbeiten diese in höherem Maße mit beiden Hemisphären) vor, welcher links größer ist als rechts.

Die geschlechtsspezifischen Unterschiede lassen eine getrennte Analyse der Kortexoberflächen von Männern und Frauen notwendig erscheinen.

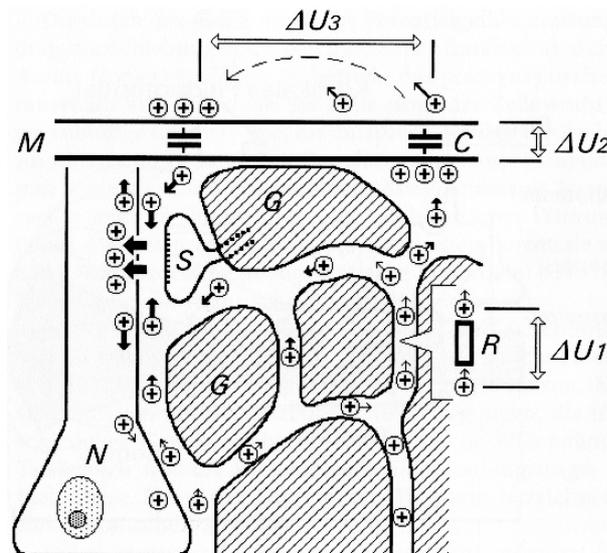
<sup>6</sup> Brodmann-Areale sind die Einteilung der Großhirnrinde nach der Zyto- und Myeloarchitektur in Felder/Gebiete, ursprünglich vom deutschen Neuroanatom und Psychiater Korbinian Brodmann aufgestellt.

## 2.2 Entstehungsmechanismen des EEG

Eine sehr gute und ausführliche Darlegung der Entstehungsmechanismen des EEG und der Anwendung des EEG in der klinischen Praxis bietet [ZSC02]. Hier soll eine stark gekürzte Fassung der dort zu findenden Sachverhalte zu einem grundlegenden Verständnis der Entstehungsmechanismen des EEG verhelfen.

Die Aktivität des EEG hat seinen Ursprung in den Ganglienzellen des zentralen Nervensystems. Allerdings nicht in den der direkten Summation der Aktionspotentiale der Nervenzellen, sondern der so genannten postsynaptischen Potentiale, welche an der nachgeschalteten Nervenzelle einer Synapse entstehen. Die postsynaptischen Potentiale verlaufen deutlich träger als die Aktionspotentiale und unterliegen nicht dem Alles-oder-nichts-Gesetz. Hierdurch können sie sich problemlos Überlagern und bilden vor allem im Bereich der Dendriten vergleichsweise langsame Summenpotentiale, die zum Ausgangspunkt der räumlich weit reichenden Potentialfelder werden.

Die postsynaptischen Potentialgefälle, welche so entlang der Membran einer Nervenzelle entstehen, erzwingen Ladungsverschiebungen, welche durch Ionen getragen werden. Zu einem echten Ladungsausgleich kommt es dabei allerdings in der Kürze des Auftretens eines postsynaptischen Potentials nicht (10 – 100ms). Es handelt sich lediglich um impulsartige Ionenbewegungen, die in den verschiedenen Gewebsstrukturen auf Widerstände stoßen. Die tatsächlichen Verschiebungen der Ladungsträger sind minimal und diese Form der elektrischen Wirkung wird als elektrotonischer Stromfluß bezeichnet. Extrazellulär erfolgt die Ionenverschiebung überwiegend in den Spalten des Interzellulärspaces. Diese Spalten sind zwar extrem schmal, stellen in ihrer Summe allerdings 5 – 15% des Hirngewebes. Abbildung 4 stellt die Ionenbewegung durch den Interzellulärraum schematisch dar.



**Abbildung 4** Schematische Darstellung der durch ein postsynaptisches Potential ausgelösten Bewegungen positiver Ionen im Interzellulärraum [ZSC02].

Die Ionen stoßen im Interzellulärraum auf Hindernisse, die für sie wie Ohmsche Widerstände wirken. Dies führt wiederum zur Entstehung von Spannungen ( $U = R \cdot I$ ). Alle Teilabschnitte des Interzellulärraumes besitzen verschiedene Widerstände, an denen der Elektrotonus eine entsprechende Spannung erzeugt (beispielsweise  $\Delta U_1$ ). Weiterhin führen die unterschiedlich hohen Gewebswiderstände dazu, dass sich die Ionenbewegungen über relativ weite Bereiche des Interzellulärraumes verteilen. Die Wirkung eines postsynaptischen Potentials erstreckt sich extrazellulär somit auf einen sehr weiträumigen Bereich. Innerhalb der Hirnrinde lässt sich ein ganzes Feld abnehmender Potentialdifferenzen in Bezug auf ein Neuron messen. Dieses Feld wird als kortikales Feldpotential bezeichnet.

Zwischen den Ableitelektroden und dem Gehirn liegen jedoch Membranstrukturen (Hirnhäute, Schädelknochen, Kopfhaut) mit sehr hohen Widerständen. Für die Ionen bilden sie eine undurchdringliche Barriere. Somit verhalten sich diese Strukturen wie ein Kondensator und bilden eine Kapazität  $C$  aus, was zum Aufbauen einer Spannung  $\Delta U_2$  führt. Diese Spannung ihrerseits führt zur Verschiebung von Ionen auf der anderen Seite der Membran. Bei hinreichender Feldstärke bewirken die elektrotonischen Ladungsverschiebungen schließlich auch auf der Kopfoberfläche messbare Potentialdifferenzen ( $\Delta U_3$ ), welche schließlich das ableitbare EEG des Menschen darstellen.

Bei der Betrachtung der Entstehung und der Ausbreitung der elektrischen Potentiale durch das Hirngewebe in der oben dargelegten Form erscheint es durchaus sinnvoll, einen prägenden Einfluss der räumlichen Struktur des Kortex auf die Frequenzen des ableitbaren EEG anzunehmen. Es besteht auf jeden Fall eine begründete Annahme, dass die räumlichen Strukturen des Kortex das EEG beeinflussen. Vielleicht geht dies sogar soweit, dass sich Teile der räumlichen Frequenzen im EEG wiederfinden lassen und damit wiederum aus dem EEG auf die räumliche Struktur des Gehirns rückschließen ließe. Wäre dem so, so ließen sich aus dieser Tatsache durchaus nützliche diagnostische Mittel entwickeln. Auf detaillierte Rückschlüsse ist jedoch nicht zu hoffen, da die hohe Impedanz des Schädels, die niedrigen Impedanzen der Kopfhaut darüber und des Liquor darunter als Tiefpass fungieren [RAM06].

## 2.3 Sphärische harmonische Funktionen

Sphärische harmonische Funktionen, kurz sphärisch Harmonische (SH) und im Englischen *Spherical harmonics* werden im Deutschen auch Kugelflächenfunktionen genannt. Sie sind mathematische Funktionen, welche in vielen physikalischen Gebieten Anwendung finden. Beispielsweise bei der Berechnung von Elektronenkonfigurationen in Atomen (vor allem in der Quantenmechanik sind SH allgegenwärtig), der Untersuchung von Abstrahlcharakteristiken von Antennen, der Repräsentation der Oberflächenbeschaffenheiten und Magnet-/Gravitationsfeldern von Planeten, der Untersuchung der kosmischen Mikrowellenhintergrundstrahlung sowie in der Computergrafik u.a. zur Erkennung von 3D-Modellen.

Sie stellen die Erweiterung der Fourierreihe vom Fall für den  $S^1$  auf  $S^2$  dar, also von der Analyse auf dem Einheitskreis ( $S^1 \rightarrow \mathbb{C}$ ) zur Analyse auf der Einheitskugel ( $S^2 \rightarrow \mathbb{C}$ ). Einige mathematische Grundlagen werden anschließend beschrieben, weitere Informationen sind im

Internet bspw. bei [WIK01], [SHT01] oder in der Literatur über Quantenmechanik (bspw. [VAR88]) oder Geophysik (bspw. [BER90]) zu finden. Die folgenden Darlegungen wurden [SHE06] entnommen, welche eine gute Übersicht über die herkömmlichen SH liefern.

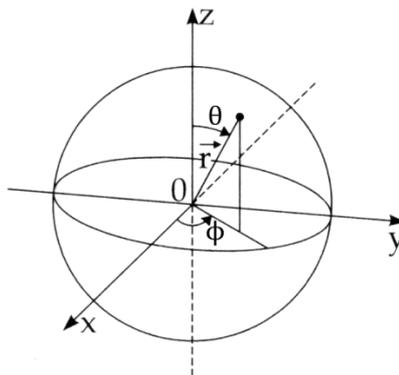
Sphärische harmonische Funktionen bilden eine unendliche Menge komplexer Funktionen, welche kontinuierlich, orthogonal, eindeutig und auf der Kugel komplett sind. Eine sphärisch harmonische Funktion  $Y_l^m(\theta, \phi)$  vom Grad  $l$  und der Ordnung  $m$  in orthonormalisierter Form ist wie folgt definiert:

$$Y_l^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \cdot \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $P_l^m$  das zugeordnete Legendrepolynom, siehe unten.  $Y_l^m$  genügt der Orthogonalitätsbedingung:

$$\iint_{\Omega} Y_l^m(\theta, \phi) \overline{Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi)} d\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} Y_l^m(\theta, \phi) \overline{Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi)} \sin \theta d\phi d\theta = \delta_{l'l'} \delta_{mm'} \quad (2.2)$$

Wobei  $\overline{Y_{l'}^{m'}(\theta, \phi)}$  die konjugiert Komplexe einer sphärisch harmonischen Funktion und  $\delta_{ab}$  das Kronecker-Delta darstellt (nicht zu verwechseln mit dem Dirac-Delta), welches definiert ist als  $\delta_{ab} = 1$  wenn  $a = b$ ,  $\delta_{ab} = 0$  wenn  $a \neq b$ .  $d\Omega$  ist ein infinitesimales Raumwinkel-element, welches in Kugelkoordinaten als  $d\Omega = \sin \theta d\phi d\theta$  definiert ist [VAR88].  $l$  und  $m$  sind ganze Zahlen und es gilt  $-l \leq m \leq l$ . Das gleiche gilt für  $l'$  und  $m'$ . Die Kugelkoordinaten  $(\theta, \phi)$  sind wie folgt zu interpretieren:  $\theta$  bildet die Koordinate des Polarwinkels (colatitudinal) mit  $\theta \in [0, \pi]$ , welche vom Nord- zum Südpol verläuft.  $\phi$  bildet die Koordinate des Azimutwinkels (longitudinal) mit  $\phi \in [0, 2\pi)$ , welche gegen den Uhrzeigersinn um die z-Achse verläuft:



**Abbildung 5** Kugelkoordinaten (nach [BRO00], Winkelbezeichnung geändert).

Somit kann durch Variation von  $\theta$  und  $\phi$  jeder beliebige Punkt auf der Kugeloberfläche erreicht werden. Die obige Interpretation der Kugelkoordinaten entspricht dem inter-

nationalen Konsens in der theoretischen Physik. Allerdings wird diese Interpretation nicht immer angewendet, weshalb darauf zu achten ist, welches System der jeweilige Autor benutzt.

Gleichung 2.1 nutzt die zugeordneten Legendrepolynome  $P_l^m$ , welche durch die folgende Differentialgleichung definiert sind:

$$P_l^m = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l \quad (2.3)$$

Die Legendrepolynome bilden ein orthogonales Funktionensystem.

Jede quadratintegrierbare<sup>7</sup> sphärische Funktion  $f(\theta, \phi)$  auf der Kugeloberfläche kann nun durch eine Linearkombination der sphärisch Harmonischen  $Y_l^m(\theta, \phi)$  repräsentiert werden:

$$f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.4)$$

Die Koeffizienten  $a_l^m$  lassen sich mit Hilfe des Doppelintegrals über die komplette Kugeloberfläche bestimmen:

$$a_l^m = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \overline{Y_l^m(\theta, \phi)} f(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta \quad (2.5)$$

Dies entspricht der Bestimmung des Skalarprodukts zwischen den konjugiert komplexen sphärisch harmonischen Funktionen  $\overline{Y_l^m(\theta, \phi)}$  und der zu expandierenden Funktion  $f(\theta, \phi)$  auf der Kugeloberfläche, vorausgesetzt man ist in der Lage das Doppelintegral zu berechnen. Wie bei der Fourier-Transformation gelangt man somit vom Orts- in den Frequenzbereich. Die Koeffizienten  $a_l^m$  bilden dabei jedoch keinen eindimensionalen Merkmalsvektor wie bei der herkömmlichen Fourier-Transformation aus, sondern eine Dreiecksmatrize, da gilt  $0 \leq l \leq \infty$  und  $-l \leq m \leq l$ .

In der Praxis kann  $l$  nur bis unendlich laufen, wenn  $f$  durch eine Gleichung beschrieben werden kann. Dann ist die analytische Lösung des Doppelintegrals aus Gleichung 2.5 möglich. Ist eine analytische Lösung jedoch nicht möglich, so muss nach einer endlichen Bandbreite  $B$  ( $l < B$ ) die Bestimmung der Koeffizienten abgebrochen werden, um eine Lösung in endlicher Zeit zu erhalten. Die Rekonstruktionsformel der sphärischen Funktion beschränkt sich dann auf:

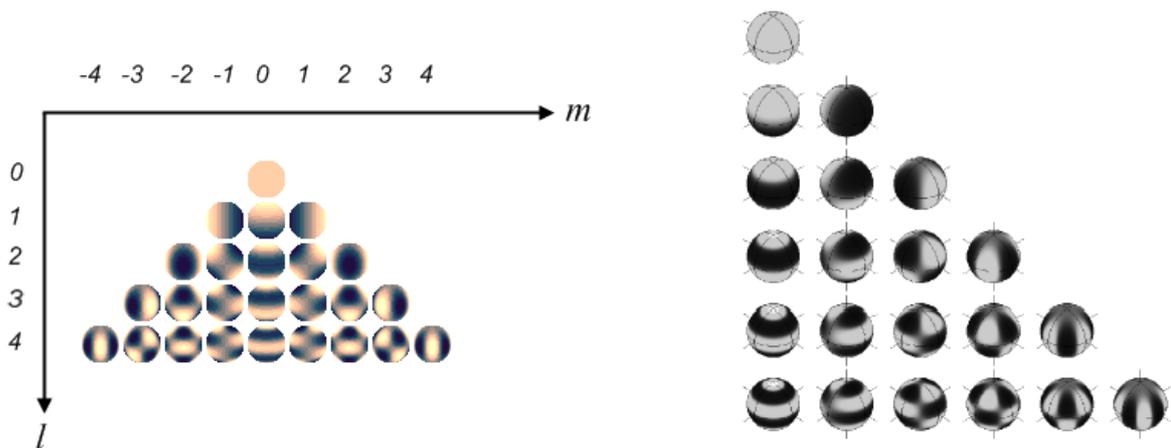
$$\hat{f}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{B-1} \sum_{m=-l}^l a_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \approx f(\theta, \phi) \quad (2.6)$$

---

<sup>7</sup> Das Integral des Quadrats des Betrags der Funktion existiert auf einem Intervall  $l$  und konvergiert:  $\int_a^b |f(x)|^2 dx < \infty$ . Für eine Funktion in Kugelkoordinaten:  $\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin \theta |f(\theta, \phi)|^2 < \infty$ . [VAR88]

Mit zunehmendem  $B$  wird auch die aufgelöste Struktur feiner (coarse-to-fine hierarchy). Je mehr Koeffizienten zum Rekonstruieren verwendet werden, desto originalgetreuer wird die rekonstruierte Funktion mit umso mehr Details (hochfrequente Anteile).

Um sich einen Eindruck zu verschaffen, in welche orthogonale Basisfunktionen eine sphärische Funktion nach der sphärisch harmonischen Transformation (SHT) zerlegt wird, ist Abbildung 6 zu betrachten. Gut zu erkennen ist zunächst der dreieckige Aufbau mit zunehmendem  $l$  aufgrund der doppelt so stark anwachsenden Menge von  $m$  in Abhängigkeit von  $l$ . Für  $l = m = 0$  ergibt sich über die komplette Kugeloberfläche nur ein Funktionswert. Dies entspricht später analog zur Fourier-Transformation dem Gleichanteil, also dem Mittelwert aller Funktionswerte der sphärischen Funktion, welche transformiert wird.



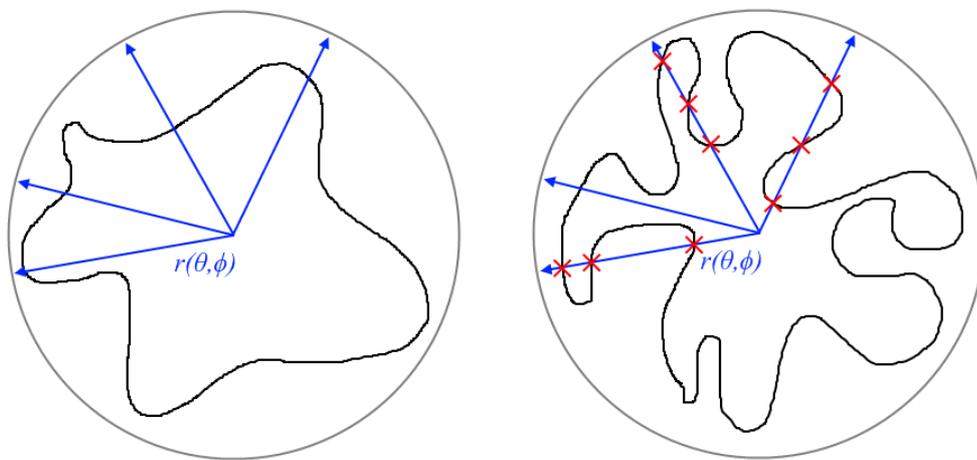
**Abbildung 6** Linke Abbildung: Realanteil der SH bis zum Grad  $l = 4$  (Ursprünglich von [WIK01] unter GNU FDL (Benutzer Cyp), bearbeitet und hier weiterhin unter GNU FDL zur Verfügung gestellt). Rechte Abbildung: Realanteile der SH bis zum Grad  $l = 6$  (von oben nach unten),  $m$  nur im Bereich  $0 \leq m \leq l$  (von links nach rechts) [GER01].

Bei  $l = 1, m = 0$  ergibt sich eine komplette horizontale Schwingung vom Nord- zum Südpol und wieder zurück. Analog dazu ergibt sich bei  $l = 1, m = 1$  eine komplette vertikale Schwingung um den Äquator. Bei  $l = 1, m = -1$  ergibt sich eine ähnliche Anordnung, nur dass die Funktionswerte entgegengesetzt rotiert wurden. Ähnlich einer 2D-Fourier-Transformation zerlegt die SHT die sphärische Funktion also in horizontale und vertikale Koeffizienten. Bei der Ordnung  $l = 2$  sind bereits zwei komplette Schwingungen enthalten usw. Ab  $l \geq 2$  kommt es zwischen  $m = 0$  und  $m = |l|$  zu Mischformen aus horizontalen und vertikalen Schwingungen, welche als *tesseral* bezeichnet werden. Bei  $m = 0$  hängen die sphärisch Harmonischen nicht vom Azimutwinkel  $\phi$  ab, und sie werden als *zonal* bezeichnet. Bei  $m = |l|$  sind die SH unabhängig vom Polarwinkel  $\theta$  und werden als *sektoral* bezeichnet. Der aufgespannte Winkelbereich für eine komplette horizontale Schwingung  $v$  in Abhängigkeit von  $l$  und eine komplette vertikale Schwingung  $u$  in Abhängigkeit von  $m$  ergibt sich zu:

$$v = \frac{360^\circ}{l} = \frac{2\pi}{l} \quad u = \frac{360^\circ}{m} = \frac{2\pi}{m} \quad \text{für } l \neq 0 \text{ und } m \neq 0 \quad (2.7)$$

Das Ergebnis der SHT sind *komplexe* Koeffizienten. Somit lassen sich diese, wie von der Fourier-Transformation bekannt, in Betrag und Phase zerlegen. Der Betrag ist hierbei *rotationsinvariant* gegenüber einer Rotation der sphärischen Funktion über die Kugel [KAZ03]. Analog zur Verschiebung bei der Fourier-Transformation ist die Rotation in der Phase kodiert. Eine Translationsinvarianz ist zu erreichen, indem die Funktionswerte um den Koordinatenursprung herum zentriert werden. Bei einer Skalierung der Funktionswerte skalieren die SH-Koeffizienten linear mit. Diese Sachverhalte sind beispielsweise in der Computergraphik bei der Erkennung von dreidimensionalen Objekten wichtig, da diese bei der Akquirierung beliebig im Raum ausgerichtet sein können.

Sphärisch harmonische Funktionen wurden zunächst zur parametrischen Oberflächenrepräsentation von sternförmigen Oberflächen genutzt, in dem der Abstand  $r$  aller Punkte dieser Oberflächen vom Koordinatenzentrum (im Folgenden auch als Radius bezeichnet) als Funktionswert der sphärischen Funktion interpretiert wird. Anschließend wird diese Funktion  $r(\theta, \phi)$  in die harmonischen Basisfunktionen zerlegt. Dieser Ansatz hat allerdings den Nachteil, dass die zu transformierenden Oberflächen auf sternförmige Oberflächen beschränkt bleiben, d.h. Oberflächen welche sich nicht selbst überlappen, um eindeutige Funktionswerte auf der Kugeloberfläche zu garantieren, siehe hierzu Abbildung 7.



**Abbildung 7** Unterschied zwischen einer sternförmigen Oberfläche (links), bei der sich jeder Kugelkoordinate  $(\theta, \phi)$  ein eindeutiger Radius  $r(\theta, \phi)$  zuordnen lässt und einer nicht-sternförmigen Oberfläche (rechts), welche zu mehrdeutigen Zuordnungen führen würde.

Brechbühler, Gerig und Kübler [BRE96] stellten 1996 eine erweiterte Methode namens SPHARM vor, um allgemeinere Oberflächen expandieren zu können. Mit SPHARM lassen sich auch nicht-sternförmige Oberflächen mit Vorsprüngen und Einwölbungen expandieren. Hierzu wird vor der Transformation allerdings eine eineindeutige Abbildung des Ortsvektors  $\vec{v}(\theta, \phi)$  auf die Kugeloberfläche benötigt. Die Oberfläche muss weiterhin geschlossen und einfach verbunden sein. Bei der Transformation wird nicht der Radius  $r(\theta, \phi)$  entfaltet,

sondern die drei Funktionen der kartesischen Anteile  $x(\theta, \phi)$ ,  $y(\theta, \phi)$  und  $z(\theta, \phi)$ . Somit ergeben sich der Ortsvektor  $\vec{v}(\theta, \phi)$  und der Koeffizientenvektor  $\vec{a}_l^m$  zu:

$$\vec{v}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} x(\theta, \phi) \\ y(\theta, \phi) \\ z(\theta, \phi) \end{pmatrix} \quad \vec{a}_l^m = \begin{pmatrix} a_{l_x}^m \\ a_{l_y}^m \\ a_{l_z}^m \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Und die Rekonstruktionsformel zu:

$$\vec{v}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \vec{a}_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.9)$$

Für eine SHT bis zur Bandbreite  $B$  ergeben sich  $B^2$  Koeffizienten, bei SPHARM entsprechend  $3B^2$ . Zur Berechnung der Koeffizienten mittels SPHARM lösen Brechbühler et al. ein lineares Gleichungssystem zur Durchführung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, welches mit zunehmendem  $B$  und zunehmender Anzahl von Eckpunkten der zu transformierenden Oberflächen allerdings sehr schnell sehr groß wird. Eine SPHARM-Expansion ist daher nur bis ca.  $B = 25$  für Modelle mit wenigen tausend Eckpunkten numerisch lösbar, da der benötigte Speicher für die Matrizen dann nicht mehr aufgebracht werden kann.

Shen und Chung schlugen daher eine iterative Methode (IRF, iterative residual fitting) zur Lösung dieses Problems vor [SHE06]. Diese umgeht das Problem des hohen Speicherbedarfs, indem nur die Matrize für die aktuelle sphärisch harmonische Funktion im Speicher gehalten wird. Auf diese Weise können Modelle mit mehreren Zehntausend Eckpunkten bis zum Grad 85 transformiert werden.

Eine Weiterentwicklung der IRF durch Chung et al. unter dem Namen weighted-SPHARM oder weighted Fourier series (WFS) [CHU07] widmet sich der Reduzierung des Gibbsschen Phänomens<sup>8</sup> unter Verwendung eines Heat-Kernels.

Zur Untersuchung der räumlichen Schwingungen sind die Ergebnisse der SPHARM jedoch schwierig zu interpretieren. Da man für jeden Koeffizienten drei Werte für die drei räumlichen Achsen erhalten würde, wären diese nicht mehr vergleichbar mit dem einen Wert, welcher bei der Transformation des skalaren EEG-Potentials entstehen würde. Weiterhin kann auch mit der IRF-SPHARM lediglich eine maximale Bandbreite von 85 erreicht werden. In dieser Arbeit sollte aber eine Winkelauflösung von mindestens  $1^\circ$  untersucht werden, was einer Bandbreite von 360 entspricht. Daher eignet sich SPHARM nicht zur Lösung der Aufgabenstellung dieser Arbeit.

Als Alternative zur Lösung von Gleichung 2.5 mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate besteht die Möglichkeit, diese numerisch zu integrieren [HEA03]. Hierzu muss die zu transformierende Funktion allerdings abgetastet werden. Das Abtasttheorem lautet:

---

<sup>8</sup> Das Gibbssche Phänomen ist das Auftreten von Überschwingern bei der Rekonstruktion eines Signals mittels Fourierreihen an Sprungstellen in der Funktion.

$$a_l^m = \frac{\sqrt{2\pi}}{2B} \sum_{j=0}^{2B-1} \sum_{k=0}^{2B-1} \omega_j f(\theta_j, \phi_k) e^{-im\phi_k} P_l^m(\cos \theta_j) \quad (2.10)$$

Die äquiangularen Winkel an den Stützstellen  $(\theta_j, \phi_k)$  ergeben sich diskret in Abhängigkeit von  $j$  und  $k$  nach Gleichung 2.11. Der Ausdruck  $e^{-im\phi_k}$  ist von der Fouriertransformation bekannt, und  $P_l^m$  sind wieder die zugeordneten Legendrepolynome.  $\omega_j$  wichtet die Funktionswerte und spielt die äquivalente Rolle zum Sinus in den Integralen in Gleichung 2.5.

Die sphärische Funktion  $f$  muss äquiangular auf einem  $2B \times 2B$  Gitter abgetastet werden. Aufgrund des Nyquist-Theorems ist mit der doppelten Bandbreite  $B$  abzutasten.

$$\begin{aligned} \theta_j &= \pi \frac{2j+1}{4B} & j &= 0, 1, 2 \dots 2B-1 \\ \phi_k &= \frac{2\pi k}{2B} & k &= 0, 1, 2 \dots 2B-1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

## 2.4 Projektionsproblematik, Parametrisierung

Um eine Oberfläche mittels sphärisch harmonischen Funktionen expandieren zu können, muss diese zunächst in die Domäne einer Kugeloberfläche übertragen werden. Es gilt also eine eindeutige Abbildung zwischen den Punkten auf der Kugeloberfläche  $(\theta, \phi)$  und den Punkten  $\vec{v}$  auf der zu untersuchenden Oberfläche zu finden. Prinzipiell kann eine Oberfläche immer dann in eine andere Oberfläche verformt werden, wenn diese die gleiche Topologie aufweisen. Topologisch äquivalente Oberflächen sind immer dann gegeben, wenn sie durch jegliche Art der Verformung wie Drehen, Dehnen, Stauchen, Verbiegen, Verdrillen oder Verzerren aber nicht durch Reißen oder Schneiden ineinander überführt werden können. Ein Würfel hat beispielsweise die gleiche Topologie wie eine Kugel und ein Torus wie eine Tasse:

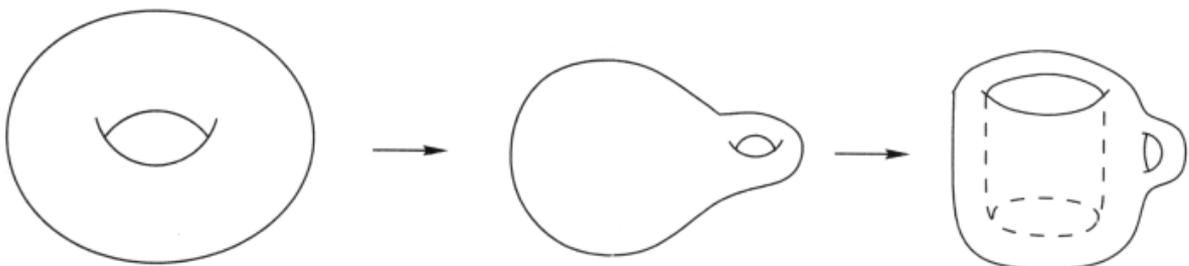


Abbildung 8 Torus und Teetasse sind topologisch äquivalent [LEE00].

Der zerebrale Kortex ist topologisch äquivalent zu einem zweidimensionalen Blatt Papier [CHU07]. Wird die Oberfläche des Kortex unter Einbeziehung des Balkens und einiger Teile des Mittelhirns geschlossen, so ergibt sich die Topologie einer Kugel (vgl. Abbildung 1 und Abbildung 2), was sich die Software FreeSurfer zu Nutze macht, um den Kortex zu einer Kugeloberfläche aufblähen zu können, siehe Kapitel 6.3. FreeSurfer ist somit in der Lage, eine Abbildung des Kortex auf die Kugeloberfläche ohne Zerstörung der Nachbarschaftsstruktur der Oberfläche zu erzeugen. Hierbei wird ebenfalls versucht, die Abstände der Punkte von ihren Nachbarn auf der Oberfläche so gut wie möglich beizubehalten.

Die direkte Kugelprojektion hingegen behält die Topologie der Oberfläche nicht bei, da sie nur die äußere Oberfläche des Kortex abbildet und tieferliegende, verdeckte Anteile der Oberfläche verwirft. Weiterhin werden bei der direkten Kugelprojektion die Abstände der Punkte der Oberfläche von ihren Nachbarn nicht aktiv beibehalten.

# 3 Methoden

## 3.1 Direkte Kugelprojektion (DKP)

Als direkte Kugelprojektion wird in dieser Arbeit die Methode bezeichnet, bei der alle Punkte einer Oberfläche von ihrem gemeinsamen Zentrum ausgehend auf eine Kugeloberfläche nach außen hin projiziert werden. Hierzu läuft ein Abtaststrahl über alle gewünschten Kugelkoordinaten  $(\theta, \phi)$ , und der Radius  $r(\theta, \phi)$  an der Schnittstelle zwischen Strahl und Oberfläche wird jeweils als Funktionswert an der entsprechenden Stelle auf der Kugeloberfläche aufgetragen, zum besseren Verständnis siehe auch Abbildung 10. Hierbei werden bei Mehrdeutigkeiten (Abbildung 7 rechts) jeweils nur die äußersten Punkte der Oberfläche projiziert, man erhält also die äußere Oberfläche. Nach dieser Projektion kann anschließend eine sphärisch harmonische Analyse auf diese Daten vorgenommen werden. Der Rechenaufwand der Methode wird am Beispiel der linken Kortexhemisphäre von *Bert*<sup>9</sup> erläutert, welche segmentiert und trianguliert aus 259420 Dreiecken besteht.

### 3.1.1 Projektion

Das S2Kit, siehe Kapitel 6.4, benötigt die abgetastete Funktion auf der Kugeloberfläche an den äquiangularen Stützstellen  $f(\theta_j, \phi_k)$ . Die sphärischen Winkel  $\theta_j$  und  $\phi_k$  ergeben sich diskret nach Gleichung 2.11.

Abgetastet werden muss die Funktion bei der doppelten Bandbreite  $B$ , was vom Nyquist-Shannon-Abtasttheorem her bekannt ist. Es ergibt sich also ein Abtastgitter von  $N = 2B \cdot 2B$  Stützstellen. Die Bandbreite  $B$  ist nicht von vornherein klar, siehe hierzu Kapitel 5.4. Es sollte jedoch eine Winkelauflösung von mindestens einem Grad verwendet werden. Bei einer Bandbreite  $B = 512$  ergibt sich die Winkelauflösung  $\Delta\varphi$  zu:

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{B} = \frac{360^\circ}{512} = 0.703125^\circ \quad (3.1)$$

Bei  $B = 512$  ergibt sich die Anzahl der abzutastenden Stützstellen zu:

$$N = 2B \cdot 2B = 4B^2 = 4 \cdot 512^2 = 1048576 \quad (3.2)$$

Diese Stützstellen werden ermittelt, indem ebenso viele Strahlen vom Koordinatenursprung in die entsprechende Richtung  $(\theta_j, \phi_k)$  ausgesandt werden und diese somit über die komplette Kugeloberfläche streifen.

---

<sup>9</sup> *Bert* ist ein bereits segmentierter Kortex, welcher dem FreeSurfer-Paket beiliegt. Siehe hierzu auch Kapitel 6.

Um Translationsinvarianz zu gewährleisten, wird der Mittelpunkt der abzutastenden Oberfläche vor der Projektion in den Koordinatenursprung verschoben. Der Mittelpunkt der Oberfläche wird durch Mittelwertbestimmung der Vertices<sup>10</sup> ermittelt:

$$\vec{v}_{mid} = \frac{\sum_{i=0}^{N_{vertex}} \vec{v}_i}{N_{vertex}} \quad (3.3)$$

Anschließend wird dieser Mittelwert von allen Vertices der Oberfläche abgezogen, was die Oberfläche um den Koordinatenursprung zentriert.

Die Oberflächen sind definiert durch Eckpunkte und Dreiecke, welche jeweils 3 Eckpunkte zu einer Fläche verbinden. Durch Aneinanderreihung vieler solcher Dreiecke, welche alle Eckpunkte mit einschließen, erhält man schließlich eine geschlossene Oberfläche. Der Abstand des Punktes der Oberfläche vom Zentrum ergibt sich, indem die Schnittpunkte zwischen den Abtaststrahlen und den Dreiecken ermittelt werden. Wurde der jeweilige Schnittpunkt ermittelt, muss vom Vektor, welcher seine Position beschreibt, nur noch der Betrag bestimmt werden. Dieser stellt den Abstand des Schnittpunktes vom Koordinatenursprung dar und wird als Radius an der entsprechenden Stelle  $(\theta_j, \phi_k)$  auf der Kugeloberfläche als Abtastwert eingetragen. Treten aufgrund von Selbstüberlappungen der Oberfläche mehrere Kollisionen auf, so wird im Sinne der direkten Kugelprojektion die Kollision ausgewählt, welche die größte Entfernung zum Projektionszentrum besitzt.

Ohne weitere Vorkehrungen kommt man so zu einem Brute-Force-Algorithmus, welcher den Schnittpunkt eines Strahls ermittelt, indem er auf Kollision mit allen Dreiecken der Oberfläche testet. Die linke Kortexhemisphäre von *Bert* wird allerdings schon von 259420 Dreiecken definiert. Würde also wirklich jeder Strahl mit jedem Dreieck auf Kollision getestet werden, so wären  $259420 \cdot 1048576 = 272021585920 \approx 272$  Milliarden Kollisionstests nötig.

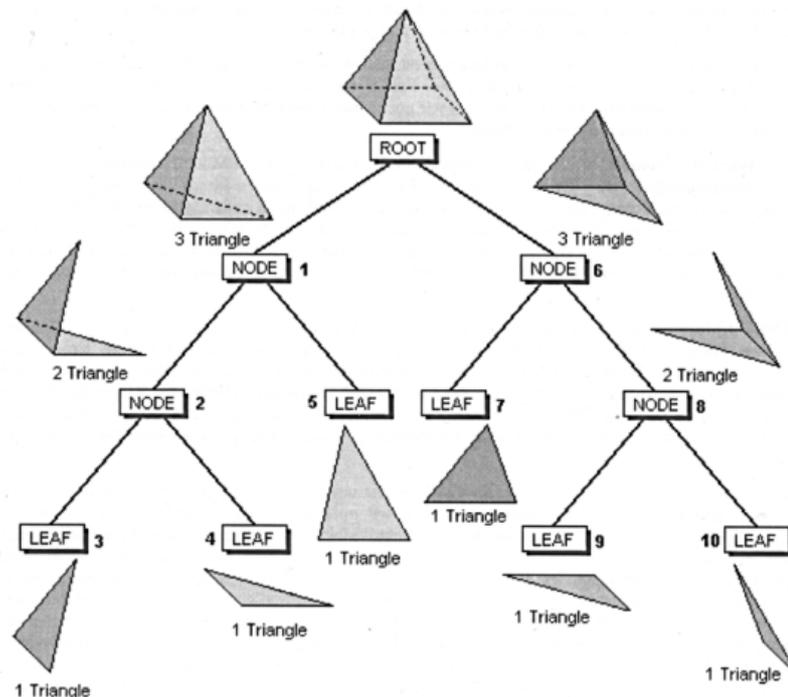
Ein mittlerweile in der Computergrafik sehr etablierter Algorithmus zur Ermittlung des Schnittpunktes eines Strahls mit einem Dreieck wurde 1997 von Tomas Möller und Ben Trumbore vorgestellt [MÖL97]. Er benötigt keine besondere Vorbearbeitung der Eingangsdaten und keinen zusätzlichen Speicherbedarf und ist trotzdem schnell. Als Eingangsdaten benötigt der Algorithmus nur die drei Eckpunkte, welche das Dreieck bilden, sowie den Ursprung und die Richtung des Strahls. Als Ergebnis liefert der Algorithmus, ob eine Kollision stattgefunden hat und falls ja, den exakten Schnittpunkt des Strahls auf dem Dreieck in Form von baryzentrischen Koordinaten<sup>11</sup>. Mit Hilfe der baryzentrischen Koordinaten lässt sich der exakte Schnittpunkt aus den Eckpunkten des Dreiecks interpolieren.

Der Kollisionstest eines jeden Strahls mit jedem Dreieck stellt einen erheblichen Overhead dar. Der Rechenaufwand lässt sich erheblich reduzieren, indem auf geeignete Weise die

<sup>10</sup> *Vertices*, engl. Plural für Eckpunkte, Singular: *Vertex*

<sup>11</sup> Baryzentrische Koordinaten beschreiben einen Punkt mit Koeffizienten durch die Linearkombination von Vektoren. Im zweidimensionalen Fall wird ein Punkt auf dem Dreieck durch die beiden Koeffizienten  $u$  und  $v$  und den Eckpunkten des Dreiecks wie folgt beschrieben:  $\vec{p} = (1 - u - v)\vec{d}_0 + u\vec{d}_1 + v\vec{d}_2$

Menge der Dreiecke, welche auf Kollision getestet werden müssen, einschränkt wird. Dies lässt sich erreichen, indem die Dreiecke der Oberfläche in eine Hierarchie, in diesem Fall einen binären Baum, einsortiert werden. Bekannt ist dieser Algorithmus in der Computergrafik, wo er vor allem zur schnellen Kollisionserkennung von Objekten dient. Der Baum wird wie im Folgenden beschrieben aufgebaut. Im Wurzelknoten ROOT wird eine AABB-Bounding-Box<sup>12</sup> gespeichert, welche exakt alle Dreiecke der kompletten Oberfläche umschließt. In den beiden Kindknoten K1 und K2 werden Bounding-Boxen gespeichert, die zwei räumlich voneinander getrennte und möglichst gleich große Teilmengen der Dreiecke umschließen, welche vom Wurzelknoten umschlossen werden. Im vorliegenden Algorithmus wird entlang der längsten Koordinatenachse geteilt, welche die Dreiecke in Anspruch nehmen. Ist die komplette Oberfläche beispielsweise am meisten in der X-Dimension ausgedehnt, so ergeben sich zwei Kindknoten, welche jeweils die linke und die rechte Hälfte der Dreiecke der Oberfläche umschließen. Auch die Teilmengen der beiden Kindknoten werden wieder geteilt und jeweils als deren Kindknoten gespeichert. Der Algorithmus wird nun solange rekursiv wiederholt, bis ein Kindknoten nur noch genau ein Dreieck umschließt. Ein solcher Knoten eines Baumes wird Blatt genannt, da der Baum an dieser Stelle aufhört. In einem Blatt wird zusätzlich zu der das letzte Dreieck umschließenden Bounding-Box noch das Dreieck selbst mit gespeichert. Ein Beispiel der Zerlegung einer Pyramide in einen solchen Baum ist in Abbildung 9 zu sehen.



**Abbildung 9** Einsortieren von Dreiecken einer Oberfläche in einen binären Baum [ZER02].

<sup>12</sup> Eine Bounding-Box ist ein Quader, welcher eine bestimmte Menge Dreiecke genau an deren räumlicher Abgrenzung umschließt. Beschreibbar ist eine solche Box beispielsweise durch zwei Punkte, wobei einer den Punkt mit den minimalen und der andere den Punkt mit den maximalen Koordinaten repräsentiert. Eine Axis-Aligned Bounding-Box (AABB) kennzeichnet sich dadurch aus, dass ihre Seiten an den Koordinatenachsen des Koordinatensystems ausgerichtet sind.

Der Vorteil, dass sich die Oberfläche nun in einer solchen Hierarchie befindet liegt darin, dass ein Strahl nun nicht mehr auf Kollision mit allen Dreiecken geprüft werden muss. Stattdessen wird zunächst geprüft, ob der Strahl die Bounding-Box des Wurzelknotens schneidet. Ist dies nicht der Fall, so schneidet der Strahl mit Sicherheit auch kein einziges Dreieck der sich innerhalb der Bounding-Box befindenden Oberfläche. Ein Algorithmus, welcher auf Bounding-Box-Strahl-Kollision testet, ist in der Literatur zur Computergrafik, beispielsweise in [ZER02] zu finden. Da die Kortexoberfläche vor der Projektion immer um den Koordinatenursprung zentriert wird, wird der Test, ob der Strahl mit der Bounding-Box des Wurzelknotens kollidiert, immer positiv ausfallen. Im positiven Fall wird in die beiden Kindknoten abgestiegen und der Test für ihre beiden Bounding-Boxen wiederholt. Bereits hier besteht eine gute Wahrscheinlichkeit, dass der Strahl nur durch eine der beiden Bounding-Boxen geht. Das wiederum bedeutet, dass nicht weiter in den anderen Teilzweig des Baumes abgestiegen werden muss. Wird eine Bounding-Box nicht vom Strahl geschnitten, so werden mit Sicherheit auch alle Kinder nicht geschnitten. Im Idealfall wurde nach nur drei Kollisionstest (ROOT, K1, K2) bereits die Hälfte aller möglichen Dreiecke als mögliche Kollisionskandidaten entfernt. Der Algorithmus traversiert nun rekursiv durch alle Knoten eines Baumes, welche vom Strahl geschnitten werden, in Richtung der Blätter. Ist er bei einem Blatt angekommen und fällt auch hier der Test auf Kollision mit der Bounding-Box positiv aus, so heißt das allerdings noch nicht, dass auch wirklich das umschlossene Dreieck getroffen wurde. Aus diesem Grund wird nun der oben schon verwendete Algorithmus zum Kollisionstest eines Strahls mit einem Dreieck angewendet. Fällt auch dieser positiv aus, so wurde tatsächlich ein Dreieck gefunden, welches vom Strahl geschnitten wird. Auch bei diesem Algorithmus kann es vorkommen, dass mehrere Dreiecke getroffen werden, indem in verschiedene Zweige abgestiegen wurde.

