

Kryogene Gütemessung an optischen
Substratmaterialien für zukünftige
Gravitationswellendetektoren

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Physikalisch-Astronomischen-Fakultät
der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Dipl.-Phys. Ronny Nawrodt
geboren am 09.06.1978 in Gera

Gutachter

1. Prof. Dr. rer. nat. habil. Paul Seidel
2. Prof. Dr. rer. nat. habil. Gerhard Schäfer
3. Prof. Dr. rer. nat. habil. Hansjörg Dittus

Tag des Rigorosums: 31.01.2008

Tag der öffentlichen Verteidigung: 12.02.2008

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
1 Gravitationswellen und deren Nachweis	5
1.1 Quellen von Gravitationswellen	5
1.2 Gravitationswellendetektoren	5
1.3 Rauschursachen in interferometrischen Gravitationswellendetektoren	8
1.3.1 Fundamentale Rauschursachen	8
1.3.2 Einteilung des thermischen Rauschens	10
1.3.3 Fluktuations–Dissipations–Theorem	11
1.4 Kryogene Aspekte zur Reduzierung des internen thermischen Rauschens . .	12
2 Mechanische Güte	14
2.1 Definition der mechanischen Güte	14
2.2 Experimentelle Bestimmung der mechanischen Güte	14
2.2.1 Abklingmessungen	14
2.2.2 Resonanzbreite	15
2.3 Zusammenhang zwischen Güte und Verlust	17
2.3.1 Strukturdämpfung	18
2.3.2 Viskose Dämpfung	18
2.4 Zusammengesetzte Systeme	20
3 Dämpfungsmechanismen in Festkörpern	22
3.1 Das Standardmodell des anelastischen Festkörpers	22
3.2 Defektinduzierte Verluste	24
3.3 Thermoelastische Dämpfung	25
3.4 Phonon-Phonon-Wechselwirkung	26
3.5 Theoretische Grenzen ausgewählter Materialien	28
4 Kryogene Gütemessung	31
4.1 Anforderungen an das kryogene Messsystem	31
4.2 Experimentelle Realisierung des Messaufbaus	33

4.2.1	Substrathalterung	33
4.2.2	Spezialkryostat	39
4.2.3	Substratanregung	43
4.2.4	Ausleseverfahren	47
4.2.5	Thermometrie	53
4.3	Speziallabor für kryogene Gütemessungen	57
4.4	Experimentelle Charakterisierung des Messaufbaus	58
4.4.1	Vollständiger Messzyklus	58
4.4.2	Anregungsamplitude	59
4.4.3	Unabhängigkeit des Abklings von der Amplitude	60
4.4.4	Experimentelle Untersuchung der Restgasdämpfung	61
5	Untersuchungen an Substratmaterialien	63
5.1	Probenpräparation	63
5.2	Berechnung der Eigenfrequenzen und Modenformen	64
5.3	Fused Silica	67
5.4	Kristallquarz	69
5.5	Calciumfluorid	75
5.6	Silizium	80
5.7	Rauschabschätzung ausgewählter Materialien	83
6	Einfluss optischer Funktionsschichten	85
6.1	Untersuchungen an Tantalpentoxidschichten	85
6.2	Reflektive Komponenten	89
7	Zusammenfassung und Ausblick	91
	Literaturverzeichnis	93
A	Materialparameter	I

Einleitung

Im Jahr 1916 sagte Albert Einstein im Rahmen seiner Allgemeinen Relativitätstheorie [1] die Existenz von Gravitationswellen voraus. Gravitationswellen stellen eine sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitende Störung der Raumzeit dar. Aufgrund der schwachen Wechselwirkung von Gravitationswellen mit Materie ist deren Nachweis eine der größten Herausforderungen der Wissenschaft. Der direkte experimentelle Nachweis würde eine weitere Bestätigung der Allgemeinen Relativitätstheorie darstellen [2], sowie eine daraus resultierende 'Gravitationswellenastronomie' neuartige Informationen zum Aufbau sowie der Entstehung des Universums liefern, da alle bisherigen Erkenntnisse auf Untersuchungen elektromagnetischer Strahlung beruhen.

Dennoch ist der direkte experimentelle Nachweis von Gravitationswellen trotz immenser experimenteller Anstrengungen bis heute noch nicht gelungen. Die aktuell in Betrieb befindlichen Detektoren erreichen zwar prinzipiell die Empfindlichkeit zum Nachweis starker Quellen, allerdings sind die sie verursachenden kosmischen Ereignisse zu selten.

Ein indirekter Nachweis von Gravitationswellen erfolgte im Jahre 1974 durch Hulse und Taylor [3]. Sie entdeckten den ersten Pulsar in einem Doppelsternsystem (PSR1913+16). Es konnte nachgewiesen werden, dass die ständige Verkleinerung des Orbits der beiden Komponenten auf die Abstrahlung von Gravitationswellen zurückgeführt werden kann. Diese Entdeckung wurde 1993 mit dem Nobelpreis für Hulse und Taylor geehrt.

Gravitationswellendetektoren der zweiten Generation mit einer erhöhten Empfindlichkeit sind in Planung. Hierzu soll in naher Zukunft (ab 2010) ein entsprechender Ausbau an den bestehenden Anlagen erfolgen. Die Gravitationswellendetektoren der zweiten Generation werden im Detektionsband – zwischen rund 100 Hz und einigen Kilohertz – durch fundamentale Rauschursachen begrenzt sein. Hierzu zählen vornehmlich das Schrotrauschen des verwendeten Laserlichtes sowie das thermische Rauschen der optischen Komponenten des Detektors.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Teilprojektes C4 „Kryogene Gütemessung“ des Sonderforschungsbereiches Transregio 7 „Gravitationswellenastronomie - Methoden, Quellen, Beobachtung“ durchgeführt. Ziel der Arbeit ist es, einen Weg aufzuzeigen, das thermische Rauschen optischer Komponenten durch den Betrieb des Detektors bei kryogenen Temperaturen zu reduzieren. Hierzu sind fundamentale Untersuchungen zu den mechanischen

Verlusten bei tiefen Temperaturen nötig. Im Mittelpunkt steht die Planung, der Aufbau sowie die Charakterisierung einer Messapparatur zur experimentellen Bestimmung der mechanischen Güte geeigneter Substratmaterialien sowie vollständiger optischer Komponenten zukünftiger Gravitationswellendetektoren. Im Rahmen der Arbeiten von A. Zimmer [4] wurden die entsprechenden dissipativen Prozesse im Festkörper modelliert und anhand der erhaltenen Messergebnisse auf die betreffenden Materialien angewandt. Aufgrund des neuen, tiefgehenden Verständnisses der dissipativen Mechanismen konnten von ihr Auswahlkriterien für Materialien zukünftiger Detektoren aufgestellt werden.

In Kapitel 1 wird das Prinzip der Detektion von Gravitationswellen kurz zusammengefasst sowie deren Probleme dargestellt. Der Einsatz kryogener Techniken zur Verbesserung der Detektorempfindlichkeit wird vorgestellt. Kapitel 2 führt die grundlegenden Begriffe mechanische Güte und mechanischer Verlust ein. Kapitel 3 fasst mechanische Dämpfungsmechanismen in Festkörpern zusammen. Ausgehend von diesen theoretischen Limits werden mögliche Substratmaterialien ausgewählt. In Kapitel 3 wird die mechanische Güte als ein Maß für mechanische Verluste vorgestellt. Dabei wird das verwendete Prinzip der Gütemessung erläutert. Die Planung, Realisierung und Charakterisierung des experimentellen Aufbaus zur kryogenen Gütemessung wird in Kapitel 4 detailliert beschrieben. Dabei wird auf die physikalischen sowie experimentellen Grenzen des Systems eingegangen. Kapitel 5 enthält die Ergebnisse der Untersuchung ausgewählter Substratmaterialien. Ein Ausblick auf den Übergang zu vollständigen optischen Komponenten mit Funktionsschichten wie dielektrischen Schichtstapeln oder Gitterstrukturen gibt Kapitel 6, bevor in Kapitel 7 eine Zusammenfassung der Resultate sowie ein Ausblick erfolgt.

1 Gravitationswellen und deren Nachweis

1.1 Quellen von Gravitationswellen

Gravitationswellen werden immer dann emittiert, wenn sich das Quadrupolmoment einer gegebenen Massenverteilung ändert. Es ist üblich, die Stärke einer Gravitationswelle auf der Erde als relative Längenänderung einer Strecke L anzugeben:

$$h = \frac{\Delta L}{L}. \quad (1.1)$$

Die Stärke einer Gravitationswelle h im Abstand R zu ihrer Quelle ist durch Einsteins Quadrupolformel gegeben:

$$h = \frac{2G}{Rc^4} \frac{d^2 Q_m}{dt^2}, \quad (1.2)$$

wobei G die Gravitationskonstante, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und Q_m das Quadrupolmoment der Massenverteilung angibt. Aufgrund des zahlenmäßig sehr kleinen Vorfaktors ist klar, dass als Signalquellen lediglich kosmische Ereignisse in Frage kommen, die eine große Veränderung des Quadrupolmoments hervorrufen. Mögliche Quellen sind z.B. Supernova-Explosionen, die Verschmelzung zweier massereicher Schwarzer Löcher, Doppelsternsysteme aus zwei Neutronensternen, und andere [5,6]. Selbst die stärksten Quellen erzeugen auf der Erde lediglich ein Signal in der Größenordnung von $h \leq 10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$.

1.2 Gravitationswellendetektoren

Die ersten experimentellen Untersuchungen zum direkten Nachweis von Gravitationswellen fanden im Jahr 1968 statt [7]. Die von Weber entwickelten 'resonant-bar'-Detektoren bestanden aus einem Aluminiumzylinder mit einer Masse von einigen hundert Kilogramm bis zu zwei Tonnen. Eine einfallende Gravitationswelle sollte den Zylinder in resonante Schwingungen versetzen. Webers Zylinderdetektor wurde bei Raumtemperatur betrieben

und erreichte eine Empfindlichkeit von $h=10^{-16}/\sqrt{\text{Hz}}$ für Zeiträume im Millisekundenbereich. In den Folgejahren wurden zahlreiche ähnliche Experimente gestartet. Um das thermische Rauschen zu reduzieren, werden solche Detektoren heutzutage bei kryogenen Temperaturen betrieben. Zur Zeit befinden sich zahlreiche resonant-bar-Detektoren im Aufbau bzw. in Betrieb, so z.B. NAUTILUS [8], EXPLORER [9], AURIGA [10], ALLEGRO [11] und MiniGRAIL [12]. Die Empfindlichkeit solcher Systeme liegt dabei bei ungefähr $10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$ in einem relativ schmalen Frequenzband von wenigen 100 Hertz. Neuartige Konzepte, wie beispielsweise der so genannte DUAL-Detektor [13] sollen größere Bandbreiten ermöglichen.

Abb. 1.1 zeigt den Einfluss einer Gravitationswelle auf einen Ring freier Testmassen. Der Ring wird je nach Polarisationszustand der Gravitationswelle entlang zweier orthogonaler Achsen gestreckt oder gestaucht.

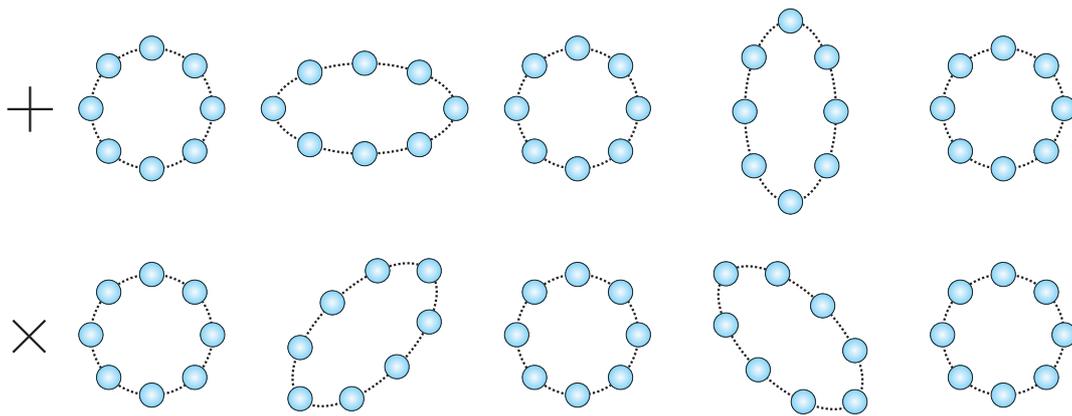


Abb. 1.1: Einfluss einer einfallenden Gravitationswelle auf einen Ring frei fallender Testmassen. Dargestellt ist der Einfluss für beide Polarisationsformen (+ und \times). Die Einfallsrichtung der Gravitationswelle liegt jeweils senkrecht zur Darstellungsebene, der zeitliche Ablauf erfolgt von links nach rechts.

Dies führt unmittelbar zu einer Methode, Gravitationswellen experimentell nachzuweisen. 1978 stellte Forward [14] einen Gravitationswellendetektor auf der Basis eines Michelson-Interferometers [15] vor. Ein solcher Detektor vergleicht den Abstand der beiden Endspiegel zum Strahlteiler miteinander. Eine einfallende Gravitationswelle würde eine messbare Längendifferenz zwischen den beiden Armen des Interferometers hervorrufen. Eine schematische Darstellung eines auf der Basis eines Michelson-Interferometers arbeitenden Detektors zeigt Abb. 1.2. Die Form des Gravitationswellendetektors bietet den Vorteil, dass eine erhöhte Bandbreite genutzt werden kann. Typischerweise liegt diese für erdgebundene interferometrische Detektoren zwischen einigen 10 Hz und einigen Kilohertz.

Um die Leistung in den Interferometerarmen zu erhöhen und damit das Photonen-Schrot-rauschen, siehe Gl. (1.3), zu senken, werden die Interferometerarme als Fabry-Perot-Kavi-

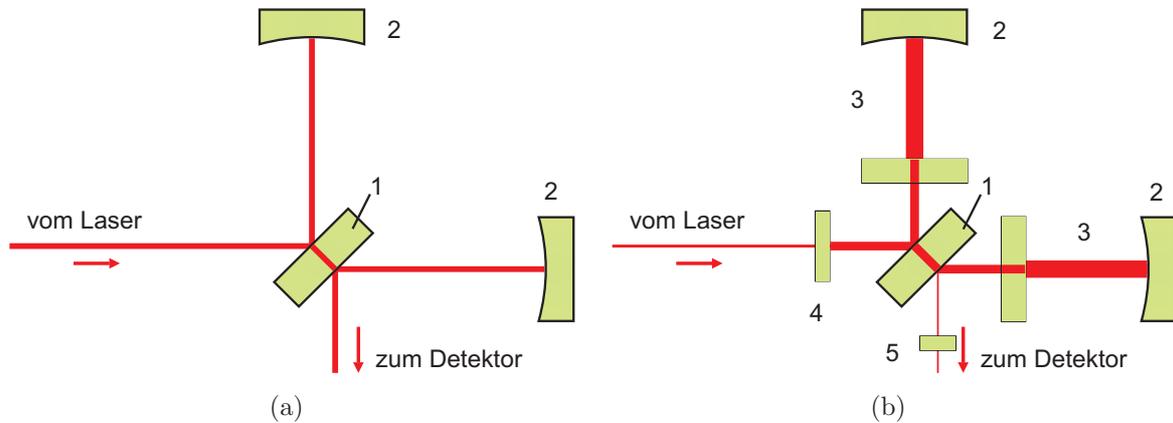


Abb. 1.2: a) – Klassisches Michelson-Interferometer. b) – Schematische Darstellung eines modernen Gravitationswellendetektors auf der Basis eines Michelson-Interferometers. 1 - Strahlteiler, 2 - Endspiegel, 3 - Arm-Kavität, 4 - Power-Recycling-Mirror, 5 - Signal-Recycling-Mirror.

täten (3) aufgebaut. Der Detektor wird durch ein Regelungssystem stets so abgeglichen, dass der Ausgang des Interferometers nahezu dunkel ist (destruktive Interferenz). Die gesamte Laserleistung würde dadurch zum Laser zurückgeführt werden. Durch den Einsatz eines Power-Recycling-Mirrors (4) wird der Laser wieder in das Interferometer reflektiert. Es bildet sich erneut eine Kavität mit einer entsprechenden Leistungsüberhöhung, die wiederum zur Reduktion des Photonen-Schrotrauschens führt. Ein Signal-Recycling-Mirror (5) koppelt ein entstehendes Signal erneut in das Interferometer ein und verstärkt es auf diese Weise weiterhin.

Alle innerhalb der Interferometerarme liegenden Komponenten (Strahlteiler, Endspiegel, Cavity-Koppler) stellen Quellen für thermisches Rauschen im Detektorsignal dar. Je nach Anwendungsfall müssen sie halbtransparent oder vollständig reflektierend ausgelegt werden und dabei der angestrebten Laserleistung von rund einem Megawatt (zur Reduktion des Photonen-Schrotrauschens) ohne Beeinträchtigung der Funktion und ohne erhöhtes thermisches Rauschens standhalten.

Aktuell befinden sich mehrere solcher interferometrischer Gravitationswellendetektoren weltweit im Einsatz: GEO600 [16] als deutsch-britische Kooperation in der Nähe von Hannover in Deutschland, TAMA300 [17] in Tokyo/Japan, LIGO [18] als amerikanisches Projekt mit zwei Standorten (Livingston und Hanford), VIRGO [19] als französisch-italienisches Projekt in der Nähe von Pisa/Italien und AIGO [20] als australisches Projekt in der Nähe von Perth.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte eine direkte Zusammenarbeit mit Kollegen von GEO600 und VIRGO.

1.3 Rauschursachen in interferometrischen Gravitationswellendetektoren

1.3.1 Fundamentale Rauschursachen

Zahlreiche Rauschursachen limitieren die Empfindlichkeit erdgebundener Gravitationswellendetektoren. Abb. 1.3 zeigt exemplarisch das Rauschbudget für GEO600.

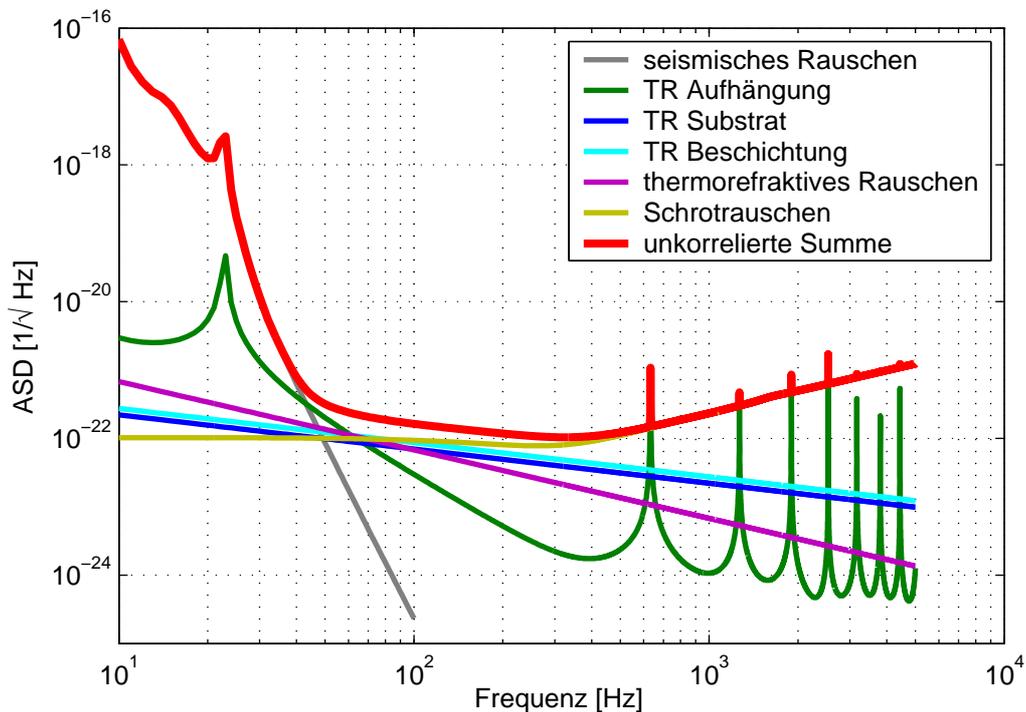


Abb. 1.3: Zusammenfassung des theoretischen Rauschbudgets für GEO600 [21], TR – thermisches Rauschen, ASD – spektrale Amplitudenrauschdichte (spectral amplitude density).

Man unterscheidet dabei folgende wesentliche Rauschbeiträge:

- Seismisches Rauschen:

Im niederfrequenten Bereich dominiert das seismische Rauschen. Seine Ursachen sind zahlreich, angefangen von zivilisationsbedingten Anteilen (z.B. den Erschütterungen durch den Straßenverkehr), über tektonische Bewegungen der Erdkruste bis hin zu Gezeitenbewegungen der Ozeane bzw. der Erdoberfläche. All diese Ursachen führen zu einem Ansteigen des Rauschens hin zu tiefen Frequenzen. Es handelt sich um das so genannte $1/f$ -Rauschen. Durch die Verwendung eines Mehrfachpendelsystems mit sehr niedrigen Resonanzfrequenzen ist es möglich, den Einfluss des seismischen Rauschens zu reduzieren. Dennoch legt das seismische Rauschen eine

untere Frequenzgrenze für die Detektion von Gravitationswellen auf der Erde fest, so dass für die Detektion niederfrequenter Gravitationswellen auf einen satellitenbasierenden Detektor zurückgegriffen werden muss. Der Start eines solchen Detektors namens LISA (Laser Interferometer Space Antenna, [22]) ist von seiten der NASA und ESA ca. 2015 geplant. Eine entsprechende Projektvorstufe namens LISA Pathfinder befindet sich derzeit im Aufbau [23].

- Photonen-Schrotrauschen:

Im hochfrequenten Bereich dominiert das Photonen-Schrotrauschen. Dieses Rauschen wird durch statistische Fluktuationen der am Ausgang des Interferometers detektierten Photonen hervorgerufen. Die theoretisch erreichbare Auflösungsgrenze h des Detektors für das Photonen-Schrotrauschen ist gegeben durch [24]:

$$h = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2\lambda\hbar c}{\pi P}}, \quad (1.3)$$

wobei L die Armlänge des Detektors, λ die verwendete Wellenlänge, \hbar das Plancksche Wirkungsquantum geteilt durch 2π und P die Laserleistung symbolisiert. Man erkennt daraus, dass eine Erhöhung der im Interferometer umlaufenden Laserleistung zu einer Absenkung des Photonen-Schrotrauschens führt. Für eine Auflösung von $h \approx 10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$ ist bei einer Wellenlänge von 1064 nm und einer Armlänge von 1 km eine Laserleistung von rund 21 kW nötig. Dies ist der Grund für die sehr hohen Laserleistungen in einem zukünftigen Gravitationswellendetektor.

- Thermisches Rauschen:

Im mittleren Frequenzbereich (von ca. 50 Hz bis zu einigen Kilohertz) werden Beiträge des thermischen Rauschens dominant. Bei einer endlichen Temperatur T befindet sich in jedem System thermische Energie. Pro Freiheitsgrad und Teilchen ist diese größenordnungsmäßig $k_B T$ (k_B - Boltzmann-Konstante) und führt in den optischen Komponenten zu einer ständigen mechanischen Fluktuation der Oberfläche. Dies führt im Gravitationswellendetektor zu scheinbaren Fluktuationen der Armlänge. Diese Form des Rauschens wird als thermisches Rauschen bezeichnet und kann als Quellen z.B. das Substratmaterial selbst - aber auch die optische Beschichtung oder die Aufhängung haben.

1.3.2 Einteilung des thermischen Rauschens

Thermisches Rauschen stellt bei einer gegebenen Temperatur ein fundamentales Limit für alle Messungen dar und bedarf deshalb besonderer Beachtung. Unter dem Begriff 'thermisches Rauschen' werden zahlreiche Rauschformen vereint, die alle die thermische Energie als Ursache haben.

Im Zusammenhang mit interferometrischen Gravitationswellendetektoren unterscheidet man im Substrat thermoelastisches Rauschen, thermorefraktives Rauschen sowie internes thermisches Rauschen (auch Brownsches Rauschen genannt). Beim thermoelastischen Rauschen führt eine stets im Festkörper vorhandene lokale Temperaturfluktuation über den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Materials zu einer Ortsfluktuation. Braginski et al. [25] berechneten den Beitrag des thermoelastischen Rauschens. Für einen gaußförmigen Laserstrahlquerschnitt, der klein gegenüber dem Durchmesser des Substrates ist, ergibt sich für das thermoelastische Rauschen:

$$S_x(f) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{5/2}} \cdot \frac{k_B T^2 \alpha^2 (1 + \sigma)^2 \kappa}{\rho^2 C^2 r_0^3 f^2}, \quad (1.4)$$

wobei f die Frequenz, T die Substrattemperatur, α der thermische Ausdehnungskoeffizient, σ die Poisson-Zahl, κ die Wärmeleitfähigkeit, ρ die Massendichte, C die spezifische Wärme pro Volumeneinheit und r_0 der Strahlradius bezogen auf den Intensitätsabfall auf $1/e$ des Lasers ist. S_x stellt dabei die Rauschleistungsdichte der Amplitude dar.

Beim thermorefraktiven Rauschen verursachen die lokalen Temperaturfluktuationen eine statistische Veränderung des Brechungsindex [26]. Bei transmittiven Optiken führt dies zu einer statistischen Veränderung der optischen Weglänge zwischen den beiden Interferometerarmen und somit zu einem Rauschsignal am Ausgang des Detektors.

Ein weites und bisher ungeklärtes Feld stellt das interne thermische Rauschen dar. Hierbei fasst man alle im Material selbst ablaufenden Prozesse zusammen, die zu thermischen Rauschvorgängen führen. Für einen homogenen Halbraum ergibt sich eine spektrale Rauschleistungsdichte für die Ortsfluktuationen von [27, 28]:

$$S_x(f) = \frac{2k_B T}{\pi f} \frac{1 - \sigma^2}{\sqrt{2\pi E} r_0} \phi_{\text{Substrat}}(f, T), \quad (1.5)$$

mit dem Elastizitätsmodul E sowie dem mechanischen Verlust ϕ_{Substrat} des Substratmaterials (siehe Kapitel 2). Die Temperatur- sowie Frequenzabhängigkeit des mechanischen Verlustes sind kompliziert und können bisher nicht aus festkörperphysikalischen Grundprinzipien berechnet werden.

1.3.3 Fluktuations–Dissipations–Theorem

Das 1951 von Callen [29, 30] entwickelte Fluktuations–Dissipations–Theorem (FDT) verknüpft die mikroskopischen Fluktuationen (Rauschen) mit den makroskopischen Dämpfungseigenschaften eines Systems¹. Wendet man das FDT auf ein mechanisches System an, so ergibt sich für die Leistungsdichte $S_x(\omega)$ der Ortsfluktuation [32]:

$$S_x(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega^2} \Re \left\{ \frac{1}{Z(\omega)} \right\}. \quad (1.6)$$

Dabei stellt $Z(\omega)$ die mechanische Impedanz des Systems und ω die betrachtete Kreisfrequenz dar. \Re symbolisiert den Realteil. Die Impedanz eines eindimensionalen mechanischen Systems ist im Frequenzraum betragsmäßig definiert als das Verhältnis des Betrages der wirkenden Kraft F zum Betrag der Geschwindigkeit v :

$$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{v(\omega)}. \quad (1.7)$$

Wertet man das FDT für einen eindimensionalen, viskos gedämpften, harmonischen Oszillator aus (vgl. Abschnitt 2.3.2), so erhält man für die spektrale thermische Rauschleistungsdichte außerhalb der Resonanz folgende Abhängigkeit:

$$S_x(\omega) \propto \frac{T}{Q}, \quad (1.8)$$

d.h. das thermische Rauschen nimmt mit fallender Temperatur und steigender mechanischer Güte Q ab.

Abb. 1.4 stellt exemplarisch die spektrale Verteilung des thermischen Rauschens für den harmonischen Oszillator dar. Man entnimmt der Abbildung den typischen Verlauf der Übertragungsfunktion eines harmonischen Oszillators: Bei tiefen Frequenzen tritt ein Plateau in der spektralen Verteilung des thermischen Rauschens auf, gefolgt von einer Resonanz. Für Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz nimmt die spektrale Rauschleistungsamplitude proportional zu $1/f^2$ ab.

¹Eine berühmte Anwendung stellt hierbei die Herleitung des Nyquist-Rauschens [31] dar. Wählt man als System einen ohmschen Widerstand, so stellt das FDT den exakten Zusammenhang zwischen der Rauschspannung (der Fluktuation) und dem elektrischen Widerstand (der Dissipation) her.

1.4 Kryogene Aspekte zur Reduzierung des internen thermischen Rauschens

Aus Abb. 1.4 lassen sich zwei Möglichkeiten schlussfolgern, die das thermische Rauschen eines interferometrischen Gravitationswellendetektors reduzieren:

- Durch Absenken der Temperatur relevanter optischer Komponenten des Gravitationswellendetektors kann das thermische Rauschen gesenkt werden. Hierzu zählen der Strahlteiler, die Endspiegel des Interferometers sowie der Armkavitäten. Dies verringert die thermische Energie des Gesamtsystems und damit auch das gesamte thermische Rauschen.
- Darüber hinaus kann durch Erhöhung der mechanischen Güte der optischen Komponenten das thermische Rauschen verringert werden. Durch die erhöhte mechanische Güte bildet sich eine starke Resonanzüberhöhung an den internen mechanischen Moden der optischen Komponenten aus. Typischerweise liegen die internen Moden

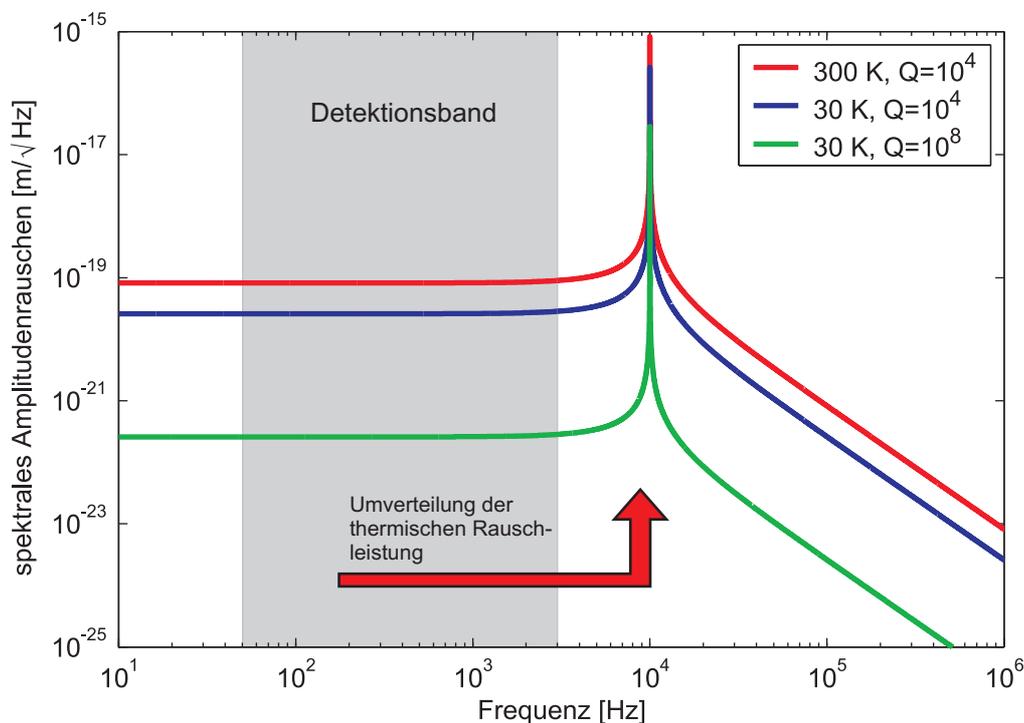


Abb. 1.4: Beispiel des thermischen Rauschens eines eindimensionalen harmonischen Oszillators ($m = 1 \text{ kg}$, $f = 10 \text{ kHz}$) für verschiedene Temperaturen sowie unterschiedliche Güten. Durch den Einsatz niedriger Temperaturen kann das thermische Rauschen des Oszillators proportional zu \sqrt{T} gesenkt werden. Verwendet man Materialien mit einer hohen mechanischen Güte, so konzentriert sich das thermische Rauschen um die Resonanz des Oszillators. Dabei sinkt das Niveau des thermischen Rauschens außerhalb der Resonanz zusätzlich.

optischer Komponenten oberhalb von 10 kHz und somit außerhalb des Detektionsbandes erdgebundener Gravitationswellendetektoren. Da aufgrund des Energieerhaltungssatzes die gesamte thermische Energie konstant bleibt, führt das erhöhte Rauschen in der Nähe der Eigenmoden des Testkörpers zu einem Absenken des thermischen Rauschens innerhalb des Detektionsbandes (siehe Abb. 1.4).

Um den Beitrag des thermischen Rauschens zukünftiger Gravitationswellendetektoren zu minimieren, ist es erforderlich, beide Möglichkeiten zu nutzen. Dabei werden Materialien mit hoher mechanischer Güte bei tiefen Temperaturen benötigt. Die mechanische Güte ist selbst aber eine stark temperatur- und frequenzabhängige Größe. Bisher ist es nicht gelungen, diese Abhängigkeiten theoretisch vorherzusagen. Es ist deshalb notwendig, die mechanische Güte bei tiefen Temperaturen experimentell zu bestimmen. International gibt es auf dem Gebiet der kryogenen Gütemessung an optischen Substratmaterialien nur sehr wenige Arbeiten. Einige Gruppen beschäftigen sich mit Gütemessungen an großen Testmassen bei Raumtemperatur [33], um deren Frequenzabhängigkeit zu untersuchen. Andere Gruppen untersuchen kleine mechanische Oszillatoren bei tiefen Temperaturen [34].

In Japan befindet sich ein erster Prototyp für einen kryogenen Detektor namens CLIO (Cryogenic Laser Interferometer Observatory, [35]) mit 100 m Armlänge und gekühlten Saphir-Spiegeln im Aufbau bzw. der Inbetriebnahme der kryogenen Anlagen. Mit Hilfe dieses Detektors sollen erste Erfahrungen im Umgang mit kryogenen Techniken gewonnen werden und später in einen großen kryogenen Detektor namens LCGT (Large Scale Gravitational Wave Telescope, [36]) einfließen. Für die japanischen Detektoren wurde Saphir als Material für die Testmassen sowie die Aufhängung aufgrund seiner ausgezeichneten thermischen Eigenschaften ausgewählt. Dennoch gibt es Probleme mit Saphir. Zum Einen ist es derzeit nicht in den gewünschten Größen für einen Detektor der dritten Generation erhältlich und zum Anderen ist das thermoelastische Rauschen bei tiefen Temperaturen hoch.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, mit Hilfe eines neuartigen Messsystems experimentelle Untersuchungen zur mechanischen Güte an alternativen, großen Testmassen in einem Temperaturbereich von 300 K bis hinab zu rund 5 K durchzuführen. Die gewonnenen Ergebnisse fließen einerseits direkt in die Planung der zukünftigen kryogenen Gravitationswellendetektoren (wie z.B. E.T. - Einstein Telescope, einem geplanten Detektor der dritten Generation in Europa [37]) ein. Andererseits ermöglichen sie aber auch Einblicke in die mechanischen Dämpfungsmechanismen von Festkörpern, was gemeinsam mit A. Zimmer u.a. bis zu einer neuen Methode der Festkörperspektroskopie ausgebaut wurde [38].

2 Mechanische Güte

2.1 Definition der mechanischen Güte

Es gibt zahlreiche Möglichkeiten, die Verluste eines resonanten Systems zu charakterisieren. Je nach Anwendungsfall haben sich unterschiedliche Maßangaben etabliert. Beispielsweise verwendet man für optische Resonatoren häufig den Begriff der Finesse [15] während für elektronische oder mechanische Systeme häufig der Begriff der Güte [39] verwendet wird.

Der Begriff der Güte Q ist allgemein definiert als [40]:

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}. \quad (2.1)$$

Dabei stellt E die Energie der Schwingung und ΔE die pro Schwingungszyklus dissipierte Energie dar. Je größer die Güte desto verlustärmer ist das entsprechende System.

Aufgrund dieser Definition lässt sich der Begriff der Güte unmittelbar auf die mechanischen Eigenschwingungen einer Testmasse übertragen. Regt man eine Testmasse zu Eigenschwingungen an, so wird die Schwingungsenergie mit der Zeit durch verschiedene Verlustprozesse abnehmen. Durch eine gezielte Variation der zu untersuchenden Eigenmoden des Testkörpers ist es möglich, eine potenziell vorhandene Frequenzabhängigkeit der internen Verlustprozesse zu untersuchen.

2.2 Experimentelle Bestimmung der mechanischen Güte

2.2.1 Abklingmessungen

Um die mechanische Güte experimentell zu bestimmen, muss die dissipierte Energie pro Periode gemessen werden. Einen direkten Zugang bietet hierbei die Aufzeichnung der Schwingungsamplitude über der Zeit. Für einen harmonischen Oszillator mit Dämpfung ergibt sich [41]:

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \phi_0). \quad (2.2)$$

τ stellt dabei die charakteristische Abklingzeit dar, in der die Amplitude x auf den $1/e$ -ten Teil der Ausgangsamplitude x_0 abgefallen ist. ϕ_0 ist eine beliebige Anfangsphase.

Die Gesamtenergie des Oszillators ergibt sich als Summe aus kinetischer und potenzieller Energie. Berücksichtigt man, dass in allen vorliegenden Fällen lediglich eine schwache Dämpfung vorliegt, so ergibt sich die über eine Periode gemittelte Gesamtenergie eines gedämpften harmonischen Oszillators zu:

$$E(t) = E_0 e^{-2\frac{t}{\tau}}. \quad (2.3)$$

E_0 stellt dabei die zum Zeitpunkt $t=0$ im System enthaltene Gesamtenergie dar. Setzt man dieses Ergebnis in die Definition der Güte in Gl. (2.1) ein, so ergibt sich:

$$Q = 2\pi \frac{1}{1 - e^{-2\frac{t}{\tau}}}. \quad (2.4)$$

Für den Fall schwacher Dämpfung gilt $\tau \gg T$ und man erhält unmittelbar durch Entwickeln der Exponentialfunktion:

$$Q = \pi f_0 \tau, \quad (2.5)$$

d.h., die mechanische Güte kann direkt aus der Resonanzfrequenz f_0 und der Abklingzeit τ bestimmt werden.

Abb. 2.1 zeigt exemplarisch eine gemessene Abklingkurve. Die Schwingungsamplitude eines Silizium-Substrates wurde hierzu rund acht Stunden bei einer Temperatur von $T=5,8\text{K}$ aufgezeichnet. Durch eine exponentielle Fit-Funktion mittels eines Levenberg–Marquardt–Algorithmus [42] wurde die charakteristische Abklingzeit τ bestimmt.

Die Bestimmung der mechanischen Güte aus der Abklingzeit ist immer dann vorteilhaft, wenn die zu erwartenden Güten groß und damit die Abklingzeiten hoch sind. Typischerweise limitiert die kürzeste durch die Apparatur messbare Abklingzeit diese Form der Gütemessung hin zu kleinen Güten. Liegen die zu untersuchenden Eigenfrequenzen im Bereich von 10 kHz, so lassen sich mit einer vom verwendeten Ausleseverfahren bestimmten minimal messbaren Abklingzeit von rund einer Sekunde Güten bis zu minimal $3 \cdot 10^4$ messen.

2.2.2 Resonanzbreite

Sollen niedrigere Güten gemessen werden, kann man sich der Bestimmung der Resonanzbandbreite bedienen. Aus der Definition der Güte sowie der Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung mit Dämpfung lässt sich zeigen, dass folgende Bedingung zu Gl. (2.5) äquivalent ist [41]:

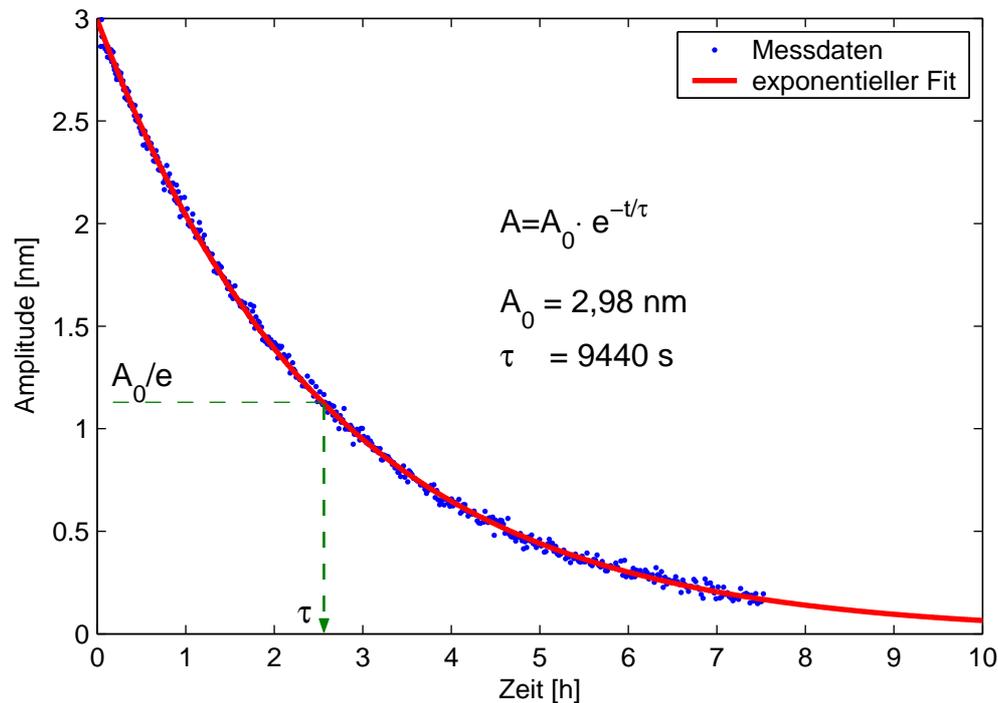


Abb. 2.1: Exemplarische zeitliche Abklingkurve der Amplitude A einer Eigenschwingung eines Silizium-Substrates. Zur vereinfachten Darstellung wurde nur jeder 100. Messpunkt dargestellt. Si(100), $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$, $f_0 = 14885 \text{ Hz}$, $T = (5,8 \pm 0,1) \text{ K}$. Die daraus berechnete Güte beträgt $Q = (4,42 \pm 0,02) \cdot 10^8$. Experimentelle Details folgen im Kapitel 4.

