

# **Digitale Signalverarbeitung in der dynamischen Wägetechnik**

## **Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Ilmenau

von

Frau Dipl.-Ing. Svitlana Dontsova

Tag der Einreichung: 23.11.2007

Tag der Verteidigung: 27.06.2008

Doktorvater: Univ.-Prof.Dr.-Ing.habil.Prof.h.c.Dr.h.c.mult. Gerd Jäger /

TU Ilmenau

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. mult. Prof. h.c. Tilo Pfeifer/ RWTH Aachen

3. Gutachter: Prof. Dr. Uwe Bahrs / Aucoteam GmbH

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2008000126

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meines Promotionsstudiums und meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin im Fachgebiet Prozessmess- und Sensortechnik der Technischen Universität Ilmenau.

Sehr herzlich möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Gerd Jäger, dem Leiter des Fachgebietes Prozessmess- und Sensortechnik, und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Rainer Grünwald für die Betreuung und die Unterstützung bei der Bearbeitung des Themas bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Lutz Krause für die wertvollen Anregungen, konstruktive Kritik und ausführliche Korrektur, die zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen haben.

Bei Herrn Dr.-Ing. Uwe Gerhardt und Dr.-Ing. habil. Thomas Fröhlich bedanke ich mich ebenfalls herzlich für die hilfreichen fachlichen Hinweise und die Korrektur meines Manuskripts.

Meine Dankesworte für sein Verständnis und seine Ermutigung gelten meinem Mann.

Ilmenau, September 2007

Svitlana Dontsova

## **Kurzfassung**

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung der Algorithmen der digitalen Signalverarbeitung in der dynamischen Wägetechnik. Alle Betrachtungen beziehen sich auf einen Typ der dynamischen Waagen, die Kontrollwaage. Die dargelegten Verfahren sind für jeden anderen Waagentyp anwendbar, der für die dynamischen Messungen eingesetzt wird.

Die erforderlichen messtechnischen Parameter der Kontrollwaagen anhand der Klassifizierung nach der internationalen metrologischen Empfehlungen OIML R51 und unter Berücksichtigung der Anforderungen der Fertigpackungsverordnung werden berechnet.

Im Störspektrum einer Kontrollwaage spielen harmonische Komponenten eine dominierende Rolle. Ein Teil der Arbeit beschäftigt sich mit den Untersuchungen dieser Art der Störsignale. Es wird der Einfluss der Abtastrate auf das Spektrum und die Standardabweichung des Quantisierungsfehlers bei der Signaldigitalisierung erläutert, ein Verfahren zur Ermittlung der tatsächlichen Größe der Aliasingfrequenzen beschrieben, die Änderung der Standardabweichung einer mit einem Mittelwertbildner gefilterten harmonischen Schwingung in Abhängigkeit von der Filterordnung untersucht.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt im Entwurf der digitalen Filter, die als kaskadierte Mittelwertbildner verwirklicht werden. Diese Filterart zeichnet sich durch eine Reihe der Vorteile aus. Dazu gehören eine einfache Realisierbarkeit, die Möglichkeit zur schnellen Umstellung der Gruppenlaufzeit und die leichte Anpassung an die Signalform. Alle diese Eigenschaften entsprechen den Anforderungen an die digitale Signalverarbeitung in der dynamischen Wägetechnik. Es werden Algorithmen zum Entwurf der angepassten Filterung auf Basis der kaskadierten Mittelwertbildnerstrukturen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich vorgestellt und verglichen. Im praktischen Teil wird die Umsetzung eines der Verfahren in einer realen Waage gezeigt.

Zur Triggerung der Zeitpunkte des Messanfangs und des Messendes werden Lichtschranken eingesetzt, die am Anfang und am Ende des Wägebendes angebracht sind. In der vorliegenden Arbeit wird eine modifizierte Variante der Lichtschrankenordnung beschrieben, die die Möglichkeit vorsieht, die Gruppenlaufzeit des eingesetzten Filters an die verfügbare Messzeit anzupassen. Praktische Umsetzung des Prinzips wird gezeigt. Ein weiterer Ansatz, der in der Verwendung zu diesem Zweck digitaler Differenzierer besteht, wird herausgearbeitet.

---

## Abstract

Design of the algorithms for the signal processing in the dynamic scales is a main focus of this dissertation. Even all considerations of the work correspond to the dynamic scales though they can be implemented in any other type of scales, which are applied to the dynamic measurements.

The metrological requirements on the checkweigher are calculated based on the international recommendation OIML R51 and a national directive for the surveillance of the net content of prepacks.

The first part of the work deals with an analysis of distorted signals by harmonic components which interfere with the measuring signals of dynamic scales. An influence of the data sampling rate to the quantization error, a method for the determination of a real value of an aliasing frequency and a relationship between the standard deviation of the filtered harmonic signal to the order of the moving-average filter are described.

The main part of the dissertation focuses on the design of the digital filters, which are implemented as cascade structures of the moving-average filter. This kind of the filtering features many advantages. These are a simple realization, a possibility of fast filtering time change and an easy adaptation to the form of the signal. All this properties conform to requirements on the digital processing by dynamic weighing. The algorithms for the adaptive filtering on the basis of the cascade structures of the moving-average filters in time as well as in frequency domain are presented and compared. In the practical part of the paper the implementation of the described algorithm in a real scale is presented.

The triggering of the start and the end of the measurements is very important feature for the data processing of the checkweigher signals. This dissertation describes a special placement of the photoelectric barriers on the scales band-conveyor, which makes possible the adapting of the filtering time on the available measurement time, in dependence on dimensions of the conveyor and the measuring object. An alternative approach shown in the work, describes an application of the digital differentiators for triggering task.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>KONTROLLWAAGE.....</b>	<b>4</b>
2.1	DEFINITION UND AUFGABE .....	4
2.2	AUFBAU UND FUNKTIONSWEISE.....	4
2.3	ANFORDERUNGEN AN KONTROLLWAAGEN.....	5
2.3.1	<i>Kenngrößen für die Bezeichnung der Qualität einer Kontrollwaage.....</i>	<i>6</i>
2.3.2	<i>Kontrollwaagen nach internationalen Anforderungen OIML R51. ....</i>	<i>6</i>
2.3.3	<i>Auswahl einer Kontrollwaage für die Nennfüllmenge 50 g.....</i>	<i>10</i>
2.3.4	<i>Berechnungsergebnisse für einige Werte aller Nennfüllmengenbereiche.....</i>	<i>13</i>
2.4	STÖREINFLUSSE .....	16
2.4.1	<i>Quellen und Folgen der Störeinflüsse in der dynamischen Wägetechnik.....</i>	<i>16</i>
2.4.2	<i>Harmonische Störsignale.....</i>	<i>18</i>
2.4.3	<i>Standardabweichung harmonischer Signale.....</i>	<i>18</i>
2.5	SIGNALVERLAUF EINER KONTROLLWAAGE .....	20
2.6	METHODEN DER DIGITALEN SIGNALVERARBEITUNG IN DER DYNAMISCHEN WÄGETECHNIK.....	21
2.7	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	22
<b>3</b>	<b>SIGNALAUFBEREITUNG .....</b>	<b>23</b>
3.1	ANALOG-DIGITAL-WANDLUNG .....	23
3.1.1	<i>Abtastung.....</i>	<i>23</i>
3.1.2	<i>Quantisierung.....</i>	<i>25</i>
3.1.3	<i>Standardabweichung des Quantisierungsfehlers eines digitalisierten harmonischen Signals.....</i>	<i>26</i>
3.1.4	<i>Spektrum einer digitalisierten harmonischen Schwingung.....</i>	<i>28</i>
3.1.5	<i>Zusammenhang zwischen der Größe der spektralen „Spurs“ und der Signalauflösung.....</i>	<i>31</i>
3.2	DEZIMIERUNG DER ABGETASTETEN SIGNALE .....	33
3.3	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	34
<b>4</b>	<b>SIGNAL- UND PROZESSMODELLE.....</b>	<b>36</b>
4.1	MODELLE IM ZEITBEREICH.....	36
4.1.1	<i>Impulsantwort.....</i>	<i>36</i>
4.1.2	<i>Sprungantwort.....</i>	<i>37</i>
4.1.3	<i>Korrelationsfunktion .....</i>	<i>37</i>
4.1.4	<i>Trend.....</i>	<i>38</i>
4.2	MODELLE IM FREQUENZBEREICH.....	39
4.2.1	<i>Signalspektrum.....</i>	<i>39</i>
4.2.2	<i>Ermittlung der Aliasingfrequenzen.....</i>	<i>40</i>
4.2.3	<i>Entstehung der Aliasingfrequenzen durch Reduzierung der Abtastrate am Beispiel eines realen Kontrollwaagensignals .....</i>	<i>43</i>

4.3	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	45
<b>5</b>	<b>FILTERUNG IN DER DYNAMISCHEN WÄGETECHNIK.....</b>	<b>46</b>
5.1	TYPEN UND AUFBAU DER DIGITALEN FIR- FILTER .....	47
5.2	FILTERSTRUKTUREN .....	48
5.2.1	<i>Reihenschaltung</i> .....	48
5.2.2	<i>Parallelschaltung</i> .....	49
5.3	ADAPTIVE FILTERUNG .....	49
5.4	UNTERSUCHUNGEN ZUR AUSWAHL EINER GEEIGNETEN ENTWURFSMETHODE ZUR ADAPTIVEN FILTERUNG.....	51
5.4.1	<i>Filterentwurf im Zeitbereich</i> .....	52
5.4.1.1	Filterung mit einem MWB .....	52
5.4.1.2	Filterung unter Einsatz mehrerer in Reihe geschalteten MWB.....	56
5.4.2	<i>Filterentwurf im Frequenzbereich</i> .....	64
5.4.3	<i>Vergleich der beschriebenen Methoden am Beispiel des Messsignals einer Kontrollwaage</i> .....	67
5.4.4	<i>Rechenaufwand und Speicherplatzbedarf</i> .....	72
5.5	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	75
<b>6</b>	<b>MESSOBJEKTTRIGGERUNG.....</b>	<b>76</b>
6.1	MESSUNGEN MIT EINSATZ VON LICHTSCHRANKEN .....	77
6.1.1	<i>Messungen bei bekannter Geschwindigkeit des Wägebendes</i> .....	77
6.1.2	<i>Messungen bei unbekannter Geschwindigkeit des Wägebendes</i> .....	78
6.2	EINSATZ EINES DIGITALEN DIFFERENZIERERS ZUR LICHTSCHRANKENLOSEN DYNAMISCHEN MESSUNGEN	79
6.2.1	<i>Überlegungen zu möglichen Ergebnissen der Filterung eines impulsförmigen Signals mit einem Digitaldifferenzierer</i> .....	80
6.2.2	<i>Simulation der Wirkung ausgewählter Digitaldifferenzierer</i> .....	82
6.2.3	<i>Modifizierung des Verfahrens an Beispielen realer Signale</i> .....	89
6.2.3.1	Triggerung von vier gleichen hintereinander folgenden Gewichtsstücken.....	89
6.2.3.2	Triggerung von vier ungleichen hintereinander folgenden Gewichtsstücken.....	94
6.3	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	96
<b>7</b>	<b>UMSETZUNG DER ALGORITHMEN DER DIGITALEN SIGNALVERARBEITUNG IN DER PRAXIS.....</b>	<b>98</b>
7.1	DIGITALE SIGNALVERARBEITUNG IN EINER MIKROCONTROLLERGESTEUERTEN DYNAMISCHEN WAAGE MIT DER DMS-WÄGEZELLE .....	98
7.1.1	<i>Signalverarbeitungsmodul einer DMS-Wägezelle</i> .....	98
7.1.2	<i>Messablauf und adaptive Filterung</i> .....	101
7.2	AUTOMATISCHE EINSTELLUNG DER FILTERPARAMETER IN DER KONTROLLWAAGE MIT DER EMK- WÄGEZELLE.....	105
7.2.1	<i>Problembeschreibung</i> .....	105
7.2.2	<i>Die Funktionsweise</i> .....	105
7.3	KAPITELZUSAMMENFASSUNG .....	108

---

<b>8</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK .....</b>	<b>110</b>
<b>9</b>	<b>ANHANG .....</b>	<b>114</b>
9.1	STANDARDABWEICHUNG EINER HARMONISCHEN SCHWINGUNG .....	114
9.2	STANDARDABWEICHUNG MEHRER ADDITIV ÜBERLAGERTEN HARMONISCHEN SCHWINGUNGEN .....	117
9.3	VARIANZ EINES MIT EINEM MITTELWERTBILDNER GEFILTERTEN HARMONISCHEN SIGNALS.....	121
9.4	UNTERSUCHUNGSERGEBNISSE DER DIGITALISIERUNG EINES REALEN SIGNALS .....	129
<b>10</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS .....</b>	<b>132</b>

# 1 Einleitung

Digitale Signalverarbeitung spielt eine wichtige Rolle in verschiedensten Bereichen des modernen Lebens, das hohe Anforderungen sowohl an die Qualität, die Schnelligkeit, die messtechnischen Eigenschaften als auch an die Bedienfreundlichkeit der modernen Geräte und Maschinen stellt. Ohne Einsatz der verschiedensten numerischen Verfahren wäre es unmöglich, die große Informationsmenge, die alltäglich gebraucht wird, zu verarbeiten.

Obwohl die großen Mathematiker und Physiker wie Euler, Newton und Fourier die numerischen Techniken bereits verwendet haben, erhielt die Signalverarbeitung die größte Verbreitung erst in den letzten Jahrzehnten, was zweifellos mit der raschen Entwicklung der Rechentechnik zusammenhängt. Einen kurzen historischen Überblick der wichtigsten Erfindungen, die die Voraussetzungen für die modernen Signalverarbeitungsverfahren schufen, kann man mit der Theorie über die Darstellung von Funktionen durch harmonische Reihen von J.B.J. Fourier beginnen. Der Wissenschaftler veröffentlichte sie im Jahre 1822. Ein weiterer Meilenstein wurde mit der Theorie der Signalabtastung gelegt, deren Grundideen in Jahren 1920-1949 von H.Nyquist und C.E. Shannon formuliert wurden. Im Jahre 1941 wurde die erste frei programmierbare Rechenmaschine Z3 von K. Zuse gebaut. Cooley und Turkey publizierten 1965 den Algorithmus der schnellen Fouriertransformation (FFT). Das Ende des zwanzigsten Jahrhunderts zeichnet sich durch rasante Entwicklungen der digitalen Signalverarbeitungsmethoden und Algorithmen aus, die mittlerweile in allen technischen Bereichen eingesetzt werden.

In der Wägetechnik wurden die ersten digitalen Waagen erst vor etwa 30 Jahren entwickelt.

Im Jahre 1972 kündigte die Firma Sartorius AG die erste kompakte Analysenwaage mit digital-elektronischer Gewichtsanzeige und Digitalausgang an.

Im Jahre 1973 wurde von der Firma Mettler die erste höchstgenaue elektronische Waage PT1200 mit Digitalanzeige hergestellt. Firma Taraoka Seiko Co., LTD brachte im selben Jahr die erste preisrechnende Digitalwaage „Digi“ auf den Markt. Somit begann die Ära der digitalen Signalverarbeitung in der Wägetechnik. Mehrere wissenschaftliche Arbeiten zu diesem Thema wurden veröffentlicht. Einige Beispiele dafür sind in [1], [16], [27] zu sehen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Signalverarbeitung in einem besonderen Bereich der Wägetechnik, der dynamischen Wägetechnik.

Die Abbildung 1.1 veranschaulicht einen prinzipiellen Aufbau einer digitalen Waage.

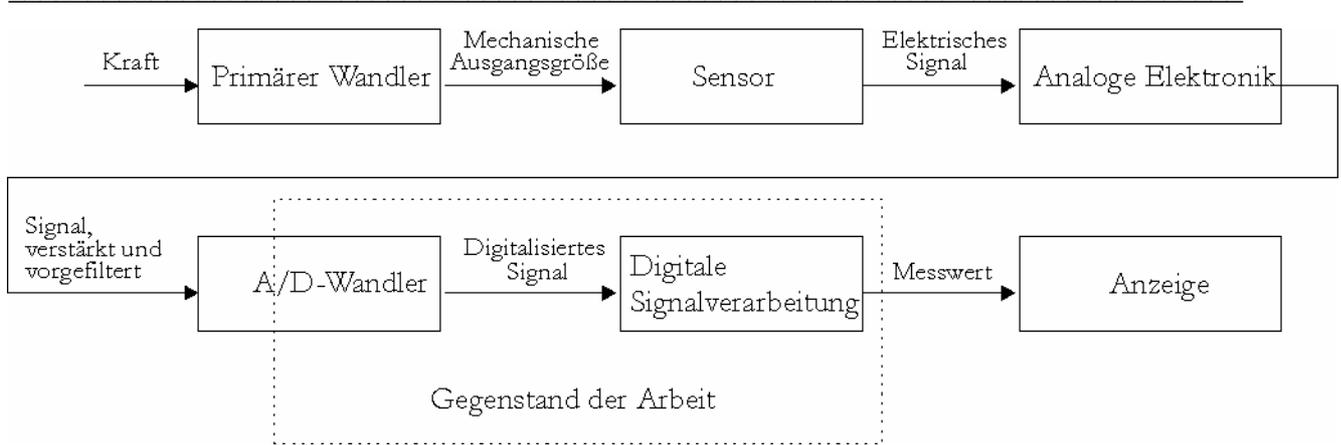


Abbildung 1.1 Prinzipieller Aufbau einer digitalen Waage

Im primären Wandler wird die Gewichtskraft der gewogenen Masse als eine mechanische Größe, z.B. Deformation eines mechanischen Körpers, weitergeleitet. Der Sensor wandelt diese Größe je nach Wägeprinzip in elektrisches Signal. In der dynamischen Wägetechnik werden dazu hauptsächlich die Verfahren eingesetzt, in welchen der Signalgleichanteil als Messgröße auftritt. Das gewonnene Signal wird mit Hilfe des nächsten Messkettengliedes, der analogen Elektronik, verstärkt und gefiltert.

Das mittels eines Analog-Digital Wandlers digitalisierte Signal wird der digitalen Signalverarbeitung unterzogen. Die Auswahl einer dazu geeigneten Methode stellt für die Entwickler der dynamischen Waagen eine Herausforderung dar. Denn aus der Vielfalt der zurzeit existierten Algorithmen sind nur wenige in der dynamischen Wägetechnik anwendbar, weil das Signal einer dynamischen Waage sich durch eine Reihe von Besonderheiten auszeichnet. Dazu gehören eine begrenzte Messzeit, ausgeprägte harmonische Störungen, verursacht von rotierenden mechanischen Teilen und Bodenerschütterungen, Übergangszustände infolge der Be- und Entlastungsphasen einer Waage.

In der vorliegenden Arbeit werden Prinzipien der für die dynamische Wägetechnik geeigneten Signalverarbeitungstechniken, Algorithmen und deren Wirkungen auf das digitalisierte Messsignal dargelegt. Diese Algorithmen wurden für den Einsatz in einer Art der dynamischen Waage, der Kontrollwaage, herausgearbeitet. Sie können jedoch auch in jeder anderen dynamischen Waage angewendet werden.

Im Kapitel 2 wird die Definition der Kontrollwaage vorgestellt, die Störquellen benannt und Anforderungen an die messtechnischen Eigenschaften der Kontrollwagen zusammengefasst.

Kapitel 3 beschreibt Probleme, die durch die Digitalisierung harmonisch gestörter Signale auftreten und besonders bei der spektralen Signalanalyse berücksichtigt werden müssen.

---

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Entwicklung der Algorithmen zum Entwurf adaptiver Tiefpassfilter auf Basis von kaskadierten Mittelwertbildnerstrukturen (Kapitel 5) und der Messobjekttriggerung mittels eines digitalen Differenzierers (Kapitel 6). Zum Schluss werden im Kapitel 7 in einer DMS-Waage und eine EMK-Waage praktisch umgesetzte Algorithmen vorgestellt.

## 2 Kontrollwaage

### 2.1 Definition und Aufgabe

In [17] wurde der Begriff Kontrollwaage definiert: „Jede Waage, die eine Kontrollfunktion ausübt, kann als Kontrollwaage bezeichnet werden.“ Eine Waage, der die Gewichtsstücke maschinell zugeführt werden, nennt man selbsttätige Kontrollwaage (SKW). Die Aufgabe einer Kontrollwaage besteht in der Erkennung von Wägestücken, die vorgeschriebene Toleranzgrenzen verletzen. Der Vorgang der Aussonderung dieser Wägestücke wird von einer Sortieranlage ausgeführt, die direkt an die Kontrollwaage angeschlossen werden kann. In [20] werden auch drei Arten der Sortieranlagen erwähnt:

- 2-Klassen Sortierung: „gut“ und „schlecht“
- 3-Klassen Sortierung: „zu leicht“, „in Toleranz“, „zu schwer“
- Mehr-Klassensortierung

Die SKW mit den ersten beiden Sortiererarten werden in [18] als Sortierwaagen bezeichnet, die letzte Art gehört zu den Klassierwaagen.

Zwei Wägungsarten können mit einer SKW ausgeübt werden:

- Diskontinuierliche statische Wägung: das auf die Waage aufgebrachte Wägegut wird im ruhenden Zustand gewogen.
- Kontinuierliche dynamische Wägung: das Wägegut befindet sich während des Wägevorgangs in Bewegung.

Die letzte Wägungsart liegt im besonderen Interesse der vorliegenden Arbeit. In weiteren Betrachtungen werden sich die Bezeichnungen Kontrollwaage und dynamische Waage auf SKW mit kontinuierlicher Wägungsart beziehen.

### 2.2 Aufbau und Funktionsweise

Das Grundprinzip einer Kontrollwaage ohne Sortiereinrichtung ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Diese Anlage besteht aus zwei Basismodulen: Mess- und Fördereinrichtung. Die Messfunktion wird durch die Waage ausgeübt. Das Zuführband, das Wägeband und das Abführband dienen zu Transportzwecken.

Die Wägestücke werden mittels Zuführbands auf das Wägeband gebracht. Während der Bewegung durch das Wägeband wird das Gewicht ermittelt. Anschließend werden sie mit dem Abführband abtransportiert.

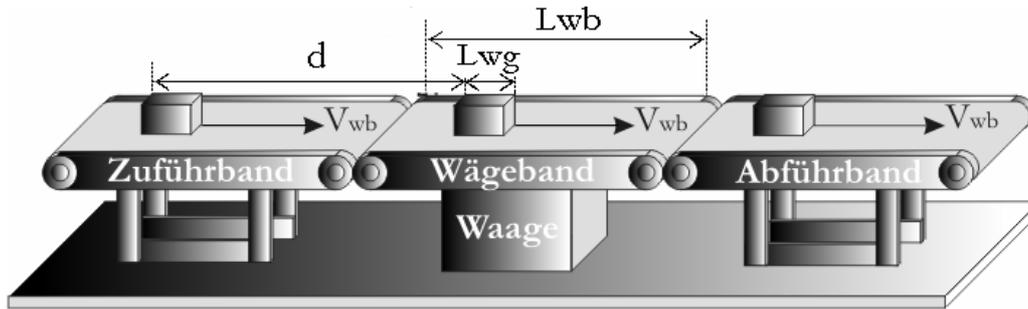


Abbildung 2.1 Wägung mit einer SKW

Der Durchsatz  $D$  einer Kontrollwaage hängt von der Länge  $L_{wb}$  und der Geschwindigkeit  $V_{wb}$  des Wägebandes und dem Abstand  $d$  zwischen Gewichtsstücken ab:

$$D = f(L_{wb}, V_{wb}, d) = \frac{V_{wb}}{L_{wb} + \Delta L}$$

Dabei ist  $\Delta L$  die Differenz zwischen der Länge des Wägebandes und dem Abstand  $d$ :

$$\Delta L = d - L_{wb}$$

Um Messfehler zu vermeiden, darf diese Zahl nicht negativ werden. Im Idealfall ist sie gleich Null. Also sieht die endgültige Gleichung zur Durchsatzberechnung folgendermassen aus:

$$D = \frac{V_{wb}}{d}; \quad d \geq L_{wb}$$

Der Durchsatz 600 Stück/min kann zum Beispiel erreicht werden, wenn  $L_{wb}=d=150$  mm,  $V_{wb}=1,5$  m/s sind.

### 2.3 Anforderungen an Kontrollwaagen

Für jeden Geräteentwickler steht vordergründig die Frage der technischen Parameter und vor allem der messtechnischen Eigenschaften des entwickelten Gerätes, die angestrebt werden muss. Darum werden im folgenden Kapitel, aus zahlreichen internationalen und nationalen Vorschriften für Kontrollwaagen, die messtechnischen Mindestanforderungen an diese Geräte hergeleitet.

Zu diesem Zweck werden die Klassifizierungen der Kontrollwaagen nach den internationalen Empfehlungen OIML R51 und Mindestanforderungen an diese Messgeräte, die in der Fertigpackungsverordnung (FPV) festgelegt wurden, herangezogen. Als Ergebnis werden für bestimmte Gewichtsmessbereiche (Nennfüllmengen) die messtechnischen Parameter der geeigneten Kontrollwaagenklassen zusammengefasst.

### 2.3.1 Kenngrößen für die Bezeichnung der Qualität einer Kontrollwaage

Nach [24] und [31] wird die Messunsicherheit einer Kontrollwaage durch zwei Kenngrößen: den Mittelwert der Abweichung der Waagenanzeige vom Sollwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung dieser Werte gekennzeichnet. Der Mittelwert wird nach Gleichung (2.1) und die Standardabweichung nach Gleichung (2.2) berechnet.

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n m_i \quad (2.1)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2} \quad (2.2)$$

Wobei  $m_i$  die Werte der einzelnen Beobachtungen und  $n$  die Anzahl der Beobachtungen sind.

Wie groß diese zwei Parameter sein dürfen, damit die Kontrollwaage zu praktischen Messungen zugelassen werden kann, schreiben entsprechende Dokumente ([30], [24], [3], [4]) vor. Es ist aber auf den ersten Blick schwer, einen Zusammenhang zwischen all diesen Anforderungen zu finden und sich Klarheit über die angestrebten messtechnischen Parameter zu verschaffen. In den nächsten Abschnitten wird anhand dieser Anforderungen berechnet, wie groß die Standardabweichung und der Eichwert einer Kontrollwaage sein darf, damit sie in der Praxis zur Verwägung der verpackten Wägegüter eingesetzt werden darf.

### 2.3.2 Kontrollwaagen nach internationalen Anforderungen OIML R51.

Internationale messtechnische Empfehlungen für „Automatic catchweighing instruments“ (OIML R51 [24]) legen die metrologischen Anforderungen an Kontrollwaagen fest. In diesem Dokument werden alle Kontrollwaagen in zwei Basisklassen  $X(x)$  und  $Y(y)$  geteilt. Zu der Klasse  $X(x)$  gehören Geräte zum Abwiegen der verpackten Wägegüter. Alle anderen Kontrollwaagen umfasst die Klasse  $Y(y)$ . Unterklassen  $x$  oder  $y$  können die folgenden Werte annehmen:  $1 \cdot 10^k$ ,  $2 \cdot 10^k$ ,  $5 \cdot 10^k$  ( $k$  ist eine positive oder negative ganze Zahl, oder Null).

Die maximal zulässigen Grenzen für die Standardabweichung  $s_1$  (Maximum permissible standard deviation) der Waagenklasse  $X(1)$  und für den Mittelwert der Abweichung der Waagenanzeige vom Sollwert  $\bar{m}_{\max}$  (Maximum permissible mean error) der Waagenklasse  $X(x)$  sind in Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2 zu sehen. Der Tabelleninhalt wird wie im Originaldokument abgebildet.

Load ( $m$ ) expressed in verification scale intervals ( $e$ )		Maximum permissible mean error for class $X(x)$ instruments	
Where $x \leq 1$	Where $x > 1$	Initial verification	In-service
$0 < m \leq 500$	$0 < m \leq 50$	$\pm 0.5e$	$\pm 1.0e$
$500 < m \leq 2000$	$50 < m \leq 200$	$\pm 1.0e$	$\pm 2.0e$
$2000 < m \leq 10000$	$200 < m \leq 1000$	$\pm 1.5e$	$\pm 3.0e$

Tabelle 2.1 Maximal zulässiger Mittelwert der Abweichung der Waagenanzeige vom Sollwert  $\bar{m}_{\max}$  für die Kontrollwaagenklasse  $X(x)$

Value of the mass of the net load $m$ (g)	Maximum permissible standard deviation (as percentage of $m$ or in grams) for class $X(1)$ instruments	
	Initial verification	In-service
$m \leq 50$	0.48%	0.6%
$50 < m \leq 100$	0.24 g	0.3 g
$100 < m \leq 200$	0.24%	0.3%
$200 < m \leq 300$	0.48 g	0.6 g
$300 < m \leq 500$	0.16%	0.2%
$500 < m \leq 1000$	0.8 g	1.0 g
$1000 < m \leq 10000$	0.08%	0.1%
$10000 < m \leq 15000$	8 g	10 g
$15000 < m$	0.053%	0.067%

Tabelle 2.2 Maximal zulässige Standardabweichung der Abweichung der Anzeigewerte vom Sollwert  $s_1$  der Waagenklasse  $X(1)$

Für die anderen  $x$ -Unterklassen wird die Standardabweichung  $s_x$  berechnet, indem man die, in der Tabelle 2.2 angebrachten Werte  $s_1$ , mit dem Faktor  $x$  multipliziert. Wie schon erwähnt wurde, kann  $x$  folgende Werte annehmen:  $1 \cdot 10^k$ ,  $2 \cdot 10^k$ ,  $5 \cdot 10^k$  ( $k$  ist eine positive oder negative ganze Zahl, oder Null).

Da die Kontrollwaagen der Klasse  $X$  zur Kontrolle der verpackten Wägegüter eingesetzt werden, müssen die messtechnischen Parameter der verwendeten Kontrollwaage den Anforderungen der Fertigpackungsverordnung FPV ([3], [4]) entsprechen. Wenn man die Zusammenhänge zwischen den Parametern aus diesen zwei Dokumenten mathematisch beschreibt, kann man herausfinden,

welche Kontrollwaagenklassen  $X(x)$  für die Kontrolle der Fertigpackungen verwendet werden dürfen.

Die blaue durchgezogene Linie in Abbildung 2.2 stellt die Minusabweichungen der Nennfüllmenge  $S_{FPV}$  dar, die in FPV festgelegt wurden. In Anlage 7 desselben Dokuments sind die Anforderungen an die Mindestlast einer Kontrollwaage zu finden: „...die Summe von

- Verkehrsfehlergrenze der Auswägeeinrichtung nach Anlage 9 der Eichordnung und
- 0,5-fachem des Nennunschärfbereichs darf nicht größer als das 0,2-fache der zulässigen Minusabweichung für die zu prüfende Fertigpackung. Diese Summe braucht jedoch nicht kleiner als 0,6 g zu sein“.

Der benannte Bereich liegt unterhalb der roten unterbrochenen Linie in Abbildung 2.2 und ist mit (2.3) zu beschreiben

$$\begin{cases} U_{SKW} < 0,2 \cdot S_{FPV} \\ U_{SKW} \geq 0,6 \text{ g} \end{cases} \quad (2.3)$$

Wobei  $U_{SKW}$  die Mindestlast einer Kontrollwaage und  $0,2 \cdot S_{FPV}$  der in der Fertigpackungsverordnung festgelegte Grenzwert für die Mindestlast der eingesetzten Kontrollwaage sind. ist die zulässige Minusabweichung für die zu prüfende Fertigpackung.

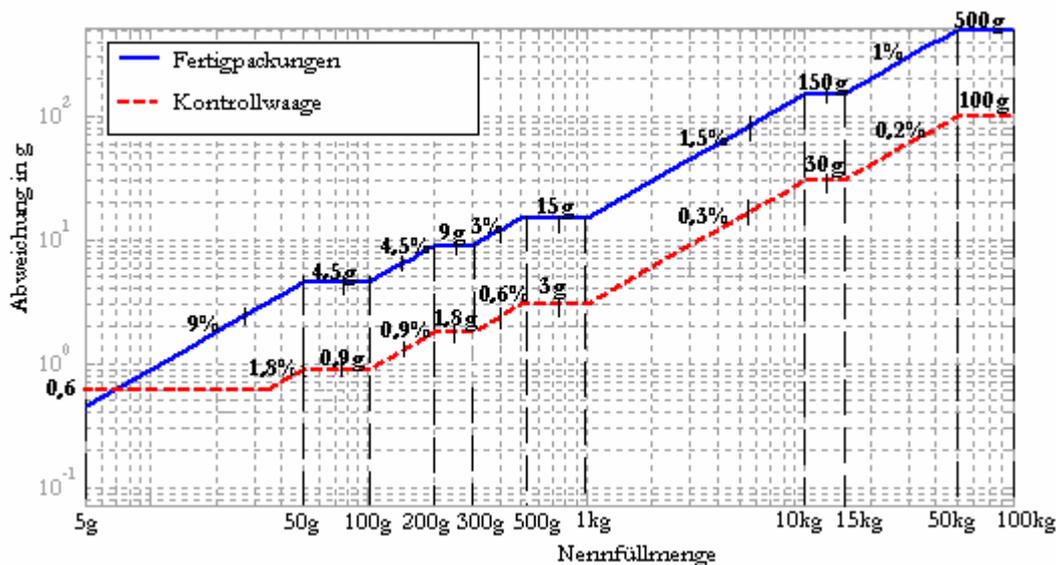


Abbildung 2.2 Anforderungen an die Minusabweichung der Fertigpackungen (durchgezogene Linie), erlaubte Mindestlast von Kontrollwaagen nach FPV (gestrichelte Linie)

Nach FPV ist also die Mindestlast einer Kontrollwaage  $U_{SKW}$  mit folgender Gleichung zu beschreiben:

$$U_{SKW} = U_V + 0,5 \cdot U_n \quad (2.4)$$

Wobei  $U_n$  Nennunschärfebereich und  $U_V$  die Verkehrfehlergrenze der Auswägeeinrichtung sind. Der erste Parameter beschreibt einen statistischen Bereich, in dem eine SKW für gleichgewichtige Packungen verschiedene Klassierentscheidungen trifft. Der zweite Parameter hat einen direkten Zusammenhang mit dem Eichwert einer Waage und wird später ausführlicher beschrieben. Zur Ermittlung der beiden Werte sollen die nationalen Dokumente: die Richtlinie 90/384/EWG und PTB-Anforderungen PTB-A 10.4 herangezogen werden.

Die Richtlinie 90/384/EWG ([31]) legt Fehlergrenzen für die verschiedenen Eichwerte, in Abhängigkeit vom Gewicht des Wägegutes (Nennfüllmenge), fest. Die Verkehrfehlergrenzen betragen das Doppelte dieses Wertes. In OIML R51-1 werden sie als „Maximum permissible mean error“ bezeichnet. Also können die Verkehrsfehlergrenzen wie folgt berechnet werden:

$$U_V = 2 \cdot \bar{m}_{\max} \quad (2.5)$$

Dabei kann  $\bar{m}_{\max}$  aus der Tabelle 2.1, Spalte „Maximum permissible mean error for class  $X(x)$  instruments, Initial verification“ entnommen werden und kann die Werte  $0,5 \cdot e$ ,  $1 \cdot e$ ,  $1,5 \cdot e$  annehmen.

In [30] PTB-Anforderungen PTB-A 10.4: Selbsttätige Kontrollwaagen; Januar 1994 wurden die Verfahren zur Bestimmung eines Unschärfebereichs beschrieben. Laut Abschnitt 7.1 dieses Dokuments beträgt der tatsächliche Unschärfebereich  $U_a$  das Sechsfache der Standardabweichung  $s_x$ . Und dem Abschnitt 5.2 derselben Vorschrift und [18] zufolge darf  $U_a$  das 0,8-fache des Nennunschärfebereichs nicht überschreiten. Das kann man mit (2.6) und (2.7) zusammenfassen:

$$U_a = 6 \cdot s_x \quad (2.6)$$

$$U_n = \frac{U_a}{0,8} = \frac{6 \cdot s_x}{0,8} \quad (2.7)$$

Bei  $s_x$  handelt es sich um die Standardabweichung der Abweichung der Anzeigewerte vom Sollwert. Laut OIML R51-1 darf sie nicht größer als die in der Tabelle 2.2 dargestellten Werte  $s_1$ , multipliziert mit Unterklasse  $x$ , sein. Das heißt:

$$s_x = s_1 \cdot x \quad (2.8)$$

Also kann die Gleichung (2.4) folgende Form annehmen:

$$U_{\text{SKW}} = U_v + 0,5 \cdot U_n = 2 \cdot \bar{m}_{\text{max}} + \frac{3 \cdot s_x}{0,8} \quad (2.9)$$

Somit wird die Bedingung (2.3) folgendermaßen erweitert:

$$\begin{cases} 2 \cdot \bar{m}_{\text{max}} + \frac{3 \cdot s_x}{0,8} < 0,2 \cdot S_{\text{FPV}} \\ 2 \cdot \bar{m}_{\text{max}} + \frac{3 \cdot s_x}{0,8} \geq 0,6 \end{cases} \quad (2.10)$$

Da man aus OIML R51-1 über die notwendige Information verfügt, kann man versuchen für jeden der Nennfüllmengenbereiche, eine geeignete Waage mit dem Eichwert  $e$  und dem Unterbereich  $x$  zu finden, deren Parameterkombination  $\bar{m}_{\text{max}}$  und  $s_x$  die Bedingungen (2.10) erfüllen. Offensichtlich kann es mehrere Kombinationen dieser Parameter geben, die diesen Anforderungen entsprechen. All diese Varianten werden in den nächsten Abschnitten in Betracht gezogen. Die Berechnungsvorschrift wird am Beispiel einer Kontrollwaage für die Nennfüllmenge 50 g ausführlich erklärt. Für die weiteren Nennfüllmengen werden nur die Berechnungsergebnisse in einer Tabelle zusammengefasst.

### 2.3.3 Auswahl einer Kontrollwaage für die Nennfüllmenge 50 g

Die Mindestlast einer Kontrollwaage für die Nennfüllmenge  $m=50$  g soll laut Fertigpackungsverordnung kleiner als  $0,2 \cdot S_{\text{FPV}} = 0,2 \cdot \frac{50 \text{ g} \cdot 9\%}{100\%} = 0,9$  g sein. Wenn man, beispielsweise, aus drei Kontrollwaagen der OIML R51-Klassen  $X_1(0,1)$ ,  $X_2(0,5)$ ,  $X_3(1)$ , mit den Eichwerten  $e_1=0,01$  g,  $e_2=0,2$  g,  $e_3=0,05$  g eine Kontrollwaage auswählen soll, die dieser Anforderung entspricht, soll die Mindestlast jeder Waage nach folgendem Ablauf berechnet werden:

1. Das Verhältnis die Nennfüllmenge zum Eichwert  $m^* = \frac{m}{e}$  berechnen.
2. In Abhängigkeit vom Divisionsergebnis und der Unterklasse der Kontrollwaage  $x$  den maximal zulässigen Mittelwert der Abweichung der Waagenanzeige vom Sollwert  $\bar{m}_{\text{max}}$

aus der Tabelle 2.1 (Seite 7) entnehmen. Dabei ist es zu beachten, dass der in dieser Tabelle aufgeführte Wert  $m$  dem berechneten Wert  $m^*$  entspricht.

3. Nach der Tabelle 2.2 (Seite 7) die maximal zulässige Standardabweichung  $s_1$  für die nötige Nennfüllmenge  $m$  bestimmen.
4. Die Standardabweichung für die vorhandene Kontrollwaagenklasse mittels folgender Gleichung  $s_x = s_1 \cdot x$  berechnen.
5. Die Mindestlast der Kontrollwaage nach Gleichung (2.9) ermitteln.

In die Tabelle 2.3 wird dieser Ablauf anhand der oben aufgeführten Nennfüllmenge, Kontrollwaagenklassen und Eichwerte demonstriert.

Eichwert der vorhandenen Kontrollwaage $e$ in g	Nennfüllmenge, als das Vielfache vom Eichwert	Maximal zulässiger Mittelwert der Abweichung der Waagenanzeige vom Sollwert $\bar{m}_{\max}$ in g ( aus der Tabelle 2.1)	Unterklasse der vorhandenen Kontrollwaage $x$	Standardabweichung der vorhandenen Kontrollwaage $s_x = s_1 \cdot x$	Mindestlast der vorhandenen Kontrollwaage $U_{SKW} = 2 \cdot \bar{m}_{\max} + \frac{3 \cdot s_x}{0,8}$
0,01	$m^* = \frac{m}{e} = \frac{50}{0,01} = 5000$	$1,5 \cdot e = 1,5 \cdot 0,01 = 0,015$	0,1	$0,48\% \cdot 0,1 = 0,048\%$	$2 \cdot 0,015 + \frac{3 \cdot 0,048\%}{100\% \cdot 0,8} \cdot 50 \text{ g} = 0,12 \text{ g}$
0,2	$m^* = \frac{m}{e} = \frac{50}{0,2} = 250$	$0,5 \cdot e = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$	0,5	$0,48\% \cdot 0,5 = 0,24\%$	$2 \cdot 0,1 + \frac{3 \cdot 0,24\%}{100\% \cdot 0,8} \cdot 50 \text{ g} = 0,65 \text{ g}$
0,05	$m^* = \frac{m}{e} = \frac{50}{0,05} = 1000$	$1,5 \cdot e = 1,5 \cdot 0,05 = 0,075$	1	$0,48\% \cdot 1 = 0,48\%$	$2 \cdot 0,075 + \frac{3 \cdot 0,48\%}{100\% \cdot 0,8} \cdot 50 \text{ g} = 1,05 \text{ g}$

Tabelle 2.3 Berechnung der Mindestlast einer Kontrollwaage mit den angegebenen Unterklasse und Eichwert für die Nennfüllmenge 50 g

Der Vergleich der Berechnungsergebnissen aus Tabelle 2.3 mit den Anforderungen der Fertigpackungsverordnung ergibt folgende Aussagen:

- Die Kontrollwaagen der Unterklasse  $x=0,5$  mit dem Eichwert  $e=0,2$  g sind für die Messungen mit Nennfüllmenge 50 g einsetzbar, weil die Bedingungen (2.10) erfüllt werden.
- Im Gegenteil dazu sind die Kontrollwaagen mit  $x=1$  und  $e=0,05$  g für diese Nennfüllmenge nicht geeignet.
- Die Kontrollwaagen mit  $x=0,1$  und  $e=0,01$  g dürfen im Prinzip auch verwendet werden, jedoch ist der berechnete Wert  $U_{SKW}=0,1$  g kleiner als der in FPV empfohlene Wert 0,6 g. Die Genauigkeitsklasse dieser Kontrollwaagen wird deshalb als überflüssig hoch betrachtet.

Wenn man nach demselben Prinzip die Mindestlast der Kontrollwaagen der Unterklassen  $x$  von 0,05 bis 5 und mit den Eichwerten  $e$  von 0,01 g bis 50 g berechnet und dann das Ergebnis von Vorschriftwert  $0,2 \cdot S_{FPV} = 0,9$  g abzieht, ergibt sich Abbildung 2.3.

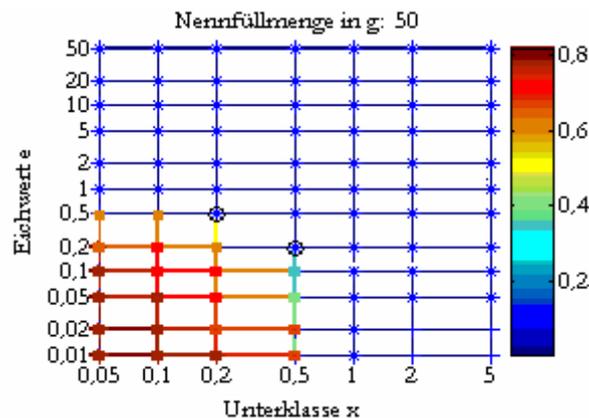


Abbildung 2.3 Geeignete Kontrollwaagenklassen für die Nennfüllmenge 50 g

Die farbig von hellgrün bis rot gekennzeichneten Werte stellen das Ergebnis der Subtraktion  $0,2 \cdot S_{FPV} - U_{SKW} > 0$  in Gramm dar. Sie erfüllen den ersten Teil der Bedingung (2.10). Mit dem Zeichen „Stern“ (\*) sind die Varianten gekennzeichnet, die die Bedingung  $U_{SKW} \geq 0,6$  g erfüllen. Die Kontrollwaagenklassen, die die beiden Bedingungen (2.10) erfüllen, sind in der Grafik schwarz umkreist. Aus der Abbildung 2.3 folgt also, dass nur zwei Kontrollwaagenklassen  $X(0,5)$  mit dem Eichwert  $e=0,1$  g und  $X(0,2)$  mit dem Eichwert  $e=0,2$  g für die Kontrolle der Fertigpackungen mit der Nennfüllmenge 50 g eingesetzt werden dürfen.

Somit stellt die Gleichung (2.10) eine einfache Berechnungsvorschrift dar, die als Hilfe zur Auswahl einer Kontrollwaage dienen kann, die zur Kontrolle der verpackten Wägegüter eingesetzt werden darf. Im folgenden Abschnitt wird nach dieser Vorschrift berechnet, welche Kontrollwaagenklassen zur Kontrolle der Wägegüter der Nennfüllmengen bis zu 32,5 kg geeignet sind.

### 2.3.4 Berechnungsergebnisse für einige Werte aller Nennfüllmengenbereiche

In Tabelle 2.4 sind Resultate der Berechnung für mehrere Nennfüllmengen von 5 g bis 32,5 kg zusammengefasst. Für jeden der in der Fertigpackungsverordnung festgelegten Bereiche (siehe Abbildung 2.2, Seite 8) wurden mehrere Kombinationen von den Eichwerten  $e$  und den Unterklassen  $x$  für jeweils zwei Werte analysiert: eine Nennfüllmenge in der Mitte des Bereichs und eine an der Bereichsgrenze (am Anfang oder am Ende).

Nennfüllmengebereich, g	Nennfüllmenge 1	Nennfüllmenge 2
5 < m ≤ 50		
50 < m ≤ 100		
100 < m ≤ 200		
200 < m ≤ 300		

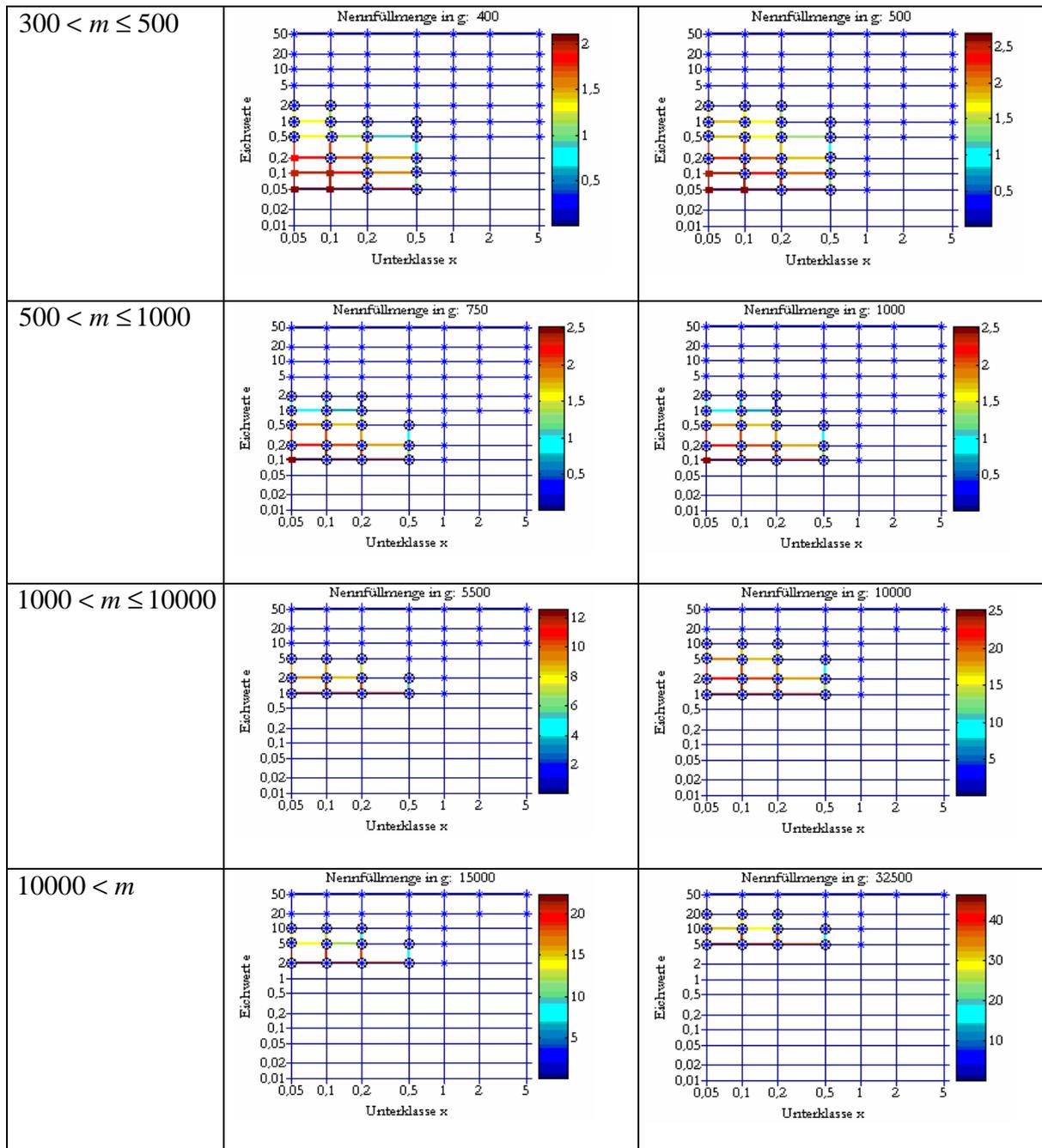


Tabelle 2.4 Geeignete Kontrollwaagen der Unterklassen  $x$  mit den Eichwerten  $e$ , die zur Kontrolle von Fertigpackungen zugelassen werden dürfen.

Aus den Grafiken der Tabelle 2.4 kann man folgendes zusammenfassen:

- Im Allgemeinen sollen für die Kontrolle der Fertigpackungen die Kontrollwaagen der Klasse  $X(x < 1)$  eingesetzt werden.
- Für die Nennfüllmengen  $N_Q < 33,3$  g gibt es keine Kontrollwaagen, die die beiden Bedingungen der FVP (Gleichung (2.3), Seite 8) erfüllen, deshalb muss man sich bei der Auswahl einer SKW für diese Nennfüllmengen nach der ersten Bedingung richten. Diese

Kontrollwaagenklassen sind in den Abbildungen der Tabelle 2.4 farblich von hellgrün bis rot dargestellt.

