

# **WÄRMETRANSPORT IN TURBULENTEN KONVEKTIONSSTRÖMUNGEN**

**Habilitationsschrift zur Erlangung des  
akademischen Grades Dr.-Ing. habil.**

**eingereicht an der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Ilmenau**

**von:** Dr.-Ing. Ronald du Puits

**geb. am:** 06.04.1964

**in:** Leipzig

**Ilmenau 2008**

**Technische Universität Ilmenau**

**WÄRMETRANSPORT IN TURBULENTEN  
KONVEKTIONSSTRÖMUNGEN**

von

**Dr.-Ing. Ronald du Puits**

Abschlussarbeit zur experimentellen Untersuchung des Wärmetransportes in turbulenten Konvektionsströmungen, studiert an einem großskaligem Rayleigh-Bénard-Experiment mit dem besonderem Schwerpunkt auf der Charakterisierung des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes in der Nähe der Kühlplatte, der Analyse der kohärenten Oszillationen in den Zeitreihen beider Größen und der Bestimmung von globalen Ähnlichkeitsparametern in ihrer Abhängigkeit von den thermischen und den geometrischen Randbedingungen.

## DANKSAGUNG

An dieser Stelle möchte ich mich recht herzlich bei allen Personen und Institutionen bedanken, die zu der hier veröffentlichten Arbeit beigetragen haben. An erster Stelle gilt der besondere Dank meinem wissenschaftlichem Betreuer, Prof. André Thess, dessen fachliche Unterstützung bei der Analyse des wissenschaftlichen Datenmaterials und bei dessen Veröffentlichung mir zu jeder Zeit eine große Hilfe war. Gleichfalls danken möchte ich allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe „Experimentelle Strömungsmechanik“, insbesondere deren Leiter Dr. Christian Resagk sowie den beiden technischen Mitarbeitern Vigimantas Mitschunas und Klaus Henschel, ohne deren Mithilfe die Durchführung der experimentellen Arbeiten nicht möglich gewesen wäre. Mein persönlicher Dank richtet sich auch an alle Studenten, die im Rahmen von Studien-, Projekt- und Diplomarbeiten oder als studentische Hilfskräfte am „Ilmenauer Fass“ mitgewirkt haben, namentlich vor allem an meine beiden ehemaligen Diplomanden Carsten Concen und Tobias Ryll.

Für die großzügige finanzielle Unterstützung zum Aufbau der experimentellen Versuchseinrichtung und zur Durchführung der wissenschaftlichen Untersuchungen gilt mein besonderer Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft und dem Land Thüringen.

Abschließend möchte ich mich vor allem auch bei meiner Familie bedanken, meiner Ehefrau Silke du Puits und meinen beiden Kindern Sören und Jenny du Puits, die mich insbesondere beim Verfassen dieser Schrift zu Hause unterstützt und von „häuslichen“ Arbeiten entlastet haben.

# INHALTSVERZEICHNIS

Danksagung .....	III
Inhaltsverzeichnis.....	IV
Liste der Abbildungen .....	VI
Liste der verwendeten Formelzeichen .....	XII
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Stand der Forschung .....	3
1.3 Ziel der Arbeit .....	11
2 Experimenteller Aufbau .....	12
2.1 Das Ilmenauer Fass .....	12
2.1.1 Kühlplatte .....	14
2.1.2 Heizplatte.....	17
2.1.3 Gegenheizung.....	20
2.1.4 Zentrale Steuereinheit.....	23
2.2 Messtechnik.....	27
2.2.1 Bestimmung der globalen Parameter .....	27
2.2.2 Temperaturmessungen .....	30
2.2.3 Geschwindigkeitsmessungen .....	35
2.2.4 Mathematische Definitionen und Auswertalgorithmen .....	38
3 Ergebnisse für konstantes Aspektverhältnis .....	40
3.1 Geschwindigkeitsprofile .....	40
3.1.1 Das Profil der mittleren Geschwindigkeit.....	40
3.1.2 Das Profil der Geschwindigkeitsfluktuationen.....	51

3.2	Temperaturprofile .....	52
3.2.1	Das Profil der mittleren Temperatur .....	52
3.2.2	Das Profil der Temperaturfluktuationen .....	58
3.3	Viskose und thermische Grenzschicht im Vergleich.....	59
3.4	Globale Kenngrößen Reynolds- und Nusseltzahl .....	61
3.5	Zusammenfassung.....	64
4	Ergebnisse für variables Aspektverhältnis.....	65
4.1	Die Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur.....	66
4.2	Globale Strömungsstruktur bei veränderlichem Aspektverhältnis .....	72
4.2.1	Der Grenzfall $\Gamma \approx 1$ .....	72
4.2.2	Die globale Strömungsstruktur für $\Gamma > 1$ .....	77
4.3	Globale Kenngrößen Reynolds- und Nusseltzahl .....	82
4.4	Zusammenfassung.....	85
5	Fehlerbetrachtung .....	86
5.1	Statistische Fehler.....	86
5.2	Fehler bei wandnahen Messungen.....	90
6	Zusammenfassung und Ausblick .....	96
	Literaturverzeichnis.....	98
	Anhang A: Ergebnisse der Arbeit in numerischer Form .....	104
	Anhang A: Ergebnisse der Arbeit in numerischer Form .....	105
	Anhang A: Ergebnisse der Arbeit in numerischer Form .....	106
	Anhang A: Ergebnisse der Arbeit in numerischer Form .....	107
	Anhang B: Funktionsübersicht der Steuerungssoftware.....	108

## LISTE DER ABBILDUNGEN

<b>Abbildung 1:</b> Schematische Darstellung eines Rayleigh-Bénard-Experimentes .....	4
<b>Abbildung 2:</b> Prinzipieller Aufbau des Rayleigh-Bénard-Experimentes „Ilmenauer Fass“ .....	12
<b>Abbildung 3:</b> Zugänglicher Parameterbereich.....	13
<b>Abbildung 4:</b> Schematische Darstellung der aus 16 Einzelsegmenten zusammengesetzten Kühlplatte (links) und Aufbau der Einzelsegmente (rechts) .....	15
<b>Abbildung 5:</b> Prinzipieller Aufbau der aus zwei hydraulische getrennten Kreisen bestehenden Kühlanlage zur Versorgung der Kühlplatte mit Kälteenergie .....	16
<b>Abbildung 6:</b> Radiale Verteilung der Kühlplattentemperatur am Beispiel des Segmentes 9 (12.00 Uhr) bei maximalem Wärmestrom ( $Ra \approx 10^{12}$ ) .....	17
<b>Abbildung 7:</b> Zeitlicher Verlauf der gemittelten Kühlplattentemperatur über einen Zeitraum von 12 h .....	17
<b>Abbildung 8:</b> Räumliche Anordnung der Heizkreise (oben) und prinzipieller Aufbau der Heizplatte (unten) .....	19
<b>Abbildung 9:</b> Radiale Verteilung der Heizplattentemperatur am Segment 9 (12.00 Uhr) bei maximalem Wärmestrom .....	19
<b>Abbildung 10:</b> Zeitlicher Verlauf der mittleren Heizplattentemperatur bei maximalem Wärmestrom über einen Zeitraum von 12 h.....	20
<b>Abbildung 11:</b> Prinzip des aktiven Kompensationsheizsystems.....	22
<b>Abbildung 12:</b> Vereinfachtes Funktionsschaltbild der zentralen Steuerung .....	24
<b>Abbildung 13:</b> Numerische Simulation: Radiale Abhängigkeit der Wärmestromdichte $\dot{q}_G$ aus der Heizleiterebene in den Erdboden bei maximaler Heizplattentemperatur $\vartheta_{HP} = 80^\circ\text{C}$ .....	29
<b>Abbildung 14:</b> Einbau des Temperatursensors durch das Messfenster im Zentrum der Kühlplatte und seine Anordnung entgegen der Hauptströmungsrichtung .....	32

<b>Abbildung 15:</b> Temperaturzeitserien bei $\Gamma = 1,13$ und $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ im Abstand von $0,1\delta_{th}$ (links), $\delta_{th}$ (mitte) und $10\delta_{th}$ (rechts) von der Kühlplatte sowie gespreizte Ausschnitte zur Demonstration der guten zeitlichen Auflösung der Messung (unten) .....	34
<b>Abbildung 16:</b> Prinzipielle (links) und reale (rechts) Anordnung der LDA-Sonden zur Messung der beiden Geschwindigkeitskomponenten $v_x$ und $v_y$ .....	36
<b>Abbildung 17:</b> Konvektionswalze in turbulenter RB-Konvektion bei $\Gamma = 1,13$ und Messposition am Mittelpunkt der Kühlplatte .....	41
<b>Abbildung 18:</b> Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit $ \bar{v} $ über dem Abstand von der Kühlplatte $z$ für $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ (blaue Kreise und linke y-Achse) und $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ (rote Kreuze und rechte y-Achse), die durchgezogenen Linien stellen die Lösung der Blasius-Gleichung dar. ....	44
<b>Abbildung 19:</b> Profile der normierten mittleren Geschwindigkeit $ \bar{v} ^+$ über dem normierten Abstand von der Kühlplatte $z^+$ für $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ (rote Kreuze) und $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ (blaue Kreise), die schwarz gestrichelte Linie stellt die Funktion $ \bar{v} ^+ = z^+$ und die schwarze durchgezogene Linie ist der Mittelwert aus Messungen am Windkanal .....	46
<b>Abbildung 20:</b> Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit $ \bar{v} $ über dem Abstand von der Kühlplatte $z$ für $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ (blaue Kreise und linke y-Achse) und $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ (rote Kreuze und rechte y-Achse), die durchgezogenen Linien stellen die Fitfunktion nach Gleichung 3.13 dar. ....	48
<b>Abbildung 21:</b> Profile der mittleren normierten Geschwindigkeit $ \bar{v} ^*$ über dem normierten Abstand von der Kühlplatte $z^*$ von unten nach oben für $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ , $Ra = 1,96 \times 10^{11}$ , $Ra = 3,39 \times 10^{11}$ , $Ra = 5,38 \times 10^{11}$ , $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ und $Ra = 9,77 \times 10^{11}$ , die Profile sind um jeweils 0,2 gegeneinander auf der Ordinate verschoben .....	49
<b>Abbildung 22:</b> Verdrängungs- und Impulsverlustdicke $\delta_{VV}$ (rote Kreuze) und $\delta_{MV}$ (blaue Kreise), (linke Abbildung) berechnet aus den Profilen der mittleren Geschwindigkeit $ \bar{v}(z) $ sowie deren Verhältnis $S$ (rechte Abbildung) in Abhängigkeit von $Ra$ .....	50
<b>Abbildung 23:</b> Profile der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen $\sigma_v(z)$ für $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ (blaue Kreuze), $Ra = 3,39 \times 10^{11}$ (grüne Sterne) und $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ (rote Kreise) .....	51

<b>Abbildung 24:</b> Maximum der Geschwindigkeitsfluktuationen $\sigma_{v,\max}$ in den Profilen $\sigma_v(z)$ und dessen Abhängigkeit von $Ra$ .....	52
<b>Abbildung 25:</b> Profile der mittleren Temperatur $\bar{\vartheta}$ über dem Abstand von der Kühlplatte $z$ für $Ra = 7,76 \times 10^{11}$ (blaue Kreise und linke y-Achse) und $Ra = 1,08 \times 10^{11}$ (rote Kreuze und rechte y-Achse), die gekrümmten Linien stellen den Proportionalbereich, die Geraden ein Potenzgesetz mit dem angegebenen Exponenten dar.....	54
<b>Abbildung 26:</b> Exponenten $\zeta$ der mit einer Potenzfunktion nach Gleichung 3.14 interpolierten mittleren Temperaturprofile $\bar{\Theta}_{KP}(z)$ und deren Abhängigkeit von $Ra$ .....	55
<b>Abbildung 27:</b> Profile der mittleren normierten Temperatur $\bar{\Theta}_{KP}^*$ über dem auf die Verdrängungsdicke normiertem Abstand $z^*$ , von unten nach oben für $Ra = 1,08 \times 10^{11}$ , $Ra = 1,86 \times 10^{11}$ , $Ra = 3,34 \times 10^{11}$ , $Ra = 5,42 \times 10^{11}$ , $Ra = 7,76 \times 10^{11}$ und $Ra = 9,78 \times 10^{11}$ , die Profile sind um den Faktor 1,3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben. ....	57
<b>Abbildung 28:</b> Verdrängungsdicke $\delta_{VT}$ (blaue Kreise) und Grenzschichtdicke $\delta_{TT}$ aus dem Schnittpunkt von $\partial\bar{\vartheta}/\partial z(z=0)$ und $\bar{\vartheta}_B$ (rote Kreuze) sowie deren Abhängigkeit von $Ra$ .....	57
<b>Abbildung 29:</b> Profile der Temperaturfluktuationen $\sigma_T(z)$ für $Ra = 1,08 \times 10^{11}$ (rote Kreuze) und $Ra = 7,76 \times 10^{11}$ (blaue Kreise), die eingezeichneten Geraden sind Potenzgesetze $\sigma_T \sim z^\xi$ mit den angegebenen Exponenten $\xi$ .....	58
<b>Abbildung 30:</b> Profile der mittleren normierten Temperatur $\bar{\Theta}_{KP}^*$ (volle Symbole) und der mittleren normierten Geschwindigkeit $ \bar{v} ^*$ (leere Symbole) für $Ra \approx 1,2 \times 10^{11}$ (rote Symbole) und $Ra \approx 7,6 \times 10^{11}$ (blaue Symbole).....	60
<b>Abbildung 31:</b> Verdrängungsdicke aus dem Profil der mittleren horizontalen Geschwindigkeit $\delta_{vV}$ (leere Kreise) und aus dem Profil der mittleren Temperatur $\delta_{VT}$ (volle Kreise) in Abhängigkeit von $Ra$ .....	60
<b>Abbildung 32:</b> Globale Reynoldszahl $Re_G$ und deren Abhängigkeit von $Ra$ in absoluter (blaue Kreise) und auf $Ra^{0,5}$ normierter (rote Kreuze) Darstellung bei konstantem Aspektverhältnis $\Gamma = 1,13$ .....	62
<b>Abbildung 33:</b> Globale Nusseltzahl $Nu_G$ und deren Abhängigkeit von $Ra$ in absoluter (blaue Kreise) und auf $Ra^{1/3}$ normierter (rote Kreuze) Darstellung bei konstantem Aspektverhältnis $\Gamma = 1,13$ .....	63

<b>Abbildung 34:</b> Bekannte Struktur der globalen Konvektionsströmung für $\Gamma \approx 1$ und hypothetische Strömungsmuster für $\Gamma = 2$ und $\Gamma > 2$ .....	65
<b>Abbildung 35:</b> Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit $ \bar{v} $ über dem Abstand von der Kühlplatte $z$ für $\Gamma = 1,13$ , $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ (blaue Kreise und linke y-Achse) und $\Gamma = 11,3$ , $Ra = 8,1 \times 10^8$ (rote Kreuze und rechte y-Achse) .....	67
<b>Abbildung 36:</b> Profile der normierten mittleren Geschwindigkeit $ \bar{v} ^*$ über dem auf die Verdrängungsdicke normiertem Abstand von der Kühlplatte $z^*$ von unten nach oben für $\Gamma = 11,3$ ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ), $\Gamma = 5,26$ ( $Ra = 7,6 \times 10^9$ ), $\Gamma = 2,45$ , ( $Ra = 7,6 \times 10^{10}$ ) und $\Gamma = 1,13$ ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ), die einzelnen Profile sind um jeweils 0,3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben.....	68
<b>Abbildung 37:</b> Profile der mittleren normierten Temperatur $\bar{\Theta}_{KP}^*$ über dem auf die Verdrängungsdicke normiertem Abstand von der Kühlplatte $z^*$ von unten nach oben für $\Gamma = 11,3$ ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ), $\Gamma = 5,26$ ( $Ra = 7,6 \times 10^9$ ), $\Gamma = 2,45$ , ( $Ra = 7,6 \times 10^{10}$ ) und $\Gamma = 1,13$ ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ), die Profile sind um den Faktor 3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben .....	70
<b>Abbildung 38:</b> Verdrängungsdicke $\delta_{vv}$ der Profile der mittleren Geschwindigkeit (linke Abbildung) sowie Verdrängungsdicke $\delta_{vr}$ (blaue Kreise), Grenzsichtdicken $\delta_{\sigma r}$ (grüne Dreiecke) und $\delta_{\tau r}$ (rote Kreuze) der Temperaturprofile (rechte Abbildung) in Abhängigkeit vom Aspektverhältnis $\Gamma$ .....	71
<b>Abbildung 39:</b> Zeitreihen des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit $ v(t) $ (linkes Diagramm) und dessen Winkels $\varphi(t)$ gegenüber einem Referenzkoordinatensystem (rechtes Diagramm) in einem Abstand $z = 90\text{mm}$ von der Kühlplatte bei $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ .....	73
<b>Abbildung 40:</b> Autokorrelationsfunktionen $\Phi_v(\tau)$ des Betrages und $\Phi_\varphi(\tau)$ des Winkels des horizontalen Geschwindigkeitsvektors für die in Abbildung 39 dargestellten Zeitreihen von $ v(t) $ und $\varphi(t)$ .....	75
<b>Abbildung 41:</b> Prinzipdarstellung der globalen Konvektionswalze sowie die Richtungsschwankungen ihrer Rotationsachse bei $\Gamma \approx 1$ .....	76
<b>Abbildung 42:</b> Ausschnitt aus einer Temperaturzeitreihe $\mathcal{A}(t)$ bei $z = 90\text{mm}$ (links) sowie deren Autokorrelationsfunktion $\Phi_g(\tau)$ (rechts) für $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ und $\Gamma = 1,13$ .....	76

<b>Abbildung 43:</b> Zeitserien des Winkels $\varphi(t)$ des Vektors der horizontalen Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ in einem Abstand von $z = 90\text{mm}$ unterhalb des Zentrums der Kühlplatte für drei verschiedene Aspektverhältnisse $\Gamma = 1,13$ (oben), $\Gamma = 1,89$ (Mitte) und $\Gamma = 4,09$ (unten) .....	78
<b>Abbildung 44:</b> Autokorrelationsfunktion des Betrages $\Phi_v(\tau)$ (um +2 verschoben) und des Winkels $\Phi_\varphi(\tau)$ (um +1 verschoben) des Geschwindigkeitsvektors sowie der Temperatur $\Phi_g(\tau)$ für drei verschiedenen Aspektverhältnisse $\Gamma = 1,13$ (links), $\Gamma = 1,89$ (Mitte) und $\Gamma = 4,09$ (rechts) (a) zusammen mit Skizzen der möglichen globalen Strömungsmusters (b) .....	79
<b>Abbildung 45:</b> Standardabweichung des Winkels des Geschwindigkeitsvektors $\sigma_\varphi$ normalisiert auf den Vollwinkel $2\pi$ in Abhängigkeit von $\Gamma$ .....	80
<b>Abbildung 46:</b> Autokorrelationsfunktion des Temperatursignals $\Phi_g(\tau)$ bei $z = 150\text{mm}$ für $\Gamma = 1,13$ , $\Gamma = 1,89$ und $\Gamma = 8,83$ (obere Reihe) sowie für den gesamten wandnahen Fluidbereich $1\text{mm} < z < 150\text{mm}$ (untere Reihe, farbkodiert mit $\Phi_g(\tau) < -0,2$ : schwarz, $\Phi_g(\tau) > 0,2$ : weiß).....	81
<b>Abbildung 47:</b> Maximum des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit $ \vec{v} _{\max}$ und dessen Abhängigkeit von $\Gamma$ bzw. $Ra$ .....	83
<b>Abbildung 48:</b> Globale Reynoldszahl $Re_G$ und deren Abhängigkeit von $\Gamma$ bzw. $Ra$ in absoluter (blaue Kreise) und auf $Ra^{0,50}$ normierter (rote Kreuze) Darstellung.....	83
<b>Abbildung 49:</b> Globale Nusseltzahl $Nu_G$ und deren Abhängigkeit von $\Gamma$ bzw. $Ra$ in absoluter (blaue Kreise) und auf $Ra^{0,33}$ normierter (rote Kreuze) Darstellung.....	84
<b>Abbildung 50:</b> Häufigkeitsverteilung einer allgemeinen stochastischen Messgröße $Y(\tau)$ , deren Einzelwerte normalverteilt sind. Die Größe $\bar{Y}$ stellt den geschätzten Mittelwert und $\text{std}(Y)$ die geschätzte Standardabweichung dar.....	87
<b>Abbildung 51:</b> Normierte Häufigkeitsverteilungen des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit $ \vec{v} ^*$ und der Temperatur $\mathcal{G}^*$ bei $\Gamma = 1,13$ $Ra = 7,5 \times 10^{11}$ an den Positionen $z = 0,1\delta \hat{=} 0,77\text{mm}$ (rote Kurve) und $z = 10\delta \hat{=} 80,07\text{mm}$ (blaue Kurve) im Vergleich zu den entsprechenden Normalverteilungen (schwarze gepunktete Linie).....	89
<b>Abbildung 52:</b> Profile der mittleren normierten Temperatur $\bar{\Theta}_{KP}$ für zwei verschiedene Temperaturdifferenzen $\Delta\mathcal{G} = 4\text{K}$ (rote Kreuze) und $\Delta\mathcal{G} = 45\text{K}$ (blaue Kreise) im unmittelbaren Wandbereich an der Kühlplatte .....	91

<b>Abbildung 53:</b> Messfehler $\Delta \vartheta_f$ und dessen Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz zwischen Kühlplatte und Bulk.....	92
<b>Abbildung 54:</b> Prinzipielle Befestigung des Mikrothermistors auf den Anschlussdrähten des Sensorhalters und dessen relative Lage zur Kühlplattenoberfläche während der Messung bei $z = 0,07\text{mm}$ sowie der Temperaturgradient in der Grenzschicht (annähernd massstabsgerecht).....	93
<b>Abbildung 55:</b> Profil der normierten mittleren horizontalen Geschwindigkeit für $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ in unmittelbarer Wandnähe auftretender Messfehler $\Delta  v_f $ .....	93
<b>Abbildung 56:</b> Schematische Darstellung der Geschwindigkeitsmessung mittels LDA im Punkt $z = 0\text{mm}$ .....	94

## LISTE DER VERWENDETEN FORMELZEICHEN

$A_{HP}$	Fläche der Heizplatte	$\dot{Q}_D$	diffusiver Wärmestrom
$A_{KP}$	Fläche der Kühlplatte	$\dot{Q}_G$	Wärmestrom in den Erdboden
$C$	Konstante	$\dot{Q}_K$	konvektiver Wärmestrom
$c_p$	spezifische isobare Wärmekapazität	$\dot{Q}_{KP}$	Wärmestrom in der Kühlplatte
$D$	Durchmesser der RB-Zelle	$\dot{Q}_S$	Strahlungswärmestrom zwischen Heiz- und Kühlplatte
$D_{ISO}$	Dicke der Isolation	$\dot{Q}_W$	Wärmestrom durch Seitenwand
$d_I$	Interferenzstreifenabstand	$R$	Radius, allgemein
$F$	Kraft, allgemein	$R_{KP,a}$	Außenradius der Kühlplatte
$\vec{F}$	vektorielle Kraft	$R_{KP,i}$	Innenradius der Kühlplatte
$F_z$	z-Komponente der vektoriellen Kraft	$R_{th}$	thermischer Widerstand
$g$	Erdbeschleunigung	$R_{th,W}$	thermischer Widerstand der Seitenwand
$H$	Abstand zwischen Heiz- und Kühlplatte	$Re$	Reynoldszahl
$H_i$	Höhe der gesamten RB-Zelle	$Re_{\ominus}$	Taylor-Reynoldszahl
$I_{TH}$	Messstrom durch Mikrothermistor	$Ra$	Rayleighzahl
$\dot{m}$	Massenstrom	$S$	Shapefaktor
$Nu$	Nusseltzahl	$T$	absolute Temperatur
$n$	Anzahl	$T_{HP}$	absolute Temperatur der Heiz- platte
$\dot{n}$	Samplingrate	$T_{KP}$	absolute Temperatur der Kühl- platte
$P_{EL}$	Elektrische Heizleistung	$t$	Zeit, allgemein
$Pr$	Prandtlzahl	$\Delta t$	Zeitschritt
$\dot{q}_D$	diffusive Wärmestromdichte	$U$	globale Strömungsgeschwindigkeit
$\dot{q}_G$	Wärmestromdichte zwischen Heizplatte und Erdboden	$U_W$	Weglänge der globalen Strömung
$\dot{q}_K$	konvektive Wärmestromdichte	$V$	normierte Geschwindigkeit
$\dot{q}_S$	Strahlungsdichte	$v$	Geschwindigkeit, allgemein

$\vec{v}$	vektorielle Geschwindigkeit	$\delta_{TT}$	Grenzschichtdicke, basierend auf dem Anstieg des mittleren Temperaturprofils bei $z = 0\text{mm}$
$ \vec{v} $	Betrag der vektoriellen Geschwindigkeit	$\delta_v$	Dicke der viskosen Grenzschicht
$ \vec{v} ^+$	Betrag der vektoriellen Geschwindigkeit, normiert auf die Wandschubspannungsgeschwindigkeit	$\delta_{vT}$	Verdrängungsschichtdicke der thermischen Grenzschicht
$ \vec{v} ^*$	Betrag der vektoriellen Geschwindigkeit, normiert auf die Maximalgeschwindigkeit	$\delta_{vV}$	Verdrängungsschichtdicke der viskosen Grenzschicht
$v_x$	x-Komponente der vektoriellen Geschwindigkeit	$\delta_{\sigma T}$	Grenzschichtdicke, basierend auf dem Maximum der Temperaturfluktuationen
$v_y$	y-Komponente der vektoriellen Geschwindigkeit	$\varepsilon$	Emissionsgrad
$v_z$	z-Komponente der vektoriellen Geschwindigkeit	$\varepsilon_D$	Dissipationsrate
$x$	x-Koordinate, Entfernung in Strömungsrichtung	$\Phi_{12}$	Sichtfaktor
$z$	z-Koordinate, Abstand	$\varphi$	Winkel der vektoriellen Geschwindigkeit
$z^+$	Abstand, normiert auf die Grenzschichtdicke $\delta_v$	$\kappa$	Temperaturleitfähigkeit
$z^*$	Abstand, normiert auf die Verdrängungsgrenzschichtdicke	$\kappa_V$	van Karman-Konstante
$\alpha$	Exponent in $Nu \sim Ra^\alpha$	$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\beta$	kubischer Ausdehnungskoeffizient	$\lambda_{GFK}$	Wärmeleitfähigkeit von GFK
$\Gamma$	Aspektverhältnis	$\lambda_{ISO}$	Wärmeleitfähigkeit der Bodenisolierung
$\gamma$	Exponent in $Re \sim Ra^\gamma$	$\lambda_{PUR}$	Wärmeleitfähigkeit von Polyurethanschäum
$\delta_{MV}$	Impulsverlustdicke der viskosen Grenzschicht	$\nu$	kinematische Viskosität
$\delta_T$	Dicke der thermischen Grenzschicht	$\sigma_s$	Stefan-Boltzmann-Konstante
		$\sigma_T$	Temperaturfluktuationen
		$\sigma_v$	Geschwindigkeitsfluktuationen
		$\sigma_\varphi$	Winkelfluktuationen
		$\mathcal{G}$	Temperatur allgemein

$\mathcal{G}_B$	Bulktemperatur
$\mathcal{G}_G$	Bodentemperatur
$\mathcal{G}_{HP}$	Temperatur der Heizplatte
$\mathcal{G}_{KP}$	Temperatur der Kühlplatte
$\mathcal{G}_L$	Lufttemperatur
$\mathcal{G}_\infty$	Umgebungstemperatur
$\mathcal{G}_S$	Oberflächentemperatur
$\Delta\mathcal{G}$	Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte
$\Delta\mathcal{G}_{HP}$	Temperaturabweichungen auf der Heizplatte
$\Delta\mathcal{G}_{KP}$	Temperaturabweichungen auf der Kühlplatte
$\Theta$	normierte Temperatur allgemein
$\bar{\Theta}_D$	mittlere Defekttemperatur
$\Theta_{HP}$	auf Heizplatte normierte Tempera- tur
$\Theta_{KP}$	auf Kühlplatte normierte Temperatur
$\tau_{LSC}$	Umlaufzeit der globalen Konvek- tionsströmung
$\tau_T$	Periodendauer der Oszillationen in der Temperatur
$\tau_V$	Periodendauer der Oszillationen im Betrag der Geschwindigkeit
$\tau_\varphi$	Periodendauer der Oszillationen im Winkel der Geschwindigkeit

# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Thermische Konvektion ist einer der am häufigsten realisierten Strömungszustände in Natur und Technik. Sie ist sowohl für die Luftbewegungen in der Erdatmosphäre als auch für die ozeanischen Strömungen mitverantwortlich und beeinflusst damit zum großen Teil die klimatischen Verhältnisse auf unserem Planeten. Im Erdkern sorgt die Strömung des flüssigen Eisens für die Entstehung und Aufrechterhaltung des Erdmagnetfeldes. Daneben wirken thermische Konvektionsströmungen aber auch in vielen technischen Prozessen, wie in Anlagen zur Energieerzeugung, bei der Klimatisierung von Gebäuden oder bei der Kühlung von elektrotechnischen Anlagen.

All den genannten Strömungen ist ihre hohe räumliche und zeitliche Komplexität gemeinsam, die deren mathematische Beschreibung schwierig oder in vielen Fällen unmöglich macht. Auch beim heutigen Stand der Rechentechnik ist es deswegen unumgänglich, Modellexperimente zu bauen und die fluidmechanischen Feldgrößen – Geschwindigkeit und Temperatur – innerhalb dieser Strömungen direkt zu messen. Neben dem unmittelbarem Erkenntnisgewinn dienen derlei Experimente der direkten Verifizierung von theoretischen Modellen und mathematischen Simulationen, indem Vorhersagen oder numerische Resultate an einfachen Geometrien und unter genau definierten Randbedingungen mit Messergebnissen aus Modellexperimenten verglichen werden können.

Um oben genannte, großskalige Konvektionsströmungen in einem solchem Modellexperiment exakt abbilden zu können, muss dieses neben der geometrischen auch physikalische Ähnlichkeit aufweisen. Zu diesem Zweck können entweder Fluide mit niedriger Viskosität verwendet werden, was den Bau von relativ kleinen Modellen gestattet oder aber, man arbeitet mit den realen Fluiden Luft oder Wasser, wobei dann die Experimente großräumig aufgebaut werden müssen. Die Vorteile bei der Verwendung niedrigviskoser Fluide liegen vor allem in der besseren Übereinstimmung der Modellströmungen mit der Realität, im geringeren Platzbedarf der Experimentieranlagen, im geringeren Energieaufwand und in den gegenüber den realen Prozessen stark verkürzten Zeitskalen. Allerdings sind der messtechnische Zugang zu lokalen Feldgrößen und die Visualisierung der Strömung in großen Experimenten wesentlich einfacher realisierbar.

Die in dieser Arbeit beschriebenen experimentellen Untersuchungen wurden an einem Konvektionsexperiment – dem so genannten „Ilmenauer Fass“ – durchgeführt, welches mit Luft gefüllt ist und mit einem Durchmesser von 7,15 m und einer maximalen Höhe von 6,30 m zur letzteren Gruppe gehört. Daraus ergeben sich die Schwerpunkte der hier beschriebenen wissenschaftlichen Arbeiten, die wie folgt zusammengefasst werden können:

1. Bestimmung von globalen Strömungsparametern, wie Wärmetransport und mittlere Geschwindigkeit der Konvektionsströmung,
2. Messung von lokalen Feldgrößen, wie Geschwindigkeit und Temperatur in unmittelbarer Wandnähe,
3. Untersuchung der räumlichen Struktur der thermischen Konvektionsströmung bei variabler Geometrie.

In der Fortsetzung des 1. Kapitels gibt der Autor einen Überblick über den Stand der Forschung auf dem Gebiet der thermischen Konvektion und präzisiert die Ziele der Arbeit. Im 2. Kapitel wird zunächst die experimentelle Anlage beschrieben, ehe auf die für die Messung notwendige Technik und die für die Datenanalyse notwendigen mathematischen Algorithmen eingegangen wird. Das 3. und 4. Kapitel enthalten die wissenschaftlichen Ergebnisse der Arbeit, gefolgt vom 5. Kapitel, in dem die bei den Messungen aufgetretenen Fehler diskutiert werden. Im abschließenden 6. Kapitel fasst der Autor die wesentlichen Erkenntnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche zukünftige Forschungsschwerpunkte an dieser weltweit einzigartigen Versuchsanlage.

In Ergänzung zu den hier diskutierten Ergebnissen sind weitere Einzelheiten zur Messung des globalen Wärmestromes und der lokalen Temperatur in der Kühlplattengrenzschicht in „Structure of thermal boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard convection“ [1] veröffentlicht. Der Einfluss der Geometrie auf die globale Strömungsstruktur wird in „Breakdown of wind in turbulent thermal convection“ [2] ausführlich diskutiert und in „Oscillations of the large-scale wind in turbulent thermal convection“ [3] ist ein niederdimensionales, mathematisches Modell zur Beschreibung kohärenter Oszillationen in der globalen Konvektionsströmung beschrieben.

## 1.2 Stand der Forschung

Der Wärmeübergang von einer heißen Oberfläche an ein umgebendes Fluid sowie die innerhalb eines Fluids auftretenden Konvektionsströmungen sind schon seit mehr als 100 Jahren Gegenstand intensiver Forschung. Trotz unumstrittener Fortschritte, sowohl auf theoretischem als auch auf experimentellem Gebiet, ist die Vorhersage dieser Prozesse in Natur und Technik auch heute noch mit großen Unsicherheiten behaftet. So führen fehlerhafte Vorhersagen von atmosphärischen oder ozeanischen Strömungen immer wieder dazu, dass umweltgefährdende Entwicklungen, wie zum Beispiel schwere Wirbelstürme oder die Ausbreitung von Flutwellen nicht rechtzeitig oder gar nicht erkannt werden, was neben schweren wirtschaftlichen Schäden nicht selten auch Menschenleben kostet.

Derartig motiviert, war Ludwig Prandtl einer der ersten Wissenschaftler, der im Jahre 1932 den Wärmeübergang an der Oberfläche eines erhitzten Körpers studierte [51]. Er erkannte, dass dieser ausschließlich von einer dünnen Schicht in unmittelbarer Wandnähe abhängt, dass aber die Bedingungen außerhalb dieses von ihm als Grenzschicht bezeichneten Gebietes keinen wesentlichen Einfluss auf den Wärmetransport haben. Aus einer Reihe von lokalen Temperaturmessungen innerhalb dieser Grenzschicht fand er heraus, dass sich die mittlere Defekttemperatur, die er als Differenz zwischen Oberflächentemperatur und Temperatur des umgebenden Fluids  $\bar{\Theta}_D(z) = \bar{\vartheta}_s - \bar{\vartheta}_\infty$  definierte, mit dem Reziproken der dritten Wurzel des Abstandes  $z$  verringert:

$$\bar{\Theta}_D(z) \sim z^\zeta, \quad \zeta = -\frac{1}{3}. \quad (1.1)$$

Diese Vorhersage wurde in den folgenden Jahren durch Best (1935) [7], Rider & Robinson (1951) [58] und Ramdas (1953) [57] bei Messungen in der atmosphärischen Grenzschicht bestätigt. Prandtls Erkenntnisse über das Profil der mittleren Defekttemperatur wurden von Priestley im Jahre 1954 um die Vorhersage zum Verlauf der Temperaturfluktuationen  $\sigma_T$  ergänzt [52], welche von  $\sigma_T(z=0)=0$  an der Wand bis zu einem Maximum ansteigen und im weiteren Verlauf ebenfalls mit dem Kehrwert der dritten Wurzel des Abstandes abfallen:

$$\sigma_T(z) \sim z^\xi, \quad \xi = -\frac{1}{3}. \quad (1.2)$$

Da experimentelle Untersuchungen an freien Oberflächen fast immer von umgebungsbedingten Störungen beeinflusst sind, ging man später dazu über, Konvektionsexperimente in geschlossenen Anordnungen durchzuführen. Eine der einfachsten Modellgeometrien ist dabei das auf den Ideen von Henri Bénard und Sir Walther Rayleigh basierende Rayleigh-

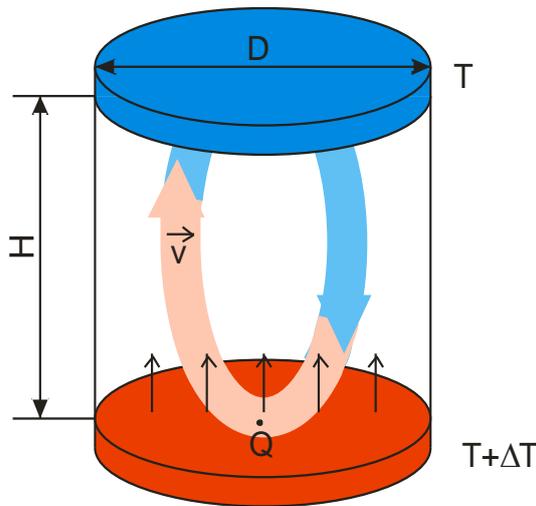


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Rayleigh-Bénard-Experimentes

Bénard (RB) Experiment, eine Anordnung, bei der ein in einem adiabatischem Behälter eingeschlossenes Fluid von unten geheizt und von oben gekühlt wird (Abbildung 1).

Sie wird im Wesentlichen durch drei dimensionslose Ähnlichkeitskenngrößen - Rayleighzahl  $Ra$ , Prandtlzahl  $Pr$  und Aspektverhältnis  $\Gamma$  - charakterisiert, welche wie folgt definiert sind:

$$Ra = \frac{\beta g \Delta \varrho H^3}{\nu \kappa}, \quad (1.3)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa}, \quad (1.4)$$

$$\Gamma = \frac{D}{H}. \quad (1.5)$$

Dabei steht  $Ra$  für die im Fluid wirkenden Auftriebskräfte,  $Pr$  beschreibt die Eigenschaften des Modellfluids und  $\Gamma$  charakterisiert als Verhältnis aus horizontaler und vertikaler Ausdehnung des Modellexperimentes dessen Geometrie. Das Hauptziel der experimentellen Untersuchungen an dieser Modellgeometrie besteht darin, den konvektiven Wärmetransport zwischen Heiz- und Kühlplatte sowie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des darin eingeschlossenen Fluids in einem möglichst realitätsnahem Parameterbereich zu bestimmen. Diese beiden Größen lassen sich ebenfalls in Form von Ähnlichkeitsvariablen darstellen:

$$Nu = \frac{\dot{q}_K}{q_D}, \quad (1.6)$$

$$Re = \frac{UH}{\nu}. \quad (1.7)$$

Ein Großteil der Arbeiten auf dem Gebiet der Rayleigh-Bénard Konvektion beschäftigte sich demzufolge auch mit der Vorhersage dieser beiden globalen Parameter in einem möglichst breitem Parameterbereich, wobei für die Übertragung der Ergebnisse auf praktische Anwendungen insbesondere der Bereich hoher Rayleighzahlen von Interesse ist.

Erste systematische Messungen des Wärmetransportes und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in einer solchen Anordnung wurden 1953 von Malkus [39] durchgeführt. Er verwendete dabei eine mit Wasser bzw. Azeton gefüllte Zelle mit einem maximalem Plattenabstand von 20 cm. Die wesentliche Erkenntnis seiner Arbeit bestand darin, dass die

Abhängigkeit beider Größen von den Eingangsparametern bis  $Ra = 10^{10}$  nicht mittels eines universellen Gesetzes beschrieben werden kann, sondern dass dieser Zusammenhang für diskrete Bereiche von  $Ra$  verschiedenen Gesetzmäßigkeiten gehorcht. Diese Diskontinuitäten wurden später experimentell durch Untersuchungen von Deardorff & Willis (1967) [20], Krishnamurti (1970) [35] und Brown (1973) [8] sowie theoretisch durch die Arbeit von Busse (1967) [12] bestätigt.

Zwanzig Jahre nach Malkus' Veröffentlichung ermöglichte die rasche Weiterentwicklung der Strömungsmesstechnik eine Präzisierung der Zusammenhänge durch Fitzjarrald [24]. In einem nach außen hin gut isoliertem Raum der Grundfläche von 3,5 m x 3,5 m und einer maximalen Höhe von 1,80 m beheizte er die darin enthaltene Luft von unten und kühlte sie von oben. Im Gegensatz zu den Arbeiten von Malkus fand er jedoch einen universellen Zusammenhang  $Nu = f(Ra)$  für  $10^5 < Ra < 10^{10}$ , der sich in Form eines Skalengesetzes darstellen ließ:

$$Nu = CRa^\alpha \quad \text{mit } C = 0,13; \alpha = 0,30. \quad (1.8)$$

Um diese Zusammenhänge für noch höhere Rayleighzahlen auch ohne eine weitere Vergrößerung der experimentellen Anlagen untersuchen zu können, wurden gegen Ende der achtziger Jahre die traditionellen Arbeitsfluide Wasser und Luft durch andere, extrem niedrigviskose Medien wie Helium bei ca. 5 K oder komprimierte Gase in der Nähe ihres kritischen Punktes ersetzt. Der Vorteil in der Verwendung dieser alternativen Medien liegt neben den höheren erreichbaren Rayleighzahlen (derzeitig bis  $Ra = 10^{17}$ ) auch in der großen Variationsbreite der experimentellen Parameter  $Ra$  und  $Pr$ , da durch kleine Druck- und Temperaturänderungen die kinematische Viskosität und die thermische Diffusivität dieser Fluide stark variiert werden können. Pionierarbeit auf diesem Gebiet leisteten insbesondere zwei Forschergruppen in Grenoble (Castaing et al.) und Oregon (Libchaber et al. und später Niemela et al.).

Unter Verwendung von tiefgekühltem Helium konnte Castaing erstmalig 1989 [13] den Wärmestrom in Abhängigkeit von Rayleigh- und Prandtlzahl bis  $Ra = 6 \times 10^{12}$  untersuchen und diesen im Bereich zwischen  $Ra = 4 \times 10^7$  und  $Ra = 6 \times 10^{12}$  mittels eines universellen Skalengesetzes (Gl. 1.8) mit den Koeffizienten  $C = 0,23 \pm 0,03$  und  $\alpha = 0,282 \pm 0,006$  beschreiben. Weitere experimentelle Untersuchungen zur Skalierung der globalen Parameter  $Nu$  und  $Re$  sowie deren diskrete Übergänge sind in den Arbeiten von Chavanne (1997) [15], Niemela (2000) [43], Chavanne (2001) [16] und Niemela (2003) [45] beschrieben.

Aus diesen experimentellen Befunden heraus stellten Grossmann und Lohse im Jahr 2000 [27] erstmalig eine umfassende Skalierungstheorie vor, in der die Gesetzmäßigkeiten durch die getrennte Betrachtung der strömungsphysikalischen Vorgänge in der turbulenten Durchmischungszone und in den Grenzschichten umfassend hergeleitet wurden. Verfeinerungen dieser Theorie hinsichtlich der Abhängigkeit von den Stoffeigenschaften ( $Pr$ ) und der Geometrie ( $\Gamma$ ) erfolgten in den Jahren 2002 [28] und 2003 [29].

Ein besonders interessanter Aspekt turbulenter RB-Konvektion ist die Diskussion bzgl. des Übergangs zum so genannten „ultimativen“ Regime. Erstmals im Jahre 1962 von Kraichnan theoretisch vorhergesagt [34], beschreibt dieses einen Strömungszustand, bei dem die Strömung innerhalb der Grenzschicht turbulent und der Wärmetransport damit unabhängig von den Stoffeigenschaften des Fluides wird. Kraichnan schätzte den Grenzwert dieser Transition mit  $Ra \approx 10^{18}$  ab, während Grossmann und Lohse diesen Übergang schon bei  $Ra \approx 10^{14}$  vorhersagen. Experimentelle Untersuchungen in Helium weisen eine Transition im globalen Wärmetransport schon bei  $Ra \approx 5 \times 10^{11}$  nach [15], [18], allerdings können diese Beobachtungen aufgrund fehlender Messmöglichkeiten in der Grenzschicht noch nicht ursächlich dem ultimativem Regime zugeordnet werden.

Nicht nur in dieser speziellen, sondern in allen Fragen, die den Wärmeübergang von einer festen Grenzfläche an ein umgebendes Fluid betreffen, spielt die Struktur der Grenzschicht eine entscheidende Rolle. Nach den oben erwähnten, grundlegenden Untersuchungen an freien Oberflächen waren es Deardorff & Willis, die im Jahre 1967 die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in einem abgeschlossenen Luftvolumen, welches von unten beheizt und von oben gekühlt wurde, untersuchten und grafisch aufarbeiteten [20]. Aufgrund der geringen Größe der experimentellen Anlage waren diese Messungen zunächst auf kleine Rayleighzahlen  $Ra \leq 10^7$  beschränkt.

Um höhere Rayleighzahlen zu erreichen, führten Chu & Goldstein 1973 Temperaturmessungen in einer wassergefüllten RB-Zelle durch [19]. In einem Bereich von  $2.76 \times 10^5 < Ra < 1.05 \times 10^8$  bestimmten sie den Verlauf der mittleren Temperatur in Plattennähe nach einem Potenzgesetz (Gl. 1.1), im Gegensatz zu den Prandtlischen Messungen an einer freien Oberfläche lag der Exponent hier jedoch bei  $\zeta = -2$ .

Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen in turbulenter RB-Konvektion bei noch höheren Rayleighzahlen wurden später dann von einer Gruppe in Princeton [71], [6] durchgeführt. In einer kubischen Zelle, die wahlweise mit Wasser  $H_2O$  ( $Pr = 6,6$ ) oder mit kompri-

miertem Schwefelhexafluorid  $\text{SF}_6$  ( $Pr = 0,7$ ) gefüllt werden konnte, wurden Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur sowie deren Fluktuationen bis  $Ra = 1,1 \times 10^9$  bestimmt. Die mit wachsender Rayleighzahl sinkende Grenzschichtdicke und ein im Vergleich dazu großer Temperatursensor bedingten die nur geringe räumliche Auflösung der Messungen, was fälschlicherweise zur Annahme eines linearen Temperaturprofils führte. Im Gegensatz zu früheren Messungen an freien Oberflächen normierten die Autoren die gemessene mittlere Temperatur  $\bar{\mathcal{G}}(z)$  nun auf die Differenz aus Heiz- ( $\mathcal{G}_{HP}$ ) und Kühlplattentemperatur ( $\mathcal{G}_{KP}$ ):

$$\bar{\Theta}_{HP}(z) = \frac{\bar{\mathcal{G}}(z) - \mathcal{G}_{HP}}{\mathcal{G}_{HP} - \mathcal{G}_{CP}}, \quad \text{bzw.} \quad \bar{\Theta}_{KP}(z) = \frac{\bar{\mathcal{G}}(z) - \mathcal{G}_{KP}}{\mathcal{G}_{HP} - \mathcal{G}_{KP}} \quad (1.9)$$

und stellten diese im Wertebereich zwischen  $0 < \bar{\Theta} < 0,5$  dar. Bezüglich der mittleren horizontalen Geschwindigkeit fanden sie heraus, dass deren Maximum  $\bar{v}_{\max}$  im untersuchten Parameterbereich stets außerhalb der thermischen Grenzschicht mit der Dicke  $\delta_T$  liegt. Mit wachsender Rayleighzahl verschiebt sich dieses Maximum jedoch schneller zur Wand hin als die Dicke der thermischen Grenzschicht abnimmt. Aus der Interpolation ihrer Messdaten bestimmten die Autoren eine kritische Rayleighzahl, bei der sich die Dicken von thermischer und viskoser Grenzschicht gleichen, mit  $Ra_c \approx 10^{14}$  und sagten an diesem Punkt eine Änderung in der Dynamik des globalen Wärmetransports vorher. Sie untersuchten weiterhin das Profil der Temperaturfluktuationen und fanden in Übereinstimmung mit den Messungen von Priestley [52], dass sich der abfallende Bereich mittels eines Potenzgesetzes (Gl. 1.2) darstellen ließ, dass aber die Exponenten bei  $\xi = -0,80$  ( $\text{H}_2\text{O}$ ) bzw.  $\xi = -0,72$  ( $\text{SF}_6$ ) lagen. Chillá et al. untersuchte 1993 das Profil des Gradienten der mittleren Temperatur  $\partial\bar{\mathcal{G}}/\partial z$  normal zur Wandoberfläche an einer kubischen Zelle mit den Aspektverhältnissen  $\Gamma_x = 4$  und  $\Gamma_y = 1$  [17]. Aufgrund der geringen Zellengröße waren diese in Wasser ( $Pr \approx 4$ ) durchgeführten Messungen auf  $Ra < 10^8$  beschränkt. Im Rahmen dieser Parameter konnten theoretische Vorhersagen von Shraiman & Siggia aus dem Jahr 1990 [66] zur Abhängigkeit des Temperaturgradienten vom Wandabstand bestätigt werden

$$\frac{\partial\bar{\mathcal{G}}}{\partial z} \sim \exp\left(\frac{z^\zeta}{B}\right), \quad \zeta = -3. \quad (1.10)$$

Da für das Verständnis der Grenzschichten neben dem Temperaturfeld auch das Geschwindigkeitsfeld von Interesse ist, wurden in den späten neunziger Jahren von einer Gruppe in Hongkong diesbezügliche Messungen in einem mit Wasser gefülltem, zylindri-

schem RB-Experiment in der Nähe der Heizplatte [77], [78] und an den Seitenwänden [53] durchgeführt. Unter Verwendung eines Laser-Doppler-Anemometers (LDA) konnten erstmalig Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $\bar{v}(z)$  und ihrer Fluktuationen  $\sigma_v(z)$  in der zentralen Achse bis  $Ra = 1,1 \times 10^{11}$  gemessen werden. Normiert auf das Maximum der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}_{\max}$  erwiesen sich die gemessenen Profile als invariant gegenüber Änderungen der Rayleighzahl im Bereich  $10^8 < Ra < 10^{10}$ , allerdings erlaubte die geringe räumliche Auflösung der Messung innerhalb der Grenzschicht keine Aussage über einen möglichen mathematischen Zusammenhang von  $\bar{v} = f(z)$  und  $\sigma_v = f(z)$ . Die Abhängigkeit der maximalen mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}_{\max}$  und der nach zwei unterschiedlichen Methoden bestimmten Dicken der viskosen Grenzschicht  $\delta_{v1}$  und  $\delta_{v2}$  von  $Ra$  wurde ebenfalls durch Potenzgesetze beschrieben:

$$\bar{v}_{\max}(Ra) \sim Ra^\gamma, \quad \gamma = 0,5. \quad (1.11)$$

$$\delta_{v1}(Ra) \sim Ra^{\gamma1}, \quad \gamma1 = -0,16. \quad (1.12)$$

$$\delta_{v2}(Ra) \sim Ra^{\gamma2}, \quad \gamma2 = -0,25. \quad (1.13)$$

Dabei bestimmt sich die Grenzschichtdicke  $\delta_{v1}$  aus der Extrapolation des wandnahen linearen Teils des mittleren Geschwindigkeitsprofils  $\bar{v}(z)$  und dessen Schnittpunkt mit  $\bar{v}_{\max}$  sowie die Grenzschichtdicke  $\delta_{v2}$  in gleicher Art und Weise aus dem Profil der Standardabweichung  $\sigma_v(z)$ . Die sich an die Geschwindigkeitsmessungen anschließenden Messungen der Temperaturprofile in der RB-Zelle zeigten allerdings eine gewisse Invarianz gegenüber Änderungen der Rayleighzahl, so dass die Autoren daraus schlussfolgerten, dass die Dicke der thermischen Grenzschicht mit weiter steigender Rayleighzahl asymptotisch gegen einen konstanten Wert konvergiert. Aufgrund unzureichender experimenteller Möglichkeiten konnte diese Hypothese jedoch nicht verifiziert werden.

Alle weiteren Bemühungen, Geschwindigkeit und Temperatur auch in unmittelbarer Wandnähe und bei sehr hohen Rayleighzahlen exakt zu messen (Fernandes & Adrian 2002 [23], Xia et al. 2003 [76]), wurden bis jetzt immer wieder durch die im Verhältnis zur Sensorgröße sehr geringe Grenzschichtdicke eingeschränkt. Mit dem Aufbau des 6,30 m hohen und 7,15 m durchmessenden Ilmenauer Experimentes wurde es erstmals möglich, bei Rayleigh-Zahlen bis  $Ra = 10^{12}$  beide Größen mit einer weitaus höheren, räumlichen Auflösung als in vorangegangenen Experimenten zu bestimmen.

Im Gegensatz zu freien Oberflächen haben in geschlossenen Konvektionsexperimenten nicht nur die beiden Grenzschichten an den horizontalen Begrenzungswänden sondern auch

die Struktur und die Dynamik der großskaligen Konvektionsströmung einen Einfluss auf den Wärmetransport. Für die am häufigsten untersuchte Geometrie mit annähernd gleicher horizontaler und vertikaler Ausdehnung ( $\Gamma = 1$ ) ist bekannt, dass sich auch bei den höchsten derzeitig experimentell erreichbaren Rayleigh-Zahlen eine große Konvektionswalze ausbildet [45], [76], [75], die häufig auch als „Wind“ oder „large-scale circulation“ bezeichnet wird. Trotz umfangreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen ist jedoch deren Dynamik bis heute noch nicht vollständig verstanden. Ging man bis Ende der neunziger Jahre von einer simplen und in ihrer Lage relativ starren Walze aus, weiß man heute, dass diese hochturbulente Strömung wesentlich komplexer zusammengesetzt ist und in hohem Maße dreidimensionalen Charakter trägt.

Die darin beobachteten periodischen Schwankungen in Temperatur- und Geschwindigkeitszeitreihen [13], [54], [56] versuchte erstmals Villermaux durch ein einfaches Modell aus sich wechselweise von Heiz- und Kühlplatte ablösenden, so genannten „Plumes“, theoretisch zu beschreiben [74].

Messungen von Funfschilling und Ahlers (2004) an einem zylindrischem, mit Methanol gefülltem RB-Experiment zeigten jedoch, dass der Ursprung dieses Phänomens in periodischen Oszillationen des Richtungsvektors der Konvektionswalze zu finden ist. Mit Hilfe der Shadowgraph-Technik bestimmten Sie über einen längeren Zeitraum die Richtung des horizontalen Geschwindigkeitsvektors an der Kühlplatte und wiesen nach, dass diese mit hoher Regelmäßigkeit um einen Mittelwert schwankt. Spätere Messungen mit azimuthal verteilten Temperatursensoren auf der zylindrischen Seitenwand zeigten, dass diesen periodischen Fluktuationen weitere, stochastische und nur in deutlich größeren Abständen auftretende Ereignisse überlagert sind. So wurden zum Beispiel vollständige Rotationen des Richtungsvektors des Windes um  $360^\circ$  („rotations“) oder dessen kurzzeitiges Erliegen und die Wiederanfachung in einer anderen Richtung („cessations“) [5] bis hin zur plötzlichen Richtungsumkehr („reversals“) [68] beobachtet. Eine umfassende mathematische Beschreibung dieser Vorgänge und deren Abhängigkeit von den experimentellen Parametern ist derzeit noch nicht möglich, so dass bei der theoretischen Beschreibung noch auf stark vereinfachte physikalische Modelle zurückgegriffen werden muss.

Eine weitere interessante Fragestellung bezüglich der Struktur der globalen Konvektionsströmung ergibt sich, wenn man das Verhältnis aus horizontaler und vertikaler Ausdehnung der experimentellen Anordnung, d. h. das Aspektverhältnis  $\Gamma$  variiert. Im Bereich hoher

Rayleighzahlen  $Ra > 10^8$  ist das bisher nur stufenweise realisierbar, wobei der Schwerpunkt aufgrund der dabei erreichbaren höheren Rayleighzahlen eher bei Aspektverhältnissen  $\Gamma < 1$  lag [43], [48], [59]. Interessanter, weil näher an den meisten geophysikalischen Prozessen, ist jedoch der Fall großer Aspektverhältnisse. In diesem Parameterbereich ist das derzeitige Wissen über turbulente Konvektionsströmungen im Wesentlichen auf die Abhängigkeit der globalen Parameter  $Nu(Ra, Pr, \Gamma)$  und  $Re(Ra, Pr, \Gamma)$  beschränkt, während der Einfluss der Geometrie auf die Struktur der globalen Strömung noch weitestgehend unerforscht ist. Stereo Particle Image Velocimetry (SPIV) Messungen am Konvektionsexperiment „Ilmenauer Fass“ bei  $Ra = 10^{11}$  und  $\Gamma = 2$  zeigten hochgradig komplexe, dreidimensionale und äußerst instabile Strömungszustände, wobei der globale Wind sowohl die Form einer einzelnen, als auch die von zwei koexistierenden Walzen annehmen kann [4]. In einer weiteren, kürzlich zu dieser Thematik veröffentlichten Arbeit analysierten Niemela und Sreenivasan lokale Temperaturmessungen in einem Heliumexperiment [46]. Die dabei verwendete RB-Zelle bestand aus einem zylindrischem Gefäß mit dem Aspektverhältnis von  $\Gamma = 4$ , in der Rayleighzahlen bis  $Ra = 2 \times 10^{13}$  erreicht werden konnten. Aus der Kreuzkorrelation zweier Temperatursignale, die um  $180^\circ$  versetzt und dicht an der Seitenwand aufgenommen wurden, schlussfolgerten sie für niedrige Rayleighzahlen (z. B.  $Ra = 3,1 \times 10^9$ ) auf die Existenz einer geordneten Globalströmung. Mit steigender Rayleighzahl verschwindet diese Ordnung und ist schließlich bei  $Ra = 6,5 \times 10^{11}$  nicht mehr nachweisbar.

Zusammengefasst kann an dieser Stelle gesagt werden, dass heute auf dem Gebiet der RB Konvektion auch im Bereich hoher Rayleighzahlen die globalen Strömungsparameter und deren Abhängigkeiten untereinander experimentell in einem breitem Parameterbereich untersucht wurden und damit hinreichend bekannt sind. Andererseits muss man jedoch auch konstatieren, dass die Kenntnisse der lokalen Feldgrößen, insbesondere innerhalb der Grenzschichten, noch sehr mangelhaft sind. Diesem Fakt ist es geschuldet, dass die theoretische Interpretation der experimentellen Ergebnisse sowie die quantitative Vorhersage dieser Art von Strömungen auch heute noch nur in beschränktem Maße möglich ist. Die hier beschriebenen Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen in hochturbulenter RB-Konvektion sollen dazu beitragen, einen Teil dieses Wissensdefizits abzubauen.

### 1.3 Ziel der Arbeit

Die Hauptziele der Arbeit bestehen demzufolge neben dem Aufbau und der Optimierung des RB-Experimentes „Ilmenauer Fass“ ( $10^5 < Ra < 10^{12}$ ,  $1 < \Gamma < 150$  und  $Pr = 0,7$ ) insbesondere in der Beantwortung der beiden folgenden Fragen:

1. Wie lassen sich das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld in den Plattengrenzschichten charakterisieren und wie hängen diese von der Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte ( $\Delta\theta$ ) und der Geometrie ( $\Gamma$ ) ab?
2. Wie beeinflusst die Geometrie der RB-Zelle die Struktur der globalen Konvektionsströmung?

Um die experimentellen Randbedingungen zu verifizieren und um die hier durchgeführten Messungen mit anderen Experimenten bzw. numerischen Simulationen vergleichen zu können, sollen ergänzend dazu globale Geschwindigkeit und globaler Wärmestrom sowie deren Abhängigkeit von  $Ra$  und  $\Gamma$  ermittelt werden.

## 2 Experimenteller Aufbau

### 2.1 Das Ilmenauer Fass

Mit dem Großexperiment „Ilmenauer Fass“ wurde in den vergangenen Jahren ein Rayleigh-Bénard Experiment für die Untersuchung hochturbulenter Konvektionsströmungen projektiert und aufgebaut. Die Versuchsanlage besteht aus einem zylindrischem, gut wärmeisoliertem Behälter mit einem Innendurchmesser  $D_i = 7,15 \text{ m}$  und einer Innenhöhe von  $H_i = 7,80 \text{ m}$ , der mit Luft gefüllt ist. Durch die am Boden fest montierte Heizplatte und die darüber frei aufgehängte Kühlplatte wird die Konvektionsströmung angetrieben. Zur Vermeidung von lateralen Wärmeverlusten ist die Seitenwand zusätzlich mit einem aktivem Kompensationsheizsystem versehen. Zwei große Öffnungen in der Seitenwand und mehrere kleine Fenster in der Kühlplatte gestatten den Zugang in das Innere der RB-Zelle. Letztere gewährleisten außerdem den messtechnischen Zugang zur Grenzschicht unterhalb der Kühlplatte. Der prinzipielle Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt, eine detaillierte Beschreibung der Konstruktion und der

Funktion der einzelnen Bestandteile erfolgt in den nachfolgenden Unterkapiteln.

Mit dieser weltweit einzigartigen Anlage lassen sich thermische Konvektionsströmungen in einem breiten Parameterbereich von  $10^5 < Ra < 10^{12}$  und  $1,13 < \Gamma < 150$  bei fester Prandtlzahl  $Pr = 0,7$  untersuchen (Abbildung 3). Allerdings muss an dieser Stelle auch angemerkt werden, dass die Variationsbreite der Rayleighzahl für ein vorgegebenes Aspektverhältnis

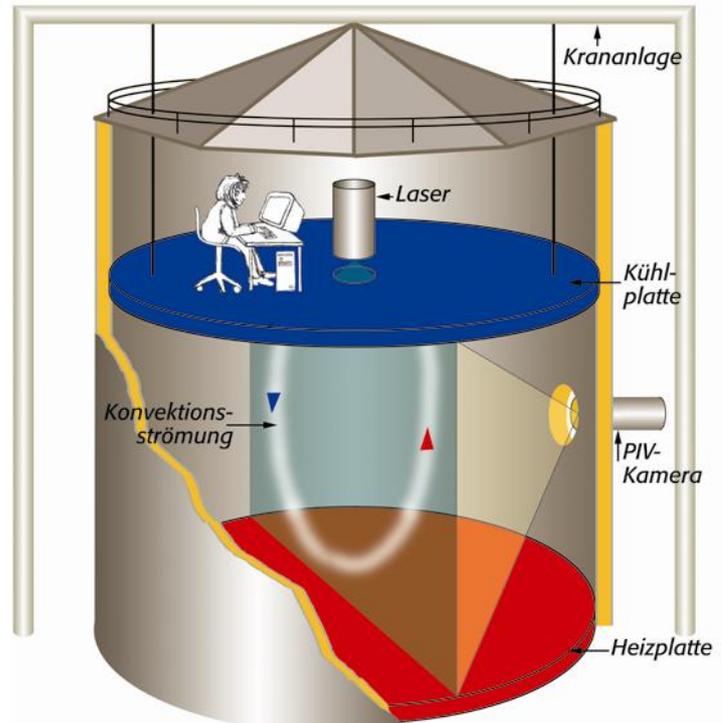


Abbildung 2: Prinzipieller Aufbau des Rayleigh-Bénard-Experimentes „Ilmenauer Fass“

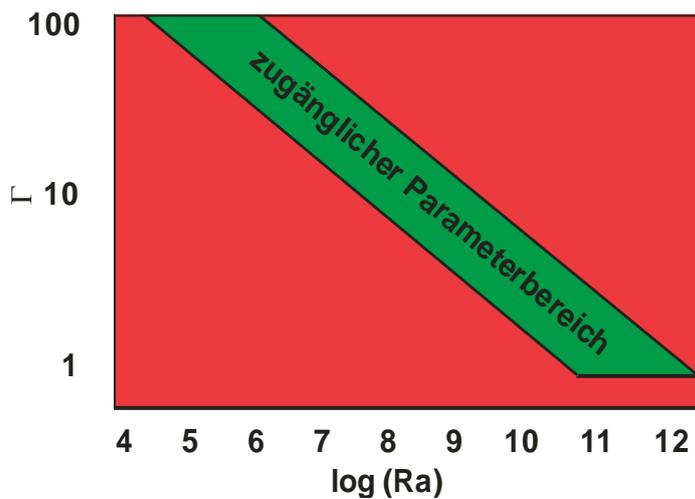


Abbildung 3: Zugänglicher Parameterbereich

mentellen Anlagen dieser Art zeichnet sich das „Ilmenauer Fass“ insbesondere durch folgende Aspekte aus:

1. Die großen räumlichen Abmaße der Messzelle erlauben auch bei hohen Rayleighzahlen eine ausgezeichnete räumliche Auflösung der lokalen Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen insbesondere in der Grenzschicht, die um mindestens eine Größenordnung über allen bisherigen Messungen liegt.
2. Die freie Aufhängung der Kühlplatte gestattet die stufenlose Variation des Abstandes  $H$  zwischen Heiz- und Kühlplatte bzw. des Aspektverhältnisses  $\Gamma$ , sie bietet damit die Möglichkeit, geometriebedingte Änderungen in der globalen Strömungsstruktur oder im Wärmetransport nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zu erfassen.

Ein weiterer wichtiger Aspekt beim Aufbau eines qualitativ hochwertigen RB-Experimentes die exakte Einhaltung der geforderten Randbedingungen an den Begrenzungsflächen, was im konkreten Fall eine möglichst homogene Temperatur an den Oberflächen von Heiz- und Kühlplatte sowie vernachlässigbare Wärmeverluste durch die Seitenwand bedeutet. Wie diese Anforderungen konstruktionstechnisch erfüllt wurden, soll in den nachfolgenden Unterkapiteln beschrieben werden.

nur etwa eine Dekade beträgt. Diese Einschränkung ist bedingt einerseits durch den fest vorgegebenen Innendurchmesser und andererseits durch die minimale und die maximale Differenz der Plattentemperaturen, die für die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen zwischen  $\Delta\vartheta = 4\text{ K}$  und  $\Delta\vartheta = 60\text{ K}$  variiert wurde. Gegenüber anderen experi-

## 2.1.1 Kühlplatte

Eine der größten technischen Herausforderungen an der Ilmenauer RB-Zelle bestand in der Einhaltung einer extrem guten räumlichen Temperaturhomogenität der Kühlplatte von unter 1 K über die gesamten Plattenoberfläche von 40 m<sup>2</sup> bleiben sollte. Dies gestaltete sich insbesondere deswegen als schwierig, da sich die die lokalen Wärmestromdichten im Zentrum und am Rand der Platte um mehr als den Faktor 2 unterscheiden und zusätzlich von der turbulenten Konvektionsströmung zeitlich moduliert werden. Während Letzteres durch die große Masse der Kühlplatte und die entsprechenden Regeleinrichtungen sehr effektiv kompensiert werden konnte, muss für einen ausreichend hoher lateraler Wärmetransport innerhalb der Kühlplatte, der in der Größenordnung des an der Oberfläche eintretenden konvektiven Wärmestromes liegt, gesorgt werden.

Betrachtet man dazu die Kühlplatte als zylindrische Scheibe mit einer Dicke von  $D_{KP} = 0,04$  m, in der ein Wärmestrom von  $\dot{Q}_K = \dot{Q}_{KP} = 5$  kW von einem gedachten Innenradius ( $R_{KP,i} = 0,5$  m) zum Rand ( $R_{KP,a} = 3,5$  m) fließen soll, darf der Wärmewiderstand für eine maximale Temperaturdifferenz von  $\Delta\vartheta_{KP} = 1$  K den folgenden Wert nicht überschreiten:

$$R_{th} = \frac{\ln(R_{KP,a} / R_{KP,i})}{2\pi D_{KP} \lambda} = \frac{\Delta\vartheta_{KP}}{\dot{Q}_{KP}}. \quad (2.1)$$

Daraus ergibt sich eine notwendige effektive Wärmeleitfähigkeit von:

$$\lambda = \frac{\ln(7) \times 5 \times 10^3 \text{ W}}{2\pi \times 0,04 \text{ m} \times 1 \text{ K}} = \underline{\underline{3,87 \times 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}}, \quad (2.2)$$

welche um etwa drei Größenordnungen über den Wärmeleitfähigkeiten von Kupfer oder Aluminium liegt. Ein hinreichend großer lateraler Wärmetransport kann somit nur über ein darin zirkulierendes, flüssiges oder gasförmiges Medium erreicht werden.

Verwendet man Wasser als Wärmeträger, lässt sich der benötigte Massenstrom über den folgenden Zusammenhang berechnen:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{KP}}{c_p \times \Delta\vartheta_{KP}} = \frac{5 \times 10^3 \text{ W kg K}}{4,2 \times 10^3 \text{ W s} \times 1 \text{ K}} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \underline{\underline{4,3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}}. \quad (2.3)$$

Aus diesen Überlegungen heraus erfolgte der Aufbau der Kühlplatte aus je einer 4 mm starken Unter- und Deckplatte aus Aluminium, zwischen denen durch ein mäanderförmiges Rohrleitungssystem die Kühlflüssigkeit geleitet wird (Abbildung 4).

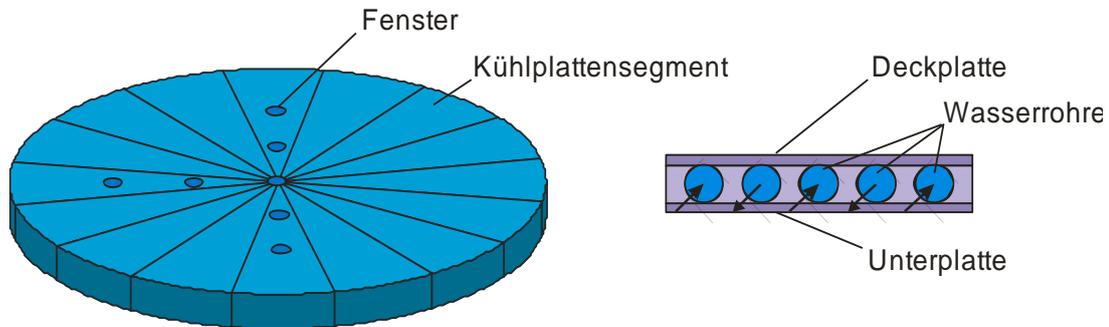


Abbildung 4: Schematische Darstellung der aus 16 Einzelsegmenten zusammengesetzten Kühlplatte (links) und Aufbau der Einzelsegmente (rechts)

Um den Strömungswiderstand gering zu halten und die Handhabung beim Transport und bei der Installation zu vereinfachen, wurde die gesamte Platte in 16 Einzelsegmente geteilt. Jeweils zwei dieser Segmente werden über eine oberhalb der Kühlplatte verlaufende Ringleitung mit Kühlwasser aus einem zentralem Kühlsystem versorgt. Durchflussbegrenzer in den jeweiligen Zuleitungen gewährleisten die Gleichheit der Volumenströme durch jedes Segment. Sie wurden auf ca.  $0,6 \text{ m}^3/\text{h}$  eingestellt, was in der Summe aller sechzehn Segmente einen Massenstrom von  $\dot{m} \approx 10 \text{ m}^3/\text{h}$  ergibt und um den Faktor zwei über dem nach Gleichung 2.3 benötigtem Wert liegt. Die für den Betrieb des Experimentes notwendige Prozesskälte wird von einem Kühlaggregat mit einer maximalen Kälteleistung von 13 kW bereitgestellt. Sie wird über einen Zwischenkreis, der aufgrund ungleicher Druckverhältnisse in den einzelnen Kühlkreisläufen notwendig ist und gleichzeitig auch der Regelung der Plattentemperatur dient, an den sekundären Plattenkreislauf übertragen. In diesem sorgt ein Wasserspeicher mit einem Inhalt von  $1,1 \text{ m}^3$  für einen Ausgleich der nach der Regelung verbleibenden Temperaturschwankungen.

Die Messung der Kühlplattentemperatur erfolgt über fünfzehn, an verschiedenen Positionen nahe der Unterseite montierte Temperatursensoren, deren Mittelwert mit dem eingestellten Sollwert verglichen wird. Ein PI-Regler regelt kontinuierlich über einen Leistungssteller die Pumpe im Zwischenkreis und damit den Kältefluss zwischen primärem Kältekreislauf und sekundärem Plattenkreislauf und gewährleistet damit unter allen Bedingungen eine zeitlich

konstante Plattentemperatur. Ein weiterer Vorteil dieser Anordnung besteht darin, dass die Temperatur am Primärkreis nur sehr grob eingehalten werden muss und dadurch der Kompressor des Kühlaggregates nur relativ selten mit Ein- oder Ausschaltvorgängen belastet wird. Ein Schema der gesamten Kühlanlage ist in Abbildung 5 dargestellt.

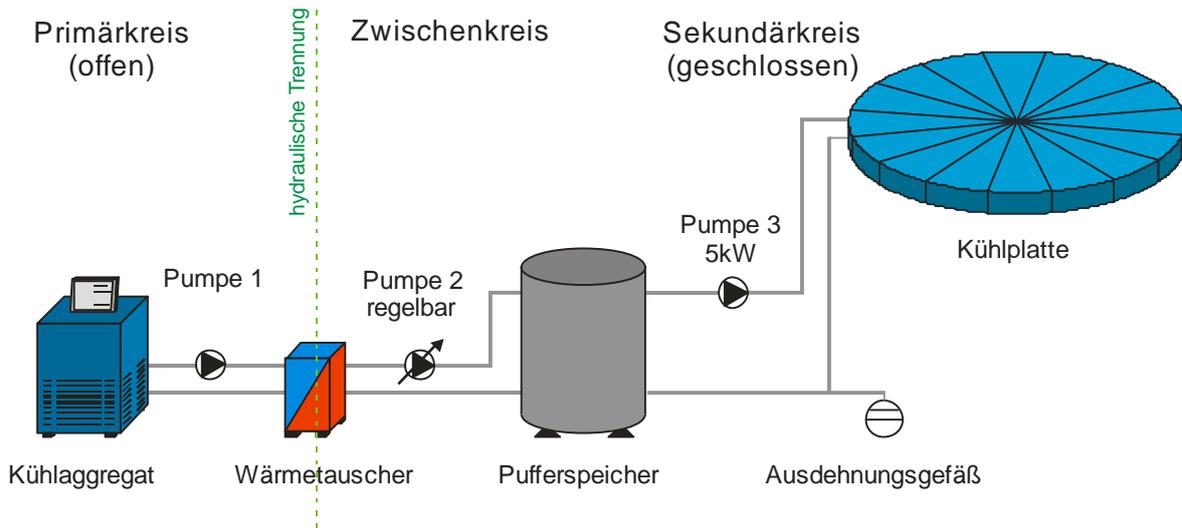
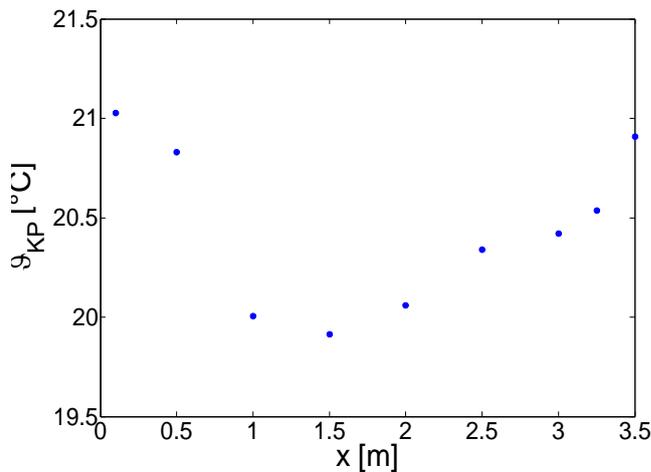


Abbildung 5: Prinzipieller Aufbau der aus zwei hydraulisch getrennten Kreisen bestehenden Kühlanlage zur Versorgung der Kühlplatte mit Kälteenergie

Die einzelnen Segmente der Kühlplatte sind an einer Tragkonstruktion aus Stahl befestigt und wurden einzeln ausnivelliert. Die insgesamt über 5 t schwere Konstruktion ist über drei Kettenzüge an einem außerhalb der Messzelle aufgestelltem Dreibein aufgehängt und kann in jeder beliebigen Höhe bis maximal 6,30 m oberhalb der Heizplatte arretiert werden. Aufgrund der Dreipunktaufhängung ist eine Neigung der Platte bis zu einem Neigungswinkel von etwa  $10^\circ$  möglich. Eine Schaumstoffdichtung zwischen Kühlplatte und Seitenwand sorgt für den luftdichten Abschluss des Experimentierraumes. Sieben, im Versuchsbetrieb mit Deckeln verschlossene Fenster mit jeweils 10 cm Durchmesser (Abbildung 4), können für die verschiedensten Messaufgaben genutzt werden.

Prinzipiell sind an der Kühlplatte Temperaturen zwischen  $-10^\circ\text{C} < \vartheta_{KP} < 80^\circ\text{C}$  einstellbar, in den hier beschriebenen Versuchen wurde die Temperatur jedoch, außer bei maximaler Rayleighzahl, bei  $\vartheta_{KP} = 20^\circ\text{C}$  fixiert. Um die Effektivität des Wärmeausgleiches innerhalb der Kühlplatte zu demonstrieren, ist in Abbildung 6 die radiale Temperaturverteilung bei größtmöglichem konvektivem Wärmestrom ( $Ra = 10^{12}$ ,  $\Gamma = 1.13$ ) dargestellt. Dabei entspricht das Maß  $x = 0$  m dem Plattenmittelpunkt und  $x = 3,5$  m dem äußeren Rand.



**Abbildung 6: Radiale Verteilung der Kühlplattentemperatur am Beispiel des Segmentes 9 (12.00 Uhr) bei maximalem Wärmestrom ( $Ra \approx 10^{12}$ )**

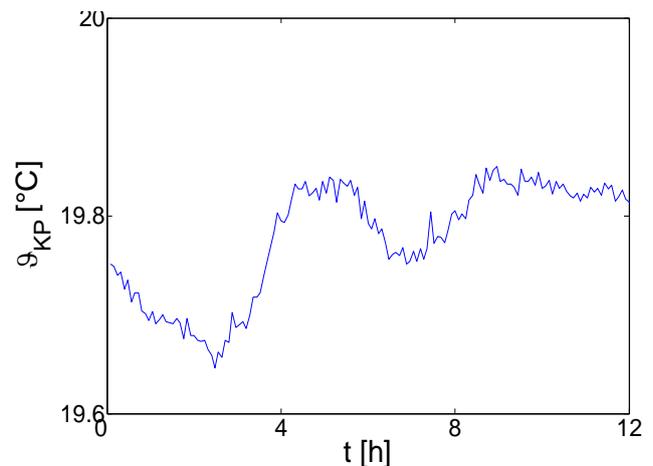
Abbildung 7 dargestellt. Die Regelabweichung im hier dargestellten Grenzbereich der Kühlleistung beträgt maximal  $\pm 0,1$  K, bei geringeren Kühlleistungen liegt sie in der Größenordnung von  $\pm 0,01$  K. Mit diesen Daten sind insbesondere für die Grenzschichtmessungen am oberen Rand des Experimentes exzellente Bedingungen hinsichtlich Temperaturhomogenität und zeitlicher Konstanz gewährleistet.

### 2.1.2 Heizplatte

Um die thermische Konvektionsströmung im Inneren der Zelle in Gang zu setzen, muss das von oben gekühlte Fluid von unten beheizt werden. Obwohl die qualitativen Anforderungen an eine solche Heizplatte prinzipiell denen der Kühlplatte gleichen, konnte aus Kostengrün-

Wie im Diagramm zu sehen, beträgt die maximale radiale Temperaturdifferenz im realen Versuchsbetrieb nur etwa 1 K und entspricht damit den Erwartungen. Für kleinere Rayleighzahlen bleibt sie sogar deutlich unter diesem Wert.

Der zu den Versuchsparametern in Abbildung 6 korrespondierende zeitliche Verlauf der mittleren Kühlplattentemperatur über eine Dauer von 12 h ist in



**Abbildung 7: Zeitlicher Verlauf der gemittelten Kühlplattentemperatur über einen Zeitraum von 12h**

den zunächst nur eine abgerüstete Variante in der Technologie einer elektrischen Fußbodenheizung realisiert werden. Trotzdem bietet diese Art der Beheizung folgende Vorteile:

1. Die Bestimmung des in der Heizplatte erzeugten Wärmestromes entspricht der in den Heizleitern umgesetzten elektrischen Leistung und kann einfach und präzise gemessen werden.
2. Der Aufbau ähnelt dem Standard einer konventionellen, elektrischen Fußbodenheizung und war somit äußerst einfach und kostengünstig realisierbar.

Um die Heizplatte gegen Verluste in den Boden abzuschirmen, wurde unter dieser eine 30 cm starke Isolationsschicht aus trittfestem Polyurethanschaum eingebaut. Bei einer maximalen Heizplattentemperatur von  $\vartheta_{HP,max} = 80\text{ °C}$ , einer mittleren Temperatur des Erdbodens von  $\vartheta_G = 5\text{ °C}$  und einer Wärmeleitfähigkeit des Isoliermaterials von  $\lambda_{PUR} = 0,03\text{ W/(m} \times \text{K)}$  treten dabei maximale Verluste von rund:

$$\dot{Q}_{G,max} \approx \frac{(\vartheta_{HP,max} - \vartheta_G) \times A_{HP} \times \lambda_{PUR}}{d_{ISO}} = \frac{75\text{ K} \times 40\text{ m}^2 \times 0,03\text{ W}}{0,3\text{ m} \times \text{m} \times \text{K}} \quad (2.4)$$

$$\dot{Q}_{G,max} \approx \underline{\underline{300\text{ W}}}$$

auf, was in der Größenordnung von ca. 6 % des gesamten an der Oberfläche der Heizplatte abgegebenen, konvektiven Wärmestromes bei maximaler Rayleighzahl liegt. Auf dieser Isolationsschicht wurden elektrische Heizleiter in drei konzentrischen Spiralen montiert und anschließend in eine ca. 5 cm starke Schicht aus temperaturbeständigem Fliessestrich eingegossen. Aufgrund der äußerst dünnflüssigen Konsistenz des Ausgangsmaterials bei dessen Herstellung blieb die Oberfläche dieser Schicht während des Abbindens exakt senkrecht zum Vektor der Erdgravitation ausgerichtet. Ein Abstand der Heizleiter untereinander von ca. 6 cm sorgt für einen ausreichenden Temperatenausgleich zwischen den einzelnen Windungen und für einen annähernd konstanten Wärmestrom über der gesamten Fläche der Heizplatte. Der gesamte Aufbau wurde zur Verringerung des Emissionsgrades zusätzlich mit einer Aluminiumfolie ( $\varepsilon < 0,1$ ) beschichtet, wodurch insbesondere der Strahlungsaustausch mit der Heizplatte und der Seitenwand entscheidend verringert wird. Die räumliche Anordnung der einzelnen Heizkreise und der prinzipielle Aufbau der Heizplatte sind in Abbildung 8 dargestellt. Jeder der dort dargestellten Heizkreise ist mit einem separaten Leistungssteller versehen und kann unabhängig von den anderen Heizkreisen angesteuert werden. Die insgesamt installierte elektrische Heizleistung beträgt  $P_{EL} = 10,5\text{ kW}$  und ist

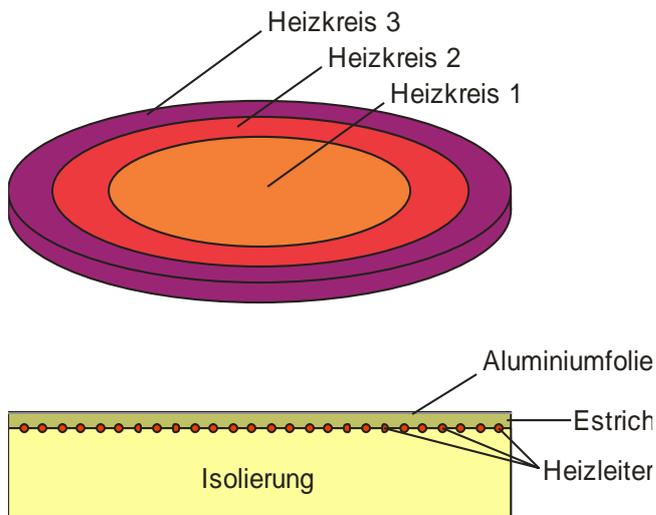


Abbildung 8: Räumliche Anordnung der Heizkreise (oben) und prinzipieller Aufbau der Heizplatte (unten)

die zwischen der aktuellen Kühlplattentemperatur und einer Maximaltemperatur von  $\vartheta_{HP,max} = 80\text{ °C}$  liegen. Die zeitliche Konstanz ist aufgrund der besseren Regelbarkeit der elektrischen Heizkreise noch etwas höher als die der Kühlplatte, allerdings bedingt die einfache und preiswerte Konstruktion eine wesentlich größere Temperaturinhomogenität über der Oberfläche der Heizplatte. Ein Beispiel des radialen Temperaturverlaufes bei einem Aspektverhältnis  $T = 1,13$  und einer Temperaturdifferenz von  $\Delta\vartheta = 60\text{ K}$  ( $Ra = 9,77 \times 10^{11}$ ), welches in Abbildung 9 dargestellt ist, verdeutlicht die räumlichen Temperaturunterschiede, die zum einen durch den stark inhomogen verteilten konvektiven Wärmestrom an der Plattenoberfläche und zum anderen durch die nicht vollständig vermeidbaren Wärmeverluste am Plattenrand und an der Wartungsöffnung bedingt sind. Im Gegensatz zur technologisch wesentlich aufwändigeren Kühlplatte beträgt die maximale Temperaturdifferenz zwischen Plattenrand und -zentrum hier

gleichmäßig auf die drei Kreise verteilt. Mittels 15 Temperatursensoren, die in die Oberfläche des Estrichs eingegossen wurden, kann die Temperatur an exponierten Stellen der Heizplatte, insbesondere am Rand und an den Wartungsöffnungen gemessen werden.

Die technische Auslegung der Bodenheizung und die Materialwahl erlauben die Einstellung von beliebigen Oberflächentemperaturen,

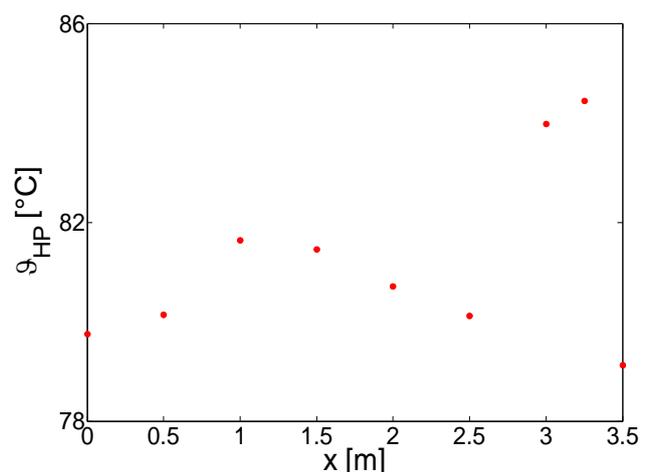
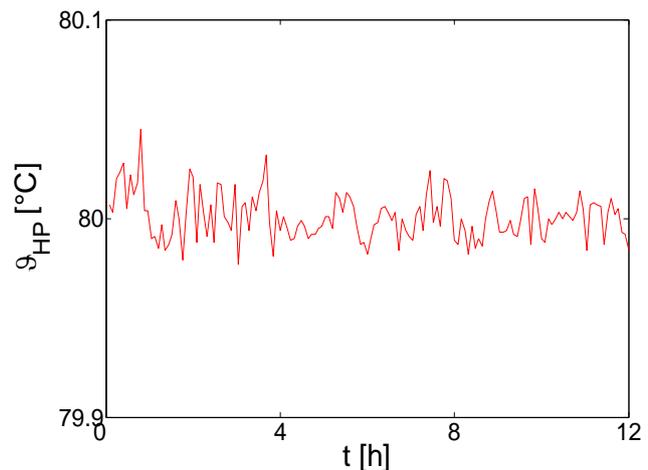


Abbildung 9: Radiale Verteilung der Heizplatten-temperatur am Segment 9 (12.00 Uhr) bei maximalem Wärmestrom

5,3 K, bei niedrigeren Heizplattentemperaturen verringert sie sich entsprechend. Durch eine leichte Anhebung der Heizleistung im äußeren Heizkreis 3 werden die Wärmeverluste am Plattenrand teilweise kompensiert. Dies führt zu leichten lokalen Temperaturüberhöhungen, insgesamt gesehen aber zu einer homogeneren Temperaturverteilung. Ein typischer Verlauf der Heizplattentemperatur über einen Zeitraum von 12 h ist in Abbildung 10 dargestellt. Hier betragen die im Vergleich zur Kühlplatte nur halb so großen Regelabweichungen maximal  $\pm 0,05$  K.

Nach Abschluss der in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen wurde die bis Mitte 2006 verwendete Konstruktion mit einer wasserdurchströmten Auflageplatte ergänzt. Diese besteht aus 25 Einzelementen und ähnelt in ihrem Aufbau der Kühlplatte. Allerdings dient hier der Wasserstrom durch die Platten nur der Verteilung und nicht der Zuführung der Wärmeenergie, so dass die Vorteile



**Abbildung 10: Zeitlicher Verlauf der mittleren Heizplattentemperatur bei maximalem Wärmestrom über einen Zeitraum von 12h**

der elektrischen Beheizung mit der ausgezeichneten Wärmeleitfähigkeit der wasserdurchströmten Konstruktion verbunden werden konnten. Eine gegenüber den Kühlplattensegmenten verbesserte antiparallele Wasserführung innerhalb der Platte reduziert den zwischen Zu- und Rücklauf bestehenden Temperaturgradienten nochmals. Mit dieser neuen Heizplatte sollen in der Fortsetzung der Arbeiten Geschwindigkeits- und Temperaturfelder auch in der Nähe der Heizplatte gemessen und mit den Grenzschichtmessungen an der Kühlplatte verglichen werden.

### 2.1.3 Gegenheizung

Ein weiterer wichtiger Aspekt beim Aufbau eines von den Umgebungsbedingungen unabhängigen RB-Experimentes ist die Einhaltung der adiabatischen Randbedingung an der Seitenwand. Da in einem Zylinder die Strömungsrichtung aufgrund der Radialsymmetrie zu-

nächst unbestimmt ist, führt hier schon der geringste Energieeintrag zu einer unzulässigen Beeinflussung der Richtung der Konvektionsströmung und erschwert damit Analysen zur Statistik der globalen Fluidbewegungen. Größere Wärmeverluste an der Wand führen zu einer Symmetriebrechung bezüglich der konvektiven Wärmeströme an Heiz- und Kühlplatte und damit zu einer Verschiebung der Temperatur im Zentrum der Testzelle (im Folgendem Bulktemperatur  $\vartheta_B$  genannt).

Der aus einem vorangegangenen Projekt zur Langzeitspeicherung von thermischer Energie zur Verfügung stehende Behälter besteht aus fünf übereinander liegenden Ringen mit einer Höhe von jeweils 1,60 m, die wiederum aus jeweils drei 120° umfassenden Ringsegmenten zusammengesetzt sind. Jedes dieser Segmente besteht aus einer stabilen Innen- und Außenschicht aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) mit einer Dicke von  $d_{GFK} = 0,01$  m und einer Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_{GFK} = 0,2$  W/(m × K) sowie einer dazwischen liegenden Isolationsschicht aus Polyurethanschaum (PUR) mit einer Dicke von  $d_{PUR} = 0,14$  m und einer Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda_{PUR} = 0,026$  W/(m × K). Für eine grobe Abschätzung der Wärmeverluste wurde zunächst ein homogener Aufbau der Seitenwand angenommen und die thermischen Brücken an den Nahtstellen zwischen den Segmenten vernachlässigt. Unter diesen Voraussetzungen berechnet sich der maximale Wärmestrom durch die Seitenwand  $\dot{Q}_{W,max}$  aus der Temperaturdifferenz zwischen der maximalen Innentemperatur  $\vartheta_B = 50$  °C, die im Wesentlichen der Bulktemperatur entspricht und der minimalen Außentemperatur  $\vartheta_L = -10$  °C sowie dem thermischen Widerstand der Isolationsschicht:

$$\dot{Q}_{W,max} = \frac{\vartheta_{B,max} - \vartheta_{L,min}}{R_{th,W}} \quad (2.5)$$

mit

$$R_{th,W} = \frac{\ln \left[ \frac{(D + 2d_{GFK} + 2d_{PUR})}{(D + 2d_{GFK})} \right]}{2\pi \times \lambda_{PUR} \times H} = \frac{\ln [1,039] \times \text{m} \times \text{K}}{2\pi \times 0,026 \text{ W} \times 6,3 \text{ m}} \quad (2.6)$$

$$R_{th,W} = \underline{\underline{3,72 \times 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{W}}}}$$

Die konvektiven Wärmeübergangswiderstände an Innen- und Außenwand liegen um mehr als eine Größenordnung unter diesem Wert, die Wärmewiderstände der beiden 1 cm starken GFK-Schichten um etwa zwei Größenordnungen darunter und können für diese grobe Abschätzung vernachlässigt werden. Insgesamt ergibt sich damit nach Gleichung 2.5 ein maximaler Wärmeverlust von  $\dot{Q}_{W,max} \approx 1600$  W, welcher in der Größenordnung des

konvektiven Wärmestromes zwischen Heiz- und Kühlplatte liegt und damit die freie Konvektionsströmung im Inneren der Zelle insbesondere bei niedrigen Temperaturdifferenzen zwischen Heiz- und Kühlplatte maßgeblich beeinflusst. Gleichfalls ergibt sich aus der Abschätzung aber auch, dass durch die einfache Verstärkung dieser passiven thermischen Isolationsschicht die Wandverluste nicht auf ein für das Experiment unschädliches Maß reduziert werden können. Um dies zu erreichen, wurde auf der Seitenwand ein aktives Kompensationsheizsystem installiert, dessen prinzipielle Funktion in Abbildung 11 dargestellt ist.

