

Matthias Fiedler

Verfahren zur Analyse von Ähnlichkeit im Ortsbereich



# Verfahren zur Analyse von Ähnlichkeit im Ortsbereich

Von Matthias Fiedler



Universitätsverlag Ilmenau

2007

# Impressum

## **Bibliographische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik als Dissertation vorgelegen

Tag der Einreichung:	06. Juni 2006
1. Gutachter:	Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. F. Schmidt, TU Ilmenau
2. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. G. Scarbata, TU Ilmenau
3. Gutachter:	Prof. Dr. H. Jahn, DLR Berlin
Tag der Verteidigung:	11. Januar 2007

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

### **Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

### **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

ISBN 978-3-939473-13-8

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2006000237

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik an der TU Ilmenau. Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn PD Dr.-Ing. habil. Franz Schmidt, dem Leiter der Forschungsgruppe Bildverarbeitung des Fachgebietes Grundlagen der Elektrotechnik, der diese Arbeit ermöglichte, förderte und mir die notwendigen Freiheiten einräumte.

Herrn Prof. Herbert Jahn, vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., danke ich für die Begutachtung meiner Dissertation und das damit bekundete Interesse an dieser Arbeit. Für die Übernahme der Begutachtung meiner Arbeit danke ich ebenso Herrn Prof. Gerd Scarbata, Leiter des Fachgebiets Elektronische Schaltungen und Systeme, in dem meine Tätigkeit an der TU Ilmenau begann.

In diesem Zusammenhang darf ich es nicht versäumen, die Unterstützung durch die Kollegen meines ehemaligen und jetzigen Fachgebietes zu würdigen. Natürlich möchte ich an dieser Stelle die Gelegenheit wahrnehmen, meiner Familie und meinem Freundeskreis für die gewährte Unterstützung und das entgegengebrachte Verständnis, gerade in der Endphase der Dissertation zu danken.

*Matthias Fiedler*



# Kurzfassung

Aus der zunehmenden Nutzung von hochauflösenden Bildsensoren in stationären sowie mobilen Anwendungsbereichen erwachsen neue Anforderungen an die Algorithmen der Bilderkennung. Eines der ursprünglichsten Kriterien zur Beurteilung der Ähnlichkeit von Bildpunkten als Mengen findet aber nur wenig Beachtung, die Hausdorff-Distanz. Daher behandelt die vorliegende Arbeit ein Verfahren zum Einsatz dieses Abstandsmaßes für die Beurteilung von Ähnlichkeit in Bildregionen. Die Darlegungen umfassen die Einführung eines geeigneten Modells zur Beschreibung von linearen Abweichungen, deren Kompensation und Beurteilung anhand zugehöriger Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Anteile nichtlinearer Verformungen werden abgeschätzt und Rauscheinflüsse minimiert.

Ausgangspunkt dieser Arbeit sind die mathematische Beschreibung des genannten Kriteriums und die Berechnung einer Abweichungsinformation, die als dreidimensionales Distanzvektorfeld auch die Richtung zur Verringerung der Unterschiede enthält. Sie bilden die Grundlage für die Darstellungsformen der Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsdichten, anhand derer die Entscheidungen in Bezug auf Ähnlichkeit gefällt werden. Die Interpretation der Distanztransformation als vektorieller Zufallsprozeß eröffnet völlig neue Möglichkeiten zur Kompensation von geometrischem Versatz der Bildinhalte.

Unter Nutzung des eingeführten Abweichungsmodells erfolgt die Anwendung einer Regelschleife zur Minimierung der linearen Deformation. Gleichzeitig erweist sich das Filtersystem als unempfindlich gegenüber normalverteilten Störsignalen. Die Zulässigkeit einer gewissen Gleichberechtigung der Metriken  $d_2$  und  $d_1$  für normalverteiles Rauschen wird gezeigt. Daraus ergibt sich die wesentliche Voraussetzung für den Einsatz von schaltungstechnischen Beschleunigungsmaßnahmen, die im Entwurf eines Distanzprozessors münden. Die Einbeziehung verschiedener Merkmale wie Farb- bzw. Grauwerte, Kantendarstellungen sowie bidirektionaler Betrachtungen der Distanztransformation ergänzt die Erörterungen zur Abweichungsinformation.

Der relativ hohe Aufwand zur Berechnung des Distanzvektorfeldes führt zu einem Hardwareprozessor unter Nutzung einer PCI-Erweiterungskarte. Das Herzstück besteht aus einem FPGA 20KE400 der Firma Altera mit der Möglichkeit des Zugriffs auf 12MB asynchronen RAM. Das Design entstand mit Quartus II 4.2 und wurde komplett in VHDL ausgeführt. Die Komponenten und ihre Eigenschaften sind Bestandteil der Beschreibung des Demonstrators. Das Steuerprogramm und die Realisierung der Regelschleife sind in der Programmiersprache C mit Hilfe des MS-VS6.0 erstellt worden.

Mit der Unterstützung des Distanzprozessors gelingt der Nachweis der Stabilität der Regelschleife. Gleichzeitig ist eine Erhöhung des Korrelationsfaktors der betrachteten Bildausschnitte unter Nutzung der Richtungsinformation des Distanzvektorfeldes zu beobachten. Die Rauschempfindlichkeit der Hausdorff-Distanz kann mit Hilfe der Korrekturtransformation erheblich reduziert werden. Mit dem konsequent ressourcenschonenden VHDL-Entwurf besteht bereits bei Verwendung aktueller FPGA die Möglichkeit einer Distanzfeldberechnung in Echtzeit. Die Einbeziehung der Nachbarschaftsregionen in die Beurteilung der Ähnlichkeit zur Korrektur von Verformungen erzielt besonders beim Vergleich von Gesichtern hervorragende Ergebnisse in Bezug auf Stabilität der Regelschleife und Erhöhung der Aussagekraft der Häufigkeitsverteilungen.



# Abstract

The increasing use of high-resolution image sensors in both stationary and mobile applications require improved image recognition algorithms. The Hausdorff distance is a measure of the likeness of two sets of points, and can be used to determine the resemblance of two sets of image points. However, is not widely used. Therefore, this dissertation deals with a method of using the Hausdorff distance to determine the resemblance of image regions. We introduce a suitable model to describe linear deviations. We show how to compensate for these linear deviations and use a probability distribution for their classification. We give bounds for the non-linear deviations and minimize noise.

Our starting point is the mathematical description of the mentioned criterion for deviation. We calculate deviation of pairs of image points and encode it in a three-dimensional vector field. This vector field also contains the directions in which differences are decreasing. Using this information we obtain a probability density function which gives a measure of similarity. We interpret transformation of distances as a stochastic vector process. This opens up new directions for compensating for geometric displacements of image regions.

We then use our deviation model in a control loop to minimize linear deformations. Our filter proves robust with respect to Gaussian noise. We show equivalence of the metrics  $d_h$  and  $d_l$  for Gaussian noise. This is the main prerequisite for hardwired speed improvements, and we use it in the design of a distance processor. Additionally we include characteristics such as chrominance and luminance, edges, and special filters.

The calculation of a distance vector field is a rather expensive operation. Therefore we developed a hardware processor using a PCI card. Its core is an Altera FPGA 20KE400 with access to 12MB asynchronous RAM. Our hardware processor has been completely designed in VHDL using Quartus II 4.2. All components and their properties are part of the description of the demonstrator. Both the controller program and the control loop have been implemented in C (Microsoft Visual Studio 6.0).

With the help of our distance processor we show that our control loop is stable. When using the directional information in the distance vector field we observe an increase of the correlation of image regions in question. A correction transformation greatly reduces sensitivity to noise of the Hausdorff distance. Our resource-friendly VHDL design allows the real-time calculation of distance vector fields with current FPGAs. The stability of our control loop improves when we include neighboring regions to evaluate the likeness of image regions. This is particularly true when comparing faces.



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Zielstellung</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Hausdorff-Distanz und Ähnlichkeit</b>	<b>23</b>
2.1	Metrische Räume, Abstandsmaße und Distanztransformation	23
2.1.1	Merkmalsräume und Skalarfelder	24
2.1.2	Abstandsmaße und Koordinatensysteme	26
2.1.3	Abbildung von Abweichungsmerkmalen	30
2.1.4	Die Distanztransformation als Zufallsprozeß	33
2.2	Eigenschaften der Hausdorff-Distanz	35
2.2.1	Ausdehnung und Auflösung der Vergleichsmengen	35
2.2.2	Merkmalsmenge und Bewertungsfaktor	37
2.2.3	Signalmodell des Distanzvektorfeldes	39
2.3	Der direkte Vergleich von Mengen mit Hilfe der Hausdorff-Distanz	41
2.3.1	Abschätzung der Zielregion einer geometrischen Anpassung	41
2.3.2	Ähnlichkeit und Wahrscheinlichkeitsraum	43
2.3.3	Hausdorff-Distanz und Häufigkeitsverteilung	45
<b>3</b>	<b>Konzepte zur Ähnlichkeitsanalyse</b>	<b>47</b>
3.1	Einbeziehung der Hausdorff-Distanz in die Ähnlichkeitsanalyse	47
3.1.1	Ähnlichkeit von binarisierten Kantenbildern	47
3.1.2	Eine Erweiterung auf Graubilder	49
3.1.3	Wahrscheinlichkeit und Distanzverringern	49
3.2	Modifizierte Hausdorff-Distanz und Korrelationsmethoden	50
3.2.1	Korrelation und Distanztransformation	51
3.3	Der bestehende Problemkatalog und Lösungsansätze	52
<b>4</b>	<b>Die Beurteilung des Distanzvektorfeldes</b>	<b>53</b>
4.1	Das Distanzvektorfeld als Informationsträger der Abweichung	53
4.1.1	Einfluß der Metrik auf die Distanzverteilung	55
4.1.2	Der Bewertungsfaktor der Merkmalskomponente	56
4.2	Das Distanzvektorfeld mit normalverteilten Komponenten	58

---

4.2.1	Die Distanzvektoren und ihre Komponenten . . . . .	59
4.2.2	Ein Wahrscheinlichkeitsmodell für die Distanzverteilungsfunktion . . . . .	61
4.2.3	Einfluß des Bewertungsfaktors auf die Distanzverteilung . . . . .	65
4.3	Ein Konzept zur Erhöhung der Aussagekraft der Distanzvektoren . . . . .	67
4.3.1	Distanzverteilung nach affiner Deformation . . . . .	67
4.3.2	Ein Modell zur Verringerung der Distanzen . . . . .	69
4.3.3	Verbesserung der Aussagekraft des Distanzvektorfeldes . . . . .	70
4.4	Verfahren zur Distanzverringerng . . . . .	72
4.4.1	Korrekturtransformation und systemtheoretische Interpretation . . . . .	72
4.4.2	Einfluß weiterer Skalarfelder . . . . .	76
4.4.3	Realisierung eines Transformationsschätzers . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Der Distanzprozessor</b> . . . . .	<b>79</b>
5.1	Hardware für numerische Bildverarbeitungsaufgaben . . . . .	79
5.2	Das Gesamtkonzept des Demonstrators . . . . .	80
5.3	Das Prozessorfeld und seine Elemente . . . . .	82
5.3.1	Das Proessorelement - Kern des Distanzprozessors . . . . .	82
5.3.2	Der Steuerautomat des Prozessorfeldes . . . . .	85
5.4	PCI-Anbindung und RAM-Interface . . . . .	86
5.5	Realisierung der Regelschleife . . . . .	87
5.5.1	Vorbereitung der Speicherstruktur . . . . .	87
5.5.2	Berechnung der Transformationsparameter . . . . .	88
5.5.3	Analyse der Restabweichung . . . . .	89
5.6	Ergebnisse der Synthese - Dynamikbereich und Geschwindigkeit . . . . .	90
5.7	Verbesserungen des Entwurfs . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Fixpunkte der Parameterextraktion</b> . . . . .	<b>93</b>
6.1	Die Erzeugung eines stationären Restfehlers . . . . .	93
6.2	Fixpunkttheorie und Distanzvektorfeld . . . . .	94
6.2.1	Fixpunkte und stationäre Zustände . . . . .	94
6.2.2	Die Regelschleife zur Bestimmung des Attraktors . . . . .	96
6.2.3	Die Repräsentanten des Endzustandes . . . . .	97
6.3	Der Endzustand und seine bestimmenden Parameter . . . . .	99
6.3.1	Reaktion auf normalverteilte Störsignale . . . . .	100
6.3.2	Gerichtete Operation und korrelierte Bildinhalte . . . . .	101
6.3.3	Einfluß des Umrechnungsfaktors auf das Konvergenzverhalten . . . . .	104
6.3.4	Auswirkungen der geometrischen Projektion . . . . .	106
6.4	Die Aussagekraft der stabilen Distanzverteilung . . . . .	107
6.4.1	Unidirektionale und Bidirektionale Distanztransformation . . . . .	107
6.4.2	Segmentierung und Verdeckungen . . . . .	109
6.4.3	Analyse des Distanzvektorfeldes . . . . .	110

---

<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>111</b>
<b>A Mathematische Grundlagen</b>	<b>113</b>
<b>B Herleitungen und Tabellen</b>	<b>117</b>

---



# Abkürzungsverzeichnis

Die meisten der genutzten Abkürzungen sind der englischen Sprache entlehnt und werden an den entsprechenden Stellen in den Ausführungen erläutert. Eine Übersetzung ist meist unzweckmäßig und daher auch nicht angegeben.

ALU	<i>arithmetic logical unit</i>
AOI	<i>area of interest</i>
AWGN	<i>additive white gaussian noise</i>
BVN	<i>best vector norm</i>
BVR	<i>best vector register</i>
DT	<i>distance transform</i>
DVF	<i>distance vector field</i>
FP	<i>fixed point</i>
FPGA	<i>field programmable gate array</i>
HD	<i>Hausdorff-Distanz</i>
LE	<i>logical element</i>
LSB	<i>least significant bit</i>
LUT	<i>look-up table</i>
MSB	<i>most significant bit</i>
NL	<i>non linear</i>
PA	<i>processor array</i>
PC	<i>personal computer</i>
PCI	<i>peripheral component interconnect</i>
PE	<i>processor element</i>
RAM	<i>random access memory</i>

---



# Verzeichnis der verwendeten Symbole

Die folgende Übersicht listet die in der Arbeit verwendeten Symbole auf und erklärt ihre Bedeutung. Die meisten als Vektoren gekennzeichneten Variablen beziehen sich auf den  $\mathbb{R}^3$ . Einige Variablen finden allerdings mehrfach Verwendung, weswegen der Zusammenhang ihrer Nutzung in der Arbeit zusätzlich erwähnt wird. Als Index genutzte Symbole sind mit ihren Bezugsgrößen in den entsprechenden Textstellen erläutert und nicht gesondert aufgeführt.

## Verwendete Symbole

$\underline{A}$	Matrix einer affinen Transformation	→S. 39
$a$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$\vec{a}$	Allgemeiner Ortsvektor im Raum	→S. 26
$\vec{b}$	Allgemeiner Ortsvektor im Raum	→S. 26
$c$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$c_L$	Umrechnungsfaktor Merkmal in Geometrie	→S. 26
$d$	Allgemeines Abstandsmaß	→S. 26
$d_1$	$l_1$ -Metrik	→S. 26
$d_2$	$l_2$ -Metrik	→S. 26
$d$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$\mathcal{D}$	Distanzvektorfeld von $d(\mathcal{M}, \mathcal{I})$	→S. 33
$d_h$	Gerichtete Hausdorff-Distanz	→S. 28
$d_H$	Allgemeine Hausdorff-Distanz	→S. 28
$e$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$f$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$F$	Wahrscheinlichkeit eines Abstandes	→S. 43
$\vec{g}$	Ortsvektor in der Ebene	→S. 25
$\Gamma$	Graph eines Skalarfeldes im $set\mathbb{R}^2$	→S. 24
$h(n)$	Häufigkeitsverteilung allgemein	→S. 32
$\mathcal{I}$	Videobild als Skalarfeld	→S. 24
$\mathcal{I}_{AOI}$	Videoausschnitt	→S. 35
$\vec{i}$	Ortsvektor im Videobild	→S. 25
$L$	Merkmal der Bildebene	→S. 24
	L-Komponente von Vektoren im $\mathbb{R}^3$	→S. 28

$lx$	Element der affinen Matrix im $\mathbb{R}^3$	→S. 72
$ly$	Element der affinen Matrix im $\mathbb{R}^3$	→S. 72
$\mathcal{M}$	Muster als Skalarfeld	→S. 28
$\vec{m}$	Ortsvektor im Muster	→S. 28
$n$	Anzahl der Bildelemente in $\mathcal{M}$	
$o$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$p(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichte bezüglich einer Größe	→S. 59
$r$	Geometrischer Abstand	→S. 27
$r_1$	Radius in $d_1$	
$r_2$	Radius in $d_2$	
$s$	Element der affinen Matrix	→S. 72
$T$	Affine Transformation im $\mathbb{R}^3$	→S. 39
$\vec{t}$	Translationsvektor im $\mathbb{R}^3$	→S. 78
$x$	X-Komponente von Vektoren im $\mathbb{R}^3$	→S. 28
$xl$	Element der affinen Matrix im $\mathbb{R}^3$	→S. 72
$\vec{x}$	Allgemeiner Ortsvektor im $\mathbb{R}^2/\mathbb{R}^3$	
$y$	Y-Komponente von Vektoren im $\mathbb{R}^3$	→S. 28
$\vec{y}$	Allgemeiner Ortsvektor im $\mathbb{R}^2/\mathbb{R}^3$	
$yl$	Element der affinen Matrix im $\mathbb{R}^3$	→S. 72

---

---

# 1 Einleitung und Zielstellung

Technisches Sehen gewinnt nicht nur hinsichtlich des Einsatzes in Industrieproduktion, Qualitätssicherung und Überwachungsaufgaben an ständig wachsender Bedeutung. Auch zahlreiche mobile Anwendungen wie Fahrerassistenzsysteme im Straßenverkehr oder Unterstützung zur Unfallvermeidung für Schienenfahrzeuge erfordern zuverlässige Erkennungstechnologien im Bereich der Bildverarbeitung. Die Kodierverfahren in Multimediasystemen sind ohne leistungsfähige Bilderkennung kaum vorstellbar. Selbstlokalisierende Roboter sind auf Sensoren, insbesondere optische Systeme angewiesen. Die Vielzahl der möglichen Einsatzfälle und Szenarien verlangt allerdings eine Einschränkung der Varianten, die sich durch Modelle einer technisch realisierbaren Komplexität auszeichnen. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich aus der zunehmenden Auflösung und Bildwiederholrate aktueller Kamerasysteme bezüglich des hohen zu bewältigenden Datenaufkommens.

So unterschiedlich die Anwendungsbereiche sein mögen, sie eint die Frage nach einer Identifikation von Mustern und Beurteilung von Ähnlichkeit. In der vorliegenden Dissertation steht daher ein Kriterium im Mittelpunkt, das in Mengen als Abstandsmaß dient und eine Abweichung von der Identität beschreibt. Das Konzept der **Hausdorff-Distanz**<sup>1</sup> liefert hierfür einen sehr interessanten Ansatz, mit dessen Hilfe sich die Distanz von Mengen numerisch berechnen und in Zahlen ausdrücken läßt. Mit der Interpretation von Bild- und Videodaten als Stützstellen eines mehrdimensionalen Merkmalsraumes bietet sich die Einbeziehung der Abstandsbetrachtung nach Hausdorff an. Aufgrund der Bildungsvorschrift ergeben sich im praktischen Einsatz jedoch umfangreiche Probleme, die in der Literatur bislang nur zum Teil gelöst oder in ihrer Auswirkung abgemildert sind.

Gerade aber diese Bildungsvorschrift und deren geometrische Interpretation zeigt einen wesentlichen Vorteil dieses Ähnlichkeitskriteriums im Ortsbereich auf. Die Einbeziehung der nachbarschaftlichen Regionen in die Abstandsberechnung sowie die Zuweisung von Vektoren zur Referenzmenge liefert ein mathematisch exakt definiertes Differenzsignal zwischen den betrachteten Vergleichsmengen. Erst im Zuge der Normbildung und der Bestimmung des Maximums aller Distanzen treten die Probleme wie Rauschempfindlichkeit, geometrischer sowie inhaltliche Fehlanpassung der Mengen und Störungen im Merkmalsraum in den Vordergrund. Eine geeignete statistische Bewertung des Differenzsignals bei gleichzeitiger Begrenzung des numerischen Aufwandes erhöht die Aussagekraft des skalaren Wertes der Hausdorff-Distanz.

Die in dieser Arbeit vorgeschlagene Lösung zur Verminderung des Versatzes der zu vergleichenden Mengen basiert auf einem Zwischenergebnis der Berechnung der Hausdorff-Distanz als Maximum aller ermittelten Abstände. Diese Vektoren, deren Normen in die Bestimmung des Maximums einfließen, finden jedoch in der Literatur kaum Beachtung. Besonders die in der Menge dieser Vektoren enthaltene Richtungsinformation bleibt ungenutzt. Das Ziel dieser Dissertation bestand daher darin, Verfahren zur Korrektur des Versatzes und zur Beurteilung des Restfehlers zu entwickeln und die aufwendige numerische Berechnung mit Hilfe eines Hardware-Entwurfs zu beschleunigen. Die vorgestellten Algorithmen konzentrieren sich auf die Bewertung der Ähnlichkeit im Ortsbereich bzw. im Wahrscheinlichkeitsraum.

---

<sup>1</sup>Der deutsche Mathematiker und Philosoph Felix Hausdorff (1868-1942) entwickelte das nach ihm benannte Abstandsmaß

---

Ausgangspunkt der Arbeit sind die im Kapitel 2 aufgeführten mathematischen Grundlagen zur Beschreibung eines Bildes mit Hilfe von Punktfolgen im  $\mathbb{R}^3$  [1]. Die Interpretation der Merkmale bezüglich einer Sensorebene mit Hilfe von Ortsvektoren wird erläutert und auf die Metriken  $d_1$  und  $d_2$  angewandt. Auf dieser Basis lassen sich Abweichungen zwischen zwei Skalarfeldern als Distanzvektoren einer Bezugsmenge  $\mathcal{M}$  zu einer Zielmenge  $\mathcal{I}$  auffassen. Diesem Ansinnen entspricht auch das Konzept der Hausdorff-Distanz, auf deren geometrischer Interpretation die anschließenden Betrachtungen in Anlehnung an [2] aufbauen. Der Kern des vorgeschlagenen Abweichungsmodells besteht aus einer Abschätzung des von zwei Skalarfeldern eingeschlossenen Volumens, dessen Eignung als Maß für die Ähnlichkeit zweier Mengen gezeigt wird. Die Repräsentation dieses Volumens erfolgt mit Hilfe der Distanzvektoren, die auf diese Weise gleichzeitig eine Richtung zur Verringerung der Abweichung beinhalten. Die Bildung der Distanzvektoren und somit der Hausdorff-Distanz in Form der Norm des längsten Vektors wird aufgrund des fehlenden Vorwissens als Zufallsprozeß mit dem Ergebnis der Abweichungsinformation  $\mathcal{D}$  definiert. Erwähnenswert scheint der Umstand, daß bislang keine derartige Distanztransformation mit Hilfe eines vektoriellen Zufallsprozesses beschrieben wurde [3] [2]. Die in die Untersuchungen einbezogenen Ursachen der Abweichungen gliedern sich in drei wesentliche Störeinflüsse, aus denen die Länge der einzelnen Distanzvektoren resultiert. Die Vektoren werden als Summe eines normalverteilten Rauschens, einer affinen Transformation im  $\mathbb{R}^3$  und eines Restfehlers aufgefaßt. Auf diese Weise lassen sich alle Abweichungen angemessen repräsentieren. Für die Beurteilung des Fehlers wird bereits in diesem Kapitel die Betrachtung der Häufigkeitsverteilung der Distanzen vorgeschlagen, deren Wertebereich im Argument durch die Hausdorff-Distanz als Maximum aller auftretenden Abstände beschränkt wird. An dieser Stelle zeigt sich die Empfindlichkeit der Distanztransformation bezüglich Translationsversatz zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$ , welche ein zentrales Problem im Umgang mit der Hausdorff-Distanz darstellt [4] [5]. Eine Einbeziehung metrischer Wahrscheinlichkeitsräume, die im Kapitel 6 weitgehende Bedeutung erlangt, schließt das Kapitel ab.

Im Kapitel 3 erfolgt die Darlegung verschiedener Konzepte zur Nutzung der Hausdorff-Distanz als Ähnlichkeitsmaß. Dabei wird gezeigt, daß alle Modifikationen des ursprünglichen Ansatzes nach [3] auf die Nutzung unterschiedlicher Kennwerte der Verteilungsfunktion der Distanzen zurückzuführen sind. Eine Erweiterung der betrachteten Mengen auf den  $\mathbb{R}^3$  erfordert die Berücksichtigung eines Umrechnungsfaktors vom Merkmal in geometrische Größen, der als einstellbarer Parameter realisiert wird [6] [7]. Allerdings findet sich in der Literatur kein Hinweis auf eine Ausnutzung der Richtungsinformation zur Verminderung eines Versatzes, der die Beurteilung der Verteilungsfunktion erheblich behindert. Aus diesen Überlegungen entstand das Konzept eines Distanzprozessors, der die Distanzvektoren berechnet und mit deren Hilfe eine Korrektur der Abweichung ermöglicht.

Die Erhöhung der Aussagekraft der Distanzverteilung verlangt eine Untersuchung der Auswirkungen von normalverteiltem Rauschen bezüglich der Komponenten von  $\mathcal{D}$  und der geometrischen sowie inhaltlichen Fehlanpassung. Daher wird im Kapitel 4 zunächst von einem vernachlässigbaren Restfehler ausgegangen. In Abschnitt 4.2 erfolgt die Darlegung des Einflusses des Umrechnungsfaktors auf die resultierende Distanzverteilung. Es läßt sich zeigen, daß die Distanztransformation in weiten Bereichen unabhängig vom Umrechnungsfaktor eine Maxwell-Verteilung bei normalverteilten Komponenten verursacht. Das Optimierungsproblem der affinen Korrekturtransformation zur Verminderung des Versatzes und somit des mittleren Fehlers steht im Mittelpunkt der Abschnitte 4.3 und 4.4. Darin werden das Verfahren zur Ausnutzung der Richtungsinformation von  $\mathcal{D}$  ausführlich beschrieben und verschiedene Realisierungsvarianten erörtert. Eine systemtheoretische Interpretation der resultierenden Berechnungsvorschriften der Parameter der Korrektur bestätigt die Unempfindlichkeit gegenüber Rauschen. Des Weiteren wird gezeigt, wie sich mehrere Skalarfelder in die Betrachtungen einbeziehen lassen. Den Abschluß des Kapitels bildet ein Realisierungsvorschlag zur Umsetzung des Korrekturschätzers auf der Basis der Distanztransformation. Hierbei zeichnet sich bereits eine Trennung in den Distanzprozessor und die Parameterberechnung ab.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen erfolgt in Kapitel 5 die Beschreibung der technischen Umsetzung des Distanzprozessors. Als Konsequenz des hohen numerischen Aufwandes während der Distanztransformation wird der Einsatz einer Unterstützung durch Hardware vorgeschlagen, die auf der Basis der Metrik  $d$  die Berechnung von  $\mathcal{D}$  übernimmt. Im Rahmen der Entwicklungsarbeiten wurde vom Autor ein Entwurf realisiert, der eine Bestimmung des Distanzvektorfeldes  $\mathcal{D}$  im Millisekundenbereich ermöglicht. Herzstück des Distanzprozessors ist ein FPGA EPF20K400 der Firma Altera auf einer PCI-Karte der Firma TechnoTeam. Während des Entwurfs wurde auf die Ausnutzung der spezifischen Merkmale des Chips zur Beschleunigung der Berechnungen geachtet [8]. Dabei sind jedoch keine Strukturen verwendet worden, die eine Übertragung des Designs auf Chips anderer Hersteller verhindern. Die Auswertung der Distanztransformation in Form der Bestimmung der Korrekturtransformation erfolgt im PC mit einer Implementierung in ANSI-C. Die Visualisierung beschränkt sich auf die angewandte Korrektur und das resultierende Fehlerbild. Verteilungsfunktionen, aktuelle Transformationsparameter und statistische Kennwerte stehen als Daten im Lesezugriff zur Verfügung. Feldoperationen zur Bestimmung von Divergenz und Rotation im Restfehler ergänzen die Verfahren zur Beurteilung. Der Distanzprozessors wurde zur Durchführung der Messungen mit der Metrik  $d_1$  genutzt, die den zahlreichen Abbildungen in dieser Arbeit zugrunde liegen. Für die Darstellung der Kurven unter Verwendung von  $d_2$  kam ein in Software implementierter Distanzprozessor im PC zum Einsatz.

Mit Hilfe der erheblichen Beschleunigung ergibt sich in Kapitel 6 die Möglichkeit einer Untersuchung der Distanztransformation unter dem Aspekt einer Regelschleife. Die mehrmalige Anwendung der Korrekturtransformation zur Erhöhung der Aussagekraft der Distanzverteilung erfordert Betrachtungen zur Stabilität. Ziel der iterativen Korrektur ist eine weitere Verringerung des Fehlers und die Verminderung des Versatzes. Ein stabiler Endzustand enthält Rauschen und nichtlineare Verzerrungen, da die lineare Deformation vollständig durch die Korrektur kompensiert wurde. Der Autor nutzt in diesem Zusammenhang Fixpunktsätze metrischer Wahrscheinlichkeitsräume, um die Existenz einer stabilen Restabweichung aus der Verteilungsfunktion zu motivieren [9]. Damit wird erstmals eine automatische Korrektur der Unähnlichkeit zweier Mengen im Rahmen der affinen Transformation im  $\mathbb{R}^3$  realisiert. Die Kriterien zur Beurteilung der Abweichung von  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  anhand der Distanzverteilung werden um die Frage nach dem Anteil des Rauschens und der nichtlinearen Verzerrungen erweitert. Vorschläge zur Abschätzung nicht kompensierbarer Störungen und die Möglichkeiten der Abtrennung von Teilmengen hoher Fehlerraten bilden den Abschluß der Betrachtungen.



## 2 Hausdorff-Distanz und Ähnlichkeit

*In diesem Kapitel werden grundlegende Betrachtungen zur Beschreibung von Ähnlichkeit im Ortsbereich angestellt. Im Mittelpunkt stehen mathematische Hilfsmittel und deren Konsequenzen für den Einsatz in der Bildverarbeitung unter realistischen Bedingungen. Die Idee eines Distanzfeldgenerators als Basis einer Distanztransformation findet hier ihren Ursprung.*

### 2.1 Metrische Räume, Abstandsmaße und Distanztransformation

Ein verbreitetes Signalmodell zur Wandlung von Bildinformation aus der Umwelt überführt die gemessene physikalische Größe in eine mathematische Funktion im  $\mathbb{R}^2$  ([10] [11] [12] [13] [14] [15]). Diese Funktionswerte repräsentieren im weitesten Sinne Merkmale<sup>1</sup> der Umwelt wie Lichtintensität oder Farbkomponenten als skalare Größen in Abhängigkeit eines bestimmten Ortes. Abb. 2.1 zeigt eine mögliche Darstellung der Merkmale am Beispiel der Komponente Grauwert mit linearer Interpolation im kartesischen Koordinatensystem.

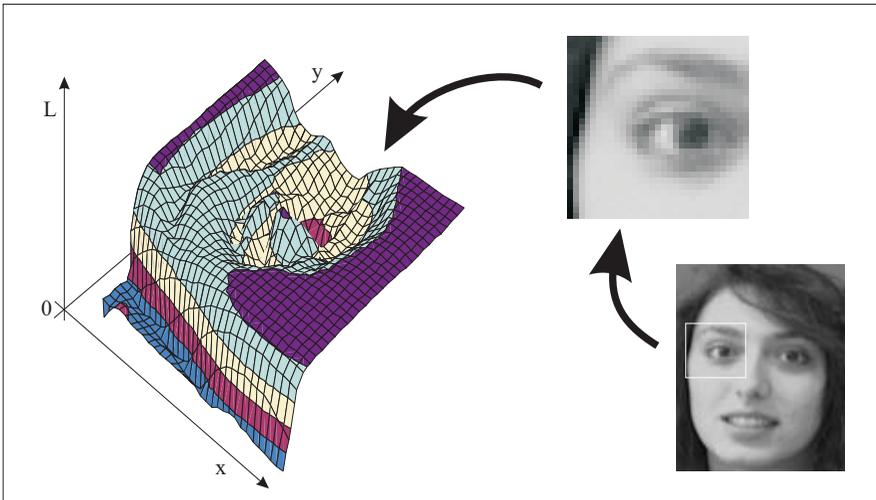


Abbildung 2.1: Skalarfeld über der Ebene

<sup>1</sup>Der Begriff *Merkmal* wird im Sinne statistischer Signale benutzt

Die Zuweisung der physikalischen Eigenschaften zu einem zweidimensionalen Vektorraum bildet die Grundlage hier genutzten Interpretation von Bilddaten. Die auf diese Weise entstehenden dreidimensionalen Vektoren bilden den Ausgangspunkt eines Kriteriums zur Beurteilung von Ähnlichkeit im Ortsbereich. Dabei steht eine Distanztransformation im Mittelpunkt, die im folgenden Abschnitt als vektorieller Zufallsprozeß charakterisiert wird ([14]). Dessen Untersuchung hinsichtlich des praktischen Einsatzes stellt den Kern der vorliegenden Arbeit dar. Eine umfassende Beschreibung des gewählten Verfahrens bedarf allerdings einiger Begriffe aus der Systemtheorie, Topologie und Mengenlehre ([13] [10] [11] [16]).

### 2.1.1 Merkmalsräume und Skalarfelder

In der statistischen Signalverarbeitung wird die Menge aller möglichen Ergebnisse  $\eta$  eines Zufallsexperiments als Merkmalsmenge bezeichnet, im folgenden  $\mathcal{H}$  genannt ([13] [14] [12]). In dieser Merkmalsmenge lassen sich Eigenschaften wie Grauwerte, Farbkomponenten, nicht sichtbare Spektralkomponenten des Lichts oder weitere physikalische Charakteristika der Umwelt zusammenfassen. Die Ergebnisse eines solchen Zufallsexperiments beinhalten für das Beispiel von diskretisierten Grauwerten mit einer Auflösung von 8bit die Elemente  $\eta \in [-128, +127]$  mit  $\eta \in \mathbb{Z}$ . Bei einer Wiederholung des Experiments, also einer erneuten Bildwandlung, ergeben sich nach diesem Modell Unterschiede in den Aufnahmen ([14] [12] [13]). Unterliegen die Quellen der Meßgrößen starken zeitlichen und örtlichen Schwankungen, treten die erwähnten Abweichungen als schwer vorhersagbare Ereignisse auf ([17]).