In Abbildung 2.4 sind die Berechnungsergebnisse für die zwei größten geeigneten Kontrollwaagenklassen  $X(0,2)$  und  $X(0,5)$  zusammengefasst.

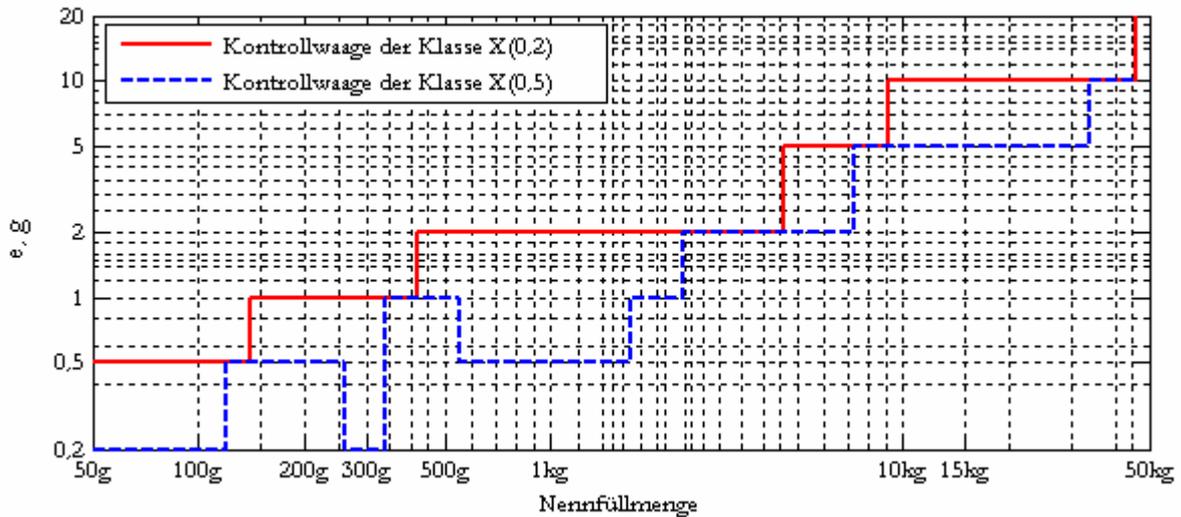


Abbildung 2.4 Geeignete Eichwerte für Nennfüllmengen von 33,3 g bis 50 kg der größten Kontrollwaagenklassen  $X(0,2)$  und  $X(0,5)$ , die für die Kontrolle von Fertigpackungen eingesetzt werden dürfen.

Der nicht monotone Verlauf der blauen Linie im Bereich  $m < 600$  g hängt mit der stufenförmigen Änderung der Fehlerverkehrsgränze  $U_V$  beim Übergang von einem Nennfüllmengenbereich zum anderen (siehe Tabelle 2.1, Seite 7) zusammen. Dabei vergrößert sich  $U_V$  um das Doppelte. Dieser Effekt kommt bei  $X(0,2)$  nicht zustande, weil die Standardabweichung dieser Kontrollwaagenklasse um 2,5 Mal kleiner als die Standardabweichung der Kontrollwaagen der Klasse  $X(0,5)$ . Dadurch wird eine größere Variationsbreite für die Verkehrsfehlergränze gewährleistet.

Zum Schluss veranschaulicht die Abbildung 2.5 die zulässigen Standardabweichungen der Kontrollwaagenklassen  $X(0,5)$  und  $X(0,2)$  für alle Nennfüllmengen von 0 bis 50 kg.

Im Kapitel 7.1 (Seite 98) wird das beschriebene Verfahren zur Einschätzung der Klasse einer existierenden Kontrollwaage mit der DMS-Wägezelle angewendet.

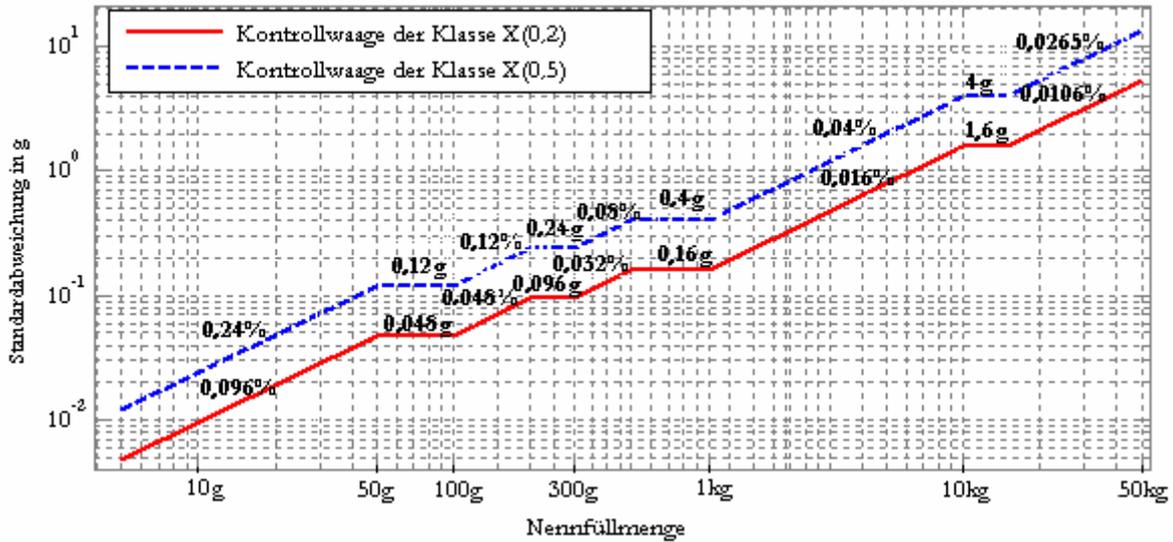


Abbildung 2.5 Standardabweichung  $s_{0,2}$  und  $s_{0,5}$  der Kontrollwaagen der Klassen X(0,2) und X(0,5)

## 2.4 Störeinflüsse

Kenntnisse über die Ursachen und die Folgen der störenden Einflüsse erhöhen die Chancen auf die zielgerichtete Eliminierung bzw. Reduzierung der Störempfindlichkeit und daher auf die erfolgreiche und dauerhafte Funktionalität jedes Messgerätes. Besonders beansprucht sind die Geräte, die in industriellen Hallen mit Schwermaschinen oder in einer aggressiven Umgebung eingesetzt werden.

Sowohl die Umgebung einer Kontrollwaage, als auch die internen Zustände und Prozesse zeichnen sich durch ein breites Spektrum von störenden Komponenten aus, die im nächsten Kapitel zusammengefasst werden.

### 2.4.1 Quellen und Folgen der Störeinflüsse in der dynamischen Wägetechnik

In [19] wurden die störenden Einflüsse und deren Effekt bezüglich statischer Präzisionswägungen zusammengefasst. Die meisten von ihnen wirken auch auf dynamische Waagen und sind neben den dynamischen Einflussgrößen in der Tabelle 2.5 und in Abbildung 2.6 aufgeführt.

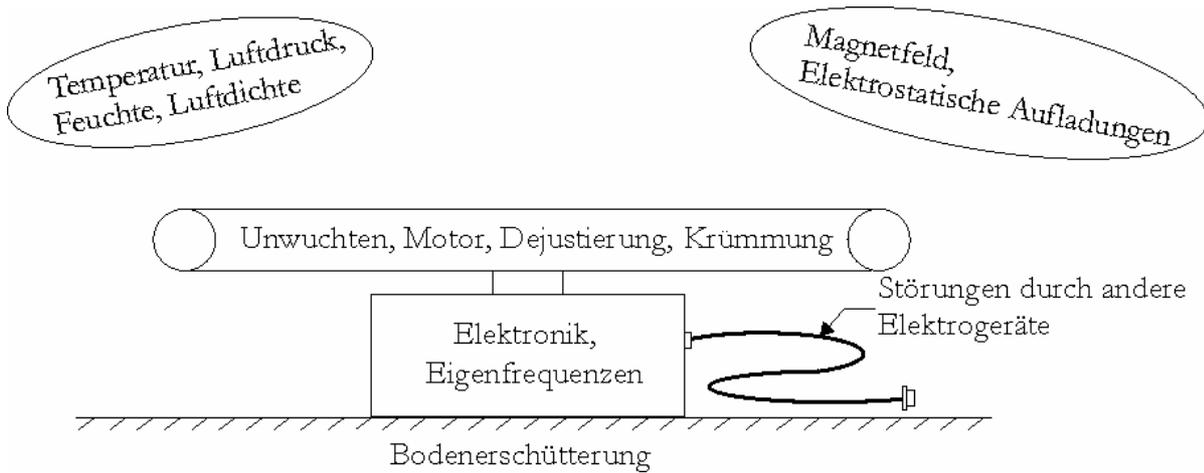


Abbildung 2.6 Störquellen bei den dynamischen Wägungen

Nr.	Einfluss-/Störgröße	Effekt	Mögliche Beseitigungs-/Verringerungsmaßnahmen
1	Luftdichte	Luftauftrieb an Waagenteilen und Gewichtsstücken	Kalibrierung
2	Zeitliche Temperaturänderung	Signaldrift	Signalverarbeitung
3	Temperaturgradienten und Differenzen	Systematische Abweichung und Vergrößerung der Standardabweichung	Signalverarbeitung
4	Feuchteänderung	Systematische Abweichung	Signalverarbeitung
5	Schwerpunktshöhe, Fallbeschleunigung	Systematische Abweichung, Änderung der Empfindlichkeit bzw. Justierung der Waage	Kalibrierung
6	Elektrostatiche Aufladung	Systematische Abweichung, Änderung der Empfindlichkeit, bzw. Justierung der Waage	Schutz durch Gehäuse
7	Magnetfeld	Systematische Abweichung	Schutz durch Gehäuse
8	Bodenerschütterung	Vergrößerung der Standardabweichung, systematische Abweichung	Signalverarbeitung, Änderung der mechanischen Eigenschaften der Waage

9	Kippung der Waage	Systematische Abweichung	Justierung
10	Gekrümmte Oberfläche des Wägebendes	Systematische Abweichung	Signalverarbeitung, Änderung der mechanischen Eigenschaften der Waage
11	Kippung des Wägebendes	Systematische Abweichung	Signalverarbeitung, Justierung
12	Rotierende Teile des Wägebendes	Vergrößerung der Standardabweichung	Signalverarbeitung, Änderung der mechanischen Eigenschaften der Waage
13	Signaldigitalisierung	Rauschen, zusätzliche harmonische Komponenten	Signalverarbeitung, Erhöhung der Auflösung des A/D-Wandlers

Tabelle 2.5 Einflussgrößen bei den dynamischen Wägungen

Die Einflüsse 10, 11 (Tabelle 2.5) von den dynamischen Wägungen sind in [20] ausführlich untersucht und beschrieben worden. Die störenden Komponenten von rotierenden Teilen des Wägebendes und Effekte infolge der Signaldigitalisierung werden in weiteren Kapiteln dieser Arbeit behandelt.

#### 2.4.2 Harmonische Störsignale

Die Beseitigung bzw. Minderung der störenden Einflüsse, die durch rotierende mechanische Teile, Bodenerschütterungen und Signaldigitalisierung verursacht werden, gehört zu den Aufgaben, die mittels digitaler Signalverarbeitung ausgeführt werden können. Darüber hinaus werden in Kapiteln 3.1 (Analog-Digital-Wandlung), 4.2 (Modelle im Frequenzbereich), 5.4 (Untersuchungen zur Auswahl einer geeigneten Entwurfsmethode zur adaptiven Filterung) diese Art Störungen näher betrachtet. Im folgenden Abschnitt wird die Standardabweichung harmonischer Schwingungen behandelt.

#### 2.4.3 Standardabweichung harmonischer Signale

Da die Standardabweichung eines Messsignals ein aussagekräftiges Kriterium für die Signalqualität ist, können die Einflüsse von einzelnen harmonischen Schwingungen mittels Berechnung der Standardabweichung dieser Schwingungen geschätzt werden. Dafür wird im Anhang

(Abschnitt 9.1, Seite 114) die analytische Beschreibung der Varianz eines harmonischen Signals  $x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$  im Beobachtungsintervall  $[0; T]$  hergeleitet. Anhand der Gleichung (9.8), Seite 115, lässt sich die Standardabweichung wie folgt berechnen:

$$s = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T)}{2 \cdot \omega \cdot T} - \frac{8 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2}} = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - x_1 - x_2} \quad (2.11)$$

Wobei  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f_s$  ist.

Der Gleichung nach, besteht die Standardabweichung eines harmonischen Signals aus zwei Anteilen.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$  ist der Gleichanteil. Der Rest stellt den Wechselanteil dar. Die Abbildung 2.7 visualisiert den Verlauf der Glieder des Wechselanteils. Dabei wird der gesamte Wechselanteil als

$x = 1 - x_1 - x_2$  bezeichnet.  $T_s = \frac{1}{f_s}$  ist die Signalperiode.

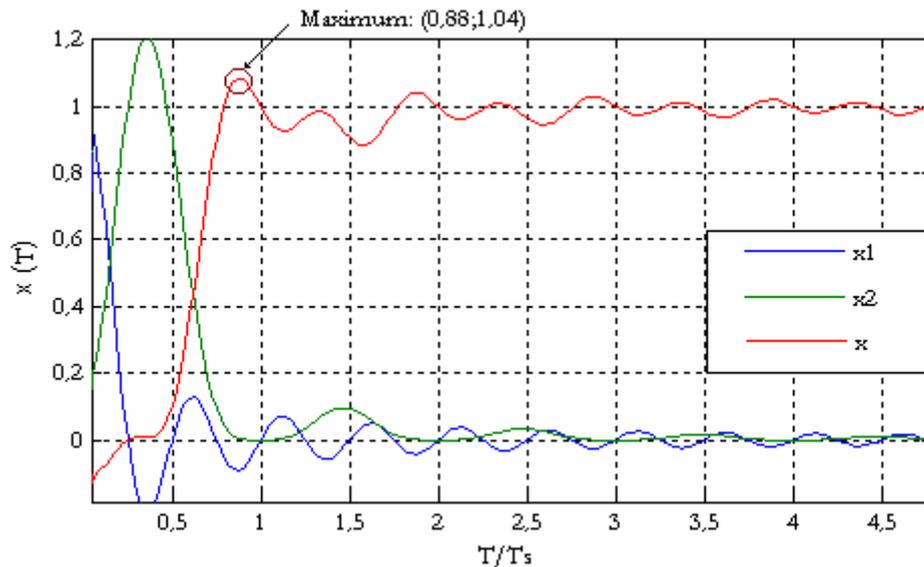


Abbildung 2.7 Verlauf der Glieder des Wechselanteils der Gleichung (2.11)

Aus dem Verlauf der Kurve  $x$  ist es ersichtlich, dass im ungünstigsten Fall (bei  $T = 0,88 \cdot T_s$ ) die

Standardabweichung den Wert  $s = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1,08} = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot 1,04$  erreicht. Das heißt, in diesem Fall

beträgt die Abweichung 4% vom Gleichanteil  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ . Mit der wachsenden Integrationszeit wird diese

Abweichung geringer und somit kann der Wechselanteil vernachlässigt werden.

Demzufolge hängt die Standardabweichung eines harmonischen Signals hauptsächlich von der Amplitude dieses Signals ab und kann annähernd folgendermaßen berechnet werden:

$$s = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (2.12)$$

## 2.5 Signalverlauf einer Kontrollwaage

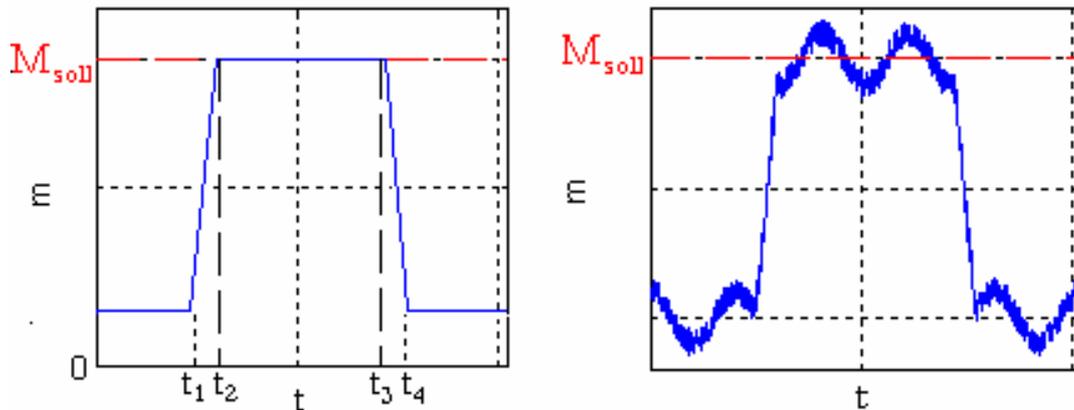


Abbildung 2.8 Links: Ein idealisierter Signalverlauf einer Kontrollwaage; rechts: Signal einer Kontrollwaage mit dem additiv überlagerten Rauschen und einer harmonischen Störung

Wie bereits erwähnt wurde, ist eine Kontrollwaage ein mechatronisches System, das sprungähnlichen Be- und Entladevorgängen ausgesetzt wird. Die dabei entstehenden Einschwingerscheinungen wurden in [20] untersucht. In der vorliegenden Arbeit wird der Signalverlauf etwas verallgemeinert. Die dämpfende Wirkung des Federkörpers oder eines möglicherweise in einer Waage vorhandenen Reglers werden nicht berücksichtigt. Dabei wird eine infolge sprungähnlicher Vorgänge entstandene Schwingung als eine einfache harmonische Störung betrachtet. Beispiele für einen idealisierten Signalverlauf einer Kontrollwaage, sowie für die Wirkungen der additiv überlagerten Störungen sind in Abbildung 2.8 zu sehen.

Die Signalabschnitte mit der Zeit  $t < t_1$  und  $t > t_4$  entsprechen der unbelasteten Phase des Signalverlaufs. Der Grafikabschnitt von  $t_1$  zu  $t_2$  beschreibt den Belastungsvorgang. Der Zeitraum  $(t_3 - t_2)$  steht für die Gewichtsermittlung eines gewogenen Objektes zur Verfügung. Die Gerade von  $t_3$  bis  $t_4$  bildet den Entlastungsvorgang ab. Analytisch wird das Signal folgendermaßen beschrieben:

$$m(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_1 \\ \frac{M_{soll} \cdot (t - t_1)}{t_2 - t_1}, & t_1 < t \leq t_2 \\ M_{soll}, & t_2 < t \leq t_3 \\ -\frac{M_{soll} \cdot (t - t_4)}{t_4 - t_3}, & t_3 < t \leq t_4 \\ 0, & t > t_4 \end{cases} \quad (2.13)$$

Neben der Bestimmung des Signalgleichanteils  $M_{soll}$  aus dem gestörten Signal  $m(t)$  ist es vom praktischen Interesse, die Zeitpunkte des Messbeginns  $t_2$  und des Messendes  $t_3$  zu bestimmen (Messobjekttriggerung). Denn der Wert  $t_v=(t_3-t_2)$  legt den zeitlichen Rahmen fest, der die Möglichkeiten der digitalen Signalverarbeitung sehr begrenzt. Daher ist es eine Herausforderung, wirklich effektive Signalverarbeitungsmethoden anzuwenden, um ein geeignetes Ergebnis zu erzielen.

## 2.6 Methoden der digitalen Signalverarbeitung in der dynamischen

### Wägetechnik

*Analog-Digital-Wandlung.* Analog-Digital-Wandlung ist keine unmittelbare Aufgabe der digitalen Signalverarbeitung. Jedoch liegt es im Interesse dieser Arbeit, einige Erscheinungen bei der Signal-digitalisierung zu beschreiben. Die Zielstellung ist hierbei die Erklärung der Zusammenhänge zwischen der Abtastrate, der Frequenzen harmonischer Schwingungen und der Entstehung der harmonischen Signalanteile infolge des Quantisierungsfehlers. Im Kapitel 3.1, Seite 23, wird dieses Thema behandelt und zum Schluss werden die Untersuchungsergebnisse zusammengefasst.

*Signalanalyse.* Die Signalanalyse ist ein notwendiges Verfahren, das eine Optimierung der Methoden der Signalverarbeitung ermöglicht und zur Untersuchung der mechanischen Eigenschaften einer Kontrollwaagen dient. Die Einsatzmöglichkeiten der Signalanalyse in der dynamischen Wägetechnik werden im Kapitel 4, Seite 36, erörtert.

*Digitale Filterung.* Ein digitales Filter ist die letzte Signalverarbeitungsinstanz in der Messkette eines digitalen Gerätes. Mit der Auswahl eines geeigneten Filters kann die Messunsicherheit des Gesamtmesssystems reduziert werden. Filtertypen, die für das mechatronische System „Kontrollwaage“ am effektivsten eingesetzt werden können, werden im Kapitel 5, Seite 46, beschrieben. Es werden auch einige Beispiele der zurzeit in der Praxis verwendeten Filter genannt.

*Messobjekttriggerung.* Kapitel 6, Seite 76, gibt den Überblick der existierenden Methoden der Registrierung der Zeitpunkte des Messbeginns (das Wägegut ist vollständig auf der Waage) und

---

des Messendes (das Wägegut verlässt die Waage). Es werden sowohl Vorteile als auch Nachteile jedes der dargestellten Verfahren erläutert. Ebenfalls wird der mögliche Einsatz der digitalen Filterung zur Lösung dieser Aufgabenstellung in Betracht gezogen.

## **2.7 Kapitelzusammenfassung**

Eine Kontrollwaage kann als ein typisches Messgerät, das für die dynamischen Wägungen bestimmt ist, bezeichnet werden. Darum beziehen sich alle in dieser Arbeit beschriebenen Verfahren der digitalen Signalverarbeitung auf diese Art der dynamischen Waagen.

Anforderungen an die messtechnischen Eigenschaften dieser Geräte werden von nationalen und internationalen messtechnischen Dokumenten vorgeschrieben. Um sie zu erfüllen, dürfen zwei Parameter, der Eichwert und die Standardabweichung einer Kontrollwaage, bestimmte Grenzen nicht überschreiten. Diese Grenzwerte wurden im Abschnitt 2.3, Seite 5, berechnet und können als Hilfsinformation für die praktischen Entwicklungen benutzt werden. Sie werden im Kapitel 7.1, Seite 98, zur Einschätzung der Genauigkeitsklasse einer DMS-Kontrollwaage herangezogen.

Neben den störenden Einflüssen der Umwelt (Temperatur, Feuchte, Magnetfeld) ist eine dynamische Waage den Störungen durch mechanische Fehler (z.B. dejustiertes Wägebänder) und der harmonischen Schwingungen (z.B. von den rotierenden Teilen des Wägebänderes) ausgesetzt. Die Störquellen und die Maßnahmen zur Minderung der störenden Einflüsse wurden ebenfalls in diesem Kapitel zusammengefasst (Abschnitt 2.4.1, Seite 16). Dabei wurde das Thema der harmonischen Störsignale besonders ausführlich behandelt (Abschnitte 2.4.2, Seite 18, und 2.4.3, Seite 18).

Im Messsignal einer Kontrollwaage sind vier Phasen vorhanden: unbelastete Waage, Belastungsvorgang, belastete Waage, Entlastungsvorgang. Zur möglichst effektiven Ermittlung des Gewichts eines Wägegutes gehören in der dynamischen Wägetechnik auch Kenntnisse über die Zeitpunkte des Beginns und des Endes der dritten Phase. Darum spielen neben den Verfahren zur Ermittlung des Signalgleichanteils auch die Methoden zur Triggerung dieser Zeitpunkte eine wichtige Rolle. Signalverarbeitungsmethoden, die in der dynamischen Wägetechnik hierzu verwendet werden, sind im Abschnitt 2.6, Seite 21, kurz zusammengefasst worden.

### 3 Signalaufbereitung

#### 3.1 Analog-Digital-Wandlung

Analog-Digital-Wandlung beinhaltet zwei Vorgänge, deren Reihenfolge nicht festgelegt ist: Abtastung und Quantisierung.

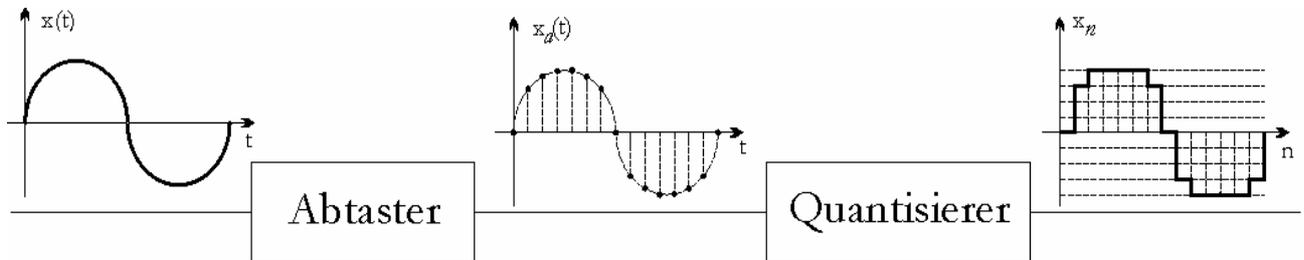


Abbildung 3.1 Analog-Digital-Wandlung

##### 3.1.1 Abtastung

Die Diskretisierung eines kontinuierlichen Signals  $x(t)$  in den definierten Zeitabständen  $\Delta t$  bezeichnet man als Abtastung. Der Zeitabschnitt  $\Delta t$  wird das Abtastintervall genannt. Die Abtastfrequenz ist dann:

$$f_a = \frac{1}{\Delta t} \tag{3.1}$$

Analytisch beschreibt man den Abtastvorgang als die Multiplikation des Signals  $x(t)$  mit der periodischen Dirac-Impulsfolge:  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot \Delta t)$ , auch Dirac-Stossfolge genannt ([22], [25]):

$$x_a(t) = x(t) \cdot s(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot \Delta t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - n \cdot \Delta t) \tag{3.2}$$

Da das abgetastete Signal  $x_a(t)$  nur an den Zeitpunkten  $n \cdot \Delta t$  existiert, an denen sich die Dirac-Impulsfolge von Null unterscheidet, tritt bei der Multiplikation eines Signals mit der Dirac-Stossfolge der „Ausblendeffekt“ auf, infolge dessen sich die Gleichung (3.2) folgendermaßen umschreiben lässt:

$$\begin{aligned}
 x_a(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot \Delta t) \cdot \delta(t - n \cdot \Delta t) = \\
 &= x(n \cdot \Delta t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot \Delta t) = x(n \cdot \Delta t) = x_n
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

Die Spektralfunktion einer Dirac-Impulsfolge ist auch eine periodische Folge:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot \Delta t) \xrightarrow{F} S(\omega) = \omega_a \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n \cdot \omega_a)
 \tag{3.4}$$

Wobei  $\omega_a = 2 \cdot \pi \cdot f_a$  -Abtastkreisfrequenz ist.

Unterschiedliche Darstellungen des Dirac-Impulses und der Dirac-Impulsfolge veranschaulicht Abbildung 3.2 (nach [22] und [36]).

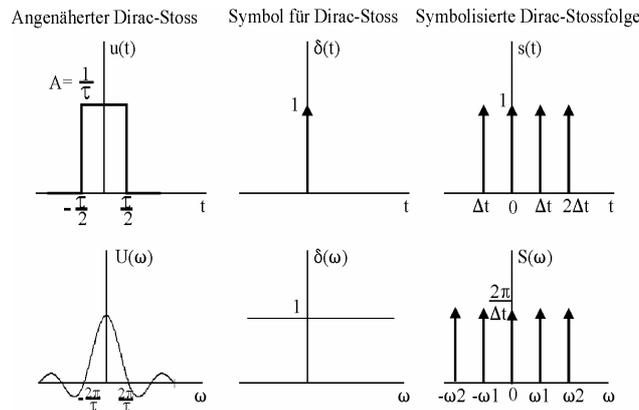


Abbildung 3.2 Unterschiedlichen Darstellungen des Dirac-Impulses und der Dirac-Impulsfolge im Zeit- (oben) und Frequenzbereich (unten).

In der Abbildung entsprechen die Kreisfrequenzen  $\omega_1, \omega_2$  usw. den Vielfachen der Abtastkreisfrequenz:  $\omega_1 = \omega_a$ ;  $\omega_2 = 2 \cdot \omega_a$  usw.

Die Spektralfunktion des abgetasteten Signals ist das Ergebnis der Faltung der Fourier-Transformierten des Signals  $X(\omega)$  und der Spektralfunktion der Dirac-Impulsfolge  $S(\omega)$ :

$$\begin{aligned}
 x_a(t) &= x(t) \cdot s(t) \xrightarrow{F} X_a(\omega) = X(\omega) * S(\omega) = \\
 &= \left[ \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot X(\omega) \right] * \left[ \omega_a \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n \cdot \omega_a) \right] = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n \cdot \omega_a)
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Das heißt, die Fourier-Transformierte eines abgetasteten Signals besteht aus sich periodisch wiederholenden Kopien der Fourier-Transformierten des Signals  $x(t)$ . Der Abstand zwischen den

benachbarten Kopien ist gleich  $\omega_a$ . Deshalb gilt das Nyquist-Abtasttheorem: die Abtastfrequenz für ein bandbegrenztetes Signal soll mindestens doppelt so groß sein, wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz  $\omega_{\max}$  (Abbildung 3.3). Bei der Verletzung dieser Bedingung tritt der Aliasingeffekt auf, infolge dessen das abgetastete Signal die störenden Einflüsse der Frequenzen größer als  $\frac{\omega_a}{2}$  enthält.

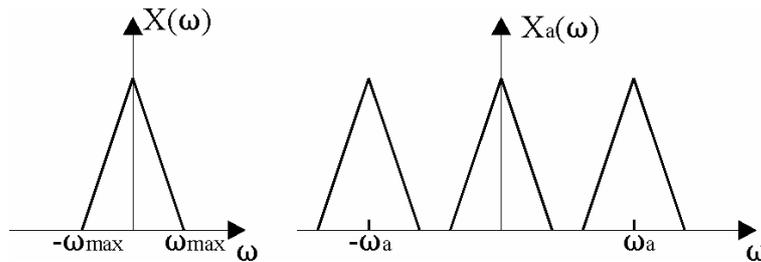


Abbildung 3.3 Spektren des kontinuierlichen Signals  $x(t)$  (links) und des abgetasteten Signals (rechts).

Im Spektrum des abgetasteten Signals sind sie oft mehrmals gespiegelt zu sehen. Zur Vermeidung des Effekts stellt man vor dem A/D-Wandler ein analoges Tiefpassfilter.

### 3.1.2 Quantisierung

Den Vorgang der Amplitudendiskretisierung nennt man Quantisierung. Die Anzahl der Quantisierungsstufen  $N_q$  wird von der Wortbreite  $B$  (Auflösung des A/D-Wandlers) durch die Gleichung (3.6) bestimmt.

$$N_q = 2^B \quad (3.6)$$

Die Größe einer Quantisierungsstufe  $Q$  wird dann wie folgt berechnet:

$$Q = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{N_q} \quad (3.7)$$

Bei  $X_{\max}$  und  $X_{\min}$  handelt es sich um die maximale und minimale Messbereichsgrenzen des A/D-Wandlers.

Der durch Quantisierungsvorgang entstandene Fehler (Quantisierungsfehler) liegt im Bereich ([2], [25]):

$$-\frac{Q}{2} < e_Q < \frac{Q}{2} \quad (3.8)$$

Seine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion kann man praktisch als gleich verteilt annehmen. Sie ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

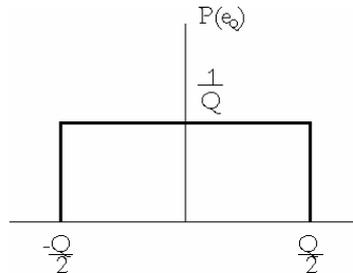


Abbildung 3.4 Verteilungsdichte des Quantisierungsfehlers

Der Mittelwert von  $e_Q$  ist im Idealfall Null und seine Varianz und die Standardabweichung stellen entsprechend die Gleichungen (3.9) und (3.10) dar.

$$\sigma^2(e_Q) = \frac{Q^2}{12} \quad (3.9)$$

$$\sigma(e_Q) = \frac{Q}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad (3.10)$$

Dieses statistische Modell gilt für breitbandige Signale (Sprache, Musik usw.).

Im Falle der einzelnen Schwingungen, welche als Hauptbestandteil des Störspektrums einer dynamischen Waage auftreten, wird die Verteilungsdichte des Quantisierungsfehlers eine andere Form annehmen und die Standardabweichung des Quantisierungsfehlers kann sich sowohl verkleinern als auch vergrößern. Die Ursachen und die Folgen dieser Effekte werden in den nächsten Kapiteln behandelt.

### 3.1.3 Standardabweichung des Quantisierungsfehlers eines digitalisierten harmonischen Signals

Die in der Abbildung 3.5 dargestellte Standardabweichung des Quantisierungsfehlers ist das Ergebnis einer computergestützten numerischen Simulation der Digitalisierung harmonischer Signale  $x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$ , abgetastet mit der Frequenz  $f_a=400$  Hz und quantisiert mit

$N_q=8$  Quantisierungsstufen. Dabei betrug die Signalamplitude  $A=0,5$  und die Signalfrequenz wurde von 1 Hz bis 200 Hz geändert. Die Quantisierungsstufe blieb also konstant:

$$Q = \frac{2 \cdot A}{N_q} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Zum Vergleich wurde auch die Standardabweichung des Quantisierungsfehlers eines breitbandigen Signals nach Gleichung (3.10) berechnet und dargestellt (rote gestrichelte Linie).

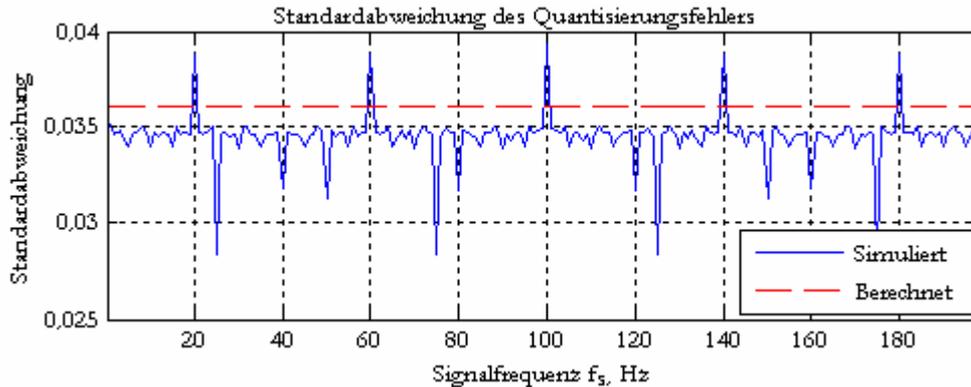


Abbildung 3.5 Standardabweichung des Quantisierungsfehlers, in Abhängigkeit von der Frequenz der quantisierten Signale, abgetasteten mit  $f_a=400$  Hz.

Aus dem Vergleich ist es ersichtlich, dass sich die Standardabweichung des Quantisierungsfehlers einer harmonischen Schwingung an den meisten betrachteten Signalfrequenzen etwa dem

berechneten Wert  $\sigma(e_q) = \frac{Q}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,125}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,036$  nähert. Jedoch fallen auch die deutlich von

diesem Wert abweichenden Spitzen an den Frequenzen  $\frac{f_a}{20} \cdot n, n \in \mathbb{Z}$  und  $\frac{f_a}{25} \cdot k, k \in \mathbb{Z}$ , sowie die

Symmetrie aller Spitzen zur Frequenz  $\frac{f_a}{4} = 100$  Hz auf.

Bei den weiteren Untersuchungen mit geänderten Signalphasen, unterschiedlicher Anzahl der Quantisierungsstufen und verschiedenen Abtastfrequenzen wiesen die Standardabweichungsverläufe ähnliches Verhalten auf. Unterschiedlich waren nur die Größen der spitzen „Ausreißer“. Offensichtlich besteht ein Zusammenhang zwischen der Abtast- und Signalfrequenzen eines quantisierten harmonischen Signals. Die spektrale Analyse des Quantisierungsfehlers bestätigt diese Aussage.

### 3.1.4 Spektrum einer digitalisierten harmonischen Schwingung.

Zum Thema „Spektrum des Quantisierungsfehlers“ wurden zahlreiche Artikel publiziert (siehe dazu [2], [11], [36]). Eine ausführliche Zusammenfassung mehrerer Veröffentlichungen findet man in [12]. Es wurde bewiesen, dass im Falle der Quantisierung stochastischer Signale, wie z.B. weißes Rauschen, keine Korrelation zwischen dem Quantisierungsfehler und dem Signal vorhanden ist. Dabei ist das Leistungsdichtespektrum des Quantisierungsfehlers im ganzen Frequenzbereich von 0 Hz bis zur halben Abtastfrequenz gleichmäßig verteilt. Im Gegensatz dazu findet diese Korrelation bei der Quantisierung harmonischer Signale statt. Dadurch entstehen im Quantisierungsfehlerspektrum eines digitalisierten harmonischen Signals zusätzliche harmonische Anteile, die ganzzahlige Vielfache der Signalfrequenz  $f_s$  sind.

Auch bei den praktischen Untersuchungen können die Spitzen an allen Frequenzen  $f_j = j \cdot f_s$  ( $j=1,2,3$  usw.) festgestellt werden. Ein Beispiel dazu stellt die Abbildung 9.7 (Seite 130) im Anhang dar. Die Abbildung 9.6 desselben Kapitels zeigt aber auch die Spitzen an den Frequenzen  $f_i < f_s$  (unterhalb der Signalfrequenz). Der Vergleich dieser Grafiken lässt vermuten, dass die vorhandenen Effekte die Folgen der unterschiedlichen Abtastraten sind.

Im ersten Beispiel ist die Abtastfrequenz  $f_a$  viel größer als die Frequenz  $f_s$  des digitalisierten Signals. Sie ist ausreichend um die folgende Bedingung zu erfüllen:

$$|x_n - x_{n-1}| \leq Q \quad (3.11)$$

Das heißt, dass die Amplitudendifferenz zwischen zwei aufeinander folgenden Abtastpunkten gleich Null oder einer Quantisierungsstufe  $Q$  ist. Somit wird jede Quantisierungsstufe mit einem oder mehreren Abtastpunkten erfasst. Also gibt es im Verlauf des digitalisierten Signals keine Amplitudenänderungen mit zwei oder mehr Quantisierungsstufen zwischen zwei benachbarten Abtastpunkten. Wie groß die Abtastfrequenz sein soll, um die Bedingung (3.11) zu erfüllen, lässt sich aus folgenden Überlegungen herleiten. Wenn man ein mit der Frequenz  $f_a$  abgetastetes harmonisches Signal  $x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$  in  $Nq$  Stufen quantisiert, kann man den

Signalverlauf in der folgenden Form darstellen:  $x_n = \frac{Nq \cdot Q}{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot n)$ .

Analog zur Ermittlung der Geschwindigkeit eines kontinuierlichen harmonischen Signals:

$v(t) = \frac{dx}{dt} = A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$ , lässt sich die Änderung des digitalisierten Signals pro

zwei aufeinander folgenden Abtastpunkte nach (3.12) ableiten:

$$Vx_n = Nq \cdot Q \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot n) \quad (3.12)$$

Mit der Abtastfrequenz

$$f_a \geq \pi \cdot Nq \cdot f_s \quad (3.13)$$

findet man die gesuchte Lösung. Die Amplitudenänderung zwischen zwei benachbarten Abtastpunkten wird dann nicht größer als eine Quantisierungsstufe  $Q$  sein. Somit kann die nach Gleichung (3.13) berechnete Abtastfrequenz als ausreichend zur Erfüllung der Bedingung (3.11) bezeichnet werden. In der Praxis ist jedoch zu berücksichtigen, dass nach dieser Gleichung berechnete Abtastrate dazu führt, dass übermäßig große Datenmengen verarbeitet werden. In diesem Fall soll man zur Aufwandsverringerung diese Abtastrate reduzieren. Die Vorgehensweise dazu wird im nächsten Abschnitt erläutert.

Wird die Bedingung (3.13) nicht erfüllt, kommt es zur Entstehung von so genannten spektralen „Spurs“ ([29]) im Frequenzbereich von 0 bis Signalfrequenz  $f_s$ . Dieses Phänomen kann man an einem Beispiel erklären. Die Abbildung 3.6 demonstriert den Zeitverlauf eines digitalisierten Signals der Frequenz  $f_s=56,8$  Hz, abgetastet mit  $f_a=298,2$  Hz. Da die Abtastfrequenz nicht im ganzzahligen Verhältnis zu Signalfrequenz steht, enthält eine Signalperiode manchmal fünf und manchmal sechs Abtastpunkte. Das verursacht den Effekt, dass der Verlauf des quantisierten Signals von einer Signalperiode zur anderen immer unterschiedlich ist. Es ist jedoch eine Wiederholbarkeit mit der Periode 21 Abtastpunkte festzustellen. Dies entspricht den vier Signalperioden (siehe dazu Abbildung 3.6).

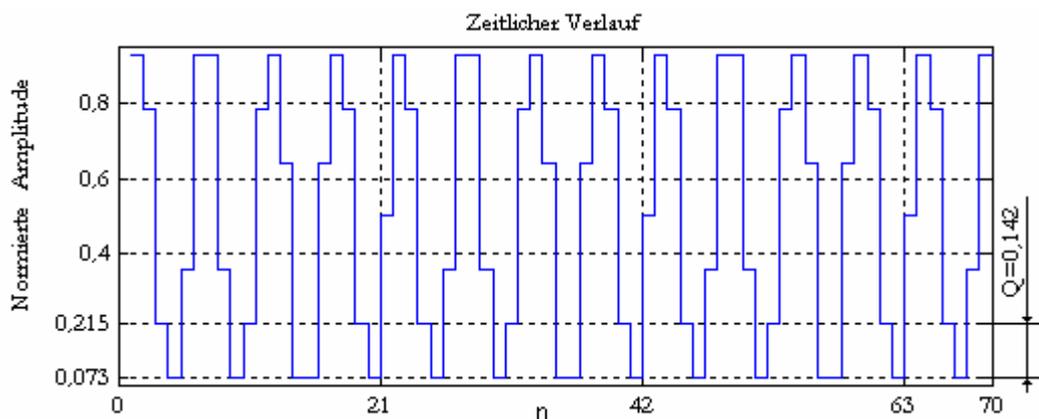


Abbildung 3.6 Zeitlicher Verlauf eines digitalisierten harmonischen Signals (numerische Simulation)

Da es sich um eine periodische Reihenfolge mit dem Intervall 21 Abtastpunkte (4 Signalperioden) handelt, ist es zu erwarten, dass sich dieser periodische Ablauf im Signalspektrum

spiegelt (Abbildung 3.7). Tatsächlich findet man im Spektrum dieses Signals die Spitzen an den Frequenzen  $f_i=14,2$  Hz, 28,4 Hz, 42,6 Hz. Die Abtastfrequenz  $f_a$  ist das 21-fache der ersten harmonischen Komponente:  $f_a = 14,2 \text{ Hz} \cdot 21 = 298,2 \text{ Hz}$ , und die Signalfrequenz ist das 4-fache von dieser Komponente:  $f_s = 14,2 \text{ Hz} \cdot 4 = 56,8 \text{ Hz}$ .

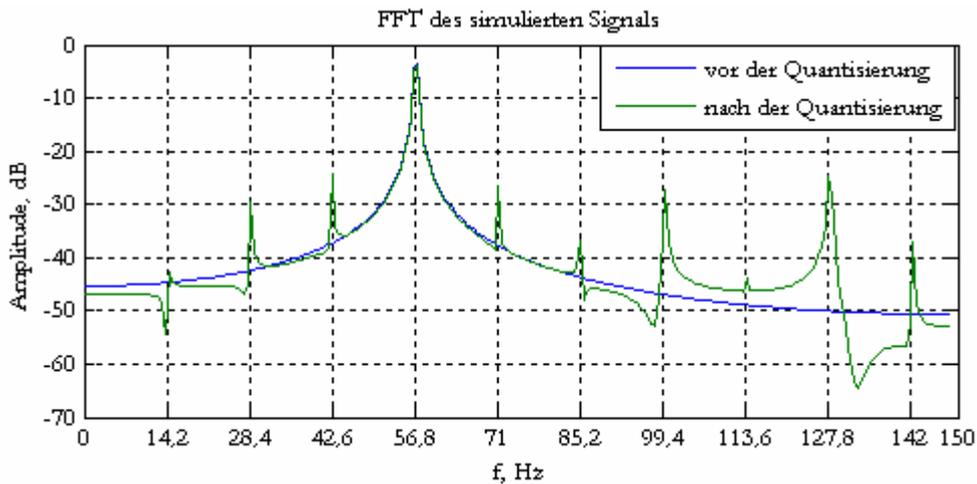


Abbildung 3.7 FFT des digitalisierten harmonischen Signals von Abbildung 3.6

Verallgemeinert kann man für den Effekt folgende Regel formulieren:

Die Entstehung der harmonischen Komponenten im Bereich von 0 Hz bis Signalfrequenz  $f_s$  ( $f < f_s$ ) findet statt, wenn eine Frequenz  $f_g$  existiert, die dem Verhältnis (3.14) entspricht.  $M$  und  $K$  sind dabei ganze Zahlen, die keinen gemeinsamen Teiler haben.

$$\frac{f_s}{f_a} = \frac{M \cdot f_g}{K \cdot f_g} \tag{3.14}$$

In unserem Fall gilt  $f_g=14,2$  Hz,  $M=4$ ,  $K=21$ . Ein ähnliches Spektrum bekommt man bei der Digitalisierung der Signale aller Frequenzen  $f_i = 14,2\text{Hz} \cdot i$ , wobei  $i$  eine ganze Zahl ist.

Dieses Problem ist durchaus bekannt, besonders auf dem Gebiet der Signalsynthese (siehe [28], [6], [34]) und A/D-Wandlerentwicklung ([15], [29]). In [15] wurde der englische Begriff „harmonic distortion“ für diesen Effekt verwendet. Jedoch in keiner von diesen Arbeiten wurde der Zusammenhang zwischen Abtastfrequenz und spektralen Komponenten des Quantisierungsfehlers nach Gleichung (3.14) dargestellt.

### 3.1.5 Zusammenhang zwischen der Größe der spektralen „Spurs“ und der Signalauflösung

Der Pegelabstand von der Signalamplitude zur größten Spitze der harmonischen Anteile heißt spurios-free dynamic range (*SFDR*) und lässt sich laut [29] wie folgt berechnen:

$$SFDR = 9,03 \cdot B + c(B) \quad \text{dB} \tag{3.15}$$

Die Zahl  $c(B)$  heißt empirische Quantität. Für die Wortbreite  $B < 4$  ist sie gleich 0, für die anderen  $B$  beträgt sie  $-6\text{dB}$ . Für das Beispiel von Abbildung 3.7 (Seite 30) berechnet man:  $SFDR = 9,03 \cdot 3 + 0 = 27,03 \text{ dB}$ .

Die Gleichung (3.15) bedeutet, dass die Amplitude der größten Spitze immer kleiner als ein Bit ist, denn der Pegelabstand von der Signalamplitude zu einem Signal der Amplitude 1 Bit beträgt:  $20 \cdot \lg(2^B) = 6,02 \cdot B \text{ dB}$ .

Der „harmonic distortion“-Effekt muss besonders berücksichtigt werden, wenn die spektrale Signalanalyse vorgenommen wird, mit dem Ziel die Ursachen und die Quellen der störenden Schwingungen festzustellen. Solche Analysen finden in der dynamischen Wägetechnik statt, um beispielsweise mechanische Eigenschaften eines Wägebandes zu ermitteln.

Es ist möglich die Signalauflösung mittels der digitalen Signalverarbeitung zu erhöhen. Eine relativ einfache Möglichkeit zur Auflösungsverfeinerung für den Signalgleichanteil ohne Einsatz jeglicher Zusatzhardware wurde zum Beispiel in [21] dargelegt.

Harmonische Signale weisen die Verkleinerung der Quantisierungsstufen schon nach einer einfachen gleitenden Mittelwertbildung auf. Wurde die Auflösung durch eine Filterung um ein Faktor  $k$  verfeinert (Abbildung 3.8), entsteht die Quantisierungsstufe  $Q'$ , die um den  $k$ -Faktor kleiner ist, als die Quantisierungsstufe des A/D-Wandlers ( $Q' = \frac{Q}{k}$ ).

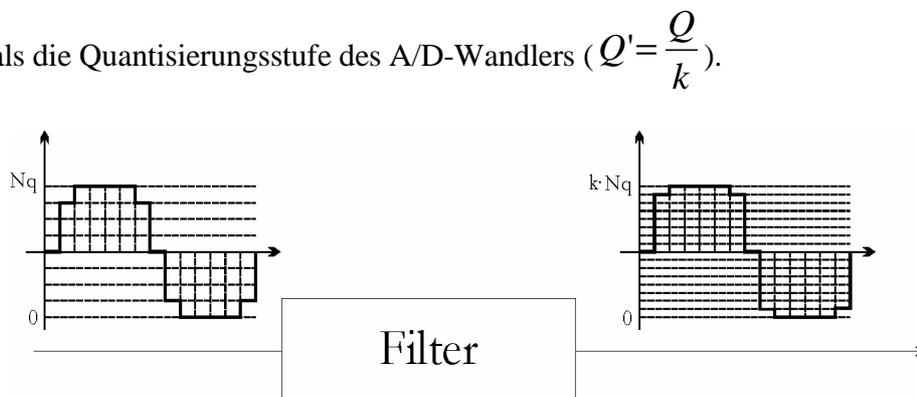


Abbildung 3.8 Ein Beispiel zur Auflösungerhöhung mittels digitaler Signalverarbeitung

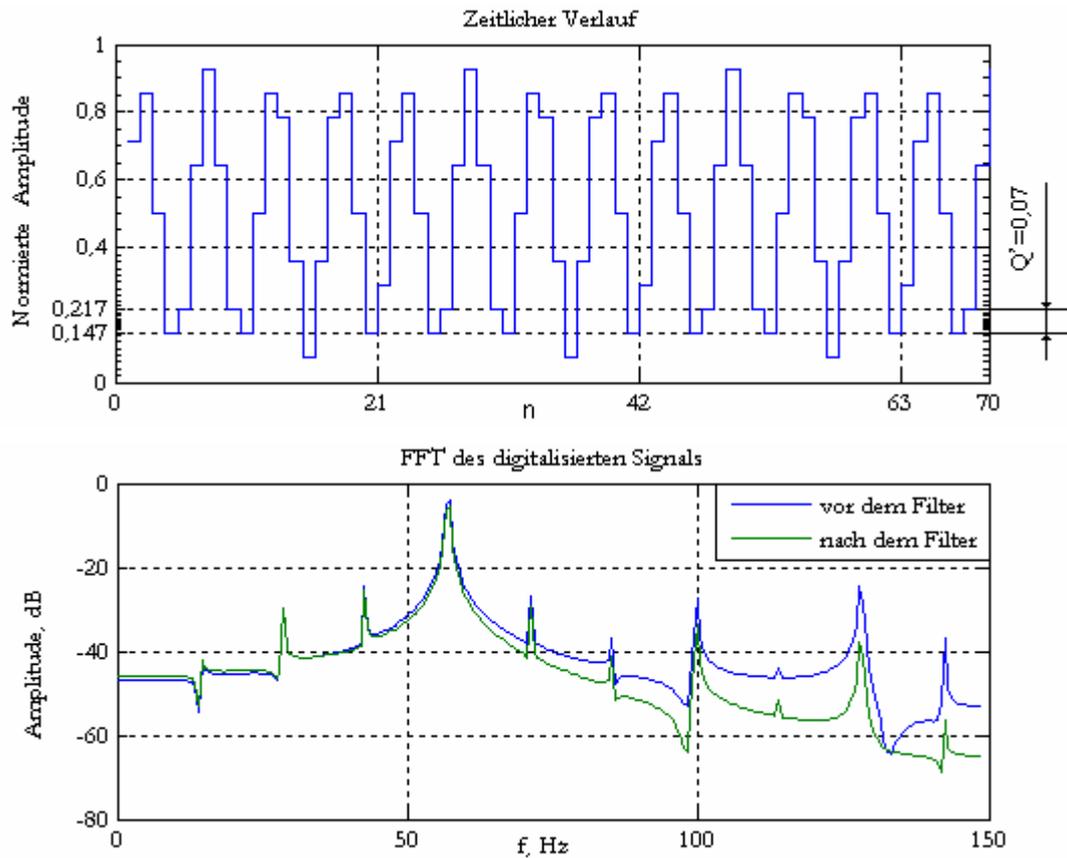


Abbildung 3.9 Zeitlicher Verlauf und das Spektrum eines quantisierten harmonischen Signals nach der Filterung mit einem Mittelwertbildner Länge 2.