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}. \quad (2.6)$$

Dabei ist f_0 die Resonanzfrequenz und Δf die Breite der Resonanzlinie¹. Zur Bestimmung der Resonanzbreite wird die entsprechende Eigenschwingung mit einer veränderlichen Frequenz angeregt und parallel die Amplitude aufgezeichnet. Wird die Frequenz hinreichend langsam verändert, ergibt sich ein Lorentzprofil. 'Hinreichend langsam' bedeutet in diesem Fall, dass nach jedem Frequenzschritt die Gleichgewichtsamplitude abgewartet wird. Daraus ist auch sofort ersichtlich, dass dieses Verfahren nur bei niedrigen Güten anwendbar ist. Die nach Gl. (2.5) zugehörige Abklingzeit muss nach jedem Frequenzschritt um mindestens das Dreifache abgewartet werden, um eine Formverzerrung des Lorentzprofils zu vermeiden.

Abb. 2.2 zeigt zwei unterschiedliche Eigenschwingungen mit verschiedenen Güten. Beide Resultate wurden mit identischen Frequenzschritten erhalten. Während bei der Mode mit niedriger Güte das Lorentzprofil gut zu erkennen ist, ist bei zu hoher Güte eine starke

¹Hierbei wird als Breite der Frequenzabstand der beiden Punkte angenommen, bei denen die Amplitude auf das $1/\sqrt{2}$ -fache der Maximalamplitude gefallen ist.

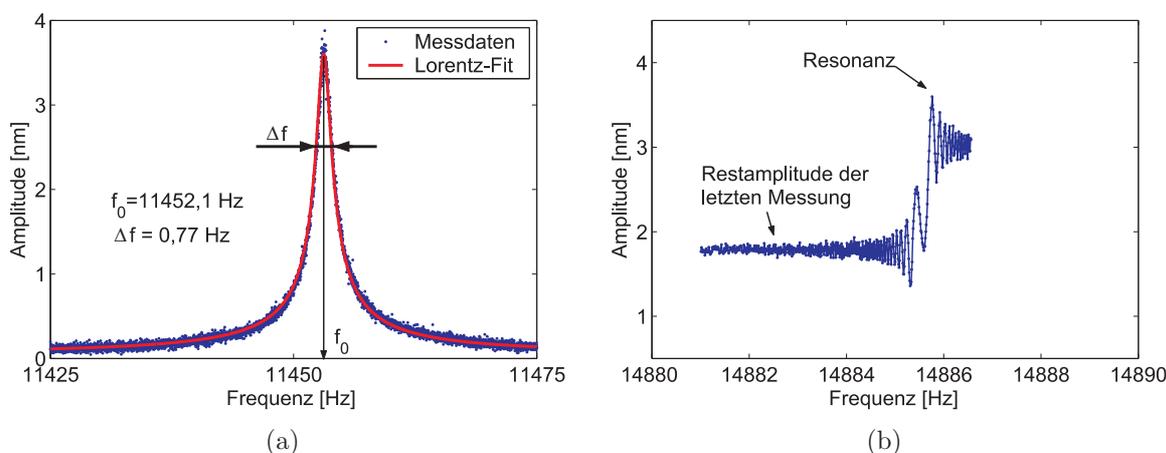


Abb. 2.2: a) – Experimentelle Bestimmung der Resonanzbreite einer Eigenschwingung eines Fused Silica Substrates bei tiefen Temperaturen ($T \approx 88\text{ K}$). Die ermittelte Güte beträgt $1.49 \cdot 10^4$. b) – Formverzerrung einer Resonanzlinie bei zu hoher Güte. Dargestellt ist die Anregung der Mode aus Abb. 2.1 einer Güte von $4 \cdot 10^8$. Sobald die Eigenschwingung angeregt wurde, bleibt eine hohe Amplitude erhalten. Die Lorentzlinie ist nicht mehr zu erkennen. Um die Breite der Resonanzlinie zu bestimmen, müsste man mehrere Stunden pro Frequenzschritt warten. Dies ist aus Zeitgründen nicht durchführbar.

Verzerrung zu sehen. In einem solchen Fall müsste man die Geschwindigkeit der Frequenzänderung stark senken. Dies ist jedoch aus Zeitgründen nur selten möglich. Ein weiterer begrenzender Faktor bei der Bestimmung der Resonanzbreite ist die Verfügbarkeit präziser und vor allem stabiler Frequenzgeneratoren zur Anregung der Eigenschwingungen (siehe Kapitel 4). Bei einer Eigenfrequenz im Bereich von 10 kHz liegt die minimal bestimmbare Bandbreite der Resonanz bei einigen 10 mHz. Dies ergibt eine maximale Güte von rund 10^6 für das Verfahren der Resonanzbreite.

Im Bereich von Güten zwischen $3 \cdot 10^4$ und 10^6 überlappen beide Verfahren. Hier ist es möglich, sowohl mit dem einen als auch mit dem anderen Messverfahren zu arbeiten und es bietet sich die Möglichkeit, beide Messverfahren zu vergleichen.

2.3 Zusammenhang zwischen Güte und Verlust

Im Modell des eindimensionalen, harmonischen Oszillators gibt es zwei wesentliche Möglichkeiten, eine Dämpfung des Systems zu beschreiben. Die erste Möglichkeit ist ein geschwindigkeitsabhängiger Dämpfungsterm $\beta \dot{x}$ – auch als viskose Dämpfung bezeichnet. Der zweite Fall ist das Einführen einer komplexen Federkonstanten. Spannung und Dehnung sind dann nicht mehr gleichphasig. Es bildet sich ein anelastisches Verhalten und Dissipation tritt auf. Je nach verwendetem Modell ändern sich die Zusammenhänge zwischen der mechanischen Güte und den mechanischen Verlusten. Speziell die Frequenz-

abhängigkeit des mechanischen Verlustes ist bei beiden Modellen unterschiedlich.

2.3.1 Strukturdämpfung

Für den Fall der Strukturdämpfung ergibt sich für den eindimensionalen, harmonischen Oszillator:

$$m\ddot{x} + k(1 + i\phi)x = F, \quad (2.7)$$

wobei m die Masse, k die Federkonstante, x die Ortskoordinate, F die eingeprägte Kraft und i die imaginäre Einheit darstellen. Der für die Dämpfung verantwortliche Imaginärteil der Federkonstante wird durch einen Verlustwinkel ϕ gekennzeichnet. Setzt man eine harmonische Bewegung gemäß $x = x_0 e^{i\omega t}$ voraus, ergibt sich nach Gl. (1.7) für die mechanische Impedanz:

$$Z(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega} m\phi + im \cdot \left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right). \quad (2.8)$$

Hierbei stellt $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ die Eigenkreisfrequenz des Systems dar. Durch Einsetzen in Gl. (1.6) ergibt sich unmittelbar die spektrale Rauschleistungsdichte für die Amplitude zu:

$$S_x(\omega) = \frac{4k_B T}{m} \cdot \frac{\phi}{\omega} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^4 \phi^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2} \quad (2.9)$$

mit den beiden Grenzfällen:

$$\omega \ll \omega_0 : S_x(\omega) \propto \frac{1}{\omega}, \quad (2.10)$$

$$\omega \gg \omega_0 : S_x(\omega) \propto \frac{1}{\omega^5}. \quad (2.11)$$

2.3.2 Viskose Dämpfung

Im Fall viskoser Dämpfung folgt analog zu Gl. (2.7):

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F. \quad (2.12)$$

Die Dämpfung wird hier über die Dämpfungskonstante β dargestellt.

Die entsprechende Rechnung liefert die mechanische Impedanz $Z(\omega)$ sowie die spektrale Rauschleistungsdichte $S_x(\omega)$ der Amplitude:

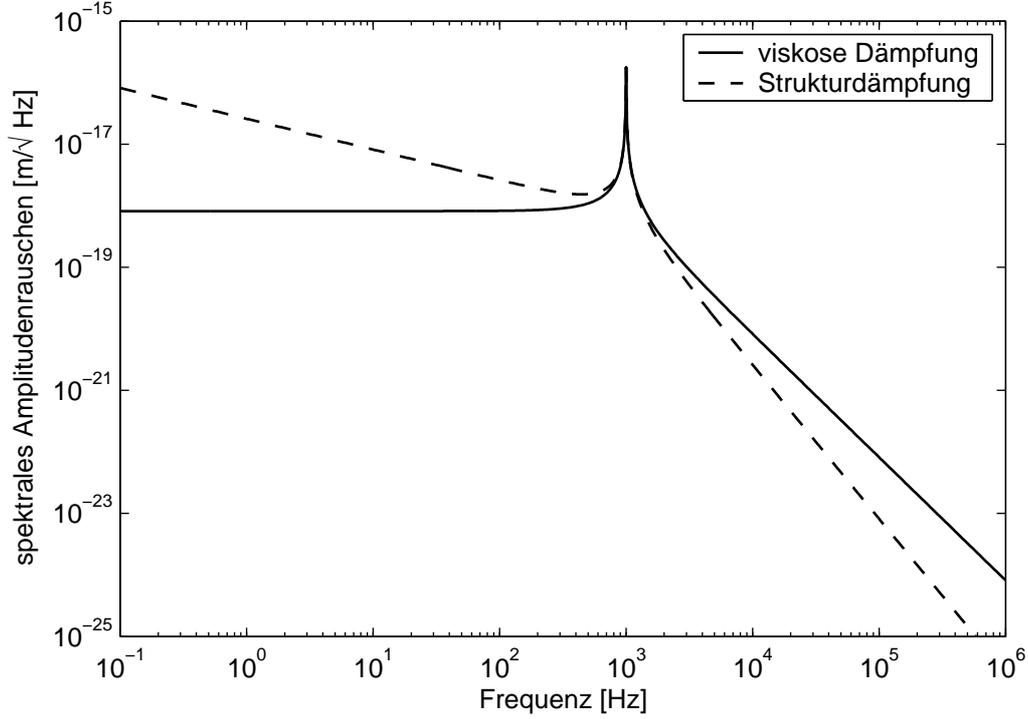


Abb. 2.3: Vergleich von Strukturdämpfung und viskoser Dämpfung anhand eines harmonischen, eindimensionalen Oszillators der Masse 1 kg und der Eigenfrequenz 1 kHz. Die mechanische Güte beträgt 10^5 und die Temperatur 300 K.

$$Z(\omega) = \beta + im \cdot \left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right), \quad (2.13)$$

$$S_x(\omega) = \frac{4k_B T}{m} \cdot \frac{\beta/m}{\left(\frac{\beta\omega}{m} \right)^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}. \quad (2.14)$$

Im Grenzfall niedriger bzw. hoher Frequenzen ergibt sich daraus unmittelbar:

$$\omega \ll \omega_0 : S_x(\omega) \propto \text{const.}, \quad (2.15)$$

$$\omega \gg \omega_0 : S_x(\omega) \propto \frac{1}{\omega^4}. \quad (2.16)$$

In Abb. 2.3 ist der Verlauf der spektralen Rauschamplitude $\sqrt{S_x(\omega)}$ für die beiden Modelle dargestellt. Vergleicht man die Ergebnisse für die unterschiedlichen Modelle, so erkennt man, dass die viskose Dämpfung in die Strukturdämpfung übergeht, wenn man folgenden speziellen Verlustwinkel wählt:

$$\phi_{\text{viskos}} = \frac{\beta\omega}{m\omega_0^2}. \quad (2.17)$$

Der Verlustwinkel ist für den Fall der viskosen Dämpfung demnach frequenzabhängig. Die mechanische Güte Q ist mit der Dämpfungskonstante β bei der Resonanzfrequenz ω_0 verknüpft [41]:

$$Q = \frac{m\omega_0}{\beta}. \quad (2.18)$$

Ersetzt man in Gl. (2.18) die Dämpfungskonstante β mit Hilfe von Gl. (2.17), so erhält man den Zusammenhang zwischen Güte und Verlustwinkel bei der Resonanzfrequenz ω_0 für den Fall der Strukturdämpfung:

$$Q = \frac{1}{\phi(\omega_0)}. \quad (2.19)$$

Die Güte stellt in diesem Fall einen frequenzunabhängigen Parameter dar. Dieser Befund steht mit den aktuellen Messergebnissen besser in Einklang [43,44] als das Modell der viskosen Dämpfung, siehe Gl. (2.17). Im Folgenden wird deshalb stets von Strukturdämpfung ausgegangen, d.h. bei den einzelnen Eigenfrequenzen der Substrate stehen Güte und Verlust gemäß Gl. (2.19) in Zusammenhang.

2.4 Zusammengesetzte Systeme

Vielfach treten in einem System mehrere Verlustmechanismen auf. Bezeichnet man die mit den einzelnen Mechanismen verknüpfte dissipierte Energie mit $\Delta E_1, \Delta E_2, \dots, \Delta E_n$, so ergibt sich aus der Definition der Güte in Gl. (2.1) für das Gesamtsystem bei isotroper Verteilung der Verluste innerhalb eines Gebietes:

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} = 2\pi \frac{E}{\sum_i \Delta E_i}. \quad (2.20)$$

Mit Hilfe von Gl. (2.19) folgt unmittelbar für die Verluste:

$$\phi = \sum_i \phi_i, \quad (2.21)$$

d.h. die einzelnen Verluste addieren sich. Vielfach sind die einzelnen Verlustprozesse räumlich lokalisiert. Im Gegensatz zur isotropen Verteilung wirken hier die einzelnen Verlustprozesse unterschiedlich stark. Für ein Gesamtsystem bestehend aus zwei Teilbereichen (siehe Abb. 2.4) ergibt sich beispielsweise:

$$Q = 2\pi \frac{E_1 + E_2}{\Delta E_1 + \Delta E_2} = 2\pi \frac{E_1 + E_2}{2\pi\phi_1 E_1 + 2\pi\phi_2 E_2}. \quad (2.22)$$

Für den Verlust folgt mit Hilfe von Gl. (2.19):

$$\phi = \frac{E_1}{E_1 + E_2} \phi_1 + \frac{E_2}{E_1 + E_2} \phi_2. \quad (2.23)$$

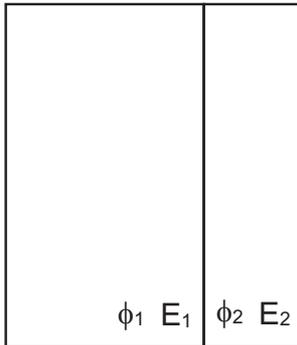


Abb. 2.4: Modellierung eines Gesamtsystems bestehend aus zwei Teilen (1) und (2) mit unterschiedlichen mechanischen Verlusten ϕ_1 und ϕ_2 sowie deren Verformungsenergien E_1 und E_2 . Dielektrische optische Schichten werden beispielsweise nach diesem Modell beschrieben.

3 Dämpfungsmechanismen in Festkörpern

3.1 Das Standardmodell des anelastischen Festkörpers

Im Modell des elastischen Festkörpers sind die mechanische Spannung σ und die mechanische Verformung ϵ durch das Hookesche Gesetz miteinander verknüpft:

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \tag{3.1}$$

wobei E den Elastizitätsmodul darstellt. Ein mechanisches Äquivalent dieses Modells ist in Abb. 3.1(a) dargestellt. Die mechanische Verformung folgt instantan der mechanischen Spannung (siehe Abb. 3.1(b)). Die mechanische Spannung und die mechanische Verformung besitzen keine Phasenverschiebung.

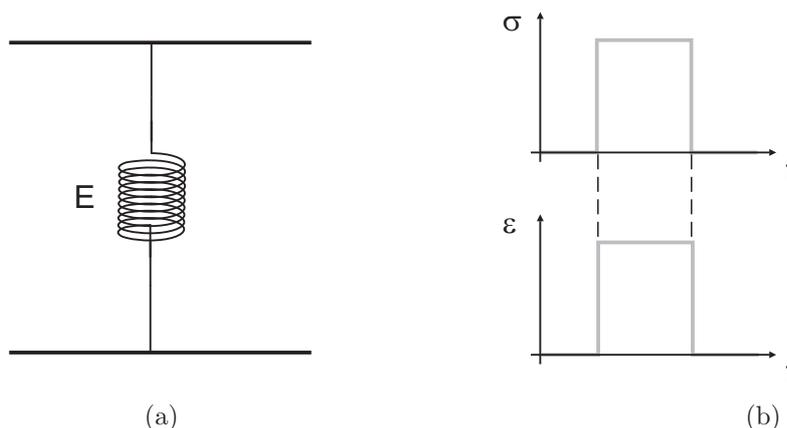


Abb. 3.1: a) – Mechanisches Äquivalent des vollständig elastischen Festkörpers. b) – Zeitlicher Verlauf der mechanischen Deformation.

Um interne Verlustprozesse des Festkörpers einzubeziehen, wird das Hookesche Gesetz verallgemeinert. Diese Verallgemeinerung muss der experimentellen Beobachtung gerecht werden, dass die Verformung des Körpers erst nach einer gewissen Zeit τ vollständig aufgebaut ist – Spannung und Verformung sind durch einen Phasenwinkel ϕ verschoben.

Man bezeichnet diese Verallgemeinerung des Hookeschen Gesetzes als das Standardmodell des anelastischen Festkörpers, welches von Zener [45] entwickelt wurde. Das entsprechende mechanische Äquivalent sowie der zeitliche Verlauf der mechanischen Verformung ist in Abb. 3.2 dargestellt.

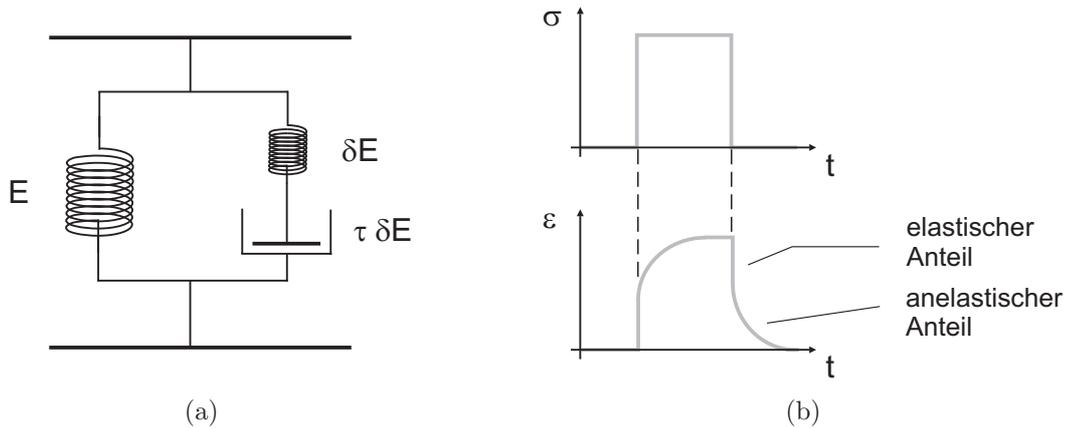


Abb. 3.2: a) – Mechanisches Äquivalent zum Standardmodell des anelastischen Festkörpers. b) – Zeitlicher Verlauf der mechanischen Deformation.

Der Zusammenhang zwischen mechanischer Spannung σ und mechanischer Verformung ϵ wurde dabei von Zener [45] angegeben:

$$\sigma + \tau \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E\epsilon + (E + \delta E) \tau \frac{\partial \epsilon}{\partial t}. \quad (3.2)$$

Das Modell wird dabei durch einen sogenannten statischen Elastizitätsmodul E , einen unrelaxierten Elastizitätsmodul $E + \delta E$ sowie eine Relaxationszeit τ charakterisiert. Geht man von einer harmonischen Variation der mechanischen Spannung aus, so ergibt sich:

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{i\omega t}, \quad (3.3)$$

$$\sigma = (\sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)) e^{i\omega t}. \quad (3.4)$$

Daraus ergibt sich unmittelbar die Definition des komplexen, frequenzabhängigen elastischen Moduls:

$$E(\omega) = E_1(\omega) + iE_2(\omega) = \sigma(\omega)/\epsilon, \quad (3.5)$$

mit $E_1(\omega) = \sigma_1(\omega)/\epsilon_0$ und $E_2(\omega) = \sigma_2(\omega)/\epsilon_0$. Durch Einsetzen in Gl. (3.2) ergibt sich für $E_1(\omega)$ und $E_2(\omega)$:

$$E_1(\omega) = E + \delta E \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (3.6)$$

$$E_2(\omega) = \delta E \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (3.7)$$

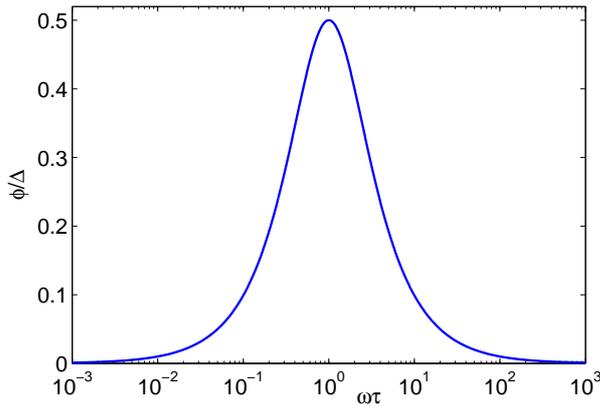


Abb. 3.3: Verlauf des normierten mechanischen Verlustes ϕ/Δ in Abhängigkeit von $\omega\tau$ für den Fall eines anelastischen Festkörpers.

Zur Berechnung der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Verformung kann man nun den berechneten Realteil (E_1) sowie den Imaginärteil (E_2) des komplexen Elastizitätsmoduls heranziehen. Unter der Annahme $\delta E < E$ (schwache Dämpfung) erhält man:

$$\phi \approx \tan \phi = \frac{E_2}{E_1} = \Delta \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (3.8)$$

wobei $\Delta = \delta E/E$ die so genannte Relaxationsstärke darstellt. Zahlreiche Dämpfungsprozesse folgen einem solchen Gesetz. Der Phasenwinkel ϕ entspricht hierbei dem Verlustwinkel, der für den Fall der Strukturdämpfung in Gl. (2.7) eingeführt wurde. Abb. 3.3 stellt eine entsprechende graphische Darstellung dar. Maximale Dämpfung $\phi = \Delta/2$ wird im Fall $\omega\tau = 1$ erreicht. Man bezeichnet den charakteristischen Verlauf auch als Debye-Peak.

3.2 Defektinduzierte Verluste

In realen Festkörpern treten Relaxationserscheinungen durch die Bewegung von Versetzungen oder die Diffusion von Leerstellen bzw. Fremdatomen auf. Der Defekt geht dabei von einem Energiezustand in einen benachbarten über. Vielfach können solche Platzwechsellvorgänge durch ein Zweiniveausystem beschrieben werden (siehe Abb. 3.4).

Die für den Übergang benötigte Energie ΔE_A wird dabei als Aktivierungsenergie des Überganges bezeichnet. Befindet sich der Festkörper im spannungsfreien Zustand, sind die Übergangsraten von einer Potenzialmulde zur anderen in beide Richtungen gleich groß:

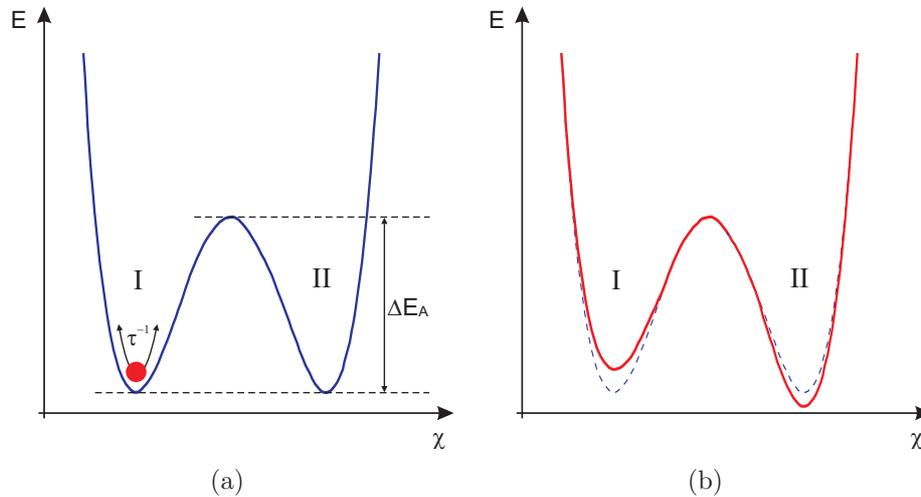


Abb. 3.4: Zweiniveausystem zur Veranschaulichung mechanischer Relaxationserscheinungen in Festkörpern. a) – spannungsfreier Zustand, b) – Zustand mit angelegter mechanischer Spannung. Zwei energetisch benachbarte Zustände sind durch einen Potenzialwall der Höhe E_A getrennt. χ stellt in beiden Fällen die Übergangsgröße von einem zum anderen Energiezustand dar (beispielsweise Ortskoordinate, Bindungswinkel...).

$W_{I \rightarrow II} = W_{II \rightarrow I}$, siehe Abb. 3.4(a). Durch Anlegen einer mechanischen Spannung, siehe Abb. 3.4(b), werden die Potenzialmulden energetisch angehoben (I) bzw. abgesenkt (II). Der entstandene Nichtgleichgewichtszustand relaxiert in Richtung des neuen thermischen Gleichgewichtes. Für den gezeichneten Fall gilt: $W_{I \rightarrow II} > W_{II \rightarrow I}$. τ stellt die Relaxationszeit dar. Für zahlreiche Prozesse folgt die Relaxationszeit einem Arrhenius-Gesetz [46]:

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{\Delta E_A}{k_B T}}. \quad (3.9)$$

τ_0 ist hierbei die sogenannte Relaxationskonstante, die zusammen mit der Aktivierungsenergie für den entsprechenden Übergangsprozess charakteristisch ist.

3.3 Thermoelastische Dämpfung

Wird ein Festkörper verformt, so treten Bereiche auf, in denen er gedehnt und gestaucht wird. Während sich die gedehnten Bereiche abkühlen, erwärmen sich die gestauchten Bereiche – ein Temperaturgradient tritt auf. Der thermische Ausgleich erfolgt durch einen Wärmestrom von Bereichen, die gestaucht wurden zu Bereichen, die gedehnt wurden. Dieser Wärmestrom ist irreversibel und stellt somit eine Form der Dissipation dar. Man bezeichnet diese Dissipationsform als thermoelastische Dämpfung. Selbst in einem perfekten Einkristall tritt thermoelastische Dämpfung auf.

Für einen longitudinal schwingenden zylinderförmigen Stab ergibt sich die thermoelastische Dämpfung nach Landau und Lifshitz [47] zu:

$$\phi_{\text{TE}} = \frac{\kappa T \alpha^2 \rho \omega}{9C^2}. \quad (3.10)$$

Dabei stellt κ die Wärmeleitfähigkeit, α den thermischen Ausdehnungskoeffizienten, ρ die Massendichte, ω die Kreisfrequenz der Schwingung und C die Wärmekapazität pro Einheitsvolumen dar.

Zener [45] berechnete den thermoelastischen Verlust für eine Biegeschwingung in einem Stab mit rechteckigem Querschnitt und konnte das Ergebnis auf eine Form analog Gleichung (3.8) bringen. Die Relaxationsstärke Δ sowie die Relaxationszeit τ sind dabei gegeben durch:

$$\Delta = \frac{E\alpha^2 T}{C}, \quad (3.11)$$

$$\tau = \frac{1}{\pi^2} \frac{Cb^2}{\kappa}. \quad (3.12)$$

Hierbei stellt b die Dicke des Stabes dar. Man erkennt, dass speziell bei kleinen Strukturen die thermoelastische Dämpfung eine Geometrieabhängigkeit enthält. Speziell für die Untersuchungen des Beitrags der optischen Funktionsschichten zur Gesamtgüte der optischen Komponenten in Kapitel 6 wird diese Abhängigkeit deutlich werden.

3.4 Phonon-Phonon-Wechselwirkung

Die Anharmonizität eines Kristallgitters führt zu einer weiteren Form der Dissipation – der Phonon-Phonon-Wechselwirkung. Nach Bömmel und Dransfeld [48] führt diese zu einer Dämpfung von:

$$\phi_{\text{ph-ph}} = \frac{CT\gamma^2}{\rho v^2} \frac{\omega\tau_{\text{ph}}}{1 + \omega^2\tau_{\text{ph}}^2}. \quad (3.13)$$

Dabei stellt C die Wärmekapazität pro Einheitsvolumen, γ den Grüneisen-Parameter, ρ die Massendichte, v die Schallgeschwindigkeit, ω die Kreisfrequenz der eingestrahlten Schallwelle und τ_{ph} die Phononen-Relaxationszeit dar. Der Grüneisen-Parameter wird hierbei in der Regel als freier Fitparameter für eine gegebene Temperatur T benutzt. Er ist ein Maß für die Anharmonizität des Gitters und liegt typischerweise zwischen 1 und 2 [49].

Wechselwirken zwei Phononen miteinander unter Aussendung eines dritten Phonons, so müssen der Energie- sowie der Quasiimpulserhaltungssatz erfüllt werden [49]:

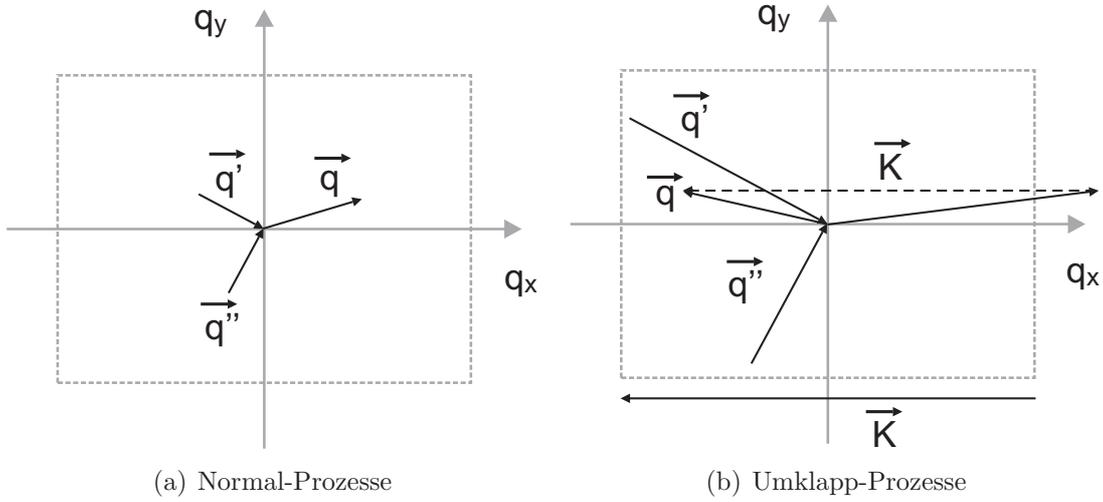


Abb. 3.5: Mögliche Drei-Phononen-Prozesse. Die eingestrahelten Phononen mit den Wellenzahlvektoren \vec{q}' und \vec{q}'' bilden ein drittes Phonon mit dem Wellenzahlvektor \vec{q} . Je nachdem, ob der resultierende Wellenzahlvektor noch in der ersten Brillouin-Zone liegt oder nicht unterscheidet man Normal-Prozesse (a) und Umklapp-Prozesse (b).

$$\hbar\omega(\vec{q}') + \hbar\omega(\vec{q}'') = \hbar\omega(\vec{q}), \quad (3.14)$$

$$\hbar\vec{q}' + \hbar\vec{q}'' = \hbar\vec{q} + \hbar\vec{K}. \quad (3.15)$$

ω ist dabei die Kreisfrequenz des betreffenden Phonons, \vec{q} der betreffende Wellenzahlvektor und \vec{K} ein Vektor des reziproken Gitters.

Man unterscheidet zwei grundlegende Prozesse: Besitzen die ursprünglichen Phononen einen kleinen Quasiimpuls, so befindet sich der resultierende Gesamtquasiimpuls des dritten Phonons innerhalb der ersten Brillouin-Zone (siehe Abb. 3.5(a)). Für diesen Prozess gilt $\vec{K} = 0$. Man spricht dabei von sogenannten Normal-Prozessen. Besitzen hingegen die ursprünglichen Phononen relativ große Quasiimpulse, so kann der resultierende Gesamtquasiimpuls außerhalb der ersten Brillouin-Zone liegen. Die Quasiimpulserhaltung führt dabei zu $\vec{K} \neq 0$. Man spricht von Umklapp-Prozessen, siehe Abb. 3.5(b), [49, 50].

Bei tiefen Temperaturen treten lediglich Normal-Prozesse auf, da die thermisch angeregten Phononen nur kleine Quasiimpulse besitzen. Die mittlere freie Weglänge (und damit die Phononen-Relaxationszeit) wird dann lediglich durch die Kristalloberfläche bzw. die Streuung der Phononen an Verunreinigungen begrenzt. Für hochreine Proben gilt:

$$\tau_{\text{ph}} = \frac{L}{c}, \quad (3.16)$$

wobei L eine charakteristische Ausdehnung des Kristalls und c die Schallgeschwindigkeit

des betreffenden Materials darstellen. Für tiefe Temperaturen ergibt sich somit unmittelbar aus Gl. (3.13):

$$\phi_{\text{ph-ph}} \propto T^4, \quad (3.17)$$

d.h. der Einfluss der Phonon-Phonon-Wechselwirkung nimmt mit sinkender Temperaturen sehr schnell ab.

Für höhere Temperaturen (oberhalb etwa 10 K) setzen auch Umklapp-Prozesse ein. Diese sorgen für wesentlich kürzere Phononen-Relaxationszeiten. Die mittlere freie Weglänge Λ der Phononen ist nach [49] gegeben durch:

$$\Lambda \propto e^{\frac{T}{\Theta_D}}, T \ll \Theta_D, \quad (3.18)$$

$$\Lambda \propto 1/T, T \gg \Theta_D. \quad (3.19)$$

Θ_D stellt dabei die Debye-Temperatur des betreffenden Materials dar. Die mittlere freie Weglänge der Phononen ist mittels der Schallgeschwindigkeit mit der Phononen-Relaxationszeit verknüpft.

Die Phononen-Relaxationszeit wird häufig direkt aus Untersuchungen der Wärmeleitfähigkeit des betreffenden Materials gewonnen. Es gilt nach [50]:

$$\kappa = \frac{1}{3} C v_D^2 \tau_{\text{ph}}, \quad (3.20)$$

mit der Debye-Schallgeschwindigkeit v_D . Diese setzt sich in einem isotropen Festkörper aus der longitudinalen v_L sowie der transversalen v_T Schallgeschwindigkeit zusammen [50]:

$$\frac{3}{v_D^3} = \frac{1}{v_L^3} + \frac{2}{v_T^3}. \quad (3.21)$$

Somit ist es möglich, aus Tieftemperaturuntersuchungen der Wärmeleitfähigkeit, Rückschlüsse auf die Phonon-Phonon-Wechselwirkung des betreffenden Materials zu ziehen.

3.5 Theoretische Grenzen ausgewählter Materialien

Um ein geeignetes Material für die optischen Komponenten eines Gravitationswellendetektors auszuwählen, müssen zahlreiche Bedingungen erfüllt werden [33]. Das Material muss eine hohe mechanische Güte besitzen, um das thermische Rauschen zu reduzieren (vgl. Abb. 1.4). Das Material muss eine geringe optische Absorption für die im Interferometer verwendete Laserwellenlänge besitzen. Trotzdem wird stets ein geringer Teil

absorbiert und in Wärme verwandelt. Deshalb ist eine hohe thermische Leitfähigkeit sowie eine geringe thermische Ausdehnung erforderlich, um thermische Verformungen des Materials zu minimieren. Darüber hinaus muss das betreffende Material bis zu einer Oberflächenrauigkeit von einem Zehntel Nanometer polierbar sein. Des Weiteren muss es möglich sein, das Material mit einer oder mehreren optischen Funktionsschichten (z.B. dielektrische Schichten oder optische Gitter) zu versehen. Eine wesentliche Bedingung ist, dass das entsprechende Material in hinreichend großen Einkristallen verfügbar ist bzw. es absehbar ist, dass bis zum Bau eines Gravitationswellendetektors der dritten Generation entsprechend große Materialstücke verfügbar sind.

All diese Bedingungen führen zu entsprechenden Einschränkungen in der Wahl der Materialien. Um die Bedingungen einer hohen Güte zu erfüllen, kommen insbesondere hochreine, einkristalline Dielektrika mit einer geringen Mobilität der Defekte in Frage. Hierzu zählen beispielsweise Saphir, kristalliner Quarz, Silizium und einige Carbide mit besonders großer Härte. Letztere sind jedoch heutzutage nicht in hinreichend großen Einkristallen erhältlich und bereiten auch bei der Politur Probleme. Neben den Einkristallen werden vor allem von hochreinen Gläsern die optischen Anforderungen erfüllt. Fused Silica¹ stellt dabei einen hervorragenden optischen Werkstoff dar. Die aktuell bei Raumtemperatur in Betrieb befindlichen interferometrischen Gravitationswellendetektoren benutzen hochreines Fused Silica als optisches Substratmaterial.

Die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit konzentrierten sich auf Fused Silica als das aktuelle Detektormaterial, Kristallquarz als chemisch identisches Material zu Fused Silica – jedoch mit einer Kristallstruktur, Calciumfluorid als modernen optischen Werkstoff sowie Silizium als ein Material, das in großen Einkristallen und mit sehr hoher Reinheit verfügbar ist.

Aus den vorangegangenen Abschnitten ist klar, dass als theoretische Grenze lediglich die Phonon-Phonon-Wechselwirkung sowie die thermoelastische Dämpfung in Frage kommen. Alle anderen Verlustprozesse können durch eine geeignete Probenreinheit weitgehend reduziert werden. Zur Abschätzung der theoretischen Grenzen einiger ausgewählter Materialien wurde ein unendlicher Halbraum angenommen. Die thermischen Parameter der entsprechenden Materialien sind im Anhang zusammengefasst. Das thermoelastische Limit wurde mit Hilfe von Gl. (3.10), die Phonon-Phonon-Wechselwirkung mit Hilfe von Gl. (3.13) abgeschätzt. Die entsprechenden Phononen-Relaxationszeiten τ_{ph} wurden aus der Wärmeleitfähigkeit des betreffenden Materials berechnet und stellen somit lediglich eine grobe Abschätzung dar.

¹Fused Silica ist künstliches Quarzglas. Es wird hochrein aus Siliziumtetrachlorid, Wasserstoff und Sauerstoff hergestellt und enthält damit nur sehr wenige Verunreinigungen. Es ist ein amorpher Werkstoff und ist in der Optik als Substratmaterial weit verbreitet.

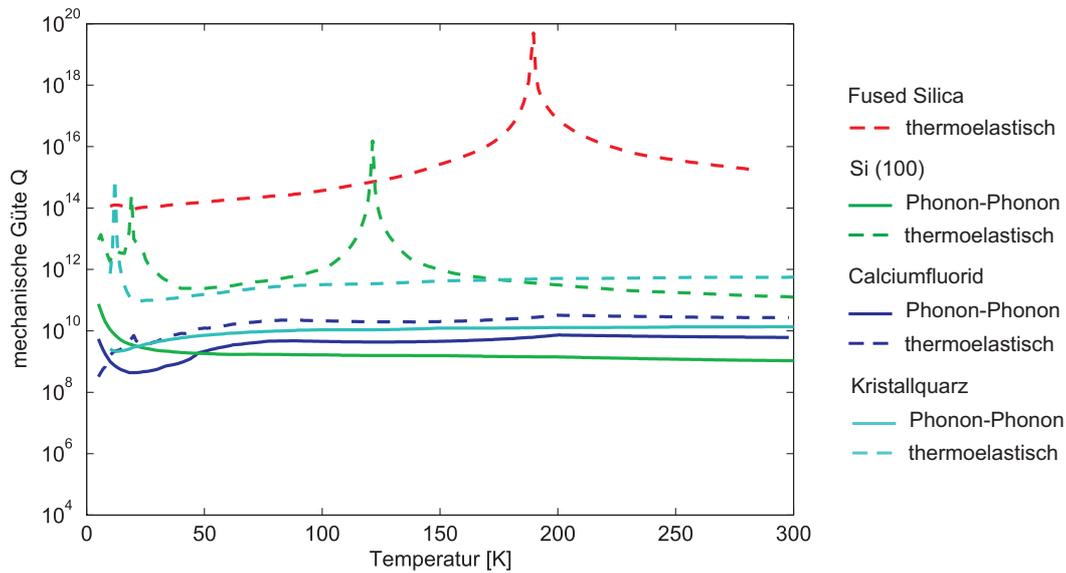


Abb. 3.6: Vergleich der Temperaturabhängigkeit der thermoelastischen Dämpfung sowie der Phonon-Phonon-Wechselwirkung für ausgewählte Materialien. Die jeweiligen Kurven sind unter Zuhilfnahme der entsprechenden thermischen Eigenschaften (siehe Anhang) berechnet worden. Die Phonon-Phonon-Wechselwirkung wurde über die Wärmeleitfähigkeit des betreffenden Materials abgeschätzt.

Abb. 3.6 zeigt die theoretische Temperaturabhängigkeit der Dämpfung verursacht durch Phonon-Phonon-Wechselwirkung und thermoelastische Dämpfung. Man erkennt, dass in weiten Temperaturbereichen (typ. $T > 20$ K) die Phonon-Phonon-Wechselwirkung die limitierende Größe darstellt, unterhalb von 20 K jedoch stark abfällt, siehe Gl. (3.17).

4 Kryogene Gütemessung

4.1 Anforderungen an das kryogene Messsystem

Die mechanische Güte soll in einem Temperaturbereich von Raumtemperatur bis hinab zur Siedetemperatur des Heliums von 4,2 K untersucht werden. Als Proben stehen unterschiedliche Materialien (Fused Silica, Kristallquarz, Calciumfluorid, Silizium) mit zylindrischer Geometrie (typischerweise von \varnothing 45 mm bis 150 mm bei gleichzeitiger Höhe von 6 mm bis zu 100 mm) zur Verfügung. Dies entspricht beispielsweise für eine Siliziumprobe mit einem Durchmesser \varnothing 150 mm und einer Höhe von 100 mm einer Masse von $m \approx 4$ kg. Um eine solche Probe von Raumtemperatur auf 4,2 K abzukühlen, muss dieser eine Wärmemenge von

$$Q = m \cdot \int_{4,2 \text{ K}}^{300 \text{ K}} C(T) dT = 480 \text{ kJ} \quad (4.1)$$

entzogen werden. Dabei wurde die temperaturabhängige spezifische Wärmekapazität $C(T)$ der Referenz [51] entnommen (siehe Abb. A.12 im Anhang). Um in hinreichend kurzer Zeit die gewünschten Temperaturen für die entsprechenden Untersuchungen zu erreichen, ist ein guter thermischer Kontakt zwischen der Wärmesenke und dem Untersuchungsobjekt nötig. Dieser thermische Kontakt muss jedoch so realisiert werden, dass die eigentliche Messung nicht beeinflusst wird. Ein mechanischer Kontakt zwischen dem Substrat und der Wärmesenke ist nicht möglich, da dieser zusätzliche Verluste in das System einbringen würde, die das Messergebnis verfälschen.