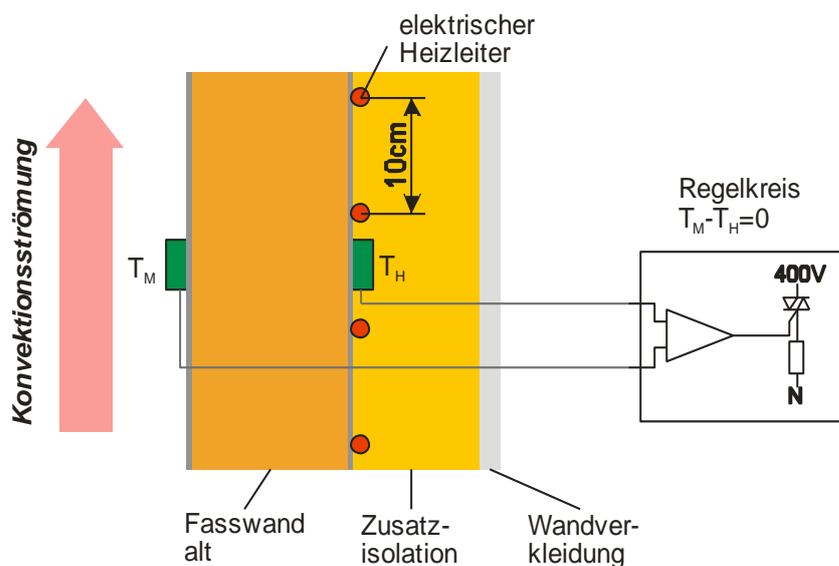


Abbildung 11: Prinzip des aktiven Kompensationsheizsystems

in diesem, mit „Fasswand alt“ bezeichnetem Gebiet wird auch der radiale Anteil des Wärmestromes zu Null, womit die adiabatische Randbedingung erfüllt ist.

Der Abstand der Heizleiter untereinander ist mit 10 cm so gewählt, dass er kleiner als die Wanddicke ist und nahezu keine Temperaturwelligkeiten auf der Innenwand verursacht. Durch die Aufteilung der Seitenwandfläche in 18 einzelne Segmente, die jeweils getrennt geregelt werden, können unterschiedlichen Innenwandtemperaturen, insbesondere im Bereich der Heizplatte oder im Up- und Downflow der turbulenten Konvektionsströmung im Inneren der Zelle, berücksichtigt werden. Für die Regelung sind im Zentrum jedes Segmentes auf der Innenwand und in der Heizleitererebene PT-100-Sensoren angebracht, die Innenwandtemperatur (Sollwert) und Temperatur in der Heizleitererebene (Istwert) aufnehmen und an die Regler weitergeben. Die gesamte Regeleinrichtung ist in einer speicherprogrammier-

Auf der Außenwand der RB-Zelle ist ein mäanderförmiges System aus elektrischen Heizleitern aufgebracht, mit dem die Temperatur in der Heizleitererebene an die Temperatur auf der Innenwand angeglichen wird. Aufgrund des dann verschwindenden Temperaturgradienten

baren Steuerung implementiert, so dass die Parameter jedes einzelnen Teilsegmentes einfach an die Gegebenheiten angepasst werden können. Die Reglerausgänge steuern über Thyristorleistungssteller die 18 Heizkreise an. Für beide Wartungsöffnungen wurden spezielle Verschlussdeckel aus Aluminium gefertigt, die ebenfalls mit Heizleitern versehen sind. Sie werden in Reihe zu dem entsprechendem Segment dazugeschaltet und verhindern den Wärmeaustausch an diesen Öffnungen. Ebenfalls beheizt sind die beiden Flansche für die Verschlussdeckel, da diese ebenfalls gute Wärmebrücken zwischen Umgebung und Innenraum darstellen. Damit die von den Heizleitern erzeugte Wärme nicht einfach an die Umgebung abgegeben wird, sind diese mit einer weiteren, 12cm starken, Isolationsschicht aus Mineralwolle versehen, die in Abbildung 11 mit „Zusatzisolation“ gekennzeichnet ist. Abgeschlossen und gegen äußere Einflüsse geschützt ist der gesamte Aufbau durch eine Hülle aus wetterfestem Kunststoff.

Mit Hilfe dieses Systems konnten die Seitenwandverluste drastisch reduziert werden. Die Temperaturdifferenzen zwischen den Soll- und Istwerten der einzelnen Segmente betragen maximal 2 K bei vergleichbaren Bedingungen für  $\mathcal{G}_B$  und  $\mathcal{G}_L$ . Berücksichtigt man die Inhomogenität an den Berührungsstellen der Seitenwandsegmente der inneren Wand und an den Wartungsöffnungen, können mit einer mittleren Temperaturdifferenz von  $\Delta\mathcal{G} = 3 \text{ K}$  bei gleichem  $R_{h,w}$  die Verluste nach Gleichung 2.5 neu geschätzt werden. Sie sind mit nunmehr  $\dot{Q}_{w,\max} \approx 80 \text{ W}$  um deutlich mehr als eine Größenordnung niedriger, als der konvektive Wärmestrom zwischen Heiz- und Kühlplatte und dürften somit keinen nennenswerten Einfluss auf die Vorgänge im Inneren der Zelle haben.

#### 2.1.4 Zentrale Steuereinheit

Die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Einzelkomponenten des Experimentes werden von einer zentralen Einheit überwacht und gesteuert. Ein vereinfachtes Blockschaltbild dieser Anlage ist in Abbildung 12 dargestellt. Kern der Steuerungseinrichtung ist der zentrale Steuer-PC. Auf diesem wurde eine Software implementiert, die auf der objektorientierten Programmiersprache LabVIEW basiert und die folgende Funktionen enthält:

- Erfassung, Anzeige und Speicherung aller an der experimentellen Anlage anfallenden Messwerte (Temperaturen, Wärmeströme, elektrische Heizleistung, Durchflussmengen, Drücke usw.),

- Ein- und Ausschaltung der einzelnen Komponenten der Experimentieranlage,
- Regelung der Heiz- und Kühlplattentemperatur,
- Berechnung und Anzeige der dimensionslosen Parameter  $Ra$  und  $Nu$ ,
- Bereitstellung der wichtigsten Messdaten über das Internet.

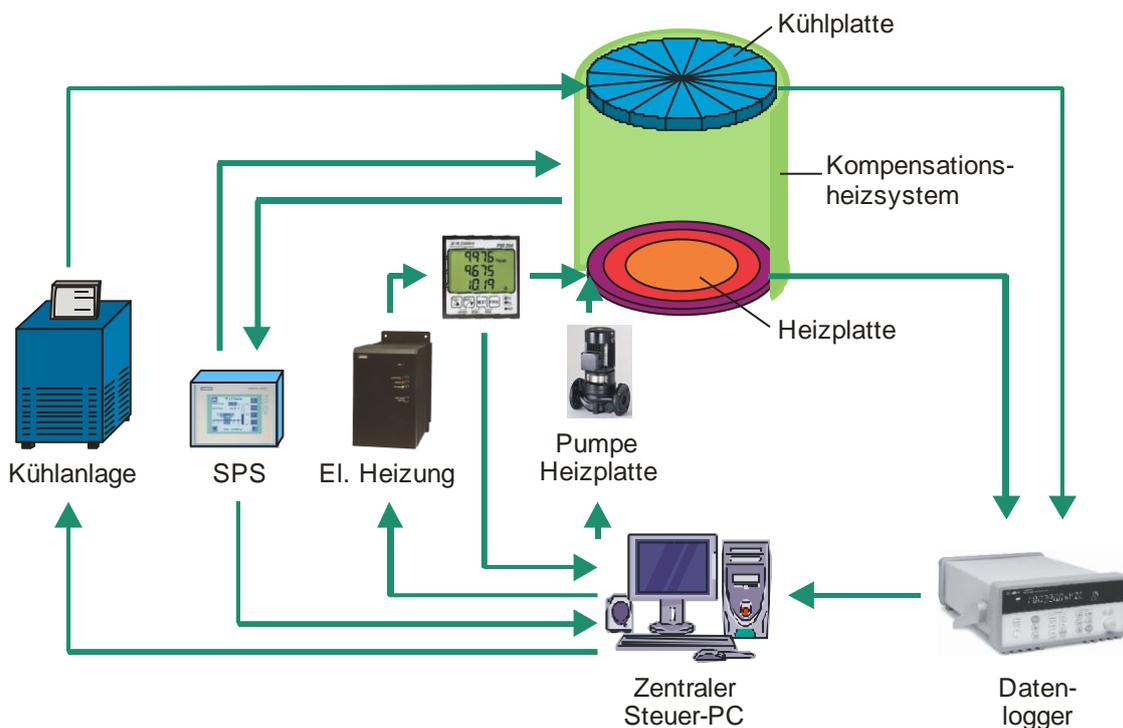


Abbildung 12: Vereinfachtes Funktionsschaltbild der zentralen Steuerung

Der prinzipielle Programmablaufplan der aufgrund des modularen Aufbaus flexibel anpassbaren Software ist im Anhang B (Anlage 1) dargestellt. Neben der Erfassung und Speicherung der Messwerte besteht die Hauptaufgabe dieses Systems in der absolut präzisen Regelung der Oberflächentemperaturen von Heiz- und Kühlplatte. Zu diesem Zweck sind in beiden Platten insgesamt 73 hochgenaue PT100-Temperatursensoren eingebaut. Sie sind so verteilt, dass sowohl die radiale als auch die azimutale Temperaturverteilung über der Plattenoberfläche bestimmt und daraus eine mittlere Plattentemperatur berechnet werden kann. Mit Hilfe eines Datenloggers (Firma Schühle) werden die Messstellen periodisch abgefragt und über eine serielle Schnittstelle an den zentralen Steuer-PC übermittelt. Zusätzlich zu den Temperaturen von Heiz- und Kühlplatte wird mit einem im Mittelpunkt des Experimentes aufgehängtem PT100 die Bulktemperatur gemessen. Diese wird insbesondere für die Bestimmung der Rayleigh- und der Nusseltzahl sowie zur Normierung der Temperaturprofile

an der Kühlplatte benötigt. Weitere am Datenlogger angeschlossene Sensoren liefern Informationen über Außentemperatur, Wärmeverluste in den Erdboden und die Volumenströme und Druckverhältnisse im 2006 neu installierten Heizplattenkreislauf.

Wie schon in Kapitel 2.1.1 (Abbildung 5) kurz beschrieben, erfolgt die Regelung der Kühlplattentemperatur über die Regulierung der vom Zwischenkreis an den Sekundärkreis übertragenen Kältemenge. Zu diesem Zweck kann die Drehzahl der Zwischenkreispumpe kontinuierlich über einen Thyristorleistungssteller (JUMO TYA 110) verändert werden. Das entsprechende Steuersignal wird mittels eines in der Software implementierten PID-Reglers aus der mittleren Temperatur der Kühlplatte berechnet und über eine analoge Ausgabekarte an den Thyristorleistungssteller ausgegeben. Damit kann dem Sekundärkreis genau so viel Energie entzogen werden, wie der Kühlplatte vom Arbeitsfluid zugeführt wird.

Die Regelung der Heizplattentemperatur erfolgt über eine stetige Ansteuerung der elektrischen Leistung der drei Heizkreise. Da die effektive Wärmeleitfähigkeit der Heizplatte wesentlich schlechter als die der Kühlplatte ist und der Wärmeverlust durch die Seitenwand zu einem nicht unerheblichem Temperaturabfall am Plattenrand führt, wird jeder dieser drei konzentrischen Heizkreise (Abbildung 8) separat durch einen Thyristorleistungssteller geregelt. Das Steuersignal für diese Stellglieder wird aus den mittleren Oberflächentemperaturen der drei Heizkreise über einen PI-Regelalgorithmus gewonnen und diesen ebenfalls über die analoge Schnittstellenkarte zugeführt. Zur exakten Messung der elektrischen Leistung, die in den ohmschen Heizkreisen vollständig in Wärmeenergie umgesetzt wird, dient ein Leistungsmessgerät (Fa. Zimmer Electronic Systems, Typ PM 390).

Die Steuerung des Kompensationsheizsystems auf der Seitenwand des „Ilmenauer Fasses“ einschließlich der Beheizung der Flansche an den Wartungsöffnungen erfolgt autark durch eine speicherprogrammierbare Steuerung (SPS, Siemens). Diese erfasst an jedem der 18 Segmente die Innenwandtemperatur und die Temperaturen in der Ebene der elektrischen Heizleiter (Abbildung 11) und berechnet die entsprechenden Steuersignale für die Ansteuerung der einzelnen Heizsegmente. Bei Bedarf können die Sollwerte jedes einzelnen Segmentes auch per Hand vorgegeben werden, was insbesondere im Bereich der Heizplatte notwendig ist, da dort nachträglich keine Sensoren auf der Innenwand angebracht werden konnten. Die Nachführung des Sollwertes mit der gemessenen Innenwandtemperatur gewährleistet prinzipiell die vollständige thermische Entkopplung des Innenraumes der Messzelle von der äußeren Umgebung, hat allerdings den Nachteil, dass die thermischen Aus-

gleichsvorgänge in der Seitenwand viel Zeit in Anspruch nehmen und schnelle Wechsel der experimentellen Parameter unmöglich machen. Mit dem zentralen Steuer-PC ist die SPS über eine unidirektionale Verbindung gekoppelt, über die die Soll- und Isttemperaturen der 18 Heizsegmente sowie eine Reihe von Statussignalen übertragen werden. Die Einstellungen am Kompensationsheizsystem müssen deshalb dezentral direkt an der SPS vorgenommen werden.

Da sich die Experimentieranlage ca. 3 km vom Campus der Universität entfernt befindet, wurde in die Software auch die Möglichkeit der Fernüberwachung implementiert. In einer ersten, im Jahr 2003 realisierten Ausbaustufe, wird alle fünf Minuten eine Datendatei mit den wichtigsten Messdaten und Parametern auf einen zentralen Universitätsserver gesendet. Über ein am Fachgebiet Thermo- und Magnetofluidynamik entwickeltes und im Internet verfügbares multimediales Praktikum (M<sup>2</sup>TWIN) können diese Daten von jedem beliebigen, mit einem Netzzugang versehenem Arbeitsplatzrechner, eingesehen werden. In einer zweiten Ausbaustufe ist die direkte Fernsteuerung der Software über das Internet geplant. Zu diesem Zweck soll auf dem zentralen Steuer-PC ein Serverprogramm installiert werden, welches direkten Zugriff auf alle wichtigen Funktionen der Steuerungssoftware bietet. Damit lassen sich neben reinen Überwachungsfunktionen auch die Temperaturen von Heiz- oder Kühlplatte verändern und gespeicherte Messdaten abrufen. Mit diesem System ist der Betreiber der experimentellen Anlage in der Lage, alle relevanten Parameter zu kontrollieren und die gewünschten Randbedingungen einzustellen. Die wesentlichen Ähnlichkeitskenngrößen werden aus den gewonnenen Messdaten automatisch berechnet und ausgegeben.

Für die in den Kapiteln 3 und 4 beschriebenen, lokalen Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen innerhalb der Kühlplattengrenzschicht ist der zentrale Steuer-PC allerdings aufgrund der geringen Messgenauigkeit und –geschwindigkeit nicht geeignet. Die für diese Messungen verwendete Technik und die Algorithmen zur mathematischen Analyse sind im nachfolgendem Kapitel beschrieben.

## 2.2 Messtechnik

### 2.2.1 Bestimmung der globalen Parameter

Um die verschiedenen, weltweit installierten RB-Experimente miteinander vergleichen zu können, ist die Bestimmung der globalen Ähnlichkeitsparameter ( $Ra$ ,  $Pr$ ,  $\Gamma$ ,  $Nu$  und  $Re$ , Gleichungen 1.3 – 1.7), von großer Bedeutung.

Am einfachsten erweist sich dabei die Bestimmung des Aspektverhältnisses  $\Gamma$  als Relation zwischen Durchmesser der Messzelle und Abstand zwischen Heiz- und Kühlplatte:

$$\Gamma = \frac{D}{H}. \quad (2.7)$$

Beide Größen werden mittels Bandmaß an verschiedenen Positionen gemessen und aus diesen Einzelmessungen wird ein Mittelwert gebildet. Aufgrund der leichten Exzentrizität und dem uneinheitlichem Durchmesser der übereinander liegenden Ringsegmente der Seitenwand liegt der Fehler in der Durchmesserangabe von  $D = 7,15 \text{ m} \pm 0,05 \text{ m}$  relativ hoch. Demgegenüber kann der Abstand  $H$  zwischen Heiz- und Kühlplatte wegen deren hohen Ebenheitsmaßes mit einem Fehler von  $\Delta H = \pm 0,01 \text{ m}$  bestimmt werden, was einen resultierenden Gesamtfehler bei der Bestimmung des Aspektverhältnisses von 1,7 % ( $\Gamma = 1,13$ ) bzw. 4,5 % ( $\Gamma = 11,3$ ) ergibt.

Da der Feuchtigkeitsgehalt des Arbeitsfluides im Inneren der RB-Zelle nicht gemessen werden konnte, wurden in erster Näherung alle Stoffwerte auf trockene Luft bezogen. Die Prandtlzahl von Luft wurde dem VDI-Wärmeatlas [73] entnommen und deren Temperaturabhängigkeit mittels folgendem parabolischem Regressionspolynom:

$$Pr = 5,83947 \times 10^{-7} \times \vartheta^2 - 1,6662 \times 10^{-4} \times \vartheta + 0,7179 \quad (2.8)$$

im Bereich von  $10 \text{ }^\circ\text{C} < \vartheta < 60 \text{ }^\circ\text{C}$  interpoliert. Als Basis wurde immer die Bulktemperatur  $\vartheta_b$  [ $^\circ\text{C}$ ] verwendet. Gleiches gilt für alle weiteren Stoffwerte, die ebenfalls aus [73] entnommen und wie folgt interpoliert wurden:

$$\beta [\text{K}^{-1}] = 3,738 \times 10^{-8} \vartheta^2 - 1,335 \times 10^{-5} \vartheta + 3,673 \times 10^{-3}, \quad (2.9)$$

$$\nu [\text{m}^2/\text{s}] = 9,589 \times 10^{-8} \vartheta + 1,346 \times 10^{-5}, \quad (2.10)$$

$$\kappa [\text{m}^2/\text{s}] = 1,385 \times 10^{-7} \vartheta + 1,874 \times 10^{-5}. \quad (2.11)$$

$$\lambda [\text{W}/(\text{m} \times \text{K})] = 7,364 \times 10^{-5} \vartheta + 2,420 \times 10^{-2}. \quad (2.12)$$

Problematischer gestaltet sich die Bestimmung der Rayleighzahl, in die neben den Stoffwerten auch die Temperaturdifferenz  $\Delta \vartheta$  zwischen Heiz- und Kühlplatte eingeht, wofür die

ortsgemittelten Oberflächentemperaturen von Heiz- und Kühlplatte benötigt werden. Für die Berechnung der mittleren Kühlplattentemperatur  $\bar{\vartheta}_{KP}$  bleibt der Fehler bei einer einfachen Mittelwertbildung aus den 15 Temperatursensoren gering, da hier die maximale Abweichung  $\Delta\bar{\vartheta}_{KP}$  bei nur etwa 1 K liegt (Abbildung 6). Eine analoge Mittelung der Heizplattentemperatur ist nur mit einem erheblich größerem Fehler möglich, da hier die Unterschiede zwischen den einzelnen Messstellen bis zu 5,3 K betragen können (Abbildung 9). Da innerhalb der Boussinesq-Approximation ( $\Delta\vartheta < 35$  K) auch die vertikale Symmetrie des Experimentes vorausgesetzt werden kann, wurde  $\Delta\vartheta$  näherungsweise aus der doppelten Differenz aus Bulktemperatur  $\vartheta_B$  und mittlerer Kühlplattentemperatur  $\bar{\vartheta}_{KP}$  berechnet:

$$\Delta\vartheta = 2 \times (\vartheta_B - \bar{\vartheta}_{KP}) \quad (2.13)$$

Damit ergibt sich die Rayleighzahl zu:

$$Ra = \frac{2\beta g(\vartheta_B - \bar{\vartheta}_{KP})H^3}{\nu\kappa}. \quad (2.14)$$

Der Fehler oberhalb der Gültigkeit der Boussinesq-Approximation ( $Ra > 6,5 \times 10^{11}$ ) liegt in der Größenordnung des Fehlers, den eine einfache Mittelung der Heizplattentemperatursensoren liefert, so dass das hier angewandte Verfahren insgesamt eine genauere Schätzung der Rayleighzahl zulässt.

Die Berechnung der globalen Nusseltzahl erfolgt analog bezüglich der Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte:

$$Nu = \frac{\dot{Q}_K}{\dot{Q}_D} = \frac{\dot{Q}_K H}{2\lambda A(\vartheta_B - \bar{\vartheta}_{KP})}. \quad (2.15)$$

Um diese berechnen zu können, muss der von der Heizplatte durch Konvektion abgegebene Wärmestrom  $\dot{Q}_K$  bekannt sein, der sich aus der in der Heizplatte umgesetzten elektrischen Leistung unter Berücksichtigung der in den Boden fließenden Wärmeverluste  $\dot{Q}_G$  und der zwischen beiden Platten ausgetauschten Strahlungsleistung  $\dot{Q}_S$  ergibt:

$$\dot{Q}_K = P_{EL} - \dot{Q}_G - \dot{Q}_S. \quad (2.16)$$

Die elektrische Heizleistung wird mit einem Leistungsmessgerät vom Typ PM390 mit einer Genauigkeit von 0,3 % gemessen. Für die Bestimmung der in den Boden fließenden Wärmeverluste ist in der Isolation unterhalb der Heizplatte in 1 m Abstand vom Mittelpunkt eine Wärmestromplatte eingebaut. Aus einer numerischen Temperatursimulation ist bekannt, dass die Wärmeverluste über dem Radius der Heizplatte nahezu konstant sind. Für die ma-

ximale Heizplattentemperatur von  $\vartheta_{HP} = 80^\circ\text{C}$  ist das Ergebnis dieser Simulation in Abbildung 13 dargestellt.

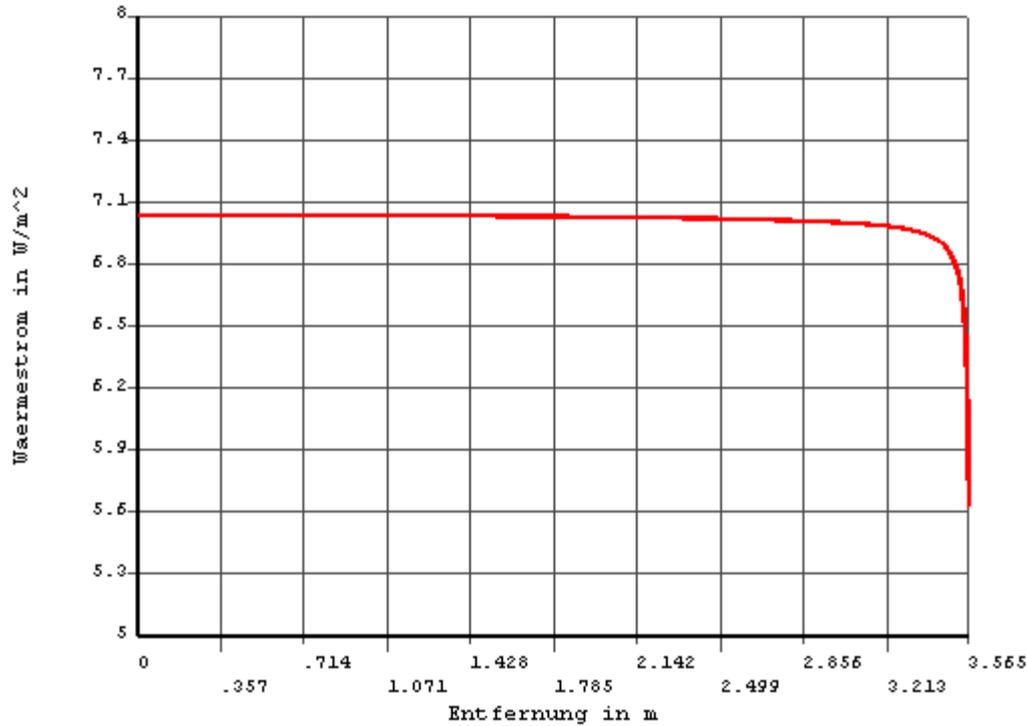


Abbildung 13: Numerische Simulation: Radiale Abhängigkeit der Wärmestromdichte  $\dot{q}_G$  aus der Heizleiterebene in den Erdboden bei maximaler Heizplattentemperatur  $\vartheta_{HP} = 80^\circ\text{C}$

Die Wärmestromdichte beträgt im Mittel bei dieser Temperatur etwa  $\bar{q}_G = 7 \text{ W/m}^2$  und ist damit im Vergleich zur maximalen konvektiven Wärmestromdichte an der Oberfläche von  $\dot{q}_K \approx 125 \text{ W/m}^2$  deutlich geringer. Der leichte Abfall zum Rand hin ist durch die Wirkung des Kompensationsheizsystems begründet, welches auf der Seitenwand bis etwa 30 cm unterhalb der Heizplatte reicht und einen Teil der Verluste kompensiert. Da dieser Einfluss auf den äußersten Rand der Heizplatte beschränkt ist und Fehler in der Bestimmung der Bodenverluste nur unwesentlich zum Gesamtfehler bei der Bestimmung des konvektiven Wärmestromes beitragen, wird im Folgendem mit einer konstanten Wärmestromdichte  $\dot{q}_G(r) = \text{konst.}$  gerechnet.

Der Strahlungsaustausch zwischen Heiz- und Kühlplatte wird über das Modell zweier paralleler, konzentrischer Platten mit gleichem Radius und dem Abstand  $H$  bestimmt:

$$\dot{Q}_S = \frac{\sigma_s \varepsilon^2 A}{1 - (1 - \varepsilon)^2 \Phi_{12}} (T_{HP}^4 - T_{KP}^4). \quad (2.17)$$

Dabei sind  $\sigma_s$  die Stefan-Boltzmann-Konstante,  $\varepsilon$  der Emissionsgrad und  $\Phi_{12}$  der Sichtfaktor, der wie folgt definiert ist:

$$\Phi_{12} = \frac{1 + 2C^2 - \sqrt{1 + 4C^2}}{2C^2} \quad \text{mit} \quad C = \frac{F}{2} \quad (2.18)$$

Der typische Emissionsgrad wurde an mehreren Punkten der Heiz- und Kühlplatte mittels einer pyrometrischen Vergleichsmessung bestimmt. Diese Messung erfolgte zwischen zwei Versuchsreihen, ohne dass die Platten vorher gereinigt wurden. Die dabei bestimmten Emissionsgrade sind also als typische Werte anzusehen und lagen durchweg unter  $\varepsilon = 0,1$ , so dass dieser Wert eine gute Näherung für die weiteren Berechnungen darstellt. Der Beitrag des Strahlungsaustausches zwischen den horizontalen Platten und der Seitenwand wurde in diesem Modell nicht berücksichtigt, da er nur bei großem Plattenabstand einen relevanten Beitrag zum Gesamtstrahlungsaustausch liefert. Eine Abschätzung des gesamten durch Strahlung zwischen Heiz- und Kühlplatte übertragenen Wärmestromes zeigt, dass dieser mit maximal  $\dot{q}_{S,\max} \approx 3 \text{ W/m}^2$  geringer als die Verluste in den Boden ist, so dass diesbezügliche Fehler ebenfalls kaum in das Ergebnis der globalen Nusseltzahl eingehen.

Die globale Reynoldszahl wird direkt aus den gemessenen Geschwindigkeitsprofilen in der zentralen Achse des Experimentes berechnet. Zu diesem Zweck wird durch Extrapolation der gemessenen Profile der mittleren, horizontalen Geschwindigkeit  $|\bar{v}(z)|$  deren Maximum  $|\bar{v}|_{\max}$  bestimmt. Zusammen mit dem Abstand zwischen Heiz- und Kühlplatte  $H$  und der temperaturabhängigen Viskosität  $\nu$  kann damit nach Gleichung 1.7 eine globale Reynoldszahl berechnet werden. Alternative Methoden, wie die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit aus den Zeitskalen der Geschwindigkeits- oder Temperaturfluktuationen wurden ebenfalls angewendet, sind an den entsprechenden Stellen dieser Arbeit jedoch gesondert gekennzeichnet.

### 2.2.2 Temperaturmessungen

Ein wesentlicher Schwerpunkt dieser Arbeit besteht in der genauen Bestimmung der Temperaturverteilung in der wandnahen Schicht im Zentrum der Kühlplatte, wobei in diesem Kapitel zunächst die hierfür verwendete Messtechnik beschrieben werden soll.

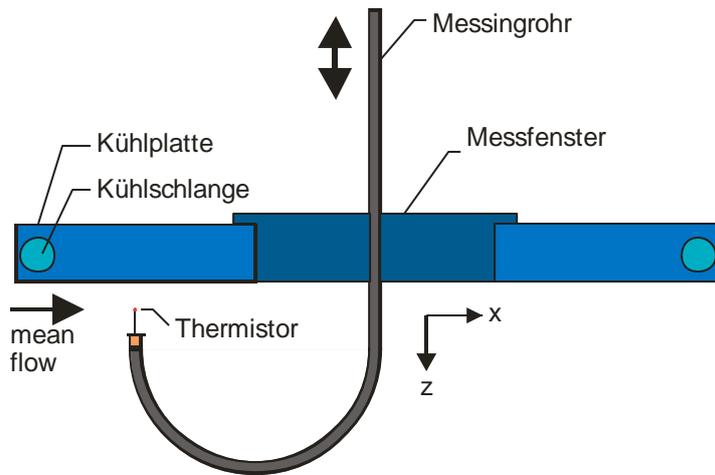
Insbesondere ist dabei die Wahl des Sensors von entscheidender Bedeutung, um ein möglichst fehlerfreies Ergebnis zu erzielen. Neben allgemeinen Anforderungen an den Messbe-

reich, die Genauigkeit und die Langzeitstabilität müssen aufgrund der spezifischen Eigenschaften der Konvektionsströmung insbesondere in Plattennähe weitere Aspekte bei der Auswahl berücksichtigt werden:

- geringe Größe für eine hohe räumliche Auflösung der Messungen und kleinstmögliche Störung der Konvektionsströmung,
- hohe Ansprechgeschwindigkeit, um auch schnellen Temperaturfluktuationen folgen zu können und damit kleinstmögliche Strukturen zu erfassen,
- vernachlässigbare Eigenerwärmung, um keine parasitäre Konvektion zu erzeugen,
- große Steilheit der Kennlinie für eine hohe Auflösung der Temperaturmessung,
- robust gegenüber Umwelteinflüssen, wie z.B. Luftfeuchtigkeit oder Luftverschmutzung.

Unter diesen Gesichtspunkten fiel die Wahl auf glasverkapselte Mikrothermistoren. Die Kennlinie dieser Halbleiterbauelemente verläuft wesentlich steiler als die von Thermoelementen oder Widerstandsthermometern und erlaubt damit besonders präzise Messungen. Die kleinste, kommerziell zur Verfügung stehende Baugröße hat einen Durchmesser von etwa  $140\ \mu\text{m}$  und ist mit Anschlussdrähten von  $18\ \mu\text{m}$  Durchmesser versehen. Eine Glasverkapselung schützt zuverlässig gegen äußere Einflüsse, insbesondere gegen Luftfeuchtigkeit. Der Grundwiderstand bei einer Temperatur von  $25\ ^\circ\text{C}$  liegt bei etwa  $10\ \text{k}\Omega$  und die Steilheit der Kennlinie in diesem Bereich bei etwa  $0,2\ \text{k}\Omega/\text{K}$ . Die Ansprechzeit in ruhender Luft beträgt  $t_{70} = 70\ \text{ms}$ . Die angegebene Dissipationsrate liegt bei  $\varepsilon_D = 45\ \mu\text{W/K}$ , was einen extrem niedrigen Messstrom erfordert, um die Eigenerwärmung des Sensors zu verhindern.

Zur Temperaturmessung in der Kühlplattengrenzschicht wurde dieser Mikrothermistor auf einem unverkapseltem Transistorgehäuse befestigt. Dieses dient sowohl der mechanischen Halterung als auch der elektrischen Kontaktierung mit dem Messsystem. In Abbildung 14 ist die prinzipielle Anordnung des fertigen Sensors in der Konvektionsströmung dargestellt. Das Messingrohr, welches den fertigen Sensor trägt, ist u-förmig gebogen, so dass das temperaturempfindliche Element unterhalb der eigentlichen Kühlplatte und nicht unter dem ungekühlten Deckel, der die Messöffnung verschließt, liegt. Da in diesem Bereich der Kühlplatte konstruktiv keine Kühlschlangen mehr integriert werden konnten, kann hier bei hohen Rayleighzahlen die Temperatur um bis zu  $0,5\ \text{K}$  von der mittleren Kühlplattentemperatur abweichen. Um den Mikrothermistor möglichst dicht an der Kühlplattenoberfläche



**Abbildung 14: Einbau des Temperatursensors durch das Messfenster im Zentrum der Kühlplatte und seine Anordnung entgegen der Hauptströmungsrichtung**

positionieren zu können, ohne dass es zu einem elektrischem Kurzschluss zwischen Anschlussdrähten und geerdeter Kühlplatte kommt, wurde dieser leicht nach oben gebogen. Neuere Messungen an der Heizplatte, bei denen eine stabilere Haltevorrichtung für den Sensor eingesetzt wurde und bei denen der Mikrothermistor exakt waagrecht auf den Spitzen der Anschlüsse des Transistorgehäuses befestigt werden konnte, zeigen, dass die gebogene Ausführung insbesondere im extrem wandnahem Bereich ( $z < 3 \text{ mm}$ ) zu Messfehlern führt. Diese äußern sich darin, dass durch die Anschlussdrähte ein zusätzlicher Wärmestrom zum sensitivem Mikrothermistor transportiert wird. Eine diesbezügliche, ausführlichere Fehlerdiskussion findet der Leser in Kapitel 5.2.

Aufgrund der speziellen Anforderungen des Sensors hinsichtlich einer geringen Eigenerwärmung muss dieser mit einem extrem niedrigem Messstrom  $I_{TH}$  betrieben werden. Eine Maximalwertabschätzung liefert bei einer zulässigen Eigenerwärmung von  $\Delta\vartheta = 0,05 \text{ K}$  (bei  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) einen Strom von:

$$I_{TH} = \sqrt{\frac{\varepsilon_D \Delta\vartheta}{R_{TH}}} = \sqrt{\frac{45 \times 10^{-6} \text{ V} \times A \times 0,05 \text{ K} \times A}{10^4 \text{ V} \times \text{K}}} = 15 \mu\text{A}. \quad (2.19)$$

Da die Messströme kommerziell verfügbarer Messgeräte in den erforderlichen Messbereichen und bei der notwendigen Auflösung bei mindestens  $50 \mu\text{A}$  liegen, wurde für die hier beschriebenen Messungen eine eigene Messbrücke entwickelt und gebaut. Sie basiert auf einer Widerstandsbrückenschaltung in Verbindung mit einem Präzisions-Instrumentenverstärker vom Typ AD624CD. Der von dieser Messbrücke durch den Sensor fließende Messstrom beträgt nur etwa  $5 \mu\text{A}$ . Gleichzeitig wird das Messsignal um den Faktor 100 verstärkt, so dass am Ausgang der Messbrücke eine Spannung im Bereich zwischen  $-10 \text{ V} < U_B < +10 \text{ V}$  zur Verfügung steht, die mittels eines Multimeters vom Typ HP3458A

gemessen wurde. Details zum Aufbau und zu den Eigenschaften der Messbrücke sind in [63] zu finden.

Das Multimeter ist mit einem Personalcomputer (PC) verbunden, der die Messwerte aufnimmt und abspeichert. In diesem erfolgt auch die Umrechnung entsprechend der ermittelten Kalibrierkurve des Thermistors und der Übertragungskennlinie der Messbrücke. Gleichzeitig wird von diesem PC ein Traversiersystem angesteuert, welches den Sensor mit einer Auflösung von  $10\ \mu\text{m}$  in der gewünschten Entfernung von der Kühlplatte (z-Position) positioniert. Als Referenzpunkt wird dabei die Position festgelegt, bei der der Sensor die Kühlplatte gerade noch nicht berührt, was bei einem Sensordurchmesser von  $140\ \mu\text{m}$  einem Punkt  $z = 70\ \mu\text{m}$  entspricht. Die Kontrolle erfolgt visuell über den Lichtspalt zwischen dem Mikrothermistor und seinem Spiegelbild auf der polierten Oberfläche der Kühlplatte. Insgesamt lässt dieses System die Positionierung des Sensors in einem Bereich von  $0,07\ \text{mm} < z < 150\ \text{mm}$  zu, wobei der Positionierfehler in der Größenordnung von  $< 50\ \mu\text{m}$  liegt.

Die mit diesem System durchgeführten Temperaturmessungen bestanden aus jeweils einstündigen Zeitreihen an insgesamt 39 ungleichmäßig verteilten z-Positionen. Vor dem Start jeder Messung wurde die Parametereinstellung an der RB-Zelle über mindestens 48 h unverändert belassen, um einen stabilen Strömungszustand zu erreichen. Zur Vermeidung von systematischen Fehlern, die sich aufgrund von Langzeitdriften in den experimentellen Randbedingungen niemals ganz vermeiden ließen, wurde die Reihenfolge der Messabstände nach dem Zufallsprinzip festgelegt. Doppelmessungen an acht ausgewählten Positionen lassen Rückschlüsse auf die Relevanz der aus den Zeitreihen ermittelten statistischen Schätzwerte zu. Dem gleichem Zweck diente eine erweiterte Messung mit insgesamt 85 Messpositionen und einer Messzeit von jeweils 2 h bei einer Rayleighzahl von  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ .

Die einstündigen Zeitserien wurden mit einer Samplingrate von  $\dot{n} = 200\ \text{s}^{-1}$  aufgenommen und enthalten damit jeweils 720.000 Temperaturmesswerte. Sie werden ungefiltert für die weitere Auswertung, z. B. die Berechnung der statistischen Größen oder die Berechnung der Autokorrelationsfunktion verwendet. Die diesbezüglichen mathematischen Algorithmen sind gemeinsam mit denen für die Geschwindigkeitsmessungen in Kapitel 2.2.4 beschrieben. Um die gute zeitliche und räumliche Auflösung der Temperaturmessung zu demonstrieren, sind in Abbildung 15 drei Beispiele an verschiedenen z-Positionen innerhalb der thermi-

schen Grenzschicht ( $0,1\delta_{th}$ ), an deren Rand ( $\delta_{th}$ ) und außerhalb ( $10\delta_{th}$ ) dargestellt. Sie wurden bei  $\Gamma = 1,13$  und  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$  aufgenommen und sind in normierter Form (Gleichung 1.9) über der Zeit  $t$  aufgetragen. Der Wert  $\Theta = 0$  entspricht in dieser Darstellung der mittleren Temperatur der Kühlplatte  $\bar{\vartheta}_{KP}$ , der Wert  $\Theta = 1$  korrespondiert mit der mittleren Bulktemperatur  $\bar{\vartheta}_B$ .

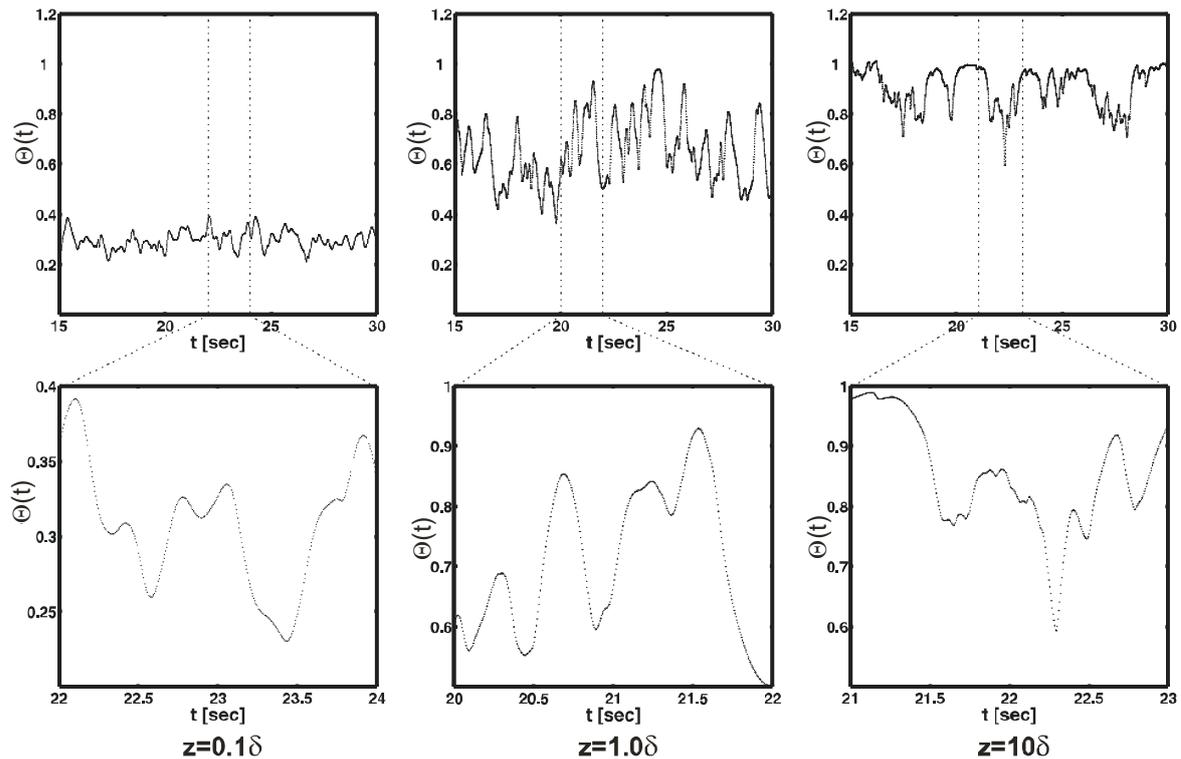


Abbildung 15: Temperaturzeitserien bei  $\Gamma = 1,13$  und  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$  im Abstand von  $0,1\delta_{th}$  (links),  $\delta_{th}$  (mitte) und  $10\delta_{th}$  (rechts) von der Kühlplatte sowie gespreizte Ausschnitte zur Demonstration der guten zeitlichen Auflösung der Messung (unten)

In unmittelbarer Nähe der Kühlplatte sind die Temperaturfluktuationen noch verhältnismäßig klein und symmetrisch um den Mittelwert verteilt, während sie am Rand der Grenzschicht gegen ein Maximum streben. Außerhalb der thermischen Grenzschicht, aber noch in gegenüber der Zellenhöhe kleinem Abstand von der Kühlplatte nimmt der Sensor nahezu die mittlere Bulktemperatur  $\bar{\vartheta}_B$  an. Deutlich sichtbar wird die Unsymmetrie der Fluktuationen, die im Wesentlichen die stochastische Ablösung von kalten Fluidvolumina, so genannten „plumes“ oder „sheets“, widerspiegelt. In der unteren Diagrammreihe sind jeweils Ausschnitte von 2 s Länge aus diesen Zeitreihen dargestellt. Sie verdeutlichen die hohe zeitliche

Auflösung der Abtastung, die um ein Vielfaches über den typischen Zeitskalen turbulenter Konvektionsströmungen liegt.

Bezüglich der absoluten Genauigkeit der gesamten Messkaskade, die Ungenauigkeiten bei der Kalibrierung des Sensors und der Messbrücke, aber auch Temperaturdrift und Nichtlinearitäten der elektronischen Auswerteeinheit einschließt, wird der maximale Fehler mit  $\pm 0,25$  K abgeschätzt. Dazu addiert sich ein weiterer Anteil, der sich aus der Schätzung der statistischen Größen ergibt und der durch die endlichen Messzeiten der einzelnen Zeitserien begründet ist. Eine exakte Abschätzung dieses Fehlers ist aufgrund der „nichtnormalen“ Häufigkeitsverteilungen der Messwerte innerhalb der Zeitserien nur mit großem Aufwand möglich und wird ausführlich im Kapitel 5.1 diskutiert.

### 2.2.3 Geschwindigkeitsmessungen

Bei der Durchführung von Geschwindigkeitsmessungen in turbulenten Luftströmungen sind im Wesentlichen dieselben Gesichtspunkte zu beachten, wie bei Temperaturmessungen. Herkömmliche Messverfahren mittels Flügelradanemometer, Staurohr oder Hitzdrahtanemometer scheiden aufgrund der großen Sensorabmessungen oder der unzulässigen Strömungsbeeinflussung der Grenzschicht von vornherein aus. Als ein sehr gut geeignetes Messsystem hat sich das so genannte Laser-Doppler-Anemometer (LDA) herauskristallisiert. Es basiert darauf, dass im Schnittpunkt zweier kohärenter Laserstrahlen ein Interferenzstreifenmuster entsteht, dessen Streifenabstand durch die Wellenlänge des verwendeten Lichtes und den Schnittwinkel der beiden Laserstrahlen exakt bestimmt ist. Fliegt nun ein Teilchen mit einer bestimmten Geschwindigkeit  $v$  durch dieses Hell-Dunkel-Muster, erzeugt es Streulicht, das mit einem hochempfindlichen Detektor aufgenommen werden kann. Die Frequenz der Intensitätsschwankungen, die so genannte Dopplerfrequenz  $f_D$ , ist dabei direkt mit dem Streifenabstand des Interferenzstreifenmusters  $d_I$  und der Partikelgeschwindigkeit verknüpft:

$$f_D = \frac{v}{d_I}. \quad (2.20)$$

Die Genauigkeit des Verfahrens wird im Wesentlichen vom Fehler der Frequenzmessung bestimmt, da der Streifenabstand sehr exakt und langzeitstabil eingehalten werden kann. Weitere Einzelheiten zu diesem Verfahren sind in [61] zu finden.

Der Einsatz zweier LDA-Sonden, deren Interferenzstreifenmuster um  $90^\circ$  verdreht angeordnet sind und die mit unterschiedlichen Wellenlängen arbeiten, ermöglicht die simultane Bestimmung beider horizontaler Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$  unterhalb der Kühlplatte. Abbildung 16 zeigt die prinzipielle Messanordnung und ein Foto des realen Aufbaus der Geschwindigkeitsmessung.