Es ist dabei zu beachten, dass nach der Filterung die absoluten Amplituden der harmonischen Anteile des Quantisierungsfehlers zwar gleich bleiben, jedoch betragen sie das  $k$ -Fache der neuen Quantisierungsstufe. So ist im Beispiel von der Abbildung 3.6 (Seite 29) die Quantisierungsstufe des ungefilterten Signals gleich  $Q=0,142$ . Die Abbildung 3.9 stellt dieses Signal nach der Filterung mit einem gleitenden Mittelwertbildner der Länge 2 dar. Der Vergleich von zwei Signaldarstellungen im Zeitbereich (Abbildung 3.6, Seite 29 und Abbildung 3.9, obere Grafik) zeigt, dass sich die Quantisierungsstufe nach der Filterung auf die Hälfte ( $k=2$ ) verkleinerte.

Der Vergleich der Signalspektren der beiden Signale (Abbildung 3.9, untere Grafik) zeigt, dass entsprechend dem Amplituden-Frequenz-Gang des Filters die Amplituden der Signale im Frequenzbereich  $f > f_s$  gedämpft wurden und dass sich die absoluten Amplituden der „Spurs“ im Frequenzbereich  $f < f_s$  kaum veränderten. Allerdings können die grössten von ihnen das Doppelte ( $k=2$ ) der neuen Quantisierungsstufe  $Q'$  betragen.

Somit ergibt sich die Schlussfolgerung, dass die Verfeinerung der Quantisierungsstufe mittels der digitalen Signalverarbeitung nicht wirklich zur Minderung des Quantisierungsfehlers führt. Die Einflüsse vom Quantisierungsfehler werden entsprechend dem Amplituden-Frequenz-Gang des

Filters nur zum Teil reduziert. Werden bestimmte Frequenzbereiche vom eingesetzten Filter nicht gedämpft, bleiben die absoluten Amplituden der harmonischen „Spurs“ in diesem Frequenzbereich unverändert. Das heißt, die größten von ihnen können etwa der Quantisierungsstufe des A/D-Wandlers  $Q$  gleich sein. Gleichzeitig bedeutet das, dass diese Amplituden das  $k$ -Fache von der neuen Quantisierungsstufe  $Q'$  betragen.

### 3.2 Dezimierung der abgetasteten Signale

Den Dezimierungsvorgang wendet man bei den abgetasteten Signalen zur Reduzierung der Datenmengen bzw. der Abtastfrequenz an. Zur Vermeidung des Aliasings müssen alle Frequenzen oberhalb von  $\omega = \frac{\pi}{L}$  (d.h. oberhalb  $f_{gr} = \frac{f_a}{2 \cdot L}$ ) ausreichend unterdrückt sein.  $L$  ist der Dezimierungsfaktor. Die Abbildung 3.10 demonstriert die Vorgehensweise beim Dezimierungsvorgang.

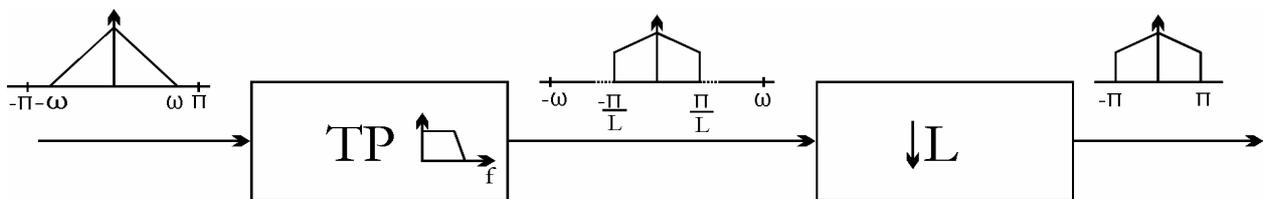


Abbildung 3.10 Dezimierungsvorgang

TP ist ein Tiefpass mit der Grenzfrequenz  $\frac{\pi}{L}$ .

Analytisch lässt sich der Vorgang folgendermaßen beschreiben ([25]):

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=0}^{L-1} X(e^{j(\omega/L - 2\pi i/L)}) \tag{3.16}$$

$X_d(e^{j\omega})$  -ist die Fourier-Transformierte eines mit einem Tiefpass gefilterten und dezimierten Signals.

Praktische Beispiele zur Anwendung des Dezimierungsvorgangs in der Wägetechnik findet man in Abschnitten 4.2.3 (Seite 43) und 7.2 (Seite 105).

### 3.3 Kapitelzusammenfassung

Stark ausgeprägte harmonische Schwingungen sind der Hauptbestandteil des Störspektrums einer dynamischen Waage. Darum ist es wichtig bei der digitalen Signalverarbeitung des Messsignals die Effekte zu berücksichtigen, die infolge der Digitalisierung der harmonischen Signale entstanden sein können. Es handelt sich dabei um den Quantisierungsfehler. Das gleichmäßig verteilte statistische Modell eignet sich in diesem Fall nicht immer zur Beschreibung der Verteilungsdichte des Quantisierungsfehlers und somit kann auch nicht immer die Gleichung

$$\sigma(e_Q) = \frac{Q}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

für die Berechnung der Standardabweichung des Quantisierungsfehlers eingesetzt werden. Im Fall einzelner Schwingungen kann sie sowohl größer als auch kleiner als dieser Wert sein.

Bei bestimmten Bedingungen sind in Spektrum einer digitalisierten harmonischen Schwingung deutliche Spitzen an den Frequenzen  $f_i = i \cdot f_g$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ), so genannten spektralen „Spurs“, nachweisbar. In der Fachliteratur nennt man diesen Effekt „harmonic distortion“.

Wenn die Frequenz des ersten harmonischen Anteils („Spur“)  $f_1=f_g$  kleiner als die Signalfrequenz  $f_s$  ist, sind die Schwingungsfrequenz  $f_s$  sowie die Abtastfrequenz  $f_a$  die ganzzahligen Vielfachen von der Frequenz  $f_g$ . Also ist die Frequenz  $f_g$  mit der Signalfrequenz durch die Beziehung  $f_s = M \cdot f_g$  und mit der Abtastfrequenz durch die Beziehung  $f_a = K \cdot f_g$  ( $M$  und  $K$  sind positive ganze Zahlen) verbunden.

Die Amplitude dieser einzelnen harmonischen Anteile ist immer kleiner einer Quantisierungsstufe des A/D-Wandlers  $Q$ , deshalb ist ihr Einfluss auf das Gesamtergebnis bei der hohen Auflösung des A/D-Wandlers meistens gering. Von Bedeutung kann es sein, wenn man zum Beispiel die spektrale Signalanalyse zur Ermittlung mechanischer Eigenschaften und Quellen der störenden Schwingungen durchführt oder wenn die Signalauflösung mittels der digitalen Signalverarbeitung erhöht wird. Im ersten Fall ist zu prüfen, ob die Abtastfrequenz und die vorliegende Signalfrequenz der Gleichung (3.14), Seite 30, entsprechen. In beiden Fällen ist daran zu denken, dass mittels der digitalen Signalverarbeitung zwar die Quantisierungsstufe verfeinert werden kann, jedoch wird der Quantisierungsfehler nur entsprechend dem Amplituden-Frequenz-Gang der eingesetzten Filter gemindert. Das heisst, auch nach der digitalen Signalverarbeitung können im Signal die harmonischen „Spurs“ der Amplitude  $Q$  vorhanden sein.  $Q$  ist die Quantisierungsstufe des A/D-Wandlers. Sie beträgt das  $k$ -Fache der neuen Quantisierungsstufe  $Q'$  am Ausgang des eingesetzten Filters.

---

Das Vorhandensein der spektralen „Spurs“ im Bereich  $0 < f < f_s$  ist die Folge einer Abtastrate, die die Bedingung  $f_a \geq \pi \cdot f_s \cdot Nq$  verletzt, wobei  $Nq$  die maximale Anzahl der Quantisierungsstufen ist. Die Lösung zur Vermeidung dieses Effekts wäre die Erhöhung der Abtastrate zum in der beschriebenen Bedingung genannten Betrag mit nachfolgender Abtastratenreduktion. Eine andere Variante wäre die Erhöhung der Auflösung des A/D-Wandlers, so dass die störenden Einflüsse unter einem Bit vernachlässigt werden können.

Vor der Abtastratenreduktion mit dem Faktor  $L$  ist es unbedingt notwendig die Signalfilterung mit einem Tiefpass der Grenzfrequenz  $f_{gr} = \frac{f_a}{2 \cdot L}$  durchzuführen. Im anderen Fall entsteht der Aliasingeffekt, wodurch die oberhalb  $f_{gr}$  liegenden Frequenzen in den Bereich von 0 bis  $f_{gr}$  gespiegelt werden.

## 4 Signal- und Prozessmodelle

In der digitalen Signalverarbeitung ist die Erstellung eines Signal- bzw. Systemmodells das Fundament aller danach folgenden Schritte. Grundsätzlich hat man zwei Varianten: Modelle im Zeit- oder Frequenzbereich. Zurzeit existieren zahlreiche Verfahren zur Ermittlung der benötigten Modelle. Einige von ihnen, die in der dynamischen Wägetechnik verwendet werden, sind in diesem Kapitel zusammengefasst. Dabei werden im Folgenden ausschließlich lineare Systeme betrachtet.

### 4.1 Modelle im Zeitbereich

#### 4.1.1 Impulsantwort

Unter Impulsantwort (auch Impulsfunktion genannt)  $h_n$  eines Systems versteht man das Reaktionsergebnis dieses Systems auf eine Dirac-Impulsanregung.

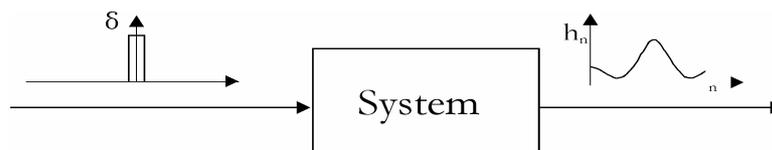


Abbildung 4.1 Antwort eines Systems auf Dirac-Stoss

Ist diese Funktion bekannt, kann das Ausgangssignal des Systems  $y_n$  als Faltung eines beliebigen Eingangssignals  $x_n$  mit der Impulsantwort  $h_n$  berechnet werden:

$$y_n = x_n * h_n \quad (4.1)$$

\* ist das Symbol für die Faltungsoperation.

Im Frequenzbereich gilt folgende Beziehung:

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega) \quad (4.2)$$

Wobei  $Y(j\omega)$  die Fourier-Transformierte des Ausgangssignals,  $X(j\omega)$  die Fourier-Transformierte des Eingangssignals und  $H(j\omega)$  die Fourier-Transformierte der Impulsantwort sind.

Bei der Signalverarbeitung in der dynamischen Wägetechnik spielt die Impulsantwort eine wichtige Rolle. Deshalb wird im Kapitel 5 (Filterung in der dynamischen Wägetechnik) dieses Thema näher erörtert.

### 4.1.2 Sprungantwort

Eine wichtige Rolle in der dynamischen Wägetechnik spielt die Sprungantwort des Systems.

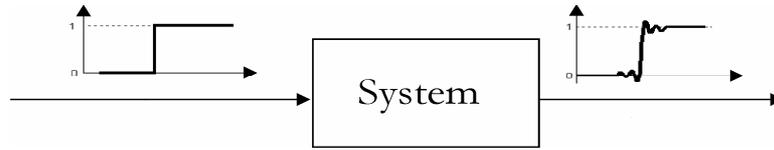


Abbildung 4.2 Sprungantwort eines Systems

Dies ist die Reaktion des betrachteten Systems auf eine sprungförmige Anregung (Belastungsvorgang in der Wägetechnik). Anhand des Signalverlaufs beurteilt man die Güte der Regelung bei EMK-Waagen (siehe z.B. [33] für allgemeine Regelungstechnik, [1] und [20] für Regler in der Wägetechnik), sowie Qualität der Justierung des Wägebandes. Diese Art der Signalverarbeitung in der Wägetechnik wurde bereits ausführlich in [1] und [20] behandelt. Im Kapitel 6.2 *Einsatz eines digitalen Differenzierers zur lichtschrackenlosen dynamischen Messungen* wird das vereinfachte Modell der Systemsprungantwort zum Entwurf eines geeigneten Digitaldifferenzierers herangezogen.

### 4.1.3 Korrelationsfunktion

Eine Korrelationsfunktion beschreibt den statistischen Zusammenhang zwischen zwei Signalen (Kreuzkorrelationsfunktion  $R_{xy}$ ) oder eines Signals zu unterschiedlichen Zeitpunkten (Autokorrelation  $R_{xx}$ ). Die Gleichungen (4.3) und (4.4) stellen die Berechnungsvorschriften dar:

$$R_{xy}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} x_n \cdot y_{n+m} \quad (4.3)$$

$$R_{xx}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} x_n \cdot x_{n+m} \quad (4.4)$$

Die Korrelationsfunktionen werden zur Bildung der Signalmodelle und zur Ermittlung Leistungsdichtespektren eingesetzt ([9], [35], [36], [16]).

#### 4.1.4 Trend

Wie es schon erwähnt wurde, ist ein Wägesystem normalerweise unterschiedlichen Umwelteinflüssen ausgesetzt. Besonders langsame Prozesse, wie Umgebungstemperatur- und Feuchteänderung verursachen eine Drift des Messsignals. Die Abhängigkeiten dieser langsamen Signaländerung von der Einflussgröße lässt sich oft mit einem polynomischen Modell (Gleichung (4.5)) beschreiben. In der Fachliteratur wird diese Abhängigkeit als Trend bezeichnet (siehe [5] und [35]).

$$\tilde{x}(n \cdot \Delta t) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i \cdot (n \cdot \Delta t)^i \quad (4.5)$$

$m$  ist die Ordnung des Polynomansatzes,

$\Delta t$  ist das Diskretisierungsintervall der Einflussgröße.

Die Methode der kleinsten Quadrate kann als eines der robustesten Verfahren zur Parameterschätzung eines solchen Modells genannt werden. Das Prinzip des Verfahrens beruht auf der Annäherung des Modells dem Signalverlauf durch die Minimierung der quadratischen Differenz  $Q$  zwischen realen und geschätzten Signalwerten: Gleichung (4.6). Diese Differenz ist der Fehler der Schätzung.

$$Q = e^2(n \cdot \Delta t) = \sum_{k=j}^{j+n-1} (x(k \cdot \Delta t) - \tilde{x}(k \cdot \Delta t))^2 \quad (4.6)$$

Allerdings benötigt diese Methode einen großen Rechenaufwand, besonders bei stark verrauschten Signalen. Denn zur genauen Parameterbestimmung benötigt man in diesem Fall eine große Anzahl der Beobachtungspunkte  $N$ .

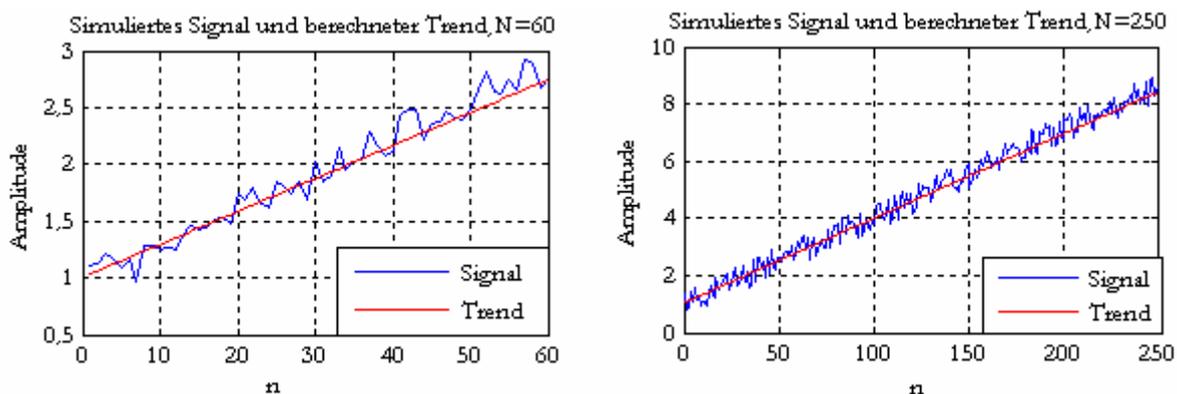


Abbildung 4.3 Ergebnisse der Trendbestimmung nach der Methode der kleinsten Quadrate bei der unterschiedlichen Anzahl der Beobachtungspunkte.

Abbildung 4.3 demonstriert zwei Ergebnisse einer Simulation mit Matlab für eine unterschiedliche Anzahl der Beobachtungspunkte. In beiden Fällen wurde ein Signal der Form  $x_n = a_0 + a_1 \cdot n + rand = 1 + 0,03 \cdot n + rand$  ( $n=1..N$ ) erzeugt und die Trendkoeffizienten  $a_0$  und  $a_1$  nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt.  $rand$  ist eine Funktion zur Simulation des Rauschens. Die linke Abbildung stellt den Signal- und Trendverlauf bei der Anzahl der Signalwerte  $N=60$ . In der rechten Abbildung sind die Simulations- und Berechnungsergebnisse für die Anzahl der Signalwerte  $N=250$ . Die ermittelten Koeffizienten  $\tilde{a}_0$ ,  $\tilde{a}_1$  und ihre Abweichungen von Sollwerten  $a_0$ ,  $a_1$  sind in der Tabelle 2.5 zusammengefasst.

	Koeffizienten		Abweichung vom Sollwert	
	$a_0$	$a_1$	$\Delta a_0 = \tilde{a}_0 - a_0$	$\Delta a_1 = \tilde{a}_1 - a_1$
Sollwert	1	0,03		
Berechnet bei $N=60$	0,9907	0,03212	0,0093	0,0212
Berechnet bei $N=250$	1,005	0,03034	0,005	0,0034

Tabelle 4.1 Ergebnisse der Ermittlung von Trendparametern mit der Methode der kleinsten Quadrate

Der Vergleich der berechneten Koeffizienten mit den Koeffizienten, die zur Signalsimulation eingesetzt wurden, bestätigt, dass die größere Anzahl der Beobachtungspunkte  $N$  kleinere Abweichungen der geschätzten Parameter von den tatsächlichen Werten bei der Trendparameterbestimmung gewährleistet.

Eine ausführliche Beschreibung der Methode ist in der Literatur (beispielsweise in [35]) zu entnehmen.

## 4.2 Modelle im Frequenzbereich

### 4.2.1 Signalspektrum

Die spektrale Signalanalyse wird zur Untersuchung des Verhaltens des mechatronischen Systems „dynamische Waage“ und der Umgebungseinflüsse vorgenommen. Die modernen numerischen Methoden und Algorithmen erlauben die Durchführung der Transformationen zwischen Zeit- und Frequenzbereich mit vertretbarem Rechenaufwand. Die Kenntnisse über spektrale Anteile, Eigenfrequenzen der mechanischen Teile (Sensor, Wägebänder) und Vibrationen der Umgebung erlauben die Anpassung des Gesamtsystems an die störenden Einflüsse sowie eine weitere Verbesserung der mechanischen Systemeigenschaften.

Zur spektralen Analyse können sowohl direkte Verfahren als auch indirekte durch Signalmodellbildung angewendet werden ([35]). Zu den direkten Verfahren gehört die Fast-Fourier-Transformation, zu den indirekten die autoregressiven (AR) Verfahren und Verfahren mit Einsatz der gleitenden Mittelwertbildung (MA-moving average). In [16] wurde beim Vergleich der direkten und indirekten Methoden festgestellt, dass sich die spektrale Analyse durch AR- und/oder MA-Modellbildungsverfahren bei kurzen Signalabschnitten und dem großen Sinusanteil-zu-Rauschen-Verhältnis gut bewährt. Die Vorteile dieser Algorithmen liegen vor allem in der guten Auflösung im Frequenzbereich, wenn es sich um kurze Signalabschnitte handelt. Je kleiner das Sinusanteil-zu-Rauschen-Verhältnis jedoch ist, desto größer muss die Modellordnung sein, um ein geeignetes Ergebnis zu liefern. Die Modellordnung darf aber höchstens ein Drittel der Messwertanzahl betragen. Die FFT ist gegen Rauschen weniger empfindlich und dafür bietet das Verfahren eine gute Auflösung nur bei großer Anzahl der Messwerte.

#### 4.2.2 Ermittlung der Aliasingfrequenzen

Das in diesem Kapitel dargestellte Verfahren zur Bestimmung der Aliasingfrequenzen und zur Ermittlung der tatsächlichen Größe dieser Frequenzen wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt.

Laut Gleichung (3.5), Seite 24, beschreibt der Ausdruck  $x_a(\omega) = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n \cdot \omega_a)$  das Spektrum eines abgetasteten Signals. Das Nyquist-Abtasttheorem besagt, dass die Abtastfrequenz mindestens das Doppelte der höchsten im Signal vorkommenden Frequenz sein soll. Bei der Verletzung dieser Bedingung entsteht der Aliasingeffekt.

Im Fall, dass die Signalspektrumsbreite begrenzt ist, können die Aliasingfrequenzen ermittelt werden, wenn es die Möglichkeit gibt, die Abtastfrequenz um einen kleinen Betrag  $\Delta f_a$  zu ändern. Als Beispiel dafür kann ein Signal dienen, das mit einem Analogtieffpass vorgefiltert wurde. Ist der Durchlassbereich des Filters breiter, als die halbe Abtastfrequenz des nachfolgenden A/D-Wandlers, können im abgetasteten Signal die Aliasingfrequenzen vorhanden sein. Wenn ein harmonisches Signal der Frequenz  $f_s$  mit der Frequenz  $f_a$  abgetastet wurde, ist das Spektrum dieses Signals eine Reihenfolge von Dirac-Impulsen [25]. Diese Reihenfolge lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$x_a(\omega) = \pi \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\delta(\omega - \omega_s + n \cdot \omega_a) + \delta(\omega + \omega_s - n \cdot \omega_a)] \quad (4.7)$$

Die Dirac-Funktion  $\delta(\omega - \omega_s + n \cdot \omega_a)$  ist nicht gleich Null, wenn

$$\omega = \omega_s - n \cdot \omega_a \quad (4.8)$$

Entsprechend ist die Dirac-Funktion  $\delta(\omega + \omega_s - n \cdot \omega_a)$  nicht gleich Null, wenn

$$\omega = -\omega_s + n \cdot \omega_a \quad (4.9)$$

Da das Spektrum eines abgetasteten Signals die Symmetrie zu  $\omega = 0$  Hz aufweist, werden sich die weiteren Betrachtungen nur auf die Gleichung (4.8) beziehen. Unter Berücksichtigung  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  kann diese Gleichung umgeformt werden:

$$f = f_s - n \cdot f_a \quad (4.10)$$

Ist  $f_s < \frac{f_a}{2}$ , wird die Frequenz  $f_s$  im Spektrum an der Stelle  $f=f_s$  abgebildet. Andersfalls entsteht die Aliasingfrequenz  $f_1$ , die sich von der Signalfrequenz unterscheidet. Ändert man die Abtastfrequenz um einen kleinen Betrag  $\Delta f_a$ , entsteht eine Frequenz  $f_2$ , die mit der Frequenz  $f_1$  nicht übereinstimmt. Im Idealfall soll die Änderung  $\Delta f_a$  nicht mehr als 2% von der Abtastfrequenz  $f_a$  betragen. Wenn man Gleichung (4.10) für jede der beobachteten Aliasingfrequenzen  $f_1$  und  $f_2$  aufschreibt, ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{cases} f_1 = f_s - n_1 \cdot f_a \\ f_2 = f_s - n_2 \cdot (f_a + \Delta f_a) \end{cases} \quad (4.11)$$

Liegt ein bandbegrenztetes Signal vor, dessen höchste Frequenz nicht größer, als die doppelte Abtastfrequenz ist, ist es anzunehmen, dass  $n_1=n_2=n$ . Es gilt also

$$\begin{cases} f_1 = f_s - n \cdot f_a \\ f_2 = f_s - n \cdot (f_a + \Delta f_a) \end{cases} \quad (4.12)$$

Löst man das Gleichungssystem, ergibt sich:

$$n = \frac{f_1 - f_2}{\Delta f_a} \quad (4.13)$$

Und somit kann man die tatsächliche Signalfrequenz wie folgt berechnen:

$$f_s = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\Delta f_a} \cdot f_a \quad (4.14)$$

oder

$$f_s = f_2 + \frac{f_1 - f_2}{\Delta f_a} \cdot (f_a + \Delta f_a) \quad (4.15)$$

Die Abbildung 4.4 zeigt Beispiele der Signale mit Frequenzen  $f_{s1}=100$  Hz,  $f_{s2}=60$  Hz. In der linken Grafik sind diese Signale mit  $f_a=55$  Hz abgetastet, in der rechten beträgt die Abtastfrequenz 53 Hz.

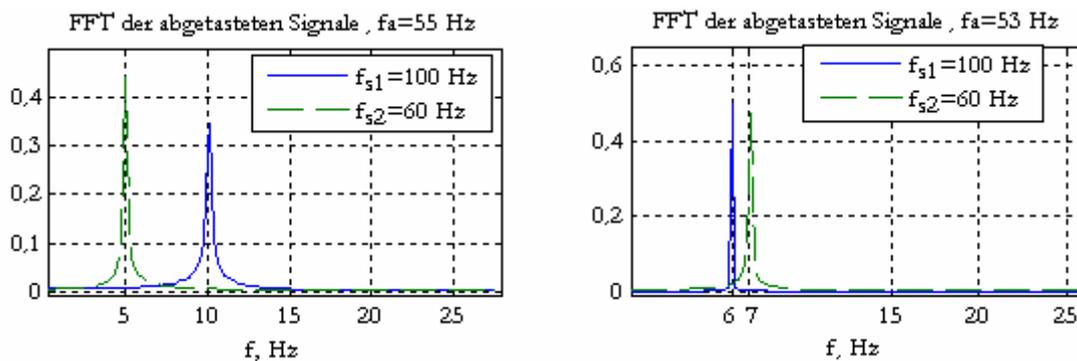


Abbildung 4.4 Gespiegelte Frequenzen

Anhand der dargestellten Grafiken lassen sich die tatsächlichen Frequenzen ermitteln:

$$f_{s1} = 10 + \frac{10-6}{-2} \cdot 55 = -100 \text{ Hz}$$

$$f_{s2} = 5 + \frac{5-7}{-2} \cdot 55 = 60 \text{ Hz}$$

Da das Spektrum symmetrisch zu  $f=0$  Hz ist, braucht man das Ergebnisvorzeichen nicht zu beachten.

### 4.2.3 Entstehung der Aliasingfrequenzen durch Reduzierung der Abtastrate am Beispiel eines realen Kontrollwaagensignals

Die Abbildung 4.5 zeigt die Spektren der mit einem Sigma-Delta-A/D-Wandler digitalisierten Signale einer DMS-Kontrollwaage. Jede Messung wurde mit einer Abtastfrequenz im Bereich von 32768 Hz bis 100 kHz durchgeführt. Das abgetastete Signal wurde mit einem digitalen Tiefpass gefiltert und danach um Faktor 8722 dezimiert. Das heißt, die sichtbaren spektralen Bereiche liegen zwischen 0 Hz und 1,88 Hz bei der kleinsten Abtastrate. Mit jeder aufeinander folgenden Messung vergrößerte sich der Frequenzbereich. Bei der letzten Messung sind die Frequenzen von 0 Hz bis 5,7 Hz im sichtbaren Bereich. Die Koeffizienten des digitalen Filters blieben immer konstant. Die Geschwindigkeit des Wägebendes betrug bei der Aufnahme  $V_{wb}=0,4$  m/s.

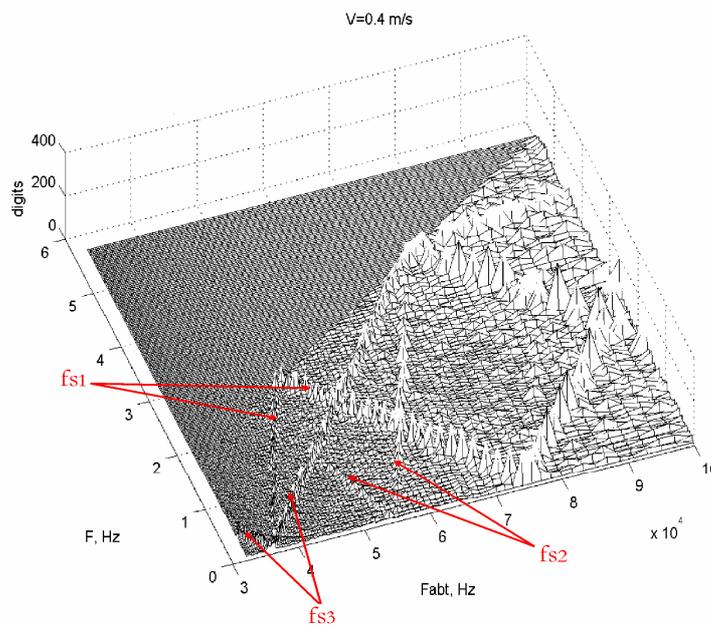


Abbildung 4.5 Änderung der Position der Aliasingfrequenzen, in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz am Beispiel eines realen Kontrollwaagensignals.

Die Abbildung 4.5 stellt die Ergebnisse dieser Messungen in Form einer dreidimensionalen Grafik dar. Im Signal sind drei ausgeprägte harmonische Störungen vorhanden. Auf der Grafik sind sie mit roten Pfeilen gekennzeichnet. Allerdings „wandern“ die Spitzen aller drei Schwingungen im spektralen Bereich mit der Änderung der Abtastfrequenz. Dies lässt auf ungenügende Signalfilterung vor dem Dezimierungsvorgang bzw. darauf schließen, dass der Reduzierungsfaktor zu groß gewählt wurde. Als Folge entstanden die Aliasingfrequenzen. Anhand der Grafik lässt sich eine reale Frequenz etwa  $f_{s3} \approx 4,3$  Hz nur für eine Schwingung ermitteln. Ab der Abtastfrequenz  $f_a=75000$  Hz bleibt dieser Wert konstant. Das deutet darauf hin, dass dieser Wert

mit der tatsächlichen Frequenzgröße übereinstimmt. Für die anderen beiden Spitzen kann das Verfahren aus dem Abschnitt 4.2.2 eingesetzt werden.

Dazu nimmt man zwei hintereinander folgende Messungen, beispielsweise mit den Abtastfrequenzen  $f_{a1}=67796,6$  Hz und  $f_{a2}=68965,5$  Hz. Die Ausgaberate für die dezimierten Signale beträgt entsprechend  $f_{a1}^d = 7,77$  Hz und  $f_{a2}^d = 7,9$  Hz. Also ist  $\Delta f_a = 7,9 - 7,77 = 1,13$  Hz. Die Spektren der dezimierten Signale stellt die Abbildung 4.6 dar. Es ist zu beachten, dass die ermittelten Positionen der ausgeprägten Spitzen im berechneten Signalspektrum von den tatsächlichen Werten abweichen können. Dies hängt mit der Frequenzauflösung zusammen. Eine ungenügende Auflösung kann dazu führen, dass die Anzahl der Spiegelungen  $n$ , berechnet nach Gleichung (4.13), keine ganze Zahl ergibt. In diesem Fall wird der berechnete Wert zur nächsten ganzen Zahl ab- bzw. aufgerundet.

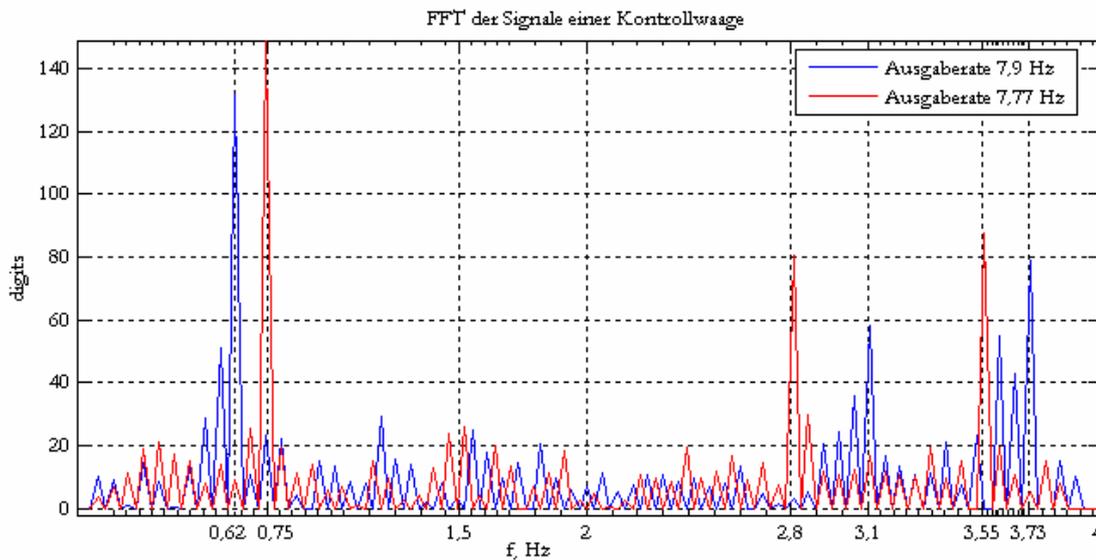


Abbildung 4.6 Spektren der Messsignale mit den Abtastraten  $f_{a1}=67796,6$  Hz (Ausgaberate 7,77 Hz) und  $f_{a2}=68965,5$  Hz (Ausgaberate 7,9 Hz)

Man berechnet also anhand der Aliasingfrequenzen  $f_1=0,75$  Hz und  $f_2=0,62$  Hz den tatsächlichen Wert für die Frequenz  $f_{s1}$  nach Gleichung (4.14):

$$f_{s1} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\Delta f_a} \cdot f_{a1}^d = 0,75 + \frac{0,75 - 0,62}{0,13} \cdot 7,77 = 0,75 + 1 \cdot 7,77 \approx 0,75 + 7,77 \approx 8,5 \text{ Hz.}$$

Anhand der Aliasingfrequenzen  $f_1' = 2,8$  Hz und  $f_2' = 3,1$  Hz ermittelt man folgenden Wert:

$$f_{s2} = f_1' + \frac{f_1' - f_2'}{\Delta f_a} \cdot f_{a1}^d = 2,8 + \frac{2,8 - 3,1}{0,13} \cdot 7,77 \approx 2,8 - 2 \cdot 7,77 \approx -14,2 \text{ Hz.}$$

Für die Aliasingfrequenzen  $f_1'' = 3,55$  Hz und  $f_2'' = 3,73$  Hz heißt die tatsächliche Signalfrequenz:

$$f_{s,3} = 3,55 + \frac{3,55 - 3,73}{0,13} \cdot 7,77 \approx 3,55 - 1 \cdot 7,77 \approx -4,22 \text{ Hz.}$$

Dieser Wert bleibt konstant bei den Abtastfrequenzen ab etwa 74 kHz (siehe Abbildung 4.5).

Es ist also nach dem im Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Verfahren möglich, anhand der Aliasingfrequenzen die tatsächlichen Frequenzen der im Signal vorhandenen harmonischen Störungen, zu ermitteln. Dafür müssen folgende Voraussetzungen erfüllt werden:

- Das Signal hat eine begrenzte Bandbreite (im Idealfall ist die Grenzfrequenz nicht größer als die doppelte Abtastfrequenz)
- Es besteht die Möglichkeit die Abtastfrequenz um einen kleinen Betrag (im Idealfall bis zu 2% von der Abtastfrequenz) zu ändern.
- Die Amplituden dieser Schwingungen müssen stark ausgeprägt sein, sodass anhand von beiden Spektren (vor und nach der Abtastfrequenzverstellung) die Aliasingfrequenzen einander zugeordnet werden können.

### 4.3 Kapitelzusammenfassung

Das Kapitel beinhaltet eine Zusammenfassung möglicher Signalmodelle sowohl im spektralen, als auch im Zeitbereich, die in der dynamischen Wägetechnik angewendet werden können. Es wurde darauf hingewiesen, dass im Frequenzbereich bei kurzen Signalabschnitten und wenig verrauschten Signalen es sinnvoll ist, die indirekten Verfahren zur Ermittlung der spektralen Leistungsdichte zu benutzen. Die Berechnungsvorschriften sowie die genaueren Voraussetzungen sind in der Literatur zu entnehmen.

Das im Abschnitt 4.2.2 vorgestellte Verfahren zur Ermittlung der tatsächlichen Größe der Aliasingfrequenzen ist im Rahmen dieser Arbeit entwickelt worden. Es kann in den Geräten eingesetzt werden, wo die Möglichkeit besteht die Abtastfrequenz um einen kleinen Betrag zu ändern. Ein Beispiel dazu wurde im 4.2.3 dargelegt.

Die Signal- und Prozessmodelle im Zeitbereich werden zur Bestimmung der Zusammenhänge zwischen Umwelteinflüssen und dem Messsignal, zur Beschreibung der digitalen Systeme und Güte der Regelung eingesetzt.

Zeitmodelle wie die Systemimpulsantwort und Systemmodelle im Frequenzbereich wie der Amplitudenfrequenzgang werden in Kapiteln 5 und 6 detaillierter behandelt.

## 5 Filterung in der dynamischen Wägetechnik

Die Entwicklung der digitalen Filter ist die zentrale Aufgabe der digitalen Signalverarbeitung. Nicht zuletzt hängt die Qualität des Messergebnisses von der Qualität der Filterung ab. In der dynamischen Wägetechnik spielt neben dem Störungsämpfungsfaktor auch die für die Filterung benötigte Zeit eine große Rolle, denn an die Schnelligkeit der Messungen werden immer höhere Anforderungen gestellt. Diese Zeit wird durch den Zeitraum begrenzt, während dessen sich das Gewichtsstück vollständig auf dem Wägebänder befindet. Dieser Zeitraum wurde in [20] als Verweilzeit bezeichnet. Näheres dazu wird im Kapitel 6 erörtert.

Die digitale Filter teilt man in zwei grosse Gruppen: IIR-Filter (Infinite-impulse response Filter) und FIR-Filter (Finite-impulse response Filter). Den Aufbau der beiden Filter stellen die Blockdiagramme in der Abbildung 5.1 dar.

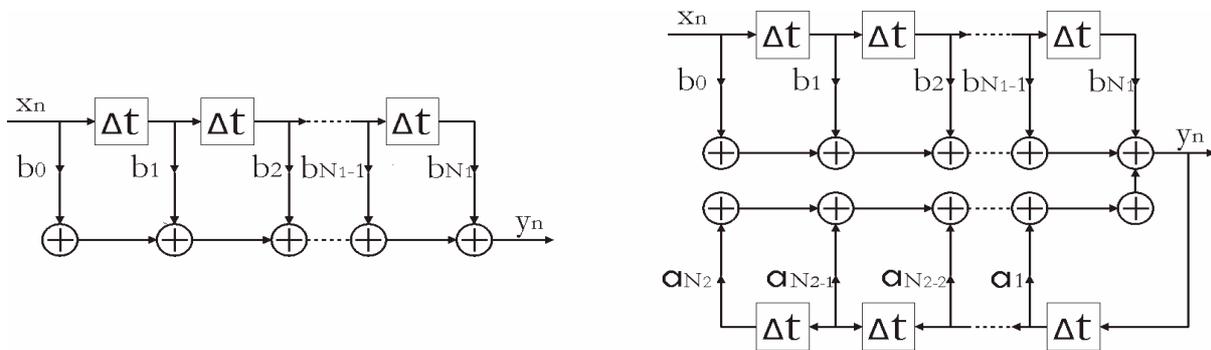


Abbildung 5.1 Blockdiagramm eines FIR-Filters (links) und eines IIR-Filters (rechts)

Die Differenzgleichung dieser Systeme sieht folgendermassen aus:

$$y_n = \sum_{i=0}^{N_1} b_i \cdot x_{n-i} + \sum_{i=1}^{N_2} a_i \cdot y_{n-i} \tag{5.1}$$

Die grössere der Zahlen  $N_1$  bzw.  $N_2$  bestimmt die Systemordnung ([22]).  $b_i$  und  $a_i$  sind die Filterkoeffizienten. Bei allen FIR-Filtern sind  $a_i=0$ .

Die weiteren Betrachtungen sind auf die meist verbreiteten Waagentypen begrenzt, bei denen der Signalgleichanteil als Messwertträger auftritt. Hierbei werden alle spektralen Anteile mit Frequenzen  $f > 0$  Hz als Störungen bezeichnet. Außerdem werden nur FIR-Filter (Finite-impulse response Filter) in Betracht gezogen, die sich in der Praxis als besonders geeignet erwiesen haben.

### 5.1 Typen und Aufbau der digitalen FIR- Filter

Die in diesem Kapitel dargelegten theoretischen Betrachtungen stützen sich auf [25].

Den Filtervorgang eines FIR-Filters kann man als gewichtete Summe der Eingangswerte  $x_n$  darstellen (5.2).

$$y_n = \sum_{i=0}^{M-1} h_i \cdot x_{n-i} \tag{5.2}$$

$h_i$ , sind die Wichtungsfaktoren der Impulsantwort eines Filters mit der Filterordnung  $N=M-1$ . Die Wichtungsfaktoren werden auch die Filterkoeffizienten genannt.

Manchmal ist es vorteilhafter diese Darstellung durch die  $z$ -Transformation zu ersetzen:

$$Y(z) = \sum_{i=0}^{M-1} h_i \cdot z^{-i} \cdot X(z) \tag{5.3}$$

Die  $z^{-i}$ - Glieder symbolisieren die Verzögerungsterme. Die Übertragungsfunktion eines solchen Filters kann in Form eines Polynoms bzw. Differenzgleichung  $N$ -ter Ordnung dargestellt werden:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{i=0}^{M-1} h_i \cdot z^{-i} = \sum_{i=0}^N h_i \cdot z^{-i} \tag{5.4}$$

Schematisch lässt sich diese Gleichung wie folgt darstellen:

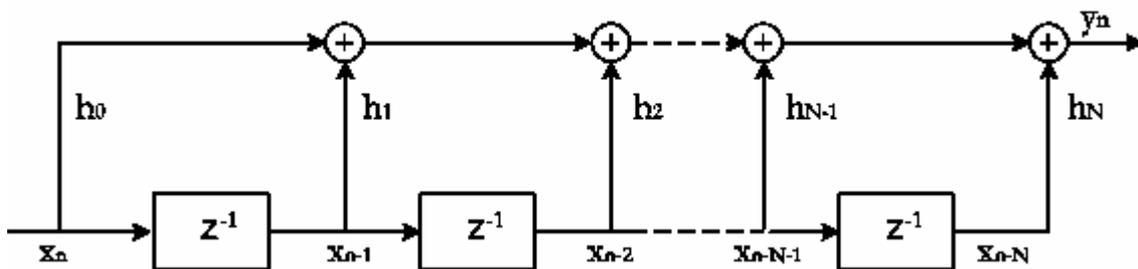


Abbildung 5.2 Blockdiagrammdarstellung für eine Differenzgleichung  $N$ -ter Ordnung

Symmetrische FIR-Filter werden nach [25] in vier Typen eingeteilt, in Abhängigkeit von der Filterordnung und Symmetrieeigenschaften der Impulsantwort. Am besten ist diese Teilung grafisch zu veranschaulichen (Abbildung 5.3).

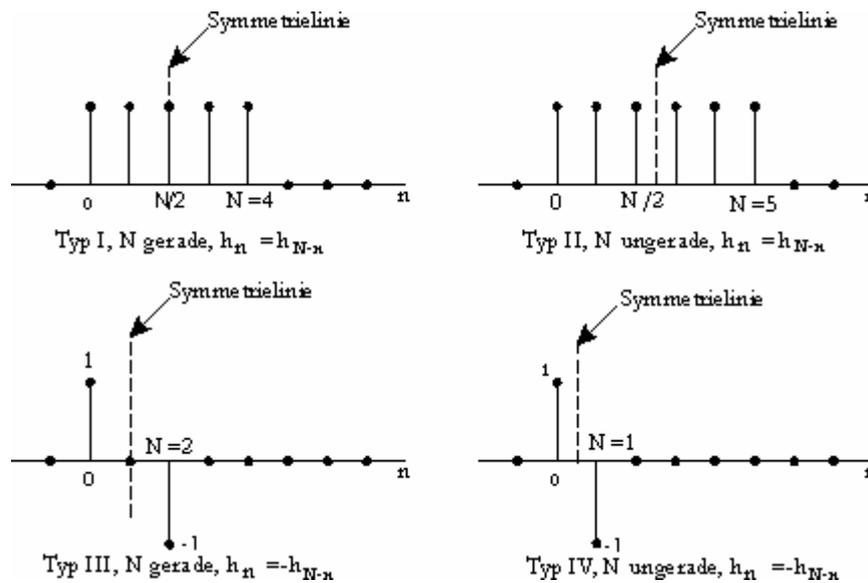


Abbildung 5.3 Beispiele zur Veranschaulichung der Typen der digitalen Filter.

Die Typen I und II sind achsensymmetrisch. Diese Form von der Impulsantwort ist typisch für die FIR-Tiefpassfilter. Die Typen III und IV sind punktsymmetrisch. Zu ihnen gehören die Hochpass- und Differenzialfilter. Beispiele der Verwendung aller Filtertypen in der dynamischen Wägetechnik werden in weiteren Kapiteln gezeigt.

## 5.2 Filterstrukturen

In der Praxis verwendet man oft mehrere parallel oder/und in Reihe geschaltete Filter. Die Vorteile solcher Strukturen bestehen unter anderem in der Möglichkeit schnell und flexibel einen oder mehrere der beteiligten Module ein/auszuschalten. In der dynamischen Wägetechnik, wo die Filterreaktionszeit eine wichtige Rolle spielt, kann man auf solche Weise flexible, an die Messgeschwindigkeit und Störfaktoren angepasste digitale Systeme bauen.

### 5.2.1 Reihenschaltung

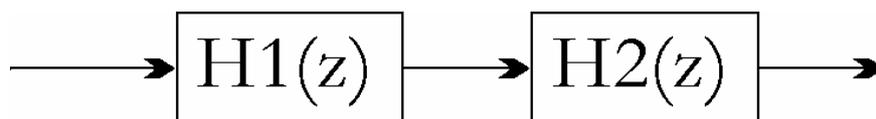


Abbildung 5.4 Reihenschaltung zweier digitaler Systeme

Die gesamte Übertragungsfunktion wird als Produkt der Übertragungsfunktionen aller vorhandenen Module berechnet. Wenn das gesamte System aus zwei Modulen besteht (Abbildung 5.4), wird der Vorgang durch die Gleichung (5.5) veranschaulicht.

$$H(z) = H1(z) \cdot H2(z) \quad (5.5)$$

Dies entspricht der Faltung zweier Impulsantworten:

$$h_n = h1_n * h2_n \quad (5.6)$$

### 5.2.2 Parallelschaltung

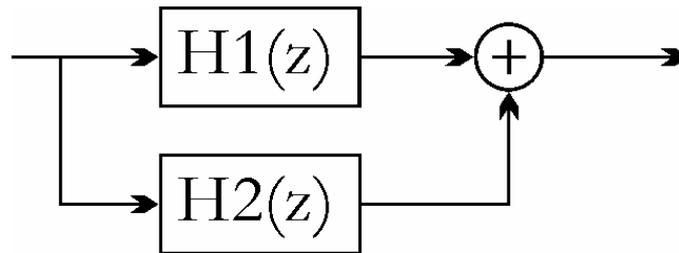


Abbildung 5.5 Parallelschaltung zweier digitaler Systemen

Bei mehreren parallel geschalteten Modulen wird die gesamte Übertragungsfunktion als Summe der Übertragungsfunktionen der einzelnen Module berechnet. Für das Beispiel aus Abbildung 5.5 ergibt sich die Gleichung (5.7).

$$H(z) = H1(z) + H2(z) \quad (5.7)$$

Im Zeitbereich entspricht dies der Summe aller Impulsantworten. Für den betrachteten Fall mit zwei Modulen ist das mit der Gleichung (5.8) darstellbar.

$$h_n = h1_n + h2_n \quad (5.8)$$

## 5.3 Adaptive Filterung

In der Vergangenheit wurde eine Vielzahl der Filterentwurfstechniken entwickelt. Einige beruhen auf der Festlegung der gewünschten Filterparameter wie Sperr- und Durchlassbereich im Spektralbereich und weiteren Annäherung an die Wunschübertragungsfunktion (Parks-McClellan Algorithmus, Methode der kleinsten Quadrate). Andere, wie Fensterfunktionen, verändern die Form der idealen Wunschübertragungsfunktion  $H'(j\omega)$  (Gleichung (5.9)) mit endlicher Impulsantwortlänge mittels Multiplikation der Impulsantwort  $h'_n$  mit einem der bekannten Fenster  $w_n$  (Gleichung (5.10)).

$$H'(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'_n \cdot e^{-j\omega n} \quad (5.9)$$

$$h_n = h'_n \cdot w_n \quad (5.10)$$

In der Praxis haben sich auch Methoden bewährt, die die Anpassung der Filterparameter an die störenden Einflüsse, sowie an die Messzeit gewährleisten. Diese Vorgehensweise nennt man adaptive Filterung.