Während der eigentlichen Abklingmessung ist eine gute thermische Isolation notwendig, um die Konstanz der Proben temperatur zu gewährleisten. Aufgrund der stark abfallenden Wärmekapazität bei tiefen Temperaturen ($\propto T^3$ nach Debye, siehe z.B. [52]) führen geringe Wärmeeinträge bereits zu einer starken Temperaturerhöhung. Für das o.g. 4 kg Si-Substrat bedeutet beispielsweise bei 10 K ein Wärmeeintrag von 1 W eine Temperaturerhöhung von rund 1 K pro Sekunde, während diese Wärmezufuhr bei 300 K lediglich die Temperatur um 3 mK pro Sekunde erhöhen würde. Für typischen Messzeiten von 1000 s bei tiefen Temperaturen für eine Abklingmessung würde selbst ein Wärmeeintrag von 1 mW zu einer Temperaturveränderung von 1 K führen. Daraus folgt unmittelbar, dass

der Wärmeeintrag in das Substrat minimiert werden muss.

Darüber hinaus müssen alle Formen zusätzlicher Dämpfung minimiert werden. Diese treten beispielsweise durch die Wechselwirkung von Gasteilchen mit der Oberfläche des Testsubstrates, durch die Wechselwirkung des Substrates mit seiner Aufhängung, Anregung oder dem Auslesekreis für die Schwingungsamplitude auf. Um Güten bis zu 10^{10} bei einer typischen Resonanzfrequenz von einigen 10 kHz messen zu können, muss die Standzeit für Helium im Kryostaten mindestens 48 Stunden betragen.

Für einen flexiblen Aufbau sollte der Kryostat über ein optisches Fenster sowie hinreichend viele elektrische Durchführungen verfügen. Dies ermöglicht es, unterschiedliche Gütemessverfahren – vor allem unterschiedliche Ausleseverfahren der Amplitude – zu testen. Um die aufwändige Justierarbeit zu vereinfachen, ist eine top-down-Geometrie hilfreich. Normalerweise befindet sich die Experimentierplattform in einem Kryostaten unterhalb der Reservoirs für die Kryomedien. In einer top-down-Geometrie wird die Experimentierplattform oberhalb der Helium- und Stickstofftanks angeordnet. Dies gestattet das Arbeiten wie auf einem Labortisch. Experimentieraufbauten können somit unkompliziert bei kryogenen Temperaturen realisiert werden.

Des Weiteren soll das aufzubauende Messsystem in der Lage sein, einzelne Komponenten in realer Größe zu testen. Der Aufbau muss also in der Lage sein, große Testmassen untersuchen zu können. Aus diesem Grunde wurde der Probenraum mit einem Durchmesser von 300 mm und einer Höhe von 500 mm festgelegt.

Tab. 4.1 fasst alle wesentlichen Anforderungen an den kryogenen Aufbau zusammen. In den folgenden Abschnitten wird auf die jeweilige Realisierung der entsprechenden Anforderung gezielt eingegangen.

Anforderung	Parameter
Temperaturbereich	5 ... 300 K
Restgasdruck	$< 10^{-6}$ mbar
Standzeit LHe	mindestens 48 h
Wärmeeintrag	minimal
angestrebtes Gütelimit	10^{10}

Tab. 4.1: Zusammenfassung der Anforderung an den Messaufbau zur kryogenen Gütemessung.

4.2 Experimentelle Realisierung des Messaufbaus

4.2.1 Substrathalterung

Die Testmassen müssen möglichst verlustarm gelagert werden, um die mechanische Güte wie in Kapitel 2 dargelegt, durch eine Abklingmessung bzw. eine Resonanzbreitenmessung experimentell zu bestimmen. Um die verschiedenen Substratlagerungen zu diskutieren, ist es sinnvoll, sich zuerst einen Überblick über die Eigenschwingungen der Testmassen zu verschaffen. Exemplarisch wurden charakteristische Eigenschwingungen eines Substrates mit Hilfe von ANSYS [53] berechnet. Abb. 4.1 stellt die ersten 5 Eigenschwingungen eines Fused Silica Substrates ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$) dar.

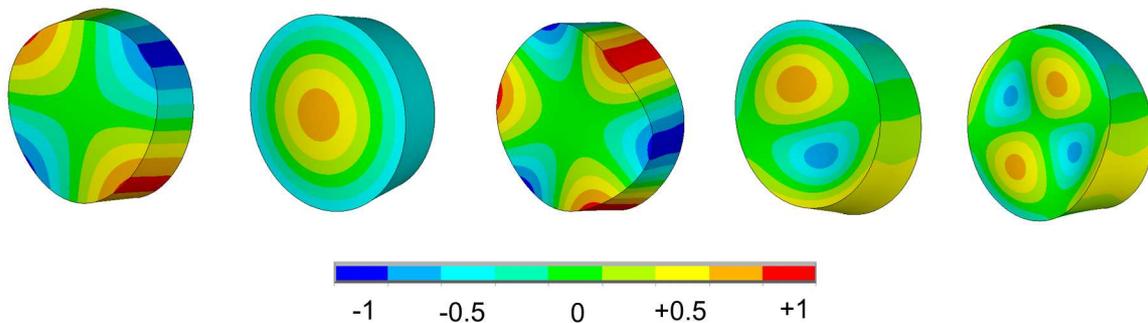


Abb. 4.1: Ausgewählte Modenformen eines Fused Silica Substrates ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$). Alle Modenformen wurden mit ANSYS [53] berechnet (siehe Kapitel 5.2). Dargestellt ist die Auslenkung des Probekörpers in z-Richtung (entlang der Zylinderachse) normiert auf die maximale Auslenkung (Farbskala).

Man erkennt unmittelbar aus der Darstellung, dass die jeweiligen Moden sehr unterschiedliche Auslenkungen besitzen. Um während eines kryogenen Messzyklusses möglichst viele Moden untersuchen zu können, ist es erforderlich, eine Substratlagerung zu wählen, die für mehrere Eigenschwingungen eine minimale Zusatzdämpfung aufweist. Vier mögliche Formen der Substrathalterung sind in Abb. 4.2 dargestellt: Eine 3-Punkt-Einspannung, eine 2-Punkt-Einspannung ('Nodal Support'), eine Lagerung auf einer Kugel sowie eine Pendelaufhängung mit Hilfe eines Fadens bzw. Drahtes.

Um die zusätzliche Dämpfung der Eigenschwingung durch die Lagerung zu minimieren, muss die Gesamtauslenkung der Eigenmode am Kontaktpunkt Substrat-Lagerung minimal – im Idealfall sogar Null – werden. Für einige ausgewählte Moden ist dies entlang der Mittelebene am Umfang gegeben. Für diese Moden würde sich die 120°-Einspannung sowie die Pendelaufhängung anbieten. Für andere Moden, stellen die beiden Zentren der Front- und Rückfläche der Proben die Punkte mit minimaler Bewegung dar. Hier wären der No-

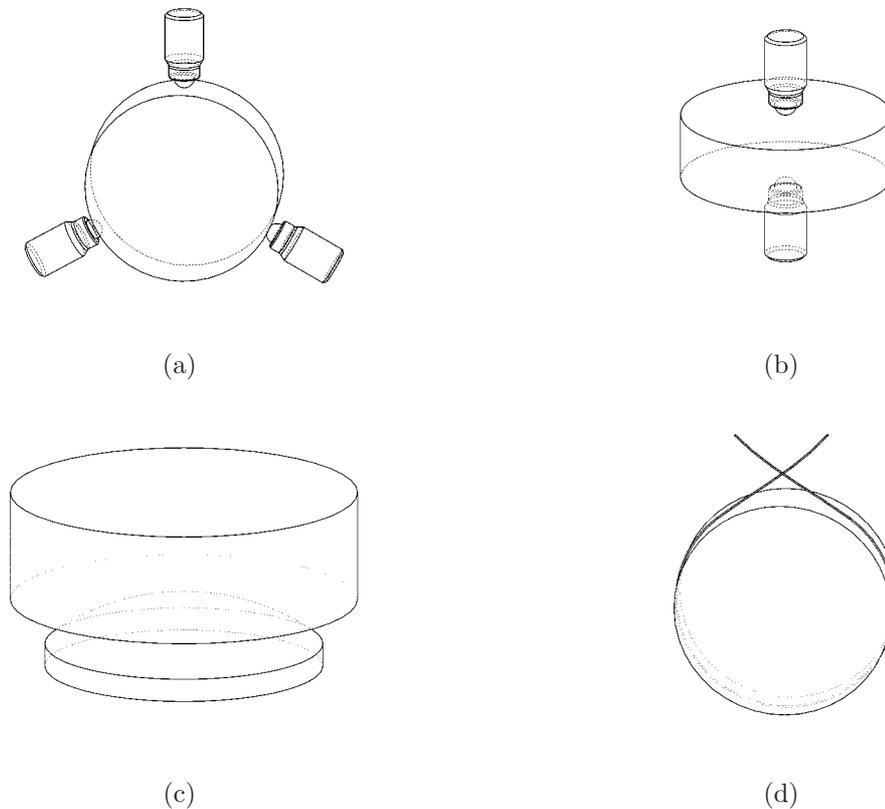


Abb. 4.2: Möglichkeiten der verlustarmen Lagerung der Substratmaterialien. a) – 120°-Einspannung. b) – Nodal Support, c) – GENS ('gentleman nodal support'), d) – Pendelaufhängung.

dal Support oder die Lagerung auf einer Kugel geeignet. Dennoch ist bei einem Kristall im Allgemeinen mit einer longitudinalen Schwingung stets eine transversale Schwingung verbunden, da Längenänderungen stets mit einer Querkontraktion/-expansion verbunden sind (bei isotropen Medien über die Poisson-Zahl verknüpft).

Das Hauptproblem bei allen Einspannungsvarianten ist, eine definierte und vor allem beim Abkühlen konstant bleibende Andruckkraft zu realisieren. Deshalb wurde für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse die Pendelaufhängung verwendet. Mit Hilfe dieser Lagerungsform lassen sich mehrere ausgewählte Moden zwischen Raumtemperatur und der Temperatur von flüssigem Helium untersuchen, ohne dass sich die Aufhängungsparameter unkontrolliert verändern. Eine etwaige Wechselwirkung zwischen Substrat und Aufhängung wird im Wesentlichen durch die Schwerkraft vermittelt und bleibt während der Messung demnach konstant.

Des Weiteren bietet die Pendelaufhängung einen großen Vorteil. Wie bereits im Kapitel 2.4 erläutert, addieren sich bei einem zusammengesetzten System die einzelnen Teilverluste, siehe Gl. (2.21). Die Pendelaufhängung stellt ein zusammengesetztes System aus dem Auf-

hängungsdraht sowie der Testmasse dar. Mit einem typischen internen Verlust von $\phi_{int} = 10^{-6}$ für den Aufhängungsfaden wäre es nicht möglich, Güten über 10^6 zu messen, da die Aufhängungsdämpfung dann dominieren würde. Es ist dennoch möglich, deutlich höhere Güten als die intrinsische Güte des Aufhängungsmaterials mit einer Pendelaufhängung zu erhalten. Die Begründung hierfür liefert folgende Betrachtung. Die im Aufhängungsfaden deponierte Energie teilt sich in zwei Formen auf. Ein Teil der mechanischen Energie wird in der Biegung des Aufhängungsfadens gespeichert:

$$E_{\text{Biegung}} = \frac{1}{2} k_{\text{Draht}} x^2 \quad (4.2)$$

mit der Federkonstante k_{Draht} des Aufhängungsmaterials. Von dieser Energie wird ein Bruchteil α pro Schwingungszyklus im Draht dissipiert. Die Gesamtenergie der schwingenden Pendelaufhängung setzt sich zusammen aus der Biegeenergie sowie der potenziellen Energie im Schwerfeld der Erde:

$$E_{\text{Pendel}} = \frac{1}{2} (k_{\text{Draht}} + k_{\text{grav}}) x^2, \quad (4.3)$$

wobei $k_{\text{grav}} = mg/L$ die effektive Federkonstante des Gravitationsfeldes darstellt. Ausgehend von der Definition der Strukturdämpfung sowie der mechanischen Güte nach Gl. (2.1) erhält man:

$$\phi = \frac{1}{Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta E}{E} \quad (4.4)$$

mit der Gesamtenergie E und dem Energieverlust ΔE pro Schwingungszyklus. Der in Form von potenzieller Energie gespeicherte Anteil ist verlustfrei, da das Gravitationsfeld ein konservatives Kraftfeld darstellt.

Für das Pendelsystem folgt unmittelbar:

$$\phi_{\text{Pendel}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\frac{1}{2} \alpha k_{\text{Draht}} x^2}{\frac{1}{2} (k_{\text{Draht}} + k_{\text{grav}}) x^2} = \frac{\alpha k_{\text{Draht}} x^2}{2\pi (k_{\text{Draht}} + k_{\text{grav}})} \quad (4.5)$$

sowie für den Aufhängungsdraht:

$$\phi_{\text{Draht}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\frac{1}{2} \alpha k_{\text{Draht}} x^2}{\frac{1}{2} k_{\text{Draht}} x^2} = \frac{\alpha}{2\pi}. \quad (4.6)$$

Bildet man das Verhältnis aus den Pendel- und den Drahtverlusten, erhält man:

$$\frac{\phi_{\text{Pendel}}}{\phi_{\text{Draht}}} = \frac{k_{\text{Draht}}}{k_{\text{Draht}} + k_{\text{grav}}}. \quad (4.7)$$

Für einen dünnen Draht gilt $k_{\text{grav}} \gg k_{\text{Draht}}$ und demnach:

$$\phi_{\text{Pendel}} = \frac{k_{\text{Draht}}}{k_{\text{grav}}} \phi_{\text{Draht}}, \quad (4.8)$$

d.h. der wirksame Pendelverlust ist um den Faktor $k_{\text{Draht}}/k_{\text{grav}}$ kleiner als der intrinsische Verlust des Aufhängungsmaterials. Die Federkonstante eines gebogenen Drahtes ergibt sich zu [24]:

$$k_{\text{Draht}} = \frac{n\sqrt{FEI}}{2L^2}, \quad (4.9)$$

wobei n die Anzahl der Aufhängungsfäden, F die Zugkraft pro Draht, E der Elastizitätsmodul des Drahtes, I das Flächenträgheitsmoment ($\pi r^4/4$ für einen kreisrunden Querschnitt) und L die Pendellänge darstellen.

Setzt man alle Größen in Gl. (4.8) ein, so erhält man für die Pendeldämpfung:

$$\phi_{\text{Pendel}} = \frac{n\sqrt{FEI}}{2mgL} \phi_{\text{Draht}}. \quad (4.10)$$

Den Vorfaktor vor der intrinsischen Dämpfung des Drahtes ϕ_{Draht} bezeichnet man als 'dilution factor'. Um die Zusatzverluste durch die Aufhängung zu minimieren, kann der Drahtdurchmesser möglichst klein gewählt werden, um eine hohe Zugspannung zu erhalten. Dies gibt unmittelbar ein Auswahlkriterium für das Aufhängungsmaterial vor: Die Zerreissgrenze des betreffenden Materials muss möglichst hoch sein. Wolfram stellt hierbei ein Material mit einer besonders hohen Zerreissspannung dar. Eigene Messungen ergaben Werte bis zu 3,55 GPa bei Raumtemperatur.

Für einen Wolframdraht mit einer Länge von 20 cm und einem Durchmesser von $50 \mu\text{m}$ wird beispielsweise bei $2/3$ der maximalen Zugspannung ein Abschwächungsfaktor $8 \cdot 10^{-4}$ erreicht, d.h., mit Hilfe eines solchen Wolfram-Drahtes sind Gütemessungen bis zu 10^9 prinzipiell möglich.

Als mögliches Aufhängungsmaterial wurden zahlreiche Stoffe untersucht. Beispielsweise wurden die höchsten Gütewerte für ein Siliziumsubstrat bei Raumtemperatur am IGR¹ in Glasgow mit Hilfe eines Seidenfadens erreicht [54]. Der Aufbau erreichte eine Güte von $2 \cdot 10^8$. Der verwendete Seidenfaden wurde mit Hilfe von tierischem Fett behandelt. Die genauen Auswirkungen des Fetts sind bisher ungeklärt. Es werden unterschiedliche Einflüsse diskutiert: Zum Einen könnte das Fett die Reibung zwischen Substrat und Faden verringern. Zum Anderen wird eine Glättung der Faseroberfläche und eine damit verbundene Herabsetzung der Kontaktfläche diskutiert [55]. Dennoch ist die Präparation des Fadens stark abhängig vom verwendeten Seidenfaden sowie vom verwendeten Fett. Eigene Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit haben deutlich geringere Güten an vergleich-

¹IGR = Institute of Gravitational Research, Glasgow/Schottland, Direktor: Prof. J. Hough.

baren Testmassen ergeben. Hingegen wurden gute Ergebnisse mit Hilfe eines polierten Wolfram-Drahtes erzielt. Für jede Testmasse wurde ein möglichst dünner Wolfram-Draht² ausgewählt, um ca. 2/3 der maximalen Zugspannung zu erreichen. Der Faden wurde mit Hilfe einer Diamant-Suspension³ poliert. Hierzu wurde eine geringe Menge der Suspension auf ein fusselfreies Tuch gegeben und der entsprechende Draht rund 10 Minuten manuell poliert. Nach wenigen Minuten war bereits visuell eine Veränderung der Oberfläche des Drahtes zu erkennen. Der Draht wurde im Anschluss mit Aceton und Isopropanol gereinigt.

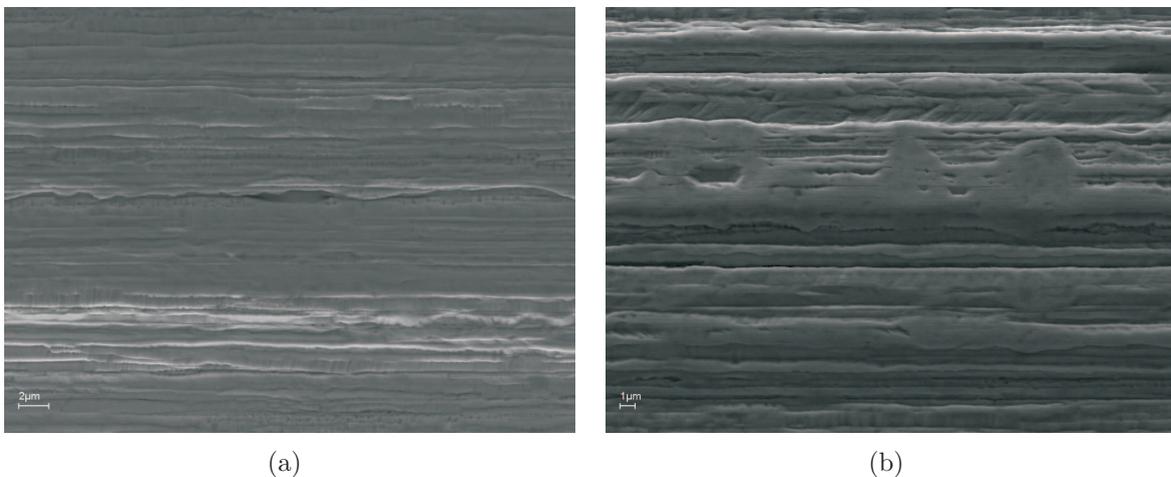


Abb. 4.3: Elektronenmikroskopische Aufnahme der Drahtoberfläche (4000x). a) – unpoliert, b) – poliert. Durch das Polieren werden die scharfkantigen Rillen, die durch den Herstellungsprozess bedingt sind, abgerundet.

In Abb. 4.3 ist ein $100\ \mu\text{m}$ Wolfram-Draht vor und nach der Politur dargestellt⁴. Man erkennt, dass durch die Politur scharfe Kanten, die durch den Herstellungsprozess entstehen, abgerundet werden.

Es wurden mehrere Aufhängungsgeometrien getestet. Um eine stabile Lagerung des Substrates zu erhalten, ist es notwendig, dass die Ablösepunkte des Aufhängungsdrahtes oberhalb des Massenschwerpunktes des Substrates liegen. Abb. 4.4 stellt die beiden verwendeten Aufhängungsvarianten gegenüber. Die wirksame Länge L des Aufhängungsfadens stellt neben der Zugspannung σ des verwendeten Drahtes eine weitere Nebenbedingung für den Einbau dar. Während der kryogenen Messung dürfen das Substrat und der Aufhängungsdraht nicht in Resonanz geraten, da sonst der Substratmode Energie entzogen wird und eine zusätzliche Dämpfung auftritt. Von besonderem Interesse hierbei

²Der Wolfram-Draht wurde von der Firma Advent Research Materials Ltd (www.advent-rm.com) bezogen. Es standen folgende Durchmesser zur Verfügung: $25\ \mu\text{m}$, $50\ \mu\text{m}$, $75\ \mu\text{m}$, $100\ \mu\text{m}$, $125\ \mu\text{m}$ und $150\ \mu\text{m}$.

³DP-Suspension P $3\ \mu\text{m}$, www.struers.com

⁴Die Aufnahmen erfolgten im elektronenmikroskopischen Zentrum der Friedrich-Schiller-Universität.

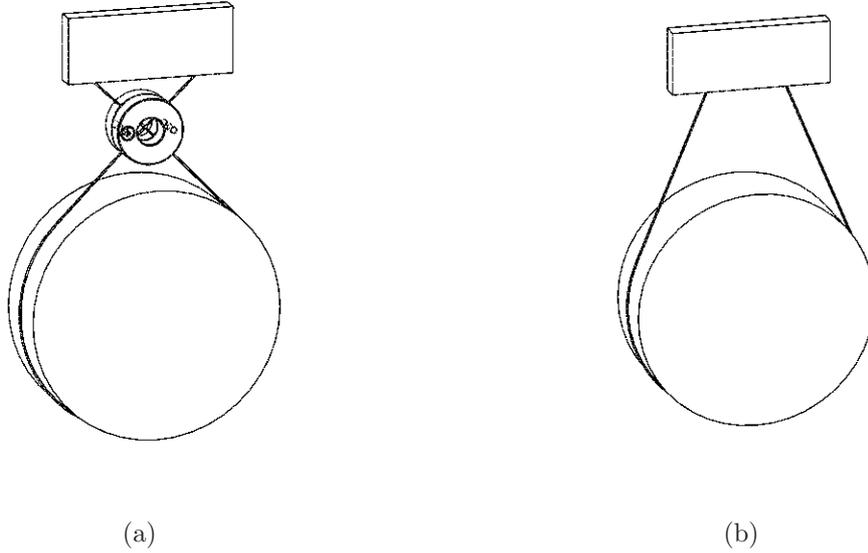


Abb. 4.4: Zwei verwendete Varianten der Pendelaufhängung mit Hilfe eines Wolfram-Drahtes. a) – Mit Hilfe einer Klemme wird der gekreuzte Draht oberhalb des Substrates gehalten. b) – Der Draht wird direkt ohne Klemme verwendet. Für die meisten Messungen wurde Version a) gewählt, da die wirksame Drahtlänge (Substrat – Klemme) kleiner ist als in Version b).

sind die Transversalmoden des Aufhängungsfadens - auch Violinenmoden genannt, da diese am Ablösepunkt vom Substrat starke Reibungseffekte erzeugen.

Um die Eigenfrequenzen des Aufhängungsdrahtes zu berechnen, geht man von der Euler-Bernoulli-Gleichung [47] aus:

$$EI \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} - \sigma \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} = \rho_L \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2}, \quad (4.11)$$

wobei E den Elastizitätsmodul, ρ_L die Massendichte bezogen auf die Länge, I das Flächenträgheitsmoment des Drahtes und σ die Zugspannung im Draht darstellen. Das Abspalten der Zeitabhängigkeit mit Hilfe von $z(x, t) = Z(x) \cdot e^{i\omega t}$ liefert:

$$EI \frac{d^4 Z}{dx^4} - \sigma \frac{d^2 Z}{dx^2} = \rho_L \omega^2 Z. \quad (4.12)$$

Mit Hilfe des Lösungsansatzes:

$$Z(x) = A \sin(k_1 x) + B \cos(k_1 x) + C \sinh(k_2 x) + D \cosh(k_2 x) \quad (4.13)$$

ergibt sich für k_1 und k_2 :

$$k_1 = \sqrt{-\frac{\sigma}{2EI} + \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4EI}}{2EI}}, \quad (4.14)$$

$$k_2 = \sqrt{+\frac{\sigma}{2EI} + \frac{\sqrt{\sigma^2 + 4EI}}{2EI}}. \quad (4.15)$$

Im Vergleich zur Masse des Aufhängungsdrahtes ist die Substratmasse sehr viel größer. Daraus folgt, dass der Aufhängungsdraht in guter Näherung als beidseitig eingespannt angesehen werden kann. Es ergeben sich somit folgende Nebenbedingungen:

$$z(x=0) = z(x=L) = 0, \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x=0) = \frac{\partial}{\partial x} z(x=L) = 0. \quad (4.17)$$

Das Einsetzen des Lösungsansatzes (4.13) in die Nebenbedingungen (4.16) und (4.17) liefert ein Gleichungssystem für die Koeffizienten A, B, C und D. Eine nichttriviale Lösung dieses Systems ergibt sich nur bei verschwindender Koeffizientendeterminante. Aus dieser Forderung folgen die möglichen Eigenfrequenzen des Aufhängungsdrahtes unter den gegebenen Nebenbedingungen [56]:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_L}} \left(1 + \frac{2}{L} \sqrt{\frac{EI}{\sigma}} + \left[4 + \frac{(n\pi)^2}{2} \right] \frac{2 EI}{L^2 \sigma^2} \right). \quad (4.18)$$

In niedrigster Ordnung ergeben sich unmittelbar die Eigenfrequenzen einer idealen Saite:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_L}}. \quad (4.19)$$

Der Abstand zweier benachbarter Moden ergibt sich somit in niedrigster Ordnung zu:

$$\Delta f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_L}}, \quad (4.20)$$

d.h., um eine möglichst große Separation Δf der Eigenschwingungen des Aufhängungsdrahtes zu erreichen, ist eine möglichst kurze Drahtlänge L notwendig, typischerweise $L < 10$ cm.

4.2.2 Spezialkryostat

Die in Kapitel 4.1 zusammengefassten Anforderungen werden von kommerziell erhältlichen Standard-Kryostaten nicht erfüllt. Deshalb wurde ein Spezialkryostat [57] bei der Firma Cryovac⁵ in Auftrag gegeben.

⁵www.cryovac.de

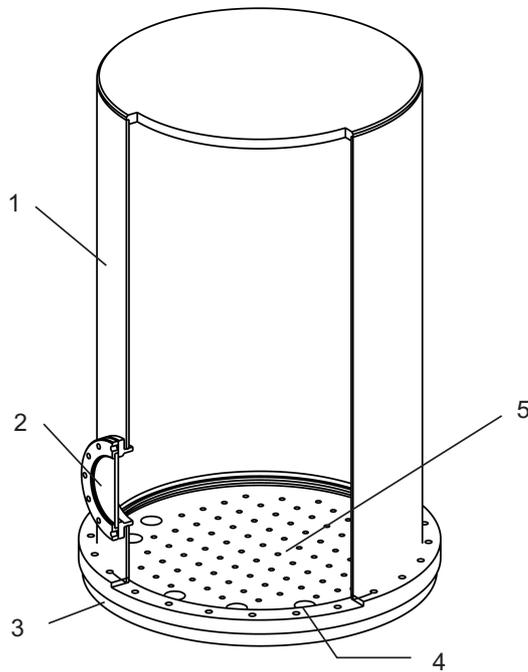


Abb. 4.5: Schnittzeichnung des Probenraums. 1 – Vakuumgefäß, 2 – optisches Fenster, 3 – Vakuumdichtung (Indium), 4 – Durchführungen (elektrisch, Vakuum), 5 – Experimentierplattform (25 mm Raster, M6 Gewindebohrungen).

Kernstück des Kryostaten ist der Probenraum für den flexiblen Aufbau der kryogenen Experimente. Abb. 4.5 stellt eine Schnittzeichnung dar. Am Boden des Probenraums befindet sich die Experimentierplattform. Sie besteht zur guten thermischen Ankontaktierung an das Wärmebad aus Aluminium und besitzt zahlreiche Bohrungen mit M6 Gewinde im Standard-Rastermaß von 25 mm \times 25 mm. Durch die Experimentierplattform führen des weiteren die Anschlussleitung (\varnothing 20 mm) für die Erzeugung des Vakuums im Probenraum sowie eine Anschlussleitung (\varnothing 12 mm) für das Messen des Probenraumdruckes. Darüber hinaus sind die elektrischen Zuleitungen zum Probenraum über Durchführungen durch die Experimentierplattform realisiert. Verwendet wurden spezielle kryo- und vakuuntaugliche Durchführungen der Firma CeramTec⁶. Die Verdrahtung besteht aus einer Hochspannungszufuhr für die Anregung sowie zwei 4-Punkt-Anschlüssen für die Temperaturmessung. Die jeweiligen Anschlüsse sind über die Durchführung und noch einmal zusätzlich über die Experimentierplattform thermisch ankontaktiert. Dies verhindert das Eintragen thermischer Energie in den Probenraum. Speziell für die Temperatursensoren ist dies von großer Bedeutung, da ein zusätzlicher Wärmestrom durch die Zuleitungen die Temperaturmessung beeinflussen würde (siehe Abschnitt 4.2.5). Der Probenraum kann über ein Vakuumgefäß mit Hilfe einer Indiumdichtung vakuumdicht verschlossen werden. Am Boden der Experimentierplattform befinden sich der Wärmeübertrager zur Kühlung sowie ein Heizer und ein Temperatursensor für die Temperierung des Probenraums. Abb. 4.6 zeigt eine Schnittdarstellung des gesamten Spezialkryostaten. Der im Inneren

⁶www.ceramaseal.com

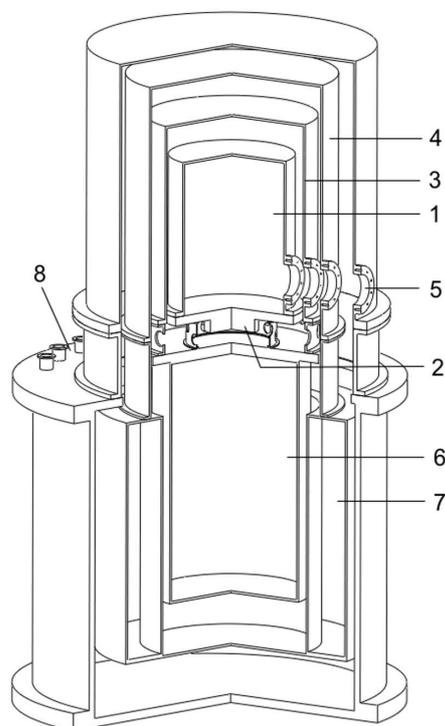


Abb. 4.6: Schnittzeichnung des Spezialkryostaten für kryogene Gütemessung. 1 – Probenraum, 2 – Wärmeübertrager, 3 – LHe-Schild, 4 – LN₂-Schild, 5 – optisches Fenster, 6 – LHe-Vorratsbehälter, 7 – LN₂-Vorratsbehälter, 8 – elektrische Durchführungen.

angeordnete Probenraum (1) ist thermisch gegen seine Umgebung isoliert. Mechanisch ist er über einen dünnwandigen GFK-Abstandshalter auf dem LHe-Vorratsbehälter (6) befestigt. Unterhalb des Zentrums der Experimentierplattform befindet sich der Wärmeübertrager (2), der durch das verdampfte Helium des LHe-Vorratsstanks gespeist wird und für das Abkühlen des Probenvolumens verantwortlich ist.

Um den Wärmestrom in den Probenraum zu minimieren, ist dieser von einem Wärmestrahlungsschild (3) umgeben, das thermisch mit dem LHe-Vorratsgefäß verbunden ist. Da flüssiges Helium nur eine geringe latente Wärme beim Übergang flüssig-gasförmig besitzt⁷, ist es notwendig, auch den Wärmeeintrag in das Heliumbad zu minimieren. Zum Einen müssen alle mechanischen Verbindungen aus Materialien mit einer geringen Wärmeleitfähigkeit (z.B. glasfaserverstärkter Kunststoff, GFK) erfolgen, zum Anderen muss der Wärmeeintrag \dot{Q} durch Wärmestrahlung minimiert werden. Dieser ergibt sich aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz [58]:

$$\dot{Q} = e_r A_1 \sigma (T_2^4 - T_1^4), \quad (4.21)$$

wobei

$$e_r = \frac{1}{\frac{1}{e_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{e_2} - 1 \right)} \quad (4.22)$$

⁷Die Verdampfungswärme von flüssigem Helium beträgt rund 20 kJ/kg [58].

gilt. Dabei stellt der Index 1 die kalte, der Index 2 die warme Fläche dar. σ ist die Stefan-Boltzmann-Konstante, A_i die entsprechende Fläche, e_i der Emissionsgrad der betreffenden Fläche und T_i die Temperatur. Für einen idealen schwarzen Strahler ($e=1$) ergibt sich bei Raumtemperatur eine spezifische Strahlungsleistung von 460 W/m^2 , bei 80 K nur noch $2,32 \text{ W/m}^2$. Daraus ergibt sich eine direkte Möglichkeit, den Wärmeeintrag in das Messsystem zu minimieren. Man ordnet hierzu ein Wärmebad zwischen das Raumtemperaturniveau und den Tieftemperaturbereichen an. Dieses Wärmebad muss auf einer möglichst tiefen Temperatur liegen und von einem preiswerten Kryomedium gespeist werden, um einen großen Teil der Wärmestrahlung der Umgebung zu absorbieren. Dies geschieht durch den LN_2 -Vorratsbehälter (7) sowie dem thermisch kontaktierten Strahlungsschild (4). Durch das auf rund 80 K befindliche Strahlungsschild wird somit bereits $99,5\%$ der von außen einfallenden Wärmestrahlung vom flüssigen Stickstoff-Niveau absorbiert. Die verbleibende Wärmestrahlung vom 80 K Niveau auf das 5 K Niveau des LHe-Strahlungsschildes ist dann tolerierbar. Um den Wärmeeintrag über Gaswärmeleitung zu minimieren, sind alle Vorratsgefäße für Kryomedien sowie der Probenraum von einem Isolationsvakuum umgeben.

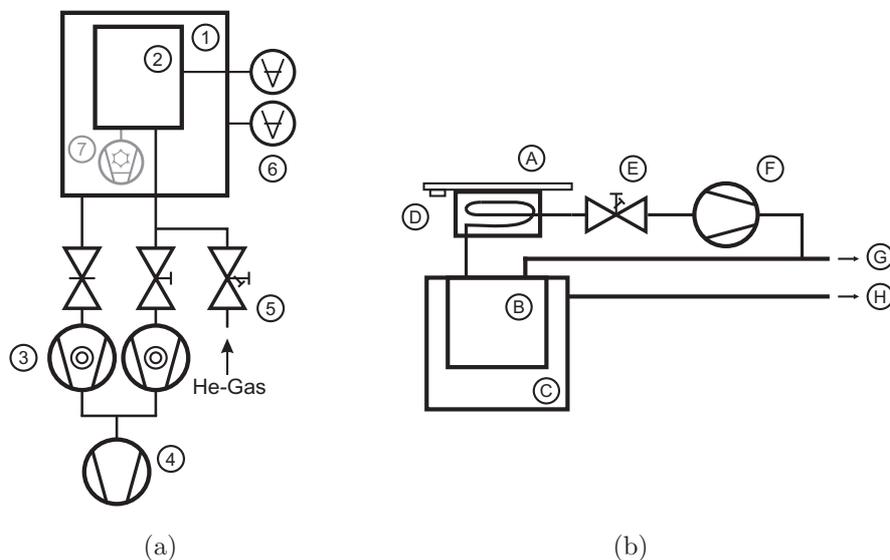


Abb. 4.7: Schematische Darstellung des Vakuumsystems (a) und Gashandlingsystems (b) des Kryostaten. 1 – Isolationsvakuum, 2 – Probenraum, 3 – Turbomolekularpumpen für das Isolationsvakuum sowie das Probenraumvakuum, 4 – Vorpumpe, 5 – Kontaktgas-Feindosierventil, 6 – Vakuummessgeräte, 7 – optionale Kryopumpe. A – Experimentierplattform mit Wärmeübertrager, B – LHe-Vorratsgefäß, C – LN_2 -Vorratsgefäß, D – elektrischer Heizer, E – Nadelventil zur Einstellung des Volumenstroms durch den Wärmeübertrager, F – Membranpumpe, G – He-Abgas, H – N_2 -Abgas.

Zur Bereitstellung des Isolations- sowie des Probenraumvakuums ((1) und (2)) stehen zwei Turbomolekularpumpen (3) zur Verfügung (siehe Abb. 4.7). Beide Pumpen werden von

einer Vorvakuumpumpe (4) versorgt. Optional ist es möglich, mit Hilfe einer Kryopumpe (7) das Evakuieren des Probenraums zu beschleunigen. Um den Temperatureausgleich im Probenraum durch Wärmeleitung im Gas beschleunigen zu können, ist es möglich, mit Hilfe eines Dosierventils (5) hochreines Heliumgas einzulassen. Für das Isolationsvakuum sowie den Probenraum stehen mehrere Druckmesssysteme (6) zur Verfügung.

Der Gasstrom durch den Wärmeübertrager (A) kann außerhalb des Kryostaten über eine Membranpumpe (F) sowie ein Ventil (E) geregelt werden (siehe Abb. 4.7). In Verbindung mit einem LakeShore⁸ Temperaturmonitor LS340 und einem an der Experimentierplatte befestigten Heizer (D) läßt sich die gewünschte Probenraumtemperatur einstellen. Neben den Sensoren für Druck und Temperatur, die für die eigentliche Messung vorgesehen sind, besitzt der Kryostat weitere Sensoren für den Normalbetrieb. Dazu zählen verschiedene Temperatursensoren an den Vorratsgefäßen sowie den Abgas- und Füllleitungen sowie entsprechende Füllstandsmesser für den LN₂- und den LHe-Vorratsbehälter. Alle Messgeräte sind mit einer entsprechenden Computerschnittstelle – meist GPIB⁹ oder RS232¹⁰ – ausgerüstet und können mit Hilfe eines Rechners überwacht und aufgezeichnet werden.

4.2.3 Substratanregung

Es gibt zahlreiche Methoden, um die unterschiedlichen Substrate zu Eigenschwingungen anzuregen. Neben der Bedingung, eine hinreichend große Amplitude erzeugen zu können, muss die Anregung vor allem ohne eine Zusatzdämpfung der Substratschwingung erfolgen. Es ist beispielsweise möglich, das Substrat mit Hilfe eines Piezoaktuators kurz anzuschlagen und somit die Eigenschwingungen entsprechend anzuregen [59]. Dieses Verfahren ist einfach zu realisieren, hat aber einige Nachteile, die es für kryogene Messungen ungeeignet machen. Zum Einen werden stets mehrere Moden angeregt. Zum Anderen besteht die Gefahr, dass das Substrat durch die Berührung mit dem Aktuator beschädigt wird oder sich die Justage des Substrates in der Aufhängung ändert. Das Hauptproblem tritt jedoch beim Hub des Aktuators auf. Der maximale Hub des Piezoaktuators nimmt mit fallender Temperatur stark ab. Messungen haben ergeben, dass kommerziell erhältliche Piezoaktuatoren bei 4,2 K lediglich weniger als 10% ihres Hubes bei Raumtemperatur besitzen [60]. Typischerweise liegt der Hub eines Niedervolt-Piezoaktuators bei 25 μm bei Raumtemperatur. Diese geringe Bewegung stellt allerhöchste Ansprüche an die Justage der Pendelaufhängung. Der Piezoaktuator soll zum Anregen das Substrat berühren,

⁸www.lakeshore.com

⁹General Purpose Interface Bus. Spezieller von Hewlett Packard entwickelter Bus zur Kommunikation zwischen Rechner und Messgeräten.

¹⁰Serieller Kommunikationsstandard.

während er während der Abklingmessung das Substrat nicht berühren darf, d.h., die Justage muss während der gesamten Messperiode auf weniger als $2,5 \mu\text{m}$ genau bleiben. Dies ist bedingt durch thermische Veränderungen des Aufbaus nicht zu gewährleisten.

Ein kontaktloses Verfahren zur Anregung des Substrates ist die Wechselwirkung des Substrates mit einem elektrischen Feld [61]. Hierzu wird eine entsprechende metallische Schicht aufgebracht. In Verbindung mit einer im Abstand d an das Substrat justierten Gegenelektrode wird ein Kondensator der Kapazität C gebildet (siehe Abb. 4.8).

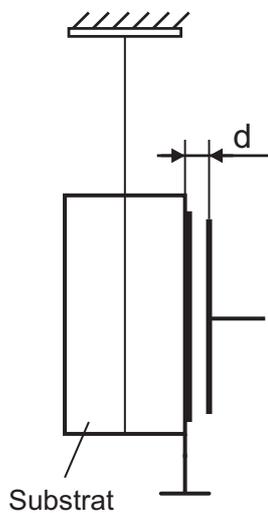


Abb. 4.8: Schematische Darstellung der elektrischen Anregung. Im Abstand d zum Substrat wird eine elektrisch leitende Gegenelektrode aufgestellt. Das Substrat ist mit einer leitfähigen Schicht (z.B. Aluminium) beschichtet. Die beiden Metallflächen bilden einen Plattenkondensator.