Zunächst aber gelte das ermittelte Merkmal bezüglich eines Ortes als bekannt und sei durch vernachlässigbares systematisches Rauschen gekennzeichnet. Eine Zuweisung der skalaren Funktionswerte zu ihren Ortskoordinaten erfolgt in der Bildverarbeitung meist über die Kenntnis der Geometrie der Projektionsfläche und des Indexes der Stützstelle ([18] [12]). Diese Art der Kodierung der Koordinaten verlangt allerdings eine vorgeschriebene Anordnung der Elemente und stellt eine zu starke Einschränkung für Betrachtungen in der analytischen Geometrie dar. Aus diesem Grund werden skalarer Funktionswert und zugehörige Ortskoordinaten in einem Vektor zusammengefaßt. Das Skalarfeld des Merkmals über der Fläche erfährt durch die *Expansion* gemäß Gleichung 2.2 eine Binarisierung im  $\mathbb{R}^3$  und bildet mit seiner Bezugsebene einen *metrischen Raum*<sup>2</sup> ([2] [16] [9] [10] [11]).

$$L = f(x, y) \tag{2.1}$$

$$\mathcal{I}(x, y, L) = \begin{cases} 1 & \text{für } I(x, y) = L, \\ 0 & \text{ansonsten.} \end{cases} \tag{2.2}$$

Hierbei repräsentieren die Elemente  $L \in \mathcal{H}$  den Bildausschnitt des Merkmalsraumes aus der Umwelt. Der skalare Wert  $L$  entspricht dann den Erwartungswerten  $I(x, y)$  von  $\mathcal{H}$  an einer Stelle  $(x, y)$ , da ein geringes Systemrauschen vorausgesetzt wurde. Die kartesischen Ortskoordinaten  $(x, y, L)$  der Menge  $\mathcal{I}$  erlauben die Überführung in jedes beliebige Koordinatensystem nach einer geeigneten Transformation.

$$\Gamma(\mathcal{I}_k) = \{(x, y, L_k) \in \mathbb{R}^3 : x_u \leq x \leq x_o, y_u \leq y \leq y_o, L_u \leq L_k \leq L_o\} \tag{2.3}$$

Eine mathematische Formulierung erfolgt in [1], welche auch hier in Form von Gleichung 2.3 beibehalten wird. Die Binarisierung ermöglicht die Betrachtung des Bildausschnitts  $\mathcal{I}$  unter dem Aspekt der analytischen Geometrie im  $\mathbb{R}^3$ . So tritt  $\mathcal{I}$  als „Gebirge“ über einer Ebene in Erscheinung, das sich aus einer Menge

---

<sup>2</sup>Der Begriff *metrischer Raum* wurde von Felix Hausdorff 1914 eingeführt

von Punkten zusammensetzt. Unter Berücksichtigung mehrerer Merkmale  $\{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}$  entsteht eine **Schar von Skalarfeldern**, die in ihrer Gesamtheit die ermittelten Eigenschaften des Bildausschnitts repräsentiert. Die Funktionswerte beschreiben eine Fläche  $\Gamma(\mathcal{I}_k)$  im  $\mathbb{R}^3$ , mit  $k \in \mathbb{N}$ . Eine derartige Interpretation des Bildausschnitts mit Hilfe der Vektorgeometrie zeigt Abb. 2.2 anhand eines Skalarfeldes.

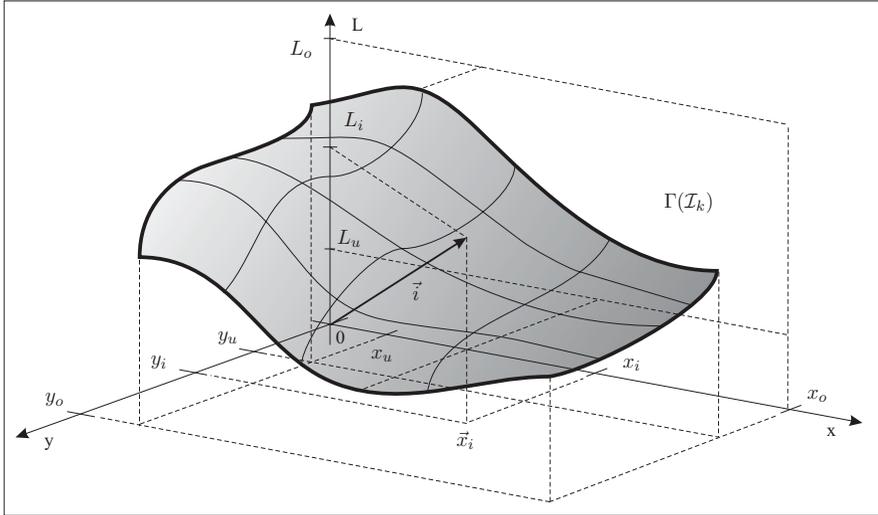


Abbildung 2.2: Graph  $\Gamma(\mathcal{I})$  mit charakteristischen Größen

Das Wesen eines Skalarfeldes läßt sich mit Hilfe der Mengenlehre beschreiben. Die Abbildung des Merkmals in den  $\mathbb{R}^2$  erfolgt innerhalb geschlossener Intervalle und entspricht somit der Vorstellung eines definierten Beobachtungsfensters ([13] [10] [11]). Der Merkmalsraum selbst wird im Wertebereich über die Schwellen der Meßbarkeit beschränkt. In einer technischen Realisierung geben Empfindlichkeit und Rauschen bzw. Übersteuerungsgrenzen den Wertebereich vor. Mit diesen Eigenschaften genügt der aus Merkmalsraum  $\mathcal{H}$  und den Ortskoordinaten  $\vec{x} = (x, y)$  der euklidischen Ebene<sup>3</sup> gebildete metrische Raum den Bedingungen *abgeschlossen*, *beschränkt* und *kompakt* zu sein ( $\rightarrow$ Definition 2). Stetigkeit und Auflösungsunabhängigkeit des Skalarfeldes läßt sich nicht zwangsläufig aus den genannten Forderungen ableiten. Dafür muß der Merkmalsraum  $\mathcal{I} \in (\mathcal{H}, \vec{x})$  aus einer kontinuierlichen Abbildung  $\{\mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}^2\}$  hervorgehen. Daher sei an dieser Stelle die Erweiterung des Modells um die Eigenschaft der Stetigkeit erlaubt, die den Spezialfall der diskreten Zuordnung enthält.

Die Existenz von unteren bzw. oberen Schranken in allen drei Dimensionen des expandierten Bildes im Zusammenhang mit der Stetigkeit ermöglicht die Einbeziehung der Differentialgeometrie, deren Operationen invariant bezüglich Koordinatentransformation sind ([19]). Des Weiteren gilt die Integrierbarkeit des durch die Punktmenge  $\mathcal{I}$  entstandenen Graphen  $\Gamma(\mathcal{I})$ , was die Bestimmung des zwischen der Oberfläche von  $\Gamma(\mathcal{I})$  und der Ebene  $\vec{g} = (x, y, 0)$  eingeschlossenen Volumens ermöglicht. Der Ortsvektor  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, L_i)^T$ , der die Oberfläche  $\Gamma(\mathcal{I})$  und somit die ortsgebundenen Merkmale beschreibt, weist auf das zugehörige Element in der Merkmalsmenge  $\mathcal{I}$ . Auch in diesem Beispiel repräsentiert  $L_i$  den Grauwert über den kartesischen Ortskoordinaten  $(x_i, y_i)$ .

<sup>3</sup>Euklid von Alexandria, Begründer der nach ihm benannten Geometrie

In den bisherigen Betrachtungen wurde zwar die Bildung eines metrischen Raumes aus den Mengen  $(\mathcal{H}, \mathbb{R}^2)$  ([16]) erwähnt, jedoch ohne Spezialisierung eines Distanzmaßes ( $\rightarrow$ Definition 1). Für die Bestimmung von Gemeinsamkeiten und Unterschieden ergibt sich die Forderung nach Definition und Bewertung der Abweichungen. Erst dann läßt sich überhaupt eine Aussage zur Ähnlichkeit treffen. Damit tritt die Frage in den Vordergrund, wie ein *technisches* Ähnlichkeitskriterium auf der Basis von Skalarfeldern in der Ebene mit Hilfe der erwähnten Grundlagen formuliert werden kann und welche Distanzmaße darin eine Rolle spielen.

### 2.1.2 Abstandsmaße und Koordinatensysteme

Die Charakterisierung der Merkmalsmenge allein genügt noch nicht, einen metrischen Raum zu definieren. Dazu bedarf es eines Abstandsmaßes  $d$ , das in diesem Zusammenhang auch als *Metrik* bezeichnet wird ([16] [11] [10]). Die Wahl einer geeigneten Distanz zur Erfüllung der Kriterien in Definition 1 hat einen wesentlichen Einfluß auf die technische Realisierung und steht daher im Mittelpunkt der folgenden Betrachtungen. Aufgrund der Beschreibung der Menge  $\mathcal{I}$  mit Hilfe der Ortsvektoren  $\vec{i} = (x_i, y_i, L_i)^T$  und  $\vec{i} \in \mathcal{I}$  konzentriert sich die Untersuchung auf die Abbildung der Vektoren in die Menge der reellen Zahlen  $\{d : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}\}$ . In den weiteren Ausführungen entfällt daher der Hinweis auf die Anzahl der Dimensionen. Die auch als *Vektornorm* bezeichnete Distanz  $d$  zwischen zwei Vektoren  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  ergibt sich für kartesische Koordinaten nach Gleichung 2.4 ([10] [11] [16]). Der Parameter  $p$  schreibt die Art der Metrik vor und übt den entscheidenden Einfluß auf die Distanzbestimmung aus. Ohne die Angabe von  $p$  handelt es sich um *eine* Distanz im Sinne metrischer Räume  $\mathbb{R}^n$ , ansonsten steht damit die Art der Normbildung für den  $\mathbb{R}^3$  fest. In vielen Literaturstellen wird anstatt  $d_p$  der Ausdruck  $l_p$  verwendet ([16] [10] [11]). In dieser Dissertation sei die der Metrik zugrunde liegende Distanz mit dem Symbol  $d$  gekennzeichnet ([16] [20]). Die Verwendung des Begriffs  $l_p$ -Norm stellt dann ein Synonym für  $d_p$  dar ( $\rightarrow$ [16]).

$$d_p(\vec{a}, \vec{b}) = \left( \sum_{i=1}^3 |a_i - b_i|^p \right)^{1/p} \quad (2.4)$$

$$d_p(\vec{i}_0, \vec{i}_1) = (|x_0 - x_1|^p + |y_0 - y_1|^p + |c_L \cdot (L_0 - L_1)|^p)^{1/p} \quad (2.5)$$

Die Hinzunahme der Merkmalskomponente zur Bildung eines Distanzmaßes verlangt eine Umrechnung in geometrische Maßeinheiten. Der erforderliche Bewertungsfaktor heiße  $c_L$  und gelte für das Merkmal  $L$ , wie in Gleichung 2.5 bereits dargestellt. Die Einheit von  $c_L$  läßt sich mit Pixelabstand pro Merkmalsabstand angeben und wird aus Gründen der Übersichtlichkeit in den nachfolgenden Ausführungen nicht mehr explizit hervorgehoben. Dabei wirkt  $c_L \geq 0$  wie ein Kontrastfaktor auf die Merkmalsdifferenz und beeinflusst auf diese Weise den Anteil der inhaltlichen Abweichung an der Norm. Daher erlangt  $c_L$  in den weiteren Ausführungen eine wachsende Bedeutung, der sich die entsprechenden Abschnitte der Kapitel 4 und 6 widmen. An dieser Stelle handle es sich um einen geeignet gewählten Wert. Damit beschreibt das Abstandsmaß  $d_1$  die Distanz über den Betrag der nunmehr angepaßten Komponenten des Differenzvektors. In der Literatur finden sich dazu viele unterschiedliche Begriffe, die alle diese Tatsache zu Ausdruck bringen sollen. Metriken wie *Manhattan*, *Mannheim*, *City-Block* oder *Taxi* sind nur einige Bezeichnungen für  $d_1$  ([10] [11] [16]). Im Gegensatz dazu entspricht das Abstandsmaß  $d_2$  der euklidischen Metrik ([10] [16]).

Die Überführung eines metrischen Raumes in einen anderen bedarf der Feststellung einer *Äquivalenz* der betrachteten Metriken. In diesem Sinne sind  $d_1$  und  $d_2$  *äquivalent*, da sie auf der gleichen Metrik  $\{d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$  basieren ([16] [11]). Ein direkter Vergleich der Distanz unter Nutzung der  $l_1$ -Norm mit der  $l_2$ -Norm wird auf diese Weise ermöglicht.

Abb. 2.3 illustriert eine Gegenüberstellung beider Metriken anhand eines Kreises. Aus dem konstanten Abstand von Mittelpunkt entsteht mit der  $l_1$ -Norm ein Quadrat in der euklidischen Betrachtung. Aufgrund der Berechnungsvorschrift gemäß Gleichung 2.5 läßt sich eine obere bzw. untere Schranke für die Differenz von  $d_1$  und  $d_2$  im  $\mathbb{R}^2$  nach Gleichung 2.6 formulieren.

$$\sqrt{2} \cdot d_2 \geq d_1 \geq d_2 \quad (2.6)$$

In [16] wird die Existenz dieser Schranken für verschiedene Sequenzen nachgewiesen. Die Beurteilung der Abweichung zur euklidischen Distanz, die aus einer  $l_1$ -Bestimmung nach Gleichung 2.5 hervorgeht, erlangt in Hinblick auf eine statistische Betrachtungsweise große Bedeutung. Die Frage nach einer mittleren Abweichung der meisten Vektoren steht dann im Vordergrund. Die Verwendung von  $d_1$  bietet für den Einsatz in der Praxis den besonderen Vorteil, daß sie keine Multiplikation zur Bestimmung der Norm erfordert und sich daher besser zur schaltungstechnischen Umsetzung mit Hilfe programmierbarer Logik eignet als  $d_2$  ([21]). Da sich ein wesentlicher Teil der vorliegenden Arbeit dem Entwurf einer derartigen Schaltung widmet, bedarf es einer weiter gehenden Abschätzung der Unterschiede zwischen beiden Distanzmaßen. Mit den Vorschriften zur Normbildung beider Metriken ergibt sich die in Abb. 2.3 gezeigte Figur. Die Abstände vom Kreis zu den Kanten des Quadrats auf dem vom Mittelpunkt beider Figuren ausgehenden Strahl ergeben die Abweichungen beider Metriken. Die Differenz der beiden Normen in Abhängigkeit vom Winkel  $\alpha$  läßt sich im  $\mathbb{R}^2$  mit Gleichung 2.7 ausdrücken und führt zum dargestellten Verlauf ( $\rightarrow$ Anhang B).

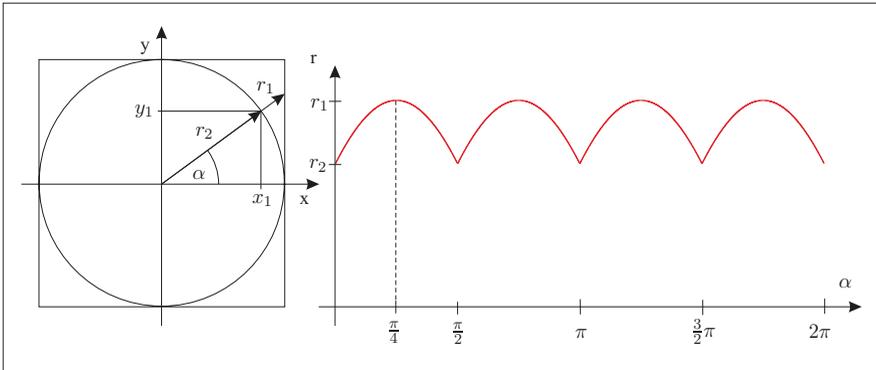


Abbildung 2.3: Metriken  $d_1$  und  $d_2$  im  $\mathbb{R}^2$

Die Beträge der Winkelfunktionen sind Folge der Abstandsbetrachtungen nach Gleichung 2.5 sowie Gleichung B.2 im Anhang B und genügen somit der Forderung nach einer Abbildung in den Bereich der nicht-negativen Zahlen  $\mathbb{R}^+$ .

$$\frac{r_1 - r_2}{r_2} = |\sin \alpha| + |\cos \alpha| - 1 \quad (2.7)$$

Die größte Abweichung von  $\Delta r_{max} = 0.414 \cdot r_2$  gilt nur bei  $\alpha = (2k+1)\frac{\pi}{4}$  mit  $k \in \mathbb{Z}$ . In unmittelbarer Nähe der Berührungspunkte beider Figuren kann ein linearer Zusammenhang zwischen  $\alpha$  und der Abweichung von der  $l_2$ -Norm aufgrund kleiner eingeschlossener Winkel angenommen werden. Die Konsequenzen dieser Einschätzungen für den praktischen Einsatz sind Bestandteil der Erörterungen in Kapitel 4.

Doch zunächst sind weitere Definitionen notwendig, um Ähnlichkeit zweier Skalarfelder zu beschreiben. Erweitert man die Abstandsbetrachtung um die Entfernung von einer Menge, beispielsweise mit der Frage nach dem Abstand eines Punktes von der Oberfläche  $\Gamma(\mathcal{I})$  gemäß Gleichung 2.3, ergibt sich eine Minimaldistanz. Gleichzeitig verdeutlicht die Definition den Zusammenhang des Begriffs *Abstand* mit der zugrunde liegenden Metrik.

$$d(\vec{x}, \mathcal{I}) := \min\{d(\vec{x}, \vec{y}) : \vec{y} \in \mathcal{I}\} \quad (2.8)$$

Stellt man auf diese Weise zwei Mengen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  mit  $\vec{x} \in \mathcal{M}$  gegenüber, existiert für jeden Vektor  $\vec{x}$  ein Abstand zu  $\mathcal{I}$ . Felix Hausdorff entwarf daraus eine Distanz zwischen Mengen und formulierte ein Kriterium für deren Ähnlichkeit ( $\rightarrow$ [22]). Die nach ihm benannte Hausdorff-Distanz (HD) bietet eine Möglichkeit, Abweichungen zweier Mengen anhand eines skalaren Gütemaßes zu bewerten. Um die bisherige Notation beizubehalten, möge das Distanzmaß mit dem Index  $h$  bzw.  $H$  die Hausdorff-Distanz kennzeichnen, während  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  Mengen im  $\mathbb{R}^n$  symbolisieren.

$$d_h(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max_{a \in \mathcal{A}} \min_{b \in \mathcal{B}} \|a - b\| \quad (2.9)$$

$$d_h(\mathcal{B}, \mathcal{A}) = \max_{b \in \mathcal{B}} \min_{a \in \mathcal{A}} \|b - a\| \quad (2.10)$$

$$d_H(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max(d_h(\mathcal{A}, \mathcal{B}), d_h(\mathcal{B}, \mathcal{A})) \quad (2.11)$$

Die Definition einer Metrik aus einem existierenden metrischen Raum stellt keineswegs eine Besonderheit dar. In gewisser Hinsicht basieren selbst  $d_1$  und  $d_2$  auf der Metrik der reellen Zahlen in  $\mathbb{R}$ . Eine Besonderheit gegenüber  $d_1$  und  $d_2$  entsteht durch den Richtungscharakter der Betrachtung in der Bestimmung des Abstandes der jeweils einen Menge von der anderen. Diese beiden Distanzen  $d_h(\mathcal{A}, \mathcal{B})$  bzw.  $d_h(\mathcal{B}, \mathcal{A})$  erfüllen noch nicht das Kriterium einer Vertauschbarkeit der Argumente. Dabei entspricht die gerichtete Distanz dem Abstand desjenigen Punktes der Bezugsmenge, der am weitesten von der Vergleichsmenge entfernt liegt. Die Bestimmung des Minimums der Vektornorm stellt eine Abwandlung von Gleichung 2.8 dar. Erst das Maximum beider gerichteter Abstände bildet eine Distanz im Sinne von Definition 1. In der Literatur findet sich häufig auch die Bezeichnung  $h(\mathcal{A}, \mathcal{B})$  bzw.  $H(\mathcal{A}, \mathcal{B})$  für die gerichtete und allgemeine HD ([16] [2] [3] [23]).

Es gelten  $a, b \in \mathbb{R}^3$  mit  $a = (x_a, y_a, L_a)^T$  bzw.  $b = (x_b, y_b, L_b)^T$  gemäß Gleichung 2.2 und die Vektornorm nach Gleichung 2.5. Unter Berücksichtigung von  $c_L$  und der Spezialisierung auf den  $\mathbb{R}^3$  ergeben dann Gleichung 2.12 bzw. Gleichung 2.13 den Abstand. Die Vektornorm und somit die Metrik, auf der die Berechnung der HD basiert, genügt den Forderungen nach einer kompletten Metrik laut Definition 1.

$$\|a - b\|_{d_1} = |x_a - x_b| + |y_a - y_b| + c_L \cdot |L_a - L_b| \quad (2.12)$$

$$\|a - b\|_{d_2} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + c_L^2 \cdot (L_a - L_b)^2} \quad (2.13)$$

Auch die HD entspricht somit einer zu  $d_1$  und  $d_2$  äquivalenten Metrik. Als Konsequenz bedarf es keiner getrennten Betrachtung der drei Abstandsmaße. Abb. 2.4 illustriert eine geometrische Interpretation der gerichteten HD anhand von  $d_2$  am Beispiel zweier Skalarfelder  $\Gamma(\mathcal{I})$  und  $\Gamma(\mathcal{M})$ . Das Maximum dieser Distanzen, in Abb. 2.4 als  $d_{max}$  bezeichnet, bilden eine Einhüllende um die Teilmenge  $\mathcal{M}$ . Der Abstand der beiden begrenzenden Skalarfelder  $\Gamma_{max}$  und  $\Gamma_{min}$  von  $\mathcal{M}$  entspricht gemäß Gleichung 2.9 dem Wert  $d_h$  der gerichteten HD. In der Grafik wird die Hülle als Oberfläche einer Figur angedeutet, die durch Kugeln mit dem Radius  $d_{max}$  um jedes Element von  $\mathcal{M}$  gebildet wird.

Je kleiner dieser Radius ausfällt, umso geringer sind auch die Abweichungen zwischen den Vergleichsmengen. Darauf begründet sich die Hausdorff-Metrik als Ähnlichkeitsmetrik von Mengen. Die Betrachtung des Abstandes um einen Punkt, in dessen Bereich mindestens ein Element der Vergleichsmenge existiert, legt die Verwendung von Polar- bzw. Kugelkoordinaten nahe. Die HD tritt dann als maximaler Radius gemäß Gleichung 2.9 bezüglich der Elemente von  $\mathcal{M}$  in Erscheinung, so daß  $d_{max} = d_h$  gilt.

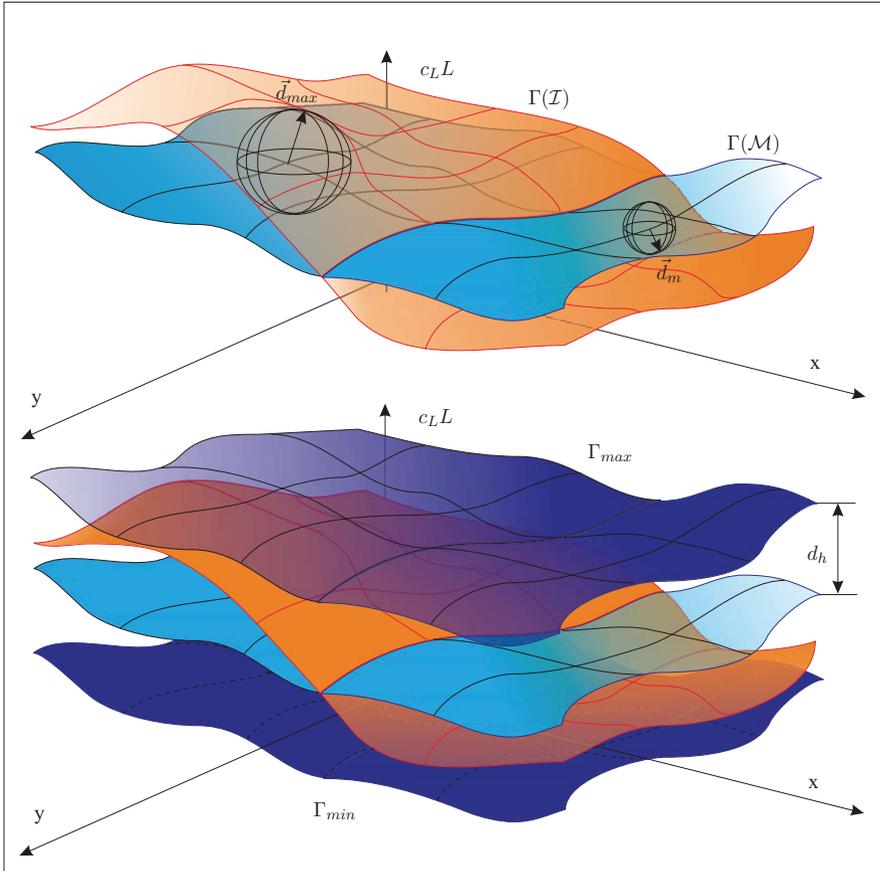


Abbildung 2.4: Geometrische Interpretation der gerichteten Hausdorff-Distanz  $d_h$

Aus technologischer Sicht mag die Abbildung auf kartesische bzw. Polarkoordinaten dominieren. Dies sei teilweise dem Bildwandlungsmodell „Projektion auf die Ebene“ und der computergestützten Verarbeitung geschuldet ([10] [15]). Der Vorteil der Nutzung von Koordinatensystemen, die auf die Ebene bezogen sind, liegt in der konsequenten Trennung von geometrischem Ort und Merkmal. Allerdings ergibt sich in Hinblick auf die Berechnung der HD ohnehin keine Möglichkeit der Trennung, weswegen auch der Umrechnungsfaktor  $c_L$  eingeführt wurde.

Während der Berechnung der Norm und der Beurteilung der Einhüllenden in Form des Abstandes zwischen den Skalarfeldern  $\Gamma_{min}$  und  $\Gamma_{max}$  gewinnt die Begutachtung in Kugelkoordinaten an Bedeutung. Zumindest bezüglich der Elemente von  $\mathcal{M}$  erweist sich die Nutzung von sphärischen Koordinaten als hilfreich. Auf die Auswirkungen einer Koordinatentransformation wird an geeigneter Stelle hingewiesen. Die Eigenschaften des gewählten metrischen Raumes bleiben dadurch jedoch unverändert, da die Umwandlung lediglich einem Basiswechsel entspricht. Auch die Eigenschaften des Merkmalsraumes werden davon nicht beeinflusst und lediglich durch andere Basisvektoren z.B.  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_\vartheta)$  repräsentiert ( $\rightarrow$ [19]).

Aus der Bestimmung der Vektornorm lassen sich die Substitutionen für das Kugelkoordinatensystem ableiten. Die Distanz der Elemente der Menge  $\mathcal{M}$  zur Oberfläche  $\Gamma(\mathcal{I})$  dann  $d_m = r$ , wie in Abb. 2.4 illustriert. Die Winkel  $\phi$  und  $\vartheta$  weisen die Richtung bezüglich der Ebene  $(x, y)$  bzw. des angepaßten Merkmals  $q_L \cdot L$ . Die Berechnung erfolgt auch unter Nutzung von  $d_1$  gemäß der Trigonometrie, da die Metrik  $d_1$  lediglich der Bestimmung von  $d_m$  dient und der zugehörige Vektor  $\vec{d}_m$  ausschließlich in der euklidischen Geometrie beurteilt wird.

Die Substitutionsgleichungen 2.14 und 2.16 zeigen eine direkte Abhängigkeit von  $q_L$  bezüglich  $r$  und  $\vartheta$ . Der Winkel  $\phi$ , welcher die Orientierung in der Ebene vorgibt, wird nur indirekt über die Normbildung vom Umrechnungsfaktor des Merkmals gemäß Gleichung 2.12 bzw. Gleichung 2.13 beeinflusst und repräsentiert die Richtung des geometrischen Versatzes.

$$r^2 = d_x^2 + d_y^2 + c_L^2 \cdot d_L^2 \quad (2.14)$$

$$\cos \phi = \frac{d_x}{\sqrt{d_x^2 + d_y^2}} \quad (2.15)$$

$$\cos \vartheta = \frac{c_L \cdot d_L}{r} \quad (2.16)$$

Eine Betrachtung über die Metriken  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_H$  hinaus läßt sich im Zusammenhang mit der analytischen Geometrie nur schwer motivieren und wurde in den Untersuchungen daher nicht weiter einbezogen. Damit konzentriert sich die Definition eines Ähnlichkeitskriteriums für Mengen auf insgesamt vier Distanzmaße,  $d_1$  bzw.  $d_2$  und die Varianten bezüglich  $d_h$  und somit  $d_H$ .

### 2.1.3 Abbildung von Abweichungsmerkmalen

Die kontinuierlichen Graphen schließen ein Volumen ein, das als Maß der Abweichung beider Skalarfelder gelten kann. Die Berechnung von Abständen in einer gegebenen Metrik ermöglicht die Bestimmung eines Volumenelements an einer Stelle in der Ebene und dessen Zuweisung zum entsprechenden Ort. Die Abweichung zweier Skalarfelder führt zu einer örtlichen Verteilung der Volumenelemente zwischen den Graphen. Es läßt sich nicht bestreiten, daß die Verteilung der Fehlervolumina ebenfalls Einfluß auf die Beurteilung von Ähnlichkeit haben wird. Die Projektion der Abstände  $d$  zwischen beiden Skalarfeldern an der Stelle  $\vec{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  in die Ebene  $\mathbb{R}^2$  bildet die Vorstufe zur Bestimmung der HD gemäß Gleichung 2.13. **Dieser Vorgang der Abbildung  $\{d : d \rightarrow \mathbb{R}^2\}$  heißt Distanztransformation.** Die beschriebene Operation berücksichtigt im Gegensatz zur Differenzbildung des Merkmals auch die Nachbarschaftsbeziehungen von  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$ .

Die dreidimensionale Variante dieses auf skalare Abweichung des Merkmals ausgelegten Kriteriums stellt sich als Integral über einer Fläche dar und führt im Ergebnis zu einem mittleren Gesamtfehler Volumen. Seien  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  zu vergleichende Mengen im  $\mathbb{R}^3$  nach Gleichung 2.2 und  $f(x, y)$  bzw.  $g(x, y)$  die Bestimmungsfunktionen der Graphen  $\Gamma(\mathcal{I})$  sowie  $\Gamma(\mathcal{M})$ . Dann gilt für das eingeschlossene Volumen die Gleichung 2.17 mit  $V(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  als skalaren Wert.

Bezieht man diesen Wert auf die Fläche  $A = \Delta x \cdot \Delta y$ , ergibt sich der Erwartungswert des skalaren Abweichungsmaßes als mittlerer Fehler der beiden Funktionen  $f(x, y)$  und  $g(x, y)$  gemäß Gleichung 2.18.

$$V(\mathcal{I}, \mathcal{M}) = \iint_{\Delta x \Delta y} |f(x, y) - g(x, y)| dx dy \quad (2.17)$$

$$E\{f(x, y) - g(x, y)\} = \frac{1}{A} \int_A |f(x, y) - g(x, y)| dA \quad (2.18)$$

$$D^2\{f(x, y) - g(x, y)\} = \frac{1}{A} \int_A (f(x, y) - g(x, y) - E\{f(x, y) - g(x, y)\})^2 dA \quad (2.19)$$

Abb. 2.5 zeigt Bildung des Fehlervolumens und dessen Projektion auf die Ebene. Interpretiert man die Volumenelemente als vollkommen unabhängig von einander, ergibt sich die Varianz als Maß für die Abweichung der korrespondierenden Punkte vom Erwartungswert nach Gleichung 2.19 ([13] [12]). Aus diesen Größen lassen sich die in der Bildverarbeitung geläufigen Signalbeurteilungen als *peak-signal-noise-ratio* **PSNR** oder *mean square error* **MSE** bestimmen.

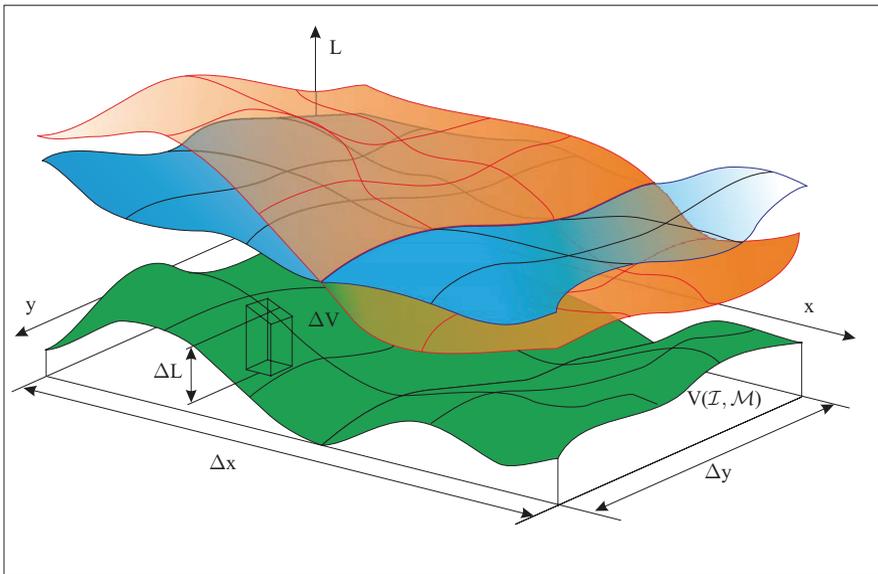


Abbildung 2.5: Das eingeschlossene Volumen als Maß für die Abweichung zweier Graphen

Abb. 2.6 illustriert die Projektion des Fehlervolumens auf die Ebene mit Hilfe zweier verschiedener Distanztransformationen. Der entscheidende Unterschied zwischen beiden Varianten besteht in der Berechnung der Stützstellen zwischen den Skalarfeldern. Gegenübergestellt sind die Skalar­differenz  $\Delta L$  am geometrischen Ort  $\vec{x} = (x, y)$  und die in diesem Falle gerichtete Distanz  $d_m(x, y)$  mit  $c_L = 1$ . Die größte Abweichung in Abb. 2.6b repräsentiert dann wieder die gerichtete HD.

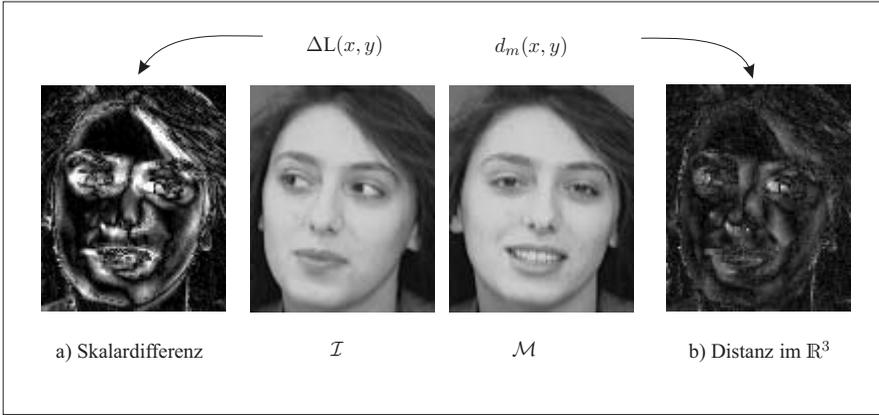


Abbildung 2.6: Die Abweichung des Merkmals und die Norm der Distanzen in der Ebene

Eine weitere Möglichkeit, Abweichungen zwischen zwei Oberflächen mit den beschriebenen Eigenschaften zu ermitteln, ergibt sich mit Hilfe der Verteilungsfunktion  $h(d)$ , der Häufigkeit eines bestimmten Distanzwertes. Die relative Häufigkeit des Auftretens des Ereignisses „bestimmter Abstand der Oberflächen“ kann dabei als Schätzwert für dessen Wahrscheinlichkeit gelten ([13] [9]).

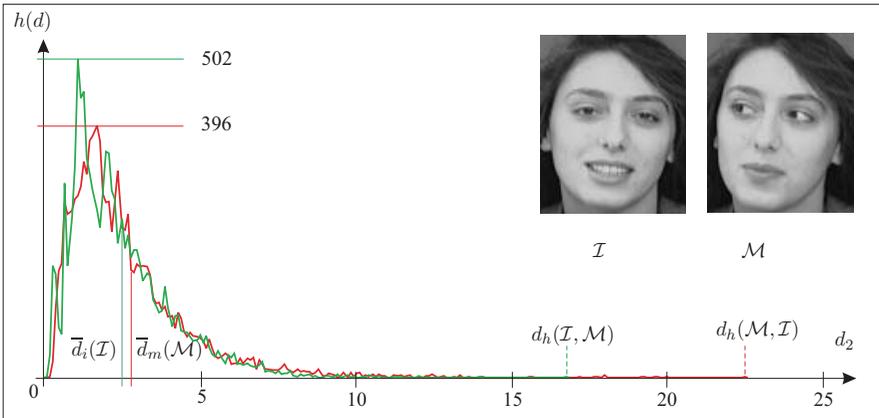


Abbildung 2.7: Gemessene Häufigkeitsverteilung des Minimumabstandes zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$

Die Abb. 2.7 zeigt eine gemessene Häufigkeitsverteilung beider gerichteter Operationen  $d_i(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  und  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  mit ihren charakteristischen Werten unter Nutzung der Metrik  $d_2$  bei einem Umrechnungsfaktor  $c_L = 1$ . Das Maximum der Verteilung gibt die Abweichung an, die zwischen den Skalarfeldern dominiert. Der mittlere Fehler  $\bar{d}$  teilt die Fläche unter der Kurve gleichmäßig auf.