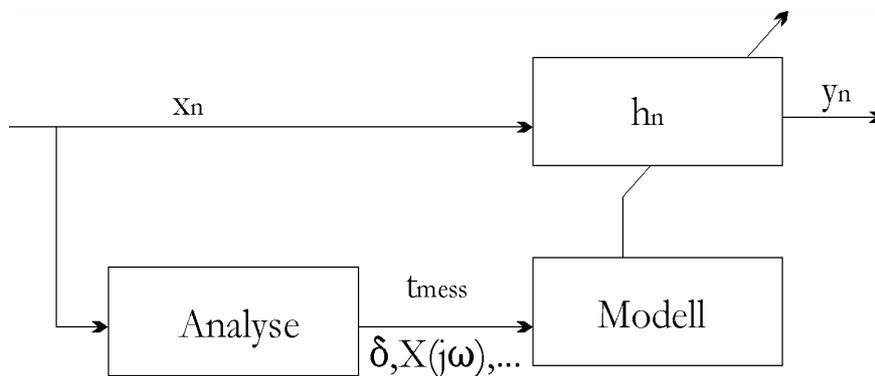


Abbildung 5.6 Prinzip der adaptiven Filterung

Zur Einstellung der Filterparameter muss das Signal analysiert und ein Signalmodell erstellt werden. In Abhängigkeit von den Gütekriterien (spektrale Anteile, Varianz usw.) und der verfügbaren Messzeit wird über Filtereinstellungen entschieden. Dieses Prinzip stellt die Abbildung 5.6 dar.

In [27] wurde eine andere Art der adaptiven Filterung vorgeschlagen. Dabei betrachtet man eine dynamische Waage als ein einheitliches mechatronisches System, in dem die Abmessungen aller rotierenden Antriebselemente des Wägebendes so ausgelegt sind, dass sich ihre Umlaufzahlen in ganzzahligen Verhältnissen zueinander befinden. Die Signalabtastrate und Länge des Mittelwertbildners werden an die im System vorkommenden Schwingungen angepasst. Dies ist eine sehr elegante Lösung, die die Aufgabe der digitalen Signalverarbeitung stark vereinfacht. Das Prinzip dieses Verfahrens visualisiert Abbildung 5.7.

Der Nachteil dieser Variante besteht darin, dass sie die Störungen am Aufstellort nicht berücksichtigt.

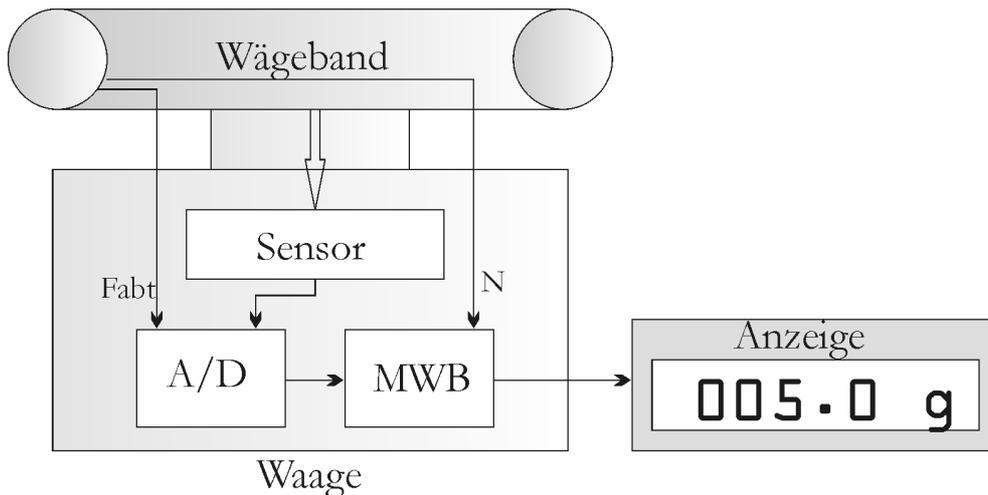


Abbildung 5.7 Das Prinzip eines mechatronischen Systems mit der aufeinander angepassten Komponenten: Mechanik, Elektronik, Filterung mit einem Analog-Digital Wandler (A/D) und einem Mittelwertbildner (MWB).

#### 5.4 Untersuchungen zur Auswahl einer geeigneten Entwurfsmethode zur adaptiven Filterung

In [1] und [16] wurden die unterschiedlichen Methoden der adaptiven Filterung bezüglich der Anwendung in der Wägetechnik verglichen. Alle Untersuchungen teilte man in zwei Gruppen: Schätzverfahren und Mittelwertbildner. Die Schätzverfahren (Methode der kleinsten Quadrate, Pisarenko-Verfahren, Verfahren mit dem autoregressiven Prozessmodell) benötigen normalerweise einen hohen Rechenaufwand, was gerechtfertigt werden kann, falls es sich um die Unterdrückung der stark ausgeprägten harmonischen Störungen mit wenigen Filterkoeffizienten handelt. Zur Eliminierung der rauschartigen Störungen sind sie kaum geeignet. Einige der Verfahren benötigen ein vorgeschaltetes Filter, was als nachteilig bewertet werden kann. Der Einsatz der Mittelwertbildner (eines oder mehrerer in Reihe geschalteten) bringt dagegen gute Ergebnisse, sowohl im Falle der harmonischen Schwingungen als auch im Falle eines veräuschten Signals. Zu den Vorteilen der Mittelwertbildneranwendung gehören auch die leichte Realisierbarkeit und die zusätzliche Möglichkeit die Signalauflösung zu erhöhen (siehe dazu [16] und [20]). Außerdem kann der Rundungsfehler reduziert werden, wenn man die Filterung zuerst als gleitende Summierer aufbaut und zum Schluss das Resultat durch das Produkt aller beteiligten Mittelwertbildnerlängen dividiert. Abbildung 5.8 legt das beschriebene Prinzip mit  $k$  in Reihe geschalteten Summierern dar.

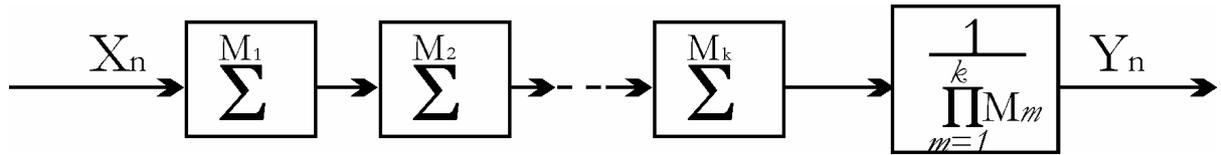


Abbildung 5.8 Filterung mit k in Reihe geschalteten Mittelwertbildnern in Form gleitender Summierer.

Die Vorteile der in Reihe geschalteten MWB wurden in [16] zum Teil untersucht und beschrieben. In den folgenden Abschnitten der vorliegenden Arbeit werden einige Algorithmen zur adaptiven Filterung mittels eines oder mehrerer MWB vorgeschlagen und verglichen.

### 5.4.1 Filterentwurf im Zeitbereich

#### 5.4.1.1 Filterung mit einem MWB

Die Impulsantwort eines Mittelwertbildners beschreibt die Gleichung (5.11).

$$h_n = \frac{1}{M}, \quad n = 0..M - 1 \tag{5.11}$$

Die z-Transformierte dieser Impulsantwort lautet:

$$h_n \xrightarrow{z} H(z) = \frac{1}{M} \cdot (1 - z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-(M-1)}) = \frac{1}{M} \cdot \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} \tag{5.12}$$

Abbildung 5.9 stellt die Gleichung (5.12) in Form eines Blockdiagramms dar

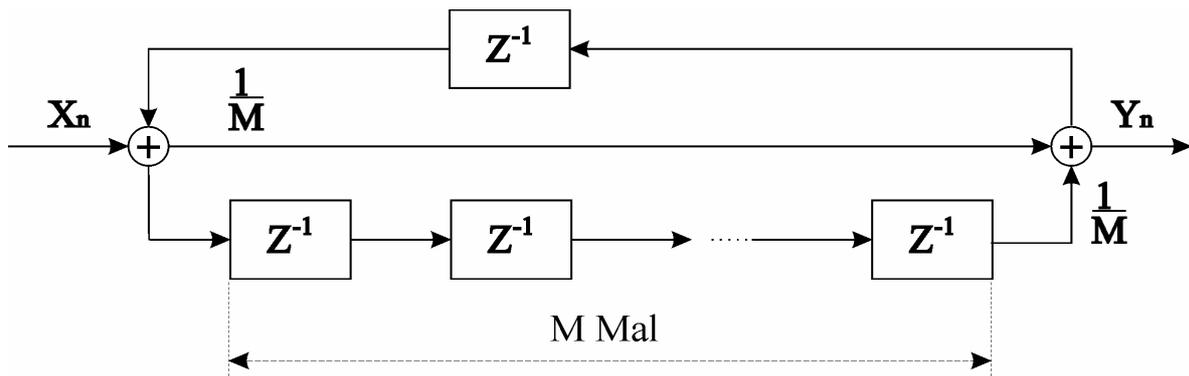
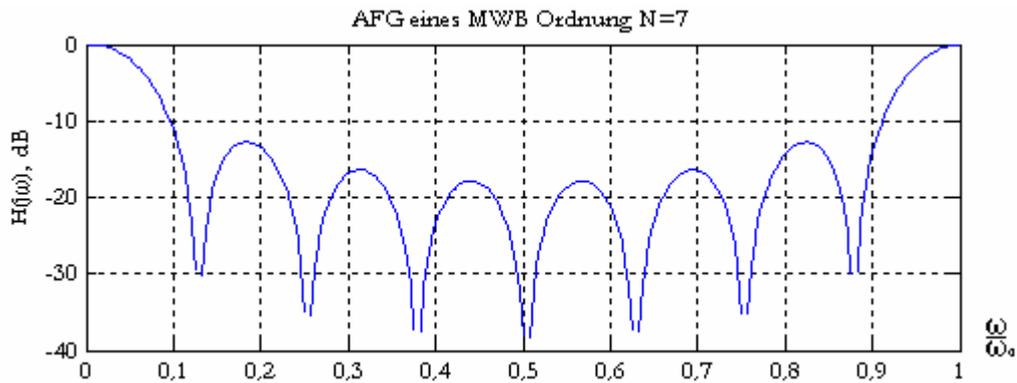


Abbildung 5.9 Blockdiagrammdarstellung eines MWBs entsprechend Gleichung (5.12)


 Abbildung 5.10 Amplitudenfrequenzgang eines MWB der Ordnung  $N=7$ 

Die Übertragungsfunktion eines MWB wird wie folgt ausgedrückt:

$$H(z) \longrightarrow H(j\omega) = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin\left(\frac{M \cdot \omega}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \cdot e^{-j\omega(M-1)/2} \quad (5.13)$$

Die grafische Darstellung des Amplitudenfrequenzganges (AFG) für den MWB der Ordnung  $N=7$  ist in der Abbildung 5.10 zu sehen.

Wenn man annimmt, dass man ein mit einer harmonischen Schwingung überlagertes Signal mit einem MWB filtert, sind unterschiedliche Ergebnisse zu erwarten, in Abhängigkeit davon, wie weit die Nullstellen des Filters von der Schwingungskreisfrequenz  $\omega_s$  entfernt sind. Trifft eine der Nullstellen mit der Frequenz  $\omega_i$  die Signalfrequenz ( $\omega_s = \omega_i$ ), wird der harmonische Anteil völlig ausgelöscht. Deshalb ist es im Fall einer stark ausgeprägten harmonischen Störung einfach, eine effektive Filterung mit einem MWB zu gewährleisten, in dem man eine der Nullstellen auf die Frequenz  $\omega_s$  setzt. Zum Entwurf eines geeigneten MWB ist es ausreichend die Analyse der Filterungsergebnisse im Zeitbereich durchzuführen. Die Standardabweichung des gefilterten Signals kann als Gütekriterium zur Einschätzung der Filterungsqualität genommen werden. Diese Überlegungen werden durch analytische Beschreibung der Standardabweichung eines mit einem MWB gefilterten Signals bestätigt. Im Kapitel 9.3, Seite 121, ist die Varianz eines harmonischen Signals  $x_n = A \cdot \sin(\omega_d \cdot n)$ , das mit einem MWB Länge  $M$  gefiltert wurde, als Herleitung von der verallgemeinerten zur konkreten analytischen Form ausführlich dargelegt. Das Ergebnis dieser Darlegung hat die Form:

$$s^2 \approx \frac{A^2}{M^2 \cdot \omega_d^2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\omega_d \cdot M) + 2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right) \right] \quad (5.14)$$

Wobei  $M$ -Länge des Mittelwertbildners ist und

$$\omega_d = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a}; f_s \text{ und } f_a \text{ sind entsprechend die Signal- und die Abtastfrequenz.}$$

Für die Standardabweichung ändert sich Gleichung (5.14) folgendermaßen:

$$s \approx \frac{A}{M \cdot \omega_d} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \sin^2(\omega_d \cdot M) + 2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right)} \quad (5.15)$$

Wenn das Störsignal einer Waage aus mehreren additiv überlagerten Schwingungen besteht, ist die gesamte Standardabweichung durch die Wurzel der Varianzsumme aller Schwingungen bestimmt (siehe dazu [8] und [32]):

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_k^2} \quad (5.16)$$

Die mathematische Herleitung und eine numerische Simulation zur Bestätigung dieses Zusammenhangs sind im Abschnitt 9.2, Seite 117, dargelegt.

Wird die größte von allen beteiligten Gliedern der Summe (5.16) eliminiert, wird die gesamte Standardabweichung verringert. Dieser Effekt wird in dieser Arbeit als Kriterium zur Auswahl eines Mittelwertbildners zur angepassten Filterung benutzt.

Die Abbildung 5.11 stellt das Spektrum eines Signals mit drei überlagerten Schwingungen dar. Die größte von allen harmonischen Anteilen kann mit einem MWB Länge  $M=10$  ausgelöscht werden, weil die erste Nullstelle dieses Filters an der Kreisfrequenz  $\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega_a}{10}$  liegt. Das

entspricht dem zur Abtastfrequenz normierten Wert:  $\frac{\omega_1}{\omega_a} = 0,1$ . Erlaubt es die Verweilzeit, so

kann man ein ganzzahliges Vielfaches von  $M=10$  wählen.

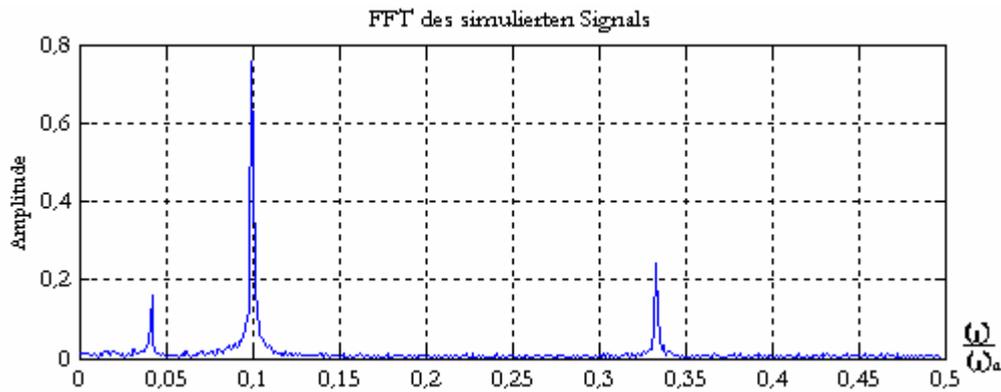


Abbildung 5.11 FFT eines Signals mit drei Überlagerten Schwingungen und Rauschen

Die Analyse der Filterungsqualität mittels Berechnung der Standardabweichung für die Mittelwertbildner der Länge  $M=2..55$  ergibt folgende Grafik:

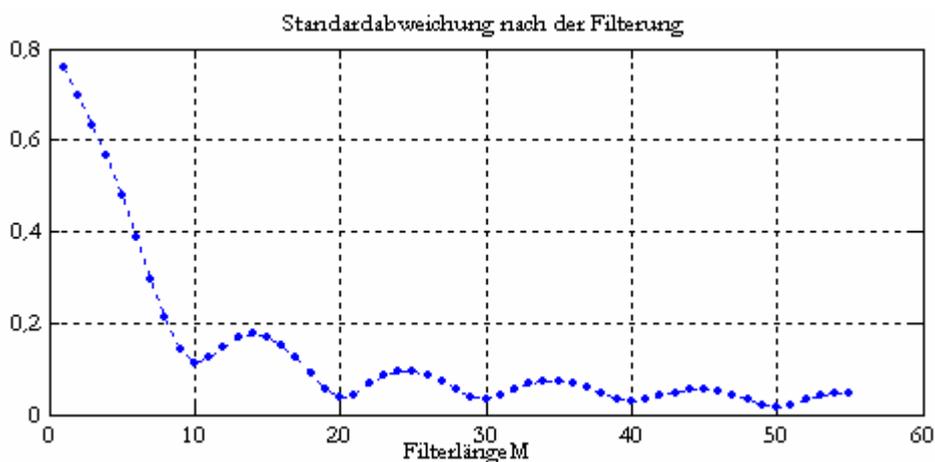


Abbildung 5.12 Standardabweichung des Signals von der Abbildung 5.11 nach der Filterung mit unterschiedlichen MWB.

Durch die entstandenen Minima im Standardabweichungsverlauf schließt man auf Verbesserung der Signalqualität nach der Filterung bei der Annäherung der Filterlängen an  $M=10, 20, 30$  usw. Dabei liefert die Filterung mit  $M=10$  eine stärkere Stördämpfung, als z.B.  $M=15$ . Man kann also durch die Analyse des Standardabweichungsverlaufs des gefilterten Signals eine wirksame Lösung für die Filterung des vorhandenen Signals mit einem MWB finden.

Dieses Verfahren kann ähnlich auch für den Filterentwurf mit mehreren in Reihe geschalteten Mittelwertbildnern eingesetzt werden. Der Vorteil solcher Strukturen besteht hauptsächlich in der Möglichkeit zur vollen Eliminierung mehrerer harmonischer Störungen. Das wird angestrebt, weil das Messsignal einer Kontrollwaage für gewöhnlich durch ein breites Spektrum störend wirkender harmonischer Schwingungen geprägt ist.

### 5.4.1.2 Filterung unter Einsatz mehrerer in Reihe geschalteten MWB

Die Abbildung 5.13 stellt ein System bestehend aus  $k$  in Reihe geschalteten MWB mit Längen  $M_1, M_2, \dots, M_k$  dar.

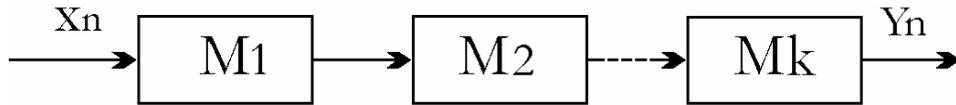


Abbildung 5.13 Reihenschaltung von  $k$  Mittelwertbildnern.

Wie bereits erwähnt wurde, ist die gesamte Impulsantwort eines Systems mit mehreren in Reihe geschalteten Filtern das Faltungsergebnis der Impulsantworten aller beteiligten Module (siehe Gleichung (5.6), Seite 49). Die Systemordnung ist dabei gleich:

$$N = \sum_i^k N_i = \sum_{i=1}^k M_i - k \tag{5.17}$$

$k$  ist die Anzahl der beteiligten Mittelwertbildner. Das resultierende Filter besitzt die Nullstellen aller Module.

Die Abbildung 5.14 veranschaulicht die Amplitudenfrequenzgänge (AFG) zweier Mittelwertbildner mit den Ordnungen  $N_1=1$  (blaue Kurve),  $N_2=6$  (grüne Kurve) sowie den AFG des gesamten Systems beider MWB (rote Kurve).

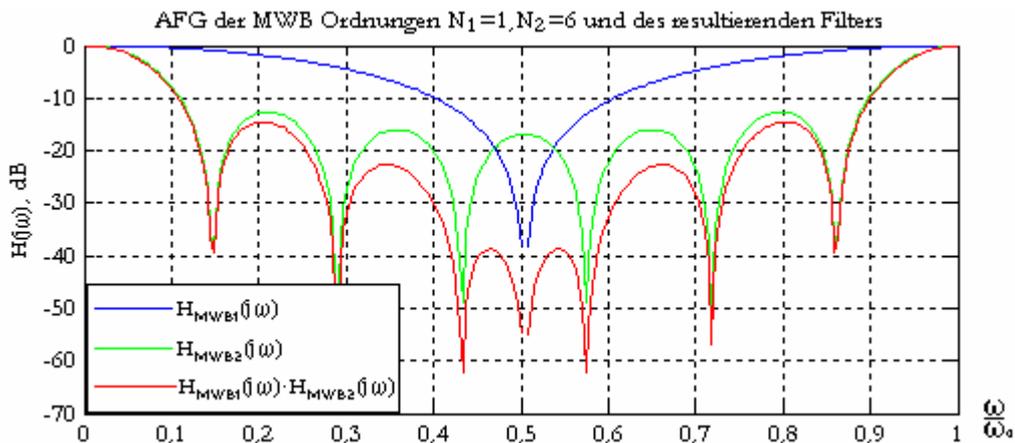


Abbildung 5.14 AFG zweier in Reihe geschalteten MWB der Ordnungen  $N_1=1$  und  $N_2=6$ .

Der Vergleich der Amplitudenfrequenzgänge der zwei Beispiele aus Abbildung 5.10 und Abbildung 5.14 ergibt Tabelle 5.1.

Filtereigenschaft	Filter mit einem MWB (Abbildung 5.10)	Filter mit zwei kaskadierten MWB (Abbildung 5.14)
Filterordnung $N$	7	7
Position der ersten Nullstelle, $\frac{\omega_1}{\omega_a}$	$1/7=0,143$	$1/6=0,167$
Dämpfung an der ersten Keule	Ca. 13 dB	Ca 15 dB
Dämpfung an der letzten Keule  (vor $\frac{\omega}{\omega_a} = 0,5$ )	18 dB	38 dB

Tabelle 5.1 Eigenschaften der Amplitudenfrequenzgänge aus der Abbildung 5.10 und Abbildung 5.14

Man sieht, dass mit der gleichen Filterordnung die Filterung mit zwei in Reihe geschalteten MWB eine stärkere Störunterdrückung im Bereich des Spektrums von der ersten Nullstelle bis zur halben Abtastfrequenz gewährleistet als der einfache MWB. Neben der Möglichkeit die Nullstellen flexibler zu positionieren, ist dies ein weiterer Vorteil der aus mehreren Mittelwertbildnern aufgebauten Systeme im Vergleich zu einem einfachen MWB. Einige Ansätze zum Thema Mittelwertbildner sind in [1] zu finden. In den nächstfolgenden Abschnitten werden zwei Algorithmen zum Entwurf einer an das Signal angepassten Filterung vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt worden sind. Die beiden Varianten beruhen auf dem Prinzip der Signalstandardabweichungsanalyse und sind für Mittelwertbildnerstrukturen mit Reihenschaltung bestimmt.

*Algorithmus 1*

Bei dem ersten Verfahren handelt es sich um die mehrfache Anwendung des Algorithmus für die Signalfilterung mit einem MWB aus dem Abschnitt 5.4.1.1, Seite 52. Das Prinzip des Verfahrens ist in der Abbildung 5.15 dargestellt.

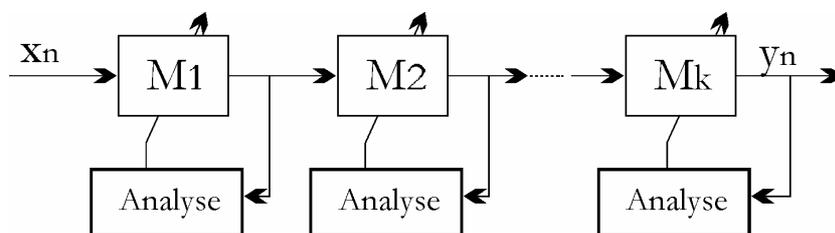


Abbildung 5.15 Prinzip der Anpassung der reihengeschalteten MWB an ein Signal nach Algorithmus 1

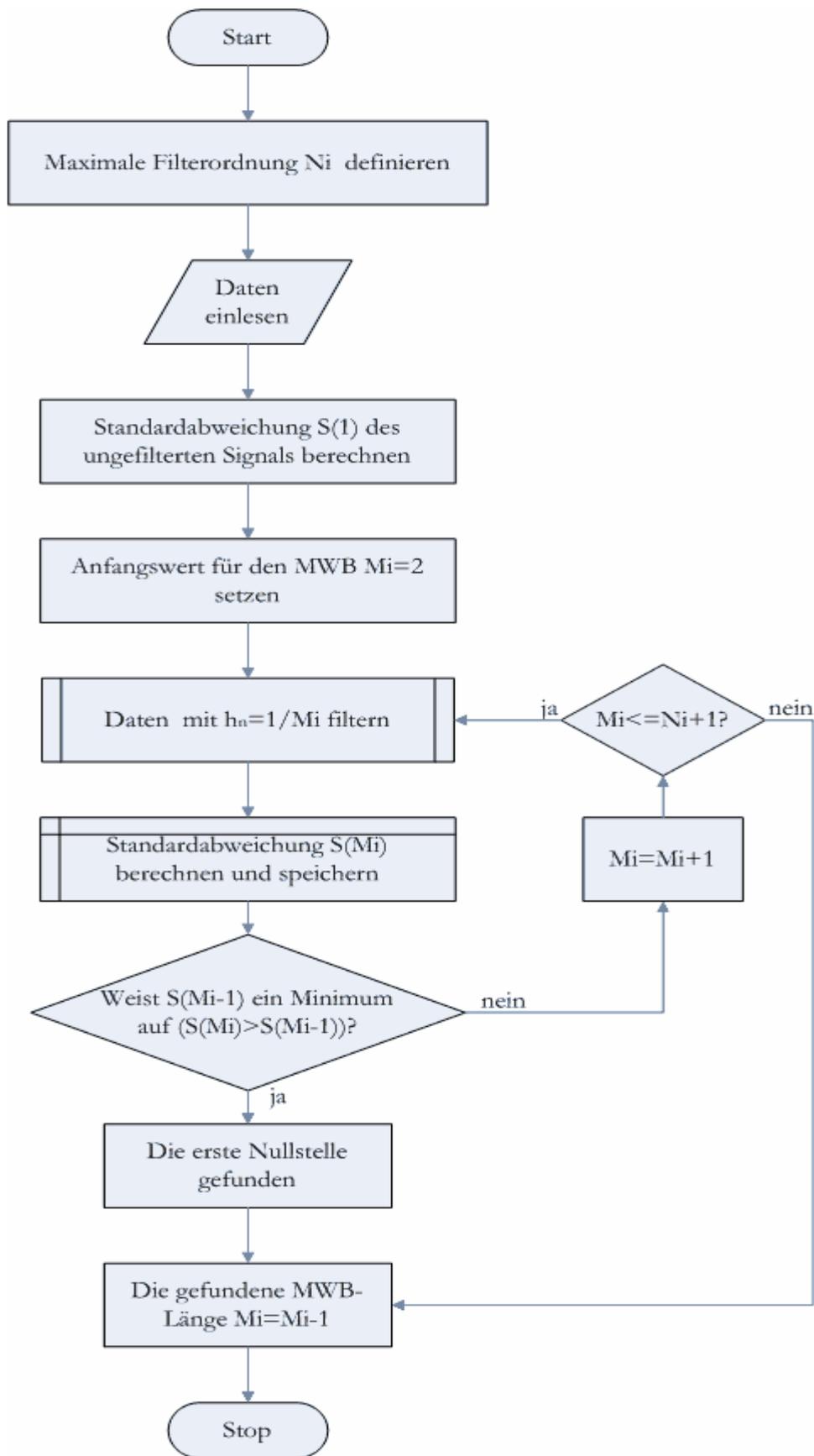


Abbildung 5.16 Flussdiagramm des Algorithmus zur Anpassung eines MWBs an das Störsignal

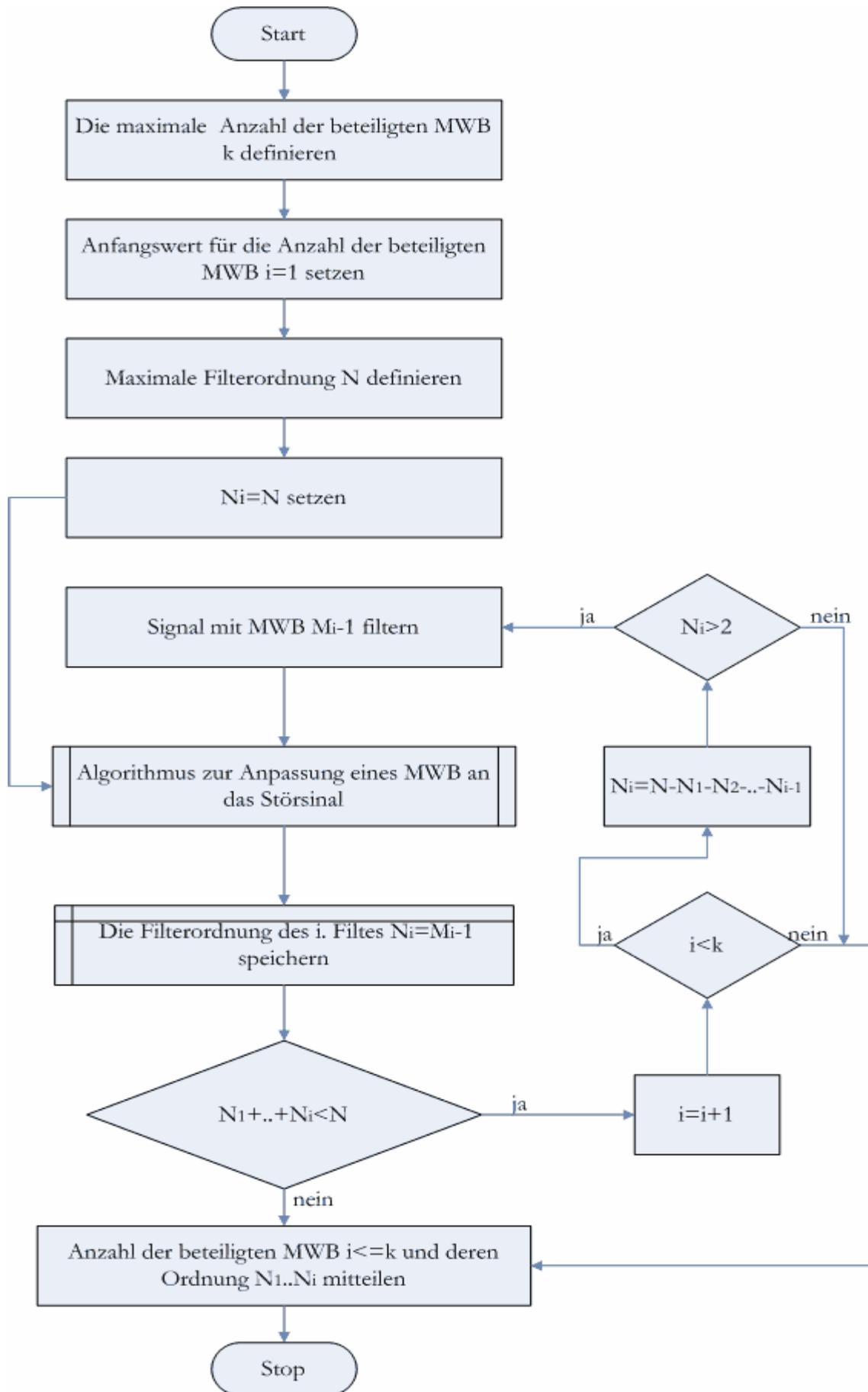


Abbildung 5.17 Flussdiagramm des Algorithmus 1 zur Anpassung mehrerer MWB an das Störsignal

Zur Erklärung dieses Prinzips nimmt man das Signal, dessen Spektrum in der Abbildung 5.11 (Seite 55) zu sehen ist. Bei der Analyse des Standardabweichungsverlaufs des mit einem MWB gefilterten Signals (Abbildung 5.12, Seite 55) stellte sich heraus, dass man Minima der Standardabweichung nach der Filterung mit einem einfachen MWB Länge  $M=10, 20, 30$  usw. erreicht. Dieser Effekt wird damit erklärt, dass dabei die größte aller im Signal vorhandenen Schwingungen eliminiert wurde. Also setzt man die Länge des ersten MWBs  $M_1=10$  (das erste lokale Minimum des Standardabweichungsverlaufs).

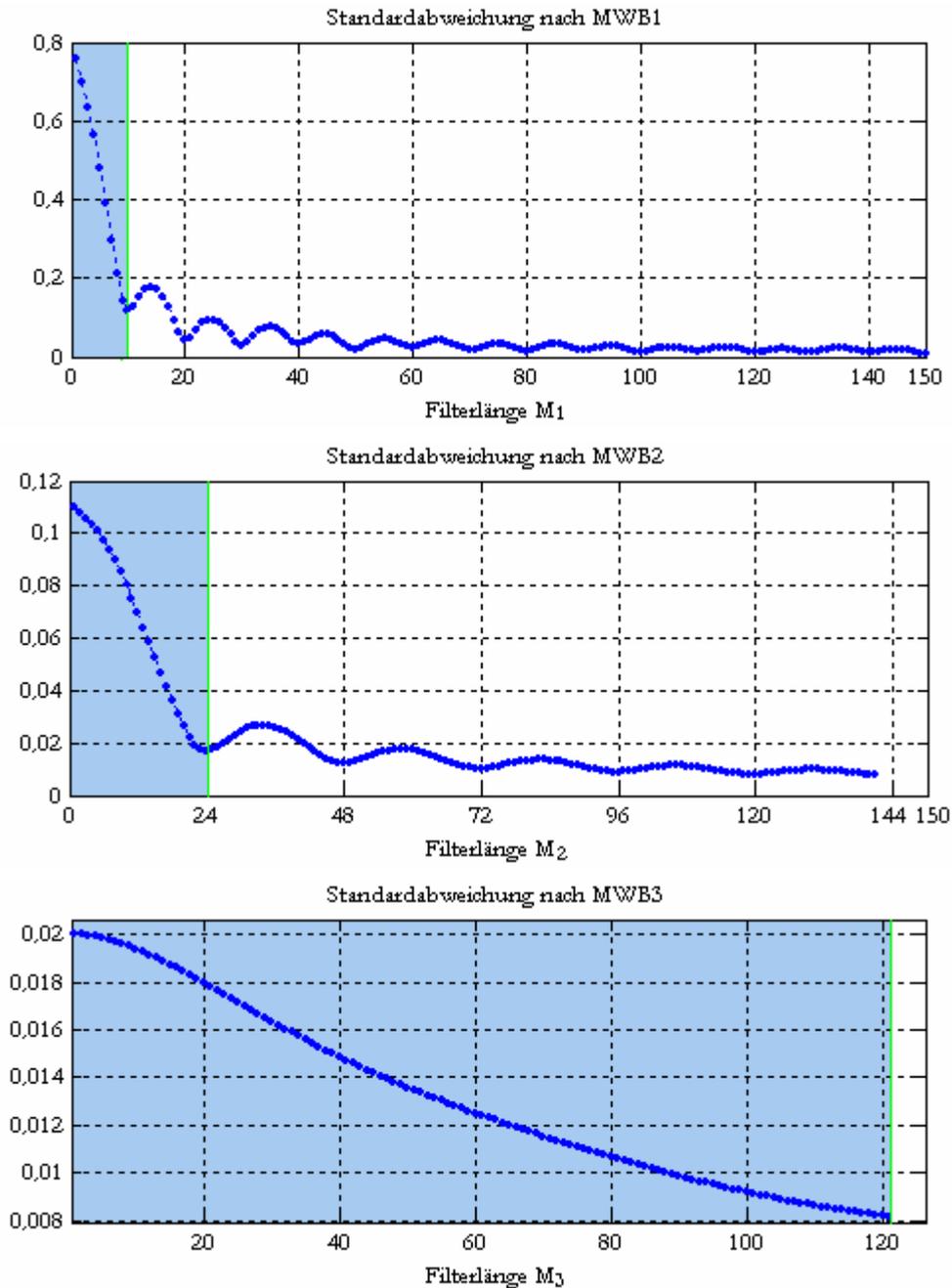


Abbildung 5.18 Ergebnisse der Iterationsschritte des vorgeschlagenen Algorithmus

Zum Entwurf des zweiten MWB wird das mit MWB1 gefilterte Signal genommen und nach dem gleichen Prinzip lokale Minima gesucht (siehe Abbildung 5.16, Seite 58, und Abbildung 5.17, Seite 59, zum Algorithmusablauf). Dies wird solange fortgesetzt, bis keine Minima im Standardabweichungsverlauf mehr vorhanden sind oder die zur Verfügung stehende Zeit (Verweilzeit) ausgeschöpft ist. Zur Verdeutlichung muss man erwähnen, dass die Verweilzeit die maximale Filterordnung des Systems bestimmt.

Abbildung 5.18 visualisiert die Ergebnisse des Verfahrens anhand des Signalbeispiels aus dem vorigen Abschnitt (das Spektrum dieses Signals visualisiert die Abbildung 5.11, Seite 55). Im ersten Iterationsschritt wurden beispielsweise die Systemordnung  $N_1=N=154$  und die maximale Anzahl der beteiligten MWB  $k=5$  gesetzt. Danach wurde die Standardabweichung für alle  $M_1=2..N-1$  berechnet. Allerdings soll die Suche aufhören, sobald das erste Minimum bei dem Standardabweichungsverlauf auftritt (im betrachteten Beispiel  $M_1=10$ , farbig gekennzeichnete Abschnitt in der oberen Grafik). Zur Anschaulichkeit wurde aber der ganze Verlauf dargestellt. Der zweite Schritt beginnt mit der Berechnung der maximalen Filterordnung für den zweiten MWB:  $N_2=N_1-(M_1-1)=154-10+1=145$ . Anschließend wurde das mit dem ersten MWB ( $h_{1_n} = \frac{1}{M_1}$ ) gefilterte Signal der gleichen Analyse unterzogen. Die mittlere Grafik in der

Abbildung 5.18 veranschaulicht die Ergebnisse der Analyse. Diesmal soll die die Suche mit dem Auftreten des Minimums an  $M_2=24$  aufhören. Die erste Nullstelle dieses MWB unterdrückt die Schwingung an der Kreisfrequenz  $\omega_s \cong 2 \cdot \pi \cdot 0,042$ . In dem dritten Iterationsschritt stellt sich heraus, dass der Standardabweichungsverlauf keine eindeutigen Minima besitzt (Abbildung 5.18, unten). Dies bedeutet, dass alle harmonischen Störungen bereits eliminiert bzw. gedämpft wurden. Deshalb kann für den dritten MWB die maximale Filterordnung  $N_3=N-N_1-N_2-1=154-9-23=122$  festgelegt werden. Somit werden die restlichen rauschartigen Störungen im niederfrequenten Bereich ausgefiltert. Die Suche ist beendet. Das Ergebnis lautet: drei MWB mit den Koeffizienten  $M_1[1..10]=\frac{1}{10}$ ;  $M_2[1..24]=\frac{1}{24}$ ;  $M_3[1..123]=\frac{1}{123}$  können für Filterung dieses

Signals am effektivsten eingesetzt werden. Die Standardabweichung des Signals am Ausgang dieser kaskadierten Filterstruktur beträgt etwa  $s \approx 0,0068$

*Algorithmus 2*

Der nachfolgend vorgeschlagene Algorithmus basiert auf dem Prinzip einer Zusammenarbeit eines Paares der in Reihe geschalteten MWB (Abbildung 5.19).

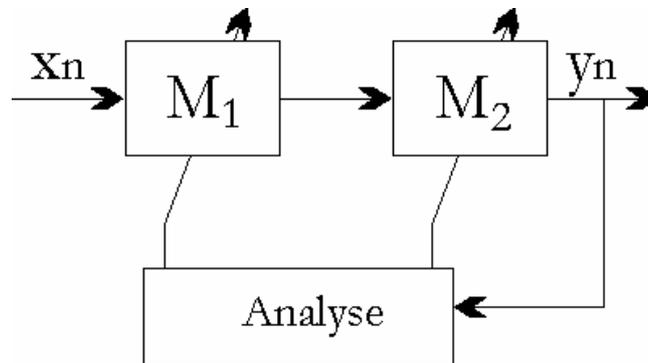


Abbildung 5.19 Prinzip der Anpassung eines Paares von reihengeschalteten MWB an ein Signal nach Algorithmus 2

Als Gütekriterium dient wieder die Standardabweichung des gefilterten Signals. Die Vielfalt der möglichen Varianten wird verringert, in dem man vorgibt, dass die Summe der Ordnungen des Paares immer konstant bleibt, und zwar gleich der maximal möglichen Systemordnung:  $N_1+N_2=N$ . Dadurch wird immer die maximale Anzahl von Filterkoeffizienten benötigt. Es wird davon ausgegangen, dass es die beste Störunterdrückung bewirkt. Anhand des simulierten Signals aus dem Beispiel im Kapitelabschnitt 5.4.1.1 (FFT dieses Signals ist in der Abbildung 5.11, Seite 55, dargestellt) wird die Funktionsweise des Algorithmus vorgestellt. Im ersten Schritt legt man die Systemordnung fest. Um den Vergleich der Resultate der angewendeten Algorithmen zu ermöglichen, wurde als Beispiel die schon verwendete Systemordnung  $N=154$  genommen. Das erste MWB-Paar besitzt die Ordnungen  $N_1=0$  und  $N_2=N=154$ , das zweite Paar die Ordnungen  $N_1=1$ ,  $N_2=N-1=153$  usw. Die Ergebnisse des Verfahrens in der grafischen Form sind in Abbildung 5.20 zu sehen.

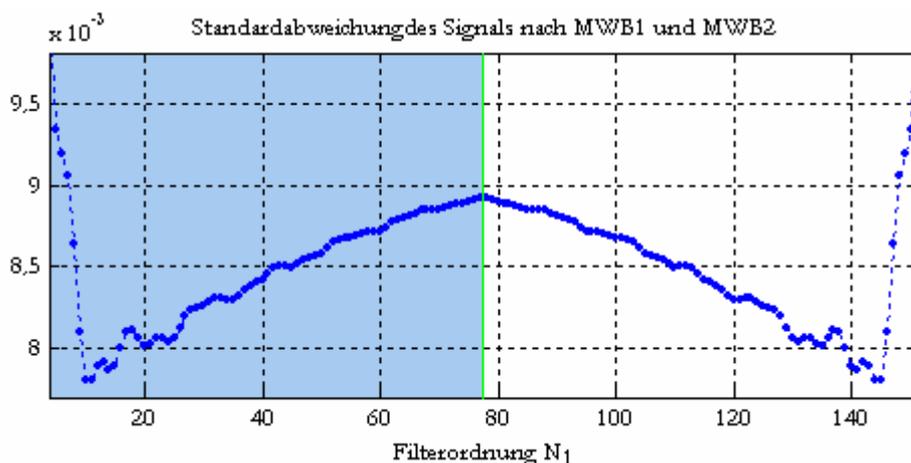


Abbildung 5.20 Standardabweichungsänderung beim Einsatz zweier MWB.

In der Grafik ist an der waagerechten Achse die Ordnung des ersten MWB  $N_1$  abgebildet. Die minimale Standardabweichung  $s = 0,0076$  wird mittels des MWB Paares der Ordnung  $N_1=9$  und  $N_2=154-9=145$  erreicht.

Da der Standardabweichungsverlauf eine Symmetrie zum Wert  $N/2$  aufweist, ist es ausreichend, die Wirkung des Paares der Ordnungen  $N_1=0..N/2$  und  $N_2=N..N/2$  zu prüfen, um den Rechenaufwand zu verringern.

Allerdings muss man beachten, dass nicht immer die Auswahl der Systemordnung  $N$  die besten Resultate erzielt. Zu positiven Änderungen kann es führen, wenn man z.B. den Vorgang mit einer etwas veränderten gesamten Systemordnung  $N^*=N-1$  und/oder  $N^{**}=N-2$  usw. wiederholt. In unserem Fall wurde mit  $N=151$  eine leichte Verbesserung erreicht (Abbildung 5.21). Das beste Filterpaar hatte dabei die Ordnungen  $N_1=9$ ,  $N_2=142$ , die Standardabweichung betrug  $s = 0,0064$ .

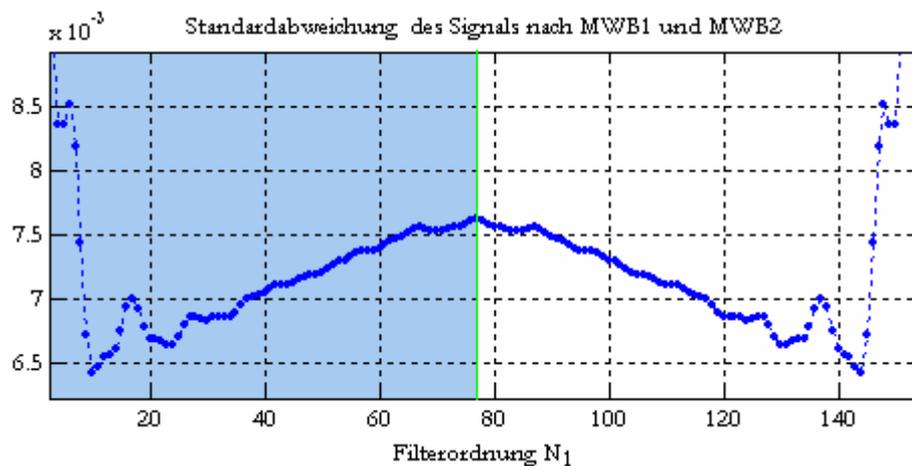


Abbildung 5.21 Standardabweichungsänderung bei dem Einsatz zweier MWB und mit der Korrektur der Systemordnung  $N$ .

Zum Vergleich stellt die Abbildung 5.22 die Ergebnisse der Ermittlung der optimalen Filterpaare bei der Änderung der Systemordnung  $N$  von 4 bis 154 in der grafischen Form dar.

Anhand dieser Grafiken ist ersichtlich, dass in meisten Fällen der Einsatz der maximal zulässigen gesamten Filterordnung die besten Ergebnisse liefert. Nur in seltenen Fällen (zum Beispiel beim Abschnitt  $N=31..35$ ) wäre es sinnvoll mehrere Varianten zu prüfen. Somit ist es ausreichend, die Anzahl der zu prüfenden Varianten auf zwei bis drei zu reduzieren, wie es in der ursprünglichen Form demonstriert wurde. Die erste Variante soll sich auf die maximale Filterordnung  $N$  beziehen. Bei den anderen verringert man die Filterordnung um einen kleinen Betrag (1 bis 4).

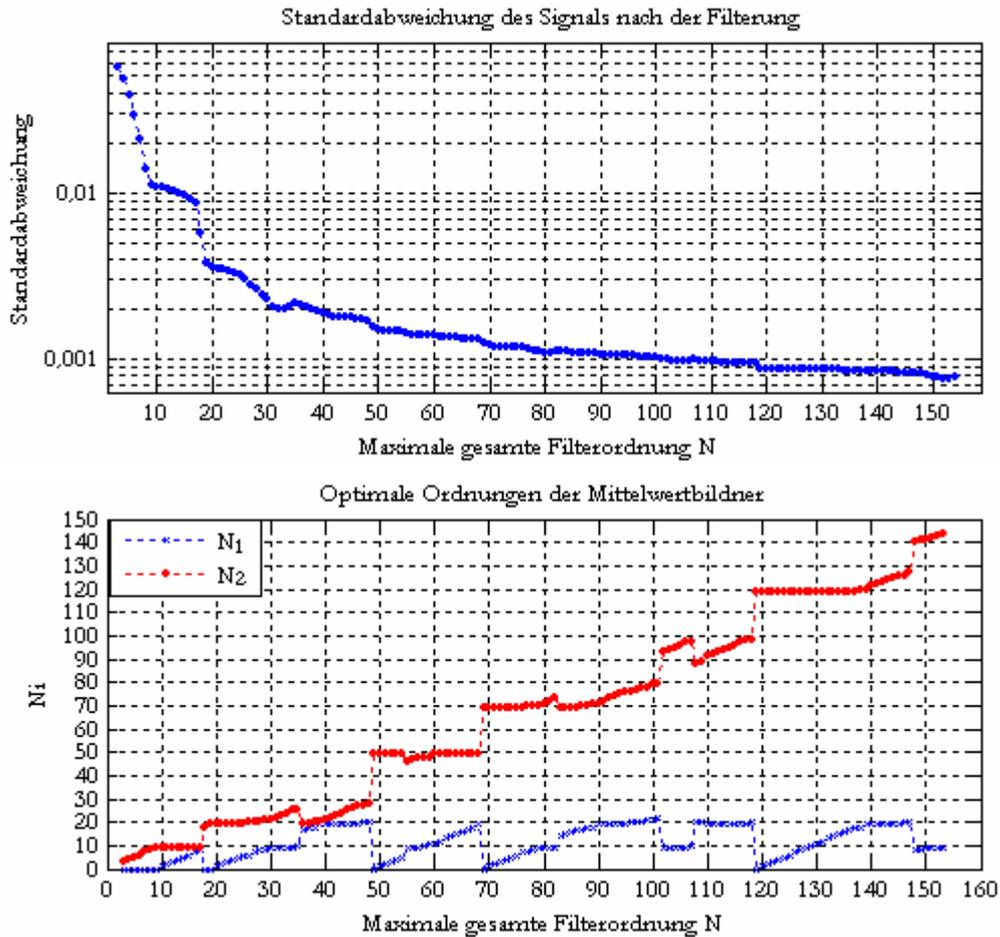


Abbildung 5.22 Änderung der Standardabweichung und der Ordnungen einzelner Filter  $N_1$  und  $N_2$  in Abhängigkeit von der gesamten Filterordnung  $N$ .