Die Kraft der beiden Platten aufeinander – und somit die anregende Kraft F – ergibt sich zu [41]:

$$F = -\frac{\partial W}{\partial x}, \quad (4.23)$$

wobei

$$W = \frac{1}{2}CU^2 \quad (4.24)$$

die in der Kondensatorstruktur mit der Kapazität C und der angelegten Spannung U gespeicherte Energie darstellt. Es ergibt sich somit unmittelbar:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{dC}{dx} U^2. \quad (4.25)$$

Die Kraft ist also proportional zum Gradienten $\frac{dC}{dx}$ der Kapazität sowie dem Quadrat der angelegten Spannung U . Zur Anregung wird eine sinusförmige Spannung $U(t) = \hat{U} \sin \omega t$ an die Kondensatorplatten angelegt. Es ergibt sich somit auch ein harmonischer Zeitverlauf für die Kraft:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{dC}{dx} U(t)^2 = \frac{1}{2} \frac{dC}{dx} \hat{U}^2 \sin^2 \omega t = -\frac{1}{4} \frac{dC}{dx} \hat{U}^2 (1 - \cos 2\omega t), \quad (4.26)$$

d.h., das Substrat wird zu Schwingungen mit einer Kreisfrequenz von 2ω angeregt. Wählt man hingegen als Anregung eine Spannung mit einem zusätzlichen Gleichspannungsoffset von U_0 , so ergibt sich eine anregende Kraft von:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{dC}{dx} U(t)^2 = -\frac{1}{2} \frac{dC}{dx} (\hat{U} \sin \omega t + U_0)^2 = -\frac{1}{2} \frac{dC}{dx} (\hat{U}^2 \sin^2 \omega t + 2\hat{U}U_0 \sin \omega t + U_0^2). \quad (4.27)$$

Je nach Größe der Offsetspannung U_0 kann man den Einfluss des Terms mit der doppelten Frequenz (\sin^2 -Term) im Vergleich zur Anregung mit der Frequenz f verringern. Ab einer Offset-Spannung von $U_0 > \hat{U}/2$ ist der Anteil der Frequenzkomponente f am Gesamtsignal größer als der der Komponente mit $2f$. Der Vorteil dieses Anregeverfahrens liegt darin, dass bei gleichem Wechselspannungsanteil eine deutlich höhere Kraftwirkung am Substrat erreicht werden kann.

Dennoch ist die notwendige Beschichtung des Substrates unbefriedigend. Einerseits verursacht die verwendete Metallschicht eine zusätzliche Dämpfung und kann das Messverfahren zu hohen Güten hin limitieren. Andererseits ist es für zahlreiche Untersuchungen an optischen Komponenten nicht möglich, die Oberflächen mit einem Metall zu beschichten, da bereits hochempfindliche optische Funktionsschichten aufgebracht sind. Ein dritter wesentlicher Nachteil in der Verwendung einer metallischen Schicht an der Oberfläche besteht darin, dass diese als Gegenelektrode wirkt und somit in den meisten Fällen elektrisch kontaktiert werden muss.

Mit Hilfe von Gl. (2.21) kann man die durch die dünne Metallschicht hervorgerufene obere Messgrenze für die mechanische Güte abschätzen. Der Einfluss einer Oberflächenschicht mit einer Eigendämpfung von ϕ_{Schicht} und einer Dicke d wird demnach vergleichbar mit der Substratgüte, wenn diese einen Wert von:

$$Q_{\max} < \frac{1}{3} \frac{d_{\text{Substrat}} E_{\text{Substrat}}}{d_{\text{Schicht}} E_{\text{Schicht}}} \frac{1}{\phi_{\text{Schicht}}} \quad (4.28)$$

erreicht. Für eine Aluminiumschicht mit einer Dicke von $1 \mu\text{m}$ und einer intrinsischen Dämpfung von $\phi = 5 \cdot 10^{-5}$ [62] wird für ein Fused Silica Substrat mit einer Dicke von 24 mm eine maximal messbare Güte von $1,6 \cdot 10^8$ erreicht¹¹.

Um die benötigte leitfähige Oberflächenschicht zu vermeiden, wurde eine veränderte Anregungsgeometrie verwendet. Eine kammartige Struktur (siehe Abb. 4.9) wurde benutzt,

¹¹Die Elastizitätsmodule von Fused Silica und Aluminium sind bei Raumtemperatur in etwa beide gleich 72 GPa .

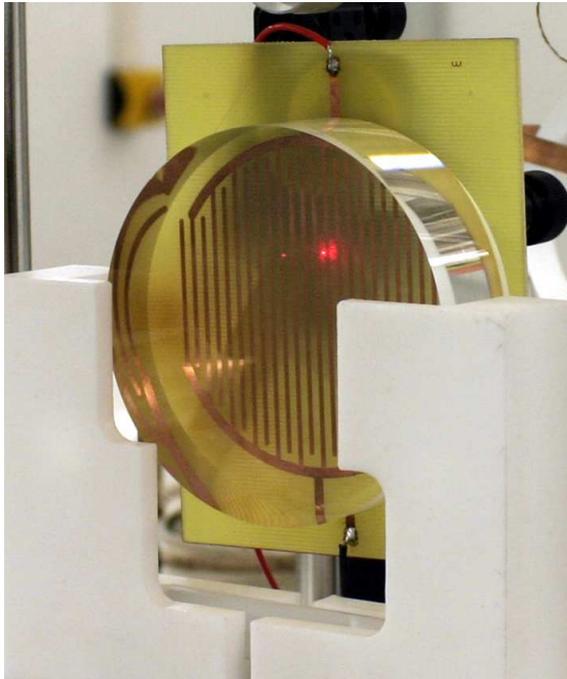


Abb. 4.9: Ansicht der verwendeten Struktur zur berührungslosen Anregung der Eigenfrequenzen dielektrischer Substrate.

um ein inhomogenes elektrisches Streufeld zu erzeugen. Wird die Anregestruktur entsprechend nah an das Substrat justiert, ist es möglich, durch das Streufeld das Substrat analog den obigen Betrachtungen anzuregen. Das Verfahren bietet den Vorteil, dass die zu untersuchende Testmasse direkt genutzt werden kann, ohne die Oberfläche zu beschichten. Nachteilig ist jedoch, dass nur deutlich niedrigere Anregungsamplituden erreicht werden. Dies stellt höhere Anforderungen an das benötigte Ausleseverfahren.

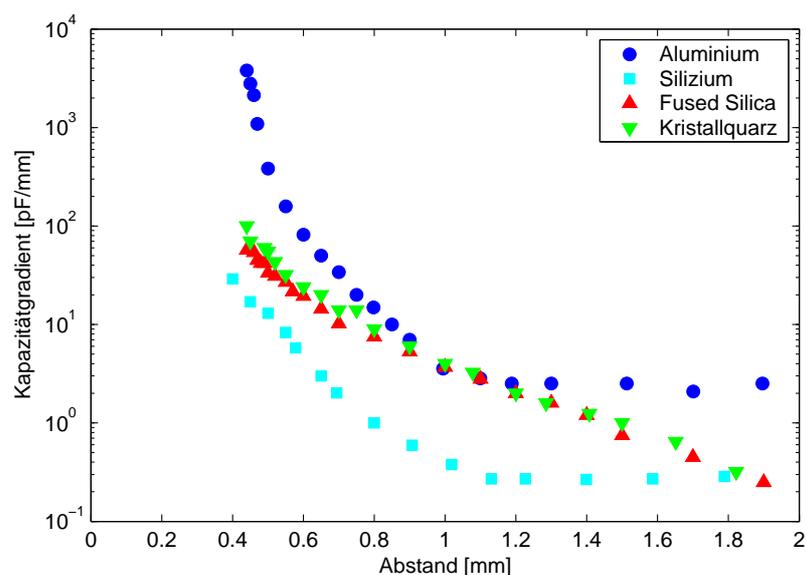


Abb. 4.10: Experimentell bestimmte Abhängigkeit des Kapazitätsgradienten vom Abstand zwischen Anregestruktur und Substrat. Für den verwendeten typischen Abstand zwischen Anregung und Substrat von rund 0,5 mm liegt der Gradient bei rund (20-100) pF/mm.

Abb. 4.10 zeigt den experimentell bestimmten Verlauf des Gradienten der Kapazität für die ausgewählte Anregungsstruktur (Stegbreite 1,5 mm, Stegabstand 1 mm) für unterschiedliche Substratmaterialien.

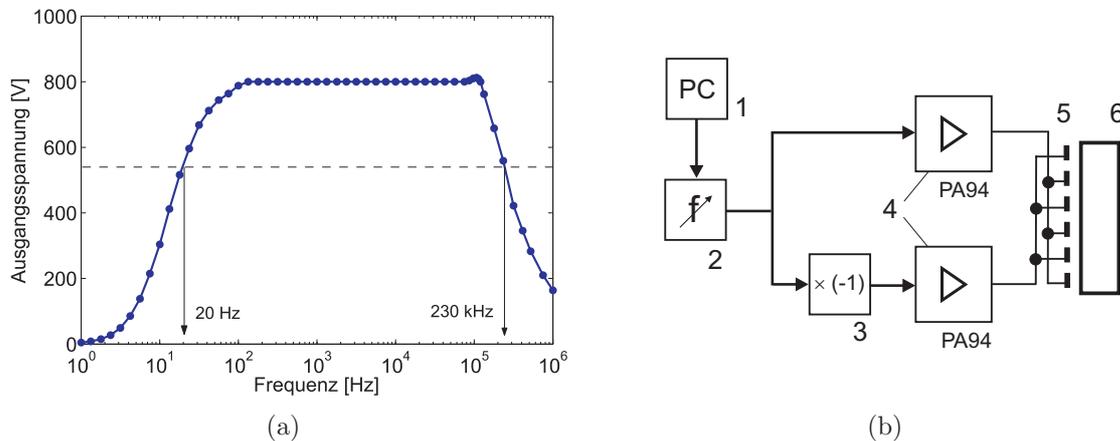


Abb. 4.11: a) – Amplitudenübertragungsfunktion des Hochspannungsverstärkers. b) – Schematischer Aufbau der berührungslosen Anregung (1 – Steuer-PC, 2 – programmierbarer Frequenzgenerator (HP 33120A), 3 – Phasenschieber (180°), 4 – Hochspannungsverstärker, 5 – Anregungsstruktur, 6 – Substrat).

Für die Versorgung der Anregungsstruktur steht ein speziell für die Erfordernisse entwickelter zweikanaliger Hochspannungsverstärker zur Verfügung. Die obere Grenzfrequenz beider Kanäle liegt jeweils bei etwa 150 kHz und deckt somit den gewünschten Frequenzbereich von einigen 100 Hz bis 100 kHz ab (siehe Abb. 4.11). Die beiden Kanäle sind zueinander invertiert aufgebaut und in der Lage, eine Eingangsspannung von ± 10 V auf $0 \dots +800$ V für den ersten bzw. $0 \dots -800$ V für den zweiten Kanal zu verstärken¹². Betreibt man die beiden Verstärker im Gegentaktprinzip, erhält man eine doppelte Anregungsspannung und laut Gl. (4.27) die vierfache Anregungskraft. Dies ermöglicht das Anregen einer deutlich größeren Anzahl von Moden als nur in der 800 V-Konfiguration. Der Hochspannungsverstärker wird von einem computergesteuerten Frequenzgenerator¹³ gespeist. Mit diesem ist es möglich, die Anregungsfrequenz in 1 mHz Schritten zu verändern und somit sehr selektiv Moden anzuregen.

4.2.4 Ausleseverfahren

Um die Schwingungsamplitude des Substrates zu bestimmen, kann man sich mehrerer Ausleseverfahren bedienen, die jeweils Vor- und Nachteile besitzen. Im folgenden sollen kurz einige untersuchte Verfahren erläutert und charakterisiert werden.

¹²Endstufe: PA94 der Firma Apex Microtechnology Corporation, Tucson, USA.

¹³HewlettPackert HP 33120A, Ansteuerung über GPIB-Bus.

Kapazitives Auslesen

Analog dem verwendeten Anregungsverfahren lässt sich die Schwingungsamplitude mit Hilfe einer Kondensatorstruktur auslesen. Die entsprechende Schaltung ist in Abb. 4.12 dargestellt.

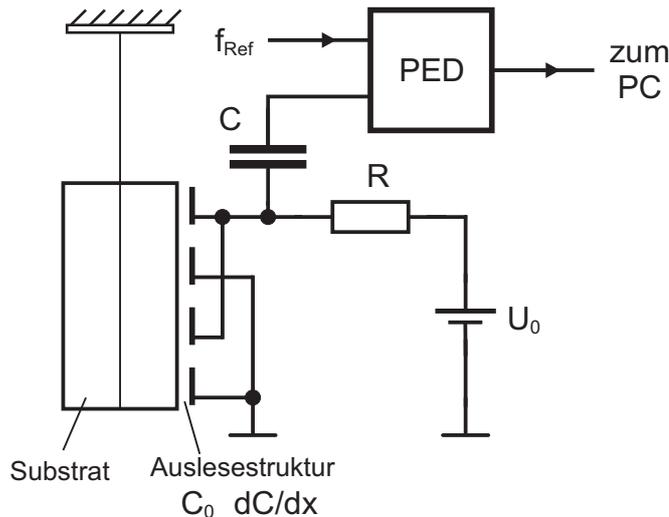


Abb. 4.12: Schematische Darstellung des kapazitiven Ausleseverfahrens.

Durch die Substratschwingung wird die Kapazität der Auslesestruktur periodisch geändert. Für die ausgekoppelte Spannung am Eingang des Lock-in (auch phasenempfindlicher Detektor genannt, PED) gilt:

$$\Delta U = \frac{U_0}{C_0} \frac{dC}{dx} \Delta x, \quad (4.29)$$

wobei C_0 die mittlere Kapazität, $\frac{dC}{dx}$ den Gradienten der Kapazität der Auslesestruktur und Δx die Substratschwingungsamplitude darstellen. Analog dem Anregeverfahren ist die Ausgangsspannung proportional zum Gradienten der Kapazität, so dass ähnliche Optimierungsverfahren angewandt werden können. Des Weiteren ist die Ausgangsspannung direkt proportional zur Bias-Spannung U_0 .

Für eine typische Schwingungsamplitude von $\Delta x = 10 \text{ nm}$, eine Kapazität $C_0 = 10 \text{ pF}$, einen Gradienten von 20 pF/mm und eine Spannung U_0 von 50 V ergibt sich eine ausgekoppelte Wechselspannung von 1 mV . Mit Hilfe eines Lock-in-Verstärkers kann dieses Signal frequenz- und phasenselektiv verstärkt werden.

Da man als Referenzfrequenz für den Lock-in nie die exakte Eigenfrequenz des Substrates einstellen kann, tritt stets eine Schwebung mit der Differenzfrequenz zwischen der Eigenfrequenz des Substrates und der Referenzfrequenz auf. Die entsprechende Schwebungsperiode kann dabei die Größenordnung der Abklingzeit haben und zu einer Signalverfälschung führen. Bereits kleinste Abweichungen, z.B. 1 mHz , erzeugen eine Schwebungsperiode von

rund 20 Minuten. Um dieses Problem zu umgehen, wurde das Referenzsignal des Lock-in-Verstärkers um einen konstanten Frequenzbetrag verschoben (typischerweise 5-20 Hz). Dadurch stand am Ausgang des Lock-in-Verstärkers ein Signal mit entsprechend 5-20 Hz sowie einer dem Eingangssignal proportionalen Amplitude zur Verfügung. Die Auswertung der Schwingungsamplitude über der Zeit liefert dann das exponentielle Abklingen der Substratamplitude.

Dieses Verfahren verspricht auf den ersten Blick große Vorteile: Einerseits wird kein optisches Fenster im Kryostaten benötigt, andererseits ist die mögliche Amplitudenauflösung sehr hoch¹⁴. Des Weiteren lässt sich das Ausgangssignal durch eine Hilfsspannung proportional beeinflussen. Dennoch sind mit dem kapazitiven Ausleseverfahren zahlreiche Probleme verbunden. Es ist nicht möglich, die Schwingungen lokal zu analysieren. Die Ausleseelektrode muss zum Erreichen eines hinreichend großen Kapazitätsgradienten eine Mindestgröße besitzen (einige Zentimeter). Somit wird über diese Fläche stets gemittelt. Eine Analyse der entsprechenden Modenform wird dadurch erschwert. Des Weiteren ist es für ein Auslesen mit Hilfe der oben beschriebenen Methode der Differenzfrequenz notwendig, den Lock-in-Verstärker im Breitbandmodus (d.h. mit einer niedrigen Zeitkonstante) zu betreiben, da am Ausgang mindestens die Differenzfrequenz unbeeinflusst übertragen werden soll. Dies bedeutet aber gleichzeitig, dass alle Vorteile, die mit der Schmalbandigkeit einhergehen, wie z.B. die rauscharme Signalverarbeitung, nicht mehr genutzt werden können. Ein wesentliches Problem tritt darüber hinaus besonders bei niedrigen Resonanzfrequenzen auf. Der Auslesekreis bedämpft die Substratschwingung und stellt somit ein Limit für die Messung der mechanischen Güte dar. Nach Braginski [62] beträgt die durch den Auslesekreis hervorgerufene Dämpfung:

$$\frac{1}{Q_{\text{readout}}} = \frac{\epsilon_0 A U_0^2}{2d^3 M \omega^2} \frac{\omega R C_0}{1 + \omega^2 R^2 C_0^2}. \quad (4.30)$$

Neben den bereits in Abb. 4.12 eingeführten Größen, tritt die Masse M des Substrates sowie die Fläche A der Kondensatorstruktur auf. ϵ_0 ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Abb. 4.13 stellt die experimentell bestimmte Abhängigkeit der gemessenen Substratgüte von der Biasspannung U_0 dar. Als Substrat wurde zur Veranschaulichung der Zusatzdämpfung ein Cantilever (siehe Kap. 6) benutzt, da dieser besonders niedrige Eigenfrequenzen sowie eine geringe Masse besitzt.

Man erkennt, dass für die niedrigste Eigenfrequenz (45 Hz) bereits ab einer Spannung von 30 V eine zusätzliche Dämpfung auftritt, die größer als die intrinsische Substratdämpfung ist. Bereits für die nächsthöhere Mode (395 Hz) ist keine Abhängigkeit der gemessenen

¹⁴Typischerweise lassen sich mit einem Lock-in-Verstärker problemlos Spannungen im Nanovolt-Bereich messen. Daraus folgt unmittelbar eine Amplitudenauflösung im Bereich von 10^{-12} m.

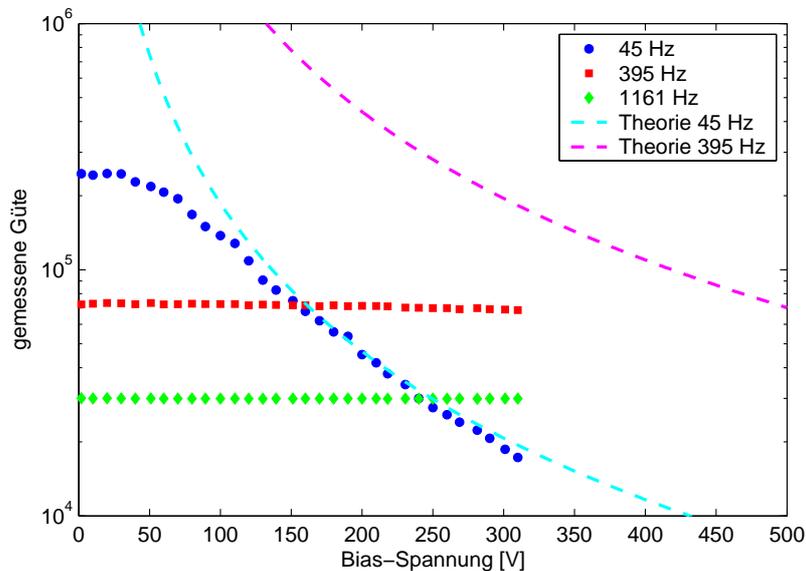


Abb. 4.13: Experimentelle Abhängigkeit der gemessenen Güte von der angelegten Biasspannung U_0 an der Auslesestruktur bei kapazitivem Auslesen. Zusätzlich wurden die theoretischen Verläufe nach Gl. (4.30) für zwei Moden eingezeichnet. Als Substrat wurde ein Cantilever verwendet (Länge: 50 mm, Dicke: 75 μm , Breite: 8 mm, vgl. Kap. 6).

Güte von der angelegten Biasspannung zwischen 0 und 300 V mehr zu verzeichnen, d.h., dass selbst für kleine Substratmassen bereits ab einer Frequenz von typischerweise 1 kHz diese Form der Zusatzdämpfung nicht auftritt und das kapazitive Ausleseverfahren Verwendung finden kann. Geht man zu großen Testmassen über, so skaliert die maximal messbare Güte mit der Masse. Zwischen dem Cantilever-Schwinger und einem typischen optischen Substrat liegen rund drei Größenordnungen an Substratmasse. Somit ergibt das kapazitive Ausleseverfahren eine Möglichkeit, in einem Kryostaten ohne optisches Fenster zu messen. Dennoch bleibt dieses Messverfahren im Wesentlichen für die Cantilever-Messungen vorbehalten, da bei diesen Messungen der Abstand Kondensator-Substrat mechanisch fixiert ist und sich beim Abkühlen nicht dejustieren kann. Für Experimente mit einer Pendelaufhängung des Substrates ist eine Justierbarkeit des Aufbaus bei tiefen Temperaturen unumgänglich.

Reflektives optisches Auslesen

Für den speziellen Fall, dass die Substratschwingung mit einer hinreichend großen Biegung der Oberfläche einhergeht¹⁵, ist es möglich, mit Hilfe der Bewegung eines reflektierten Laserstrahls, Rückschlüsse auf die Substratbewegung zu ziehen (siehe Abb. 4.14). Hierzu wird ein von der Oberfläche des Substrates reflektierter Laserstrahl mit Hilfe einer Sam-

¹⁵Dies tritt beispielsweise bei den in Kapitel 6 untersuchten Cantilevern auf.

mellinse auf eine zweigeteilte Photodiode¹⁶ abgebildet. Der Laserspot wird so justiert, dass er im Ruhezustand genau zwischen beiden Photodioden auftrifft.

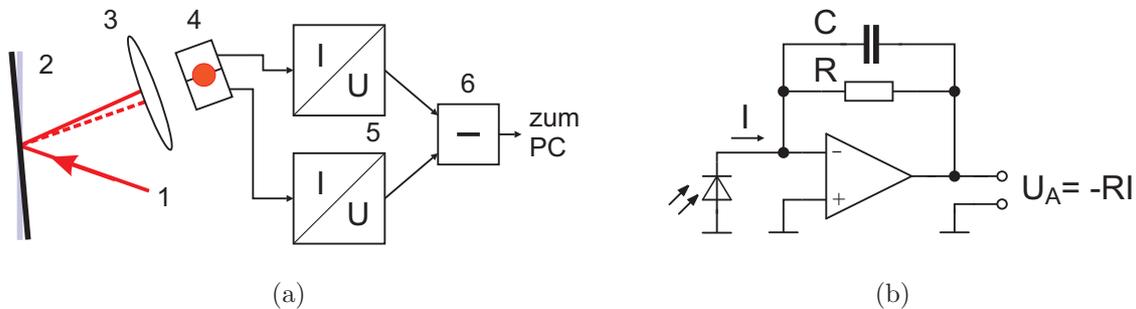


Abb. 4.14: a) – Schematische Darstellung des reflektiven Ausleseverfahrens. Ein Laserstrahl (1) fällt auf die Substratoberfläche (2) und wird dort reflektiert. Mit Hilfe einer Sammellinse (3) wird der Strahl auf eine Doppelphotodiode (4) abgebildet. Die Ströme der beiden Photodioden werden mit Hilfe von rauscharmen Transimpedanzwandlern (5) in Spannungen umgewandelt und nach dem Bilden der Differenz der beiden Signale (6) der Datenerfassung zugeführt. b) – Schaltplan des verwendeten Transimpedanzverstärkers. Als Operationsverstärker kam der rauscharme Typ OPA27 der Firma Texas Instruments zum Einsatz.

Mit Hilfe eines Transimpedanzwandlers [63] wird der von den Photodioden erzeugte Strom in eine Spannung umgewandelt. Die Differenz beider Signale wird elektronisch gebildet. Dadurch werden Gleichlichtänderungen unterdrückt. Bewegt sich nun der Laserspot, so wird die Balance zwischen den beiden Photodioden geändert. Für kleine Auslenkungen tritt ein zur Schwingungsamplitude des Substrates proportionales Ausgangssignal auf (siehe Abb. 4.15).

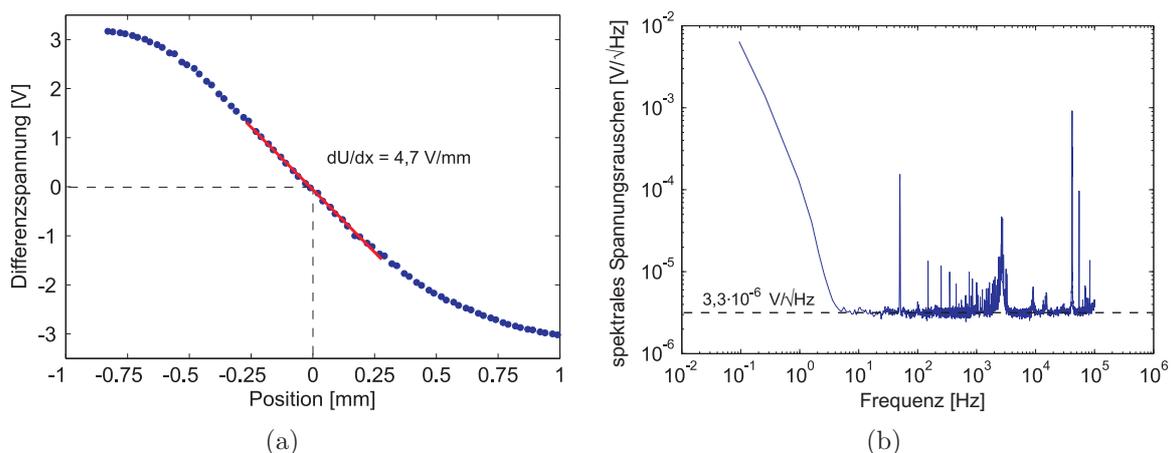


Abb. 4.15: a) – Abhängigkeit des Ausgangssignals des Transimpedanzverstärkers von der Position des Laserspots. b) – Spektrales Spannungsrauschen der Operationsverstärker-Schaltung. Im Bereich des weißen Rauschens tritt eine spektrale Rauschspannung von $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ auf.

¹⁶S3096-02, Hamamatsu Photonics, www.hamamatsu.com

Prinzipiell wird dieses Messverfahren durch das Eigenrauschen [64, 65] des Transimpedanzwandlers bestimmt. Für die verwendete Schaltung ergab sich eine spektrale Rauschspannungsdichte von $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$. Im Breitbandfall ($\Delta f = 10 \text{ kHz}$) ergibt sich bei einer Empfindlichkeit von $4,7 \text{ V}/\text{mm}$ eine Auflösung von minimal 3 nm. Verwendet man ein analoges Verfahren wie beim kapazitiven Auslesen, d.h. Transformation der Signalfrequenz mit Hilfe des Lock-in-Verstärkers zu niedrigen Frequenzen, lässt sich die Auflösung aufgrund der Schmalbandigkeit um weitere 2 Größenordnungen steigern. Experimentell konnte eine Auflösung von besser 1 nm bei einem Abstand zwischen Sensor und Substrat von 0,5 m erreicht werden. Vorteile dieses Ausleseverfahrens sind der einfache Aufbau sowie die Tatsache, dass das verwendete Ausleseverfahren keinerlei Zusatzdämpfung für die Messung darstellt. Des Weiteren werden zusätzliche Schwingungen (z.B. durch eine Pendelbewegung des Substrates) toleriert. Nachteilig ist, dass das Messverfahren eine transversale Bewegung des Laserspots erfordert. Dies ist beispielsweise bei Dickenschwingungen der Substrate nicht gegeben. Deshalb kann dieses Messverfahren für Substratmessungen nur schlecht eingesetzt werden. Hervorragende Ergebnisse werden hingegen bei den in Kapitel 6 gezeigten Cantilever-Messungen erreicht.

Interferometrisches Auslesen

Ein weiteres Verfahren zur berührungsfreien Detektion der Substratschwingungen stellt das interferometrische Auslesen dar. Hierzu verwendet man ein Michelson-Interferometer, dessen einer Arm durch den Abstand Strahlteiler–Substrat gebildet wird. Durch die Schwingungen des Substrates wird der Abstand periodisch geändert. Dadurch ist es möglich, die Substratschwingungen hochpräzise zu bestimmen.

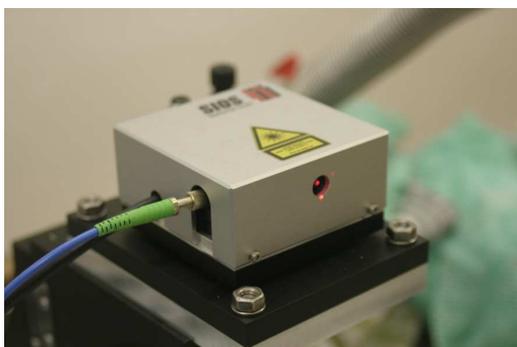


Abb. 4.16: Verwendetes Laservibrometer der Firma SIOS.

Parameter	Wert
Frequenzbereich	0,1 ... 500 kHz
Amplitude	0,1 nm ... 10 μm
Abstand Probe – Interferometer	(500 \pm 25) mm
Mindestreflexions- grad der Probe	$\geq 5 \cdot 10^{-4}$

Tab. 4.2: Parameter des Laservibrometers SP-S 120.

Die Vorteile dieses Messverfahrens liegen vor allem in der direkten Angabe der Schwingungsamplitude in z.B. Nanometer und in der Rückwirkungsfreiheit des Messverfahrens

auf die Substratschwingung. Durch das optische Auslesen kommt es zu keinerlei Beeinflussung des Auslesekreises durch die elektrostatische Anregung. Nachteilig ist der feste Abstand zwischen Interferometer und Substrat, im speziellen Fall (500 ± 25) mm, sowie die hohen Justieranforderungen an den Aufbau. Der vom Substrat reflektierte Strahl darf lateral maximal um 0,5 mm vom austretenden Strahl am Interferometer abweichen. Bei einer Laufstrecke von 1 m entspricht dies einer Winkelgenauigkeit von 2 Bogenminuten. Diese Justierung muss während der gesamten Messung aufrechterhalten werden und erfordert sowohl eine spezielle Verstelleinrichtung am Interferometer als auch einen äußerst stabilen Aufbau.

Als Interferometer kam ein Laservibrometer der Firma SIOS¹⁷ (siehe Abb. 4.16) zum Einsatz. Das Interferometer wurde durch eine selbst entwickelte Softwareschnittstelle in ein LabView-Messprogramm¹⁸ integriert. Dadurch war es möglich, die vom Interferometer gelieferten Amplituden-Zeit-Signale direkt aufzubereiten und in einem entsprechenden Format zu speichern. Würde man das direkte Zeitsignal aufzeichnen, würde sich für eine Mode von 10 kHz bei einer Aufzeichnungszeit von 1 h ein Datenfile von mehreren 100 MB ergeben. Diese Datenmenge wäre für eine Auswertung nicht zu bewältigen. Die wichtigsten Eckdaten des Laser-Vibrometers SP-S 120 wurden in Tab. 4.2 zusammengefasst. Das verwendete Laser-Vibrometer gestattet es, Schwingungsamplituden in einem Bereich von 0,1 nm bis 10 μ m bei Schwingungsfrequenzen von rund 0,1 bis 500 kHz zu detektieren. Für eine erfolgreiche Schwingungsanalyse ist lediglich ein Reflexionsgrad von $\geq 5 \cdot 10^{-4}$ notwendig, so dass weder eine hochreflektierende Beschichtung noch eine Politur der Substratoberfläche notwendig sind. Dadurch ist es möglich, den Einfluss der Oberflächenqualität auf die mechanische Güte zu untersuchen.

Weitere Verfahren

Es gibt zahlreiche weitere Verfahren, die zum Auslesen der Schwingungsamplitude geeignet sind. Stellvertretend seien hier das Verfahren der spannungsinduzierten Doppelbrechung [66] sowie das SQUID-Ausleseprinzip, das im Rahmen dieser Arbeit zunächst untersucht wurde [67], aber nicht zum Einsatz kam, genannt. Abb. 4.17 stellt beide Varianten schematisch dar.

4.2.5 Thermometrie

Ein wesentliches Problem bei kryogenen Gütemessungen ist die Thermometrie. Das Substrat darf zur Bestimmung der Temperatur nicht berührt werden, da sonst eine zusätzliche

¹⁷www.sios.de

¹⁸www.ni.com

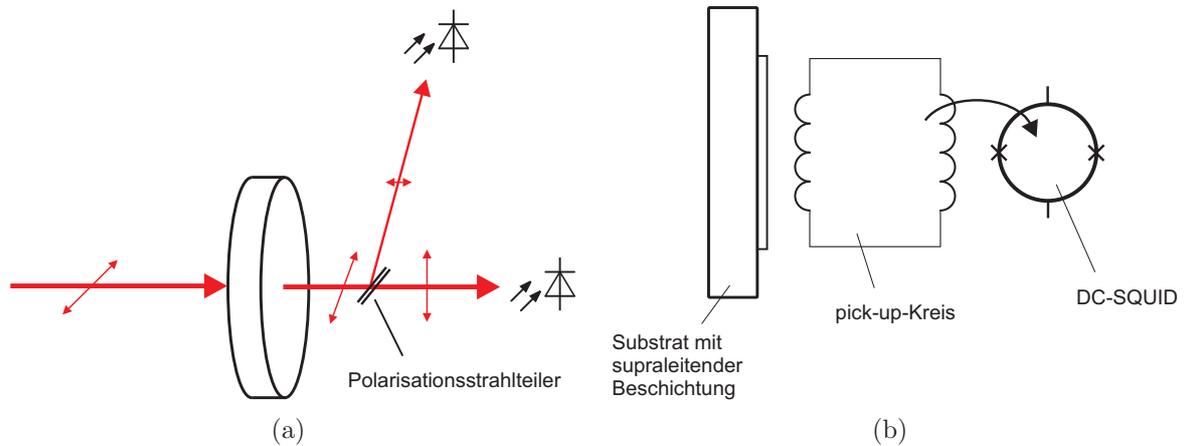


Abb. 4.17: a) – Ausleseverfahren über spannungsinduzierte Doppelbrechung. Die Schwingung im Substrat erzeugt periodische Änderungen der Doppelbrechung. Diese wird durch die Drehung der Polarisationssebene eines Laserstrahls ausgewertet [66]. b) – Ausleseverfahren mit Hilfe von SQUIDs (Supraleitende QUAnten Interferenz Detektoren). Durch die Substratschwingung wird die Induktivität der sogenannten 'pick-up-Spule' periodisch verändert und durch ein SQUID hochgenau ausgelesen [67].

Dämpfung der angeregten Schwingungen auftritt. Zur Bestimmung der Substrattemperatur wurde ein zweites, dem zu vermessenden Substrat identisches Thermometriesubstrat verwendet (siehe Abb. 4.18). Dieses ist symmetrisch zum Messsubstrat im Probenraum analog als Pendel aufgehängt. Ein kalibrierter Temperatursensor¹⁹ wurde auf der Innenseite des Substrates mit Hilfe eines Bügels aus Tombak²⁰ befestigt.

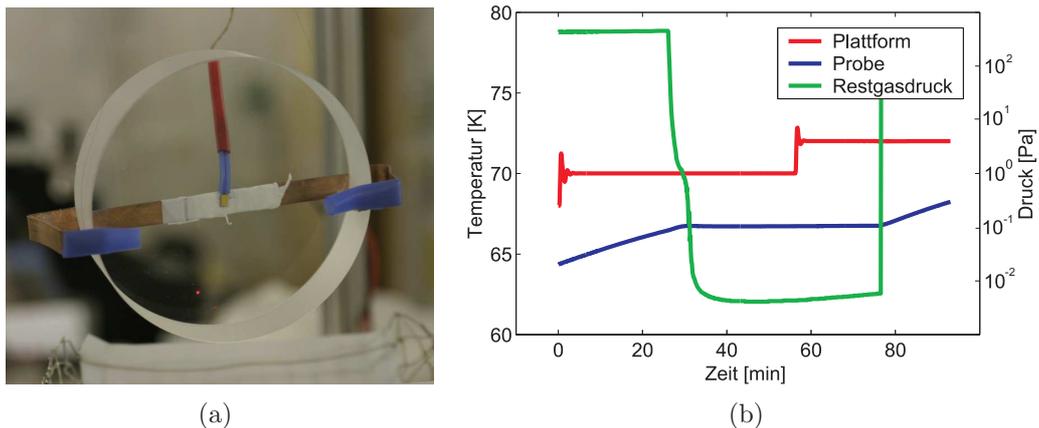


Abb. 4.18: a) – Thermometriesubstrat mit angebrachtem Temperatursensor. Substrat: Fused Silica $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$. b) – Temperaturverlauf der Substrate bei Wechsel der Probenraumtemperatur. Wird die Plattform im evakuierten Zustand thermisch verändert, so bleibt die Substrattemperatur erhalten. Sobald das Kontaktgas (hier 500 Pa He) in den Probenraum eingelassen wird, steigt die Temperatur. Der Temperaturanstieg kann durch Evakuieren des Probenraums wieder gestoppt werden. Substrat: Si(100) $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$.

¹⁹DT-670-cal, LakeShore, www.lakeshore.com

²⁰Tombak ist ein spezielles kryotaugliches Federmaterial.

Zur Charakterisierung dieses Messverfahrens der Substrattemperatur wurde in vorbereitenden Messungen an beiden Substraten ein Sensor angebracht und die Temperaturen bei einem Einkühlzyklus verglichen. Im Rahmen der Messgenauigkeit der verwendeten Sensoren ($\Delta T = \pm 0,25$ K unterhalb von 100 K) waren die beiden ermittelten Temperaturen identisch. Da die Temperatur jeweils an der Oberfläche der Substrate gemessen wurde, ist der bei einem Temperaturwechsel auftretende Temperaturgradient im Substrat sowie dessen zeitliche Veränderung von großem Interesse. Temperaturnausgleichsvorgänge folgen einem exponentiellen Zeitgesetz. Für einen Zylinder mit einer Höhe h , die klein gegen den Durchmesser ist, ergibt sich für die charakteristische Zeit τ , bei der die Temperatur im Inneren um $1/e$ des Temperaturschritts angestiegen ist [58]:

$$\tau \approx 1,7 \frac{h^2}{a}, \quad (4.31)$$

wobei $a = \kappa/C$ die Temperaturleitfähigkeit des betreffenden Materials darstellt, κ die Wärmeleitfähigkeit und C die Wärmekapazität pro Einheitsvolumen. In Abb. 4.19 wurden diese charakteristischen Ausgleichszeiten für Calciumfluorid, Fused Silica, Silizium sowie Kristallquarz aufgetragen.

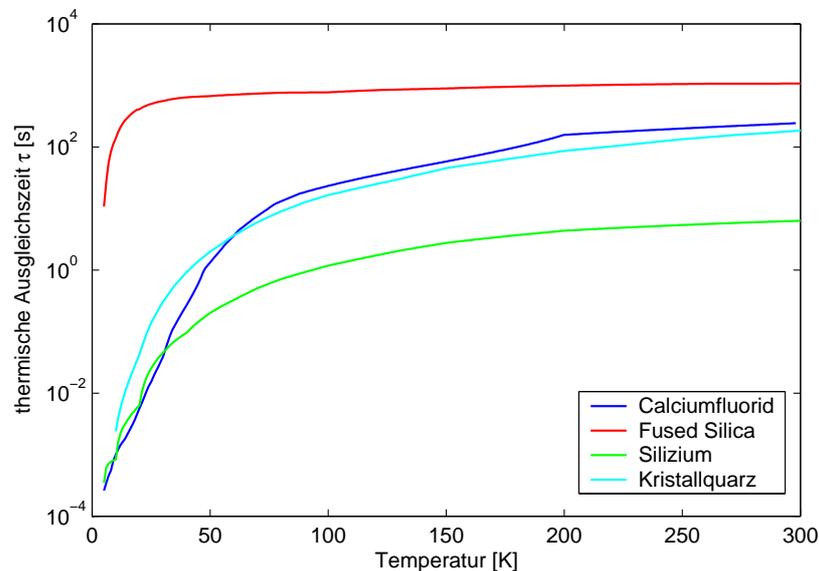


Abb. 4.19: Thermische Ausgleichszeiten für unterschiedliche Materialien. Für die Berechnung wurde eine konstante Substratgeometrie vorausgesetzt ($\varnothing 76,2$ mm \times 24 mm).

Lässt man im Inneren des Probekörpers eine Temperaturabweichung von 1% zur Oberfläche zu, muss man mindestens das Fünffache der charakteristischen Ausgleichszeit τ abwarten. Für kristalline Materialien liegt die Ausgleichszeit im Bereich einiger Sekunden. Speziell unterhalb von 100 K ist nach einer Minute mit Sicherheit die Temperaturabweichung zwischen Oberfläche und Zentrum des Substrates kleiner als 1%. Für amor-

phie Materialien - wie Fused Silica - sind die Ausgleichszeiten aufgrund der schlechten Wärmeleitfähigkeit deutlich größer und erreichen mehrere 10 Minuten bis hinab zu tiefen Temperaturen. Unterhalb von 25 K fällt auch hier die thermische Ausgleichszeit in Bereiche einiger 10 Sekunden. Aus der Kenntnis der thermischen Ausgleichszeiten müssen für jeden Messpunkt entsprechende Wartezeiten beachtet werden, um den thermischen Gradienten im Substrat klein zu halten.

Da die Temperaturverteilung im Substrat experimentell schwer zugänglich ist, kann man sich eines indirekten Messverfahrens bedienen. Die Eigenfrequenzen der einzelnen Moden sind temperaturabhängig. Abb. 4.20 stellt exemplarisch die Frequenzabhängigkeit einer ausgewählten Mode eines Calciumfluorid-Substrates dar. Allgemein folgt die Resonanzfrequenz beim Abkühlen von 300 K bis zu rund 150 K einem nahezu linearen Verhalten. Danach nimmt der Betrag des Anstiegs der Kurve ab. Unterhalb von rund 20 K wird ein Plateau erreicht. Es liegt keine messbare Änderung der Resonanzfrequenz mehr mit der Temperatur vor. Insgesamt änderte sich bei der gezeigten Calciumfluorid-Probe die Resonanzfrequenz um rund 700 Hz bei einem Wert von ca. 41,37 kHz bei Raumtemperatur. Für andere Materialien konnte ebenfalls eine typische Änderung der Resonanzfrequenz von einigen Prozent zwischen Raumtemperatur und 4,2 K beobachtet werden. Diese Änderung wird durch die Temperaturabhängigkeit der elastischen Konstanten hervorgerufen (siehe Kapitel 5.6). Da die Resonanzfrequenz sehr genau ausgewertet werden kann (mHz-Bereich für 10 kHz, siehe Abschnitt 4.2.3), stellt die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Temperatur im Bereich oberhalb von rund 20 K eine Möglichkeit dar, die Substrattemperatur und eventuell vorhandene thermische Ausgleichsvorgänge in der Probe zu analysieren. Für einen typischen Anstieg von rund 3 Hz pro Kelvin ergibt sich bei einer Frequenzauflösung von 10 mHz eine Temperaturempfindlichkeit von besser als 3 mK. Somit ist es möglich, etwaige Ausgleichsvorgänge im Testsubstrat durch das Beobachten der Resonanzfrequenz hochgenau zu untersuchen.