Der Algorithmus, um die Kollision eines Strahls mit einer Bounding-Box zu ermitteln, ist zwar wesentlich aufwendiger als der Algorithmus, welcher auf Kollision mit einem Dreieck prüft, allerdings fällt die Anzahl der notwendigen Tests wesentlich geringer aus. Die Höhe eines Binärbaumes ergibt sich im Idealfall, nämlich wenn wirklich in jeden Kindknoten genau die Hälfte der Dreiecke des Vaterknotens einsortiert werden, zu  $h(N) = \log_2(n)$ . Bei 259420 Dreiecken ergibt sich ein Baum der Höhe  $h(259420) = \log(259420) = 17,9849$ , also 18 Ebenen. Selbst bei ungünstig einsortierten Dreiecken in den Baum und mehreren Dreiecken, die geschnitten werden, beläuft sich die Anzahl der Kollisionstest auf schätzungsweise nicht mehr als 100 pro Strahl. Das ist eine wesentliche Einsparung im Vergleich zu 259420 Kollisionstests mit allen Dreiecken.

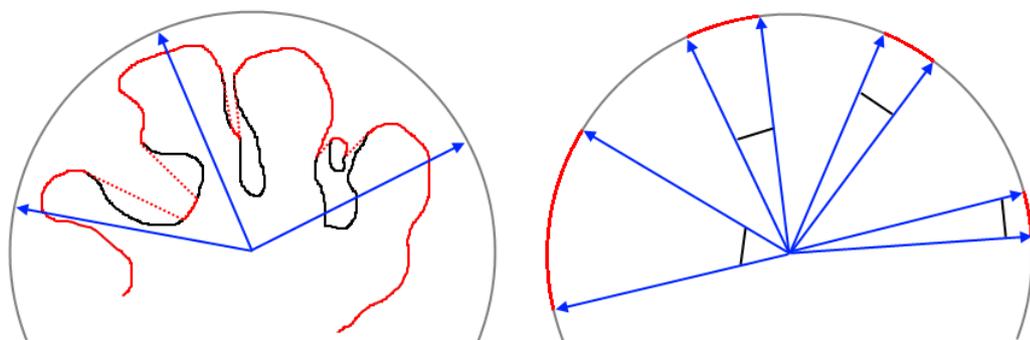
Gelegentlich kann es vorkommen, dass selbst bei komplett geschlossener Oberfläche und eines sich innerhalb der Oberfläche befindlichen Projektionszentrums aufgrund von numerischen Ungenauigkeiten in den Kollisionsalgorithmen kein Schnittpunkt zwischen dem aktuellen Strahl und der Oberfläche ermittelt werden kann. In diesem Fall besteht die Möglichkeit, den zuletzt gefundenen Abtastwert auch als den aktuellen zu verwenden, was ungewollte Sprünge im Signal vermeidet. Dies funktioniert allerdings nur, wenn nur selten ein oder wenige Abtastwerte hintereinander nicht ermittelt werden konnten. Könnten allerdings mehrere Hundert bis Tausend Abtastwerte nicht ermittelt werden, so würde dies zur

Ausbildung von Schlieren während der Abtastung führen, da der letzte gültige Abtastwert über weite Bereiche abgebildet werden würde. Ein solcher Fall tritt praktisch aber nur auf, wenn die Oberfläche nicht geschlossen ist oder das Projektionszentrum sich außerhalb der Oberfläche befindet. Bei der Abbildung einer der beiden Kortexoberflächen treten beide Fälle nicht ein. Werden aber beide Kortexhemisphären, also der vollständige Kortex, gleichzeitig projiziert, so kann das Projektionszentrum durchaus außerhalb der beiden geschlossenen Oberflächen liegen. In diesem Fall besteht die Möglichkeit, ein Nicht-Kollidieren von Abtaststrahlen zu behandeln, indem ein Radius von  $0mm$  abgebildet wird.

### 3.1.2 Fehlerbetrachtung

Aus theoretischen Überlegungen ergeben sich bei der DKP folgende drei Einschränkungen und Fehlerquellen:

- 1) Vor allem an den Stellen, an denen die Gyri eng zusammen liegen, werden häufig Teile der tieferliegenden Sulci wegfallen. Der Abtaststrahl kommt teilweise also nicht bis in die tiefer liegenden Gebiete der Sulci und deren Anteile auf das räumliche Spektrum gehen verloren (Abbildung 10, links).
- 2) Wie auch im ersten Punkt, so führt die ausschließliche Projektion der äußeren Anteile der Oberfläche weiterhin zu Sprüngen in  $r(\theta, \phi)$ . Sprünge führen zu zusätzlichen Anteilen im kompletten Spektrum, welche die eigentlich interessierenden Anteile überlagern oder zumindest verfälschen (Abbildung 10, links).
- 3) Die Projektion vom Zentrum der Oberfläche nach außen hin führt zu Längenverzerrungsfehlern bei der Abbildung von Strukturen, welche unterschiedlich weit vom Projektionszentrum entfernt liegen. Bekannt ist dies beispielsweise von der recht ähnlichen Zentralprojektion, welche dazu führt, dass weiter entfernt liegende Objekte kleiner erscheinen, obwohl sie an sich die gleichen Ausmaße haben können wie näher liegende Objekte (Abbildung 10, rechts).



**Abbildung 10** Projektionsfehler bei der direkten Kugelprojektion. Links: Nur die äußeren Anteile werden projiziert (rot) und die inneren fallen weg (schwarz). Weiterhin kommt es zu Sprüngen (gestrichelt rot). Rechts: Gleich große Strukturen (schwarz) werden in Abhängigkeit ihrer Entfernung vom Projektionszentrum unterschiedlich groß abgebildet (rot).

Der Winkel, unter dem ein Segment abgebildet wird, wird umso größer, je näher dieses am Projektionszentrum liegt. Würde das Segment, egal wie klein es ist, infinitesimal vor dem Projektionszentrum liegen, so würde es auf eine komplette Halbkugel projiziert werden. Habe das Segment die Form eines Kreisbogenschnitts, so gilt für dessen Länge  $b$ , den Abstand vom Projektionszentrum  $r$  und den durch das Segment aufgespanntem Winkel  $\alpha$ :

$$b = \frac{\alpha}{2\pi} u = \frac{\alpha}{2\pi} 2\pi r = \alpha r \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{b}{r} \quad \alpha \text{ im Bogenmaß} \quad (3.4)$$

$\alpha$  verhält sich somit direkt antiproportional zum Abstand  $r$  eines Segments vom Projektionszentrum. Doppelt soweit entfernte Anteile  $b$  spannen nur noch einen halb so großen Winkel  $\alpha$  auf.

Zur Abschätzung der bei der Direkten Kugelprojektion gemachten Fehler wurden zwei Verfahren entwickelt. Ersteres beschäftigt sich mit der Anzahl der verdeckten tieferliegenden und damit weggeschnittenen Oberflächenabschnitte und Zweiteres mit der Interpretation der abgebildeten Längen und deren Verzerrungsfehlern.

Um die Anzahl der Verdeckungen zu ermitteln, wurde der Algorithmus der DKP dahingehend erweitert, dass er zu jedem Abtaststrahl die Anzahl der Schnittpunkte mit der Oberfläche ermittelt und diese kumulativ für alle Abtaststrahlen zusammenfasst. Somit ergibt sich eine Verteilung, welcher direkt zu entnehmen ist, wie viele Abtastungen einen oder mehrere Schnittpunkte mit der Oberfläche hatten. Gab es nur einen Schnittpunkt, so ging keinerlei Informationen verloren, da genau dieser als Abtastwert ermittelt wurde. Gab es mehrere, so wurden tieferliegende Anteile der Oberfläche von weiter außen liegenden verdeckt und gingen verloren.

Der Radius  $r$  der Kugel, auf welche projiziert wird, kann im Prinzip frei gewählt werden. Während der Projektion gibt es einen solchen bevorzugten Radius nicht, da bei der Projektion auf die Kugel die Oberfläche nur in Richtung der Kugelkoordinaten  $(\theta, \phi)$  abgebildet wird. Es bietet sich aber an, bei der Auswertung auf der Kugeloberfläche einen Radius zu wählen, der die Längenverzerrung für die meisten Oberflächenanteile möglichst gering hält. Die Interpretation des Radius dieser Kugel und damit der Länge, die ein bestimmter Winkel aufspannt, obliegt alleine dem Anwender. Dies kann man sich zunutze machen, indem der Radius der Kugel bei der Interpretation auf den Radius gesetzt wird, welcher bei der Projektion am häufigsten abgebildet wurde bzw. welcher den am häufigsten abgebildeten Radien nahe kommt, also bspw. der Mittelwert der Radien  $\bar{r}$ . Über die Ermittlung der Standardabweichung  $s$  ist man anschließend in der Lage anzugeben, in welchem Bereich sich der Großteil der abgebildeten Radien befindet. Wird der mittlere Radius  $\bar{r}$  als Norm angenommen, so kann die Längenverzerrung bei anderen Radien relativ zu  $\bar{r}$  berechnet werden, indem diese ins Verhältnis zum mittleren Radius gesetzt werden:

$$f_{\text{Verzerrung}} = \frac{\bar{r}}{r} \quad (3.5)$$

Radien größer als  $\bar{r}$  erzeugen somit einen Verzerrungsfaktor  $f < 1$ , also eine verkleinerte Darstellung. Radien kleiner als  $\bar{r}$  erzeugen  $f > 1$ , also eine vergrößerte Darstellung von ursprünglich gleich großen Strukturen im Vergleich zu Strukturen, welche auf dem mittleren Radius  $\bar{r}$  liegen. Wird der Verzerrungsfaktor  $f$  an den Stellen  $\bar{r} - s$ ,  $r + s$ ,  $r - 2s$ ,  $r + 2s$  usw. ermittelt, so kann angegeben werden, für wie viele Radien sich der Verzerrungsfaktor  $f$  innerhalb welchen Bereichs befindet ( $f_{\bar{r}-s}, f_{\bar{r}+s}, f_{\bar{r}-2s}, f_{\bar{r}+2s}$ ). Weiterhin interessant sind die maximalen und minimalen Verzerrungsfaktoren  $f_{min}$  und  $f_{max}$ . In Abhängigkeit der vorliegenden Verteilung können über die Anzahl der sich innerhalb der Standardabweichungen befindlichen Radien folgende Aussagen gemacht werden:

**Tabelle 2** Wahrscheinlichkeiten zentraler Anteile einer Verteilung [SAC04].

Bereich	Verteilungstyp	Verteilungsanteil	
$\mu \pm \sigma$	normalverteilt	exakt	68,27%
$\mu \pm 2\sigma$	<b>beliebig</b>	<b>mindestens</b>	<b>74,00%</b>
	symmetrisch-eingipflig	mindestens	88,40%
	normalverteilt	circa	95,00%
$\mu \pm 3\sigma$	<b>beliebig</b>	<b>mindestens</b>	<b>88,90%</b>
	symmetrisch-eingipflig	mindestens	95,10%
	normalverteilt	exakt	99,70%

In der Praxis und speziell der vorliegenden Anwendung sind der Mittelwert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  durch ihre Schätzer  $\bar{r}$  und  $s$  zu ersetzen.

Untersucht werden zweierlei Verteilungen. Zum einen die Verteilung der Radien aller Eckpunkte der Kortexoberflächen, indem die kartesischen Koordinaten der Eckpunkte in sphärische Koordinaten umgerechnet werden. Die Winkel  $\theta$  und  $\phi$  werden verworfen, der Radius  $r$  jedes Punktes in eine Klasse einsortiert und die Anzahl der Radien pro Klasse ermittelt. Die Anzahl der zu verwendenden Klassen in Abhängigkeit der Ereigniszahl  $N$  empfiehlt [SAC04] zu  $k \approx 5 \log_{10} N$  zu wählen. Dies entspräche bei  $N = 129712$  für eine Kortexhemisphäre  $k \approx 5 \log_{10} 129712 = 25,5649 \approx 26$  und bei beiden Kortexhemisphären  $k \approx 28$ . Diese Anzahl mag geeignet erscheinen, wenn Balkendiagramme zur Visualisierung der Klassen verwendet werden und einzelnen Klassen bestimmte Eigenschaften zugeschrieben werden sollen. Zur Darstellung eines Verteilungsdichtegraphen stellt diese starke Reduzierung auf so wenige Klassen jedoch eine zu starke Vereinfachung dar. Aus diesem Grund wurde die Klassenanzahl in dieser Arbeit gewählt zu:

$$k \approx \sqrt{N} \quad (3.6)$$

Nach dem Ziehen der Wurzel wurde die Klassenanzahl  $k$  anschließend auf eine glatte Ganzzahl gerundet. So ergeben sich für eine Kortexhemisphäre  $k \approx \sqrt{129712} = 360,155 \approx 350$  Klassen und für beide Hemisphären  $k \approx \sqrt{260150} = 510,049 \approx 500$ .

Die Radienverteilung der Vertices der Oberfläche enthalten allerdings auch diejenigen Vertices, welche bei der DKP verdeckt werden. Wesentlich aussagekräftiger hingegen ist die Untersuchung der tatsächlich auf die Kugeloberfläche projizierten Radien, indem die

Abtastwerte einer bereits erfolgten Projektion äquivalent dem oben beschriebenen Verfahren in Klassen einsortiert werden. Für die Interpretation der Längenverzerrung ist diese Analyse ausschlaggebend. Sie erlaubt weiterhin einen Vergleich der ursprünglichen Verteilung der Radien und deren Projektion.

## 3.2 Abtasten der aufgeblähten Oberflächen

Um die von FreeSurfer aufgeblähten Oberflächen SH-transformieren zu können, müssen diese ebenfalls abgetastet werden. Zum Verständnis, um welche aufgeblähten Oberflächen es sich hierbei handelt, ist es ratsam zunächst Kapitel 6.3 ab Seite 63 zu lesen.

Der Algorithmus verfährt äquivalent der DKP, um den Schnittpunkt eines Dreiecks mit dem jeweiligen Abtaststrahl zu ermitteln. Anschließend wird aber nicht dessen Abstand vom Projektionszentrum als Abtastwert gewählt, sondern es wird ein Funktionswert aus den Per-Vertex-Daten der drei Vertices, welche das getroffene Dreieck definieren, ermittelt. Hierzu werden die baryzentrischen Koordinaten  $(u, v)$  des Schnittpunkts verwendet:

$$f(\theta, \phi) = (1 - u - v) \cdot p(v_0) + u \cdot p(v_1) + v \cdot p(v_2) \quad (3.7)$$

Hierbei hält  $p(i)$  die Per-Vertex-Daten für alle Vertices, und  $v_0, v_1, v_2 \in 0..N - 1$  stellen die Indizes der Vertices des getroffenen Dreiecks dar, wenn der Abtaststrahl in Richtung  $(\theta, \phi)$  ausgesendet wurde. Der Abtastwert wird also als lineare Interpolation (Linearkombination) aus den Vertices eines Dreiecks bestimmt.

Bei den Per-Vertex-Daten kann es sich um die in Kapitel 6.3 erläuterte Konvexität oder die Krümmung handeln, welche von FreeSurfer ermittelt werden. Um aber äquivalent zur DKP den Radius als Funktionswert zu erhalten, besteht die Möglichkeit, diesen vor dem Abtasten für jeden Vertex der Originaloberfläche ermitteln zu lassen. Auf diese Art liegen die Radien der Vertices ebenfalls als Per-Vertex-Daten vor, und die entsprechenden Funktionswerte können nach Gleichung 3.7 ermittelt werden.

Bei der von FreeSurfer ermittelten Krümmung kommt es zu seltenen Ausreißern. Daher werden vor der Verwendung der von FreeSurfer ermittelten Per-Vertex-Daten diese auf den drei Sigma Bereich ihrer Verteilung beschränkt. So bleiben bis zu 99,7% der Daten unverändert (siehe Tabelle 2 auf Seite 27), und die Ausreißer werden auf den entsprechenden Wert bei  $m \pm 3\sigma$  gesetzt.

## 3.3 Bearbeitung und Auswertung der SH-Koeffizienten

Vor deren Auswertung wurden die berechneten Koeffizienten aufbereitet, und es musste eine übersichtliche Darstellung gefunden werden. Die hierzu unternommenen Schritte werden im Folgenden erläutert.

Bei rein realen Eingangsdaten, wie sie in dieser Arbeit vorkommen, ist das Amplituden-Spektrum spiegelsymmetrisch um die vertikale Achse (den Grad  $l$ ) aufgeteilt, es gilt  $|a_l^m| = |a_l^{-m}|$ . Die SHT verhält sich also auch hier analog zur Fourier-Transformation. Wie bei der Fourier-Analyse üblich, kann auch bei der SH-Analyse das Amplituden-Spektrum bei Bedarf entspiegelt werden. Hierzu werden alle Koeffizienten mit  $m < 0$  bei der Darstellung des Amplituden-Spektrums weggelassen und der Betrag aller Koeffizienten mit  $m > 0$  verdoppelt.

Die von S2Kit ermittelten Koeffizienten liegen in orthonormalisierter Form vor, d.h. die ermittelten Koeffizienten geben direkt an, wie viel von einer sphärisch harmonischen Funktion in der expandierten Funktion vorkommt. Mit diesen Koeffizienten kann die Funktion direkt nach Gleichung 2.6 rekonstruiert werden. In der orthonormalisierten Form der Transformation entspricht die Skalierung der Einheit der Koeffizienten allerdings nicht der Skalierung der Einheit der expandierten Funktion. So wird etwa eine ideale Kugel mit  $100\text{mm}$  Durchmesser nicht in den Koeffizienten  $a_0^0 = 100\text{mm}$  zerlegt, sondern in  $a_0^0 = 354,49\text{mm}$ . Dies ergibt sich aus der Tatsache, dass  $Y_0^0 = \sqrt{1/4\pi} = 0,2821$  ist (siehe Anhang A1), und somit bei der Rekonstruktion gilt:  $a_0^0 \cdot Y_0^0 = 354,49\text{mm} \cdot 0,2821 = 100\text{mm}$ .

Es gibt verschiedene Möglichkeiten sphärisch harmonische Funktionen zu normalisieren. Je nach Anwendungsgebiet variieren diese. Die Koeffizienten können in unterschiedliche Normalisierungen umgerechnet werden. Nach Racah normalisierte Koeffizienten, auch Semi-Normalisierung nach Schmidt genannt, können wie folgt aus orthonormalisierten Koeffizienten berechnet werden:

$$b_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} a_l^m \quad (3.8)$$

Niederfrequente Koeffizienten bis zum Grad  $l = 5$  werden abgeschwächt. Alle höherfrequenten Koeffizienten hingegen gewinnen an Einfluss. Zu beachten ist hierbei das stetige Ansteigen des Umrechnungsfaktors mit steigendem Grad aufgrund der verwendeten Wurzelfunktion und dem darin enthaltenen Grad  $l$  im Zähler. Damit bleiben Koeffizienten am Ende des Spektrums erhalten, im Gegensatz zur orthonormalisierten Variante. Diese Normalisierung wird vor allem bei der Untersuchung von Magnetfeldern verwendet.

In der Geodäsie ist eine andere Normalisierung üblich. Die Koeffizienten können in die  $4\pi$ -Geodäsie-Normalisierung wie folgt umgerechnet werden:

$$b_l^m = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} a_l^m \quad (3.9)$$

Häufig werden Spektren logarithmisch dargestellt, damit nicht einige wenige große Koeffizienten die kleineren völlig überdecken. Hierzu wird von den Beträgen der Amplituden der Logarithmus zur Basis 10 bestimmt.

Für die Darstellung der Koeffizienten wurde zunächst eine zweidimensionale Draufsicht gewählt, in welcher die Amplituden farbcodiert dargestellt werden. Dies ist wesentlich übersichtlicher als eine 3D-Darstellung mit Gebirgen, bei der die Koeffizienten kaum noch abgelesen werden können. Die vertikale Achse kodiert den Grad  $l$  und die horizontale Achse die Ordnung  $m$ . Ein Beispiel dieser Ansicht zeigt die oberste Grafik in Abbildung 11.

Gut zu erkennen ist die dreieckige Form der Koeffizientenmatrix, welche sich aufgrund von  $|m| \leq l$  ergibt. Die Koeffizienten oben rechts sind also nicht etwa nur Null, sondern gar nicht vorhanden. Diese Form der Darstellung ist zwar verlustfrei, hat allerdings einen Nachteil: Es ist teilweise schwierig, auf den ersten Blick relevante Anteile zu entdecken. Aus diesem Grund wurden zwei verschiedene Methoden angewendet, um die zweidimensionale Anordnung der Koeffizienten auf eine eindimensionale Anordnung zu reduzieren. Die Reduktion findet hierbei jeweils entlang der horizontalen Achse (der Ordnung  $m$ ) statt, es werden also alle Koeffizienten eines Grades  $l$  zusammengefasst.

Zum einen können die Verläufe des jeweils minimalen, mittleren und maximalen Betrags der Koeffizienten innerhalb eines Grades in Abhängigkeit vom Grad  $l$  visualisiert werden. Sie werden in dieser Arbeit als angulares Minimum und Maximum und angularen Durchschnitt bezeichnet.

$$\begin{aligned} Min_{ang}(l) &= Min(|a_l^m|) \\ Max_{ang}(l) &= Max(|a_l^m|) \quad \text{für } l = 0 \dots B - 1, m = -l \dots l \\ Mean_{ang}(l) &= \frac{\sum_{m=-l}^l |a_l^m|}{2l + 1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Somit kann abgeschätzt werden, ob sich in einem Grad noch ein relevanter Koeffizient befindet (Maximum), wie groß die meisten Koeffizienten sind (Mittelwert) und ob völlig irrelevante Koeffizienten enthalten sind (Minimum). Ein Beispiel dieser Darstellungsform zeigt die zweite Grafik von oben in Abbildung 11.

Zum anderen wird zur Auswertung von Spektren häufig das Leistungsdichtespektrum verwendet. Im Falle der Fouriertransformation ist das Leistungsdichtespektrum definiert als Produkt der Fouriertransformierten mit ihrer konjugiert komplexen:

$$S_{YY}(f) = Y(f) \cdot \overline{Y(f)} \in \mathbb{R} \quad (3.11)$$

Die Gesamtleistung des Signals ergibt sich im diskreten Fall als Summe des Leistungsdichtespektrums über das Nyquistband:

$$P = \sum_{f=-\frac{f_A}{2}}^{\frac{f_A}{2}} S_{YY}(f) \quad (3.12)$$

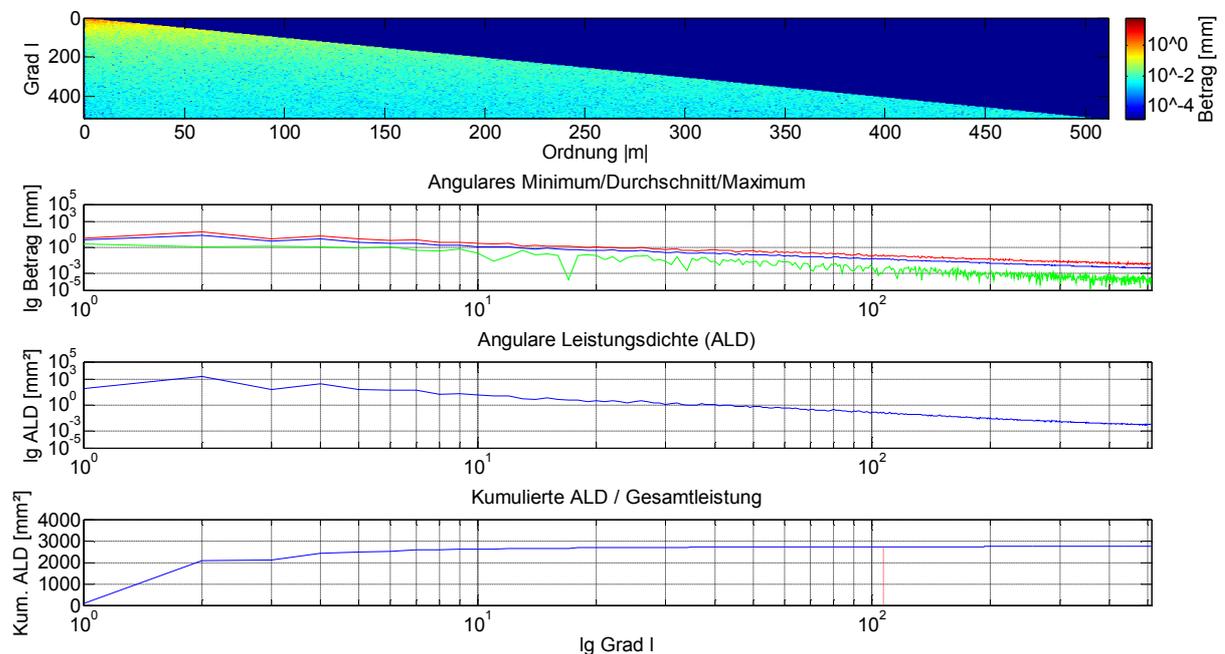
Für die Spektralanalyse mit den sphärisch harmonischen Funktionen ist die Gesamtleistung definiert als Summe über alle angularen Leistungsdichten (ALD):

$$P = \sum_{l=0}^{\infty} S_{ang}(l) \quad (3.13)$$

Die angularen Leistungsdichte für einen Grad  $l$  ergibt sich zu:

$$S_{ang}(l) = \sum_{m=-l}^l a_l^m \cdot \overline{a_l^m} \quad (3.14)$$

Ein Beispiel für diese Darstellungsform zeigt die dritte Grafik von oben in Abbildung 11. Um den maximal relevanten Grad  $l$  des Spektrums objektiv ermitteln zu können, wird zunächst die Gesamtleistung des Signals nach Gleichung 3.13 ermittelt. Anschließend wird dieser Schritt wiederholt, und nach jedem weiteren Grad wird verglichen, ob die bisher kumulierte Leistung bereits einen Anteil von mehr als 99,7% ( $3\sigma$ ) ausmacht. Sind 99,7% der Gesamtleistung erreicht, so kann man davon ausgehen, dass diese Anteile die wesentlichen Bestandteile des Signals ausmachen, und die restlichen 0,3% können als Rauschen betrachtet werden. Die unterste Grafik in Abbildung 11 zeigt den Verlauf der kumulierten ALD, und die rote gestrichelte Linie markiert das Überschreiten der  $3\sigma$ -Grenze.



**Abbildung 11** Beispiel zur Visualisierung der SH-Koeffizienten (entspiegelt, logarithmiert, ohne Mittelwert). Das angular Minimum ist grün, der Durchschnitt blau und das Maximum rot dargestellt.

### **3.4 Manuelle Abschätzung der zu erwartenden Schwingungen**

Ein Überblick über die Größenordnung der zu erwartenden Schwingungen, welche durch das Abwechseln von Gyri und Sulci entstehen, kann manuell erstellt werden, indem diese einfach gezählt werden. Eine natürliche Zählrichtung scheint allerdings nicht vorgegeben zu sein, da es sich zum einen bei der Kortexoberfläche um eine Fläche, und damit um eine zweidimensionale Struktur handelt, auf der in verschiedenste Richtungen gegangen werden kann. Zum anderen wirken die Gyri und Sulci eher willkürlich angeordnet und folgen keinem gemeinsamen Muster. Es wurde daher entlang der drei räumlichen Achsen gezählt. Allerdings sind Gyri und Sulci nicht immer eindeutig voneinander zu trennen. Für eine Einschätzung der Größenordnung reicht diese Methode dennoch aus.

### **3.5 Weitere Methoden**

Die in diesem Kapitel beschriebenen Methoden fanden zur Auswertung in dieser Arbeit keine Anwendung. Die Ideen sollen jedoch nicht unerwähnt bleiben, da sie zum einen Weiterentwicklungen in unergiebige Richtungen vermeiden helfen und zum anderen bei weiteren Arbeiten nützlich sein können.

#### **3.5.1 Projektion der entfalteten und aufgeblähten Oberflächen**

Die von FreeSurfer entfalteten Oberflächen (siehe Kapitel 6.3 auf Seite 63) enthalten eine minimale Verzerrung, besitzen aber fast keine überlappenden Anteile mehr. Da die Eckpunkte und Dreiecke der Originaloberfläche eine eindeutige Beziehung zu denen der entfalteten Repräsentation besitzen, könnte nun zunächst die DKP für die entfaltete Repräsentation durchgeführt und so für jeden Strahl der entsprechende Schnittpunkt ermittelt werden. Anschließend würde aber nicht einfach der gefundene Radius des Schnittpunkts mit der entfalteten Oberfläche auf der Kugeloberfläche eingetragen werden, sondern vorher das äquivalente Dreieck und der äquivalenten Schnittpunkt auf der Originaloberfläche ermittelt (die Indizes bleiben beim Entfalten erhalten) und dessen Radius als Abtastwert berechnet werden. Die Idee dahinter war, dass so das Problem der verdeckten Anteile bei der DKP vermieden werden könnte. Da die DKP allerdings die erwähnten Längenverzerrungsfehler mit sich bringt, wurde diese Idee wieder verworfen, da ihr ursprünglich angedachter Vorteil nicht mehr vorhanden war.

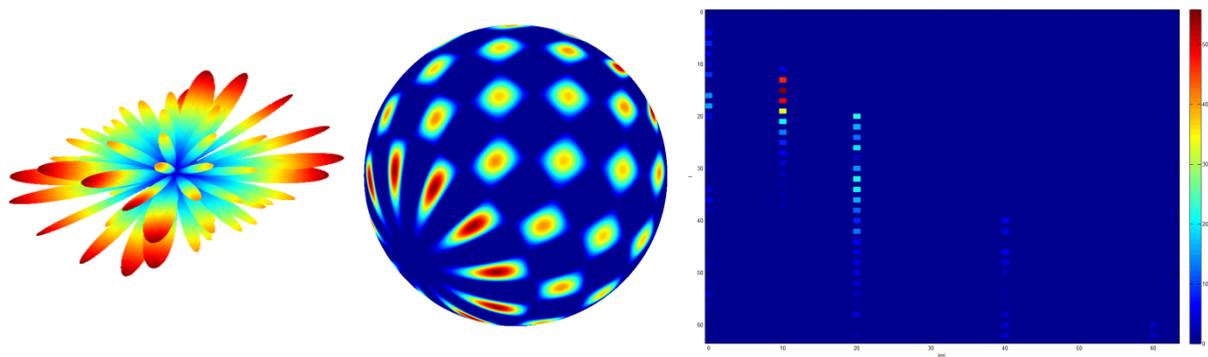
Nützlich hingegen schien es, dieses Verfahren auf die aufgeblähte anstatt der entfalteten Oberfläche anzuwenden. Hiermit kann für jede abzutastende Stützstelle, der von FreeSurfer bereits auf die Kugel projizierten Oberfläche, deren ursprüngliche Entfernung zum Projektionszentrum ermittelt werden. Man wäre dann nicht darauf angewiesen, die von FreeSurfer ermittelte Konvexität oder Krümmung als Funktionswert verwenden zu müssen.

Dieses Verfahren wurde jedoch überflüssig, da das in Kapitel 3.2 beschriebene Verfahren das gleiche Ergebnis wesentlich eleganter erreicht.

### 3.5.2 Projektion sphärisch harmonischer Multiploberflächen zur Fehleranalyse

Bevor die letztendlich gewählte und wesentlich direktere Methode zur Fehleranalyse der DKP entwickelt wurde (siehe Kapitel 3.1.2), wurde versucht, eine allgemeine Aussage über die Auswirkungen der Längenabbildungsfehler während der Durchführung der DKP auf die SH-Koeffizienten zu treffen.

Sphärisch harmonische Funktionen werden gelegentlich als dreidimensionale Keulen (und damit als Oberflächen) im Raum dargestellt. Die Idee hinter dieser Methode bestand darin, diese SH-Oberflächen mit Hilfe der DKP auf die Kugeloberfläche zu projizieren und anschließend eine SHT auf diese Projektionen durchzuführen. Würden dabei keine Abbildungsfehler auftreten, so wäre das Ergebnis exakt der Koeffizient, welcher dem abgebildeten SH-Multipol entsprechen würde. Da aber Fehler zu erwarten sind, wäre auch das Spektrum der SH-Multipole entsprechend verschmiert. Abbildung 12 zeigt ein Beispiel für einen solchen SH-Multipol, dessen Projektion und die resultierenden SH-Koeffizienten.



**Abbildung 12** Realanteil einer sphärisch harmonische Oberfläche (links), deren Projektion mit der DKP (mittig) und die resultierenden SH-Koeffizienten (rechts) für  $l=10$  und  $m=5$ .

Bereits bei der Projektion ist zu erkennen, dass die resultierende Funktion auf der Kugeloberfläche stark verzerrt ist und nicht mehr einem reinen sphärisch Harmonischen entspricht. Weiterhin ist eine starke Verschmierung des Spektrums über weite Teile zu sehen. Noch nicht einmal das Maximum des Spektrums liegt beim erwarteten Koeffizient  $a_{10}^5$ , sondern bei  $a_{15}^{10}$ .

Die gleiche Analyse wurde für SH-Multipole von  $l = 1$  bis  $l = 30$  und verschiedenen  $m$  durchgeführt. Es konnte jedoch kein einheitliches Muster und somit keine Gesetzmäßigkeit herausgearbeitet werden. Da parallel zu diesen Untersuchungen eine wesentlich einsichtiger Fehleranalyse entwickelt wurde, wurde die Methode der SH-Oberflächen letztendlich verworfen.

### 3.5.3 Editor für SH-Koeffizienten

Um Ermitteln zu können, welche SH-Koeffizienten welche Strukturen kodieren, wurde ein Editor entwickelt. Mit seiner Hilfe können gezielt bestimmte Koeffizienten abgeschaltet (auf Null gesetzt) werden, bzw. nur bestimmte Koeffizienten übrig behalten werden. Anschließend wäre es mit Hilfe der inversen SHT möglich, welche ebenfalls dem S2Kit beiliegt, eine Rücktransformation durchzuführen. So ist es möglich, den Einfluss bestimmter Koeffizienten zu untersuchen. Außerdem ist es mit Hilfe des Editors übersichtlich möglich, sich die Beträge der Koeffizienten anzuschauen.

### 3.5.4 Alternative Realisierungsidee der Direkten Kugelprojektion

Die hier vorgestellte alternative Idee zur Realisierung der DKP wurde *nicht* implementiert. Die Methode hätte die Unterstützung der Grafikkarte direkt mit einbezogen, welche sich um die Projektion kümmern würde, was ohnehin zu ihren Aufgaben zählt. Um zu ermitteln, ob ein zu rendernder Bildpunkt eines Dreiecks bereits von einem näher an der Kamera liegenden Bildpunkt verdeckt wird, gibt es den sogenannten Tiefenpuffer oder Z-Puffer<sup>13</sup>. In ihm wird der Abstand des korrespondierenden Punktes eines Dreiecks für alle Bildpunkte auf der Projektionsfläche (Bildschirm) gespeichert. Der Z-Puffer hat folglich die gleiche Auflösung wie die Projektionsfläche. Man könnte nun die zu projizierende Oberfläche von der Grafikkarte rendern lassen. Die Entfernung des Punktes auf der Oberfläche vom Oberflächenzentrum ergäbe sich dann aus der Differenz der Entfernung des Oberflächenzentrums und des Abstands des Punktes auf der Oberfläche von der Projektionsfläche (der Wert, welcher im Z-Puffer gespeichert wurde). Hierbei könnte jedoch immer nur der Z-Puffer-Wert, welcher exakt in der Bildschirmmitte liegt verwendet werden, da nur dieser einer Projektion radial vom Oberflächenzentrum nach außen entsprechen würde. Weiterhin müsste darauf geachtet werden, eine orthogonale und keine perspektivische Projektion zu verwenden, da letztere Objekte kleiner abbildet, welche weiter von der Kamera entfernt sind. Nach der Ermittlung eines Abtastwertes würde das Modell um einen Abtastwinkel weiter rotiert werden, neu gerendert und dann der Folgewert ausgelesen werden können. Allerdings kommen auch moderne Grafikkarten bei der Darstellung von 250000 Dreiecken nicht wesentlich über zweistellige Framerates hinaus. Grob überschlagen würde die Projektion bei 100fps und einer Million Abtastpunkten also ca.  $10000s \approx 2,7h$  dauern. Das liegt nicht annähernd in der Größenordnung, welche mit dem oben beschriebenen Algorithmus zur Durchführung der DKP erreicht wurde. Außerdem wäre hier die Abtastgenauigkeit abhängig von der verwendeten Bildschirmauflösung. Trotz seiner Eleganz wurde dieses Verfahren deshalb nicht verwendet.

---

<sup>13</sup> Das Z steht für die Z-Koordinate im Kameraraum, also die Tiefe.

# 4 Implementierung

## 4.1 Sprachen und Entwicklungsumgebungen

Die in dieser Arbeit implementierten Algorithmen wurden vor allem in der Sprache C#<sup>14</sup> geschrieben. Die Auswertung und Darstellung der Ergebnisse erfolgte größtenteils in MATLAB 7.3 und Microsoft Excel 2007.

Die Mathematik-Software MATLAB, entwickelt von MathWorks Incorporated, stellt eine umfangreiche Funktionsbibliothek zum Lösen mathematischer Aufgaben zur Verfügung. Es arbeitet auf der Basis von Matrizen, handhabt sich ansonsten aber ähnlich einer normalen Programmiersprache. Weiterhin gibt es einen Editor, welcher bei der Erstellung einer GUI<sup>15</sup> zum Parametrisieren der entwickelten Programme und bei der Visualisierung der Ergebnisse hilft. Die Möglichkeit der Programmentwicklung mit OOP<sup>16</sup> stellt MATLAB allerdings erst ab Version 7.6 zur Verfügung.

C# wurde von Microsoft entwickelt, ist aber standardisiert. Diese Sprache wurde einer Implementierung in C++ vorgezogen, da sie wesentlich besser zum Prototyping<sup>17</sup> geeignet ist. In der Regel muss hierbei nicht mehr als 10% Verlust der Ausführungsgeschwindigkeit im Vergleich zu C++ hingenommen werden. Alleine auf die exzessive Verwendung dynamischer Speicherallokation sollte verzichtet werden, da dies zu Geschwindigkeitseinbußen aufgrund der vorhandenen Garbage Collection führen kann. In C# ist es kaum möglich, schwerwiegende und damit zeitraubende Fehler wie Pufferüberläufe zu generieren, und generell führt das Debuggen wesentlich schneller zum Auffinden von Fehlern. Man kann von einer Reduzierung der Entwicklungszeit von C#-Programmen im Vergleich zu C++ um den Faktor zwei bis drei ausgehen. C# ist Java recht ähnlich, leidet jedoch nicht an der geringen Ausführungsgeschwindigkeit dieser Sprache. C#-Compiler übersetzen den Programmcode zunächst in eine plattformunabhängige Zwischensprache, welche mit Hilfe einer Runtime-Environment erst beim Ausführen des Programms auf der Zielplattform Just-in-Time in Maschinencode übersetzt und dann nativ ausgeführt (nicht interpretiert) wird. Weiterhin wurde C# als optimale Sprache zur Verwendung des .NET Frameworks entwickelt, welches eine umfangreiche Funktionsbibliothek darstellt, um häufig auftretende Problemstellungen schnell und effektiv lösen zu können. Alle in dieser Arbeit entwickelten Programme nutzen das .NET Framework 2.0, welches auch über Implementierungen unter Linux verfügt (Mono-Projekt <http://www.mono-project.de> oder DotGNU <http://www.gnu.org/software/dotgnu/> ). Für die nicht-kommerzielle Entwicklung unter Windows stellt Microsoft kostenlos das Microsoft Visual Studio Express zur Verfügung. Für die Entwicklung dieser Arbeit wurde eine ebenfalls

---

<sup>14</sup> Aussprache in Englisch: C-sharp

<sup>15</sup> GUI, *engl. graphical user interface*, grafische Benutzerschnittstelle.

<sup>16</sup> OOP, objektorientierte Programmierung.

<sup>17</sup> Unter Prototyping versteht man eine Methode der Softwareentwicklung, welche schnell zu Ergebnissen über die Eignung eines Algorithmus führt.

für Forschungszwecke kostenlose Version des Microsoft Visual Studio 2008 Professional Edition mit einer MSDNAA-Lizenz<sup>18</sup> der TU Ilmenau verwendet.

Auf der beiliegenden DVD befinden sich die MATLAB-Programme im Ordner *code/matlab* und die C#-Programme im Ordner *code/c#*.

Die in dieser Arbeit angegebenen Ausführungszeiten der Programme beziehen sich auf ein PC-System mit einem AMD Athlon 64 X2 Dual Core 5200+ Prozessor (Takt: 2,6 GHz), einem Arbeitsspeicher von 4GB (Takt: 800 MHz) und dem Betriebssystem Microsoft Vista 64-bit.

## 4.2 Direkte Kugelprojektion

Der Brute-Force-Algorithmus, welcher jeden Abtaststrahl mit jedem Dreieck der Oberfläche auf Kollision testet, wurde zunächst in MATLAB implementiert. Hierzu war die Implementierung einer Funktion zum Laden der von FreeSurfer generierten Oberflächen notwendig. Zum Testen des Laufzeitverhaltens wurde zunächst nur ein Strahl ( $Richtung = (-1, 0, 0)^T$ ) auf die Kollision mit allen Dreiecken getestet. Für die linke Kortexhemisphäre benötigt MATLAB hierfür 31,539s. Hochgerechnet würde MATLAB für die komplette Abtastung ca.  $31,539s \cdot 1048576 = 33071038464s / (3600 \frac{s}{h} \cdot 24 \frac{h}{d} \cdot 365 \frac{d}{a}) = 1,049a$  benötigen. Ein Jahr Rechenzeit für eine einzige Projektion ist inakzeptabel. Würde man den kompletten Kortex projizieren wollen, in dem beide Oberflächen der beiden Hemisphären gleichzeitig projiziert würden, so würde sich die Anzahl der Dreiecke in etwa verdoppeln und damit auch die Projektionszeit. Da MATLAB zu langsam ist, und in der dem Autor zur Verfügung stehenden Version 7.3 noch keine OOP zur Verfügung stellt, wurde an dieser Stelle die Entscheidung getroffen, auf C# zu wechseln.