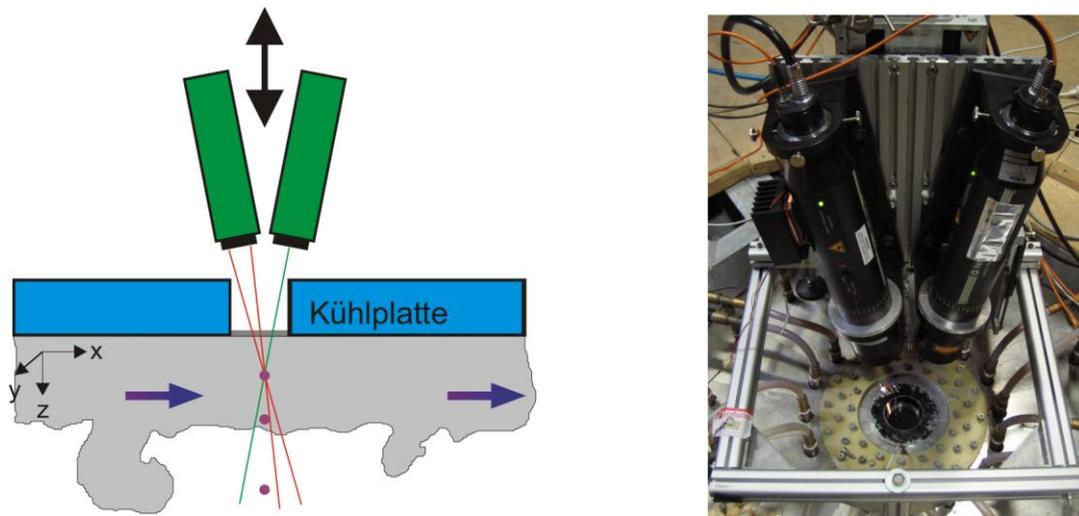


Abbildung 16: Prinzipielle (links) und reale (rechts) Anordnung der LDA-Sonden zur Messung der beiden Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$

Die optischen Achsen beider Sonden kreuzen sich in einem Winkel von  $21^\circ$ , so dass die Komponente  $v_x$  entsprechend korrigiert werden muss. Aufgrund der Schrägstellung der beiden LDA-Sonden und der lichten Öffnung des optischen Messfensters von nur 8 cm war der Messbereich auf Positionen  $z < 90$  mm beschränkt. Beide LDA's arbeiten in Rückstreuungstechnik. Dabei wird das von den Partikeln erzeugte Streulicht über eine in den Sonden integrierte Optik und einen Lichtwellenleiter zum Strahlungsdetektor geleitet. Der Vorteil dieser Anordnung besteht darin, dass die Strömung in der RB-Zelle nicht von Empfangsbauteilen beeinflusst werden kann, nachteilig ist die geringere Intensität des Streulichtes der Partikel in rückwärtiger Richtung, die größere Partikel oder eine höhere Verstärkung des Lichtempfängers erfordert. Die LDA-Sonden, die Empfängerelektroniken und die Traversiereinheit werden zentral von einem PC gesteuert, der auch die Vorverarbeitung und Speicherung der Daten übernimmt.

Die beste Eignung als Tracerpartikel zeigte nach einer Reihe von Versuchen mit unterschiedlichsten Nebelfluiden und Erzeugungsmethoden kalt zerstäubter DEHS-Nebel. Die mittlere Größe der Nebeltröpfchen ist zwar mit etwa  $1 \mu\text{m}$  relativ klein, dafür können diese

der Strömung vergleichsweise besser folgen als größere Tropfen oder Feststoffpartikel. Gleichzeitig erwies sich die Standfestigkeit der DEHS-Tröpfchen in der Strömung als extrem hoch, so dass während der 48 h dauernden Messungen nur minimal Nebel zugeführt werden musste. Damit konnte eine Kondensation an der Kühlplattenoberfläche vollständig vermieden und die Reinigungsarbeiten im Inneren der Testzelle auf ein Minimum reduziert werden.

Die eigentlichen Messungen verliefen in einem ähnlichem Rhythmus, wie die Temperaturmessungen. Vor jedem Messzyklus wurde eine Wartezeit von mindestens 48 h eingehalten, in denen die experimentellen Parameter unverändert blieben. Danach wurden beide LDA-Sonden mittels einer Hilfsvorrichtung, bei der die Laserstrahlen auf eine Mattscheibe projiziert und das dort entstehende Bild mit einer hoch vergrößernden Kamera aufgenommen wurde, so justiert, dass sich alle vier Strahlen in einem gemeinsamem Volumen schneiden. Das Schnittbild auf der Mattscheibe lieferte gleichzeitig die Information über dessen exakte Position, da der Abstand zwischen Scheibenunterkante und Mattscheibe genau bekannt war. Jede Messserie bestand aus 47 einzelnen Zeitreihen, die sich aus 39 verschiedenen z-Positionen und acht Doppelmessungen ergaben. Im Gegensatz zu den Temperaturmessungen wurden die Messungen jedoch in der Reihenfolge der z-Positionen durchgeführt, wobei mit dem größtem Abstand begonnen wurde. Dieses Vorgehen lag darin begründet, dass bei wandnahen Messungen eine deutlich höhere Partikeldichte notwendig war, als bei den wandfernen Messpunkten und Änderungen der Partikeldichte in der Testzelle nur sehr langsam erfolgen konnten. An jeder z-Position wurden simulta je eine Zeitreihe für die x-Komponente  $v_x(t)$  und eine zweite Zeitreihe für die y-Komponente  $v_y(t)$  aufgenommen. Die mittlere Samplingrate in den einzelnen Zeitreihen hing dabei von der Partikeldichte am Messort ab und war deutlich geringer als bei den Temperaturmessungen. Sie lag in der Regel zwischen  $\bar{n} \approx 10 \text{ s}^{-1}$  (wandferne Messung) und  $\bar{n} \approx 1 \text{ s}^{-1}$  (wandnahe Messung).

Da die Zeitpunkte des Durchfluges der Partikel durch das gemeinsame Messvolumen der beiden LDA-Sonden stochastisch verteilt sind und aufgrund der richtungsabhängigen Streueigenschaften der Partikel nur bei etwa jedem fünften Durchtritt tatsächlich beide Geschwindigkeitskomponenten synchron erfasst werden konnten, wurden die Zeitreihen vor der Analyse einer Bearbeitung unterzogen, die sich in folgende Schritte aufgliedert:

1. Ausfilterung von Extremwerten der Geschwindigkeit ( $|v(t)| > \bar{v} \pm 5 \text{ std}(v)$ )

2. Ausfiltern von Messwerten mit  $|v| \approx 0$ , die auf die Reflexion der Laserstrahlen an der Scheibenoberfläche zurückzuführen waren und insbesondere bei wandnahen Messungen ( $z < 1 \text{ mm}$ ) auftraten,
3. Umwandlung der nichtäquidistanten in äquidistante Zeitreihen mittels linearer Interpolation zwischen den einzelnen Momentanwerten, die Zeitabstände  $\Delta t$  für die neuen Zeitserien bilden sich aus dem Mittelwert aller Zeitabstände innerhalb jeder Zeitserie, sie unterscheiden sich demzufolge an den einzelnen z-Positionen,
4. Vektorielle Addition der Momentanwerte der beiden Geschwindigkeitskomponenten aus den äquidistanten Zeitserien  $v_x(t)$  und  $v_y(t)$  zur resultierenden horizontalen Geschwindigkeit mit dem Betrag  $|v(t)|$  und dem Winkel  $\varphi(t)$ .

Diese Prozedur ist vor allem bei der Verarbeitung der wandnahen Messreihen nicht trivial, da dort einerseits aufgrund der niedrigen Partikeldichte die Samplingrate sehr gering ist ( $\bar{n} \approx 1 \text{ s}^{-1}$ ) und andererseits die von den Partikeln in der Konvektionsströmung hervorgerufene Streustrahlung durch Reflektionen des Laserstrahls an der Oberfläche der Glasscheibe überlagert wird. Das führt zu Fehlmessungen und teilweise großen Lücken in den Zeitreihen, was unter Umständen auch einen deutlichen Einfluss auf deren statistische Schätzgrößen hat. Aus diesen Gründen sind die Geschwindigkeitsmessungen im Vergleich zu den Temperaturmessungen mit deutlich größeren Fehlern behaftet, die sich insbesondere in den in den Kapiteln 3 und 4 diskutierten Profilen der mittleren Geschwindigkeit und deren Fluktuationen widerspiegeln.

#### 2.2.4 Mathematische Definitionen und Auswertelgorithmen

Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder in turbulenten Konvektionsströmungen lassen sich sehr gut durch ihre statistischen Kenngrößen charakterisieren. Da die aufgenommenen Messreihen beider Größen nur zeitliche Fenster aus einer unendlichen Gesamtheit von Messwerten darstellen, sind alle in dieser Arbeit berechneten statistischen Kenngrößen als Schätzwerte aufzufassen und nicht besonders gekennzeichnet (außer in Kapitel 5.2).

Aufgrund der in der Literatur nicht ganz eindeutig gehandhabten Bezeichnung dieser Größen (z.B. Standardabweichung, Fluktuationen, rms) oder teilweise unterschiedlicher Definitionen (z. B. Skewness) soll dies hier noch einmal eindeutig erfolgen.

Für eine beschränkte Folge von Messwerten einer allgemeinen physikalischen Größe  $Y$  werden hiermit die folgenden Schätzwerte statistischer Kenngrößen definiert:

Mittelwert:

$$\bar{Y} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K Y_i(t), \quad (2.21)$$

Standardabweichung:

$$\text{std}(Y) = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{Y_i(t) - \bar{Y}\}^2} \quad (2.22)$$

Fluktuationen:

$$\sigma_Y = \frac{1}{\bar{Y}} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{Y_i(t) - \bar{Y}\}^2} \quad (2.23)$$

Varianz:

$$\text{var}(Y) = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{Y_i(t) - \bar{Y}\}^2 \quad (2.24)$$

Skewness:

$$\text{skew}(Y) = \frac{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{Y_i(t) - \bar{Y}\}^3}{\{\text{std}(Y)\}^3} \quad (2.25)$$

Kurtosis:

$$\text{kurt}(Y) = \frac{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{Y_i(t) - \bar{Y}\}^4}{\{\text{std}(Y)\}^4} \quad (2.26)$$

Für die Untersuchung der räumlichen und zeitlichen Strukturen der globalen Konvektionsströmung und ihren Einfluss auf das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld in der Grenzschicht wird die Autokorrelationsfunktion der beiden Feldgrößen berechnet. Sie ist für eine zeitliche Folge von Messwerten einer allgemeinen physikalischen Größe  $Y$  wie folgt definiert:

$$\Phi_Y(\tau) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K Y_i(t) Y_i(t + \tau) \quad (2.27)$$

Weitere, nur einmalig verwendete Definitionen und Auswertalgorithmen oder Abweichungen von oben definierten Größen sind an den entsprechenden Stellen im Text gesondert gekennzeichnet.

### 3 Ergebnisse für konstantes Aspektverhältnis

Entsprechend der Zielstellung dieser Arbeit wurden am RB-Experiment „Ilmenauer Fass“ zwei Versuchsreihen mit insgesamt zwanzig Parametervariationen durchgeführt, in denen jeweils einer der beiden Parameter Temperaturdifferenz  $\Delta\mathcal{G}$  bzw. Aspektverhältnis  $\Gamma$  festgehalten und der zweite Parameter variiert wurde. In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse für festes Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  und variable Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte ( $\Delta\mathcal{G}_{\min} = 4 \text{ K}$ ,  $Ra_{\min} = 1,23 \times 10^{11}$  und  $\Delta\mathcal{G}_{\max} = 60,47 \text{ K}$ ,  $Ra_{\max} = 9,77 \times 10^{11}$ ) diskutiert werden. Für die unter diesen Bedingungen bekannte und klar definierte globale Strömungsstruktur, die die Form einer großen Konvektionswalze annimmt, sollen insbesondere das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld in der Nähe der Kühlplatte und der globale Wärmetransport sowie deren Abhängigkeit von der Rayleighzahl untersucht werden.

#### 3.1 Geschwindigkeitsprofile

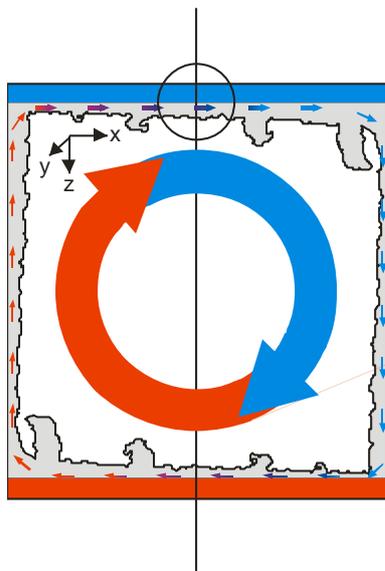
##### 3.1.1 Das Profil der mittleren Geschwindigkeit

Begonnen wird mit der Analyse des Geschwindigkeitsfeldes unterhalb des Zentrums der Kühlplatte, da die physikalische Interpretation der Temperaturmessdaten die Kenntnis des Geschwindigkeitsfeldes voraussetzt. Zunächst sind in Tabelle 1 die wesentlichen Versuchsparameter zusammengefasst. Die Temperatur der Kühlplatte wurde konstant bei  $\bar{\mathcal{G}}_{KP} = 20 \text{ °C}$  gehalten, da sich im Raum darüber die gesamte Technik für die Geschwindigkeitsmessung sowie das dafür notwendige Bedienpersonal befanden und dieser Raum im Wesentlichen die Temperatur der Kühlplatte annimmt. Höhere Temperaturen sind bei den zwei Tage dauernden Messungen weder dem Personal noch der empfindlichen, auf Lasertechnik basierenden, Geschwindigkeitsmesstechnik zuzumuten. Die Heizplattentemperatur wurde entsprechend so gewählt, dass sich im untersuchten Parameterbereich eine näherungsweise gleichmäßige, logarithmische Verteilung der Rayleighzahl ergab.

Datum	$Ra$	$\Delta\vartheta$ [K]	$\bar{\vartheta}_{HP}$ [°C]	$\bar{\vartheta}_B$ [°C]	$\bar{\vartheta}_{KP}$ [°C]
07.-10.11.2005	1,23E+11	4,00	24,00	22,53	20,00
09.-11.01.2006	1,68E+11	5,70	25,70	23,49	20,00
17.-19.01.2006	1,96E+11	7,00	27,00	24,17	20,00
23.-25.01.2006	2,62E+11	9,80	29,80	25,66	20,00
30.01.-02.02.2006	3,39E+11	13,60	33,60	27,52	20,00
07.-10.02.2006	4,14E+11	17,60	37,60	29,48	20,00
27.-29.03.2006	5,38E+11	25,51	45,50	32,99	19,99
03.-05.04.2006	6,40E+11	31,71	51,70	36,18	19,99
02.-04.05.2005	7,48E+11	40,00	60,00	40,02	20,00
10.-12.04.2006	8,64E+11	49,00	69,00	44,75	20,00
18.-20.04.2006	9,77E+11	60,47	80,11	49,58	19,64

**Tabelle 1: Vollständiger Parametersatz für die Messung der Geschwindigkeitsprofile bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$**

Für geometrische Verhältnisse, bei denen laterale und vertikale Ausdehnung der RB-Zelle annähernd übereinstimmen, ist aus einer Vielzahl von experimentellen Arbeiten [33], [36], [54], [55] und numerischen Simulationen bekannt, dass bei genügend hoher Rayleighzahl die



**Abbildung 17: Konvektionswalze in turbulenter RB-Konvektion bei  $\Gamma = 1,13$  und Messposition am Mittelpunkt der Kühlplatte**

globale Strömung die Form einer großen Konvektionswalze annimmt (Abbildung 17). Diese leicht schräge und in ihrer Rotationsachse unbestimmte Walze wird einerseits getrieben von sich ablösenden Plumes aus der Heiz- und Kühlplattengrenzschicht und wirkt andererseits aufgrund ihrer turbulenten Struktur auf diese zurück. Da die Auf- und Abwärtsbewegung der Plumes im Wesentlichen an der Seitenwand erfolgt, kann man unterhalb des Mittelpunktes der Kühlplatte (bzw. oberhalb der Heizplatte) von einer nahezu waagerechten Strömung ausgehen, die in wesentlichen Zügen dem Charakter einer Grenzschicht entspricht, sich in einigen Punkten jedoch auch deutlich von klassischen Scherschichten unterscheidet. Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen einer klassischen isothermen

Plattengrenzschicht und den Grenzschichten in turbulenter RB-Konvektion sind in der nachfolgenden Übersicht kurz zusammengefasst.

### Gemeinsamkeiten:

1. reibungsfreie Außenströmung mit hoher Re-Zahl
2. Grenzschichtdicke ist klein gegenüber der Ausdehnung der Außenströmung
3. Haftbedingung an der Wand ist erfüllt,  
 $\vec{v}(z=0) = 0$

### Unterschiede:

#### Klassische isotherme Plattengrenzschicht

1. plattenparallele Anströmung  
 $v_{x,\infty} \neq 0, v_{y,\infty} = v_{z,\infty} = 0,$
2. isotherm,  $\partial \vartheta / \partial z = 0,$
3. konstante Stoffwerte des Fluids,
4. keine wandnormalen Auftriebskräfte  
 $F_z = 0,$
5. stetiges Anwachsen der Grenzschichtdicke  $\delta_v$  mit der Lauflänge  $x$ .

#### Grenzschicht in turbul. RB-Konvektion

1. Anströmung nicht plattenparallel  
 $v_{x,\infty} \neq 0, v_{y,\infty} \neq 0, v_{z,\infty} \neq 0,$
2. nicht isotherm,  $\partial \vartheta / \partial z \neq 0,$
3. Stoffwerte des Fluids variieren,
4. wandnormale, lokale Auftriebskräfte durch Plumes, Ablösungen,  $F_z \neq 0,$
5. keine Kenntnis über die Grenzschichtentwicklung mit der Lauflänge.

Im Nachfolgenden soll nun diskutiert werden, inwieweit sich trotzdem klassische Theorien (laminare oder turbulente Plattengrenzschicht) auf Grenzschichten in turbulenter RB-Konvektion anwenden lassen. In einem ersten Schritt betrachten wir dazu die Profile der mittleren Geschwindigkeit  $|\vec{v}(z)|$ . Da die Richtung der Konvektionswalze in einer runden Zellengeometrie zunächst unbestimmt und während der Versuche auch stark variierte, erweist es sich als zweckmäßig, diese in Polarkoordinaten mit dem Betrag:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{mit der Annahme } v_z = 0 \quad (3.1)$$

und dem Winkel

$$\varphi = \arctan(v_y/v_x) \quad (3.2)$$

darzustellen. Aufgrund der niedrigen Taylor-Reynoldszahl:

$$Re_{\Theta} = \frac{|\vec{v}_{\max}| \delta_v}{\nu}, \quad (3.3)$$

die für hier untersuchten Parameter unter  $Re_{\Theta} = 310$  liegt, ist zu erwarten, dass sich an den horizontalen Begrenzungswänden eine laminare Grenzschicht mit einem weitestgehend linearem Anstieg der mittleren Geschwindigkeit ausbilden wird. Dies deckt sich auch mit der Mehrzahl der derzeitigen theoretischen Vorhersagen zum globalem Wärmetransport in RB-Konvektion, die dies für  $Ra < 10^{15}$  vorhersagen [27], [34], [13]. Für zwei ausgewählte Rayleighzahlen  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  sind deswegen in Abbildung 18 die Profile der mittleren Geschwindigkeit  $|\vec{v}(z)|$  zunächst in linearer und dimensionsbehafteter Form in einem Bereich von  $0 \text{ mm} < z < 70 \text{ mm}$  dargestellt. Bei  $Ra_{\min}$  beträgt die Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte nur  $\Delta\mathcal{G} = 4 \text{ K}$ , was klar innerhalb der Boussinesq-Näherung liegt. Ein Einfluss der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte auf die Form der Profile kann in diesem Fall ausgeschlossen werden. Für die größere Rayleighzahl liegt die Temperaturdifferenz bei  $\Delta\mathcal{G} = 40 \text{ K}$  und damit leicht außerhalb der Boussinesq-Näherung. Bei diesem Profil besteht demnach die Möglichkeit, dass es aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte vom linearem Verlauf abweicht.

Zusätzlich zu den Messwerten ist die Blasiusche Lösung der zweidimensionalen Grenzschichtgleichungen:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad \text{mit} \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (3.5)$$

in das Diagramm eingezeichnet. Die Lauflänge  $x$  im Ähnlichkeitsparameter

$$\eta = z \sqrt{\frac{|\vec{v}_{\max}|}{2\nu x}} \quad (3.6)$$

wurde dabei so gewählt, dass der Anstieg  $\partial|\vec{v}|/\partial z$  für  $z = 0$  mit dem aus den Messwerten interpoliertem Wert übereinstimmt. Dabei ergaben sich theoretische Lauflängen von  $x = 0,1 \text{ m}$  ( $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ ) und  $x = 0,06 \text{ m}$  ( $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ ), was deutlich geringer ist, als die hypothetische Lauflänge der Grenzschichtströmung, die etwa dem Radius der Kühlplatte entsprechen sollte. Obwohl vor allem für die kleine Rayleighzahl der wandnahe Bereich des Profils recht gut mit der theoretischen Lösung übereinstimmt, sind insbesondere im Übergangsbereich zwischen Grenzschicht und Außenströmung deutliche Abweichungen zu erkennen.

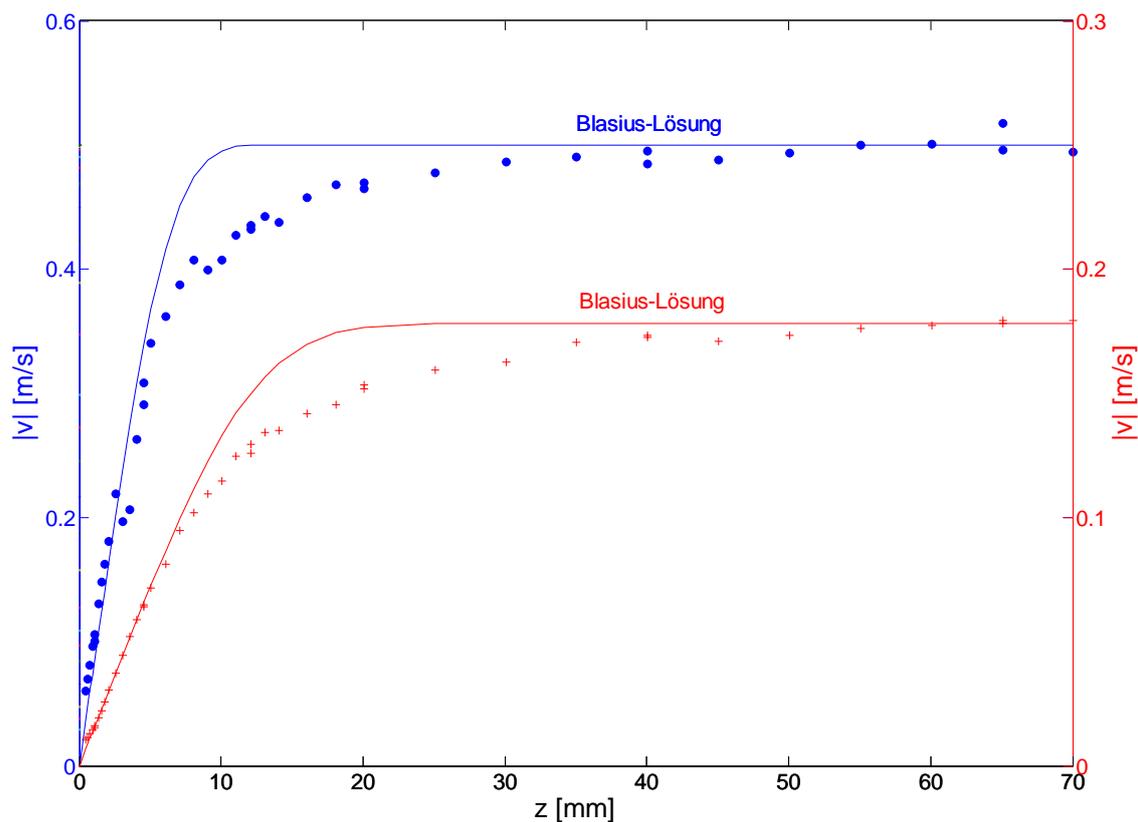


Abbildung 18: Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $|v^+(z^+)|$  über dem Abstand von der Kühlplatte  $z$  für  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  (blaue Kreise und linke y-Achse) und  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  (rote Kreuze und rechte y-Achse), die durchgezogenen Linien stellen die Lösung der Blasius-Gleichung dar.

Eine Optimierung der Lauflänge  $x$  hinsichtlich einer minimalen Abweichung der Messpunkte von der theoretischen Lösung nach Blasius ergibt etwas größere Werte für  $x$ , allerdings differiert dann die aus den Profilen ermittelte Wandschubspannungsgeschwindigkeit stark von der Blasius-Kurve. Die Untersuchung aller weiteren Profile zeigt ähnliche Abweichungen von der Blasius-Lösung und bestätigt die oben getroffenen Aussagen. Damit muss an dieser Stelle zunächst einmal klar festgestellt werden, dass die gemessenen Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit im Bereich  $10^{11} < Ra < 10^{12}$  nicht mit dem Modell der laminaren Plattengrenzschicht beschrieben werden können, was ganz offensichtlich im Widerspruch zu bisherigen theoretischen Annahmen steht.

Im nächsten Schritt sollen die Profile mit theoretischen Vorhersagen der turbulenten Plattengrenzschicht [26], [64] und mit experimentellen Ergebnissen turbulenter Scherströmungen, die im Windkanal gewonnen wurden [49], verglichen werden. Dazu werden die Messwerte wie folgt in Kreuzkoordinaten  $|\bar{v}|^+$  und  $z^+$  normiert:

$$|\bar{v}^+| = \frac{|\bar{v}|}{|\bar{v}|_\tau} \quad \text{mit} \quad |\bar{v}|_\tau = \sqrt{\nu \frac{\partial |\bar{v}|}{\partial z} \Big|_{z=0}} \quad (3.7)$$

$$z^+ = \frac{z}{\delta_v} \quad \text{mit} \quad \delta_v = \frac{\nu}{|\bar{v}|_\tau}. \quad (3.8)$$

Die für die Normierung notwendige Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $|\bar{v}|_\tau$  wird indirekt aus den gemessenen Profilen der mittleren Geschwindigkeit bestimmt. Dazu wurden die Messwerte der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $|\bar{v}(z)|$  im Bereich zwischen  $z = 1 \text{ mm}$  und dem Punkt  $z$ , an dem die Geschwindigkeit die Hälfte des Maximums erreicht  $z : 0,5|\bar{v}_{\max}|$  mittels einer Fitfunktion interpoliert und aus der Extrapolation dieser Kurve durch den Koordinatenursprung der Anstieg an diesem Punkt ermittelt. Die Einschränkung  $z > 1 \text{ mm}$  erwies sich als notwendig, da aufgrund des in  $z$ -Richtung etwa 2 mm langen Messvolumens der LDA-Sonden die Messwerte im wandnahen Bereich stark fehlerbehaftet sind. Ein Vergleich der nach diesem Verfahren ermittelten Wandschubspannungsgeschwindigkeiten mit der grafischen Interpolation der Profile ergab Abweichungen in der Größenordnung von maximal 25 %, ausgenommen die beiden Profile bei  $Ra = 6,40 \times 10^{11}$  und  $Ra = 8,64 \times 10^{11}$ , bei denen der Fehler, möglicherweise aufgrund einer fehlerhaften Positionierung, bei 300 % bzw. 900 % lag. Es zeigte sich, dass für künftige Geschwindigkeitsmessungen eine simultane Messung von  $|\bar{v}|_\tau$  sehr nützlich ist. Für die ebenfalls in die Normierung eingehende kinematische Viskosität  $\nu$  wurde der Wert  $\nu(20^\circ\text{C}) = 1,535 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  eingesetzt.

Die auf diese Art und Weise normierten Profile der mittleren Geschwindigkeit  $|\bar{v}^+(z^+)|$  für die beiden vorgehend ausgewählten Beispiele sind in Abbildung 19 dargestellt. Grundsätzlich kann zunächst festgestellt werden, dass beide Kurven, bis auf den Bereich  $8 < z^+ < 12$  recht gut übereinstimmen, was für den geringen Fehler bei der Bestimmung der Wandschubspannungsgeschwindigkeit spricht. Insbesondere im wandnahen Bereich  $z^+ < 5$ , der so genannten viskosen Unterschicht, stimmen die Messwerte auch gut mit der theoretischen Vorhersage  $|\bar{v}^+| = z^+$  überein. In diesem Bereich, in dem die Reibungskräfte dominieren, spielt offensichtlich der zusätzliche Temperaturgradient keine Rolle. Im Übergangsbereich zwischen  $z^+ = 5$  und  $z^+ = 70$ , in dem zusätzlich auch eine Interpolation experimenteller Windkanalmessungen bei hohen Reynoldszahlen eingezeichnet ist [49], driften die gemessenen nichtisothermen Geschwindigkeitsprofile in der RB-Zelle und die Profile der isothermen Windkanalströmung immer weiter auseinander.

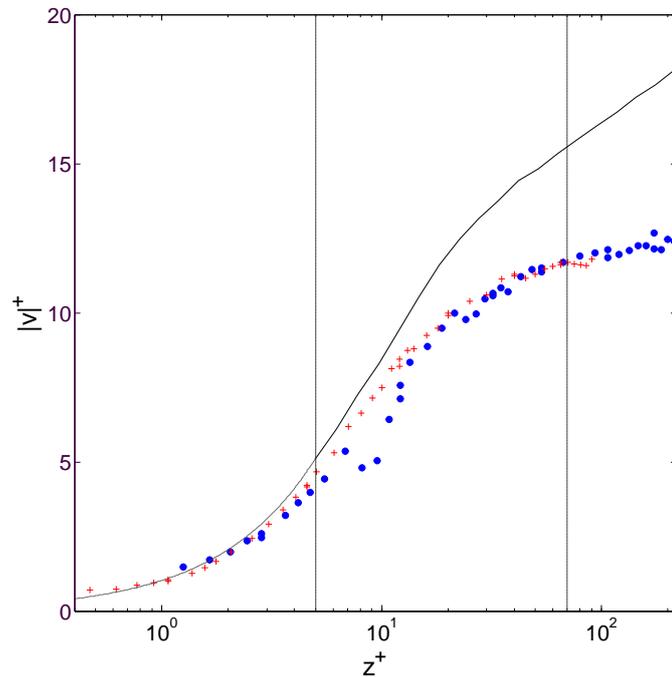
Die Ursachen dafür können noch nicht eindeutig zugeordnet werden. Ein Einfluss der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte kann jedoch ausgeschlossen werden, da sowohl das Profil mit dem geringem, als auch jenes mit dem höherem Temperaturgradientem innerhalb der Grenzschicht dieselben Abweichungen vom isothermen Profil aufweisen.

Für den Bereich  $z^+ > 70$ , der so genannten Überlappungsschicht zwischen Grenzschicht und Außenströmung, kann derzeit noch keine allgemeingültige Aussage getroffen werden, da sich dieser, insbesondere bei niedrigen Rayleighzahlen weiter in das

Innere der RB-Zelle erstreckt, als mit der derzeit verfügbaren Messtechnik zugänglich ist. Betrachtet man das bis  $z^+ = 200$  verlaufende mittlere Geschwindigkeitsprofil für  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ , so scheint im Bereich von  $70 < z^+ < 200$  ein logarithmischer Verlauf vorzuliegen, der sich auch mittels des bekannten logarithmischen Wandgesetzes [64]:

$$|\bar{v}|^+ = \frac{1}{\kappa_V} \ln(z^+) + C^+ \quad (3.9)$$

interpolieren lässt, allerdings weichen die Konstanten  $\kappa_V = 1,6$  und  $C^+ = 9,1$  deutlich von denen der turbulenten, isothermen Plattengrenzschicht -  $\kappa_V = 0,41$  und  $C^+ = 5,0$  - ab. Bei Grenzschichten in turbulenter RB-Konvektion hat offensichtlich die permanente Ablösung von Plumes und deren Interaktion mit der Außenströmung einen erheblichen Einfluss auf den Verlauf des mittleren Geschwindigkeitsprofils. Eine diesbezügliche Abschätzung der Taylor-Rayleighzahl:



**Abbildung 19:** Profile der normierten mittleren Geschwindigkeit  $|v^+(z^+)|$  für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  (rote Kreuze) und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  (blaue Kreise), die schwarz gestrichelte Linie stellt die Funktion  $v^+ = z^+$  und die schwarze durchgezogene Linie ist ein mittlere Kurve  $v^+(z^+)^+$  aus Messungen am Windkanal

$$Ra_{\Theta} = \frac{\beta g \Delta \vartheta \delta_V^3}{2\nu\kappa} \quad (3.10)$$

ergibt einen Wert von  $Ra_{\Theta} = 250$ , was deutlich unterhalb der von Chandrasekhar [14] vorhergesagte Schwelle von  $Ra_{\Theta, \text{krit}} \approx 1000$  für den Übergang zur turbulenten Plattengrenzschicht liegt.

Abschließend an dieser Stelle soll auch der Einbruch der mittleren Geschwindigkeit im Profil bei  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$ , der in der logarithmischen Darstellung besonders deutlich zu erkennen ist, diskutiert werden. Für eine Zeitdauer von etwa vier Stunden sinkt ohne erkennbaren äußeren Grund der Wert der mittleren Geschwindigkeit um etwa 15 % ab. Da dieser Effekt in späteren Messungen in der Hauptströmung, die mit einem Heißfilmanemometer durchgeführt wurden, ebenfalls auftrat, können Messfehler nahezu ausgeschlossen werden. Vielmehr ist davon auszugehen, dass diese Erscheinung, ähnlich wie z. B. in anderen experimentellen Anlagen beobachtete Umpolungen oder Rotationen, ein besonderes Merkmal hochturbulenter Konvektionsströmungen darstellen, die allerdings nur sehr selten und möglicherweise nur in einem eng begrenztem Parameterbereich auftreten. Es ist ein weiteres Beispiel für die Kompliziertheit der strömungsmechanischen Vorgänge in einem primitivem Konvektionsexperiment und zeigt, dass selbst einfache strömungsmechanische Probleme auch heute noch nicht vollständig verstanden sind.

Wie schon weiter oben festgestellt wurde, weisen die beiden in Abbildung 19 gezeigten Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit Selbstähnlichkeit auf. Allerdings kann diese Aussage nicht ohne weiteres auf alle anderen gemessenen Profile verallgemeinert werden, da der Skalierungsparameter  $|\vec{v}|_r$  teilweise nur sehr grob zu bestimmen war. Eine alternative Möglichkeit der Normierung unter Umgehung von  $|\vec{v}|_r$  besteht in der Skalierung der Profile auf integralen Parameter. Für den Betrag der horizontalen Geschwindigkeit  $|\vec{v}(z)|$  haben sich dabei die Maximalgeschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  und die Verdrängungsdicke  $\delta_{VV}$  als geeignet erwiesen:

$$|\vec{v}(z)|^* = \frac{|\vec{v}(z)|}{|\vec{v}_{\max}|}. \quad (3.11)$$

$$z^* = \frac{z}{\delta_{VV}} \quad \text{mit} \quad \delta_{VV} = \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{|\vec{v}(z)|}{|\vec{v}_{\max}|} \right) dz. \quad (3.12)$$

Um Letztere zu bestimmen, muss das Profil entweder stückweise zwischen den einzelnen Messpunkten integriert werden oder es gibt einen funktionalen Zusammenhang, der das

Profil zwischen  $0 < z < 90$  mm für alle Rayleighzahlen mit genügender Genauigkeit interpoliert. Die algebraische Funktion:

$$|\vec{v}(z)| = 1 / (a + b/z^c) \quad (3.13)$$

mit nur drei freien Parametern  $a$ ,  $b$  und  $c$ , in der  $1/a$  die Rolle der Maximalgeschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  einnimmt, erfüllt diese Anforderungen und alle gemessenen Geschwindigkeitsprofile wurden mit dieser Funktion interpoliert. Für die beiden Geschwindigkeitsprofile bei  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  ist das Ergebnis in Abbildung 20 dargestellt.

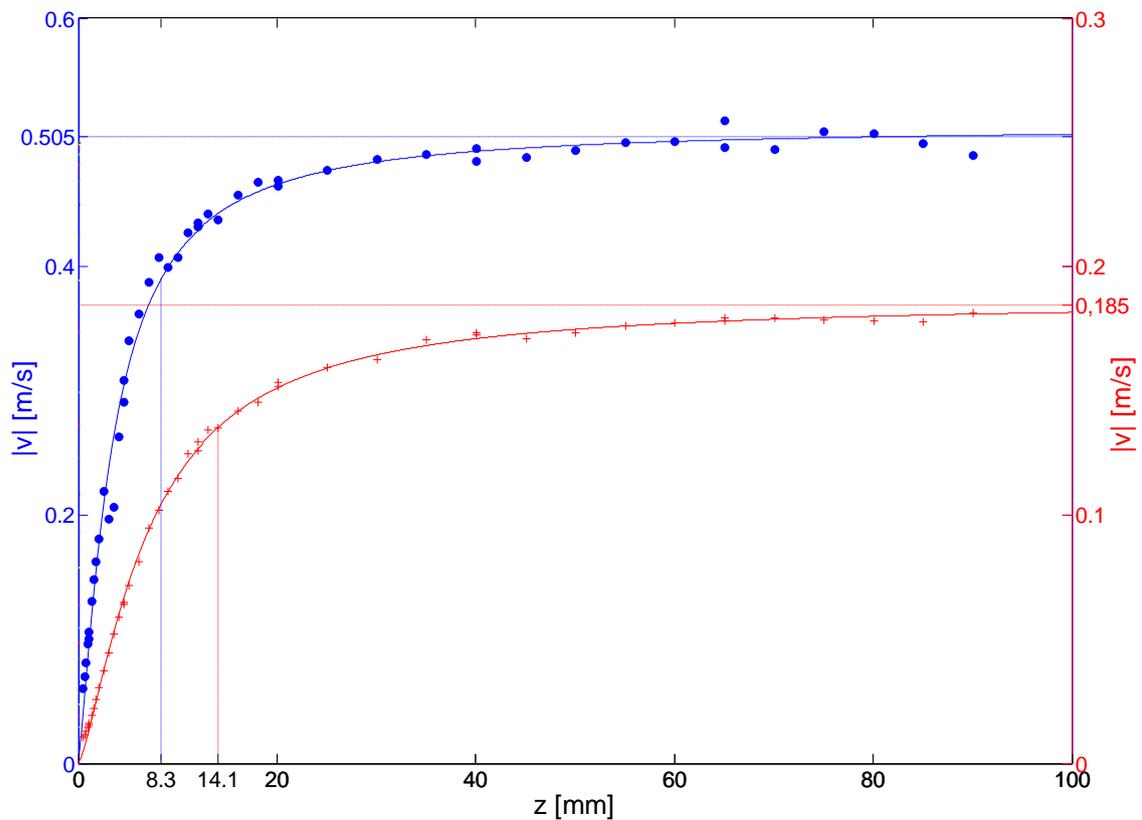
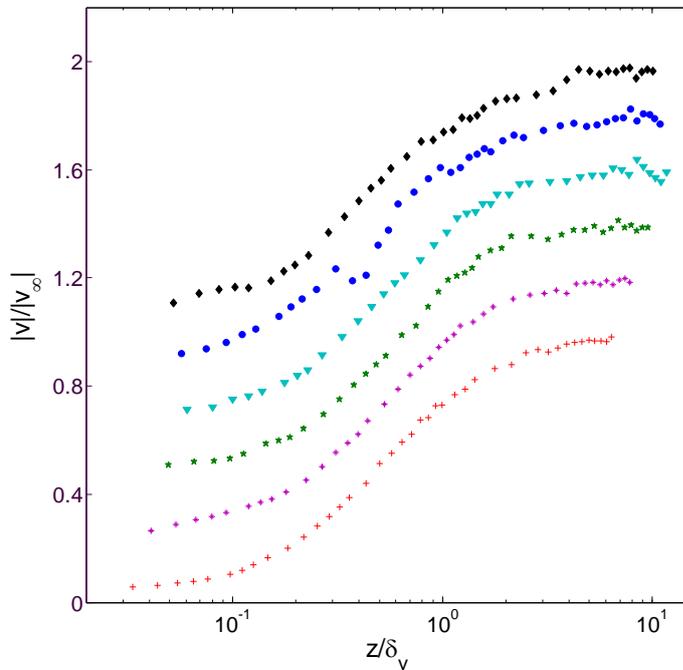


Abbildung 20: Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $|\vec{v}(z)|$  für  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  (blaue Kreise und linke y-Achse) und  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  (rote Kreuze und rechte y-Achse), die durchgezogenen Linien stellen die Fitfunktion nach Gleichung 3.13 dar

Die entsprechenden Fitparameter  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind in Anhang A (Anlage 1) zu finden. Für beide Geschwindigkeitsprofile liegt die Abweichung zwischen den Messwerten und den Funktionswerten der Fitfunktion im Rahmen der durch die endliche Messzeit verursachten statistischen Fehler von etwa  $\pm 10$  %. Unter diesen Voraussetzungen lassen sich nun für beide Messreihen die Werte der maximalen horizontalen Geschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  und der

Verdrängungsgrenzschichtdicke  $\delta_{VV}$  bestimmen, die für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  bei  $|\bar{v}_{\max}| = 0,185 \text{ m/s}$  und  $\delta_{VV} = 14,1 \text{ mm}$  und für  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  bei  $|\bar{v}_{\max}| = 0,505 \text{ m/s}$  und  $\delta_{VV} = 8,3 \text{ mm}$  liegen.



**Abbildung 21: Profile der mittleren normierten Geschwindigkeit  $|\bar{v}^*(z^*)$  von unten nach oben für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 1,96 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 3,39 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 5,38 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  und  $Ra = 9,77 \times 10^{11}$ , die Profile sind um jeweils 0,2 gegeneinander auf der Ordinate verschoben**

Die auf diese Art und Weise normierten Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit sind in Abbildung 21 in einfach logarithmischer Darstellung geplottet. Logarithmische Bereiche, wie sie charakteristisch für voll turbulente Grenzschichten sind, lassen sich darin allenfalls für  $z > 3\delta_{VV}$  identifizieren, allerdings geht der Anstieg in diesem Bereich schon stark gegen Null. Weitergehende Aussagen zu einem möglichem funktionellem Zusammenhang lassen sich aufgrund der Streuung der Messwerte nicht treffen und wären rein spekulativer Natur.

Insgesamt kann man konstatieren, dass die gemessenen Profile bei geeigneter Skalierung und im Rahmen der Messungenauigkeiten zusammenfallen, so dass für den hier untersuchten Parameterbereich von  $1,23 \times 10^{11} < Ra < 9,77 \times 10^{11}$  Selbstähnlichkeit vorliegt. Dies gilt auch für die Geschwindigkeitsprofile außerhalb der Boussinesq-Näherung. Diese Tatsache bestätigt auch, dass die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte keinen wesentlichen Einfluss auf die Form der Geschwindigkeitsprofile hat.

Abschließend sollen noch drei wichtige integrale Kenngrößen, die die globalen Eigenschaften von Grenzschichten widerspiegeln und ihre Abhängigkeit von der Rayleighzahl diskutiert werden. Es handelt sich um die Verdrängungsgrenzschichtdicke  $\delta_{VV}$ , die Impulsverlustdicke  $\delta_{MV}$  und den Formfaktor  $S$ , die wie folgt definiert sind:

$$\delta_{VV} = \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{|\vec{v}(z)|}{|\vec{v}_{\max}|} \right) dz, \quad (3.14)$$

$$\delta_{MV} = \int_0^{\infty} \left( \left( 1 - \frac{|\vec{v}(z)|}{|\vec{v}_{\max}|} \right) \frac{|\vec{v}(z)|}{|\vec{v}_{\max}|} \right) dz, \quad (3.15)$$

$$S = \frac{\delta_{VV}}{\delta_{MV}}, \quad (3.16)$$

Alle drei Größen wurden für die gemessenen Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit berechnet und sind in Abbildung 22 dargestellt.