Die gerichtete HD  $d_h$  entspricht dem letzten Wert auf der Abszisse im geschlossenen Intervall  $[0, d_h]$  und markiert den Wert, ab dem die Einhaltung der Abstände durch die Distanztransformation mit absoluter Sicherheit garantiert werden kann. Der größere der beiden Werte  $d_h$  ergibt gemäß Gleichung 2.11 die Distanz  $d_H$  für die allgemeine HD.

Alle bisher betrachteten Verfahren zur Abbildung der Abweichungen basieren im Grunde auf der Bildung eines skalaren Gütemaßes. Für  $V(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  ergibt sich daraus lediglich die Möglichkeit einer Begutachtung der statistischen Kennwerte. Auch die bisher übliche Bildung von Skalarwerten im Zusammenhang mit der HD erlaubt keine Rückschlüsse auf die Fehlereinflüsse der Komponenten ([2] [3] [5]). Die Einführung des Abstandes nach Gleichung 2.8 gibt aber eine Richtung im  $\mathbb{R}^3$  vor, die eine geometrische Komponente und die Merkmalsabweichung enthält. Statt der Projektion von  $d_1$  bzw.  $d_2$  an die Stelle  $(x, y)$  könnte auch der Abstandsvektor  $\vec{d}$  mit seinen normierten Komponenten der Ebene  $\mathbb{R}^2$  zugewiesen werden. Die Komponenten der Vektoren werden komplett beibehalten, wodurch ein Vektorfeld  $\{\mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^2\}$  aus Distanzvektoren entsteht, das wie ein mehrdimensionales räumliches Signal behandelt werden kann.

### 2.1.4 Die Distanztransformation als Zufallsprozeß

Dem Experiment „Ermittlung der Distanz zweier Oberflächen“ soll eine Wahrscheinlichkeitsdichte zugrunde liegen. Die Erweiterung der Betrachtung auf die Wahrscheinlichkeit des Zutreffens des Ereignisses, ein gegebener Ort möge eine bestimmte Abweichung aufweisen, führt direkt zur Erweiterung des Begriffs *Distanztransformation* als Zufallsprozeß. Die formale Abbildung des Abstandes weist das Ergebnis  $d$  an der Stelle  $(x, y)$  zu, das nunmehr mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit für den Wert von  $d$  versehen ist. An dieser Stelle scheint es daher sinnvoll, von Zufallsvariablen im  $\mathbb{R}^3$  als Grundlage des Prozesses auszugehen. In der Beurteilung von Ähnlichkeit ohne Vorkenntnisse kann man das Experiment „Mustervergleich“ durchaus als Prozeß mit ungewissen Ergebnis für **einen Vektor** über der Ebene formulieren. In Anlehnung an die Prozeßdefinition in [13] erfolgt eine Spezialisierung für die vorgestellte Distanztransformation.

**Zufallsprozeß Distanztransformation** Der vektorielle Zufallsprozeß  $\vec{d}(\eta, \mathbb{R}^2)$  sei eine Funktion, die jedem Ergebnis  $\eta \in \mathcal{H}$  einer Ergebnismenge  $\mathcal{H}$  eine eindeutige **Raumfunktion** im  $\mathbb{R}^3$  derart zuordnet, daß  $d(\eta, \mathbb{R}^2)$  für jeden **Punkt im  $\mathbb{R}^2$**  aus einem Definitionsbereich der Ebene eine Zufallsvariable ist.

In der Literatur beschränkt sich die Definition meist auf einen zeitlichen Vorgang an einem Ort ( $\rightarrow$ [13][14][12]). In diesem speziellen Fall geht es um eine Momentaufnahme mit einer örtlich veränderlichen Zufallsvariablen  $\vec{d}$ . Eine Wiederholung des Experiments mit gleichen Eingangsgrößen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  zu einem anderen Zeitpunkt liefert demnach **ein identisches Ergebnis**, da weder  $\mathcal{M}$  noch  $\mathcal{I}$  zeitlichen Veränderungen unterliegen sollen. Die Gesamtheit aller Distanzvektoren bildet den Ergebnisraum der Distanztransformation.

**Die Veröffentlichungen zum Einsatz der HD gehen bisher von einem reellen Zufallsprozeß aus, der nur die Norm  $d$  der Ebene  $(x, y)$  zuweist ([3] [5] [2] [6] [24]). Die oben genannte Definition erweitert die Abbildung in Abhängigkeit der Merkmale  $L \in \mathcal{H}$  auf den Distanzvektor  $\vec{d}$  an der Stelle  $(x, y)$ .**

Aufgrund der Normbildung nach den Gleichungen 2.12 bzw. 2.13 entsteht  $\mathcal{D}$  als Funktion des Bewertungsfaktors  $c_L$  des Merkmals  $L$ . Die erfolgte Umwandlung der Merkmalskomponenten von  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  wird speziell  $\vec{m}_{c_L}$  und  $\vec{i}_{c_L}$  gekennzeichnet. Ohne den Index handle es sich um Vektoren gemäß Gleichung 2.3 mit geometrischen Komponenten und Merkmal. Unter den genannten Voraussetzungen entsteht das Ergebnis des Zufallsprozesses nach Gleichung 2.20.

$$\mathcal{D}_{c_L} = \{\vec{d} \rightarrow \mathbb{R}^2\} \tag{2.20}$$

mit  $\|\vec{d}_{c_L}\| = \min\{d(\vec{m}_{c_L}, \vec{i}_{c_L})\}$  (2.21)

und  $\vec{d}_{c_L} = (\vec{i}_{c_L} - \vec{m}_{c_L})$  (2.22)

Daher sei die Bezeichnung **Distanzvektorfeld (DVF)** an dieser Stelle eingeführt. Die Menge  $\mathcal{D}$  beinhaltet die Zuweisung aller Distanzvektoren  $\vec{d}$  zum  $\mathbb{R}^2$ . Im Gegensatz zu den 3D-Binärmengen  $\mathcal{I}$  bzw.  $\mathcal{M}$  besteht das *komplett expandierte* Distanzvektorfeld aus fünf Komponenten. Allerdings soll die Abbildung von  $\mathcal{D}$  in  $\mathbb{R}^2$  als bekannt gelten und  $\mathcal{M}$  zugeordnet sein, wodurch sich keine unnötige Erweiterung der Vektorelemente ergibt. So läßt sich mit Hilfe der Einzelkomponenten die Norm des jeweiligen Vektors  $\vec{d}_m$  bzw.  $\vec{d}_i$  bestimmen, wobei der längste dieser Abstände die gerichtete Distanz  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  bzw.  $d_h(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  repräsentiert. Das Distanzvektorfeld  $\mathcal{D}$  besitzt für  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  die geometrische Ausdehnung und somit den Gültigkeitsbereich von  $\mathcal{M}$ . Die Komponenten unterliegen den Bedingungen, die das expandierte Videobild  $\mathcal{I}$ , die Mustermenge  $\mathcal{M}$  und der Bewertungsfaktor  $c_L$  vorgeben. In jedem Falle sind auch die Komponenten von  $\mathcal{D}$  Teil einer kompakten und beschränkten Menge.

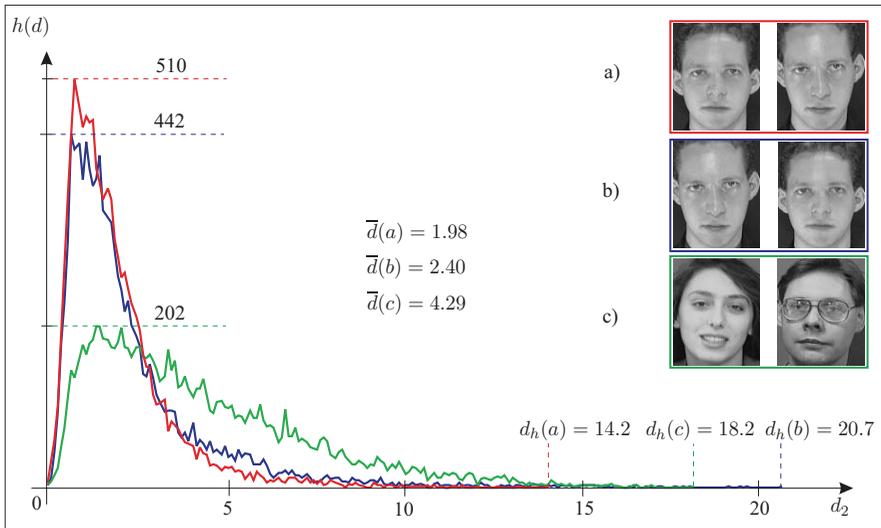


Abbildung 2.8: Ergebnisse der Distanztransformation am Beispiel der Häufigkeitsverteilung von  $d$

In Abb. 2.8 sind verschiedene Ergebnisse der Distanztransformation in Abhängigkeit der Vergleichsmengen dargestellt. Es zeigt sich schon für ein stark eingeschränktes Szenario, daß  $d_h$  sehr weit von  $\vec{d}$  entfernt liegen kann und offensichtlich  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I}) \neq d_h(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  gilt ([16]). Die Beurteilung von Ähnlichkeit über die Verteilungsdichte bedarf allerdings noch einiger Untersuchungen zu den Eigenschaften der HD bezüglich der Randbedingungen des Prozesses.

## 2.2 Eigenschaften der Hausdorff-Distanz

Das Maximum des Abstandes zweier Mengen nach Gleichung 2.11 als Maß für deren Distanz begründet die Hausdorff-Metrik ([16] [11]). Für den Fall zweier Skalarfelder im  $\mathbb{R}^3$  nach Gleichung 2.3 entspricht dieser Abstand der kleinsten Einhüllenden beider Mengen, in der alle Elemente enthalten sind. Aufgrund verschiedener Einflüsse kann diese Distanz hohe Werte annehmen und von einer Menge dominiert werden. Die Bildung der allgemeinen HD erfordert immer eine beidseitige Betrachtung der Operation. Aus diesem Grunde soll in dieser Arbeit die Hausdorff-Metrik keine Rolle spielen, da sie die Häufigkeitsverteilung nicht berücksichtigt und sich nur auf  $d_H$  bezieht ([16] [3]). Zur Beurteilung von Abweichungen zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  sind eher statistische Betrachtungen von  $\mathcal{D}$  geeignet, die zur Verringerung der Empfindlichkeit gegenüber geometrischem Versatz, Rauschen und Ausreißern führen ([3] [5] [23]). In den folgenden Untersuchungen stehen die Auswirkungen von Deformation und Translation des Musters  $\mathcal{M}$  auf die Häufigkeitsverteilung  $h(d)$  und somit auch auf die gerichtete Distanz  $d_h$  im Vordergrund. Die Anwendung der Distanztransformation als Zufallsprozeß erfordert einige Einschränkungen für den praktischen Einsatz. Da es sich um eine gerichtete Operation handelt, stehen auch die Konsequenzen für einen Mustervergleich zur Diskussion. Die Beibehaltung der Ortsvektoren der an der Distanztransformation beteiligten Skalarfelder ermöglicht den Vergleich von Mengen unterschiedlicher Anzahl an Elementen.

### 2.2.1 Ausdehnung und Auflösung der Vergleichsmengen

In den bisherigen Darstellungen wurden Bilder einer Gesichtsdatenbank ( $\rightarrow$ [25]) genutzt, die nur geringfügigen geometrischen Versatz und inhaltliche Unterschiede aufweisen und über die gleiche Anzahl an Bildpunkten verfügen. Das Raster und der geometrische Wertebereich sind innerhalb der gesamten Datenbank identisch. Abgeschlossene Mengen bilden die Grundlage der Betrachtungen, was eine Existenz von  $d_h$  erst recht garantiert.

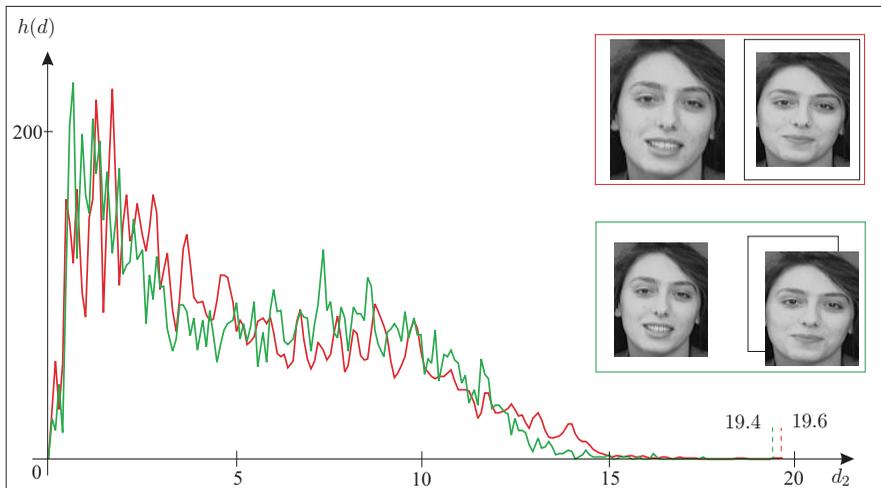


Abbildung 2.9: Geometrisches Maximum bei Fehlanpassung im  $\mathbb{R}^2$

Abb. 2.9 illustriert den Fall der Fehlanpassung in der Ebene  $(x, y)$  anhand zweier typischer Beispiele. Die relativ hohe Anzahl von Distanzvektoren mit Normen von mehr als 7 Pixelabständen zeigt deutlich, wie empfindlich die Bestimmung der HD auf unangepasste Ausdehnung und Translation der Vergleichsmengen reagiert. Eine Distanztransformation liefert nur dann auswertbare Ergebnisse im Sinne der Ähnlichkeit nach Gleichung 2.11, wenn das Muster  $\mathcal{M}$  für die Operation  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  vollständig innerhalb von  $\mathcal{I}$  liegt. Ansonsten enthalten die Normen der Distanzvektoren unangepasster Regionen einen Fehlerbeitrag, der nicht zu unterschreiten ist. In der Gegenrichtung erfordert die Bestimmung von  $d_h(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  die Einführung einer ausreichend ausgedehnten **Area of Interest (AOI)**. Diese Region  $\mathcal{I}_{AOI} \subseteq \mathcal{I}$  begrenzt das Videobild  $\mathcal{I}$  in einem gewissen Bereich um die Mustermenge. Die erhobenen Forderungen lassen sich ebenfalls mit der selben Argumentation auf den Merkmalsraum beziehen, was dann einer Helligkeits- und Kontrastanpassung entspricht.

Stark unterschiedliche Ausdehnungen der Vergleichsmengen verlangen eine hinreichend genaue Bestimmung der Anfangsbedingungen. Die Auflösung beider Mengen hingegen wirkt sich aufgrund der Beibehaltung expandierter Koordinaten nur geringfügig aus. Je nach Richtung der Distanzbildung trifft das Muster  $\mathcal{M}$  auf eine quasikontinuierliche Oberfläche  $\Gamma(\mathcal{I})$  bzw. eine eingeschränkte Auswahl an Elementen zur Bildung des Abstandes. Als Effekt der Diskretisierung sind bestimmte Distanzwerte nicht in der Menge von  $\mathcal{D}$  enthalten und verursachen bei hoher Auflösung der Häufigkeitsverteilungen bewertete Stöße über der Distanz. Dadurch entstehen Unstetigkeitsstellen in der zugehörigen Verteilungsfunktion  $F(d)$ , denen jedoch bei Bedarf durch geeignete Maßnahmen begegnet werden kann ([14][13][15][12]).

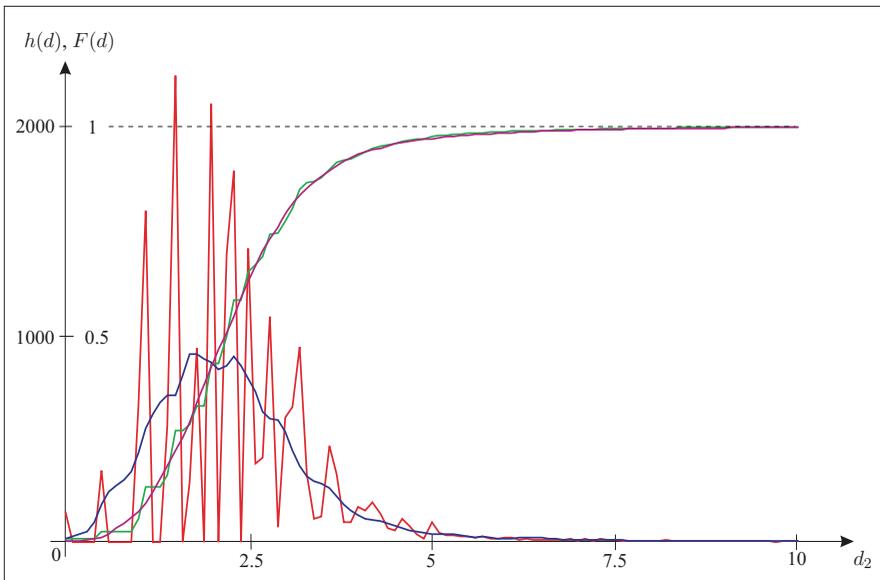


Abbildung 2.10: Distanzverteilung bei unterschiedlicher Auflösung von  $\mathcal{M}$

Abb. 2.10 stellt das Problem der zunehmenden Dichte der Stöße bei steigenden Distanzwerten anhand von normalverteiltem Rauschen im Merkmal beider Mengen dar. Während die quasikontinuierliche Projektion  $\{\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}\}$  eine entsprechende Verteilung aufweist, zeigt die diskrete Zuordnung die Auswirkungen der

äquidistanten Stützstellen der genutzten Skalarfelder. Erst mit steigenden Distanzwerten erhöht sich auch die Dichte der vom Raster verursachten möglichen Abstände. Unterschiedliches Raster und eine große Zahl an Elementen der Mustermenge  $\mathcal{M}$  im Vergleich zu  $\mathcal{I}$  verringern zwar diesen Effekt, bedeuten aber auch einen höheren Aufwand für die Bestimmung des Minimums gemäß Gleichung 2.9.

Der Merkmalsraum unterliegt im Gegensatz dazu keinen großen Auflösungsunterschieden, legt man übliche Farbtiefen zugrunde ([11]). Der Faktor  $c_L$  übersetzt diesen Wertebereich während der Distanztransformation entsprechend. Daher ist die Frage nach der Dichte der Stützstellen und der Ausdehnung der Skalarfelder im  $\mathbb{R}^3$  eng mit der Größe von  $c_L$  verknüpft.

### 2.2.2 Merkmalsmenge und Bewertungsfaktor

Jeder Distanzvektor  $\vec{d}_m$  ist einem Modellpunkt  $\vec{m} \in \mathcal{M}$  zugeordnet und weist in Abhängigkeit von der genutzten Metrik sowie  $c_L$  auf den nächstliegenden Punkt in  $\mathcal{I}$ . Addiert man  $\vec{m} = (x_m, y_m, L_m)^T$  und  $\vec{d}_m$ , ergibt sich ein Zielpunkt  $\vec{i} = (x_i, y_i, L_i)^T$  in der mit  $\mathcal{I}_{AOI} \subseteq \mathcal{I}$  bezeichneten AOI. Auf diese Weise entsteht die rekonstruierte AOI durch eine Addition des Musters  $\mathcal{M}$  mit dem Distanzvektorfeld  $\mathcal{D}$ . Die Summe der korrespondierenden Werte stellt hierbei keine zeitliche, sondern eine räumliche Funktion dar.

$$\mathcal{M} \oplus \mathcal{D} \subseteq \mathcal{I} \quad (2.23)$$

Die vollständige Repräsentation des Ausschnitts  $\mathcal{I}_{AOI}$  mit Hilfe einer gerichteten Operation ist mit dieser Art der Rekonstruktion nicht gegeben. Das Fehlersignal  $\mathcal{D}$  enthält nur die Anteile geringster Abweichung zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$ , wodurch einige Elemente aus dem Videobild  $\mathcal{I}$  keine Berücksichtigung finden könnten. Außerdem verstärkt sich der Einfluß von  $c_L$  in Regionen hoher Merkmalsvarianz. Die Abhängigkeit einer Rekonstruktion nach Gleichung 2.23 vom Bewertungsfaktor illustriert Abb. 2.11.

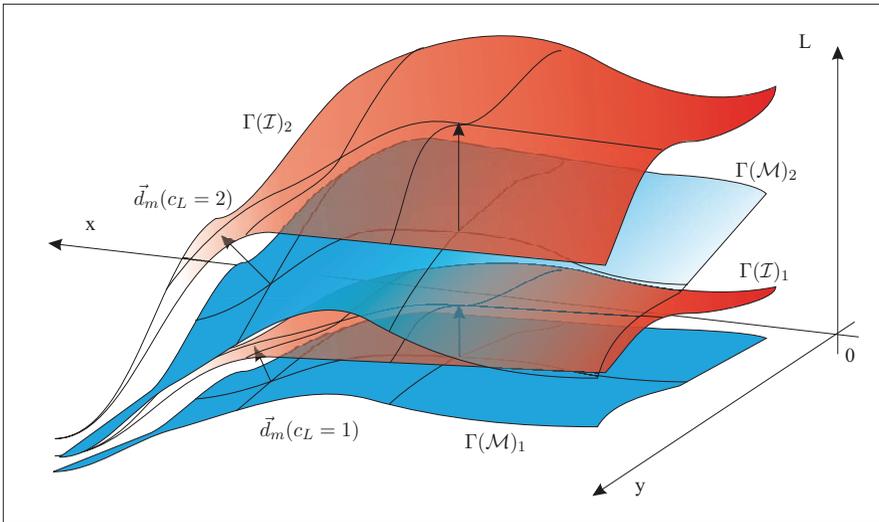


Abbildung 2.11: Distanzvektoren und Rekonstruktion des Videobildes in Abhängigkeit von  $c_L$ .

Die Grafik zeigt für zwei  $\vec{m} \in \mathcal{M}$  die zugehörigen Distanzvektoren mit ihren Zielpunkten in  $\mathcal{I}$ . Der Koeffizient  $c_L$  wirkt dabei wie ein Kontrastfaktor auf das Merkmal  $L \in \mathcal{H}$  beider Vergleichsmengen und legt den Anteil des Fehlers der Merkmalskomponente an der Norm fest. Auf diese Weise verdeutlicht die Grafik eine bereits erwähnte Interpretation des Distanzvektorfeldes als Stützstellen auf  $\mathcal{M}$ , die den geringsten Abstand zu  $\mathcal{I}$  bzw.  $\mathcal{I}_{AOI}$  besitzen. Es läßt sich auch ersehen, wie der Umrechnungsfaktor auf das eingeschlossene Fehlervolumen wirkt. Die aufgrund eines niedrigen Wertes von  $c_L$  kürzeren Stützvektoren verursachen in den gleichen Mengen einen geringeren Fehler. In der Beurteilung des in Abschnitt 2.1 eingeführten Kriteriums für Ähnlichkeit muß diese Tatsache Berücksichtigung finden.

Mit der Verringerung von  $c_L$  ermöglicht die Normbildung von  $\vec{d}_m$  die Verlagerung des Fehlers im Merkmal zugunsten des geometrischen Abstandes. Das eingeschlossene Fehlervolumen äußert sich in den Häufigkeitsverteilungen beider Fehlereinflüsse, geometrischer sowie inhaltlicher Abweichung. Die Balance zwischen den zur Normbildung genutzten Komponenten, deren kleinste Summe der Beträge bzw. kleinste Summe der Quadrate den Distanzvektor  $\vec{d}_m$  definieren, ist im Zusammenhang mit einer geeigneten Abschätzung von  $c_L$  u.a. Gegenstand der Ausführungen von Kapitel 4.

Die Merkmale  $L_m, L_i \in \mathcal{H}$  zeichnen sich ihrerseits durch die statistischen Momente Mittelwert und Varianz aus, so daß ein Mindestbetrag der Norm entsteht. Die Erhöhung von  $d_h$  und  $\vec{d}$  als Folge eines additiven normalverteilten Rauschens bezüglich  $\mathcal{M}$  zeigt Abb. 2.12. Die Anfälligkeit gegenüber Störungen findet oftmals als gravierender Nachteil in der Literatur Erwähnung ( $\rightarrow$ [3] [2] [23]). Tatsächlich ergibt sich ein mehr als fünffacher Wert für  $d_h$  von Beispiel a) bis c). Im Sinne der Einhüllenden ergibt dies eine hohe Distanz  $d_h$ , die dann  $d_H$  entsprechen wird und eine Begutachtung erschwert ( $\rightarrow$ Abschnitt 2.1).

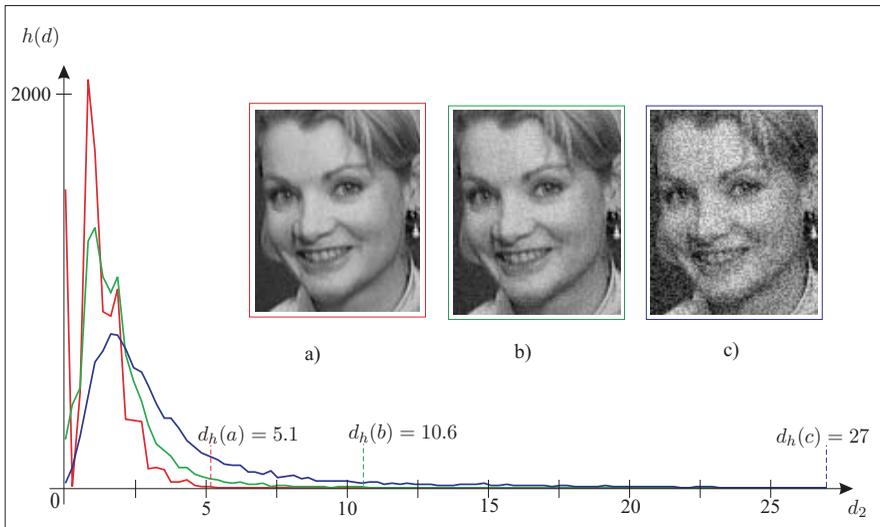


Abbildung 2.12: Rauscheinfluß auf identische Bildinhalte

Ohne eine statistische Betrachtung, beispielsweise anhand der Häufigkeitsverteilung, erweist sich die HD als nur bedingt praxistauglich ([24] [3]). Da die Häufigkeitsverteilung der Distanzen keine Rückschlüsse auf deren Ursache ermöglicht, soll ein Modell die zu erwartenden Abweichungen klassifizieren helfen.

### 2.2.3 Signalmodell des Distanzvektorfeldes

Bisher wurden geometrische und inhaltliche Fehlanpassung sowie Störungen in der Merkmalsmenge als mögliche Ursachen einer Erhöhung der HD beschrieben. Eine möglichst vollständige Rekonstruktion der Umwelt und ihrer Einflüsse auf die Abbildung des Merkmals in die Ebene zieht in der Regel sehr komplexe Modelle zur Erfassung von Effekten im Bild nach sich ([17]). Selbst eingeschränkte Szenarien wie beim Einsatz der Videotelefonie erfordern einen hohen Analyseaufwand ([26]). Die Ursachen von Abweichungen sind im hier genutzten Signalmodell immer Auswirkungen in der Ebene, wie mit der Einführung des Skalarfeldes dargelegt. Daher beschränken sich die Betrachtungen auf lineare Operationen im  $\mathbb{R}^3$  und normalverteiltes Rauschen bezüglich der drei Komponenten von  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{I}$  sowie  $\mathcal{D}$ . Alle Abweichungen darüber hinaus werden als Superposition von nichtlinearen Effekten interpretiert.

Eine Bildvorlage wird auf unterschiedliche Art und Weise nichtlinear verfremdet. Dieser Vorgang bildet den Ausgangspunkt des Abweichungsmodells nach Abb. 2.13. Als Ergebnis entstehen zwei Varianten des Originals. Eine sei das Muster  $\mathcal{M}$  und die andere Menge das Videobild  $\mathcal{I}$ . Die Abschätzung dieses Einflusses ist aufgrund der unbekanntenen Entstehung beider Varianten erst am Ende der Ausführungen in Abschnitt 6.4/S. 107 möglich. Ausleuchtungsunterschiede und veränderte Kopfhaltung wären hier zu erwähnende Beispiele.

Videobild und Muster enthalten Anteile von additivem Gaußschen Rauschen. Dieser Einfluß soll normalverteilte Unterschiede in den Mengen modellieren, wie sie bei natürlichen Prozessen oftmals auftreten ([13] [12]). Der Einsatz einer additiven Normalverteilung folgt der Argumentation in [14], nach der bei genügend hoher Anzahl an Prozessen der zentrale Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung gilt ([19]). Die Auswirkungen auf ein DVF als Ergebnis eines Zufallsprozesses mit normalverteilten Komponenten werden im Abschnitt 4.2/S. 58 erörtert.

Das Muster  $\mathcal{M}$  sei durch eine affine Transformation  $T$  im  $\mathbb{R}^3$  deformiert. Mit der Anwendung von  $T$  entsteht ein geometrischer bzw. inhaltlicher Versatz auf der Grundlage einer linearen Operation. Der Kern der vorliegenden Dissertation besteht in der Korrektur dieser Transformation mit Hilfe der Richtungsinformation des Signals  $\mathcal{D}$ . Die Einführung eines Modells zur Verminderung des Versatzes erfolgt in Abschnitt 4.3/S. 67. Nach [27] läßt sich jede affine Transformation in einen Identitäts- und einen Deformationsanteil aufspalten. Die Anwendung der zu korrigierenden Transformation muß sich auf die Abweichung  $\mathcal{D}$  als Träger dieser Information auswirken. Wie auf der Basis des DVF die Korrekturparameter extrahiert werden können, aus der eine affine Transformation besteht, bildet in Abschnitt 4.4/S. 72 den Gegenstand der Erläuterungen. Eine wiederholte Anwendung führt dann in Abschnitt 6.2/S. 94 zum Einsatz einer Regelschleife.

Folgt man diesem Ansatz, dann existiert eine Transformation  $T$ , bei deren Anwendung die Operation  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  ein Minimum ergibt. Bezieht man die bisherigen Erkenntnisse aus der Häufigkeitsverteilung ein, läßt sich sogar für den mittleren Fehler ein Minimum fordern. Demzufolge sind drei Problemstellungen im Zusammenhang mit dem Modell entscheidend. Der Informationsgehalt des von  $\mathcal{D}$  repräsentierten Restfehlers ist zu untersuchen. Die Bestimmung von  $T$  muß der Verringerung des mittleren Fehlers entlehnt werden. Die Praxisrelevanz des Signalmodell nach Abb. 2.13 ist zu prüfen. Zunächst steht daher die Beurteilung einer Distanzverteilung im Mittelpunkt der weiteren Betrachtungen.

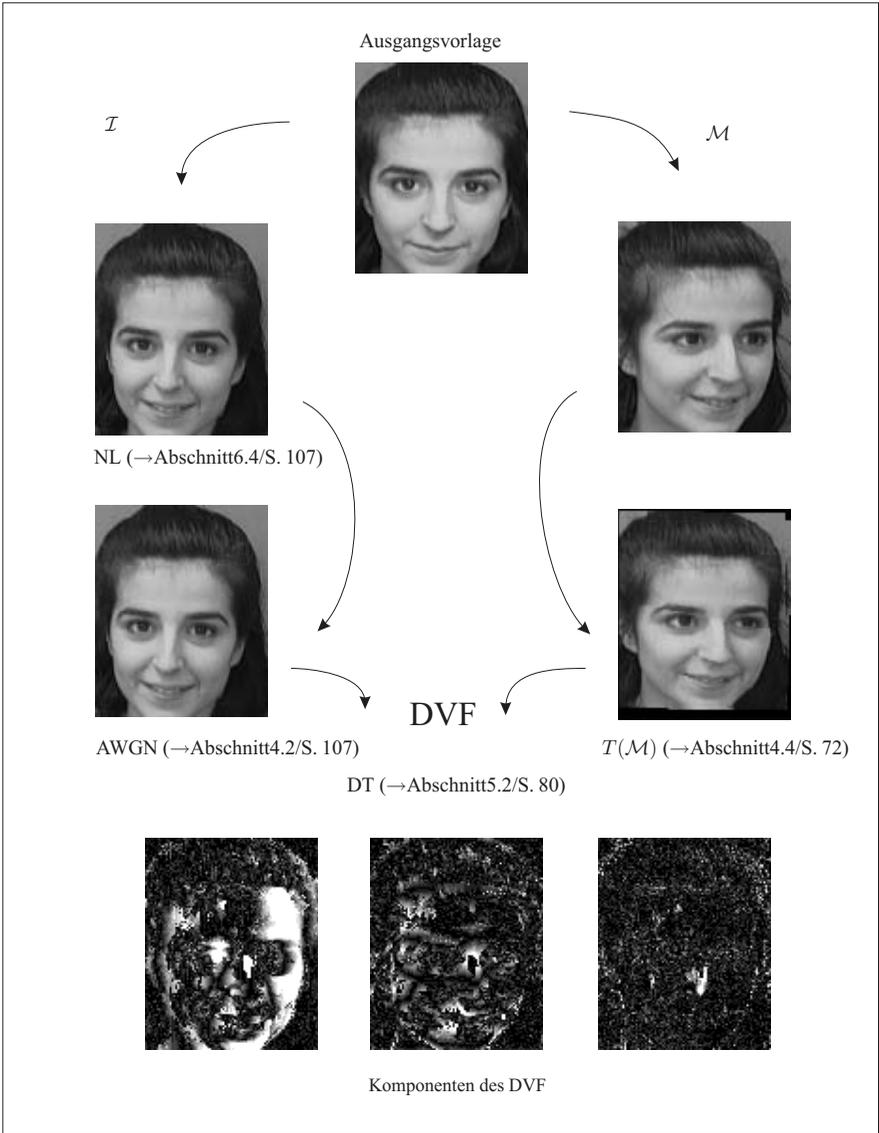


Abbildung 2.13: Das Modell zur Klassifikation der Abweichungen

## 2.3 Der direkte Vergleich von Mengen mit Hilfe der Hausdorff-Distanz

Die gerichtete Hausdorff-Distanz hängt in hohem Maße von geometrischer Ausrichtung und Angleichung von Mittelwert und Streuung des Merkmals ab. Die Bestimmung von  $d_h$  geht der Frage nach, wie ähnlich ist eine Menge  $\mathcal{M}$  einem Teil der Vergleichsmenge  $\mathcal{I}$ . Die allgemeine Hausdorff-Distanz hingegen klärt, wie sehr sich zwei Mengen untereinander ähnlich sind. Erst damit wird die Vertauschbarkeit der Argumente gewährleistet und die Forderung gemäß Definition 1 erfüllt. In der Literatur findet daher auch der Begriff „echte Distanz“ in diesem Zusammenhang Verwendung ([16][11][10]). Seien  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  kompakte, abgeschlossene und beschränkte Mengen in einem metrischen Raum  $(\mathcal{S}, d)$ , dann gelten die folgenden Aussagen.

$$d_h(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \neq d_h(\mathcal{B}, \mathcal{A}), \quad \text{i.Allg.} \quad (2.24)$$

$$d_H(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{A} = \mathcal{B} \quad (2.25)$$

$$d_h(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{A} \subseteq \mathcal{B} \quad (2.26)$$

Eine Identität über einen Stoß an der Stelle  $d = 0$  in  $h(d)$  mit Hilfe der Korrekturtransformation  $T$  nachzuweisen, scheint angesichts der in Abschnitt 2.2 aufgeführten Probleme sehr unrealistisch. Das Ziel im Umgang mit  $d_h$  bzw.  $d_H$  wird darin bestehen, einen möglichst geringen Wert für die Repräsentation des zwischen den Oberflächen der Skalarfelder eingeschlossenen Volumens zu erhalten. Die Häufigkeitsverteilung der Normen von  $\mathcal{D}$  als Maß für die Wahrscheinlichkeitsdichte der Distanzen  $d$  und deren Maximum  $\tilde{d}_h$  bieten die Grundlage einer Beurteilung der Ähnlichkeit.