Die verwendeten Temperatursensoren DT-670 von LakeShore besitzen eine absolute Ge-

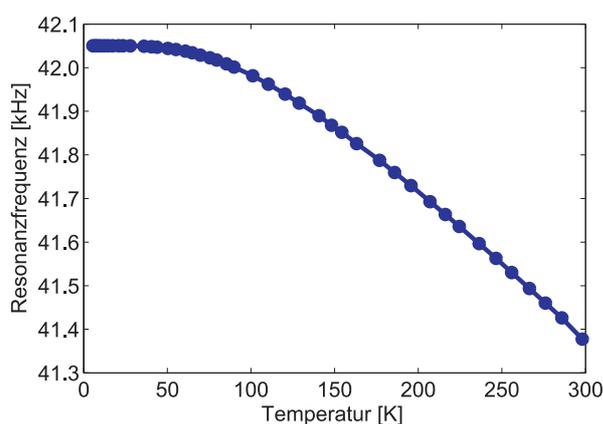


Abb. 4.20: Abhängigkeit der Resonanzfrequenz der fundamentalen Drum-Mode eines Calciumfluorid-Substrates ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 75 \text{ mm}$) von der Temperatur.

nauigkeit von 0,1 K für Temperaturen unterhalb von 15 K und 0,3 K für Temperaturen darüber. Zusammen mit der Genauigkeit des verwendeten Messverfahrens ergibt sich ein Messfehler für die Temperatur von rund 0,2 K zwischen 5 und 15 K, von 0,3 K bis rund 30 K und 0,5 K darüber. Da der entsprechende Messfehler sehr klein ist, wurde er in den dargestellten Diagrammen zur Verbesserung der Darstellung unterdrückt.

4.3 Speziallabor für kryogene Gütemessungen

Für die Durchführung der hochempfindlichen Gütemessung wurde ein spezielles Gütemesslabor errichtet. Es befindet sich in einem Spezialgebäude und ist seismisch exzellent von der Umwelt entkoppelt. Für den Spezialkryostat steht ein spezielles 20 t Fundament zur Verfügung, das auf Gummidämpfungselementen gelagert ist. Das System Fundament + Dämpfer besitzt eine Resonanzfrequenz von ca. 8 Hz. Alle darüberliegenden Frequenzen werden analog Gl. (2.16) proportional zum Quadrat der Frequenz gedämpft. Für Messungen im Bereich von 1 kHz erhält man somit bereits eine Abschwächung äußerer Einflüsse von rund 10^{-4} , bei Messungen um 100 kHz entsprechend von 10^{-8} . Dennoch müssen potenzielle Störquellen besonders beachtet werden. Beispielsweise wurden die benötigten Vorpumpen zur Erzeugung des Vakuums in einem separaten Raum aufgestellt. Das Labor besitzt eine autarke Medienversorgung (Kühlwasser, Reinststickstoff, gepufferte Netzversorgung über eine unterbrechungsfreie Stromversorgung).

Das gesamte Labor sowie der vollständige Messaufbau können bei Bedarf aus einem separaten Raum ferngesteuert betrieben werden. Dies ermöglicht hochempfindliche Mes-

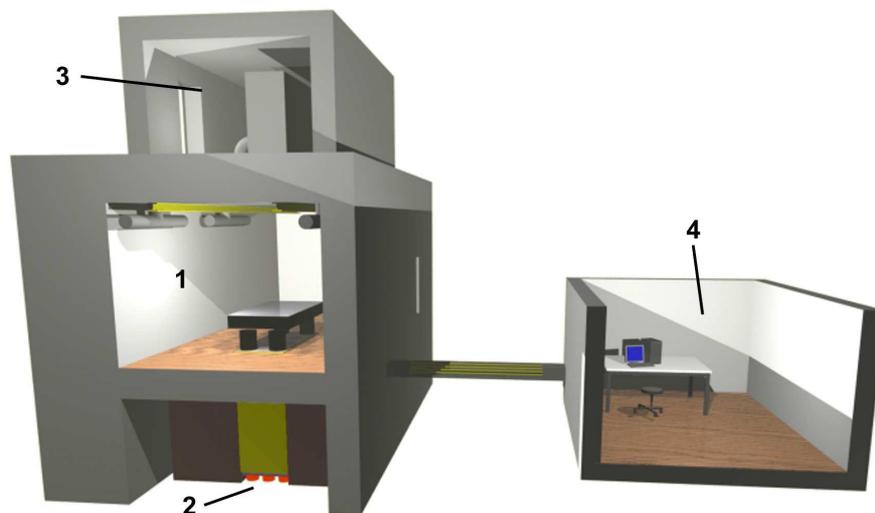


Abb. 4.21: Schematische Darstellung des Labors für kryogene Gütemessung der Friedrich-Schiller-Universität Jena. 1 – Messlabor, 2 – Spezialfundament (gelagert auf Dämpfungselementen), 3 – separater Raum für Klimaanlage und Vorpumpen, 4 – Kontrollraum.

sungen, bei denen selbst die Anwesenheit des Experimentators stören würde. Dies tritt überall dort auf, wo das zu untersuchende Substrat nicht als Pendel aufgehängt werden kann und somit die zusätzliche Entkopplung von der Umwelt nicht genutzt werden kann, beispielsweise bei Cantilever-Messungen (Kapitel 6) oder Messungen am Nodal Support (vgl. Abb. 4.2). Für höchstempfindliche Messungen kann das gesamte, vollständig auf einem optischen Tisch aufgebaute Messsystem zusätzlich durch eine Druckluftlagerung weiter entkoppelt werden.

4.4 Experimentelle Charakterisierung des Messaufbaus

4.4.1 Vollständiger Messzyklus

Abb. 4.22 stellt einen vollständigen Messzyklus dar. Im ersten Schritt wird der LHe-Tank mit Flüssigstickstoff vorgekühlt. Der verdampfende Stickstoff wird dabei genutzt, um den Probenraum sowie alle Einbauten vorzukühlen. Während dieser Phase sind bereits erste Gütemessungen möglich. Um die Kryomedien möglichst effektiv zu nutzen, wird möglichst langsam eingekühlt. Nach 4 Tagen wird der LN₂-Tank gefüllt und der Reststickstoff im LHe-Tank mit Hilfe elektrischer Heizer entfernt. Danach wird der LHe-Tank evakuiert und mehrmals mit hochreinem Heliumgas gespült, um alle Stickstoff-Reste zu entfernen, da diese beim Befüllen mit Flüssighelium ausfrieren würden und unter Umständen Kapillaren im Kryostaten verstopfen könnten. Danach wird der LHe-Tank langsam mit Flüssighelium vorgekühlt. Nach rund 7 Tagen wurde im LHe-Tank die nötige Fülltemperatur erreicht. Jetzt kann der Tank mit Flüssighelium gefüllt werden. Nach ca. 2 Stunden ist der Füllvorgang abgeschlossen. Mit einer typischen Abdampftrate von 3%/h genügt für einen 24-stündigen Betrieb eine Füllmenge von rund 70% (entspricht rund 34 l LHe) [57].

Während des vollständigen Messzyklusses kann am kryogenen Aufbau (Substrathaltung, Anregung) nichts verändert werden. Dies erfordert einerseits eine gezielte Auswahl der Konstruktionsmaterialien und andererseits eine anspruchsvolle und zeitaufwändige Vorjustage, so dass etwaige Lageänderungen der Einbauten durch thermische Ausdehnung bzw. Kontraktion innerhalb der vom Aufbau vorgegebenen Tolerenzen bleiben. Typischerweise geht einer kryogenen Gütemessung an einem Substrat eine Justier- und Optimierungsphase von rund einer Woche voraus, so dass ein vollständiger Messzyklus zwischen drei und vier Wochen dauert.

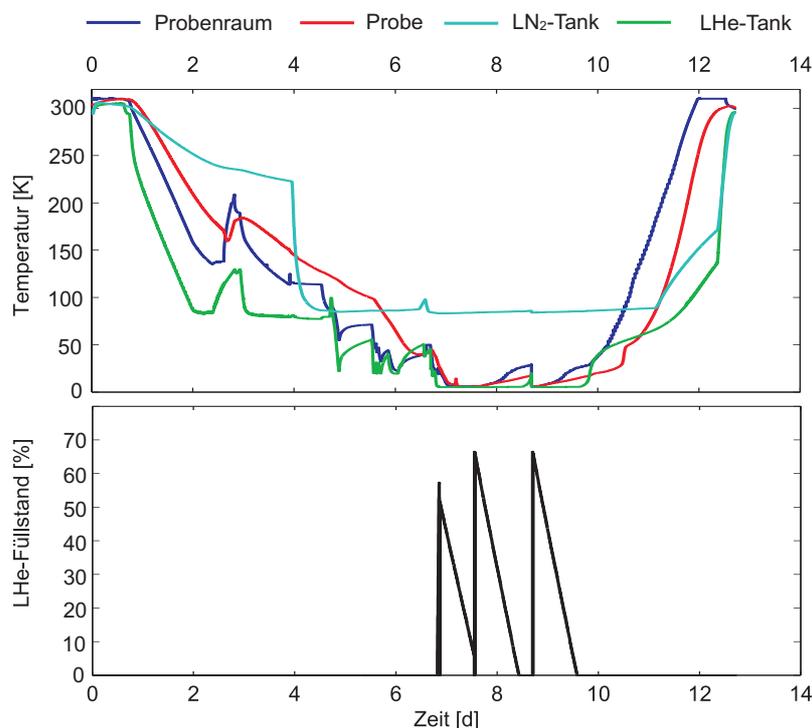


Abb. 4.22: Zusammenfassung der wichtigsten Temperaturverläufe und des LHe-Füllstands während eines typischen Messzyklusses.

4.4.2 Anregungsamplitude

Der gedämpfte harmonische Oszillator erreicht im Falle der Resonanz eine maximale Amplitude, die der anregenden Kraft proportional ist. Für den Fall der Strukturdämpfung, vgl. Gl. (2.7), ergibt sich:

$$x_{\max} = \frac{F}{m\phi\omega_0^2} \quad (4.32)$$

sowie im Fall viskoser Dämpfung, vgl. Gl. (2.12):

$$x_{\max} = \frac{F}{\omega_0\beta}, \quad (4.33)$$

mit der Masse m , der Eigenfrequenz $\omega_0/2\pi$, der mechanischen Dämpfung ϕ , der Dämpfungskonstanten β sowie der Amplitude der treibenden Kraft F .

Die treibende Kraft F ist nach Gl. (4.25) proportional zum Quadrat der angelegten Anregungsspannung. Abb. 4.23 stellt die maximal erreichten Schwingungsamplituden für ein Silizium-Substrat in Abhängigkeit von der Anregungsspannung dar. Der quadratische Zusammenhang ist zu erkennen. Im Bereich hoher Spannungen genügt bereits eine geringe Erhöhung der Anregung, um bereits große Amplitudenzuwächse zu erhalten. Dies ist speziell beim Aufsuchen und Messen schwer anregbarer Moden (z.B. durch eine komplizierte

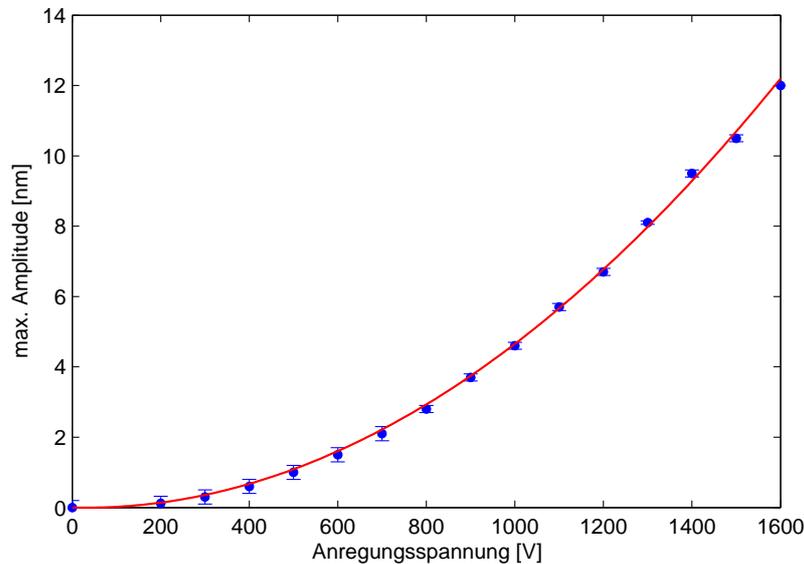


Abb. 4.23: Maximale Amplitude in Abhängigkeit von der Anregungsspannung. Die erreichbare Maximalamplitude des Substrates folgt quadratisch der Anregungsspannung. Substrat: Si(100), $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$.

Modenform) von Bedeutung.

4.4.3 Unabhängigkeit des Abklingens von der Amplitude

Ein weiterer wesentlicher Punkt ist die Abhängigkeit der gemessenen Abklingzeit von der Anregungsamplitude. Allgemein gilt für die Abnahme dx der Amplitude in einem kleinen Zeitintervall dt :

$$dx = -\alpha(x)xdt. \quad (4.34)$$

Hierbei stellt α eine allgemeine Abklingkonstante dar, die von der aktuellen Amplitude x abhängen kann. Lediglich im Fall der Amplitudenunabhängigkeit führt obige Gleichung zu einem exponentiellen Abklinggesetz wie in Abb. 2.1 dargestellt und man kann die entsprechende Abklingzeit τ definieren.

Abb. 4.24 stellt die Abhängigkeit des Abklingprozesses von der gewählten Anfangsamplitude dar. Man erkennt, dass es sich bei allen Abklingprozessen um exponentielles Abklingen handelt, was in der logarithmischen Darstellung zu einem linearen Verlauf führt. Dies ist der experimentelle Nachweis, dass die Messung nicht durch Reibungseffekte zwischen der Aufhängung und dem Substrat limitiert wurde. Des weiteren erkennt man aus der Darstellung, dass die gemessenen Abklingzeiten alle im Rahmen der Messgenauigkeit übereinstimmen, da die dargestellten Graphen alle parallel verlaufen. Die Abklingzeit

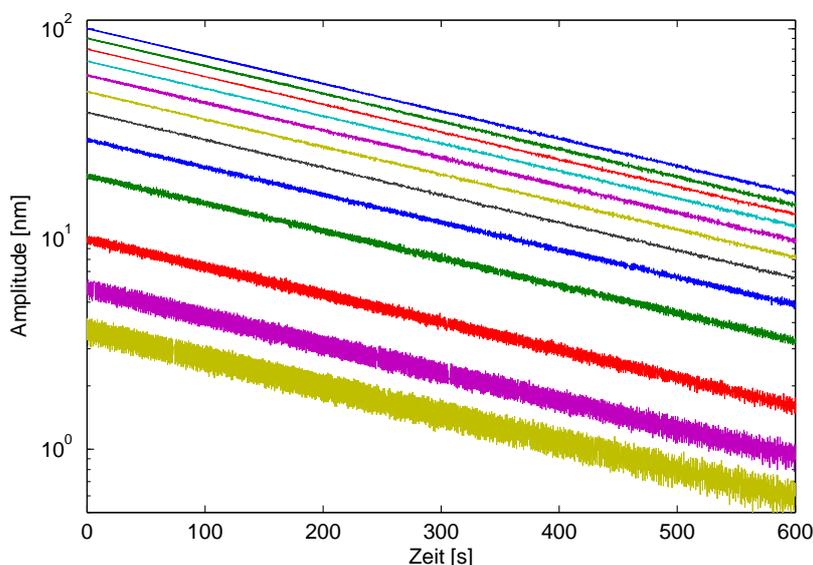


Abb. 4.24: Typisches Abklingverhalten als Funktion der Anregungsamplitude. Ein Kristallquarz-Substrat ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$) wurde auf unterschiedliche Anfangsamplituden angeregt und der nachfolgende Abklingprozess logarithmisch aufgetragen.

ist demnach im betrachteten Amplitudenbereich von 3 bis 100 nm unabhängig von der Anregungsamplitude.

4.4.4 Experimentelle Untersuchung der Restgasdämpfung

Der Temperaturwechsel zwischen den einzelnen Messpunkten soll möglichst schnell erfolgen. Hierzu ist ein guter thermischer Kontakt zwischen Substrat und dem umgebenden Probenraum notwendig. Dieser wird mit Hilfe von hochreinem Heliumgas realisiert. Hierzu wird der Probenraumdruck auf einen Druck von wenigen Pascal erhöht. Für die Gütemessung ist jedoch eine Messung im Vakuum erforderlich. Einerseits garantiert dies die erforderliche Temperaturstabilität, andererseits führt die Kollision von Gasteilchen mit dem Substrat zu einer zusätzlichen Dämpfung, der sogenannten Restgasdämpfung. Befindet sich das Substrat in Ruhe, treffen im Mittel gleich viele Teilchen auf die Front- und Rückseite auf. Bewegt sich hingegen das Substrat, so treffen in Bewegungsrichtung weniger Gasteilchen auf als entgegen der Bewegungsrichtung. Dies führt zu einem Nettoimpulsübertrag und somit zu einer Zusatzdämpfung. Die durch die auftreffenden Gasteilchen hervorgerufene Reibungskraft auf eine sich mit der Geschwindigkeit v_p bewegende Platte der Fläche A beträgt [62]:

$$F_R = -\frac{1}{4}nA\mu\bar{v}v_p. \quad (4.35)$$

Hierbei ist n die Teilchendichte des Gases, μ die Masse der Gasteilchen und \bar{v} ihre mittlere

Geschwindigkeit. Vergleicht man obige Gleichung mit Gl. (2.12), so kann man für den Fall viskoser Dämpfung die Dämpfungskonstante β angeben:

$$\beta = \frac{1}{4}nA\mu\bar{v}. \quad (4.36)$$

Mit Hilfe von Gl. (2.18) und der idealen Gasgleichung folgt für das durch den Restgasdruck p erzeugte Gütelimit:

$$Q = \frac{2\omega_0 m}{pA} \sqrt{\frac{\pi k_B T}{2\mu}}, \quad (4.37)$$

wobei $\omega_0/2\pi$ die Eigenfrequenz der betreffenden Mode, m die schwingende Masse und p den Restgasdruck darstellen. Für eine konkrete Messung sind die Ergebnisse in Abb. 4.25 dargestellt.

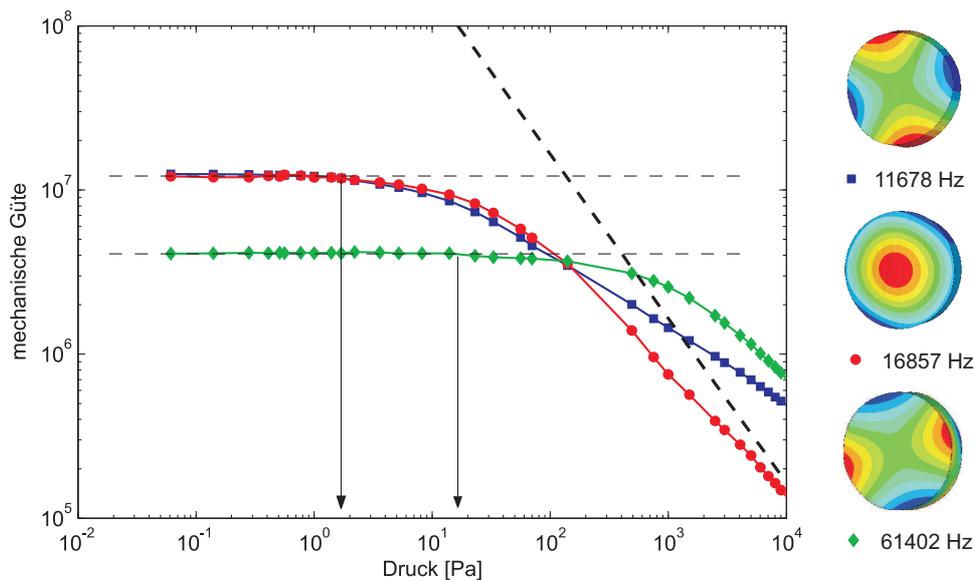


Abb. 4.25: Untersuchung der Restgasdämpfung in Abhängigkeit von der Modenform. Substrat: Kristallquarz $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$, Restgas: Helium, Temperatur: 300 K. Unterhalb von 1 Pa ist die Gütemessung für alle betrachteten Moden druckunabhängig. Die gestrichelte Linie stellt den theoretischen Verlauf für die 16857 Hz Mode nach Gl. (4.37) dar.

Niederfrequente Moden benötigen einen deutlich niedrigeren Druck als höherfrequente, um die Druckunabhängigkeit der Messung zu gewährleisten. In allen Fällen wurde ein Restgasdruck von weniger als 10^{-2} Pa erzeugt. Dies gewährleistet eine vom Restgasdruck unabhängige Messung der Güte.

5 Untersuchungen an ausgewählten Substratmaterialien

5.1 Probenpräparation

Die Untersuchungen wurden an Substraten mit unterschiedlichen Abmessungen durchgeführt, da es nur unter sehr großem technischen und finanziellen Aufwand möglich wäre, Proben in den im Detektor verwendeten Originalmaßen zu untersuchen. Durch die Variation des Durchmesser-Höhe-Verhältnisses wurden Einflüsse der Geometrie untersucht, um Rückschlüsse auf das Übertragen der erhaltenen Ergebnisse auf reale Probengeometrien ziehen zu können.

Um für die unterschiedlichen Proben vergleichbare Resultate zu erhalten, ist eine einheitliche Präparation der Substrate notwendig. Besonders wichtig ist hierbei die Mantelfläche der Proben, da hier der Wolframdraht für die Aufhängung umläuft und jegliche Verunreinigung oder Rauigkeit der Oberfläche zu ungewollten Zusatzdämpfungen führt.

Bei allen Substraten wurden die Front- und Rückseite optisch poliert, im Anschluss daran wurde die Mantelfläche der Proben poliert. Um Ausbrüche an den Kanten zu vermeiden, sind alle Substrate mit einer kleinen, polierten Schutzfase versehen worden. Somit wurde die Oberflächenrauigkeit des gesamten Substrates minimiert. Die Politur erfolgte durch die Firma Hellma-Optik Jena¹. Für Silizium wurde eine mittlere Rauigkeit von weniger als 5 nm RMS erreicht.

Vor jedem Einbau wurde das entsprechende Substrat mit Aceton und Isopropanol im Reinraum gereinigt. Der Einbau im Messlabor erfolgte möglichst zügig, um eine Verunreinigung durch Staub zu vermeiden. Speziell bei den Quarz-Proben ist eine starke elektrostatische Aufladung zu verzeichnen. Vor dem Verschliessen des Probenraums wurde das Substrat noch einmal mit trockenem Stickstoffgas gereinigt.

¹www.hellma-optik.de

5.2 Berechnung der Eigenfrequenzen und Modenformen

Es ist sinnvoll, sich vor der Messung einen Überblick über die zu erwartenden Resonanzfrequenzen sowie die auftretenden Modenformen zu verschaffen. Die Übertragungsgeschwindigkeit vom Interferometer zum Rechner begrenzt die Scangeschwindigkeit beim Aufsuchen der Moden. Will man pro Frequenzschritt ein Datenpaket aus dem Interferometer auslesen, so dauert dies etwa 0,5s. Für einen Abtastbereich von beispielsweise 10 kHz mit einer Schrittweite von 10 mHz ergibt dies rund 6 Tage Messzeit. Hieran wird deutlich, dass ein Eingrenzen des Frequenzbereichs notwendig ist.

Des Weiteren spielt die Modenform beim Auslesen der Schwingung mit Hilfe des Interferometers eine große Rolle. Liest man beispielsweise in der Nähe einer Knotenlinie der betreffenden Mode aus, kann man unter Umständen die betreffende Mode nicht detektieren. Um diese Probleme zu umgehen, wurden die entsprechenden Resonanzfrequenzen sowie die Modenformen mit Hilfe des Finiten Elemente Softwarepaketes ANSYS² berechnet. Für die jeweilige Rechnung wurde ein Modell des Substrates angefertigt und die entsprechenden elastischen Konstanten verwendet. Für isotrope Medien (z.B. Fused Silica) wurde das Finite Element SOLID186³ und damit die Dichte, das Elastizitätsmodul sowie die Querkontraktionszahl genutzt. Bei anisotropen Medien wurde das Finite Element ANISO64⁴, die Dichte und die entsprechenden Elemente C_{ijkl} des Tensors der elastischen Konstanten benötigt. Je nach vorliegender Kristallstruktur gibt es unterschiedlich viele unabhängige Elemente des Tensors. Aufgrund seiner Symmetrie lassen sich die vier Indizes auf zwei reduzieren. Man bezeichnet diese Notation als Voigt-Notation. Hiermit ist es möglich, die 81 Komponenten des Tensors als symmetrische 6x6-Matrix zu schreiben. Die jeweilige Kristallsymmetrie reduziert die Anzahl der unabhängigen Elemente weiter. Im kubischen System (z.B. Silizium oder Calciumfluorid) sind drei Elemente unabhängig, im trigonalen System (Kristallquarz) sechs. Die entsprechenden Matrizen haben folgende Form [68]:

$$C_{\text{kubisch}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

²www.ansys.com

³SOLID186 stellt ein Finites Element von ANSYS dar, das für die Modellierung isotroper Bereiche geeignet ist.

⁴ANISO64 stellt ein für anisotrope Medien geeignetes Finites Element von ANSYS dar.

$$C_{\text{trigonal}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Tab. 5.1 fasst die entsprechenden Parameter für die untersuchten Materialien (Fused Silica, Kristallquarz, Calciumfluorid und Silizium) bei Raumtemperatur zusammen.

Abb. 5.1(a) zeigt das einfache Modell eines zylinderförmigen Probekörpers mit dem dazugehörigen Gitternetz für die numerische Berechnung. Abb. 5.1(b) stellt die daraus berechnete erste Eigenmode eines Fused Silica Substrates ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$) bei 11550 Hz dar. Aufgrund seiner schmetterlingsförmigen Gestalt bezeichnet man diese Modenform auch als „Butterfly“. Die berechneten Resonanzfrequenzen stimmen bis auf rund 5% mit den experimentell bestimmten Werten überein (siehe beispielsweise Kap. 5.5). Diese Abweichungen liegen hierbei vor allem an den elastischen Konstanten, deren Werte in der Literatur stark streuen. Für die jeweilige Berechnung wurde die Konvergenz untersucht.

Fused Silica [69]		Kristallquarz [70]	
Parameter	Wert	Parameter	Wert
Dichte	2,20 g/cm ³	Dichte	2,65 g/cm ³
Poisson-Zahl	0,17	elast. Konstanten	
E-Modul	7,2 · 10 ¹⁰ N/m ²	C ₁₁	8,674 · 10 ¹⁰ N/m ²
		C ₁₂	6,980 · 10 ¹⁰ N/m ²
		C ₁₃	1,190 · 10 ¹⁰ N/m ²
		C ₁₄	-1,79 · 10 ¹⁰ N/m ²
		C ₁₂	6,394 · 10 ¹⁰ N/m ²
		C ₃₃	1,079 · 10 ¹¹ N/m ²
		C ₄₄	5,790 · 10 ¹⁰ N/m ²
Silizium [51]		Calciumfluorid [71]	
Parameter	Wert	Parameter	Wert
Dichte	2,33 g/cm ³	Dichte	3,18 g/cm ³
elast. Konstanten		elast. Konstanten	
C ₁₁	1,656 · 10 ¹¹ N/m ²	C ₁₁	1,64 · 10 ¹¹ N/m ²
C ₁₂	6,394 · 10 ¹⁰ N/m ²	C ₁₂	5,30 · 10 ¹⁰ N/m ²
C ₄₄	7,951 · 10 ¹⁰ N/m ²	C ₄₄	3,37 · 10 ¹⁰ N/m ²

Tab. 5.1: Mechanische Parameter der verwendeten Materialien für die Berechnung der Resonanzfrequenzen sowie der Modenformen. Die Werte wurden für 300 K angegeben.

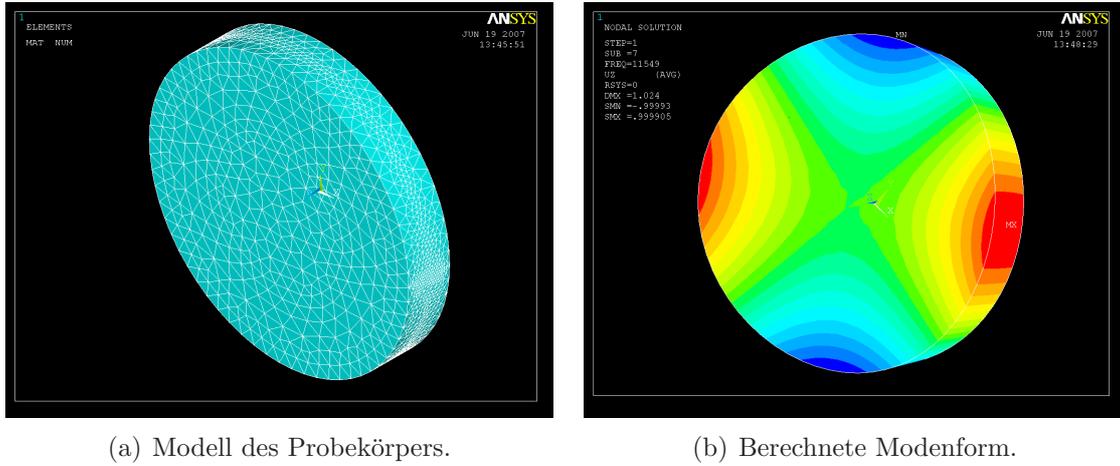


Abb. 5.1: Mit Hilfe des Finite Elemente Paketes ANSYS wurden die entsprechenden Resonanzfrequenzen sowie die dazugehörigen Modenformen berechnet.

Abb. 5.2(a) zeigt exemplarisch eine solche Berechnung. Durch Erhöhen der Elementanzahl wird die Genauigkeit der Berechnung gesteigert, jedoch auch die Rechenzeit enorm vergrößert. Ab einer Elementanzahl von 10000 weichen die numerisch berechneten Resonanzfrequenzen in dem gezeigten Beispiel um weniger als 1% von der berechneten Frequenz mit maximal möglicher Elementanzahl (256000) ab. Liegen die entsprechenden Werte für die elastischen Konstanten auch temperaturabhängig vor, so kann man den Temperaturverlauf der Resonanzfrequenz berechnen. Abb. 5.2(b) gibt eine solche Berechnung für Silizium wieder. Die numerischen Werte liefern den prinzipiellen Kurvenverlauf. Auch hier

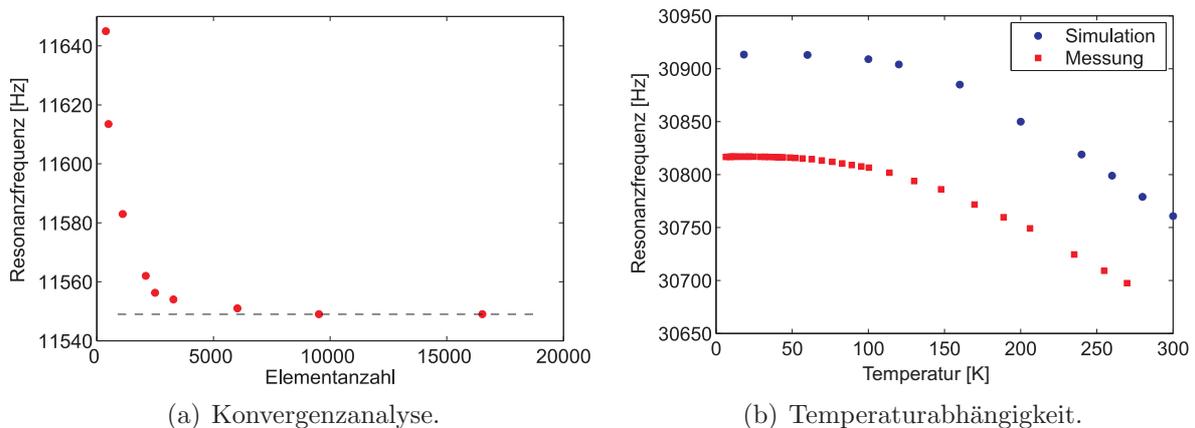


Abb. 5.2: a – Konvergenzanalyse der numerischen Berechnung der Resonanzfrequenzen eines Modellsubstrates (Fused Silica, $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$). b – Numerisch berechnete (ANSYS) und gemessene Temperaturabhängigkeit einer Mode. Als Beispiel wurde die fundamentale Drum-Mode eines Silizium-Substrates (Si(100), $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$) gewählt.

sind die Abweichungen zum einen durch die wahre Geometrie des Substrates sowie die Genauigkeit der elastischen Konstanten bestimmt. Die Simulation liefert den prinzipiellen Verlauf der Temperaturabhängigkeit. Die gemessenen Werte wurden bei Raumtemperatur durch die Simulation auf besser als 0,5% bestimmt. Mit Hilfe der numerischen Berechnungen der Resonanzfrequenzen sowie der Modenformen ist es möglich, die entsprechenden Moden schnell aufzufinden und zu untersuchen.

5.3 Fused Silica

Fused Silica wird aus zahlreichen Gründen als derzeitiges Substratmaterial für die Optiken der interferometrischen Gravitationswellendetektoren genutzt. Hauptgrund hierfür ist der geringe thermische Ausdehnungskoeffizient von $3 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ bei Raumtemperatur und das damit verbundene niedrige thermoelastische Rauschen, vgl. Gl. (1.4). Darüber hinaus wird Fused Silica in höchster Reinheit für die optische Industrie bereitgestellt. Fused Silica ist chemisch Siliziumdioxid, das sich in einem amorphen Verband anordnet. Dabei wird jedes Siliziumatom von vier Sauerstoffatomen tetraedrisch umgeben. Aufgrund des amorphen Charakters besteht lediglich eine Nahordnung der einzelnen Tetraeder.

Die mechanische Güte von Fused Silica wurde an zwei Substraten mit unterschiedlicher Höhe ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ und $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$) untersucht. Die Temperaturabhängigkeit ist in Abb. 5.3 zwischen 5 und 300 K für jeweils zwei ausgewählte Moden dargestellt [72]. Zwischen Raumtemperatur und etwa 100 K wurde die Güte über eine Abklümmessung bestimmt, darunter über die Breite der Resonanzkurve (siehe Abb. 2.2). Die erhaltenen Gütewerte fallen beim Abkühlen um rund vier Größenordnungen. Bei rund 30 K wird ein Minimum in der mechanischen Güte erreicht. Bei noch tieferen Temperaturen steigt die gemessene Güte wieder leicht an. Da mit fallender Güte auch die maximal erreichbare Amplitude bei konstanter Anregung abnimmt, war es für zwei Moden unterhalb von 50 K nicht mehr möglich, eine für das interferometrische Ausleseverfahren ausreichende Amplitude zu erzielen.

Der in Abb. 5.3 dargestellte Verlauf der mechanischen Güte ist charakteristisch für amorphe Materialien. Der Verlauf wird durch ein breites Dämpfungsmaximum, dem sogenannten Debye-Peak (siehe Abb. 3.3) bei 30 K, dominiert. Dieser Peak besitzt eine deutlich größere Breite als bei typischen Relaxationsprozessen (wie z.B. dem Platzwechsel von Verunreinigungen, siehe Kap. 5.4). Dies deutet darauf hin, dass das Material zahlreiche energetisch ähnliche Zustände besitzt, zwischen denen das System hin- und herwechseln kann. Diese energetisch ähnlichen Zustände bilden sich aufgrund der nicht vorhandenen Kristallstruktur. Bindungswinkel und -längen variieren leicht von Atom zu Atom. Dadurch bildet sich eine Verteilung der Bindungsparameter. Dies hat unmittelbar zur Folge, dass

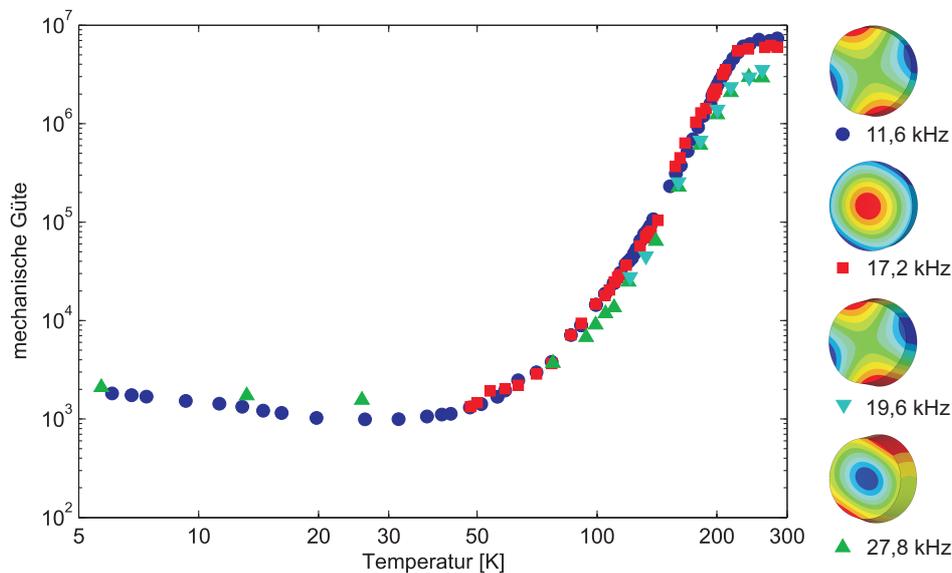


Abb. 5.3: Experimentell bestimmte Abhängigkeit der mechanischen Güte verschiedener Moden von der Temperatur für Fused Silica. Die angegebenen Modenformen wurde mit Hilfe von ANSYS berechnet. Die oberen zwei Modenformen wurden an einem $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ Substrat, die beiden anderen an einem $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$ Substrat untersucht.

die Aktivierungsenergie E_A und die Relaxationszeit τ für einen Relaxationsprozess nicht mehr einen scharfen Wert besitzen, sondern in eine Verteilung übergeht. Es überlagern sich viele elementare Relaxationsprozesse nach Gl. (3.8) und Gl. (3.9). Daraus folgt eine Verbreiterung des Debye-Peaks. Da in allen amorphen Materialien die Bindungswinkel und -längen aufgrund der nicht vorhandenen Fernordnung variieren, ist für alle amorphen Substanzen ein ähnliches Verhalten, d.h. ein stark verbreiteter Debye-Peak zu erwarten. Dies spielt vor allem bei der Betrachtung der mechanischen Dämpfung von dielektrischen Schichten eine große Rolle (siehe Kapitel 6).

Nach Gl. (1.5) ist das thermische Rauschen einer Testmasse im Falle der Strukturdämpfung proportional zu $\sqrt{T/Q}$. Für einen potentiellen kryogenen interferometrischen Gravitationswellendetektor liegen realistische Endtemperaturen bei minimal 10 K - festgelegt durch die Restabsorption im Material und diverse Limitierungen hinsichtlich der zur Verfügung stehenden Kühlleistung am optischen Substrat⁵. Daraus folgt unmittelbar, dass Fused Silica für den Einsatz bei tiefen Temperaturen nicht geeignet ist. Das thermische Rauschen würde sich beim Abkühlen auf beispielsweise 10 K um den Faktor 20 *erhöhen*.

⁵Um Zusatzdämpfung zu vermeiden, muss sich das Substrat im Vakuum befinden. Somit scheidet Wärmeleitung durch ein Restgas zum Kühlen aus. Die gesamte Wärme des Substrates muss durch die Aufhängung abgeführt werden. Mit dem aktuellen Stand der Technik sind hiermit Endtemperaturen von rund 10 K erreichbar - begrenzt durch die verbleibende Restabsorption des Materials.

5.4 Kristallquarz

Geht man zu Kristallquarz über, so kann man die durch die Struktur des amorphen Fused Silica hervorgerufenen Probleme vermeiden. Kristallquarz ist chemisch gesehen – wie Fused Silica auch – Siliziumdioxid allerdings in trigonaler Kristallstruktur (siehe Abb. 5.4). Daraus folgt, dass alle Bindungswinkel und -längen festgelegt sind und somit eine Verteilung dieser Größen wie bei Fused Silica nicht zu erwarten ist.

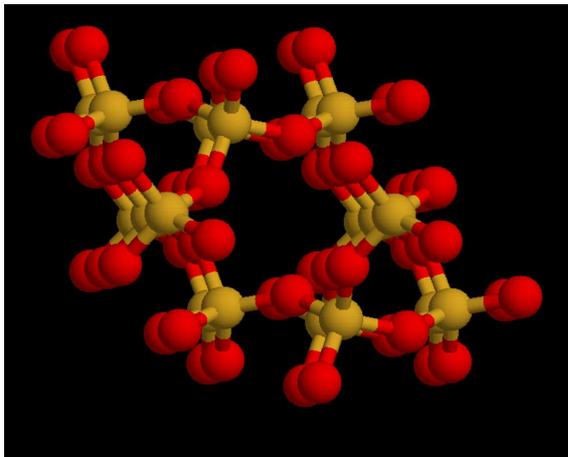


Abb. 5.4: Ansicht der Kristallstruktur von Kristallquarz entlang der c-Achse (orange - Silizium, rot - Sauerstoff). Kristallquarz gehört zum trigonalen Kristallsystem. Entlang der c-Achse bilden sich aufgrund der helikalen Anordnung Kanäle aus. Die Darstellung erfolgte mit Hilfe der Software Rasmol [73] nach den Gitterparametern von [74].