Hierfür wurde eine allgemeine Programmbibliothek namens *Common* entworfen, welche allgemeine Klassen wie beispielsweise das Laden und Bearbeiten der Oberflächen und das Arbeiten mit Vektoren, Dreiecken und Strahlen und den Kollisionstestalgorithmus enthält, und von verschiedenen anderen Projekten genutzt werden kann. Anschließend wurde ein Projekt namens *DirectSphereProjection* erstellt, welches den Projektionsalgorithmus in einem ausführbaren Kommandozeilenprogramm kapselt. Die 1:1 Umsetzung des Brute-Force-Algorithmus von MATLAB nach C# braucht für die komplette Projektion mit allen 1048576 Strahlen nur noch 3,5h. Das ist ein Geschwindigkeitszuwachs um den Faktor 2624. Da in der Zukunft immer mehr auf Mehrkernprozessoren gesetzt werden wird, wurde der implementierte Algorithmus anschließend noch derartig abgewandelt, dass er die Berechnung der Strahlkollisionen auf alle Kerne des vorliegenden Systems aufteilt. Auf dem vorliegenden Dualcore-Prozessor konnte die nötige Rechenzeit somit auf immerhin 2,25h reduziert werden.

Der verbesserte Algorithmus, welcher die Dreiecke der Oberfläche in einen Binärbaum einsortiert, weist erhebliche Geschwindigkeitsgewinne auf. Das Erstellen des Baums benötigt

---

<sup>18</sup> <http://www.tu-ilmenau.de/unirz/MSDN-Academic-Allian.1458.0.html> (Microsoft Developer Network Academic Alliance)

9s. Die komplette Projektion mit Hilfe des Baumes dauert nur noch 63,8s. Der komplette Vorgang also 72,8s. Absolut gesehen ist die Berechnungsdauer von etwas über einer Minute in der Praxis akzeptabel.

Dem Konsolenprogramm *DirectSphereProjection* können zunächst beliebig viele FreeSurfer-Oberflächen-Dateien übergeben werden, welche es alle zu einer gemeinsamen Oberfläche kombiniert, um beispielsweise den kompletten Kortex mit einer Projektion abzubilden. Als weiterer Parameter wird der Name der zu erzeugenden Datei für die abgetasteten Funktionswerte erwartet. Weiterhin ist die gewünschte Bandbreite anzugeben. Es kann gewählt werden, ob die Funktionswerte vom Mittelwert befreit werden sollen und ob die Methode des Binärbaums oder die Brute-Force-Methode verwendet werden soll. Der letzte Parameter schließlich bestimmt, ob entstehende Lücken im Falle von Nicht-Kollisionen mit den letzten gültigen Funktionswerten gefüllt werden sollen oder ein Radius von *0mm* abgebildet wird.

### 4.3 Fehlerbetrachtung zur DKP

Die Verteilung der Schnittanzahl der Abtaststrahlen mit der Oberfläche gibt das Konsolenprogramm *DirectSphereProjection*, welches die DKP implementiert, direkt nach vollendeter Projektion an der Konsole aus.

Die Einteilung der Radien der Vertices einer Oberfläche in Klassen übernimmt das C#-Programm *AnalyseSurface*. Als Parameter erwartet es die Namen einer oder mehrerer Oberflächen, sowie den Namensstamm der zu erzeugenden Dateien, welche die Ergebnisse der Analyse beinhalten. Als letzten Parameter erwartet *AnalyseSurface* die Anzahl der zu erstellenden Klassen. Als Ergebnis schreibt das Programm drei Dateien, eine vom Menschen leicht lesbare Version, welche die Anzahl der Radien pro Klasse jeder Radienklasse zuordnet, und zwei von Computern einfach lesbare Textdateien, welche jeweils alle Radienklassen und alle Häufigkeiten in serieller Form enthalten.

Das C#-Programm *AnalyseProjection* hingegen ist für die Ermittlung der tatsächlich auf die Kugeloberfläche projizierten Radien zuständig. Es erwartet als Parameter den Namen der Datei, welche die abgetasteten Funktionswerte enthält, verhält sich ansonsten aber wie *AnalyseSurface*.

Die Ergebnisse der beiden Programme können anschließend mit dem MATLAB-Programm *distanceAnalysis* ausgewertet werden. Es visualisiert sowohl die Verteilungsdichte der Radien, als auch den Mittelwert, die Standardabweichung und den Verlauf der Längenverzerrung relativ zum mittleren Radius. Es berechnet weiterhin die Radien an den verschiedenen Standardabweichungen und die Längenverzerrungen an diesen Punkten. Auch die minimalen und maximalen Radien und Längenverzerrungen werden ermittelt. Abschließend wird eine Grafik erzeugt, welche die Anzahl der Vertices in Abhängigkeit der prozentualen Längenverzerrung darstellt, so dass die Abbildungsfehler vergleichbar mit denen von FreeSurfer werden.

## 4.4 Abtasten der aufgeblähten Oberflächen

Das Konsolenprogramm *SampleInflatedSurface* implementiert das Abtasten der aufgeblähten Oberflächen. Hierzu nimmt es als Parameter die aufgeblähte Oberfläche und die zu verwendende Bandbreite entgegen. Zusätzlich ist die Per-Vertex-Daten-Datei zu übergeben, welche die Funktionswerte an den Vertices enthält (Konvexität, Krümmung etc.). Sollen jedoch die Radien als Per-Vertex-Daten verwendet werden, so ist statt der Per-Vertex-Daten-Datei die Datei, welche die zugehörige Originaloberfläche zur aufgeblähten Oberfläche enthält, anzugeben. Das Programm ermittelt dann automatisch die Radien, bevor es mit dem Abtasten beginnt. Als letzten Parameter ist der Name der Datei, in welche die gesampelten Funktionswerte gespeichert werden sollen, anzugeben.

## 4.5 Visualisierung der Oberflächen und Projektionen

FreeSurfer liegt ein Viewer für die Oberflächen bei, welcher allerdings trotz Nutzung von OpenGL nicht sehr performant ist. Um überprüfen zu können, ob die Laderoutinen für die FreeSurfer-Oberflächen korrekt funktionieren und um die Ergebnisse der DKP parallel zur Originaloberfläche darstellen zu können, war die Implementation eines eigenen Viewers notwendig.

Zunächst wurde der Viewer in MATLAB implementiert, das GUI-Programm hierfür heißt *viewSurface*. Es stellte sich jedoch heraus, dass MATLAB hierfür zu langsam ist. Für die Darstellung der Oberfläche und deren Projektion durch die DKP für eine Kortexhemisphäre benötigt MATLAB fünf Sekunden. Eine flüssige Darstellung, um die Szene zu Kontrollzwecken von allen Seiten begutachten zu können, ist daher nicht möglich.

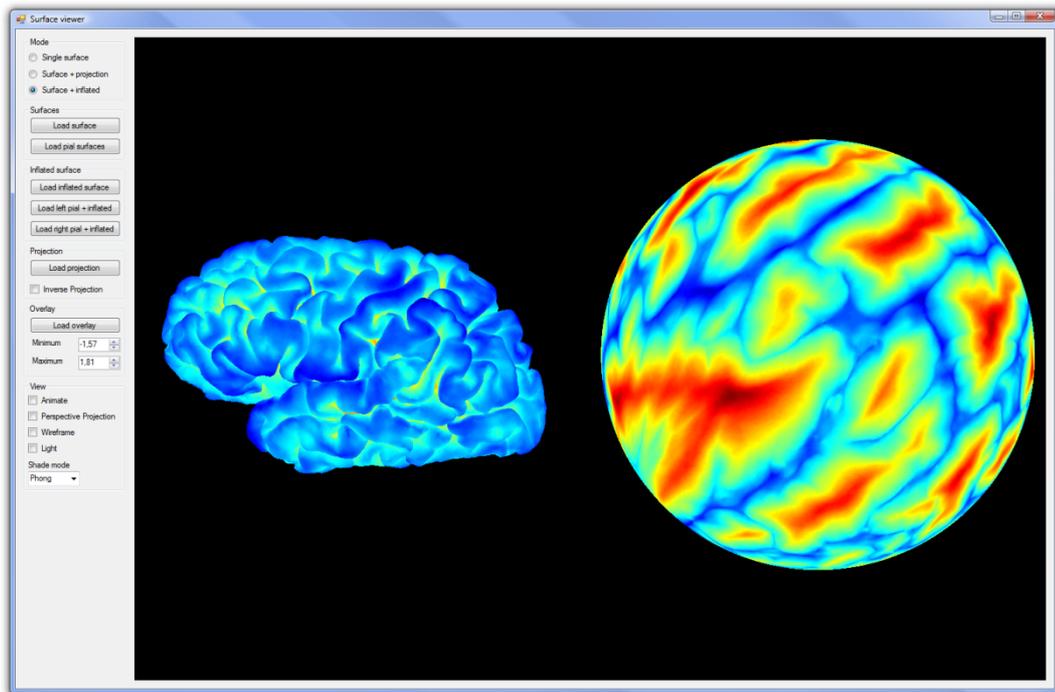
Als sich die MATLAB-Variante des Viewers als unzulänglich herausstellte, wurde er ebenfalls nach C# konvertiert (GUI-Programm *SurfaceViewer*). Im Gegensatz zu allen anderen entwickelten C#-Programmen ist der Viewer allerdings nur unter Microsoft Windows lauffähig, da er zur 3D-Visualisierung die 3D-API<sup>19</sup> DirectX 9.0c nutzt. Bei Bedarf könnte der Viewer aber auch an OpenGL angepasst werden. Abbildung 13 zeigt das C#-Programm.

Für die Darstellung der geladenen Oberflächen wurden die Vertices in sogenannte Vertexpuffer umkopiert und die Eckpunkte in Abhängigkeit ihrer Entfernung zum Zentrum eingefärbt. Hierfür wurde die in MATLAB häufig verwendete Colormap „Jet“<sup>20</sup> ebenfalls portiert. Zur korrekten Beleuchtungsberechnung wurde zu jedem Vertex zusätzlich noch ein Normalenvektor berechnet, welcher sich aus dem Durchschnitt aller Normalenvektoren der an den Vertex angrenzenden Dreiecke bildet. Die Dreiecke, welche die Vertices zu Flächen verbinden, wurden in Indexpuffer umkopiert. Die in den Puffern vorliegenden Daten, welche die Oberfläche beschreiben, können in dieser Form direkt durch die Grafikkarte verarbeitet und dargestellt werden.

---

<sup>19</sup> API, engl. *application programming interface*, Programmierschnittstelle zwischen System und Anwendung

<sup>20</sup> Diese Colormap erzeugt einen Farbverlauf von blau über türkis, grün, gelb, orange bis rot von kleinen zu großen Werten.

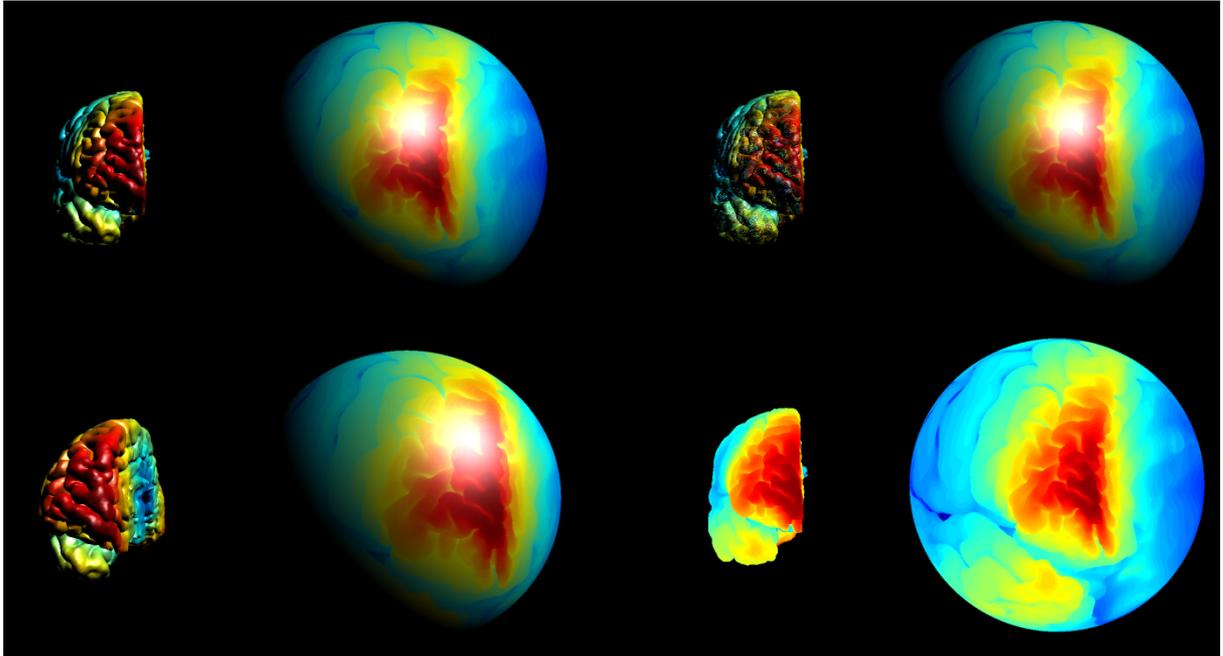


**Abbildung 13** Ansicht des Programms SurfaceViewer.

Die Projektion wird visualisiert, indem eine Kugeloberfläche generiert wird. Hierzu werden Vertices an den Stützstellen nach den Gleichungen 2.11 generiert, welche in Abhängigkeit der Abtastwerte eingefärbt werden. Zusätzlich wird für jeden Vertex ein radial nach außen zeigender Normalenvektoren, äquivalent Gleichung 6.6, generiert. Um eine geschlossene Oberfläche zu erzeugen, wurden die Vertices anschließend durch Dreiecke verbunden. Bei  $B = 512$  entsteht bereits ein recht aufwendiges 3D-Modell mit 1048576 Vertices und 2095104 Dreiecken. Ohne Unterstützung durch moderne 3D-Grafikkarten wäre dieses Modell nicht mehr flüssig zu rendern. Die Abtastung ist bei  $B = 512$  ( $\rightarrow$  1048576 Stützstellen) bereits derartig dicht, dass selbst in der Drahtgitteransicht der Projektion, welche zur Verdeutlichung optional aktiviert werden kann, die einzelnen Dreiecke nur bei sehr starker Vergrößerung sichtbar werden (vgl. Abbildung 14).

Die Projektion der Objekte im Viewer erfolgt standardmäßig orthogonal, so dass man bei der Darstellung des Kortex und der neben ihm liegenden Darstellung der Projektion auch jeweils aus der gleichen Richtung auf diese sieht. Bei einer perspektivischen Projektion, welche bei Bedarf auch gewählt werden kann, ist die Sicht hingegen in Abhängigkeit der Position der Kamera und der Objekte im Raum verzerrt. Befindet sich die Kamera in der Mitte und der Kortex links-vorne, so scheint die Ansicht von leicht rechts stattzufinden. Äquivalent schaut man auf die rechts-vorne liegende Projektion dann von leicht links (zur Verdeutlichung siehe Abbildung 14). Der Vergleich von sich an gleichen Kugelkoordinaten befindenden Punkten auf den beiden Objekten ist dann erheblich erschwert.

Die Beleuchtung der Objekte kann optional deaktiviert werden, da diese zwar erheblich zur Plastizität der Kortexoberflächen beim Betrachten beiträgt, jedoch das Betrachten der Projektion erschwert (vgl. Abbildung 14).



**Abbildung 14** Verschiedene Einstellungen zur Ansicht im SurfaceViewer. Oben links: Orthogonal, beleuchtet. Unten links: Perspektivisch, beleuchtet. Oben rechts: Orthogonal, Drahtgitter, beleuchtet. Unten rechts: Orthogonal, unbeleuchtet.

Weiterhin gibt es im Viewer die Möglichkeit die Kortexoberflächen und ihre zugehörigen von FreeSurfer entfalteten und aufgeblähten Repräsentationen nebeneinander anzuzeigen und diese mit den verschiedenen Per-Vertex-Daten (Konvexität, Krümmung etc.) zu überziehen. Das Mausrad dient zum Zoomen der Ansicht und ein Linksklicken und Ziehen der Maus dient dem Rotieren. Die Ansicht kann auch automatisch rotiert werden lassen.

Es besteht die Möglichkeit sich die Rückprojektion der projizierten Oberfläche anzeigen zu lassen. Diese wird ermittelt, indem die Vertices der Kugeloberfläche welche die Projektion darstellt, auf die kartesischen Koordinaten gesetzt werden, welche sich durch das Umrechnen der sphärischen Koordinaten zusammen mit dem Radius, also dem Funktionswert, ergeben:  $(\theta, \phi, r) \rightarrow (x, y, z)$ .

Bei der Ansicht kann gewählt werden, ob nur die geladene Oberfläche, die Oberfläche zusammen mit deren Projektion (DKP) oder die Oberfläche zusammen mit der aufgeblähten Repräsentation dargestellt werden sollen.

Geladen werden kann entweder eine einzelne Oberfläche, beide Oberflächen (linke und rechte Hemisphäre), die aufgeblähte Oberfläche und die linke/rechte Kortexoberfläche zusammen mit deren aufgeblähter Oberfläche. Weiterhin kann separat eine Projektion geladen werden und eine Per-Vertex-Daten-Datei. Für letztere können die Werte auf einen minimalen und maximalen Bereich beschränkt werden.

## 4.6 Bearbeitung und Auswertung der Koeffizienten

Die Auswertung der Koeffizienten wurde mit Hilfe von MATLAB vorgenommen, da diese nicht sehr rechenaufwendig ist, und MATLAB auch alle nötigen Mittel zur Visualisierung zur Verfügung stellt. Es wurde das Tool *sphericalHarmonic-CoefficientsAnalysis* entwickelt, welches das Laden und gleichzeitige Anzeigen der Ergebnisse von beliebig vielen Transformationen erlaubt. Hierzu öffnet es für jeden geladenen Satz von Koeffizienten ein eigenes Fenster.

Zunächst ist es möglich, den maximal anzuzeigenden Grad zu wählen. Per Voreinstellung werden die Koeffizienten entspiegelt (Flip vertical coefficients) und eine logarithmische Darstellung verwendet (Logarithmic view). Falls erwünscht, können die Koeffizienten in die  $4\pi$ -Geodäsie Normalisierung umgerechnet werden (Normalize units).

Standardmäßig wird der Koeffizient  $a_0^0$ , also der Mittelwert, ausgeblendet (auf Null gesetzt), da er ebenfalls die anderen Koeffizienten determinieren kann und für die räumlichen Frequenzen ohnehin keinen Stellenwert besitzt. Bei Bedarf kann er aber auch angezeigt werden (Show mean value).

Die Ansicht des Verlaufs des minimalen, mittleren und maximalen Koeffizientenbetrags kann wahlweise aktiviert werden (Show min/max coefficients), genauso wie die angulare Leistungsdichte (Show power spectrum). Bei Bedarf können diesen beiden Graphen noch lineare Regressionsgeraden hinzugefügt werden, um relevante Peaks leichter entdecken zu können. Zuletzt kann die Darstellung der kumulierten ALD/Gesamtleistung auf Wunsch dargestellt werden (Show total power).

## 4.7 Weitere Implementierungen

### 4.7.1 Projektion der entfalteten und aufgeblähten Oberflächen

Das hierfür entwickelte C#-Programm *InflatedSphereProjection* stellt eine Variation des Programms für die Durchführung der DKP dar. Als Parameter nimmt es sowohl die gewünschte entfaltete/aufgeblähte Oberfläche als auch die Originaloberfläche entgegen. Weiterhin sind die Abtastbandbreite und der Name der Datei anzugeben, unter der das Projektionsergebnis gespeichert werden soll.

### 4.7.2 Projektion sphärisch harmonischer Multipoloberflächen zur Fehleranalyse

Für die Erzeugung der SH-Oberflächen wurde der von Adomas Paltanavicius entwickelte C-Quellcode nach C# konvertiert. Das von ihm entwickelte Programm generiert und stellt sphärisch harmonische Oberflächen mit Hilfe von OpenGL dar. Paltanavicius hat seinen Code



# 5 Verifikation

## 5.1 Verifikation der sphärisch harmonischen Transformation

Zur Überprüfung der korrekten Funktionsweise der SHT wurde beispielhaft eine sphärisch harmonische Funktion auf der Kugeloberfläche generiert und transformiert.

### 5.1.1 Vorgehensweise

Die verwendete Funktion ist vom Grad  $l = 4$  und der Ordnung  $m = 2$ :

$$Y_4^2(\theta, \phi) = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} e^{2i\phi} \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1) \quad (5.1)$$

Es wird nur der Realanteil dieser Funktion verwendet, da in der späteren Verwendung der sphärisch Harmonischen auch nur reale Eingabedaten vorliegen. Somit ergibt sich für den Realanteil unter Verwendung der Euler-Formel  $e^{2i\phi} = \cos 2\phi + i \sin 2\phi$  :

$$\text{real}(Y_4^2(\theta, \phi)) = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} \cos 2\phi \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1) \quad (5.2)$$

Die Erstellung dieser sphärischen Funktion übernimmt das Konsolenprogramm *CreateSphericalHarmonic* mit einer Bandbreite  $B = 512$ . Eine korrekte sphärisch harmonische Analyse sollte zu nur einem Koeffizienten ungleich null führen, nämlich  $a_4^2$  (im entspiegelten Fall). Ist die Orthonormalitätsbedingung eingehalten, so sollte dieser Koeffizient zu eins werden. Weiterhin wurden die sphärisch harmonischen Funktionen  $Y_0^0, Y_1^0, Y_1^1, Y_2^0, Y_2^2, Y_3^0$  und  $Y_{10}^{10}$  (siehe Anhang A1) generiert.

### 5.1.2 Ergebnis

Der Realanteil der sphärisch harmonische Funktion  $Y_4^2$  (Gleichung 5.2) wurde an den Abtastwinkeln aus Gleichungen 2.11 berechnet und anschließend transformiert. Das Ergebnis sind ausschließlich zwei saubere Peaks ( $a_4^{-2} = 0,5$  und  $a_4^2 = 0,5$ ). Wie weiter oben erläutert ist ersichtlich, dass bei realen Eingangsdaten das Spektrum gespiegelt symmetrisch aufgeteilt wird. Nach der Nutzung der Funktion zur Entspiegelung bleibt exakt der zu erwarten gewesene Koeffizient  $a_4^2 = 1$  übrig. Das gleiche Verhalten trat auch bei  $Y_0^0, Y_1^0, Y_1^1, Y_2^0, Y_2^2, Y_3^0$  und  $Y_{10}^{10}$  auf. Die Transformation funktioniert also erwartungsgemäß und die Abtastwinkel

nach Gleichung 2.11, welche ebenfalls bei der DKP verwendet werden, werden korrekt berechnet und das richtige Abtastmuster wurde verwendet.

## 5.2 Verifikation der direkten Kugelprojektion

Zur Verifikation, ob der Projektionsalgorithmus korrekt funktioniert, und zur Untersuchung, ob die sphärisch harmonische Expansion auch Schwingungen, welche von ihren Basisfunktionen abweichen findet, wurden herkömmliche Sinusschwingungen einer Kugeloberfläche aufmoduliert. Weiterhin wurde die Robustheit der SHT gegenüber verrauschten Eingangsdaten untersucht.

Im Folgenden werden Funktionswerte, welche direkt auf der Kugeloberfläche definiert sind, als Orangenfunktionen bezeichnet, da diese im Fall, dass nur horizontale oder vertikale Schwingungen enthalten sind, wie geschälte Orangen aussehen. Werden aus diesen Funktionswerten zweidimensionale Oberflächen im Raum erzeugt, so werden diese als Orangenoberflächen bezeichnet.

### 5.2.1 Vorgehensweise

Das Konsolenprogramm *CreateSampledPeeledOrange* erzeugt die entsprechenden Funktionswerte direkt als sphärische Funktion. Berechnet werden die Funktionswerte auf der Kugeloberfläche folgendermaßen:

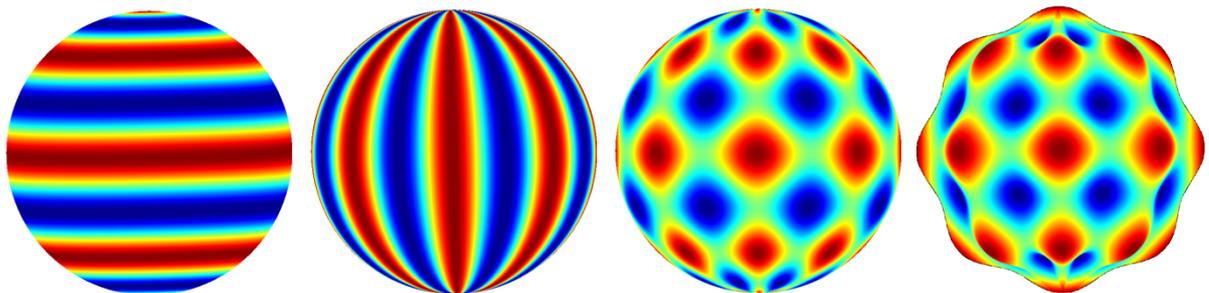
$$r(\theta, \phi) = r_0 + A \left( \frac{\cos v\theta}{2} + \frac{\cos h\theta}{2} \right) + \text{Rand}N(0, N \cdot A) \quad (5.3)$$

Hierbei steht  $v$  für die Anzahl der vertikalen und  $h$  für die Anzahl der horizontalen Schwingungen über die komplette Kugeloberfläche.  $r_0$  ist der Radius der Kugeloberfläche, also der Gleichanteil und  $A$  die Amplitude der aufmodulierten Schwingungen. *RandN* steht für normalverteilte Zufallszahlen mit einem Mittelwert von Null und einer Standardabweichung, welche dem  $N$ -fachen der Amplitude  $A$  der Schwingungen entspricht. Die Verwendung von Sinus oder Kosinus ist unerheblich, da die Beträge der SH-Koeffizienten rotationsinvariant sind. Die sphärischen Winkel  $\theta$  und  $\phi$  ergeben sich diskret nach Formel 2.11. Die Funktionswerte wurden mit einer Bandbreite von  $B = 512$  erzeugt.

Das Konsolenprogramm erzeugt eine Datei mit den entsprechenden Samplewerten (siehe Anhang A5).

Um zu verifizieren, dass der Projektionsalgorithmus korrekt funktioniert, muss noch einen Schritt weiter gegangen werden. Hierzu generiert das Programm *CreatePeeledOrangeSurface* aus den Orangenfunktionen richtige Orangenoberflächen, indem es die Werte von  $r(\theta, \phi)$  jeweils in kartesische Koordinaten umrechnet und dort einen Eckpunkt für ein Drahtgittermodell generiert. Anschließend werden die Eckpunkte mit Hilfe von Dreiecken zu einer geschlossenen Oberfläche verbunden. Die so generierten Oberflächen werden im

FreeSurfer-Oberflächen-Format gespeichert. Damit bei der Projektion nicht zu viele Nicht-Kollisionen stattfinden, weil die Abtastwinkel exakt gleich den Winkeln beim Generieren der Oberfläche sind und somit die Abtaststrahlen immer genau auf die Eckpunkte und nicht auf die Flächen treffen, wurden die beiden Winkel  $\theta$  und  $\phi$  um einen sehr kleinen Betrag ( $0,0001 \text{ rad}$ ) verschoben. Bei einer analytischen Betrachtungsweise würden auch genau die Eckpunkte noch zu den Flächen gehören, praktisch führen aber numerische Ungenauigkeiten dazu, dass häufig Nicht-Kollisionen auftreten. Wie weiter oben beschrieben, hat die Rotation aber ohnehin keinen Einfluss auf die SH-Beträge. Drei Orangenfunktionen und eine Orangenoberfläche sind in Abbildung 16 zu sehen.



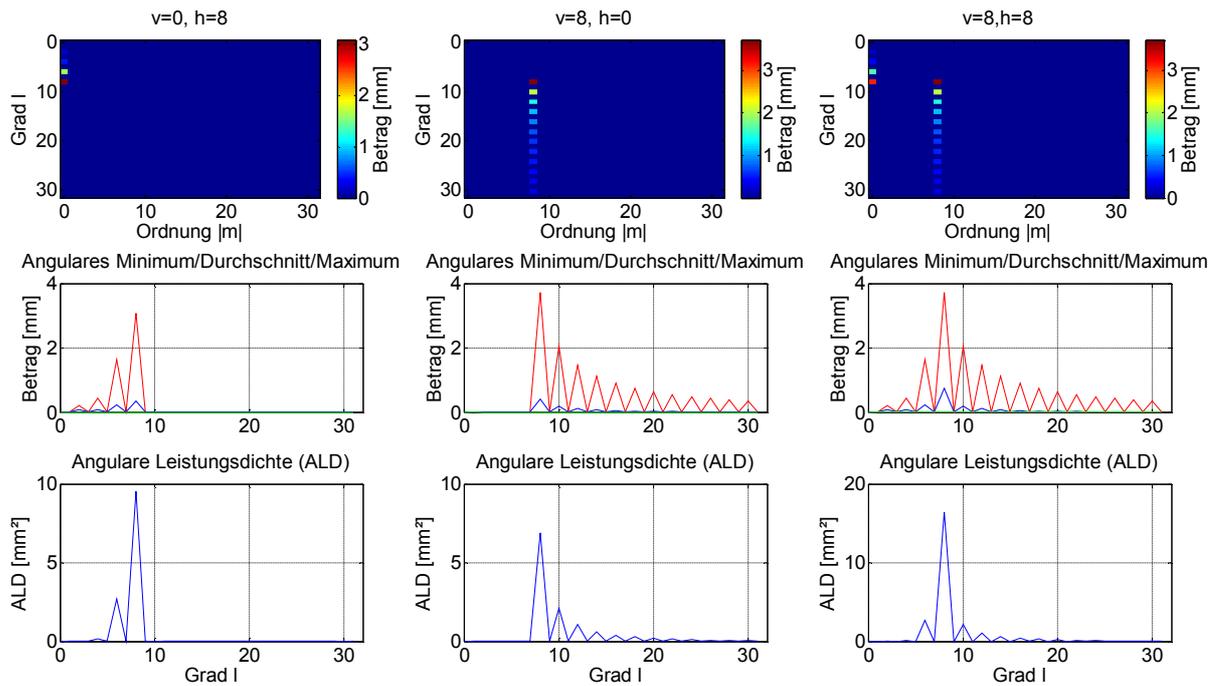
**Abbildung 16** Von links nach rechts: Orangenfunktionen mit  $v=0, h=8$ ;  $v=8, h=0$ ;  $v=8, h=8$  und eine Orangenoberfläche mit  $r_0 = 100\text{mm}$  und  $A = 100\text{mm}$  mit der gleichen Schwingungszahl. Deutlich zu erkennen ist, dass die dritte Abbildung von links der Addition der beiden vorherigen entspricht. Blau sind jeweils die minimalen und rot die maximalen Werte kodiert.

Die Orangenfunktionen wurden direkt transformiert. Die Orangenoberflächen wurden zunächst mit der DKP projiziert und dann transformiert. Die extrahierten Koeffizienten wurden in die  $4\pi$ -Geodäsie-Normalisierung umgerechnet. So entsteht beim Transformieren einer Kugel mit  $100\text{mm}$  Radius auch ein Betrag von  $100\text{mm}$  beim Koeffizienten  $a_0^0$ .

## 5.2.2 Ergebnis

Abbildung 17 zeigt die ermittelten Koeffizienten für die gleichen drei Orangenfunktionen, welche in Abbildung 16 dargestellt sind. Die Reihenfolge ist ebenfalls die gleiche. Alle drei Orangenfunktionen hatten die Parameter  $r_0 = 100\text{mm}$ ,  $A = 10\text{mm}$  und  $N = 0$ .

Ganz links befindet sich die Orangenfunktion, welche ausschließlich horizontale Schwingungen ( $h = 8, v = 0$ ) besitzt. Der größte Koeffizient befindet sich bei  $a_8^0$ , also genau da, wo 8 horizontale Schwingungen zu erwarten wären. Zusätzlich gibt es allerdings auch noch von Null verschiedene Koeffizienten bei  $a_2^0, a_4^0$  und  $a_6^0$ . Es gibt also Koeffizienten, welche bei niedrigen Frequenzen beginnen und bis zur Frequenz der Orangenfunktion reichen. Die aufgebrauchte Schwingung verteilt sich somit auf mehrere Koeffizienten. Der größte Betrags-Peak hat einen Wert von  $a_8^0 = 3,09\text{mm}$ . Der zweitgrößte Peak bei  $l = 6$  ist mit 53,08% etwa halb so groß. Die angulare Leistungsdichte des zweitgrößten Koeffizienten liegt nur noch bei 28,19% des Primärkoeffizienten. Der Peak, welcher die aufgebrauchte Schwingung beschreibt, setzt sich also deutlich ab.



**Abbildung 17** SH-Koeffizienten für 3 Orangenfunktionen mit 8 horizontalen (links), 8 vertikalen (mittig) und 8 horizontalen + 8 vertikalen Schwingungen (rechts) und einer Amplitude von  $A=10\text{mm}$  bis zum Grad 32.

Die Orangenfunktion, welche ausschließlich vertikale Schwingungen enthält ( $h = 0, v = 8$ ), hat ihren maximalen Koeffizienten ebenfalls an der zu erwartenden Stelle, also bei  $a_0^8 = 3,72\text{mm}$ . Der zweitgrößte Peak ist mit 55,55% ebenfalls nur noch etwa halb so groß. Die Leistungsdichte des zweitgrößten Koeffizienten beträgt 30,85% des Primärkoeffizienten, welcher sich somit auch in diesem Fall deutlich absetzt. Die Sekundärkoeffizienten treten in diesem Fall erst nach dem Primärkoeffizienten auf und sind wesentlich zahlreicher. Sie setzen sich an allen geraden Graden bis zur Bandbreite der Funktion fort ( $a_{510}^8 = 0,0049\text{mm}$ ) und unterschreiten 99,7% des Betrags des Primärkoeffizienten das erste mal beim Grad  $l = 296$ .

Die Orangenfunktion, welche sowohl horizontale als auch vertikale Schwingungen enthält, ergibt sich als exakte Superposition der beiden vorhergehenden Fälle.

Der Mittelwertskoeffizient  $a_0^0$  wurde in den Graphen von Abbildung 17 der Übersichtlichkeit halber ausgeblendet. Bei den beiden Fällen mit den einzelnen Schwingungen liegt dieser mit  $a_0^0 = 104,9\text{mm}$  etwas höher als die zu erwartenden  $100\text{mm}$  und bei der Mischform mit  $99,92\text{mm}$  fast exakt wo er zu erwarten wäre, hierzu mehr im nächsten Kapitel.

Die Verhältnisse der Beträge des zweitgrößten Koeffizienten ( $B_{Max1}$ ) zum Primärkoeffizienten ( $B_{Max2}$ ), sowie die Verhältnisse der Leistungsdichten ( $S_{Max1}$  und  $S_{Max2}$ ) für 0 – 200 ausgewählte Schwingungen auf der Kugeloberfläche zeigt Tabelle 3. Aufgebracht wurde jeweils die gleiche Anzahl  $f$  an horizontalen und vertikalen Schwingungen.

**Tabelle 3** Transformationsergebnisse der Orangenfunktionen mit bis zu 200 aufgebrachten Schwingungen.

$f$	$ a_0^0 $	$B_{Max1}$	$B_{Max2}$	$B_{Max2}/B_{Max1}$	$S_{Max1}$	$S_{Max2}$	$S_{Max2}/S_{Max1}$
0	110 <sup>22</sup>	–	–	–	–	–	–
1	100	4,810	1,125	23,39%	19,90	0,6325	3,18%
2	98,33	4,564	1,581	34,64%	19,31	1,25	6,47%
3	100	4,356	1,806	41,46%	18,63	3	16,10%
4	99,67	4,183	1,927	46,07%	18,04	2,902	16,08%
5	100	4,038	1,995	49,41%	17,54	2,822	16,09%
6	99,86	3,914	2,033	51,94%	17,11	2,763	16,15%
7	100	3,807	2,053	53,93%	16,74	2,720	16,25%
8	99,92	3,712	2,062	55,55%	16,42	2,687	16,36%
9	100	3,628	2,063	56,86%	16,14	2,661	16,49%
10	99,95	3,553	2,060	57,98%	15,90	2,641	16,61%
15	100	3,264	2,011	61,61%	14,99	2,578	17,20%
20	99,99	3,114	1,950	62,62%	14,39	2,547	17,70%
25	100	3,118	1,891	60,65%	13,96	2,529	18,12%
30	99,99	3,120	1,838	58,91%	13,64	2,516	18,45%
35	100	3,122	1,791	57,37%	13,38	2,507	18,74%
40	100	3,124	1,748	55,95%	13,16	2,501	19,00%
50	100	3,126	1,578	50,47%	12,83	2,491	19,42%
60	100	3,127	1,576	50,40%	12,58	2,485	19,75%
70	100	3,128	1,575	50,35%	12,39	2,481	20,02%
80	100	3,128	1,574	50,32%	12,23	2,477	20,25%
90	100	3,129	1,573	50,27%	12,10	2,475	20,45%
100	100	3,129	1,573	50,27%	11,98	2,473	20,64%
120	100	3,130	1,572	50,22%	11,80	2,470	20,93%
140	100	3,130	1,571	50,19%	11,66	2,468	21,17%
160	100	3,131	1,570	50,14%	11,54	2,466	21,37%
180	100	3,131	1,570	50,14%	11,45	2,465	21,53%
200	100	3,131	1,570	50,14%	11,36	2,464	21,69%

Zunächst ist zu erkennen, dass der Mittelwert nur bei geraden Schwingungszahlen vom erwarteten Wert geringfügig abweicht. Ab 40 aufgebrachten Schwingungen tritt immer der korrekte Mittelwert auf. Das Verhältnis der Beträge nimmt zunächst stark zu. Bei 20 Schwingungen nähert sich der größte Sekundärkoeffizient am meisten an den Primärkoeffizienten an, nämlich bis auf 62,62%. Danach fällt das Verhältnis der Beträge asymptotisch auf 50,14% ab. Das Verhältnis der angularen Leistungsdichten zwischen größtem Sekundärkoeffizient und Primärkoeffizient nimmt zunächst schnell zu und nähert sich dann bei 200 Schwingungen einem Wert von 21,69% an. Bei nur einer aufgebrachten Schwingung dominiert der Primärkoeffizient sehr stark, was daran liegt, dass in diesem Fall die aufgebrachten Schwingungen den sphärisch harmonischen Schwingungen  $Y_1^0$  und  $Y_1^1$  noch sehr ähnlich sind und sie somit fast ausschließlich in diese zerlegt werden können. Die angulare Leistungsdichte differenziert zwischen Primär- und Sekundärkoeffizienten immer wesentlich stärker als die Beträge der selbigen.

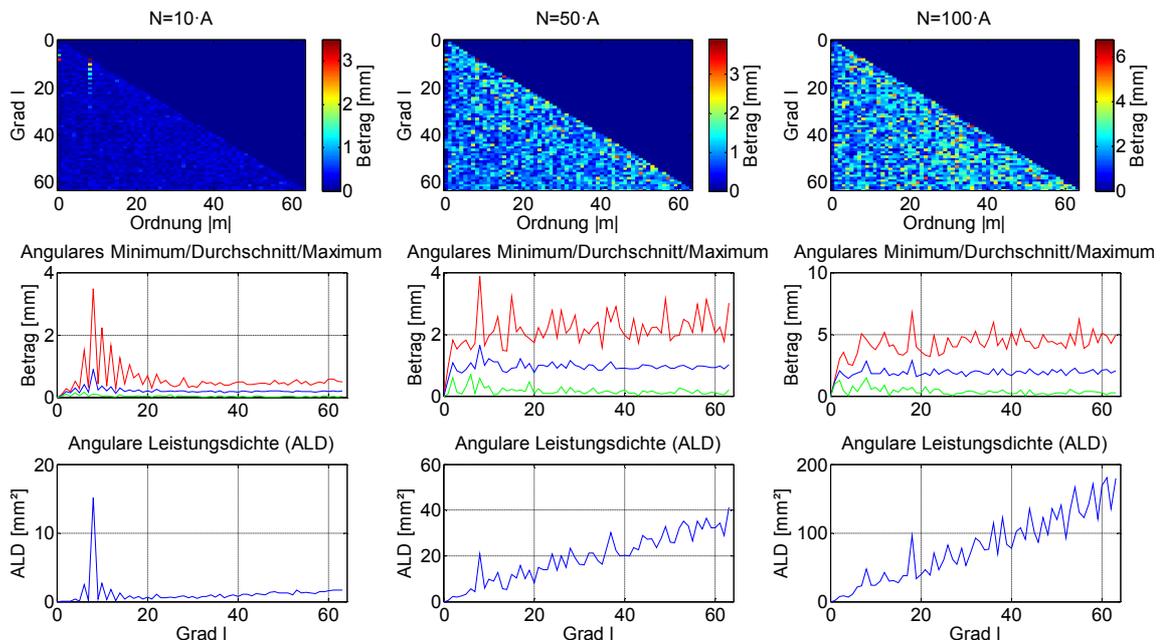
<sup>22</sup> Die 110 ergibt sich aufgrund des Kosinus in Formel 5.3. Mit  $r_0 = 100\text{mm}$  und  $A = 10\text{mm}$  ist dieser Wert somit korrekt, da der Ausdruck innerhalb der Kosinus aufgrund von  $v = 0$  und  $h = 0$  immer Null bleibt.

Festzuhalten ist, dass sich die tatsächliche Anzahl der Schwingungen immer im korrekten Koeffizienten widerspiegelt, das Spektrum allerdings verschmiert wird. Auffällig hierbei ist, dass die Sekundärkoeffizienten sich ausschließlich im Grad  $l$  ausbreiten und dort auch nur an den geraden Stellen. Die angulare Leistungsdichte zeigt, dass tatsächlich ein Großteil der Leistung in den aufmodulierten Schwingungen vorhanden ist.

Dass es nicht zu einer sauberen Zerlegung in exakt einen Koeffizienten für eine Schwingung kommen konnte, war zu erwarten, da die aufgebrauchten Schwingungen eben nicht exakt den sphärisch harmonischen Basisfunktionen entsprechen. Im Gegensatz zu diesen (Abbildung 6 auf Seite 16) kommt es bei den hier aufgebrauchten Schwingungen beispielsweise zu einer Verdichtung der selbigen an den Polen (Abbildung 19). Prinzipiell werden die räumlichen Schwingungen aber erkannt, und die Leistungsdichte konzentriert sich auf den zu erwartenden Bereich. Die SHT ist somit für die Erkennung räumlicher Schwingungen geeignet.