Für die Mustersuche mit definierter Anfangsbedingung erweist sich die gerichtete Hausdorff-Distanz daher als geeignet ([2] [6]). Ein Vergleich zweier Bilder gleicher Ausdehnung läßt in der beidseitigen Operation der allgemeinen HD aussagekräftige Ergebnisse erwarten.

### 2.3.1 Abschätzung der Zielregion einer geometrischen Anpassung

Die Suche nach einer dem Muster  $\mathcal{M}$  möglichst ähnlichen Teilmenge vom Videobild  $\mathcal{I}$  beginnt mit der bereits erwähnten Projektion  $\{\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}\}$ . Dieser Vorgang entspricht der Suche nach  $\mathcal{I}_{AOI}$  als Anfangsbedingung des Zufallsprozesses. Im Abschnitt 2.2 wurden bereits Einflüsse auf eine nicht zu unterschreitende Fehlerschwelle in den Normen von  $\mathcal{D}$  erörtert. Für eine Projektion des Musters  $\mathcal{M}$  in die Vergleichsmenge  $\mathcal{I}$  läßt sich deren Eigenschaft zur Vorbereitung der Distanztransformation nutzen, *abgeschlossene* Mengen zu repräsentieren.

Die Schranken der Teilmenge  $\mathcal{H}_L \subset \mathcal{H}$  des Merkmalsraumes entsprechen denen der Komponente  $L$  von  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$ . Legt man  $c_L = 1$  und  $dL_{max} = 256$  zugrunde, ergibt sich nach Gleichung 2.28 ein maximaler Radius von  $r = 256$  um das Muster. Der Wert von  $r_{max}$  als Abstand im ungünstigsten Fall kann unter den gegebenen Bedingungen nicht überschritten werden. Somit weisen alle Distanzvektoren mit absoluter Sicherheit auf Elemente im Umkreis von  $r_{max}$  um  $\mathcal{M}$ .

$$dL_{max} = \max(\mathcal{H}_L) - \min(\mathcal{H}_L) \quad (2.27)$$

$$r_{max} = c_L \cdot dL_{max} \quad (2.28)$$

Mit dieser Art der Bestimmung der AOI verbinden sich allerdings zwei Nachteile. Die geometrische Region um  $\mathcal{M}$  ist von  $c_L$  abhängig und kann je nach Wertebereich des Merkmals die Ausdehnung von  $\mathcal{M}$  um ein mehrfaches übersteigen.

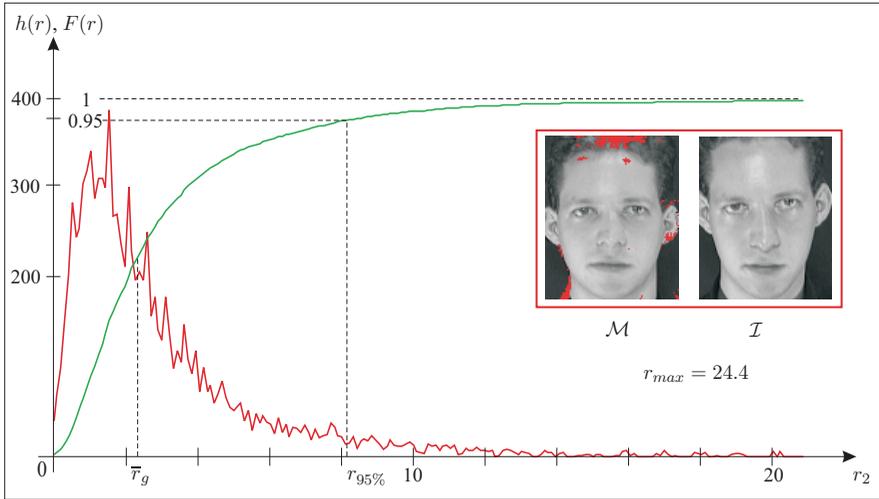


Abbildung 2.14: Verteilung des geometrischen Fehlers

Statt der Forderung nach absoluter Sicherheit der Einbeziehung aller Elemente von  $\mathcal{I}$  in die Distanztransformation besteht natürlich auch die Möglichkeit einer gewissen Wahrscheinlichkeit für diesen Fall. Somit ließe sich  $r_{max}$  auf der Grundlage der Häufigkeitsverteilung verringern. Die Häufigkeitsverteilung des geometrischen Fehlers einer Distanztransformation in Abb. 2.14 bestätigt ebenfalls für den Radius  $r_g$  die bereits im Falle von  $d$  erwähnte Beobachtung. Der mittlere Radius  $\bar{r}_g$  und selbst  $r_{95\%}$  sind wesentlich geringer als  $r(d_h)$ . Die Bezeichnung  $r_{95\%}$  soll die Einbeziehung von 95% der Elemente von  $\mathcal{M}$  bis zu diesem Teil der Fläche unter der Verteilung symbolisieren. Die Ausführungen in Kapitel 4 werden u.a. zeigen, daß diese Aussage als von  $c_L$  und der genutzten Metrik weitgehend unabhängig gelten kann.

Die Regionen der größten Radien sind im Bild hervorgehoben. Auch wenn es sich um ein spezielles Ergebnis des Zufallsprozesses handelt, sollten einige Beobachtungen in weiteren Untersuchungen geprüft werden. Die markierten Elemente von  $\mathcal{M}$  sind nicht im Gesichtsfeld der dargestellten Person zu finden, sondern betreffen eher Randbereiche. In diesem Fall erweist sich die Einbeziehung aller Pixel in  $\mathcal{I}$  mit einer Entfernung  $r_i \geq r_{95\%}$  als unerheblich. Elemente dieser geometrischen Abweichungen liefern keinen großen Beitrag zur Häufigkeitsverteilung. Diese Elemente des Videobildes entsprechen nur 5% aller zu berücksichtigenden Pixel  $\vec{i} \in \mathcal{I}$ , ein wesentlicher Aspekt der Wahl der AOI in einer technischen Umsetzung. Die Auswirkungen einer stark eingeschränkten AOI auf die Distanztransformation wird in Kapitel 6 ausführlich diskutiert. Die Größe der AOI nimmt direkt Einfluß auf den Berechnungsaufwand der Distanzvektoren. Deren Aussagekraft hängt wiederum in hohem Maße von einer ausreichenden Anpassung der Mengen ab ([3] [24] [28]). Die Zielregion im Videobild läßt sich entweder systematisch verändern oder eleganter mit Hilfe einer Hypothese schätzen ([3] [15]). Das Ergebnis dieser Vorverarbeitung äußert sich in einem Translationsvektor und ggf. einem geometrischen Skalierungsfaktor für die Deformationsmatrix. Die Beurteilung der Ähnlichkeit derart manipulierter Mengen anhand des eingeschlossenen Fehlervolumens einerseits und dessen Verteilung andererseits bestimmt die Aussagekraft des Verfahrens. Den einfachsten Fall stellt hier der Vergleich zweier identischer Ausdehnungen der Mengen bezüglich ihres geometrischen Definitionsbereiches dar, wie in den genutzten Bildern der Gesichtsdatenbank ([25]).

### 2.3.2 Ähnlichkeit und Wahrscheinlichkeitsraum

Die Projektion  $\{\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}\}$  über eine dreidimensionale affine Transformation vorzunehmen, liegt angesichts des Charakters der Binärmengen nahe. Die Anpassung der geometrischen Komponenten und der des Merkmals läßt sich auf diese Weise über einen einzigen Mechanismus bewerkstelligen. Die Distanztransformation liefert dann die Information über Abweichungen zwischen den Mengen anhand des Signals  $\mathcal{D}$ .

Bisher wurde die Abbildung des Merkmals in die euklidische Ebene mit Hilfe eines als bekannt erachteten Mittelwertes modelliert. Tatsächlich sind aber weder der Wert des Merkmals noch seine genaue geometrische Position bekannt, legt man statistische Wandlungsmodelle zugrunde ([13] [12]). Allerdings sei die Streuung der Werte des Merkmalsraums  $\mathcal{H}$  vernachlässigbar gegenüber den statistischen Momenten des Zufallsprozesses *Distanztransformation*.

Nimmt man eine als bekannt angenommene Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion hinzu, erhält jeder Distanzvektor zusätzlich ein Maß für seine Verlässlichkeit. Diese steht im Zusammenhang mit der Frage, ob der Distanzvektor an der Stelle  $(x, y)$  tatsächlich auf den ähnlichsten Bereich der Vergleichsmenge weist. Die übliche Vorgehensweise verlangt eine Betrachtung im deterministischen Raum mit anschließender Zuweisung zu einer Verteilungsfunktion ([15] [9] [12] [13]). Die Erweiterung eines metrischen Raumes um die Dimension einer Wahrscheinlichkeitsverteilung bezüglich Merkmal **und** geometrischem Ort und deren Überführung in einen **metrischen Wahrscheinlichkeitsraum** stellt eine Neuerung dar ([9]).

Die konsequente Weiterführung der Gedanken zur Beziehung zwischen Häufigkeitsverteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte mündet in die Betrachtung einer Dimension, in der Auftrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen abgebildet sind. In [9] erfolgt daher die Betrachtung einer Familie von Distanzverteilungsfunktionen  $\Delta^+$  ( $\rightarrow$ Definition 4) in Anlehnung an die Arbeiten von K. Menger<sup>4</sup>. Diese Erweiterung **ersetzt** die Distanz  $d(p, q)$  zwischen zwei Punkten  $p, q$  des metrischen Raumes  $(S, d)$  durch die Verteilungsfunktion  $F_{p,q} \in \Delta^+$ . Daraus ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit  $F_{p,q}(x)$ , mit der die Distanz zwischen  $p$  und  $q$  kleiner als  $x$  sein wird.

Diese Betrachtungsweise erlaubt die ständige Zuweisung einer Wahrscheinlichkeit zu den Komponenten des metrischen Raumes. In den meisten Anwendungsfällen besteht allerdings keine Motivation, einen Zufallsvektor als mehrdimensionales Gebilde aus physikalischen Komponenten und den zugehörigen Verteilungsfunktionen im Wahrscheinlichkeitsraum zu betrachten. Es genügt oftmals, eine bestimmte Signalstatistik voranzusetzen, wie z.B. additives normalverteiltes Rauschen als Störquelle ([13] [14]).

Metrische Wahrscheinlichkeitsräume bilden andererseits eine wesentliche theoretische Grundlage für ein Verfahren, das auf Minimum-Abständen zur Beurteilung von Zugehörigkeit zu einer bestimmten Menge basiert. Wichtig an dieser Stelle scheint die Einschätzung, daß in [9] diesbezüglich Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Häufigkeitsverteilungen als **vollkommen gleichberechtigt** behandelt werden, was in der statistischen Systemtheorie im Allgemeinen auf Ablehnung stößt ( $\rightarrow$ [13] [14]). Aus den Häufigkeitsverteilungen lassen sich keine Grenzwerte ableiten, die eine der Wahrscheinlichkeitsverteilung identische Funktion ergeben. Das hängt mit dem experimentellen Charakter der Bestimmung von relativer Häufigkeit zusammen. In [9] hingegen bleibt die Entstehung der Verteilung zweitrangig, entscheidend sind die Merkmale  $F : (-\infty, +\infty) \rightarrow [0, 1]$  und die monotone Steigung, wobei keine strenge Monotonie erforderlich ist ( $\rightarrow$ Definition 3). Die bereits erwähnte Menge der Verteilungsfunktionen  $\mathcal{F} : \mathcal{S} \times \mathcal{S} \rightarrow \Delta^+$  stellt sich als Abbildung des metrischen Raumes  $(S, d)$  in die Familie der Verteilungsfunktionen  $\mathcal{F} \in \Delta^+$  dar.

Die *Dirac-Verteilung*  $H_a : (-\infty, +\infty) \rightarrow [0, 1]$  mit der exakten Angabe des Abstands  $a$  für das Eintreten des Ereignisses „minimaler Abstand“ bildet in gewisser Hinsicht das Ideal für die Erkennungstechnologien und sei an dieser Stelle kurz erläutert. Mit  $\Delta^+$  als Familie aller Verteilungen  $F \in \mathcal{F}$  und  $H_a \in F$  im Intervall  $(-\infty, +\infty)$  ergibt sich dann die folgende Defintion.

---

<sup>4</sup>Karl Menger führte 1942 statistische metrische Räume ein

$$H_a(u) = \begin{cases} 0 & \text{für } u \in (-\infty, a], \\ 1 & \text{für } u \in (a, \infty). \end{cases} \tag{2.29}$$

Mit Gleichung 2.29 entsteht also die **schärfste** Abgrenzung, die überhaupt im metrischen Raum  $(S, d)$  möglich ist ( $\rightarrow$ [12]). Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_x$  liefert einen  $\delta$ -Impuls mit dem Gewicht 1 an der Stelle  $a$ . Abb. 2.15 zeigt beide Funktionen mit den zugehörigen Parametern und einer möglichen Skalarfeldanordnung für den genannten Fall. Das Problem im Umgang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen bzw. -dichten besteht jedoch in der Tatsache, daß sie in der Regel nicht zur Verfügung stehen. Umso wichtiger erweist sich die Einschätzung in [9] und [13], daß die Häufigkeitsverteilungen als Maß für die Wahrscheinlichkeitsverteilung zulässig sind. Die Anzahl innerhalb eines noch so kleinen betrachteten Distanzintervalls kann aufgrund der Abbildung in  $\mathbb{R}^+$  keinen negativen Wert annehmen, wodurch die Forderung nach Monotonie erfüllt ist.

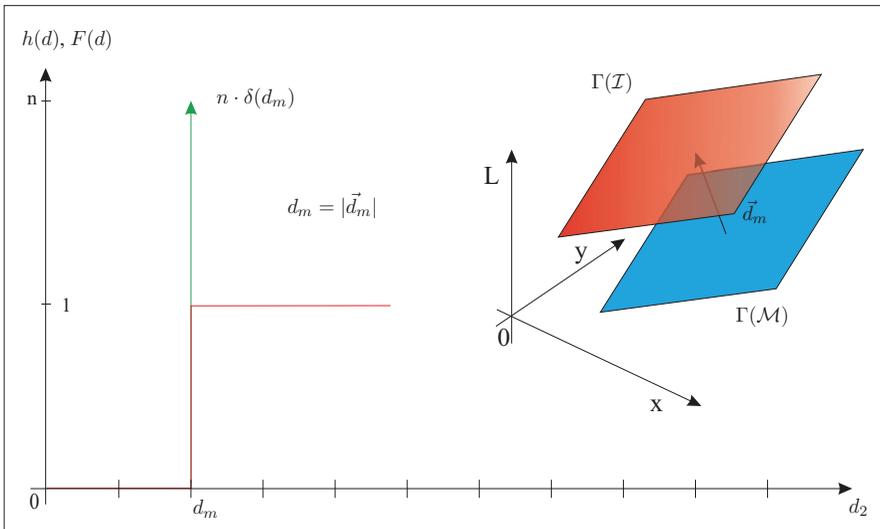


Abbildung 2.15: Wahrscheinlichkeitsdichte und -verteilung am Beispiel von  $\delta$

Die Grundlage zur Bestimmung der Verteilungsfunktion bietet das Distanzvektorfeld nach Gleichung 2.20 mit seiner Repräsentation in Kugelkoordinaten für  $r$  bzw.  $x, y$  und  $L$  in kartesischer Darstellung. Die Winkelverteilungsdichten  $p_\phi$  und  $p_\theta$  ergeben sich entsprechend unter Einbeziehung von  $p_r$  und  $p_L$  ( $\rightarrow$ Abschnitt 4.2). In der Literatur sind verschiedene Bezeichnungen für die funktionalen Zusammenhänge gebräuchlich. So kommen Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit  $F$ , die Wahrscheinlichkeit mit  $P$  und deren Dichtefunktionen  $f$  oder  $p$  vor ([13] [9] [14]). Zur Vermeidung von Inkonsistenz werden in den weiteren Erörterungen nur noch  $F$  als Wahrscheinlichkeitsverteilung und  $p$  als deren Dichtefunktion sowie  $P$  als Angabe einer bestimmten Wahrscheinlichkeit genutzt. Zwar findet der Parameter  $p$  in dieser Arbeit bereits zur Festlegung der Metrik Verwendung, bezieht sich aber in diesem Zusammenhang nur auf den Abschnitt 2.1.

Die Abbildung einer Häufigkeit in den Bereich der reellen Zahlen, dem auch das Distanzmaß  $d$  angehört, geht mit den in [9] [16] [10] [11] und [3] erläuterten Zusammenhängen weit über ein Hilfsmittel zur Begutachtung der Qualität einer Distanztransformation hinaus. Die Frage der Verlässlichkeit eines einzelnen Distanzvektors wird daher in den weiteren Untersuchungen immer auch mit der zugehörigen Verteilungsfunktion verknüpft.

**2.3.3 Hausdorff-Distanz und Häufigkeitsverteilung**

Der Ort der maximalen Abweichung besitzt für die Bestimmung der HD keine Bedeutung. Daher eignet sich die Distanzverteilung  $F_d(d) \in \mathcal{F}$  als eine Interpretation des Ergebnisraumes vom Zufallsprozeß *Distanztransformation*. Aus den Messungen läßt sich die Häufigkeitsverteilung  $h(d)$  als Maß von  $F_d(d)$  bzw. deren Dichtefunktion  $p_d(d)$  ermitteln. Das vom Muster  $\mathcal{M}$  und den Distanzvektoren  $\mathcal{D}$  eingeschlossene Volumen wird durch den mittleren Fehler  $\bar{d}$  der Verteilungsdichte  $p_d(d)$  repräsentiert ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.2). Somit lassen sich  $\bar{d}$  und  $d_h$  von verschiedenen Prozessen in die Betrachtungen einbeziehen.

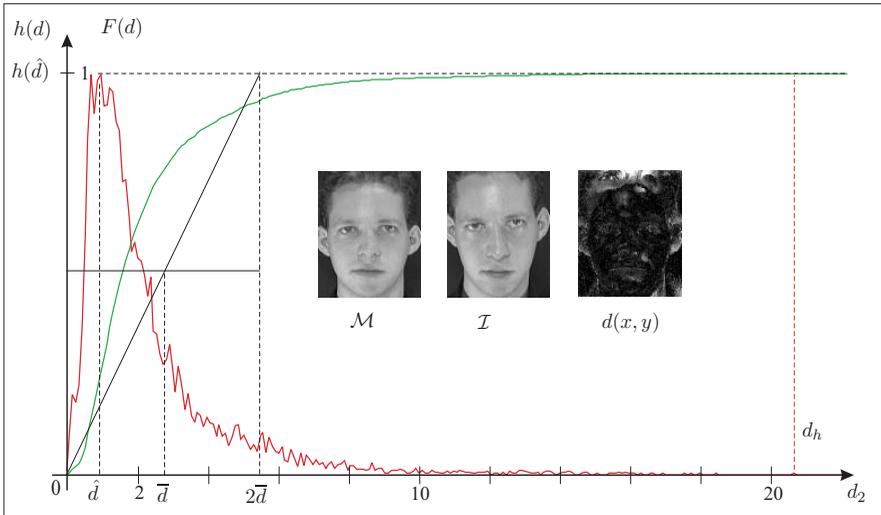


Abbildung 2.16: Verteilung mit Fehlerbild der Norm über der Fläche

Die Normierung der Verteilung auf die Anzahl der Elemente ermöglicht den direkten Vergleich der Ergebnisse von Distanztransformationen mit Mustermengen verschiedener Größe. Das Maximum von  $p_d(d)$  mit  $\hat{d}$  als zugehörige Distanz repräsentiert den wahrscheinlichsten Wert für das Ereignis  $d \leq \hat{d}$ . Abb. 2.16 enthält zusätzlich die Dichtefunktion einer Gleichverteilung. Diese entspricht der Wahrscheinlichkeit, mit der ein beliebiges Element von  $\mathcal{M}$  die Einhüllende berührt. Für alle Bildpunkte wäre dieses Ereignis ohne weitere Vorkenntnisse gleich unwahrscheinlich, was der Vorstellung von Verteilungsdichten natürlicher Prozesse widerspricht ([13] [12]). Spätestens in dieser Darstellung zeigen sich die Vorteile der Betrachtung von  $d(\mathcal{D})$  im Gegensatz zur alleinigen Begutachtung der gerichteten Distanz  $d_h$  bzw. einer auf die  $d_h$  bezogene Fehlverteilung.

Im Falle eines angepaßten Umrechnungsfaktors  $c_L$  und gleicher Ausdehnung der Vergleichsmengen erscheint  $T$  als Einheitsmatrix ohne Translation. Die Korrektur von Helligkeitsunterschieden der Bilder erfolgt über die Mittelwerte der Merkmalskomponente von  $\mathcal{D}$  ([15] [10]). Mit diesen Einschränkungen sind das Maximum der Verteilung sowie dessen zugehörige Distanz  $\bar{d}$ , der mittlere Fehler  $\bar{d}$  und ggf. die gerichtete HD als Maß für die Ähnlichkeit geeignet ([2] [6]).

Den Einfluß von  $c_L$  auf das Fehlervolumen zeigt Abb. 2.17 mit den gleichen Mengen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$ . Die Erhöhung von  $c_L$  und somit des Fehlereinflusses des Merkmals geht mit einer Vergrößerung der mittleren Distanz einher. Ein Extrem stellt die Kurve mit  $c_L = 0.03125$  dar, die praktisch nur den geometrischen Versatz im Merkmal der Vergleichsmengen repräsentiert. Dieser Vorgang geht mit  $\{c_L \rightarrow 0\}$  in die Differenz der ortsgebundenen Merkmale zweier Bilder über, in der keine nachbarschaftlichen Beziehungen mehr berücksichtigt werden.

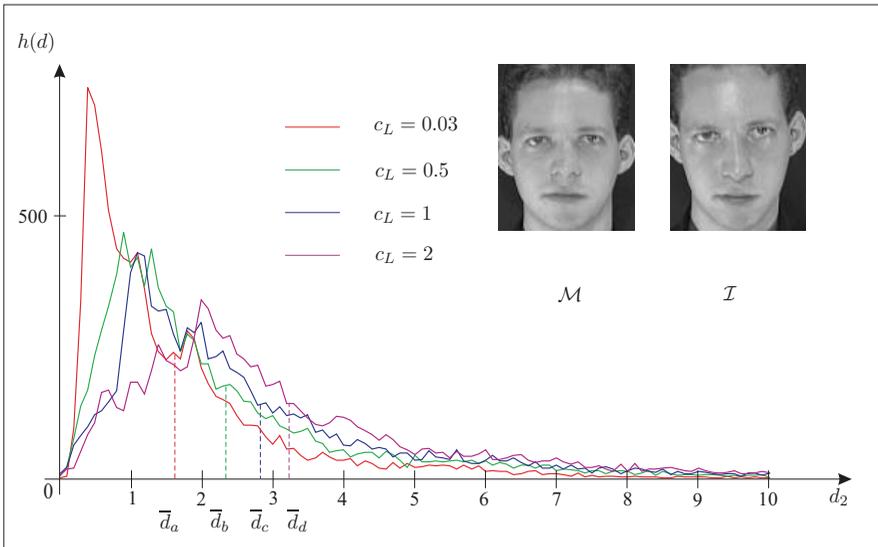


Abbildung 2.17: Distanzverteilungen mit unterschiedlichen Umrechnungsfaktoren

Die Beurteilung der Häufigkeitsverteilung anhand von  $\bar{d}$  liefert nur dann brauchbare Ergebnisse, wenn  $q$  an Inhalt und Ausdehnung der Mengen angepaßt wurde und die Transformation  $T$  den geringstmöglichen Versatz im Sinne der Distanz verursacht. Eine systematische Parametervariation bis zum Erreichen eines absoluten Maximums in der Nähe von  $d = 0$  als beste Näherung für Identität scheint unumgänglich.

Hier mag die Ursache dafür liegen, daß die in der Literatur verfolgten Ansätze tatsächlich auf einer Parametervariation auf der Grundlage der Beurteilung von  $d_h$  basieren. Das folgende Kapitel beleuchtet die technischen Umsetzungen unter dem Aspekt der bisherigen Ausführungen.

## 3 Konzepte zur Ähnlichkeitsanalyse

*Im vorangegangenen Kapitel wurden die Eigenschaften des Konzepts der Hausdorff-Distanz im praktischen Einsatz dargelegt. Die notwendige systematische Variation der Abbildung zur Überwindung der erwähnten Empfindlichkeit gegenüber geometrischer Auslenkung steht im Mittelpunkt technischer Realisierungen. Die in Bezug auf das weitere Vorgehen wichtigsten Konzepte werden an dieser Stelle eörtert.*

### 3.1 Einbeziehung der Hausdorff-Distanz in die Ähnlichkeitsanalyse

Die Begutachtung von Ähnlichkeit entspricht in der Bildverarbeitung einer Vergleichsoperation zwischen einem Videoausschnitt und einer Musterregion, in der die Eigenschaften der Abweichungen eine Rolle spielen ( $\rightarrow$ [3][2][6][29]). In der Systemtheorie stehen dabei statistische Kennwerte der Vergleichsmengen im Vordergrund, die eine Beurteilung der Frage nach Linearkombinationen von Signalen ermöglichen ([13] [14]). Die vertiefende Beschäftigung mit dem Ähnlichkeitskriterium *Hausdorff-Distanz* geht in vielen Veröffentlichungen auf die Arbeiten von Daniel Huttenlocher zurück ([3]). Darin stehen Kantenbilder und allgemein binär zweidimensional darstellbare Merkmale im Vordergrund ([3] [27] [24]). Erst darauf hin wurde die Frage nach der Einbeziehung von Grauwerten überhaupt aufgeworfen ([2] [6]). In [3] und den darauf basierenden Arbeiten begegnen die Verfasser den Problemen im Umgang mit der HD in der nachfolgend beschriebenen Weise. Dabei wird die Notation der angegebenen Literatur beibehalten, die aber teilweise von der in Kapitel 2 eingeführten abweicht.

#### 3.1.1 Ähnlichkeit von binarisierten Kantenbildern

Das in [3] dargelegte Konzept beruht auf der geometrischen Nähe von Objektkanten als Merkmal. Mit dieser Einschränkung verlagert der Autor die Problematik der Anpassung von Geometrie und Merkmal komplett in das Kantenfilter. Die Distanztransformation berücksichtigt dann nur noch Bildelemente  $\vec{m} \in \mathcal{M}$ , für die  $L_m = 1$  mit  $L_m = \{0, 1\}$  gilt.

$$t(\vec{x}) = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Einführung einer Transformation  $t = t(t_x, s_x, t_y, s_y)$  ermöglicht eine Verformung im Sinne von Skalierung und Translation des Musterbildes. Somit entspricht  $t$  der in Kapitel 2 eingeführten Transformation  $T$  mit den Modifikationen nach Gleichung 3.1. Daraus ergibt sich eine leichte Abwandlung der Formeln gegenüber Gleichung 2.11 für die Bestimmung der gerichteten bzw. allgemeinen HD.

$$t(b) = (s_x \cdot b_x + t_x, s_y \cdot b_y + t_y) \quad (3.2)$$

$$h(A, t(B)) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - t(b)\| \quad (3.3)$$

$$h(t(B), A) = \max_{b \in B} \min_{a \in A} \|t(b) - a\| \quad (3.4)$$

$$H(A, B) = \max(h(A, t(B)), h(t(B), A)) \quad (3.5)$$

Um die in realen Bildern enthaltenen Abweichungen vom Modell und seiner projizierten Entsprechung im Videobild zu beurteilen, setzen die Autoren in [3] auf die Klassifizierung des Fehlers in Intervallen. Diese als *partial distance* bezeichnete Intervallgrenze folgt der im Kapitel 2 beschriebenen Betrachtung der Fehlerverteilung. Verdeckungen und von der zugelassenen Transformation abweichende Projektionen wirken sich auf diese Weise weniger störend auf das Ergebnis aus. Dieses Ergebnis enthält einen möglichst geringen Wert der Fehlerverteilung bezüglich einer meist willkürlich gewählten Intervallgrenze, beispielsweise 90% aller Merkmalspunkte von  $B$ .

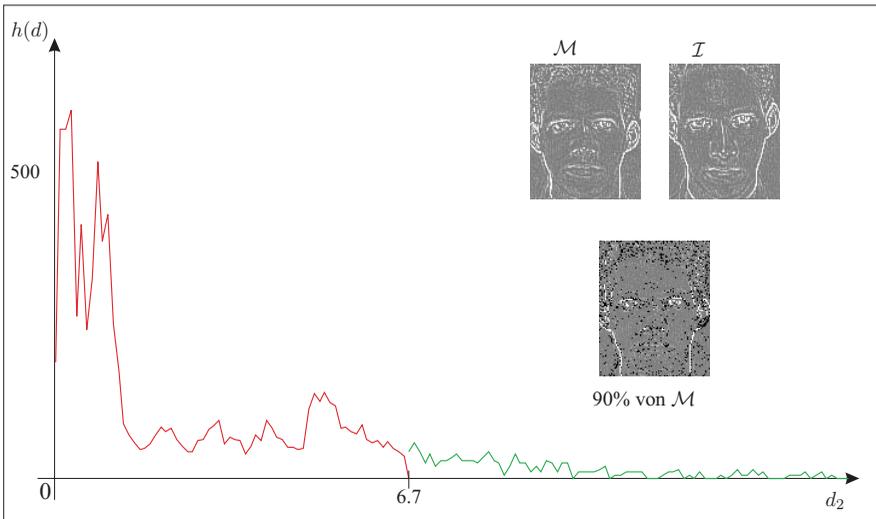


Abbildung 3.1: Mustersuche im Kantenbild

Abb. 3.1 zeigt die Distanztransformation im Kantenbild mit Verteilungsfunktion und Kennzeichnung unzuverlässiger Bildpunkte. Die bidirektionale Operation zur Bestimmung der HD muß die Grenzen des Zielgebietes in der Menge  $B$  aufgrund des bereits beschriebenen Anpassungsproblems einhalten ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.2). Mit dieser Maßnahme kann dann eine Einschätzung der Frage erfolgen, welche Teile von  $B$  tatsächlich in  $A$  enthalten sind. Der Abweichung liegt die berechnete Transformation zugrunde, die ebenfalls einem Teil des Results entspricht. Mit einem Multiresolution-Ansatz finden auch globale Merkmale und höhere Skalierungsgrade bzw. Translationen Berücksichtigung. Ausgangspunkt bildet ein Beweis, nach dem in der Nähe großer Abweichungen auch keine sehr kleinen Distanzen zu erwarten sind, welche als HD einer großen Teilmenge erscheinen könnten ([3]). Damit läßt sich eine globale Hypothese für den Feinabgleich schätzen.

### 3.1.2 Eine Erweiterung auf Graubilder

Eine Reduktion von Merkmalen wie Kanten usw. auf Binärbilder zieht auch immer Probleme nach sich, die zum Großteil vom Merkmalfilter selbst stammen können. Mit dem ursprünglichen Merkmalsraum „Grauwerte über der Ebene“ wurde daher in [2] experimentiert. Ein wesentlicher Vorteil der Einbeziehung der Grauwerte äußert sich in der hohen Informationsdichte gegenüber Kantenbildern und der daraus resultierenden Aussagekraft der gerichteten HD. Somit entfällt ein kompletter Berechnungszyklus, wobei die Einbeziehung der Grauwerte auch mit der gerichteten Operation einen sehr viel höheren Aufwand als das Verfahren nach [3] verursacht. Das in der vorliegenden Dissertation beschriebene Verfahren basiert auf der konsequenten Weiterentwicklung des Modells in [2] und [6]. Die Anpassung der Mengen im  $\mathbb{R}^3$  erfolgt in [6] mit den Faktoren  $\epsilon_r$  und  $\epsilon_c$  für die Geometrie und  $\epsilon_g$  in der Merkmalskomponente. Die Besonderheit besteht in der Anwendung der Transformation nach Gleichung 3.6 auf  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$ . Somit entsprechen die  $\epsilon$  der Komponenten in ihrer Auswirkung dem Bewertungsfaktor  $c_L$ .

$$T(\vec{m}) = \begin{pmatrix} \epsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_c & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_g \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Von einer Translation in die AOI wird bei Anwendung von Gleichung 3.6 bereits ausgegangen. Die Bestimmung des Minimums der Distanzen erfolgt auch in diesen Veröffentlichungen mit Hilfe einer systematischen Variation der Parameter ohne Ausnutzung des Richtungscharakters des Distanzvektorfeldes, dessen Berechnung zur Angabe der HD in jedem Falle erforderlich bleibt. Ein Schwellwert  $\tau \leq d_h$  gibt den Grad der Ähnlichkeit vor, für den die beste Transformation im Sinne einer Annäherung an  $\tau$  zu finden ist.

### 3.1.3 Wahrscheinlichkeit und Distanzverringern

Viele Publikationen widmen sich auch dem hohen Berechnungsaufwand und dessen Minimierung. Das in [28] genutzte Wahrscheinlichkeitsmodell beschränkt sich auf die Translation von  $\mathcal{M}$  innerhalb  $\mathcal{I}$  zur Berechnung von  $d_h$ . Anhand einer Normalverteilungsdichte in Abhängigkeit von der geometrischen Anpassung werden die Erfolgchancen geschätzt, mit denen sich ein noch geringerer Wert für  $d_h$  erzielen läßt. Dieses Verfahren ergänzt die in [3] vorgeschlagene *Multi-Resolution-Analysis* um ein weiteres Kriterium.

$$p(D_i, t) = k_1 + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{D_i^2}{2\sigma^2}} \quad (3.7)$$

Dieses Modell geht davon aus, daß ein Merkmal  $m \in \mathcal{M}$  in Abhängigkeit von der Translation  $t$  und der Streuung  $\sigma$  normalverteilt ist. Die Dichtefunktion  $p(D_i, t)$  enthält im Gegensatz zur Normalverteilung aber noch einen additiven Anteil, der auch für sehr hohe Werte der Distanz  $D_i$  eine gewisse Wahrscheinlichkeit vorsieht. Die Distanz  $D_i$  stellt hierbei den Abstand eines Modellpunktes  $\vec{m}$  zum nächstliegenden Punkt  $\vec{i}$  in Abhängigkeit der Translation  $t$  dar. Die HD dient der Abschätzung der Anzahl der einzubeziehenden Bildpunkte. Mit Hilfe der bedingten Wahrscheinlichkeit und Annahme, es handle sich bei den Distanzen  $D_i$  um unabhängige Variablen läßt sich ein Maximum nach der *Maximum-Likelihood*-Verfahren bestimmen. Damit wird die wahrscheinlichste Translation für eine geringe Distanz ermittelt, ohne eine vollständige Parametervariation durchzuführen.

In [30] verzichtet der gleiche Autor ganz auf den Einsatz der HD und nutzt nur die Distanzen  $D_i$ , welche den Normen des Signals  $\mathcal{D}$  gemäß Kapitel 2 entsprechen. Auch die Verarbeitung von Graubildern mit Hinweis auf einen Umrechnungsfaktor zur Normierung der Merkmalskomponente steht in diesem Zusammenhang zur Diskussion.