Abb. 5.5 zeigt den gemessenen Verlauf der mechanischen Güte eines Kristallquarzsubstrates sowie eines Fused Silica Substrates (jeweils $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$) im Vergleich zweier

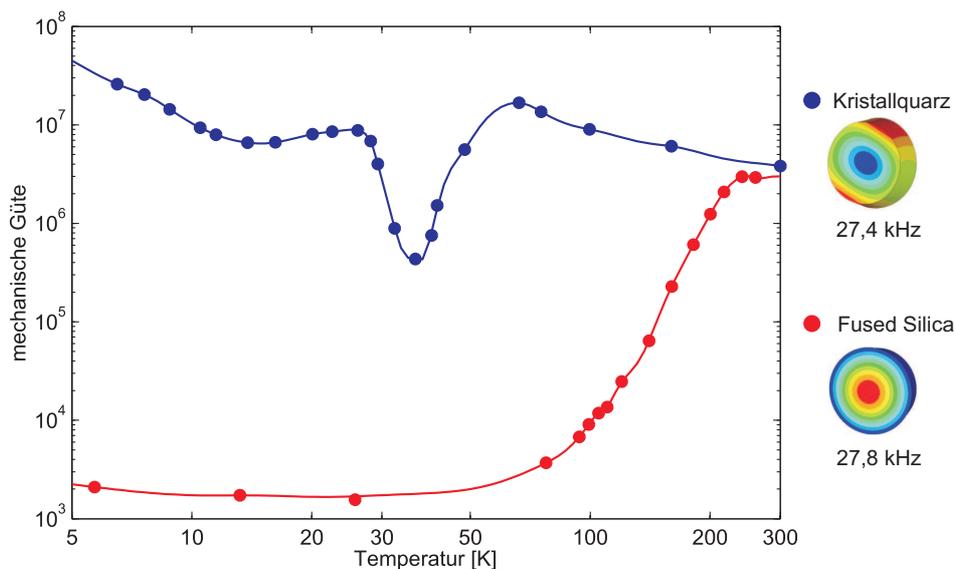


Abb. 5.5: Verlauf der mechanischen Güte für ein Kristallquarzsubstrat sowie ein Fused Silica Substrat (beide: $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$, Kristallquarz-Orientierung: c-Achse parallel zur Zylinderachse) zwischen 5 und 300 K. Die durchgezogene Linie stellt jeweils einen Spline durch alle Messpunkte dar und dient lediglich der Veranschaulichung des Kurvenverlaufs.

Moden mit nahezu gleicher Frequenz. Kristallquarz zeigt ein völlig anderes Verhalten als Fused Silica. Beim Abkühlen nimmt die mechanische Güte zu, durchläuft dann bei ca. 37 K ein Minimum, um anschließend wieder anzusteigen.

Zur Analyse der einzelnen Dämpfungsvorgänge in den unterschiedlichen Temperaturgebieten wurde in Zusammenarbeit mit A. Zimmer eine neuartige Spektroskopieform entwickelt, die für große Substrate geeignet ist [38]. Hierbei werden zur Analyse mehrere Moden untersucht. Dadurch ist es möglich, die Frequenzabhängigkeit der einzelnen Prozesse zu studieren und diese dadurch zu identifizieren. Abb. 5.6 zeigt die exemplarische Auswertung für die erste Mode der Kristallquarzprobe ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$, c-Achse parallel zur Zylinderachse). Es traten mehrere Dämpfungsmaxima auf. Jeder einzelne Dämpfungspeak wurde als Debye-Peak behandelt. Nach Gl. (3.8) folgt für eine Mode mit der Resonanzfrequenz $\omega/2\pi$ eine Gesamtdämpfung von:

$$\phi = \sum_i \Delta_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} + \phi_0. \quad (5.3)$$

Δ_i und τ_i sind die Relaxationsstärke und Relaxationszeit des i-ten Prozesses. ϕ_0 stellt die Hintergrunddämpfung dar, die beispielsweise durch Aufhängungsverluste oder Restgasdämpfung entsteht. Für eine Arrhenius-artige thermische Anregung nach Gl. (3.9) folgt für die einzelnen Relaxationszeiten:

$$\tau_i = \tau_{0,i} \cdot e^{\frac{E_{A,i}}{k_B T}}. \quad (5.4)$$

Die einzelnen Relaxationsparameter (Δ_i , $\tau_{0,i}$ und $E_{A,i}$) sind somit aus den Messwerten mit Hilfe eines Fitalgorithmus aus Gl. (5.3) zugänglich. In Abb. 5.6 wurden sowohl die Einzelprozesse als auch der Gesamtprozess eingezeichnet. Man erkennt, dass die Summe der einzelnen Prozesse den Verlauf der Messdaten ergibt.

Analog wurde für weitere ausgewählte Moden verfahren. Die einzelnen Messungen sowie die entsprechenden Fits sind in Abb. 5.7 ersichtlich. Für den Peak I treten Abweichungen auf (siehe Abb. 5.7(a)). Des weiteren lassen sich für die hohen Frequenzen (Abb. 5.7(c) und 5.7(d)) die Messdaten nicht vollständig durch die vier Peaks aus Abb. 5.6 beschreiben. Es treten weitere Relaxationsprozesse zum Vorschein, die bei tieferen Frequenzen durch Peak II verdeckt wurden.

Ein alternatives Verfahren zur Bestimmung der Aktivierungsenergie sowie der Relaxationszeit stellt der sogenannte Arrhenius-Plot dar. Logarithmieren von Gl. (3.9) liefert:

$$\ln \tau = \ln \tau_0 + \frac{E_A}{k_B T}. \quad (5.5)$$

Die maximale Dämpfung wird beim Debye-Peak für $\omega \tau = 1$ erreicht (siehe Abb. 3.3).

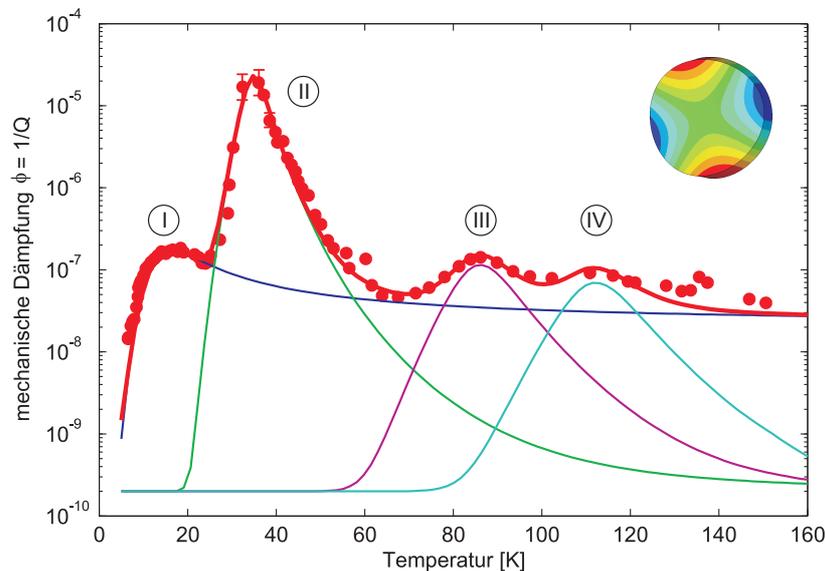


Abb. 5.6: Exemplarische Analyse einer Gütemessung an Kristallquarz $\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ für die niedrigste Mode (11564 Hz bei 300 K). Dargestellt ist die mechanische Dämpfung $\phi = 1/Q$ über der Temperatur. Jeder einzelne Dämpfungspeak (I-IV) wurde als Debye-Peak angefitet. Die Summe der einzelnen Prozesse (rote Kurve) ergibt den Verlauf der Messwerte. Aus den erhaltenen Fitparametern lassen sich Rückschlüsse auf den ablaufenden internen Prozess ziehen [75].

Daraus folgt unmittelbar:

$$\ln \omega = -\frac{E_A}{k_B} \cdot \frac{1}{T_{\text{Peak}}} - \ln \tau_0. \quad (5.6)$$

Trägt man $\ln \omega$ über der inversen, zur maximalen Dämpfung gehörenden Temperatur T_{Peak} auf, so erhält man einen linearen Zusammenhang und kann durch lineare Regression die Parameter τ_0 sowie E_A bestimmen. Dies setzt voraus, dass für den entsprechenden Prozess hinreichend viele Moden gemessen werden konnten. Abb. 5.8 stellt einen Arrhenius-Plot für den stärksten Dämpfungsprozess (Peak II) in der untersuchten Kristallquarzprobe dar. Alle Fitparameter für die einzelnen Moden wurden in Tab. 5.2 zusammengefasst. Für jeden einzelnen Dämpfungspeak ergaben sich für alle Moden jeweils ähnliche bzw. gleiche Aktivierungsenergien für den ablaufenden Prozess. Die Relaxationszeiten sind für die einzelnen Peaks auch jeweils für alle Moden gleich. Für den ersten Peak liegt die Relaxationszeit um rund 6 Größenordnungen über der der Anderen. Dies deutet – zusammen mit dem nicht exakt ausführbaren Fit (siehe Abb. 5.7(a)) – darauf hin, dass bei Peak I andere Prozesse ablaufen als bei den Peaks II-IV.

Peak I ist durch die Phonon-Phonon-Wechselwirkung beschreibbar [76]. Die Relaxationszeit τ_0 ist dabei die Phononen-Relaxationszeit, siehe Gl. (3.20), und liegt typischerweise bei tiefen Temperaturen im Bereich einiger μs , was mit den erhaltenen Parametern recht

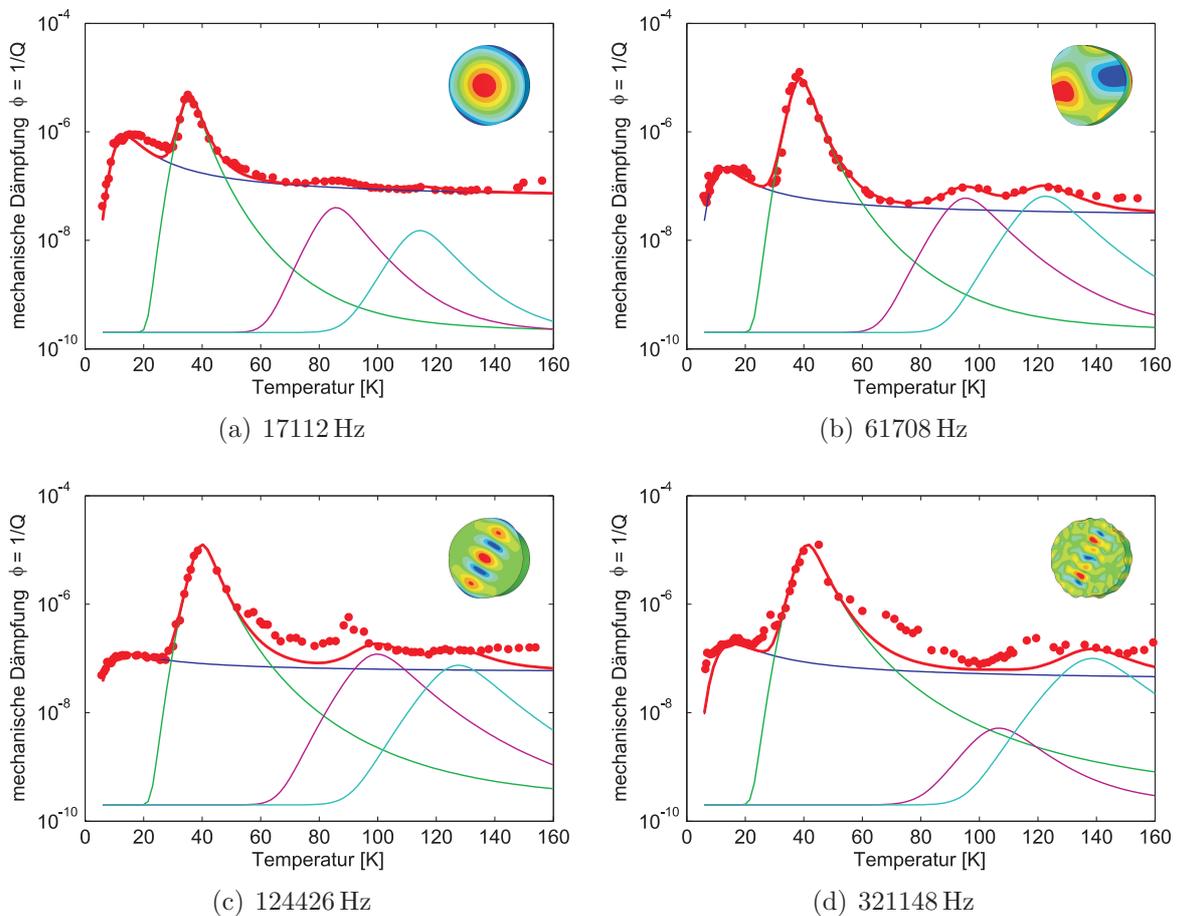


Abb. 5.7: Auswertung der mechanischen Dämpfung von Kristallquarz ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$, c-Achse parallel zur Zylinderachse). Dargestellt sind unterschiedliche Moden in einem Frequenzbereich von 17112 bis 321148 Hz. Die angegebenen Frequenzen entsprechen den Werten bei 300 K. Es wurden jeweils die in Abb. 5.6 angegebenen Relaxationspeaks gefittet. Für die beiden hohen Resonanzfrequenzen (c und d) lassen sich die Messwerte oberhalb 60 K nicht ausschließlich mit den vier Peaks aus Abb. 5.6 anfitten. Es treten weitere Relaxationsvorgänge auf, die bei niedrigen Frequenzen vom nächst niedrigeren Peaks verdeckt werden [38].

gut übereinstimmt. Daraus wird unmittelbar klar, dass die Relaxationsstärke Δ nicht als konstant angesehen werden kann, da sie bei Phonon-Phonon-Prozessen proportional zur Temperatur ist, siehe Gl. (3.13). Dies führt zu den beobachteten Abweichungen.

Die Peaks II bis IV lassen sich durch Relaxationseffekte von Defekten erklären [75,77]. Die erhaltenen Werte sind typisch für Platzwechselforgänge von Verunreinigungen im Kristall. Um die Verunreinigungen aus den erhaltenen Messdaten identifizieren zu können, ist es notwendig, den Herstellungsprozess der Quarzkristalle näher zu betrachten. Die vorliegenden Kristalle wurden im Hydrothermalverfahren [78] gezüchtet. Die Kristalle wachsen bei hohem Druck und hoher Temperatur in einer wässrigen Lösung. Diese ist mit SiO_2 gesättigt. Um die Löslichkeit zu verbessern, wird dem Gemisch Natriumcarbonat oder

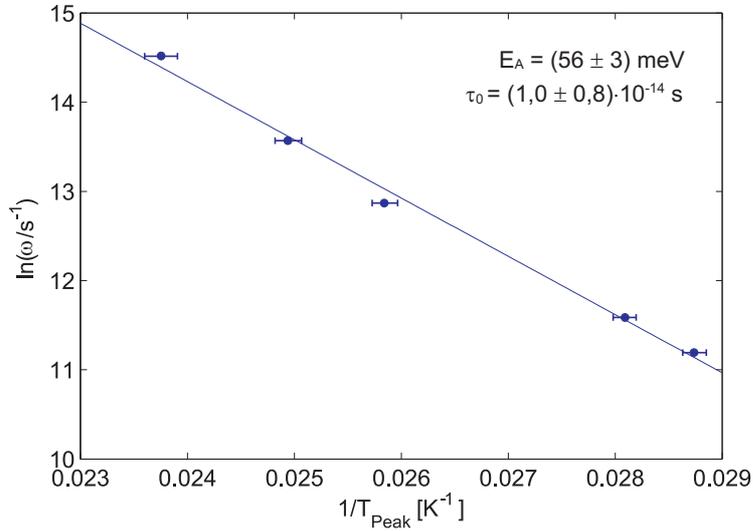


Abb. 5.8: Arrhenius-Plot für den stärksten Dämpfungspeak der Kristallquarzmessung (Peak II).

Peak-Nummer	Mode	$\Delta \cdot 10^{-8}$	E_A [meV]	$\tau_0 [\cdot 10^{-14} \text{s}]$
I	11564 Hz	35	4	$8 \cdot 10^7$
	17112 Hz	170	4	$3 \cdot 10^7$
	61708 Hz	44	3	$1,5 \cdot 10^7$
	124426 Hz	24	1,7	$3 \cdot 10^7$
	321148 Hz	38	2	$9 \cdot 10^6$
II	11564 Hz	4600	53	30
	17112 Hz	900	50	80
	61708 Hz	2000	57	10
	124426 Hz	2500	54	20
	321148 Hz	2500	51	30
III	11564 Hz	23	128	44
	17112 Hz	8	124,5	44
	61708 Hz	12	128	44
	124426 Hz	24	128	44
	321148 Hz	<1	128	44
IV	11564 Hz	14	190	4
	17112 Hz	3	190	4
	61708 Hz	13	190	4
	124426 Hz	15	190	4
	321148 Hz	20	195	4

Tab. 5.2: Zusammenfassung der erhaltenen Fitparameter (Relaxationsstärke Δ , Aktivierungsenergie E_A und Relaxationszeit τ_0) für Kristallquarz [38].

-hydroxid zugesetzt. Typischerweise liegen 0,1 bis 1 molare Lösungen vor. Des Weiteren liegen im Reaktionsbehälter Aluminium-Ionen (z.B. von der Wand oder aus Al-haltigen Einbauten) vor. Diese substituieren einen Teil der Silizium-Atome im Quarzkristall. Da Aluminium ein dreiwertiges Element ist, bleiben beim Einbau in die Matrix aus vierwertigen Siliziumatomen Elektronen übrig. Diese lokalen Ladungsüberschüsse fangen sich Alkali-Ionen (also beispielsweise Natrium-Ionen aus der Zuchtlösung) ein und sättigen somit ihre Ladung ab. Die eingefangenen Alkali-Ionen sind im Kristallquarz relativ lose an ihre Position gebunden. Durch Zufuhr von Energie ist es möglich, sie entlang eines c-Achsen-Kanals zu verschieben. Diese Kanäle sind in Abb. 5.4 dargestellt. Entlang des Kanals befinden sich energetisch günstige und weniger günstige Plätze, die sich durch ein Mehrfachmuldenpotenzial beschreiben lassen.

In Abb. 5.9 sind diese Energiemulden entlang der c-Achse mit ihren dazugehörigen Energiebarrieren exemplarisch für Natrium und Lithium dargestellt. Lithium ist dabei aufgrund seines geringeren Durchmessers stärker an das Aluminium gebunden als Natrium. Für einen Platzwechsel muss eine gewisse Energiebarriere überwunden werden. Für alle Temperaturen $T > 0$ K treten thermisch angeregte Übergänge von einer zur anderen Potentialmulde auf. Die Raten für den Hin- und Rücksprung sind ohne ein äußeres mechanisches Spannungsfeld gleich, vgl. Abb. 3.4(a). Sobald eine mechanische Spannung angelegt wird, wird eine Potentialmulde angehoben und die andere abgesenkt. Das thermische Gleichgewicht ist gestört und es beginnt eine dissipative Relaxation hin zum neuen Gleichgewicht, siehe Abb. 3.4(b).

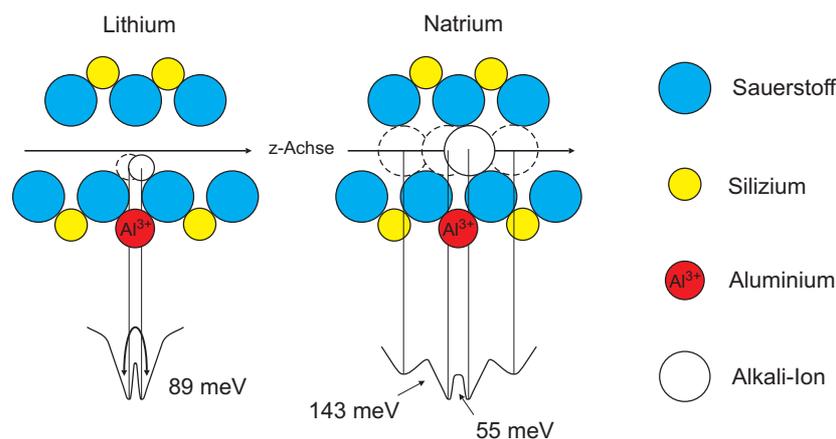


Abb. 5.9: Entstehung des Doppelmuldenpotentials für Alkaliionen in Kristallquarz (nach [79]). Al^{3+} -Ionen besetzen während des Herstellungsprozesses Positionen des Siliziums. Durch ein fehlendes Außenelektron sind diese Fehlstellen in der Lage, Alkali-Ionen, die während des Herstellungsprozesses vorhanden sind, einzufangen. Ein Positionswechsel des betreffenden Ions ist mit dem Übergang von einer Potentialmulde zu einer anderen verbunden. Für den jeweiligen Übergang ist die angegebene Aktivierungsenergie aufzubringen.

Vergleicht man die Energiebarrieren mit den erhaltenen Aktivierungsenergien aus Tab. 5.2 mit anderen Messungen, z.B. [79], so kann man die einzelnen Peaks mit entsprechenden Platzwechseln von unterschiedlichen Alkali-Ionen korrelieren. Peak II lässt sich demnach durch die Verschiebung eines Natrium-Ions entlang des *c*-Achsen-Kanals zur energetisch nächsten Nachbarposition beschreiben. Peak III entspricht einem Sprung des Natrium-Ions zur energetisch übernächsten Potentialmulde. Peak IV liegt nahe der Energiebarriere von Kalium-Ionen im Kristallquarz von 200 meV [79].

Es ist sehr schwierig, den Natrium-Gehalt der entsprechenden Testmassen zu bestimmen. Natrium stellt allerhöchste Anforderungen an die Probenpräparation, da nahezu jede Laborumgebung (leider auch Reinräume) durch Hautkontakt mit Natriumchlorid in geringen Mengen belegt ist. Von Hellma-Optik wurden neben den Kristallquarz-Proben Reststücke des Mutterkristalls zur Verfügung gestellt. Diese Reststücke wurden in einer möglichst Natrium-freien Umgebung zerteilt und eine Probe aus dem Innenbereich entnommen und mit Hilfe der optischen Emissionsspektrometrie (ICP-OES, inductively coupled plasma optical emission spectrometry) untersucht. Dabei wurde bei einer Nachweisgrenze von 3 ppm kein Natrium detektiert, so dass anzunehmen ist, dass die entsprechenden Na-Konzentration weit unterhalb dieser Grenze liegen muss.

5.5 Calciumfluorid

Calciumfluorid (CaF_2) stellt ein weiteres Material dar, das in der Literatur vielfach als Substratmaterial für einen zukünftigen laserinterferometrischen Gravitationswellendetektor diskutiert wird [80]. In den letzten Jahren wurde die Herstellung von großen CaF_2 -Einkristallen stark vorangetrieben, da es aufgrund seiner guten UV-Transparenz in der Halbleiterindustrie für Abbildungsoptiken benötigt wird. Seine hohe optische Transmission sowie gute mechanische Bearbeitbarkeit machen es zu einem aussichtsreichen Material für zukünftige Gravitationswellendetektoren. Bisher wurden für die mechanische Güte von Calciumfluorid lediglich systematische Messungen bei Raumtemperatur veröffentlicht [81]. Für Raumtemperatur ergaben sich vergleichbare Gütewerte zu Fused Silica (maximal $4 \cdot 10^7$). Im Bereich kryogener Temperaturen existierten bisher nur Messungen an wenigen ausgewählten Temperaturen [80].

Für die kryogenen Untersuchungen wurden zwei CaF_2 -Testmassen ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 75 \text{ mm}$) verwendet (Parameter siehe Tab. 5.3). Die Einkristalle wurden von der Firma Schott Lithotec⁶ hergestellt. Die [100]-Achse liegt parallel zur Zylinderachse. Die Substrate sind allseitig poliert und wurden bei Raumtemperatur hinsichtlich ihrer Eigenfrequenzen und

⁶www.schott.com/lithotec

Parameter	Wert
Material	Calciumfluorid
Orientierung	(100)
Ebenheit	$\lambda/4$ ($\lambda=633$ nm)
Durchmesser	$(75,0 \pm 0,5)$ mm
Dicke	$(75,0 \pm 0,2)$ mm
Dichte	$3,18$ g/cm ³

Tab. 5.3: Parameter der beiden verwendeten CaF₂-Einkristalle. Die Einkristalle wurden zu zwei identischen, zylindrischen Proben verarbeitet.

laufende Modennummer	Eigenfrequenz [Hz]		mechanische Güte
	gemessen	berechnet	
1	26957,6	26931	$1,3 \cdot 10^6$
2	29791,4	29684	$5,6 \cdot 10^6$
4	31796,7	32464	$5,0 \cdot 10^6$
8	40310,2	40856	$5,6 \cdot 10^6$
9	41301,7	40950	$1,1 \cdot 10^7$
16	50476,3	50595	$1,3 \cdot 10^7$
18	51862,3	51594	$7,0 \cdot 10^6$
19	52484,6	52622	$7,4 \cdot 10^6$
20	57421,1	57562	$5,1 \cdot 10^6$
24	63889,8	63888	$3,6 \cdot 10^6$
26	67310,4	66468	$2,8 \cdot 10^5$
28	70097,7	70944	$2,2 \cdot 10^6$

Tab. 5.4: Zusammenfassung ausgewählter Moden der CaF₂-Messung bei Raumtemperatur. Die mit Hilfe von ANSYS berechneten Eigenfrequenzen weichen maximal um 2% von den experimentell bestimmten Werten ab. Die mechanische Güte schwankt zwischen $2,5 \cdot 10^5$ und $1,3 \cdot 10^7$.

deren mechanischen Güten charakterisiert, um einen Anschluss an bisherige Messungen bei Raumtemperatur [81] zu erhalten. Dazu wurde das entsprechende Substrat mit Hilfe eines $75 \mu\text{m}$ Wolfram-Drahtes als Pendel aufgehängt. Laut maximaler Zugbelastung hätte auch ein $50 \mu\text{m}$ Draht ausgereicht - dieser schnitt sich jedoch aufgrund der geringen mechanischen Härte von Calciumfluorid in die Substrate ein. Im Frequenzbereich von 20 bis 100 kHz wurden 47 Moden mit einer Amplitude von 0,2 bis 24 nm gefunden. Davon wurden einige gut messbare Moden ausgewählt und deren Resonanzfrequenzen sowie mechanischen Güten bestimmt und in Tab. 5.4 zusammengefasst. Zusätzlich wurden die von ANSYS berechneten Eigenfrequenzen angegeben (vgl. Abschnitt 5.2). Die berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen stimmen bis auf 2% überein. Die für die Berechnung benötigten elastischen Konstanten wurden in Tab. 5.1 zusammengefasst.

Die experimentell bestimmte mechanische Güte variiert um ca. zwei Größenordnungen. Es gibt ausgewählte Moden mit sehr hohen Güten (z.B. Moden Nr. 9 und Nr. 16) und Moden mit sehr niedriger gemessener Güte (z.B. Mode Nr. 26). Neben einer intrinsischen Fre-

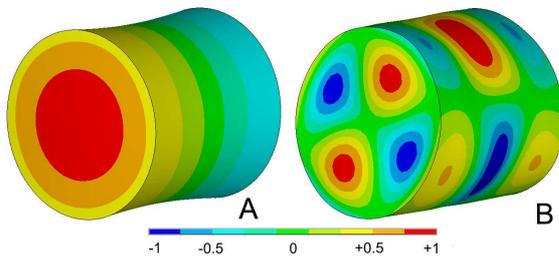


Abb. 5.10: Numerisch berechnete Modenformen für Calciumfluorid. Die dargestellten Moden entsprechen Mode 9 (A) und Mode 26 (B) aus Tab. 5.4. Die jeweiligen Schwingungsamplituden wurden auf ± 1 normiert (siehe Skala).

quenzabhängigkeit der Dämpfungsvorgänge spielt auch die Aufhängung eine wesentliche Rolle. Die Substrathalterung erfolgt entlang der geometrischen Mittelebene des Substrates. Abb. 5.10 zeigt die numerisch berechneten Eigenschwingungen von Mode 9 und Mode 26. Mode 9 besitzt entlang der Aufhängungsebene nur geringe Schwingungsamplituden, während Mode 26 entlang der Mittelebene große Amplituden aufweist. Die Substrat-Aufhängungs-Wechselwirkung ist dadurch für Mode 26 deutlich größer als bei Mode 9 und resultiert in einer niedrigen gemessenen Güte.

Aufgrund dieser Beobachtungen wurden Mode 8, Mode 9 und Mode 20 ausgewählt, die bei Raumtemperatur in der vorliegenden Aufhängungsposition eine hohe Güte sowie eine hinreichend große Schwingungsamplitude zeigten. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte erstmals eine vollständige kryogene Messung zwischen 5 und 300 K [82,83] für CaF_2 . Die Resultate sind in Abb. 5.11 dargestellt.

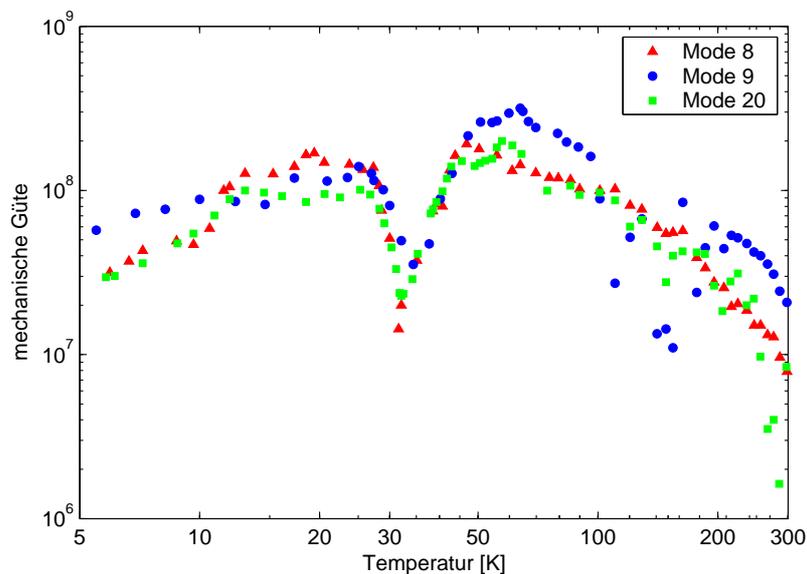


Abb. 5.11: Kryogene Gütemessung an Calciumfluorid für die drei ausgewählten Moden.

Das Maximum der mechanischen Güte wurde bei rund 64 K für Mode 9 mit $3,2 \cdot 10^8$ erreicht. Oberhalb dieser Temperatur tritt ein Bereich starker Streuung der Messwerte auf. Für Temperaturen unterhalb des Maximums folgt eine relaxationsähnliche Struktur (vgl.

Kristallquarzmessungen, z.B. Abb. 5.6). Zu tiefen Temperaturen hin nimmt die mechanische Güte weiter ab und erreicht unterhalb von 10 K Werte in der Größenordnung von $3 \cdot 10^7$ bis $6 \cdot 10^7$. Die erhaltenen Resultate für diesen Bereich stimmen mit den von Yamamoto [80] erhaltenen Ergebnissen an einer $\varnothing 100 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ – Scheibe CaF_2 überein. Auch diese Messungen zeigen eine Abnahme der mechanischen Güte unterhalb von 10 K.

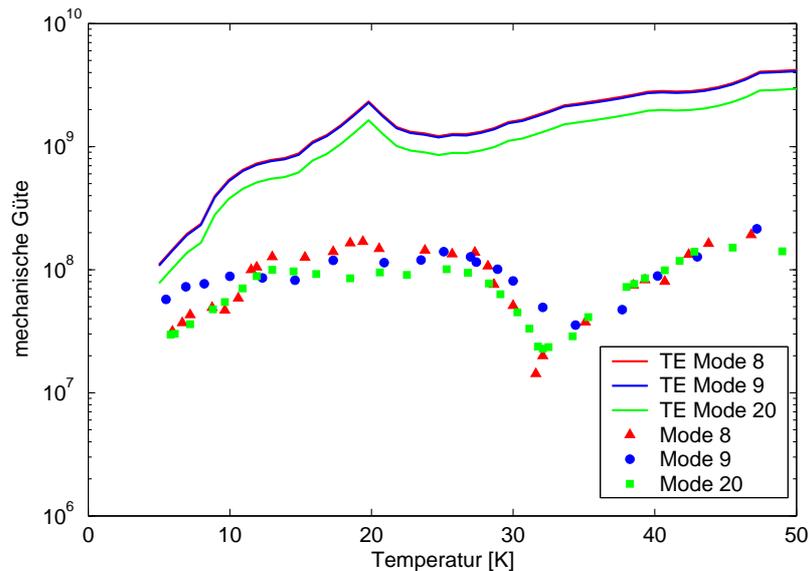


Abb. 5.12: Berechnetes thermoelastisches Limit (TE) für eine Calciumfluorid-Probe bei tiefen Temperaturen nach Gl. (3.10). Für die Berechnung kamen die in Anhang A angegebenen Temperaturabhängigkeiten der thermischen Parameter zum Einsatz. Das thermoelastische Limit für die Moden 8 und 9 liegen nahezu übereinander.

Grund für die Abnahme der gemessenen Güte bei tiefen Temperaturen ist die thermoelastische Dämpfung. Laut Gl. (3.10) fällt die Dämpfung proportional zur Temperatur und müsste somit bei tiefen Temperaturen eine untergeordnete Rolle spielen. Da jedoch die thermischen Konstanten selbst stark temperaturabhängige Größen sind, kompensieren sie im Fall des CaF_2 die Abnahme und sorgen sogar noch für einen Anstieg der thermoelastischen Dämpfung bei tiefen Temperaturen. Abb. 5.12 zeigt die berechnete thermoelastische Dämpfung für Calciumfluorid sowie die entsprechenden Messwerte aus Abb. 5.11. Gl. (3.10) wurde von Braginski für reine Longitudinalschwingungen in einem halbbunendlichen isotropen Medium abgeleitet. Deshalb kann die entsprechende Rechnung nur die Größenordnung sowie den Trend der thermoelastischen Dämpfung wiedergeben.

Die starken Schwankungen der gemessenen Güte im Bereich hoher Temperaturen konnten auf eine Wechselwirkung zwischen dem Substrat und dem Aufhängungsdraht zurückgeführt werden. Hierzu wurde in einer separaten Messung die Aufhängung verändert und die Probe erneut eingekühlt. Im Bereich bis zum Maximum der mechanischen Güte wurden deutlich mehr Messpunkte erzeugt. Abb. 5.13(a) stellt die entsprechenden Messpunkte für

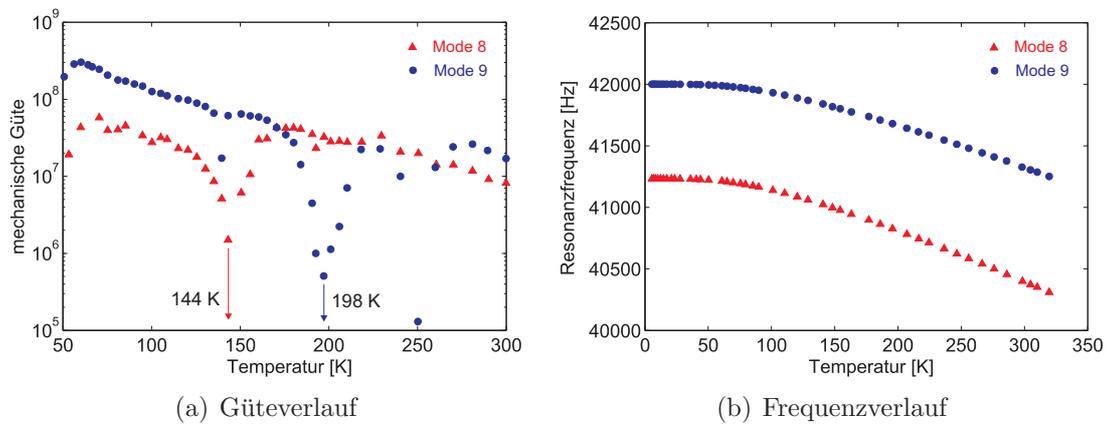


Abb. 5.13: Messdaten zur Untersuchung der Wechselwirkung des CaF_2 -Substrates mit dem Aufhängungsdraht. Anhand des zusammenhängenden Verlaufs der beiden Resonanzfrequenzen kann geschlussfolgert werden, dass die beiden Güteminima durch eine resonante Wechselwirkung zwischen dem Substrat und zwei aufeinanderfolgenden Harmonischen der Aufhängungsgrundschwingung (Violinen-Mode) stattfinden.

die Moden 8 und 9 dar. Man erkennt zwei Güteminima, die beim Abkühlen nacheinander durchlaufen werden. Für Mode 8 tritt das Güteminimum bei rund 144 K und für Mode 9 bei 198 K auf. Die dazugehörige Abhängigkeit der Resonanzfrequenz der entsprechenden Moden von der Temperatur zeigt Abb. 5.13(b). Man erkennt, dass die beiden Resonanzfrequenzen aneinander anschließen und dadurch ein Bereich von rund 40,25 bis 42,00 kHz abgedeckt wird. In diesem Bereich kommt es zweimal zu einer resonanten Wechselwirkung mit der Aufhängung. Daraus läßt sich schlussfolgern, dass zwei aufeinanderfolgende Violinenmoden, siehe Gl. (4.20), der Aufhängung angeregt wurden. Die Differenz zweier Violinenmoden beträgt demnach rund 650 Hz, d.h. die nächste Resonanz wird erst nach weiteren 650 Hz erreicht. Die Gesamtverschiebung der Resonanzfrequenz durch die Temperatur reicht jedoch laut Abb. 5.13(b) nicht aus, um eine solche Resonanz herbeizuführen. Dadurch ist gesichert, dass alle weiteren Strukturen der temperaturabhängigen Gütemessung in Abb. 5.11 nicht durch die Aufhängung entstanden sind.

Das Güteminimum bei 30 K in Abb. 5.11 konnte nicht vollständig aufgeklärt werden. Man erkennt eine Verschiebung des Minimums mit der Resonanzfrequenz. Dennoch ist die Verschiebung nicht vollständig durch eine Arrhenius-artige thermische Anregung elementarer Prozesse, siehe Gl. (3.9), von z.B. Verunreinigungen wie beim Kristallquarz erklärbar. Weitere Untersuchungen – speziell mit CaF_2 eines anderen Herstellers – sind notwendig, um die festkörperphysikalischen Ursachen für diese Dämpfung zu untersuchen.

5.6 Silizium

Silizium stellt im Rahmen der untersuchten Materialien eine Sonderrolle dar, da es für die aktuelle Laserwellenlänge der Detektoren (1064 nm) undurchlässig ist und somit für einen direkten Ersatz der aktuellen Materialien nicht in Frage kommt. Dennoch bietet Silizium im Hinblick auf eine kryogene Anwendung als Substratmaterial für zukünftige Gravitationswellendetektoren zahlreiche Vorteile. Von besonderem Interesse ist hierbei der Verlauf des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten. Dieser wird bei zwei Temperaturen (18 und 125 K) Null und damit verschwindet auch der Beitrag des thermoelastischen Rauschens nach Gl. (1.4).

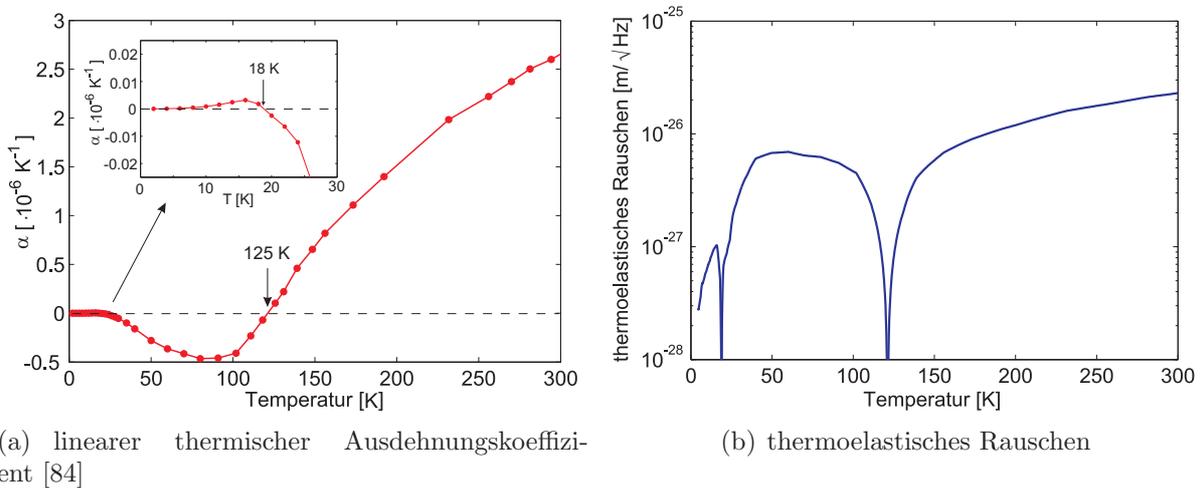


Abb. 5.14: Thermoelastischer Beitrag zum thermischen Rauschen von Silizium. Für zwei diskrete Temperaturen (18 und 125 K) verschwindet der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient (a) und somit auch der Beitrag des thermoelastischen Rauschens (b). Das thermoelastische Rauschen wurde mit Hilfe von Gl. (3.10) berechnet. Die Temperaturabhängigkeit der Stoffdaten ist im Anhang A dargestellt.

Neben diesen außergewöhnlichen thermischen Eigenschaften stellt Silizium vom technischen Standpunkt ein interessantes Material dar, da es für die Halbleiterindustrie in hochreinen und großen Einkristallen hergestellt wird.

Für die kryogenen Untersuchungen an Silizium wurden unterschiedliche Proben mit einem einheitlichen Durchmesser von 76,2 mm sowie einer Höhe von 6, 12, 24 sowie 75 mm verwendet. Die charakteristischen Daten des Materials sind in Tab. 5.5 zusammengefasst. Alle Kristalle wurden nach dem Czochalski-Verfahren [85] hergestellt und beinhalten dadurch eine recht hohe Konzentration an Sauerstoff ($7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$). Jedes Substrat wurde mit dem jeweils dünnstmöglichen Wolframdraht ($25 \mu\text{m}$ bis $75 \mu\text{m}$) als Pendel aufgehängt und vermessen.

Abb. 5.15 stellt die vergleichende Messung für die jeweilige Fundamentalmode des entspre-

Parameter	Wert
Hersteller	Wacker Siltronic GmbH
Orientation	$(100) \pm 1^\circ$
Dotierung	Bor, $4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Fremdstoffe	Kohlenstoff, $4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ Sauerstoff, $6,80 - 6,99 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

Tab. 5.5: Zusammenfassung der charakteristischen Daten für das verwendete Silizium [86].

chenden Substrates für 3 verschiedene Höhen dar. Man erkennt, dass mit steigender Höhe des Substrates die mechanische Güte zunimmt. Vor allem im kryogenen Bereich ist dieser Anstieg deutlich zu erkennen. Mit der Variation der Höhe werden verschiedene Parameter verändert, die die mechanische Güte beeinflussen können. Hauptsächlich ist es die Masse, wodurch die Zugkraft im Aufhängungsfaden für die dicken höher als für die dünnen Proben ist. Nach Gl. (4.10) wäre somit der Einfluss des Wolframdrahtes bei konstantem Durchmesser für dünne Substrate größer als für dicke. Um diesen Effekt auszuschließen, wurde für jede Messung der gleiche 'dilution factor', vgl. Gl. (4.10), durch eine gezielte Auswahl des Durchmessers des Aufhängungsdrahtes verwendet und damit der Einfluss der Aufhängung für alle Messungen konstant gehalten. Wäre der beobachtete Effekt von der Aufhängung verursacht, müssten alle gemessenen Güten annähernd übereinstimmen.