### 5.4.2 Filterentwurf im Frequenzbereich

Zur Ermittlung der Signalmodelle im Frequenzbereich wurden viele Verfahren entwickelt (siehe beispielsweise [35]). Darunter sind vor allem parametrische Modelle. Modelle wie autoregressive Modelle (AR-Modelle), der gleitenden Mittel (MA-Modelle), Modelle eines autoregressiven Prozesses der gleitenden Mittel (ARMA-Modelle) beruhen auf Schätzung der Parameter eines linearen Systems, das durch weißes Rauschen angeregt wird. Die Vorteile dieses Prinzips bestehen darin, dass die ermittelten Parameter direkt als Koeffizienten eines adaptiven Filters eingesetzt werden können. In [16] wurden mehrere Verfahren zu Parameterschätzung bezüglich Anwendung in einem mit periodischen Störungen belasteten Messsystem untersucht und verglichen. Was die Koeffizientenbestimmung für die adaptive Filterung anbetrifft, so sind diese Verfahren entweder sehr rechenaufwändig oder sie scheitern im Falle stark verrauschter Signale.

Die Vorteile der in Reihe geschalteten Mittelwertbildner wurden bereits genannt. In diesem Abschnitt wird die Vorgehensweise bei der Entwicklung der adaptiven FIR-Filter, in Abhängigkeit von Signalmodellen im Frequenzbereich, mittels Einsatzes mehrerer MWB beschrieben. Selbstverständlich erfordert dieses Verfahren die Signaltransformation von Zeit- in den Frequenzbereich. Dies wird mittels FFT durchgeführt. Das Prinzip des Verfahrens kann auch mit der Abbildung 5.15 (Seite 57) visualisiert werden.

Zur Erklärung nimmt man das schon in den vorigen Abschnitten behandelte Signal, in dem drei

auffallend große harmonische Anteile an den Stellen:  $\frac{\omega_1}{\omega_a} = 0,042$ ,  $\frac{\omega_2}{\omega_a} = 0,1$  und  $\frac{\omega_3}{\omega_a} = 0,33$

vorhanden sind. Wenn die ersten Nullstellen der MWB genau dort platziert werden, wo sich diese

Frequenzen befinden, ergeben sich folgende Filterlängen:  $M_1 = \frac{1}{0,042} \approx 24$ ,  $M_2 = \frac{1}{0,1} = 10$ ,

$$M_3 = \frac{1}{0,33} \approx 3.$$

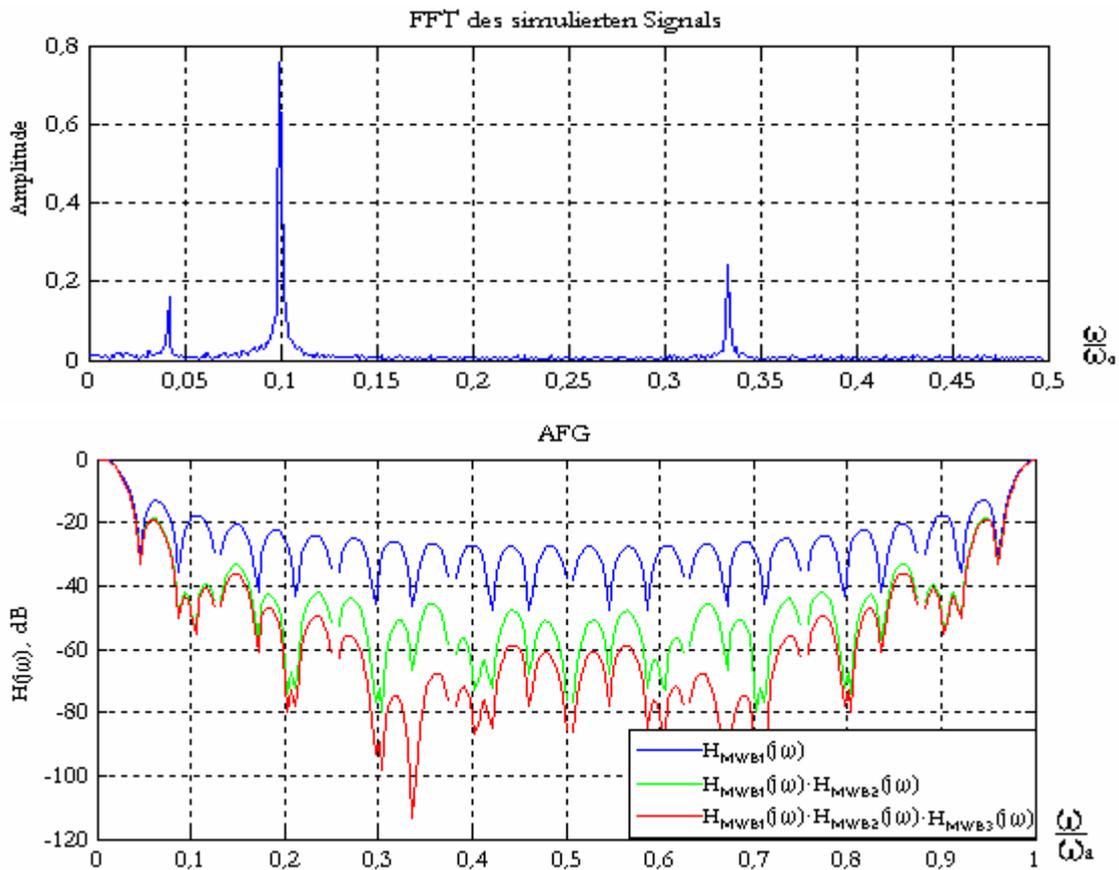


Abbildung 5.23 FFT des simulierten Signals (oben) und AFG der Filter: eines einfachen MWB der Ordnung  $N_1 = M_1 - 1 = 23$  (blau), zweier in Reihe geschalteten MWB der gesamten Ordnung  $N_2 = M_1 + M_2 - 2 = 24 + 10 - 2 = 32$  (grün), und dreier in Reihe geschalteten MWB der gesamten Ordnung  $N = M_1 + M_2 + M_3 - 3 = 24 + 10 + 3 - 3 = 34$  (rot).

Im Prinzip ist es ausreichend, wenn man in diesem Fall nur zwei MWB mit  $M_1=24$  und  $M_2=10$  einsetzt. Denn durch den ersten MWB existiert an der Frequenz  $\frac{\omega_3}{\omega_a} = 0,33$  bereits eine (achte) Nullstelle, die diese Frequenz vollständig auslöscht. Diese Behauptung wird auch durch Standardabweichungsvergleich bestätigt. In beiden Fällen, sowohl mit als auch ohne MWB3 ist sie etwa  $s = 0,02$ .

Abbildung 5.24 visualisiert das Spektrum des gefilterten Signals. Es ist offensichtlich, dass alle hochfrequenten Anteile einschließlich des Rauschens gut ausgefiltert wurden. Es sind aber noch kleine Spitzen vorhanden, die man im Spektrum des ungefilterten Signals nicht erkennen konnte, denn sie sind um fast das Hundertfache kleiner als die Amplitude der größten Schwingung in diesem Signal. Deshalb kann eine Nachkorrektur einige Verbesserungen erwirken.

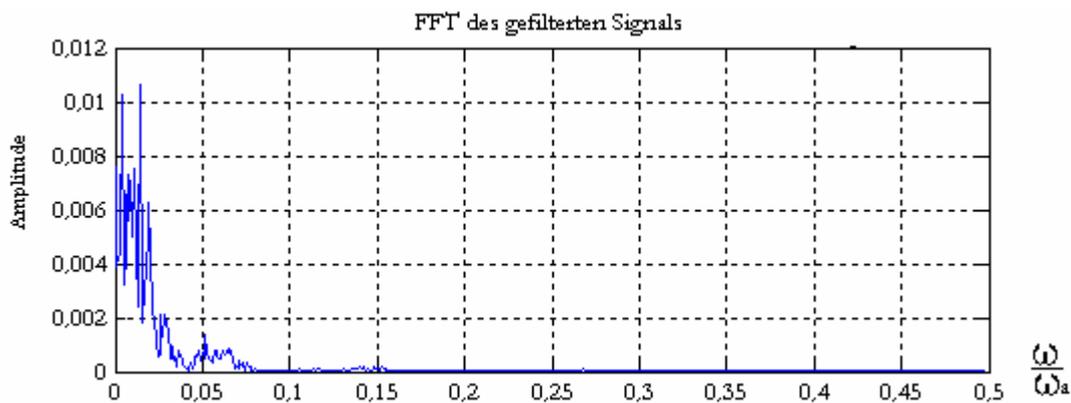


Abbildung 5.24 FFT des gefilterten simulierten Signals

Damit man die Ergebnisse aller betrachteten Algorithmen vergleichen kann, gilt auch in diesem Fall für die gesamte Systemordnung die Bedingung:  $N \leq 154$ . Im Signalspektrum (Abbildung

5.24) sind noch zwei deutliche Spitzen an  $\frac{\omega_4}{\omega_a} = 0,004$ ,  $\frac{\omega_5}{\omega_a} = 0,015$  erkennbar. Das heißt, es

sollen noch zwei MWB mit  $M_4 = \frac{1}{0,004} \approx 250$ ,  $M_5 = \frac{1}{0,015} \approx 67$  eingesetzt werden. Jedoch

unter Berücksichtigung der oben gestellten Begrenzung für die gesamte Systemordnung  $N$ , darf nur ein MWB mit  $M_5=67$  verwendet werden, denn  $N=M_1+M_2+M_5-3=24+10+67-3=98 < 154$ . Die resultierende Standardabweichung am Ausgang dieser kaskadierten Filterstruktur beträgt  $s = 0,01$ . Dieser Wert ist fast um Faktor 76 kleiner als die Standardabweichung des ungefilterten Signals. Somit ist die Suche beendet, denn die weiteren Iterationsschritte bringen keine Verbesserung hervor.

Würde man den Faktor, der das Verhältnis der Standardabweichung des ungefilterten Signals zur Standardabweichung des gefilterten Signals  $k_{eff} = \frac{s_u}{s}$  als Effektivitätsfaktor bezeichnen, lassen sich die Ergebnisse aller dargelegten Verfahren zusammenfassen und vergleichen (Tabelle 5.2).

Dem Vergleich zufolge können mit allen betrachteten Filterstrukturen, die mittels Analyse im Zeitbereich entworfen werden, etwa gleiche Ergebnisse erzielt werden. Dagegen zeigt das Verfahren mit dem Filterentwurf im Frequenzbereich deutlich schlechtere Resultate. Würde aber in diesem Verfahren die gesamte zur Verfügung stehende Zeit für den letzten MWB genutzt, bekommt man genau die gleiche Struktur, wie bei Algorithmus 1 (Filterentwurf im Zeitbereich).

Verfahren	Längen der eingesetzten MWB	Effektivitätsfaktor, $k_{eff} = \frac{s_u}{s}$
Einfacher MWB (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M=150$	$k_{eff} = \frac{0,76}{0,007} = 108$
Algorithmus 1 (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M_1=10, M_2=24, M_3=123$	$k_{eff} = \frac{0,76}{0,068} \approx 112$
Algorithmus 2 (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M_1=9, M_2=142$	$k_{eff} = \frac{0,76}{0,064} \approx 118$
Filterentwurf im Frequenzbereich	$M_1=10, M_2=24, M_3=67$	$k_{eff} = \frac{0,76}{0,01} = 76$

Tabelle 5.2 Filterungsergebnisse von den dargelegten Verfahren zur Anpassung der kaskadierten MWB-Strukturen an das Störsignal.

### 5.4.3 Vergleich der beschriebenen Methoden am Beispiel des Messsignals einer Kontrollwaage

Zur Untersuchung wurde das Signal einer Kontrollwaage mit einem in Bewegung gesetzten Wägebund genommen. Die Signalabtastrfrequenz betrug  $f_a=300$  Hz, die Anzahl der analysierten Messwerte  $N_m=1024$ , die Standardabweichung war gleich  $s_u = 23$  g. Das Spektrum des ungefilterten Signals ist in Abbildung 5.25 zu sehen.

Für die Algorithmen muss eine maximale Filterlänge definiert werden. Diese wurde auf  $M=150$  (entspricht 500 ms Messzeit) festgelegt.

Die Iterationsschritte aller Algorithmen, sowie die Kommentare dazu sind in den Tabelle 5.3 bis 5.6 zusammengefasst.

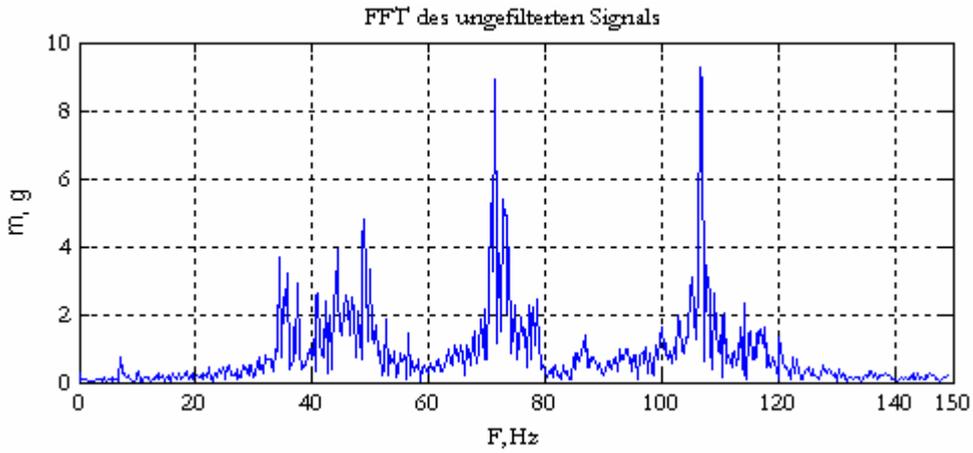


Abbildung 5.25 FFT des realen Messsignals einer dynamischen Waage im unbelasteten Zustand

Iterationsschritte, grafische Darstellung	Kommentar
	<p>Die Standardabweichungen aller gefilterten Signale für MWB-Längen von 2 bis 150 wurden als Grafik zusammengefasst. Aus allen dargestellten Werten entspricht die kleinste Standardabweichung <math>s = 0,21 \text{ g}</math> der Filterlänge <math>M=148</math>. Deshalb soll dieser MWB als der am besten geeignete MWB für das vorliegende Signal gewählt werden.</p>

Tabelle 5.3 Ermittlung der optimalen Länge eines einfachen MWBs für ein reales Signal

Iterationsschritte, grafische Darstellung	Kommentar
	<p>Das erste Standardabweichungsminimum (<math>s = 2,4g</math>) liegt an <math>M_1=8</math>, deshalb wird dieser Wert für den ersten MWB eingesetzt und für den weiteren Iterationsschritt wird das Signal mit diesem Mittelwertbildner gefiltert</p>
	<p>Der Standardabweichungsverlauf weist ein lokales Minimum an <math>M_2=43</math> mit <math>s \approx 0,205g</math> auf. Deshalb wird für den zweiten MWB diese Filterlänge genommen und das Signal damit gefiltert.</p>
	<p>Im dritten Iterationsschritt stellt sich heraus, dass der Standardabweichungsverlauf keine lokalen Minima besitzt, deshalb wird die größtmögliche Filterlänge genommen <math>M_3=M-M_1-M_2+2=150-8-43+2=101</math>. Die resultierende Standardabweichung der Filterung mit den drei ermittelten MWB der Längen <math>M_1=8</math>, <math>M_2=43</math>, <math>M_3=101</math> beträgt <math>s \approx 0,137g</math>.</p>

Tabelle 5.4 Ermittlung der optimalen Filterparameter nach Algorithmus 1 (Analyse im Zeitbereich) für ein reales Signal

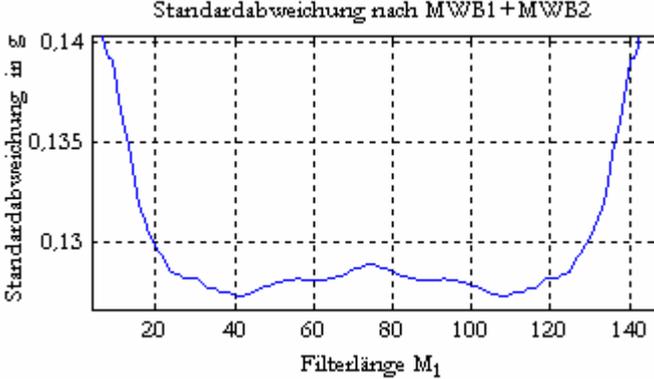
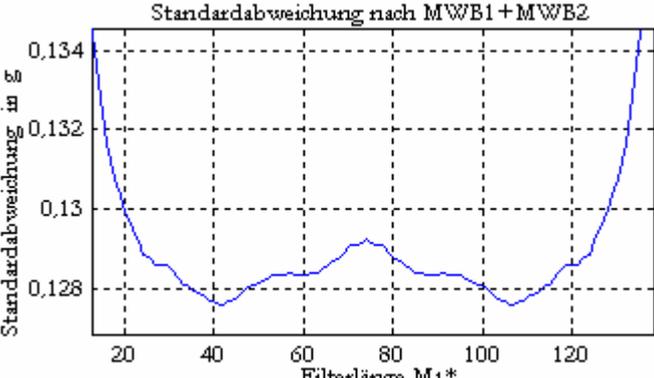
Iterationsschritte, grafische Darstellung	Kommentar
 <p>Standardabweichung nach MWB1+MWB2</p>	<p>Im ersten Iterationsschritt wurde festgestellt, dass das MWB-Paar der Längen <math>M_1=43</math> und <math>M_2=108</math> das beste Ergebnis mit der Standardabweichung <math>s = 0,127</math> g liefert.</p>
 <p>Standardabweichung nach MWB1+MWB2</p>	<p>Die Änderung der Gesamtfiterlänge <math>M^*=M-1</math> im zweiten Algorithmusschritt erzielt keine Verbesserungen: das beste MWB-Paar der Längen <math>M_1=43</math> und <math>M_2=107</math> liefert die Standardabweichung <math>s = 0,127</math> g, deshalb wird das MWB-Paar <math>M_1=43</math> und <math>M_2=108</math> als optimal definiert. Das Ergebnis der Filterung: <math>s \approx 0,127</math> g</p>

Tabelle 5.5 Ermittlung der optimalen Filterparameter nach Algorithmus 2 (Analyse im Zeitbereich) für ein reales Signal

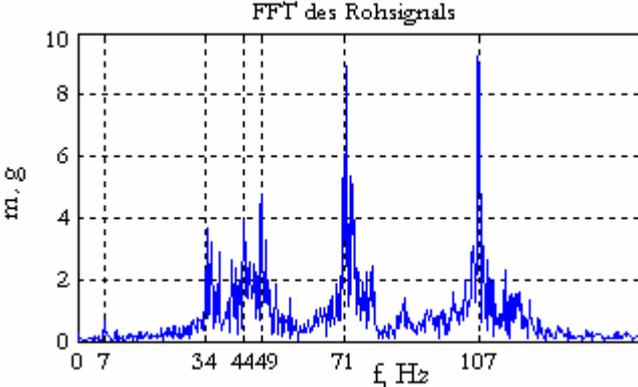
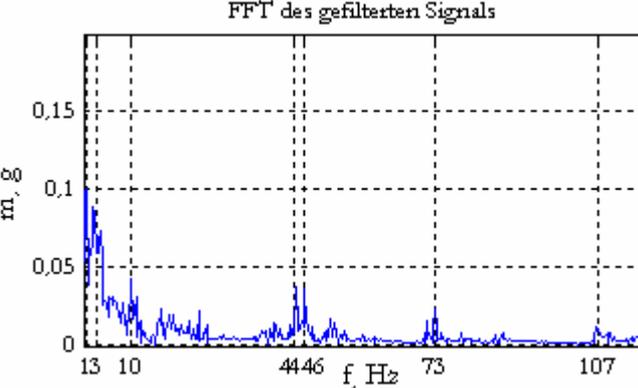
Iterationsschritte, grafische Darstellung	Kommentar
	<p>Im ersten Schritt wurden die Längen der MWB berechnet, deren erste Nullstelle die Unterdrückung der besonders ausgeprägten Spitzen im Signalspektrum gewährleisten: <math>M_1=43</math>, <math>M_2=9</math>, <math>M_3=7</math>, <math>M_4=6</math>, <math>M_5=3</math>. Unter Berücksichtigung der begrenzten Gesamtsystemordnung und der Tatsache, dass die Nullstellen der MWB der Längen <math>M_1</math> und <math>M_2</math> in der Nähe der Nullstellen der MWB der Längen <math>M_3</math>, <math>M_4</math>, <math>M_5</math> liegen, wurden nur die ersten beiden Filter eingesetzt. Das Ergebnis: Standardabweichung nach der Filterung <math>s \approx 0,215</math> g, die unverbrauchte Filterlänge: <math>M_{rest}=150-43-9+2=100</math></p>
	<p>Anhand des Spektrums des gefilterten Signals, sind mehrere MWB folgender Längen erforderlich: <math>M_3=300</math>, <math>M_4=100</math>, <math>M_5=30</math>, <math>M_6=7</math>, <math>M_7=7</math>, <math>M_8=3</math>. Da es aber unzulässig ist, den Wert <math>M_{rest}</math> zu überschreiten, wurde aus dieser Reihe nur ein MWB der Länge <math>M_4=M_{rest}=100</math> als Lösung ausgewählt. Das Endergebnis lautet: es sollen drei MWB der Längen <math>M_1=43</math>, <math>M_2=9</math>, <math>M_3=100</math> genommen werden. Die Standardabweichung nach der Filterung beträgt <math>s \approx 0,128</math> g.</p>

Tabelle 5.6 Ermittlung der optimalen Filterparameter mit der Analyse im Frequenzbereich für ein reales Signal

Tabelle 5.7 fasst die Ergebnisse aller im Abschnitt 5.4.3 dargestellten Berechnungen zusammen.

Verfahren	Längen der eingesetzte MWB	Effektivitätsfaktor, $k_{eff} = \frac{s_u}{s}$
Einfacher MWB (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M=148$	$k_{eff} = \frac{23g}{0,21g} = 109,5$
Algorithmus 1 (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M_1=8, M_2=43, M_3=101$	$k_{eff} = \frac{23g}{0,137g} \approx 168$
Algorithmus 2 (Filterentwurf im Zeitbereich)	$M_1=43, M_2=108$	$k_{eff} = \frac{23g}{0,127g} \approx 181$
Filterentwurf im Frequenzbereich	$M_1=43, M_2=9, M_3=100$	$k_{eff} = \frac{23g}{0,128g} \approx 179,7$

Tabelle 5.7 Ergebnisse der Filterung des Messsignals einer Kontrollwaage mittels der dargelegten Verfahren zur angepassten Filterung.

Der Vergleich aller vorgeschlagenen Algorithmen am Beispiel eines Kontrollwaagensignals zeigte, dass der Einsatz eines einfachen MWB zur angepassten Wägesignalfilterung eindeutig schlechtere Ergebnisse liefert, als mehrere in Reihe geschaltete MWB. Es ist möglich sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich Filterstrukturen zu entwickeln, die ähnliche Ergebnisse erzielen. Darum ist es sinnvoll, bei der praktischen Implementierung eines Algorithmus nach dargelegten Verfahren die rechentechnischen Möglichkeiten zu berücksichtigen. Dazu gehört zum Beispiel die Möglichkeiten zur Spektrumsermittlung, zur Verfügung stehende Speicherkapazität und/oder Rechenzeit usw. Der nächste Abschnitt gibt den Überblick des minimalen Speicherplatzbedarfs und des Rechenaufwandes für jeden der beschriebenen Algorithmen.

#### 5.4.4 Rechenaufwand und Speicherplatzbedarf

Die in diesem Abschnitt dargestellten Berechnungen sind von Bedeutung, wenn eines der vorgestellten Verfahrens der Signalverarbeitung in einem Mikroprozessor implementiert werden soll.

Zur Übersichtlichkeit wurde angenommen, dass das zu analysierende Signal gleichanteilmäßig ist. Dabei werden die Anzahl der Beobachtungswerte als  $Nm$ , die gesamte Länge des Filters als  $M$ , die maximale Anzahl der beteiligten MWB als  $k$  und die Länge einzelner Beobachtungswerte in Byte als  $L_v$  bezeichnet.

Tabellen 5.8 bis 5.11 fassen die Berechnungsvorschriften zusammen.

Operationen	Minimaler Rechenaufwand (Anzahl der mathematischen Operationen)		Minimaler Speicherplatz
	Addition	Multiplikation	
Filterung	$(Nm - M) \cdot M$	$Nm - M$	$(2 \cdot Nm + M) \cdot Lv$
Berechnung der Standardabweichung	$(Nm - M) \cdot M$	$(Nm - M) \cdot M$	für ungefilterte und gefilterte Messwerte im Zeitbereich und für die berechnete Standardabweichung
Suche des Minimums	M		

Tabelle 5.8 Einfacher Mittwertbildner

Operationen	Minimaler Rechenaufwand (Anzahl der mathematischen Operationen)		Minimaler Speicherplatz
	Addition	Multiplikation	
Filterung	$(Nm - M) \cdot (M + k - 1)$	$Nm - M$	$(2 \cdot Nm + M + k) \cdot Lv$
Berechnung der Standardabweichung	$(Nm - M) \cdot (M + k - 1)$	$(Nm - M) \cdot (M + k - 1)$	für ungefilterte und gefilterte Messwerte im Zeitbereich und für die berechnete Standardabweichung
Suche des Minimums	M		

Tabelle 5.9 Algorithmus1 (Filterentwurf im Zeitbereich)

Operationen	Minimaler Rechenaufwand (Anzahl der mathematischen Operationen)		Minimaler Speicherplatz
	Addition	Multiplikation	
Filterung	$(Nm - M) \cdot (M + 1)$	$Nm - M$	$(2 \cdot Nm + \frac{M}{2}) \cdot Lv$
Berechnung der Standardabweichung	$(Nm - M) \cdot (\frac{M}{2} + 1)$	$(Nm - M) \cdot (\frac{M}{2} + 1)$	für ungefilterte und gefilterte Messwerte im Zeitbereich und für die berechnete Standardabweichung
Suche des Minimums	$\frac{M}{2}$		

Tabelle 5.10 Algorithmus2 (Filterentwurf im Zeitbereich)

Operationen	Minimaler Rechenaufwand (Anzahl der mathematischen Operationen)		Minimaler Speicherplatz
	Addition	Multiplikation	
FFT	$(1..k - 1) \cdot \frac{Nm}{2} \cdot \log_2(Nm)$	$(1..k - 1) \cdot \frac{Nm}{2} \cdot \log_2(Nm)$	$3 \cdot Nm \cdot Lv$ für ungefilterte und gefilterte Messwerte im Zeit- und Frequenzbereich
Suche des Maximums	$\frac{Nm}{2} \cdot k$		
Filterberechnung		k	
Filterung	$(Nm - M) \cdot (0..M + k - 1)$	$(Nm - M) \cdot (0..k - 1)$	

Tabelle 5.11 Filterentwurf im Frequenzbereich

Setzt man, beispielsweise, Werte  $Nm=512$ ,  $M=100$  und  $k=3$ , ergibt sich folgende Tabelle:

Algorithmus	Minimaler Rechenaufwand		Minimaler Speicherplatz
	Addition	Multiplikation	
Einfacher MWB (Filterentwurf im Zeitbereich)	82500	41612	$1124 \cdot Lv$
Algorithmus 1 (Filterentwurf im Zeitbereich)	84148	42436	$1127 \cdot Lv$
Algorithmus 2 (Filterentwurf im Zeitbereich)	62674	21424	$1074 \cdot Lv$
Filterentwurf im Frequenzbereich	2560..46376	1795..4408	$1536 \cdot Lv$

Tabelle 5.12 Vergleich des Rechenaufwands und des Speicherplatzverbrauchs für die vorgeschlagenen Algorithmen

Es ist offensichtlich, dass zum Filterentwurf im Frequenzbereich deutlich weniger Rechenzeit in Anspruch genommen wird, als für die anderen beschriebenen Algorithmen. Jedoch, muss man dabei mit einem größeren Speicherplatzverbrauch rechnen. Unter den Algorithmen mit dem Entwurf im Zeitbereich ist das Verfahren mit dem Einsatz von einem Paar der in Reihe geschalteten MWB am sparsamsten, was sowohl den Rechenaufwand als auch den Speicherplatzbedarf betrifft.

---

## 5.5 Kapitelzusammenfassung

Die begrenzte Filterungszeit, die einen direkten Zusammenhang mit der Verweilzeit hat, und das Störspektrum mit mehreren stark ausgeprägten harmonischen Schwingungen stellen besondere Ansprüche an die Effektivität und an die Schnelligkeit der Signalverarbeitungsalgorithmen in der dynamischen Wägetechnik. Aus diesen Gründen wurden aus den zahlreichen zurzeit existierenden Filterungsverfahren diejenigen für die Untersuchung bevorzugt, die die Anpassung der Filterung an die störenden Einflüsse gewährleisten und sich durch eine einfache Implementierung kennzeichnen.

All diese Eigenschaften besitzen die FIR-Filter, die mittels mehrerer in Reihe geschalteten gleitenden Mittelwertbildner realisiert werden können. Der Schwerpunkt der Untersuchungen lag im Entwurf und Vergleich der geeigneten Algorithmen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich. Es wurde festgestellt, dass die vorgestellten Verfahren zum Filterentwurf mit den oben beschriebenen Strukturen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich ähnliche Ergebnisse liefern. Daher hängt die Auswahl eines der Prinzipien in der Praxis von den technischen Möglichkeiten und subjektiven Faktoren ab. Dem Vergleich des Speicherplatzbedarfs und des Rechenaufwandes für die vorgeschlagenen Algorithmen zufolge, ist das Verfahren zum Filterentwurf im Frequenzbereich wesentlich schneller als die anderen. Jedoch benötigt man dafür einen größeren Speicher.

## 6 Messobjekttriggerung

Der Messvorgang in der dynamischen Wägetechnik zeichnet sich dadurch aus, dass das zu wiegende Objekt sich in einer kontinuierlichen Bewegung befindet. Die Effektivität der verwendeten Signalverarbeitungsmethoden setzt oft die Kenntnisse über den Zeitabschnitt voraus, während dessen sich das Gewicht vollständig auf der Waage befindet. Dieser Zeitabschnitt wurde in [20] als Verweilzeit bezeichnet. Die praktische Umsetzung einiger zu diesem Zweck dienenden Verfahren sind im Kapitel 7.1 (Seite 98) beschrieben.

Der ideale Signalverlauf bei den dynamischen Gewichtsmessungen ist in Abbildung 6.1 dargestellt und ist mit den folgenden Gleichungen zu beschreiben.

$$m(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_1 \\ \frac{M_{soll} \cdot (t - t_1)}{t_2 - t_1}, & t_1 < t \leq t_2 \\ M_{soll}, & t_2 < t \leq t_3 \\ -\frac{M_{soll} \cdot (t - t_4)}{t_4 - t_3}, & t_3 < t \leq t_4 \\ 0, & t > t_4 \end{cases} \quad (6.1)$$

Die Verweilzeit  $t_v$  bestimmt man nach (6.2)

$$t_v = t_3 - t_2 \quad (6.2)$$

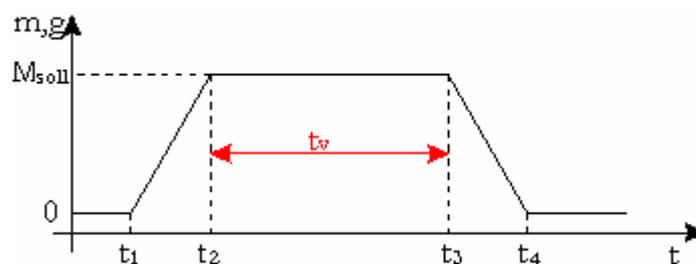


Abbildung 6.1 Idealer Messsignalverlauf bei den dynamischen Messungen

Die Signalabschnitte in den Zeiträumen  $t \leq t_1$  und  $t > t_4$  entsprechen der entlasteten Waage. Der Signalverlauf in den Zeitabschnitten  $t_1 < t \leq t_2$  und  $t_3 < t \leq t_4$  bildet Be- und Entladevorgänge ab. Durch die Triggerung der Zeitpunkte  $t_2$  und  $t_3$  wird der Messvorgang zur Massebestimmung entsprechend gestartet und beendet. Also ist es notwendig für die weitere Signalverarbeitung möglichst genau die beiden Zeitpunkte zu ermitteln. Da sie mit der Lage des Messobjektes zusammenhängen, kann das ganze Verfahren als Messobjekttriggerung bezeichnet werden.

Der klassische und sicherste Weg zur Messobjekttriggerung ist die Verwendung der Lichtschranken. Diese Variante ist aber mit relativ hohen Kosten und mit Reinigungsaufwand der zusätzlichen Hardware (was z.B. für die Lebensmittelindustrie absolut notwendig ist) verbunden.

Die Alternative dafür stellt die digitale Signalverarbeitung dar. Die beiden Verfahren werden in diesem Kapitel beschrieben.

## 6.1 Messungen mit Einsatz von Lichtschranken

Die Bestimmung der Verweilzeit kann durchgeführt werden, falls man über Information über die Länge des Wägegutes  $L_{wg}$ , Länge  $L_{wb}$  und Geschwindigkeit des Wägebendes  $v_{wb}$  verfügt:

$$t_v = \frac{L_{wb} - L_{wg}}{v_{wb}} \quad (6.3)$$

Die Information  $L_{wb}$  ist aus dem Aufbau bekannt, die anderen Parameter ( $v_{wb}$ ,  $L_{wg}$ ) können durch die Lichtschrankensignale gewonnen werden.

### 6.1.1 Messungen bei bekannter Geschwindigkeit des Wägebendes

Die einfachste Variante die Verweilzeit zu bestimmen ist in der Abbildung 6.2 dargestellt.

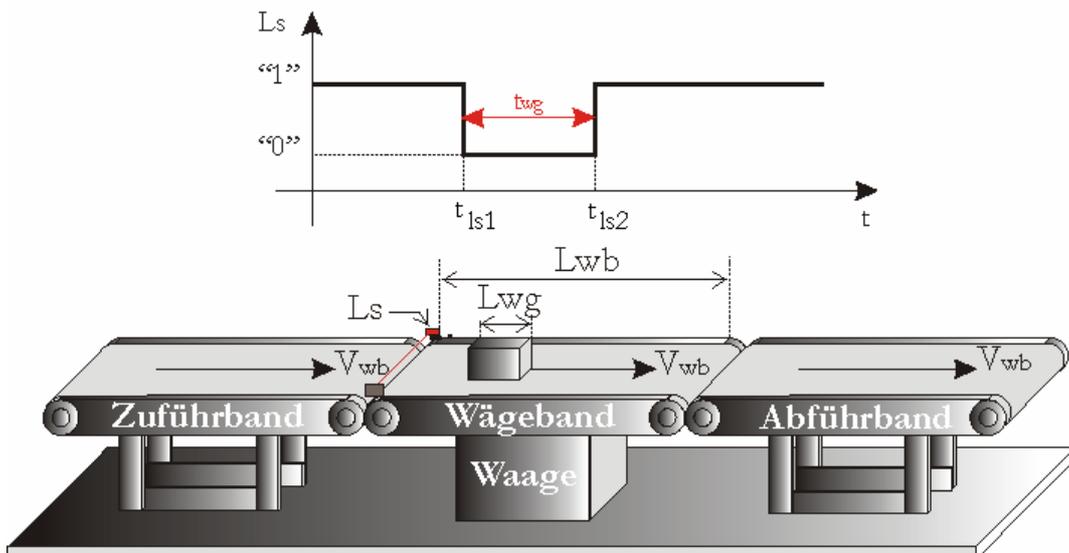


Abbildung 6.2 Eine Kontrollwaage mit einer am Anfang des Wägebänder angebrachten Lichtschranke  $L_s$  und das Lichtschrankenschaltsignal

Eine am Anfang des Wägebänder angebrachte Lichtschranke registriert den Massestückdurchlauf und die Messung kann gestartet werden. Dabei ist es sinnvoll die Länge des Wägegutes  $L_{wg}$  nach

Gleichung (6.4) zu berechnen, wenn die Abmessungen der Wägegüter unterschiedlich sind oder wegen der Lageänderung (Verdrehung, Kippung) einzelner Gewichtobjekte Fehler entstehen können. Selbstverständlich ist es bei diesem Verfahren notwendig die Geschwindigkeit des Wägebandes zu kennen.

$$L_{wg} = \frac{v_{wb}}{t_{ls2} - t_{ls1}} = \frac{v_{wb}}{t_{wg}} \quad (6.4)$$

Zur Sicherheit kann noch eine weitere Lichtschranke am Ende des Wägebandes angebracht werden, die den Zeitpunkt  $t_3$  (Abbildung 6.1) ermittelt.

### 6.1.2 Messungen bei unbekannter Geschwindigkeit des Wägebandes

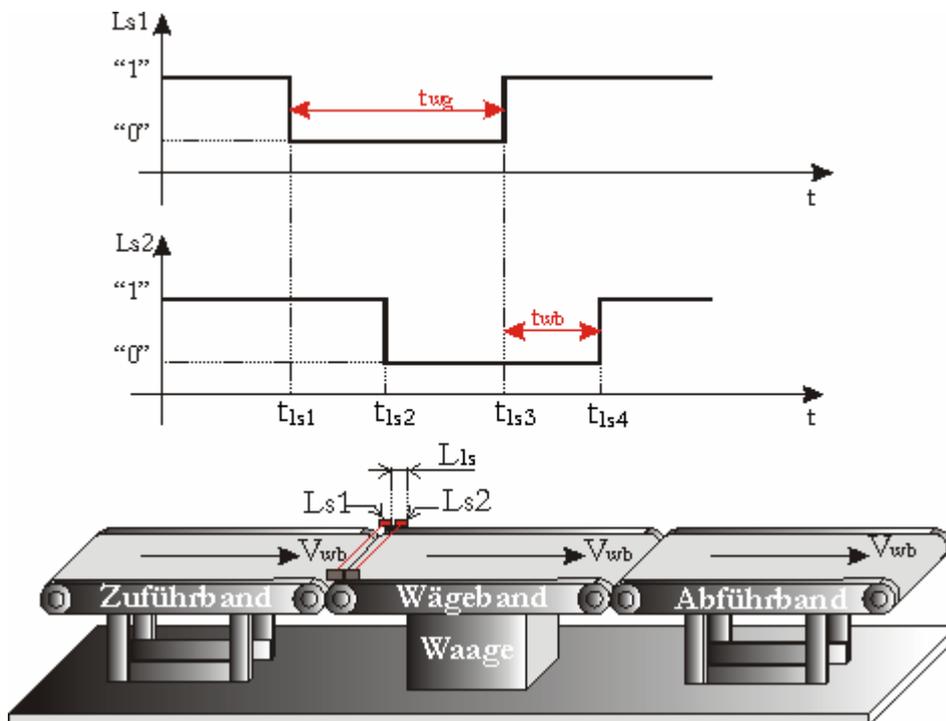


Abbildung 6.3 Eine Kontrollwaage mit den am Anfang des Wägebandes angebrachten Lichtschranken Ls1 und Ls2 und ihre Schaltsignale

In dem Fall, wenn keine Information über Wägebändergeschwindigkeit vorhanden ist, kann man beim Einsatz zwei nebeneinander angebrachter Lichtschranken die Geschwindigkeit, sowie die Länge des Wägegutes bestimmen (Abbildung 6.3).

Dabei wird die Geschwindigkeit wie folgt berechnet:

$$v_{wb} = \frac{L_{ls}}{t_{ls2} - t_{ls1}} = \frac{L_{ls}}{t_{ls4} - t_{ls3}} = \frac{L_{ls}}{t_{wb}} \quad (6.5)$$

Dieses Verfahren kann auch bei der Verwendung eines Gleittisches anstatt eines Wägebendes eingesetzt werden. Dabei kann auch die Beschleunigung des Massestücks ermittelt werden. Diese Einsatzmöglichkeit wurde in [20] beschrieben.

## 6.2 Einsatz eines digitalen Differenzierers zur lichtschrankenlosen dynamischen Messungen

Für die Bestimmung der Signalabschnitte, wo besonders rasche Änderungen stattfinden, wie zum Beispiel die Anstiegs-/Abfallflanke eines Impulses, kann ein Differenzierer eingesetzt werden. Da es sich bei einem Gewichtsdurchlauf um ein impulsförmiges Signal handelt, ist es möglich diese Art der Filterung für die lichtschrankenlose Triggerung einzusetzen, wie die Abbildung 6.4 illustriert.

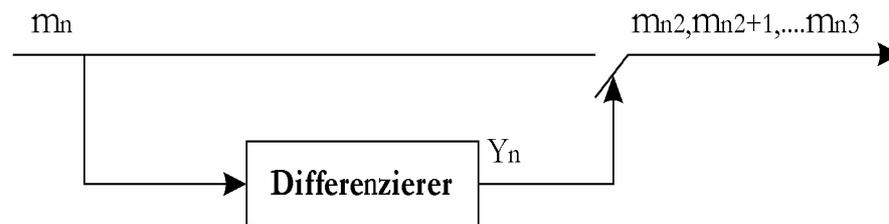


Abbildung 6.4 Prinzip der lichtschrankenlosen Triggerung mit einem Differenzierer.

Laut [25] gehören Differenzierer zu den Filtern Typ III und IV (Abbildung 5.3, Seite 48). Das heißt, ihre Koeffizienten sind punktsymmetrisch und die beiden Typen weisen die Nullstellen an  $z=1$  auf, was die Eliminierung des Gleichanteils bewirkt. Das bedeutet, dass die Summe aller Filterkoeffizienten gleich Null ist:

$$\sum_{i=0}^{M-1} b_i = 0 \quad (6.6)$$

### 6.2.1 Überlegungen zu möglichen Ergebnissen der Filterung eines impulsförmigen Signals mit einem Digitaldifferenzierer

Am Anfang dieses Kapitels wurde bereits der idealisierte Signalverlauf bei einem Gewichtsdurchlauf, sowie dessen analytische Beschreibung dargestellt. Wenn man die Gleichung (6.1), Seite 76, dieses Abschnitts auf das diskrete Signal anwendet, ergibt sich die Gleichung (6.7).

$$m(\Delta t \cdot n) = \begin{cases} 0, & \Delta t \cdot n \leq \Delta t \cdot n_1 \\ \frac{M_{soll} \cdot \Delta t \cdot (n - n_1)}{\Delta t \cdot n_2 - \Delta t \cdot n_1}, & \Delta t \cdot n_1 < \Delta t \cdot n \leq \Delta t \cdot n_2 \\ M_{soll}, & \Delta t \cdot n_2 < \Delta t \cdot n \leq \Delta t \cdot n_3 \\ -\frac{M_{soll} \cdot \Delta t \cdot (n - n_4)}{\Delta t \cdot n_4 - \Delta t \cdot n_3}, & \Delta t \cdot n_3 < \Delta t \cdot n \leq \Delta t \cdot n_4 \\ 0, & \Delta t \cdot n > \Delta t \cdot n_4 \end{cases} \quad (6.7)$$

Wobei  $\Delta t$  das Abtastintervall ist. Unter Annahme von  $M_{soll}=1$  und  $\Delta t=1$  erhält man die Gleichung (6.8) und Abbildung 6.5:

$$m_n = \begin{cases} 0, & n \leq n_1 \\ \frac{n - n_1}{n_2 - n_1}, & n_1 < n \leq n_2 \\ 1, & n_2 < n \leq n_3 \\ -\frac{n - n_4}{n_4 - n_3}, & n_3 < n \leq n_4 \\ 0, & n > n_4 \end{cases} \quad (6.8)$$

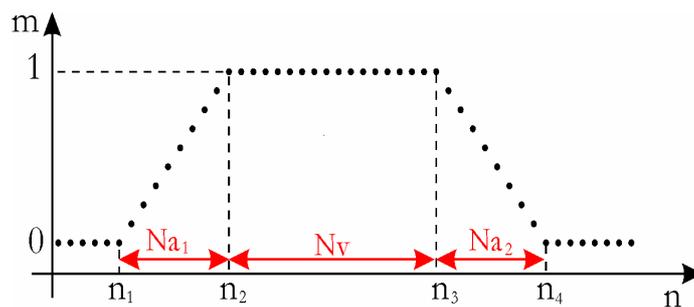


Abbildung 6.5 Darstellung eines diskreten Impulssignals

$Na_1$  und  $Na_2$  sind Anzahl der Abtastwerte in der Be- und Entlastungsphase einer Kontrollwaage.

Den Signalverlauf eines Differenzierers in der kontinuierlichen Form leitet man vom Gleichungssystem (6.1), Seite 76 ab. Das Ergebnis ist mit den Gleichungen (6.9) und mit der roten Kurve in der Abbildung 6.6 beschreiben.

$$Y(t) = \frac{d(m(t))}{dt} = \begin{cases} 0, & t \leq t_1 \\ \frac{M_{soll}}{t_2 - t_1}, & t_1 < t \leq t_2 \\ 0, & t_2 < t \leq t_3 \\ -\frac{M_{soll}}{t_4 - t_3}, & t_3 < t \leq t_4 \\ 0, & t > t_4 \end{cases} \quad (6.9)$$

Für das abgetastete Signal aus (6.8) wird es heißen:

$$Y_n = \begin{cases} 0, & n \leq n_1 \\ Y_{max} = \frac{1}{n_2 - n_1}, & n_1 < n \leq n_2 \\ 0, & n_2 < n \leq n_3 \\ Y_{min} = -\frac{1}{n_4 - n_3}, & n_3 < n \leq n_4 \\ 0, & n > n_4 \end{cases} \quad (6.10)$$

Jedoch wegen der Trägheit des Filters wird das Maximum im Signalverlauf  $Y_n$  erst am Abtastpunkt  $n_1 + M$  erreicht, wenn sich der Betrag aller Glieder in dem gefilterten Signal

$Y_n = \sum_{i=0}^{M-1} b_i \cdot m_{n-i}$  von Null unterscheidet.  $M$  ist die Länge des digitalen Differenzierers. Die folgende Abbildung demonstriert den Ablauf:

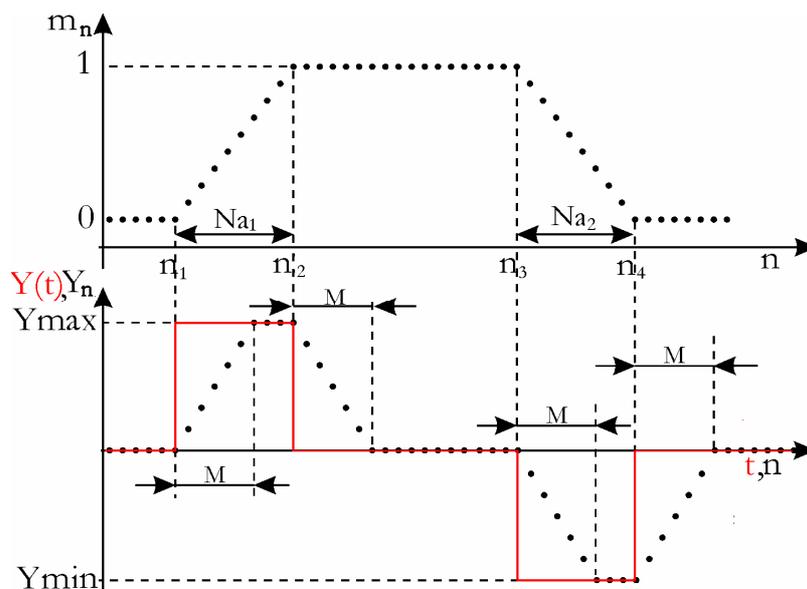


Abbildung 6.6 Idealisierter Signalverlauf vor dem Differenzierer (oben) und nach dem Differenzierer (unten). Rot: der Verlauf des kontinuierlichen Signals nach Gleichung (6.10)

Passt man die Filterlänge an die Anzahl der Abtastwerte  $Na_1$  an, so dass

$$M = Na_1 + 1 \tag{6.11}$$

wird man ein eindeutiges Extrem am Abtastpunkt  $n_2$  bekommen. Somit erhält man die gesuchte Information über den Zeitpunkt des Messanfangs. Diese Überlegungen wurden durch Simulationsergebnisse bestätigt.

### 6.2.2 Simulation der Wirkung ausgewählter Digitaldifferenzierer

Zur Simulation wurden aus der Vielfalt der in der Literatur existierenden Vorschläge zur Bestimmung der Differenziererkoeffizienten vier Varianten ausgewählt. Sie zeichnen sich durch die Einfachheit der Berechnung aus (was zum Beispiel für einen Einsatz im Mikroprozessor von Bedeutung ist) und wurden aus [14] und [23] entnommen. Die analytischen und grafischen Darstellungen der Impulsantwort der Differenzierer der Länge  $M=8$  sind für jede Methode in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Sie werden zur Impulsflankentriggerung herangezogen. Ihre Effektivität bezüglich des betrachteten Einsatzes wird untersucht und verglichen. Der Amplitudenfrequenzgang der ausgewählten Differenzierer mit den Längen  $M=7$  und  $M=8$  ist in Abbildung 6.7 ersichtlich.

Bezeichnung	Impulsantwort	Grafische Darstellung
Least-Square-Verfahren	$\begin{cases} b_n = \frac{8 \cdot (-1)^n}{\pi \cdot (2 \cdot n + 1)^2}, & 0 \leq n \leq \frac{M}{2} - 1 \\ b_n = -b(M - 1 - n), & \frac{N}{2} \leq n \leq M - 1 \end{cases}$	
Optimum	$b_n = \frac{6 \cdot (M - 1 - 2 \cdot n)}{M \cdot (M^2 - 1)}$	

<p>Einfacher Akkumulator</p>	$b_n = \begin{cases} \frac{4}{M^2}, & 0 \leq n \leq \frac{M}{2} - 1 \\ -\frac{4}{M^2}, & \frac{M}{2} \leq n \leq M - 1 \end{cases}$	
<p>Differenzierer erster Ordnung</p>	$b_n = \begin{cases} \frac{1}{M-1}, & n = 0 \\ 0, & 1 \leq n \leq M-2 \\ -\frac{1}{M-1}, & n = M-1 \end{cases}$	

Tabelle 6.1 Darstellung der Koeffizienten der ausgewählten Digitaldifferenzierer

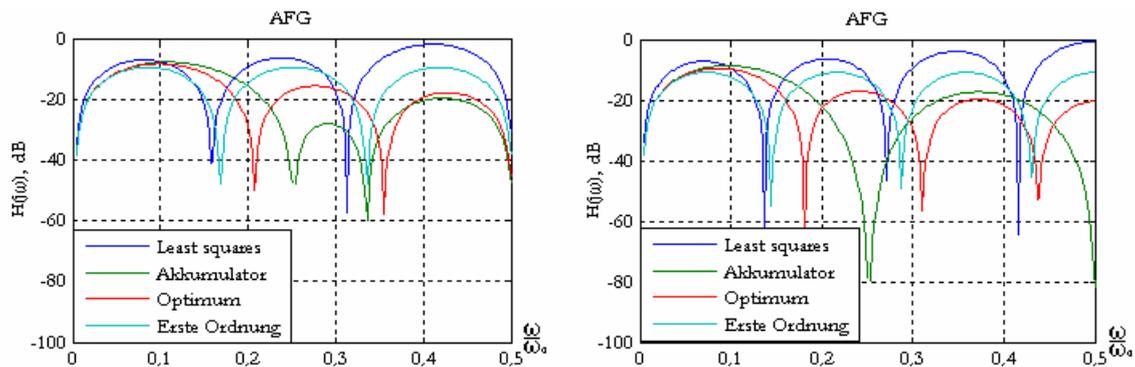


Abbildung 6.7 Amplitudenfrequenzgänge der Differenzierer. Links:  $M=7$ , Rechts  $M=8$ .