### 3.2 Modifizierte Hausdorff-Distanz und Korrelationsmethoden

Zwar gilt die HD in entsprechenden Stellen in der Literatur ([10] [3] [11] [2]) als das mathematische Ähnlichkeitskriterium. Die Probleme bezüglich der HD gegenüber Versatz der Projektion und Fehlstellen im Muster führten jedoch zu einigen Modifikationen von Hausdorffs ursprünglichen Ansatz. Die Beurteilung des Distanzvektorfeldes mit statistischen Methoden in [5], [23] und [24] bezieht sich auf die Grundlage der Hausdorff-Distanz. In diesem Zusammenhang entsteht ein neues Distanzmaß, wie in den Gleichungen 3.8 und 3.9 erkennbar. Die in [23] eingeführten Bezeichnungen *Hausdorff-Average*, *weighted Hausdorff-Distance* bzw. *modified Hausdorff-Distance* stellen wie die in [24] beschriebene *Chamfer-Distance* kein Maximum der Distanz zweier Mengen mehr dar. Es handelt sich vielmehr um die gewichtete Summe der Einzelabweichungen. Die Merkmale  $t$  entstammen der Menge  $T$  und haben den Abstand  $d_I(t)$  zum entsprechenden Merkmal im Videobild  $I$ .

$$D_{\text{chamfer}}(T, I) = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} d_I(t) \quad (3.8)$$

$$h_{\text{mod}}(A, B) = \frac{1}{|A|} \sum_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\| \quad (3.9)$$

Die Gegenüberstellung von Gleichung 3.8 mit Gleichung 3.9 zeigt, daß die *Chamfer-Distance* dem Mittelwert der Distanzverteilung von  $d(\mathcal{D})$  entspricht. Auch wenn tatsächlich kein Maximum der Einzeldistanzen berechnet wird, so entspricht die Mittelwertbildung exakt dem mittleren Fehler  $\bar{d}$  einer Häufigkeitsverteilung der Normen des Distanzvektorfeldes. Auch die Einführung einer anderen Metrik stellt keine prinzipielle Neuerung dar.

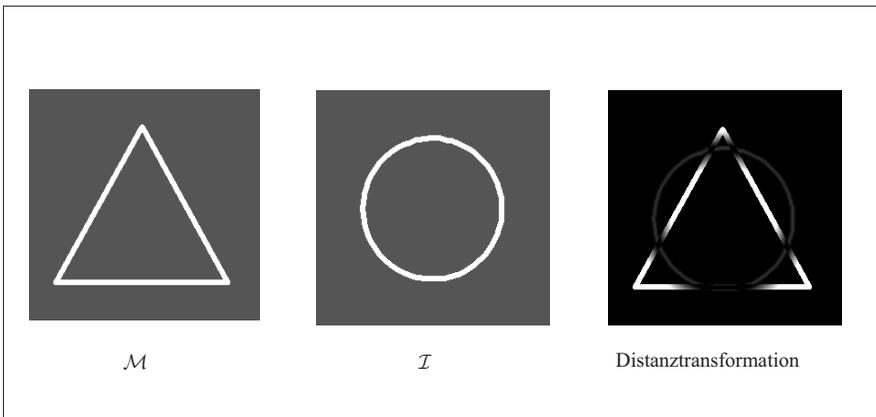


Abbildung 3.2: Distanztransformation von Umrissen

Abb. 3.2 illustriert die in [24] vorgeschlagene Distanztransformation von Gestalt und Umrissen. Die Forderung nach einer exakten Projektion des Musters in das Videobild besteht weiterhin. Da hier die Distanz  $d$  direkt als Grauwert der Ebene zugewiesen werden kann, eignet sich eine Varianzanalyse zur Entscheidungsfindung.

Die Eigenschaften des genutzten Kantenfilters bestimmen maßgeblich die Genauigkeit des Verfahrens. Der Rauschanteil im Fehlerbild, also im Ergebnis der Distanztransformation, läßt sich dann als Maß für die Gesamtabweichung von der vorgegebenen Gestalt verwenden. Die Eigenschaft der Rekonstruktion der Zielregion führt zu weiteren Untersuchungsmöglichkeiten.

### 3.2.1 Korrelation und Distanztransformation

Die Gemeinsamkeiten mit Korrelationstechniken und Kreuzvarianzfunktionen zeigen sich gerade in der Betrachtung der Distanzverteilung. Der Zufallsprozeß „Mustervergleich“ liefert ein skalares Gütemaß aus dem Erwartungswert des Skalarprodukts der Zustandsvektoren [13] [12]. Der vereinfachte Fall der Momentaufnahme von  $n$  Grauwerten ist in Gleichung 3.10 zu sehen. Diese Darstellung weist enge Verwandtschaft zum mittleren quadratischen Fehler auf, der als **Matching-Kriterium** eine dominante Stellung in der Bildverarbeitung einnimmt ([15]). Die Kreuzkorrelationsfunktion im Ortsbereich  $s_{xy}$  stellt sich mit diskreten Werten nach Gleichung 3.10 dar ([13]).

$$s_{xy}(t) = \sum_{m=0}^{n-1} x_m(t) \cdot y_m \quad (3.10)$$

$$mse = \sum_{m=0}^{n-1} (x_m(t) - y_m)^2 \quad (3.11)$$

Die Transformation  $t$  führt dann zu einem optimalen Ergebnis im Sinne der Fehlerverminderung, wenn der Mischterm  $\sum x_m(t) \cdot y_m$  einen minimalen bzw.  $s_{xy}$  einen maximalen Wert annimmt. Im Falle von eindimensionalen Signalen entspricht  $t$  dann einer zeitlichen Verschiebung. Mit  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^2$  und  $L(\vec{x}), L(\vec{y}) \in \mathbb{R}$  als Komponenten dieser Vektoren gilt die Darstellung für korrespondierende Stützstellen auf der Fläche. In der Notation der Berechnung der Hausdorff-Distanz bedeutet dies mit  $\{q_x \rightarrow 0\}$  einen verschwindenden Bewertungsfaktor, der den geometrisch nächsten Punkt in die Berechnung von  $(L_x - L_y)_m$  einbezieht.

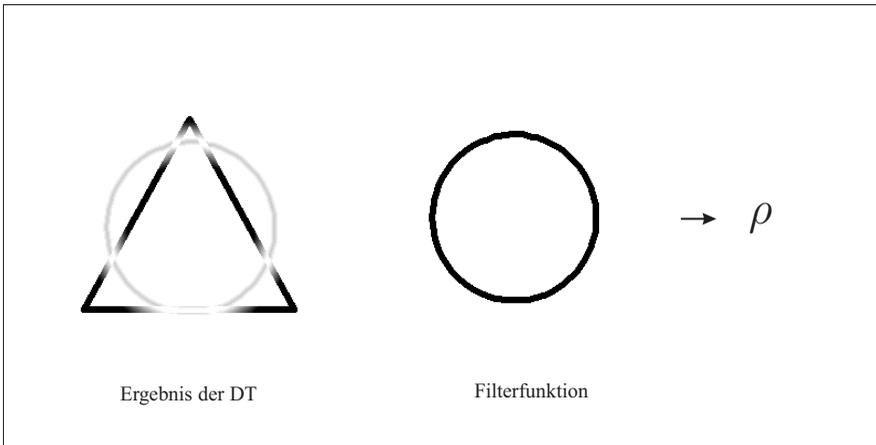


Abbildung 3.3: Interpretation als Kreuzkorrelationsfilter

Eine systemtheoretische Interpretation zeigt Abb. 3.3, in der das Muster  $\mathcal{M}$  eine Filterfunktion nachbildet, deren Erregung durch  $\mathcal{I}$  ein Maximum erzeugen soll. Die Suche nach einer im Sinne der HD optimalen Abbildung  $t$  des Modells in das Videobild wirft auch die Frage nach der am besten geeigneten Interpretation der Verteilungsfunktion, die zuvor beschrieben wurden. In [23] fällt die Wahl auf die Methode der mittleren Distanz, als *Hausdorff-Average* bezeichnet. Aus systemtheoretischer Sicht überrascht diese Einschätzung kaum, da die integrierende Wirkung einer Mittelwertbildung den Einfluß der HD verringert. Die Auflösung und Detailschärfe wurde wegen des Einsatzes von Kantenbildern nicht behandelt.

### 3.3 Der bestehende Problemkatalog und Lösungsansätze

Die vorgestellten Technologien basieren auf dem Konzept der Hausdorff-Distanz. Die Praxis zeigt aber auch, daß ein Distanzmaximum nach Hausdorff vielen Fehlereinflüssen unterworfen sein kann. Die Auswirkungen der Extreme werden entweder durch Ausschluß der fehlerverursachenden Teilmengen oder mit Hilfe einer Mittelwertbildung verringert. Daher teilen sich die Verfahren im Wesentlichen in zwei Vorgehensweisen ([3] [24]).

Als Ergebnis erscheint ein Distanzwert, der einer zuvor eingeführten Schwelle möglichst nahe kommen soll. Daraus ergibt sich das Problem einer Kalibrierung des Verfahrens. Außerdem hängt der Distanzwert in hohem Maße von der korrekten geometrischen sowie inhaltlichen Anpassung ab. Zudem sind umfassende Gegenüberstellungen zwischen technischer Ähnlichkeit und subjektivem menschlichen Empfinden in der gesichteten Literatur bezüglich der HD nicht vorgenommen worden ([3] [24] [2] [6] [23]).

Aus den bisherigen Darstellungen wird deutlich, daß alle erwähnten Publikationen **nicht** direkt mit der Hausdorff-Distanz nach Gleichung 2.11, sondern mit der Distanzverteilung gemäß Abb. 2.8 arbeiten. Die Grundlage hierfür bildet das Signal  $\mathcal{D}$  gemäß Abschnitt 2.1. Ausgehend von einer Beurteilung des DVF  $\mathcal{D}$  hinsichtlich des Informationsgehaltes stellt sich die Frage nach einer automatisierten Verringerung der Distanzen auf der Grundlage der enthaltenen Richtungsinformation. Es existieren in der Literatur jedoch keine Hinweise auf einen vektorbasierten Minimierungsmechanismus zur Verringerung des Versatzes. Mit einem derartigen Verfahren ließe sich die **systematische Parametervariation** weitgehend vermeiden, sofern eine günstige Anfangsbedingung in Form von  $T$  vorliegt. Der zweite wesentliche Aspekt dieser Arbeit widmet sich der Beschleunigung der Bestimmung des Signals  $\mathcal{D}$  mit Hilfe eines Einsatzes von Hardware. Ein flexibler und schneller Distanzprozessor liefert die Grundlage aller Betrachtungen in Zusammenhang mit der Distanzverteilung und ermöglicht eine universelle Untersuchung.

Im folgenden Kapitel steht das in Abschnitt 2.2 eingeführte Signalmodell der Abweichungen nach Abb. 2.13 im Mittelpunkt. Die Beschreibung der technischen Umsetzung schließt sich im Kapitel 5 an. Die Ergebnisse der weiterentwickelten Technologie aus [3] und [2] werden in Kapitel 6 diskutiert.

## 4 Die Beurteilung des Distanzvektorfeldes

*Das Vektorfeld der minimalen Abstände zweier Mengen bildet die Grundlage der weiteren Betrachtungen. In diesem Kapitel steht der Informationsgehalt des Ergebnisses dieser Distanztransformation im Mittelpunkt. Die Randbedingungen einer technischen Umsetzung der zuvor als Zufallsprozeß charakterisierten Distanzbestimmung werden diskutiert. Zum besseren Verständnis des Distanzprozessors erfolgt daher eine ausführliche Beschreibung der wesentlichen Eigenschaften des gewählten Ähnlichkeitskriteriums.*

### 4.1 Das Distanzvektorfeld als Informationsträger der Abweichung

Ein entscheidender Aspekt der Bestimmung der Hausdorff-Distanz findet in der Literatur wenig Beachtung, die Nutzung der Richtungsinformation in den Vektoren von  $\mathcal{D}$  ([3] [2] [6]). Diese Vektoren  $\vec{d} \in \mathcal{D}$  legen mit ihrer Norm nicht nur das eingeschlossene Fehlervolumen fest, sie weisen auch in die Richtung einer Verringerung. Die Randbedingungen einer Korrektur zur Fehlerminimierung bilden die affine Transformation  $T$  im  $\mathbb{R}^3$  und der Umrechnungsfaktor  $c_L$ , der auf  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  gleichermaßen anzuwenden ist.

In Abschnitt 2.1 wurde der Einfluß der Metrik auf die Distanzvektoren bereits erörtert. In Hinblick auf die schaltungstechnische Umsetzung bedarf es in diesem Zusammenhang einer Erweiterung der Betrachtungen auf Unterschiede bezüglich  $d_1$  und  $d_2$  im  $\mathbb{R}^3$ . Für die Nutzung der  $l_1$ -Norm bildet die Abschätzung einer mittleren Abweichung zwischen den Distanzen gemäß  $d_1$  und  $d_2$  eine wichtige Größe. Der errechnete und maßtechnisch nachweisbare Faktor von 1.06 im Falle normalverteilter Signale ermöglicht eine Gleichbehandlung beider Metriken. (→Abschnitt 4.1.1/S. 55)

Normalverteiltes Rauschen bildet auch die Grundlage der Untersuchungen zum Restfehlersignal entsprechend dem Modell der Beschreibung von Abweichungen nach Abb. 2.13. Sind Deformation oder nichtlineare Einflüsse vernachlässigbar, besteht  $\mathcal{D}$  aus normalverteilten Komponenten. Theoretische Verteilungsdichten in beiden Metriken, ein Wahrscheinlichkeitsmodell für das Auftreten von Distanzwerten und deren Nachweis mit Hilfe der Distanztransformation sind die Schwerpunkte der Beurteilung des Rauschanteils. (→Abschnitt 4.2/S. 58)

An die Betrachtung des als Restfehler angenommenen Rauschens nach Korrektur aller Abweichungen schließt sich die Frage nach den Auswirkungen von Deformation an. Hier wird eine Modellierung über eine endliche Anzahl örtlich begrenzter Normalverteilungen bezüglich der Komponenten vorgeschlagen, die mit ihren Standardabweichungen den resultierenden Fehler verursachen. Gleichzeitig ermöglicht diese Interpretation eine Strategie zur Verminderung der Abweichung. (→Abschnitt 4.3/S. 67)

Eine Korrekturtransformation soll die affine Transformation im  $\mathbb{R}^3$  kompensieren, um die Beurteilung der Ähnlichkeit zu verbessern. Diesem Ziel dient eine Schätzfunktion zur Verminderung des mittleren quadratischen Fehlers. Die entstandene Korrekturtransformation verringert die Varianzen der Einzelprozesse und verändert auf diese Weise die Häufigkeitsverteilung  $h(d)$ . Grundlage der genutzten Transformation bildet die Richtungsinformation in  $\mathcal{D}$ . Eine Regelschleife zur wiederholten Anwendung der Korrektur verlangt eine signifikante Beschleunigung der Berechnung der Distanzvektoren. (→Abschnitt 4.4/S. 72)

Die Ausführungen der Kapitel 2 und 3 zu den Beurteilungsmöglichkeiten der Distanztransformation lassen sich nach der in Abb. 4.1 dargestellten Weise systematisieren. Der vektorielle Prozeß und die damit verbundene Analyse des DVF stellen die Neuerungen dar. Die Grundlage der Untersuchungen bildet der Distanzprozessor.

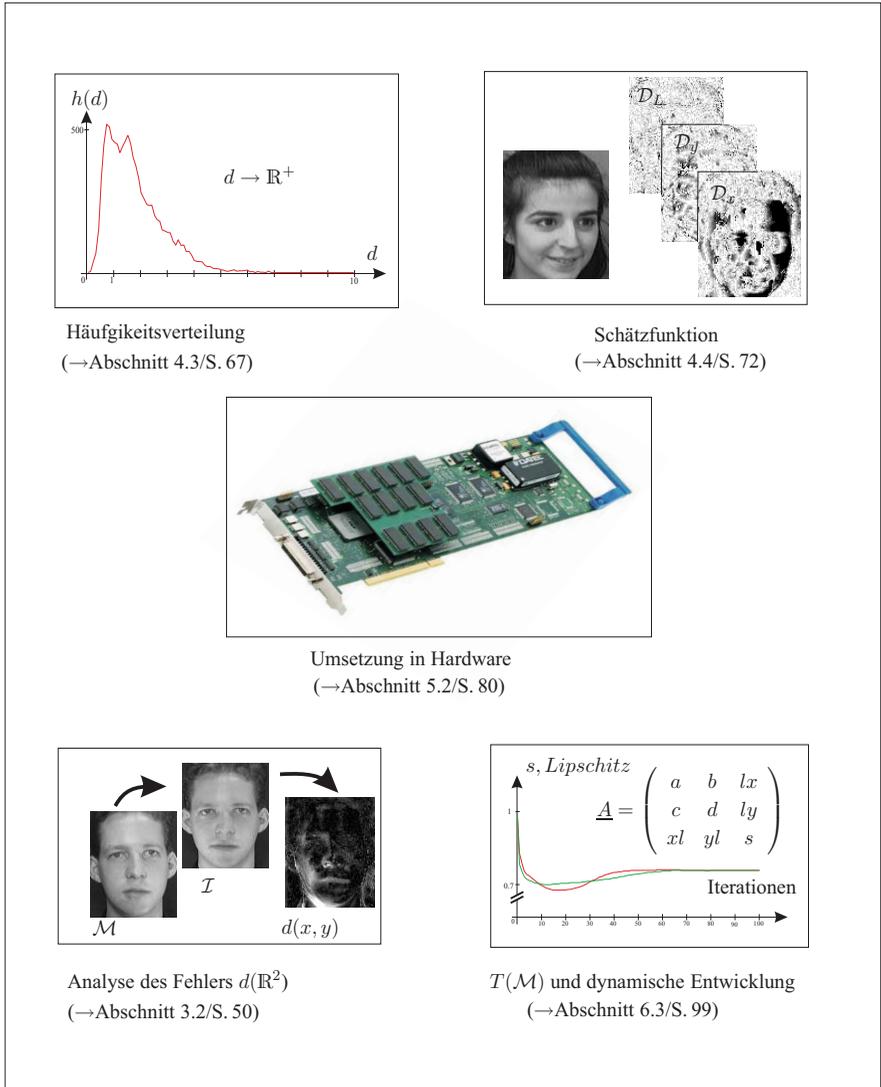


Abbildung 4.1: Beurteilungsmöglichkeiten einer Distanztransformation

### 4.1.1 Einfluß der Metrik auf die Distanzverteilung

Der im Abschnitt 2.1 als Distanztransformation charakterisierte Zufallsprozeß wirkt sich natürlich auch auf die Komponenten des Distanzvektors  $\vec{d}$  aus. Das Signal  $\mathcal{D}$  entsteht schließlich **unter der Bedingung**, daß es sich bei den Normen um den Abstand beider betrachteter Skalarfelder  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  an der jeweiligen Stelle handelt. Da hierbei die Bildung der Norm von  $\vec{d}$  als ein von den Komponenten abhängiges Ereignis zu betrachten ist, stellt sich die Frage nach dem Einfluß der Metrik auf die statistischen Kennwerte. Dazu sei normalverteiltes Rauschen im Merkmal vorausgesetzt. Bei derartigen Signalen ergibt sich mit zwei Zufallsprozessen als Figur für die Schnittebene der gleichen Wahrscheinlichkeitsdichte eine Ellipse ( $\rightarrow$ [12]). Diese Argumentation führt unter Nutzung dreier Zufallssignale gleicher Standardabweichung  $\sigma$  zu einer Kugel **gleicher Wahrscheinlichkeitsdichten**. Die Unabhängigkeit der Koordinaten  $x, y$  und  $L$  kann dabei vorausgesetzt werden.

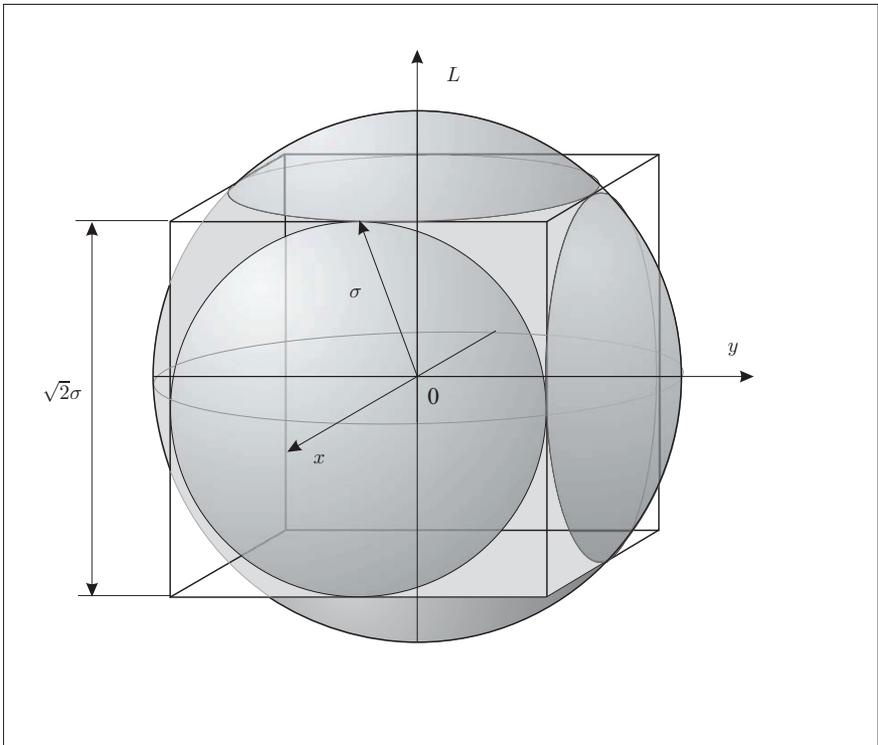


Abbildung 4.2: Darstellung des mittleren Fehlervolumens

Geht man davon aus, daß eine Gaußverteilung vorliegt, die in der Metrik  $d_4$  abgeschätzt werden muß, entspricht das der Grafik in Abb. 4.2 als Erweiterung der Betrachtungen in Abschnitt 2.1. In der euklidischen Metrik läßt sich daraus ein Würfel der Kantenlänge  $\sqrt{2}\sigma$  konstruieren. Die Erweiterung von Gleichung 2.6 ergibt eine Kugel, welche innerhalb des Würfels liegt und dessen Kanten gerade berührt.

Es wird der Radius  $\sigma'$  einer zweiten Kugel gesucht, die zwischen den beiden Extremen  $\sqrt{3}\sigma \geq \sigma' \geq \sigma$  unter Nutzung von  $d_1$  entsteht. Setzt man das Maß für die resultierende Wahrscheinlichkeit mit einem aus dem Radius  $\sigma'$  entstammenden Kugelvolumen an, können  $V_K$  und  $V_W$  zu gleichen Teilen einfließen. Hintergrund bildet die Vorstellung, daß sich ein mittleres Volumen zwischen beiden Metriken mit normalverteiltem Merkmal einstellen wird. Eine Gleichberechtigung der Distanzverteilung zwischen beiden geometrischen Grenzen nach Abb. 4.2 ergibt den Mittelwert beider Volumina als Basis für die resultierende Standardabweichung nach Gleichung 4.3.

$$V'_K = 0.5 (V_K + V_W) \quad (4.1)$$

$$\frac{4}{3}\pi\sigma'^3 = 0.5 \left( \frac{4}{3}\pi\sigma^3 + (\sqrt{2})^3 \sigma^3 \right) \quad (4.2)$$

$$\sigma' = \sigma \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{3}{\pi\sqrt{2}}} \quad (4.3)$$

Die nach Gleichung 2.6 teilweise starken Unterschiede zwischen den Distanzen führen nach der Distanztransformation zu einer durchschnittlichen Abweichung von  $\sigma_1 \approx 1.06\sigma_2$  für normalverteiltes Rauschen. Dieser Faktor kann auch im Experiment in dieser Größenordnung nachgewiesen werden. Die entscheidende Erkenntnis liegt allerdings nicht in der Größe des Faktors selbst, sondern in der geringen Abweichung gegenüber der Nutzung von  $d_2$ . Für den Fall einer kompensierten Deformation sind beide Metriken als gleichwertig zu betrachten.

#### 4.1.2 Der Bewertungsfaktor der Merkmalskomponente

Der zweite wesentliche Parameter der Normbildung nach Gleichung 2.5 tritt als Umrechnungsfaktor von Merkmal zu geometrischer Größe in Erscheinung und wurde als  $c_L$  eingeführt. Die folgenden Ausführungen berühren einen Problemkreis, der aufgrund der Binarisierung im  $\mathbb{R}^2$  in [3], [24], [23] bzw. [5] keine Berücksichtigung findet. Die Abschätzung einer Merkmalsbewertung in [1] führt aber auch in [6] und [30] zu keiner Vorschrift einer Wahl dieses Faktors. Die Behandlung von Ähnlichkeit verlangt insbesondere eine Untersuchung der Auswirkungen von  $c_L$  auf die Extreme völliger Unkorreliertheit bzw. Identität.

Der in der Beurteilung der Metriken  $d_1$  und  $d_2$  genutzte Ansatz der geometrischen Figur als Interpretation der Streuung nach [12] führt in Zusammenhang mit der Standardabweichung aller Komponenten zu einem Ellipsoiden nach Gleichung 4.4. Aufgrund der geringen Unterschiede beider Metriken unter den zuvor genannten Bedingungen erfolgt die Betrachtung anhand der  $l_2$ -Norm. Zur Beachtung sei erwähnt, daß es sich in dieser Darstellung bei  $d_L$  und  $\mu_L$  um Größen aus dem Merkmalsraum  $\mathcal{H}$  handeln soll.

$$1 = \frac{(d_x - \mu_x)^2 + (d_y - \mu_y)^2}{A^2} + \frac{(d_L - \mu_L)^2}{B^2} \quad (4.4)$$

Die Gleichberechtigung der geometrischen Komponenten bildet mit  $(d_x - \mu_x)$  und  $(d_y - \mu_y)$  einen Kreis mit dem Radius  $A$ , dessen quadratischer Mittelwert bezüglich  $\mathcal{D}$  die geometrische Streuung  $\sigma_{x,y}$  repräsentiert ([12] [15] [13]). Es handelt sich hierbei um eine zweidimensionale Normalverteilungsdichte, für die  $\sigma_x = \sigma_y$  gelten soll. Der Parameter  $B$  markiert die maximale Auslenkung der Ellipse in Richtung des Merkmals. Der Einfluß des Faktors  $c_L$  auf die Varianz  $\sigma_L^2$  hängt jedoch sehr stark von den Merkmalen der in die Distanztransformation einbezogenen Mengen ab. Drei Fälle der Bewertung eines normalverteilten Signals  $\mathcal{D}$  sind in Abb. 4.3 illustriert.

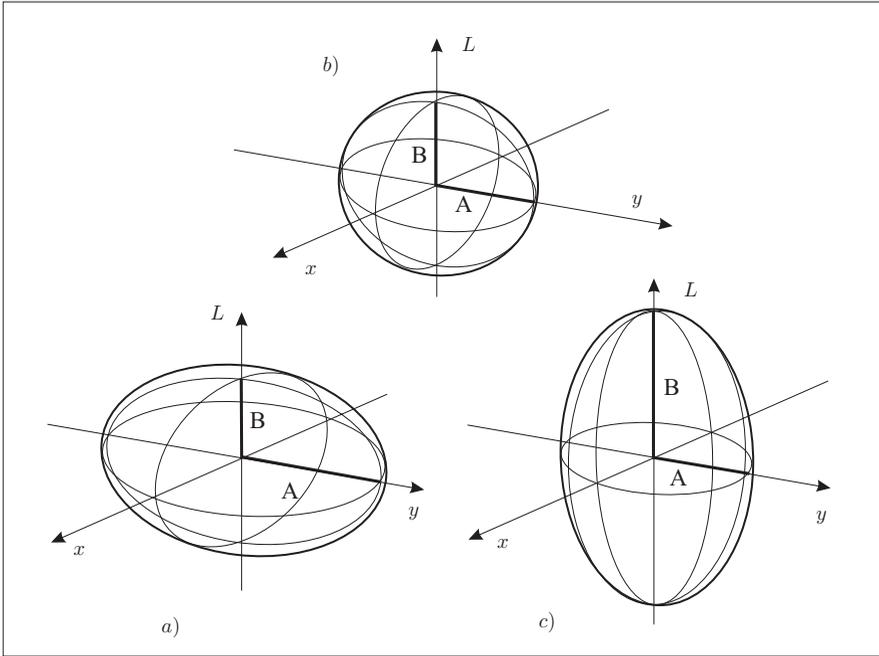


Abbildung 4.3: Ellipsoid der Streuung der Distanzvektoren

Im ersten Fall *a*) verringert  $c_L < 1$  den Merkmaleinfluß und führt zu einer Betonung der geometrischen Abweichung. Die Konsequenz äußert sich in einer drastischen Erhöhung von  $\sigma_L$ . Die Grafik *b*) symbolisiert einen ausgewogenen Einfluß mit  $c_L = 1$  und Fall *c*) eine Varianzverringerng des Merkmals aufgrund eines hohen Bewertungsfaktors mit  $c_L \gg 1$ . Wählt man die Umrechnung des Merkmals mit  $c_L$  sehr hoch, ergibt sich in Richtung *L* ein kleiner Achsenabschnitt der Ellipse. Ein entsprechend großer Wert für *B* läßt sich bei geringerem  $c_L$  beobachten. Dies entspricht auch der Vorstellung der Kompensation einer geringen erlaubten Merkmalsabweichung durch einen größeren Radius um den betreffenden Punkt  $\vec{m}$ .

Für das Signal  $\mathcal{D}$ , das sich durch die Einbeziehung von  $c_L$  in die Normbildung auszeichnet, sind die Figuren nach Abb. 4.3 nur im Falle signifikanter Veränderungen in Abhängigkeit von  $c_L$  entscheidend. Eine Integration des Umrechnungsfaktors in die Merkmalskomponenten von  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{D}$ , wie in Kapitel 2 bereits angedeutet, scheint an dieser Stelle angebracht. Die Komponente  $d_L$  repräsentiert in den folgenden Ausführungen daher immer die mit der Bewertung versehene Differenz der Merkmalskomponenten von  $\vec{v}_{c_L}$  und  $\vec{m}_{c_L}$ . Für die statistischen Momente  $\mu_L$  sowie  $\sigma_L$  gelte ebenfalls diese Festlegung.

$$\vec{d}_m = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_L \end{pmatrix}_{\min_{i \in \mathcal{X}} \|\vec{v}_{c_L} - \vec{m}_{c_L}\|} \tag{4.5}$$

$$d_h = \max \|\vec{d}_m(c_L)\|_{m \in \mathcal{M}} \tag{4.6}$$

Die Untersuchung des Zusammenhanges zwischen der Wahl des Umrechnungsfaktors und den Standardabweichungen von geometrischen wie inhaltlichen Größen beginnt mit der Betrachtung des Restfehlers im Signal  $\mathcal{D}$ .

## 4.2 Das Distanzvektorfeld mit normalverteilten Komponenten

Die Bedeutung der Häufigkeitsverteilung  $h(d)$  als Maß für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(d)$  wurde bereits im Abschnitt 2.3 hervorgehoben. Eine Betrachtung der Ursachen in Hinblick auf die Komponenten der Vektoren  $\vec{d}$  findet in der relevanten Literatur allerdings wenig Beachtung ([3] [5] [2] [6]). Gemäß dem in Abschnitt 2.2 erörterten Modell zur Zusammensetzung von Abweichungsmerkmalen enthält das Distanzvektorfeld außer einer linearen Deformation und nichtlinearen Einflüssen auch eine restliche Störung, die als normalverteiltes Rauschen angenommen wird. An dieser Stelle erfolgt daher eine Beschreibung der statistischen Eigenschaften einer derartigen Menge von Zufallsvektoren.

Das Distanzvektorfeld  $\mathcal{D}$  dient als Ausgangspunkt zur Bestimmung der Häufigkeitsverteilung  $h(d)$  und der Ermittlung der Hausdorff-Distanzen  $d_h$  bzw.  $d_H$ . Die im Kapitel 2 vorgeschlagene Beibehaltung der Richtungsinformation unter Einbeziehung des Umrechnungsfaktors  $c_L$  der Merkmalskomponente  $L$  führt zum Signal  $\mathcal{D}(c_L)$ , das die Abweichung beider Vergleichsmengen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  repräsentiert. Der zur Bestimmung der Vektornorm  $\|\vec{d}_m\|$  unerläßliche Bewertungsfaktor  $c_L$  des Merkmals  $L$  soll eine gewisse Gleichberechtigung aller Dimensionen bewirken und sei zunächst mit  $c_L = 1$  festgelegt. Da sich eine normalverteilte Merkmalskomponente invariant gegenüber geometrischer Translation verhält, genügt eine identische Projektion von  $\mathcal{M}$  in  $\mathcal{I}$ . Mit diesen Vorgaben existiert eine definierte Anfangsbedingung zur Bestimmung der Distanzvektoren gemäß Gleichung 2.8.

$$\vec{d}_m(\mathcal{M}, \mathcal{I}, c_L) = \begin{pmatrix} x_i - x_m \\ y_i - y_m \\ c_L(L_i - L_m) \end{pmatrix} \underset{i \in \mathcal{I}}{\min} \|\vec{d}_m\| \quad (4.7)$$

Der modifizierte Distanzvektor  $\vec{d}_m(c_L)$  enthält den Bewertungsfaktor  $c_L$  und legt mit seiner Norm den Abstand beider Mengen an der Stelle von  $\vec{m}$  fest. Die analytische Beschreibung von  $\mathcal{D}(c_L)$  als Ergebnis eines Zufallsprozesses erfolgt anhand einer Wahrscheinlichkeit  $P(\{\vec{x} | d(\vec{x}) \leq d\})$ , mit der eine Zufallsvariable  $d(\vec{x})$  einen bestimmten Wert  $d$  **nicht überschreitet** ([14] [13] [19]). Im hier betrachteten Fall drücken  $\vec{x} = (x, y)$  einen Ort im  $\mathbb{R}^2$  und  $\{d : d \rightarrow \mathbb{R}^2\}$  die zugehörige Distanz als Ergebnis des Zufallsprozesses in Form von  $\mathcal{D}(\vec{x})$  aus.

Somit sind die Wahrscheinlichkeiten, mit der die Komponenten  $d_x$ ,  $d_y$  und  $d_L$  des DVF einen bestimmten Wert annehmen, von zentralem Interesse für die Abschätzung von  $\vec{d}$  und  $d_h$ . Das Resultat eines vektoriellen Gaußprozesses bietet die Möglichkeit zur Berechnung der theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichten aller zugehörigen Komponenten von  $\vec{d}_m$  mit Hilfe der jeweiligen Standardabweichung  $\sigma$  und des entsprechenden Mittelwertes  $\mu$ .

Das Ziel der Untersuchungen besteht in der Erarbeitung eines allgemeinen Modells für die Abschätzung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer bestimmten Distanz im Restfehlersignal. Darin muß auch der Einfluß des Umrechnungsfaktors  $c_L$  enthalten sein. Die aus den Einzelwahrscheinlichkeitsdichten ableitbare Verteilungsdichtefunktion für  $d_m$  ergänzt die in Abschnitt 2.3 als Verlässlichkeit bezeichnete Komponente des metrischen Wahrscheinlichkeitsraumes.

### 4.2.1 Die Distanzvektoren und ihre Komponenten

Die Nutzung der Richtungsinformation im Zusammenhang mit Binärmengen im  $\mathbb{R}^3$  bildet die entscheidende Neuerung im Umgang mit  $\mathcal{D}$  als Grundlage der Hausdorff-Distanz, die selbst ein skalares Gütemaß darstellt ([3] [5] [16]). Gegenstand der Betrachtungen sei das Distanzvektorfeld der gerichteten Operation  $d_h(\mathcal{M}, \mathcal{I})$ . Die Signaleigenschaften von  $\mathcal{D}$  werden durch die Gaußverteilung seiner Komponenten und den Einfluß des Umrechnungsfaktors  $c_L$  bestimmt.

$$p_x(d_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(d_x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.8)$$

In Gleichung 4.8 ist die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte eines idealen Gaußprozesses am Beispiel der X-Komponente von  $\mathcal{D}$  dargestellt. Mustermenge  $\mathcal{M}$  und Videobild  $\mathcal{I}$  sind unkorreliert und repräsentieren weißes Gaußsches Rauschen gleicher Varianz bezüglich der Merkmalskomponente. Die Distanztransformation läßt sich in diesem Fall als Addition zweier Zufallsvariablen auffassen und führt wiederum zu einem normalverteilten Signal ([14] [13] [12] [19]). Eine geometrische Kontraktion von  $\mathcal{M}$  garantiert eine quasi-kontinuierliche Häufigkeitsverteilung der betrachteten X-Komponente ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.2).