Die Stabilität der Erkennung der räumlichen Schwingungen bei verrauschten Eingangsdaten wurde ebenfalls überprüft. Die Standardabweichung des hierzu aufgebrauchten weißen Rauschens lag 10, 50 und 100-mal höher als die Amplitude der Schwingungen. Die auf diese Weise ermittelten Koeffizienten sind in

Abbildung 18 dargestellt. Es konnte festgestellt werden, dass die SHT sehr robust gegenüber verrauschten Eingangsdaten ist. Weißes Rauschen mit einer Standardabweichung, welche der 10-fachen Amplitude der aufgebrauchten Schwingung besitzt, beeinflusst das Transformationsergebnis nur unwesentlich. Bei einer 50-fachen Amplitude liegt der maximale Peak zwar immer noch an der richtigen Stelle, ist jedoch nicht mehr eindeutig erkennbar. Bei einer 100-fachen Amplitude überlagert das Rauschen die aufgebrauchten Schwingungen völlig.

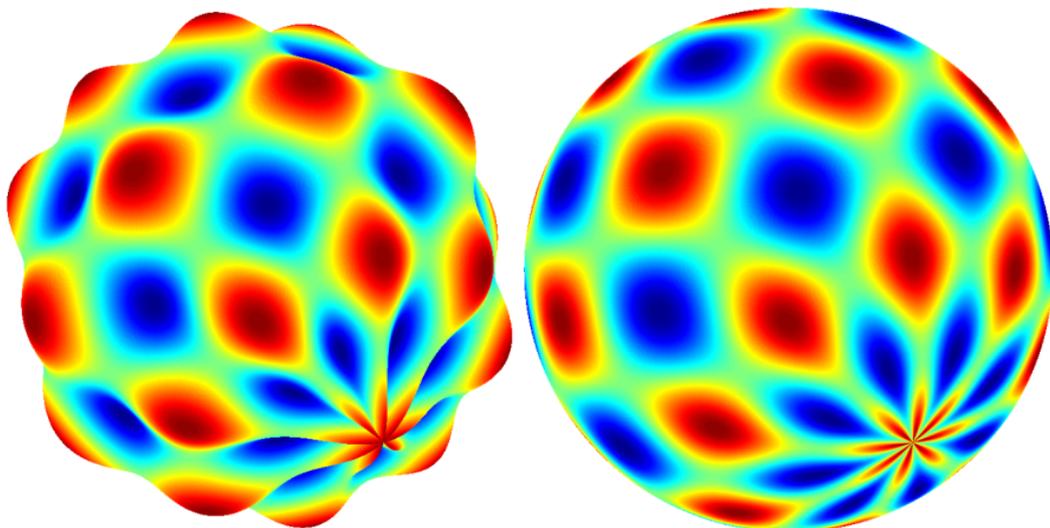


**Abbildung 18** Koeffizienten für verrauschte geschälte Orangenfunktionen mit 8 horizontalen und 8 vertikalen Schwingungen. Die Amplitude der Schwingungen beträgt 10mm und die Amplitude des weißen Rauschens lag 10-, 50- und 100-mal höher.

Die SHT ist damit robuster gegenüber verrauschten Eingangsdaten als die Fouriertransformation. Dies wurde in MATLAB überprüft, und es wurde festgestellt, dass die Ergebnisse der Fouriertransformation einen Sinus nicht mehr eindeutig erkennen lassen, wenn dieser von weißem Rauschen mit einer Standardabweichung von mehr als etwa der 20-fachen Amplitude der Schwingung überlagert wurde.

Zu erkennen ist noch eine weitere Tatsache, nämlich dass die angulare Leistungsdichte nicht mit der herkömmlichen Leistungsdichte verwechselt werden darf. Ein weißes Rauschen besitzt im eindimensionalen Fall eine Leistungsdichte, welche über das komplette Spektrum einen konstanten Betrag besitzt. Die angulare Leistungsdichte des weißen Rauschens auf der Kugeloberfläche hingegen, steigt linear mit zunehmendem Grad. Dies liegt daran, dass bei höheren Graden immer mehr Koeffizienten in die angulare Leistungsdichte einfließen.

Zur Verifikation der korrekten Funktionsweise der DKP wurden aus den Orangenfunktionen Orangenoberflächen generiert. Diese Oberflächen wurden dann mit der DKP auf die Kugeloberfläche projiziert, siehe Abbildung 19.



**Abbildung 19** Zweidimensionale geschälte Orange im Raum (links) und deren Abbildung auf der Kugeloberfläche nach Durchführung der DKP (rechts).

Die Projektionen wurden anschließend wieder transformiert. Die Ergebnisse sind identisch mit den Ergebnissen, welche bei den Orangenfunktionen entstanden. Die DKP bildet die Oberflächen somit wie erwartet auf die Kugeloberfläche ab. Hierbei traten keine Längenverzerrungen auf, da die Eckpunkte der Oberfläche an den gleichen Winkeln generiert wurden wie die Funktionswerte auf der Kugeloberfläche, wohin sie durch die DKP auch wieder korrekt projiziert werden. Es wurden drei verschiedene Oberflächen auf diese Weise untersucht. Alle hatten die Parameter  $r_0 = 100\text{mm}$ ,  $\nu = 8$  und  $h = 8$ , lediglich die Amplituden unterschieden sich mit  $A = 1\text{mm}$ ,  $A = 10\text{mm}$  und  $A = 100\text{mm}$ . Für  $A = 10\text{mm}$  sind die Koeffizienten identisch mit denen aus Abbildung 17. Bei  $A = 1\text{mm}$  sind alle Koeffizienten erwartungsgemäß 10-mal kleiner und bei  $A = 100\text{mm}$  entsprechend 10-mal größer. An ihren relativen Größen zueinander ändert sich ebenfalls nichts.

## 5.3 Untersuchungen zum transformierten Mittelwert

Von der Fourier-Analyse ist bekannt, dass der nullte Koeffizient den Gleichanteil im analysierten Signalabschnitt widerspiegelt. Auf die SHT übertragen, müsste der Koeffizient  $a_0^0$  ebenfalls den Gleichanteil widerspiegeln, in diesem Fall repräsentiert durch die sphärisch harmonische Funktion  $Y_0^0$ , welche einer planen Kugel entspricht. Bei der Fourier-Analyse entspricht der Gleichanteil nichts anderem als dem arithmetischen Mittel aller Samples des analysierten Signalabschnitts. Analog auf den Fall der sphärisch Harmonischen übertragen, müsste der Gleichanteil also dem arithmetischen Mittel aller Funktionswerte der sphärischen Funktion entsprechen, welche mit Hilfe der sphärisch Harmonischen expandiert wird.

### 5.3.1 Vorgehensweise

Um diesen Sachverhalt zu untersuchen, wurden zwei Maßnahmen ergriffen. Zum einen berechnet *DirectSphereProjection* direkt nach der Projektion den arithmetischen und geometrischen Mittelwert der Samples und gibt diese an der Konsole aus. Der geometrische Mittelwert ist wie folgt definiert [SAC04]:

$$\bar{x}_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i} \quad \text{mit } x_i > 0 \quad (5.4)$$

Da in der Größenordnung von  $N = 1048576$  weder das Produkt, noch die  $N$ -te Wurzeln aus diesem numerisch zu ermitteln sind, wurde auf die Bildung des geometrischen Mittels mit Hilfe des logarithmischen Weges zurückgegriffen:

$$\ln \bar{x}_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i \quad \Rightarrow \quad \bar{x}_G = e^{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i} \quad \text{mit } x_i > 0 \quad (5.5)$$

Der Logarithmus des geometrischen Mittels ist somit gleich dem arithmetischen Mittel der Logarithmen. Mit dieser Beziehung lässt sich das geometrische Mittel auch für große  $N$  noch praktikabel berechnen.

Die zweite Maßnahme zur Untersuchung des Gleichanteils besteht darin, dass *DirectSphereProjection* dahingehend erweitert wurde, dass per Kommandozeilenparameter angegeben werden kann, dass vor dem Schreiben der Samples der arithmetische Mittelwert dieser abgezogen wird. Hiermit wird die sphärische Funktion vom Gleichanteil befreit und nach der Transformation sollte der Koeffizient  $a_0^0$  theoretisch gleich Null sein.

### 5.3.2 Ergebnis

Eigentlich sollte sich der Mittelwert mit dem Betrag des Gleichanteilkoeffizienten  $a_0^0$  decken. Untersucht wurden auf diesen Sachverhalt die beiden Kortexhemisphären, sowie der komplette Kortex von *Bert*, welche mit der DKP projiziert wurden. Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht über die Mittelwerte und den Gleichanteilkoeffizienten.

**Tabelle 4** Berechnete Mittelwerte im Vergleich zum Gleichanteilkoeffizient.

	$\bar{r}_{arith}$	$\bar{r}_{geo}$	$ a_0^0 $	$ a_0^0  - \bar{r}_{arith}$	$ a_0^0 _{\bar{r}_{arith} frei}$
Linke Hemisphäre	45,9829	44,2868	46,15	0,1671	0,1688
Rechte Hemisphäre	45,3166	43,5994	46,01	0,6934	0,6961
Kompletter Kortex <sup>23</sup>	51,8020	0	59,51	7,7080	7,711

$\bar{r}_{arith}$  und  $\bar{r}_{geo}$  bezeichnen den arithmetischen und geometrischen Mittelwert der auf der Kugeloberfläche gesampelten Radien.  $|a_0^0|$  steht für den Betrag des Gleichanteilkoeffizienten. Zu sehen ist ein Unterschied zwischen dem arithmetischen Mittelwert und dem Gleichanteil, deren Differenz  $|a_0^0| - \bar{r}_{arith}$  nicht Null ist. Bei der linken Hemisphäre könnte dies noch als numerische Ungenauigkeiten erklärt werden. Den Ergebnissen der rechten Hemisphäre und des gesamten Kortex zufolge, muss diese Abweichung aber systematischen Charakter haben und kann nicht stochastisch sein. Vor allem beim kompletten Kortex ist die Abweichung von 11,49% recht hoch.  $|a_0^0|$  ist in allen drei Fällen größer als das arithmetische Mittel. Die Abweichung des geometrischen Mittels vom Betrag des Gleichanteilkoeffizienten ist noch größer.

Die DKP wurde anschließend für die gleichen Oberflächen mit der Option durchgeführt, den ermittelten arithmetischen Mittelwert von allen Abtastwerten abzuziehen und die Funktion so mittelwertfrei zu machen. Theoretisch sollte  $|a_0^0|$  damit zu Null werden. Die ermittelten Gleichanteilkoeffizienten nach der Bereinigung der Funktionswerte vom Mittelwert sind der Spalte  $|a_0^0|_{\bar{r}_{arith} frei}$  zu entnehmen. Diese sind offensichtlich nicht gleich Null. Aber sie bewegen sich in der gleichen Region (max. Abweichung 1,02%) wie die vorher ermittelten Abweichungen zwischen dem Betrag des Gleichanteilkoeffizienten und dem arithmetischen Mittelwert. Alle anderen Koeffizienten bleiben exakt identisch zu den Koeffizienten, welche ohne Abzug des Mittelwerts vor der Transformation ermittelt wurden, was zu erwarten war.

Aus diesen Tatsachen lässt sich schlussfolgern, dass der Mittelwert sehr wohl im Gleichanteilkoeffizienten enthalten ist, jedoch scheint noch etwas anderes Einfluss auf ihn zu nehmen. Durch Abziehen des Mittelwertes vor der Transformation lässt sich dieser Einfluss jedoch nicht eliminieren. Woher diese Diskrepanz kommt, konnte nicht ermittelt werden. Von allen anderen Koeffizienten jedenfalls nicht, weil diese identisch sind, egal ob der Mittelwert vor der Transformation abgezogen wurde oder nicht. Für die Analyse der räumlichen Schwingungen spielt der Gleichanteil als Nicht-Schwingung aber ohnehin nur eine untergeordnete Rolle, und wird daher bei den Auswertungen außen vorgelassen.

<sup>23</sup> Das geometrische Mittel des gesamten Kortex ist Null, da hier auch Abtastwerte mit Null auftreten.

## 5.4 Verifikation der Wahl der Bandbreite und maximal relevanter Grad der SH

Da die Bandbreite  $B$ , welche die Oberflächen besitzen, nicht vor der Transformation klar war, wurde die Wahl  $B = 512$  indirekt verifiziert.

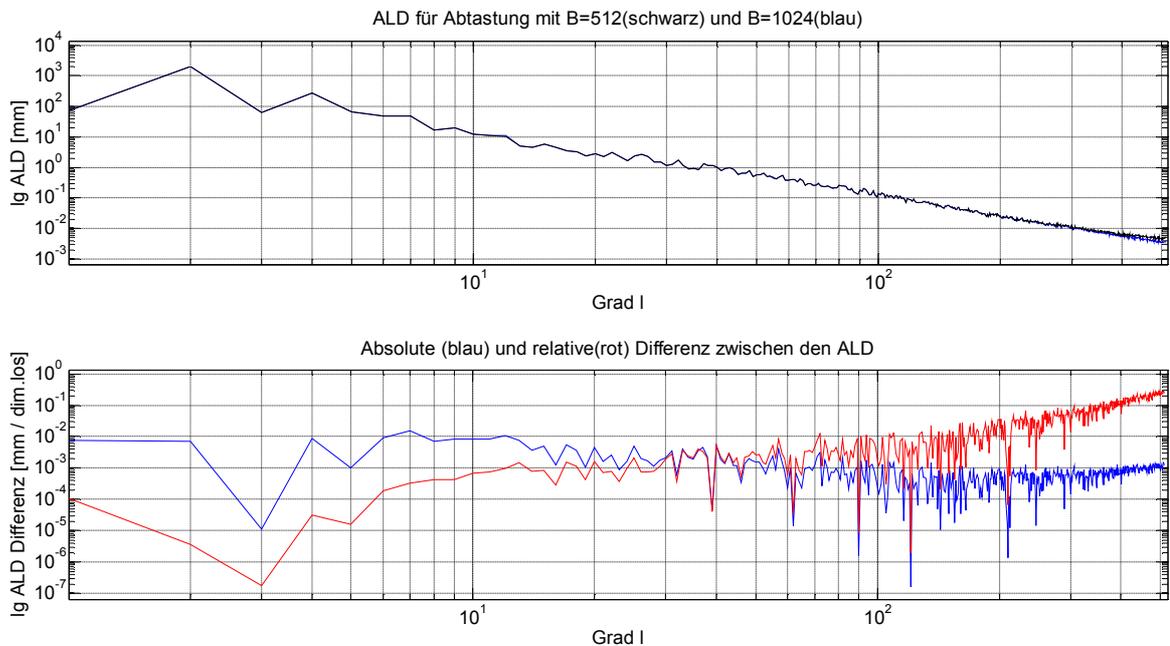
### 5.4.1 Vorgehensweise

Hierzu wurde die linke Kortexhemisphäre von *Bert* sowohl mit  $B = 512$  als auch mit  $B = 1024$  projiziert und transformiert. Sollte die Bandbreite der Oberflächen wesentlich über 512 hinaus gehen, so müsste Aliasing auftreten, wodurch Frequenzen des Spektrums über 512 in den Bereich unterhalb von 512 einlaufen und diese verändern würden. Bei einer Analyse mit  $B = 1024$  hingegen wäre zu erwarten, dass die Koeffizienten unterhalb von 512 korrekter ermittelt würden.

Um nun festzustellen, ob wesentliche Abweichungen der Koeffizienten vorhanden sind, wurden die angularen Leistungsdichten der beiden Analysen bis zum Grad  $l = 512$  voneinander abgezogen.

### 5.4.2 Ergebnis

Die Verläufe der ALDs und die Differenz zwischen diesen bis zum Grad  $l = 512$  wurden in Abbildung 20 dargestellt.

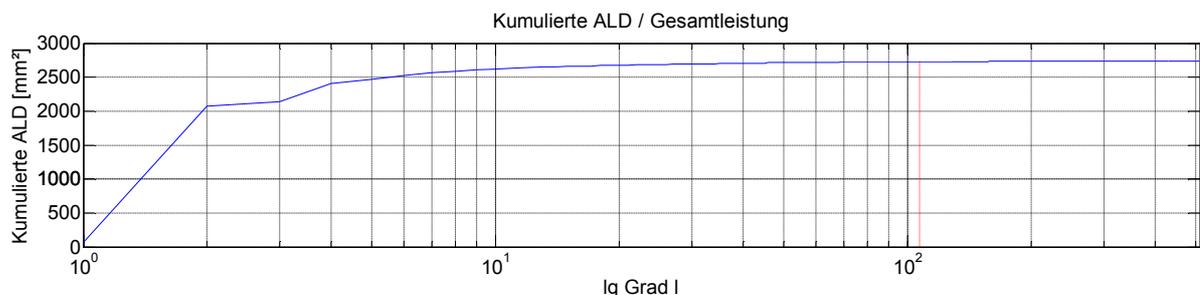


**Abbildung 20** Differenz der ALDs zwischen einer Abtastung und Transformation mit  $B=512$  und  $B=1024$  der linken Kortexhemisphäre.

Der obere Graph zeigt die logarithmierten ALDs in Abhängigkeit vom Grad  $l$ , wobei die Analyse mit  $B = 512$  schwarz und die Analyse mit  $B = 1024$  blau abgebildet ist. Unterhalb des Grades  $l = 100$  sind trotz logarithmischer Darstellung optisch kaum Differenzen auszumachen.

Der untere Graph zeigt den Logarithmus der Differenz der ALDs aus den beiden Analysen. Blau dargestellt ist die absolute Differenz und rot die relative Differenz im Verhältnis zur ALD für das mit  $B = 512$  ermittelte Spektrum. Der absolute Betrag bleibt über das gesamte Spektrum hinweg sehr klein. Da die ALDs am Ende sehr klein werden, nimmt der relative Fehler dort stark zu. Ab  $l = 232$  liegt er das erste mal über 5% und steigt dann immer schneller bis auf 29,1% bei  $l = 509$ .

Abbildung 21 zeigt den Verlauf der kumulierten ALD für die Abtastung und Transformation mit  $B = 512$ . Die Grenze für 99,7% der Gesamtleistung wird bei  $l = 107$  erreicht. Der Verlauf der kumulierten ALD für  $B = 1024$  sieht sehr ähnlich aus, hier wird die 99,7%-Grenze bei  $l = 113$  erreicht. Wie erwartet, liegt sie in diesem Fall einige Grade weiter hinten im Spektrum, da zusätzliche 512 Grade zur Gesamtleistung beitragen.



**Abbildung 21** Kumulierte ALD und Gesamtleistung für  $B=512$ .

Die relevanten Koeffizienten liegen demnach nur knapp über dem einhundertsten Grad. Die  $3\sigma$ -Grenze liegt auch bei den Spektren für die rechte Kortexhemisphäre und für die abgetasteten Oberflächen, welche von FreeSurfer aufgebläht wurden, in diesem Bereich<sup>24</sup>. Für alle folgenden Untersuchungen wurde daher die Darstellung der Spektren auf den Bereich bis  $l = 128$  festgelegt. Alle Koeffizienten, welche über diesen Bereich hinausgehen, können als Rauschen betrachtet werden.

Die maximale relative Differenz der ALDs bis zum Grad  $l = 107$  liegt bei 1,22% und bis  $l = 128$  bei 1,34%. Diese geringe Differenz lässt keine eindeutige Unterscheidung zwischen numerischen Ungenauigkeiten und einem echten Aliasing-Phänomen zu. Der Vergleich der ALDs wurde auch zwischen  $B = 256$  und  $B = 1024$  durchgeführt. Hier beträgt der maximale relative Fehler bis  $l = 128$  bereits 7,7%. Da der Fehler bei der Analyse mit  $B = 512$  relativ gering ist, wurden die weiteren Analysen mit dieser Bandbreite durchgeführt. Eine Ausnahme zu den bisher angeführten Werten stellt die Analyse der durch FreeSurfer ermittelten mittleren Krümmung dar. Hier wird die  $3\sigma$ -Grenze erst bei  $l = 154$  erreicht,

<sup>24</sup> Zumindest bei Benutzung der durchschnittlichen Konvexität oder des Radius als Per-Vertex-Daten.

weshalb die Spektren für die mittlere Krümmung bis zu  $l = 256$  dargestellt werden<sup>25</sup>. Der maximale relative Fehler der ALDs beim Vergleich der Abtastung mit  $B = 512$  und  $B = 1024$  ergibt sich bei  $l = 154$  zu 0,033% und bei  $l = 256$  zu 1,3%. Auch hier kann also grundsätzlich bei einer Abtastung mit  $B = 512$  geblieben werden.

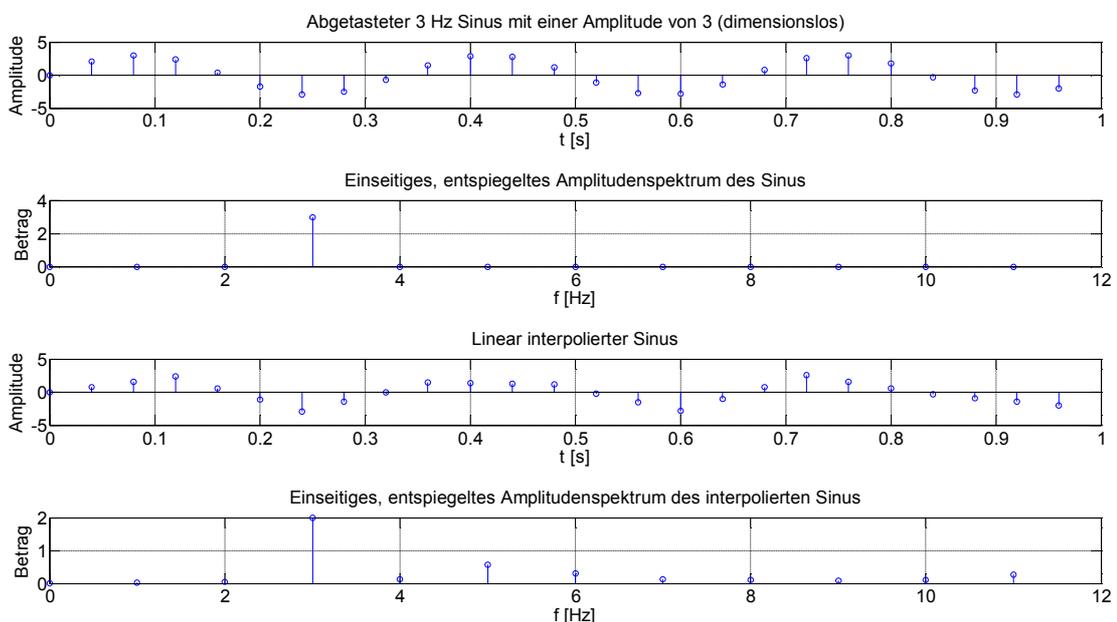
## 5.5 Verifikation der Abtastung der aufgeblähten Oberflächen

Im Abtastalgorithmus ist ein linearer Interpolationsalgorithmus enthalten, welcher zu Fehlern bei der Abbildung des Signals führen kann. Um den Fehler, welcher durch die Interpolation entsteht zu analysieren, wurden die folgenden Maßnahmen ergriffen. Zum näheren Verständnis dieses Kapitels empfiehlt es sich, zunächst Kapitel 6.3 ab Seite 63 zu lesen.

### 5.5.1 Vorgehensweise

Der Abtastwert an der Stelle, an der der Abtaststrahl auftrifft, wird mit Hilfe der baryzentrischen Koordinaten aus den Werten, welche an den drei Eckpunkten des getroffenen Dreiecks definiert sind, linear interpoliert. Vergleiche hierzu Formel 3.7 auf Seite 28.

Ein interpolierter Wert stellt die künstliche Erzeugung eines Funktionswertes dar, welcher ursprünglich nicht an dieser Stelle definiert war und führt zur Veränderung der spektralen Anteile. Um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen, wurde in MATLAB ein Beispiel für eine Sinusschwingung im  $\mathbb{R}^1$  konstruiert, welches in Abbildung 22 zu sehen ist.



**Abbildung 22** Abgetasteter Sinus (oben) und abgetasteter interpolierter Sinus (dritte von oben) und deren Amplitudenspektren jeweils direkt darunter.

<sup>25</sup> Der maximal darzustellende Grad wurde auf über 200 gesetzt, damit in der logarithmischen Darstellung die Markierung bei 200 noch dargestellt wird, und der Bereich zwischen 100 und 200 abgelesen werden kann.

Der Sinus hat eine Amplitude von drei und eine Frequenz von  $3\text{Hz}$ . Es wurden 25 Abtastwerte generiert, welche einen Zeitraum von  $1\text{s}$  widerspiegeln. Die Abtastrate liegt damit bei  $25\text{Hz}$ , also hinreichend hoch, um Frequenzen kleiner als  $12,5\text{Hz}$  Aliasing-frei abbilden zu können. Mit Hilfe dieses Sinus wurde ein linear interpolierter Sinus erstellt.

Die Interpolation wurde mit Absicht sehr extrem gewählt, um den Effekt auf das Spektrum verdeutlichen zu können. Die Interpolation erfolgte auf folgende Art: Der erste Abtastwert ergibt sich aus dem Originalsinus aus der obersten Abbildung, ebenso wie der vierte Abtastwert. Der zweite und der dritte Abtastwert wurden linear aus dem ersten und dem vierten Interpoliert. Auf diese Art wurde dann weiterverfahren, so dass der fünfte und sechste Abtastwert eine Interpolation des vierten und des siebten darstellen, usw. Der lineare Verlauf des interpolierten Sinus ist gut zu erkennen.

Anschließend wurden beide Funktionen mit Hilfe der FFT transformiert und deren Spektren dargestellt. Gut zu erkennen ist die korrekt erkannte Frequenz von  $3\text{Hz}$  und der Betrag von drei im Fall des normalen Sinus. Die restlichen Koeffizienten tragen keinen Anteil zum Spektrum bei. Anders ist dies beim interpolierten Sinus. Hier gibt der im Signal immer noch enthaltene Sinus einen Teil seiner Leistung an andere Koeffizienten ab. Bei  $3\text{Hz}$  liegt nur noch ein Betrag von  $1,99$ , und der zweitgrößte Koeffizient hat einen Betrag, welcher  $28,62\%$  des Betrags des Primärkoeffizienten besitzt.

Durch die lineare Interpolation mit Hilfe der baryzentrischen Koordinaten, tritt für den  $\mathbb{R}^2$  ein ähnlicher Effekt auf. Zum quantitativen Nachweis werden wieder die Orangenfunktionen und Orangenoberflächen, welche bereits aus Kapitel 5.2 bekannt sind, zu Hilfe genommen. Für die Orangenfunktion mit 8 horizontalen und 8 vertikalen Schwingungen ist das Spektrum bekannt. Zur Ermittlung des Spektrums betrug die Bandbreite  $B = 512$ . Aus dem Abtasttheorem der SHT ist bekannt, dass hierfür  $2B \times 2B$  Stützstellen erzeugt werden müssen, also  $1024 \times 1024$ . Die Funktionswerte der Orangenfunktion wurden direkt an diesen Stützstellen numerisch erzeugt, siehe Gleichung 5.3. Es musste also keine Interpolation zur Ermittlung der Werte an den Stützstellen verwendet werden. Aus diesem Grund wird das Spektrum dieser Orangenfunktion zur Kontrolle herangezogen.

Wie in Kapitel 5.2 bereits dargelegt, können aus den Orangenfunktionen Orangenoberflächen generiert werden, indem der Radius der Eckpunkte entsprechend den Funktionswerten angepasst wird. Da es hier um die Verifikation der Abtastung der aufgeblähten Oberflächen geht, werden nun ebenfalls aufgeblasene Repräsentationen der Orangenoberflächen benötigt. Hierzu erzeugt *CreatePeeledOrangeSurface* auf Wunsch Oberflächen, bei denen der Radius der Eckpunkte nicht in Abhängigkeit vom Funktionswert verschoben wird. Die Oberflächen sind also immer noch kugelförmig, äquivalent den aufgeblähten Oberflächen. Die Funktionswerte an den entsprechenden Eckpunkten werden in einer separaten Per-Vertex-Daten-Datei gespeichert. Somit liegen die Datensätze nun im gleichen Format vor, wie die von FreeSurfer generierten und können mit *SampleInflatedSurfaces* abgetastet werden.

Grundlage dieser Verifikation ist die Tatsache, dass die Verschmierung des Spektrums umso stärker zunimmt, je mehr interpolierte Stützstellen zwischen zwei bzw. drei ursprünglich definierten Funktionswerten an den Eckpunkten des Dreiecks erzeugt werden müssen. Diese

Tatsache wurde mit MATLAB für den  $\mathbb{R}^1$  ebenfalls überprüft, indem nur jede zweite Stützstelle interpoliert wurde.

Es wurden nun aufgeblähte Orangenoberflächen mit unterschiedlichen Anzahlen  $b$  von Stützstellen erzeugt, eine mit  $b = 1024$ , was exakt der nötigen Anzahl für eine Transformation mit  $B = 512$  entspricht. Weiterhin wurden Oberflächen mit  $b = 512, 256, 128, 64, 32$  und  $16$  generiert. Diese Oberflächen wurden alle mit  $B = 512$  abgetastet und transformiert. Die grundsätzliche Idee ist nun, dass wenn diese Oberflächen alle genau an den Eckpunkten abgetastet werden, keine Fehler auftreten würden, weil die Funktionswerte genau an diesen definiert sind. Dies ist aber nicht so, da die Anzahl der Abtaststrahlen konstant gehalten wurde ( $B = 512$ ). Das bedeutet, dass außer für  $b = 1024$  jedes Dreieck mindestens zweimal getroffen wird, und es daher zur Interpolation von Funktionswerten kommen muss. Je kleiner  $b$  wird, desto mehr Abtaststrahlen treffen auf ein Dreieck und umso häufiger müssen interpolierte Funktionswerte an den Stützstellen erzeugt werden. Diese Tatsache wird das Spektrum immer stärker verschmieren.

Um den Fehler, welcher bei den realen Datensätzen gemacht wird, mit den Fehlern, welche durch die hier erzeugten Testdatensätze entstehen vergleichen zu können, musste ein Maß für die Ähnlichkeit zwischen diesen gefunden werden. Bei den realen Daten liegen die Eckpunkte nämlich nicht an äquidistanten Stellen, die Größe der Dreiecke variiert also. Da der unterschiedlich große Fehler im Zusammenhang mit der Anzahl der interpolierten Funktionswerte für jedes Dreieck steht, wurde diese Größe als Vergleichsmaß gewählt. Bei der Abtastung wird also für jedes Dreieck ermittelt, wie häufig es von einem Abtaststrahl getroffen wird. Hiermit lassen sich die realen Datensätze in die Testdatensätze einordnen, für welche der Fehler im Spektrum im Vergleich zum nicht interpolierten Kontrolldatensatz ermittelt werden kann.

Beim Zählen der Abtaststrahlen, welche auf jedes Dreieck treffen, muss allerdings eine Besonderheit aufgrund der verwendeten Kugelkoordinaten beachtet werden: Die Abtaststrahlen sind zwar äquiangular voneinander entfernt, aber nicht äquidistant. Somit kommt es zu einer Verdichtung der Abtaststrahlen zu den Polen hin. Das ist in etwa vergleichbar mit der Tatsache, dass der Umfang eines Breitengrades am Äquator größer ist, als beispielsweise auf den Breitengraden, welche Deutschland überstreichen. Die gleiche Problematik tritt auch beim Abtasttheorem der SHT auf. Aus diesem Grund gibt es dort den Wichtungsfaktor  $\omega_j$ , siehe Gleichung 2.10 auf Seite 19. Dieser reduziert den Einfluss der Funktionswerte in Richtung der Pole, indem er als erste Halbwelle eines Sinus vom Nord zum Südpol läuft, und verhindert so, dass zu viele Abtastwerte an den Polen für die gleiche Fläche eingehen [HEA03].

Für diese Verifikation bedeutet das Dichterwerden der Abtaststrahlen in Richtung der Pole, dass selbst wenn am Äquator der Kugel ein Dreieck nur ein oder zweimal getroffen wird, ein gleich großes Dreieck, welches sich fast am Pol befindet, mehrere hundert- bis tausendmal getroffen werden kann. Der Wichtungsfaktor bei der SHT verhindert, dass die Funktionswerte an den Polen somit diejenigen beim Äquator völlig determinieren.

Das gleiche Vorgehen wird auch bei Verifikation der Abtastung eingesetzt. Das bedeutet, dass nicht einfach nur gezählt wird, wie häufig ein Dreieck von Abtaststrahlen getroffen wird,

sondern dass diese Anzahl in Abhängigkeit vom Polarwinkel  $\theta$  gewichtet wird. Der Wichtungsfaktor wurde hierbei exakt so gewählt, dass er gleich dem bei der verwendeten SHT ist, die Sinushalbwellen also die gleiche Amplitude hat. Im Grunde ist die Größe der Amplitude für den Sinus für diese Verifikation aber unerheblich, da einfach nur ein Maß zum vergleichen gesucht wird. Ob dieses zwischen 0.1 – 1 oder 10 – 100 liegt, spielt dabei keine Rolle.

Zunächst wurde die Trefferquote (TQ) eines Dreiecks definiert:

$$TQ(i) = \sum_{j \in ATS(i)} a \sin \theta_j, \quad i = 0 \dots T \quad (5.6)$$

Hierbei ist  $T$  die Anzahl der Dreiecke der Oberfläche,  $ATS$  die Menge aller Abtaststrahlen, welche das Dreieck  $i$  treffen,  $\theta_j$  der Polarwinkel des Abtaststrahls und  $a$  die Amplitude des wichtenden Sinus, welche sich ergibt aus:

$$a = \frac{2 \sin \theta_j}{\sum_{j=0}^{2B-1} \sin \theta_j} \quad (5.7)$$

Hierbei wird  $\theta_j$  aus Gleichung 2.11 auf Seite 19 berechnet. Die Fläche der ersten Halbwellen des Sinus wird also derartig normiert, dass wenn alle diskreten  $a \sin \theta_j$  für  $j=0 \dots 2B-1$  aufsummiert werden, der Wert zwei entsteht. Die TQ gibt also für jedes Dreieck gewichtet an, wie oft es getroffen wurde und wie viele Interpolationswerte auf ihm gebildet wurden.

Schließlich wurde die maximale Trefferquote (MTQ) einer Oberfläche definiert als:

$$MTQ = \text{Max}(TQ(i)), \quad i = 0 \dots T \quad (5.8)$$

Diese stellt ein Maß dafür dar, wie häufig die Dreiecke der Oberfläche gewichtet getroffen wurden, und wie groß damit der verfälschende Einfluss der Interpolation für diese Oberfläche ist. Die MTQ ist dabei die größte Trefferquote der Trefferquoten aller Dreiecke und wurde zum Vergleich zwischen den Datensätzen herangezogen. Sie ist hierbei ein pessimistisches Maß, da die MTQ selbst dann den schlechtesten Wert annimmt, wenn nur ein einziges Dreieck derartig häufig getroffen wurde.

Das Programm zum Abtasten der Oberflächen ermittelt diesen Wert während des Abtastens und gibt ihn anschließend an der Konsole aus.

## 5.5.2 Ergebnis

Zunächst wurden alle weiter oben erwähnten generierten aufgeblähten Orangenoberflächen abgetastet und transformiert. Tabelle 5 listet die ermittelten Parameter dieser auf. Ganz oben befindet sich grün markiert die Kontroll-Funktion, von deren korrekt ermitteltem Spektrum ausgegangen werden kann, da hier keine Interpolation stattfand.

**Tabelle 5** Ermittelte Parameter der Testdatensätze zur Verifikation der Abtastung.

$b$	MTQ	$r_{max}$	$Max_{ang}(8)$	$Max_{ang}^{rel}(8)$	$r_{max}/Max_{ang}(8)$	$S_{ang}(8)$	$S_{ang}^{rel}(8)$
Kontrolle	–	110,0027	3,712	100%	29,63	16,42	100%
1024	0,0048	109,9997	3,712	100%	29,63	16,42	100%
512	0,0097	109,9986	3,710	99,95%	29,65	16,41	99,94%
256	0,0389	109,9942	3,701	99,70%	29,72	16,37	99,70%
202	0,0877	110,0000	3,693	99,49%	29,79	16,33	99,45%
146	0,1230	110,0000	3,676	99,03%	29,92	16,25	98,96%
128	0,1575	109,9763	3,665	98,73%	30,01	16,20	98,66%
112	0,2464	109,9690	3,651	98,36%	30,12	16,13	98,23%
64	0,6446	109,9047	3,526	94,99%	31,17	15,53	94,58%
32	2,6937	109,6209	3,009	81,06%	36,43	13,21	80,45%
16	11,373	108,5384	2,990	80,55%	36,30	11,02	67,11%

In dieser Tabelle bezeichnet  $b$  die Anzahl der generierten Stützstellen, an denen der Funktionswert definiert ist. MTQ bezeichnet die maximale Trefferquote, welche weiter oben definiert wurde.  $r_{max}$  ist der maximale Funktionswert an den Eckpunkten der Oberfläche.  $Max_{ang}(8)$  ist das angulare Maximum bei  $l = 8$  im Spektrum und  $Max_{ang}^{rel}(8)$  das ermittelte angulare Maximum bei  $l = 8$  im Verhältnis zur Kontrolle.  $r_{max}/Max_{ang}(8)$  ist das Verhältnis zwischen dem maximalen definierten Funktionswert der Oberfläche und dem angularen Maximum im Spektrum.  $S_{ang}(8)$  wiederum ist die angulare Leistungsdichte bei  $l = 8$  und wird bei  $S_{ang}^{rel}(8)$  wieder ins Verhältnis zur Kontrolle gesetzt.

Aus den Ausführungen für den  $\mathbb{R}^1$  weiter oben war ersichtlich, dass die Interpolation zur Reduzierung des Peaks im Spektrum an der erwarteten Stelle führt und andere Stellen im Spektrum dafür an Einfluss gewinnen. Zur Absicherung, dass die Reduzierung des Peaks nicht auf kleineren Amplituden der Funktionswerte auf der Oberfläche beruht, wurden diese in der Spalte  $r_{max}$  ermittelt. Zu sehen ist, dass die Funktionswerte erst ab  $b = 128$  anfangen signifikant abzufallen. Dies liegt daran, dass ab dieser Größenordnung derartig wenige Funktionswerte generiert werden, dass das Maximum der Kosinus aus Gleichung 5.3 nicht mehr „erwischt“ wird.  $r_{max}/Max_{ang}(8)$  zeigt die Veränderung der Größenordnung des Peaks im Spektrum aufgrund der Reduzierung der maximalen Funktionswerte auf.

Das relative angulare Maximum weicht ab  $b = 128$  um mehr als 1% von der Kontrolle ab und die relative ALD ab etwas über  $b = 146$ . Insgesamt ist zu sehen, dass die Peaks tatsächlich bei abnehmendem  $b$  immer stärker von ihrem Sollwert abweichen. Die MTQ nimmt stetig mit abnehmendem  $b$  zu, was bedeutet, dass immer mehr Interpolationswerte für die abgetasteten Stützstellen erzeugt werden mussten.

Um nun die realen Datensätze in diese Tabelle einsortieren zu können, wurden die linke und die rechte aufgeblähte Oberfläche von *Berts* Kortex ebenfalls abgetastet. Für die linke Hemisphäre ergab sich dabei eine MTQ von 0,0870 und für die rechte eine MTQ von 0,1041. Anschließend wurde gezielt versucht, Testdatensätze durch Manipulation von  $b$  zu erzeugen, welche in etwa die gleichen MTQ aufweisen. Die hierbei gefundenen Testdatensätze sind  $b = 202$ , welcher der MTQ der linken Hemisphäre entspricht und

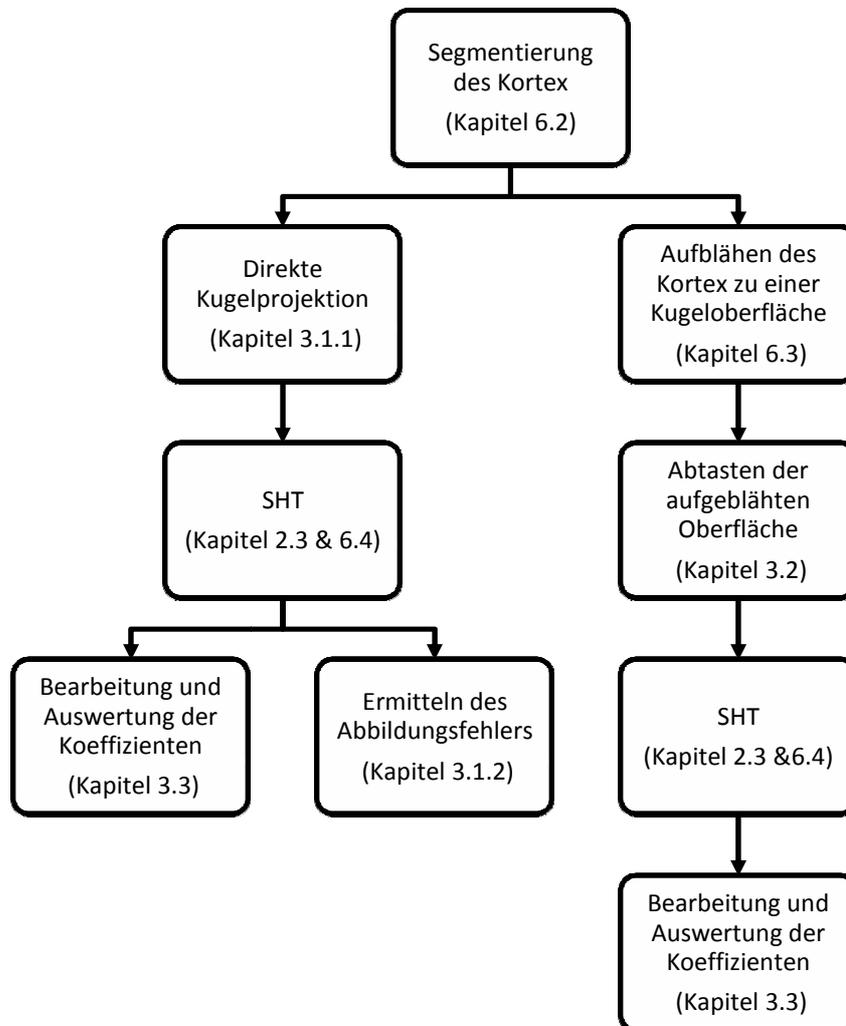
$b = 146$ , welcher der MTQ der rechten Hemisphäre entspricht. Diese wurden in der Tabelle gelb hinterlegt. Die MTQ der beiden Datensätze sind hierbei etwas größer als die MTQs der Kortexhemisphären. Dies liegt daran, dass kein exakterer Wert gefunden werden konnte, da sich die MTQ sprunghaft ändert. Dies passiert, weil die Reduzierung von  $b$  um eins dazu führen kann, dass sich die Anordnung der Dreiecke für die Abtaststrahlen schlagartig so ändert, dass sie eine völlig andere Treffercharakteristik aufweisen.  $b$  wurde für die Testdatensätze genau so bestimmt, dass es das erste  $b$  in abnehmender Größe ist, welches zu einem MTQ der Testdatensätze führt, die erstmals größer sind als die der Kortexhemisphären. Auf diese Weise wurden zwei Testdatensätze ermittelt, für die nun der Fehler im Spektrum direkt abgelesen und auf den Fehler beim Abtasten der Kortexoberflächen rückgeschlossen werden kann. Dieser liegt für die linke Hemisphäre bei 0,51% im Amplitudenspektrum und bei 0,55% in der ALD. Für die rechte Hemisphäre wurde eine Abweichung von 0,97% im Leistungsdichtespektrum und 1,04% in der ALD ermittelt. Der Fehler beim Abtasten ist somit moderat.