Zur Simulation des impulsförmigen Signals wurde die Gleichung (6.8), Seite 80, verwendet. Die Anzahl der Abtastpunkte in den Anstiegs- und Abfallflanken war gleich. Es gilt also:

$$Na_1 = Na_2 = Na \tag{6.12}$$

Abbildung 6.8 stellt die Ergebnisse der Filterungswirkungssimulation der beschriebenen Differenzierer dar.

Es wurden drei unterschiedliche Kombinationen präsentiert:  $M < Na$ ,  $M = Na + 1$ ,  $M > Na$ . Aus dem Vergleich folgt, dass unter der Bedingung  $M = Na + 1$ , jeder der Differenzierer ein einziges gut sichtbares Maximum hat. Dieses liegt genau an dem letzten Abtastpunkt der Anstiegsflanke, was auch mit den theoretischen Überlegungen übereinstimmt. Wenn man dieses Maximum im Signalverlauf am Differenziererausgang finden würde, wäre das Problem der lichtschrakenlosen Triggeung

gelöst. Die anderen Varianten mit  $M > Na+1$  und  $M < Na+1$  können kein eindeutiges Ergebnis liefern.

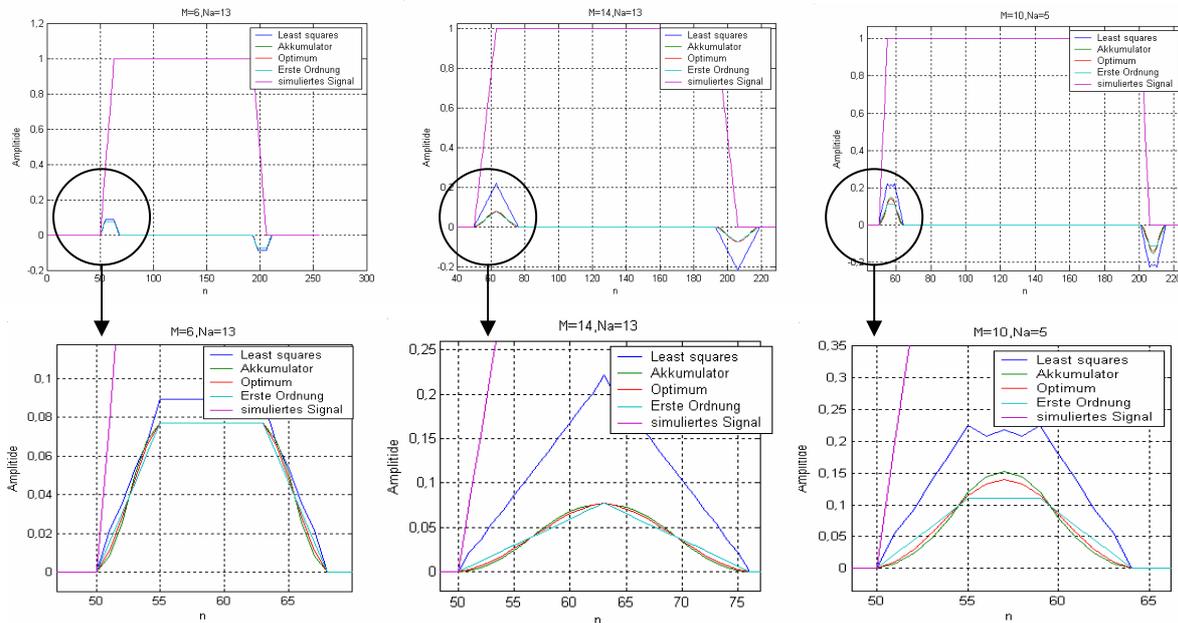


Abbildung 6.8 Darstellung der simulierten impulsförmigen Signale vor und nach den digitalen Differenzierern. Links:  $M < Na+1$ , Mitte:  $M = Na+1$ ; Rechts :  $M > Na+1$

Da es in der Praxis keine störungsfreien Signale gibt, wurden auch die Fälle in Betracht gezogen, bei denen das impulsförmige Signal von einem harmonischen Signal oder von weißem Rauschen beeinflusst wird. In der Abbildung 6.9 sind drei Varianten des gestörten Signals, sowie der Signalverlauf nach dem Differenzierer der Länge  $M=Na+1$  beispielsweise dargestellt.

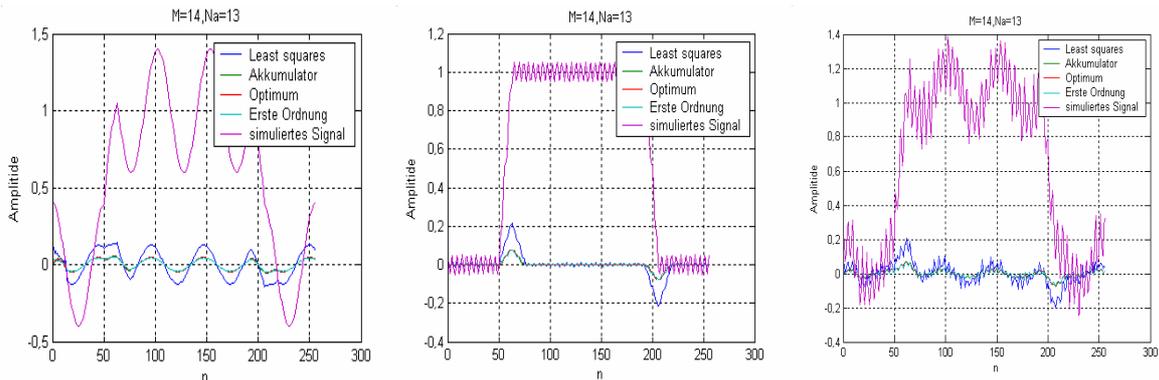


Abbildung 6.9 Darstellung der Einflüsse der Störsignale. Links: niederfrequente harmonische Störung; Mitte: hochfrequente harmonische Störung; Rechts: niederfrequente, hochfrequente Störung und weißes Rauschen überlagert.

Es wurde festgestellt, dass der Algorithmus im Falle stark ausgeprägter Störungen (in der Abbildung links) versagt, weil keiner der getesteten Differenzierer die eindeutige Triggerung gewährleisten kann. Es sind keine einzelnen Maxima vorhanden. Daher wäre es relevant, die

Rahmenbedingungen festzulegen, damit der Algorithmus noch verwendbare Ergebnisse liefert. Dazu wurden die Signale mit additiv überlagerten Störungen: Rauschen und vier willkürlich im Spektrum verteilte harmonische Schwingungen gleicher Amplitude und ohne Phasenverschiebung simuliert (Abbildung 6.10).

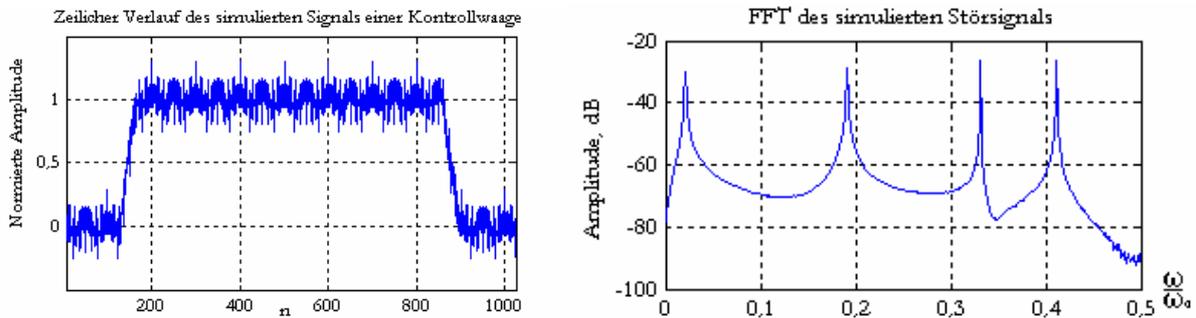


Abbildung 6.10 Links: Ein Beispiel des gestörten Kontrollwaagensignals. Rechts: das Spektrum des Störsignals.

Die Amplitude der störenden Signale und die Anzahl der Signalwerte in der Anstiegs- und Abfallflanken wurden mit jedem Simulationsschritt nach und nach geändert. Das Ziel der Untersuchung war die Qualität des vorgeschlagenen Prinzips zur lichtschrakenlosen Triggerung, in Abhängigkeit von der Signalqualität und Steilheit der Signalflanken, zu ermitteln.

Abbildung 6.11 visualisiert die Simulationsergebnisse. Dabei wurde die Abweichung des Triggerungspunktes  $N_t$  von dem Abtastpunkt  $n_2$  nach Gleichung (6.13) berechnet.

$$S_t = N_t - n_2 \quad (6.13)$$

Diese Abweichung  $S_t$  ist in den Grenzen  $[-8; 8]$  farbig dargestellt. Die senkrechte Achse bildet den Störungseinfluss in der Form der relativen Standardabweichung  $S_s$  in % vom Sollwert ab. Die waagerechte Achse stellt die Differenziererordnung  $N$  dar, die gleich der Anzahl der Abtastwerte in der Anstiegsflanke  $N_a$  ist. Aus dieser Information kann man auf die Steilheit der Anstiegsflanke schließen. Eine Signaländerung von Null (bzw. Tarawert in einer realen Waage) bis 1 (Sollwert), die mit zwei Abtastpunkten erfasst wird, entspricht dem steilsten Anstieg.

Die besten Ergebnisse mit  $S_t=0$  lieferten alle vier Differenzierer, wenn die Störstandardabweichung  $S_s$  weniger als 0,6% vom Sollwert betrug oder im Falle des schnellen Anstieges mit  $N_a < 8$ . Langsamere ( $N_a > 8$ ) Flankenänderung sowie große Störungen ( $S_s > 0,6\%$ ) rufen die größeren Abweichungen (bis zu acht Abtastpunkte) bei der Bestimmung des gesuchten Punktes  $N_t$  hervor. Es fällt auch auf, dass der Differenzierer „Optimum“ die kleinsten Abweichungen mit  $\pm 1$  Abtastpunkt im Bereich  $S_s < 6\%$  für alle betrachteten Flankenlängen aufwies.

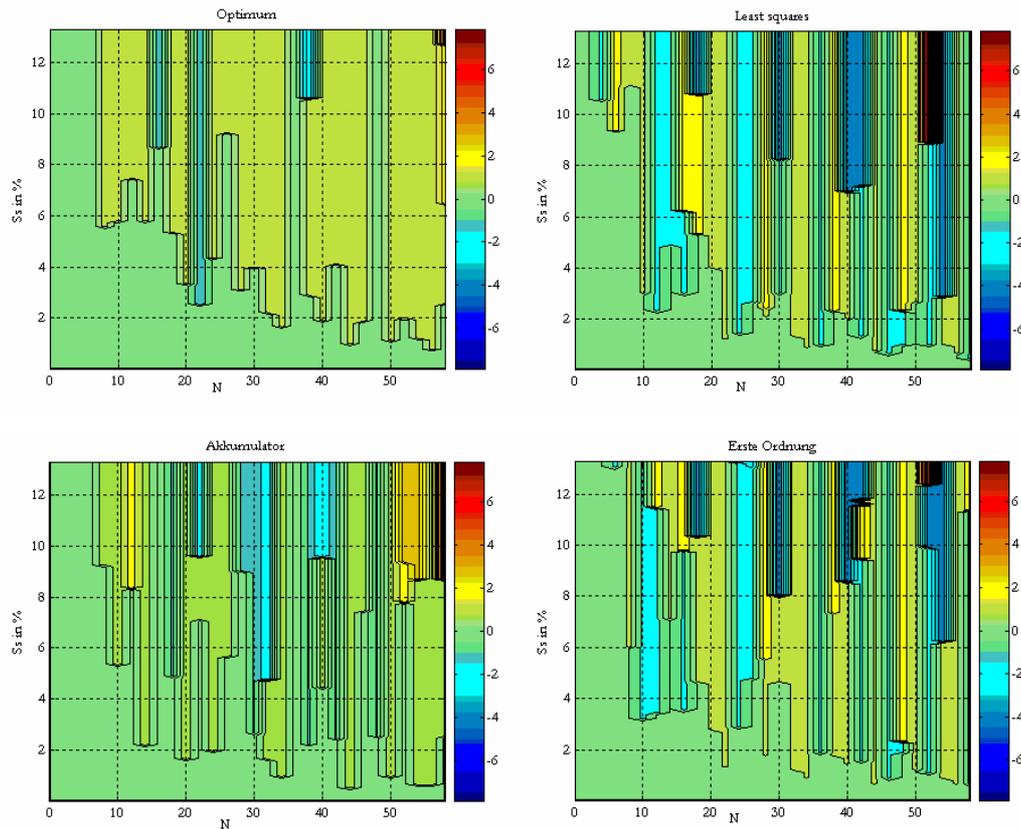


Abbildung 6.11 Abweichung des getriggerten Punktes  $N_t$  vom Abtastpunkt  $n_2$ , in Abhängigkeit von der relativen Standardabweichung des gestörten Signals  $S_s$  und Differenzierordnung  $N$ .

Zum Vergleich sind in Abbildung 6.12 die Simulationsergebnisse der Triggerung bei demselben Signal mit willkürlich ausgewählten Phasen der störenden harmonischen Schwingungen dargestellt. Auch in diesem Fall liegen die besten Ergebnisse mit  $S_T=0$  bei der Störstandardabweichung weniger als 0,6% vom Sollwert und/oder bei der schnellen Anstiegsflankenänderung.

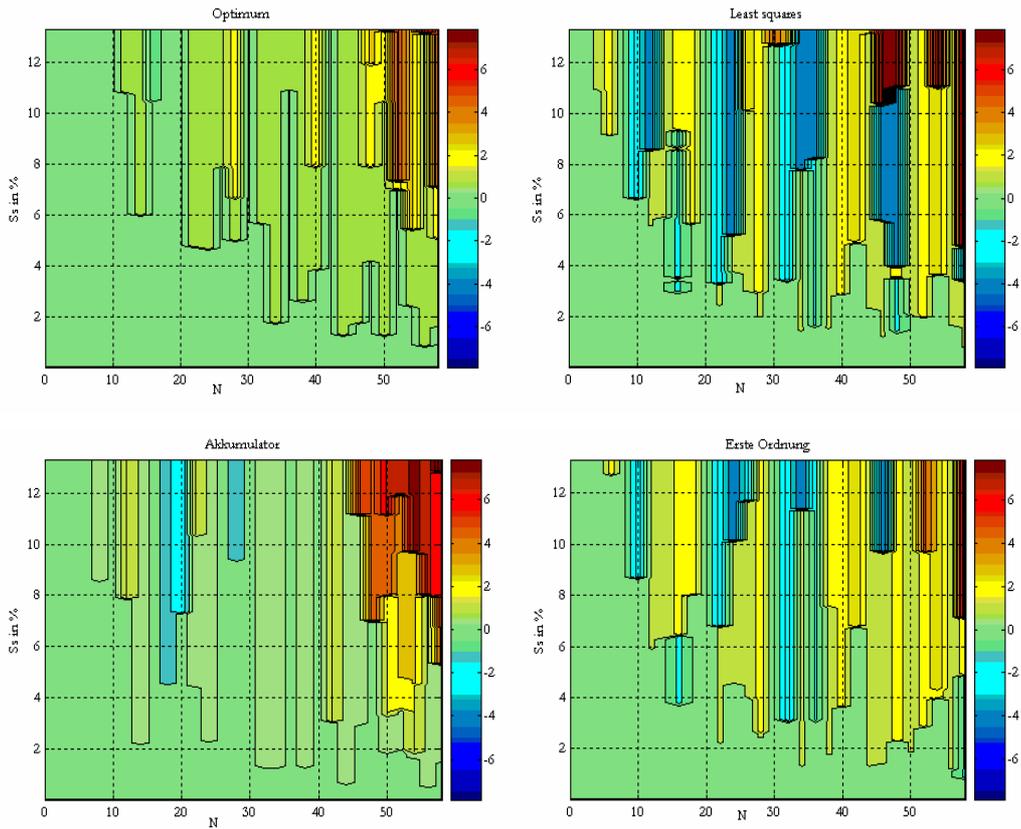


Abbildung 6.12 Abweichung des getriggerten Punktes  $N_t$  vom Abtastpunkt  $n_2$ , in Abhängigkeit von der relativen Standardabweichung des gestörten Signals  $S_s$  und Differenzierordnung  $N$ . Simulation mit geänderten Störsignalphasen.

Würde man die Abtastfrequenz für dieselben Signale auf das 10-fache vergrößern:  $\omega_a^1 = 10 \cdot \omega_a$ , sieht das Störspektrum folgendermaßen aus:

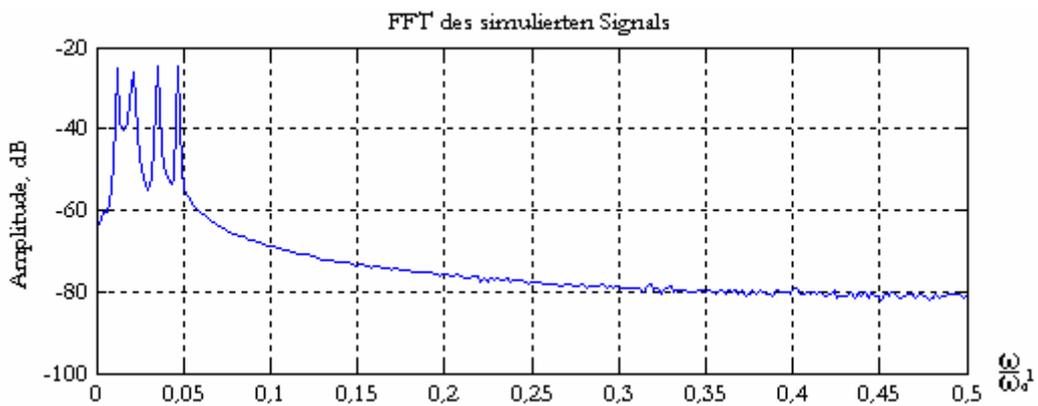


Abbildung 6.13 Spektrum des Störsignals, abgetastet mit  $\omega_a^1 = 10 \cdot \omega_a$

Annäherungsweise kann man behaupten, dass ähnliche Spektren die mit einem Tiefpass gefilterten Signale haben. In diesem Fall ist es zu erwarten, dass die Differenzierer „Least squares“ und „Erste Ordnung“ bessere Ergebnisse im Vergleich zu den anderen betrachteten Differenzierer erzielen.

Das ist damit zu erklären, dass die beiden eine stärkere Filterdämpfung im niederfrequenten Bereich haben (Abbildung 6.7, Seite 83). Die Bestätigung dieser Äußerung liefert Abbildung 6.14.

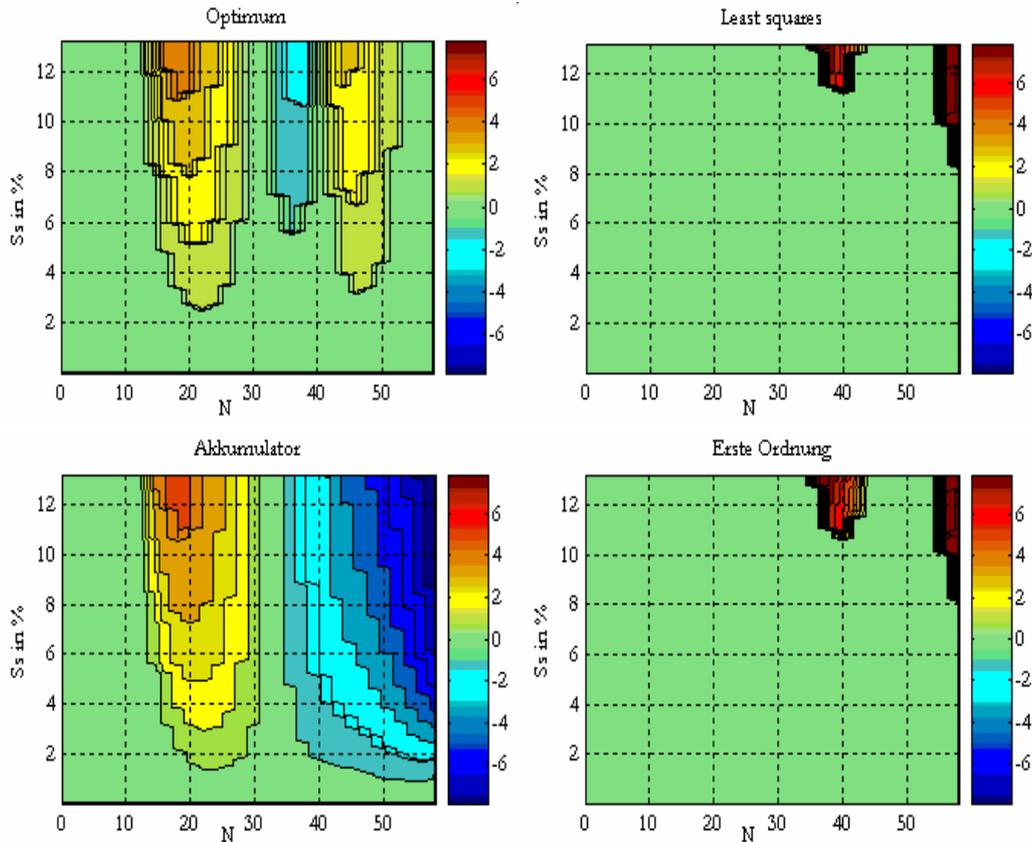


Abbildung 6.14 Abweichung des getriggerten Punktes  $N_t$  vom Abtastpunkt  $n_2$ , in Abhängigkeit von der relativen Standardabweichung des gestörten Signals  $S_s$  und Differenzierordnung  $N$ . Simulation mit der

$$\text{Abtastfrequenz } \omega_a^1 = 10 \cdot \omega_a$$

Mit den Differenzierern „Least squares“ und „Erste Ordnung“ ist es also möglich auch bei den langsamen Flankenänderungen und größeren Signalstandardabweichungen (bis 6% vom Sollwert) die lichtschränkenlose Triggerung durchzuführen. Die Voraussetzung für die Effektivität des Vorgangs ist eine Tiefpassvorfilterung mit einem möglichst schmalen Durchlassbereich.

Der Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, dass man die Differenzierordnung an die Länge des Anstiegs anpassen muss. Das heißt, dass die Algorithmusfunktionalität von der Geschwindigkeit des Wägebendes sowie von der Länge des Wägegutes abhängt. Bleiben diese Werte konstant, ist die Anpassung möglich. In meisten praktischen Fällen ist diese Bedingung aber nicht erfüllbar, deshalb wird ein universelles Verfahren angestrebt. In weiteren Abschnitten wird eine Modifizierung des vorgeschlagenen Verfahrens dargestellt, die als möglicher Einsatz zur Problemlösung dienen kann.

### 6.2.3 Modifizierung des Verfahrens an Beispielen realer Signale.

Zu Zwecken der Erklärung des Prinzips wurden bewusst die realen Signale verwendet. Diese Vorgehensweise gibt die Möglichkeit die bei realen Bedingungen eventuell auftretenden Probleme zu berücksichtigen.

#### 6.2.3.1 Triggerung von vier gleichen hintereinander folgenden Gewichtsstücken

Als erstes Beispiel wurden die Messreihen einer EMK-Waage jeweils mit vier Durchläufen eines Gewichtstücks mit dem Sollwert 456,1 g genommen. Dieses Signal ist vorgefiltert, so dass seine Signalstandardabweichung  $S_s=0,5\%$  vom Sollwert beträgt. Wie schon im vorhergehenden Abschnitt festgestellt wurde, ist es für diese Verfahren notwendig, dass das Signal eine möglichst kleine Standardabweichung hat. Aber in diesem konkreten Fall wirkt die starke Filterung auch nachteilig, denn die Anstieg- und Abfallflanken der nah aufeinander folgenden Durchläufe werden dadurch stark verkürzt (Abbildung 6.15). Außerdem ist ihre Länge nicht konstant, was auch die Anpassung der Filterlänge  $M$  nach dem Verfahren des Abschnitts 6.2.2 undurchführbar macht. Dies ist die Folge der unterschiedlichen Abstände zwischen den gewogenen Objekten. Um die Funktionsfähigkeit des vorgeschlagenen Verfahrens zu garantieren, ist also die Erfüllung folgender Bedingungen notwendig:

- der Abstand zwischen hintereinander folgenden Gewichtsstücken soll ausreichend groß sein, sodass jeder Anstieg am Nullpunkt (Tarawert) beginnt;
- alle Gewichtsstücke sollen dieselben Abmessungen haben (zum Beispiel runde aufrechtstehende Dosen), sodass bei der konstanten Geschwindigkeit des Wägebandes die Zeit für die Be- und Entladevorgänge auch konstant bleibt.

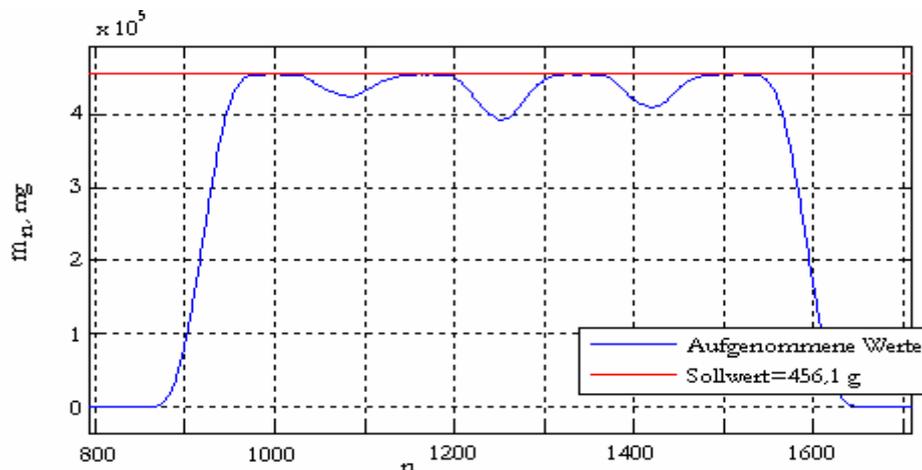


Abbildung 6.15 Darstellung einer Messreihe mit vier hintereinander folgenden Durchläufen der Gewichtsstücke mit dem Sollwert 456,1 g.

Da im vorliegenden Signal die Flankenlängen der Durchläufe unterschiedlich sind, heißt es, dass diese Bedingungen offensichtlich verletzt wurden. In diesem Fall muss ein anderes Verfahren eingesetzt werden. Zur Lösung des Problems tragen die bereits im Abschnitt 6.2.1 dargelegten Überlegungen zu möglichen Ergebnissen der Filterung eines impulsförmigen Signals mit einem Digitaldifferenzierer bei. Bei der genauen Betrachtung der Abbildung 6.6, Seite 81, kommt man zum Schluss, dass es möglich ist, den gesuchten Zeitpunkt der Triggerung  $n_2$  zu bestimmen, ohne die Filterlänge an die Anstiegsflanke anzupassen. Kehrt der Signalverlauf  $Y_n$ , nachdem das Maximum  $Y_{max}$  erreicht worden war, zum  $Y_n=0$  zurück, liegt der Abtastpunkt  $n_2 + M$  vor, der von der gesuchten Stelle um  $M$  Abtastwerte entfernt ist. Ermittelt man im Verlauf des Differenzierersignals diesen Abtastpunkt, ist es möglich unter Berücksichtigung der Zeitverzögerung  $M \cdot \Delta t$  auch den gesuchten Abtastwert  $Y_{n_2}$  zu bestimmen. In diesem Fall ist es erwünscht die Filterlänge  $M$  zu reduzieren, um die erwähnte Zeitverzögerung zur Bestimmung des Zeitpunktes  $n_2$  zu verkleinern. Ändert sich das Signal  $Y_n$  vom Null zum negativen Wert, ist es ein Zeichen dafür, dass der Messpunkt  $n_3$  erreicht wurde.

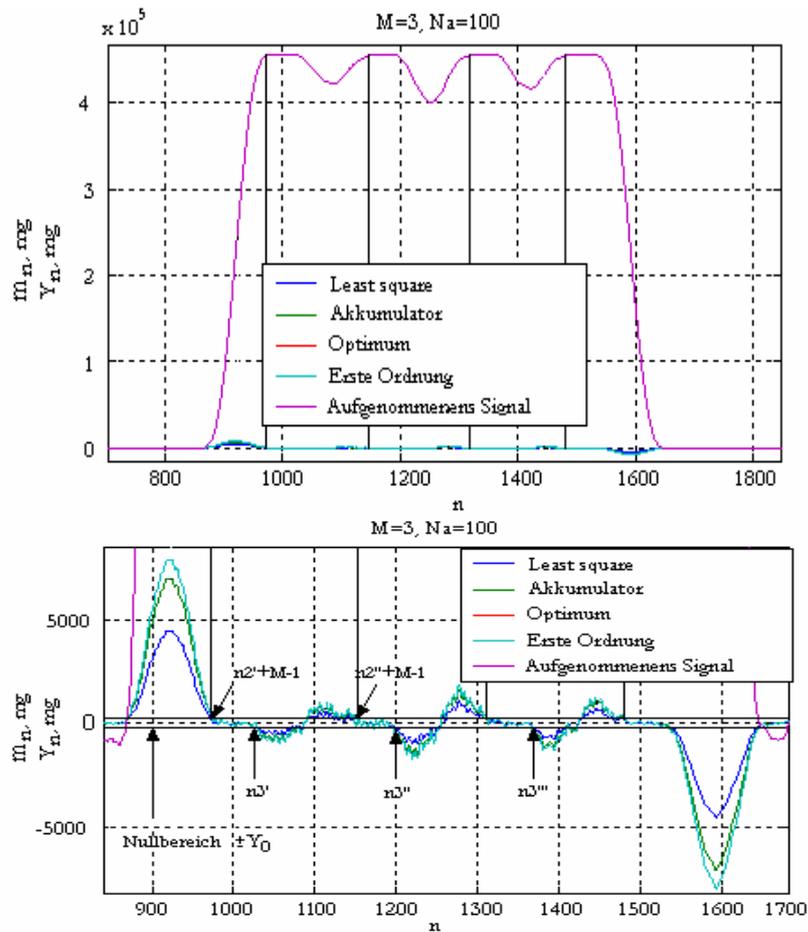


Abbildung 6.16 Messobjekttriggerung mit den Digitaldifferenzierer der Länge  $M=3$  (oben: Darstellung mit dem analysierten Signal, unten: vergrößerter Grafikausschnitt: Signale an den Ausgängen der Differenzierer).

Dieses Verfahren ist durchaus auf die realen Signale anwendbar. Allerdings müssen dabei die im Signal vorkommenden Störungen berücksichtigt werden.

Die Abbildung 6.16 stellt das betrachtete Signal und den Verlauf des Signals  $Y_n$  am Ausgang der Differenzierer der Länge  $M=3$  dar. Die abgegrenzten als „Nullbereich“ bezeichneten Abschnitte der Signale  $Y_n$  beinhalten die störrartigen Abläufe im Bereich um  $Y_n=0$ . Wird dieser abgegrenzte Wert überschritten, kann man das als einen Gewichtsdrucklauf interpretieren und weiter analysieren. In weiterer Ausführung wird dieser Wert als Schwellenwert bezeichnet.

Bei der Festlegung des Schwellenwertes, richtet man sich nach den Messbedingungen. Wenn Wägegüter vermessen werden, welche während der Beförderung durch das Wägebänder viele Störungen hervorrufen, soll man diese Störungen berücksichtigen. Ein Beispiel für solche Wägegüter wären mit Flüssigkeit gefüllte Behälter.

In den betrachteten Beispielen handelt es sich um eine einfachere Variante. Diese verpackten Wägegüter verursachen beim Transport keine großen Änderungen im Signalspektrum, darum ist es völlig ausreichend, als Schwellenwert  $Y_0$  die doppelte Variationsbreite des Differenzierersignals bei der unbelasteten Waage  $Y_{\max\_unbelastet}$  zu nehmen. Der Nullbereich wird also wie folgt definiert:

$$Y_0 = \pm 2 \cdot Y_{\max\_unbelastet} \quad (6.14)$$

Dieser Wert variiert in diesem konkreten Fall in Abhängigkeit von dem Differenzierertyp zwischen 200 mg und 300 mg.

Zur Darstellung der Triggerungsergebnisse mit den digitalen Differenzierern kann die relative Abweichung des getriggerten Wertes  $M_t$  von dem Sollwert  $M_{soll}$  als Kriterium genommen werden:

$$S_{M_t} = \frac{M_t - M_{soll}}{M_{soll}} \cdot 100\% \quad (6.15)$$

Da es sich um mehrere Messwerte im interessierenden Signalabschnitt handelt, soll anstatt eines Wertes  $M_t$  der Mittelwert aus  $n_3 - n_2 - M + 1$  extrahierten Messwerten  $m_n$  gebildet werden:

$$\overline{M}_t = \frac{1}{n_3 - n_2 - M + 1} \cdot \sum_{n=n_2+M-1}^{n_3} m_n \quad (6.16)$$

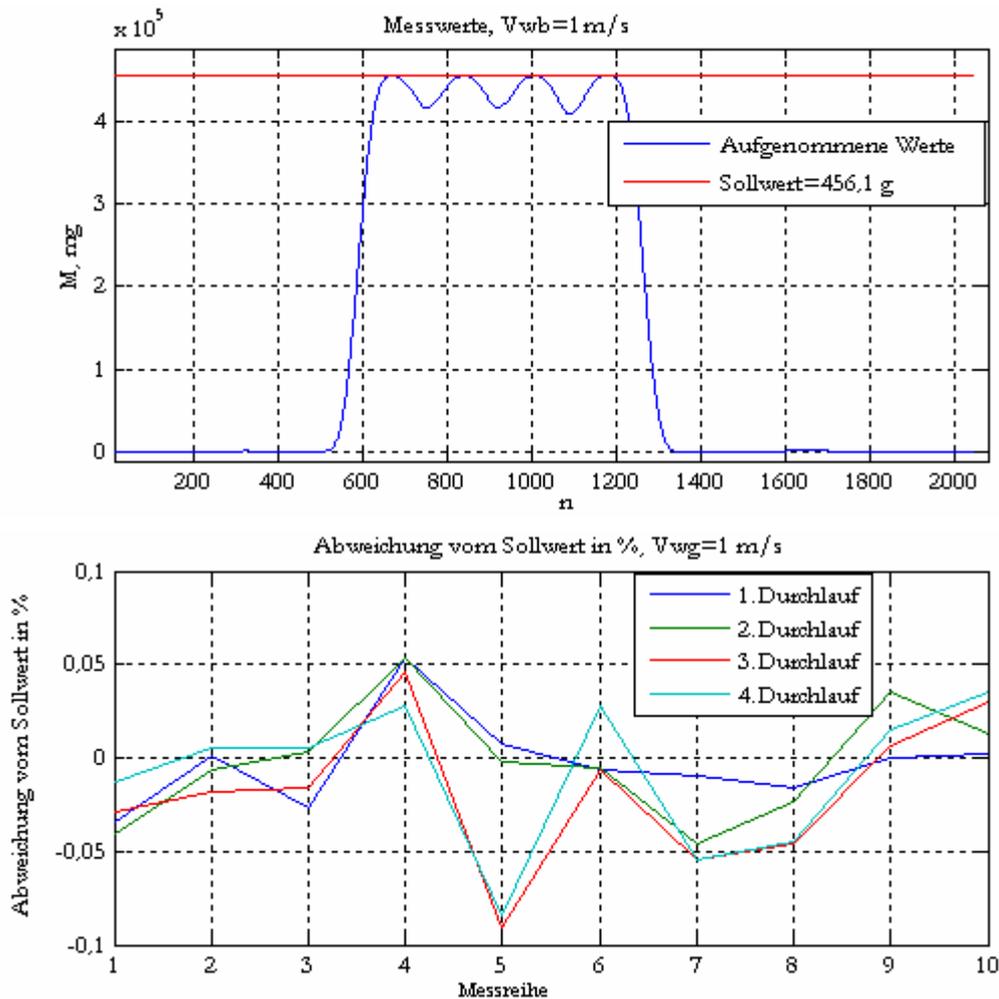


Abbildung 6.17 Oben: Messdaten einer Messreihe. Unten: Ergebnisse der Triggerung der zehn Messreihen mit jeweils vier Durchläufen mit einem digitalen Differenzierer ( $M=3$ ). Die Messdaten wurden bei der Wägebandschwindigkeit  $V_{wb}=1 \text{ m/s}$  aufgenommen.

Die Abbildung 6.17 stellt die Ergebnisse der Triggerung von zehn Messreihen mit jeweils vier Gewichtsdurchläufen dar. Alle Messreihen wurden unter gleichen Bedingungen aufgenommen. Der Vergleich der Messreihen zeigt, dass die Abweichung des Mittelwertes  $\overline{M}_i$  vom Sollwert sich in den Grenzen  $\pm 0,1\%$  bewegt. Alle vier ausgewählte Differenzierer mit der Filterlänge  $M=3$  lieferten ähnliche Ergebnisse.

In Abbildung 6.18 und Abbildung 6.19 sind die Ergebnisse der getriggerten Messreihen dargestellt, die bei den Geschwindigkeiten des Wägebandes  $V_{wb}=1,5 \text{ m/s}$  und  $V_{wb}=2 \text{ m/s}$  aufgenommen wurden.

Der Vergleich der Messreihen zeigt, dass sich die Abweichung des Mittelwertes  $\overline{M}_i$  vom Sollwert in den Grenzen  $\pm 0,2\%$  befindet. Bei den Geschwindigkeiten kleiner als  $2 \text{ m/s}$  sind auch bessere Ergebnisse zu erreichen ( $\pm 0,1\%$ ), was mit der besseren Vorfilterung zu erklären ist.

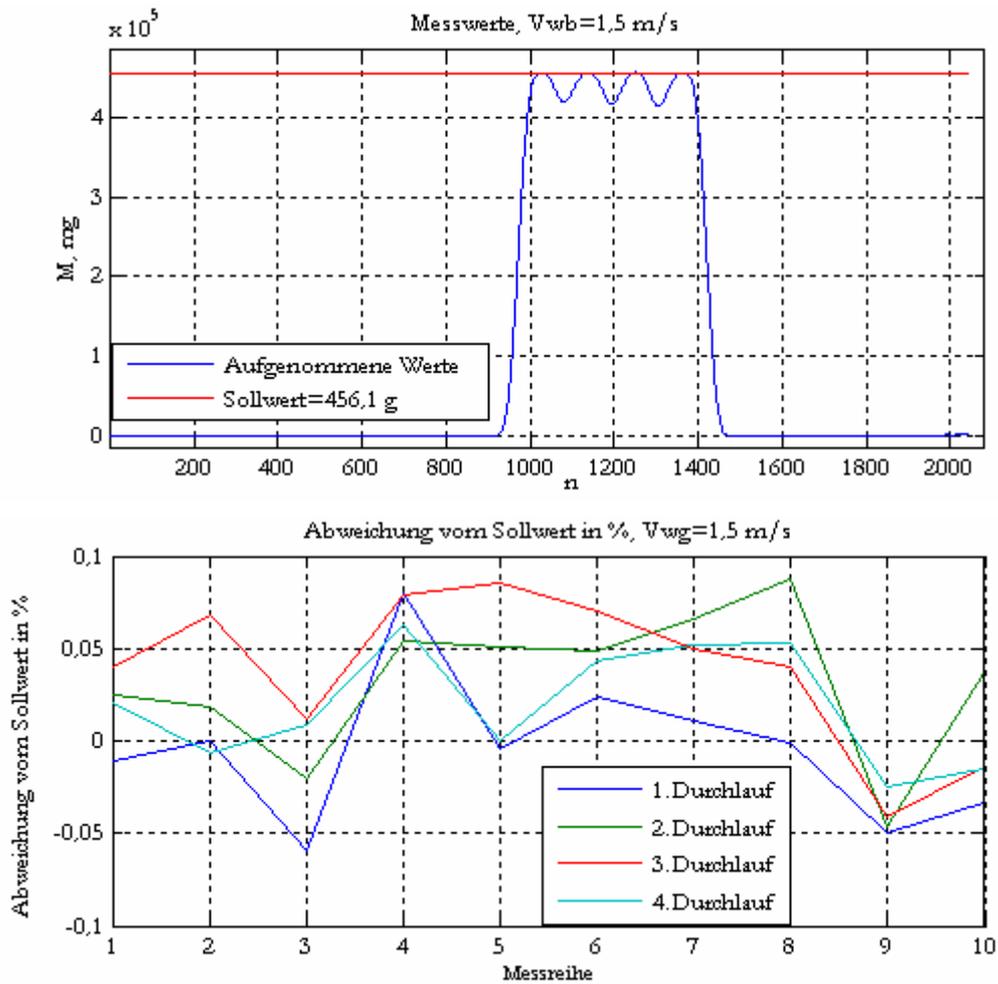


Abbildung 6.18 Oben: Messdaten einer Messreihe. Unten: Ergebnisse der Triggerung der zehn Messreihen mit jeweils vier Durchläufen mit einem digitalen Differenzierer ( $M=3$ ). Die Messdaten wurden bei der Wägebandgeschwindigkeit  $Vwb=1,5$  m/s aufgenommen.

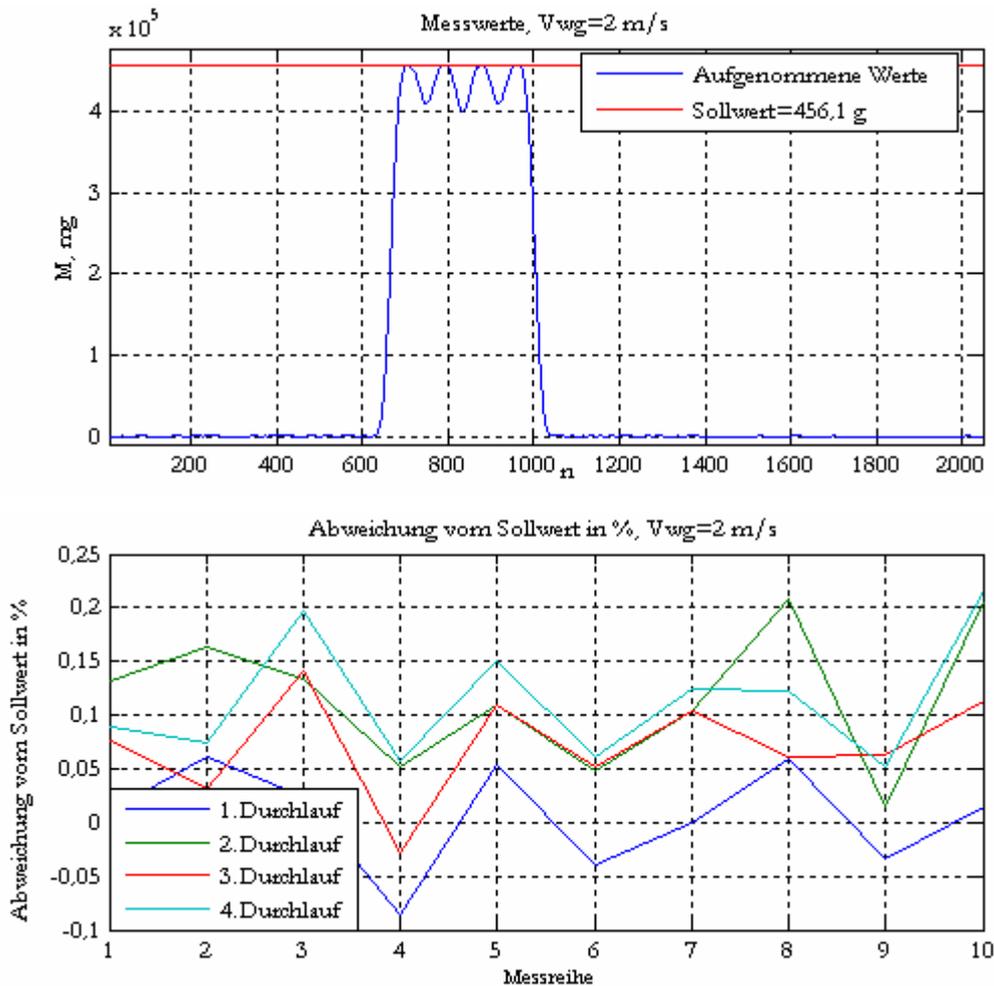


Abbildung 6.19 Oben: Messdaten einer Messreihe. Unten: Ergebnisse der Triggerung mit einem digitalen Differenzierer ( $M=3$ ). Die Messdaten wurden bei der Wagebandgeschwindigkeit  $V_{wg}=2\text{m/s}$  aufgenommen.

### 6.2.3.2 Triggerung von vier ungleichen hintereinander folgenden Gewichtsstücken

Als zweites Beispiel wurden die Messreihen jeweils mit vier Durchläufen von unterschiedlichen Wagestucken. Erster, dritter, vierter Durchlauf wurde mit Gewichtsstücken mit dem Sollwert  $M_{soll_1}=456,1\text{ g}$  und zweiter Durchlauf mit Gewichtsstücken mit dem Sollwert  $M_{soll_2}=38,3\text{ g}$  durchgeführt. Dieses Signal ist gefiltert, so dass seine Standardabweichung  $S_S=0,5\%$  vom Sollwert beträgt. Die Abbildung 6.20 stellt die aufgenommenen Werte dar.

Die Abbildung 6.21 stellt die Ergebnisse der Triggerung von zehn Messreihen nach dem Verfahren dar, dass im Abschnitt 6.2.3.1, Seite 89, dargelegt wurde. Alle Messreihen wurden unter gleichen Bedingungen aufgenommen. Die Differenzierlange betrug  $M=3$ .

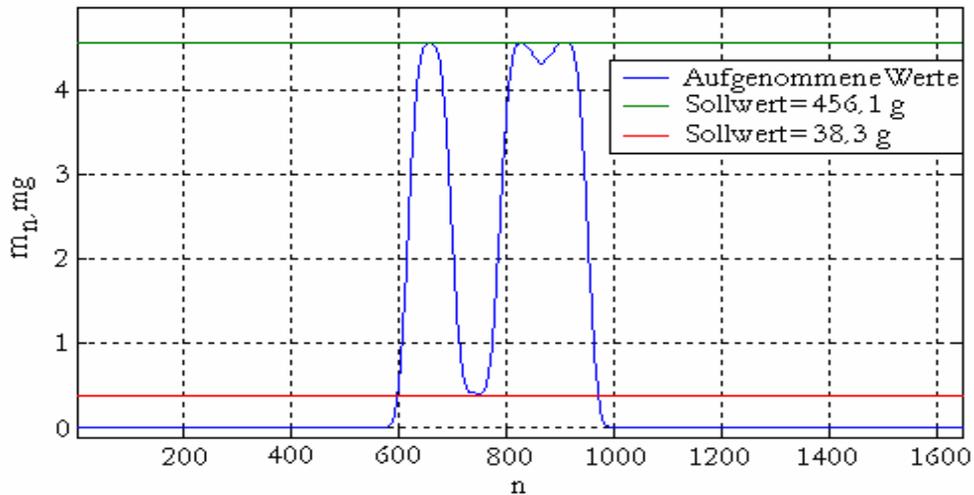


Abbildung 6.20 Darstellung einer Messreihe mit vier hintereinander folgenden Durchläufen mit ungleichem Gewicht.

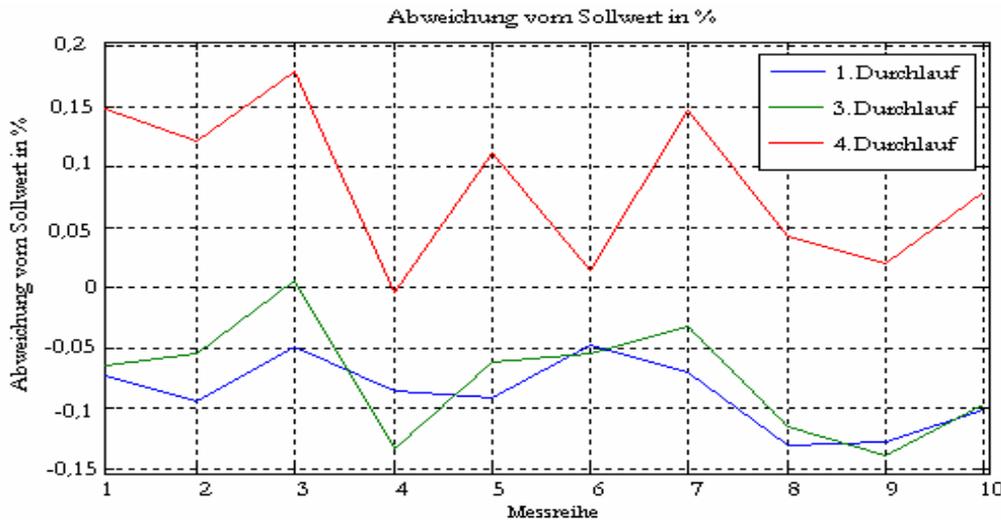


Abbildung 6.21 Abweichung dreier getriggerten Durchläufe vom Sollwert.

In der Abbildung 6.21 sind die Triggerungsergebnisse für den zweiten Durchlauf nicht dargestellt. Es ist damit zu erklären, dass dieser Durchlauf vom betrachteten Verfahren wegen der fehlenden Anstiegsflanke nicht registriert werden konnte.

Demzufolge, um die Funktionalität des vorgeschlagenen Algorithmus zu garantieren, ist es erforderlich den Abstand zwischen den Gewichtsstücken ausreichend zu gewährleisten, sodass die Anstiegsflanke auch nach der Vorfilterung noch registrierbar ist.

### 6.3 Kapitelzusammenfassung

Die Anforderungen an die Messunsicherheit und Schnelligkeit der Wägevorgänge in der dynamischen Wägetechnik erfordern es, die Zeitpunkte des Messbeginns sowie Messendes möglichst genau zu bestimmen. In diesem Kapitel wurden die zu diesem Zweck dienenden Verfahren dargelegt. Man teilte sie in zwei Gruppen: Verfahren mit dem Einsatz zusätzlicher Hardware und Verfahren mit dem Einsatz der Signalverarbeitungsmethoden. Die erste Variante bezog sich auf industriübliche Lösung mit dem Einsatz der Lichtschranken. Die Zweite stellte eine neue Idee auf dem Gebiet der dynamischen Wägetechnik dar. Zur Bestimmung der Zeitpunkte des Messbeginns und Messendes wurde ein Digitaldifferenzierer herangezogen.