In Abb. 4.4 sind die aus  $\mathcal{D}$  entnommene Häufigkeitsverteilung und die Verteilungsdichte nach Gleichung 4.8 gegenübergestellt. Zur Wahrung der Übersichtlichkeit sei  $h(d_x)$  bereits auf die Anzahl der Elemente von  $\mathcal{M}$  bezogen. Für  $p_x(d_x)$  wurde eine Standardabweichung von  $\sigma_x = 1.87$  aus den Messungen ermittelt, die sich auch für die anderen Komponenten nachweisen läßt.

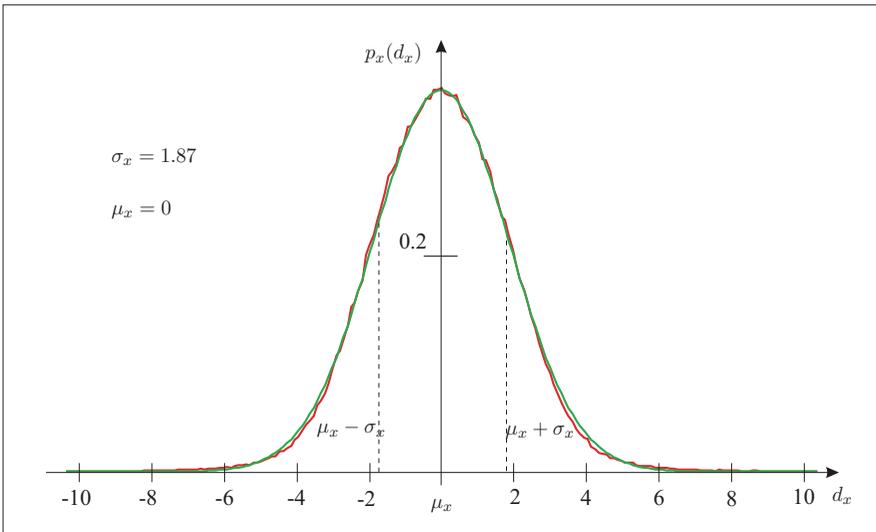


Abbildung 4.4: Gaußsche Normalverteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte der Komponenten

Der von den Komponenten verursachte statistische Anteil am Fehlervolumen findet seinen Ausdruck in den jeweiligen Standardabweichungen der Häufigkeitsverteilung bzw. der idealen Verteilungsdichte. In Abschnitt 4.3 erfolgt die Darlegung zu den Möglichkeiten einer Verringerung der Varianzen  $\hat{\sigma}_x^2$ ,  $\sigma_y^2$  bzw.  $\sigma_L^2$ .

Zunächst sollen jedoch die Auswirkungen der zweiten wichtigen Metrik auf die Häufigkeitsverteilung untersucht werden. Der entsprechende Kurvenverlauf ist in Abb. 4.5 zu sehen und weist in der Nähe von  $d_x = 0$  erhebliche Abweichungen gegenüber Abb. 4.4 auf.

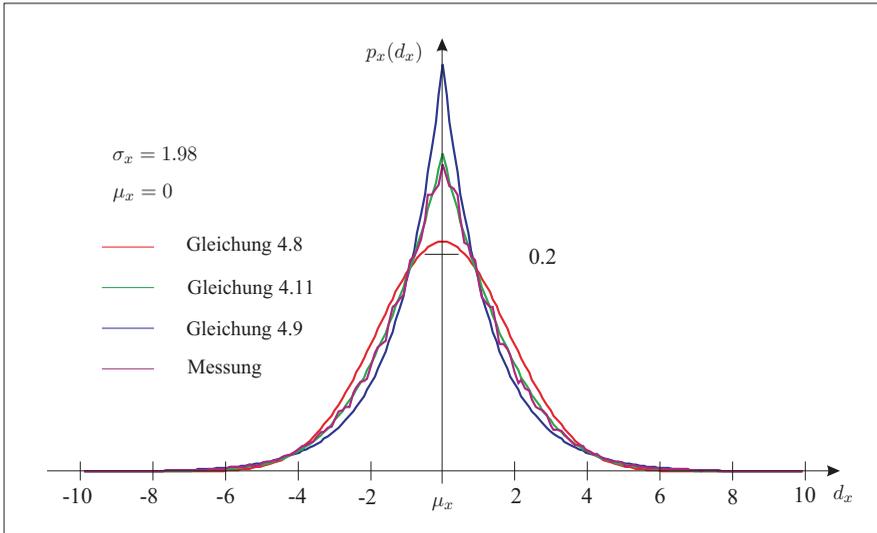


Abbildung 4.5: Normalverteilung des Merkmals und die Häufigkeitsverteilung der X-Komponenten mit  $dl$

Die Abschätzung der Standardabweichung wurde bereits im Abschnitt 4.1.1 diskutiert. Mit der gleichen Argumentation lässt sich für die Kurvenform der resultierenden Verteilungsdichte  $p_x(d_x)$  eine Gaußdichte des Merkmals für  $d_2$  und eine Exponentialverteilungsdichte als Ausdruck von  $d_1$  ansetzen. Dabei werden sowohl die Einflüsse der Beträge sowie der quadratischen Summe berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeit, mit der dies geschieht, soll wiederum ausgeglichen sein. Diese Forderung führt zur Herleitung nach Gleichung 4.9. Die nach Gleichung 4.8 ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichte berücksichtigt das mit der Metrik  $d_2$  ermittelte Distanzminimum. Erst die Gleichbehandlung der Verteilungsdichten nach Gleichung 4.8 und 4.9 repräsentiert die gemessene Häufigkeitsverteilung hinreichend.

$$p'_x(d'_x) = \frac{1}{2\sigma'_x} e^{-\frac{\sqrt{(d_x - \mu_x)^2}}{\sigma'_x}} \quad (4.9)$$

$$\text{mit } \sigma'_x = \frac{\sqrt{2}\sigma_x}{2} \quad (4.10)$$

$$p_x(d_x) = 0.5 \left( \frac{1}{2\sigma'_x} e^{-\frac{\sqrt{(d_x - \mu_x)^2}}{\sigma'_x}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(d_x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \right) \quad (4.11)$$

Hier handelt es sich um die Betrachtung einer Seitenfläche des Modells gemäß Grafik 4.2 im Abschnitt 4.1.1. Die Verhältnisse von Radius und Kantenlänge führen zu der in Gleichung 4.10 verwendeten Relation und ergeben die resultierende Kurve in Abb. 4.5. Die Möglichkeit der Modellierung einer gemessenen

Häufigkeitsverteilung mit Hilfe theoretischer Verteilungsdichten erleichtert die Beurteilung des Restfehlers, der nach Abschnitt 2.2 einer Normalverteilung entsprechen soll. Danach müssen die Abweichungen gegenüber den beschriebenen Kurven als Auswirkungen von Deformation und Nichtlinearität betrachtet werden. Daher widmen sich die folgenden Ausführungen der aus den Komponenten resultierenden Distanzverteilung und den Winkelverhältnissen in  $\mathcal{D}$ .

#### 4.2.2 Ein Wahrscheinlichkeitsmodell für die Distanzverteilungsfunktion

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte der resultierenden Distanzen erfolgt mit Hilfe der Verbundwahrscheinlichkeit, die bei statistisch unabhängigen Zufallsvariablen durch Multiplikation der Einzelwahrscheinlichkeiten entsteht [13], [31], [14]). Ausgangspunkt der Betrachtungen sei wieder eine Normalverteilungsdichte bezüglich aller drei Komponenten wie sie beim Vergleich zweier Bilder mit Gaußschen Rauschen auftritt. Die Dichtefunktion nach Gleichung 4.8 erhält dann für die drei Komponenten von  $\mathcal{D}$  die Form gemäß Gleichung 4.12 bis 4.14. Die Varianz  $\sigma_L$  und die Komponenten  $d_L$  entstammen zwar dem Merkmalsraum  $\mathcal{H}$ , sind aber bereits mit dem Umrechnungsfaktor  $\alpha_L$  versehen.

$$p(d_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(d_x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.12)$$

$$p(d_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} e^{-\frac{(d_y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}} \quad (4.13)$$

$$p(d_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_L^2}} e^{-\frac{(d_L - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2}} \quad (4.14)$$

An dieser Stelle erleichtert der Übergang von kartesischen zu Kugelkoordinaten die Argumentation in Bezug auf die Distanzen, die dann als Radius um den zugewiesenen Punkt in  $\mathcal{M}$  den jeweiligen Abstand zur Menge  $\mathcal{I}$  und auf diese Weise das Störsignal  $\mathcal{D}$  repräsentieren. Die resultierende Wahrscheinlichkeitsdichte für die Abstände und die Winkelbeziehungen berücksichtigen die Substitutionen von  $r$ ,  $\phi$  und  $\vartheta$  in Abhängigkeit der Metriken  $d_1$  und  $d_2$  gemäß der Komponentendarstellung im vorigen Abschnitt. Im Anhang B sind die Herleitungen nach [13], [31] bzw. [14] detailliert dargelegt. Aufgrund der geometrischen Interpretation der Hausdorff-Distanz, die in Kapitel 2 bereits erwähnt wurde, stellt der Betrag  $r$  die entscheidende Komponente der Kugelkoordinaten dar. Das Maximum des Radius läßt sich mit einer unbeschränkten Normalverteilung allerdings nicht bestimmen. Das Wahrscheinlichkeitsmodell zielt daher auf die Verlässlichkeit der zugeordneten Distanzvektoren ab und liefert die fehlenden Dimensionen des metrischen Wahrscheinlichkeitsraumes nach [9]. Allerdings kommt den Verteilungsdichten der Winkel in der Literatur eine untergeordnete Bedeutung zu, was dem physikalischen Hintergrund von Strahlungsvorgängen und thermodynamischen Prozessen geschuldet sein mag ( $\rightarrow$ [13], [14], [31]). Gerade aber die Ausrichtung von  $\vec{d}_m$  gegenüber der Ebene  $(x, y)$ , die durch  $\vartheta$  ihren Ausdruck findet, spielt in Hinblick auf den Einfluß von  $\alpha_L$  eine sehr große Rolle.

$$p_{r,\vartheta,\phi}(r, \vartheta, \phi) = \frac{2 \cdot r^2}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma^3} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2} \sin \vartheta \cdot \frac{1}{2\pi} \quad (4.15)$$

Die Formel nach Gleichung 4.15 stellt die kombinierte Verteilungsdichte aller Komponenten nach der Koordinatentransformation dar. Die Einzelwahrscheinlichkeitsdichten müssen die Forderung nach Gleichung A.10 im Anhang A erfüllen, die Wahrscheinlichkeit von  $F(x) = 1$  an der Obergrenze der

Gültigkeitsintervalle zu gewährleisten. Ausgehend von dieser Tatsache läßt sich die Zuordnung von  $p(r)$ ,  $p(\phi)$  und  $p(\vartheta)$  vornehmen ([13], [14], [31], [19]). Der **wahrscheinlichste** Betrag des Fehlersignals  $\mathcal{D}$  läßt sich dann nach Gleichung 4.16 ermitteln.

$$p_{d_h}(r) = \frac{2 \cdot r^2}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma^3} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (4.16)$$

$$\text{mit } \frac{r^2}{2\sigma^2} = \frac{(d_x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(d_y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2} + \frac{(d_L - \mu_L)^2}{2\sigma_L^2} \quad (4.17)$$

$$\text{und } \sigma = \sigma_x = \sigma_y = \sigma_L$$

Bei Gleichberechtigung aller Komponenten existiert keine Ursache, aus der sich unterschiedliche Standardabweichungen ergeben sollten. Tatsächlich belegten die Messungen der Komponentenverteilung bereits, daß von identischen Varianzen bezüglich der Komponenten im Falle des normalverteilten Rauschens und  $c_L = 1$  ausgegangen werden darf. Aus dieser Darstellung ergibt sich eine Kugel mit dem Radius  $r$  um einen Punkt  $\vec{m}$  aus  $\mathcal{M}$  in der Metrik  $d_2$ . Im Ergebnis erhält man den Betrag der Verbundwahrscheinlichkeit dreier Gaußverteilungsdichten, die in der Thermodynamik als Maxwell-Verteilung<sup>1</sup> mit ihren charakteristischen Parametern die Teilchengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur angibt ([14], [13]).

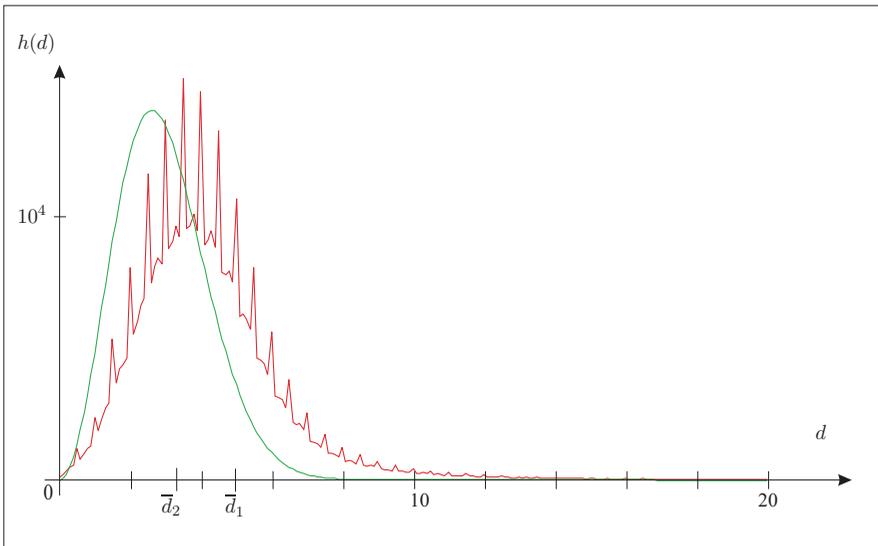


Abbildung 4.6: Distanzverteilung in Kugelkoordinaten mit  $d_2$  und  $d_1$

Im Zusammenhang mit der Distanztransformation zeigt Abb. 4.6 die Häufigkeitsverteilung der gerichteten Hausdorff-Distanz  $d_h$  von Teilmengen des Musters  $\mathcal{M}$ . Zusätzlich wurde noch der mittlere Fehler gekennzeichnet, der in der Metrik  $d_2$  nicht anderes als den mittleren Radius aller gedachten Kugeln um die Elemente von  $\mathcal{M}$  repräsentiert.

<sup>1</sup>Die Geschwindigkeitsverteilung von Gasmolekülen, formuliert vom schottischen Physiker James Clerk Maxwell (1831-1879)

Mit der Annahme einer durchschnittlichen resultierenden Standardabweichung in Kugelkoordinaten nach Gleichung 4.18 läßt sich auch für die ermittelten Varianzen bezüglich der Komponenten unter Nutzung von  $d_1$  eine Annäherung an den Verlauf nach Gleichung 4.16 erreichen. Auch hier basiert die Berechnung auf dem Modell nach Abb. 4.2.

$$\sigma_r \approx \frac{\sqrt{2}\sigma_{x,y,L}}{1.06} \quad (4.18)$$

Zwar wurde der Unterschied der Streuung der beiden Metriken als gering bewertet ( $\rightarrow$ Gleichung 4.3), die Substitution des Radius allerdings enthält eine nicht berücksichtigte Abweichung. Mit Hilfe der vorgeschlagenen Erhöhung von  $\sigma$  auf der Grundlage des eingeführten Modells läßt sich dieser additive geometrische Anteil von  $d_1$  kompensieren. Nach diesen Betrachtungen fällt die Wahrscheinlichkeitsdichte mit  $d_1$  langsamer und verursacht einen höheren durchschnittlichen Fehler gegenüber  $d_2$ . Die Darstellung in Abb. 4.6 zeigt den resultierenden Kurvenverlauf.

Folgt man der Argumentation in [31] und [14] ergibt sich für den Winkel  $\phi$  zwischen den geometrischen Komponenten  $d_x$  und  $d_y$  eine Gleichverteilung mit  $d_2$ . Unter Nutzung von  $d_1$  verringert sich die Wahrscheinlichkeit für die Mitte der Quadranten bei jeweils  $45^\circ$  ( $\rightarrow$ Gleichung 2.7). Die Darstellung in Abb. 4.7 weist allerdings auf einen weniger kritischen Verlauf der Verteilungsdichte von  $\phi$  bezüglich Gaußschem Rauschen hin.

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (4.19)$$

Eine Gleichverteilung von  $\phi$  läßt sich schlüssig mit dem Fehlen einer Vorzugsrichtung aufgrund der Gleichberechtigung von  $d_x$  und  $d_y$  erklären. Die  $l_1$ -Norm sorgt an dieser Stelle für eine Bevorzugung der Winkel, die eine geringere Auswirkung der Merkmalsabweichung in der Metrik  $d_1$  ermöglicht ( $\rightarrow$ Abschnitt 2.1).

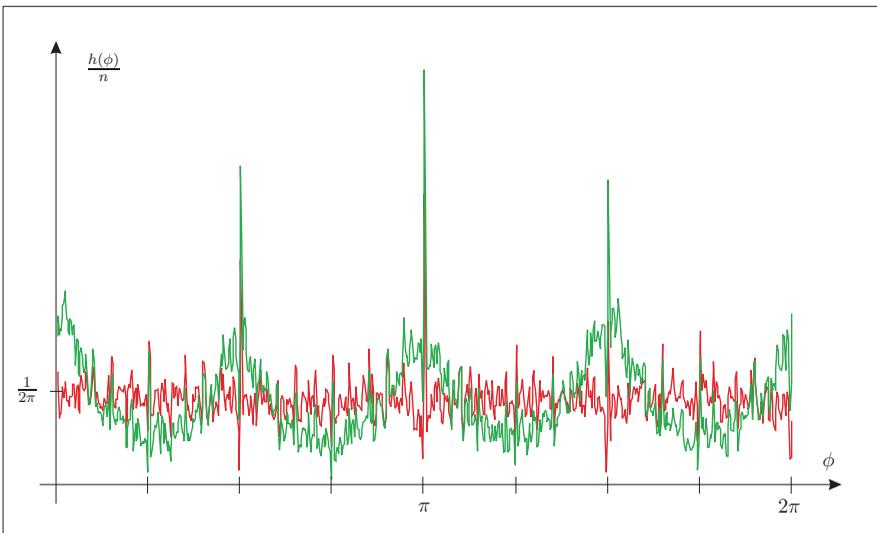


Abbildung 4.7: Häufigkeitsverteilung von  $\phi$

Der Winkel  $\vartheta$  zwischen Merkmalskomponente und Distanzvektor  $\vec{d}_m$  tritt gemäß Gleichung 4.20 mit einer Wahrscheinlichkeit auf, die einer  $\sin$ -Funktion innerhalb der Argumente 0 und  $\pi$  entspricht. Der Zusammenhang zwischen der mit dem Umrechnungsfaktor  $c_L$  versehenen Merkmalskomponenten  $d_L$  und dem Winkel  $\vartheta$  beschreibt Gleichung 4.21.

$$p_{\vartheta}(\vartheta) = \frac{1}{2} \sin \vartheta \quad (4.20)$$

$$\vartheta = \arccos \left( \frac{d_L}{r} \right) \quad (4.21)$$

Die Grafik in Abb. 4.8 bestätigt den Kurvenverlauf für den Winkel zwischen Merkmal und Distanzvektor, der direkt vom Umrechnungsfaktor  $c_L$  abhängt. Die Abweichungen in der Nähe des rechten Winkels von  $\vartheta$  sind Auswirkungen des Zusammenspiels von Raster und Streuung  $\sigma$ . Innerhalb des Radius, den  $\sigma$  vorgibt, können dann viele Winkel keinem Element von  $\mathcal{I}$  mehr zugeordnet werden und nehmen statt dessen den Wert  $\vartheta = 90^\circ$  an. Somit finden nur noch Punkte Berücksichtigung, die keine Abweichung im Merkmal zulassen, aber dem Raster entsprechen. Dieser Effekt tritt unter Nutzung von  $d_4$  noch stärker in den Vordergrund und wirkt sich auf ca. 25% aller  $\vec{m}$  aus. Auch bezüglich  $\vartheta$  verursacht  $d_4$  eine Verringerung der Auftrittswahrscheinlichkeit für  $\vartheta = 45^\circ$  bzw.  $\vartheta = 135^\circ$ . Daraus folgt eine Bevorzugung der Winkel jenseits dieser Werte.

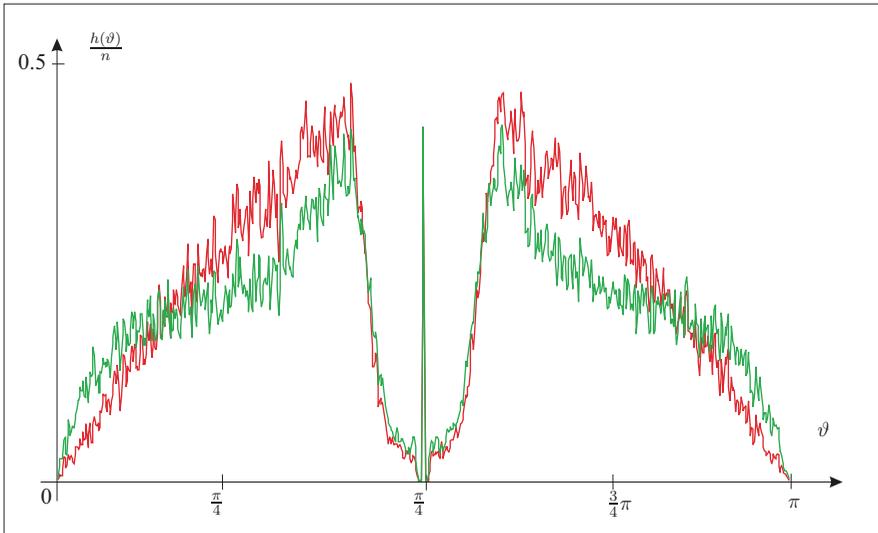


Abbildung 4.8: Häufigkeitsverteilung von  $\vartheta$

Die Distanzverteilungsdichte  $p_r(r)$  stellt im Hinblick auf  $d_h$  zwar die entscheidende Position dar. Die Berechnung der resultierenden Streuung  $\sigma$  wird aber auch in der Literatur aus der Gleichberechtigung der Komponenten motiviert ([31],[14],[13]). In den Substitutionsgleichungen für  $r$  entsteht auf diese Weise eine Kugel, sofern tatsächlich  $c = 1$  gewählt wurde. In Abschnitt 4.1.1 wurde dieser Effekt bereits zur Interpretation der Ergebnisse der  $l_1$ -Norm genutzt.

Die Bewertung der Verteilungen eines normalverteilten Restfehlers in  $\mathcal{D}$  mit  $c_L = 1$  stellt allerdings einen Spezialfall dar, der erst verallgemeinert werden muß. Die Auswirkungen auf den Restfehler mit  $c_L \neq 1$  stehen in den folgenden Ausführungen im Mittelpunkt.

### 4.2.3 Einfluß des Bewertungsfaktors auf die Distanzverteilung

Die Häufigkeitsverteilung der Vektornormen des Signals  $\mathcal{D}$  mit normalverteilten Komponenten läßt sich als Maxwell-Verteilung darstellen, sofern die in Gleichung 4.16 genannten Bedingungen erfüllt sind. Danach ergibt sich für den Ellipsoiden gemäß Gleichung 4.4 eine Kugel. Der mittlere Fehler als Maß für das eingeschlossene Volumen der Skalarfelder läßt sich über Gleichung 4.22 berechnen ([14] [13]).

$$\bar{d} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\sigma \quad (4.22)$$

Die eben angestellten Betrachtungen beziehen sich jedoch auf den Zustand eines normalverteilten Restfehlers mit gleichberechtigten Komponenten. Einige Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit von  $c_L$  sind in Abb. 4.9 dargestellt.

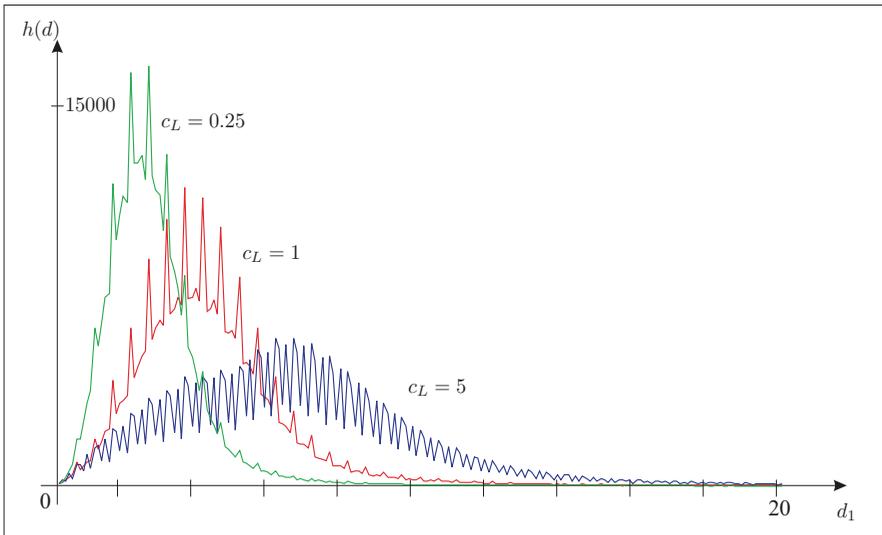


Abbildung 4.9: Distanzverteilungen mit verschiedenen Umrechnungsfaktoren in  $d$

Die Kurve mit  $c_L = 5$  weist bereits eine Abweichung von derjenigen mit  $c_L = 1$  auf, was auf die Verringerung von  $\sigma_L$  gegenüber  $\sigma_{x,y}$  zurückzuführen ist. Dadurch entstehen in der Herleitung nach Gleichung 4.15 zusätzlich Mischglieder und führen zu additiven Prozessen, welche die Maxwell-Verteilung stören. Für  $c_L \gg 10$  nähert sich die Kurve immer stärker einer Rayleigh-Verteilung<sup>2</sup> an, wie sie unter Berücksichtigung zweier normalverteilter Komponenten entsteht ([31]).

<sup>2</sup>Benannt nach dem englischen Physiker Lord Rayleigh (1842-1919)

Die Bestimmung der resultierenden Standardabweichung gelingt in diesem Falle über den mittleren Fehler  $\bar{d}$  mit Hilfe von Gleichung 4.23. Auch hier sind additive Störungen zu beobachten, wie Abb. 4.9 zeigt.

$$\bar{d} = \sqrt{2}\sigma \quad (4.23)$$

Mit  $c_L \ll 1$  ergibt sich zwar eine sehr steile Verteilung, die allerdings im wesentlichen die geometrische Nähe repräsentiert, da der Merkmalseinfluß fast verschwindet. Aufgrund der hohen Streuung im Merkmal gilt trotz sehr kleinem  $c_L$  die Relation  $\sigma_L > \sigma_{x,y}$ , deren Auswirkung auch in der Grafik zu erkennen ist. Beide Extreme verletzen die Bedingung  $\sigma_L \approx \sigma_{x,y}$  nach Gleichung 4.15. Die Ursache hierfür zeigt die Verteilungsfunktion des Winkels  $\vartheta$ , der die Winkelverhältnisse zwischen Geometrie und Merkmal beschreibt. In Abb. 4.10 sind die entsprechenden Kurven dargestellt.

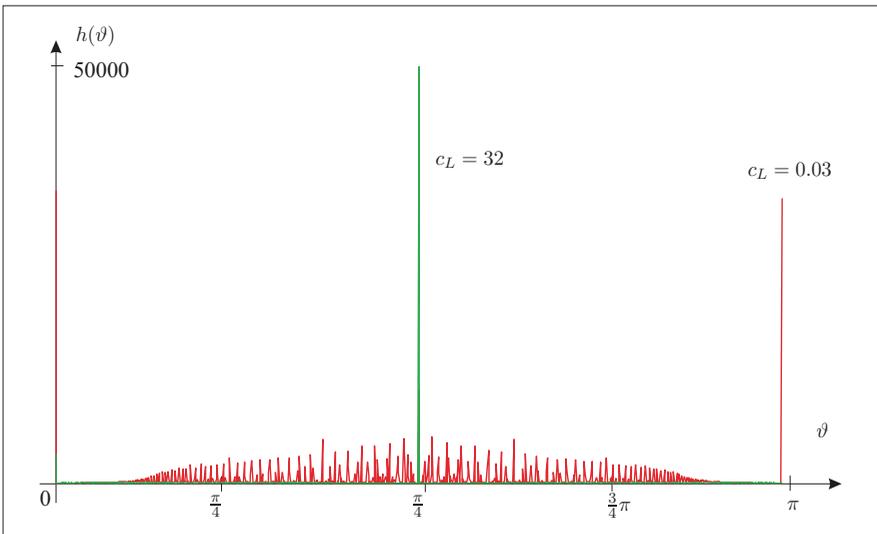


Abbildung 4.10: Winkelverteilung von  $\vartheta$  mit verschiedenen Umrechnungsfaktoren

Ein vernachlässigbarer Einfluß des Merkmals auf die Normbildung verursacht bei  $\vartheta = 0^\circ$  bzw.  $\vartheta = 180^\circ$  Stöße in der Winkelverteilung. Dies entspricht auch der Vorstellung von einer Bevorzugung der geometrischen Nähe. Die Kurve mit  $c_L = 32$  belegt die Konzentration der Winkel bei  $\vartheta = 90^\circ$  und somit den Ansatz einer Rayleigh-Verteilung.

Die entscheidende Erkenntnis der Darlegungen liegt jedoch in der Tatsache, daß normalverteiltes Rauschen in weiten Bereichen bezüglich  $c_L$  mit einer Maxwell-Verteilung modelliert werden kann. Besondere Bedeutung erlangt diese Aussage in Hinblick auf korrelierte Bildinhalte, die im Gegensatz zu normalverteilten Störungen stärker auf die Erhöhung von  $c_L$  reagieren sollten. Definiert man den Begriff **Ausgewogenheit** über das Verhältnis von  $\sigma_{x,y}$  zu  $\sigma_L$ , dann dient die Bestimmung von  $c_L$  der Erzeugung einer Maxwell-Verteilung nach Abb. 4.6. Mit diesen Konsequenzen und der Erarbeitung einer Berechnungsvorschrift für den Umrechnungsfaktor beschäftigt sich Kapitel 6 eingehend.

### 4.3 Ein Konzept zur Erhöhung der Aussagekraft der Distanzvektoren

Die Eigenschaften eines Restfehlers  $\mathcal{D}$  mit normalverteilten Komponenten sind nach Abschnitt 4.2 in weiten Bereichen unempfindlich gegenüber dem Wert von  $c_L$ . Bei geeigneter Wahl von  $c_L$  ergibt sich eine Maxwell-Verteilung für die Distanzen. Der größte Einfluß läßt sich auf die Höhe des mittleren Fehlers, also des Beitrags des Rauschens zum Gesamtfehlervolumen feststellen. Eine Beurteilung des Signals muß diesem Umstand Rechnung tragen. Im folgenden Abschnitt tritt die Frage nach der zweiten Klasse von Abweichungen, den Auswirkungen einer Deformation gemäß dem in Abschnitt 2.2 erörterten Modell in den Vordergrund.

Zuvor muß geklärt werden, wie eine affine Transformation die Distanzverteilung verändert. Dazu dient eine Interpretation des Zufallsprozesses als Summe einer endlichen Anzahl geometrisch begrenzter Prozesse mit ihren jeweiligen Distanzverteilungen. Diese Betrachtung ermöglicht die Einbeziehung der Erörterungen des vorangegangenen Abschnitts bezüglich der Normalverteilung der Komponenten. Wenn die Deformation aus einer einzigen affinen Transformation entstanden ist, existieren Regionen höherer Abweichungen am Rand der Menge  $\mathcal{D}$  und solche geringerer Distanzen im Zentrum.

Die Distanzvektoren weisen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf die Region ihres Ursprungs. Diese Vorstellung bildet den Ausgangspunkt einer Korrekturtransformation zur Verringerung der Einzelstreuungen der lokalen Abweichungen mit dem Ziel einer globalen Verringerung des Fehlervolumens. Mit den Erkenntnissen der Verteilungsdichten läßt sich ein aus Maxwell-Verteilungen modellierte Restfehler in  $\mathcal{D}$  als Resultat von normalverteilten Komponenten identifizieren, da in diesem Falle der Umkehrschluß zulässig ist ( $\rightarrow$ [14] [13]). Doch zunächst erfolgt eine Betrachtung der Auswirkung einer affinen Transformation auf die Distanzverteilung und die daraus entstehenden Konsequenzen.

#### 4.3.1 Distanzverteilung nach affiner Deformation

Die Erweiterung der Distanztransformation als vektorieller Zufallsprozeß im Kapitel 2 bildete die Grundlage der Erörterungen im Abschnitt 4.2. Das bisher genutzte Modell der Verteilungsdichten basiert auf einem Gaußschen Zufallsprozeß ohne störende Einflüsse. Die Vektoren entsprechen in Länge und Ausrichtung den Verteilungen, die im vorigen Abschnitt erläutert wurden. Zur Vermeidung einer Superposition vieler Einflüsse beziehen sich die folgenden Untersuchungen auf eine Deformation **identischer** Bildinhalte. Die einzige Ursache der Abweichung vom Stoß in der Distanzverteilung bildet die Transformation  $T$  im  $\mathbb{R}^3$ . Bei einer affinen Verformung entsteht mit zunehmender Entfernung vom Bezugspunkt ein geometrischer Versatz. Die Rekonstruktion der AOI stellt sich dann gemäß Gleichung 4.24 dar.

$$\mathcal{I} = \mathcal{M} \oplus \mathcal{D} \quad (4.24)$$

$$\mathcal{D} = \bigcup_{j=0}^n \mathcal{D}_j \quad (4.25)$$

Die Darstellung in Abb. 4.11 zeigt die entsprechende Häufigkeitsverteilung und die Fehlerkonzentration in der Ebene. Aufgrund der leichten Drehung sind die Abweichungen in Regionen mit ausgeprägten Strukturen besonders am Rand von  $\mathcal{M}$  sichtbar. Die Grafik verdeutlicht die Auswirkungen von  $T$  auf das Signal  $\mathcal{D}$ . Auch wenn beispielsweise an Objektkanten die Distanzvektoren zuverlässig auf ihre Herkunftsregion weisen, findet der resultierende Mittelwert keine Berücksichtigung im Gesamtprozeß. Statt dessen äußert sich der Translationsversatz der Teilmenge als Erhöhung der Streuung. Genau darin liegt der Schlüssel in der Beurteilung affin verformter Regionen. Es muß eine Kompensation der Translation in allen Teilregionen erfolgen und nicht nur in Bezug auf die gesamte Menge  $\mathcal{M}$ .

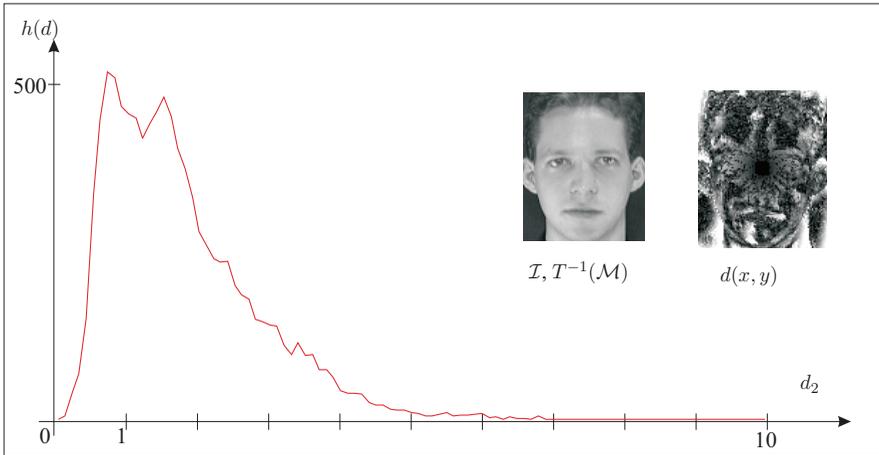


Abbildung 4.11: Teilmenzen und affine Transformation

Eine derartige Korrekturtransformation sollte die gleichen Eigenschaften aufweisen, wie die Ursache der Deformation. Damit steht für die Wahl eine affine Transformation im  $\mathbb{R}^3$  fest ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.2). Auf diese Weise kann die Normalverteilung weiterhin als Grundlage der Gesamtverteilung dienen, diesmal als Summe vieler regionaler Gaußprozesse. Abb. 4.12 illustriert eine derartige Summe verschiedener in ihren Anteil am Fehler gleichberechtigten Maxwell-Verteilungen als Konsequenz additiver Normalverteilungen in den Komponenten. Auf die Berücksichtigung des in Abb. 4.11 sichtbaren Identitätsanteil wurde bewusst verzichtet, da dieser keine signifikanten Teilmenzen von  $\mathcal{M}$  enthält.