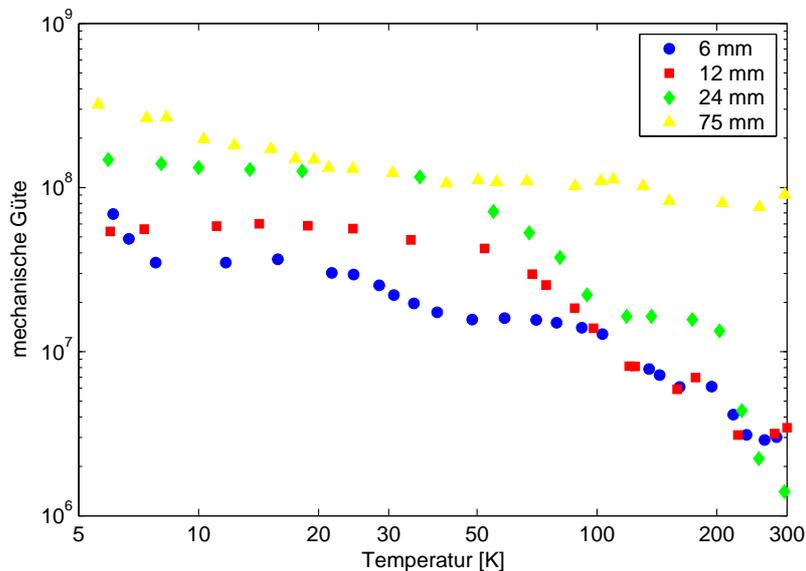


Abb. 5.15: Vergleich der gemessenen Güte der Fundamentalmoden von Silizium-Substraten Si(100) unterschiedlicher Höhe (6, 12 und 24 mm) und konstantem Durchmesser von 76,2 mm. Mit wachsender Substrathöhe nimmt die gemessene Güte zu [87]. Mit Hilfe eines 75 mm hohen Substrates konnte der Nachweis erbracht werden, dass die Messung nicht durch die Aufhängung begrenzt wurde, da über den gesamten Temperaturbereich trotz gleichbleibender Aufhängungsparameter eine höhere Güte gemessen werden konnte.

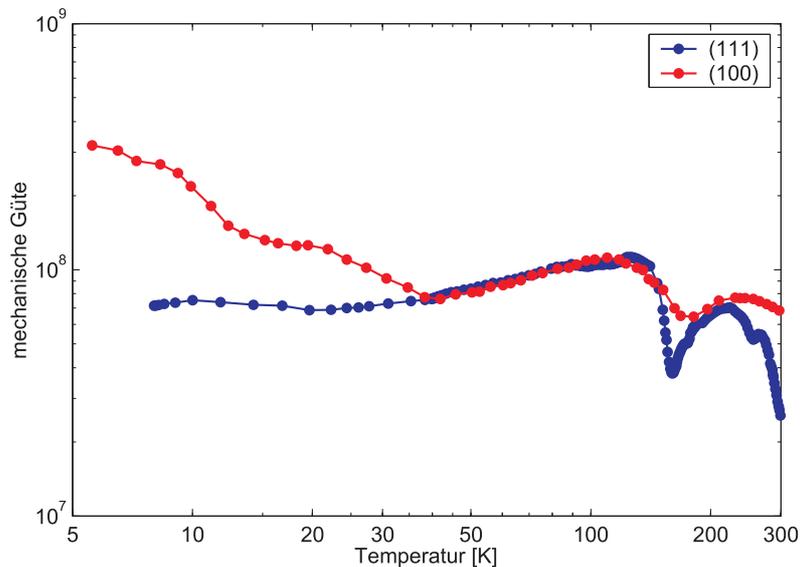


Abb. 5.16: Vergleich zweier geometrisch identischer Si-Proben ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 75 \text{ mm}$) aber unterschiedlicher Kristallorientierung: Si(100) und Si(111) [88,89]. Für den Vergleich wurde jeweils die erste Drum-Mode herangezogen.

Nach Abb. 5.15 liegen sie jedoch im Bereich unterhalb von 100 K deutlich auseinander. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die gemessenen Güten unterhalb von 100 K nicht von der Aufhängung limitiert wurden. Durch eine Kontrollmessung mit einem 75 mm hohem Substrat konnte weiterhin gezeigt werden, dass mit dem eingestellten 'dilution factor' auch im Temperaturbereich oberhalb von 100 K die Messung nicht durch die Aufhängung begrenzt wurde.

Abb. 5.16 fasst die Resultate für zwei Silizium-Proben gleicher Geometrie, jedoch unterschiedlicher Kristallorientierung zusammen. Um die Wechselwirkung zwischen Substrat und Aufhängung zu minimieren, wurde jeweils die erste Drum-Mode angeregt. Man erkennt, dass bis zu einer Temperatur von rund 30 K die Güteverläufe ähnlich sind, darunter die mechanische Güte des Si(111) Substrates deutlich niedriger ist als die des Si(100) Substrates. Dieser experimentelle Befund kann derzeit noch nicht theoretisch erklärt werden und ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.

Wie im folgenden Abschnitt dargestellt wird, besitzt Silizium aufgrund seiner elastischen Konstanten in der (111)-Orientierung bei gleicher Güte ein etwas niedrigeres thermisches Rauschen und wäre als Substratmaterial sehr gut geeignet. Es sind weitere Messungen erforderlich, um zwischen Si(100) und Si(111) entscheiden zu können.

5.7 Rauschabschätzung ausgewählter Materialien

Um die einzelnen Materialien hinsichtlich ihrer Rauscheigenschaften zu charakterisieren, wurde mit Hilfe der Methode von Levin das thermische Rauschen eines Detektorspiegels (GEO600-Endspiegelgeometrie) berechnet. Nach Levin ergibt sich das thermische Rauschen aus folgendem Gedankenexperiment [90]: Ein harmonisch oszillierender Druck p wirkt auf die Frontfläche des Substrates. Sein zeitlicher und räumlicher Verlauf gehorche folgendem Zusammenhang:

$$p(r, t) = F_0 \frac{e^{-r^2/r_0^2}}{\pi r_0^2} \cos \omega t. \quad (5.7)$$

F_0 ist dabei die konstante Kraftamplitude, $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz, bei der das thermische Rauschen berechnet werden soll, r die radiale Ortskoordinate und r_0 der Strahlradius (Leistungsabfall auf $1/e$). Die räumliche Verteilung des angelegten Druckes entspricht dabei exakt dem Strahlprofil des im Interferometers umlaufenden Laserfeldes (im vorliegenden Fall ein gaußförmiges Profil). Der oszillierende Druck führt dem Substrat Verformungsenergie zu. Die dabei pro Schwingungsperiode dissipierte Energie ergibt sich zu [27]:

$$\langle W_{\text{diss}} \rangle = \omega \phi(\omega) \langle U_{\text{elast}} \rangle, \quad (5.8)$$

wobei $\phi(\omega)$ den mechanischen Verlust bei der Kreisfrequenz ω und $\langle U_{\text{elast}} \rangle$ die über eine Schwingungsperiode gemittelte elastische Energie darstellen. In den meisten Fällen wird aufgrund mangelnder Messergebnisse für ϕ im gewünschten Frequenzband auf die frequenzunabhängige Form der Dämpfung – die Strukturdämpfung, siehe Abschnitt 2.3.1 – zurückgegriffen. Es gilt dann: $\phi(\omega) = \phi = 1/Q$. Die entsprechende elastische Energie kann entweder für einfache Fälle analytisch ausgewertet oder muss numerisch berechnet werden. Dies wurde im vorliegenden Fall mit Hilfe von ANSYS durchgeführt [4]. Hierbei können beliebige Spiegelgeometrien untersucht werden.

Nach Levin ergibt sich nun die spektrale Rauschleistungsdichte des thermischen Rauschens unmittelbar zu [90]:

$$S_x(\omega) = \frac{8k_B T}{\omega^2} \frac{\langle W_{\text{diss}} \rangle}{F_0^2}. \quad (5.9)$$

Das reine thermische Rauschen des Spiegelmaterials ist in Abb. 5.17 zusammengefasst. Ausgehend von Fused Silica ergibt sich direkt beim Übergang von amorphen zu kristallinen Materialien bereits bei Raumtemperatur eine Verringerung des thermischen Rauschens. Als zweiter thermischer Vergleichspunkt wurde 20 K gewählt und hier jeweils die im Rah-

men dieser Arbeit typischerweise erzielten Werte für die mechanische Güte bei 20 K angenommen. 20 K stellt dabei vom aktuellen Kenntnisstand eine mit flüssigem Helium oder Kleinkältemaschinen [91, 92] realisierbare Spiegeltemperatur dar.

Man erkennt aus der Darstellung, dass für das aktuell verwendete Material, Fused Silica, das thermische Rauschen beim Abkühlen deutlich zunimmt. Grund hierfür ist die dramatische Abnahme der mechanischen Güte zu tiefen Temperaturen hin. Für Kristallquarz ergibt sich eine Rauschreduzierung um rund eine Größenordnung. Die niedrigsten Rauschwerte werden für Silizium erreicht. Dies liegt zum Einen an der hohen Güte, die erzielt werden konnte, zum Anderen aber auch an den elastischen Parametern, die für eine niedrige maximale Verformungsenergie sorgen.

Vergleicht man die beiden untersuchten Kristallorientierungen Si(100) und Si(111), so ist das thermische Rauschen bei sonst identischer Güte bei tiefen Temperaturen für Si(111) niedriger.

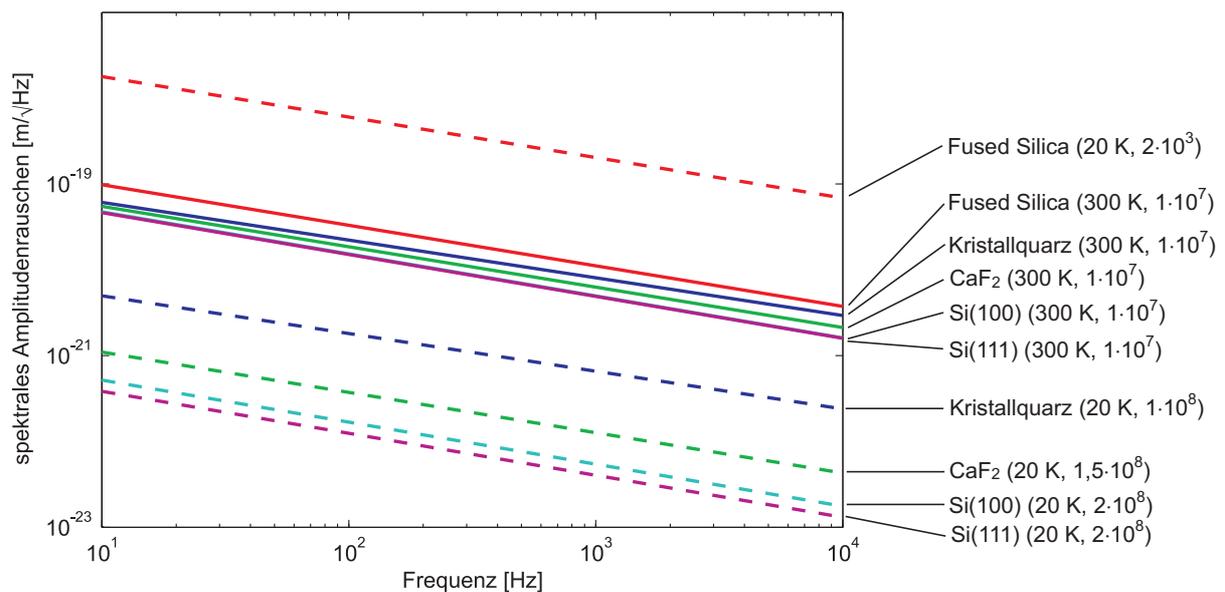


Abb. 5.17: Vergleich des thermischen Rauschens bei Raumtemperatur und kryogenen Temperaturen für verschiedene Materialien [4]. Als Referenz wurde die GEO600-Endspiegel Geometrie herangezogen.

6 Einfluss optischer Funktionsschichten

Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht die Untersuchung der Substratmaterialien bei kryogenen Temperaturen. Dennoch soll im folgenden Kapitel ein kurzer Ausblick auf die Problematik der Gütemessung beim Übergang vom reinen Substrat zum beschichteten Element erfolgen. Um eine vorgegebene optische Funktion zu realisieren, ist es notwendig, die Substrate mit einer optischen Funktionsschicht auszustatten. Diese kann im einfachsten Fall aus einem hochreflektierenden Schichtstapel aus verschiedenen dielektrischen Materialien bestehen und beispielsweise einen Endspiegel des Interferometers bilden. Wie bereits in den vorhergehenden Kapiteln gezeigt wurde, stellt die Oberflächenqualität einen entscheidenden Parameter für die mechanische Güte des Probekörpers dar. Erste Messungen internationaler Gruppen zeigen, dass die Eigendämpfung der dielektrischen Schichten einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur mechanischen Gesamtdämpfung der optischen Komponenten liefern [80, 93]. Besonders das in hochreflektierenden Schichtstäpeln verwendete Tantalpentoxid (Ta_2O_5) besitzt eine hohe interne Dämpfung.

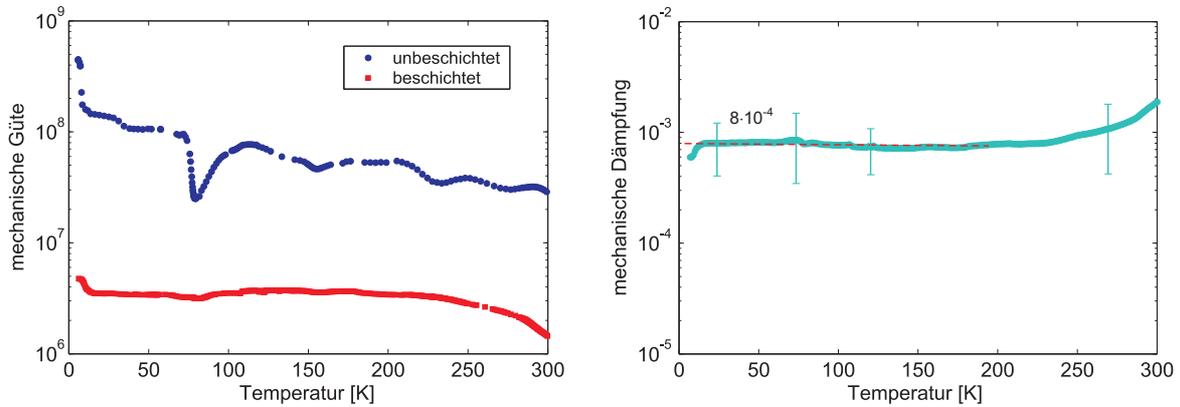
6.1 Untersuchungen an Tantalpentoxidschichten

Abb. 6.1(a) zeigt exemplarisch das Vorgehen zur Bestimmung der intrinsischen Schichtdämpfung. In einem ersten Schritt wird ein unbeschichtetes Substrat bei kryogenen Temperaturen charakterisiert, wie es in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben wurde. Besonders wichtig ist hierbei, dass die Aufhängung des Substrates so optimiert wird, dass die maximal erreichbare Güte gemessen wird. Danach wird das Substrat mit der zu untersuchenden Schicht (hier: Ta_2O_5) beschichtet und erneut untersucht. Auch hierbei ist eine Optimierung der Substrataufhängung von großer Bedeutung, um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten.

Die intrinsische Dämpfung der Schicht ergibt sich durch Umformen von Gl. (2.23) zu:

$$\phi_{\text{gesamt}} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} \phi_1 + \frac{E_2}{E_1 + E_2} \phi_2, \quad (6.1)$$

wobei der Index 1 die Parameter (Verformungsenergie E und Eigendämpfung ϕ) des unbeschichteten Substrates und der Index 2 die Parameter der Schicht darstellt. Aufgrund



(a) Gütemessung an einem beschichteten Substrat.

(b) intrinsische Schichtdämpfung.

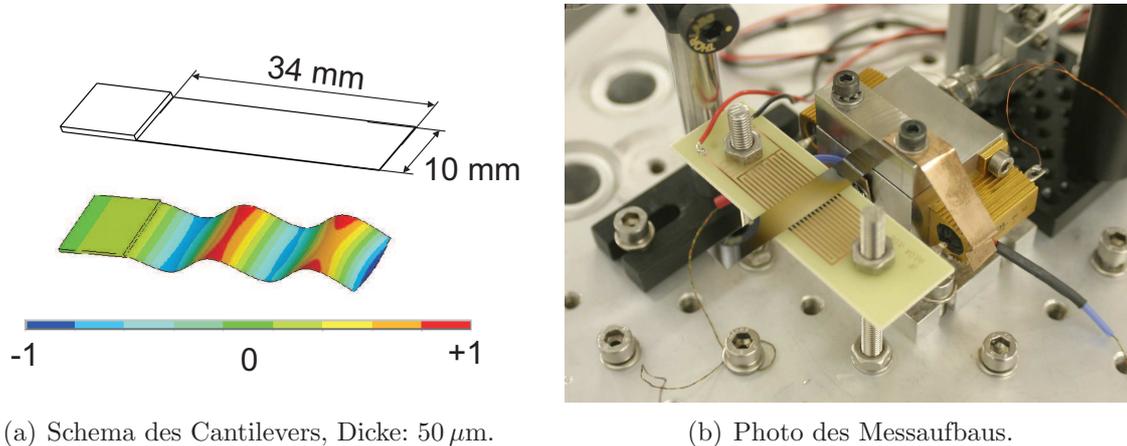
Abb. 6.1: a) – Vergleich unbeschichtetes/beschichtetes Si(100) Substrat ($\varnothing 76,2 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$), Schicht: $1300 \text{ nm Ta}_2\text{O}_5$, Beschichtungsverfahren: Elektronenstrahlverdampfung, $E_2/E_1 = 3,5 \cdot 10^{-4}$. Durch das Aufbringen der Ta_2O_5 -Schicht nimmt die Gesamtgüte um mehr als 1 Größenordnung ab [94]. b) – Berechnete Eigendämpfung der Schicht nach Gl. (6.2). Im Bereich tiefer Temperaturen wurde eine mechanische Dämpfung von $8 \cdot 10^{-4}$ erreicht.

der geringen Schichtdicke (ca. $1 \mu\text{m}$) gilt: $E_1 \gg E_2$ und es folgt für die intrinsische Schichtdämpfung mit guter Näherung:

$$\phi_2 = \frac{E_1}{E_2} (\phi_{\text{gesamt}} - \phi_1). \quad (6.2)$$

Die Verteilung der Energie zwischen der Schicht und dem Substrat kann mit Hilfe einer numerischen Rechnung mittels ANSYS berechnet werden. Für unterschiedliche Modenformen ergeben sich unterschiedliche Verhältnisse für die Energien. Um eine möglichst hohe Messgenauigkeit des Verfahrens zu erreichen, ist es notwendig, das Energieverhältnis E_2/E_1 zu maximieren, so dass der Einfluss der Schicht groß wird. Hierbei muss man jedoch Kompromisse eingehen, da einerseits dicke Schichten unter Umständen mechanisch instabil werden und sich andererseits dicke Schichten vielfach anders verhalten als dünne. Dadurch ist es notwendig, die Schichtdicke größenordnungsmäßig in dem erforderlichen Bereich (einige hundert Nanometer bis $1 \mu\text{m}$) zu wählen. Für dünne Schichten ist das Energieverhältnis proportional zur Schichtdicke. Abb. 6.1(b) stellt die erhaltenen Werte für die intrinsische Dämpfung einer Ta_2O_2 -Schicht dar. Die Schicht wurde mit Hilfe von Elektronenstrahlverdampfung hergestellt. Die erhaltene Dämpfung der Schicht ist im Vergleich zu Literaturwerten gesputterter Schichten [80] um den Faktor 3 höher. Dennoch sind die relativen Messfehler mit bis zu 50% sehr groß. Um die Messgenauigkeit zu steigern, kann man das Verhältnis E_2/E_1 dadurch vergrößern, dass man die Substratdicke weiter verringert. Dabei muss jedoch das Messverfahren geändert werden, da eine verlustarme Pendelaufhängung mit einem sehr dünnen Substrat ($< 1 \text{ mm}$) nur sehr schwer

zu realisieren ist. Es ist möglich, die Schichtdämpfung an beschichteten Cantilevern zu messen. Hierzu wurde aus einem Silizium-Wafer mit Hilfe einer reaktiven Ätztechnik ein Cantilever nach Abb. 6.2(a) hergestellt¹.



(a) Schema des Cantilevers, Dicke: $50 \mu\text{m}$.

(b) Photo des Messaufbaus.

Abb. 6.2: Messaufbau zur Untersuchung der intrinsischen Schichtdämpfung mit Hilfe eines Si-Cantilevers. Der Cantilever mit einer Dicke von $50 \mu\text{m}$ wurde zu Eigenschwingungen angeregt. Exemplarisch wurde die mit Hilfe von ANSYS berechnete 5. Eigenschwingung dargestellt. Mit Hilfe eines thermisch an die Experimentierplattform des Kryostaten angekoppelten Edelstahl-Klemmblocks wurde der Cantilever gehalten. Die Anregung der Resonanz erfolgte über eine kammartige Kondensatorstruktur analog den Messungen an den Testmassen. Das Auslesen der Schwingung erfolgte mit Hilfe des Reflektionsverfahrens.

Aufgrund der niedrigen Eigenfrequenzen des Schwingers (typ. $< 100 \text{ Hz}$ für die Grundmode) lassen sich mit Hilfe dieses Verfahrens die Schichtparameter direkt im Detektionsband des Gravitationswellendetektors messen und müssen nicht mit Hilfe eines Modells umgerechnet werden. Der entsprechende Cantilever wurde in einer speziell konstruierten und polierten Klemme gehalten und in den Spezialkryostaten eingebaut (siehe Abb. 6.2(b)). Als Ausleseverfahren kam das Reflexionsverfahren (siehe Abschnitt 4.2.4) zum Einsatz. Es wurde der unbeschichtete sowie der beschichtete Cantilever untersucht.

Bei Raumtemperatur wurde beobachtet, dass die mechanische Dämpfung der Ta_2O_5 -Schicht bei Dotierung mit bis zu 20% (Massenprozent) Titandioxid (TiO_2) abnimmt [95]. Die Ursache für diese Abnahme konnte bisher nicht geklärt werden. Der experimentelle Befund zeigt, dass die Dämpfung bis zu einem TiO_2 -Gehalt von 14% abnimmt und danach wieder steigt. In Zusammenarbeit mit Kollegen vom Institute of Gravitational Research aus Glasgow und dem Laboratoire des Matériaux Avancés (LMA) in Lyon wurde die mechanische Dämpfung einer 500 nm dicken Ta_2O_5 -Schicht mit 14% TiO_2 -Dotierung erstmals bei kryogenen Temperaturen im Rahmen dieser Dissertation untersucht. Der Cantilever hatte eine Dicke von $50 \mu\text{m}$, eine Breite von 10 mm und eine Länge von 34 mm . Die

¹RIE (reactive ion etching) Institut für Angewandte Physik (IAP), Jena.

mechanische Dämpfung der Schicht ist beim Abkühlen nahezu konstant und durchläuft unterhalb von 25 K einen Debye-Peak (siehe Abb. 3.3). Anhand der Untersuchung der Frequenzabhängigkeit dieses Peaks lassen sich analog den Untersuchungen am Kristallquarz (siehe Kap. 5.4) Aktivierungsenergien und Relaxationszeiten bestimmen. Dieser Debye-Peak wurde bisher bei reinen Ta_2O_5 -Schichten nicht beobachtet und gestattet somit Informationen zum eingelagerten TiO_2 .

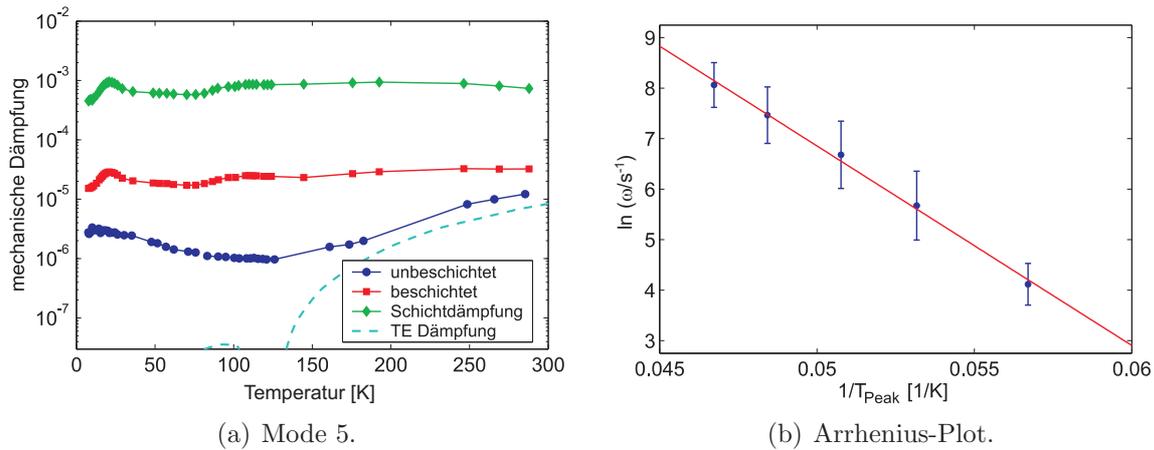


Abb. 6.3: a) – Kryogene Gütemessung einer Ta_2O_5 -Schicht mit 14% TiO_2 -Dotierung. Exemplarisch dargestellt sind die Messwerte für die 5. Mode (3187 Hz) ohne und mit 500 nm $\text{Ta}_2\text{O}_5:\text{TiO}_2$ -Beschichtung. Die Messung des unbeschichteten Cantilevers ist für Temperaturen oberhalb von 200 K durch thermoelastische (TE) Dämpfung bestimmt, siehe Gl. (3.11) und (3.12). b) – Für den Debye-Peak um 20 K liefert der Arrhenius-Plot eine Aktivierungsenergie von $E_A = (34 \pm 5) \text{ meV}$ und eine Relaxationszeit von $\tau_0 = 2,8 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ [96].

Diese Messungen stellen die ersten, internationalen systematischen Tieftemperaturuntersuchungen an dotierten Ta_2O_5 -Schichten dar. Die entsprechenden Messwerte wurden gemeinsam publiziert und auf einer internationalen Tagung vorgestellt [96, 97].

Das Messverfahren eignet sich auch in Kombination mit dem kapazitiven Ausleseverfahren zum Bestimmen der intrinsischen Schichtdämpfung in einfacheren kryogenen Messaufbauten (beispielsweise einem Messstab ohne optisches Fenster) als dem für die Substratmessung vorgestellten Kryostaten. Die Messgenauigkeit ist im Vergleich zu bisherigen Verfahren deutlich erhöht und wird letztendlich durch die Reproduzierbarkeit der Messung auf 15...20% begrenzt.

6.2 Reflektive Komponenten

Im Rahmen des Sonderforschungsbereiches Transregio 7 wurden neuartig Interferometer-topologien entwickelt, die transmittive optische Komponenten (wie den Strahlteiler und die Cavity-Koppler) vermeiden und auf neuartigen Gitterstrukturen beruhen [98]. Diese Strukturen würden thermorefraktive Rauschbeiträge (siehe Abschnitt 1.3.2) vollständig vermeiden. Da diese Gitterstrukturen einen Eingriff in die Oberfläche der entsprechenden Substrate darstellen, ist es a priori nicht klar, dass die mechanische Güte der Gesamtstruktur erhalten bleibt. Vorstellbar sind Phononenstreuprozesse an der Oberfläche, wie sie bei unpolierten Substraten beobachtet werden und wo sie zu einer dramatischen Reduzierung der mechanischen Güte führen. Im Wesentlichen besteht ein solches Gitter aus einem geätzten Strichgitter mit einer Gitterperiode in der Größenordnung der Lichtwellenlänge sowie einem darüber oder darunter angeordneten Schichtstapel analog einem hochreflektierenden Spiegel [98].

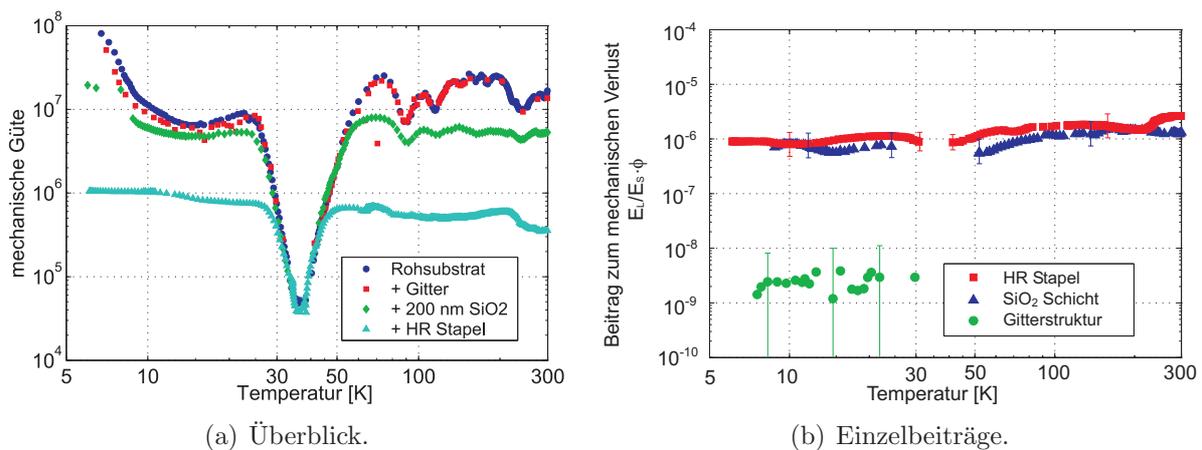


Abb. 6.4: a – Zusammenstellung der Gütemesswerte für die 11,7 kHz Mode nach jedem Prozessschritt. Das Aufbringen des Gitters verändert die mechanische Güte im Rahmen der Messgenauigkeit nicht. Sobald eine dielektrische Schicht (z.B. 200 nm SiO₂) aufgebracht wird, nimmt die Güte stark ab. b – Extrahierte Verluste der einzeln aufbrachten Schichten und Strukturen. Um die einzelnen Beiträge miteinander vergleichen zu können, wurden die Einzelverluste mit dem Energieverhältnis aus der entsprechenden Schicht E_L und dem Substrat E_S gewichtet [99].

Ein solches Gitter wurde in Zusammenarbeit mit dem IAP Jena entwickelt. Um einen möglichen Einfluss des Gitters auf die mechanische Güte zu untersuchen, wurde ein deutlich größeres und einfach zu untersuchendes Substrat aus Kristallquarz hergestellt. Die optischen Parameter (Gitterperiode, Stegbreite, Gittertiefe, Schichtstapel-Parameter) wurden dabei entsprechend der optischen Funktion gewählt. Nach jedem Prozess-Schritt fand eine kryogene Gütemessung statt, so dass der Einfluss der einzelnen Schritte untersucht werden konnte. Abb. 6.4(a) fasst die entsprechenden Resultate dieser sehr zeitintensiven

Messung zusammen. In einem ersten Schritt wurde das reine Substrat gemessen, danach das entsprechende Gitter in die Oberfläche geätzt, dann das Gitter mit 200 nm Siliziumdioxid² überschichtet und anschließend ein HR-Stack³ aufgebracht.

Zunächst ändert sich die mechanische Güte beim Einbringen des optischen Gitters im Rahmen der Messgenauigkeit nicht. Erst das Aufbringen der dielektrischen Schichten senkt die mechanische Güte. Man kann mit Hilfe von Gl. (6.2) die entsprechende intrinsische Dämpfung der einzelnen Schichten sowie des Gitters bestimmen (siehe Abb. 6.4(b)). Die dafür benötigten Energieverhältnisse zwischen Schicht- und Substrat wurden mit Hilfe von ANSYS berechnet und sind in Tab. 6.1 zusammengefasst.

Verhältnis	Wert
$E_{\text{Gitter}}/E_{\text{Substrat}}$	$8,0 \cdot 10^{-5}$
$E_{\text{SiO}_2}/E_{\text{Substrat}}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$
$E_{\text{HR}}/E_{\text{Substrat}}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$

Tab. 6.1: Zusammenfassung der erhaltenen Energieverhältnisse zur Bestimmung der Dämpfung der einzelnen Schichten für die 11,7 kHz Mode. Die Berechnung der Energieverhältnisse wurde mit Hilfe von ANSYS durchgeführt.

Aufgrund der starken internen Dämpfung des Substratmaterials bei 37 K ist es in diesem Bereich nicht möglich, entsprechende Aussagen über die Schicht- und Gitterdämpfung zu machen.

Aus diesen Ergebnissen lässt sich schlussfolgern, dass auch hier die benötigten dielektrischen Schichten einen wesentlichen Beitrag zu Gesamtdämpfung und somit zum Gesamttrauschen des Systems liefern. Aufgrund dieser Ergebnisse wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches Transregio 7 ein neues optisch-diffraktives Element vorgeschlagen [100], das lediglich mit einer sehr dünnen dielektrischen Schicht auskommt und eine vollständige Reflektion des Lichts ermöglicht. Durch die Reduzierung der Ta₂O₅-Menge wäre der Einfluss auf die mechanische Güte und damit auf das thermische Rauschen der entsprechenden Schicht deutlich kleiner, siehe Gl. (2.23).

²Fraunhofer Institut für Angewandte Optik und Feinmechanik. www.iof.fhg.de

³www.layertec.de

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein neuartiges Messsystem zur Untersuchung großer optischer Komponenten für Gravitationswellendetektoren hinsichtlich ihrer mechanischen Güte entwickelt und charakterisiert [57,67]. Als wesentliche Eckdaten sind der Temperaturbereich von 5 bis 300 K, ein Restgasdruck von weniger als 10^{-4} Pa sowie eine LHe-Standzeit von mehr als 30 Stunden zu nennen. Der Probenraum des Spezialkryostaten ist in der Lage, vollständige Komponenten eines möglichen Detektors zu testen. Mit Hilfe dieses Aufbaus wurden zahlreiche international diskutierte Materialien erstmals vollständig zwischen 5 und 300 K hinsichtlich ihrer mechanische Güte charakterisiert. Als mögliche Substratmaterialien wurden Fused Silica, Kristallquarz, Calciumfluorid und Silizium untersucht. Dabei wurden internationale Spitzenwerte für Kristallquarz und Silizium im betrachteten Temperaturbereich erzielt. Es konnte gezeigt werden, dass amorphe Materialien, wie das derzeit verwendete Fused Silica, für einen kryogenen Detektor nicht verwendbar sind. Für Calciumfluorid konnten erstmals systematische Gütemessungen bei tiefen Temperaturen publiziert werden [82]. Silizium stellt die optimale Wahl hinsichtlich der mechanischen Güte dar [89]. Die mechanische Güte steigt beim Abkühlen auf kryogene Temperaturen im Wesentlichen stetig an. Im derzeit angestrebten Temperaturbereich von rund 20 K besitzt Silizium einen verschwindenden linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten, wodurch der Beitrag des thermoelastischen Rauschens vernachlässigbar klein wird. Da Silizium für die derzeitige verwendete Laserwellenlänge nicht transparent ist, ist ein Einsatz in einer herkömmlichen Interferometertopologie nicht möglich. Alternativen bieten sich durch die Verwendung eines Lasers mit größerer Wellenlänge (z.B. $1,5 \mu\text{m}$) oder dem Übergang zu anderen Interferometerkonzepten. Im Rahmen des Teilprojektes C3 „Reflektive optische Komponenten für hochauflösende Interferometer“ des Sonderforschungsbereiches TR7 „Gravitationswellenastronomie“ wurden Interferometerkonzepte demonstriert [98], die alle relevanten transmittiven durch reflektive Komponenten ersetzen. Dadurch wäre es möglich, die aktuelle Laserwellenlänge beizubehalten und als Substratmaterial Silizium zu verwenden. Der Einfluss der benötigten Gitter auf die mechanische Güte des Substrates und damit auf das thermische Rauschen der Komponenten konnte im Rahmen dieser Arbeit erstmals untersucht und publiziert werden [99]. Die gewonnenen Erkenntnisse bestätigte erstmals die Einsatzfähigkeit dieser alternativen

Interferometerkonzepte für kryogene Gravitationswellendetektoren. In Zusammenarbeit mit dem Institute of Gravitational Research aus Glasgow konnte des weiteren im Rahmen dieser Arbeit erstmals die mechanischen Verluste einer Tantalpentoxidschicht bei tiefen Temperaturen untersucht werden, die mit Titandioxid dotiert wurde [96, 97]. Tantalpentoxid ist in den aktuellen Schichtstapeln die Hauptursache für mechanische Verluste und damit für das thermische Rauschen. Eine dotierte Ta_2O_5 -Schicht liefert bei Raumtemperatur deutlich niedrigere Verluste und somit ein geringeres thermisches Rauschen als undotierte Schichten. Die Ursache für dieses Verhalten konnte bisher nicht geklärt werden. Bei 20 K wurde ein Relaxationsprozess beobachtet, der Aufschlüsse über eine etwaige Veränderung der internen Struktur und damit möglicherweise Informationen für die Verbesserung der Rauscheigenschaften liefern kann. Entsprechende weiterführende Untersuchungen wurden aufgrund der vorliegenden Untersuchungen gestartet. Im Rahmen des Sonderforschungsbereiches wurde im Teilprojekt C5 „Hochauflösende Wellenleiterbeschichtungen für Detektortestmassen“ eine optische Komponente beschrieben, die mit einer ca. zehn mal dünneren Ta_2O_5 -Schicht gleiche optische Eigenschaften liefert wie ein aktueller hochreflektiver Schichtstapel [100]. Mit Hilfe dieser so genannten Waveguide-Spiegel wäre es möglich, in Verbindung mit kryogenen Techniken das thermische Rauschen aktueller Komponenten um mehr als eine Größenordnung zu senken.

Neben den Ergebnissen für die Gravitationswellenforschung konnte aus der kryogenen Gütemessung in Zusammenarbeit mit A. Zimmer eine neuartige Spektroskopieform für die mechanischen Verluste bei tiefen Temperaturen an großen Substraten entwickelt werden [38]. Vorteil dieses neuartigen Verfahrens ist die Vermeidung etwaiger Zusatzverluste durch das Messverfahren sowie die gesteigerte Empfindlichkeit durch den Einsatz großer Testmassen. Somit war es möglich, bisher unbekannte Relaxationsprozesse in Calciumfluorid und Kristallquarz zu untersuchen [4].

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Messsystem legt für den Sonderforschungsbereich Transregio 7 die Grundlagen für die kryogene Untersuchung zukünftiger Substratmaterialien sowie deren optischer Funktionsschichten. Da sich Silizium als eines der vielversprechendsten Materialien herausgestellt hat, wäre es sehr wichtig, dieses einer intensiven experimentellen und theoretischen Untersuchung zu unterziehen. Bisher sind kaum Ergebnisse hinsichtlich der mechanischen Güte großer Siliziumtestmassen publiziert worden. Speziell systematische Untersuchungen des Einflusses der Dotierung auf die internen Dämpfungsmechanismen werden benötigt. Messungen aus dem Jahre 1978 [101] deuten auf Relaxationsprozesse im Bereich zwischen 10 und 30 K hin, wobei diese jedoch seit dem nicht wieder in der Literatur erwähnt wurden. Eine sinnvolle Abstufung der Dotierungskonzentration für p- und n-leitendes Silizium an großen Testmassen wäre die Grundlage einer solchen Messung. Als mögliche Testmassen werden große Substrate

($\varnothing 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$) vorgeschlagen, um einen guten Kompromiss zwischen Empfindlichkeit und zügigem Einkühlen zu erhalten. Dennoch muss man für den zeitlichen Rahmen von beispielsweise vier p- und vier n-dotierten Substraten dieser Geometrie aus den Erfahrungen dieser Arbeit mindestens 2 Jahre Messzeit ansetzen. Zusätzlich sind gezielte Untersuchungen erforderlich, um zu entscheiden, ob Si(100) oder Si(111) die optimale Wahl als Substratmaterial für zukünftige Detektoren wäre, da ein Si(111)-Substrat bei gleicher mechanischer Güte aufgrund seiner elastischen Konstanten ein geringeres thermisches Rauschen aufweist als ein Si(100)-Substrat.

Darüber hinaus müssen die im Rahmen dieser Arbeit begonnenen Untersuchungen an den dielektrischen Schichten in Zusammenarbeit mit den anderen Teilprojekten weiter vorangetrieben werden. Als anzustrebendes Ziel hierbei wäre die Demonstration der Funktion eines all-reflective mirrors bzw. eines Waveguide-Spiegels bei kryogenen Temperaturen in einer einfachen optischen Anwendung zu nennen (z.B. einer Kavität).

Im Hinblick auf die Ausweitung der Materialauswahl ist es möglich, für zukünftige Detektoren auch Materialien zu untersuchen, die derzeit noch nicht in hinreichend großen Einkristallen gezüchtet werden können. Messungen an Cantilevern aus dem betreffenden Material sind dafür geeignet, wie sie in Kap. 6 vorgestellt wurden. Beispiele für weitere interessante Materialien wären einkristallines Siliziumcarbid, Bornitrid, Borcarbid, isotoopenreines Silizium oder sogar Diamant. Durch die deutlich geringere Probengröße ist es eventuell möglich, die Dämpfungsmechanismen dieser Materialien zu untersuchen, bevor große Einkristalle verfügbar sind. Darüber hinaus kann das Cantilever-Messverfahren benutzt werden, um den Einfluss etwaiger Phasenübergänge auf die mechanischen Verluste zu untersuchen. Als Beispiel hierfür ist Strontiumtitanat zu nennen, das zahlreiche Phasenübergänge zwischen 5 und 300 K besitzt.

All diese Anstrengungen werden in die Planung des zukünftigen europäischen Gravitationswellendetektors¹ einfließen. Dieser wird im Verbund mit weiteren internationalen Detektoren die Grundlage für die zu etablierende Gravitationswellenastronomie liefern. Mit Hilfe dieser neuartigen, kryogenen Detektoren wird ein neues Beobachtungsfenster ins Weltall geöffnet. Zahlreiche neue Informationen über die Entstehung des Universums sind dadurch zu erwarten.