# 6 Applikation

In diesem Kapitel werden verwendete Werkzeuge vorgestellt, welche zur Extraktion der kortikalen Oberflächen und zum Aufblähen dieser verwendet wurden. Weiterhin wird kurz auf ein C-Programm eingegangen, welches zur Durchführung der diskreten sphärisch harmonischen Transformation verwendet wurde. Anschließend wird auf die realen Datensätze eingegangen, auf welche die Methoden dieser Arbeit angewendet wurden.

## 6.1 Verarbeitungskette

Die in Kapitel 7 dargelegten Ergebnisse wurden ermittelt, indem die verschiedenen Methoden und Applikationen in der in Abbildung 23 dargestellten Reihenfolge auf die Datensätze angewendet wurden.



**Abbildung 23** Verarbeitungskette der Daten, zu lesen von oben nach unten. Analyse unter Verwendung der DKP (linker Zweig). Analyse unter Verwendung der aufgeblähten Oberflächen (rechter Zweig).

## 6.2 Segmentierung und Oberflächenextraktion mit FreeSurfer

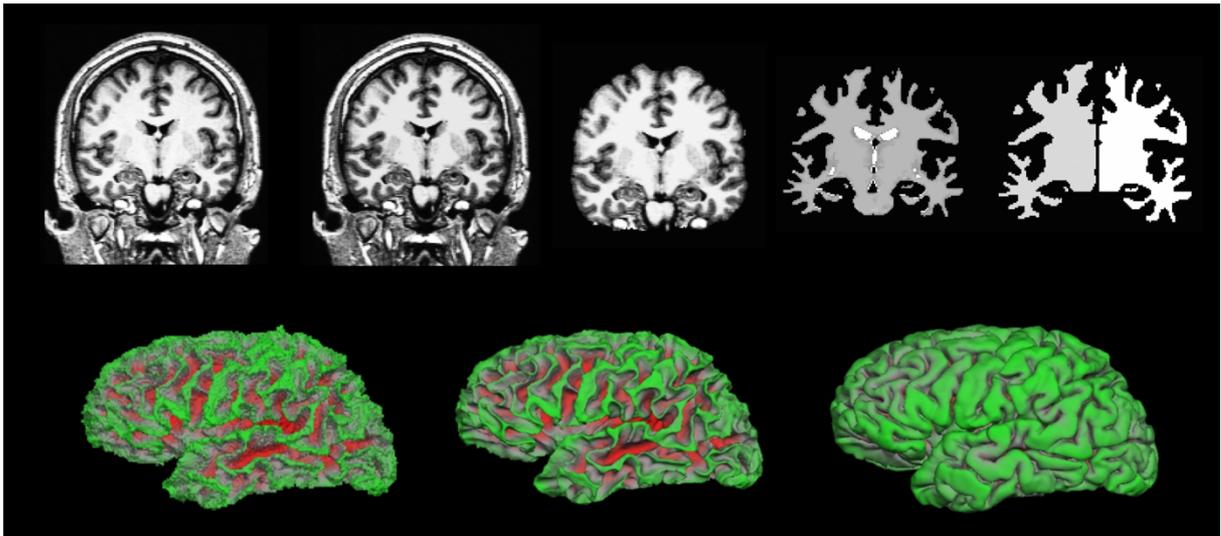
In dieser Arbeit wurde FreeSurfer<sup>26</sup> in der Version 4.0.5 (64-bit) unter der 64-bit Linux-Distribution Ubuntu 8.04.1 für AMD Systeme verwendet. FreeSurfer ist eine Sammlung von Tools zur nahezu automatischen Rekonstruktion<sup>27</sup> der Kortexoberflächen (Grenze graue/weiße Substanz, Grenze graue Substanz/Hirnhaut) aus strukturellen MRT-Aufnahmen ( $T_1$ -gewichtet) und zur Überlagerung von funktionellen MRT-Daten auf diese Oberflächen. Die Rekonstruktion ist ein komplexer Vorgang, welcher sich vieler Verfahren bedient. Eine ausführliche Beschreibung der verwendeten Methoden ist in [DAL99] zu finden. Hier folgt eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Schritte.

FreeSurfer akzeptiert als MRT-Eingangsdaten viele geläufige Formate (siehe Anhang A2) und konvertiert diese zunächst in ein eigenes Volumenformat (MGZ) mit  $256 \times 256 \times 256$  Pixel mit einer räumlichen Auslösung von  $1 \text{ mm}^3$  und einer Farbauflösung von 8-Bit (Wertebereich: 0 – 255). Als nächstes erfolgt die Talairach-Registrierung. Mit ihr wird die Transformationsmatrize zur Abbildung in das Talairach-Koordinatensystem ermittelt. Der Talairach-Raum entspricht quasi einem durchschnittlichen Gehirn, bei welchem die Koordinaten bestimmter Hirnstrukturen bekannt sind. Mit Hilfe der Transformationsmatrize ist FreeSurfer in der Lage, vom Koordinatensystem des individuell vorliegenden Hirns in das Talairach-Hirn abzubilden und andersrum. Bei diesem Schritt wird nur die Transformationsmatrize ermittelt, die Volumendaten werden *nicht* umgerechnet. Die Talairach-Registrierung erlaubt es während der folgenden Verarbeitungsschritte A-priori-Wissen über die räumlichen Positionen von Hirnstrukturen einfließen zu lassen. Als nächstes wird eine Intensitätsnormalisierung vorgenommen, um Inhomogenitäten des MRT-Magnetfeldes auszugleichen und den Peak der weißen Substanz im Histogramm auf den Wert 110 zu bringen, was die spätere Segmentierung erleichtert. Nun erfolgt das automatische Wegschneiden der Schädelstrukturen, indem eine triangulierte ellipsoide Vorlage mit Hilfe eines Deformierungsprozesses an die innere Oberfläche des Schädels angepasst wird. Alle außerhalb des deformierten Ellipsoids gelegenen Voxel werden anschließend auf den Wert Null gesetzt. Der sich nun anschließende Segmentierungsalgorithmus segmentiert zunächst nur die weiße Substanz. Das segmentierte Volumen wird nun in zwei unabhängige Hemisphären geteilt, in dem entlang der Hemisphärenspalte (siehe Abbildung 1) ein sagittaler Schnitt vorgenommen wird, welcher den Balken und die tiefer liegenden Hirnstrukturen (Abbildung 2) durchtrennt. Ein zweiter Schnitt horizontal durch die Brücke entfernt alle subkortikalen Strukturen. Unter Verwendung einer Connected-Components-Methode wird anschließend für jede Hemisphäre jeweils *eine einzige* zusammenhängende und komplett ausgefüllte Masse ermittelt. Einzelne Voxel oder kleine Inseln, welche keine Verbindung zur Hauptmasse aufweisen, werden verworfen. Beispiele der bisherigen Schritte sind in Abbildung 24 zu sehen.

---

<sup>26</sup> <http://surfer.nmr.mgh.harvard.edu>

<sup>27</sup> In ca. 10% der Fälle wird eine manuelle Intervention benötigt, um Rekonstruktionsfehler zu beheben.



**Abbildung 24** Verarbeitungsschritte von FreeSurfer während der Oberflächenextraktion. Obere Reihe v.l.n.r.: Originalvolumen, Intensitätsnormalisierung, Wegschneiden des Schädels, Markieren der weißen Substanz, Geschnittene Volumen mit ausgefüllter weißer Substanz. Untere Reihe v.l.n.r.: Originaloberfläche (fransig), Weiße Substanz, Graue Substanz. Die Abbildungen stammen aus [GRE07].

Die so entstandene Segmentierung der weißen Materie wird anschließend trianguliert, indem an jeder Seite der als weiße Substanz markierten Voxel, welche an Voxel angrenzen, die nicht als weiße Substanz markiert wurden, zwei Dreiecke angebracht werden. Zusammen bilden zwei Dreiecke jeweils ein Viereck. Die so entstandene Oberfläche entspricht damit der Grenze der weißen Substanz und besitzt somit die gleiche Topologie, wie die Oberfläche des entsprechenden Volumens. Da die Seiten der Voxel alle orthogonal aufeinander stehen, ist die bisher extrahierte Oberfläche noch sehr zackig, in etwa wie ein Lego-Modell. Diese Oberflächen speichert FreeSurfer als *?h.orig* Dateien<sup>28</sup> ab. Mit Hilfe eines Algorithmus für deformierbare Oberflächen und den lokalen MRT-Intensitätswerten wird die zackige Originaloberfläche schließlich noch geglättet, was die Genauigkeit der Oberflächenextraktion aber nicht im Sinne eines Weichzeichnens verringert, sondern sie im Gegenteil noch erhöht, da sich die Oberfläche besser der Intensitätsverteilung anpasst. Die Topologie ändert sich hierbei nicht, da die Konnektivität der Vertices explizit beibehalten wird und Selbstüberschneidungen<sup>29</sup> vermieden werden. Interessant für die spätere Untersuchung der Verteilung der Radian ist die Tatsache, dass die Vertices während des Glättens nicht sonderlich weit bewegt werden.

Sollten bei diesen Verfahren doch topologische Defekte aufgetreten sein, so versucht FreeSurfer mit Hilfe einer automatischen Topologie-Korrektur diese zu beheben. Die resultierenden Oberflächen der weißen Substanz speichert FreeSurfer anschließend als *?h.white* Dateien. Die Oberfläche für die graue Substanz erzeugt FreeSurfer, indem es die extrahierte Oberfläche der weißen Substanz entlang der  $T_1$ -Intensitätsgradienten ausdehnt, bis

<sup>28</sup> Wobei das Platzhalter-Fragezeichen entweder durch l (left) oder r (right) ersetzt werden muss, welche jeweils für die linke und die rechte Hemisphäre stehen. Somit ergeben sich an dieser Stelle die Dateien lh.orig und rh.orig. Diese Bezeichnungsweise zieht sich durch alle von FreeSurfer erzeugten Dateien.

<sup>29</sup> Die Vertices verändern ihre Position nicht derartig, dass die Oberfläche verdrillt wird.

die Hirnhäute erreicht sind. Die Topologie und die Vertex-Indizes bleiben hierbei erhalten. Die Oberflächen der grauen Substanz werden als *?h.pial* gespeichert. Die Dateiformate der von FreeSurfer generierten Dateien sind beschrieben unter [GRA01], das Dateiformat der extrahierten Oberflächen befindet sich weiterhin im Anhang A3.

## 6.3 Entfalten, Einebnen und Aufblähen von kortikalen Oberflächen mit FreeSurfer

Der menschliche Kortex ist stark gefaltet und große Teile der Oberfläche sind verdeckt. Dies macht ihn zu einer ungünstigen Domäne zur weiteren Verarbeitung oder Visualisierung. FreeSurfer implementiert deshalb Verfahren zur Modifizierung der Repräsentation der kortikalen Oberfläche um

- 1) diese zu Entfalten und die verborgenen Anteile der Sulci sichtbar zu machen,
- 2) diese mit Schnitten zu versehen und zu einer Fläche einzuebnen,
- 3) diese in eine leicht parametrisierbare Kugeloberfläche aufzublähen.

Im Gegensatz zur direkten Kugelprojektion lassen die Verfahren von FreeSurfer dabei nicht die Längenverzerrung außer Betracht. Die im Folgenden kurz umrissenen Verfahren sind in [FIS99] ausführlich beschrieben.

### 6.3.1 Methode

FreeSurfer versucht bei den Verfahren folgende Kriterien zu wahren:

- 1) Die resultierende Oberfläche ist optimal in Betracht auf den metrischen Fehler, welcher zwischen den Vertices der ursprünglichen Fläche und deren Abbildung minimal gehalten wird.
- 2) Die Ränder der geschnittenen Oberflächen werden nicht anders behandelt als die innenliegenden Anteile.
- 3) Die resultierende Oberfläche hat minimale Faltung.

Diese Ziele erreicht FreeSurfer, indem es Energiefunktionale verwendet, welche die gewünschten Eigenschaften beschreiben und diese iterativ minimiert (kleinste Fehlerquadrate). Der Ausdruck zur Minimierung des metrischen Fehlers lautet:

$$J_a = \frac{1}{4V} \sum_{i=1}^V \sum_{n \in N(i)} (d_{i,n}^t - d_{i,n}^0)^2, \quad d_{i,n}^t = \|\vec{x}_i^t - \vec{x}_n^t\| \quad (6.1)$$

$V$  ist die Anzahl der Vertices der Oberfläche,  $\vec{x}_i^t$  stellt die kartesische Koordinate  $(x, y, z)$  des  $i$ -ten Vertex zur Iteration  $t$  dar.  $t = 0$  stellt den Zeitpunkt vor der ersten Iteration dar, somit

ist  $d_{i,n}^0$  der Abstand zwischen dem  $i$ -ten und  $n$ -ten Vertex *auf* der Originaloberfläche (nicht der räumliche Abstand!).  $N(i)$  ist die Menge der als Nachbarn vom  $i$ -ten Vertex definierten Vertices. Je weiter ein Vertex während des Iterierens von seiner ursprünglichen Position in Bezug auf seine Nachbarn verschoben wird, desto größer wird der Ausdruck  $J_d$  im quadratischen Sinn.

Zunächst entfaltet FreeSurfer den Kortex derart, dass die ursprüngliche Form möglichst erhalten bleibt und der metrische Fehler minimiert wird. Das hierfür zuständige Funktional besteht aus einer glättenden Federkraft und dem Ausdruck zur Minimierung des metrischen Fehlers:

$$J_s = \frac{1}{2V} \left( \sum_{i=1}^V \sum_{n \in N_c(i)} \|\vec{x}_i - \vec{x}_n\|^2 \right) + \lambda_d J_d \quad (6.2)$$

$N_c(i)$  stellt die Menge der nächsten Vertices des  $i$ -ten Vertex dar.  $J_d$  ist der Ausdruck aus Formel 6.1, und der Koeffizient  $\lambda_d = 0,1$  führt zu glatten Oberflächen mit minimaler Längenverzerrung. Noch kleinere Werte von  $\lambda_d$  führen zu noch weniger Verzerrungen aber auch zu weniger glatten Oberflächen.

Der Entfaltungsprozess wird angetrieben von der durchschnittlichen Konvexität oder Konkavität einer Region. Punkte einer konkaven Regionen (Sulci) wandern hierbei nach außen, während konvexe Regionen (Gyri) nach innen wandern. Wird die Bewegung der Normalen eines Punktes während des Entfaltens integriert, so erhält man ein Maß für die durchschnittliche Konvexität oder Konkavität an diesem Punkt. Die durchschnittliche Konvexität<sup>30</sup>  $C(\vec{x}_k^0)$  an der Stelle  $\vec{x}_k^0$  auf der Originalfläche ergibt sich somit zu:

$$C(\vec{x}_k^0) = \int \frac{\partial J_s}{\partial \vec{x}_k^t} \vec{n}(k) dt \quad (6.3)$$

Wobei  $\vec{n}(k)$  der Normalenvektor der Oberfläche an der Stelle des  $k$ -ten Vertex zum Zeitpunkt  $t$  ist. Vertices, die beständig nach außen bzw. parallel zum Normalenvektor wandern, werden einen positiven Wert annehmen (Sulci), Vertices die sich beständig entgegengesetzt des Normalenvektors bewegen einen negativen (Gyri). FreeSurfer speichert die  $C(\vec{x}_k^0)$  für alle Vertices in dem Binärdateienformat für Per-Vertex-Daten, in diesem Fall bezeichnet mit *?h.sulc*. Für eine Übersicht des Aufbaus dieses Dateiformats siehe Anhang A4.

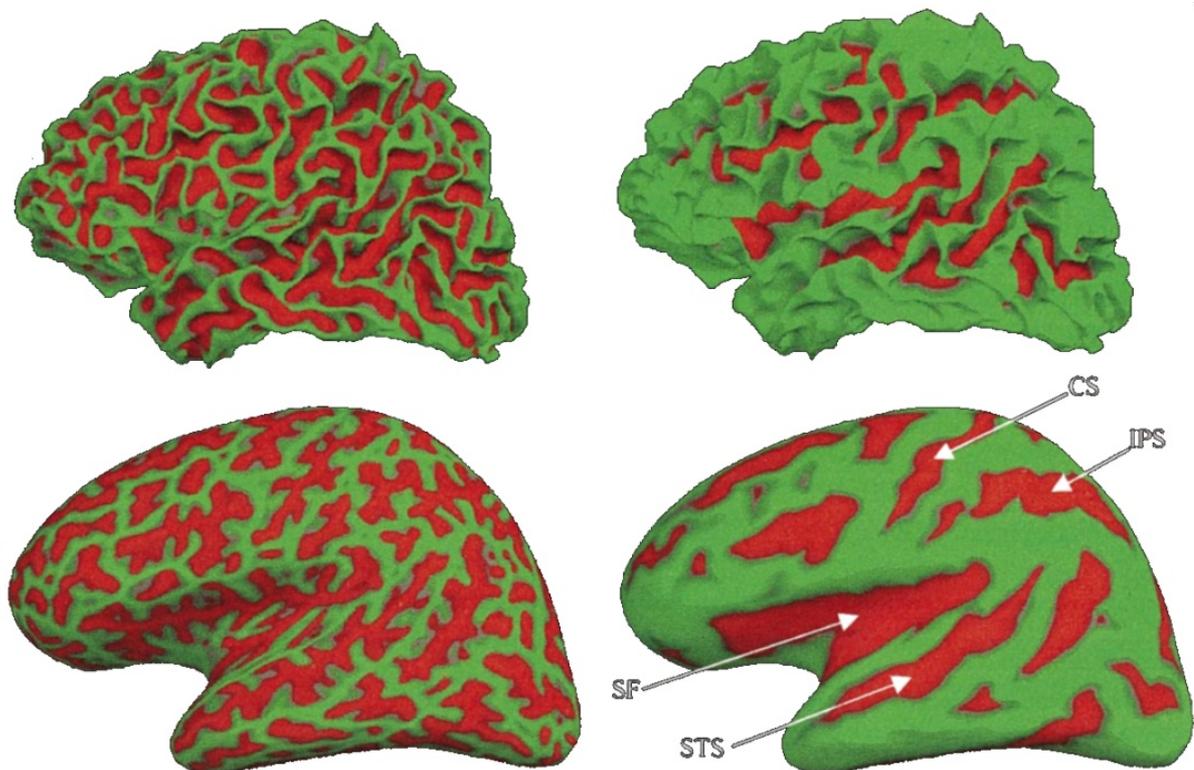
Die durchschnittliche Konvexität ist geeignet das Faltungsmuster im großen Maßstab abzubilden. Kleinere Falten, welche sich typischerweise auf den Sulci befinden, entgehen ihr jedoch. Aus diesem Grund berechnet FreeSurfer noch die mittlere Krümmung an allen Vertices. Die mittlere Krümmung  $H$  ergibt sich als arithmetisches Mittel der beiden

---

<sup>30</sup> Der Begriff Konvexität für  $C(\vec{x}_k^0)$  wurde aus [FIS99] übernommen. Allerdings scheint den Autoren hier ein Bezeichnungsfehler unterlaufen zu sein. Da die innenliegenden konkaven Bereiche nach außen wandern, und somit in Richtung der Normalenvektoren der Oberfläche, wird  $C(\vec{x}_k^0)$  in diesem Fall positiv. Es müsste also eher als Konkavität bezeichnet werden oder das Vorzeichen von  $C(\vec{x}_k^0)$  negiert werden. Tatsächlich werden Sulci mit einem positiven Wert und Gyri mit einem negativen Wert markiert.

Hauptkrümmungen  $k_1$  und  $k_2$  zu  $H = (k_1 + k_2)/2$ , siehe [BRO00]. Für eine Kugel ergeben sich  $k_1 = k_2 = 1/r$  und damit auch  $H = 1/r$ . Die von FreeSurfer ermittelten Krümmungen sind vorzeichenbehaftet (Gyri / Sulci), auf Details wird in [FIS99] jedoch nicht eingegangen. Die Krümmung spiegelt sowohl Faltungen im großen (primäre Falten) als auch im kleinen (sekundäre und tertiäre Falten) Maßstab wieder. Die mittlere Konvexität berechnet FreeSurfer nur für die innere Kortexoberfläche (weiße Substanz), die mittlere Krümmung sowohl für die innere als auch für die äußere Kortexoberflächen (weiße und graue Substanz).

Abbildung 25 zeigt die extrahierte Oberfläche der weißen Substanz eines Subjekts zusammen mit der entfalteten Version der selbigen, jeweils überzogen mit der mittleren Krümmung und der mittleren Konvexität. Bei der mittleren Konvexität bleiben großflächige Strukturen, wie beispielsweise die Zentralfurche (CS), der vordere temporale Sulcus (STS), der intraparietale Sulcus (IPS) oder die Seitenfurche (SF) erhalten. Die mittlere Krümmung bietet jedoch wesentlich mehr Details.



**Abbildung 25** Oberfläche der weißen Substanz und entfaltete Oberfläche mit den mittleren Krümmungen (links) und der mittleren Konvexität (rechts) überzogen. Die Gyri sind grün, die Sulci rot dargestellt [FIS99].

Bei der Fehlerminimierung beim Einebnen oder Aufblasen zur Kugeloberfläche muss sichergestellt werden, dass sich die Dreiecke während des Iterierens nicht einmal um ihre eigene Achse verdrehen, da der metrische Minimierungsterm nicht unterscheidet, ob ein Dreieck nach vorne oder nach hinten zeigt. Aus diesem Grund wird zusätzlich ein Energiefunktional für die Flächenorientierung eingeführt, welches umso größer wird, je mehr Dreiecke verdreht sind und je mehr ihrer Flächen von den Originalflächen abweichen:

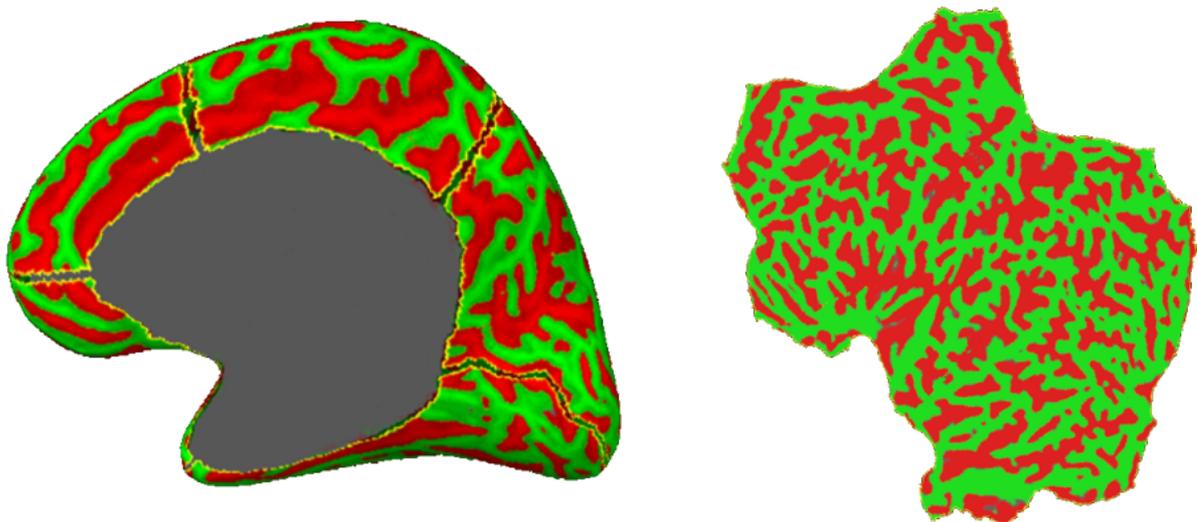
$$J_a = \frac{1}{2T} \sum_{i=1}^T P(A_i^t) (A_i^t - A_i^0)^2, \quad P(A_i^t) = \begin{cases} 1, & A_i^t \leq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.4)$$

Hierbei ist  $T$  die Anzahl der Dreiecke und  $A_i^0$  die Fläche des  $i$ -ten Dreiecks in der Originaloberfläche. Das komplette Energiefunktional ergibt sich als Zusammensetzung aus Formel 6.1 und 6.4 damit zu:

$$J = \lambda_a J_a + \lambda_d J_d \quad (6.5)$$

Um die Kortexfläche Einebnen zu können, muss sie logischerweise aufgeschnitten werden. Dies hat die Vorteile, dass bspw. nicht kortikale Anteile weggeschnitten werden können und durch die entspannende Wirkung der Schnitte auf die Oberfläche (wie beim Schneiden eines Kleidungsstückes oder beim Basteln mit Papier) können die metrischen Verzerrungen wirklich gering gehalten werden. Andererseits ist aber zu beachten, dass dabei teilweise auch auf dem Kortex eigentlich benachbarte Punkte an den beiden Seiten eines Schnittes plötzlich an zwei völlig entgegengesetzten Punkten auf der Ebene landen können. Die Schnitte werden am besten so platziert, dass sie für die zu untersuchende Region geeignet sind. Ein automatisches Schneiden und Einebnen findet bei FreeSurfer derzeit noch nicht statt.

Nach dem Platzieren der Schnitte wird die Oberfläche auf eine Ebene projiziert, welche den durchschnittlichen Normalenvektor der geschnittenen Oberfläche besitzt. Anschließend werden die Normalenvektoren aller Vertices auf  $(0, 0, 1)^T$  gesetzt und nach Formel 6.5 durch Energieminimierung entfaltet. Die Nachbarvertices  $N(i)$  eines Vertex werden dabei aus einem Radius von 0,8cm gewählt. Das Ergebnis einer solchen ist in Abbildung 26 zu sehen.



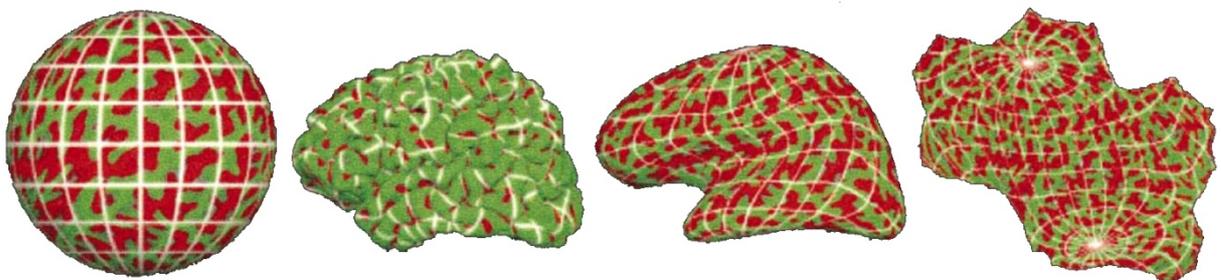
**Abbildung 26** Geschnittene Kortexoberfläche mit entferntem Mittelhirn (links) und die daraus eingebnete Oberfläche (rechts) [FIS07].

Die Abbildung der Originaloberfläche auf eine Kugel erlaubt das Beibehalten der Topologie, im Gegensatz zum Einebnen, bei dem diese durch die Schnitte verändert wird. Im Vergleich zu Ellipsoiden oder ähnlichen Domänen ist die Kugeloberfläche eine wohlbekannte Domäne, in der die Definitionen von geodätischer Länge, Flächen und Winkeln bekannt und relativ einfach zu berechnen sind. Außerdem stellt sie auch die Domäne für die SHT dar, so dass die aufgeblähten Oberflächen ohne weitere Vorbehandlung transformiert werden können.

Die entfaltete Oberfläche wird zunächst auf eine Einheitskugel projiziert, indem ihre Vertices zu den nächsten Punkten auf der Kugeloberfläche verschoben und die Normalenvektoren in Abhängigkeit der kartesischen Koordinaten radial nach außen gesetzt werden:

$$\vec{n}_i = \frac{\vec{x}_i}{\|\vec{x}_i\|} \quad (6.6)$$

Anschließend wird wieder die iterative Fehlerminimierung nach Formel 6.5 durchgeführt. Abbildung 27 zeigt das Ergebnis dieses Aufblähens mit aufprojiziertem sphärischem Koordinatensystem.



**Abbildung 27** Aufgeblähte Kortexoberfläche mit aufprojiziertem Koordinatensystem (links) und rückprojiziert auf die anderen Repräsentationen der Kortexoberfläche [FIS99].

### 6.3.2 Fehlerbetrachtung

Zur Ermittlung der aufgetretenen Abstandsfehler wird in [FIS99] folgende Aussage gemacht:

“Finally, we present the errors of the flattening and spherical transformation on a set of 10 human hemispheres. All percentages in this section are computed using an L1 norm as it is less sensitive to outliers than the L2 norm.”

Aus [FIS08] ergibt sich, dass der Abstandsfehler berechnet wurde, indem alle Abstände eines Vertex zu seinen Nachbarn zwischen der Originaloberfläche und der aufgeblähten bzw. eingeebneten Repräsentation dieser verglichen wurde. Aus dem Programmcode zur Ermittlung des mittleren Fehlers konnten folgende Formeln rekonstruiert werden:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^V \sum_{n \in N(i)} |d_{i,n}^{orig} - d_{i,n}^{rep}|}{\sum_{i=1}^V \sum_{n \in N(i)} d_{i,n}^{orig}} \cdot 100\% \quad (6.7)$$

$$d_{i,n}^{orig} = \|\vec{x}_i^{orig} - \vec{x}_n^{orig}\|, \quad d_{i,n}^{rep} = \|\vec{x}_i^{rep} - \vec{x}_n^{rep}\| \quad (6.8)$$

Der mittlere Fehler  $\bar{e}$  ergibt sich somit aus der Summe der absoluten Differenzen der Abstände eines Punktes  $i$  von seinen Nachbarn  $n \in N(i)$  auf der Originaloberfläche ( $d_{i,n}^{orig}$ ) und der jeweiligen Repräsentation ( $d_{i,n}^{rep}$ ), geteilt durch die Summe aller Abstände auf der Originaloberfläche. Die Nachbarn  $n \in N(i)$  wurden aus einem Umkreis von 8mm für die aufgeblähte Version und 12mm für die eingeebnete Version gewählt. Die Berechnung in einem größeren Umkreis war damals aufgrund von Speichermangel nicht möglich (1998).

Beim Einebnen der Kortexoberfläche verhält sich der Fehler aufgrund des entspannenden Effekts der Schnitte recht moderat. Abbildung 28 zeigt die Verteilung der Anzahl der Vertices in Abhängigkeit des Längenabbildungsfehlers. Er liegt hierbei im Mittel bei  $11,7\% \pm 0,42\%$ . Weiterhin sind 61,7% der Vertices einem Fehler kleiner gleich 12% ausgesetzt und 97% der Vertices einem Fehler kleiner gleich 22%. Abbildung 29 zeigt die räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers. Die Farbgebung ist allerdings etwas ungünstig gewählt, da das rot schon bei kleinen Fehlern beginnt und sich über einen großen Bereich erstreckt. Der Fehler ist vor allem an den Rändern stark vertreten, im inneren Bereich der Fläche ist er relativ klein. Erwartungsgemäß liegt der Fehler beim Aufblähen zu einer Kugeloberfläche höher, da eine relativ beschränkte Freiheit beim Entfalten besteht, weil die endgültige Form durch die Kugeloberfläche bereits vorgegeben ist. Abbildung 30 zeigt die Verteilung der Anzahl der Vertices in Abhängigkeit des Längenabbildungsfehlers. Im Mittel liegt der Fehler bei  $19,4\% \pm 0,67\%$ . Weiterhin unterliegen 62,6% der Vertices einem Fehler kleiner gleich 18% und 97% der Vertices einem Fehler kleiner gleich 40%. Abbildung 31 zeigt die räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers. Natürlich ist dieser größer als bei der Einebnung, die größten Fehler liegen allerdings auch hier in den nicht kortikalen Anteilen des Mittelhirns.

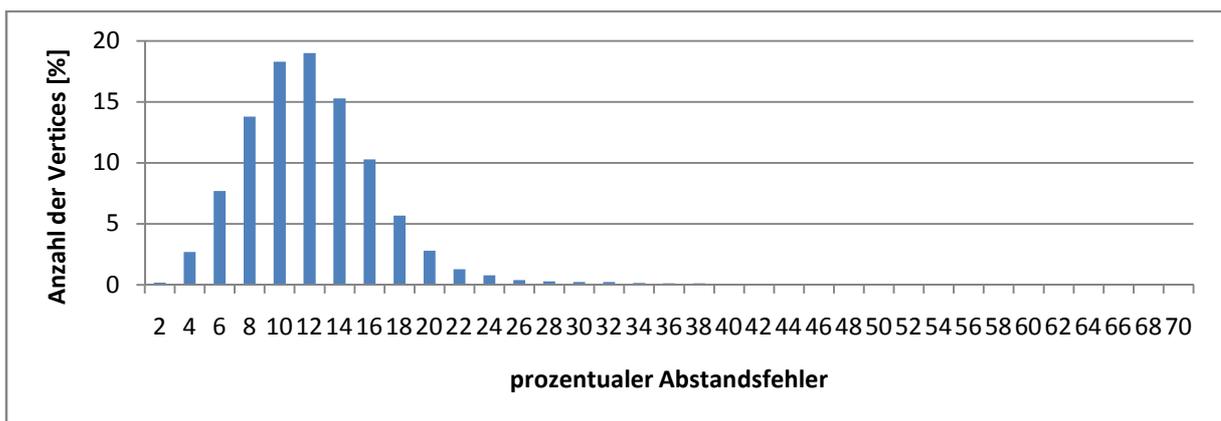
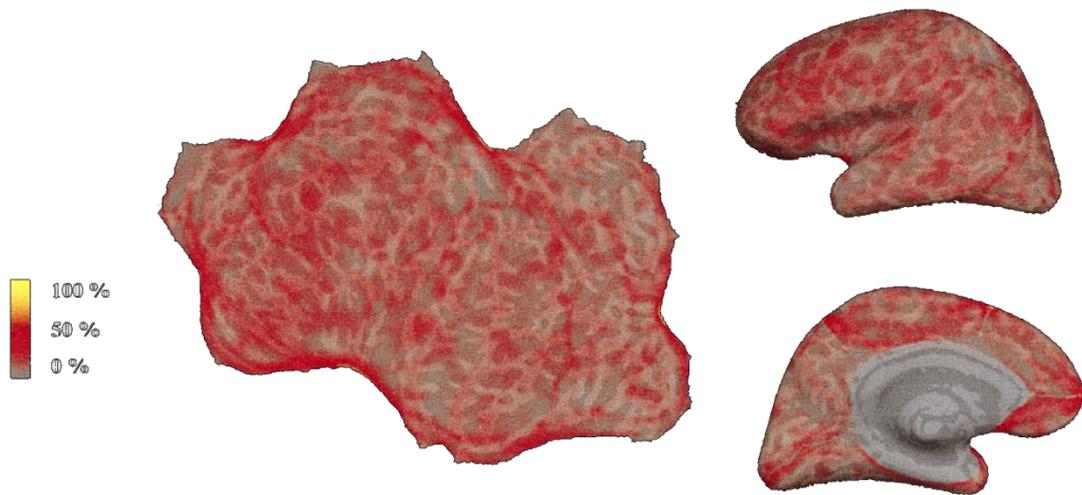
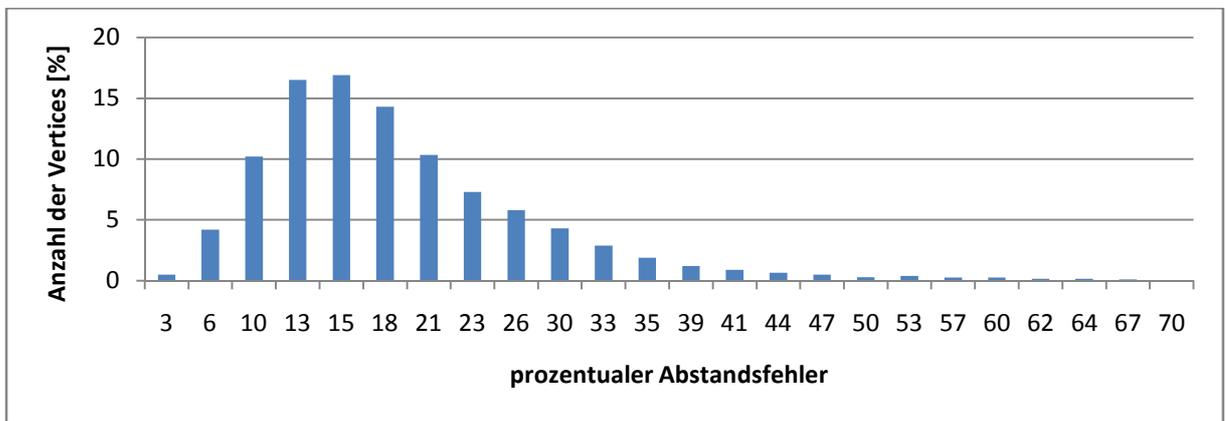


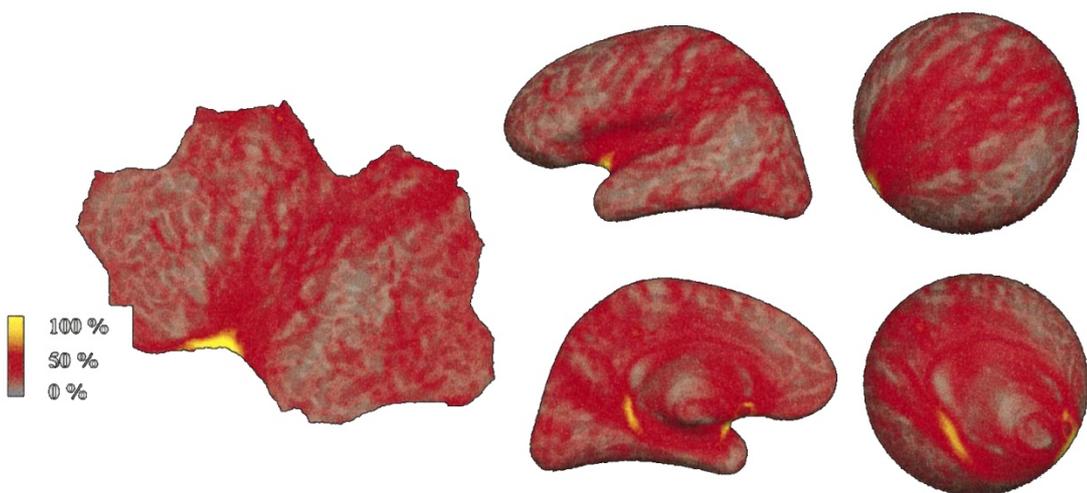
Abbildung 28 Histogramm der Abstandsfehler beim Einebnen (Neugestaltung nach [FIS99]).



**Abbildung 29** Räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers beim Einebnen eingezeichnet auf der eingebneten Oberfläche (links) und auf der entfalteten Oberfläche (rechts) [FIS99].



**Abbildung 30** Histogramm der Abstandsfehler beim Aufblähen (Neugestaltung nach [FIS99]).



**Abbildung 31** Räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers beim Aufblähen zu einer Kugeloberfläche. Aufgetragen auf die Kugel (rechts), die entfaltete (mittig) und die eingebnete Oberfläche (links) [FIS99].

## 6.4 Sphärisch harmonische Transformationen mit S2Kit

Das S2Kit<sup>31</sup> ist eine Sammlung von C-Routinen zur Berechnung der diskreten SHT auf der Kugeloberfläche. Weiterhin liegen Routinen zur Rücktransformation und zur Faltung bei. Das Paket steht unter GNU General Public License<sup>32</sup> und wurde für die GNU/Linux Umgebung entwickelt und getestet. S2Kit verwendet intern die C-Routinensammlung FFTW<sup>33</sup> zur Berechnung der diskreten Fouriertransformation, welche ebenfalls unter GNU GPL verbreitet wird.

Dem S2Kit liegt ein Paper bei, welches in Kürze die Grundlagen und die Verwendung des Pakets erläutert [KOS04]. Ausführlich beschrieben wird die dahinter stehende Mathematik in [HEA03]. Wie bei der FFT auch, führen unter anderem Symmetrie-Eigenschaften zur Reduzierung der Komplexität des Problems (von  $O(N^{3/2})$  auf  $O(N \log^2 N)$ , wobei  $N$  für die Anzahl der Samples steht) und damit zur Reduzierung der Rechenzeit.

$$a_l^m = \frac{\sqrt{2\pi}}{2B} \sum_{j=0}^{2B-1} \omega_j P_l^m(\cos \theta_j) \sum_{k=0}^{2B-1} e^{-im\phi_k} f(\theta_j, \phi_k) \quad (6.10)$$

Gleichung 2.10 lässt sich mit Hilfe der Technik der Separation der Variablen in Gleichung 6.10 überführen. Diese wiederum lässt sich nun effizient lösen, indem zunächst eine reguläre Fouriertransformation (rechte Summe) und anschließend eine diskrete Legendre-Transformation (DLT) durchgeführt wird. Zur Durchführung der DLT stehen in S2Kit zwei verschiedene Verfahren zur Verfügung, Details hierzu sind ebenfalls in den oben genannten Papers zu finden. Die ermittelten Koeffizienten werden in einer Datei gespeichert, für das Dateiformat siehe Anhang A6.

## 6.5 Ausgewertete Datensätze

Soweit nicht anders angegeben, wird in dieser Arbeit die Oberfläche der grauen Substanz zur Beschreibung des Kortex verwendet.

Sämtliche verwendeten Methoden wurden zunächst auf die bereits extrahierten Kortexoberflächen einer Versuchsperson namens *Bert* angewendet, welche dem FreeSurfer Paket beiliegen.