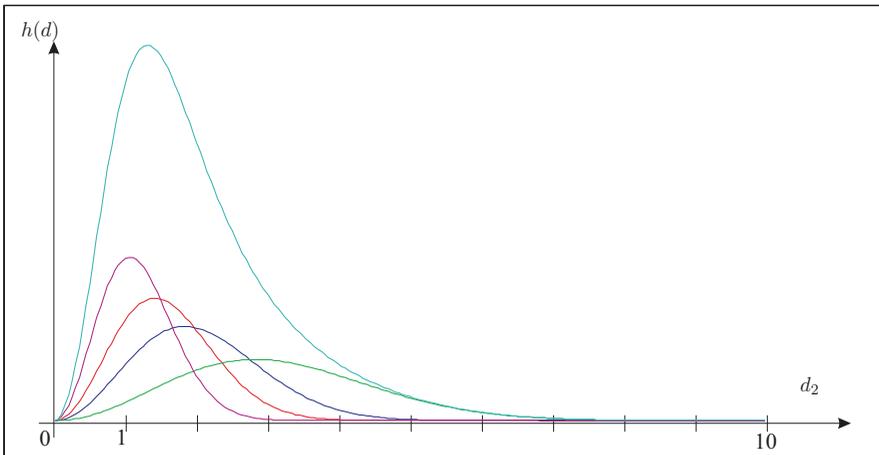


Abbildung 4.12: Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe mehrerer Zufallsprozesse

Allgemein kann in realen Bildern ein schmaler Gaußprozeß in der Nähe von  $d = 0$  dann auftreten, wenn ein normalverteiltes Merkmal auf eine geometrische Gleichverteilung in  $\mathcal{I}$  bzw.  $\mathcal{M}$  trifft. In diesem Falle gilt für die Verbundwahrscheinlichkeit der Distanz nach Gleichung B.43 die Dichtefunktion des Merkmals ( $\rightarrow$ [14] [19]).

Für die Teilmengen von  $\mathcal{D}$  gilt dieselbe Argumentation bezüglich der Komponenten wie für  $\mathcal{M}$  in Hinblick auf eine Gauß-Dichte ( $\rightarrow$ Abschnitt 4.2). Somit sind additive Prozesse der Komponenten einbezogen, die im klassischen Sinne als Störungen wirken. Die Trennung von Nutz- und Störsignal im Ortsbereich innerhalb von  $\mathcal{D}$  stellt die zu lösende Aufgabe eines Analyseverfahrens zur Begutachtung der Signalqualität dar. Das Nutzsignal von  $\mathcal{D}$  enthält hierbei eine Tendenz des Distanzvektorfeldes, die im normalverteilten Restfehler nicht existiert. Die weitgehende Toleranz der Normalverteilung bezüglich der Komponenten gegenüber  $q$  wirkt sich an dieser Stelle besonders günstig aus.

### 4.3.2 Ein Modell zur Verringerung der Distanzen

Als Ursache für die entstehende Verteilung nach Anwendung einer affinen Transformation auf das Modellbild wurden Prozesse mit teils hohen Varianzen angenommen. Die Standardabweichungen resultieren ihrerseits aus einem Translationsversatz der jeweiligen Regionen. Eine Kompensation der geometrischen sowie inhaltlichen Fehlanpassung mit Hilfe von  $\mathcal{D}$  stellt den Kern der vorliegenden Dissertation dar.

Das Distanzvektorfeld  $\mathcal{D}$  bildet nicht nur die Grundlage der Häufigkeitsverteilungen der Komponenten, es beinhaltet darüber hinaus eine Bewegungsinformation zur Verringerung der ermittelten Distanzen im Rahmen der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsdichte. Auf diese Weise läßt sich die Analyse der Häufigkeitsverteilung der Komponenten vermeiden, wenn direkt aus  $\mathcal{D}$  eine Transformation zur Verminderung des Versatzes als Schätzwert zur Verfügung steht. Im Gegensatz zu den Vorschlägen in [3],[10] und [11] sollen **alle** Parameter einer affinen Transformationen in den drei Dimensionen der Binärmenge  $\mathcal{M}$  ermittelt werden.

Interpretiert man das Distanzvektorfeld als Menge von Kraftvektoren, ergibt sich eine interessante Analogie zur Mechanik. Die Kraftwirkung darf das Muster  $\mathcal{M}$  mit Hilfe einer affinen Transformation im  $\mathbb{R}^3$  verformen und somit  $T(\mathcal{M})$  in das Zentrum der maximalen Anziehung innerhalb der AOI von  $\mathcal{I}$  bewegen. Eine Verringerung der Distanzen bedeutet eine Erhöhung der Anziehungskraft. Auch hier spielt die Auftrittswahrscheinlichkeit der Distanzvektoren für die Auswirkung auf die Bewegung eine Rolle. Wenn die Summen aller Drehmomente und Kräfte verschwinden, befindet sich die Projektion im Gleichgewicht. Dieser Zustand sollte auch die Minimierung des eingeschlossenen Volumens zwischen den Oberflächen der Skalarfelder ( $\rightarrow$ Kapitel 2) ermöglichen.

Das Modell der Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer bestimmten Distanz wird um die Kraftwirkung erweitert, die von einem Element des Musters  $\mathcal{M}$  über seinen Distanzvektor ausgeht. Die Randbedingungen einer solchen Korrekturbewegung sind nachfolgend aufgeführt.

1. Die Kraftvektoren greifen an den Punkten des Merkmals an und weisen auf den Zielpunkt in der AOI
  2. Die zu projizierende Oberfläche darf mit nur einer einzigen affinen Transformation verformt werden
  3. Die Anziehung wirkt in beide Richtungen, was der allgemeinen HD Rechnung trägt
  4. Die Kraftvektoren mehrerer Skalarfelder addieren sich entsprechend ihres Einflusses und bilden eine resultierende Wirkung
  5. Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung legt die Verlässlichkeit der Kraftwirkung fest
  6. Ein Gleichgewicht herrscht nach dem Verschwinden der Summe aller Drehmomente und Kräfte
-

Das in Abschnitt 2.2 eingeführte Modell zur Klassifikation der Ursachen von Abweichungen in  $\mathcal{M}$  läßt sich dann in Bezug auf das Signal  $\mathcal{D}$  spezialisieren. Die Distanzvektoren entstehen als Ergebnis des Zufallsprozesses Distanztransformation. An dieser Stelle sei nochmals betont, daß auch die Auswirkungen der affinen Transformation als Zufallsprozeß betrachtet werden müssen. Die Distanzvektoren weisen nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf die Region ihres Ursprungs im Videobild  $\mathcal{I}$ .

Die Häufigkeitsverteilung der Abstände zwischen den Skalarfeldern  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  sorgt für eine Bevorzugung der Vektoren mit höherer Auftretswahrscheinlichkeit. Auf diese Weise bleibt eine Dominanz der Kräfte gewahrt, die über Distanzvektoren zwischen  $d = 0$  und  $\bar{d}$  wirken. Mit der Verringerung des Versatzes der Teilregionen sinkt auch die resultierende Varianz einer affin verformten Modellmenge. Die anschließende Untersuchung weitet die Betrachtungen auf ähnliche bzw. unähnliche Bildinhalte aus, wobei in dieser Einschätzung der Korrelationsfaktor als systemtheoretisches Ähnlichkeitskriterium dient.

### 4.3.3 Verbesserung der Aussagekraft des Distanzvektorfeldes

Gelingt die Kompensation eines geometrischen sowie inhaltlichen Versatzes, entsteht aufgrund des normalverteilten Restfehlers in  $\mathcal{D}$  eine Distanzverteilung, die sich aus der Maxwell-Verteilung ableiten läßt (→Abschnitt 4.2). Existiert hingegen eine regional begrenzte Translation, kann man die entstehende Funktion als Summe mehrerer Einzelprozesse auffassen. Im vorigen Abschnitt wurden die Grundlagen eines Verfahrens erörtert, das auf die Verminderung eines regionalen Versatzes und somit der Einzelvarianzen abzielt. Im Ergebnis soll eine komplette Korrektur der affinen Deformation einen normalverteilten Restfehler und eine verbleibende Abweichungsinformation enthalten, die eine Beurteilung der Ähnlichkeit erst ermöglicht. Nach dem Modell in Abschnitt 2.2 erfolgt für diesen Bestandteil des DVF eine Zuordnung nach nichtlineare Verzerrung.

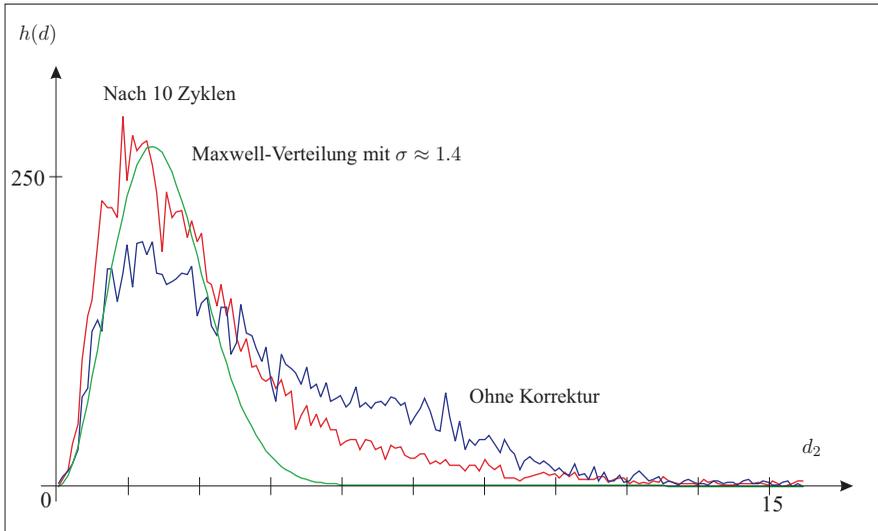


Abbildung 4.13: Restabweichung einer kompensierten affinen Transformation

Einen solchen Fall illustriert Abb. 4.13. Mit Hilfe des Maximums entsteht eine Kurve, die im dargestellten Fall etwa 70% der Bildpunkte repräsentiert, so daß von einer Dominanz ausgegangen werden darf. Die Distanz des Maximums dient der Abschätzung von  $\sigma$ , während die Anzahl der Elemente von  $\mathcal{D}$  eine Gewichtung ermöglicht.

Die Trennung der nichtlinearen Abweichung von der Maxwell-Verteilung des Rauschens, erfordert zwei wesentlichen Schritte. Zum einen muß eine **vollständige** Kompensation der Kräfte und Momente in  $\mathcal{D}$  die ausschließliche Repräsentation einer Restabweichung gewährleisten. Im zweiten Schritt steht die Bestimmung der Streuung des normalverteilten Rauschens im Vordergrund. Eine Berechnung über den mittleren Fehler  $\bar{d}$  nach Gleichung 4.22 verursacht für  $\sigma$  allerdings noch eine Erhöhung aufgrund der Anteile aus den nichtlinearen Abweichungen. Geht man statt dessen von einem genügenden Abstand der mittleren Fehler der beiden restlichen Prozesse Rauschen und nichtlineare Verzerrung aus, läßt sich eine Orientierung am Maximum der Verteilung motivieren ([14] [13]). Ein dominanter Rauschprozeß in  $\mathcal{D}$  gibt somit die wahrscheinlichste Distanz und den zugehörige Varianz einer Maxwell-Verteilung vor.

Der mittlere Fehler als Maß für das eingeschlossene Volumen zwischen den Skalarfeldern bildet auf diese Weise den Ausgangspunkt zur Bestimmung der Varianz einer angenommenen Maxwell-Verteilung und der Abschätzung einer verbleibenden Menge an Bildelementen. Aus Gleichung 4.16 und den Gegebenheiten einer Maxwell-Verteilung lassen sich die Berechnungsvorschriften ableiten ([14] [13]). Die Gleichungen 4.26 und 4.27 liefern die zur Beurteilung notwendigen Parameter. Die Distanz  $\hat{d}$  bezeichnet den wahrscheinlichsten Abstand bei  $p_{max}(d)$  bzw.  $h_{max}(d)$ .

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} d_{max} \quad (4.26)$$

$$p_{max}(d) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \hat{d}^2 \cdot e^{-1}$$

$$n_{noise} = \frac{4}{\sqrt{\pi}d_{max} \cdot e} \cdot n \cdot h_{max} \quad (4.27)$$

Die tatsächliche Häufigkeitsverteilung enthält  $h_{max}(d)$ , wobei  $p_{max}(d)$  das Maximum der idealisierten Rauschverteilung darstellt. Wie hoch der Anteil  $n_{noise}$  des Rauschens gegenüber der Gesamtzahl  $n$  der Menge  $\mathcal{D}$  ausfällt, hängt also vom Verhältnis zwischen  $\hat{d}$  und dem mittleren Fehler  $\bar{d}$  ab. Die Relation  $\bar{d} = 1.13\hat{d}$  trifft für die Maxwell-Verteilung zu ([14]).

Das Auftreten mehrerer weit entfernter lokaler Maxima hingegen widerspricht der Vorstellung von der Summe einzelner Maxwell-Verteilungen und würde auf einen enormen nichtlinearen Anteil hinweisen. Die Grafik zeigt in diesem Zusammenhang auch mögliche Fehlerquellen bei der Bestimmung von  $\sigma$  auf. Auswirkungen der bereits in Kapitel 2 erörterten Diskretisierung der Vergleichsmengen können mit Hilfe geeigneter Glättungsmechanismen der Verteilungsfunktionen vermindert werden, so daß kein einzelner Stoß die Berechnung verfälscht.

Die Betrachtungen zur Erhöhung der Aussagekraft von  $\mathcal{D}$  basieren auf einer bereits erfolgten Kompensation der affinen Deformation. Die vorgeschlagene Begutachtung anhand der Verteilungsfunktion verlangt demnach eine mehrmalige Anwendung der Korrektur. Mit den Konsequenzen einer Erweiterung der einfachen Distanztransformation beschäftigt sich das Kapitel 6 eingehend, so daß auch die Frage nach einer geeigneten Beurteilung des Restfehlers dort erneut aufgeworfen wird. Bislang wurde auf die technische Realisierung dieses Verfahrens aber noch nicht eingegangen. Der folgenden Abschnitt erläutert daher die Extraktion einer Korrekturtransformation aus dem Ergebnis der Distanztransformation.

## 4.4 Verfahren zur Distanzverringering

Die beschriebene Ausnutzung der Richtungsinformation des DVF dient der Verringerung der Varianzen der Einzelprozesse, aus denen die Distanztransformation nach dieser Vorstellung als Gesamtprozeß besteht. Danach verursacht eine Deformation im  $\mathbb{R}^3$  die wesentlichen Abweichungen. Eine Kompensation dieser Auswirkungen läßt sich mit Hilfe einer affinen Korrekturtransformation erreichen, die eine Minimierung der mittleren Varianz ermöglichen soll. Somit steht die Zielfunktion zur Spezialisierung der optimalen Schätzung zweier Zufallssignale nach [13] und [14] als Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers  $mse$  fest. Gleichzeitig stellt diese Vorgehensweise eine Verringerung des eingeschlossenen Volumens zwischen den betrachteten Skalarfeldern dar ( $\rightarrow$ Abschnitt 2.1). Bessere Beurteilung der Ähnlichkeit und Trennung von Teilmengen hoher Abweichung sind laut Abschnitt 4.3 auf diese Weise zu erreichen.

### 4.4.1 Korrekturtransformation und systemtheoretische Interpretation

Das Kriterium des mittleren quadratischen Fehlers in Zusammenhang mit einer affinen Transformation legt die Vorgehensweise einer linearen Optimierung nahe ([11]). Die Anwendung des quadratischen Fehlers als Maß für das eingeschlossenen Volumen zwischen den Oberflächen der Vergleichsmengen wurde bereits in Abschnitt 2.1 erläutert. Die Korrektur  $T(\vec{m})$  möge die resultierende Distanz minimieren ( $\rightarrow$ Gleichung A.3). Der Umrechnungsfaktor  $c_L$  sei bereits Bestandteil der Merkmalskomponente.

$$\sum_{m=0}^{n-1} \left( \begin{pmatrix} a & b & lx \\ c & d & ly \\ xl & yl & s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ o \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx_m \\ dy_m \\ dL_m \end{pmatrix} \right) \right)^2 = mse \quad (4.28)$$

Quadratische Funktionen dieser Art besitzen genau ein Optimum und zwar an der Stelle des minimalen Fehlers. Daher liefert die partielle Ableitung der Summenformel ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Parameter der Korrekturtransformation ( $\rightarrow$ Anhang B). Die Parameter  $a$  bis  $d$  entsprechen der affinen Matrix im  $\mathbb{R}^2$  mit ihren Translationskomponenten  $e$  und  $f$ . Die Helligkeitsanpassung oder auch Luminanztransformation ([11] [10] [32]) erfolgt als affine Teiltransformation in  $\mathbb{R}$  mit Hilfe eines Kontrastfaktors  $s$  und der Helligkeitsanpassung  $o$ , die einer Translation im Merkmalsraum entspricht.

Im Gegensatz zu den in [11] und [10] im Rahmen der Anwendung zur fraktalen Kodierung verwendeten 2D-Varianten kommt hier auch der gegenseitige Einfluß geometrischer Größen und Helligkeitsinformation in Form von  $xl$ ,  $lx$ ,  $yl$  und  $ly$  zur Geltung. Die Gleichbehandlung der Komponenten in der Verteilungsdichte drückt sich auch in der Einflußnahme geometrischer Verformung auf den Helligkeitsverlauf und in umgekehrter Richtung aus.

Der Einsatz einer affinen 3D-Transformation mit allen Parametern stellt eher die Ausnahme dar, weswegen keine übliche Bezeichnung für die Elemente  $xl$ ,  $lx$ ,  $yl$  und  $ly$  in der Literatur existiert. Der Autor wählte die Parameter entsprechend ihrer Funktion in der affinen Matrix. Der Einfluß der X-Komponente auf die Luminanz heißt daher  $xl$ , die entgegengesetzte Richtung  $lx$ . Dem entsprechend gilt  $yl$  für die Auswirkungen der Y-Komponente im Merkmal  $L$  und  $ly$  für die Gegenrichtung. Diese Beziehung hängt natürlich vom Bewertungsfaktor  $c_L$  ab, mit dem die Merkmalskomponente gemäß Gleichung 4.6 bereits versehen ist. Sollte ein Helligkeitsverlauf nachweislich keinen signifikanten Beitrag zur Optimierung leisten, könnten die Elemente  $xl$ ,  $yl$ ,  $lx$  und  $ly$  vernachlässigt werden. Für diesen vereinfachten Fall ergibt sich die nachstehende Parameterbestimmung für die X-Komponente.

$$a = 1 + \frac{vxdx \cdot vy - vydx \cdot vxy}{vx \cdot vy - vxy^2} \quad (4.29)$$

$$b = \frac{vydx \cdot vx - vxy \cdot vxdx}{vx \cdot vy - vxy^2} \quad (4.30)$$

$$e = (1 - a) \cdot \bar{x}_m - b \cdot \bar{y}_m + \overline{dx}_m \quad (4.31)$$

Die Parameter der Y-Komponente und der Luminanztransformation sind im Anhang B zu finden. Die Mittelwerte der Komponenten werden in diesem Zusammenhang mit  $\bar{x}_m$ ,  $\overline{dx}_m$  und  $\bar{y}_m$  bezeichnet. Während der Lösung des aus der Zielfunktion 4.28 entstandenen Gleichungssystems läßt sich eine markante Summendarstellung zusammenfassen. Dies betrifft oben verwendete Symbole  $vxdx$ ,  $vydx$ ,  $vx$ ,  $vy$  und  $vxy$ . Die Bedeutung der Größen sei anhand von  $vxdx$  in Gleichung 4.32 erläutert.

$$vxdx = n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m - \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \sum_{m=0}^{n-1} x_m \quad (4.32)$$

Die Summe der Momentanleistung beider Komponenten wird um die Summe der Gleichleistung vermindert ( $\rightarrow$ [13] [14]). Es handelt sich hierbei um die Varianz der X-Komponente  $x_m$  des Modellpunktes  $\vec{m}$  in Bezug auf die X-Komponente  $dx_m$  des zugehörigen Distanzvektors  $\vec{d}_m$ . Um die Übersichtlichkeit zu wahren, sind dem  $v$  für „Varianz“ die beteiligten Komponenten nachgestellt und nicht als Index ausgeführt. Man kann also  $vxdx$  auch als diejenige Rauschleistung interpretieren, mit der  $\mathcal{D}_x$  die X-Komponente von  $\mathcal{M}$  stört. Entsprechend gilt diese Aussage auch für die anderen Kombinationen. Verschwinden die Deformationsanteile in Gleichung 4.29 bzw. 4.30 sowie die Mittelwerte der Komponenten von  $\mathcal{D}$ , erscheint die Korrekturtransformation als Einheitsmatrix ohne Translation und bewirkt keinerlei Deformation der Menge  $\mathcal{M}$ . Dieser Fall wurde im Abschnitt 4.3 als Kräfte- und Momentengleichgewicht bezeichnet.

Unter Berücksichtigung aller Elemente der affinen Transformation ergibt die Lösung des Gleichungssystems für die X-Komponente die nachstehenden Formeln. Die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen geometrischen Größen und dem Merkmal verursacht eine Verminderung der jeweiligen geometrischen Varianz um den Beitrag der aus der Wechselwirkung resultierenden Rauschleistung. Diese kann allerdings auch negative Werte annehmen, je nach den Gegebenheiten im Signal  $\mathcal{D}$ .

$$a = 1 + \frac{\left(vy - \frac{vyL^2}{vL}\right) \left(vxdx - \frac{vxL \cdot vLdx}{vL}\right) - \left(vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL}\right) \left(vydx - \frac{vyL \cdot vLdx}{vL}\right)}{\left(vx - \frac{vxL^2}{vL}\right) \left(vy - \frac{vyL^2}{vL}\right) - \left(vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL}\right)^2} \quad (4.33)$$

$$b = \frac{(1 - a) \cdot \left(vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL}\right) + vydx - \frac{vyL \cdot vLdx}{vL}}{vy - \frac{vyL^2}{vL}} \quad (4.34)$$

$$lx = \frac{(1 - a) \cdot vxL - b \cdot vyL + vLdx}{vL} \quad (4.35)$$

$$e = (1 - a) \cdot \bar{x}_m - b \cdot \bar{y}_m + \overline{dx}_m - lx \cdot \bar{L}_m \quad (4.36)$$

Die Berechnung der Matrixelemente mit Hilfe von Verhältnisgleichungen erfordert die Diskussion verschwindender Nenner, also einer möglichen Division durch 0. Ausgehend von einer geringen Wahrscheinlichkeit der Kompensation geometrischer Varianz durch die Wechselwirkung mit dem Merkmal sind daher  $vL = 0$  und  $vx \cdot vy - vxy^2 = 0$  genauer zu untersuchen. Das Auftreten von  $vL = 0$  stellt den Spezialfall fehlender Struktur im Modellbild dar und kann mit geeigneten Maßnahmen im Rahmen einer Vorverarbeitung leicht ausgeschlossen werden. Außerdem erweist sich die Distanztransformation zur Begutachtung eines glatten Skalarfeldes als unverhältnismäßig aufwendig.

Als durchaus interessant erscheint die Frage nach der Bedeutung des Terms  $vx \cdot vy - vxy^2$  stellvertretend für alle Auftretensformen dieser Struktur innerhalb der Parameteroptimierung nach Gleichung 4.28. Die Interpretation von Standardabweichungen als Radien bzw. Achsenabschnitte von Ellipsen geht auf [12] zurück. Darin wird auch eine Hauptachsentransformation korrelierter Zufallsgrößen behandelt. Im Zusammenhang mit den Koordinaten des Modellbildes  $\mathcal{M}$  ergibt sich die Korrelation über die geometrischen Parameter der affinen Matrix. Auch hier dient der Term  $vx \cdot vy - vxy^2$  einer Überführung abhängiger Koordinaten in eine statistisch unabhängige Darstellung ( $\rightarrow$ [12] [13]). Abb. 4.14 illustriert diesen Vorgang anhand einer Deformation.

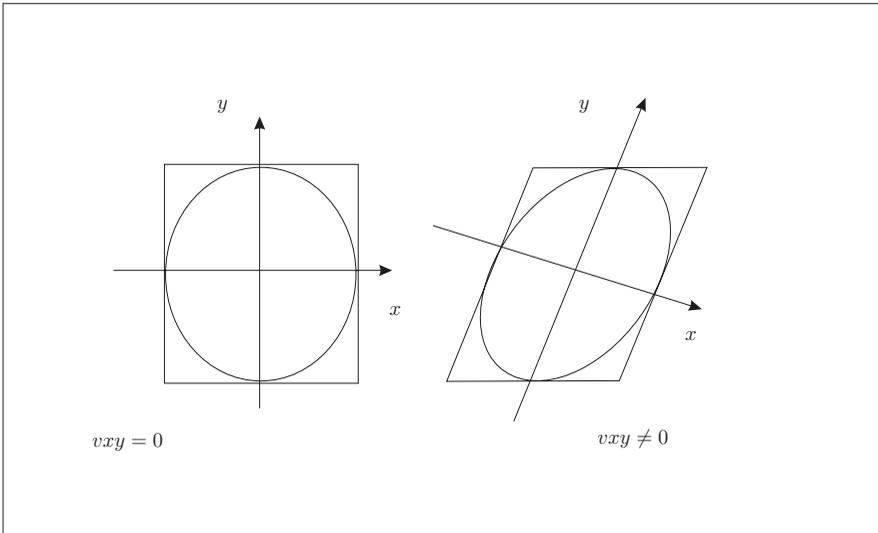


Abbildung 4.14: Geometrische Interpretation der Varianzen als Hauptachsentransformation

Ein Verschwinden des Nenners erfolgt demnach in den Extremfällen einer Kontraktion bezüglich mindestens einer Koordinate. Das Ergebnis wäre die Projektion auf eine Linie bzw. einen Punkt und widerspricht dem Ansinnen der Korrekturtransformation.

Die Berechnung der Parameter mit Hilfe der geometrischen Varianz der Koordinaten weist auf einen weiteren wesentlichen Aspekt der Korrekturtransformation hin. Mit Hilfe der Varianz werden Radien um das Zentrum der Modellmenge beschrieben. Die Berechnung wird auf diese Weise unabhängig von den gewählten Bezugskoordinaten. Eine globale Translation hat somit keine Auswirkungen auf die Bestimmung der Parameter der affinen Matrix. Der Translationsvektor  $(e, f, o)^T$  nach Gleichung 4.28 enthält dann die entsprechenden Korrekturlemente der Verlagerung des Zentrums von  $\mathcal{M}$ .

Die Zuweisungen entstammen einer Herleitung, die eine erwartungstreuere Optimierung der Schätzfunktion nach Gleichung A.13 repräsentiert. Sie finden sich im Zusammenhang von Abbildungsfunktionen zur Verringerung eines Fehlermaßes in verschiedenen Anwendungsbereichen der Bildverarbeitung ( $\rightarrow$ [13] [14] [11] [10]). Hier wurde speziell die Optimierung einer affinen Transformation im  $\mathbb{R}^3$  zur Verringerung der Streuung der Komponenten in  $\mathcal{D}$  betrachtet.

Die Parameterextraktion läßt sich in diesem Zusammenhang auch als Filterbank auffassen, deren Ausgangssignal in Form von  $T$  die Menge  $\mathcal{M}$  verzerrt. Nach dem Signalmodell der Abweichungen wäre hier der Begriff *entzerrt* treffender. Ähnlich einem Korrelationsfilter bewerten die Koeffizienten das Signal  $\mathcal{D}$  und liefert eine Antwort, die ihren Ausdruck in den Deformationanteilen der affinen Matrix findet. Abb. 4.15 illustriert das entstehende Blockschaltbild der dargelegten Operation. Allerdings entstammen die Filterkoeffizienten einer nichtlinearen Beziehung zwischen  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{M}$  aufgrund der Distanztransformation ([5] [3]).

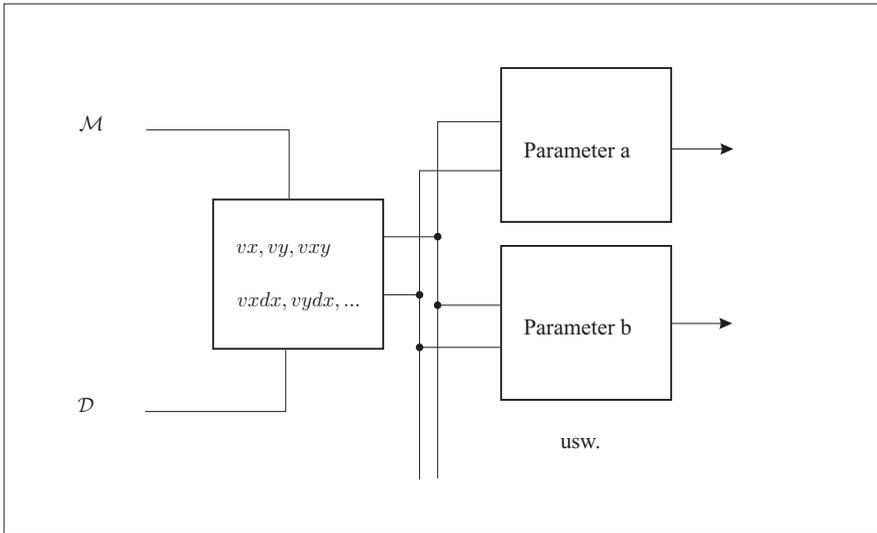


Abbildung 4.15: Blockschaltbild der Parameterextraktion

Die Ausführungen in Abschnitt 4.3 in Bezug auf die Trennung einer Richtungsinformation von normalverteilten und nichtlinearen Störsignalen verlangen eine Untersuchung der Filterantwort auf Rauschen im Signal  $\mathcal{D}$ . Der Gaußprozeß soll den nichtlinearen Anteil dominieren, so daß sich die folgenden Betrachtungen nur auf normalverteilte Komponenten beziehen. Anhand der X-Komponente zeigt sich in Gleichung 4.37 die Auswirkung der Normalverteilungsdichte. Geht man von kompensierten Mittelwerten aus, so ergibt sich  $\bar{d}_x = 0$ . Eine Koordinatentransformation ermöglicht auch für die Modellpunktpositionen  $x_m$  und  $y_m$  eine mittelwertfreie Darstellung mit  $\bar{x}_m = \bar{y}_m = 0$ .

$$a = 1 + \frac{(n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m) \cdot n \sum_{m=0}^{n-1} y_m^2 - (n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot y_m) \cdot n \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot y_m}{(n \sum_{m=0}^{n-1} x_m^2)(n \sum_{m=0}^{n-1} y_m^2) - (n \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot y_m)^2} \quad (4.37)$$

Gleichung 4.38 zeigt die Interpretation des diskreten Terms  $vx dx$  als Erwartungswert des Rauschens von  $dx_m = k \cdot f(x_m)$  ([14] [19]). Ohne Deformation, also mit  $vxy = 0$  liefert der Zähler aufgrund von  $\overline{dx} = 0$  keinen Beitrag zur Veränderung von  $a$ . In Gleichung 4.40 wird diese Relation mit dem Erwartungswert von  $vy dx$  gleichgesetzt. Die statistische Unabhängigkeit von  $dx_m$  bezüglich aller Koordinaten ermöglicht diesen Ansatz.

$$EX(dx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m \quad (4.38)$$

$$vx dx = \sqrt{2\pi}\sigma_x EX(dx) \quad (4.39)$$

$$0 = \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m = \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot y_m \quad (4.40)$$

$$0 = \left( \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m \right) \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m^2 - \left( \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot y_m \right) \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot y_m \quad (4.41)$$

Die Gleichung 4.41 ergibt sich bei statistischer Unabhängigkeit zwischen Koordinaten und Rauschvektoren, die bei einem Gaußprozeß vorausgesetzt werden darf ([14] [13] [12]). Aufgrund der Invarianz des Rauschens gegenüber geometrischer Translation gemäß dem Abweichungsmodell in Abschnitt 2.2 ergibt sich auch für Deformationsanteile in der affinen Matrix ein verschwindender Zähler. Die Differenz nach Gleichung 4.41 kompensiert die Deformation von  $\mathcal{M}$  bezüglich einer zusätzlichen Störung, die eine Tendenz enthält.

Die Parameterextraktion erweist sich also nicht nur gegenüber normalverteilten Störsignalen als unempfindlich, sondern dämpft alle von den Koordinaten der Menge  $\mathcal{M}$  unabhängigen Rauschanteile. Die geometrische Korrektur und die Luminanztransformation wären nach dieser Darstellung weitgehend unabhängig von den Störsignalen in  $\mathcal{D}$ . Einer der entscheidenden Nachteile der Nutzung der Hausdorff-Distanz wird mit Hilfe einer statistischen Bewertung in seiner Auswirkung vermindert ([3] [5] [24]).

#### 4.4.2 Einfluß weiterer Skalarfelder

In Abschnitt 2.1 wurde bereits eine Schar von Skalarfeldern in die Betrachtungen einbezogen. Eine Berücksichtigung zusätzlicher Skalarfelder mit ihren eigenen Distanzvektorfeldern äußert sich in den bereits genannten Varianzen  $vx dx$ ,  $vxdy$  usw., die sich um den Beitrag der erweiterten Zielfunktion der Optimierung nach Gleichung 4.28 erhöhen. Die Betrachtung eines Merkmalsraumes von Skalarfeldern bedarf demnach lediglich einer modifizierten Darstellung der Varianzen. Die Summe zweier Ergebnisse der Distanztransformation nach Gleichung 4.42 ähnelt sehr der Teilmengenbetrachtung in Abschnitt 4.3. Der Unterschied besteht lediglich in der Zuordnung mehrerer Distanzvektoren zu einem Modellpunkt  $\vec{m}$ .

$$\mathcal{D}_{res} = \mathcal{D}_1 \oplus \mathcal{D}_2 \quad (4.42)$$

$$vxdx_{res} = vxdx_1 + vxdx_2 \quad (4.43)$$

Über die Varianzgrößen nach Gleichung 4.43 am Beispiel von  $vx dx$  besteht die Möglichkeit, den Einfluß mehrerer Skalarfelder zur Geltung zu bringen. Mit dieser Maßnahme verdoppelt sich dann der Anteil der geometrischen Varianzen  $vx$ ,  $vy$  bzw.  $vxy$  während der Lösung des Gleichungssystems, das aus der linearen Optimierung von Gleichung 4.28 entsteht. Auf diese Weise bleibt ein ausgewogener Deformationsanteil in der affinen Matrix  $\underline{A}$  gewahrt. Die Dominanz eines bestimmten Skalarfeldes läßt sich über eine entsprechende Gewichtung der einzelnen Varianzen festlegen.

In Kapitel 3 standen binarisierte Kantenrepräsentationen im Mittelpunkt, deren Informationsdichte in [2] jedoch als gering bezeichnet wurde. Es handelt sich hierbei um Operationen mit den Beträgen des Gradientenfeldes der ursprünglichen Skalarfelder  $\Gamma(\mathcal{M})$  bzw.  $\Gamma(\mathcal{I})$ . Das Vektorfeld  $\mathcal{G}$  der Menge an Gradienten von  $\Gamma(\mathcal{M})$  besteht im hier betrachteten Fall aus zwei Komponenten. Der Differenzenquotient als Näherung der Ableitung der Oberfläche in Richtung  $x$  bzw.  $y$  liefert  $\vec{g} \in \mathcal{G} : \vec{g} \rightarrow \mathbb{R}^2$ . Erst aus dieser Darstellung entstehen die weit verbreiteten Kantenfilter ( $\rightarrow$ [27][15]).