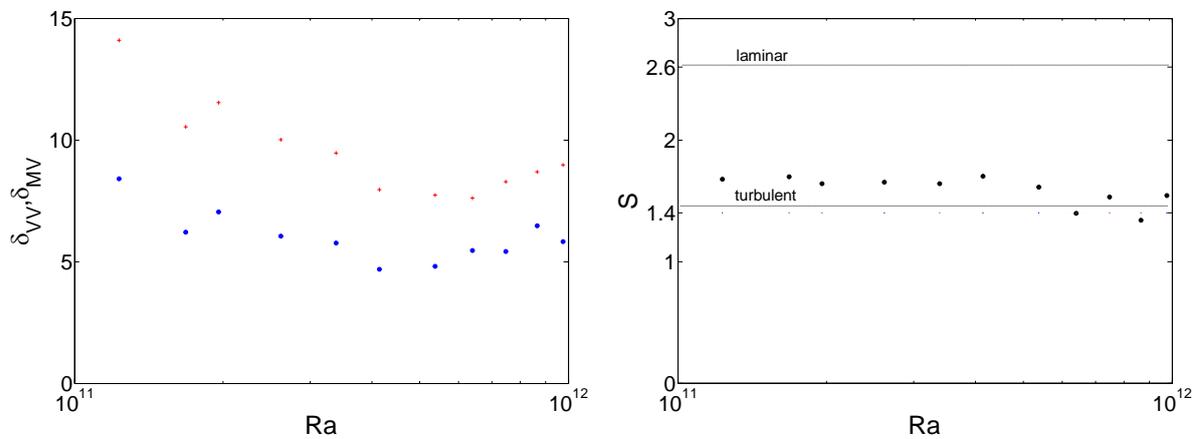


Abbildung 22: Verdrängungs- und Impulsverlustdicke  $\delta_{VV}$  (rote Kreuze) und  $\delta_{MV}$  (blaue Kreise), (linke Abbildung) berechnet aus den Profilen der mittleren Geschwindigkeit  $|\vec{v}(z)|$  sowie deren Verhältnis  $S$  (rechte Abbildung) in Abhängigkeit von  $Ra$

Beide Grenzschichtdicken fallen zunächst mit steigender Rayleighzahl bis etwa  $Ra = 6 \times 10^{11}$  ab, steigen danach jedoch wieder leicht an. Eine physikalische Erklärung für dieses Verhalten wurde bis jetzt noch nicht gefunden, möglicherweise ist dieser Effekt der Beginn einer Transition zu einem neuem Regime des konvektiven Wärmetransports [34], welches in Heliumexperimenten bei  $Ra \approx 5 \times 10^{11}$  und  $Pr = 0,7$  beobachtet wurde [15]. Einem solchem Übergang widerspricht allerdings der Verlauf des Formfaktors, der in der klassischen (isothermen) Grenzschichttheorie eines der Unterscheidungsmerkmale zwischen laminarer -  $S = 2,6$  - und turbulenter -  $S = 1,4$  - Plattengrenzschicht ist. Für die hier diskutierten Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit liegt er näherungsweise konstant in einem Bereich zwischen  $S = 1,5$  und  $S = 1,7$ , was die in Abbildung 21 nach visuellen Gesichtspunkten getroffenen Aussagen zur Selbstähnlichkeit bestätigt. Inwieweit die größere Nähe zu  $S = 1,4$  auch tatsächlich ein Anzeichen für einen turbulenten Charakter der Grenzschicht ist, kann aus den hier vorliegenden 2d-Geschwindigkeitsmessungen nicht eindeutig

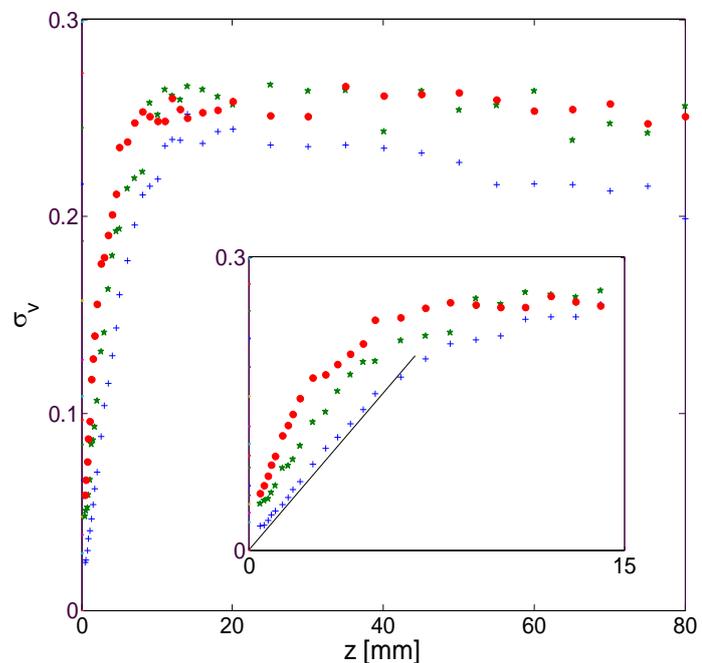
beantwortet werden. Für eine endgültige Klärung dieser Frage ist die Kenntnis der dritten Geschwindigkeitskomponente und ihrer Fluktuationen, die den wandnahen Fluidtransport charakterisieren, zwingend erforderlich.

### 3.1.2 Das Profil der Geschwindigkeitsfluktuationen

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit ausführlich diskutiert wurden, sollen nun die Geschwindigkeitsfluktuationen  $\sigma_v(z)$  untersucht werden. Sie wurden aus den Zeitreihen des Betrages der vektoriellen Geschwindigkeit  $|\vec{v}|$  unter Anwendung von Gleichung 2.23 berechnet. Drei ausgewählte Beispiele für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 3,39 \times 10^{11}$  und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  sind in Abbildung 23 dargestellt.

Alle drei Profile beginnen nicht ganz im Koordinatenursprung, was durch das relativ lang gestreckte Messvolumen der beiden LDA-Sonden zu erklären ist, das stets auch Partikel aus einem Gebiet von  $z = z_M \pm 1 \text{ mm}$  erfasst, wobei  $z_M$  die mittlere vorgegebene Messposition darstellt. Der Wert der Fluktuationen steigt bis zu einem Maximum  $\sigma_{v,\max}$  an. Während er dann bei kleinen Rayleighzahlen zum Bulk hin wieder etwas abfällt, bleibt er bei größeren

Rayleighzahlen (zumindest im Rahmen des Messbereiches von  $0,47 \text{ mm} < z < 90 \text{ mm}$ ) nahezu konstant. Betrachtet man speziell die Fluktuationen in unmittelbarer Wandnähe (Inset in Abbildung 23), ist die Tendenz einer Transition im Kurvenverlauf von einem linearem ( $Ra = 1,23 \times 10^{11}$ ) hin zu einem eher gekrümmtem Anstieg zu erkennen. Allerdings sollte man an dieser Stelle auch darauf hinweisen, dass die Samplingrate bei der Aufnahme der Geschwindigkeitszeitreihen in Wandnähe nur in der

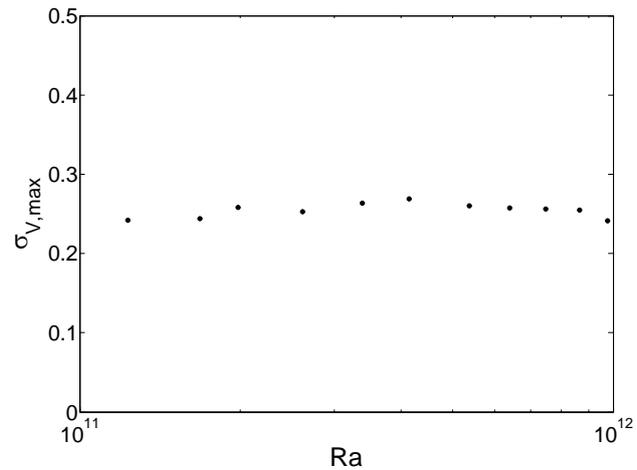


**Abbildung 23:** Profile der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen  $\sigma_v(z)$  für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  (blaue Kreuze),  $Ra = 3,39 \times 10^{11}$  (grüne Sterne) und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  (rote Kreise)

Größenordnung von  $\dot{n} = 1 \dots 5 \text{ s}^{-1}$  lag und damit nur den niederfrequenten Teil der Fluktuationen erfasst. Die daraus resultierende Tiefpasswirkung des Messwerterfassungssystems führt mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einer Abweichung der Messergebnisse von ihrem realem Verlauf.

In diesem Zusammenhang ist gleichfalls von Interesse, dass sich zwar die Position des Maximums der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen

$z(\sigma_{v,\max})$  mit steigender Rayleighzahl zur Plattenoberfläche hin verschiebt, dass aber der Wert des Maximums davon nahezu unbeeinflusst bleibt (Abbildung 24). Auch dies ist ein weiteres Indiz für die grundlegende Erhaltung der Struktur der Plattengrenzschicht im untersuchten Parameterbereich.



**Abbildung 24:** Maximum der Geschwindigkeitsfluktuationen  $\sigma_{v,\max}$  in den Profilen  $\sigma_v(z)$  und dessen Abhängigkeit von  $Ra$

## 3.2 Temperaturprofile

### 3.2.1 Das Profil der mittleren Temperatur

Nachdem die Diskussion der Geschwindigkeitsprofile gezeigt hat, dass sich diese nicht mit Modellen der klassischen isothermen Grenzschichttheorie, insbesondere der laminaren Plattengrenzschicht nach Blasius, erklären lassen, ist auch bei den Temperaturprofilen kein linearer Zusammenhang zwischen der mittleren Temperatur  $\bar{\vartheta}$  und dem Abstand  $z$  zu erwarten. In älteren Messungen von Tilgner [71], Belmonte [6] und Lui [38] wurde ein solcher zwar auch für höhere Rayleighzahlen bis  $Ra = 10^{11}$  gemessen, allerdings war die räumliche Auflösung der Messungen innerhalb der Grenzschicht auf einige wenige Messpunkte beschränkt. In der Versuchsanlage „Ilmenauer Fass“ ist es nun erstmalig möglich, das Temperaturfeld in dieser Grenzschicht auch bei großen Rayleighzahlen mit hoher räumlicher Auflösung auszumessen, da hier die Sensorgröße nur etwa ein Hundertstel der Grenzschichtdicke beträgt.

In diesem Abschnitt sollen zunächst die Profile der mittleren Temperatur  $\bar{\vartheta}(z)$  und deren Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte bzw. von der Rayleighzahl bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  diskutiert werden. Für insgesamt zehn Parametersätze, die in Tabelle 2 zusammengefasst sind und die sich leicht von den Parametersätzen der Geschwindigkeitsmessungen unterscheiden, wurden Temperaturzeitreihen an den gleichen Positionen wie bei den entsprechenden Geschwindigkeitsmessungen aufgenommen.

Datum	$Ra$	$\Delta\vartheta$ [K]	$\bar{\vartheta}_{HP}$ [°C]	$\bar{\vartheta}_B$ [°C]	$\bar{\vartheta}_{KP}$ [°C]
17.-19.10.2004	1,08E+11	4,00	24,00	22,23	20,00
25.-27.10.2004	1,42E+11	5,69	25,70	22,95	20,01
01.-03.11.2004	1,86E+11	7,49	27,50	23,92	20,01
17.-19.12.2004	2,54E+11	11,24	31,25	25,33	20,01
08.-10.11.2004	3,34E+11	14,38	34,40	27,46	20,02
15.-17.11.2004	4,19E+11	18,86	38,90	29,65	20,04
24.-26.11.2004	5,42E+11	25,67	45,70	33,15	20,03
30.11.-02.12.2004	6,37E+11	32,15	52,20	36,18	20,05
04.-11.08.2004	7,76E+11	44,93	65,00	40,82	20,07
08.-10.12.2004	8,59E+11	49,93	70,00	44,62	20,07
02.-04.03.2004	9,78E+11	61,80	80,40	47,87	18,60

**Tabelle 2: Vollständiger Parametersatz für die Messung der Temperaturprofile bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$ .**

Zwei ausgewählte Profile der mittleren Temperatur  $\bar{\vartheta}(z)$  für  $Ra = 1,08 \times 10^{11}$  und  $Ra = 7,76 \times 10^{11}$  sind in Abbildung 25 in doppelt logarithmischer Darstellung geplottet. Die beiden y-Achsen wurden so skaliert, dass Kühlplattentemperatur  $\bar{\vartheta}_{KP}$  und die Temperatur  $\bar{\vartheta}(z = 150 \text{ mm})$  beider Versuche zusammenfallen, so dass sich die Darstellung qualitativ nicht von der normierten Darstellung  $\bar{\Theta}_{KP}(z/H)$  unterscheidet. Schon auf den ersten Blick wird deutlich, dass sich der lineare Bereich des Temperaturprofils nur über einen sehr kurzen, wandnahen Bereich  $z < 1 \text{ mm}$  erstreckt. Dieser Bereich fällt mit der aus den Profilen der mittleren Geschwindigkeit abgeschätzten, viskosen Unterschicht zusammen. Allerdings geht das Profil, welches bei  $Ra = 7,76 \times 10^{11}$  gemessen wurde, nicht direkt in die

Wandtemperatur über. Die dazu führenden Ursachen sind messtechnische Fehler und werden in Kapitel 5.2 ausführlich diskutiert.

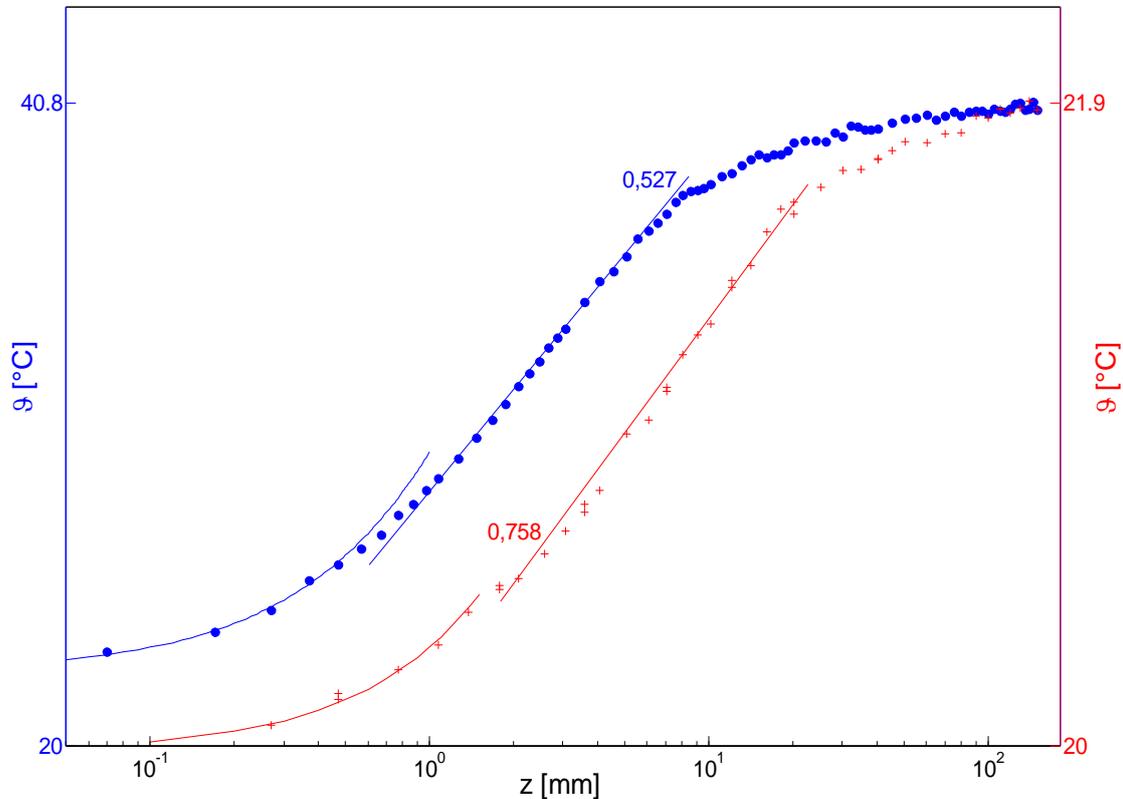


Abbildung 25: Profile der mittleren Temperatur  $\bar{\vartheta}(z)$  für  $Ra = 7,76 \times 10^{11}$  (blaue Kreise und linke y-Achse) und  $Ra = 1,08 \times 10^{11}$  (rote Kreuze und rechte y-Achse), die gekrümmten Linien stellen den Proportionalbereich, die Geraden ein Potenzgesetz mit dem angegebenen Exponenten dar.

An den linearen Teil des Temperaturprofils schließt sich ein Bereich an, in dem die Abhängigkeit der mittleren Temperatur  $\bar{\vartheta}(z)$  wie bei freien Oberflächen mittels Potenzgesetz (Gleichung 1.1) beschrieben werden kann. Aus Gründen der Vergleichbarkeit aller bei verschiedenen Parametern aufgenommenen Profile erweist es sich als zweckmäßig, an dieser Stelle auf die mittlere normierte Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}$  (Gleichung 1.9) und den auf die Höhe  $H$  normierten Abstand  $z/H$  überzugehen, so dass sich der Zusammenhang in folgender Form aufschreiben lässt:

$$\bar{\Theta}_{KP}(z) = C \left( \frac{z}{H} \right)^\zeta. \quad (3.17)$$

Für die in Abbildung 25 dargestellten Profile ergeben sich Exponenten  $\zeta_1 = 0,758$  ( $Ra = 1,08 \times 10^{11}$ ) und  $\zeta_2 = 0,527$  ( $Ra = 7,76 \times 10^{11}$ ). Für alle weiteren Profile sind sie in Abbildung 26 dargestellt.

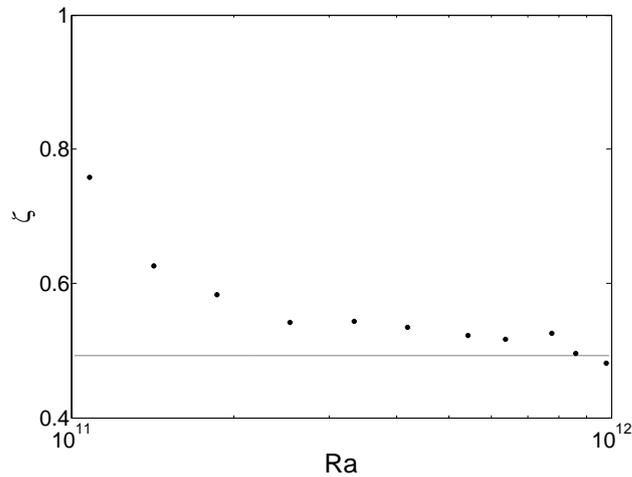


Abbildung 26: Exponenten  $\zeta$  der mit einer Potenzfunktion nach Gleichung 3.14 interpolierten mittleren Temperaturprofile  $\bar{\Theta}_{KP}(z)$  und deren Abhängigkeit von  $Ra$

Für kleine Rayleighzahlen strebt der Exponent offensichtlich gegen  $\zeta = 1$ , was einer linearen Abhängigkeit  $\vartheta(z)$  entspricht. Mit wachsender Rayleighzahl nähert er sich asymptotisch  $\zeta = 0,5$ , wobei zu beachten ist, dass Profile für  $Ra \geq 7,76 \times 10^{11}$  formell nicht mehr innerhalb der Boussinesq-Approximation liegen.

Mit wachsendem Wandabstand  $z$  nähern sich alle Temperaturprofile der gemessenen Bulktemperatur an, wobei auffällt, dass diese nahezu immer über dem theoretischen Mittel-

wert aus Heiz- und Kühlplattentemperatur liegt. Die Ursache dafür ist nicht, wie zunächst angenommen, in der stark inhomogenen Temperaturverteilung auf der Oberfläche der Heizplatte zu finden, sondern dieser Effekt wurde auch bei späteren Messungen mit einer homogen temperierten Heizplatte ( $\Delta\vartheta < 1 \text{ K}$ ) beobachtet. Hier sind weitere Untersuchungen zur endgültigen Beantwortung dieser Frage notwendig.

Nachdem für die Profile der mittleren Geschwindigkeit Selbstähnlichkeit festgestellt wurde, sollen nun auch die Temperaturprofile auf Änderungen ihrer charakteristischen Form untersucht werden. Auch dies ist insbesondere hinsichtlich der Transition in der Grenzschichtstruktur und der damit verbundenen Änderung des globalen Wärmetransportes von Interesse.

Allerdings erweist es sich auch im Falle der Temperatur als nicht trivial, die gemessenen Profile vergleichbar zu machen. Eine Normierung auf innere Parameter, wie zum Beispiel auf die so genannte Reibungstemperatur  $\vartheta_r$ , scheitert daran, dass sich der Temperaturgradient an der Wand  $\partial\bar{\vartheta}/\partial z(z=0)$  weder direkt messen noch aus Profilen bestimmen lässt. Alternativ kann man jedoch auch die Temperaturprofile auf integrale Größen, z.B. die

Grenzschichtdicke  $\delta_T$ , normieren. Unter den verschiedensten, in der Literatur gebräuchlichen Methoden zur Definition der Grenzschichtdicke, auf die im nachfolgendem Abschnitt noch einmal ausführlich eingegangen werden soll, hat sich auch hier die Verdrängungsdicke  $\delta_{VT}$  als besonders geeignet erwiesen. Zu deren Berechnung kann der gleiche funktionelle Zusammenhang, wie bei der Interpolation der Geschwindigkeitsmesswerte (Gleichung 3.13) herangezogen werden, so dass sich die normierte mittlere Temperatur wie folgt schreiben lässt:

$$\bar{\Theta}_{KP}(z) = 1 / (a + b / z^c). \quad (3.18)$$

Die Fitparameter für die gemessenen Profile sind im Anhang A (Anlage 2) tabellarisch erfasst. Mit  $\bar{\Theta}_{KP, \max} = 1$  bestimmt sich daraus die Dicke der thermischen Verdrängungsgrenzschicht  $\delta_{VT}$  zu:

$$\delta_{VT} = \int_0^{\infty} (1 - \bar{\Theta}_{KP}(z)) dz. \quad (3.19)$$

Die vollständige Normierungsvorschrift für die Temperaturprofile lautet damit:

$$\bar{\Theta}_{KP}^* = \bar{\Theta}_{KP} \quad \text{und} \quad (3.20)$$

$$z^* = \frac{z}{\delta_{VT}}. \quad (3.21)$$

Die auf diese Art und Weise normierten Profile der mittleren Temperatur sind für sechs verschiedene Rayleighzahlen in Abbildung 27 dargestellt. In der doppelt logarithmischen Darstellung, ist die gute Übereinstimmung von Form und Lage der Profile klar zu erkennen, womit auch hier die Selbstähnlichkeit nachgewiesen ist. Selbst die beiden außerhalb der Boussinesq-Näherung aufgenommenen Profile zeigen keinerlei auffällige Abweichungen. Aus der Selbstähnlichkeit Geschwindigkeits- und der Temperaturprofile kann ein diesbezüglicher Einfluss auf die in anderen Experimenten beobachtete Transition im globalem Wärmetransport ausgeschlossen werden.

Auch die Profile der mittleren Temperatur  $\bar{\mathcal{G}}(z)$  können anhand ihrer Grenzschichtdicken  $\delta_T$  verglichen und deren Abhängigkeit von der Rayleighzahl untersucht werden. Üblicherweise wird dazu eine Grenzschichtdicke  $\delta_{TT}$  definiert, die man aus dem Schnittpunkt des Anstiegs des Temperaturprofils an der Wandoberfläche  $\partial \bar{\mathcal{G}} / \partial z (z=0)$  und der mittleren Bulktemperatur  $\bar{\mathcal{G}}_B$  bestimmt [27], [71]. Aus Gründen des relativ großen Messfehlers bei der Temperaturmessung in unmittelbarer Wandnähe erwies sich diese Methode für die hier vorliegenden Messungen als ungeeignet.

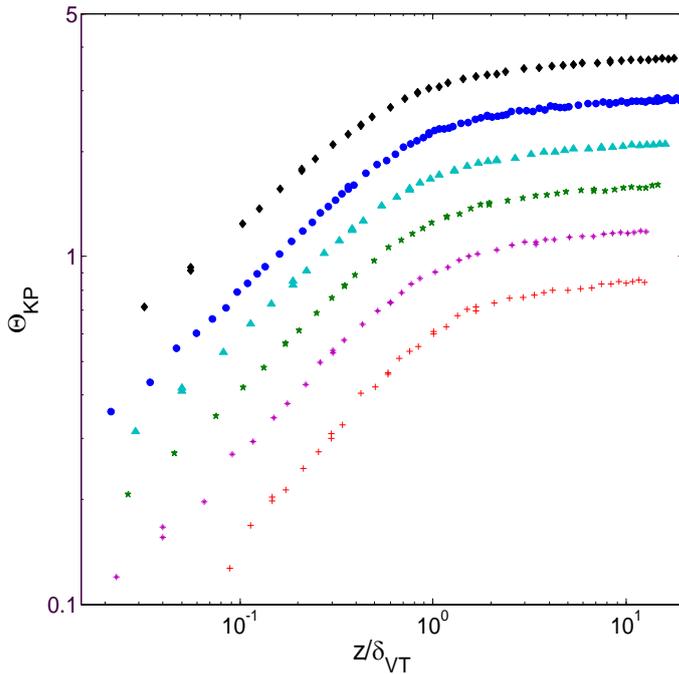


Abbildung 27: Profile der mittleren normierten Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}^*(z^*)$ , von unten nach oben für  $Ra = 1,08 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 1,86 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 3,34 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 5,42 \times 10^{11}$ ,  $Ra = 7,76 \times 10^{11}$  und  $Ra = 9,78 \times 10^{11}$ , die Profile sind um den Faktor 1,3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben.

ness  $skew(T) = 0$  bzw. dem Punkt, an dem das Profil der Kurtosis  $kurt(T) = 3$  wird, beruhen, soll hier nicht eingegangen werden. Sie sind in [1] ausführlich in ihrer Abhängigkeit von der Rayleighzahl diskutiert.

Interessant ist auch der in Abbildung 28 deutlich zu erkennende, unterschiedliche Verlauf der Verdrängungsdicke  $\delta_{VT}$  und der Grenzschichtdicke  $\delta_{TT}$ . Beide Größen lassen sich im untersuchten Parameterbereich als Potenzgesetze aufschreiben:

$$\delta_T \sim C z^\mu, \quad (3.22)$$

wobei sich allerdings die integralen Ska-

Eine weitere Möglichkeit der Definition einer Grenzschichtdicke  $\delta_{\sigma T}$  besteht darin, die Position  $z$  zu finden, an der die Fluktuationen der Temperatur ihr Maximum  $\sigma_{T,max}$  erreichen  $\delta_{\sigma T} = \{z : \partial\sigma/\partial z = 0\}$  [71]. Dies ist grundsätzlich mit guter Genauigkeit möglich, allerdings haben Vergleiche bei den hier durchgeführten Messungen gezeigt, dass sich die funktionelle Abhängigkeit  $\delta_{\sigma T} = f(Ra)$  deutlich von  $\delta_{TT} = f(Ra)$  unterscheidet [1].

Auf weitere Grenzschichtdicken, deren Definition auf dem Nulldurchgang des Profils der Skew-

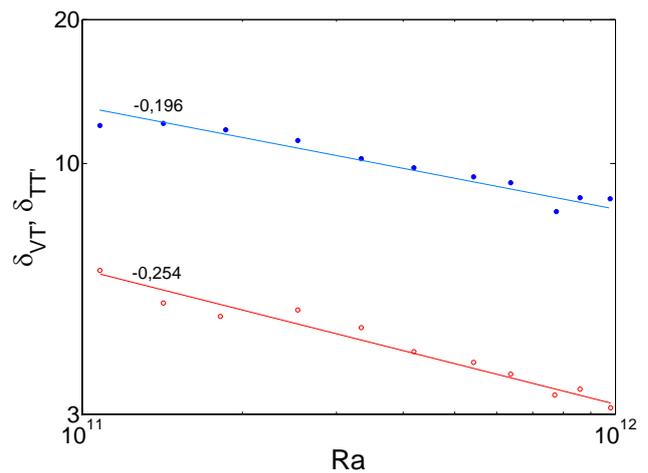


Abbildung 28: Verdrängungsdicke  $\delta_{VT}$  (blaue Kreise) und Grenzschichtdicke  $\delta_{TT}$  aus dem Schnittpunkt von  $\partial\bar{\vartheta}/\partial z(z=0)$  und  $\bar{\vartheta}_B$  (rote Kreuze) sowie deren Abhängigkeit von  $Ra$

lenexponenten mit  $\mu_{vT}(\delta_{vT})=0,196$  und  $\mu_{TT}(\delta_{TT})=0,254$  deutlich unterscheiden. Während  $\delta_{TT}$  also offensichtlich eher die thermischen Eigenschaften der Grenzschicht bei  $z=0$  widerspiegelt, ist  $\delta_{vT}$  eine integrale Größe, die den Temperaturverlauf über der gesamten Grenzschicht charakterisiert.

### 3.2.2 Das Profil der Temperaturfluktuationen

Anhand der beiden in Abbildung 29 dargestellten Beispiele für  $Ra=1,08 \times 10^{11}$  und  $Ra=7,76 \times 10^{11}$  sollen in diesem Kapitel die Profile der Temperaturfluktuationen  $\sigma_T(z)$  diskutiert werden.

Nach einem mit steigendem Wandabstand stetigem Anstieg erreichen sie ihr Maximum und fallen dann zum Inneren der Zelle wieder ab. Bezüglich dieses Abfalls sind aus der Literatur eine Reihe von theoretischen Vorhersagen und experimentellen Beobachtungen bekannt, die vom Potenzgesetz (Gleichung 1.2) mit den Exponenten  $\xi = -1/3$  [52] bzw.  $\xi = -1/2$  [13] bis hin zu einem logarithmischem Zusammenhang  $\sigma_T \sim \ln(z)$  [23] reichen. Der beobachtete Abfall in unseren Profilen lässt sich gut mit einem Potenzgesetz (Gleichung 1.2) beschreiben, wobei für konstantes Aspektverhältnis der Exponent  $\xi$  relativ unabhängig von der Rayleighzahl zwischen  $0,42 < \xi < 0,47$  liegt.

Ausführliche Informationen zu den in diesem Kapitel nur kurz zusammengefassten Ergebnissen der Temperaturmessungen bei konstantem Aspektverhältnis und variabler Temperaturdifferenz sind in [1] zu finden.

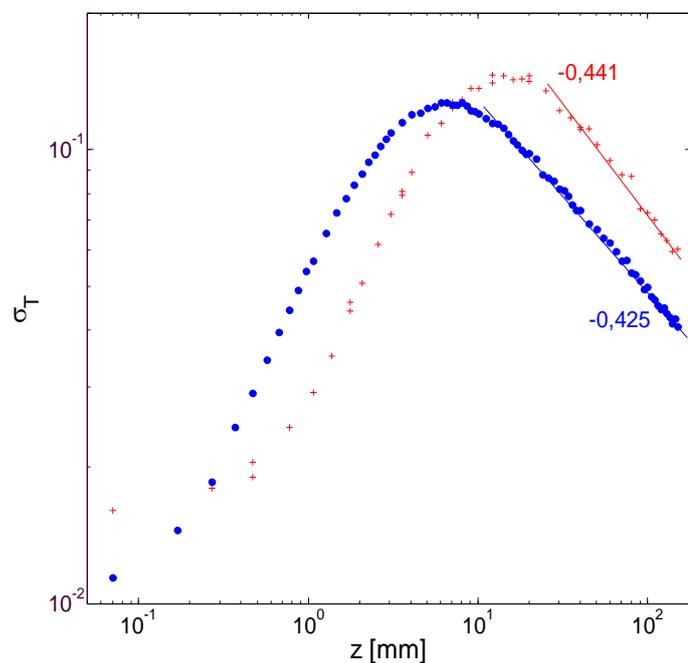


Abbildung 29: Profile der Temperaturfluktuationen  $\sigma_T(z)$  für  $Ra=1,08 \times 10^{11}$  (rote Kreuze) und  $Ra=7,76 \times 10^{11}$  (blaue Kreise), die eingezeichneten Geraden sind Potenzgesetze  $\sigma_T \sim z^\xi$  mit den angegebenen Exponenten  $\xi$

### 3.3 Viskose und thermische Grenzschicht im Vergleich

Nachdem in den beiden vorangegangenen Kapiteln 3.1 und 3.2 zunächst viskoser und thermischer Energietransport in der Kühlplattengrenzschicht getrennt voneinander diskutiert wurden, soll nun auf deren Relation eingegangen werden. Aus früheren Arbeiten ist bekannt, dass diese, beispielsweise ausgedrückt durch das Verhältnis der beiden Grenzschichtdicken  $\delta_v$  und  $\delta_T$ , einen erheblichen Einfluss auf den Wärmetransport hat [13], [27], [71]. Beschränkt man die Betrachtung in einem erstem Schritt ausschließlich auf das Verhältnis der molekularen und thermischen Stoffeigenschaften des Arbeitsfluides, welches sich in der Prandtlzahl widerspiegelt und in unseren Experimenten relativ konstant bei  $Pr \approx 0,7$  lag, ist zu erwarten, dass auch  $\delta_v$  und  $\delta_T$  in derselben Größenordnung liegen.

Zusätzlich zu den horizontalen Scherkräften wirken jedoch innerhalb der Plattengrenzschicht, wie gezeigt, auch Vertikalkräfte, die durch den thermische Auf-/Abtrieb von Plumes und die stark turbulente Außenströmung verursacht werden. Diese führen zu zusätzlichen (turbulenten?) Anteilen des Energietransports durch die Grenzschicht und beeinflussen damit, wie oben gezeigt, auch die Profile von mittlerer Geschwindigkeit und Temperatur.

Um beide Profile „vergleichbar“ zu machen, wurden sie in Anlehnung an die Gleichungen 1.9 und 3.11 auf einen Wertebereich von  $0 \leq |\bar{v}|^*, \Theta_{KP}^* \leq 1$  normiert. Abweichend zu Gleichung 1.9 wurde im Falle der Temperatur jedoch nicht die Bulktemperatur  $\bar{\vartheta}_B$ , sondern ein asymptotischer „Endwert“ aus den gemessenen Temperaturprofilen verwendet.

Dies erwies sich als notwendig, da die Temperatur  $\bar{\vartheta}(z = 150 \text{ mm})$  insbesondere für kleine Rayleighzahlen leicht von der Bulktemperatur abwich und somit  $\Theta_{KP}^*(z = 150 \text{ mm})$  kleiner als der Wert „1“ war. In Abbildung 30 sind die auf diese Art und Weise normierten Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  ( $Ra = 1,09 \times 10^{11}$  für das Temperaturprofil) und  $Ra = 7,48 \times 10^{11}$  ( $Ra = 7,76 \times 10^{11}$ ) einander gegenübergestellt.

Schon auf den ersten Blick fällt auf, dass das Profil der mittleren Temperatur im inneren Bereich der Grenzschicht bis etwa  $z = 8 \text{ mm}$  in beiden Fällen deutlich über dem der mittleren Geschwindigkeit liegt. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass der Wärmetransport in diesem Bereich besser als der Impulstransport funktioniert, was mit der Prandtlzahl von  $Pr = \nu/\kappa = 0,7$  korrespondiert. Offensichtlich werden im wandnahem Bereich die Einflüsse

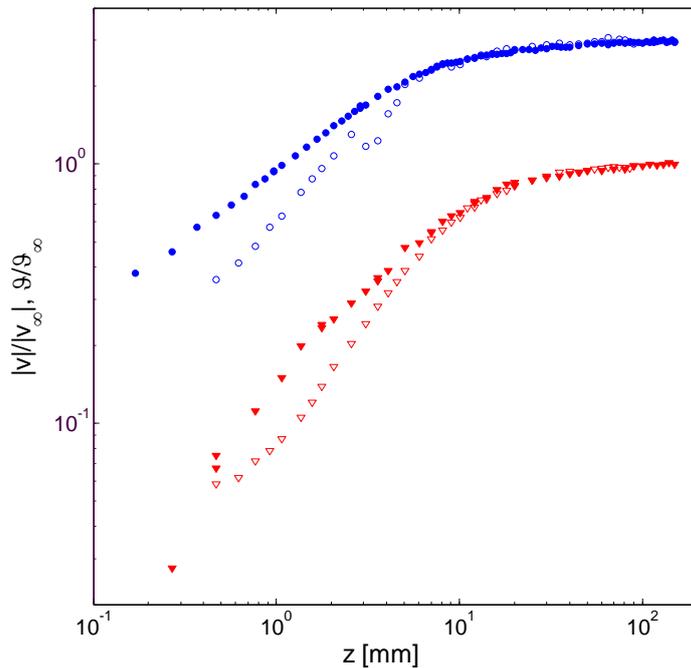


Abbildung 30: Profile der mittleren normierten Temperatur  $\Theta_{KP}^*$  (volle Symbole) und der mittleren normierten Geschwindigkeit  $|\bar{v}|^*$  (leere Symbole) für  $Ra \approx 1,2 \times 10^{11}$  (rote Symbole) und  $Ra \approx 7,6 \times 10^{11}$  (blaue Symbole), letztere sind um den Faktor „3“ auf der Ordinate verschoben

Parameterbereich von  $10^{11} < Ra < 10^{12}$  nicht von der Rayleighzahl abzuhängen.

Ein quantitativer Vergleich der Transporteigenschaften für Wärme und Impuls innerhalb der Grenzschicht ist über die Verdrängungsgrenzschichtdicken  $\delta_{VV}$  und  $\delta_{VT}$  möglich. Diese wurden, wie in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben, aus den Profilen der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur bestimmt (Gleichungen 3.14 und 3.19) und sind in Abbildung 31 noch einmal gemeinsam über der Rayleighzahl aufgetragen. Man erkennt, dass sich beide Größen

der turbulenten Außenströmung und der sich aus der Grenzschicht ablösenden Plumes nur stark abgeschwächt wirksam.

Mit zunehmendem Abstand von der Wand verringert sich jedoch der Abstand der Profile und ab  $z = 10$  mm liegen beide nahezu deckungsgleich übereinander, d.h. in diesem Bereich sind die Transporteigenschaften für Wärme und Impuls annähernd identisch. Die absolute Position  $z$  dieses Punktes, an dem sich beide Profile treffen, scheint zumindest im untersuchten

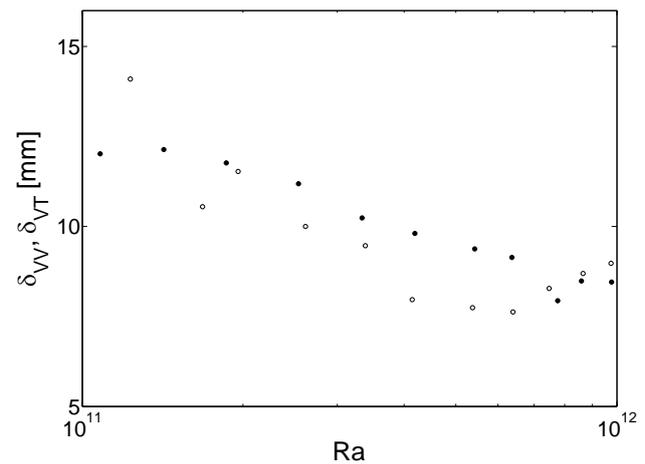


Abbildung 31: Verdrängungsdicke aus dem Profil der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $\delta_{VV}$  (leere Kreise) und aus dem Profil der mittleren Temperatur  $\delta_{VT}$  (volle Kreise) in Abhängigkeit von  $Ra$

nicht wesentlich unterscheiden und tendenziell mit steigender Rayleighzahl kleiner werden. Der bei  $\delta_{VV}$  beobachtete und in Kapitel 3.1.1 diskutierte Wiederanstieg für  $Ra \rightarrow 10^{12}$  konnte bei  $\delta_{VT}$  nicht nachgewiesen werden. Vielmehr scheint diese Größe über den gesamten Bereich von  $Ra$  monoton zu fallen. Allerdings soll an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen werden, dass insbesondere die wandnahen Messungen von Geschwindigkeit und Temperatur verhältnismäßig große Fehler aufweisen (siehe Kapitel 5.2) und infolgedessen auch die Berechnung von  $\delta_{VV}$  und  $\delta_{VT}$  entsprechend fehlerbehaftet sein kann.

### 3.4 Globale Kenngrößen Reynolds- und Nusseltzahl

Obwohl die Bestimmung der Ähnlichkeitskenngrößen  $Re$  und  $Nu$ , welche die globale Strömungsgeschwindigkeit und den globalen Wärmetransport charakterisieren sowie deren Abhängigkeit von den Eingangsparametern  $Ra$ ,  $\Gamma$  und  $Pr$  eine der zentralen Fragen in turbulenter RB-Konvektion präsentieren, sollen die diesbezüglichen Ergebnisse hier nur am Rande diskutiert werden. Das liegt insbesondere darin begründet, dass der am „Ilmenauer Fass“ einstellbare Parameterbereich, insbesondere im Vergleich zu Experimenten mit tiefgekühltem Helium, nur sehr eingeschränkt ist und funktionelle Abhängigkeiten  $Re(Ra, \Gamma, Pr)$  oder  $Nu(Ra, \Gamma, Pr)$  nur über ein schmales Parameterband ermittelt werden können. Allerdings ist es sinnvoll, die oben diskutierten strukturellen Eigenschaften der Grenzschichten in Zusammenhang zu den globalen Transportgrößen zu bringen. Dabei soll vor allem die in den Heliumexperimenten beobachtete Veränderung im Skalenexponenten des globalen Wärmetransportes bei  $Ra \approx 10^{12}$ , der als Ausdruck eines Übergangs zu einem höherem Regime des turbulenten Wärmetransportes angesehen wird, untersucht werden.

Zunächst soll jedoch die dimensionslose, globale Strömungsgeschwindigkeit des Fluids, die so genannte Reynoldszahl ( $Re$ ) und deren Abhängigkeit von  $Ra$  analysiert werden. Aus einer Reihe von experimentellen und theoretischen Arbeiten [13], [44], [67], [77] und [28] ist bekannt, dass auch dieser Zusammenhang mittels eines Potenzgesetzes beschrieben werden kann:

$$Re \sim Ra^\gamma \quad \gamma \approx 0,5 \quad (3.23)$$

Für die Bestimmung der in die Reynoldszahl (Gleichung 1.7) enthaltenen globalen Strömungsgeschwindigkeit kommen dabei verschiedene Methoden zum Einsatz, die von der direkten Messung an ausgewählten Positionen [77] bis hin zu Korrelationsmessungen zwi-

schen zwei in einem definiertem Abstand in der Hauptströmung angeordneten Temperatursensoren [13], [44] reichen, aber alle im Wesentlichen zum selbem Ergebnis führen.

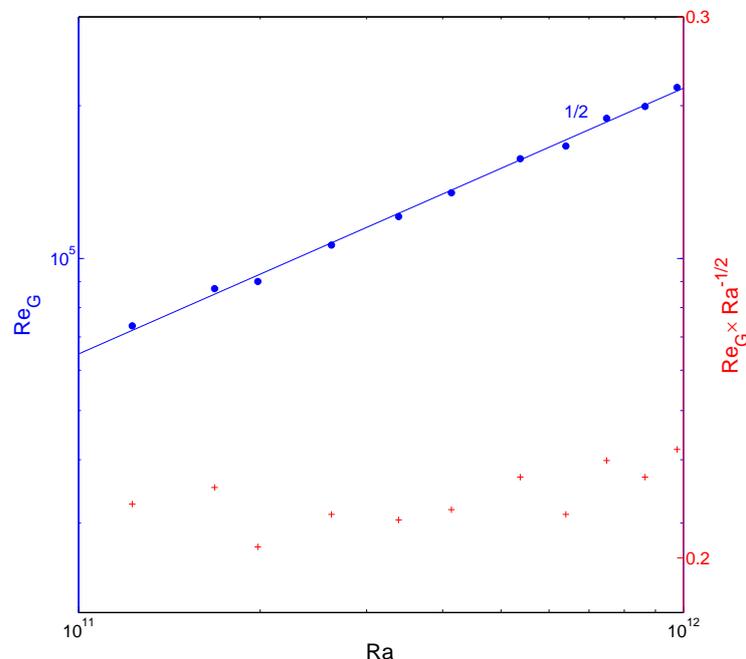


Abbildung 32: Globale Reynoldszahl  $Re_G$  und deren Abhängigkeit von  $Ra$  in absoluter (blaue Kreise) und auf  $Ra^{0,5}$  normierter (rote Kreuze) Darstellung bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$

experimentellen Unzulänglichkeiten, wie z.B. der starken Temperaturinhomogenität auf der Heizplattenoberfläche, stimmt der aus den experimentellen Ergebnissen ermittelte Skalensexponent  $\gamma = 0,522$  gut mit den aus der Literatur bekannten Werten überein. Besonders deutlich wird dies in der auf  $Ra^{0,5}$  normierten Darstellung der globalen Reynoldszahl.

Für den Zusammenhang zwischen dem dimensionslosem Wärmestrom  $Nu$  und der Rayleighzahl gehen die theoretischen Vorhersagen und die experimentellen Ergebnisse speziell im hier untersuchten Parameterbereich weiter auseinander. Einigkeit besteht im funktionellem Zusammenhang in Form eines Potenzgesetzes (Gleichung 1.8), der Wert für den darin enthaltenen Skalensexponenten  $\alpha$  reicht von  $\alpha = 2/7$  [13] über  $\alpha = 1/3$  [45] bis hin zu einem tendenziellen Wert von  $\alpha = 1/2$  [15] für den Übergang zum ultimativem Regime.

Der am „Ilmenauer Fass“ ermittelte dimensionslose Wärmestrom und deren funktioneller Zusammenhang mit der Rayleighzahl ist in Abbildung 33 dargestellt. Die entsprechenden

Die in Abbildung 32 dargestellten Werte der globalen Reynoldszahlen und ihre Abhängigkeit von  $Ra$  wurden direkt aus den mittels LDA gemessenen Geschwindigkeitsprofilen bestimmt, indem, wie in Kapitel 2.2.1 beschrieben, aus dem Profil der Maximalwert  $|\vec{v}_{\max}(z)|$  interpoliert und zusammen mit der Höhe von  $H = 6,30$  m und der Viskosität  $\nu(\vartheta)$  in die entsprechende Gleichung eingesetzt wurde.

Trotz der relativ großen,

Ähnlichkeitskennzahlen wurden nach dem ebenfalls in Kapitel 2.2.1 beschriebenen Verfahren unter Berücksichtigung der Bodenverluste und des Strahlungsaustausches zwischen Heiz- und Kühlplatte berechnet.

Die Regression mittels Potenzgesetz über den gesamten Parameterbereich unserer Messungen ergibt einen resultierenden Exponenten von  $\alpha = 0,336$ , welcher in sehr

guter Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen aus [45] ( $\alpha = 1/3$ ) und den theoretischen Vorhersagen aus [28] ( $\alpha = 0,323$ ) steht. Die größeren Abweichungen der Nusseltzahl bei  $Ra = 1,42 \times 10^{11}$  liegen in Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Bodenverluste und in geringen Wandverlusten begründet, die sich trotz Kompensationsheizsystem nicht gänzlich vermeiden lassen und die bei kleinen konvektiven Wärmeströmen naturgemäß stärker ins Gewicht fallen.

Abschließend soll an dieser Stelle auf den auch in unserem Experiment beobachteten Anstieg des Skalenexponenten für  $Ra > 7 \times 10^{11}$  (Abbildung 33) eingegangen werden. Obwohl dieses Phänomen in Heliumexperimenten exakt im gleichem Parameterbereich beobachtet [59] und dort als Transition zum ultimativem Regime interpretiert wurde, geben die am „Ilmenauer Fass“ parallel dazu gemessenen Geschwindigkeits- und Temperaturprofile (Kapitel 3.1 und 3.2) keinen Hinweis auf strukturelle Veränderungen innerhalb der Grenzschicht. Eine endgültige Antwort auf diese Frage bleibt damit also weiterhin offen und soll in einer zukünftigen Zusammenarbeit mit einer Forschergruppe am CNRS Grenoble, die ein zum „Ilmenauer Fass“ komplementäres RB-Experiment mit tiefgekühltem Helium betreibt, weiter untersucht werden.