¹voraussichtlicher Name: E.T. – Einstein Telescope [37].

Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein. Allgemeine Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 7:769 – 822, 1916.
- [2] G. Schäfer. Testing general relativity. *Advances in Space Research*, 25(6):1115 – 1124, 2000.
- [3] R. A. Hulse and J. H. Taylor. Discovery of a pulsar in a binary system. *The Astrophysical Journal*, 195:L51 – L53, 1975.
- [4] A. Zimmer. *Dissertation*. PhD thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2007.
- [5] B. Schutz. Determining the Hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, 323:310 – 311, 1986.
- [6] B. Schutz. *Gravity from the ground up*. Cambridge: University of Cambridge Press, 2003.
- [7] J. Weber. Gravitational-wave detector events. *Physical Review Letters*, 20:1307 – 1308, 1968.
- [8] P. Astone, D. Babusci, M. Bassan, P. Bonifazi, E. Coccia, S. D’Antonio, V. Fafone, G. Giordano, A. Marini, Y. Minenkov, I. Modena, G. Modestino, A. Moleti, G. V. Pallottino, G. Pizzella, L. Quintieri, A. Rocchi, F. Ronga, R. Terenzi, and M. Visco. The next science run of the gravitational wave detector NAUTILUS. *Class. Quantum Grav.*, 19:1911 – 1917, 2002.
- [9] P. Astone, M. Bassan, P. Bonifazi, P. Carelli, M. G. Catsellano, G. Cavallari, E. Coccia, C. Cosmelli, S. D’Antonio, V. Fafone, G. Federici, Y. Minenkov, G. Modestino, I. Modena, A. Moleti, G. Pizzella, G. V. Pallottino, L. Quintieri, A. Rocchi, F. Ronga, R. Terenzi, G. Torrioli, and M. Visco. The EXPLORER gravitational wave antenna: recent improvements and performances. *Class. Quantum Grav.*, 19:1905 – 1910, 2002.
- [10] M. Cerdonio, M. Bonaldi, D. Carlesso, E. Cavallini, S. Caruso, A. Colombo, P. Falferi, G. Fontana, P. L. Fortini, R. Mezzena, A. Ortolan, G. A. Prodi, L. Taffarello, G. Vedovato, S. Vitale, and J. P. Zendri. The ultracryogenic gravitational-wave detector AURIGA. *Class. Quantum Grav.*, 14:1491 – 1494, 1997.
- [11] I. S. Heng, E. Daw, J. Giaime, W. O. Hamilton, M. P. McHugh, and W. W. Johnson. Allegro: noise performance and the ongoing search for gravitational waves. *Class. Quantum Grav.*, 19:1889 – 1895, 2002.
- [12] A. de Waard, L. Gottardi, M. Bassan, E. Coccia, V. Fafone, J. Flokstra, A. Karbalai-Sadegh, Y. Minenkov, A. Moleti, G. V. Pallottino, M. Podt, B. J. Pors, W. Reinecke, A. Rocchi, A. Shumack, S. Srinivas, M. Visco, and G. Frossati. Cooling down MiniGRAIL to milli-Kelvin temperatures. *Class. Quantum Grav.*, 21:S465 – S471, 2004.
- [13] M. Cerdonio, L. Conti, J. A. Lobo, A. Ortolan, L. Taffarello, and J. P. Zendri. Wideband Dual Sphere Detector of Gravitational Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 87:031101, 2001.

-
- [14] R. L. Forward. Wideband laser-interferometer gravitational-radiation experiment. *Physical Review D*, 17:379 – 390, 1978.
- [15] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch, and H. Schmidt. *Optik für Ingenieure – Grundlagen*. Berlin: Springer Verlag, 2002.
- [16] H. Luck for the GEO600-Collaboration. Status of the GEO600 detector. *Class. Quantum Grav.*, 23(8):S71 – S78, 2006.
- [17] M. Ando and the TAMA Collaboration. Current status of TAMA. *Class. Quantum Grav.*, 19(7):1409 – 1419, 2002.
- [18] S. J. Waldman and the LIGO Scientific Collaboration. Status of LIGO at the start of the fifth science run. *Class. Quantum Grav.*, 23(19):S653–S660, 2006.
- [19] F. Acernese et al. The Virgo interferometric gravitational antenna. *Optics and Lasers in Engineering*, 45(4):478 – 487, 2007.
- [20] J. Degallaix, C. N. Zhao, L. Ju, and D. Blair. Thermal lensing compensation for AIGO high optical power test facility. *Class. Quantum Grav.*, 21(5):S903 – S908, 2004.
- [21] www.geo600.uni-hannover.de/geocurves.
- [22] K. Danzmann. LISA: Laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements. *Class. Quantum Grav.*, 13:A247 – A250, 1996.
- [23] M. Landgraf, M. Hechler, and S. Kemble. Mission design for LISA Pathfinder. *Class. Quantum Grav.*, 22(10):S487 – S492, 2005.
- [24] P. R. Saulson. *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. Singapore: World Scientific, 1992.
- [25] V. B. Braginski, M. L. Gorodetski, and S. P. Vyatchanin. Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae. *Physics Letters A*, 264:1 – 10, 1999.
- [26] V. B. Braginsky, M. L. Gorodetsky, and S. P. Vyatchanin. Thermo-refractive noise in gravitational wave antennae. *Phys.Lett. A*, 271:303 – 307, 2000.
- [27] Y. T. Liu and K. S. Thorne. Thermoelastic noise and homogeneous thermal noise in finite sized gravitational-wave test masses. *Phys. Rev. D*, 62:122002, 2000.
- [28] F. Bondu, P. Hello, and J.-Y. Vinet. Thermal noise in mirrors of interferometric gravitational wave antennas. *Phys. Lett. A*, 246:227 – 236, 1998.
- [29] H. C. Callen and T. A. Welton. Irreversibility and Generalized Noise. *Phys. Rev.*, 83:34 – 40, 1951.
- [30] H. C. Callen and R. F. Greene. On a Theorem of Irreversible Thermodynamics. *Phys. Rev.*, 86:702 – 710, 1952.
- [31] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32:110 – 113, 1928.
- [32] P. R. Saulson. Thermal noise in mechanical experiments. *Phys. Rev. D*, 42(8):2437 – 2445, 1990.

- [33] S. Rowan, G. Cagnoli, P. Sneddon, J. Hough, R. Route, E. K. Gustafson, M. M. Fejer, and V. Mitrofanov. Investigation of mechanical loss factors of some candidate materials for the test masses of gravitational wave detectors. *Physics Letters A*, 265:5 – 11, 2000.
- [34] S. Reid, G. Cagnoli, D. R. M. Crooks, J. Hough, P. Murray, S. Rowan, M. M. Fejer, R. Route, and S. Zappe. Mechanical dissipation in silicon flexures. *Phys. Lett. A*, 351:205 – 211, 2006.
- [35] S. Miyoki, T. Uchiyama, K. Yamamoto, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Akutsu, S. Kama-gasako, N. Nakagawa, M. Tokunari, K. Kasahara, S. Telada, T. Tomaru, T. Suzuki, N. Sato, T. Shintomi, T. Haruyama, A. Yamamoto, D. Tatsumi, M. Ando, A. Araya, A. Takamori, S. Takemoto, H. Momose, H. Hayakawa, W. Morii, and J. Akamatsu. The CLIO project. *Class. Quantum Grav.*, 23(8):S231 – S237, 2006.
- [36] K. Kuroda for the LCGT Collaboration. Large-Scale Cryogenic Gravitational Wave Telescope. *Int. J. Mod. Phys. D*, 8(5):557 – 579, 1999.
- [37] H. Lueck. Plans for E.T. (Einstein Telescope), a european 3rd generation gravitational wave observatory. 7th Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves, Sydney, Australien, 2007.
- [38] A. Zimmer, R. Nawrodt, T. Koettig, R. Neubert, M. Thürk, W. Vodel, A. Tünnermann, and P. Seidel. Cryogenic resonant acoustic spectroscopy of bulk materials (CRA spectroscopy). *Rev. Sci. Instrum.*, 78:063905, 2007.
- [39] P. M. Morse. *Vibration and Sound*. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1948.
- [40] H. Vogel. *Gerthsen – Physik, 19. Auflage*. Berlin: Springer Verlag, 1997.
- [41] H. Stöcker. *Taschenbuch der Physik*. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch, 2000.
- [42] K. Levenberg. A method for the Solution of Certain Problems in Least Squares. *Quart. Appl. Math.*, 2:164 – 168, 1944.
- [43] S. Rowan, R. Hutchins, A. McLaren, N. A. Robertson, S. M. Twyford, and J. Hough. The quality factor of natural fused quartz ribbons over a frequency range from 6 to 160 Hz. *Phys. Lett. A*, 227:153 – 158, 1997.
- [44] A. S. Nowick and B. S. Berry. *Anelastic Relaxation in Crystalline Solids*. New York: Academic Press, 1972.
- [45] C. Zener. *Elasticity and Anelasticity of Metals*. Chicago: The University of Chicago Press, 1948.
- [46] G. H. Vineyard. Frequency factors and isotope effects in solid state rate processes. *J. Phys. Chem. Solids*, 3:121 – 127, 1957.
- [47] L. D. Landau and E. M. Lifschitz. *Lehrbuch der theoretischen Physik, Band 7, Elastizitätstheorie*. Berlin: Akademie Verlag GmbH, 1991.
- [48] H. E. Bömmel and K. Dransfeld. Excitation and Attenuation of Hypersonic Waves in Quartz. *Phys. Rev.*, 117(5):1245 – 1252, 1960.
- [49] E. Jäger and M. I. Kaganow. *Grundlagen der Festkörperphysik*. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch, 2000.

- [50] C. Enss and S. Hunklinger. *Low-Temperature Physics*. Heidelberg: Springer Verlag, 2005.
- [51] R. Hull, editor. *Properties of Crystalline Silicon*. Institution of Engineering and Technology, 1999.
- [52] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper*. Heidelberg: Springer Verlag, 2000.
- [53] Als Finites-Elemente-Paket wurde ANSYS verwendet (www.ansys.com).
- [54] J. Hough, S. Rowan, and S. Reid. private communication, 2006.
- [55] S. Reid. *Studies of materials for future ground-based and space-based interferometric gravitational wave detectors*. PhD thesis, University of Glasgow, 2006.
- [56] P. Willems, V. Sannibale, and V. Mitrofanov. Investigations of the dynamics and mechanical dissipation of a fused silica suspension. *Phys. Lett. A*, 297:37 – 48, 2002.
- [57] R. Nawrodt, S. Nietzsche, A. Zimmer, W. Vodel, and P. Seidel. A new apparatus for cryogenic Q-factor measurements. *Cryogenics*, 46:718 – 723, 2006.
- [58] H. Frey and R. A. Haefler. *Tieftemperaturtechnologie*. Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH, 1981.
- [59] T. Uchiyama, T. Tomaru, M. E. Tobar, D. Tatsumi, S. Miyoki, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Suzuki, N. Sato, T. Haruyama, A. Yamamoto, and T. Shintomi. Mechanical quality factor of a cryogenic sapphire test mass for gravitational wave detectors. *Phys. Lett. A*, 261:5 – 11, 1999.
- [60] S. Nietzsche. *Freifallerexperimente mit SQUID-basierten Positionsdetektoren*. PhD thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2001.
- [61] S. Nietzsche, R. Nawrodt, A. Zimmer, M. Thürk, W. Vodel, and P. Seidel. Cryogenic Q-factor measurement of optical substrate materials. *Journal of Physics: Conference Series*, 32:445 – 450, 2006.
- [62] V. B. Braginsky, V. P. Mitrofanov, and V. I. Panov. *Systems with Small Dissipation*. Chicago: The University of Chicago Press, 1985.
- [63] U. Tietze and Ch. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Heidelberg: Springer Verlag, 2002.
- [64] C. D. Motchenbacher and J. A. Connelly. *Low-Noise Electronic System Design*. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993.
- [65] R. Nawrodt. *Rauschoptimierung am LTS-SQUID-Meßsystem*. Diplomarbeit, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2003.
- [66] W. J. Startin, M. A. Beilby, and P. R. Saulson. Mechanical quality factors of fused silica resonators. *Rev. Sci. Instrum.*, 69(10):3681 – 3689, 1998.
- [67] S. Nietzsche, R. Nawrodt, A. Zimmer, R. Schnabel, W. Vodel, and P. Seidel. Cryogenic Q-factor measurement of optical substrates for optimization of gravitational wave detectors. *Supercond. Sci. Technol.*, 19:293 – 296, 2006.
- [68] J. F. Nye. *Properties of crystals – their representation by tensors and matrices*. Oxford: Oxford University Press, 1976.

- [69] Die entsprechenden Angaben für Fused Silica wurden dem Datenblatt „Synthetic Fused Silica – Optical and technical grades“ der Firma Schott Lithotec AG (www.schott.com/lithotec) entnommen. .
- [70] Die entsprechenden Angaben für Kristallquarz wurden dem Datenblatt „Optische Kristalle – Quarzkristalle“ der Firma Carl Zeiss Jena GmbH entnommen.
- [71] D. R. Huffman and M. H. Norwood. Specific Heat and Elastic Constants of Calcium Fluoride at Low Temperatures. *Phys. Rev.*, 117(3):709 – 711, 1960.
- [72] A. Zimmer, R. Nawrodt, T. Koettig, C. Schwarz, R. Neubert, M. Thürk, W. Vodel, A. Tünnermann, R. Schnabel, K. Danzmann, and P. Seidel. *Comparison of fused silica and crystalline quartz regarding their mechanical properties for application in cryogenic gravitational wave detectors*. to be published.
- [73] Zur Darstellung wurde die Software Rasmol verwendet (www.openrasmol.org).
- [74] J. C. Brice. Crystals for quartz resonators. *Rev. Mod. Phys.*, 57(1):105 – 146, 1985.
- [75] A. Zimmer, R. Nawrodt, S. Nietzsche, R. Neubert, M. Thürk, W. Vodel, and P. Seidel. *Low mechanical loss materials at cryogenic temperatures for interferometric gravitational wave detectors*. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), Dresden 2006.
- [76] A. Zimmer, R. Nawrodt, S. Nietzsche, W. Vodel, and P. Seidel. *Relaxation mechanisms in solids*. 3rd STREGA meeting, London 2006.
- [77] A. Zimmer, R. Nawrodt, S. Nietzsche, R. Neubert, M. Thürk, W. Vodel, and P. Seidel. *Strukturdynamik und thermisches Rauschen von optischen Komponenten für Gravitationswellendetektoren*. 69. Jahrestagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), Berlin 2005.
- [78] A. C. Walker. Hydrothermal Growth of Quartz Crystals. *Industrial and Engineering Chemistry*, 46(8):1670 – 1676, 1954.
- [79] W. P. Mason, editor. *Impurities and Anelasticity in Crystalline Quartz, in: Physical Acoustics, Vol. III*. New York: Academic Press, 1965.
- [80] K. Yamamoto, S. Miyoki, T. Uchiyama, H. Ishitsuka, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Tomaru, N. Sato, T. Suzuki, T. Haruyama, A. Yamamoto, T. Shintomi, K. Numata, K. Waseda, K. Ito, and K. Watanabe. Mechanical loss of the reflective coating and fluorite at low temperature. *Class. Quantum Grav.*, 21:S1075 – S1081, 2004.
- [81] Z. Yan, L. Ju, S. Gras, C. Zhao, and D. G. Blair. High mechanical quality factor of calcium fluoride (CaF_2) at room temperature. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, 30:189 – 192, 2005.
- [82] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig, S. Nietzsche, W. Vodel, and P. Seidel. High mechanical Q-factor measurements on calcium fluoride at cryogenic temperatures. *Eur. J. Appl. Phys.*, 38:53 – 59, 2007.
- [83] C. Schwarz, R. Nawrodt, A. Zimmer, S. Nietzsche, W. Vodel, A. Tünnermann, and P. Seidel. *Mechanical Loss Measurements on Calcium Fluoride Bulk Material at Low Temperatures*. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), Regensburg 2007.
- [84] G. K. White and M. L. Mingos. Thermophysical Properties of Some Key Solids: An Update. *International Journal of Thermophysics*, 18(5):p. 1288, 1997.

- [85] U. Hilleringmann. *Silizium-Halbleitertechnologie*. Stuttgart: Teubner Verlag, 2004.
- [86] Die entsprechenden Angaben für Silizium wurden dem Datenblatt zu den ausgelieferten Proben von Wacker/Siltronic (www.siltronic.com) entnommen.
- [87] R. Nawrodt, A. Zimmer, S. Nietzsche, W. Vodel, and P. Seidel. *Cryogenic Q-factor measurements on silicon*. Annual ILIAS meeting, Laboratori Nazionale del Gran Sasso (Italy) 2006.
- [88] R. Nawrodt, A. Zimmer, S. Nietzsche, W. Vodel, T. Clausnitzer, E.-B. Kley, A. Tünnermann, and P. Seidel. *Internal Dissipation of Silicon at Cryogenic Temperatures*. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), Dresden 2006.
- [89] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig, C. Schwarz, D. Heinert, M. Hudl, R. Neubert, M. Thürk, S. Nietzsche, W. Vodel, A. Tünnermann, and P. Seidel. High mechanical Q-factor measurements on silicon bulk samples. to be published.
- [90] Yu. Levin. Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach. *Phys. Rev. D*, 57:659 – 663, 1998.
- [91] T. Koettig, R. Nawrodt, S. Moldenhauer, M. Thürk, and P. Seidel. *Novel Regenerator Material Improving the Performance of a Single Stage Pulse Tube Cooler*. In *AIP Conference Proceedings Vol. 51A*, pages 35 – 40. Advances in Cryogenic Engineering, 2006.
- [92] T. Koettig, S. Moldenhauer, R. Nawrodt, M. Thürk, and P. Seidel. Two-Stage Pulse Tube Refrigerator in an Entire Coaxial Configuration. *Cryogenics*, 46:888 – 891, 2006.
- [93] K. Yamamoto, S. Miyoki, T. Uchiyama, H. Ishitsuka, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Tomaru, N. Sato, T. Suzuki, T. Haruyama, A. Yamamoto, T. Shintomi, K. Numata, K. Waseda, K. Ito, and K. Watanabe. Measurement of the mechanical loss of a cooled reflective coating for gravitational wave detection. *Phys. Rev. D*, 74:022002–1 – 022002–8, 2006.
- [94] M. Hudl, R. Nawrodt, A. Zimmer, S. Nietzsche, W. Vodel, A. Tünnermann, and P. Seidel. *Investigations of the mechanical loss of tantalum films between 5 and 300 K*. Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG), Regensburg 2007.
- [95] G. H. Harry, M. R. Abernathy, A. E. Becerra-Toledo, H. Armandula, E. Black, K. Dooley, M. Eichenfield, C. Nwabugwu, A. Villar, D. R. M. Crooks, G. Cagnoli, J. Hough, C.R. How, I. MacLaren, P. Murray, S. Reid, S. Rowan, P. H. Sneddon, M. M. Fejer, R. Route, S. D. Penn, P. Ganau, J.-M. Mackowski, C. Michel, L. Pinard, and A. Remillieux. Titania-doped tantalum/silica coatings for gravitational-wave detection. *Class. Quantum Grav.*, 24:405 – 415, 2007.
- [96] I. Martin, , H. Armandula, C. Comtet, M. M. Fejer, A. Gretarsson, G. Harry, J. Hough, J.-M. M. Mackowski, I. MacLaren, C. Michel, J.-L. Montorio, N. Morgado, R. Nawrodt, S. Penn, S. Reid, A. Remillieux, R. Route, S. Rowan, C. Schwarz, P. Seidel, W. Vodel, and A. Zimmer. Measurements of a low temperature mechanical dissipation peak in a single layer of Ta₂O₅ doped with TiO₂. submitted to Physical Review Letters, 2007.

-
- [97] I. Martin, R. Nawrodt, H. Armandula, C. Comtet, M. M. Fejer, A. Gretarsson, G. Harry, J. Hough, I. McLaren, J.-M. M. Mackowski, N. Morgado, S. Penn, S. Reid, A. Remillieux, S. Rowan, R. Route, C. Schwarz, P. Seidel, W. Vodel, and A. Zimmer. *Measurements of a low temperature mechanical dissipation peak in a single layer of Ta₂O₅ doped with TiO₂*. 7th Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves, Sydney, Australien, 2007.
- [98] T. Clausnitzer, E.-B. Kley, A. Tünnermann, A. Bunkowski, O. Burmeister, K. Danzmann, R. Schnabel, S. Gliech, and A. Duparré. Ultra low-loss low-efficiency diffraction gratings. *Opt. Express*, 13:4370, 2005.
- [99] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig, T. Clausnitzer, A. Bunkowski, E.-B. Kley, R. Schnabel, K. Danzmann, S. Nietzsche, W. Vodel, A. Tünnermann, and P. Seidel. Mechanical Q-factor measurements on a test mass with a structured surface. *New Journal of Physics*, 9:225, 2007.
- [100] A. Bunkowski, O. Burmeister, D. Friedrich, R. Schnabel, and K. Danzmann. High reflective grating waveguide coatings for 1064 nm. *Class. Quantum Grav.*, 23:7297, 2006.
- [101] D. F. McGuigan, C. C. Lam, R. Q. Gram, A. W. Hoffman, D. H. Douglas, and H. W. Gutche. Measurements of the mechanical Q of single-crystal silicon at low temperatures. *Journal of Low Temperature Physics*, 30:621 – 629, 1978.

A Materialparameter

Im Folgenden wurden die entsprechenden thermischen Parameter der verwendeten Materialien zusammengetragen. Die einzelnen Kurven bestehen z.T. aus Daten verschiedener Quellen, die entsprechend am Ende des Anhangs angegeben wurden.

Fused Silica

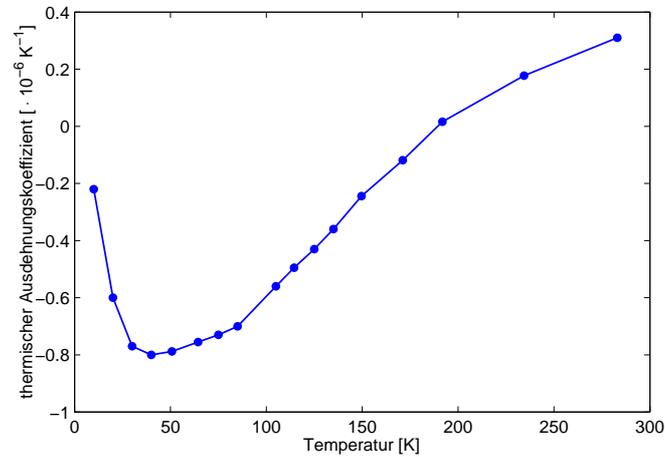


Abb. A.1: Linearer spezifischer Ausdehnungskoeffizient von Fused Silica [102].

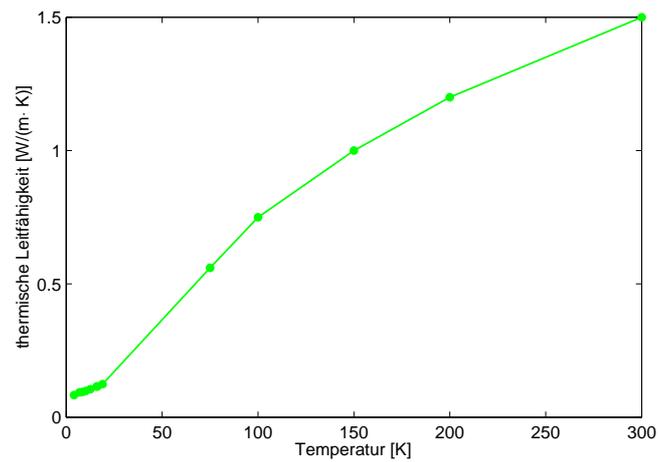


Abb. A.2: Wärmeleitfähigkeit von Fused Silica [103].

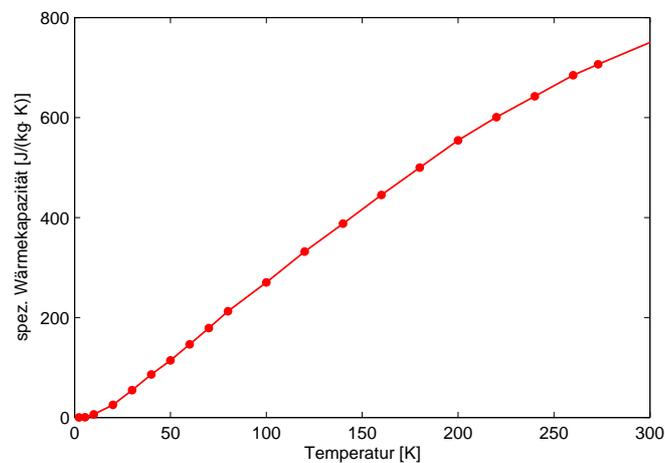


Abb. A.3: Spezifische Wärmekapazität von Fused Silica [104].

Kristallquarz

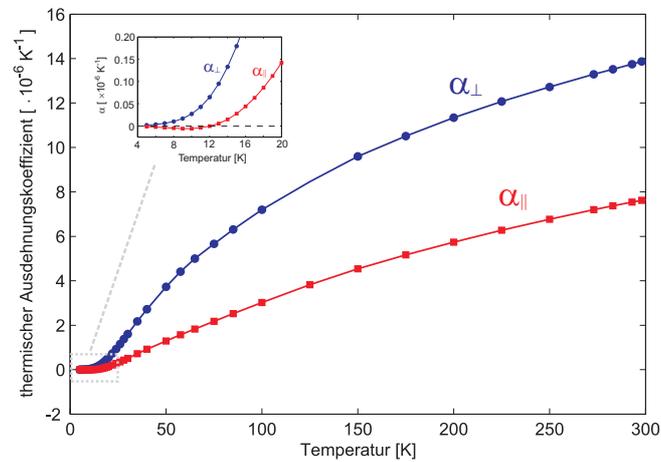


Abb. A.4: Linearer spezifischer Ausdehnungskoeffizient von Kristallquarz [105].

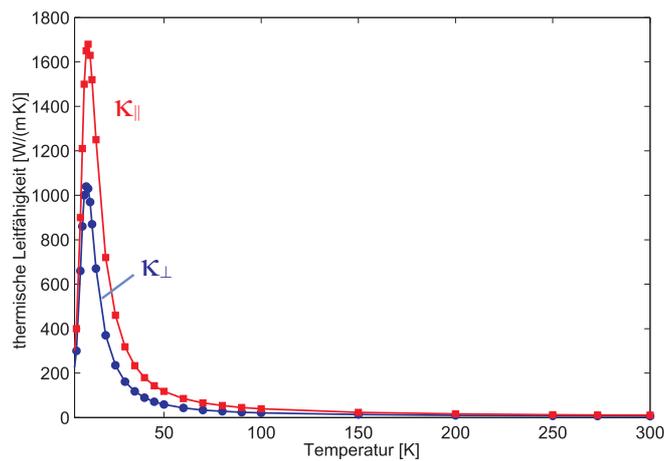


Abb. A.5: Wärmeleitfähigkeit von Kristallquarz [106].

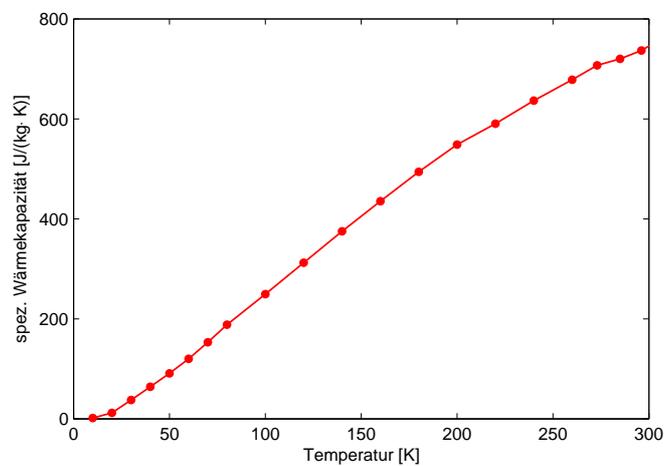


Abb. A.6: Spezifische Wärmekapazität von Kristallquarz [107].

Calciumfluorid

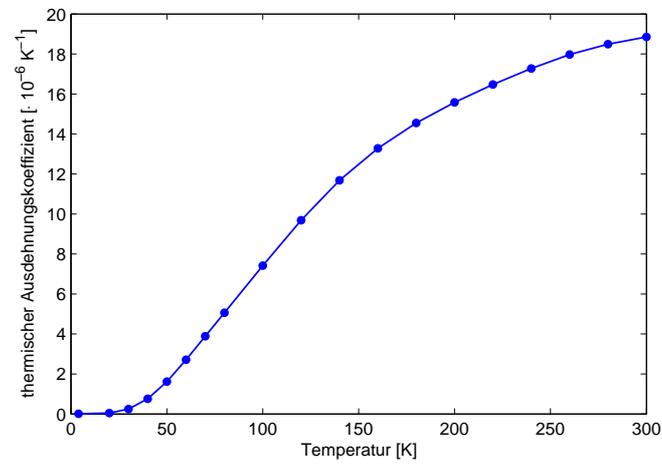


Abb. A.7: Linearer spezifischer Ausdehnungskoeffizient von Calciumfluorid [108].

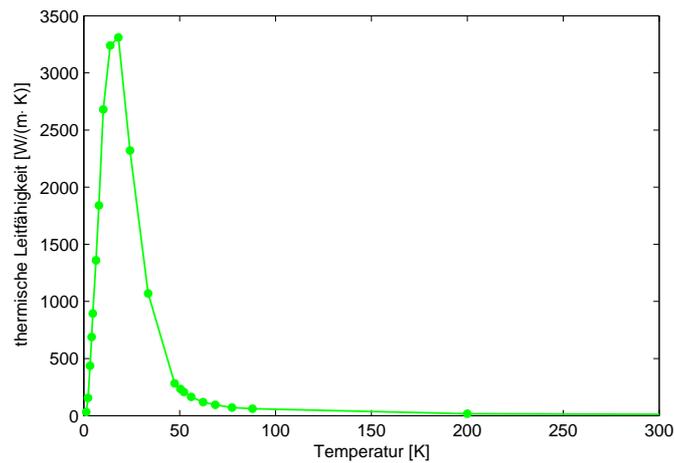


Abb. A.8: Wärmeleitfähigkeit von Calciumfluorid [109].

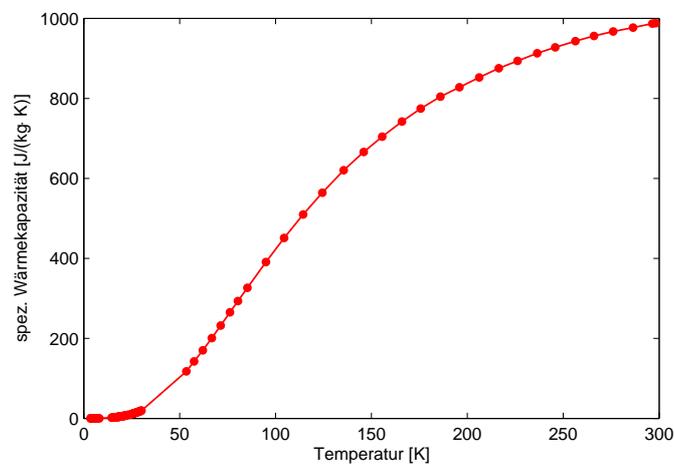


Abb. A.9: Spezifische Wärmekapazität von Calciumfluorid [110, 111].

Silizium

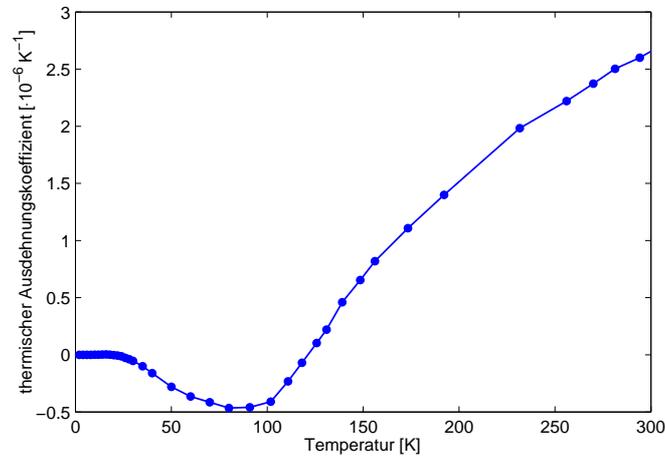


Abb. A.10: Linearer spezifischer Ausdehnungskoeffizient von Silizium [112].

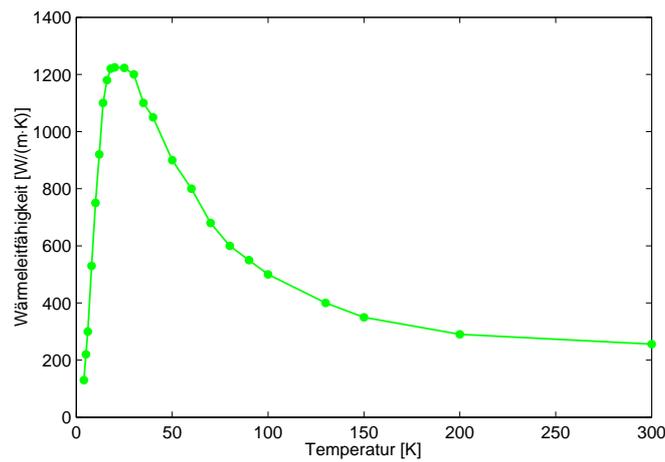


Abb. A.11: Wärmeleitfähigkeit von Silizium [112].

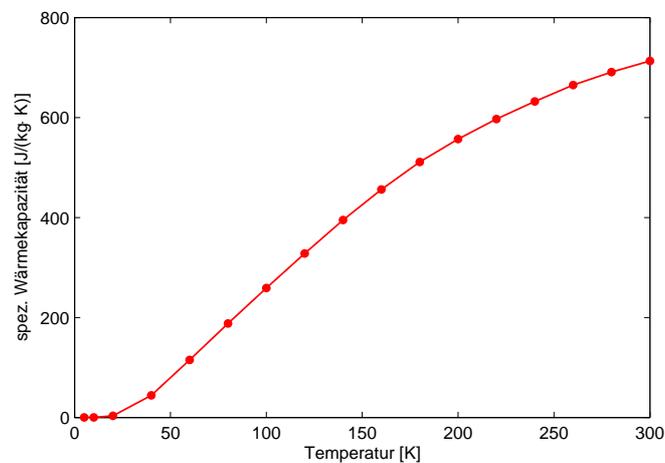


Abb. A.12: Spezifische Wärmekapazität von Silizium [112].

Literatur Materialdaten

- [102] G. K. White. Thermal expansion of reference materials: copper, silica and silicon. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 6:2070 – 2078, 1973.
- [103] D. H. Damon. Thermal Conductivity of Vitreous Silica at Low Temperatures. *Phys. Rev. B*, 8(12):5860 – 5865, 1973.
- [104] R. C. Lord and J. C. Morrow. Calculation of the Heat Capacity of α Quartz and Vitreous Silica from Spectroscopic Data. *The Journal of Chemical Properties*, 26(2):230 – 232, 1957.
- [105] T. H. K. Barron, J. F. Collins, T. W. Smith, and G. K. White. Thermal expansion, Grüneisen functions and static lattice properties of quartz. *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 15:4311 – 4326, 1982.
- [106] Y. S. Touloukian, R. W. Powell, C. Y. Ho, and P. G. Klemens, editors. *Thermophysical properties of matter (Thermal Cunductivity, Metallic Elements and Alloys)*, volume 1. IFI/Plenum, New York - Washington, 1970.
- [107] Y. S. Touloukian and E. H. Buyco, editors. *Thermophysical properties of matter (Specific Heat, Nonmetallic Solids)*, volume 5. IFI/Plenum, New York - Washington, 1970.
- [108] D. N. Batchelder and R. O. Simmons. Lattice Constants and Thermal Expansivities of Silicon and of Calcium Fluoride between 6 and 322 K. *The Journal of Chemical Physics*, 41(8):2324 – 2329, 1964.
- [109] G. A. Slack. Thermal Conductivity of CaF_2 , MnF_2 , CoF_2 , and ZnF_2 Crystals. *Phys. Rev.*, 122(5):1451 – 1464, 1961.
- [110] D. R. Huffman and M. H. Norwood. Specific Heat and Elastic Constants of Calcium Fluoride at Low Temperatures. *Phys. Rev.*, 117(3):709 – 711, 1960.
- [111] S. S. Todd. Heat Capacities at Low Temperatures and Entropies of Magnesium and Calcium Fluoride. *Journal of the American Chemical Society*, 71(12):4115 – 4116, 1949.
- [112] R. Hull, editor. *Properties of Crystalline Silicon*. Institution of Engineering and Technology, 1999.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in der Arbeitsgruppe *Tieftemperaturphysik* von Prof. P. Seidel an der Friedrich-Schiller Universität Jena im Rahmen des Teilprojektes C4 *Kryogene Gütemessung* des Sonderforschungsbereiches Transregio 7 *Gravitationswellenastronomie*. An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mit Ihrer Hilfe zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Bei Prof. Dr. P. Seidel möchte ich mich für das Ermöglichen dieser Arbeit und die zahlreiche Unterstützung bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. W. Vodel sowie Herrn Dr. S. Nietzsche, die mich stets mit Rat und Tat unterstützten und für jegliche Probleme eine Lösung parat hatten. Herrn R. Neubert danke ich für seine Unterstützung bei der Umsetzung zahlreicher elektronischer sowie mechanischer Aufbauten im Labor.

Meiner Kollegin A. Zimmer danke ich recht herzlich für die gute Zusammenarbeit. Ohne ihre massive Unterstützung bei der Datenauswertung und Interpretation wären die Arbeiten innerhalb der ersten Förderperiode des SFB mittlerweile nicht im internationale Spitzenfeld zu finden.

Für die Unterstützung bei allem praktischen Laborarbeiten danke ich Herrn C. Schwarz. Ohne ihn und seine grenzenlose Geduld wären zahlreiche Justierarbeiten und Langzeitmessungen nicht möglich gewesen. S. Hechler und M. Hudl danke ich für die Unterstützung im Labor. D. Heinert unterstützte die theoretischen Hintergründe der Messungen.

Herrn M. Thürk danke ich für die zahlreichen Diskussionen zur kryotechnischen Aspekten und praktischen Hilfestellungen. Auch abseits der Physik habe ich von ihm viel gelernt.

Herrn T. Köttig danke ich für die konstruktive und unkomplizierte Zusammenarbeit. Für die stets zuverlässige Versorgung mit Kryomedien danke ich L. Föllmer und T. Hilprecht. Zahlreiche mechanische und elektronische Arbeiten wurden in den universitätseigenen Werkstätten gefertigt. Stellvertretend möchte ich Herrn P. Hanse, S. Eiweleit sowie Herrn D. Hironymus danken.

Des weiteren möchte ich mich bei allen Mitarbeitern, Doktoranden, Diplomanden und Praktikanden der Arbeitsgruppe bedanken. Jeder einzelne sorgte mit seiner unvergleichlichen Art für ein gutes Arbeitsklima.

Den Kollegen aus Glasgow, stellvertretend seien hier Prof. J. Hough, Prof. S. Rowan,

Dr. G. Cagnoli und Dr. S. Reid zu nennen, danke ich für zahlreiche fachliche Diskussionen und wertvolle Hinweise. Dr. G. Cagnoli danke ich darüber hinaus für die vielfachen Möglichkeiten, die er mir gab, unsere Ergebnisse im Rahmen des ILIAS-Projektes auf internationalen Workshops und Konferenzen zu präsentieren. Herrn I. Martin aus Glasgow möchte ich für die gute Zusammenarbeit im Rahmen der Tantalpentoxid-Untersuchungen in Jena danken.

Für die produktive Kooperation danke ich den Kollegen vom Institut für Angewandte Optik sowie dem Fraunhofer Institut für Angewandte Optik und Feinmechanik Jena. Durch ihre kompetente Hilfe konnten zahlreiche Ideen umgesetzt werden. Auch hier seien stellvertretend Herr Prof. A. Tünnermann, Dr. E.-B. Kley, Dr. T. Clausnitzer, Herr B. Höfer sowie Herr T. Käsebier zu nennen.

Den Kollegen von GEO600 danke ich für zahlreiche fachlichen Diskussionen.

Bei Prof. K. Danzmann, Prof. R. Schnabel, Dr. A. Bunkowski und O. Burmeister bedanke ich mich für die fruchtbare Zusammenarbeit bei den Untersuchungen an den Gitterstrukturen sowie dem Erstellen der entsprechenden Publikationen.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft sowie die Universität Jena legten den Grundstein für diese Arbeit, in dem sie den Ausbau des aufwändigen Speziallabors finanzierten.

Dem Land Thüringen danke ich für die finanzielle Unterstützung im Rahmen eines Stipendiums meiner Arbeit.

Den Mitarbeitern der Zweigbibliothek der Physikalisch-Astronomischen Fakultät danke ich für die Unterstützung bei der Literaturrecherche sowie Fernleihe wichtiger Arbeiten.

Ganz besonderer Dank gilt meiner Familie und allen meinen Freunden, die mich stets unterstützt und oft vom Schreibtisch losgeeeist haben. Sie trugen dadurch auch wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Lebenslauf

geboren am	Ronny Nawrodt
in	09.06.1978
Familienstand	Gera
	ledig
09/1985 – 08/1991	Grundschule Berga/Elster
09/1991 – 07/1997	Pestalozzigymnasium Greiz
	Abschluss: Abitur
08/1997 – 09/1998	Zivildienst
10/1998 – 09/2003	Studium Physik
	Friedrich-Schiller-Universität Jena
23.09.2003	Abschluss: Diplom-Physiker
	Fakultätspreis 2003 ("Beste Diplomarbeit")
10/2003 – 03/2004	wissenschaftlicher Mitarbeiter
	(Institut für Festkörperphysik, Friedrich-Schiller-Universität Jena)
04/2004 – 04/2006	Stipendiat des Landes Thüringen
seit 05/2006	wissenschaftlicher Mitarbeiter im Sonderforschungsbereich Transregio 7
	„Gravitationswellenastronomie“
	(Institut für Festkörperphysik, Friedrich-Schiller-Universität Jena)
12.02.2008	öffentliche Verteidigung der Promotion

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.