Mit verschiedenen Lichtschrankenordnungen können sowohl die gesuchten Zeitpunkte ermittelt werden, als auch die Information über die Länge, die Beschleunigung und die Geschwindigkeit des Wägegutes hergeleitet werden. Diese kann beispielsweise zur Einstellung der Filterparameter weiterverwendet werden. Diese Verfahren liefern sichere Ergebnisse, aber sie sind auch mit zusätzlichen Kosten sowie Reinigungsaufwand für die Hardware verbunden (siehe dazu Kapitel 6.1).

Es ist möglich, digitale Differenzierer bei den lichtschrankenlosen dynamischen Messungen zwecks Triggerung der Gewichtsdurchläufe erfolgreich einzusetzen. Um die Funktionalität der vorgeschlagenen Prinzipien zu gewährleisten, müssen folgende Rahmenbedingungen erfüllt werden:

- Im Fall, dass die Anzahl der Werte in der Impulsflanke  $Na$  konstant gehalten werden kann, ist es empfehlenswert die Filterlänge  $M$  an  $Na$  anzupassen. Als Beispiel dafür können die Messungen mit aufrechtstehenden runden Dosen genannt werden, die mit der gleichen Geschwindigkeit und zueinander gleichen Abständen befördert werden können. Das Maximum im Signalverlauf am Ausgang des Digitaldifferenzierers kennzeichnet den Anfang der Messung. Das Minimum ist das Zeichen dafür, dass das Messobjekt die Waage verlies. Es wurde fest-gestellt, dass die Differenzierer „Least squares“ und „Erste Ordnung“ wegen der guten Stördämpfung im niederfrequenten Bereich zu diesen Zwecken am besten geeignet sind. Um die sicheren Ergebnisse zu gewährleisten muss aber das Signal am Eingang des Differenzierers mit einem Tiefpass vorgefiltert sein. Die Beschreibung zu diesem Verfahren befindet sich im Kapitel 6.2.2
- Haben Gewichtsstücke unterschiedliche Abmessungen oder folgen in ungleichen Abständen, ist der Wert  $Na$  nicht konstant. In diesem Fall verwendet man das modifizierte Prinzip der lichtschrankenlosen Triggerung. Man legt die Filterlänge  $M=3, 4, 5$ , usw., in Abhängigkeit vom Eingangssignal und der maximal zulässigen Zeitverzögerung  $M \cdot \Delta t$  fest

---

und findet die Zeitpunkte zwischen dem Maximum und dem Minimum, wo der Differenzierersignalverlauf den „Nullbereich“ betritt und verlässt.  $M$  Werte vor dem ersten Punkt entfernt, liegt der Zeitpunkt des Messanfangs und genau an dem zweiten Punkt liegt der Punkt des Messendes. Dabei ist die Analyse des Signals der unbelasteten Waage zwecks Bestimmung der Grenzen des „Nullbereichs“ unbedingt notwendig. Kapitel 6.2.3 beschreibt die Funktionsweise dieses Algorithmus anhand der realen Signale einer EMK-Waage.

- Um vom Sollwert stark abweichende Gewichte triggern zu können, müssen die Zeitabstände zwischen Gewichtsdurchläufen ausreichend groß sein, um den Anstieg im Signalverlauf am Eingang eines Differenzierers zu gewährleisten (siehe dazu Abschnitt 6.2.3.2).

## **7 Umsetzung der Algorithmen der digitalen Signalverarbeitung in der Praxis**

Einige der in der Arbeit beschriebenen Ansätze haben sich bereits in den praktischen Anwendungen bewährt. Dazu gehören die Algorithmen zur adaptiven Filterung mittels mehrerer in Reihe geschalteten Mittelwertbildner (Beschreibung im Abschnitt 5.4.2, Seite 64) sowie die Verfahren zur Anpassung der eingebauten digitalen Filterung an die Verweilzeit (Beschreibung im Kapitel 6.1, Seite 77).

Die anderen können als Ideen für zukünftige Entwicklungen auf dem Gebiet der dynamischen Wägetechnik betrachtet werden (siehe dazu Kapitel 6.2, Seite 79).

In diesem Kapitel werden zwei Beispiele der in der Praxis implementierten Algorithmen der digitalen Signalverarbeitung in Kontrollwaagen vorgestellt. Diese Anwendungen wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit am Institut PMS der technischen Universität Ilmenau in Kooperation mit dem Unternehmen „Sartorius AG“ entwickelt.

### **7.1 Digitale Signalverarbeitung in einer mikrocontrollergesteuerten dynamischen Waage mit der DMS-Wägezelle**

Das erste Beispiel befasst sich mit einer Kontrollwaage mit DMS-Wägezelle. Die Besonderheit der Signalverarbeitung dieser Kontrollwaage besteht in der Anpassung eines eingebauten digitalen Filters an die Verweilzeit. Dieser Vorgang wird mit jeder neuen Messung durchgeführt. Die dazu benötigte Information wird aus den gemessenen und/oder eingestellten Parametern gewonnen.

#### *7.1.1 Signalverarbeitungsmodul einer DMS-Wägezelle*

Als Primärwandler dient ein Doppelbiegebalken mit aufgeklebten Dehnungsmessstreifen, die als Wheatstone-Vollbrücke geschaltet sind. Das Foto der beschriebenen digitalen Wägezelle mit den gekennzeichneten Bestandteilen ist in der Abbildung 7.1 dargestellt. Die beiden an die Wägezelle angeschlossenen Kabel sind für die Elektronikspannungsversorgung (9..24 V) und für die Kommunikation mit PC mittels einer RS-232 Schnittstelle bestimmt. Der Spannungsversorgungsblock ist von der speisungszuführenden Leitung galvanisch getrennt und wandelt die zugeführte Spannung zu -8V und +12V für die Brückenspeisung und +5V für das Signalverarbeitungsmodul. Das Signalverarbeitungsmodul ist von den zu- und abführenden Leitungen

auch galvanisch entkoppelt und beinhaltet als Hauptbestandteile einen A/D-Wandler, einen digitalen Temperaturfühler, einen Treiberbaustein für die serielle Schnittstelle und einen Mikrocontroller.

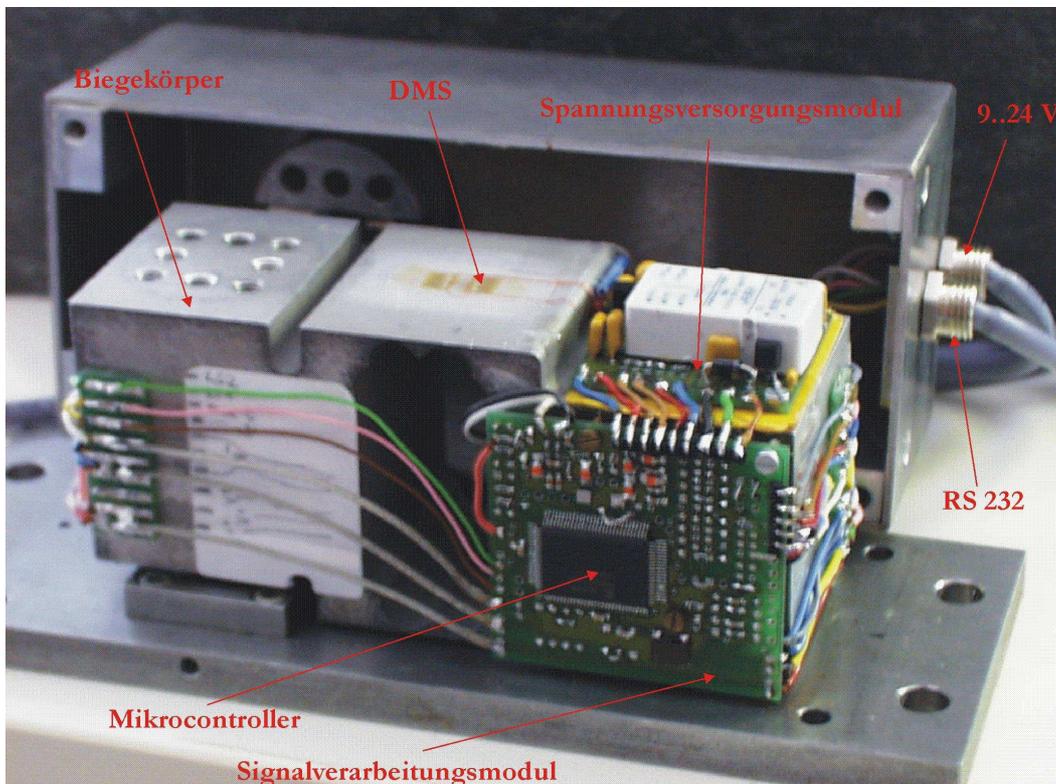


Abbildung 7.1 Digitale DMS-Wägezelle

Zur Digitalisierung des Brückensignals der Waage wurde der 20-bit Delta-Sigma A/D-Wandler CS5526 der Firma Crystal verwendet. Der Baustein ist mit dem Mikrocontroller durch eine SPI-Schnittstelle verbunden. Außer Elementen zur Signaldigitalisierung verfügt dieser Schaltkreis über fünf eingebaute programmierbare Vorverstärker und acht Digitalfilter. Die Einstellung des gewünschten Filters kann vorgenommen werden, indem einer von den angebotenen Dezimierungsfaktoren ausgewählt wird. Dadurch wird die Ausgaberate des A/D-Wandlers (**Output Word Rate** oder **OWR**) bestimmt:  $OWR = \frac{f_a}{L}$ . Zur Auswahl stehen folgende Werte für den Dezimierungsfaktor  $L$ : 162, 194, 266, 546, 1090, 2182, 4362, 8722. Die Abtastfrequenz  $f_a$  muss im Bereich von 32 kHz bis 100 kHz liegen.

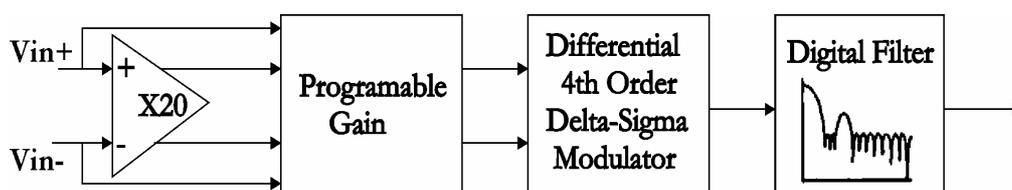


Abbildung 7.2 Signalflussbild des Delta-Sigma A/D-Wandlers CS5526 aus [7]

Der Amplitudenfrequenzgang des Digitalfilters ist in Abbildung 7.3 zu sehen. Die Frequenzachse (waagerechte Achse) ist zu  $OWR=1$  normalisiert.

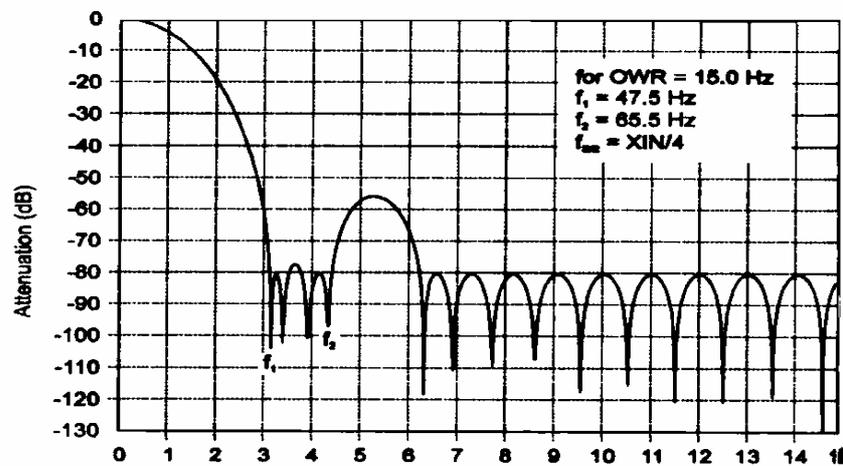


Abbildung 7.3 AFG des Digitalfilters des Bausteins CS5526 (normalisiert zu  $OWR=1$ ) aus [7]

Die Steuerung des Messablaufs, die Einstellung der Filterparameter, die Korrektur der Umwelteinflüsse, die Kontrolle über die Wägebandschwindigkeit, sowie die Kommunikation mit PC wird mittels Mikrocontrollers MB90F553A der Firma Fujitsu ausgeführt. Die wichtigsten vom Mikrocontroller ausgeübten Funktionen sind in der Abbildung 7.4 symbolisch dargestellt.

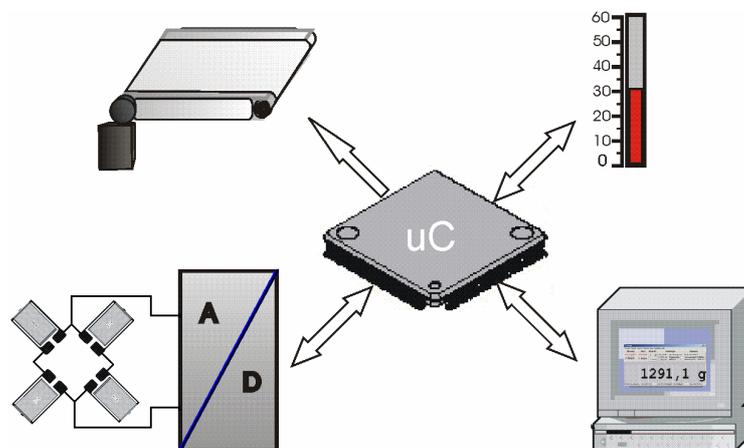


Abbildung 7.4 Die Funktionen des Mikrocontrollers in der digitalen Wägezelle.

Eine zur Steuerung der Kontrollwaage entwickelte PC-Software übernimmt die Anzeigefunktion und gibt dem Nutzer die Möglichkeit zur Änderung der Geschwindigkeit des Wägebands sowie zur Auswahl eines der Wägemodi: statische oder dynamische Messungen (Abbildung 7.5), die den Messablauf bestimmen.

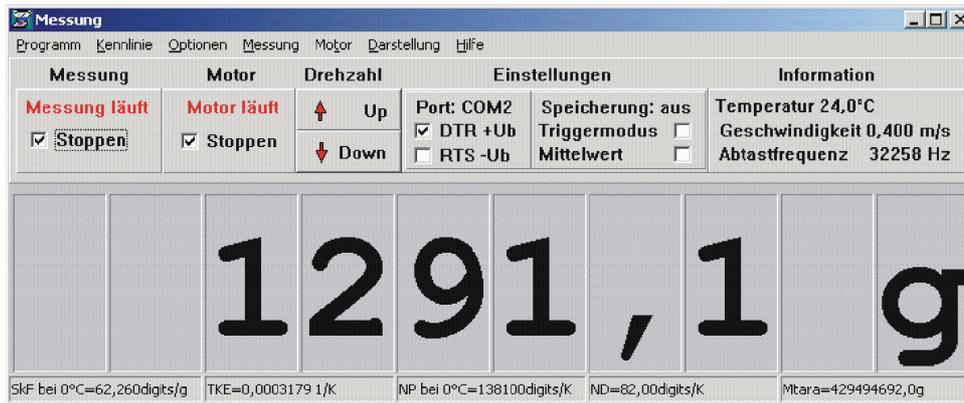


Abbildung 7.5 PC-Software zur Anzeige der Messwerte, der Steuerung des Wägebendes und der Auswahl des Messmodus

### 7.1.2 Messablauf und adaptive Filterung

Es sind zwei Messmodi vorgesehen, die den Messablauf bestimmen. Der eine Modus ist für die statischen Messungen einsetzbar. Der zweite, auch Triggermodus genannt, wurde für die dynamischen Messungen vorgesehen.

Aus dem Flussdiagramm in der Abbildung 7.6 ist ablesbar, dass im Triggermodus die Messung erst startet, nachdem das Signal von der am Anfang des Wägebendes angebrachten Lichtschranke nicht mehr unterbrochen ist. Dies bedeutet, dass sich das Wägegut vollständig auf der Waage befindet. Die Verweilzeitberechnung erfolgt nach dem im Abschnitt 6.1.1, Seite 77, beschriebenen Algorithmus. Da die Wägebendgeschwindigkeit  $v_{wb}$  vom Mikrocontroller eingestellt wird, die Länge des Wägebendes  $L_{wb}$  bekannt ist und die Länge des Wägegutes  $L_{wg}$  gemessen wurde, besitzt man die nötige Information, um die Verweilzeit nach der Gleichung  $t_v = \frac{L_{wb} - L_{wg}}{v_{wb}}$

berechnen zu können. Von dieser Information ausgehend wird die Abtastfrequenz des A/D-Wandlers so eingestellt, dass man pro Messobjektdurchlauf einen einzigen Messwert bekommt. Die Parameter des eingebauten Filters und der Dezimierungsfaktor bleiben dabei unverändert. Das heißt die Filterungszeit wird an die Verweilzeit mittels Abtastratenänderung angepasst. Der gemessene Wert wird dann zum Rechner übertragen und angezeigt.

Durch die „Dehnung“ des Amplitudenfrequenzganges mit der Abtastfrequenzvergrößerung kommt es zur Verschlechterung der Störunterdrückung im Frequenzbereich von Null bis zur ersten Nullstelle. Deshalb ist zu erwarten, dass mit der Vergrößerung der Wägebendgeschwindigkeit eine größere Streuung der Messwerte entsteht. Das bestätigen auch die experimentellen Untersuchungen, deren Ergebnisse die Abbildung 7.7 darstellt.

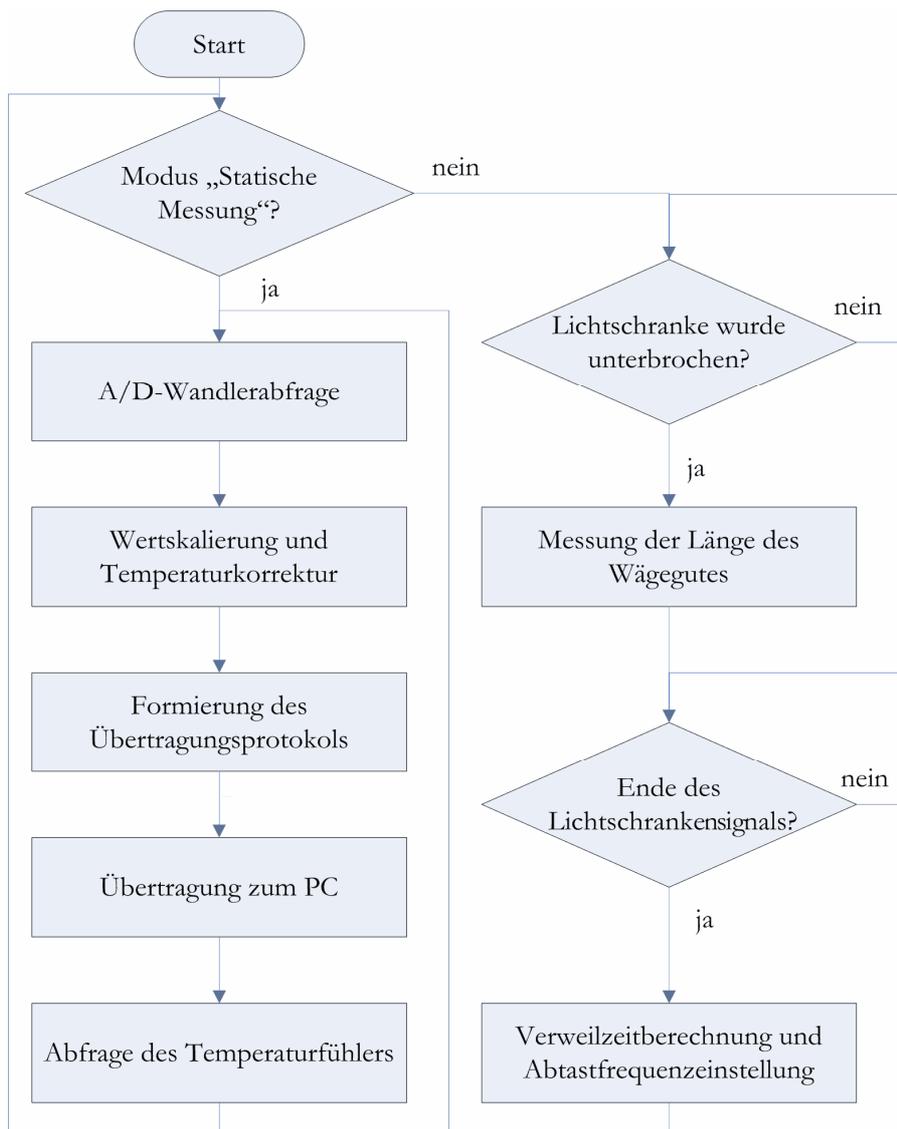


Abbildung 7.6 Der vereinfachte Messablauf

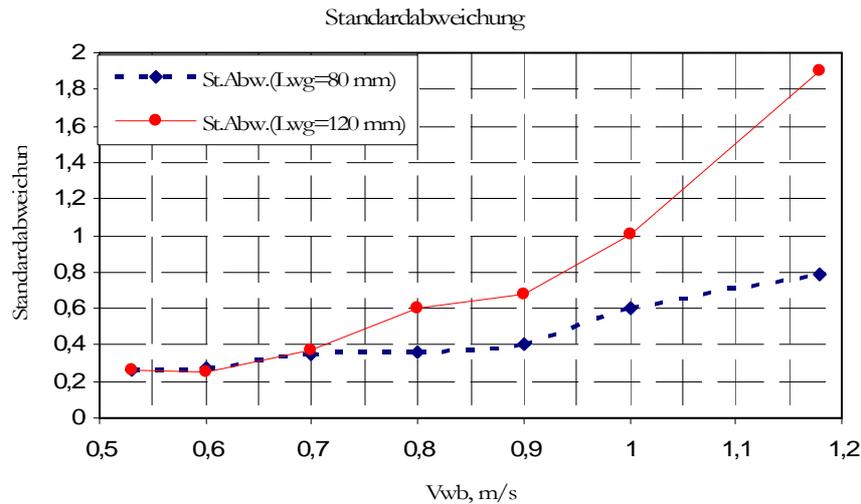


Abbildung 7.7 Standardabweichungsänderung, in Abhängigkeit von der Änderung der Geschwindigkeit des Wägebendes.

Für die Messung mit jeder der abgebildeten Wägebändgeschwindigkeiten wurden 60 Durchläufe eines und desselben Gewichtstückes der Masse 487 g aufgenommen und ausgewertet. Die beiden abgebildeten Messreihen entsprechen der unterschiedlichen Ausrichtung des quaderförmigen Gewichtstückes. Die rote Linie visualisiert die Messreihe, bei der das Messobjekt quer zur Bewegungsrichtung auf das Wägebend aufgebracht wurde. Die blaue Linie zeigt die Messungen mit dem längs ausgerichteten Wägegut. Nach der *Abbildung 2.5 Standardabweichung  $s_{0,2}$  und  $s_{0,5}$  der Kontrollwaagen der Klassen  $X(0,2)$  und  $X(0,5)$*  des Kapitels 2.3 (Seite 16) kann die Waage zur Klasse  $X(0,5)$  (für den Messbereich  $300 \text{ g} < m \leq 500 \text{ g}$ ) gehören. Dafür muss allerdings die Standardabweichung 0,08% vom Gewicht gewährleistet werden. In unserem Fall ist dieser Wert  $s = \frac{487 \text{ g} \cdot 0,08\%}{100\%} \approx 0,39 \text{ g}$ . Berechnet man die an jedem Messpunkt verbrauchte

Verweilzeit, bekommt man die *Abbildung 7.8*. Die grüne Gerade in der Grafik stellt den berechneten nach der oben genannten Vorschrift Wert  $s=0,39 \text{ g}$  dar. Aus den Grafiken ist es zu erkennen, dass die Anforderungen an die Standardabweichung nur bei der Verweilzeit größer als 225 ms eingehalten werden können. Das entspricht der maximalen Geschwindigkeit 0,7 m/s für die Messobjektgröße 120 mm und 0,8 m/s für die Messobjektgröße 80 mm.

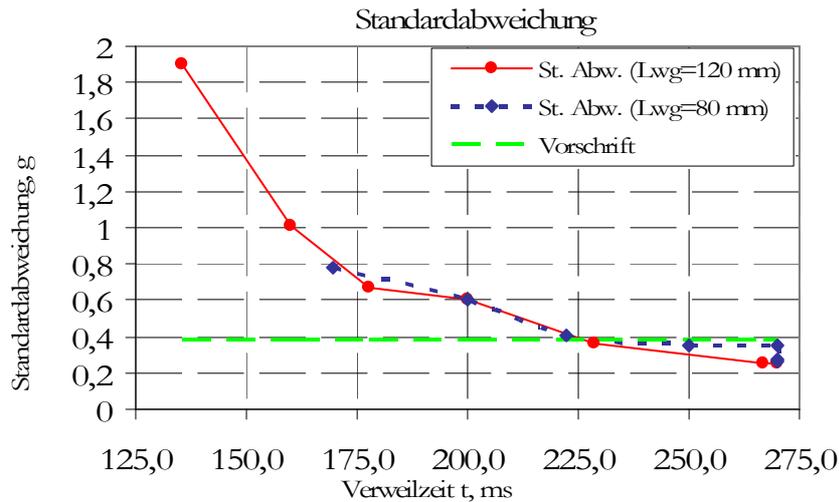


Abbildung 7.8 Standardabweichungsänderung, in Abhängigkeit von der Änderung der Verweilzeit.

Wenn man annimmt, dass man für die anderen Wägegüter dieses Messbereiches, aber unterschiedlicher Wägegütlängen ähnliche Ergebnisse erzielt, so kann der Durchsatz bis zu etwa 266 Stück pro Minute für diese Kontrollwaage erreicht werden.

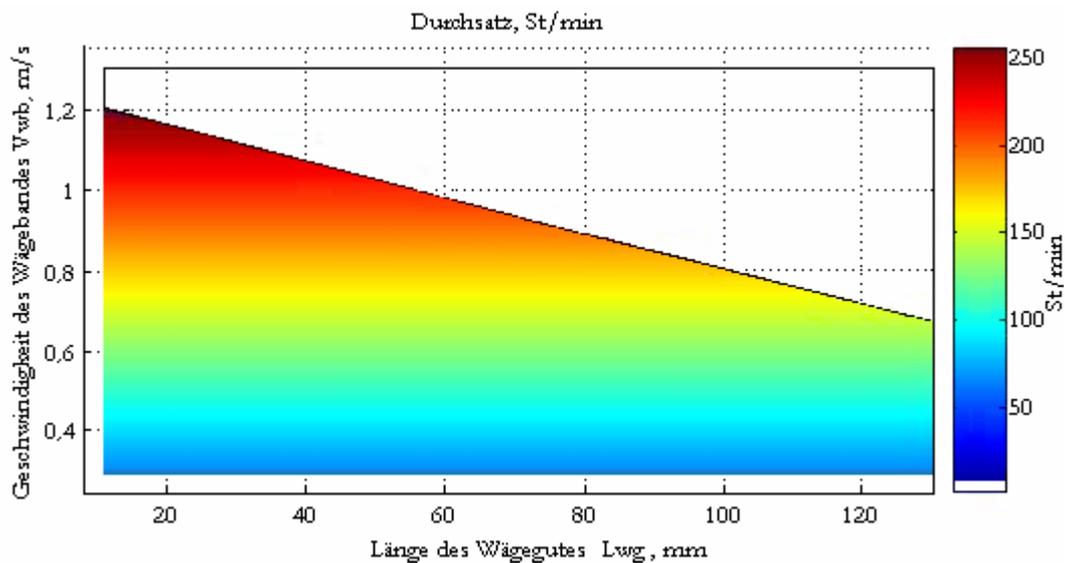


Abbildung 7.9 Durchsatz der Kontrollwaage, in Abhängigkeit von der Länge des Wägegutes und Geschwindigkeit des Wägebendes.

Die Abbildung 7.9 demonstriert den Zusammenhang zwischen der Länge des Wägegutes, der Geschwindigkeit des Wägebendes und dem Durchsatz für eine Kontrollwaage mit der beschriebenen Wägezelle. Diese Berechnungen gelten für das Wägebend mit der Länge 280 mm. Im weiß dargestellten Bereich ist die Verweilzeit kleiner, als der Minimalwert 225 ms. Das heißt, die Vorschrift an die messtechnischen Parameter der Kontrollwaage konnte mit angegebenen Parametern nicht eingehalten werden.

## 7.2 Automatische Einstellung der Filterparameter in der Kontrollwaage mit der EMK-Wägezelle

### 7.2.1 Problembeschreibung

Die in einer Kontrollwaage verwendete mikrocontrollergesteuerte EMK-Wägezelle der Firma Sartorius besitzt ein Signalverarbeitungsmodul bestehend aus mehreren in Reihe geschalteten Mittelwertbildnern (MWB): fünf Prefilter oder Summierer der Länge  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ , fünf Fastfilter der Länge  $M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{24}, M_{25}$  und drei „Displayfilter“ der Länge  $M_{31}, M_{32}, M_{33}$ .

Die Amplitudenfrequenzgänge der einzelnen MWB überlagern sich zu einem gemeinsamen Tiefpassfilter, welches dem Störsignal des konkreten Kontrollwaagenaufbaus und dem Aufstellort angepasst sein sollte.

Eine manuelle Einstellung der Filterkonfigurationen ist möglich und setzt jedoch eine Kenntnis der Störspektren voraus. Mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Softwaretool lässt sich das Störspektrum ermitteln und sowohl eine manuelle als auch automatische, an das Störspektrum angepasste, Filterkonfigurationseinstellung der Wägezelle durchführen.

### 7.2.2 Die Funktionsweise

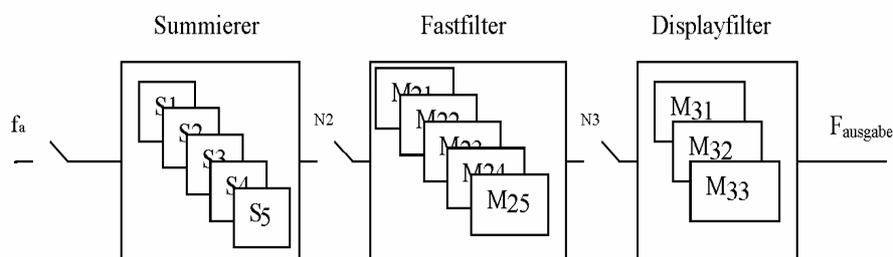


Abbildung 7.10 Aufbau der Filterstufen

Die Abbildung 7.10 visualisiert den Aufbau der in der beschriebenen Wägezelle implementierten Digitalfilter. In der Abbildung sind  $N_2, N_3$  die einstellbaren Teiler (Dezimirungsfaktoren). Das Displayfilter wird bei den statischen Messungen eingesetzt. Den Summierer und das Fastfilter benutzt man sowohl bei den dynamischen als auch bei statischen Messungen.

Die Berechnung der Filtereinstellungen erfolgt mittels des Verfahrens, das im Abschnitt 5.4.2 (Seite 64) beschrieben wurde. Die MWB-Konfigurationen können also nach folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$S_i = \frac{f_a}{f_i} \quad (7.1)$$

$$M_{2k} = \frac{f_a}{f_k \cdot N2} \quad (7.2)$$

$$M_{3j} = \frac{f_a}{f_j \cdot N2 \cdot N3} \quad (7.3)$$

Wobei  $f_i$ ,  $f_k$ ,  $f_j$  die Störfrequenzen sind.

Die Bestimmung der Störfrequenzen erfolgt mittels FFT-Analyse des Messsignals unmittelbar nach der Aufnahme der wählbaren Anzahl der Messwerte. Zur Verfügung stehen folgende Varianten: 128, 256, 512, 1024 und 2048 Messpunkte. Um die Streuung der FFT zu verringern, wird ein mittleres Spektrum aus einer einstellbaren Anzahl von Messreihen gebildet und analysiert (Abbildung 7.11).

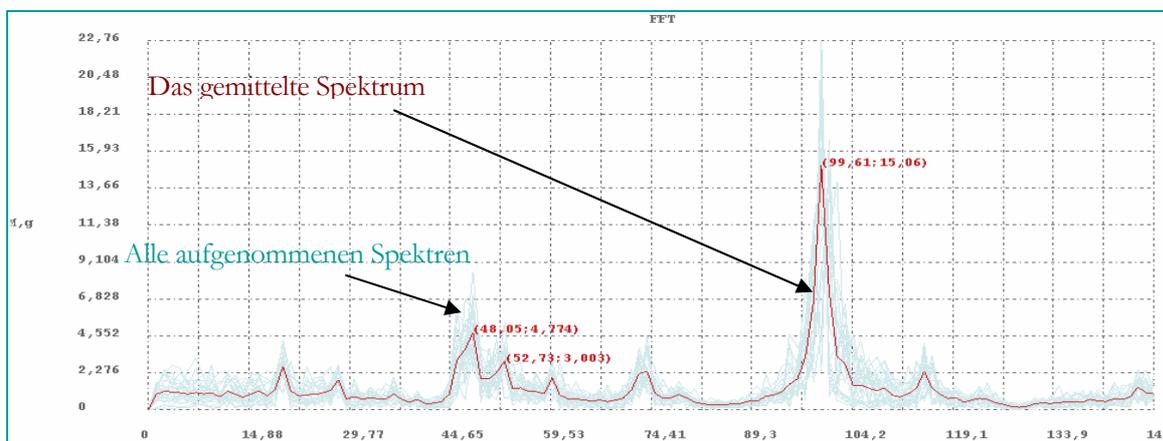


Abbildung 7.11 Mittelung der aufgenommenen Spektren.

Da für die dynamischen Messungen der Einsatz nur der zwei ersten Filtermodule (den Summierer und den Fastfilter) vorgesehen ist, wird jedem Modul ein spektraler Bereich zugewiesen. Es ist aus zwei Gründen sinnvoll, die Summierer für die Unterdrückung der hochfrequenten Störungen einzusetzen:

- Zur Minderung der Aliasingeffekte infolge der Abtastfrequenzdezipierung (Kapitel 3.2, Seite 33). Dafür ist es notwendig, dass die Störungen der Frequenzen, größer als  $\frac{f_a}{2 \cdot N2}$  Hz unterdrückt werden.

- Zur Filterung der niedrigen Frequenzen eines überabgetasteten Signals mit einem MWB benötigt man einen großen Speicherplatz. Deshalb ist zu diesem Zweck das Fastfilter besser geeignet, da es das bereits dezimierte Signal bearbeitet.

Den Überlegungen zufolge teilt man bei der automatischen Filterparametersuche den ganzen

„sichtbaren“ Frequenzbereich  $0..F_s = 0.. \frac{F_{\text{ausgabe}}}{2} = 0.. \frac{f_a}{2 \cdot N2 \cdot N3}$  in zwei Abschnitte. Diese zwei

Bereiche visualisiert die Abbildung 7.12. Den Filtern  $S_i$  und  $M_{2j}$  weist man jeweils einen Abschnitt zu.

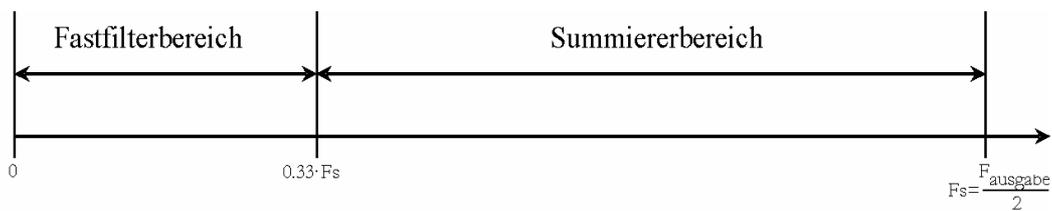


Abbildung 7.12 Teilung des „sichtbaren“ Spektrums von 0 bis  $F_s$  in zwei Bereiche

Das Displayfilter wird im geeigneten Modus zur Dämpfung der Störfrequenzen eingesetzt, die ungefiltert bzw. ungenügend unterdrückt geblieben sind. Meistens liegen sie um Bereich in der Nähe des Gleichanteils.

Um Wiederholungen bei Nullstellenplatzierung zu vermeiden und somit die Filterungszeit nicht unnötig zu vergrößern, werden alle Vorschläge nach der Berechnung der passenden Filterwerte verglichen und die Einstellungen, deren Wirkung sich mit den anderen überschneidet, werden herausgenommen. So erzielen ein MWB Länge  $S_i$  im Summierer und ein MWB Länge  $M_{2j}$  im Fastfilter die gleiche Wirkung im Summiererbereich, wenn  $S_i \cdot k = M_{2j} \cdot N2$  ( $k$  ist eine ganze Zahl). Deshalb ist es sinnvoll nur den MWB Länge  $M_{2j}$  anzuwenden, der die Störenden Schwingungen sowohl im niederfrequenten Bereich als auch im hochfrequenten Bereich erfasst.

Nachdem die Berechnungen und die Optimierung abgeschlossen sind, bekommt man zu jedem Filter geeignete Vorschläge. Der Nutzer hat aber die Möglichkeit die vorgeschlagenen Einstellungen zu ändern. Die sich in den Feldern „Eintrag“ befindenden Parametern werden per Buttondruck in der Waage gespeichert.

Zur Kontrolle des Messzeitverbrauchs wird die grüne Balkengrafik angezeigt. Die erforderliche Filterungszeit wird durch rote „Füllung“ gekennzeichnet.

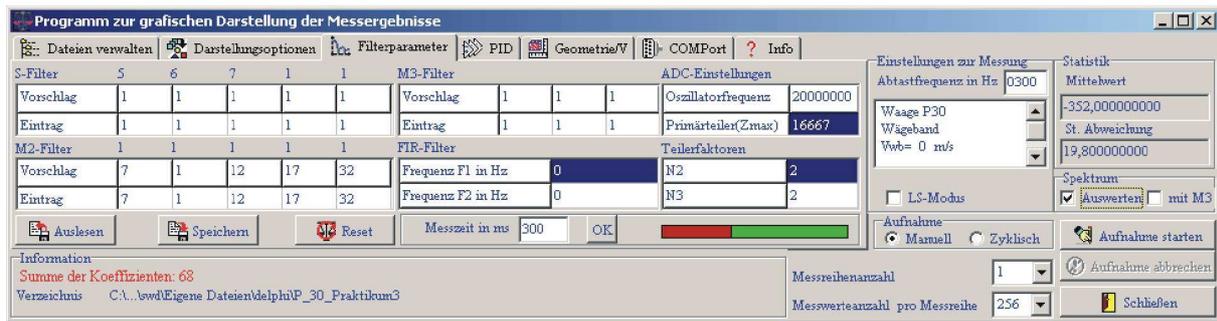


Abbildung 7.13 Softwaretool zur automatischen Filtereinstellung

Eine Zusatzoption ist die Möglichkeit PID-Reglerparameter zu ändern sowie die dargestellten Grafiken und die aufgenommenen Daten mit der Messbedingungsbeschreibung zu speichern.

### 7.3 Kapitelzusammenfassung

In der am Institut PMS entwickelten mikrocontrollergesteuerten Kontrollwaage mit einer DMS-Wägezelle wurde der Algorithmus zur Anpassung der Filterungsdauer an die Verweilzeit erfolgreich implementiert (siehe Abschnitt 6.1, Seite 77). Die Anpassung erfolgte durch die Änderung der Abtastrate des A/D-Wandlers und dadurch verursachte „Dehnung“ oder „Stauchung“ des Amplituden-Frequenz-Ganges vom in den A/D-Wandler eingebauten Digitalfilter, deren Einstellungen immer gleich geblieben sind.

Dabei wurde die benötigte Information über die Länge des Wägegutes aus den Lichtschrankensignalen gewonnen. Dieser Wert zusammen mit der Information über die Geschwindigkeit des Wägebendes, die vom Mikrocontroller gesteuert wurde, und die Länge des Wägebendes diente zur Bestimmung der gesuchten Parameter: der Verweilzeit und der benötigten Signalabtastfrequenz. Da es sich bei dieser Kontrollwaage um ein System handelt, deren Bestandteile, wie Elektronik und Mechanik auf einander abgestimmt sind, kann man diese Waage als ein einheitliches mechatronisches System bezeichnen.

Als ein weiterer Vorteil können die niedrigen Kosten für Elektronik und den Sensor genannt werden.

Der Nachteil dieser Kontrollwaage besteht jedoch im relativ kleinen Durchsatzvermögen: bis etwa 266 Stück pro Minute, bei dem die OIML-Anforderungen an die Kontrollwaagen noch erfüllt werden.

Mit dem entwickelten Softwaretool zur Einstellung der Filterkoeffizienten einer EMK-Waage können die in dieser Kontrollwaage eingebauten Mittelwertbildner sowohl automatisch als auch

---

manuell dimensioniert werden. Das Prinzip der Filterkonfigurationsberechnung beruht auf der spektralen Signalanalyse und ist im Abschnitt 5.4.2 (Seite 64) detailliert erläutert.

Die Vorteile des Tools:

- leichte Bedienbarkeit. Es kann sowohl von einem Fachmann, als auch von einem Benutzer ohne spezielle Kenntnisse bezüglich der digitalen Signalverarbeitung, verwendet werden.
- Signaldarstellung sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich unmittelbar nach der Messwertaufnahme. Diese Option verkürzt die Zeit zur Signalanalyse und den Aufwand bezüglich Anwendung anderer zur diesen Zwecken verwendbarer Software.
- Möglichkeit zur schnellen Überprüfung der Wirkung der Filtereinstellungen und Reglerparameter unmittelbar nach deren Änderung.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Drei Parameter: das Durchsatzvermögen, die Genauigkeitsklasse und der Preis bestimmen die Erfolgchancen einer Kontrollwaage auf dem Markt. Die Anforderungen an eine Kontrollwaage, die für die Kontrolle der verpackten Wägegütern eingesetzt wird, sind in der Fertigpackungsverordnung festgelegt. Nach den im Kapitel 2.3, Seite 5, vorgestellten Berechnungen können die Kontrollwaagen der Klassen  $X(x < 1)$  (OIML R51-Klassifizierung) mit entsprechenden Eichwerten für die definierten Wägebereiche zu diesem Zweck zugelassen werden. Die Klasse einer Kontrollwaage legt die Grenzen der Standardabweichung der Waageanzeige fest. Die Ergebnisse der dargelegten Berechnungen können in der Praxis zur Einschätzung der Klasse einer entwickelten Kontrollwaage angewendet werden, wie es beispielsweise im Abschnitt 7.1, Seite 98, der vorliegenden Arbeit ausgeführt wurde.

Die störenden Einflüsse wie Erschütterungen am Aufstellort, Umwelteinflüsse, elektromagnetische Störungen müssen sowohl bei den statischen als auch bei den dynamischen Wägungen beseitigt bzw. vermindert werden. Die dynamischen Messungen zeichnen sich aber auch durch die hohe Empfindlichkeit zu mechanischen Fehlern wie Kippung der Waage oder des Wägebandes oder Krümmung der Gleitoberfläche des Wägebandes aus. Diese Einflüsse machen sich besonders bei den hohen Geschwindigkeiten bemerkbar. Ausführliche Untersuchungen zu diesem Thema liegen in [20] vor. Die harmonischen Störungen, verursacht von den rotierenden Teilen des Wägebandes, und die Eigenfrequenzen der Waage, sind jedoch der Hauptbestandteil des Spektrums einer Kontrollwaage.

In diesem Zusammenhang wurden die Störeinflüsse dieser Art besonders in Betracht gezogen. Im Kapitel 3 *Signalaufbereitung* (Seite 23) wurden die Folgen der Digitalisierung einzelner Schwingungen sowohl im spektralen als auch im zeitlichen Bereich zusammengefasst und dazu die Ergebnisse von praktischen Beispielen beigefügt. Dabei wurde der Zusammenhang zwischen der Abtastfrequenz  $f_a$  und Signalfrequenz  $f_s$  und der Entstehung der spektralen Komponenten beschrieben, die in der Fachliteratur als „harmonic spurs“ bezeichnet werden. Diese harmonischen Anteile des Spektrums einer digitalisierten Schwingung sind im spektralen Bereich  $f < f_s$  zu sehen, wenn die Bedingung zur Signalabtastung  $f_a \geq \pi \cdot f_s \cdot Nq$  nicht eingehalten wird, wobei  $Nq$  die Anzahl der Quantisierungsstufen sind. Die Amplitude dieser Anteile ist normalerweise nicht größer, als eine Quantisierungsstufe des A/D-Wandlers, deshalb verursachen sie im Falle einer hohen Auflösung des A/D-Wandlers keine großen Abweichungen. Jedoch ist es wichtig, besonders bei der Signalanalyse diese Anteile von den harmonischen Störungen, die beispielsweise mechanischen Ursprungs sind, zu unterscheiden.

---

Im Kapitel 4 (Seite 36) der Arbeit wurden die in der dynamischen Wägetechnik anwendbaren Signal- und Prozessmodelle zusammengefasst und Vor- und Nachteile der betrachteten Signalmodelle im Zeit- und Frequenzbereich genannt. Der Schwerpunkt dieses Kapitels lag jedoch in der Darlegung einer Möglichkeit zur Ermittlung der Aliasingfrequenzen und ihrer tatsächlichen Größe. Es wurde an Beispielen einer Simulation und der realen Kontrollwaagensignale gezeigt, dass die beschriebene Vorschrift durchaus brauchbare Ergebnisse liefern kann. Allerdings müssen dabei folgende Rahmenbedingungen erfüllt werden: es muss die Möglichkeit vorhanden sein, die Abtastfrequenz um einen kleinen Betrag zu ändern und die Bandbreite des vorliegenden Signals soll im Idealfall nicht größer als das Doppelte von der Abtastfrequenz betragen.

Da die Anforderungen an das Durchsatzvermögen der Kontrollwaagen immer wachsen, verkürzt sich die Zeit, die zur Signalverarbeitung zu Verfügung steht. Diese Tatsache stellt für die Signalverarbeitung eine Herausforderung dar. Denn es müssen schnelle, einfache und gleichzeitig wirksame Algorithmen entwickelt werden, die für die signalverarbeitenden Verfahren eingesetzt werden können. Darunter versteht man an der ersten Stelle die Filterungsalgorithmen. Infolge der praktischen Erfahrungen werden die Algorithmen bevorzugt, die die Anpassung der Filterkonfigurationen an die Signaleigenschaften gewährleisten. Diese Verfahren werden adaptive Filterung genannt. Die meisten klassischen Methoden zum Entwurf der adaptiven Filter sind sehr rechenaufwendig und nicht immer effektiv. Darum wurden im Kapitel 5 (Seite 46) der vorliegenden Arbeit einige Algorithmen zur adaptiven Filterung mit mehreren in Reihe geschalteten Mittelwertbildnern vorgeschlagen. Diese Filterungsart hat wesentliche Vorteile gegenüber den anderen. Sie zeichnet sich vor allem durch eine relativ einfache Implementierung aus. Diese Eigenschaft ist in den Anwendungen besonders vorteilhaft, wo die digitale Filterung mit den Mikrocontrollern realisiert werden müssen.

Die kaskadierten Strukturen geben einen zusätzlichen Freiheitsgrad, was die Anpassung an die Messzeit betrifft. So kann man nach dem Ab- und Anschließen eines Kaskadegliedes diese Zeit variieren. Aus all diesen Gründen liegt der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit in der Entwicklung der Algorithmen der adaptiven Filterung mit kaskadierten Mittelwertbildnerstrukturen.

Es wurden drei Algorithmen vorgestellt. Zwei von ihnen basieren auf der Analyse der Signalstandardabweichung und einer auf der spektralen Signalanalyse. Die Wirkung aller vorgestellten Verfahrenen wurde zuerst am Beispiel eines simulierten Signals, und danach bei der Anwendung an einem realen EMK-Waagesignal untersucht. Obwohl die Algorithmen unterschiedliche Gütekriterien benutzen, lieferten sie in beiden Fällen ähnliche Ergebnisse. Es liegt daran, dass in den

Signalen ausgeprägte Schwingungen vorhanden waren, deren Eliminierung starke Änderungen sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich verursachte. Die Wahl eines der vorgeschlagenen Algorithmen hängt von den verfügbaren Rechenmitteln sowie von den Fachkenntnissen des Nutzers ab. Der Algorithmus mit der Anwendung der Spektralanalyse wurde erfolgreich in einem Softwaretool umgesetzt. Die Beschreibung dazu findet man in dem Kapitel 7.2, Seite 105.

Die Bestimmung der Zeitpunkte des Messbeginns und des Messendes gehört auch zu wichtigen Aufgaben in der dynamischen Wägetechnik. Der sicherste Weg dazu ist der Einsatz der Lichtschranken am Anfang und am Ende des Wägebendes. Der Nachteil dieser Methode besteht darin, dass man die Anpassung der Signalverarbeitungsalgorithmen nicht „on-line“ anwenden kann.

Die Variante, die das ermöglicht, setzt die Kenntnisse über die Geschwindigkeit und die Länge des Wägebendes und Möglichkeit zur Zeitmessung voraus. Dieser Aufwand gleicht sich durch das Entfernen der am Ende des Wägebendes angebrachten Lichtschranke aus. Außerdem, bevor die Messung gestartet wird, verfügt man über die nötige Information, die die Filterumkonfigurierung während der Messung zulässt. Die praktische Umsetzung dieses Verfahrens in einer mikrocontrollergesteuerten Kontrollwaage mit einer DMS-Wägezelle wurde im Kapitel 7.1, Seite 98, vorgestellt.

Ein weiterer Vorschlag zur Bestimmung der gesuchten Zeitpunkte beruht auf der Anwendung eines digitalen Differenzierers. Der Verzicht auf jede Zusatzhardware, die zu diesen Zwecken einsetzbar ist, ist die Hauptmotivation dieser Idee. Einige Untersuchungen „off-line“ sind in dieser Arbeit dargestellt worden. Es wurde festgestellt, dass um die Funktionalität des Verfahrens zu gewährleisten, eine Reihe der Anforderungen erfüllt werden muss. Kann es garantiert werden, dass die Geschwindigkeit des Wägebendes, die Abstände zwischen Gewichtsstücken und die Abmessungen der Gewichtsstücke konstant sind, passt man die Ordnung des Differenzierers an die Anstiegsflanke des Signals an. Dabei soll das Signal mit einem Tiefpass mit dem möglichst schmalen Durchlassbereich vorgefiltert sein. Dazu geeignete Differenzierer sowie Rahmenbedingungen sind in Abschnitten 6.2.1 (Seite 80) und 6.2.2 (Seite 82) beschrieben. Mit diesem Verfahren ist es möglich, ein sicheres Ergebnis zu erzielen.

Wenn die Anstiegsflanke beim Beladevorgang nicht konstant gehalten werden kann, muss eine modifizierte Variante der Methode (Abschnitt 6.2.3, Seite 89) eingesetzt werden.