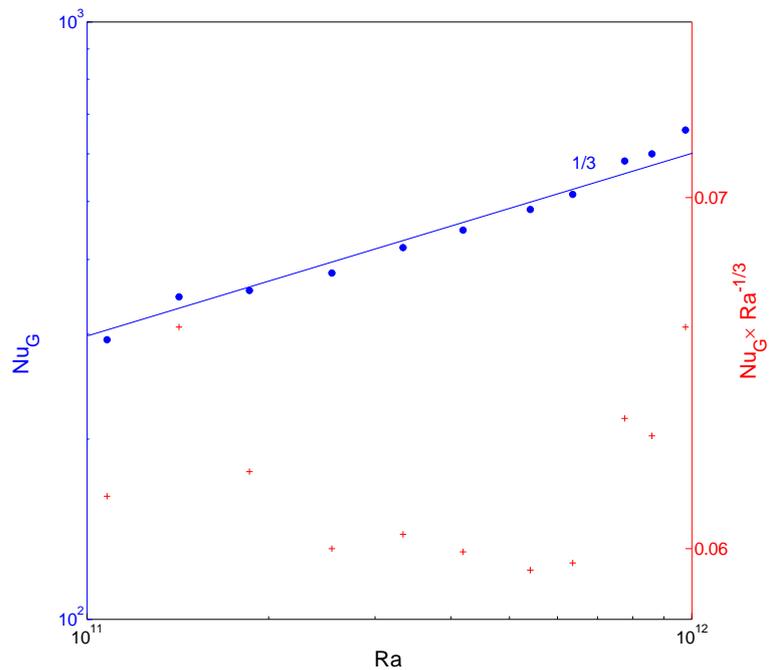


Abbildung 33: Globale Nusseltzahl  $Nu_G$  und deren Abhängigkeit von  $Ra$  in absoluter (blaue Kreise) und auf  $Ra^{1/3}$  normierter (rote Kreuze) Darstellung bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$

### 3.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist an dieser Stelle festzustellen, dass die gemessenen Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur keinesfalls, wie bisher häufig angenommen, mit den klassischen Scherströmungsmodellen beschrieben werden können. Insbesondere die in zahlreichen theoretischen Überlegungen zum Wärmetransport favorisierte Annahme linearer Profile von mittlerer Temperatur und mittlerer Geschwindigkeit ist in hochturbulenter RB-Konvektion offensichtlich nicht richtig. Während die Geschwindigkeit  $|\bar{v}|$  bei kleinen Rayleighzahlen im Wandbereich noch annähernd linear mit dem Abstand wächst, skaliert die mittlere Temperatur  $\bar{\Theta}$  mit der Wurzel des Abstandes  $z$  von der Kühlplatte. Im äußeren Randbereich der Grenzschicht findet man im Geschwindigkeitsprofil dann sogar teilweise logarithmische Bereiche was eher auf eine turbulente Scherschicht hindeutet. Allerdings weichen die Koeffizienten, die diesen Geschwindigkeitsverlauf beschreiben stark von denen der turbulenten isothermen Scherströmung ab.

Sowohl die Profile der mittleren Geschwindigkeit als auch die Profile der mittleren Temperatur sind im untersuchten Parameterbereich selbstähnlich und lassen sich mit einer einfachen, ausschließlich nach mathematischen Gesichtspunkten gewählten, algebraischen Funktion mit drei freien Parametern (Gleichungen 3.13 bzw. 3.18) nahezu über den gesamten Grenzschichtbereich beschreiben. Inwieweit dieser funktionelle Zusammenhang auch physikalisch begründet ist bzw., ob diese Funktion eventuell auch die Bewegungsgleichungen eines Fluids in Wandnähe erfüllen kann, muss im Rahmen von zukünftigen Arbeiten gesondert untersucht werden.

Während im wandnahen Bereich der Grenzschicht der Transport thermischer Energie entsprechend der Prandtlzahl von  $Pr = 0,7$  den Impulstransport überwiegt, werden beide Größen im Übergangsbereich von Grenzschicht zur Außenströmung annähernd gleich gut transportiert. Dies ist offensichtlich auf den Einfluss der stark turbulenten Außenströmung und deren Interaktion mit den sich permanent aus der Grenzschicht ablösenden Plumes zurückzuführen.

Die gute Übereinstimmung der am „Ilmenauer Fass“ gemessenen globalen Ähnlichkeitsparameter und deren Abhängigkeiten  $Re(Ra)$  und  $Nu(Ra)$  mit aus der Literatur bekannten Werten, stellt die hohe Qualität der experimentellen Anordnung und ihre Vergleichbarkeit mit anderen Experimenten, auch unter der Prämisse der zum Zeitpunkt der hier beschriebenen experimentellen Arbeiten noch unvollkommenen Heizplatte unter Beweis.

## 4 Ergebnisse für variables Aspektverhältnis

Nachdem im vorangegangenen Kapitel die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in der Kühlplattengrenzschicht unter dem Einfluss eines unveränderlichen globalen Strömungsmusters diskutiert wurden, soll es in diesem Kapitel insbesondere um den Einfluss der Geometrie auf die globale Konvektionsströmung und auf die physikalischen Feldgrößen in der Grenzschicht gehen. Dazu wurde in einer zweiten Versuchsreihe die Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte konstant bei  $\Delta\vartheta = 40 \text{ K}$  gehalten, während gleichzeitig das Aspektverhältnis zwischen  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra \approx 10^{12}$ ) und  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra \approx 10^9$ ) variiert wurde.

Während die Struktur der globalen Konvektionsströmung für die Grenzfälle  $\Gamma \approx 1$  und  $\Gamma \rightarrow \infty$  recht gut bekannt ist, Ersterer ist gekennzeichnet vom Vorhandensein einer großen Konvektionswalze für Letzteren wird im Allgemeinen homogene Turbulenz ohne ausgeprägte großskalige Strömungsmuster angenommen, sind die dazwischen liegenden Fälle noch weitestgehend unverstanden (Abbildung 34).

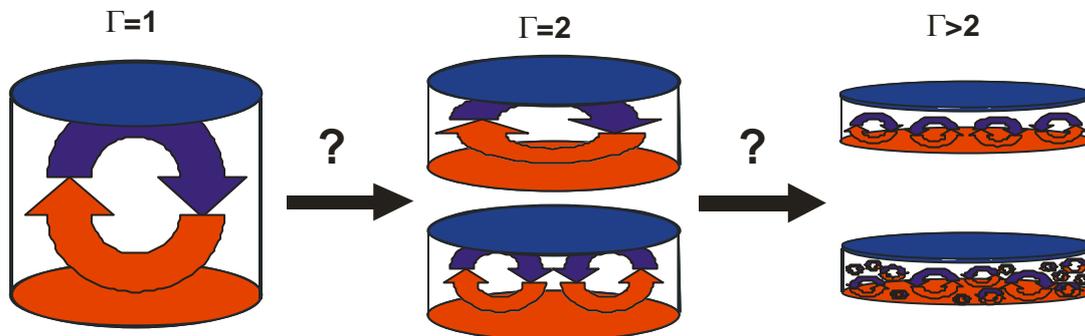


Abbildung 34: Bekannte Struktur der globalen Konvektionsströmung für  $\Gamma \approx 1$  und hypothetische Strömungsmuster für  $\Gamma = 2$  und  $\Gamma > 2$

Dies gilt in übertragenem Sinne auch für die Felder von Geschwindigkeit und Temperatur im Bereich der horizontalen Begrenzungsflächen, die von dieser globalen Struktur beeinflusst werden. Für den im vorangegangenen Kapitel untersuchten Fall der einzelnen Konvektionswalze ( $\Gamma \approx 1$ ) bildet sich in weiten Bereichen von Heiz- und Kühlplatte eine Schicht aus, die im Wesentlichen den Charakter einer Grenzschicht aufweist. Dies ändert sich, wenn besagte Walze in zwei oder mehrere kleine Strukturen zerfällt. Dann wechseln an den horizontalen Begrenzungswänden Flächen, an denen die Strömung Grenzschichtcha-

rakter aufweist, mit Gebieten, in denen eher eine Staupunkt- oder Keilströmung vorliegt. Damit ergeben sich zwangsläufig auch Änderungen in der lokalen Verteilung der fluidmechanischen Feldgrößen in der Grenzschicht und in der Verteilung der lokalen Wärmestromdichte über der Plattenoberfläche. Auf Grund dieser Wechselwirkungen zwischen Grenzschicht und großskaliger Konvektionsströmung kann aus den gemessenen lokalen Geschwindigkeits- und Temperaturprofilen im Zentrum unterhalb der Kühlplatte auch auf die globale Strömungsstruktur rückgeschlossen werden.

#### 4.1 Die Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur

Zunächst sollen jedoch wiederum die Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur hinsichtlich des Erhaltes ihrer Selbstähnlichkeit unter Variation der Geometrie diskutiert werden. Da auch in dieser Versuchsreihe die Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattfanden, sind die Parameter der insgesamt zehn Messserien nicht absolut identisch. Sie sind für die Geschwindigkeitsmessungen in Tabelle 3 und für die Temperaturmessungen in Tabelle 4 zusammengefasst.

Für jeden dieser Parametersätze wurden, wie schon in Kapitel 2.2.3 beschrieben, Zeitserien der beiden horizontalen Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$  an insgesamt 39 verschiedenen z-Positionen in der zentralen Achse des Experimentes (Abbildung 17) aufgenommen und die daraus resultierenden Zeitserien des Betrages  $|\vec{v}|$  (Gleichung 3.1) und des Winkels  $\varphi$  (Gleichung 3.2) berechnet.

Stellvertretend für die Gesamtheit der gemessenen Profile sind in Abbildung 35 je ein Beispiel an den Parametergrenzen  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ) und  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ) dargestellt. Die Skalierung der Geschwindigkeitsachse wurde so gewählt, dass die Maxima beider Profile auf einer gedachten horizontalen Linie liegen. Bezüglich der Absolutwerte kann schon aus dieser Darstellung der Anstieg der maximalen Geschwindigkeit mit der Rayleighzahl, wie in verschiedenen Skalierungstheorien vorhergesagt [13], [27], nachgewiesen werden, wobei dieser Aspekt im Kapitel 4.5 noch einmal ausführlich diskutiert werden soll.

Datum	$Ra$	$\Gamma$	$\bar{\vartheta}_{HP}$ [°C]	$\bar{\vartheta}_B$ [°C]	$\bar{\vartheta}_{KP}$ [°C]
20.-22.07.2005	7,16E+8	11,3	60,00	38,85	20,00
13.-15.07.2005	1,51E+9	8,83	60,00	38,57	20,00
04.-06.07.2005	3,37E+9	6,81	60,00	39,25	20,00
28.-30.06.2005	7,43E+9	5,26	60,00	39,68	20,00
21.-23.06.2005	1,62E+10	4,06	60,00	39,78	20,00
13.-15.06.2005	3,46E+10	3,15	60,00	39,72	20,00
07.-09.06.2005	7,42E+10	2,45	59,99	39,90	20,00
31.05.-02.06.2005	1,62E+11	1,89	60,00	39,91	20,00
23.-27.05.2005	3,47E+11	1,47	60,00	39,93	20,00
02.-04.05.2005	7,48E+11	1,13	60,00	40,02	20,00

Tabelle 3: Parametersatz für die Messung der Geschwindigkeitsprofile bei variablem Aspektverhältnis  $11,3 > \Gamma > 1,13$  und konstanter Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta = 40$  K, die Prandtlzahl wird mit  $Pr = 0,71$  als konstant angenommen

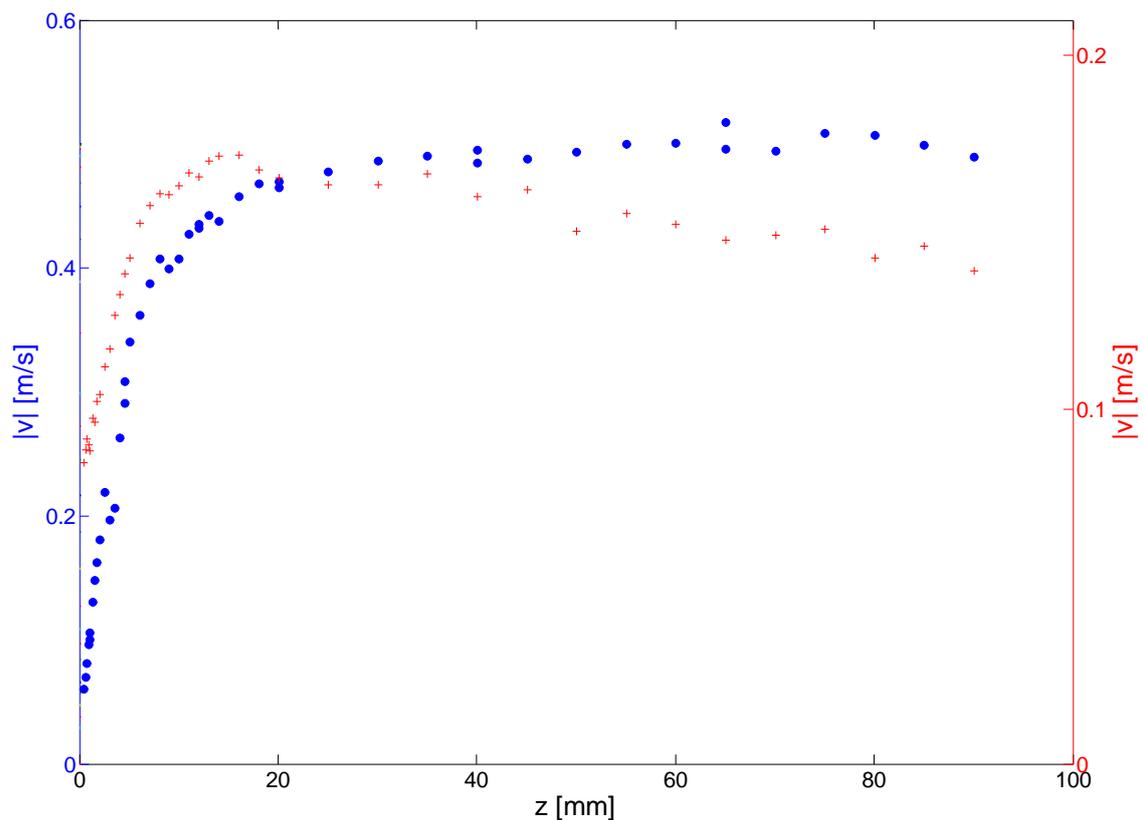


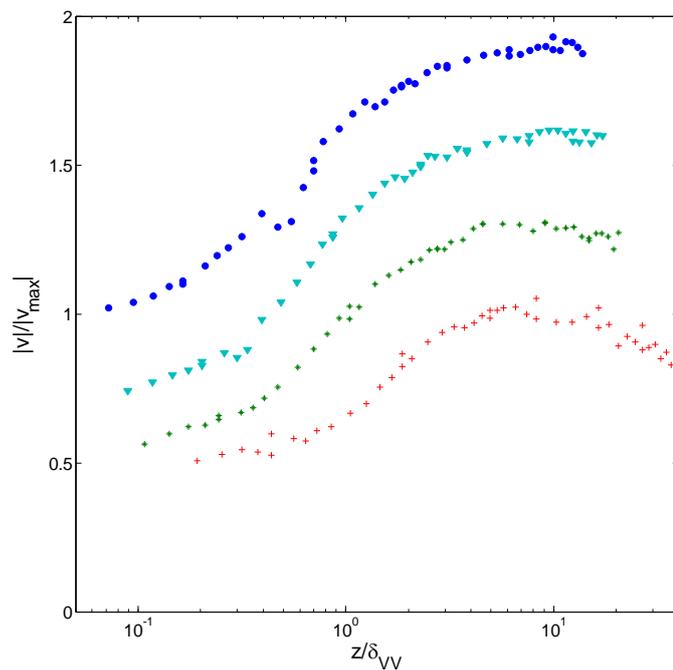
Abbildung 35: Profile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $|\bar{v}(z)|$  für  $\Gamma = 1,13$ ,  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$  (blaue Kreise und linke y-Achse) und  $\Gamma = 11,3$ ,  $Ra = 8,1 \times 10^8$  (rote Kreuze und rechte y-Achse)

Betrachtet man beide Profile unter dem Gesichtspunkt der Selbstähnlichkeit, fällt sofort auf, dass bei kleiner vertikaler Ausdehnung ( $\Gamma = 11,3$ ,  $Ra = 8,1 \times 10^8$ ) ein ausgeprägtes Maximum bei  $z \approx 20$  mm auftritt und der Betrag der mittleren Geschwindigkeit für größere  $z$  wieder abfällt. Währenddessen wird bei großem Plattenabstand ( $\Gamma = 1,13$ ,  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ) das Geschwindigkeitsmaximum offensichtlich erst außerhalb der zugänglichen Messentfernung von  $z < 90$  mm erreicht. Damit wird trotz höherer Rayleighzahl auch die Grenzschicht in letzterem Fall deutlich stärker, was offensichtlich auf größere Strömungsstrukturen zurückzuführen ist und in klarem Widerspruch zu theoretischen Vorhersagen steht, nach denen diese mit wachsender Rayleighzahl sinkt [29].

Damit ist klar, dass sich eine mögliche Selbstähnlichkeit der Grenzschicht im günstigsten Fall auf den Bereich zwischen der Plattenoberfläche ( $z = 0$ ) und dem Punkt des Geschwindigkeitsmaximums beschränken kann. Entsprechend den mathematischen Algorithmen aus Kapitel 3.1.1 (Gleichungen 3.11 und 3.12) werden für diese Untersuchung die gemessenen Geschwindigkeitsprofile auf die Maximalgeschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  und die Grenzschichtdicke  $\delta_{VV}$  normiert.

In Abbildung 36 sind vier normierte Profile für Aspektverhältnisse zwischen  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ) und  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ) dargestellt.

Verglichen mit den Geschwindigkeitsprofilen bei konstantem Aspektverhältnis (Abbildung 21) ist die Streuung der einzelnen Messpunkte innerhalb eines jeden Profils wesentlich stärker. Dies liegt nicht, wie vielleicht zu vermuten, an der geringeren Güte der Geschwindigkeitsmessungen, sondern vielmehr daran, dass die globalen Strömungsstrukturen bei Aspektverhältnissen  $\Gamma > 1$  teil-



**Abbildung 36: Profile der normierten mittleren Geschwindigkeit  $|\vec{v}^*(z^*)|$  von unten nach oben für  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ),  $\Gamma = 5,26$  ( $Ra = 7,6 \times 10^9$ ),  $\Gamma = 2,45$ , ( $Ra = 7,6 \times 10^{10}$ ) und  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ), die einzelnen Profile sind um jeweils 0,3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben**

weise sehr instabil sind. Die Zeitskalen dieser Änderungen liegen in der Größenordnung von mehreren Stunden bis zu einigen Tagen und damit deutlich oberhalb der Mittelungszeiten über den einzelnen Messpunkten, die nur eine Stunde betragen.

Betrachtet man die drei oberen Profile, bleibt die charakteristische Form der Kurven trotzdem im Wesentlichen erhalten. Lediglich für das Profil der mittleren Geschwindigkeit bei  $\Gamma = 11,3$ , bei dem die Seitenwand nur noch einen geringen Einfluss auf die Struktur der globalen Konvektionsströmung hat, kommt es zu Abweichungen, die für  $z \rightarrow 0$  besonders stark werden. Die Ursachen dafür liegen einerseits in der globalen Strömungsstruktur, die unter diesen Bedingungen keine ausgeprägte Richtung mehr aufweist, andererseits aber auch in den bei dieser Messung sehr geringen Strömungsgeschwindigkeiten, die in der Regel mit größeren Fehlern behaftet sind, als die Messung höherer Geschwindigkeiten. Hinzu kommt ein systembedingter Messfehler in Wandnähe, auf den in Kapitel 5.2 noch einmal gesondert eingegangen werden soll.

In analoger Art und Weise können auch die die Profile der mittleren Temperatur miteinander verglichen werden. Die zugehörigen Parametersätze sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Datum	$Ra$	$\Gamma$	$\bar{\vartheta}_{HP}$ [°C]	$\bar{\vartheta}_B$ [°C]	$\bar{\vartheta}_{KP}$ [°C]
21.-23.08.2004	8,14E+8	11,3	62,95	42,71	20,06
18.-20.08.2004	1,67E+9	8,83	62,64	41,68	20,08
14.-16.08.2004	3,54E+9	6,81	62,64	40,80	20,08
11.-13.08.2004	7,56E+9	5,26	62,78	40,28	20,08
02.-04.07.2004	1,66E+10	4,06	63,18	40,62	20,07
05.-07.08.2004	3,53E+10	3,15	62,78	40,36	20,08
22.-24.06.2004	7,66E+10	2,45	63,08	40,95	20,08
18.-20.06.2004	1,69E+11	1,89	62,86	41,23	20,06
15.-17.06.2004	3,66E+11	1,47	63,61	41,68	20,07
15.-17.04.2004	7.70E+11	1,13	63,97	41,19	20,07

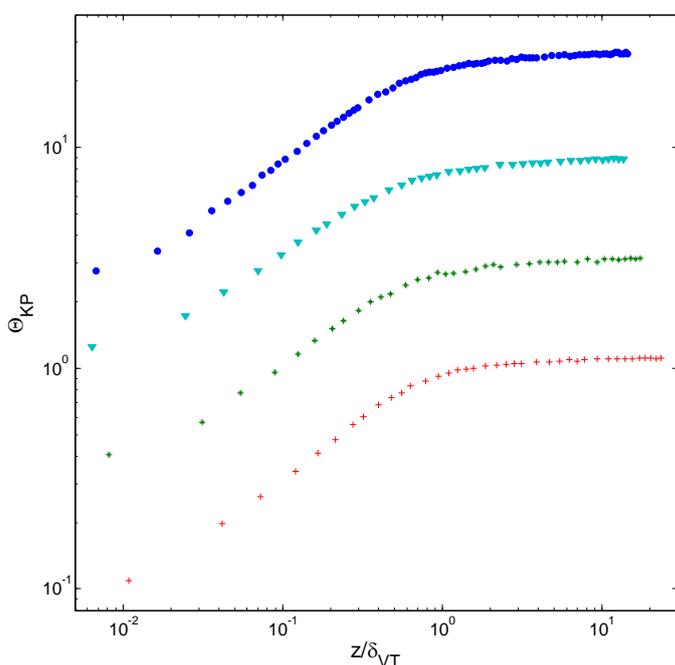
**Tabelle 4: Parametersatz für die Messung der Temperaturprofile bei variablem Aspektverhältnis  $11,3 > \Gamma > 1,13$  und annähernd konstanter Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta = 43$  K.**

Die starke Streuung der Heizplattentemperatur über den Messreihen liegt in der bei dieser ersten Versuchserie noch vorhandenen Unvollkommenheit der Regeleinrichtung begründet, in der bis zu diesem Zeitpunkt nur ein einzelner, in der Heizleiterebene eingegossener Tem-

peratursensor, zur Istwertmessung zum Einsatz kam. Änderungen des konvektiven Wärmestromes an der Oberfläche der Heizplatte führten unter diesen Gegebenheiten durch den Wärmewiderstand des Betons unweigerlich auch zu Änderungen in der Oberflächentemperatur der Heizplatte. Des Weiteren wurden die drei konzentrisch angeordneten Heizkreise parallel und mit gleicher Leistung beheizt, was aufgrund der Wärmeverluste am Rand der Heizplatte einen Temperaturabfall an dieser Stelle nach sich zog.

Später wurde der Temperaturwert des Einzelsensors durch den Mittelwert aus insgesamt fünfzehn, an der Oberfläche des Estrichs verteilten Temperatursensoren, ersetzt und der Steuer-PC übernahm die Aufgabe des externen Reglers. Damit verbunden wurde eine separate Regelung jedes der drei konzentrischen Heizkreise womit eine bessere Anpassung an den erhöhten Leistungsbedarf am Heizplattenrand möglich wurde. Ähnliches gilt für die Regelung der Kühlplattentemperatur, die zunächst durch einen simplen Zweipunktregler realisiert wurde. Auch dieser wurde später durch einen im Steuer-PC integrierten PI-Regler ersetzt.

Um die Temperaturprofile bei unterschiedlichen Aspektverhältnissen miteinander



**Abbildung 37: Profile der mittleren normierten Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}^*(z^*)$  von unten nach oben für  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ),  $\Gamma = 5,26$  ( $Ra = 7,6 \times 10^9$ ),  $\Gamma = 2,45$ , ( $Ra = 7,6 \times 10^{10}$ ) und  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ), die Profile sind um den Faktor 3 gegeneinander auf der Ordinate verschoben**

vergleichen zu können, wurden sie, wie in Kapitel 3.2.1 (Gleichungen 1.9, 3.20 und 3.21) beschrieben, auf die Differenz zwischen Bulk- und Kühlplattentemperatur bzw. auf die Verdrängungsgrenzschichtdicke  $\delta_{VT}$  normiert. Beim Vergleich der in Abbildung 37 dargestellten Profile der mittleren Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}^*(z)$  wird besonders gut der innerhalb der Verdrängungsgrenzschichtdicke  $z/\delta_{VT} < 1$  liegende und einem Potenzgesetz (Gleichung 3.17) genügende Teil des Profils sichtbar. Der Exponent  $\zeta$ , der diesen Anstieg be-

schreibt, liegt für alle Aspektverhältnisse  $\Gamma$  nahezu konstant bei  $\zeta \approx 0,5$ .

Aus der Gegenüberstellung wird deutlich, dass auch die Form der mittleren Temperaturprofile im untersuchten Parameterbereich zwischen  $\Gamma = 11,3$  ( $Ra = 8,1 \times 10^8$ ) und  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ) trotz des Einflusses der sich ändernden globalen Strömungsstruktur im Wesentlichen erhalten bleibt. Besonders anzumerken ist, dass im Vergleich zu den Geschwindigkeitsprofilen die Profile der mittleren Temperatur deutlich „glatter“ und ohne größere Ausreißer verlaufen, obwohl bei beiden Messungen die Messzeit pro Zeitreihe identisch war. Offensichtlich ist das Temperaturfeld an der Kühlplatte deutlich weniger von den großskaligen Strukturänderungen, die nur relativ selten auftreten, betroffen als das Geschwindigkeitsfeld. Eine genaue Analyse der statistischen Fehler, die aufgrund der beschränkten Messzeit zu erwarten sind, ist in Kapitel 5.1 zu finden.

Abschließend sollen hier noch die Einflüsse des Aspektverhältnisses  $\Gamma$  und der Rayleighzahl auf die verschiedenen Grenzschichtdicken diskutiert werden. Zu diesem Zweck sind in Abbildung 38 die Verdrängungsdicken der Geschwindigkeit  $\delta_{vV}$  und der Temperatur  $\delta_{VT}$  sowie die Grenzschichtdicken  $\delta_{TT'}$  (bestimmt sich aus dem Anstieg des Temperaturprofils bei  $z = 0$ ) und  $\delta_{\sigma T}$  (bestimmt sich aus der Position des Maximums der Fluktuationen) über den o.g. Größen aufgetragen.

Entgegen den theoretischen Vorhersagen aus [29], die allerdings im Wesentlichen auf der Annahme einer laminaren Plattengrenzschicht mit linearem Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten beruhen, wächst bei unseren Messungen die Verdrängungsgrenzschichtdicke

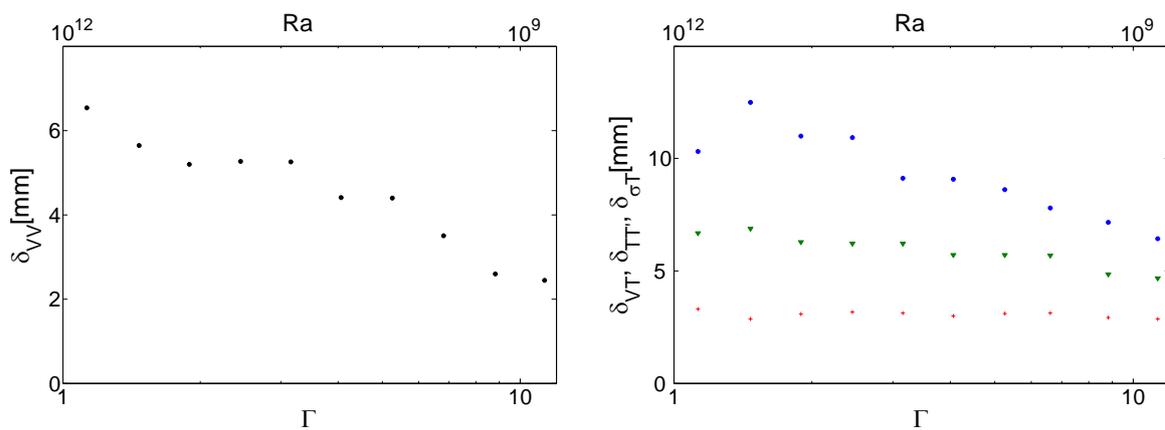


Abbildung 38: Verdrängungsdicke  $\delta_{vV}$  der Profile der mittleren Geschwindigkeit (linke Abbildung) sowie Verdrängungsdicke  $\delta_{VT}$  (blaue Kreise), Grenzschichtdicken  $\delta_{\sigma T}$  (grüne Dreiecke) und  $\delta_{TT'}$  (rote Kreuze) der Temperaturprofile (rechte Abbildung) in Abhängigkeit vom Aspektverhältnis  $\Gamma$

mit steigender Rayleighzahl an, wobei allerdings zu beachten ist, dass gleichzeitig auch der Abstand zwischen Heiz- und Kühlplatte wächst. Das gleiche Verhalten zeigt das Maximum der Fluktuationen, welches sich mit wachsendem Plattenabstand von der Wand fortbewegt. Lediglich die Grenzschichtdicke, die sich aus dem Temperaturgradienten an der Wand definiert, bleibt über dem untersuchten Parameterbereich nahezu konstant. Dies deutet darauf hin, dass die Dicke der Grenzschichten ganz wesentlich von der Größe der globalen Strömungsstrukturen und weniger vom Verhältnis zwischen Auftriebs- und Zähigkeitskräften ( $Ra$ ) abhängen. Es zeigt sich allerdings auch, dass in konvektiven Scherströmungen die Definition der Grenzschichtdicken aus lokalen Wandgrößen zu grundsätzlich anderen Ergebnissen als bei deren Definition aus integralen Größen führt.

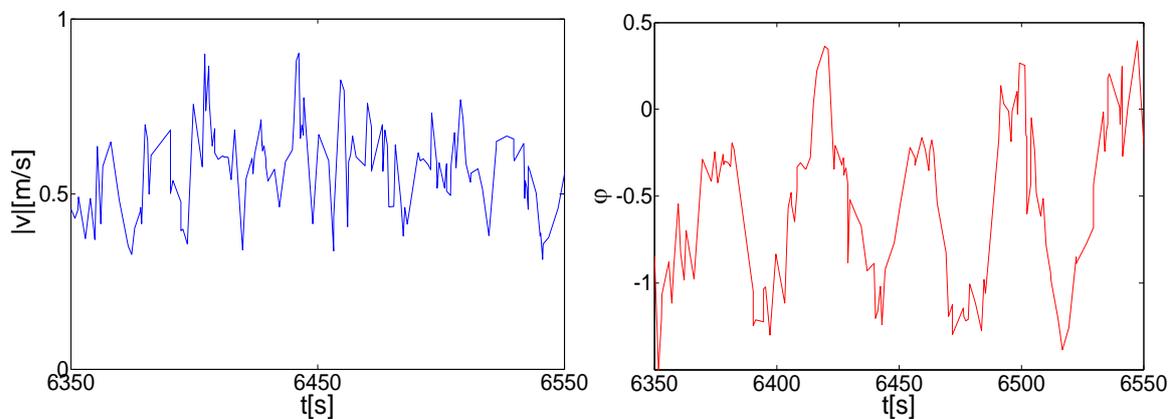
## 4.2 Globale Strömungsstruktur bei veränderlichem Aspektverhältnis

### 4.2.1 Der Grenzfall $\Gamma \approx 1$

Neben den bis hierhin ausschließlich diskutierten Grenzschichten an Heiz- und Kühlplatte kann aber auch ein Einfluss der globalen Strömungsstruktur im Inneren der RB-Zelle auf den Wärmetransport zwischen Heiz- und Kühlplatte nicht a priori ausgeschlossen werden. Aus einer Vielzahl experimenteller Untersuchungen der letzten Jahrzehnte ist bekannt, dass sich diese Strömung für ein Aspektverhältnis  $\Gamma \approx 1$  in Form einer großen Walze manifestiert [36], [44], [80]. Sie wird durch sich permanent aus der Grenzschicht lösende Plumes getrieben, wirkt aber andererseits auch auf deren Ablösung zurück, was die Dynamik des Prozesses verkompliziert und daher nur sehr schwer vorhersagbar macht. So wurden in einer Reihe von zylindrischen RB-Experimenten verschiedene Ereignisse beobachtet, wie z. B. die Drehung der Rotationsachse dieser Walze um einen bestimmten Winkel  $\varphi$ , deren komplette Richtungsumkehr oder das Abflauen und nachfolgende Wiederaufbauen des Windes in einer vollkommen anderen Richtung. Die Häufigkeit, mit der diese Ereignisse auftreten, hängt stark vom Parameterbereich ab, liegt aber in der Regel in Größenordnungen zwischen  $10^{-2} \tau_{LSC}^{-1}$  und  $10^{-5} \tau_{LSC}^{-1}$  wobei  $\tau_{LSC}$  die „eddy-turn-over-time“ ist, eine Zeitspanne, in der ein Partikel in der Globalströmung einen kompletten Umlauf durch die Zelle absolviert hat. Die Komplexität der Dynamik zeigt sich insbesondere darin, dass neben diesen recht seltenen und stochastisch auftretenden Ereignissen die Strömung auch periodischen Verände-

rungen mit wesentlich kürzeren Zeitskalen unterworfen ist. Das ist vor allem deswegen überraschend, weil als ein wesentliches Merkmal turbulenter Strömungen auch heute noch deren ungeordneter Charakter angesehen wird. Der Nachweis o. g. periodischer Vorgänge erfolgte erstmalig dadurch, dass im Inneren der RB-Zelle aufgenommene Temperatur-Zeitreihen auf ihre spektrale Zusammensetzung untersucht wurden [13], [31]. Da die Periodendauer des darin gefundenen Maximums etwa doppelt so groß wie die mittlere Umlaufzeit der globalen Konvektionsströmung war, wurde diese Beobachtung mit sich abwechselnd aus Heiz- und Kühlplattengrenzschichten lösenden Plumes erklärt [74]. Auch in Zeitreihen der Geschwindigkeit, die mittels 1-d-LDA-Sonde in einer zylindrischen Wasserzelle aufgenommen wurden, konnten diese kohärenten Oszillationen nachgewiesen werden [54], [55].

Für die Untersuchungen an der Ilmenauer RB-Zelle wurde, wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben, die horizontale Geschwindigkeit in der globalen Konvektionsströmung bei  $z = 90 \text{ mm}$  gemessen. Für drei verschiedene Aspektverhältnisse  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ),  $\Gamma = 1,24$  ( $Ra = 5,5 \times 10^{11}$ ) und  $\Gamma = 1,36$  ( $Ra = 4,3 \times 10^{11}$ ) wurden dazu jeweils vierstündige Zeitreihen aufgenommen. Für das kleinste Aspektverhältnis sind daraus in Abbildung 39 je ein Ausschnitt aus der Zeitreihe des Betrages  $|\vec{v}(t)|$  und des Winkels  $\varphi(t)$  abgebildet.



**Abbildung 39:** Zeitreihen des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit  $|\vec{v}(t)|$  (linkes Diagramm) und dessen Winkels  $\varphi(t)$  (rechtes Diagramm) in einem Abstand  $z = 90 \text{ mm}$  von der Kühlplatte bei  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ .

Obwohl beide Größen stark fluktuieren, sind schon in der einfachen zeitlichen Darstellung deutliche Unterschiede zu erkennen. Während die Schwankungen im Betrag bzw. in der Amplitude der Geschwindigkeit eher stochastisch sind, kann man im zeitlichen Verlauf des Winkels schon mit bloßem Auge deren periodischen Charakter erkennen.

Deutlicher wird dies bei der Analyse der Autokorrelationsfunktionen (AKF's, Gleichung 2.27) der Zeitreihen beider Größen  $\Phi_V(\tau)$  und  $\Phi_\varphi(\tau)$ , die in normierter Form ( $\Phi_Y(\tau=0)=1$ ) in Abbildung 40 dargestellt sind. Bei dieser Analyse kommt die spezielle Eigenschaft der AKF zum Tragen, aus einem mit stochastischem Rauschen überlagertem Signal, die darin enthaltenen periodischen Anteile zeitrichtig abzubilden. Für die im oberen Diagramm der Abbildung 40 dargestellte Funktion  $\Phi_V(\tau)$ , die für alle  $\tau > 0$  gegen  $\Phi_V(\tau)=0$  geht, wird deutlich, dass im Betrag des Geschwindigkeitsvektors keine periodischen Anteile enthalten sind. Demgegenüber zeigt die im unteren Diagramm abgebildete Funktion  $\Phi_\varphi(\tau)$  den streng periodischen Verlauf des Winkels. Besonders deutlich wird das in der zeitgedehnten Darstellung der Insets, aus denen man auch die Periodendauer dieser Oszillationen entnehmen kann. Sie beträgt  $\tau_\varphi = 42,1$  s für den dargestellten Fall  $\Gamma = 1,13$  ( $Ra = 7,7 \times 10^{11}$ ) und stimmt recht gut mit der mittleren Umlaufzeit der Konvektionswalze  $\tau_{LSC} = 53,6$  s überein. Die Abweichung zwischen beiden Werten liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit darin begründet, dass  $\tau_{LSC}$ , wie üblich, aus der mittleren gemessenen Geschwindigkeit  $|\bar{v}|$  entlang eines rechteckigen Pfades mit der Weglänge  $U_w = 2D + 2H$  berechnet wurde, obwohl jüngste Messungen zeigen, dass dies nicht unbedingt der Realität entsprechen muss [76].

Insgesamt ergibt sich aus diesen, in der zentralen Achse des Experimentes und in der Nähe der Kühlplatte durchgeführten Messungen, ein physikalisches Bild, bei dem die Rotationsachse der globalen Konvektionswalze in der zylindrischer RB-Zelle bei  $\Gamma \approx 1$  mit hoher Regelmäßigkeit um ihren Mittelwert schwankt (Abbildung 41). Diese Interpretation wird durch visuelle Beobachtungen gestützt, die kürzlich von Funfschilling und Ahlers in einer ähnlichen, mit Methanol gefüllten Zelle, gemacht und in [25] veröffentlicht wurden. Die Tatsache, dass im Betrag der Geschwindigkeit keine periodischen Schwankungen auftreten, widerspricht der in [74] aufgestellten Theorie, nach der periodisch aus der Grenzschicht austretende Plumes die globale Konvektionsströmung antreiben. Würden sie dies tun, müssten die sich daraus ergebenden periodischen Beschleunigungskräfte auch im Betrag der Geschwindigkeit nachweisbar sein. Die hier vorliegenden Ergebnisse stützen aber eher das physikalische Bild, bei dem der Prozess der Plumablösung rein stochastischer Natur ist. Dieses Erkenntnis wird durch die Analyse der Temperaturzeitreihen bestätigt. Zu diesem Zweck wurden an gleicher Position jeweils zweistündige Zeitreihen der Temperatur aufgenommen und mittels AKF analysiert.

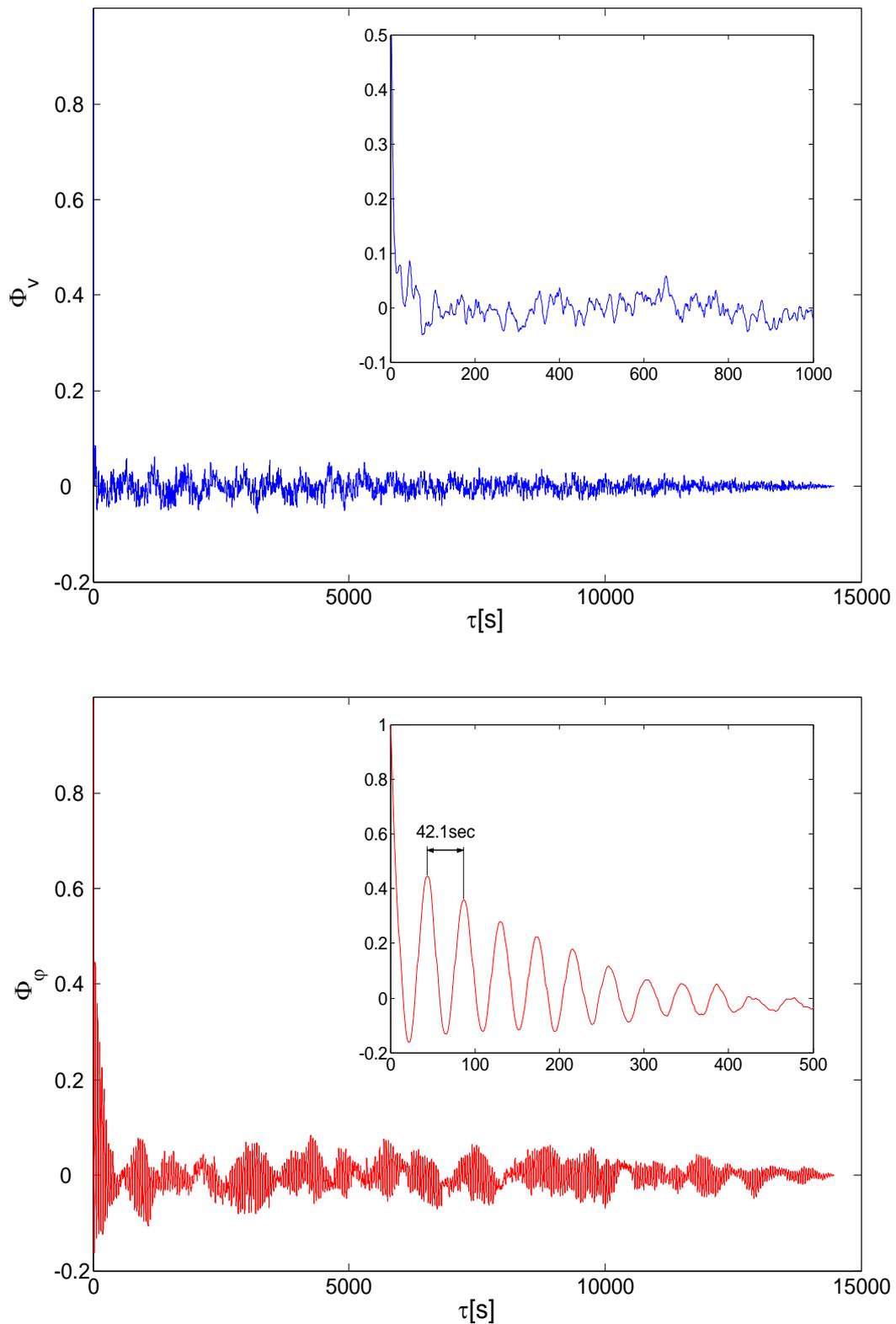
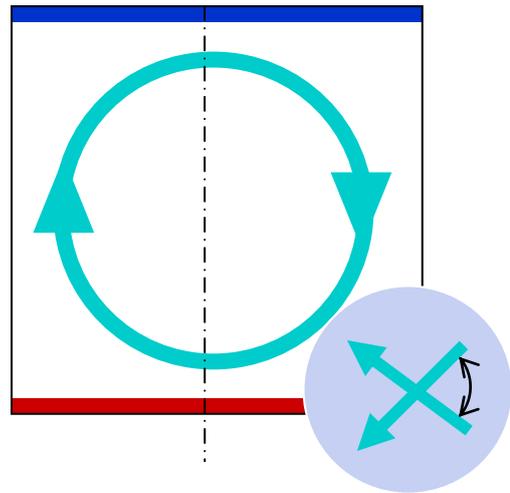
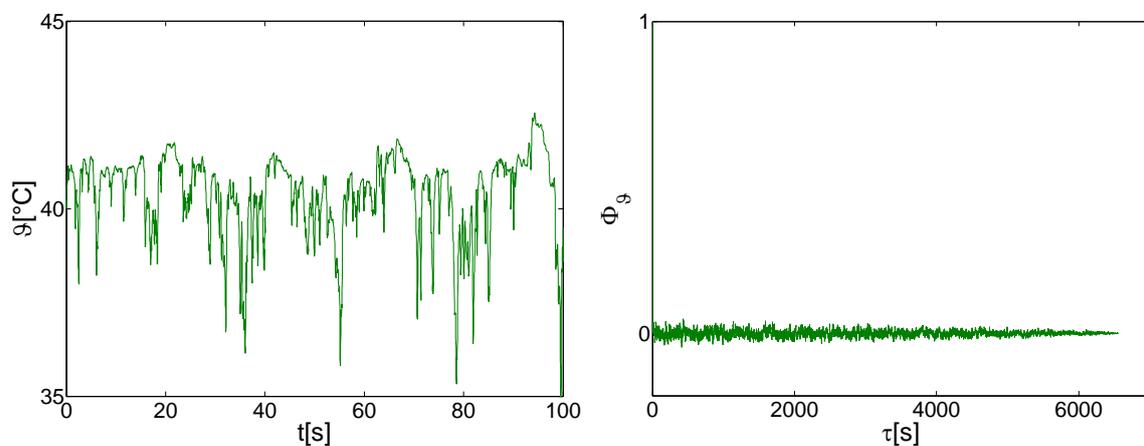


Abbildung 40: Autokorrelationsfunktionen  $\Phi_v(\tau)$  des Betrages und  $\Phi_\varphi(\tau)$  des Winkels des horizontalen Geschwindigkeitsvektors für die in Abbildung 39 dargestellten Zeitreihen von  $|v(t)|$  und  $\varphi(t)$ .

Im linken Diagramm der Abbildung 42 ist ein Ausschnitt aus einer Temperaturzeitreihe und im rechten Diagramm die zugehörige AKF dargestellt. Der Maximalwert der Temperatur ist nach oben durch die Bulktemperatur begrenzt. Höhere Temperaturen, wie sie z. B. heiße Plumes von der Heizplatte verursachen, sind weder in diesem Zeitabschnitt noch im weiteren zeitlichen Verlauf der Temperatur zu erkennen. Daraus wird deutlich, dass bei  $\Gamma = 1,13$  und  $Ra \approx 10^{12}$  die turbulente Strömungsbewegung im Zentrum der Zelle für eine nahezu vollständige Durchmischung sorgt und dem Wärmetransport durch die Zelle keinen nennenswerten Widerstand entgegensetzt.



**Abbildung 41:** Prinzipdarstellung der globalen Konvektionswalze sowie die Richtungsschwankungen ihrer Rotationsachse bei  $\Gamma \approx 1$ .



**Abbildung 42:** Ausschnitt aus einer zweistündigen Temperaturzeitreihe  $g(t)$  bei  $z = 90$  mm (links) sowie deren Autokorrelationsfunktion  $\Phi_g(\tau)$  (rechts) für  $Ra = 7,7 \times 10^{11}$  und  $\Gamma = 1,13$ .

Die starken negativen Spitzen in der dargestellten Temperaturzeitreihe, die weit außerhalb der Grenzschicht aufgenommen wurde, sind kalte Plumes, die sich aus der Kühlplatten-grenzschicht ablösen. Regelmäßigkeiten im zeitlichen Verlauf sind darin nicht zu erkennen, was durch die in der rechten Abbildung dargestellte AKF, die für alle Zeiten  $\tau > 0$  bei

$\Phi_g(\tau) \approx 0$  liegt, unterstrichen wird, womit aus meiner Sicht endgültig der Beweis einer stochastischen Emissionen der Plumes erbracht ist.