Daniel Güllmar vom Universitätsklinikum Jena stellte freundlicherweise 54 anonymisierte MRT-Datensätze von gesunden Probanden zur Verfügung. Die Probanden waren zwischen 12 und 52 Jahre alt. Diese wurden einer automatischen Segmentierung und Aufblähung durch FreeSurfer unterzogen. Bei der anschließenden Begutachtung der segmentierten Ergebnisse mit dem *SurfaceViewer* wiesen allerdings viele Subjekte Segmentierungsfehler auf. Am

---

<sup>31</sup> S2Kit, <http://www.cs.dartmouth.edu/~geelong/sphere/>

<sup>32</sup> <http://www.gnu.org/copyleft/gpl.html>

<sup>33</sup> FFTW, Fastest Fourier Transform in the West, <http://www.fftw.org/>

häufigsten trat der Fall ein, dass Teile des Schädelknochens als graue Substanz segmentiert wurden oder die Kortexoberfläche an einigen Stellen flach gedrückt wurde. Wenige Datensätze wiesen Löcher und fehlende Teile des Kortex auf. Bei drei Datensätzen kam es zu einer offensichtlich falschen Talairach-Registrierung, was durch stark gestauchte Kortexoberflächen in der Sagittalebene auffiel. Für diese Datensätze ist demnach eine manuelle Intervention notwendig, um Voxel des Schädels, welche dem Kortex zu nahe kommen, zu entfernen oder die Talairach-Registrierung manuell durchzuführen. Dies erfordert allerdings Erfahrung im Umgang mit den FreeSurfer-Tools zur manuellen Bearbeitung der Datensätze und Oberflächen und viel Zeit, um die FreeSurfer-Prozesse erneut durchrechnen zu lassen. Die 54 Datensätze benötigten bei paralleler Berechnung auf drei aktuellen Systemen bereits 32 Tage Rechenzeit.

17 Datensätze wurden sehr gut segmentiert. Drei Datensätze wurden aufgrund des stark abweichenden Alters (12, 42 und 52 Jahre) zu den anderen Datensätzen von der Analyse ausgeschlossen. Ein Datensatz musste aufgrund einer zu hohen MTQ beim Abtasten von 0,39042 ebenfalls ausgeschlossen werden.

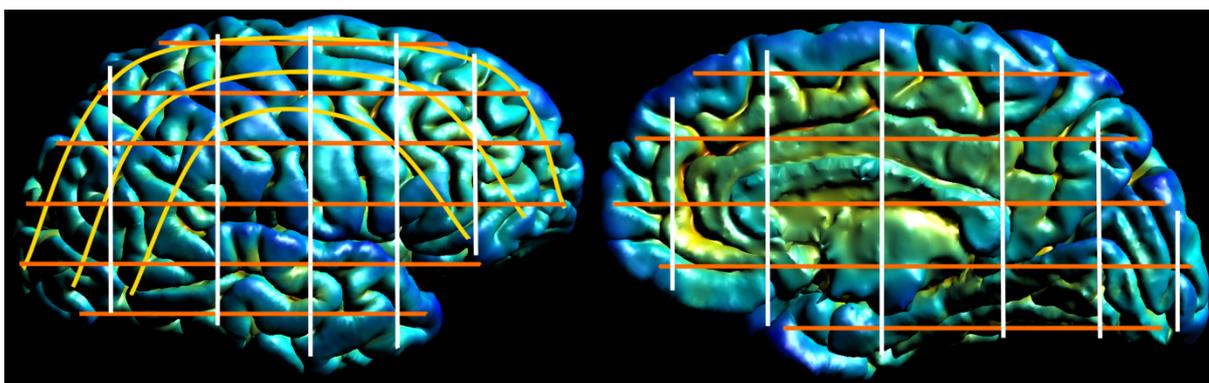
Iris Steinmann von der Universität Heidelberg stellte weitere 10 anonymisierte und bereits mit FreeSurfer segmentierte Datensätze zur Verfügung. Zwei davon unterlagen einem Talairach-Problem. Von den verbliebenen 8 Datensätzen wurden die besten zwei weiblichen und drei männlichen Probanden ausgewählt, um die Datensätze der Universität Jena zu vervollständigen.

Zur Analyse standen schließlich 15 sehr gute Datensätze zu Verfügung. Diese ließen sich in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe besteht aus 14- bis 15-jährigen Jugendlichen und die zweite aus 21- bis 28-jährigen jungen Erwachsenen. Bei den Jugendlichen wurde der Altersbereich eng gehalten (Ausschließung eines 12-jährigen Mädchens), da sich das Gehirn in diesem Alter noch in der Entwicklung befindet. Bei den jungen Erwachsenen konnte der Altersbereich aufgrund der anzunehmenden vollständigen Ausbildung des Gehirns breiter gehalten werden. Die verwendeten Datensätzen sind in Tabelle 9 auf Seite 84 aufgelistet.

# 7 Ergebnisse

## 7.1 Manuelle Abschätzung der zu erwartenden Schwingungen

Zur manuellen Abschätzung wurde der linke Kortex von *Bert* betrachtet. In Abbildung 32 wurden Zählkurven entlang der drei räumlichen Achsen aufgetragen:



**Abbildung 32** Parallele Sicht auf die Sagittalebene eines linken Kortex von außerhalb (links) und innerhalb (rechts) des Gehirns mit Zählkurven. Weiß = dorsal bis ventral in der Sagittalebene. Orange = frontal bis okzipital in der Sagittalebene. Gelb = frontal bis okzipital in der Horizontalebene.

**Tabelle 6** Ausgezählte Schwingungen auf dem Kortex.

	Von außerhalb	Von innerhalb	Summe
Dorsal-Ventral, Sagittalebene	5-9	3-7	<b>8-16</b>
Frontal-Okzipital, Sagittalebene	6-12	5-7	<b>11-19</b>
Frontal-Okzipital, Horizontalebene	10-20	Nicht existent	<b>10-20</b>
<b>Summe</b>	<b>21-41</b>	<b>8-14</b>	<b>29-55</b>

Tabelle 6 zeigt die ausgezählten Schwingungen entlang der in Abbildung 32 eingezeichneten Zähllinien. In der Ansicht von innerhalb des Hirns (rechts) sind noch Überreste des Balkens und des Zwischenhirns zu erkennen, welche zwangsläufig bei der Segmentierung übrig bleiben, da die Kortexoberfläche von diesen Strukturen daran gehindert wird, komplett in sich geschlossen zu sein (siehe Abbildung 2 auf Seite 10). Beim Auszählen der Schwingungen wurden diese jedoch außen vorgelassen. Das Auszählen ist natürlich eine subjektive Methode. Es geht dabei aber nur um die Größenordnung der Schwingungen, die je nach Interpretation von Tabelle 6 im kleinen bis mittleren zweistelligen Bereich liegen. Ein einzelner Peak im Frequenzspektrum für die Gyri und Sulci ist also keinesfalls zu erwarten, auch weil diese Strukturen unterschiedliche Breiten aufweisen.

## 7.2 Ergebnisse der Untersuchungen von Berts Kortex

### 7.2.1 Ergebnisse der DKP

#### 7.2.1.1 Überlappungen und Projektionszentrum

Mit Hilfe der DKP wurden zunächst die beiden Kortexoberflächen einzeln projiziert. Die Anzahl der Schnitte jedes Strahls mit der Oberfläche lässt Rückschlüsse auf die Menge des verborgenen Kortex zu. Schneidet der Strahl die Oberfläche nur einmal, so wird genau dieser Schnittpunkt auf die Kugeloberfläche abgebildet, und es wird kein Fehler begangen. Schneidet er die Oberfläche jedoch mehrmals, so wird nur der äußerste Schnittpunkt abgebildet und die weiter innenliegenden Oberflächenanteile gehen bei der Projektion verloren. Abbildung 33 zeigt die Verteilung der Abtaststrahlen in Abhängigkeit deren Schnitte mit den Kortexoberflächen.

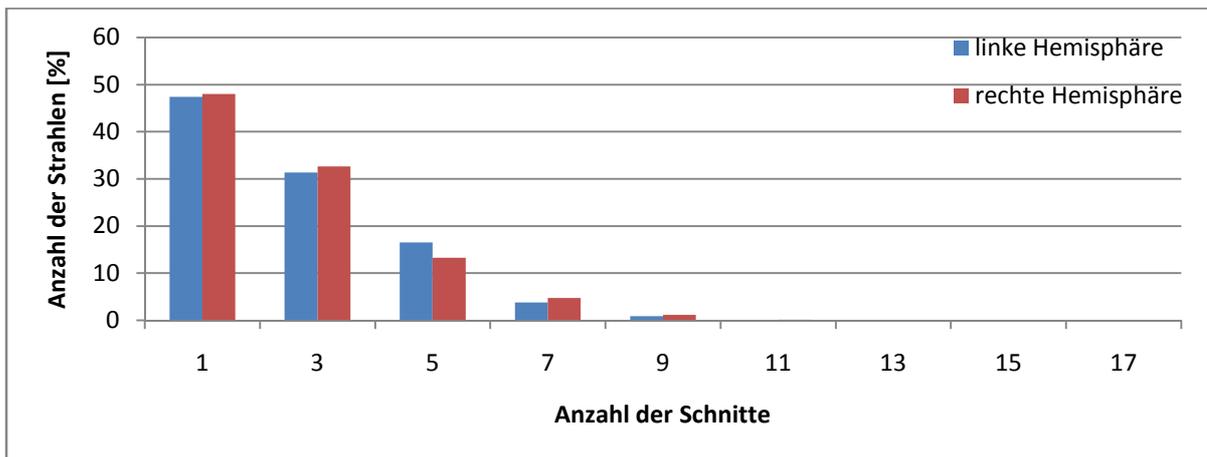
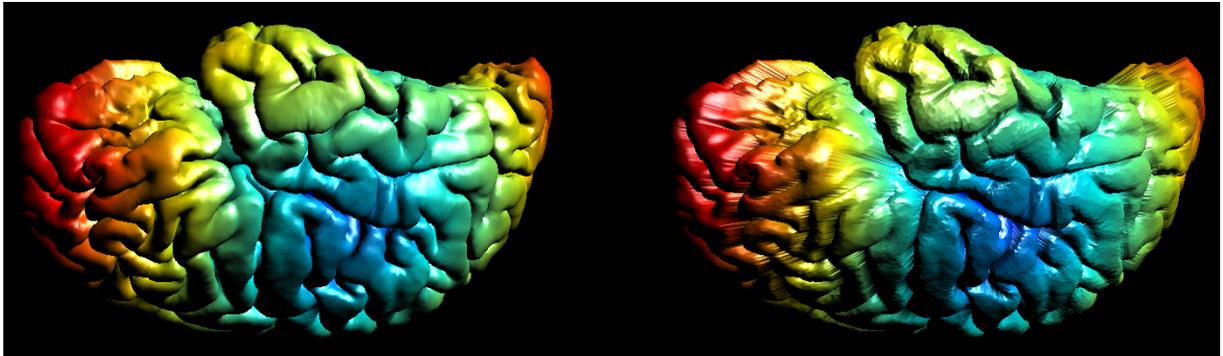


Abbildung 33 Anzahl der Schnitte der Abtaststrahlen mit den Kortexoberflächen.

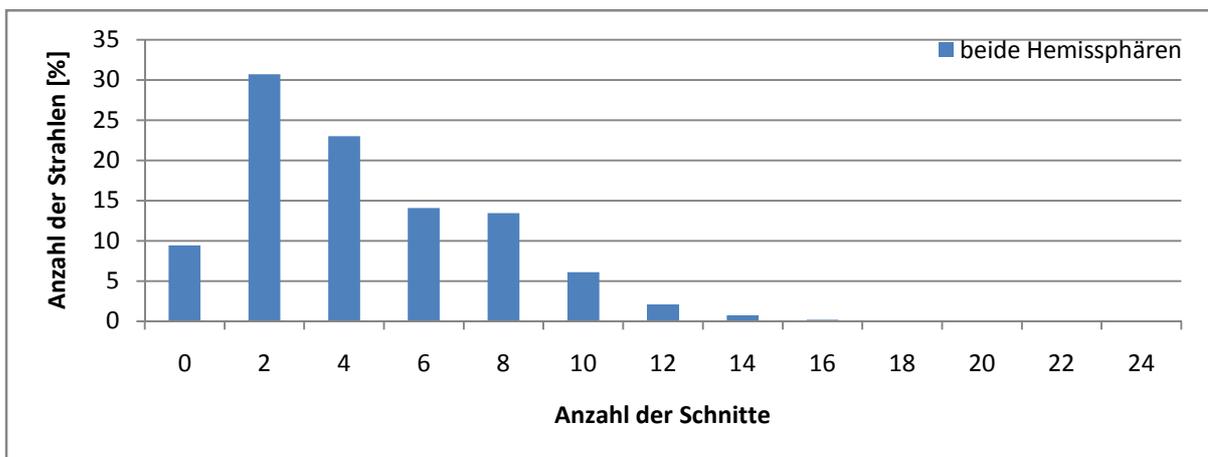
Zunächst ist zu sehen, dass in etwa die Hälfte der Oberfläche der äußeren Oberfläche entspricht (47 – 48%), die Abtaststrahlen also nur einen Schnitt mit der Oberfläche erfahren. Bei der anderen Hälfte der Abtaststrahlen gingen Informationen verloren, da mehrere Schnitte mit der Oberfläche stattfanden. Weiterhin sind sich die Verteilungen für die linke und die rechte Hemisphäre recht ähnlich. Die maximale Abweichung liegt bei 5 Schnitten mit der Oberfläche bei 3,25%. Aus den Graphen können weiterhin Hinweise auf die korrekte Funktionsweise der DKP abgelesen werden. Bei der Projektion der beiden Hemisphären wurde keine Nicht-Kollision festgestellt, und das Projektionszentrum befindet sich innerhalb der Oberfläche. Dass dies korrekt ist, ist daran zu sehen, dass es nur zu ungeraden Schnittanzahlen kam. Betrachtet man die rechte Grafik von Abbildung 7 (Seite 17), so wird klar, dass bei einer geschlossenen Oberfläche ein Strahl, dessen Startpunkt *innerhalb* der Oberfläche liegt, immer eine *ungerade* Anzahl von Schnitten mit dieser erfahren muss. Bei

beiden Hemisphären kam es zu bis zu 15 Schnitten, bei der linken Hemisphäre sogar zu 17 Schnitten. Diese Anzahl tritt an den Stellen der Oberflächen auf, welche nahezu parallel, mit kleinen Ein- und Ausstülpungen zu den Abtaststrahlen verlaufen. Der Effekt, dass die DKP nur die äußere Oberfläche abbildet, kann deutlich in Abbildung 34 beobachtet werden.



**Abbildung 34** Oberfläche (links) und Rückprojektion (rechts) der linken Hemisphäre. Deutlich zu sehen ist die Bildung von glatten Flächen, welche in Richtung Zentrum verlaufen.

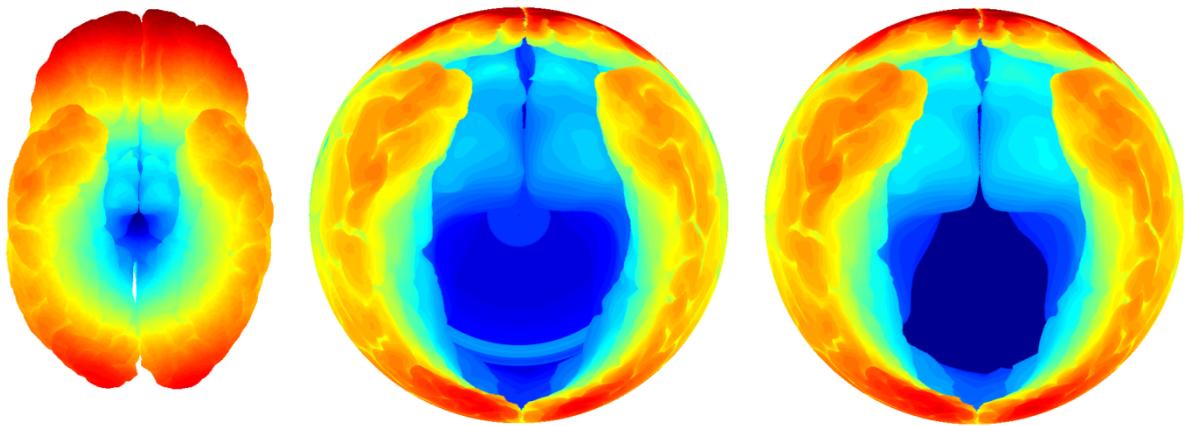
Bei der gleichzeitigen Projektion der beiden Kortexhemisphären wurden diese gleichzeitig geladen. Die Gesamtoberfläche besteht also eigentlich aus zwei Teiloberflächen. Abbildung 35 zeigt die Schnittverteilung bei dieser Projektion.



**Abbildung 35** Anzahl der Schnitte der Abtaststrahlen mit der gesamten Kortexoberfläche.

Der Abbildung ist zu entnehmen, dass sich das Projektionszentrum nicht innerhalb einer der beiden Oberflächen befindet. Deshalb kommt es im Fall, dass ein Schnittpunkt gefunden wurde, mindestens zu einem weiteren. Der erste Schnittpunkt stellt somit den Eintrittspunkt und der zweite Schnittpunkt den Austrittspunkt des Strahls aus der Oberfläche dar. Von außerhalb der Kortexoberfläche betrachtet ist somit der Fall für zwei Schnittpunkte im Grunde äquivalent zum Fall für einen Schnittpunkt aus der Betrachtung für die einzelnen Kortexhemisphären von oben. Die Anzahl der verlustfreien Abbildungen verringert sich auf 30,7% (zwei Schnitte). Dies liegt daran, dass nun 9,4% der Strahlen überhaupt keinen

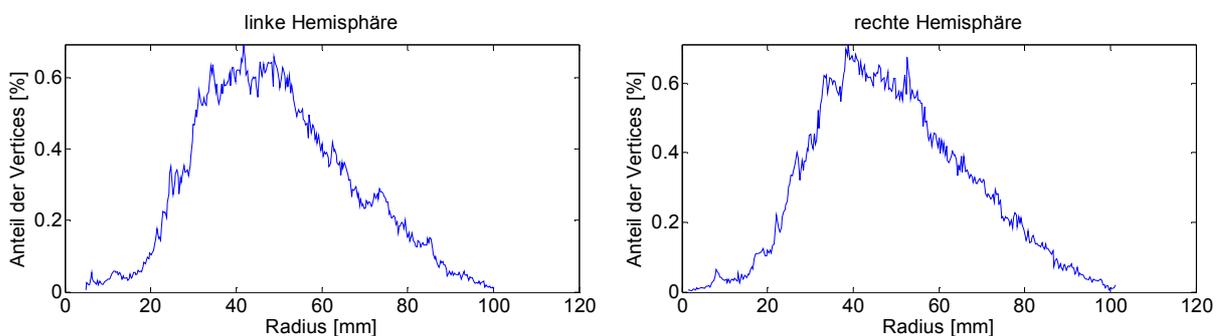
Schnittpunkt mit der Oberfläche mehr finden. Dies findet ausschließlich im unteren Bereich des Kortex statt. Der Mittelpunkt der Oberflächen (Projektionszentrum) befindet sich somit zwischen den beiden Hemisphären, unterhalb des Balkens und außerhalb beider Oberflächen, siehe die dunkelblaue Region in Abbildung 36. Im Falle einer Nicht-Kollision wird der Abtastwert auf  $0\text{mm}$  gesetzt. Dies ließe sich vermeiden, indem die eingebaute Nicht-Kollisions-Korrektur der DKP aktiviert würde. Allerdings ist diese, wie im Kapitel über die DKP-Methode bereits erwähnt, nur für seltene, auf numerischen Ungenauigkeiten basierende, Nicht-Kollisionen gedacht, und führt im Falle der systematisch vorhandenen Nicht-Kollisionen aufgrund eines sich außerhalb der Oberfläche befindlichen Projektionszentrum zu starken schlierenhaften Artefakten (siehe mittlere Grafik in Abbildung 36) und wurde daher nicht verwendet.



**Abbildung 36** Projektion des gesamten Kortex. Links die Oberfläche von unten betrachtet, in der Mitte die Projektion mit Nicht-Kollisions-Korrektur und rechts ohne Korrektur.

### 7.2.1.2 Verteilung der Radien der Oberflächen

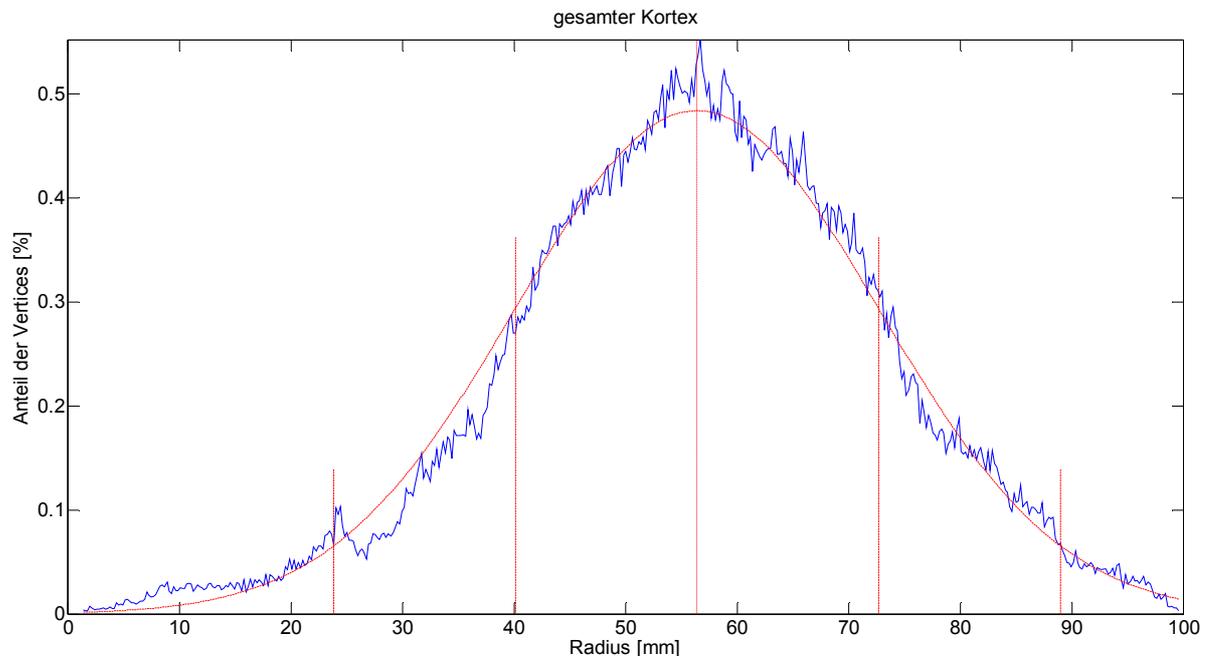
Die Verteilung der Radien der Vertices der Kortexoberflächen *vor* der Projektion zeigt Abbildung 37.



**Abbildung 37** Verteilung der Radien der Vertices der Oberflächen für beide Hemisphären.

Die Verteilungen sind leicht linkssteil (positive Schiefe). Die Radien haben Werte zwischen  $1,4\text{mm}$  und  $101\text{mm}$ . Ihre Mittelwerte liegen bei ca.  $49,3\text{mm}$ . Mehr Auffälligkeiten sind hier nicht zu nennen, eine Normalverteilung war mit statistischen Tests nicht nachzuweisen.

Anders verhält sich die Verteilung der Radien der kompletten Kortexoberfläche, wie Abbildung 38 zeigt.

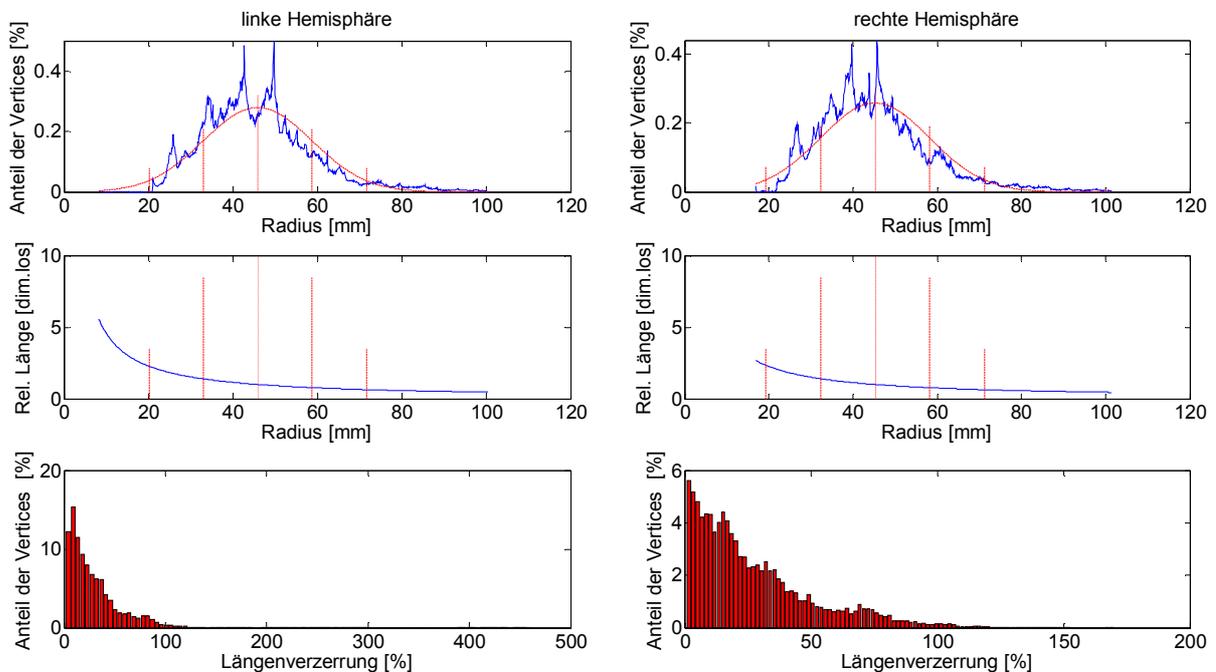


**Abbildung 38** Verteilung der Radien der Vertices der kompletten Kortexoberfläche. Rot eingezeichnet ist die Normalverteilung mit den geschätzten Parametern für den Mittelwert und die Standardabweichung.

Eine visuelle Begutachtung dieser Verteilung könnte auf eine Normalverteilung schließen lassen. Der Mittelwert dieser Verteilung beträgt  $56,4\text{mm}$  und die Standardabweichung  $16,3\text{mm}$ . Die Normalverteilung mit diesen Parametern wurde rot eingezeichnet. Bis auf allgemeine rauschartige Abweichungen und einigen Diskrepanzen auf der linken Seite der Verteilung könnte hier durchaus von einer Normalverteilung ausgegangen werden. Um dies objektiv nachweisen zu können, wurden drei in MATLAB integrierte Tests auf Normalverteilung verwendet (Lillifor-Test, Jarque-Bera-Test und Chi-Quadrat-Anpassungstest-Test, siehe [SAC04] und [MAT07]). Alle drei Tests weisen die Nullhypothese auf Normalverteilung sowohl auf einem Signifikanzniveau von 5% als auch auf 50% zurück. Trotz dass es sich visuell um eine Normalverteilung handeln könnte, ist dies statistisch gesehen somit nicht der Fall.

### 7.2.1.3 Längenverzerrung bei der Projektion

Zur Abschätzung der bei der DKP gemachten Längenverzerrungen sind zunächst die oberen Grafiken von Abbildung 39 zu betrachten. Diese stellen die Verteilung der Radien auf der Kugeloberfläche *nach* der Projektion dar. Die bei der Projektion aufgrund von Überlappungen weggefallenen Radien sind hierin bereits nicht mehr enthalten. Deutlich zu sehen ist die Zunahme der Häufigkeit der kleinen Radien, gut zu sehen im Bereich von 20 – 40mm im Vergleich zu den ursprünglichen Radien der Oberflächen, vergleiche Abbildung 37. Dies liegt daran, dass diese auf eine vergrößerte Fläche abgebildet werden. Im Gegensatz dazu nimmt die Häufigkeit der großen Radien ab, was im Bereich von 60 – 100mm gut zu erkennen ist. Konsequenterweise verschieben sich die Mittelwerte um einige Millimeter zu ca. 45,6mm. Strukturen unterhalb von 8,2mm (links) bzw. 16,8mm (rechts) werden scheinbar vollständig verdeckt und nicht abgebildet. Erwartungsgemäß werden alle äußersten Strukturen abgebildet, da diese mit Sicherheit zu den Gyri zählen und somit nicht verdeckt werden.



**Abbildung 39** Verteilung der Radien nach der Projektion (oben), abgebildete relative Länge ursprünglich gleich großer Segmente (mittig) und Verteilung der Längenverzerrungen (unten) für beide Hemisphären.

Die mittleren Grafiken von Abbildung 39 zeigen die resultierenden relativen Längen von Strukturen im Vergleich zu ursprünglich gleich großen Strukturen, welche beim mittleren Radius liegen. Die gepunktete Linie in der Mitte stellt hierbei den Mittelwert der abgebildeten Radien und die gestrichelten Linien den  $\sigma$ - und  $2\sigma$ -Bereich um diesen dar. Tabelle 7 zeigt die relative Länge (*rl*) an wichtigen Stellen der Verteilung an. So werden Strukturen innerhalb vom  $\sigma$ -Bereich maximal um den Faktor 1,39 vergrößert bzw. maximal auf den Faktor 0,78 verkleinert abgebildet. Diese Verzerrungen betreffen maximal 68,3% der abgebildeten Radien im Falle einer Normalverteilung (siehe Tabelle 2 auf Seite 27), im vorliegenden Fall

also eher weniger Radien. Innerhalb des  $2\sigma$ -Bereichs liegen mindestens 74% und maximal 95% der Radien.

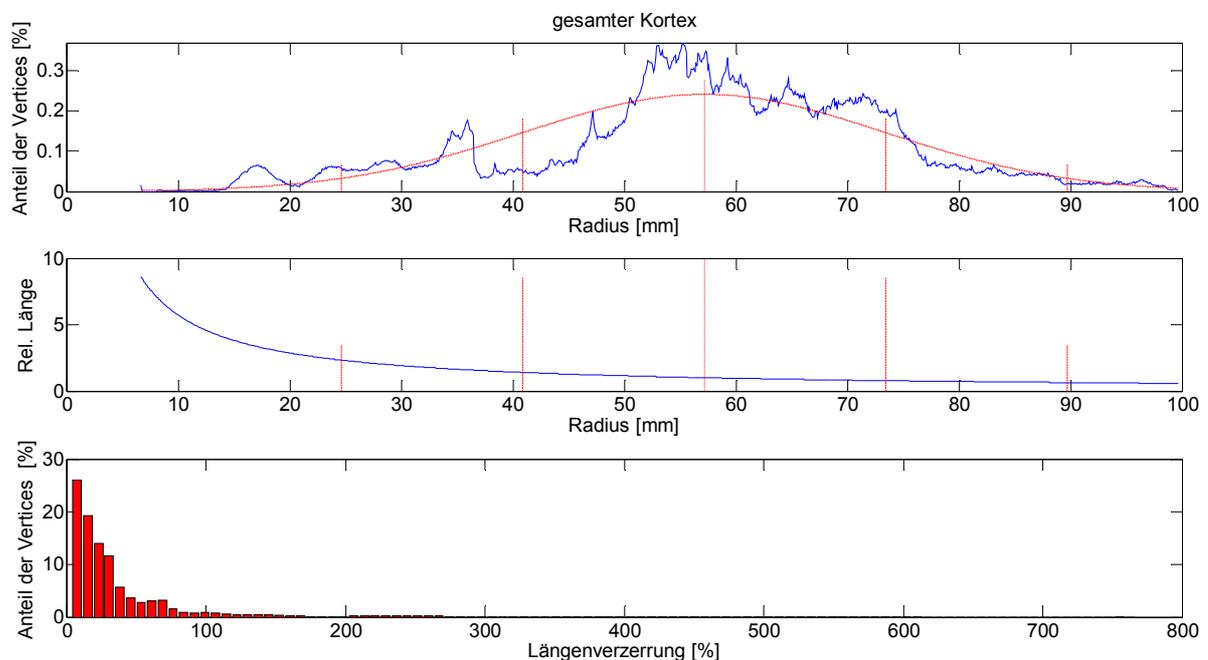
**Tabelle 7** Relative Längen an signifikanten Stellen der Verteilung für beide Hemisphären.

Hemisphäre	$\bar{r}$	$\sigma$	$rl_{\bar{r}-\sigma}$	$rl_{\bar{r}+\sigma}$	$rl_{\bar{r}-2\sigma}$	$rl_{\bar{r}+2\sigma}$	$rl_{min}$	$rl_{max}$
Linke	45,94	12,86	1,39	0,78	2,27	0,64	0,46	5,59
Rechte	45,28	12,97	1,40	0,78	2,34	0,64	0,45	2,69

Die unteren Graphen von Abbildung 39 verdeutlichen diese Sachverhalte. Sie stellen die Anzahl der Vertices in Abhängigkeit der aufgetretenen Längenverzerrungen dar. Ein Großteil der abgebildeten Strukturen wurde also maximal auf die doppelte bzw. halbe Größe verzerrt. Es treten aber auch Verzerrungen bis zum Faktor 5,59 auf.

Aus den Graphen der Abbildung 39 und den Werten aus Tabelle 7 kann entnommen werden, dass die Fehler sich für die rechte und linke Kortexhemisphäre recht ähnlich verhalten. Die linke Hemisphäre unterliegt zwar einer etwa doppelt so großen maximalen Längenverzerrung, dies gilt allerdings nur für sehr wenige abgebildete Radien.

Die Verteilung der Radien nach der Projektion und die Verteilung der Längenverzerrungen für die Projektion des kompletten Kortex zeigt Abbildung 40, und die relativen Längen an signifikanten Stellen sind in Tabelle 8 aufgelistet. Die mit einem Radius von  $0mm$  klassifizierten Abtastwerte wurden hierzu allerdings aus der Verteilung entfernt, welche einen beträchtlichen Anteil von 9,45% aller Abtastwerte stellten. Diese Werte waren mit der hier verwendeten Auswertungsmethode nicht kompatibel ( $rl \rightarrow \infty$ ).



**Abbildung 40** Verteilung der abgebildeten Radien, der relativen Länge ursprünglich gleich großer Anteile und Verteilung der Längenverzerrung für den gesamten Kortex.

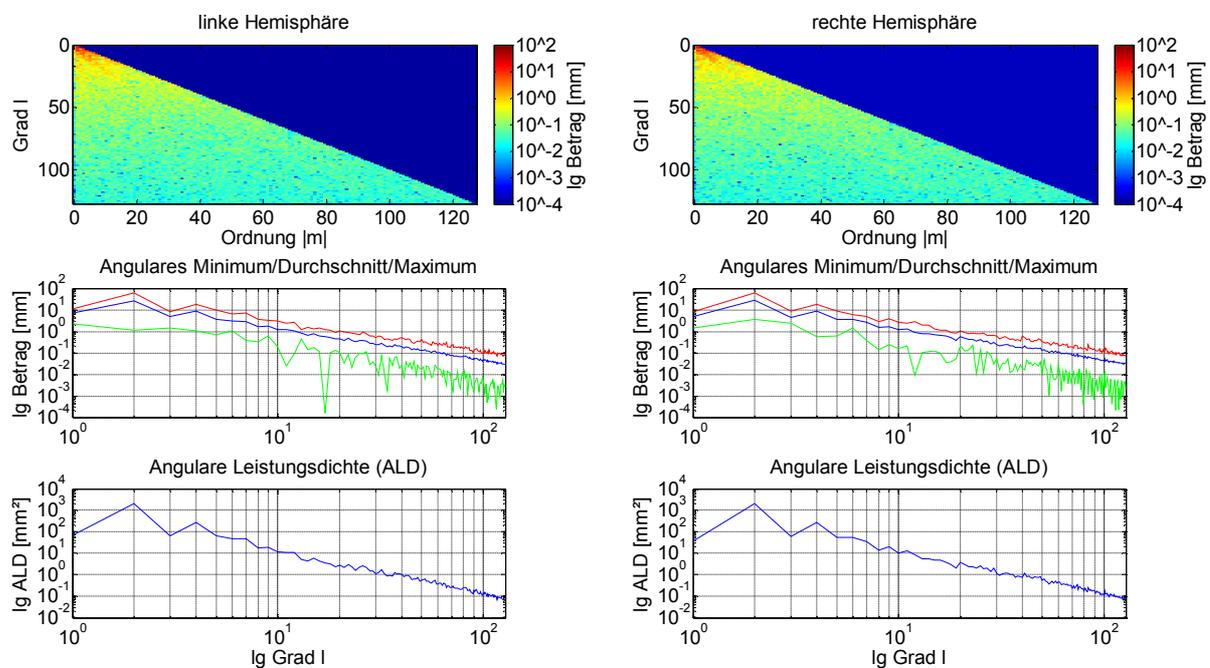
**Tabelle 8** Relative Längen an signifikanten Stellen der Verteilung für den gesamten Kortex.

Gesamter Kortex	$\bar{r}$	$\sigma$	$rl_{\bar{r}-\sigma}$	$rl_{\bar{r}+\sigma}$	$rl_{\bar{r}-2\sigma}$	$rl_{\bar{r}+2\sigma}$	$rl_{min}$	$rl_{max}$
	57,16	16,27	1,40	0,78	2,32	0,64	0,57	8,63

Zu sehen ist auch hier zunächst eine starke Änderung der Verteilungsform durch die Projektion. Die ursprüngliche annähernde Normalverteilung ist nicht mehr vorhanden. Die Anteile unterhalb des Mittelwerts nahmen auch hier stark zu und die Anteile oberhalb des Mittelwerts ab. Die auftretenden Längenverzerrungen sind noch größer als bei der Projektion der einzelnen Hemisphären. Diese reichen bis zum Faktor 8,63.

#### 7.2.1.4 Transformationsergebnisse

Die Ergebnisse der SHT nach erfolgter DKP für die beiden Kortexhemisphären zeigt Abbildung 41. Verwendet wurden orthonormalisierte sphärisch harmonische Funktionen.

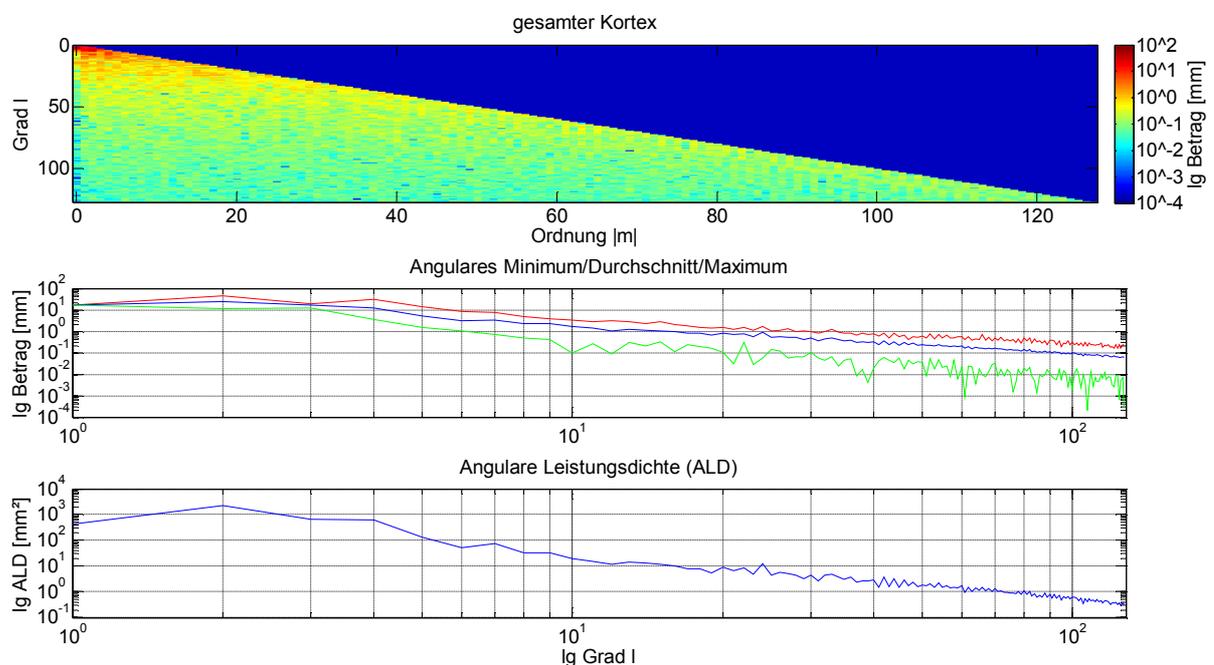


**Abbildung 41** Koeffizienten für die linke und die rechte Hemisphäre, projiziert mit der DKP.

Alle Koeffizienten mit einem Betrag größer als eins befinden sich unterhalb von  $l = 20$ . Das angulare Maximum beträgt beim höchsten Grad nur noch 0,072 bzw. 0,074. Die maximalen und durchschnittlichen angularen Beträge verlaufen, im Gegensatz zu den minimalen angularen Beträgen, welche teilweise die Größenordnungen zwischen benachbarten Graden wechseln, relativ ruhig. Die angulare Leistungsdichte erreicht zwei auffällige Maxima bei  $l = 2$  und  $l = 4$ . Sie unterschreitet den Wert von eins erstmals bei  $l = 32$  bzw.  $l = 34$ . Auffällig sind die Beträge der Koeffizienten für rein horizontale Schwingungen ( $m = 0$ ), welche meistens geringer sind als die restlichen Schwingungen eines Grades. Ansonsten bleibt festzuhalten, dass sich die Verläufe des angularen Maximum, Durchschnitts, sowie der

ALDs der beiden Hemisphären sehr stark ähneln. Vor allem einzelne Koeffizienten von niedrigem Grad sind sich sehr ähnlich. Die Koeffizienten höherer Grade variieren häufiger, tragen insgesamt aber einen sehr ähnlichen Beitrag zur ALD bei, was deren ähnliche Verläufe erklärt.

Abbildung 42 zeigt das Transformationsergebnis des gesamten Kortex. Die maximalen Peaks sind nicht ganz so deutlich ausgeprägt wie bei den einzelnen Hemisphären, und sie liegen betragsmäßig auch niedriger. Die ALD fällt weniger schnell auf einen um eine Größenordnung höher liegenden Endwert von 0,32. Der maximale angulare Betrag fällt das erste mal bei  $l = 31$  unter einen Wert von eins, also ebenfalls deutlich später. Viele Koeffizienten sind also größer als bei den einzelnen Hemisphären, was an der insgesamt größeren Struktur des gesamten Kortex im Vergleich zu den einzelnen Hemisphären liegt. Auch hier treten in der Regel kleinere Ausprägung der rein horizontalen Koeffizienten auf.