Zusammengefasst, wurden in dieser Arbeit folgende Themen bearbeitet:

- Anforderungen an die messtechnischen Eigenschaften einer Kontrollwaage
- A/D-Wandlung und Quantisierungsfehler mit dem Schwerpunkt Digitalisierung einer harmonischen Schwingung

- 
- Signal- und Prozessmodelle im Zeit- und Frequenzbereich
  - Adaptive Filterungsalgorithmen auf Basis der kaskadierten Mittewertbildnerstrukturen
  - Messobjekttriggerung mit Einsatz der Lichtschranke und mit Einsatz der Digitaldifferenzierer.

Bei weiteren Untersuchungen ist es vorgesehen, die Funktionsfähigkeit der Algorithmen für die lichtschrankenlose Messobjekttriggerung im „on-line“-Betrieb zu prüfen. Als nächster Schritt sollen die Verfahren zur Erhöhung der Störnunempfindlichkeit des vorgeschlagenen Prinzips entwickelt werden, sodass die sicheren Ergebnisse, unabhängig von den Umweltbedingungen, garantiert werden können. Vor allem ist zu untersuchen, ob die Anpassung der digitalen Differenzierer an das Störspektrum die gewünschten Verbesserungen erwirken kann.

## 9 Anhang

### 9.1 Standardabweichung einer harmonischen Schwingung

Die Varianz eines analogen Signals im Zeitraum  $[T_1; T_2]$  kann durch das folgende Integral ermittelt werden [35]:

$$s^2 = \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} (x(t) - \bar{x})^2 dt \quad (9.1)$$

Betrachtet man ein analoges harmonisches Signal  $x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$  im Zeitraum  $[0; T]$ , verändert sich die Gleichung (9.1) folgendermaßen:

$$s^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) - \bar{x})^2 dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (A \cdot \sin(\omega \cdot t) - \bar{x})^2 dt \quad (9.2)$$

Den Signalmittelwert  $\bar{x}$  ermittelt man ebenfalls durch ein Integral im gleichen Zeitraum:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T A \cdot \sin(\omega \cdot t) dt \quad (9.3)$$

Die Lösung lautet:

$$\bar{x} = \frac{-A \cdot \cos(\omega \cdot t) \Big|_0^T}{\omega \cdot T} = \frac{A - A \cdot \cos(\omega \cdot T)}{\omega \cdot T} = \frac{2 \cdot A \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega \cdot T} \quad (9.4)$$

Somit ändert sich (9.2) zu:

$$s^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left( A \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{2 \cdot A \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega \cdot T} \right)^2 dt \quad (9.5)$$

Durch Ausmultiplizieren des Ausdrucks in Klammern ergibt sich die Gleichung:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (A \cdot \sin(\omega \cdot t))^2 dt - \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \frac{2 \cdot A \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega \cdot T} \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t) dt \\
&+ \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left( \frac{2 \cdot A \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega \cdot T} \right)^2 dt \\
&= \frac{A^2}{T} \cdot \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t) dt - \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega \cdot T^2} \cdot \int_0^T \sin(\omega \cdot t) dt \\
&+ \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^3} \cdot \int_0^T dt
\end{aligned} \tag{9.6}$$

Mit den Stammfunktionen der Integrale erhält man folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{A^2}{T} \cdot \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{4 \cdot \omega} \right]_0^T - \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \cdot (-\cos(\omega \cdot t))_0^T \\
&+ \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \\
&= \frac{A^2}{T} \cdot \left[ \frac{T}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T)}{4 \cdot \omega} \right] + \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \cdot (\cos(\omega \cdot T) - 1) \\
&+ \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \\
&= A^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T)}{4 \cdot \omega \cdot T} \right] - \frac{8 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \\
&+ \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2}
\end{aligned} \tag{9.7}$$

$$s^2 = \frac{A^2}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T)}{2 \cdot \omega \cdot T} \right] - \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T}{2}\right)}{\omega^2 \cdot T^2} \tag{9.8}$$

Die Gleichung (9.8) zeigt, dass die Varianz einer Schwingung sich mit der wachsenden Integrationszeit  $T$  dem Wert  $s^2 = \frac{A^2}{2}$  nähert:  $\lim_{T \rightarrow \infty} s^2 = \frac{A^2}{2}$ .

Die analytische Beschreibung der Varianz für ein abgetastetes Signal lässt sich aus Gleichung (9.8) herleiten:

$$s^2 = \frac{A^2}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(4 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot (N-1))}{4 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot (N-1)} \right] - \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^4(\pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot N)}{(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a})^2 \cdot N^2} \quad (9.9)$$

Wobei  $f_a$  die Abtastfrequenz und  $N$  die Anzahl der Beobachtungswerte sind.

Zu Vergleichszwecken wurde die numerische Simulation mittels Matlab durchgeführt. Dabei wurde ein mit  $f_a=1200$  Hz abgetastetes harmonisches Signal der Frequenz  $f_s=30$  Hz und Amplitude  $A=1$  simuliert und seine Standardabweichung bei unterschiedlicher Anzahl der Werte  $N$  berechnet. Die Ergebnisse der Simulation stimmen mit den nach Gleichung (9.9) berechneten Werten überein. Die beiden Berechnungen sind in der Abbildung 9.1 grafisch dargestellt. Die rote

Linie in der Grafik visualisiert den Wert  $s(N \rightarrow \infty) = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$

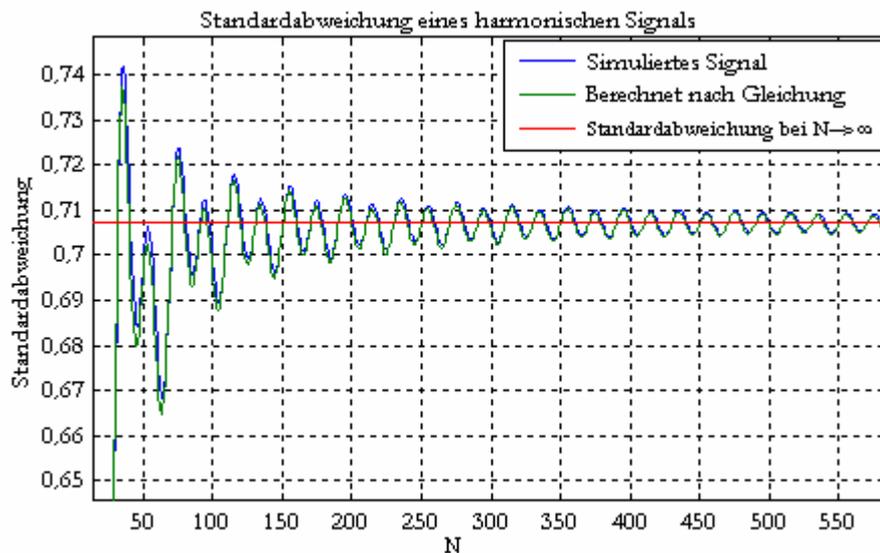


Abbildung 9.1 Standardabweichung eines abgetasteten harmonischen Signals

$$x_n = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot n) = \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{30}{1200} \cdot n), n = 1..N \text{ in Abhängigkeit von dem}$$

Integrationsintervall berechnet durch Signalsimulation und Einsatz der Gleichung (9.9)

## 9.2 Standardabweichung mehrerer additiv überlagerten harmonischen Schwingungen

Wenn im Messsignal mehrere additiv überlagerte harmonische Störungen vorhanden sind, kann die gesamte Standardabweichung als Wurzel der Summe der Varianzen einzelner Schwingungen berechnet werden.

So ändert sich im Falle von zwei überlagerten Schwingungen:

$$x(t) = \sum_{i=1}^2 x_i(t) = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{si} \cdot t) = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t)$$

Gleichung (9.2) folgendermaßen:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (A_1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{s1} \cdot t) - \bar{x}_1 + A_2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{s2} \cdot t) - \bar{x}_2)^2 dt \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (x_1(t) - \bar{x}_1 + x_2(t) - \bar{x}_2)^2 dt \\ &= \frac{1}{T} \cdot \left[ \int_0^T (x_1(t) - \bar{x}_1)^2 + (x_2(t) - \bar{x}_2)^2 + 2 \cdot (x_1(t) - \bar{x}_1) \cdot (x_2(t) - \bar{x}_2) dt \right] \quad (9.10) \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (x_1(t) - \bar{x}_1)^2 dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (x_2(t) - \bar{x}_2)^2 dt \\ &\quad + \frac{2}{T} \cdot \int_0^T (x_1(t) - \bar{x}_1) \cdot (x_2(t) - \bar{x}_2) dt \end{aligned}$$

Die ersten zwei Glieder beschreiben die Varianzen der Signale  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$

$$\begin{aligned} s^2 &= s_1^2 + s_2^2 + \frac{2}{T} \cdot \int_0^T (x_1(t) \cdot x_2(t) - \bar{x}_1 \cdot x_2(t) - \bar{x}_2 \cdot x_1(t) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2) dt \\ &= s_1^2 + s_2^2 + \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t) dt - \frac{2 \cdot \bar{x}_1}{T} \cdot \int_0^T x_2(t) dt - \frac{2 \cdot \bar{x}_2}{T} \cdot \int_0^T x_1(t) dt \\ &\quad + \frac{2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{T} \cdot \int_0^T dt = s_1^2 + s_2^2 + \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t) dt - 2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 - 2 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \\ &\quad + 2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 = s_1^2 + s_2^2 + \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t) dt - 2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \end{aligned} \quad (9.11)$$

Die Stammfunktion des Integrals lautet:

$$\begin{aligned}
\int_0^T x_1(t) \cdot x_2(t) dt &= \frac{2}{T} \cdot \int_0^T A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t) dt \\
&= \frac{2}{T} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{2} \cdot \int_0^T (\cos(\omega_1 - \omega_2) \cdot t - \cos(\omega_1 + \omega_2) \cdot t) dt \\
&= \frac{A_1 \cdot A_2}{T} \cdot \left[ \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2) \cdot T}{\omega_1 - \omega_2} - \frac{\sin(\omega_1 + \omega_2) \cdot T}{\omega_1 + \omega_2} \right]
\end{aligned} \tag{9.12}$$

Also gilt für die gesamte Varianz:

$$\begin{aligned}
s^2 &= s_1^2 + s_2^2 + A_1 \cdot A_2 \cdot \left[ \frac{\sin(\omega_1 - \omega_2) \cdot T}{(\omega_1 - \omega_2) \cdot T} - \frac{\sin(\omega_1 + \omega_2) \cdot T}{(\omega_1 + \omega_2) \cdot T} \right] \\
&\quad - 2 \cdot \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right)}{\omega_1 \cdot T} \cdot \frac{2 \cdot A_2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right)}{\omega_2 \cdot T} \\
&= s_1^2 + s_2^2 + A_1 \cdot A_2 \cdot [si((\omega_1 - \omega_2) \cdot T) - si((\omega_1 + \omega_2) \cdot T)] \\
&\quad - 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot si\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot si\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right)
\end{aligned} \tag{9.13}$$

Man verwendet dabei die Bezeichnung:  $si(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ .

Nennt man  $X_{12} = A_1 \cdot A_2 \cdot [si((\omega_1 - \omega_2) \cdot T) - si((\omega_1 + \omega_2) \cdot T)]$

und  $X_{12}^* = 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot si\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot si\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right)$ ,

kann man die Gleichung(9.13) in einer kompakten Form darstellen:

$$s^2 = s_1^2 + s_2^2 + X_{12} - X_{12}^* \tag{9.14}$$

Bei wachsender Integrationszeit verkleinern sich die zwei letzten Summanden  $X_{12}$  und  $X_{12}^*$ . Die Varianz  $s^2$  nähert sich dabei der Summe der Varianzen der einzelnen Schwingungen. Die Standardabweichung dieses Signals ist dann gleich der Wurzel dieses Wertes:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} s \approx \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \approx \sqrt{\frac{A_1^2 + A_2^2}{2}} \tag{9.15}$$

Die im Folgenden beschriebene numerische Simulation liefert eine Plausibilität für diese Schlussfolgerung. Dazu wurden die Signale  $x_1(n) = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{1200} \cdot n)$  und  $x_2(n) = 1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{57}{1200} \cdot n)$  summiert und die Standardabweichung der Summe  $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$  für 10 bis 2000 Werten berechnet. Die blaue Kurve in Abbildung 9.2 stellt das Simulationsergebnis dar. Die rote Gerade bildet das Berechnungsergebnis nach Gleichung (9.15) ab.

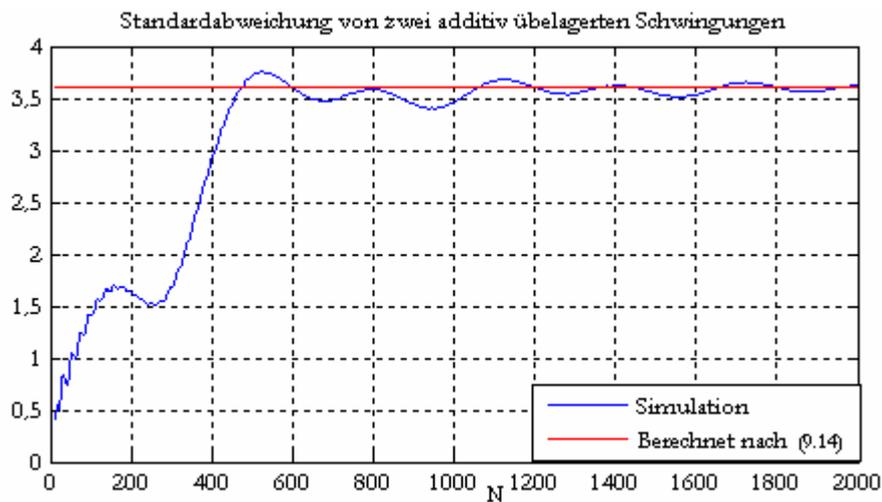


Abbildung 9.2 Vergleich der Berechnungs- und Simulationsergebnisse

Mit einer Modifikation der Gleichungen (9.10), Seite 117, bis (9.15), Seite 118, ist leicht zu beweisen, dass auch bei einer größeren Anzahl der überlagerten Schwingungen die gesamte Standardabweichung nach einem ähnlichen Prinzip ermittelt werden kann. So gilt es für  $M$

additiv überlagerte Schwingungen  $x(t) = \sum_{i=1}^M x_i(t) = \sum_{i=1}^M A_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t)$ :

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^M (x_i(t) - \bar{x}_i) \right]^2 dt \\
&= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left[ (x_1(t) - \bar{x}_1) + (x_2(t) - \bar{x}_2) + \dots + (x_M(t) - \bar{x}_M) \right]^2 dt \\
&= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (x_1(t) - \bar{x}_1)^2 + (x_2(t) - \bar{x}_2)^2 + \dots + (x_M(t) - \bar{x}_M)^2 dt \\
&\quad + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T 2 \cdot (x_1(t) - \bar{x}_1) \cdot (x_2(t) - \bar{x}_2) + \dots + 2 \cdot (x_1(t) - \bar{x}_1) \cdot (x_M(t) - \bar{x}_M) dt \\
&\quad + \dots + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T 2 \cdot (x_{M-1}(t) - \bar{x}_{M-1}) \cdot (x_M(t) - \bar{x}_M) dt
\end{aligned} \tag{9.16}$$

Analog zur Gleichung (9.13) lässt sich die Gleichung (9.20) wie folgt umwandeln:

$$\begin{aligned}
s^2 &= s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_M^2 + A_1 \cdot A_2 \cdot [si((\omega_1 - \omega_2) \cdot T) - si((\omega_1 + \omega_2) \cdot T)] \\
&\quad - 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot si\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot si\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{2}\right) + \dots \\
&\quad + A_1 \cdot A_M \cdot [si((\omega_1 - \omega_M) \cdot T) - si((\omega_1 + \omega_M) \cdot T)] \\
&\quad - 2 \cdot A_1 \cdot A_M \cdot si\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot si\left(\frac{\omega_M \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_M \cdot T}{2}\right) + \dots \\
&\quad + A_{M-1} \cdot A_M \cdot [si((\omega_{M-1} - \omega_M) \cdot T) - si((\omega_{M-1} + \omega_M) \cdot T)] \\
&\quad - 2 \cdot A_{M-1} \cdot A_M \cdot si\left(\frac{\omega_{M-1} \cdot T}{2}\right) \cdot si\left(\frac{\omega_M \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_{M-1} \cdot T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_M \cdot T}{2}\right)
\end{aligned} \tag{9.17}$$

Zum Schluss (analog zur Gleichung (9.14)) heißt es in kompakter Schreibweise:

$$s^2 = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_M^2 + X_{12} - X_{12}^* + \dots + X_{1M} - X_{1M}^* + \dots + X_{(M-1)M} - X_{(M-1)M}^* \tag{9.18}$$

Mit der Vergrößerung der Integrationszeit ( $T \rightarrow \infty$ ), verkleinern sich auch hier wieder die Gleichungsglieder  $X_{ij}$  und  $X_{ij}^*$  und somit kann man annähernd die Standardabweichung des Signals, das aus mehreren additiv überlagerten harmonischen Schwingungen besteht, als die Wurzel der Varianzsumme aller Schwingungen ermitteln:

$$s \approx \sqrt{\sum_i s_i^2} \approx \sqrt{\frac{\sum_i A_i^2}{2}} \tag{9.19}$$

Ein Beispiel dazu ist in Abbildung 9.3 zu sehen

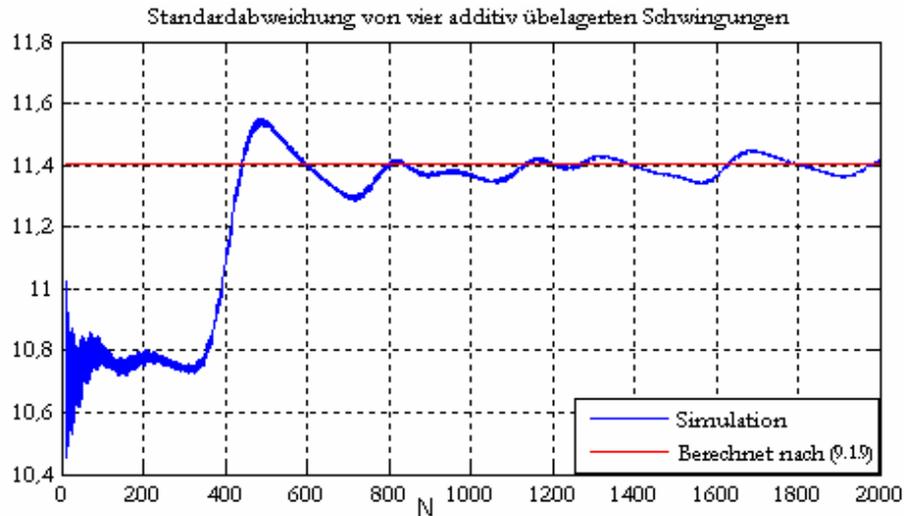


Abbildung 9.3 Standardabweichung des Signals mit vier überlagerten Schwingungen:

$$x_n = 5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{1200} \cdot n\right) + 1 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{57}{1200} \cdot n\right) + 15 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{300}{1200} \cdot n\right) + 3 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{5}{1200} \cdot n\right)$$

### 9.3 Varianz eines mit einem Mittelwertbildner gefilterten harmonischen Signals

Wird ein abgetastetes harmonisches Signal einer Filterung mittels eines einfachen Mittelwertbildners der Länge  $M$  unterzogen, lautet die analytische Beschreibung des Signals nach der Filterung folgendermaßen:

$$y_n = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M x_{n-i} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M A \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot (n-i)\right), n = 1..N \quad (9.20)$$

Die Varianz des gefilterten Signals ist dann:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M \left( A \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot (n-i)\right) - \bar{x}_f \right) \right]^2 \\ &= \frac{A^2}{(N-1) \cdot M^2} \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \sum_{i=1}^M \left( \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot (n-i)\right) - \frac{\bar{x}_f}{A} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (9.21)$$

Für ein analoges Signal kann man diese Gleichung wie folgt umwandeln:

$$s^2 = \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \int_0^{T_2} \left[ \int_0^{T_3} (\sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot (t - t_1)) - \frac{\bar{x}_f}{A}) dt_1 \right]^2 dt \quad (9.22)$$

Dabei entspricht das Intervall  $T_2$  der Integrationszeit für die Varianzberechnung und  $T_3$  ist die Filterungszeit.

Den Mittelwert des gefilterten harmonischen Signals berechnet man als:

$$\bar{x}_f = \frac{1}{T_2} \cdot \int_0^{T_2} \frac{1}{T_3} \cdot \int_0^{T_3} A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot (t - t_1)) dt_1 dt \quad (9.23)$$

Zur Vereinfachung bezeichnet man wieder  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f_s$

$$\begin{aligned} \bar{x}_f &= \frac{A}{T_2 \cdot T_3} \cdot \int_0^{T_2} \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot (t - t_1)) dt_1 dt \\ &= \frac{A}{T_2 \cdot T_3} \cdot \int_0^{T_2} \int_0^{T_3} [\sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t_1) - \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] dt_1 dt \\ &= \frac{A}{T_2 \cdot T_3} \cdot \int_0^{T_2} \left[ \sin(\omega \cdot t) \cdot \int_0^{T_3} \cos(\omega \cdot t_1) dt_1 - \cos(\omega \cdot t) \cdot \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot t_1) dt_1 \right] dt \\ &= \frac{A}{T_2 \cdot T_3 \cdot \omega} \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \int_0^{T_2} \sin(\omega \cdot t) dt + (\cos(\omega \cdot T_3) - 1) \cdot \int_0^{T_2} \cos(\omega \cdot t) dt \right] \\ &= \frac{A}{T_2 \cdot T_3 \cdot \omega^2} \cdot [-\sin(\omega \cdot T_3) \cdot (\cos(\omega \cdot T_2) - 1) + \sin(\omega \cdot T_2) \cdot (\cos(\omega \cdot T_3) - 1)] \end{aligned} \quad (9.24)$$

Also lautet der analytische Ausdruck für den Mittelwert eines gefilterten Signals:

$$\bar{x}_f = \frac{2 \cdot A}{T_2 \cdot T_3 \cdot \omega^2} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_2}{2}\right) - \sin(\omega \cdot T_2) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \right] \quad (9.25)$$

Für die Varianz gilt:

$$s^2 = \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \int_0^{T_2} \left[ \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot (t - t_1)) - \frac{\bar{x}_f}{A} dt_1 \right]^2 dt \quad (9.26)$$

Zur Vereinfachung setzt man  $k = \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2}$

$$\begin{aligned}
s^2 &= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot (t - t_1)) dt_1 - \frac{\bar{x}_f}{A} \cdot \int_0^{T_3} dt_1 \right]^2 dt \\
&= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \int_0^{T_3} (\sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t_1) - \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t_1)) dt_1 - \frac{\bar{x}_f}{A} \cdot T_3 \right]^2 dt
\end{aligned} \tag{9.27}$$

Wenn man das innere Integral berechnet, ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned}
s^2 &= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t_1) dt_1 - \int_0^{T_3} \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t_1) dt_1 - \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right]^2 dt \\
&= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \sin(\omega \cdot t) \cdot \int_0^{T_3} \cos(\omega \cdot t_1) dt_1 - \cos(\omega \cdot t) \cdot \int_0^{T_3} \sin(\omega \cdot t_1) dt_1 - \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right]^2 dt \\
&= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \Big|_0^{T_3} + \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \Big|_0^{T_3} - \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right]^2 dt \\
&= k \cdot \int_0^{T_2} \left[ \frac{\sin(\omega \cdot T_3)}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \frac{\cos(\omega \cdot T_3)}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t) - \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} - \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right]^2 dt \\
&= \frac{k}{\omega^2} \cdot \int_0^{T_2} \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin(\omega \cdot t) + (\cos(\omega \cdot T_3) - 1) \cdot \cos(\omega \cdot t) - \frac{\bar{x}_f \cdot T_3 \cdot \omega}{A} \right]^2 dt
\end{aligned} \tag{9.28}$$

Unter Verwendung der Gleichung  $\cos(\omega \cdot T_3) - 1 = -2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right)$  ergibt sich:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{k}{\omega^2} \cdot \int_0^{T_2} [\sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin(\omega \cdot t)]^2 dt + \frac{k}{\omega^2} \cdot \int_0^{T_2} \left[ (-2 \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2})) \cdot \cos(\omega \cdot t) \right]^2 \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3 \cdot \omega}{A} \right)^2 \int_0^{T_2} dt \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot 2 \cdot \int_0^{T_2} \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot (-2 \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2})) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt \\
&- \frac{k}{\omega^2} \cdot 2 \cdot \int_0^{T_2} \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3 \cdot \omega}{A} dt \\
&- \frac{k}{\omega^2} \cdot 2 \cdot \int_0^{T_2} (-2 \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2})) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3 \cdot \omega}{A} dt \\
&= \frac{k}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \int_0^{T_2} \sin^2(\omega \cdot t) dt + \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot \int_0^{T_2} \cos^2(\omega \cdot t) dt \\
&+ k \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right)^2 \cdot \int_0^{T_2} dt - \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot \int_0^{T_2} \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt \\
&- \frac{k}{\omega} \cdot 2 \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \int_0^{T_2} \sin(\omega \cdot t) dt - 2 \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot \int_0^{T_2} \cos(\omega \cdot t) dt \right]
\end{aligned} \tag{9.29}$$

Findet man die Stammfunktionen für die vorhandenen Integrale, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{k}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ \frac{t}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{4 \cdot \omega} \right]_0^{T_2} \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot \left[ \frac{t}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{4 \cdot \omega} \right]_0^{T_2} \\
&+ k \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right)^2 \cdot T_2 + \frac{k}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot (\cos(2 \cdot \omega \cdot t))_0^{T_2} \\
&- \frac{k}{\omega} \cdot 2 \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \left( -\frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \right)_0^{T_2} - 2 \cdot \sin^2(\frac{\omega \cdot T_3}{2}) \cdot \left( \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \right)_0^{T_2} \right]
\end{aligned} \tag{9.30}$$

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{k}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ k \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right)^2 \cdot T_2 + \frac{k}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot (\cos(2 \cdot \omega \cdot T_2) - 1) \\
&- \frac{k}{\omega^2} \cdot 2 \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot (1 - \cos(\omega \cdot T_2)) - 2 \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin(\omega \cdot T_2) \right] \\
&= \frac{k}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ k \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right)^2 \cdot T_2 + \frac{k}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot (\cos(2 \cdot \omega \cdot T_2) - 1) \\
&- \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_2}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin(\omega \cdot T_2) \right]
\end{aligned} \tag{9.31}$$

Der Ausdruck in den letzten eckigen Klammern ist der Mittelwert des gefilterten Signals (siehe Gleichung (9.25)). Also ersetzt man ihn durch  $\bar{x}_f$  :

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{k}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ \frac{k}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ k \cdot \left( \frac{\bar{x}_f \cdot T_3}{A} \right)^2 \cdot T_2 - 2 \cdot \frac{k}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin^2(\omega \cdot T_2) \\
&- k \cdot 2 \cdot \frac{\bar{x}_f^2 \cdot T_3^2 \cdot T_2}{A^2}.
\end{aligned} \tag{9.32}$$

Für den Koeffizienten  $k$  gilt definitionsgemäß:  $k = \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2}$

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&+ \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot 4 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \left[ \frac{T_2}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{4 \cdot \omega} \right] \\
&- \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{2}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin^2(\omega \cdot T_2) \\
&- \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{\bar{x}_f^2 \cdot T_3^2 \cdot T_2}{A^2} \\
&= \frac{A^2}{2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot \left[ 1 - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{2 \cdot \omega \cdot T_2} \right] \\
&+ \frac{A^2}{T_3^2} \cdot \frac{2}{\omega^2} \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \left[ 1 + \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot T_2)}{2 \cdot \omega \cdot T_2} \right] \\
&- \frac{A^2}{T_2 \cdot T_3^2} \cdot \frac{2}{\omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin^2(\omega \cdot T_2) - \bar{x}_f^2
\end{aligned} \tag{9.33}$$

Eine kompakte Schreibweise der Funktion  $\frac{\sin(x)}{x} = si(x)$ :

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{A^2}{2 \cdot T_3^2 \cdot \omega^2} \cdot \sin^2(\omega \cdot T_3) \cdot [1 - si(2 \cdot \omega \cdot T_2)] \\
&+ \frac{2 \cdot A^2}{T_3^2 \cdot \omega^2} \cdot \sin^4\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot [1 + si(2 \cdot \omega \cdot T_2)] \\
&- \frac{2 \cdot A^2}{T_2 \cdot T_3^2 \cdot \omega^3} \cdot \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \cdot \sin^2(\omega \cdot T_2) \\
&- \frac{1}{T_2^2} \cdot \left( \frac{2 \cdot A}{T_3 \cdot \omega^2} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot T_3) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_2}{2}\right) - \sin(\omega \cdot T_2) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega \cdot T_3}{2}\right) \right] \right)^2
\end{aligned} \tag{9.34}$$

Für ein diskretes Signal heißt es:

$$\begin{aligned}
s^2 = & \frac{A^2}{M^2 \cdot \omega_d^2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\omega_d \cdot M) \cdot [1 - \text{si}(2 \cdot \omega_d \cdot N)] \right. \\
& + 2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right) \cdot [1 + \text{si}(2 \cdot \omega_d \cdot N)] \\
& - \frac{2}{N \cdot \omega_d} \cdot \sin(\omega_d \cdot M) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right) \cdot \sin^2(\omega_d \cdot N) \\
& \left. - \frac{4}{N^2 \cdot \omega_d^2} \cdot \left[ \sin(\omega_d \cdot M) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega_d \cdot N}{2}\right) - \sin(\omega_d \cdot N) \cdot \sin^2\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right) \right]^2 \right)
\end{aligned} \tag{9.35}$$

Wobei  $N$  Anzahl der Abtastpunkte im Integrationsintervall und  $M$  die Länge des Mittelwertbildners sind.

$\omega_d = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a}$ ;  $f_s$  und  $f_a$  sind entsprechend die Signal- und die Abtastfrequenz.

Gleichung (9.35) lassen sich folgende Aussagen ableiten:

- Ist die Länge des Mittelwertbildners so gewählt, dass  $M = \frac{f_a}{f_s} \cdot m$ , wobei  $m$  eine ganze Zahl ist, wird die Varianz gleich Null sein
- Mit wachsender Signalfrequenz  $f_s$  verkleinert sich die Varianz des gefilterten Signals
- Ist die Anzahl der Abtastpunkte  $N$  unendlich groß ( $N \rightarrow \infty$ ), wird die Varianz durch die zwei ersten Gleichungsglieder geprägt:

$$s^2 \approx \frac{A^2}{M^2 \cdot \omega_d^2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\omega_d \cdot M) + 2 \cdot \sin^4\left(\frac{\omega_d \cdot M}{2}\right) \right] \tag{9.36}$$

So beispielsweise, wenn ein harmonisches Signal mit  $f_s=30$  Hz,  $f_a=1200$  Hz,  $A=1$  der Filterung durch ein Mittelwertbildner Länge  $M=54$  unterzogen wird, wird sich die Varianz dem Wert

$$s^2 = \frac{1}{54^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot \frac{30}{1200})^2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \sin^2\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{30}{1200} \cdot 54\right) + 2 \cdot \sin^4\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{30}{1200} \cdot 54}{2}\right) \right] \approx 0,022 \text{ nähern.}$$

Die Signalstandardabweichung ist dann:  $s = \sqrt{0,022} = 0,1483$

Der Vergleich zweier Methoden der Berechnung der Standardabweichung eines gefilterten harmonischen Signals stellt die Abbildung 9.4 dar. Die blaue Kurve bildet das Ergebnis der Berechnung nach der Gleichung (9.35) für das Signal aus dem letzten Beispiel ab. Die grüne

Kurve ist das Resultat der Simulation des gefilterten Signals mit denselben Parametern. Rot ist die Standardabweichung des gefilterten Signals bei  $N \rightarrow \infty$  (Gleichung (9.36)) dargestellt.

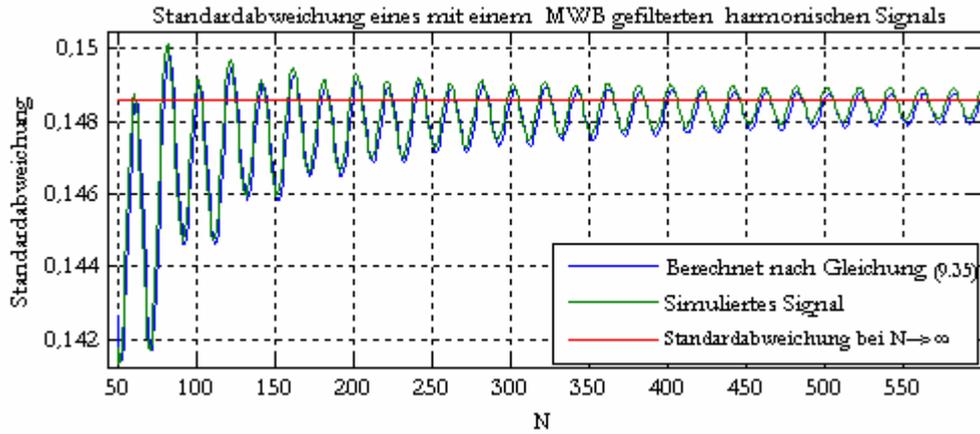


Abbildung 9.4 Grafische Darstellung der Standardabweichung des

Signals  $x_n = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{f_s}{f_a} \cdot n) = \sin(2 \cdot \pi \cdot \frac{30}{1200} \cdot n), n = 1..N$ , gefiltert mit einem Mittelwertbildner

Länge  $M=54$ , berechnet durch Signalsimulation und Einsatz der Gleichungen (9.35) und (9.36).

## 9.4 Untersuchungsergebnisse der Digitalisierung eines realen Signals

Zur Untersuchung des Quantisierungsfehlerspektrums eines realen A/D-Wandlers wurde das Gerät von National Instruments DAQPad-6020E verwendet. Dieses Gerät verfügt über acht Analogeingänge zur Signaldigitalisierung mit der Auflösung 12 Bit. Die Abtastfrequenz kann mittels PC eingestellt werden, der Höchstwert beträgt 100 kHz. Die digitalisierten Werte können über eine USB-Schnittstelle ausgelesen werden (Abbildung 9.5).

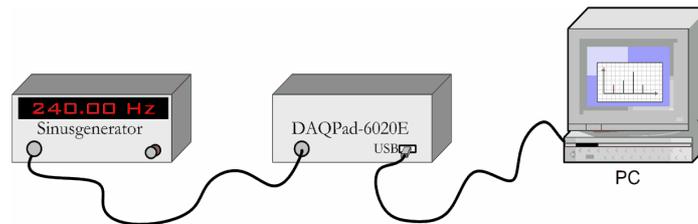


Abbildung 9.5 Untersuchungsaufbau

Die Amplitude des von einem Sinusgenerator erzeugten Signals wurde auf drei A/D-Wandlerbits ( $B=3$ ) begrenzt. Die Signalfrequenz  $f_s$  betrug 240 Hz. Abbildung 9.6 stellt das Spektrum dieses Signals, abgetastet mit  $f_a=800$  Hz, dar. Es sind den Frequenzen  $f_i = i \cdot 80$  Hz die spektrale Anteile nachweisbar. Diese harmonischen Anteile nennt man spektrale „Spurs“. Sie entstehen infolge der Signaldigitalisierung, wenn zwischen Signal- und Abtastfrequenz folgender

Zusammenhang besteht:  $\frac{f_s}{f_a} = \frac{M \cdot f_g}{K \cdot f_g}$ ;  $f_s = 3 \cdot 80$  Hz;  $f_a = 10 \cdot 80$  Hz (siehe Kapitel 3.1.4,

Seite 28).

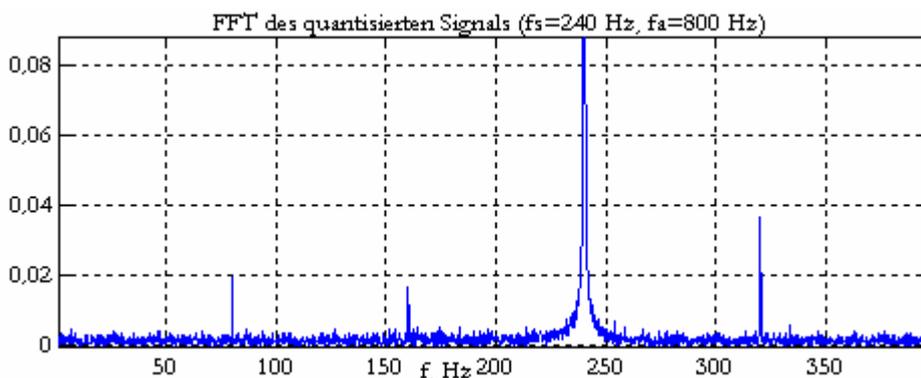


Abbildung 9.6 FFT des digitalisierten Signals mit  $f_s=240$  Hz,  $f_a=800$  Hz,  $Nq=8$  (vergrößert).

Das Spektrum in Abbildung 9.7 weist dagegen nur die harmonischen Anteile an den Frequenzen 480 Hz, 960 Hz, 1440 Hz, 1920 Hz, 2400 Hz auf, die das Vielfache von der Signalfrequenz bilden. Das ist die Folge der ausreichenden Abtastrate, die die Bedingung  $f_a \geq 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot Nq$  erfüllt.

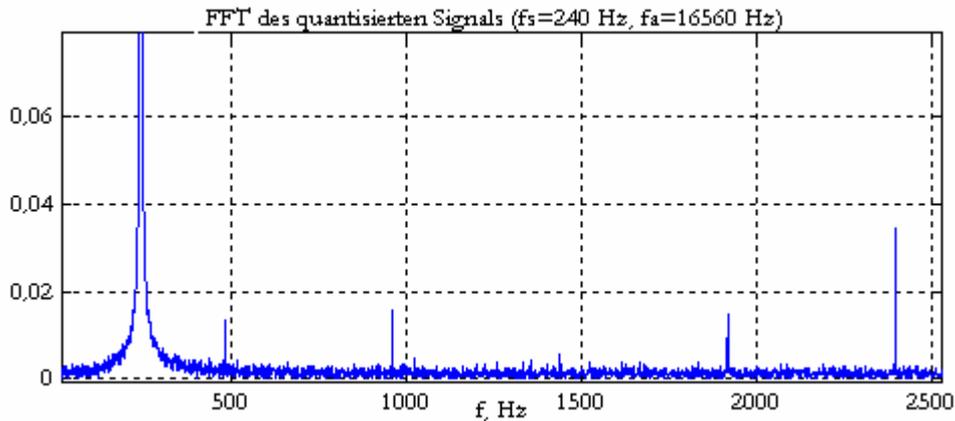


Abbildung 9.7 FFT des digitalisierten Signals mit  $f_s=240$  Hz,  $f_a=16560$  Hz,  $Nq=8$ .

Im Falle mehrerer additiv überlagerter harmonischer Signale ist zu erwarten, dass im Spektrum die Anteile aller Schwingungen anwesend sind. Am Beispiel zweier überlagerten Schwingungen mit den Frequenzen  $f_{s1}=240$  Hz und  $f_{s2}=100$  Hz ist es deutlich zu sehen. Bei der Abtastrate 880 Hz müssen die Anteile 80 Hz, 160 Hz, 320 Hz, 400 Hz sowie 20 Hz, 40 Hz, 60 Hz, 120 Hz, 140 Hz usw. auftreten.

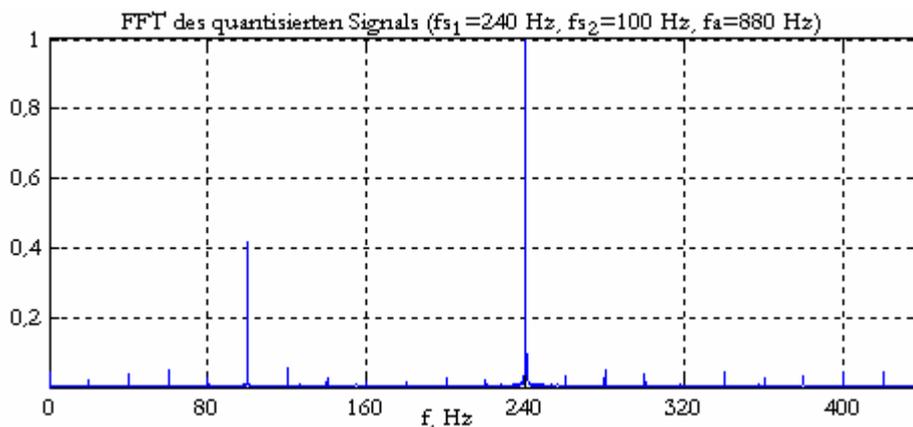


Abbildung 9.8 FFT des digitalisierten Signals mit zwei additiv überlagerten Schwingungen mit den Frequenzen  $f_{s1}=240$  Hz und  $f_{s2}=100$  Hz und  $f_a=880$  Hz.

Zu Modulationserscheinungen kommt es, falls eine der Signalfrequenzen in der Nähe einer der spektralen „Spurs“ des anderen Signals liegt. Ein Beispiel dazu stellt die Abbildung 9.9 dar. In diesem Fall liegt die infolge Digitalisierung entstandene Spitze bei 80 Hz. Eine im Signal vorhandene Schwingung hat die Frequenz 77 Hz. Andere Beispiele zu den Modulationserscheinungen infolge Quantisierung sind in [15] zu sehen.

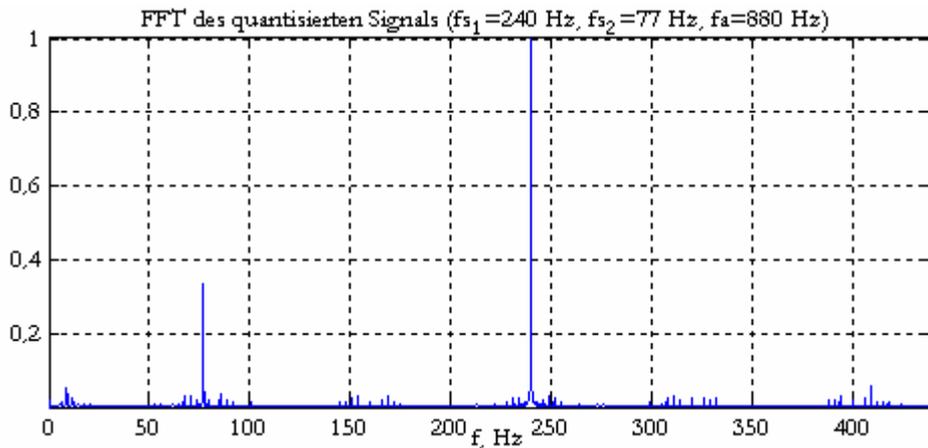


Abbildung 9.9 Modulationserscheinungen bei der Digitalisierung der additiv überlagerten Signale  
Frequenzen  $f_{s2}=240$  Hz,  $f_{s1}=77$  Hz.

Ein rauschähnliches Spektrum beobachtet man, wenn die Abtastfrequenz  $f_a$  beispielsweise den

Wert 813 Hz annimmt. Nach der Gleichung  $\frac{f_s}{f_a} = \frac{M \cdot f_g}{K \cdot f_g}$  werden im Spektrum die Spitzen an

den Frequenzen  $f_i = i \cdot 3$  Hz vorhanden sein, denn die Abtast- und Signalfrequenz sind die Vielfachen von der Frequenz  $f_g = 3$  Hz:  $f_s = M \cdot f_g = 271 \cdot 3$  Hz = 813 Hz und  $f_a = K \cdot f_g = 80 \cdot 3$  Hz = 240 Hz. Außerdem verursacht die Digitalisierung des Signals Frequenz  $f_s = 100$  Hz das im Spektrum gleichmäßig verteilte Rauschen.

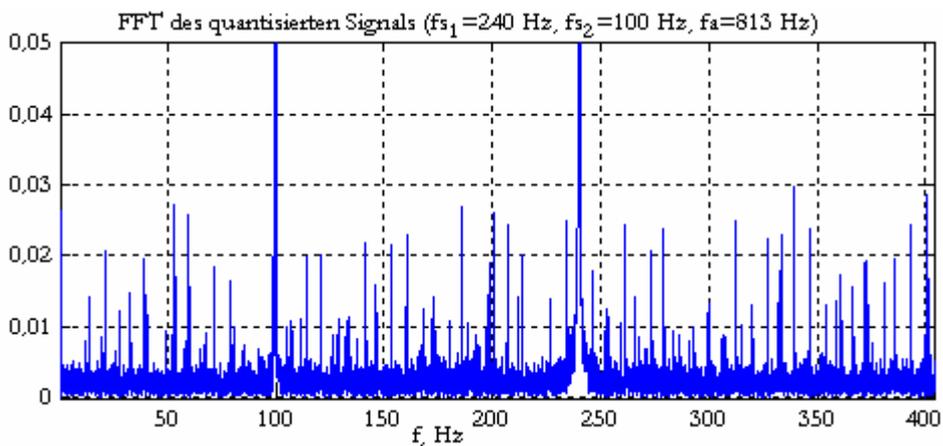


Abbildung 9.10 FFT des digitalisierten Signals mit zwei additiv überlagerten Schwingungen mit den  
Frequenzen  $f_{s1}=240$  Hz und  $f_{s2}=100$  Hz und  $f_a=813$  Hz (vergrößert)

---

## 10 Literaturverzeichnis

- [1] Beetz, Bernhard H.: Ein Beitrag zur Leistungssteigerung bei der dynamischen Wägung mit selbsttätigen Kontrollwaagen; Dissertation; Kaiserslautern, 1984
- [2] Bennett, William Ralf: Spectra of Quantised Signals; The Bell System Technical Journal, Vol.27, 1948
- [3] BGBII 1981, 1585; BGBII 1982, 155: Verordnung über Fertigpackungen
- [4] BGBII 1994, 451:Verordnung über Fertigpackungen (Modifizierung)
- [5] Chatfield, Chris: The Analysis of Time Series, Fifth Edition; Chapman & Hall, 1997
- [6] Crawford, James A.: Frequency Synthesizer Design Handbook; Artech House Inc., 1994
- [7] Crystal Logic, Inc.: CS5525/CS5526:16-Bit/20-Bit Multi-Range ADC with 4-Bit Latch: Datasheet, 1998
- [8] Deutsche Kalibrierdienst: Übersetzung der Publikation EAL-R2, Ed. 1, Apr.97 „Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration“
- [9] Diniz, Paulo S.R.; Adaptive Filtering, Algorithms and Practical Implementation; Second Edition, Kluwer Academic Publisher Group, 2002
- [10] EO 1998 Anlage 9; Nichtselbsttätige Waagen; Fassung vom 25. November 2003
- [11] Gray, Robert M.: Quantization Noise Spectra; IEEE Transaction on Information Theory, Vol. 36, No. 6, November 1990
- [12] Gray, Robert M.: Quantization; IEEE Transaction on Information Theory, Vol. 44, No. 6, October 1998

- 
- [13] Haykin, Simon: Adaptive Filter Theory; Third Edition; Prentice-Hall, Inc. 1996
- [14] Kavanagh, Richard: FIR Differentiators for Quantized Signals; IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 49, No 11, November 2001
- [15] Kestler, Walt: Analog-Digital Conversion; Analog Devices Inc.;USA 2004
- [16] Klauer, Alfred: Adaptive Störunterdrückung und Signalverarbeitung in Messsystemen; Dissertation; Kaiserslautern 1987
- [17] Kochsiek, Manfred, Gläser, Michael. Massebestimmung; Weinheim, New York, Basel, Cambridge, Tokyo 1997
- [18] Kochsiek, Manfred: Handbuch des Wägens; 2. Auflage, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1989
- [19] Kochsiek, Manfred: Lehrmaterial zur Vorlesung „Kraftmess- und Wägetechnik“, Ilmenau. Januar 2001
- [20] Krause, Lutz: Dynamische Wägetechnik; Habilitationsschrift, Ilmenau, November 2002
- [21] Krause, Lutz: Effective quantisation by averaging and dithering; Measurement 39 (2006) 681-694
- [22] Meyer, Martin: Signalverarbeitung; 3.Auflage; GWV-Verlage GmbH, Wiesbaden 2003
- [23] Mollova,G.: Compact formulas for least-squares design of digital differentiators; ELECTRONICS LETTERS, 30 September, 1999, Vol.35 Nr20
- [24] OIML R 51-1: International Recommendation Automatic catchweighing instruments; Edition 1996(E)
- [25] Oppenheim, Alan V: Zeitdiskrete Signalverarbeitung; Oldenburg Verlag, 1995

- 
- [26] Oppenheim, Alan V, Willsky, Alan S. unter Mitarbeit von Jan T. Young: Signale und Systeme; VCH Verlagsgesellschaft, 1992
- [27] Pandit, Mandhukar, Beetz, Bernhardt: Verfahren, Einrichtung und Schaltungsordnung zum Ermitteln des Gewichtes von kontinuierlich und in Förderrichtung vereinzeltgeförderten stückigen Gütern, z.B. befüllten Verpackungen, mittels einer selbsttätigen Kontrollwaage; Patentschrift DE3318409C2; Deutsches Patentamt; Veröffentlichungstag 16.10.86
- [28] Pápay: Numerical Distortion in Single-Tone DDS; IEEE Instrumentation and Measurement; Technology Conference; Budapest, Hungary, May 2001
- [29] Pan, Hui and Abidi, Asad A.: Spectral Spurs due to Quantization in Nyquist ADCs; IEEE Transaction on Circuit and Systems, Regular Papers, Vol. 51, No8, August 2004
- [30] PTB-Anforderungen PTB-A 10.4: Selbsttätige Kontrollwaagen; Januar 1994
- [31] Richtlinie 90/384/EWG des Rates vom 20. Juni zur Angleichung der Rechtsvorschriften der Mitgliedsstaaten über nichtselbsttätige Waagen; Amtsblatt Nr. L189 vom 20/07/1990 S. 0001-0016
- [32] Sommer K.-D., Siebert B.R..L.: Praxisgerechtes Bestimmen der Messunsicherheit nach GUM; Technisches Messen 71 (2004) 2
- [33] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik I: Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2005
- [34] Vankka, Jouko, Halonen, Kari: Direct Digital Synthesizers, Theory, Design and Application; Kluwer Academic Publishers, 2001
- [35] Wernstedt, Jürgen: Experimentelle Prozessanalyse; VEB Verlag Technik Berlin 1989
- [36] Widrow, Bernard, Istvan Kollar, Ming-Chang Liu: Statistical Theory of Quantization; IEEE Transaction On Instrumentation and Measurement, Vol. 45, No 2, April 1996