Obwohl aus diesen Ergebnissen heraussicherlich auch nur ein Teil der globalen Strömungsstruktur in einer zylindrischen Geometrie mit annähernd gleicher horizontaler und vertikaler Ausdehnung verstanden ist, lassen sich daraus eine Reihe von wichtigen Eigenschaften zusammenfassen:

1. Die globale Konvektionsströmung bei  $\Gamma \approx 1$  hat die Form einer großen Walze oder eines Stromschlauches.
2. Die Rotationsachse dieser Walze schwankt periodisch um einen Mittelwert, die Periodendauer lässt sich über ein niederdimensionales Modell, welches sich aus den Bewegungsgleichungen eines ellipsoiden Fluidvolumens herleitet und in [3] ausführlich beschrieben ist, bestimmen.
3. Plumes lösen sich in unregelmäßigen zeitlichen Abständen aus der Grenzschicht, sie werden bei ihrer Bewegung mit der globalen Strömung durch deren turbulente Schwankungsbewegung bis zum Auftreffen auf die gegenüberliegende Platte nahezu vollständig durchmischt und sind dort nicht mehr nachweisbar.
4. Besonders große Plumes können die globale Konvektionsströmung so stark beeinflussen, dass es unter bestimmten Bedingungen zu deren kurzzeitigem Erliegen bzw. sogar zu deren Richtungsumkehr kommt, Letzteres konnte in unserem Experiment allerdings nicht nachgewiesen werden.

#### 4.2.2 Die globale Strömungsstruktur für $\Gamma > 1$

Verringert man den Abstand zwischen Heiz- und Kühlplatte, d. h., vergrößert man das Aspektverhältnis, bleibt bis  $\Gamma = 1,47$  die einzelne, das gesamte Volumen der Zelle ausfüllende Konvektionswalze, zunächst erhalten. Dies wird sowohl in den qualitativ unveränderten Zeitserien von Betrag  $|\vec{v}(t)|$  und Winkel  $\varphi(t)$  des Geschwindigkeitsvektors (Abbildung 43 – oberes Diagramm) und der Temperatur  $\vartheta(t)$ , als auch in deren Autokorrelationsfunktionen  $\Phi_v(\tau)$ ,  $\Phi_\varphi(\tau)$  und  $\Phi_g(\tau)$  deutlich, die jedoch an dieser Stelle nicht noch einmal gesondert dargestellt sind. Mit der weiteren Erhöhung des Aspektverhältnisses über einen ersten Schwellwert von  $\Gamma_1 = 1,68 \pm 0,22$  auf den nächsthöheren, untersuchten Wert von  $\Gamma = 1,89$  verlieren zuerst die Oszillationen im Winkel ihre Regelmäßigkeit und erste größere

Ausschläge bis  $\pm 180^\circ$  - z.B. bei  $t \approx 1450$  s,  $t \approx 1600$  s und  $t \approx 1800$  s - treten auf (Abbildung 43 – mittleres Diagramm).

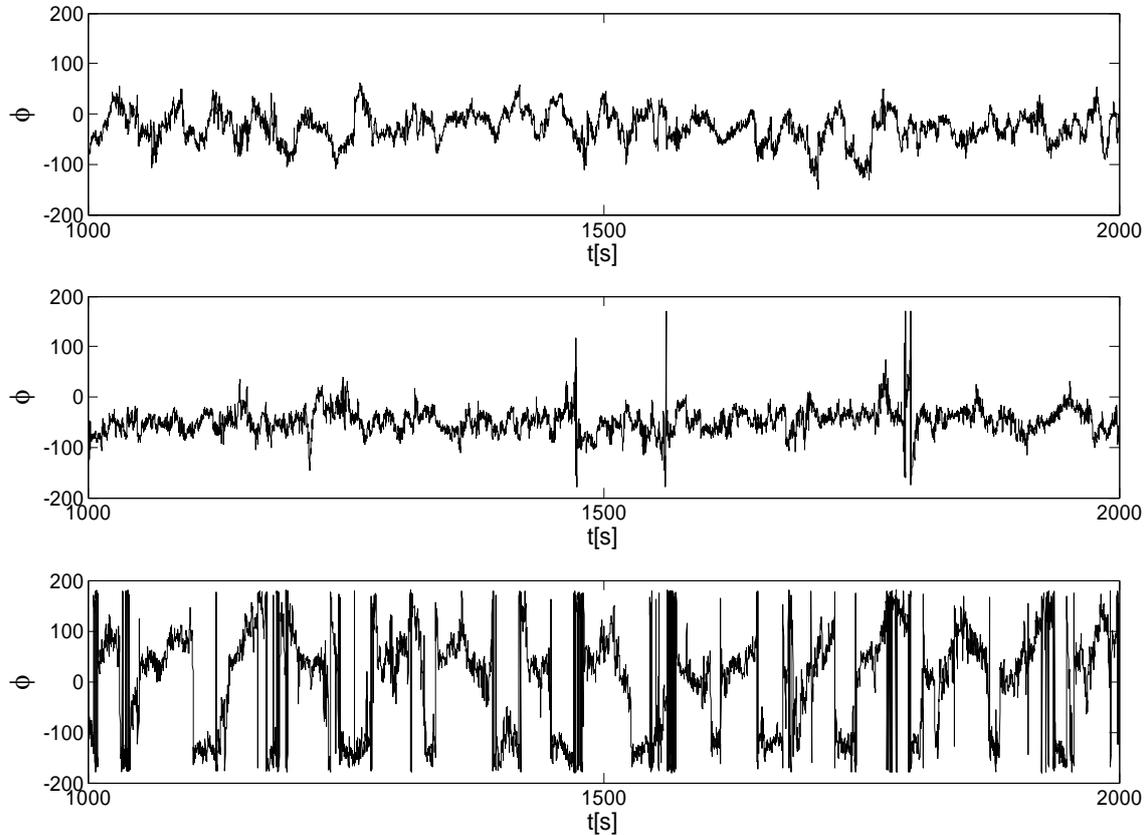
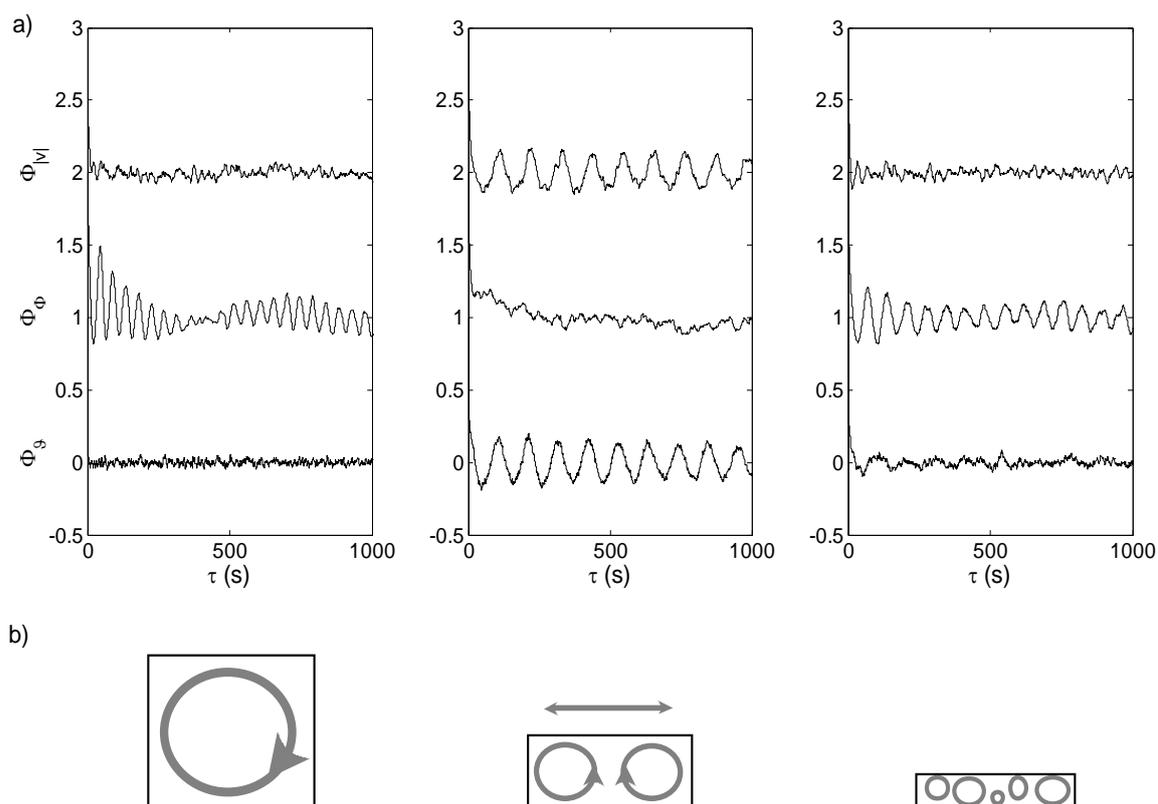


Abbildung 43: Zeitserien des Winkels  $\varphi(t)$  des Vektors der horizontalen Geschwindigkeit  $\vec{v}(t)$  in einem Abstand von  $z = 90$  mm unterhalb des Zentrums der Kühlplatte für drei verschiedene Aspektverhältnisse  $\Gamma = 1,13$  (oben),  $\Gamma = 1,89$  (Mitte) und  $\Gamma = 4,09$  (unten)

Besonders deutlich kommt dies in den entsprechenden AKF's in Abbildung 44a zum Ausdruck. Existieren für  $\Gamma \leq 1,47$  ausschließlich in  $\Phi_\varphi(\tau)$  periodische Oszillationen und bleiben hier die Zeitsignale von  $\Phi_v(\tau)$  und  $\Phi_\varphi(\tau)$  nahezu unkorreliert (Abbildung 44a – linkes Diagramm), stellt sich die Situation für  $\Gamma \geq 1,89$  genau umgekehrt dar. Während nun der Winkel stochastisch fluktuiert, schwanken der Betrag der Geschwindigkeit und die Temperatur mit hoher Regelmäßigkeit (Abbildung 44a – mittleres Diagramm). Aus der periodischen Schwankung des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit lässt sich unter dem Argument der Massenerhaltung:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.23)$$

sofort auch auf eine periodisch fluktuierende Vertikalströmung am Messort rückschließen. Diese These wird dadurch gestützt, dass parallel dazu auch Fluktuationen im Temperatursignal auftreten, die die gleiche Periodendauer haben, wie die Geschwindigkeitsschwankungen. Ein derartiges Verhalten könnte unter anderem mit einer globalen Strömungsstruktur erklärt werden, die entweder die Form eines großen Donut's aufweist oder die aus zwei koexistierenden Walzen besteht, wie sie in Abbildung 44b – mittleres Bild – skizziert ist.



**Abbildung 44:** Autokorrelationsfunktion des Betrages  $\Phi_v(\tau)$  (um +2 verschoben) und des Winkels  $\Phi_\phi(\tau)$  (um +1 verschoben) des Geschwindigkeitsvektors sowie der Temperatur  $\Phi_g(\tau)$  für drei verschiedenen Aspektverhältnisse  $\Gamma = 1,13$  (links),  $\Gamma = 1,89$  (Mitte) und  $\Gamma = 4,09$  (rechts) (a) zusammen mit Skizzen der möglichen globalen Strömungsmusters (b)

Globale Messungen des Geschwindigkeitsfeldes in der zentralen senkrechten Ebene, die mittels Stereo Particle Image Velocimetry (SPIV) bei einem Aspektverhältnis  $\Gamma = 2$  durchgeführt wurden, deuten in diesem Parameterbereich auf eine äußerst instabile Globalströmung hin. So wurden unter gleichen experimentellen Randbedingungen, aber zu verschiedenen Zeitpunkten sowohl eine einzelne große Walze als auch zwei nebeneinander liegende, kleinere Konvektionszellen, aber niemals die Form eines Donut's beobachtet [4].

Nach dem derzeitigen Kenntnisstand ist daher davon auszugehen, dass die Doppelrollenstruktur (Abbildung 44b – mittleres Schema) die wohl wahrscheinlichste Variante bei  $\Gamma \approx 2$  ist. Möglicherweise bewegen sich beide Rollen periodisch um- oder gegeneinander, da die Zeitskala der gemessenen Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen etwa doppelt so hoch, wie die mittlere Umlaufzeit der Walzen ist. Ein theoretisches Modell zur Beschreibung dieser Bewegungen oder direkte Messungen des dreidimensionalen Strömungsfeldes im Inneren der Konvektionszelle sind bis heute leider noch nicht verfügbar, so dass eine endgültige Klärung dieser Frage zukünftigen Messungen vorbehalten bleiben muss.

Erhöht man das Aspektverhältnis über eine zweite Grenze bei  $\Gamma_2 = 3,66 \pm 0,46$ , findet eine weitere Veränderung in den Zeitsignalen von Geschwindigkeit und Temperatur statt. Besonders deutlich wird dies im zeitlichen Verlauf von  $\varphi(t)$ , der sich nun permanent um seine eigene Achse dreht (Abbildung 43 – unteres Diagramm) sowie in der zugehörigen AKF  $\Phi_\varphi(\tau)$ . Dagegen bleiben Geschwindigkeit und Temperatur zeitlich nahezu unkorreliert.

Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die Analyse der Standardabweichungen  $\sigma_\varphi$  der einzelnen Winkelzeitreihen, die für die zehn untersuchten Aspektverhältnisse in Abbildung 45 aufgetragen ist. Für alle Aspektverhältnisse  $\Gamma \leq 3,15$  liegt diese auf den Vollwinkel von  $2\pi$  normierte Größe bei Werten um  $\sigma_\varphi \approx 0,1$ . Mit Überschreiten des Grenzwertes  $\Gamma_2 = 3,66$  springt sie plötzlich auf einen Wert von  $\sigma_\varphi \approx 0,25$ , sinkt dann zunächst wieder leicht ab um schließlich für

$\Gamma = 11,3$  ihren Maximalwert von  $\sigma_\varphi \approx 0,3$  zu erreichen. Im Mittel ist sie jedoch oberhalb von  $\Gamma_2$  rund doppelt so hoch wie unterhalb dieser Grenze, was ein zusätzliches Indiz für eine an diesem Punkt stattfindende grundlegende Änderung der globalen Strömungseigenschaften ist.

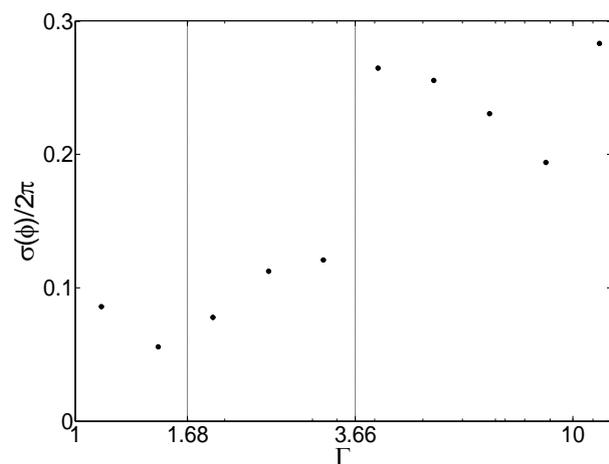


Abbildung 45: Standardabweichung des Winkels des Geschwindigkeitsvektors  $\sigma_\varphi$  normalisiert auf den Vollwinkel  $2\pi$  in Abhängigkeit von  $\Gamma$

Abschließend sollen in diesem Kapitel noch die Stabilität des Temperaturfeldes innerhalb und außerhalb der Plattengrenzschicht über einen längeren Zeitraum in ihre Abhängigkeit von den geometrischen Verhältnissen der RB-Zelle diskutiert werden. Im oberen Teil von Abbildung 46 sind dazu noch einmal für drei verschiedene Aspektverhältnisse  $\Gamma = 1,13$ ,  $\Gamma = 1,89$  und  $\Gamma = 8,83$  einzelne AKF's bei  $z = 150 \text{ mm}$ , einem Punkt weit außerhalb der Plattengrenzschicht, geplottet. In den unteren Bildern sind die einzelnen AKF's aller Zeitreihen einer Temperaturprofilmessung  $\Phi_g(\tau, z)$  von  $z = 1 \text{ mm}$  bis  $z = 150 \text{ mm}$  in einem Streifendiagramm als horizontale Graustufenbänder übereinander gelegt.

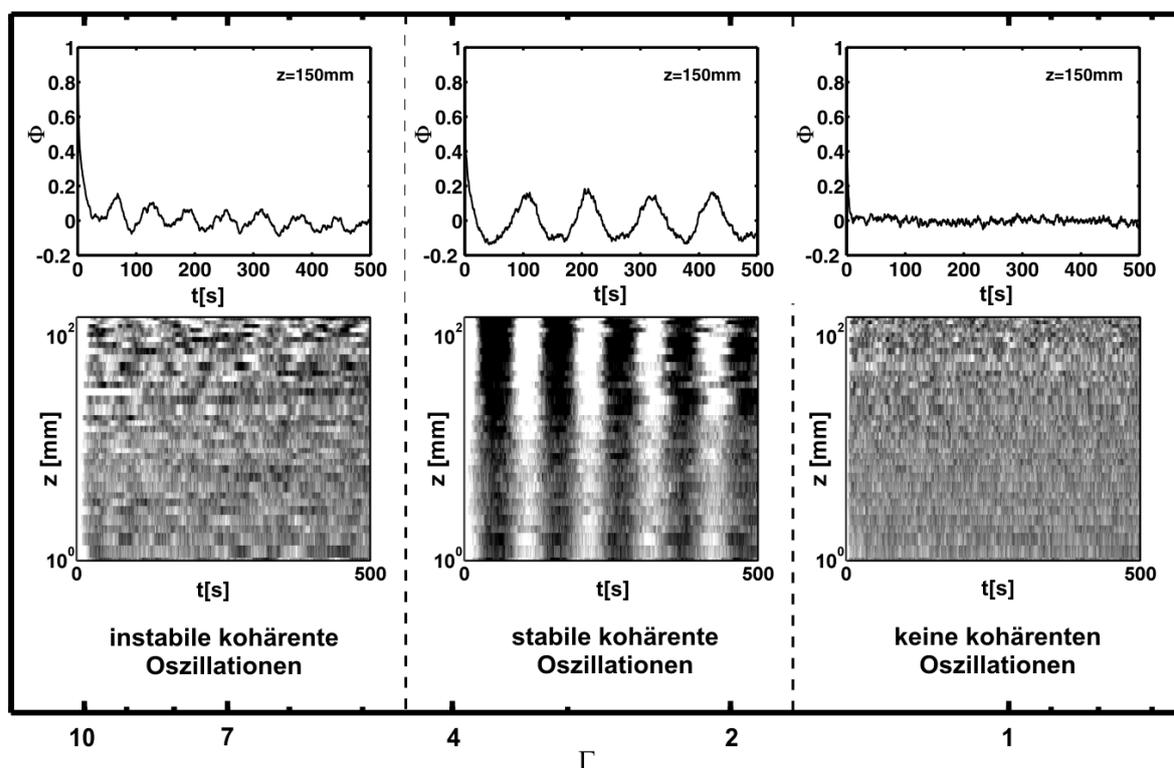


Abbildung 46: Autokorrelationsfunktion des Temperatursignals  $\Phi_g(\tau)$  bei  $z = 150 \text{ mm}$  für  $\Gamma = 1,13$ ,  $\Gamma = 1,89$  und  $\Gamma = 8,83$  (obere Reihe) sowie für den gesamten wandnahen Fluidbereich  $1 \text{ mm} < z < 150 \text{ mm}$  (untere Reihe, graustufenkodiert mit  $\Phi_g(\tau) < -0,2$ : schwarz,  $\Phi_g(\tau) > 0,2$ : weiß)

Für  $\Gamma = 1,13$  (rechts) ist das Temperatursignal zu keinem Zeitpunkt und an keiner Position außerhalb oder innerhalb der Grenzschicht zeitlich korreliert. Mit Überschreiten des Schwellwertes  $\Gamma_1 = 1,68$  schlägt dieser Zustand um. Besonders bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, dass die kohärenten Oszillationen, die über die gesamte Messdauer von 48 h äußerst stabil waren, bis nahezu direkt an die Plattenoberfläche ( $z = 1 \text{ mm}$ ) nachweisbar bleiben. Die Tatsache, dass thermische Strukturen aus der Außenströmung bis an die

Wandoberfläche wirken, ist eine der wesentlichen Unterschiede zu klassischen Grenzschichtströmungen und damit auch eine der Ursachen für die Unterschiede in den entsprechenden Profilen von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur. Die weitere Erhöhung des Aspektverhältnisses über den Schwellwert von  $\Gamma_2 = 3,66$  führt schließlich zu einem, aus thermischer Sicht, sehr instabilem Zustand, in dem sich Zeiten, in denen das Temperatursignal korreliert ist, mit unkorrelierten Perioden abwechseln, d. h., einzelne Streifen im linken Streifendiagramm zeigen deutliche Korrelationen, andere bleiben nahezu unkorreliert. Dabei ändert sich auch die Periodendauer sehr häufig.

Soweit sich dies aus unseren Einpunktmessungen unter dem Mittelpunkt der Kühlplatte ableiten lässt, ist mit dem Überschreiten des zweiten Grenzwertes der Zustand einer äußerst komplexen und instabilen Struktur der hochturbulenten Konvektionsströmung erreicht, der offensichtlich unter dem sinkendem Einfluss der Seitenwände viel von seiner Regelmäßigkeit verliert. Diese Einschätzung steht in guter Übereinstimmung mit Beobachtungen von Niemela und Sreenivasan [46], die für  $\Gamma = 4$  ( $Ra = 6,5 \times 10^{11}$ ) das Verschwinden des globalen Windes beobachtet haben, bedarf aber aus meiner Sicht noch weitergehenden Messungen insbesondere des globalen Geschwindigkeitsfeldes.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass bei hohen Rayleighzahlen für wachsende Aspektverhältnisse zwei Schwellwerte  $\Gamma_1 = 1,68 \pm 0,22$  und  $\Gamma_2 = 3,66 \pm 0,46$  existieren, bei denen sich die globale Strömungsstruktur grundlegend ändert. Die Auswirkungen dieser Übergänge lassen sich in den lokalen Geschwindigkeits- und Temperatursignalen unterhalb der Kühlplatte nachweisen und sind in größerer Ausführlichkeit im Artikel „Breakdown of wind in turbulent thermal convection“ [2] beschrieben.

### 4.3 Globale Kenngrößen Reynolds- und Nusseltzahl

Einer der wesentlichen Vorzüge des „Ilmenauer Fasses“ besteht darin, auch bei hohen Rayleighzahlen das Aspektverhältnis stufenlos variieren zu können. Dadurch lassen sich die globale Transportgeschwindigkeit des Fluids und der globale Wärmestrom zwischen Heiz- und Kühlplatte nicht nur in ihrer Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz, sondern auch von der Geometrie der einschließenden Wände studieren. Wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben, sind schon bei einer Variation des Aspektverhältnisses um den Faktor „10“

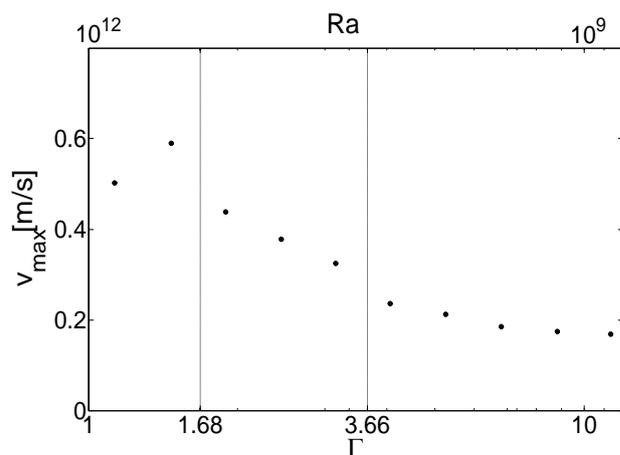


Abbildung 47: Maximum des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  und dessen Abhängigkeit von  $\Gamma$  bzw.  $Ra$

über  $\Gamma$  bzw.  $Ra$  aufgetragen. Dabei ist festzustellen, dass unterhalb von  $\Gamma_1$  die maximale Geschwindigkeit zunächst ansteigt, obwohl die Rayleighzahl (obere x-Achse) sinkt.

Eine Hypothese für das Ansteigen der Geschwindigkeit wird von Qiu und Tong in einem Artikel aus dem Jahre 2001 aufgestellt [54], nach der mit sinkendem Plattenabstand der verfügbare Querschnitt für die horizontalen Abschnitte der Konvektionswalze ebenfalls kleiner wird. Bei gleich bleibendem Volumenstrom an den senkrechten Wänden muss demzufolge die Geschwindigkeit unterhalb der Kühlplatte ansteigen, um denselben Massenstrom an Fluid zu transportieren. Allerdings wird dieser Effekt teilweise durch die aufgrund des kleineren Plattenabstandes geringeren Auftriebs-

mindestens drei verschiedene globale Strömungsmuster zu finden, die die globalen Transporteigenschaften der turbulenten Konvektionsströmung beeinflussen könnten.

Als erstes soll hier der Einfluss des Aspektverhältnisses auf das in den Profilen der Geschwindigkeit auftretende Maximum  $|\vec{v}_{\max}|$ , bzw. die globale Reynoldszahl  $Re$  untersucht werden. In Abbildung 47 ist  $|\vec{v}_{\max}|$

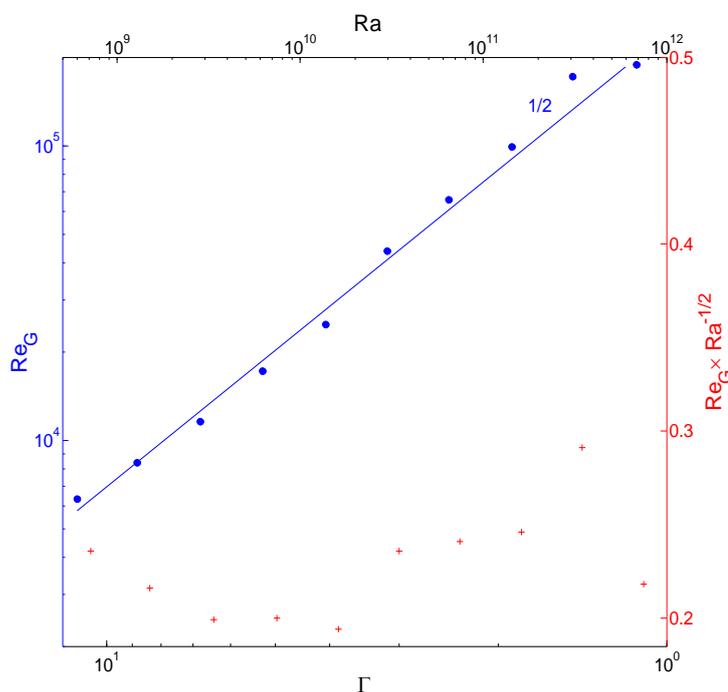


Abbildung 48: Globale Reynoldszahl  $Re_G$  und deren Abhängigkeit von  $\Gamma$  bzw.  $Ra$  in absoluter (blaue Kreise) und auf  $Ra^{0.5}$  normierter (rote Kreuze) Darstellung

kräfte kompensiert.

Diese Kompensation wird insbesondere bei der Analyse der globalen Reynoldszahl (Gleichung 1.7), die sich aus dem Maximum der Geschwindigkeit  $|\vec{v}_{\max}|$  der Viskosität und dem Plattenabstand  $H$  berechnet, deutlich. Sie ist in Abbildung 48 in absoluten Größen (blaue Kreise und linke y-Achse) und in der auf die theoretische Vorhersage  $Re \sim Ra^{0,5}$  normierten Form (rote Kreuze und rechte y-Achse) dargestellt. Obwohl die Punkteschar im Wesentlichen der theoretischen Vorhersage folgt, sind im Vergleich zu  $Re = f(Ra)$  bei  $\Gamma = 1,13$  (Abbildung 32) die Abweichungen der einzelnen Punkte von der Vorhersage deutlich größer, was offensichtlich auf den Einfluss der sich ändernden globalen Strömungsstruktur zurückzuführen ist.

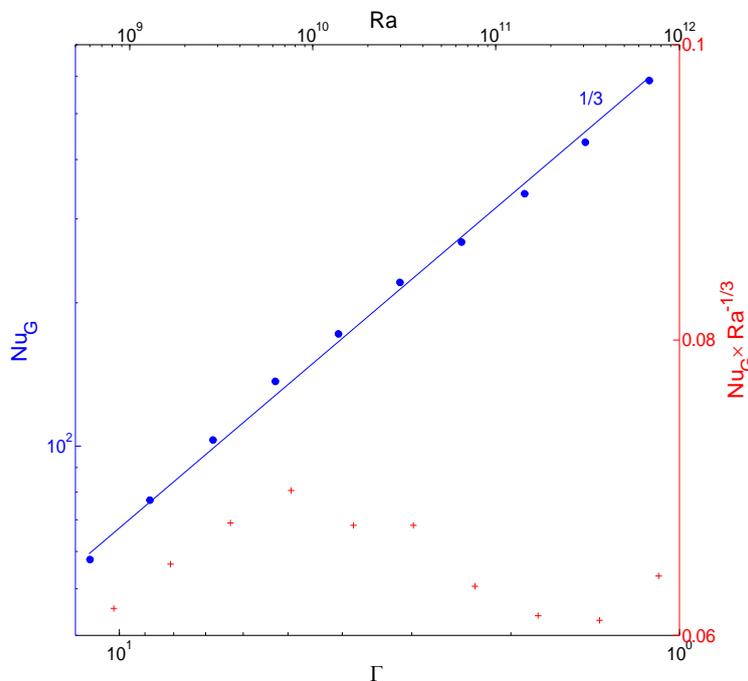


Abbildung 49: Globale Nusseltzahl  $Nu_G$  und deren Abhängigkeit von  $\Gamma$  bzw.  $Ra$  in absoluter (blaue Kreise) und auf  $Ra^{1/3}$  normierter (rote Kreuze) Darstellung.

Inwieweit letztere neben den beiden Plattengrenzschichten auch den globalen Wärmetransport beeinflusst, lässt sich aus dem Verhalten der globalen Nusseltzahl bei Variation des Aspektverhältnisses ableiten, welche in Abbildung 49 dargestellt ist. Dabei zeigt sich deutlich, dass trotz der verschiedenartigsten Strömungsmuster die Nusseltzahl streng mit  $Ra^{1/3}$  skaliert. Dieser Koeffizient stimmt mit der theoretischen Vorhersage des Wär-

metransportes bei zwei vollständig entkoppelten Platten überein, was aufgrund des bei kleinen Aspektverhältnissen existierenden globalen Windes ein etwas überraschendes Ergebnis darstellt. Gleichzeitig bedeutet dies aber auch, dass das Fluid im Inneren der RB-Zelle in diesem Parameterbereich so gut durchmischt wird, dass es dem globalen Wärmestrom zwischen Heiz- und Kühlplatte praktisch keinen Widerstand entgegensetzt, so dass dieser ausschließlich vom Wärmewiderstand der beiden Plattengrenzschichten bestimmt wird.

#### 4.4 Zusammenfassung

Im Rahmen der in diesem Kapitel diskutierten Messungen wurden bei insgesamt zehn verschiedenen Aspektverhältnissen zwischen  $\Gamma \approx 1$  ( $Ra \approx 10^{12}$ ) und  $\Gamma \approx 10$  ( $Ra \approx 10^9$ ) Profile der horizontalen Geschwindigkeit und der Temperatur unterhalb des Zentrums der Kühlplatte gemessen.

Aus Messungen beider Größen außerhalb der Kühlplattengrenzschicht wurde für Aspektverhältnisse kleiner als  $\Gamma_1 = 1,68 \pm 0,22$  die schon in anderen zylindrischen RB-Experimenten beobachtete große Konvektionswalze nachgewiesen. Ergänzend dazu konnte gezeigt werden, dass diese in ihrer Richtung nicht starr ist, sondern dass deren Rotationsachse symmetrisch und mit hoher Regelmäßigkeit um einen Mittelwert schwankt. Für Aspektverhältnisse oberhalb von  $\Gamma_1$  und bis zu einer zweiten Schranke  $\Gamma_2 = 3,66 \pm 0,46$  schlägt diese Struktur in eine Zweirollenstruktur um, wobei aus den hier durchgeführten lokalen Messungen nicht endgültig zu klären ist, in welcher Art und Weise diese beiden Rollen koexistieren. Mit weiter sinkendem Plattenabstand, d. h.  $\Gamma > \Gamma_2$ , verringert sich der Einfluss der vertikalen Begrenzungswände immer weiter und großskalige Strömungsstrukturen werden nach und nach durch immer kleinere Wirbel ersetzt.

Überraschenderweise haben die beobachteten Transitionen in der globalen Strömungsstruktur nur wenig Einfluss auf den charakteristischen Verlauf von mittlerer horizontaler Geschwindigkeit und Temperatur in der wandnahen Schicht unterhalb der Kühlplatte. Bei einer Normierung auf die jeweilige Verdrängungsdicke  $\delta_{vV}$  bzw.  $\delta_{vT}$  behalten beide Profile im untersuchten Parameterbereich im Wesentlichen ihre Selbstähnlichkeit bei. Entgegen den theoretischen Vorhersagen wachsen jedoch die beiden Skalierungsgrößen mit zunehmender Rayleighzahl an.

Anhand von Messungen des globalen Wärmestromes konnte nachgewiesen werden, dass dieser hauptsächlich durch die beiden Grenzschichten an Heiz- und Kühlplatte begrenzt wird. Ein Einfluss der Form der globalen Konvektionsströmung konnte nicht nachgewiesen werden, was zeigt, dass die turbulente Durchmischung im Inneren der RB-Zelle bei Rayleighzahlen  $Ra > 10^9$  in jedem Fall zu einer homogenen Temperaturverteilung im Bulkbereich führt.

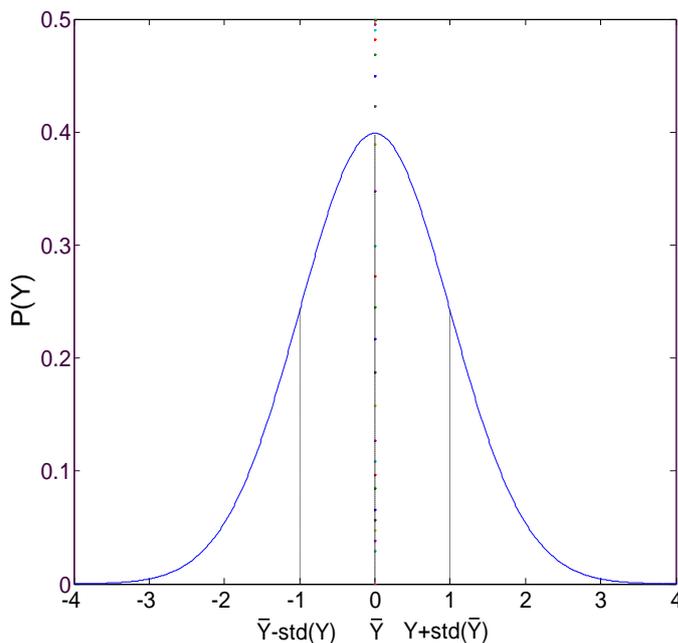
## 5 Fehlerbetrachtung

Aufgrund des überwiegend experimentellen Charakters dieser Arbeit, die eine Vielzahl von hoch spezialisierten Messaufgaben umfasste, soll in diesem Kapitel noch einmal gesondert auf mögliche Messfehler und deren Auswirkungen auf die hier vorgestellten Ergebnisse eingegangen werden. Dabei werden in den nachfolgenden Kapiteln insbesondere zwei spezifische Fehlerquellen diskutiert. Dies ist zum einen die begrenzte Messzeit der Geschwindigkeits- und der Temperatur-Zeit-Reihen und zum anderen die unmittelbare Nähe der Messposition an der Wand. Auf weitere Fehlerquellen und deren Abschätzung, wie z. B. Konstanz und Homogenität der experimentellen Randbedingungen, Ungenauigkeiten bei der Kalibrierung oder der Positionierung der Sensoren und deren Wechselwirkung mit der Konvektionsströmung wurde schon bei der Beschreibung des experimentellen Aufbaus (Kapitel 2.1 und 2.2) und bei der Diskussion der Ergebnisse (Kapitel 3 und 4) eingegangen.

### 5.1 Statistische Fehler

Die Gewinnung von statistisch gesicherten Kenngrößen aus zeitlich stark schwankenden Signalfolgen, wie sie die bei den Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen aufgenommenen Zeitreihen darstellen, erfordert die Aufnahme möglichst langer, im Idealfall unendlich langer, Zeitreihen der gesuchten Messgröße. Andernfalls sind die aus einer Stichprobe bzw. die aus einem begrenztem Zeitabschnitt ermittelten statistischen Kenngrößen dieser (allgemeinen) Messgröße  $Y(t) - Y(\tau)$  im Falle von zeitdiskreten Messgrößen - nur als Schätzwerte  $\hat{Y}$  zu verstehen, die mit einer Wahrscheinlichkeit  $w$  innerhalb eines Bereiches  $\pm \Delta$  um die wahre Kenngröße liegen. Um dies zu demonstrieren, ist in Abbildung 50 eine Häufigkeitsverteilung einer beliebigen Messgröße  $Y$  dargestellt. Wirken sehr viele unterschiedliche und voneinander unabhängige Einflussfaktoren auf den zu untersuchenden Prozess, sind deren Schwankungen stochastisch und die Verteilung über allen möglichen Werten von  $Y$  entspricht der so genannten Normalverteilung, welche durch folgende Funktion beschrieben werden kann:

$$P(Y) = \frac{1}{\text{std}(Y)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Y-\bar{Y}}{\text{std}(Y)}\right)^2}. \quad (5.1)$$



**Abbildung 50:** Häufigkeitsverteilung einer allgemeinen stochastischen Messgröße  $Y(\tau)$ , deren Einzelwerte normalverteilt sind. Die Größe  $\bar{Y}$  stellt den geschätzten Mittelwert und  $\text{std}(Y)$  die geschätzte Standardabweichung dar.

definiertes Anteil aller Messwerte liegen muss. Damit ist das Verhältnis der Fläche innerhalb dieser Grenzen

$$A_{\Delta Y} = \int_{\bar{Y}-\Delta Y}^{\bar{Y}+\Delta Y} P(Y) \quad (5.2)$$

zur Gesamtfläche unter der Verteilungsfunktion

$$A_Y = \int_{-\infty}^{+\infty} P(Y) \quad (5.3)$$

gleichzeitig ein Maß für die Wahrscheinlichkeit  $w$

$$w [\%] = 100 \frac{A_{\Delta Y}}{A_Y}, \quad (5.4)$$

mit der ein Messwert innerhalb dieser beiden Grenzen liegt. Im konkreten Fall normalverteilter Messwerte liegen z. B. 68,3 % aller Werte innerhalb von  $\bar{Y} \pm \text{std}(Y)$  bzw. 95,5 % aller Werte innerhalb von  $\bar{Y} \pm 2\text{std}(Y)$ . Für anders verteilte Größen weicht die Wahrscheinlichkeit von o. g. Werten ab, kann jedoch bei bekannter Verteilungsfunktion  $P(Y)$  mühelos aus den Gleichungen 5.2 bis 5.4 bestimmt werden.

Die beiden Konstanten  $\bar{Y}$  und  $\text{std}(Y)$  stellen in diesem Fall den Mittelwert bzw. die Standardabweichung dieser Verteilung dar. Eine wichtige Eigenschaft dieser speziellen, aber auf viele natürliche Prozesse zutreffenden Verteilungsfunktion, ist ihre Symmetrie, die dazu führt, dass der Mittelwert im Maximum der Verteilung liegt und damit auch den mit der höchsten Wahrscheinlichkeit auftretenden Wert innerhalb der Folge darstellt. Die Punkte  $\bar{Y} \pm \text{std}(Y)$  stellen dabei eine obere und eine untere Grenze dar, in denen ein

Analog dazu lassen sich auch die Schätzwerte mehrerer Stichproben betrachten. Berechnet man z. B. den Mittelwert  $\hat{Y}_1$  einer bestimmten Anzahl von Messwerten, so wird sich dieser vom Mittelwert  $\hat{Y}_2$  der in einem zweiten Zeitabschnitt aufgenommenen Messwerte unterscheiden. Im Allgemeinen liefern also verschiedenen Stichproben auch unterschiedliche Schätzwerte des Mittelwertes, wobei deren Verteilung bei normal verteilten Einzelwerten ebenfalls der Normalverteilung genügt. In Analogie zu obigen Betrachtungen (siehe auch Abbildung 50) ist das Maximum dieser Verteilung der wahre Mittelwert  $\bar{Y}$ , um den innerhalb eines bestimmten Intervalls  $\bar{Y} \pm \Delta$  ein bestimmter Anteil der Schätzwerte  $\hat{Y}$  liegt. Dieses Intervall bezeichnet man als Vertrauensbereich oder Konfidenzintervall. Der tatsächliche Mittelwert  $\bar{Y}$  liegt dann z. B. mit einer 95,5 %igen Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Intervalls  $\hat{Y} \pm 2 \text{std}(Y)/\sqrt{N}$  um den geschätzten Mittelwert der Stichprobe  $\hat{Y}$ , wobei  $N$  die Anzahl der statistisch unabhängigen Messwerte innerhalb des betrachteten Zeitabschnittes darstellt. Auch hier gilt, dass für nicht normal verteilte Messwerte zunächst die Verteilungsfunktion ermittelt werden muss, aus der dann mittels der Gleichungen 5.2 bis 5.4 die Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann, mit der die wahre statistische Größe in einem bestimmten Vertrauensbereich um die geschätzte Größe liegt.

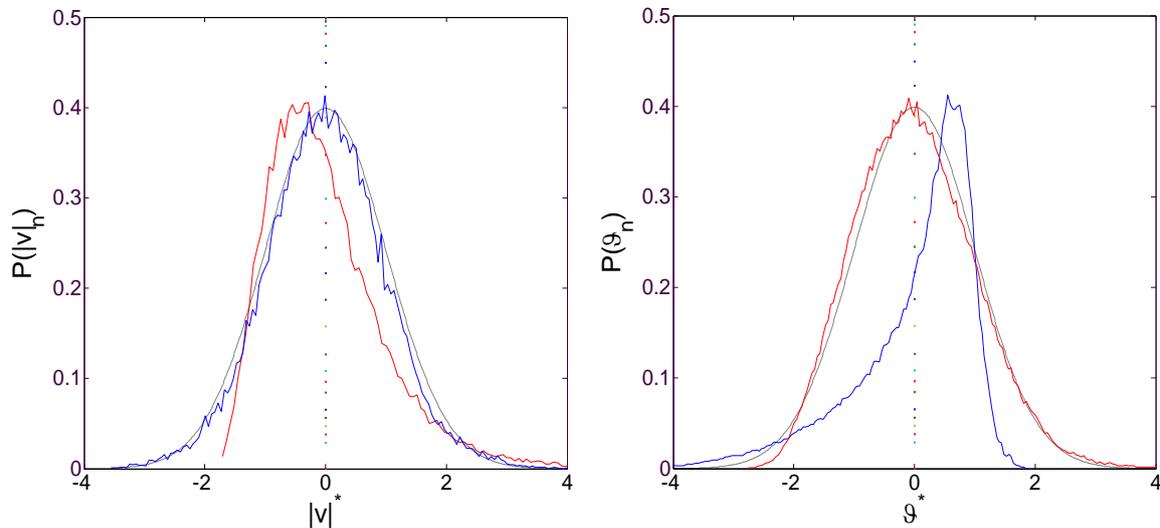
Angewandt auf die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen von Geschwindigkeit und Temperatur wären also zunächst die Verteilungsfunktionen der Messwerte innerhalb der Zeitreihen und deren Abhängigkeit von den Parametern  $Ra$ ,  $\Gamma$  und  $\Delta\vartheta$  für alle Messpositionen  $z$  zu bestimmen. Um diesen Aufwand auf ein vernünftiges Maß zu minimieren, soll im Folgenden nur eine Abschätzung der oberen Fehlergrenze ermittelt werden. Dazu sind zunächst in Abbildung 51 normierte Häufigkeitsverteilungen der Geschwindigkeit und der Temperatur innerhalb ( $z = 0,1\delta$ ) und außerhalb der Grenzschicht ( $z = 10\delta$ ) für  $Ra = 7,5 \times 10^{11}$  und  $\Gamma = 1,13$  sowie im Vergleich dazu die entsprechenden Normalverteilungen dargestellt. Die für den Vergleich notwendige Normierung erfolgt durch einfache Koordinatentransformation der Abszisse mit:

$$|\bar{v}|^* = \frac{|\bar{v}| - |\hat{v}|}{\text{std}(v)} \quad \text{bzw.} \quad \vartheta^* = \frac{\vartheta - \hat{\vartheta}}{\text{std}(\vartheta)} \quad (5.5)$$

und der Ordinate mit:

$$P^*(|\bar{v}|) = \frac{0,4 P(|\bar{v}|)}{P_{\max}(|\bar{v}|)} \quad \text{bzw.} \quad P^*(\vartheta) = \frac{0,4 P(\vartheta)}{P_{\max}(\vartheta)}, \quad (5.6)$$

wobei der Faktor „0,4“ das Maximum der Normalverteilungsfunktion (Gleichung 5.1, Abbildung 50) ist.



**Abbildung 51:** Normierte Häufigkeitsverteilungen des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit  $|\bar{v}|^*$  und der Temperatur  $\theta^*$  bei  $\Gamma = 1,13$   $Ra = 7,5 \times 10^{11}$  an den Positionen  $z = 0,1\delta \hat{=} 0,77$  mm (rote Kurve) und  $z = 10\delta \hat{=} 80,07$  mm (blaue Kurve) im Vergleich zu den entsprechenden Normalverteilungen (schwarze gepunktete Linie)

In den Geschwindigkeitszeitreihen sind die einzelnen Messwerte unabhängig vom Kühlplattenabstand annähernd normal verteilt. Lediglich für sehr kleine  $z$  ist eine geringe Unsymmetrie feststellbar. Dies gilt sinngemäß auch für alle anderen untersuchten Parametersätze von  $Ra$  und  $\Gamma$ , so dass für die Abschätzung der Fehlergrenzen in guter Näherung normal verteilte Werte zugrunde gelegt werden können. Anders sieht das im Falle der Temperaturzeitreihen aus. Hier findet man nur in unmittelbarer Nähe der Plattenoberfläche eine Verteilung vor, die der Normalverteilung entspricht. Je weiter man sich von der Kühlplatte entfernt, desto schmaler und unsymmetrischer wird die Häufigkeitsverteilung. Aufgrund der dann gegenüber der Normalverteilung deutlich geringeren Bandbreite liefert die Annahme normalverteilter Messwerte aber zumindest einen oberen Grenzwert für die durch die endliche Messzeit bedingten Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Mittelwertes.