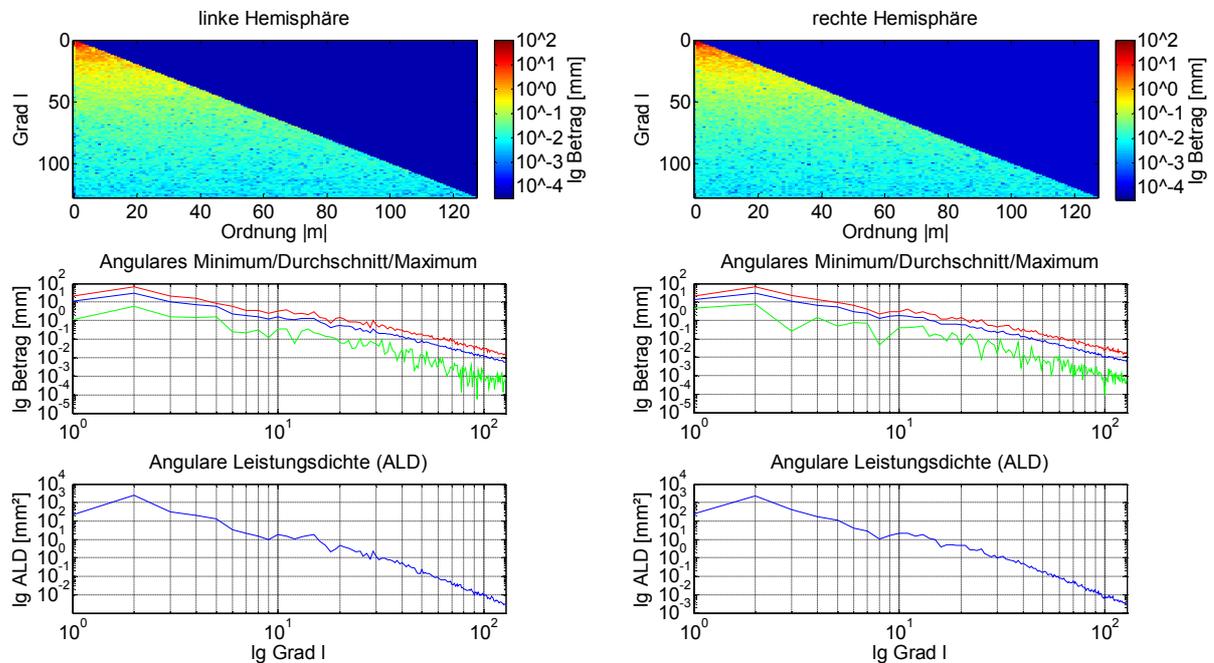
**Abbildung 42** Koeffizienten für den gesamten Kortex, projiziert mit der DKP.

## 7.2.2 Ergebnisse der aufgeblähten Oberflächen

Auf die beim Aufblähen gemachten Längenabbildungsfehler wurde bereits in Kapitel 6.3.1 auf Seite 67 eingegangen. In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Transformation der aufgeblähten Oberflächen beschrieben. Als Funktionswerte auf der Kugeloberfläche wurden die drei verschiedenen Größen gewählt, welche zur Beschreibung der Form der Oberfläche geeignet erschienen: der Abstand vom Koordinatenursprung, die durchschnittliche Konvexität und die mittlere Krümmung. Verwendet wurden orthonormalisierte sphärisch harmonische Funktionen.

### 7.2.2.1 Transformation der Abstände vom Koordinatenursprung

Der Abstand der Punkte der Oberfläche vom Koordinatenursprung ist die direkteste Beschreibungsmöglichkeit für die Form der Oberfläche. Bei der Wahl dieser Größe als Funktionswert ergibt sich das Transformationsergebnis nach Abbildung 43.

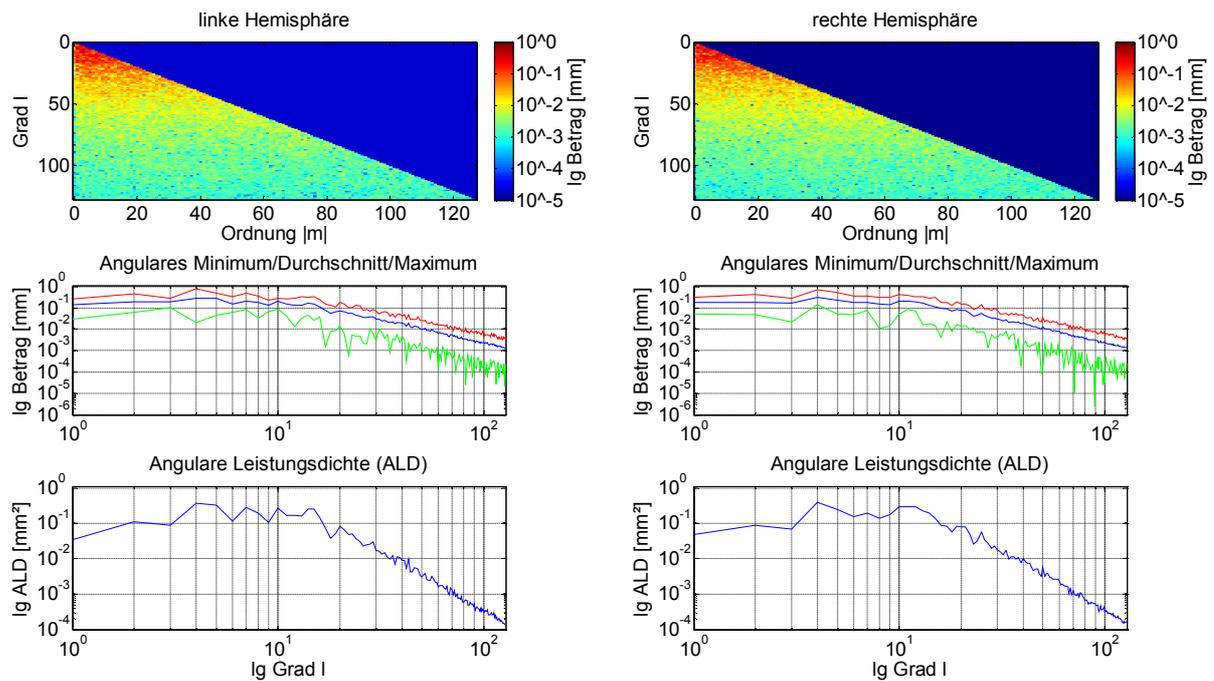


**Abbildung 43** Transformationsergebnis der Funktion des Abstands vom Koordinatenursprung.

Gemeinsame Peaks in den ALDs sind bei  $l = 2$  und  $l = 5$  auszumachen. Zwischen etwa  $l = 8$  und  $l = 18$  weisen beide ALDs eine eindeutige Wölbung auf. Bei  $l = 25$  und  $l = 29$  sind nochmal zwei gemeinsame Peaks auszumachen. Anschließend fallen beide ALDs in der doppelt-logarithmischen Darstellung linear ab.

### 7.2.2.2 Transformation der durchschnittlichen Konvexität

Die durchschnittliche Konvexität ist ein Maß dafür, wie weit die Eckpunkte beim Aufblähungsprozess gewandert sind und beschreibt damit grob den Verlauf der Gyri und Sulci. Abbildung 44 zeigt das Transformationsergebnis, wenn diese Größe als Funktion auf der Kugeloberfläche gewählt wurde.

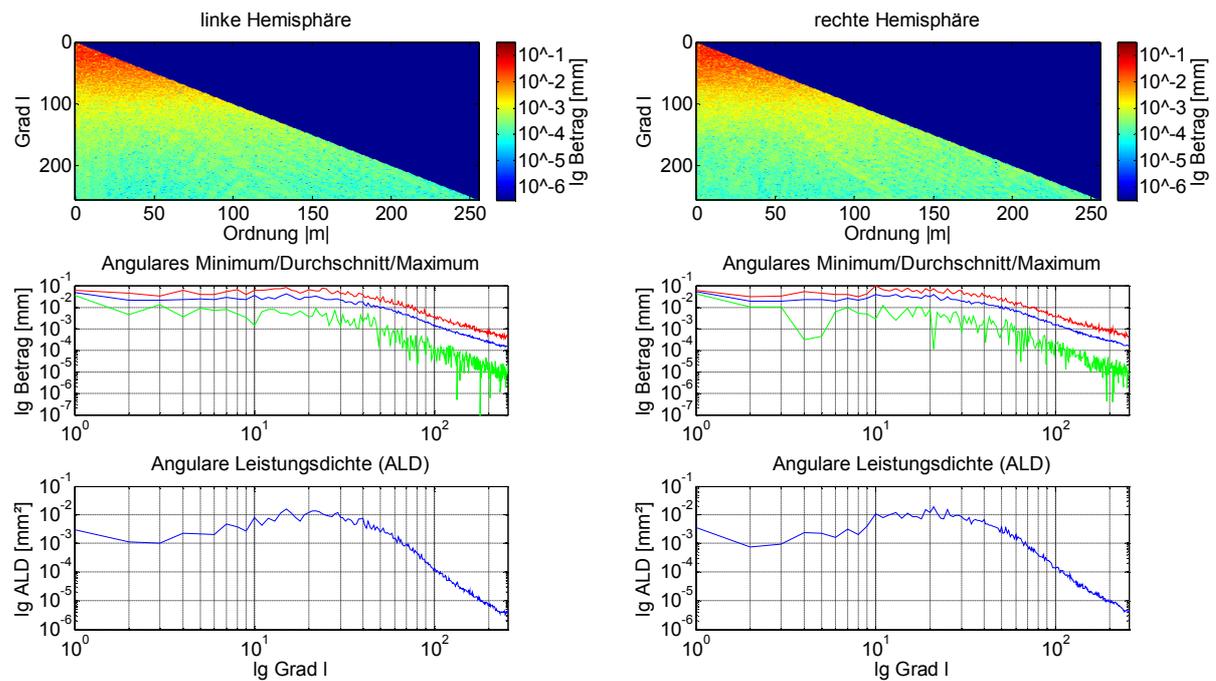


**Abbildung 44** Transformationsergebnisse der Funktion der durchschnittlichen Konvexität.

Die Funktionswerte betragen  $-1,717 - 1,717$  auf der linken Kortexhemisphäre und  $-1,728 - 1,728$  auf der rechten. Entsprechend klein sind sämtliche Koeffizienten, der größte beträgt nur 0,764 für die linke und 0,743 für die rechte Hemisphäre bei  $l = 4$ . An dieser Stelle findet auch die angulare Leistungsdichte ihren ersten deutlichen Peak. Ein zweiter ist bei  $l = 7$  auszumachen, allerdings für die rechte Hemisphäre nur schwach. Zwischen  $l = 10$  und  $l = 18$  ist ein weiterer Peak auszumachen. Ein vierter Peak befindet sich bei  $l = 20$ . Bei  $l = 24$  ist noch ein Peak für die rechte Hemisphäre auszumachen und bei  $l = 29$  für die linke. Danach fallen beide Spektren schnell ähnlich stark ab. Insgesamt betrachtet ist eine deutliche Wölbung zwischen  $l = 4$  und  $l = 20 - 30$  auszumachen.

### 7.2.2.3 Transformation der mittleren Krümmung

Die mittlere Krümmung der Oberfläche ist ein feineres Maß für die Beschaffung der Oberfläche und auch hier werden Gyri und Sulci getrennt, da Gyri prinzipiell nach außen und Sulci nach innen gewölbt sind. Allerdings stellt diese Größe schon eine sehr indirekte Beschreibung des Verlaufs der Oberfläche dar. Kommt es beispielsweise zu einer nach außen gerichteten Wölbung innerhalb eines Sulci, so würde dieses Gebilde mit einer Krümmung beschrieben werden, welche eigentlich einem Gyri vorbehalten sein sollte. Abbildung 45 zeigt die Transformationsergebnisse bei der Wahl dieser Größe als Funktion auf der Kugeloberfläche.



**Abbildung 45** Transformationsergebnisse der Funktion der mittleren Krümmung.

Die Funktionswerte betragen hier  $-0,553 - 0,657$  für die linke Hemisphäre und  $-0,54 - 0,647$  für die rechte Hemisphäre, entsprechend klein fällt wieder die Größenordnung der Koeffizienten aus. Da die mittlere Krümmung eine feinere Struktur aufweist als die durchschnittliche Konvexität, erstrecken sich ihre relevanten Koeffizienten auch über einen weiteren Bereich. Die angulare Leistungsdichte verläuft hierbei sehr ruhig und bildet eine große Wölbung aus, welche ungefähr bei  $l = 8$  beginnt und sich bis  $l = 50$  erstreckt. Danach fällt sie im logarithmierten Plot linear ab. Auf dieser Wölbung sind jedoch nur kleine gemeinsame Peaks bei  $l = 10$  und  $l = 21$  auszumachen. Auffällig ist, dass die ALD zunächst von  $l = 1$  bis  $l = 2$  abfällt, bevor sie beginnt anzusteigen. Beim Betrachten der Koeffizienten in den obersten Grafiken sind vor allem die diagonalen Koeffizienten noch stärker bis zu den hohen Graden vertreten. Aus dem doch deutlich anderen Verlauf der ALD kann gut entnommen werden, dass es sich bei der mittleren Krümmung um eine völlig andere Beschreibungsmöglichkeit der Oberfläche handelt als bei den beiden vorhergehenden Größen, welche die räumlichen Positionen der Punkte der Oberfläche beschreiben.

### 7.3 Transformationsergebnisse weiterer Kortexoberflächen

Für die aus der Segmentierung brauchbar hervorgegangenen Datensätze wurde eine Abstastung der aufgeblähten Oberflächen vorgenommen. Hierbei wurden, wie im letzten Kapitel, die Abstände der Punkte vom Koordinatenursprung, die durchschnittliche Konvexität und die mittlere Krümmung als Funktionswerte an den Eckpunkten verwendet. Tabelle 9 gibt einen Überblick über die im Folgenden zur Auswertung verwendeten Datensätze.

**Tabelle 9** Daten der Probanden, deren Datensätze analysiert wurden.

Subjekt ID	Probanden ID	Geschlecht	Alter	MTQ
1	HS044213	W	28	0,19711
2	VPN03	W	27	0,07627
3	VPN07	W	26	0,19743
4	SS586769	W	23	0,18830
5	GC558451	W	21	0,17193
6	VPN06	M	25	0,07947
7	LS633557	M	25	0,15072
8	VPN01	M	24	0,09204
9	VPN10	M	24	0,21346
10	HD642097	M	23	0,15106
11	LN088229	W	14	0,13556
12	NA128294	W	14	0,18911
13	NM156544	W	14	0,19755
14	FM070154	M	15	0,16662
15	GM098154	M	14	0,23462

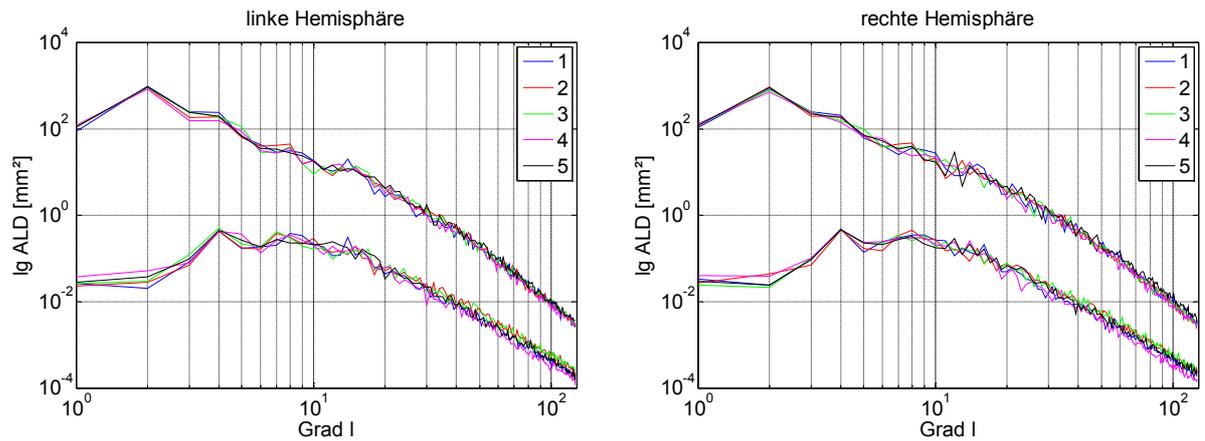
Die maximale MTQ beim Abtasten erreicht Proband 15 mit 0,23462. Die am nächsten an diesem Wert ermittelbare Orangenoberfläche mit  $b = 112$  hatte eine MTQ von 0,24640, also etwas größer (siehe Tabelle 5 auf Seite 58). Hier beträgt die Abweichung der Beträge in der ALD 1,77%. Es ist also davon auszugehen, dass der Fehler beim Abtasten der aufgeblähten Oberflächen bei allen ALDs weniger als 1,77% beträgt.

Die Grafiken der ALDs wurden aus Gründen der besseren Lesbarkeit aufgeteilt in jeweils eine Grafik für die weiblichen Probanden zwischen 21 und 28 Jahren und die männlichen Probanden in diesem Altersbereich. Für die Jugendlichen zwischen 14 und 15 Jahren wurden beide Geschlechter in einem Graph dargestellt, da hier insgesamt nur 5 Datensätze zur Verfügung standen. Transformiert wurde mit orthonormalisierten SHs.

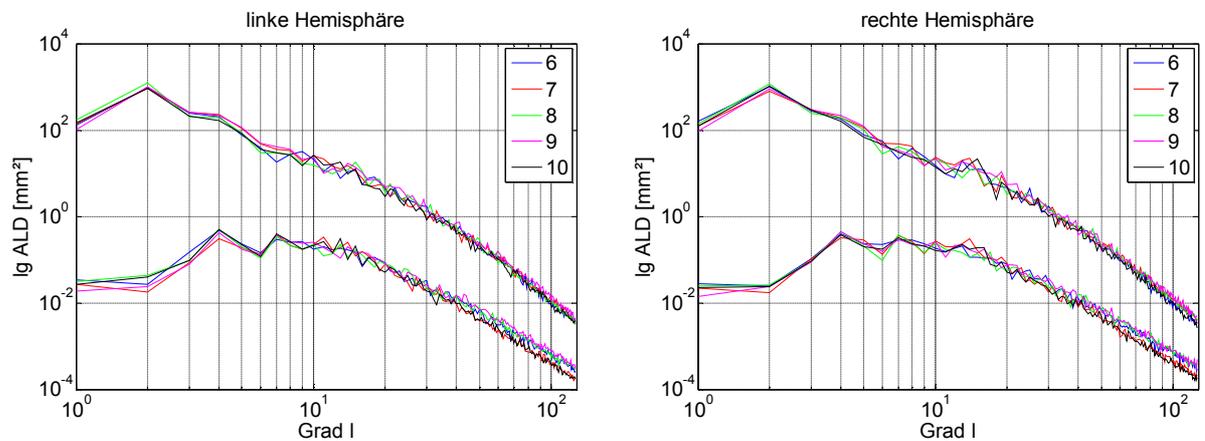
### 7.3.1 Transformationsergebnisse der Abstände und der durchschnittlichen Konvexität

Abbildung 46 bis Abbildung 48 zeigen die ALDs unter Verwendung der Abstände der Eckpunkte vom Koordinatenursprung (obere Kurven) und unter Verwendung der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) als Funktionswerte.

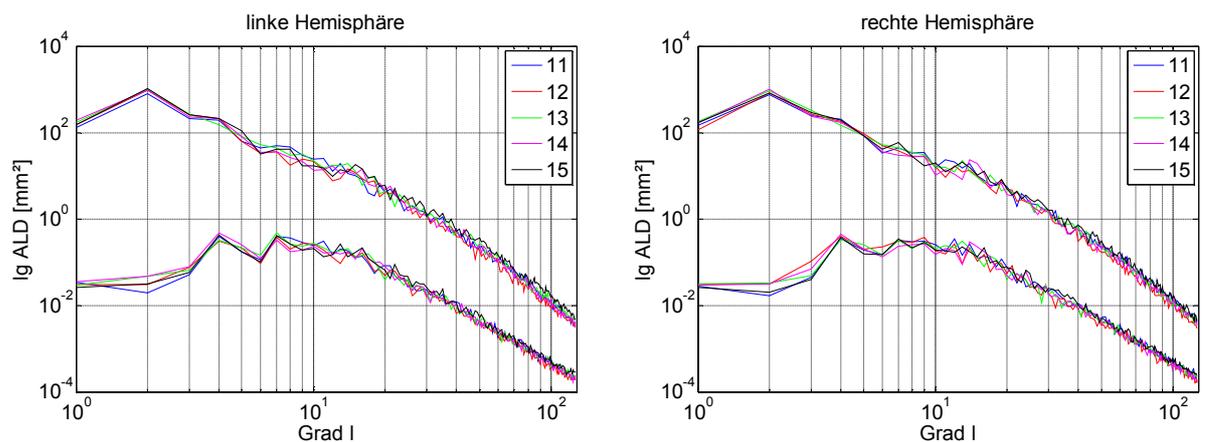
Gut zu sehen ist der generell ähnliche Verlauf der Kurven für die verschiedenen Probanden, welche sich sehr gut mit denen von *Berts* Kortex decken, aber nicht identisch miteinander sind. Die ALDs für die Funktion der Abstände weisen Wölbungen bzw. Peaks zwischen  $l = 8$  und  $l = 20$  auf. Vor allem im Bereich um  $l = 12 - 14$  und  $l = 21 - 24$  treten häufig deutliche Peaks auf. Diese sind besonders deutlich bei der rechten Hemisphäre der männlichen jungen Erwachsenen und bei beiden Hemisphären der Jugendlichen auszumachen. Eindeutige Unterschiede zwischen den ALDs der verschiedenen Geschlechter und Altersstufen sind jedoch rein visuell, bis auf die deutlichere Ausprägung der Peaks um  $l = 12 - 14$  bei den Jugendlichen, nicht auszumachen.



**Abbildung 46** ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für weibliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren.



**Abbildung 47** ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für männliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren.

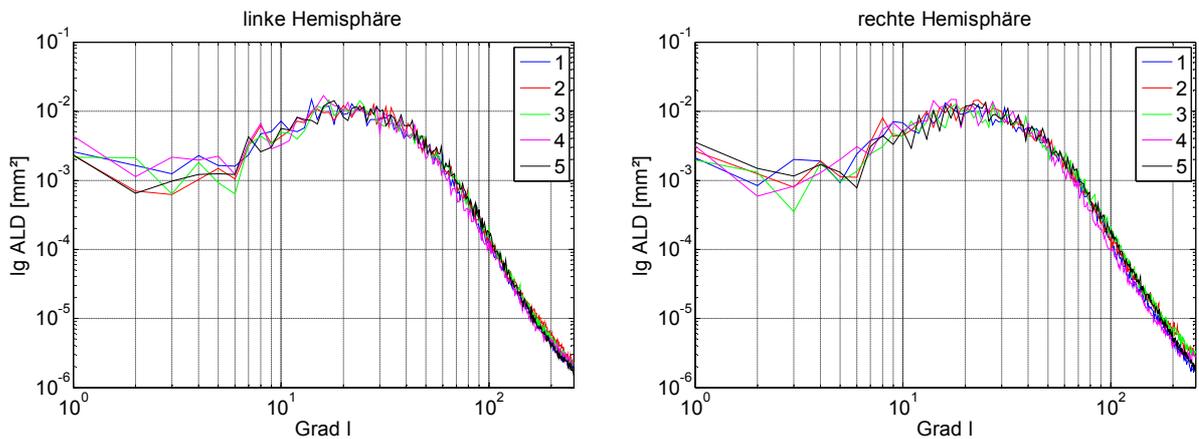


**Abbildung 48** ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für Probanden zwischen 14 und 15 Jahren.

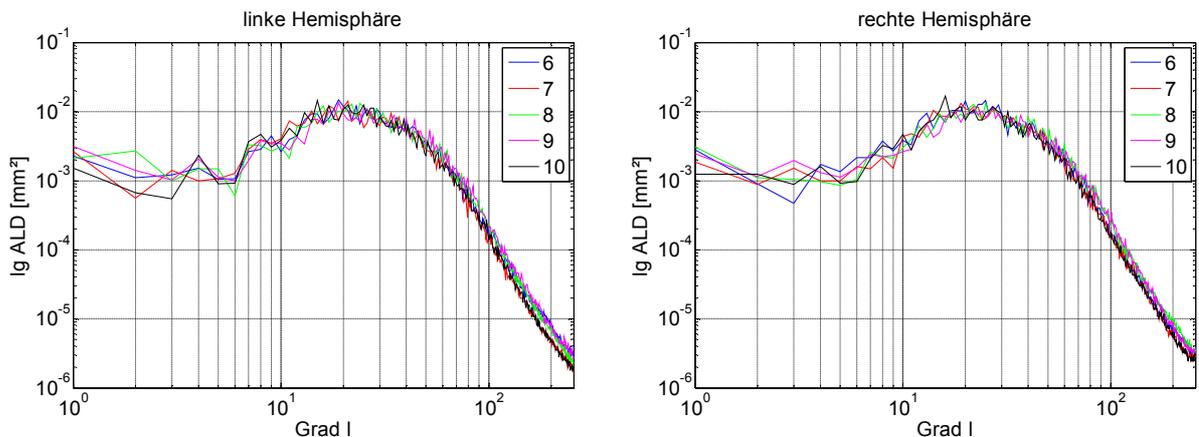
Bei den ALDs unter Verwendung der durchschnittlichen Konvexität ist wieder eine deutliche Wölbung zwischen  $l = 4$  und  $l = 20 - 30$  auszumachen. Bei  $l = 6$  tritt immer ein Minimum auf, welches bei den jungen weiblichen Erwachsenen weniger deutlich ausgeprägt ist als bei den anderen beiden Gruppen. Das erste Maximum bei  $l = 4$  ist hingegen immer sehr deutlich ausgeprägt.

### 7.3.2 Transformationsergebnisse der mittleren Krümmung

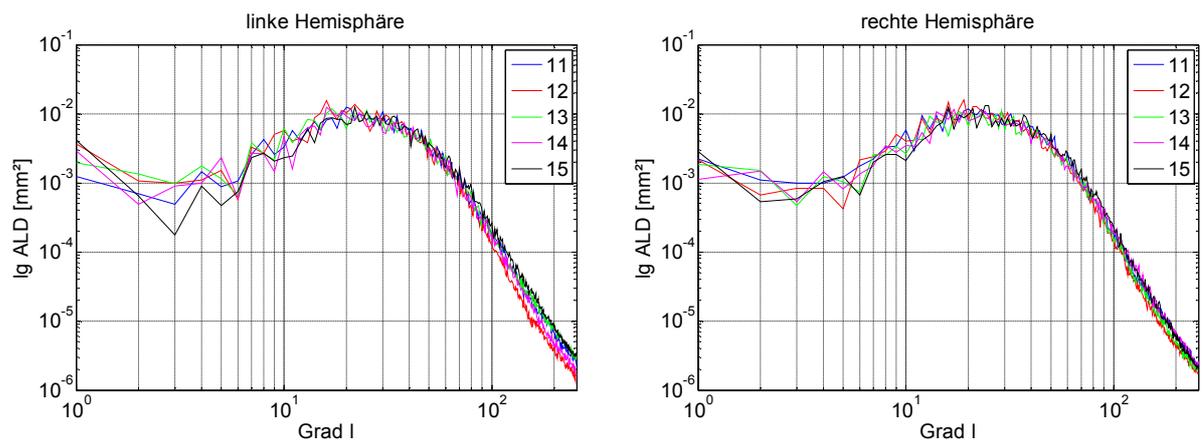
Abbildung 49 bis Abbildung 51 zeigen den Verlauf der ALDs für die Probanden unter Verwendung der mittleren Krümmung als Funktionswerte für die Eckpunkte. Peaks treten hierbei bei  $l = 3 - 5$  und bei  $l = 7 - 8$  auf. Weiterhin tritt wie bei *Bert* eine große Wölbung zwischen  $l = 6$  und  $l = 50 - 60$  auf. Deutliche Unterschiede zwischen den Gruppen sind auch hier nicht visuell auszumachen.



**Abbildung 49** ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für weibliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren.



**Abbildung 50** ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für männliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren.



**Abbildung 51** ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für Probanden zwischen 14 und 15 Jahren.

## 8 Diskussion

Die korrekte Funktionsweise der vorliegenden Implementierung der DKP konnte anhand der korrekten Projektion von Testdatensätzen, welche aus herkömmlichen Sinusschwingungen auf einer Kugeloberfläche bestanden, nachgewiesen werden. Die anschließende SHT ist in der Lage, die exakte Anzahl der aufgebrauchten Schwingungen zu identifizieren. Das Spektrum war hierbei verschmiert. Es traten auch Nebenkoeffizienten auf, allerdings lag der Koeffizient mit der größten Leistung immer bei der aufgebrauchten Schwingungszahl, und die Sekundärkoeffizienten waren deutlich schwächer ausgeprägt (Amplitude  $< 62,62\%$ ; ALD  $< 21,69\%$ ). Diskrepanzen traten beim Gleichanteilkoeffizienten  $a_0^0$  auf, welcher nicht exakt den arithmetischen Mittelwert der Funktionswerte widerspiegelt. Da der Mittelwert aber ohnehin nur eine untergeordnete Rolle spielt, wurde dieser bei den Auswertungen außen vorgelassen. Die korrekte Funktionsweise der SHT konnte durch die exakte Erkennung gesampelter sphärisch harmonischer Funktionen nachgewiesen werden. Die Abtastung der aufgeblähten Oberflächen führt nur minimale Fehler ein. Die verwendeten und implementierten Methoden funktionieren also im Sinne ihrer Definitionen.

Die zu analysierenden Oberflächen wurden für eine Bandbreite  $B=512$  abgetastet, was einer Winkelauflösung von  $0.703125^\circ$  entspricht. Diese Bandbreite hat sich als völlig ausreichend herausgestellt. Der relevante Anteil der Frequenzen befindet sich unterhalb des Grades  $l = 128$  (für die Funktion der Krümmung  $l = 256$ ), da bereits einige Grade vorher die akkumulierte Leistung  $99,7\%$  der Gesamtleistung des Signals erreicht<sup>34</sup>. Die restlichen Frequenzen können daher als Rauschen angesehen werden. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass die Kortexhemisphären vollständig durch Schwingungen mit Wellenlängen von  $4^\circ - 360^\circ$  repräsentiert werden können. Dass die relevanten Frequenzen auf diesen kleinen Bereich beschränkt sind, könnte an der relativ niedrigen räumlichen Auflösung der MRT-Technik von ca. einem Millimeter sowie den notwendigerweise gemachten Längenverzerrungen liegen, welche vor allem die hohen Frequenzen verfälschen.

Van Essen und Drury weisen in ihrem Paper [VAN97] nach, dass  $61 - 70\%$  des zerebralen Kortex in den Sulci verborgen liegen, siehe auch Tabelle 1 auf Seite 10. Somit sind  $30 - 39\%$  der Oberfläche auf gyrale Strukturen zurückzuführen. Da bei der DKP  $47 - 48\%$  der abgebildeten Oberfläche auf die äußere Oberfläche zurückgeht, lässt sich unter der Annahme, dass die Gyri vollständig in dieser enthalten sind (da diese in der Regel außen liegen) darauf schließen, dass die DKP nur etwa  $11,4 - 29,5\%$  der Sulci abbildet.

Die Verteilung der Abstände der Eckpunkte, welche die Kortexoberflächen beschreiben, ist für die einzelnen Kortexhemisphären linkssteil, eine Normalverteilung liegt nicht vor. Die Verteilung beim Betrachten der gesamten Kortexoberfläche hingegen sieht visuell nach einer Normalverteilung aus. Statistische Tests lehnen das Vorliegen einer solchen jedoch ab. Die Verteilungsform ist dennoch interessant. Eine derartige Annäherung an eine Normalverteilung

---

<sup>34</sup> Für die Funktion der mittleren Krümmung geht der relevante Bereich etwa bis  $l = 174$ , weshalb der betrachtete Bereich, auch aus Gründen der besseren Lesbarkeit der doppeltlogarithmischen Graphen auf  $l = 256$  festgelegt wurde.

kann kaum Zufall sein. Dahinter könnte eine Ursache stecken, welche erklären könnte, warum der Kortex die Form hat, die er hat. Aus irgendeinem Grund scheint eine derartige Form optimal oder vorteilhaft zu sein, so wie beispielsweise die gewölbte Form der Oberfläche eines randvollen Glases Wasser aufgrund der Minimierung der Oberflächenspannung. Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Untersuchung der Eckpunkte zu dieser Thematik nicht zwangsweise das Verhalten der Fläche widerspiegeln muss. Daher wäre eine genauere Untersuchung der Verteilungsform der Flächeninhalte im Abstand zum Koordinatenursprung angebracht. Dass dieses Ergebnis ein Kunstprodukt aufgrund der Triangulation ist, kann jedoch nahezu ausgeschlossen werden. Die von FreeSurfer an den segmentierten Voxeldaten angebrachten Eckpunkte für die Triangulation sind nämlich ebenfalls annähernd normalverteilt. Zu diesem Zeitpunkt wurden die Eckpunkte noch nicht zur Glättung der Oberfläche verschoben. Sie haben also alle den gleichen Abstand ( $1mm$ ) zu ihren Nachbarn und stehen damit im direkten konstanten Verhältnis zu den Flächen, welche sie begrenzen. Um die Oberfläche zu glätten und mehr dem eigentlichen Verlauf der Kortexoberfläche zu entsprechen wurden die Eckpunkte in den resultierenden Oberflächen zwar verschoben, jedoch werden sie hierzu nicht sehr weit von ihrer ursprünglichen Position wegbewegt. Auch eine visuelle Betrachtung des Drahtgittermodells der kortikalen Oberflächen lässt keine Verdichtung der Eckpunkte beim mittleren Radius im Vergleich zu anderen Stellen auf dem Kortex erkennen. Diese Indizien sprechen für das tatsächliche Vorhandensein der annähernden Normalverteilung der Abstände der Punkte des Kortex von dessen Zentrum.

Bei der Projektion der einzelnen Hemisphären mit Hilfe der DKP treten für die meisten Eckpunkte Längenverzerrungen bis zu 100% auf, was zu einer Verdoppelung bzw. Halbierung der Frequenzen der abgebildeten Schwingungen führen würde. Für einige wenige Eckpunkte gehen die Verzerrungen noch weit über 100% bis zu 459% hinaus. Bei der Projektion des kompletten Kortex liegt die maximale Verzerrung noch wesentlich höher (763%). 9,45% der Abtaststrahlen fanden gar nicht erst einen Schnittpunkt mit den beiden Hemisphären, da das Projektionszentrum nicht innerhalb der Oberflächen lag. Aus der Betrachtung der bei der DKP gemachten Abbildungsfehler kann nur geschlussfolgert werden, dass sie nicht dafür geeignet ist, kortikale Oberflächen für eine Frequenzanalyse auf der Kugeloberfläche abzubilden. Die ursprüngliche Annahme, mit der DKP die beim Aufblähungsprozess von FreeSurfer entstehenden Längenverzerrungen vermeiden zu können, wurde somit widerlegt.

Im Gegensatz zur DKP treten beim Aufblähen der Oberflächen wesentlich geringere Verzerrungen auf, da diese aktiv zu verhindern versucht werden. Der mittlere Fehler beim Aufblähen liegt bei  $19,4\% \pm 0,67\%$ , und 97% der Eckpunkte unterliegen einer Längenverzerrung von weniger als 40%. Diese Fehler sind zwar immer noch nicht unerheblich, lassen sich aber beim Überführen des Kortex in eine auf der Kugeloberfläche parametrisierbare Form nicht vermeiden. Durch die Längenverzerrungen werden vor allem hohe Frequenzen verfälscht, weshalb diese vorsichtig zu betrachten sind. Das Aufblähen der kortikalen Oberflächen führt FreeSurfer allerdings nur getrennt für beide Hemisphären durch. Es ist daher nicht möglich, die komplette Kortexoberfläche zu analysieren. Vermutlich

würden die Längenverzerrungsfehler beim Aufblähen der kompletten Oberfläche aufgrund der dann eingeschlossenen und sehr tief gehenden Hemisphärenspalte auch stark ansteigen.

Bei der Transformation der aufgeblähten Oberflächen von *Bert* wurden zunächst die Abstände der Eckpunkte vom Oberflächenzentrum als Funktionswerte verwendet. Diese Größe hat den direktesten Bezug zur Form der Oberfläche. In dieser Größe enthalten ist auch die grobe Form einer Kortexhemisphäre, welche zu recht hohen Amplituden in den Funktionswerten führt. Wiederaufzufinden sind diese nach der Transformation in den ersten paar Koeffizienten. Die hohen Amplituden der ALD im Bereich von  $l = 1$  bis ca.  $l = 5$  gehen auf die grobe Kortexform zurück. Die Wölbung im Bereich von  $l = 8$  bis  $l = 18$  und die einzelnen Peaks zwischen  $l = 20$  und  $l = 30$ , sind vermutlich die Schwingungen welche durch die Gyri und Sulci erzeugt werden. Dies deckt sich mit den manuell ausgezählten Schwingungszahlen, welche etwa im gleichen Bereich liegen. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Gyri und Sulci tatsächlich im Frequenzspektrum gefunden werden konnten.

Anschließend wurde die Transformation unter Verwendung der von FreeSurfer ermittelten durchschnittlichen Konvexität durchgeführt. Da diese angibt, wie weit die Gyri beim Aufblähen nach innen und die Sulci nach außen wandern, ist sie ein gutes Maß zur Beschreibung der Schwingungen, welche von diesen Strukturen erzeugt werden. In ihr ist die grobe Form des Kortex nicht enthalten, weshalb kleine Frequenzen nicht stark vertreten sein sollten. Im Transformationsergebnis ist zu sehen, dass die ALD unterhalb von  $l = 4$  tatsächlich keine starken Amplituden ausprägt. Im Bereich zwischen  $l = 4$  und  $l = 20 - 30$  hingegen ist eine deutliche Wölbung auszumachen, welche ebenfalls auf die Anwesenheit der Gyri und Sulci schließen lässt. Die durchschnittliche Konvexität könnte insofern ein gutes Maß darstellen, da sie die grobe Form des Kortex nicht enthält. Dies könnte ein interessanter Punkt beim Vergleichen der räumlichen Spektren mit den EEG Spektren sein, da bspw. nicht davon auszugehen ist, dass weit entfernte Strukturen des Kortex noch Einfluss auf das EEG haben, weshalb beispielsweise die Position von Tumoren mit Hilfe des EEG eingegrenzt werden kann.

Die Transformation der mittleren Krümmung der Oberfläche hingegen ergibt eine deutliche Wölbung der ALDs zwischen  $l = 6 - 8$  und  $l = 50 - 60$ . Die Wölbung ist breiter und liegt in einem höheren Frequenzbereich als man beim manuellen Auszählen der Gyri und Sulci erwarten würde. Diese hohe Schwingungszahl geht vermutlich darauf zurück, dass die mittlere Krümmung im Gegensatz zur durchschnittlichen Konvexität auch sekundäre und tertiäre Furchungen auflöst, welche in den Sulci verborgen sind. Der Funktionswert der mittleren Krümmung kann bei einer kleinen positiven Krümmung innerhalb eines Sulci die gleiche Größenordnung annehmen wie beispielsweise auf einem Gyri. Daher erhöht sich die Anzahl der durch die mittlere Krümmung kodierten Schwingungen erheblich. Als Beschreibungsmaß für den großräumigen Aufbau des Kortex scheint sich die mittlere Krümmung somit nicht zu eignen.

Aus diesen Betrachtungen gehen die Abbildung der Abstände der Punkte der Oberfläche vom Oberflächenzentrum und die Abbildung der durchschnittlichen Konvexität als beste Kandidaten zur Bestimmung der räumlichen Frequenzen an kortikalen Oberflächen hervor.

Diese zeigen in den erwarteten Frequenzbereichen verstärkte Aktivität, welche auf die Gyri und Sulci rückschließen lassen.

Die ALDs der 15 männlichen und weiblichen Probanden zwischen 14 und 28 Jahren weisen alle die oben aufgeführten Eigenschaften auf. Ihre Verläufe sind sich recht ähnlich, aber nicht identisch. Hieraus lässt sich schließen, dass die Ergebnisse, welche sich durch die Analyse von *Berts* Kortex ergaben, allgemein auf kortikale Oberflächen bezogen werden können. Alle untersuchten kortikalen Oberflächen enthalten Peaks und Wölbungen im Verlauf ihrer ALDs im für die Gyri und Sulci erwarteten Frequenzbereich. Da die ALDs jedoch nicht identisch verlaufen, wird der Vergleich der Koeffizienten der räumlichen Schwingungen mit denen des EEGs erwartungsgemäß auf individueller Basis erfolgen müssen.

Signifikante Unterschiede zwischen den Altersklassen und den männlichen und weiblichen Probanden lassen sich mit einer rein visuellen Begutachtung der Verläufe der ALD nicht ausmachen. Hierzu ist eine statistische Auswertung in Betracht zu ziehen.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Ramon, Freeman, Haueisen und Schimpf stellen in ihrem bisher unveröffentlichten Paper [RAM06] die These auf, dass die räumliche Struktur des Kortex die Möglichkeit besitzt das EEG zu beeinflussen. Zum Nachweis dieser These verglichen sie das Leistungsdichtespektrum des Kortex mit dem des simulierten EEGs. Der Nachweis wurde für den eindimensionalen Fall erbracht, wobei allerdings nur *ein* geeigneter Slice aus dem Gehirn *eines* Probanden verwendet wurde. Die LDS zeigten tatsächliche ähnliche Muster in den relevanten Frequenzbereichen. Aufgrund des verwendeten eingeschränkten Datensatzes ist dieser Nachweis allerdings eher als Indiz und nicht als Beweis anzusehen. Der Beweis der aufgestellten These ließe Rückschlüsse auf den optimalen Elektrodenabstand bei der Ableitung des EEG und könnte zur Entstehung von Gewichtungen verschiedener Frequenzbänder im EEG/MEG führen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Ermittlung der räumlichen Frequenzen für den allgemeineren zweidimensionalen Fall. Die Frequenzanalyse erfolgte mit Hilfe von sphärischen harmonischen Funktionen, welche auf der Domäne einer Kugeloberfläche definiert sind. Somit mussten die zu analysierenden Strukturen, im vorliegenden Fall die Kortexoberflächen, zunächst auf eine Kugeloberfläche abgebildet werden. Diese Abbildungen wurden mit zwei verschiedenen Verfahren durchgeführt. Zum einen wurde die Methode der direkten Kugelprojektion untersucht. Hierbei wird nur die äußere Oberfläche des Kortex auf die Kugel abgebildet, tieferliegende verdeckte Strukturen in den Sulci werden nicht abgebildet. Das Verfahren projiziert die Oberfläche von dessen Zentrum aus nach außen auf die Kugel. Die dabei entstehenden Längenabbildungsfehler werden nicht aktiv vermieden. Das zweite untersuchte Verfahren ist ein Aufblähungsprozess, welcher von der Software FreeSurfer auf die kortikalen Oberflächen angewendet wird. Hierbei werden die kortikalen Oberflächen vollständig entfaltet und ähnlich dem Aufblasen eines Luftballons in eine Kugelform gebracht. Die Abstände der Punkte auf der Oberfläche zu ihren Nachbarn werden hierbei beizubehalten versucht. Die aufgeblähten Oberflächen besitzen anschließend die gleiche Topologie wie die ursprünglichen Oberflächen, es fallen keine Anteile weg.

Die direkte Kugelprojektion hat sich als unzulänglich für die Abbildung kortikaler Oberflächen auf eine Kugeloberfläche herausgestellt. Ursprünglich gleich große Strukturen werden in Abhängigkeit vom Abstand zum Projektionszentrum häufig bis zu ihrer doppelten / halben ursprünglichen Länge verzerrt auf der Kugeloberfläche abgebildet. Dies würde selbst bei niedrigen Frequenzen zu einer starken Verschmierung des Spektrums führen. Die DKP bildet etwa 11,4 – 29,5% der Sulci ab, die restlichen Anteile der Sulci werden verworfen. Bei der Fehleranalyse der DKP wurde festgestellt, dass die Eckpunkte, welche den kompletten Kortex beschreiben, visuell normalverteilt sind. Statistische Tests auf Normalverteilung lehnen diese These allerdings ab.

Die von FreeSurfer aufgeblähten Oberflächen unterliegen wesentlich geringeren Längenverzerrungsfehlern, welche im Mittel bei  $19,4\% \pm 0,67\%$  liegen. Vor der Transformation

dieser Oberflächen werden beim notwendigen Abtasten allerdings weitere geringe Fehler aufgrund einer nötigen Interpolation eingeführt, welche sich im Spektrum bemerkbar machen. Für die Transformation der aufgeblähten Oberflächen standen drei verschiedene Maße zur Verfügung. Zum einen wurden die ursprünglichen Abstände der Punkte vom Zentrum der Oberflächen verwendet. Hier traten im zu erwartenden Frequenzbereich, welcher durch das manuelle Auszählen der Gyri und Sulci ermittelt wurde, Peaks in den ALDs auf. Bei der Verwendung der durchschnittlichen Konvexität als Beschreibungsmaß der Oberflächen ergaben sich ebenfalls Wölbungen und Peaks an den zu erwartenden Stellen der ALDs. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Gyri und Sulci tatsächlich im Frequenzspektrum wiedergefunden wurden. Bei der Verwendung der mittleren Krümmung als Beschreibungsmaß hingegen ergibt sich eine große Wölbung in den ALDs, welche in einem wesentlich höheren Frequenzbereich angeordnet ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die mittlere Krümmung kleine Wölbungen innerhalb der Sulci ebenso stark bewertet, wie die Wölbungen, welche durch die Gyri erzeugt werden. Somit erhöht sich die Anzahl der vorhandenen Schwingungen drastisch und lässt die mittlere Krümmung als ungeeignetes Maß erscheinen. Die Spektren für die beiden erstgenannten Maße erreichen 99,7% der Gesamtleistung bereits in der Größenordnung von  $l = 107$  und die der letzteren bei  $l = 154$ .

Die beschriebenen Merkmale ließen sich in den ALDs für alle 15 analysierten Probanden wiederfinden. Die ALDs sind sich ähnlich, aber erwartungsgemäß nicht identisch. Signifikante Unterschiede für Probanden unterschiedlichen Alters und Geschlechts konnten durch eine visuelle Begutachtung der ALDs jedoch nicht festgestellt werden. Sind diese von Interesse, so wird eine Auswertung mit statistischen Mitteln nötig sein.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Problemstellung der Analyse der räumlichen Frequenzen von komplett entfaltetten kortikalen Oberflächen gelöst wurde. Die Gyri und Sulci konnten in den Spektren dieser ausfindig gemacht werden. Für die Abbildung der äußeren Oberfläche hingegen konnte keine zufriedenstellende Lösung gefunden werden. Unter Verwendung von beispielsweise aktiven Konturen und einer aktiven Minimierung der Längenabbildungsfehler könnten jedoch auch diese in verwertbarem Ausmaß auf eine Kugeloberfläche abgebildet werden. Dies ist dahingehend interessant, da es durchaus naheliegend ist, dass vor allem die äußere Oberfläche den größten Einfluss auf das EEG hat.

Für die aufgeblähten Oberflächen müsste als nächster Schritt an den vorliegenden kortikalen Oberflächen eine Simulation des EEG stattfinden. Zum Vergleich der Spektren wird es nötig sein, die Funktionswerte auf der Kugeloberfläche zunächst mit einer geeigneten Fensterfunktion auf einen räumlichen Bereich zu beschränken, für den auch das EEG zur Verfügung stehen wird. Es wird dann notwendig sein, sich das Spektrum der Fensterfunktion anzuschauen, um feststellen zu können, welche Koeffizienten durch diese verstärkt und abgeschwächt werden. Falls es möglich wäre, die Funktion der räumlichen Struktur und die des EEG mit der gleichen Fensterfunktion zu belegen, wäre ein direkter Vergleich der Koeffizienten beider Spektren möglich.

Das Aufblähen der Kortexoberflächen mit FreeSurfer unterliegt der Beschränkung, dass die Kortexhemisphären nur einzeln aufgebläht werden können. Dadurch wird ein Vergleich der räumlichen Frequenzen mit denen des EEG nur für die einzelnen Hemisphären möglich sein.

Da sich die Spektren der beiden Hemisphären aber ohnehin stark ähneln, muss dies kein Nachteil sein. Falls nun aber doch die komplette Kortexoberfläche auf einmal abgebildet und analysiert werden soll, so müsste ein eigenes Verfahren zum Aufblähen dieser entwickelt oder das von FreeSurfer angepasst werden.

Sollen die Längenabbildungsfehler weiter reduziert werden, so müsste das Analyseverfahren vollständig gewechselt werden. Aufgrund der von vornherein festgeschriebenen Form der Kugeloberfläche wird der Fehler bei einem Aufblähungsprozess nicht weiter reduziert werden können. Abhilfe hierfür könnte mit der Möglichkeit von FreeSurfer geschaffen werden, kortikale Oberfläche einebnen zu können. Durch eine geschickte Wahl der Schnitte, welche man hierzu der Oberfläche zufügen müsste, kann der Fehler im Vergleich zur Projektion auf eine Kugeloberfläche halbiert werden. Der mittlere Längenabbildungsfehler der von FreeSurfer eingeebneten Oberflächen beträgt  $11,7\% \pm 0,42\%$  und 97% der Eckpunkte unterliegen einem Längenabbildungsfehler von weniger als 22%. Die so eingeebneten Oberflächen könnten anschließend mit Hilfe einer herkömmlichen 2D-Fouriertransformation analysiert werden. Bei diesem Verfahren tritt beim Vergleich mit den Spektren des EEG allerdings das Problem auf, dass diese ebenfalls von der fast schon kugelförmigen Oberfläche des Schädels, was für den Vergleich der Spektren mit sphärisch harmonischen Funktionen eine günstige Ausgangslage ist, auf eine ebene Fläche abgebildet werden müssten. Dies wiederum würde aber zur Einführung von Fehlern bei der Abbildung des EEG führen.

Zur Vermeidung der beim Abtasten der aufgeblähten Oberflächen eingeführten Interpolationsfehler könnte auf das im Grundlagenkapitel erläuterte IRF-SPHARM-Verfahren zurückgegriffen werden. Zur Verwendung mit IRF-SPHARM müssten die Oberflächen nämlich nicht abgetastet werden, sondern es könnte direkt mit den vorhandenen Eckpunkten der kortikalen Oberflächenmodelle gearbeitet werden. IRF-SPHARM funktioniert zurzeit zwar nur bis zu einer Bandbreite von 85, jedoch liegt diese nur etwa 20,5% unter der Bandbreite, ab der 99,7% der Gesamtleistung erreicht wird. Zwischen dem 85-ten und 107-ten Grad sind in den ALDs ohnehin keine Details mehr zu erkennen. Würde man sich beim Vergleich der räumlichen Schwingungen mit denen des EEG also auf den Bereich unterhalb vom 85-ten Grad beschränken, so wäre eine Analyse mittels IRF-SPHARM interpolationsfrei möglich. Das Problem, die dreidimensionalen Merkmalsvektoren für die Oberfläche mit den eindimensionalen Merkmalsvektoren des EEG vergleichen zu können, könnte gelöst werden, indem die skalaren Werte des EEG als Radius auf einer Kugeloberfläche angesehen werden. Durch Rückprojektion könnte eine künstliche EEG-Oberfläche generiert werden. Diese wäre dann ebenfalls durch einen Ortsvektor  $\vec{v}(\theta, \phi)$  beschreibbar und mittels IRF-SPHARM transformierbar. Chung stellte vor wenigen Wochen Matlab-Code auf seiner Webseite<sup>35</sup> zum Download bereit, welcher die IRF-SPHARM direkt auf die von FreeSurfer extrahierten Oberflächen anwendet. Es sei jedoch angemerkt, dass sich durch die Verwendung dieses Verfahrens nicht die Längenverzerrungsfehler umgehen lassen, da es ebenfalls eine eindeutige Repräsentation der zu transformierenden Oberfläche auf einer Kugeloberfläche benötigt. Der Matlab-Code nutzt hierzu die von FreeSurfer aufgeblähte Repräsentation der kortikalen Oberflächen, wie sie auch in dieser Arbeit verwendet wurden.

---

<sup>35</sup> <http://www.stat.wisc.edu/~mchung/>

# Literaturverzeichnis

## Bücher / Papers

[BER90] BERTOTTI, B.; FARINELLA, Paolo: *Physics of the Earth and the Solar System: Dynamics and Evolution, Space Navigation, Space-Time Structure*. Springer, 1990

[BÖS06] BÖSEL, Rainer M.: *Das Gehirn - Ein Lehrbuch der funktionellen Anatomie für die Psychologie*. W. Kohlhammer GmbH Stuttgart, 2006

[BRE96] BRECHBÜHLER, Ch.; GERIG, G.; KÜBLER, O.: *Parametrization of closed surfaces for 3-D shape description*. Communication Technology Laboratory, Image Science, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), CH-8092 Zurich, Switzerland, 1996

[BRO00] BRONSTEIN, I.N.; SEMENDJAJEW, K.A.; MUSIOL, G.; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik - 5., überarbeitete und erweiterte Auflage*. Verlag Harri Deutsch, 2000

[CHU07] CHUNG, Moo K.; DALTON, Kim M.; SHEN, Li; EVANS, Alan C.; DAVIDSON, Richard J.: *Weighted Fourier Series Representation and Its Application to Quantifying the Amount of Gray Matter*. IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 26, No. 4, April, 2007

[DAL99] DALE, Anders M.; FISCHL, Bruce; SERENO, Martin I.: *Cortical Surface-Based Analysis - I. Segmentation and Surface Reconstruction*. NeuroImage 9, S.179-194, Article ID nimg. 1998.0395, 1999

[FIS07] FISCHL, Bruce: *Introduction to FreeSurfer*. Powerpoint-Präsentation von <http://surfer.nmr.mgh.harvard.edu/docs/ftp/pub/docs/freesurfer.intro.2007.pdf>, 2007

[FIS08] FISCHL, Bruce: *Persönliche Email-Korrespondenz des Authors dieser Arbeit mit Bruce Fischl, einem der Autoren des Papers [FIS99]*. 2008

[FIS99] FISCHL, Bruce; SERENO, Martin I.; DALE, Anders M.: *Cortical Surface-Based Analysis - II. Inflation, Flattening and a Surface-Based Coordinate System*. NeuroImage 9, S.195-207, Article ID nimg. 1998.0396, 1999

[FLO04] FLOATER, Michael S.; HORMANN, Kai: *Surface Parameterization: a Tutorial and Survey*. Computer Science Department, Oslo University, Norway; ISTI, CNR, Pisa, Italy, 2004

[GER01] GERIG, G.; STYNER, M.; JONES, D.; WEINBERGER, D.; LIEBERMAN, J.: *Shape analysis of brain ventricles using SPHARM*. University of North Carolina, National Institute of Mental Health NIMH, Bethesda, 2001

[GRE07] GREVE, D.: *Anatomical Analysis with FreeSurfer*. Powerpoint-Präsentation von <http://surfer.nmr.mgh.harvard.edu/docs/ftp/pub/docs/freesurfer.recon.2007.pdf>, 2007

[HEA03] HEALY Jr., D.M.; KOSTELEK, P.J.; MOORE, Sean S. B.: *FFTs for the 2-Sphere - Improvements and Variations*. The Journal of Fourier Analysis and Applications, 9(4), S.341-385, 2003

- [KAZ03] KAZHDAN, Michael; FUNKHOUSER, Thomas; RUSINKIEWICZ, Szymon: *Rotation Invariant Spherical Harmonic Representation of 3D Shape Descriptors*. Department of Computer Science, Princeton University, Princeton NJ, Eurographics Symposium on Geometry Processing, 2003
- [KIE98] KIENCKE, Uwe: *Signale und Systeme*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1998
- [KOS04] KOSTELEK, Peter J.; ROCKMORE, Daniel N.: *S2Kit: A Lite Version of SpharmonicKit*. Department of Mathematics, Dartmouth College, Hanover, NH 03755, 2004
- [LEE00] LEE, John M.: *Introduction to Topological Manifolds*. Springer-Verlag New York, Inc., 2000
- [LEO87] LEONHARDT, H.; TÖNDURY, G.; ZILLES, K.: *Anatomie des Menschen - Lehrbuch und Atlas - Band III - Nervensystem, Sinnesorgane*. Georg Thieme Verlag Stuttgart - New York, 1987
- [MAT07] The Mathworks, Inc.: *MATLAB 7.3 Dokumentation*. 2007
- [MEY01] MEYBERG, Kurt; VACHENAUER, Peter: *Höhere Mathematik 2 - Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Fourier-Analyse, Variationsrechnung*. 4.Auflage. Springer, 2001
- [MEY99] MEYBERG, Kurt; VACHENAUER, Peter: *Höhere Mathematik 1 - Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung*. 5.Auflage. Springer, 1999
- [MÖL97] MÖLLER, Tomas; TRUMBORE, Ben: *Fast, Minimum Storage Ray / TriangleIntersection*. Chalmers University of Technology, Cornell University, 1997
- [RAM06] RAMON, Ceon; FREEMAN, Walter J.; HOLMES, Mark; HAUEISEN, Jens; SCHIMPF, Paul H.: *Similarities between Simulated Spatial Spectra of Scalp EEG and Structural MRI*. Departments of Electrical Engineering and Neurology, University of Washington, Seattle, WA 98195, USA; Institute of Biomedical Engineering and Informatics, Technical University Ilmenau, Germany, 2006
- [SAC04] SACHS, Lothar: *Angewandte Statistik. Anwendung statistischer Methoden*. 10. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002
- [SHE06] SHEN, Li; CHUNG, Moo K.: *Large-Scale Modeling of Parametric Surfaces using Spherical Harmonics*. University of Massachusetts Dartmouth, University of Wisconsin Madison, 2006
- [SOL04] SOLMS, Mark; TURNBULL, Oliver: *Das Gehirn und die innere Welt*. Patmos Verlag GmbH & Co. KG, 2004
- [SPE06] SPECKMANN, E.-J.; WITTKOWSKI, W.: *Praxishandbuch Anatomie. Bau und Funktion des menschlichen Körpers*. area Verlag GmbH, 2006
- [VAN97] VAN ESSEN, D.C.; DRURY, H.A.: *Structural and Functional Analyses of Human Cerebral Cortex Using a Surface-Based Atlas*. The Journal of Neuroscience, 17(18):S.7079-7102, 1997
- [VAR88] VARSHALOVICH, D.A.; MOSKALEV, A.N.; KHERSONSKII, V.K.: *Quantum Theory of Angular Momentum*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1988

[ZER02] ZERBST, Stefan: *3D Spieleprogrammierung mit DirectX in C/C++ Band II*. Books on Demand GmbH, 2002

[ZSC02] ZSCHÖKE, Stefan: *Klinische Elektroenzephalographie*. Springer, 2002

### **Onlinequellen**

[GRA01] <http://www.grahamwideman.com/gw/brain/fs/surfacefileformats.htm> (Zugriff: 08.07.2008)

[SHT01] <http://www.ipgp.jussieu.fr/~wieczor/SHTOOLS/SHTOOLS.html> (Zugriff: 02.09.2008)

[WIK01] [http://en.wikipedia.org/wiki/Spherical\\_harmonics](http://en.wikipedia.org/wiki/Spherical_harmonics) (Zugriff: 18.06.2008)

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1	Großhirnhemispähren von oben und von links mit einigen wichtigen konstant ausgebildeten Windungen (Gyri) und Furchen (Sulci), welche die Einteilung in mehrere Lappen erlauben [SPE06].	9
Abbildung 2	Verteilung von grauer und weißer Substanz. Gut zu erkennen im Frontalschnitt durch das Groß- und Zwischenhirn [SPE06].	10
Abbildung 3	Häufig verwendete Lagebezeichnungen [BÖS06].	11
Abbildung 4	Schematische Darstellung der durch ein postsynaptisches Potential ausgelösten Bewegungen positiver Ionen im Interzellularraum [ZSC02].	12
Abbildung 5	Kugelkoordinaten (nach [BRO00], Winkelbezeichnung geändert).	14
Abbildung 6	Linke Abbildung: Realanteil der SH bis zum Grad $l = 4$ (Ursprünglich von [WIK01] unter GNU FDL (Benutzer Cyp), bearbeitet und hier weiterhin unter GNU FDL zur Verfügung gestellt). Rechte Abbildung: Realanteil der SH bis zum Grad $l = 6$ (von oben nach unten), $m$ nur im Bereich $0 \leq m \leq l$ (von links nach rechts) [GER01].	16
Abbildung 7	Unterschied zwischen einer sternförmigen Oberfläche (links), bei der sich jeder Kugelkoordinate $\theta, \phi$ ein eindeutiger Radius $r_{\theta, \phi}$ zuordnen lässt und einer nicht-sternförmigen Oberfläche (rechts), welche zu mehrdeutigen Zuordnungen führen würde.	17
Abbildung 8	Torus und Teetasse sind topologisch äquivalent [LEE00].	19
Abbildung 9	Einsortieren von Dreiecken einer Oberfläche in einen binären Baum [ZER02].	23
Abbildung 10	Projektionsfehler bei der direkten Kugelprojektion. Links: Nur die äußeren Anteile werden projiziert (rot) und die inneren fallen weg (schwarz). Weiterhin kommt es zu Sprüngen (gestrichelt rot). Rechts: Gleich große Strukturen (schwarz) werden in Abhängigkeit ihrer Entfernung vom Projektionszentrum unterschiedlich groß abgebildet (rot).	25
Abbildung 11	Beispiel zur Visualisierung der SH-Koeffizienten (entspiegelt, logarithmiert, ohne Mittelwert). Das angulare Minimum ist grün, der Durchschnitt blau und das Maximum rot dargestellt.	31
Abbildung 12	Realanteil einer sphärisch harmonische Oberfläche (links), deren Projektion mit der DKP (mittig) und die resultierenden SH-Koeffizienten (rechts) für $l=10$ und $m=5$ .	33
Abbildung 13	Ansicht des Programms SurfaceViewer.	39
Abbildung 14	Verschiedene Einstellungen zur Ansicht im SurfaceViewer. Oben links: Orthogonal, beleuchtet. Unten links: Perspektivisch, beleuchtet. Oben rechts: Orthogonal, Drahtgitter, beleuchtet. Unten rechts: Orthogonal, unbeleuchtet.	40
Abbildung 15	Editor zum Ausblenden von SH-Koeffizienten.	42
Abbildung 16	Von links nach rechts: Orangenfunktionen mit $v=0, h=8$ ; $v=8, h=0$ ; $v=8, h=8$ und eine Orangenoberfläche mit $r_0 = 100\text{mm}$ und $A = 100\text{mm}$ mit der gleichen Schwingungszahl. Deutlich zu erkennen ist, dass die dritte Abbildung von links der Addition der beiden vorherigen entspricht. Blau sind jeweils die minimalen und rot die maximalen Werte kodiert.	45
Abbildung 17	SH-Koeffizienten für 3 Orangenfunktionen mit 8 horizontalen (links), 8 vertikalen (mittig) und 8 horizontalen + 8 vertikalen Schwingungen (rechts) und einer Amplitude von $A=10\text{mm}$ bis zum Grad 32.	46
Abbildung 18	Koeffizienten für verrauschte geschälte Orangenfunktionen mit 8 horizontalen und 8 vertikalen Schwingungen. Die Amplitude der Schwingungen beträgt $10\text{mm}$ und die Amplitude des weißen Rauschens lag 10-, 50- und 100-mal höher.	48
Abbildung 19	Zweidimensionale geschälte Orange im Raum (links) und deren Abbildung auf der Kugeloberfläche nach Durchführung der DKP (rechts).	49
Abbildung 20	Differenz der ALDs zwischen einer Abtastung und Transformation mit $B=512$ und $B=1024$ der linken Kortexhemisphäre.	52
Abbildung 21	Kumulierte ALD und Gesamtleistung für $B=512$ .	53

Abbildung 22	Abgetasteter Sinus (oben) und abgetasteter interpolierter Sinus (dritte von oben) und deren Amplitudenspektren jeweils direkt darunter. ....	54
Abbildung 23	Verarbeitungskette der Daten, zu lesen von oben nach unten. Analyse unter Verwendung der DKP (linker Zweig). Analyse unter Verwendung der aufgeblähten Oberflächen (rechter Zweig). ....	60
Abbildung 24	Verarbeitungsschritte von FreeSurfer während der Oberflächenextraktion. Obere Reihe v.l.n.r.: Originalvolumen, Intensitätsnormalisierung, Wegschneiden des Schädels, Markieren der weißen Substanz, Geschnittene Volumen mit ausgefüllter weißer Substanz. Untere Reihe v.l.n.r.: Originaloberfläche (fransig), Weiße Substanz, Graue Substanz. Die Abbildungen stammen aus [GRE07]. ....	62
Abbildung 25	Oberfläche der weißen Substanz und entfaltete Oberfläche mit den mittleren Krümmungen (links) und der mittleren Konvexität (rechts) überzogen. Die Gyri sind grün, die Sulci rot dargestellt [FIS99]. ....	65
Abbildung 26	Geschnittene Kortexoberfläche mit entferntem Mittelhirn (links) und die daraus eingeebnete Oberfläche (rechts) [FIS07]. ....	66
Abbildung 27	Aufgeblähte Kortexoberfläche mit aufprojiziertem Koordinatensystem (links) und rückprojiziert auf die anderen Repräsentationen der Kortexoberfläche [FIS99]. ....	67
Abbildung 28	Histogramm der Abstandsfehler beim Einebnen (Neugestaltung nach [FIS99]). ....	68
Abbildung 29	Räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers beim Einebnen eingezeichnet auf der eingeebneten Oberfläche (links) und auf der entfalteten Oberfläche (rechts) [FIS99]. ....	69
Abbildung 30	Histogramm der Abstandsfehler beim Aufblähen (Neugestaltung nach [FIS99]). ....	69
Abbildung 31	Räumliche Verteilung des Längenabbildungsfehlers beim Aufblähen zu einer Kugeloberfläche. Aufgetragen auf die Kugel (rechts), die entfaltete (mittig) und die eingeebnete Oberfläche (links) [FIS99]. ....	69
Abbildung 32	Parallele Sicht auf die Sagittalebene eines linken Kortex von außerhalb (links) und innerhalb (rechts) des Gehirns mit Zählkurven. Weiß = dorsal bis ventral in der Sagittalebene. Orange = frontal bis okzipital in der Sagittalebene. Gelb = frontal bis okzipital in der Horizontalebene. ....	72
Abbildung 33	Anzahl der Schnitte der Abtaststrahlen mit den Kortexoberflächen. ....	73
Abbildung 34	Oberfläche (links) und Rückprojektion (rechts) der linken Hemisphäre. Deutlich zu sehen ist die Bildung von glatten Flächen, welche in Richtung Zentrum verlaufen. ....	74
Abbildung 35	Anzahl der Schnitte der Abtaststrahlen mit der gesamten Kortexoberfläche. ....	74
Abbildung 36	Projektion des gesamten Kortex. Links die Oberfläche von unten betrachtet, in der Mitte die Projektion mit Nicht-Kollisions-Korrektur und rechts ohne Korrektur. ....	75
Abbildung 37	Verteilung der Radien der Vertices der Oberflächen für beide Hemisphären. ....	75
Abbildung 38	Verteilung der Radien der Vertices der kompletten Kortexoberfläche. Rot eingezeichnet ist die Normalverteilung mit den geschätzten Parametern für den Mittelwert und die Standardabweichung. ....	76
Abbildung 39	Verteilung der Radien nach der Projektion (oben), abgebildete relative Länge ursprünglich gleich großer Segmente (mittig) und Verteilung der Längenverzerrungen (unten) für beide Hemisphären. ....	77
Abbildung 40	Verteilung der abgebildeten Radien, der relativen Länge ursprünglich gleich großer Anteile und Verteilung der Längenverzerrung für den gesamten Kortex. ....	78
Abbildung 41	Koeffizienten für die linke und die rechte Hemisphäre, projiziert mit der DKP. ....	79
Abbildung 42	Koeffizienten für den gesamten Kortex, projiziert mit der DKP. ....	80
Abbildung 43	Transformationsergebnis der Funktion des Abstands vom Koordinatenursprung. ....	81
Abbildung 44	Transformationsergebnisse der Funktion der durchschnittlichen Konvexität. ....	82
Abbildung 45	Transformationsergebnisse der Funktion der mittleren Krümmung. ....	83
Abbildung 46	ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für weibliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren. ....	85
Abbildung 47	ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für männliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren. ....	85
Abbildung 48	ALDs bei Verwendung des Abstands der Punkte vom Zentrum (obere Kurven) und der durchschnittlichen Konvexität (untere Kurven) für Probanden zwischen 14 und 15 Jahren. ....	85

<i>Abbildung 49 ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für weibliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren. ....</i>	<i>86</i>
<i>Abbildung 50 ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für männliche Probanden zwischen 21 und 28 Jahren. ....</i>	<i>86</i>
<i>Abbildung 51 ALDs bei Verwendung der mittleren Krümmung für Probanden zwischen 14 und 15 Jahren. ....</i>	<i>87</i>

# Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle 1</i> Kortexflächen [BÖS06]. .....	10
<i>Tabelle 2</i> Wahrscheinlichkeiten zentraler Anteile einer Verteilung [SAC04].....	27
<i>Tabelle 3</i> Transformationsergebnisse der Orangenfunktionen mit bis zu 200 aufgebrauchten Schwingungen. ...	47
<i>Tabelle 4</i> Berechnete Mittelwerte im Vergleich zum Gleichanteilkoeffizient. ....	51
<i>Tabelle 5</i> Ermittelte Parameter der Testdatensätze zur Verifikation der Abtastung.....	58
<i>Tabelle 6</i> Ausgezählte Schwingungen auf dem Kortex. ....	72
<i>Tabelle 7</i> Relative Längen an signifikanten Stellen der Verteilung für beide Hemisphären.....	78
<i>Tabelle 8</i> Relative Längen an signifikanten Stellen der Verteilung für den gesamten Kortex.....	79
<i>Tabelle 9</i> Daten der Probanden, deren Datensätze analysiert wurden. ....	84
<i>Tabelle 10</i> Sphärisch harmonische Funktionen bis zum Grad $l = 3$ . ....	103
<i>Tabelle 11</i> Von FreeSurfer importierbare MRT-Dateiformate. ....	103
<i>Tabelle 12</i> Dateiformat für FreeSurfer Oberflächen. ....	104
<i>Tabelle 13</i> Dateiformat für FreeSurfer Per-Vertex-Daten. ....	105
<i>Tabelle 14</i> Anordnung der Koeffizienten in der Datei. ....	106
<i>Tabelle 15</i> Inhaltsverzeichnis der beiliegenden DVD .....	106

# Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

$a_l^m$	Sphärisch harmonischer Koeffizient zum Grad $l$ und der Ordnung $m$
$\theta$	Colatitudinale Koordinate (Polarwinkel), vom Nord- zum Südpol
$\phi$	Longitudinale Koordinate (Azimutwinkel), Gegenuhrzeigersinn um Z-Achse
$Y_l^m$	Sphärisch harmonische Funktion vom Grad $l$ und der Ordnung $m$
ALD	Angulare Leistungsdichte
DKP	Direkte Kugelprojektion
DLT	Diskrete Legendre-Transformation
EEG	Elektroenzephalogramm
FDL	Free Documentation License
FFT	Fast Fourier Transformation
FFTW	Fastest Fourier Transform in the West, schnelle C-Implementation der FFT
GNU	GNU-Projekt, vollständig freies Betriebssystem
GPL	General Public License
GUI	Graphical User Interface (grafische Benutzerschnittstelle)
IRF	Iterative residual fitting
IRF-SPHARM	SPHARM (siehe unten), welche mit Hilfe des IRF durchgeführt wird
LDS	Leistungsdichtespektrum
MRT	Magnetresonanztomographie
MTQ	Maximale Trefferquote
OOP	Objektorientierte Programmierung
SH	Sphärisch Harmonische, sphärisch harmonische Funktionen
SPHARM	Sphärisch harmonische Transformation, welche auch nicht-sternförmige Oberflächen transformieren kann
SHT	Sphärisch harmonische Transformation
TQ	Trefferquote
ZNS	Zentrales Nervensystem

# A Anhang

## A1 Sphärisch harmonische Funktionen bis zum Grad $l=3$

**Tabelle 10** Sphärisch harmonische Funktionen bis zum Grad  $l = 3$ .

$Y_l^m$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$
$m = -3$				$\sqrt{\frac{35}{64\pi}} \sin^3 \theta e^{-3i\phi}$
$m = -2$			$\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{-2i\phi}$	$\sqrt{\frac{105}{32\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{-2i\phi}$
$m = -1$		$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\phi}$	$\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{-i\phi}$	$\sqrt{\frac{21}{64\pi}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{-i\phi}$
$m = 0$	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$	$\sqrt{\frac{7}{16\pi}} (5 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta)$
$m = 1$		$-\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$	$-\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$	$-\sqrt{\frac{21}{64\pi}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{i\phi}$
$m = 2$			$\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$	$\sqrt{\frac{105}{32\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{2i\phi}$
$m = 3$				$-\sqrt{\frac{35}{64\pi}} \sin^3 \theta e^{3i\phi}$

Weitere sphärisch harmonische Funktionen bis zum Grad  $l = 5$  sind bei [VAR88] zu finden.

## A2 Von FreeSurfer importierbare MRT-Dateiformate

In der Version 4.0.2 kann FreeSurfer folgende MRT-Volumendaten in sein eigenes Format konvertieren und verwenden:

**Tabelle 11** Von FreeSurfer importierbare MRT-Dateiformate.

Format	Beschreibung
cor	MGH-NMR COR Format (veraltet)
mgh	MGH-NMR Format
mgz	MGH-NMR Format, gezipptes (komprimiert) mgh Format
minc	MNI's Medical Imaging NetCDF Format (Konvertierungsprobleme)
analyze	3D analyze (das gleiche wie spm)
analyze4d	4D analyze
spm	SPM Analyze Format (das gleiche wie analyze und analyze3d)

ge	GE Genesis format (nur als Eingangsformat)
gelx	GE LX (nur als Eingangsformat)
lx	das gleiche wie gelx
ximg	GE XIMG Variante (nur als Eingangsformat)
siemens	Siemens IMA (nur als Eingangsformat)
dicom	generic DICOM Format (nur als Eingangsformat)
siemens_dicom	Siemens DICOM Format (nur als Eingangsformat)
afni	AFNI Format
brik	das gleiche wie afni
bshort	MGH-NMR bshort Format
bfloat	MGH-NMR bfloat Format
sdt	Varian (?)
outline	MGH-NMR Outline Format
otl	das gleiche wie outline
gdf	GDF Volumen (benötigt Bildstamm für Ausgabe; Parameter <code>-gis</code> benutzen)
niftl	NIFTI-1 Volumen (getrennte Bild und Header Dateien)
nii	NIFTI-1 Volumen (einzelne Datei)

### A3 Dateiformat für FreeSurfer Oberflächen

Die von FreeSurfer 4.0.2 generierten Oberflächen liegen in binärer Form vor. Die Datentypen werden hierbei in Big-Endian-Kodierung abgespeichert, das heißt das höchstwertige Byte einer Zahl kommt zuerst. Interessanterweise wird auch ein Datentyp Integer mit 3 Byte (Int3) verwendet, was ungewöhnlich ist.

**Tabelle 12** Dateiformat für FreeSurfer Oberflächen.

Position (Byte)	Bedeutung	Datentyp	Kommentar
0	Dateityp	Int3	Identifiziert das Dateiformat, Wert = 16777214.
3	Benutzer, Zeitpunkt	String	Enthält einen String der den Benutzer und den Zeitpunkt der Erstellung der Datei protokolliert. Dieser Wert hat eine variable Länge, der den Beginn der folgenden Daten entsprechend verschiebt. Der String wird zwar von einem Null-Byte am Ende begleitet, jedoch ungewöhnlich mit zwei „\n“ (0x0A) terminiert.
?	Anzahl Vertices	Int4	Anzahl der Vertices des Drahtgittermodells.
?	Anzahl Dreiecke	Int4	Anzahl der Dreiecke des Drahtgittermodells.
Anzahl Vertices	Vertex (x, y, z)	3 x Float4	Hier folgen x, y und z Werte eines jeden Vertex nacheinander.
Anzahl Dreiecke	Dreieck (v0,v1,v2)	3 x Int4	Hier folgen jeweils drei Indizes in die Liste der Vertices für jedes Dreieck.

## A4 Dateiformat für FreeSurfer Per-Vertex-Daten

Die von FreeSurfer 4.0.2 generierten Per-Vertex-Daten liegen in binärer Form vor. In ihnen lassen sich zusätzliche Daten für jeden Vertex einer Oberfläche speichern. Beispiele hierfür sind die Daten für die mittlere Konvexität (*?h.sulc*), die mittlere Krümmung (*?h.curv* und *?h.curv.pial*), die durchschnittlichen Flächen, welche an einen Vertex angrenzen (*?h.area* und *?h.area.pial*) und die Dicke des Kortex (*?h.thickness*). Beim Verwenden der Per-Vertex-Daten-Dateien ist darauf zu achten, die richtige Datei zu der dazugehörigen Oberfläche zu verwenden. Die Datentypen werden auch hier in Big-Endian-Kodierung abgespeichert, das heißt das höchstwertige Byte einer Zahl kommt zuerst.

**Tabelle 13** Dateiformat für FreeSurfer Per-Vertex-Daten.

Position (Byte)	Bedeutung	Datentyp	Kommentar
0	Dateityp	Int3	Identifiziert das Dateiformat, Wert = 16777215.
3	Anzahl Vertices (n)	Int4	Anzahl der Vertices. Muss zu der Anzahl in der Oberflächendatei passen.
7	Anzahl Dreiecke	Int4	Anzahl der Dreiecke. Scheint nutzlos zu sein, da die Daten den Vertices zugeordnet werden.
11	Werte pro Vertex	Int4	Anzahl der Werte die pro Vertex zur Verfügung gestellt werden. Zurzeit ist nur ein Wert zulässig.
15 + 4n	Wert zum Vertex	Float4	Der Wert, welcher dem Vertex zugeordnet wurde. Die Bedeutung ist dem Dateinamen zu entnehmen.

## A5 Dateiformat für gesampelte Funktionswerte

Eine sphärische Funktion  $f(\theta, \phi)$  zur SHT mit einer Bandbreite  $B$ , welche auf einem  $2B \times 2B$  Gitter äquiangular abgetastet wurde mit  $\theta_j = \pi(2j + 1)/4B$ ,  $\phi_k = 2\pi k/2B$  und  $j = 0, 1, \dots, 2B - 1$ ,  $k = 0, 1, \dots, 2B - 1$  müssen im folgendem Text-Format in der Datei vorliegen, um vom S2Kit gelesen werden zu können:

```

Realanteil von  $f(\theta_0, \phi_0)$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_0, \phi_0)$ 
Realanteil von  $f(\theta_0, \phi_1)$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_0, \phi_1)$ 
:
Realanteil von  $f(\theta_0, \phi_{2B-1})$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_0, \phi_{2B-1})$ 
Realanteil von  $f(\theta_1, \phi_0)$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_1, \phi_0)$ 
Realanteil von  $f(\theta_1, \phi_1)$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_1, \phi_1)$ 
:
Realanteil von  $f(\theta_{2B-1}, \phi_{2B-1})$ 
Imaginäranteil von  $f(\theta_{2B-1}, \phi_{2B-1})$ 

```

## A6 Dateiformat für SH-Koeffizienten

Das S2Kit speichert die ermittelten Koeffizienten wahlweise in einer für Menschen oder für Computer gut lesbaren Form. Letztere besteht aus einer Textdatei, in welcher die Koeffizienten seriell aufgelistet sind. Jeder Koeffizient besteht dabei aus einer Zeile für Realanteil und einer Zeile für den Imaginäranteil. Die Koeffizienten  $a_l^m$  sind hierbei wie folgt angeordnet, zu lesen von links nach rechts und oben nach unten:

**Tabelle 14** Anordnung der Koeffizienten in der Datei.

$a_0^0$	$a_1^0$	$a_2^0$	...	$a_{B-1}^0$
	$a_1^1$	$a_2^1$	...	$a_{B-1}^1$
				$\vdots$
			$a_{B-2}^{B-2}$	$a_{B-1}^{B-2}$
				$a_{B-1}^{B-1}$
				$a_{B-1}^{-(B-1)}$
			$a_{B-2}^{-(B-2)}$	$a_{B-1}^{-(B-2)}$
				$a_{B-1}^{-1}$
				$\vdots$
		$a_2^{-2}$	...	$a_{B-1}^{-2}$
	$a_1^{-1}$	$a_2^{-1}$	...	$a_{B-1}^{-2}$

Die Daten in der Datei sind hierbei jedoch nicht in dieser Matrixform angeordnet, sondern seriell. Um die entsprechende Zeile zu einem Koeffizienten zu finden, kann sich auch der folgenden Indexfunktion bedient werden:

$$\text{Zeile}_l^m = 2 \left( mB - \frac{m(m-1)}{2} + (l-m) \right) \quad \text{für } m \geq 0$$

$$\text{Zeile}_l^m = 2 \left( \frac{(B-1)(B+2)}{2} + \frac{(B+m-1)(B+m)}{2} + (l-|m|) + 1 \right) \quad \text{für } m < 0$$

$\text{Zeile}_l^m$  gibt die Nummer der Zeile für den Realanteil des Koeffizienten vom Grad  $l$  und der Ordnung  $m$  an. Der Imaginäranteil befindet sich dann jeweils in der darauffolgenden Zeile.

## A7 Inhaltsverzeichnis der beiliegenden DVD

**Tabelle 15** Inhaltsverzeichnis der beiliegenden DVD

Verzeichnis	Beschreibung
code/c#	Die in Kapitel 4 erwähnten C#-Programme.
code/matlab	Die in Kapitel 4 erwähnten MATLAB-Programme.
papers	Alle in dieser Arbeit referenzierten und weitere Papers.
pictures	Die in dieser Arbeit verwendeten Abbildungen.
software	Für diese Arbeit verwendete Software von Drittanbietern und weitere Software.
subjects	Alle ausgewerteten Datensätze von Probanden und Testdatensätze.
websites	Zitierte Webseiten im Zustand zum Zeitpunkt des Referenzierens.

# Eidesstattliche Erklärung

„Hiermit versichere ich, dass ich diese Diplomarbeit selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Alle von mir aus anderen Veröffentlichungen übernommenen Passagen sind als solche gekennzeichnet.“

Ilmenau, den 01.10.2008

.....

Patrick Schikowski

# Thesen

1. Für die Abtastung der Kortexoberflächen ist eine Bandbreite von  $B=512$  ausreichend. Die relevanten sphärisch harmonischen Koeffizienten für die Kortexoberflächen liegen unterhalb vom Grad  $l = 128$ . Die 99,7%-Grenze ( $3\sigma$ ) der Gesamtleistung wird i.d.R. schon einige Grade vorher erreicht. Eine Ausnahme bilden die Funktionswerte der mittlere Krümmung, nach deren Transformation die  $3\sigma$ -Grenze erst ungefähr beim Grad  $l = 154$  erreicht wird.
2. Die Verteilung der Abstände der Eckpunkte des Drahtgittermodells des gesamten Kortex vom Koordinatenursprung ist optisch annähernd normalverteilt. Statistische Tests auf Normalverteilung lehnen das Vorliegen einer solchen jedoch ab. Die Verteilungen der Eckpunkte für die getrennten Hemisphären sind nicht normalverteilt.
3. Die DKP bildet von jeder Kortexhemisphäre ca. 11,4 – 29,5% der Fläche der Sulci ab, der Rest wird durch weiter außenliegende Strukturen verdeckt. 47 – 48% der ursprünglichen Oberfläche gehen hierbei auf die äußere Oberfläche zurück.
4. Die Längenverzerrungen bei der Abbildung der kortikalen Oberflächen auf die Kugel liegen für die meisten Eckpunkte unterhalb von 100%, für wenige aber auch stark darüber. Die Verdoppelung bzw. Halbierung der Größe von Strukturen ist jedoch inakzeptabel, da diese zu ebensogroßen Fehlern in den analysierten Schwingungen führen würden. Die DKP ist daher nicht für die Frequenzanalyse der Kortexoberflächen geeignet.
5. Beim Aufblähen der Kortexoberflächen mit FreeSurfer wird ein durchschnittlicher Fehler von  $19,4\% \pm 0,67\%$  begangen, und 97% der Eckpunkte unterliegen einer Längenverzerrung von weniger als 40%. Das Aufblähen ist fehlerfreier als die DKP.
6. Die notwendige Interpolation von Funktionswerten bei der Abtastung der aufgeblähten Oberflächen führt zu einer Verfälschung der ALD von maximal 1,04% für *Bert*, und maximal 1,77% für alle in dieser Arbeit ausgewerteten Subjekte.
7. Die Abbildung des Abstands der Punkte der Oberfläche vom Oberflächenzentrum und die Abbildung der durchschnittlichen Konvexität sind geeignet zur Bestimmung der räumlichen Frequenzen an kortikalen Oberflächen. Bei beiden treten im zu erwartenden Frequenzbereich Wölbungen und Peaks in den ALD auf, welche auf die Anwesenheit der Gyri und Sulci zurückzuführen sind.
8. Die mittlere Krümmung eignet sich nicht als Beschreibungsmaß für die Beschaffenheit der kortikalen Oberflächen.

Ilmenau, den 01.10.2008

.....

Patrick Schikowski