Aus diesen Überlegungen heraus sollen nun die maximalen Vertrauensintervalle (Fehlergrenzen) der am Ilmenauer Fass durchgeführten Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen und der dabei bestimmten Mittelwerte  $|\bar{v}|$  und  $\bar{\theta}$  berechnet werden. Dazu benötigt man neben den geschätzten Kenngrößen auch die Anzahl der in den Zeitreihen enthaltenen, statistisch unabhängigen Werte  $N$ . Letztere wird bestimmt, indem man die Autokorrelationsfunktion (Gleichung 2.27) berechnet und die Gesamtdauer der Zeitreihe

durch die Korrelationszeit (erster Nulldurchgang der AKF) teilt. Für die in Abbildung 51 dargestellten Zeitreihen liegen die entsprechenden Werte bei:

$z = 0,77 \text{ mm}$ :

$$|\hat{v}| = 0,081 \text{ m/s}, \text{std}(v) = 0,0432 \text{ m/s} \text{ und } N = 120$$

$$\hat{g} = 27,531 \text{ }^\circ\text{C}, \text{std}(g) = 1,347 \text{ K} \text{ und } N = 857$$

$z = 80,77 \text{ mm}$ :

$$|\hat{v}| = 0,507 \text{ m/s}, \text{std}(v) = 0,173 \text{ m/s} \text{ und } N = 112$$

$$\hat{g} = 40,803 \text{ }^\circ\text{C}, \text{std}(g) = 1,153 \text{ K} \text{ und } N = 200.$$

Der tatsächliche Mittelwert liegt demzufolge mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,5 % in einem Intervall von :

$$|\bar{v}| = |\hat{v}| \pm \frac{2 \text{std}(v)}{\sqrt{N}} \quad \text{bzw.} \quad |\bar{g}| = \hat{g} \pm \frac{2 \text{std}(g)}{\sqrt{N}} \frac{g - \hat{g}}{\text{std}(g)}, \quad (5.7)$$

und nach Einsetzen der aus den Messreihen ermittelten Werte bei:

$z = 0,77 \text{ mm}$ :

$$|\bar{v}| = 0,081 \text{ m/s} \pm 0,00788 \text{ m/s}$$

$$\bar{g} = 27,531 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0,092 \text{ K}$$

$z = 80,77 \text{ mm}$ :

$$|\bar{v}| = 0,507 \text{ m/s} \pm 0,03 \text{ m/s}$$

$$\bar{g} = 40,803 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0,16 \text{ K}.$$

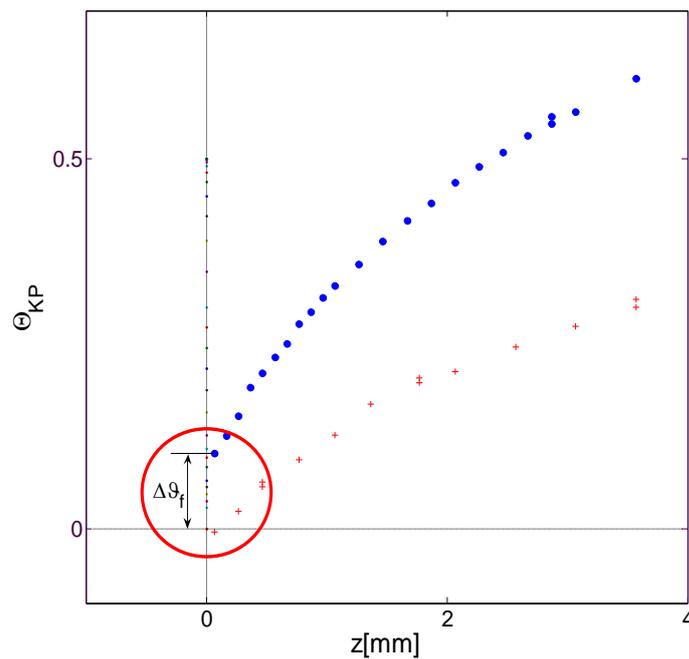
Allgemein ist also bei den Geschwindigkeitsmessungen mit Fehlern von bis zu  $\pm 10 \%$  bei der Schätzung des Mittelwertes zu rechnen, was insbesondere in den längeren Korrelationszeiten begründet ist. Für die Temperaturprofile ist der Fehler deutlich geringer und liegt bezogen auf die Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte in der Größenordnung von maximal  $\pm 2 \%$ . Dies deckt sich mit der qualitativen Beurteilung der Profile, die im Fall der mittleren Temperatur deutlich „glatter“, als bei der mittleren Geschwindigkeit ausfallen.

## 5.2 Fehler bei wandnahen Messungen

Eine besondere Herausforderung an die Sensorik stellt die richtige Messung der fluidmechanischen Feldgrößen in unmittelbarer Wandnähe dar. Da Impuls- und Wärmetransport

durch die konvektiven Grenzschichten und damit insbesondere durch die Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung in unmittelbarer Wandnähe bestimmt werden, kommt der fehlerfreien Messung dieser Größen insbesondere bei kleinen Abständen  $z$  eine große Bedeutung zu. Hier hat eine Vielzahl von Faktoren Einfluss auf das Messergebnis, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

Untersucht man die Profile der mittleren normierten Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}$  für kleine Wandabstände  $z < 3 \text{ mm}$ , so stellt man fest, dass für kleine Temperaturdifferenzen zwischen Heiz-



**Abbildung 52:** Profile der mittleren normierten Temperatur  $\bar{\Theta}_{KP}(z)$  für zwei verschiedene Temperaturdifferenzen  $\Delta\mathcal{G} = 4 \text{ K}$  (rote Kreuze) und  $\Delta\mathcal{G} = 45 \text{ K}$  (blaue Kreise) im unmittelbarem Wandbereich an der Kühlplatte

und Kühlplatte deren Extrapolation durch den Koordinatenursprung (Temperatur der Kühlplatte,  $\bar{\Theta}_{KP} = 0$ ) verläuft. Mit größer werdendem  $\Delta\mathcal{G}$  entsteht aber eine merkliche Abweichung  $\Delta\mathcal{G}_f$  zwischen dem virtuellem und dem tatsächlichem Nullpunkt des Profils (Abbildung 52), der bis zu  $\Delta\mathcal{G}_f = 4 \text{ K}$  betragen und verschiedene Ursachen haben kann.

Trägt man die Abweichung  $\Delta\mathcal{G}_f$  über der Differenz der Plattentemperaturen  $\Delta\mathcal{G}$  auf, ist ein annähernd linearer Zusammenhang zu erkennen (Abbildung 53).

Eine mögliche Fehlerquelle, die fehlerhafte Kalibrierung der verwendeten Mikrothermistoren kann damit zunächst einmal ausgeschlossen werden. Trotzdem wurden zur Kontrolle zusätzliche Messungen mit verschiedenen Thermistoren in unmittelbarer Wandnähe bei  $\Delta\mathcal{G} = 4 \text{ K}$  durchgeführt, wobei die Profile jedes Mal den Koordinatenursprung schneiden.

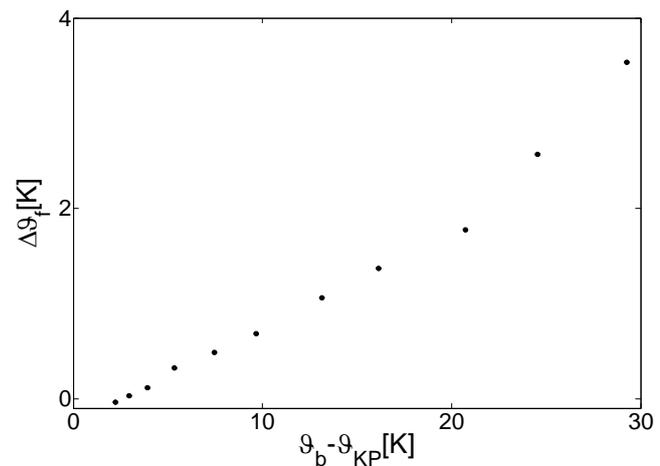
Eine weitere mögliche Fehlerquelle könnte in Ungenauigkeiten bei der Positionierung des Sensorelementes liegen. Um einen derartigen Fehler zu kompensieren, müsste man das in

Abbildung 52 dargestellte Temperaturprofil allerdings um einen Betrag von  $\Delta x \approx 0,5 \text{ mm}$  verschoben, damit dessen gedachte Verlängerung durch den Koordinatenursprung verläuft. Die benötigte Verschiebung wäre ein direktes Maß für den Positionierfehler. Dem steht entgegen, dass das verwendete Traversiersystem nach Herstellerangaben eine um mindestens eine Größenordnung bessere Genauigkeit

bietet und auch die optische Kontrolle des Abstandes zwischen Sensor und Plattenoberfläche wesentlich feinere Ortsauflösungen zulässt. Damit scheidet eine fehlerhafte Positionierung nach dem derzeitigen Kenntnisstand als Fehlerursache aus.

Eine weitere, häufig diskutierte Fehlerquelle bei Temperaturmessungen, ist der Einfluss von strahlenden Wänden auf das Sensorelement. In der hier diskutierten Anordnung betrifft dies den Strahlungsaustausch mit der Kühlplattenoberfläche, der Seitenwand und der Heizplatte am Boden der RB-Zelle. Den Einfluss der Kühlplatte kann man sofort ausschließen, da deren Oberfläche aus blankem Aluminium besteht ( $\varepsilon < 0,1$ ) und annähernd dieselbe Temperatur wie der Sensor aufweist. Auch die Heizplatte weist denselben niedrigen Emissionsgrad auf, wobei hinzukommt, dass ein großer Teil der von der Heizplatte in Richtung Sensorelement emittierten Strahlung vom Sensorhalter abgeschirmt wird (vgl. Abbildung 14). Ein Einfluss der Strahlung, der zwischen der geschwärzten Seitenwand, deren Temperatur mit der Bulktemperatur übereinstimmt, und dem Sensor ausgetauscht wird, kann allerdings nicht gänzlich ausgeschlossen werden. Dann müsste jedoch der Messfehler mit steigender Temperaturdifferenz deutlich nichtlinearer, als in Abbildung 53 zu sehen, ansteigen.

Aufgrund der Erkenntnisse von jüngsten Messungen an der Heizplatte, die mit einem modifiziertem Sensorelement durchgeführt wurden, liegt die wahrscheinlichste Fehlerursache für den beobachteten Effekt in der nicht exakt waagerechten Aufhängung des Mikrothermistors zwischen den Sockeldrähten des Sensorhalters (Abbildung 54). Die halbkreisförmig gebogene Form der Anschlussdrähte wurde des Mikrothermistors wurde

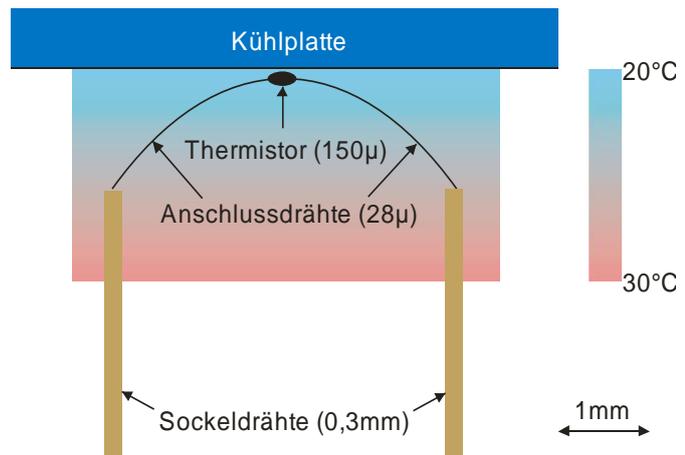


**Abbildung 53: Messfehler  $\Delta\theta_f$  und dessen Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz zwischen Kühlplatte und Bulk**

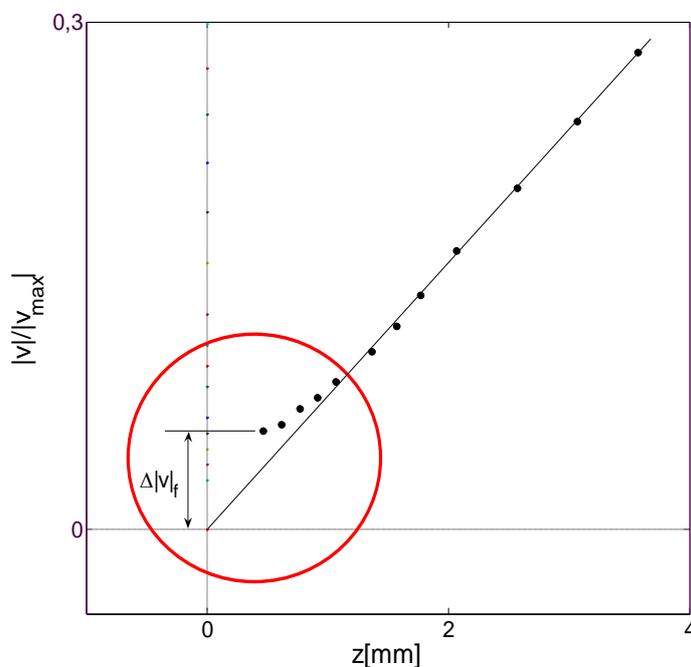
gewählt, um einen elektrischen Kurzschluss zwischen den Drähten und der geerdeten Kühlplatte bei kleinem Messabstand zu vermeiden.

Offensichtlich ist jedoch der Wärmeeintrag durch die Anschlussdrähte, die durch einen sehr steilen Temperaturgradienten (max. 5000 K/m) verlaufen, größer, als bei den geringen Strömungsgeschwindigkeiten an der Wand durch Konvektion vom Thermistor wieder abgeführt werden kann. Er nimmt dadurch

eine deutlich höhere Temperatur, als die ihn umgebende Luft an. Dieser Effekt kann nahezu vollständig vermieden werden, wenn man den Mikrothermistor exakt waagrecht auf den



**Abbildung 54:** Prinzipielle Befestigung des Mikrothermistors auf den Anschlussdrähten des Sensorhalters und dessen relative Lage zur Kühlplattenoberfläche während der Messung bei  $z = 0,07$  mm sowie der Temperaturgradient in der Grenzschicht (annähernd massstabsgerecht).



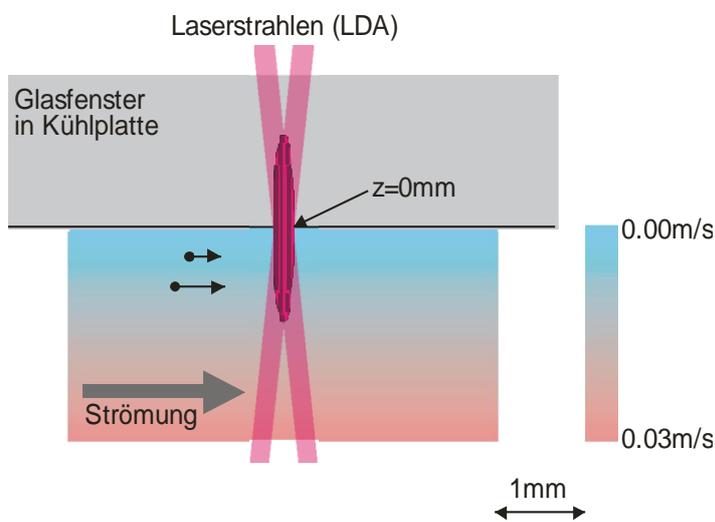
**Abbildung 55:** Profil der normierten mittleren horizontalen Geschwindigkeit für  $Ra = 1,23 \times 10^{11}$  in unmittelbarer Wandnähe auftretender Messfehler  $\Delta|v_f|$

Spitzen der Sockeldrähte befestigt und gleichzeitig deren Abstand vergrößert. Erste Messungen an der Heizplatte, die mit einem solchem Sensor bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta\vartheta = 40$  K durchgeführt wurden, weisen Messfehler von nur noch  $\Delta\Theta_f \approx 0,1$  K auf, so dass für künftige Messungen ausschließlich die verbesserte Sensorgeometrie zum Einsatz kommen wird.

Ein ähnlicher Effekt ist auch bei den wandnahen Geschwin-

digkeitsmessungen mittels LDA zu beobachten. Betrachtet man das in Abbildung 55 dargestellte Profil des Betrages der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $|\bar{v}|$ , so stellt man fest, dass in einem Bereich  $1\text{ mm} < z < 4\text{ mm}$  die Messpunkte wie erwartet auf einer Geraden durch den Koordinatenursprung liegen. Für  $z < 1\text{ mm}$  weichen die gemessenen Geschwindigkeiten jedoch (unabhängig von den eingestellten Parametern) nach oben ab und erzeugen einen Fehler  $\Delta|\bar{v}_f|$ , der mit zunehmender Geschwindigkeit der Außenströmung  $|\bar{v}_{\max}|$  ebenfalls ansteigt.

Die Ursache dieses Messfehlers lässt sich am besten anhand einer schematischen (annähernd maßstäblichen) Darstellung



**Abbildung 56: Schematische Darstellung der Geschwindigkeitsmessung mittels LDA im Punkt  $z = 0\text{ mm}$**

maßstäblichen) Darstellung erklären (Abbildung 56). Für die Position  $z = 0\text{ mm}$  befindet sich das Zentrum des Messvolumens, welches einem lang gestrecktem Ellipsoid mit einem Durchmesser von ca.  $0,1\text{ mm}$  und einer Länge von ca.  $2\text{ mm}$  ähnelt, direkt auf der Oberfläche des Glasfensters, welches zur Messung in die Kühlplatte eingesetzt wird. Die obere Hälfte des Messvolumens reicht

demzufolge ein Stück in das Glasfenster und die untere Hälfte ein Stück in die Strömung hinein. Partikel, die in einem Abstand  $z < 1\text{ mm}$  von der Kühlplatte durch das Messvolumen fliegen, werden also in dieser Messposition ebenfalls registriert und führen dazu, dass der Mittelwert des Betrages der horizontalen Geschwindigkeit an dieser Position stets  $|\bar{v}| > 0\text{ m/s}$  ist. Dies gilt sinngemäß so lange, wie ein Teil des Messvolumens innerhalb der Glasplatte liegt, also bis  $z \approx 1\text{ mm}$ . Für größere Abstände ist aufgrund der Symmetrie des Messvolumens eine Mittelung zwischen den zur Wand hin langsamer fliegenden Partikeln und den zur Mitte der Zelle schneller fliegenden Partikeln zu erwarten. Dies stimmt jedoch auch nicht vollständig, da die Partikelkonzentration zur Wand hin stetig abnimmt und damit häufiger wandferne, schnellere Partikel das Messvolumen durchfliegen als wandnahe, langsamere. Für mittlere Wandabstände  $1\text{ mm} < z < 10\text{ mm}$  wird demnach der berechnete

Mittelwert tendenziell etwas höher als der wahre Mittelwert liegen. Erst bei Wandabständen von  $z > 10 \text{ mm}$  kann auch dieser Effekt vernachlässigt werden.

Eine Lösung dieses Problems besteht darin, das Messvolumen parallel zur Kühlplattenoberfläche auszurichten. In einer solchen Anordnung beträgt die effektive Ausdehnung des Messvolumens nur noch etwa 0,1 mm und ist damit um mehr als eine Größenordnung geringer, als bei den hier beschriebenen Messungen. Dem steht allerdings ein deutlich höherer mechanischer Aufwand beim Anbau der LDA-Sonden gegenüber. Aufgrund dieser Einschränkungen müsste der Strahlverlauf über innerhalb der Strömung montierte Spiegel umgelenkt werden oder die LDA-Sonden müssten gänzlich in der Strömung positioniert werden. Beide Lösungen führen zu einer deutlichen Beeinflussung der Konvektionsströmung und bedürfen deswegen vor einer möglichen Realisierung weiterer Überlegungen.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der hier vorgelegten Arbeit wurde ein weltweit einmaliges Modellexperiment zur Untersuchung turbulenter Konvektionsströmungen, das so genannte „Ilmenauer Fass“, konzipiert, aufgebaut und in Betrieb genommen. Nach dessen Fertigstellung konnten in dieser experimentellen Vorrichtung erstmalig die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder innerhalb der Kühlplattengrenzschicht mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung ausgemessen werden. Die Messungen umfassten einen Parameterbereich zwischen  $Ra = 8 \times 10^8$  und  $Ra = 10^{12}$  sowie Aspektverhältnisse von  $\Gamma = 1,13$  bis  $\Gamma = 11,3$ . Zur Verifizierung des Experimentes wurden weiterhin die globale Strömungsgeschwindigkeit ( $Re$ ) und der globale Wärmetransport ( $Nu$ ) innerhalb der Testzelle bestimmt und mit theoretischen Vorhersagen und den in anderen Experimenten gewonnenen Ergebnissen verglichen.

In einer ersten Messreihe wurde bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  die Rayleighzahl durch die Veränderung der Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte variiert und lokale Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen in der zentralen Achse des Experimentes unterhalb der Kühlplatte vorgenommen. In dieser Konfiguration bleibt die globale Strömungsstruktur in Form einer großen Konvektionswalze erhalten und es bildet sich unterhalb der Kühlplatte bzw. oberhalb der Heizplatte eine nichtisotherme Plattengrenzschicht aus. Im Rahmen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass sich die Profile von mittlerer Geschwindigkeit und mittlerer Temperatur innerhalb dieser Schicht nicht mit den traditionellen Modellen der laminaren oder der turbulenten Plattengrenzschicht beschreiben lassen, sondern dass dies andere mathematische Ansätze erfordert. Diese müssen gegenüber den klassischen Grenzschichtmodellen insbesondere die wandnormalen Strömungskomponenten, die durch die permanente Ablösung von thermischen Plumes aus der Grenzschicht und deren Interaktion mit der Außenströmung verursacht werden, berücksichtigen.

In einer zweiten Versuchsreihe, in der die Temperaturdifferenz zwischen Heiz- und Kühlplatte konstant bei  $\Delta\vartheta = 40 \text{ K}$  gehalten und die Rayleighzahl durch die Veränderung des Aspektverhältnisses variiert wurde, konnten neue Erkenntnisse zur geometrischen Abhängigkeit der globalen Strömungsstruktur gewonnen werden. Während für das kleinste Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  das physikalische Abbild einer großen Konvektionswalze, deren Rotationsachse periodisch um einen Mittelwert schwankt, bestätigt wurde, konnte experimentell erstmalig im untersuchten Parameterbereich ( $10^9 < Ra < 10^{12}$ ) ein Grenzwert von

$\Gamma_1 = 1,68 \pm 0,22$  für den Zerfall dieser Struktur zu einer Doppelwalze bestimmt werden. Oberhalb einer zweiten Grenze  $\Gamma_2 = 3,66 \pm 0,46$  zerfällt auch diese und wird mit wachsendem  $\Gamma$  durch immer kleinere Wirbel ersetzt. Es konnte gezeigt werden, dass die Veränderungen in der globalen Strömungsstruktur weder auf die charakteristischen Geschwindigkeits- und Temperaturverläufe innerhalb der Grenzschicht, noch auf die globalen Transportgrößen einen wesentlichen Einfluss haben. Es ist als erwiesen anzusehen, dass in diesem Parameterbereich aufgrund des hohen turbulenten Durchmischungsgrades der Wärmewiderstand des Bulks gegenüber dem der beiden Plattengrenzschichten vernachlässigt werden kann und der Wärmetransport zwischen Heiz- und Kühlplatte nahezu ausschließlich von der Geschwindigkeits- und der Temperaturverteilung innerhalb der beiden Grenzschichten bestimmt wird.

Es liegt in der Natur wissenschaftlicher Untersuchungen, dass trotz der gewonnenen Erkenntnisse eine Reihe von Problemen ungelöst bleiben mussten oder sich neu stellten. Dies betrifft insbesondere Fragestellungen bezüglich:

- der theoretischen Untermauerung der gemessenen Geschwindigkeits- und Temperaturverläufe innerhalb der Plattengrenzschichten,
- der horizontalen Symmetrie der experimentellen Anordnung, d. h., sind die Grenzschichten an der Heizplatte bei gleichen Parametern identisch zu denen an der Kühlplatte,
- der Verteilung der lokalen Wärmestromdichte an Heiz- und Kühlplatte, die in der zentralen Achse des Experimentes etwa doppelt so hoch wie die gemittelte Wärmestromdichte ist,
- der direkten Messung des globalen Geschwindigkeitsfeldes unter dem Einfluss eines sich ändernden Aspektverhältnisses, die in Zukunft mittels eines neuartigen 3-d-PTV-Verfahrens möglich sein wird oder schließlich
- der Transition in der  $Nu - Ra$  Skalierung bei  $\Gamma \approx 1$  und  $Ra \approx 5 \times 10^{11}$ .

Die hier genannten Problemstellungen sind teilweise schon jetzt oder sollen zu einem späterem Zeitpunkt Schwerpunkte der Arbeiten am „Ilmenauer Fass“ sein.

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Du Puits, R., Resagk, C., Tilgner, A., Busse, F. H. and Thess, A. Structure of thermal boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* **572**, 231-254 (2007).
- [2] Du Puits, R., Resagk, C., Thess, A. Breakdown of wind in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E* **75**, 016302 (2007).
- [3] Resagk, C., du Puits, R., Thess, A., Dolzhansky, F. V., Grossmann, S., Araujo, F. F., Lohse, D. 2006 Oscillations of the large-scale wind in turbulent thermal convection. *Phys. Fluids* **18**, 095105.
- [4] Resagk, C., du Puits, R. and Thess, A. 2005 Large-scale Particle Image Velocimetry in Convective Airflow. *Proc. of 6<sup>th</sup> Intl.Symp. on Flow Visualization*, Pasadena.
- [5] Brown, E. and Ahlers, G. 2006 Rotations and cessations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* (under consideration for publication).
- [6] Belmonte, A., Tilgner, A., Libchaber, A. 1994 Temperature and velocity boundary layers in turbulent convection. *Phys. Rev. E* **50**, 269-279.
- [7] Best, A. C. 1935 *Geophys. Mem. Lond.* **65**.
- [8] Brown, W. S. 1973 Heat-flux transitions at low Rayleigh number. *J. Fluid Mech.* **60**, 539-559.
- [9] Burr, U., Kinzelbach, W. and Tsinober, A. 2003 Is the turbulent wind in convective flows driven by fluctuations. *Phys. Fluids* **15**, 2313-2320.
- [10] Buschmann, M. H. and Gad-el-Hak, M. 2003 Debate Concerning the Mean-Velocity Profile of a Turbulent Boundary Layer. *ALAA* **41**, 1-7.
- [11] Buschmann, M. H and Gad-el-Hak, M. 2003 Generalized Logarithmic Law and Its Consequences. *ALAA* **41**, 40-48.
- [12] Busse, F. H. 1967 On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below. *J. Math. Phys.* **46**, 140-179.

- [13] Castaing, B., Gunaratne, G., Heslot, F., Kadanoff, L., Libchaber, A., Thomae, S., Wu, X.-Z., Zaleski, S. and Zanetti, G. 1989 Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* **204**, 1-30.
- [14] Chandrasekhar, S. 1961 Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Clarendon.
- [15] Chavanne, X., Chillá, F., Castaing, B., Hébral, B., Chabaud, B. and Chaussy, J. 1997 Observation of the ultimate regime in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3648-3651.
- [16] Chavanne, X., Chillá, F., Chabaud, B., Castaing, B. and Hébral, B. 2001 Turbulent Rayleigh-Bénard convection in gaseous and liquid He. *Phys. Fluids* **13**, 1300-1320.
- [17] Chillá, F., Ciliberto, S., Innocenti, C. and Pampaloni, E. 1993 Boundary layer and scaling properties in turbulent thermal convection. *Nuovo Cimento* **15**, 1229-1249.
- [18] Chillá, F., Rastello, M., Chaumat, S., Castaing, B. 2004 Ultimate regime in Rayleigh-Bénard convection: The role of plates. *Phys. Fluids* **16**, 2452-2456.
- [19] Chu, T. Y., Goldstein, R. J. 1973 Turbulent convection in a horizontal layer of water. *J. Fluid Mech.* **60**, 141-159.
- [20] Deardorff, J. W. & Willis, G. E. 1967 Investigation of turbulent thermal convection between horizontal plates. *J. Fluid Mech.* **28**, 675-704.
- [21] Du, Y.-B., Tong, P. 2000 Turbulent thermal convection in a cell with ordered rough boundaries
- [22] Dubrulle, B. 2001 Logarithmic corrections to scaling in turbulent thermal convection. *Eur. Phys. J. B* **21**, 295-304.
- [23] Fernandes, R. L. J. and Adrian, R. J. 2002 Scaling of velocity and temperature fluctuations in turbulent thermal convection. *Expl Thermal Fluid Sci.* **26**, 355-360.
- [24] Fitzjarrald, D. E. 1977 An experimental study of turbulent convection in air. *J. Fluid Mech.* **73**, 693-719.
- [25] Funfschilling, D., Ahlers, G. 2004 Plume motion and large-scale circulation in a cylindrical Rayleigh-Bénard cell. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 194502.

- [26] Gersten, K., Herwig, H. 1992. Strömungsmechanik. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/ Wiesbaden.
- [27] Grossmann, S. and Lohse, D. 2000 Scaling in thermal convection: a unifying theory. *J. Fluid Mech.* **407**, 27-56.
- [28] Grossmann, S. and Lohse, D. 2002 Prandtl and Rayleigh number dependence of the Reynolds number in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E* **66**, 016305
- [29] Grossmann, S. and Lohse, D. 2003 On geometry effects in Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* **486**, 105-114.
- [30] Haramina, T. and Tilgner, A. 2004 Coherent structures in boundary layers of Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E* **49**, 056306.
- [31] Heslot, F., Castaing, B. and Libchaber, A. 1987 Transition to turbulence in helium gas. *Phys. Rev. A* **36**, 5870.
- [32] Incropera, F. P., DeWitt, D. P. 1996 Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wileys & Sons Inc. New York.
- [33] Kadanoff, L. D. 2001 Turbulent heat flow: Structure and scalings. *Phys. Today* **54**, 34.
- [34] Kraichnan, R. H. 1962 Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number. *Phys. Fluids* **5**, 1374-1389.
- [35] Krishnamurti, R. 1970 On the transition to turbulent convection. Part 1. The transition from two- to three-dimensional flow. *J. Fluid Mech.* **42**, 295-307.
- [36] Krishnamurti, R. and Howard, L. N. 1981 Large scale flow generation in turbulent convection. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **78**.
- [37] Lohse, D. and Toschi, F. 2003 Ultimate State of Thermal Convection. *Phys. Rev. E* **90**, 034502.
- [38] Lui, S.-L and Xia, K.-Q. 1998 Spatial structure of the thermal boundary layer in turbulent convection. *Phys. Rev. E* **57**, 5494-5503.
- [39] Malkus, W. V. R. 1954 Discrete transitions in turbulent convection. *Proc. R. Soc. A* **225**, 185-195.

- [40] Manga, M., Weeraratne, D. and Morris, S. J. S. 2001 Boundary layer thickness and instabilities in Bénard convection of a liquid with a temperature-dependent viscosity. *Phys. Fluids* **13**, 802-805.
- [41] Moran, M. J., Shapiro, H. N. 1998 Fundamentals of Engineering Thermodynamics. John Wiley & Sons Ltd. Chichester.
- [42] Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H. 1998 Fundamentals of Fluid Mechanics. John Wileys & Sons Inc. New York.
- [43] Niemela, J. J., Skrbek, L., Sreenivasan, K. R. and Donnelly, R. J. 2000 Turbulent convection at very high Rayleigh numbers. *Nature* **404**, 837-840.
- [44] Niemela, J. J., Skrbek, L., Sreenivasan, K. R. and Donnelly, R. J. 2001 The wind in confined thermal convection. *J. Fluid Mech.* **449**, 169.
- [45] Niemela, J. J. and Sreenivasan, K. R. 2003 Confined turbulent convection. *J. Fluid Mech.* **481**, 355-384.
- [46] Niemela, J. J. and Sreenivasan, K. R. Turbulent convection at high Rayleigh numbers and aspect ratio 4. *J. Fluid Mech.* **557**, 411-422.
- [47] Nikolaenko, A. and Ahlers, G. 2003 Nusselt Number Measurements for Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 084501.
- [48] Nikolaenko, A., Brown, E., Funfschilling, D. and Ahlers, G. 2005 Heat transport by turbulent Rayleigh-Bénard convection in cylindrical cells with aspect ratio one and less. *J. Fluid Mech.* **523**, 251-260.
- [49] Österlund, J. M., Johansson, A. V., Nagib, H. M. and Hites, M. H. 1999 Mean flow characteristics of high Reynolds number turbulent boundary layers from two facilities
- [50] Pope, S. B. 2000 Turbulent Flows. Cambridge University Press Cambridge.
- [51] Prandtl, L. 1932 Meteorologische Anwendungen der Strömungslehre. *Beitr. z. Phys. Atmos.* **19**, 188-202.
- [52] Priestley, C. H. 1954 Convection from a large horizontal surface. *Austral. J. Phys.* **7**, 176-201.

- [53] Qiu, X.-L. and Xia, K.-Q.: 1998 Viscous boundary layers at the sidewall of a convection cell. *Phys. Rev. E* **58**, 486-491.
- [54] Qiu, X.-L. and Tong, P. 2001 Onset of Coherent oscillations in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 094501.
- [55] Qiu, X.-L. and Tong, P. 2001 Large scale velocity structures in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E* **64**, 036304.
- [56] Qiu, X.-L., Shang, X.-D., Tong, P. and Xia, K.-Q. 2004 Velocity oscillations in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Fluids* **16**, 412.
- [57] Ramdas, L. A. 1953 *Proc. Ind. Acad. Sci.* **37**, 304-316.
- [58] Rider, L. A. and Robinson, G. D. 1951 *Q. J. R. Met. Soc.* **77**, 375-401.
- [59] Roche, P., Castaing, B., Chabaud, B. and Hébral, B. 2002 Observation of the  $\frac{1}{2}$  power law in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E* **63**, 045303.
- [60] Roche, P., Castaing, B., Chabaud, B. and Hébral, B. 2004 Heat Transfer in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection below the Ultimate Regime. *J. low Temp. Phys.* **134**, 1011-1042.
- [61] Ruck, B. 1987. Laser-Doppler-Anemometrie. AT-Fachverlag GmbH, Stuttgart.
- [62] Rüdiger, S. and Feudel, F. 2000 Pattern formation in Rayleigh-Bénard convection in a cylindrical container. *Phys. Rev. E* **62**, 4927-4931.
- [63] Ryll, T. 2005 Aufbau und Inbetriebnahme eines Temperaturmesssystems mittels einer NI-Messwerterfassungskarte und Anpassung der Software (LabVIEW) an Temperaturprofilmessungen. *Diplomarbeit*, TU Ilmenau.
- [64] Schlichting, H., Gersten, K. 1997. Grenzschichttheorie. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [65] Shang, X.-D., Qiu, X.-L., Tong, P. and Xia, K.-Q. 2004 Measurements of local heat flux in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E* **70**, 026308.
- [66] Shraiman, B. I. and Siggia, E. D. 1990 Heat transport in high-Rayleigh-number convection. *Phys. Rev. A* **42**, 3650-3653.
- [67] Siggia, E. D. 1994. High Rayleigh number convection. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26**, 137.

- [68] Sreenivasan, K. R., Bershadskii, A. and Niemela J. J. 2002 Mean wind and its reversals in thermal convection. *Phys. Rev. E* **65**, 056306.
- [69] Sun, C., Ren, L.-Y., Song, H. and Xia, K.-Q. 2006 Heat transport by turbulent Rayleigh-Bénard convection in cylindrical cells of aspect ratio from 0.67 to 20. *J. Fluid Mech.* (under consideration for publication).
- [70] Theerthan, A. and Arakeri, J. H. 1998 A model for near wall dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* **373**, 221-254.
- [71] Tilgner, A., Belmonte, A. and Libchaber, A. 1993 Temperature and velocity profiles in turbulent convection in water. *Phys. Rev. E* **47**, R2253-R2256.
- [72] Tomkins, C. D. and Adrian, R. J. 2003 Spanwise structure and scale growth in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **490**, 37-74.
- [73] VDI-Wärmeatlas. Springer, Berlin, 10. Auflage 2006.
- [74] Villiermaux, E. 1995 Memory-induced low frequency oscillations in closed convection boxes. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4618.
- [75] Xi, H.-D., Lam, S., Xia, K.-Q. 2004 From laminar plumes to organized flows: the onset of large-scale circulation in turbulent thermal convection. *J. Fluid Mech.* **503**, 47-56.
- [76] Xia, K.-Q., Sun, C. and Zhou, S.-Q. 2003 Particle Image Velocimetry measurement of the velocity field in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E* **68**, 066303.
- [77] Xin, Y.-B., Xia, K.-Q. and Tong, P. 1996 Measured velocity boundary layers in turbulent convection. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1266-1269.
- [78] Xin, Y.-B. and Xia, K.-Q. 1997 Boundary layer length scales in convective turbulence. *Phys. Rev. E* **56**, 3010-3015.
- [79] Zhou, S.-Q. and Xia, K.-Q. 2001 Scaling Properties of the Temperature Field in Convective Turbulence. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 064501.
- [80] Zocchi, G., Moses, E. and Libchaber, A. 1990 Coherent structures in turbulent convection: an experimental study. *Phys. Rev. A* **166**, 387.

## ANHANG A: ERGEBNISSE DER ARBEIT IN NUMERISCHER FORM

<i>Ra-Zahl</i>	<i>Temperatur- differenz</i>	<i>Globale Re-Zahl</i>	<i>Maximale Geschwindigkeit</i>	<i>Verdrängungs- dicke</i>	<i>Impulsver- lustdicke</i>	<i>Shape- faktor</i>	<i>Maximum der Fluktuationen</i>	<i>Position</i>	<i>Koeffizienten der Fitfunktion 3.13</i>		
<i>Ra</i>	$\Delta\vartheta$ [K]	$Re_G$	$ \vec{v}_{\max} $ [m/s]	$\delta_{VV}$ [mm]	$\delta_{MV}$ [mm]	$S$	$\sigma_{V,\max}$	$z(\sigma_{V,\max})$ [mm]	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1,23e11	4,00	74597	0,185	14,09	8,41	1,68	0,242	18,41	5,37644	80,1468	1,39174
1,68e11	5,70	86229	0,215	10,55	6,21	1,70	0,244	15,56	4,58013	57,6056	1,50080
1,96e11	7,00	89714	0,224	11,53	7,04	1,64	0,258	21,35	4,39097	47,4306	1,39548
2,62e11	9,80	105278	0,265	10,00	6,05	1,65	0,253	16,58	3,68575	36,8991	1,45096
3,39e11	13,60	119809	0,305	9,45	5,76	1,64	0,264	17,26	3,22512	28,8980	1,44438
4,14e11	17,60	131073	0,338	7,96	4,68	1,70	0,269	16,64	2,93409	26,5107	1,55573
5,38e11	25,51	154922	0,408	7,73	4,80	1,61	0,260	18,65	2,42355	15,3799	1,43750
6,4e11	31,71	164734	0,442	7,61	5,46	1,39	0,257	18,2	2,22204	5,9114	1,11880
7,48e11	40,00	184235	0,505	8,27	5,41	1,53	0,256	18,75	1,95095	9,8172	1,30970
8,64e11	49,00	197039	0,555	8,68	6,48	1,34	0,255	9,99	1,76925	3,9471	0,99131
9,77e11	60,47	217755	0,630	8,97	5,82	1,54	0,241	37,85	1,61955	9,3159	1,31338

Anlage 1: Ergebnisse der Geschwindigkeitsmessungen bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  und variabler Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$

## ANHANG A: ERGEBNISSE DER ARBEIT IN NUMERISCHER FORM

<i>Ra-Zahl</i>	<i>Temperatur- differenz</i>	<i>Globale Nu-Zahl</i>	<i>Lokale Nu-Zahl</i>	<i>Exponenten des T-Profiles</i>	<i>Verdrängungs- dicke</i>	<i>Grenzschicht- dicke aus Anstieg</i>	<i>Exponenten des Abfalls der Fluktuationen</i>	<i>Maximum der Fluk- tuationen</i>	<i>Koeffizienten der Fitfunktion 3.13</i>		
<i>Ra</i>	$\Delta\vartheta[\text{K}]$	$Nu_G$	$Nu_L$	$\zeta$	$\delta_{VT} [\text{mm}]$	$\delta_{TT} [\text{mm}]$	$\xi$	$\sigma_{T,\text{max}}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1,08e11	4,00	293	526	0,758	12,02	5,99	-0,441	18,41	1,14216	8,07854	1,09608
1,42e11	5,69	346	615	0,626	12,14	5,12	-0,464	15,56	1,08916	5,64181	1,01498
1,86e11	7,49	355	657	0,583	11,76	4,79	-0,470	21,35	1,06083	4,56949	0,98175
2,54e11	11,24	380	638	0,542	11,18	4,94	-0,441	16,58	1,04997	3,72976	0,95291
3,34e11	14,38	419	694	0,544	10,23	4,54	-0,455	17,26	1,02826	3,23442	0,95626
4,19e11	18,86	448	778	0,535	9,8	4,05	-0,439	16,64	1,01509	2,82562	0,94122
5,42e11	25,67	484	820	0,523	9,37	3,84	-0,433	18,65	1,01143	2,53168	0,93092
6,37e11	32,15	513	868	0,517	9,13	3,63	-0,418	18,2	1,00525	2,34960	0,92267
7,76e11	44,93	585	957	0,526	7,93	3,29	-0,425	18,75	0,98693	2,12895	0,95483
8,59e11	49,93	601	932	0,496	8,48	3,38	-0,420	9,99	0,99022	1,97539	0,90844
9,78e11	61,80	658	1019	0,481	8,45	3,09	-0,426	37,85	0,97367	1,70987	0,87611

Anlage 2: Ergebnisse der Temperaturmessungen bei konstantem Aspektverhältnis  $\Gamma = 1,13$  und variabler Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$

## ANHANG A: ERGEBNISSE DER ARBEIT IN NUMERISCHER FORM

<i>Ra-Zahl</i>	<i>Aspekt- verhältnis</i>	<i>Globale Re-Zahl</i>	<i>Maximale Geschwindigkeit</i>	<i>Verdrängungs- dicke</i>	<i>Maximum der Geschwindigkeits- Fluktuationen</i>	<i>Position</i>	<i>Fluktuationen des Winkels</i>	<i>Koeffizienten der Fitfunktion 3.13</i>		
$Ra$	$\Gamma$	$Re_G$	$ \vec{v}_{\max} $ [m/s]	$\delta_{VV}$ [mm]	$\sigma_{V,\max}$	$z(\sigma_{V,\max})$ [mm]	$\sigma_\phi$	$a$	$b$	$c$
7,16e8	11,30	6313	0,168	2,44	0,071	17,85	0,283	5,22765	5,4740	0,68060
1,51e9	8,83	8397	0,174	2,59	0,071	22,14	0,194	4,70354	4,8435	0,48713
3,37e9	6,81	11561	0,185	3,5	0,079	26,56	0,231	5,22067	11,9369	1,24447
7,43e9	5,26	17226	0,213	4,39	0,098	25,17	0,256	4,34358	10,0482	0,96888
1,62e10	4,06	24726	0,236	4,4	0,115	30,42	0,265	4,01454	13,4969	1,21847
3,46e10	3,15	43954	0,325	5,25	0,119	35,41	0,121	2,99189	11,7713	1,29252
7,42e10	2,45	65778	0,378	5,26	0,132	44,58	0,113	2,58930	11,1035	1,35871
1,62e11	1,89	98947	0,438	5,19	0,142	37,72	0,078	2,23586	8,3853	1,31166
3,47e11	1,47	171626	0,590	5,64	0,116	17,71	0,056	1,64158	6,0516	1,19789
7,48e11	1,13	188461	0,502	6,53	0,132	30,95	0,086	1,93628	8,9791	1,24199

Anlage 3: Ergebnisse der Geschwindigkeitsmessungen bei konstanter Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta \approx 40\text{K}$  und variablem Aspektverhältnis  $\Gamma$

## ANHANG A: ERGEBNISSE DER ARBEIT IN NUMERISCHER FORM

<i>Ra-Zahl</i>	<i>Aspekt- verhältnis</i>	<i>Globale Nu-Zahl</i>	<i>Lokale Nu-Zahl</i>	<i>Exponenten des T-Profiles</i>	<i>Verdrängungs- dicke</i>	<i>Maximum der Fluktuationen bei</i>	<i>Grenzschicht- dicke aus Anstieg</i>	<i>Exponenten des Abfalls der Fluktuationen</i>	<i>Koeffizienten der Fitfunktion 3.13</i>		
<i>Ra</i>	<i><math>\Gamma</math></i>	<i><math>Nu_G</math></i>	<i><math>Nu_L</math></i>	<i><math>\zeta</math></i>	<i><math>\delta_{VT}</math> [mm]</i>	<i><math>\delta_{\sigma T}</math> [mm]</i>	<i><math>\delta_{TT'}</math> [mm]</i>	<i><math>\xi</math></i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
8,14e8	11,30	58	111	0,551	6,44	4,67	2,85	-0,370	0,88996	1,52587	1,07943
1,67e9	8,83	77	138	0,550	7,16	4,85	2,92	-0,367	0,91656	1,68631	1,05525
3,54e9	6,81	103	168	0,538	7,79	5,69	3,12	-0,324	0,91586	1,69264	1,01963
7,56e9	5,26	137	220	0,512	8,62	5,71	3,09	-0,302	0,94106	1,62610	0,95409
1,66e10	4,06	172	293	0,497	9,08	5,7	3	-0,320	0,97324	1,60683	0,91800
3,53e10	3,15	221	362	0,530	9,13	6,22	3,13	-0,305	0,98556	1,89170	0,96449
7,66e10	2,45	269	461	0,469	10,93	6,22	3,17	-0,324	0,98589	1,74934	0,86717
1,69e11	1,89	339	615	0,484	11	6,28	3,08	-0,323	0,98444	1,74904	0,86515
3,66e11	1,47	436	856	0,473	12,5	6,87	2,85	-0,387	0,97305	1,80348	0,82907
7,70e11	1,13	587	957	0,527	10,32	6,67	3,29	-0,425	0,98631	2,12295	0,95074

Anlage 4: Ergebnisse der Temperaturmessungen bei konstanter Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta \approx 40\text{K}$  und variablem Aspektverhältnis  $\Gamma$

## ANHANG B: FUNKTIONSÜBERSICHT DER STEUERUNGS SOFTWARE