Im Zusammenhang mit der Schätzung der Parameter einer Deformation mit Hilfe des Distanzvektorfeldes  $\mathcal{D}$  erweitert sich die Betrachtung in Hinblick auf das Gradientenfeld  $\mathcal{G}$  zu einer Differentialgleichung erster Ordnung. Drei Skalarfelder sind hierbei beteiligt, die Merkmalsrepräsentation  $\Gamma(\mathcal{M})$  und die aus den Vektorkomponenten erzeugten Graphen  $\Gamma(\mathcal{G}_x)$  und  $\Gamma(\mathcal{G}_y)$ . Gemäß der Addition der Kraftwirkungen der Distanzvektorfelder  $\mathcal{D}_k$  mit  $k = 1, 2, 3$  existieren resultierende Schätzwerte für die Korrektur. In der Praxis begnügt man sich in der Regel mit dem Betrag des Signals  $\mathcal{G}$ , so daß zwei Skalarfelder zu berücksichtigen sind ([3] [5]).

Eine geringere Streuung in den Skalarfeldern, die mit der Anwendung des Nabla-Operators auf  $\Gamma(\mathcal{M})$  generiert werden, verursacht unter Umständen eine verbesserte Häufigkeitsverteilung. Der wohl entscheidende Grund für die Nutzung der Kantendarstellung in [3] [23] [24] liegt aber in der Vernachlässigbarkeit des Umrechnungsfaktors  $c_L$ . Gleichung 4.44 zeigt die Interpretation von  $c_L$  als Teil eines Kontrastfaktors zur Bewertung des Gradienten.

$$\nabla (c_L \cdot L(x, y)) = c_L \left( \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial L}{\partial y} \right) \quad (4.44)$$

Aus Sicht der Systemtheorie entspricht der Nabla-Operator einem Haar-Filteransatz in der jeweiligen Richtung ([15]). Als Konsequenz der Operation ergibt sich ein zurückgedrängter Einfluß des ursprünglichen Skalarfeldes und des Bewertungsfaktors  $c_L$ . Eine Einbeziehung in die Parameterschätzung hat also einen gegenüber  $c_L$  unempfindlicheren Signalanteil in  $\mathcal{D}$  zu Folge. Eine leicht veränderte Korrekturbewegung folgt dann aus der Erweiterung des DVF. Betrachtet man die Richtung der Operation in Bezug auf einen Modellpunkt, läßt sich sogar für die allgemeine HD eine entsprechende Darstellung formulieren.

Für die Betrachtung von  $\mathcal{D}(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  und  $\mathcal{D}(\mathcal{I}, \mathcal{M})$  ergibt sich Gleichung 4.45. Die Mengen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  sollen hierbei eine gleiche Anzahl  $n$  von Elementen enthalten, was beispielsweise für den Vergleich von Bildern einer Gesichtsdatenbank zutrifft ( $\rightarrow$ [25]). Die Ausführungen im Abschnitt 2.3 bezeichnen die allgemeine HD als Maß dafür, wie ähnlich sich zwei Mengen sind. Mit Hilfe von  $\mathcal{D}$  beider gerichteter Operationen lassen sich Rückschlüsse auf die Identität bzw. Ähnlichkeit von Quell- und Zielregionen ziehen.

$$\mathcal{D}_H = \mathcal{D}_{h(I, M)} \oplus \mathcal{D}_{h(M, I)} \quad (4.45)$$

$$vxdx_H = vxdx_{h1} + vxdx_{h2} \quad (4.46)$$

Wenn sich die Kraftwirkungen der jeweiligen Teilregionen aufheben, wäre dieser Umstand sogar ein Hinweis auf Identität der gesamten Mengen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$ . Eine verbleibende Korrektur dient dann der Verminderung der Varianz der allgemeinen Operation. Dieser interessante Effekt, bereits aus der Matrix der Parameterschätzung auf Ähnlichkeit schließen zu können, ohne die Transformation tatsächlich auszuführen, wird im Kapitel 6 näher beleuchtet.

Die bisherigen Erörterungen legen die Begutachtung einer Vielzahl von Distanztransformationen nahe, sei es zur Verbesserung der Aussagekraft oder zur Einbeziehung der allgemeinen Hausdorff-Distanz in die Betrachtungen. Die Frage nach einer mehrmaligen Anwendung der Schätztransformation erhöht den Berechnungsaufwand zusätzlich. In jedem Falle bleibt eine zügige Bestimmung der benötigten Distanzvektorfelder wünschenswert.

### 4.4.3 Realisierung eines Transformationsschätzers

Als Folge der Darlegungen ergibt sich das Blockschaltbild einer technische Umsetzung der gewonnenen Erkenntnisse als Erweiterung von Abb. 4.15. Die Anfangsbedingung mit der Festlegung des entsprechenden Ausschnitts  $\mathcal{I}_{AOI} \in \mathcal{I}$  und der affinen Transformation  $T$  wird eines Vorverarbeitungsblocks definiert. Darin ist auch die Bewertung mit  $c_L$  enthalten, die auch auf die Mustermenge  $\mathcal{M}$  bezogen werden muß. Für den Schaltungsteil der Distanztransformation stellt sich die Frage nach der Metrik, die der Hausdorff-Distanz zugrunde liegen soll ( $\rightarrow$ Abschnitt 2.1).

Das entstandene Distanzvektorfeld  $\mathcal{D}$  liefert über seine Häufigkeitsverteilungen bezüglich  $d_h$ ,  $\vartheta$  und  $\phi$  bzw.  $d_x$ ,  $d_y$  und  $d_L$  ein Maß für die Wahrscheinlichkeitsdichten der entsprechenden Komponenten der Zufallsvariablen  $\vec{d}_m$ . Diese lassen sich dann zur Berechnung der Korrekturtransformation nach den Gleichungen B.34 bis B.37 einsetzen. Eine detaillierte Herleitung der Berechnungsvorschriften der vorherigen Abschnitte befindet sich im Anhang B. Im Ergebnis dieser Parameterschätzung steht eine Korrekturtransformation  $T(\mathcal{M}, c_L)$  zur Verfügung, die eine Varianzminderung von  $\mathcal{D}$  in der beschriebenen Weise ermöglicht.

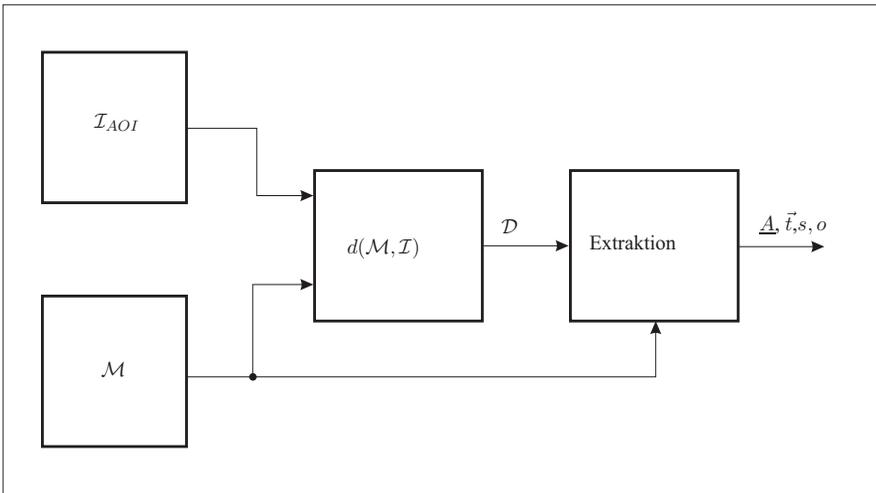


Abbildung 4.16: Darstellung der offenen Schleife mit Distanztransformation und Parameterextraktion

Während die Parameterextraktion je nach Randbedingungen verschiedene Varianten hervorbringt, steht der Algorithmus der Distanzbestimmung hingegen fest. Eine schaltungstechnische Unterstützung wird allerdings nur unter Nutzung der  $l_1$ -Norm, also ohne Multiplikation, in vertretbarem Rahmen zu realisieren sein ([21]). Kommen noch zusätzliche Skalarfelder hinzu oder sind mehrmalige Anwendungen der Korrekturtransformation notwendig, ergibt sich ein erheblicher numerischer Aufwand bei der Bewältigung der Abstandsberechnung.

Aus diesen Erwägungen entstand das Konzept eines **Distanzprozessors**, der die Berechnung des Distanzvektorfeldes  $\mathcal{D}$  übernimmt. Im folgenden Kapitel steht daher der Entwurf der technischen Realisierung im Mittelpunkt. Eine Beschleunigung mit Hilfe eines FPGA und die Aufteilung des Algorithmus in einen Softwareteil und die schaltungstechnische Unterstützung werden ausführlich erörtert.

---

## 5 Der Distanzprozessor

*Ein nicht unbeachtlicher Anteil an den Vorbereitungen der Versuche wurde in den Entwurf eines Distanzprozessors als unterschätzende Hardware investiert. Die Beschreibung des Meßaufbaus in diesem Kapitel erfolgt als Darlegung der Umsetzung der theoretischen Vorbetrachtungen. Dabei werden besondere schaltungstechnische Maßnahmen entsprechend hervorgehoben.*

### 5.1 Hardware für numerische Bildverarbeitungsaufgaben

Bislang wurde noch nicht diskutiert, wie der hohe Berechnungsaufwand der Einzeldistanzen in einem zeitlich vertretbaren Rahmen zu bewältigen sei. Die Notwendigkeit des Vorhaltens des gesamten Distanzvektorfeldes kann als eine wesentliche Konsequenz der Ausführungen in Kapitel 4 gelten. Im Gegensatz zu den Beschleunigungsmaßnahmen in [3], [30] oder [24] beschränkt sich das hier umgesetzte Verfahren nicht auf Optimierung des Algorithmus in Bezug auf spezielle Anwendungsfälle oder Zielplattformen. Ein Nachweis der Leistungsfähigkeit der Betrachtung von Fehlerverteilungen als Grundlage der Hausdorff-Distanz und der Ermittlung einer Schätztransformation bedarf einer möglichst universellen Implementierung.

Die Wahl der Hardware bestimmt maßgeblich die Möglichkeiten des Schaltungsentwurfs. Die formulierten Anforderungen in Hinblick auf die Verarbeitungsbreite und den lokalen Speicher führen zur Nutzung einer im Fachgebiet mitentwickelten PCI-Karte [33]. Die Konfiguration als Distanzprozessor verlangt gegenüber dem ursprünglichen Einsatz als universeller Koprozessor allerdings umfangreiche konzeptionelle Veränderungen ([34]). (→Abschnitt 5.2/S. 80)

Die Wahl des eindimensionalen Prozessorsystems entspricht dem Anliegen eines sparsamen Umgangs mit Chipressourcen. Eine Spezialisierung der Arithmetisch-Logischen Einheit in Bezug auf die Bedingungen der Berechnung der  $l_1$ -Norm aus drei Komponenten nutzt die Gegebenheiten der Chipfamilie des verwendeten FPGA EP20K400. Kernstück der Distanzbestimmung bildet ein Prozessorelement, das für einen Modellpunkt die komplette Berechnung übernimmt. Die Beschreibung der Steuerelemente und der Kommunikationsmodule des PCI-Transfer vervollständigen die Darlegungen zum Entwurf. (→Abschnitt 5.3/S. 82)

Die notwendige Kommunikation mit der Hardware und Auswertung des DVF zur Bestimmung der Korrekturtransformation in den erörterten Varianten nach Abschnitt 4.4 übernimmt ein Programm im PC. Die Software realisiert die Regelschleife unter Berücksichtigung der Multiplikation des Umrechnungsfaktors  $q$  mit den Elementen der Merkmalskomponente. Die Ergebnisse stehen nach Erreichen der Abbruchbedingung als Textdateien der weiteren Verarbeitung bzw. Visualisierung zur Verfügung. (→Abschnitt 5.5/S. 87)

Geschwindigkeit und Dynamikbereich der Daten sind wesentliche Kennwerte der Realisierung des Distanzprozessors im FPGA. Hier stehen besonders die Auflösung der Komponenten und die realisierbare Anzahl der Prozessorelemente im Vordergrund. Daraus ergibt sich weiterhin eine Abschätzung der Geschwindigkeit unter Nutzung aktueller FPGA. Ein für den Einsatz wichtiges Ergebnis stellt die Echtzeitfähigkeit der Distanztransformation mit Hilfe derzeit verfügbarer FPGA. (→Abschnitt 5.6/S. 90)

---

Die sequentielle Ermittlung der Distanzminima und der damit verbundene Charakter eines Datenflußprozessors führt zur Überlegung, Lösungen mit Hilfe eines FPGA anzustreben ([35] [34] [36]). Aus diesem Grunde sind für den Entwurf eines Distanzprozessors FPGA-Systeme mit PCI-Anbindung und eigenem lokalen Speicher interessant. Datenflußprozessoren mit eigenständigen Prozessorelementen bieten in Hinblick auf Kommunikationsaufwand, Spezialisierung der Kernfunktionen und damit geringen Ressourcenverbrauch wesentliche Vorteile gegenüber komplexeren Systemen unter Nutzung von DSP's ([34]).

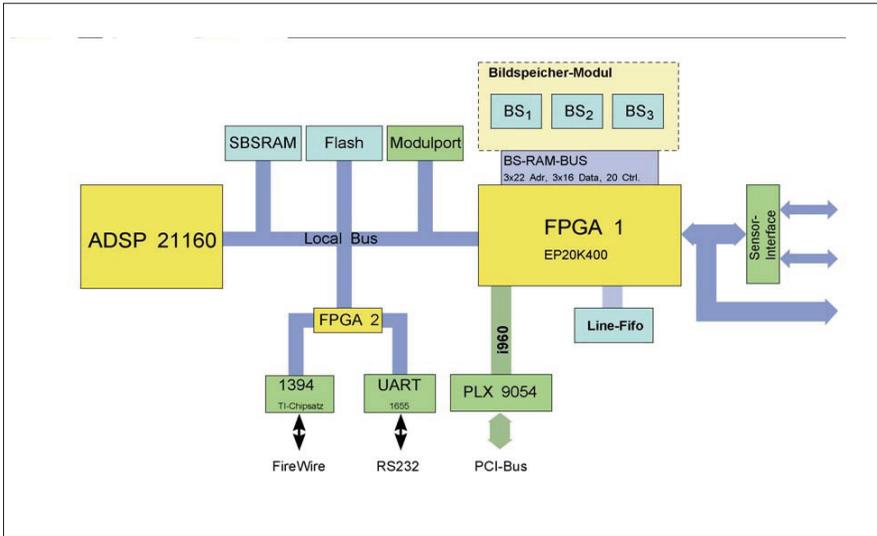


Abbildung 5.1: Architektur von IDISK2

Die spezielle Zielplattform **IDISK2** entstand im Rahmen eines Verbundprojektes ([34] [33]). Ein wesentlicher Vorteil liegt in der Möglichkeit des Zugriffs auf drei unabhängige 16bit-Speicherbänke zu jeweils 4MB. Alle weiteren Eigenheiten von Chip und Architektur sind in [34] ausführlich dargelegt. Die Wahl der Hardware resultiert aus den Überlegungen zur Verfügbarkeit, dem persönlichen Kontakt zu den Entwicklern und der eigenen Mitarbeit am Projekt durch den Autor selbst.

## 5.2 Das Gesamtkonzept des Demonstrators

Der im Abschnitt 4.4 beschriebene Schätzalgorithmus einer Korrekturtransformation als Auswertung des DVF liefert den Ausgangspunkt für eine technische Realisierung. Die Zerlegung des Algorithmus in einen durch Hardware realisierten und von Software gesteuerten Teil folgt der Argumentation einer massiven Parallelisierung von Prozessen ([37]). Diese gilt speziell für die Berechnung der Distanzen, die als Zyklus alle verfügbaren Elemente des Videobildes  $\mathcal{I}$  für die Zuweisung von  $\vec{d}_m$  einbezieht ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.1). Die Korrekturtransformation hingegen besteht aus verschiedenen Varianten, deren genaue Eigenschaften erst noch zu untersuchen sind.

Die Hardware unterstützt die Berechnung der Distanz der Modellpunkte  $\vec{m}$  aus  $\mathcal{M}$  zur Menge der Videopunktpunkte  $\mathcal{I}$ . Die Auswertung von  $\mathcal{D}$  unter Berücksichtigung des Umrechnungsfaktors  $q$  und des Modells  $\mathcal{M}$  übernimmt ein Programm. Aus dieser Aufgabeteilung ergeben sich die Module des Demonstrators, denen sich die folgenden Ausführungen widmen. Zuvor sind jedoch einige teils schon verwendete Begriffe zu klären.

- Distanzprozessor - Gesamtheit der Hardware
- Prozessorelement - Einem Modellpunkt zugewiesene Einheit zur Distanzberechnung
- Prozessorfeld - Zusammenschaltung aller Prozessorelemente **mit** Steuerstrukturen
- Regelschleife - Berechnung und Anwendung der Projektionsparameter
- Demonstrator - Zusammenspiel von Hard- und Software

Die Kommunikation der Software mit dem Distanzprozessor übernimmt das PCI-Interface auf **IDISK2**. Register und Speicher stehen mit Hilfe von Transferfunktionen des PLX-SDK des Herstellers *PLXtech* für den Zugriff seitens des PC bereit. Der **PCI9054** übernimmt auf **IDISK2** diese Aufgabe. Der als *crossbar* bezeichnete Schaltungsteil sorgt für die korrekten Daten-, Adreß- und Steuerleitungen während des Zugriff auf Register, Prozessorfeld und den mit *FB* bezeichneten RAM-Bänken. Die physische Trennung dieser Speicherbaugruppen ermöglicht erst den effektiven Einsatz von **IDISK** als Distanzprozessor.

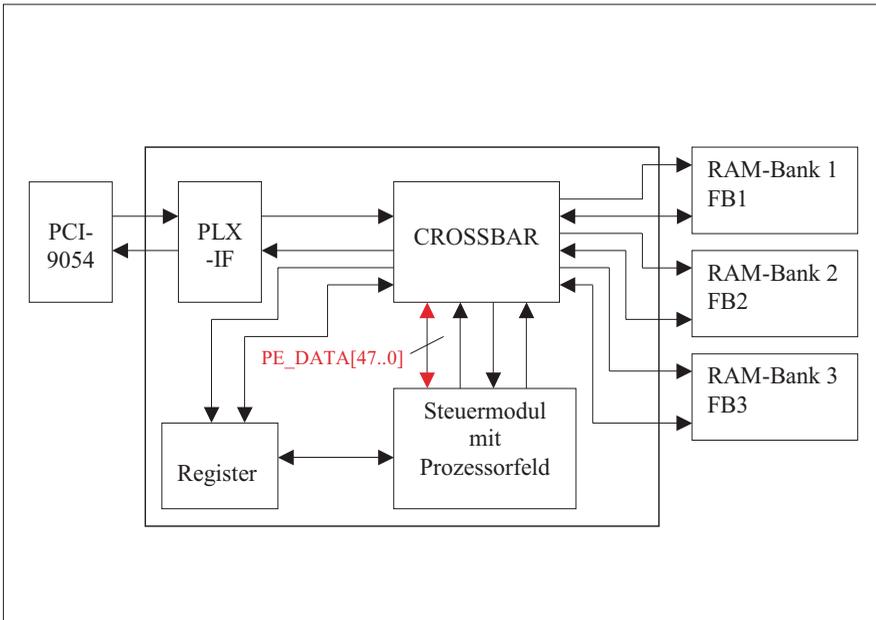


Abbildung 5.2: Blockschaltbild des Distanzprozessors

Das eindimensionale Prozessorfeld übernimmt die Bestimmung der Abstände. Dabei erfolgt die Berechnung exakt nach den Vorgaben aus Kapitel 2 in der Variante der  $l_1$ -Distanz. Für die Norm eines Distanzvektors im Prozessorfeld gilt entsprechend Gleichung 2.12 in der Variante nach Gleichung 5.1. Die Berücksichtigung des Umrechnungsfaktors  $c_L$  muß zur Vermeidung einer Multiplikation bereits vor dem Transfer in den Speicher der Hardware erfolgen.

$$\left| \vec{d}_m \right| = |x_i - x_m| + |y_i - y_m| + |c_L \cdot L_i - c_L \cdot L_m| \quad (5.1)$$

Ursprünglich wurde die Architektur von **IDISK2** auf den unabhängigen Zugriff des FPGA auf drei Speicherbänke ausgelegt. Der Einsatz als Distanzprozessor erfordert drei unabhängige Komponenten, die unter den genannten Voraussetzungen jeweils einer Speicherbank entsprechen. Die Möglichkeit eines simultanen Zugriffs auf alle drei Bänke ist einer der entscheidenden Vorzüge der genutzten Erweiterungskarte. Damit steht auch die Auflösung der Komponenten von 16bit fest. Der Entwurf des Distanzprozessors stützt sich auf eine Reihe von Eigenschaften der Hardware **IDISK2**, die schließlich auch zu deren Auswahl geführt haben. Die Randbedingungen für den Betrieb der Hardware sind nachstehend zusammengefaßt.

- Simultaner Zugriff auf drei Bänke 4Mx16bit durch den FPGA
- Sequentieller Transfer mit 16bit über PCI9054
- Einsatz von asynchronem SRAM
- Lesezyklus über Registerlaufzeiten und RAM-Geschwindigkeit begrenzt
- Globaler Systemtakt bei 40MHz

Die Firma *PLXtech*, Hersteller des *PCI9054*, liefert alle notwendigen Module und Dokumentationen zur Ansteuerung seiner Chips, so daß sich die Beschreibung nur auf die Besonderheiten des genutzten Systems bezieht ([38]). Im Bereich der Synthese bieten viele Hersteller umfangreiche Hilfsmittel zur Erstellung von Automatenstrukturen an ([39] [40] [41]). Aufgrund der notwendigen Optimierungen auf der Ebene des VHDL-Codes kam als Synthesetool jedoch Quartus II 4.2 zum Einsatz.

## 5.3 Das Prozessorfeld und seine Elemente

Die Aufgabe des Prozessorfeldes besteht in der Berechnung des DVF mit Hilfe der im lokalen Speicher befindlichen Komponenten von  $\mathcal{I}(c_L)$  und  $\mathcal{M}(c_L)$ . Diese erfolgt **gleichzeitig** mit Hilfe verketteter Prozesselemente, die den Chip möglichst auslasten sollen. Ein Steuerautomat gibt Befehle an das Prozessorfeld, versorgt es mit den gültigen Daten aus dem Speicher und schreibt die berechneten Distanzvektoren in die vorgesehene Position des lokalen Speichers nach erfolgter Distanzbestimmung. Auf diese Weise entsteht eine eigenständige Einheit, die im Operationsmodus die komplette Distanzberechnung vornimmt.

### 5.3.1 Das Prozesselement - Kern des Distanzprozessors

Die Herausforderung, die sich mit dem Entwurf des einzelnen Prozesselements verbindet, stellt sich in der Ausnutzung der Eigenschaften des APEX20K400E mit dem Ziel einer ressourcenschonenden Umsetzung des Prozessorfeldes dar. Die Qualität des Designs entscheidet über die Anzahl der Modellpunkte, die im FPGA gleichzeitig repräsentiert werden können und den Parallelisierungsgrad bestimmen. Jedem Prozesselement (**PE**) kommen nach dem Prinzip eines verketteten Prozessorfeldes folgende Aufgaben zu ([42] [36]).

- Laden von **ModelData** und Weitergabe des bisherigen Inhalts
- Berechnung des Distanzminimums bezüglich der Videodaten mit Hilfe des ermittelten **BestVector**
- Laden des **BestVectorRegister** und Weitergabe des **BestVektor**
- Einfügen eines Wartezustandes als **NOP**

Daraus ergibt sich das in Abb. 5.3 skizzierte Blockschaltbild eines Prozessorelements. Die Datenpfade der Register sind direkt vom Befehl anhängig und somit über eine Steuerstruktur realisierbar. Der Befehlsdecoder übernimmt die Zuweisung der Ausgangsdaten und die Steuerung der arithmetisch-logischen Einheit (ALU). Der Zugriff auf die ungepufferten Eingangsdaten ermöglicht die Initialisierung der Modelldaten **ModelData** und des Registers für die Minimumdistanz **BestVector**.

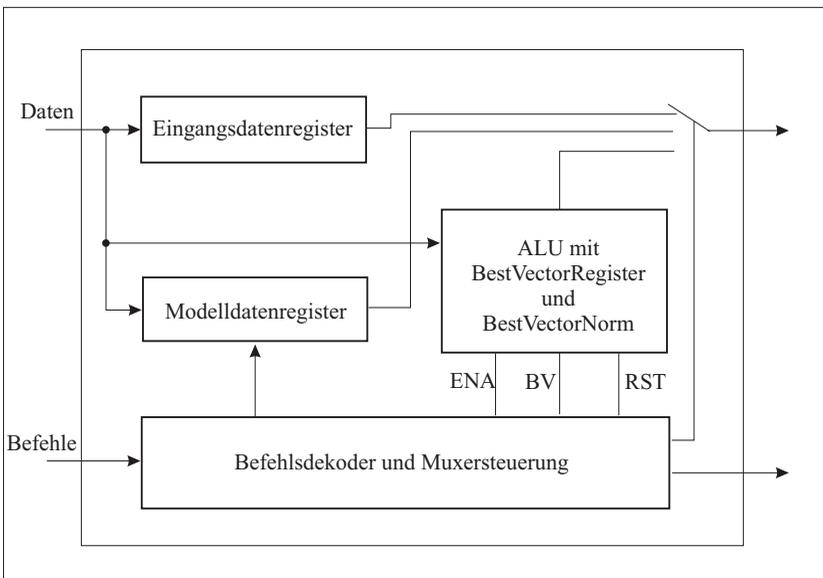


Abbildung 5.3: Prozessorelement mit Befehl HDistanceNorm

Eine detaillierte Beschreibung sei für die ALU erlaubt. Die Gleichung 5.1 gibt bereits die Struktur der ALU vor. Die Bildung der vorzeichenrichtigen Differenzen aller drei Komponenten wird im Arithmetik-Modus des **APEX** direkt unterstützt ([8]). Problematisch hingegen erweist sich das für den absoluten Betrag notwendige 2er-Komplement, die im Gegensatz zu 1er-Komplement einen vollständigen Addierer verlangt [43]. Da die Anwendung vom Vorzeichenbit abhängt, kann diese Aufgabe nicht den zur Differenzbildung genutzten Logikelemente (**LE**) des FPGA übertragen werden. Hier nutzt der Autor die Eigenschaft der **LUT** innerhalb eines LE, bis zu vier Eingangssignale verarbeiten zu können. Die Korrekturaddition erfolgt zusammen mit der Bildung der Summe der drei nichtnegativen Komponentendifferenzen, die bei gesetztem MSB durch ihr 1er-Komplement repräsentiert werden. Das 1er-Komplement eines Registers ist **immer** verfügbar (→[8]).

Abb. 5.4 illustriert diesen Mechanismus anhand eines Zahlenbeispiels. Der Spezialfall einer Addition dreier Beträge wird in diesem Zusammenhang durch die Ausführung der Korrekturoperation als vierten Summanden ermöglicht.

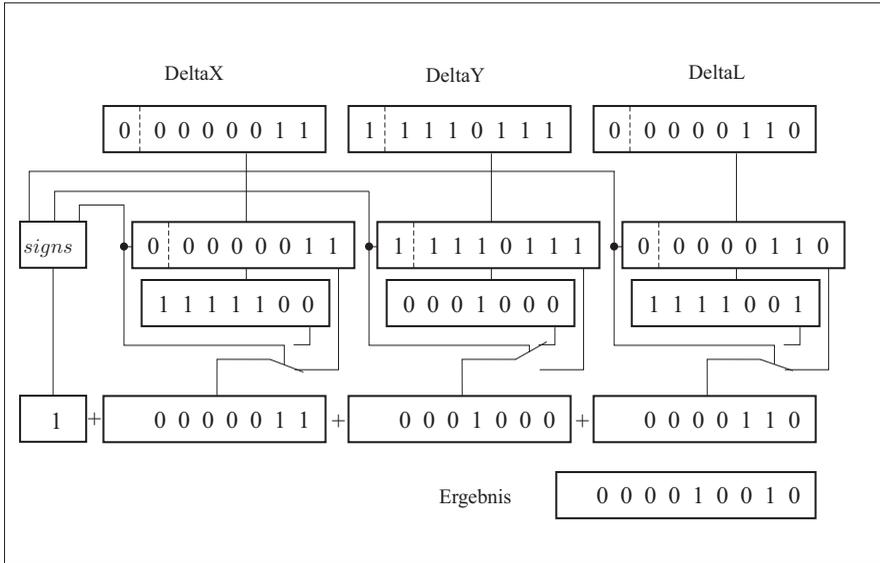


Abbildung 5.4: Beispiel für die Bildung der Norm

Eine weitere Eigenheit, deren Ursprung auf die universelle Interpretation der VHDL-Befehle zurückgeht, bietet zusätzliches Einsparpotential. Die Berechnung der Differenzen benötigt Logikelemente, die als Register ohne getaktete Zuweisung verloren gingen ([8]). Führt man die Ergebnisse der im Arithmetik-Modus betriebenen LE's auf eine Registerstruktur, fordert das Synthesetool neue Ressourcen in Form von zusätzlichen LE's an. Falls ein Minimum gefunden wurde, können die Daten statt dessen in das LE-interne Arithmetikregister gelangen. Der Ausgang des programmierbaren Registers repräsentiert **BestVector**, der nicht gepufferte Teil (Register Bypass) enthält die aktuellen Komponenten **DeltaX**, **DeltaY** bzw. **DeltaL**. Aus diesen Überlegungen heraus sieht das Konzept der ALU eine Integration des **BestVectorRegisters** vor. Somit erfolgt die Reaktion auf das Ergebnis des Vergleichs zwischen aktueller Norm und bisherigem Minimum direkt in der ALU. Eine Weitergabe des Inhalts vom **BestVectorRegister** erhält dabei eine höhere Priorität als die Aktualisierung, wobei die Aktualisierung durch Einfügen von NOP erzwungen werden kann und somit auch das zuletzt gefundene Minimum nicht verloren geht.

Um die Funktionsfähigkeit eines über den gesamten Chip verteilten Prozessorfeldes zu gewährleisten, muß die Konsistenz von Befehlen und Daten zum anliegenden Takt im Design absoluten Vorrang erhalten. Die Zuweisung der Daten an die entsprechenden Register nimmt der Befehlsdekorator vor. Die Generierung der Steuerleitungen der ALU gehört ebenfalls zu seinen Aufgaben. Das Interface eines PE dient der Verkettung einzelner Prozessorelemente zu einem großen Prozessorfeld mit gleichartigen PE's, deren genaue Position innerhalb der Verarbeitungskette nicht funktionsbestimmend ist. Damit bleiben dem Synthesetool weitgehende Freiheiten zur zeitlichen Optimierung der Verdrahtung.

### 5.3.2 Der Steuerautomat des Prozessorfeldes

Die Zusammenfassung der Elemente und die Versorgung des Prozessorfeldes mit Daten und Befehlen stellt die Voraussetzung für eine korrekte Bestimmung der Distanzvektoren dar. Wie in Abb. 5.5 zu erkennen, hängen die Kantenbedingungen von den Adreßzählern der Video-, Modell- bzw. Distanzdaten ab. Die Anzahl der im FPGA befindlichen PE steht als interne Größe nach dem Entwurfszyklus fest.

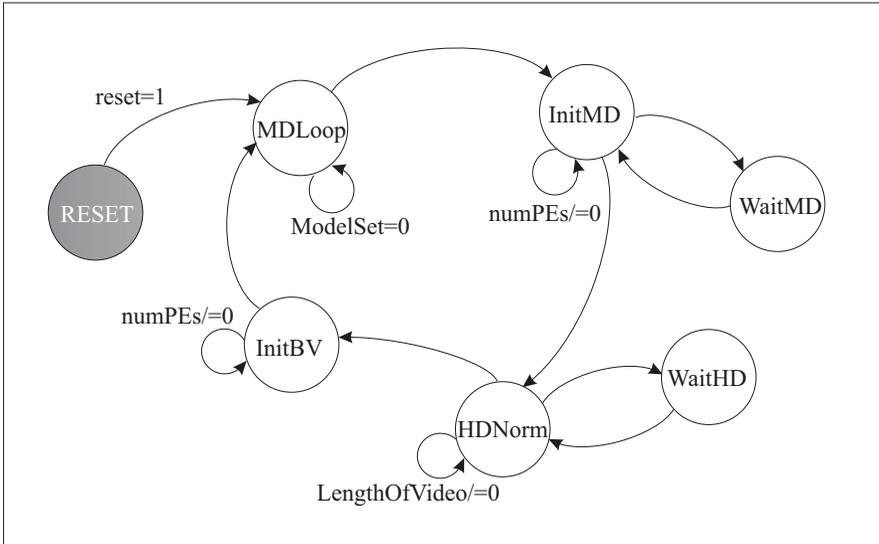


Abbildung 5.5: Steuerautomat mit Zustandsvektoren und Verzweigung

Über die PCI-Anbindung steht ein Registersatz zur Verfügung, mit dessen Hilfe die Startadressen und Blocklängen von Video- und Modell- bzw. Distanzdaten an den Steuerautomaten gelangen. Die Aktivierung des Prozessorfeldes übernimmt den aktuellen Stand der Registerinhalte und durchläuft die Zustände in Abb. 5.5. Darin finden sich die schaltungstechnischen Maßnahmen zur korrekten taktsynchronen Datenaufbereitung. Das Aktivierungsbit des Prozessorfeldes, identisch mit dem **reset** des Prozessorfeldes, sorgt für den simultanen Zugriff auf die drei Speicherbänke. In diesem Fall sind zwar auch Lese- oder Schreibzyklen seitens des *PCI9054* erlaubt, liefern aber bei Adressierung des RAM keine gültigen Daten. Das Ansprechen des Registersatzes bleibt natürlich in jedem Betriebsmodus möglich. Befindet sich die Hardware im Operationsmodus, repräsentiert der Vektor **PE\_DATA** die 48bit breiten Lesedaten aus dem RAM von **IDISK**. Mit den 16bit-Daten von **VideoStart** bis **VideoLength** stehen die höherwertigen Bits einer 21bit-Adresse bereit, auf die das Steuermodul im Operationsmodus zugreifen kann. Daraus wird **LengthOfVideo** gebildet. Es existiert keinerlei Erfordernis, hier eine höhere Auflösung vorzusehen. Im Design wird die 21bit-Adresse wieder rekonstruiert. **NbrModelSets** beschreibt die Anzahl der notwendigen Sätze an Prozessorfeld-Daten und repräsentiert den Initialisierungswert der Variablen **ModelSet**. Multipliziert man diesen Parameter mit der Anzahl der PE's, muß mindestens die signifikante Modellpunktmenge abgedeckt sein. Die Ausgabe des Operators erfolgt über ein Statusregister. Darüber können die Fertigstellung des Distanzvektorfeldes von der Software überwacht werden und zusätzliche Daten zur Überwachung in den Registersatz gelangen.

### 5.4 PCI-Anbindung und RAM-Interface

Eine detaillierte Beschreibung dieses Schaltungsteils befindet sich in [35]. An dieser Stelle werden die Besonderheiten gegenüber einer vom Hersteller empfohlenen Implementierung behandelt. Der Speichermanager dekodiert die vom *PCI9054* gelieferten Signale und leitet die Daten in den Registersatz bzw. die RAM-Bänke weiter. Die Generierung der Signale erfolgt nach üblicher Vorgehensweise und entsprechend der zeitlichen Anforderungen der SRAMs AS7C34096 ([35] [44]).

Befindet sich die Hardware im Operationsmodus, werden nur die Registerdaten berücksichtigt. Alle Schreibzugriffe auf den RAM werden in diesem Fall unterbunden. Die Aufteilung auf die zwei Automaten **pci2local** und **local2plx** erfolgt vor dem Hintergrund einer bidirektionalen Anbindung des *PCI9054* an den *APEX20K400E*. Eine Richtungsumschaltung übernimmt das Top-Level-Design ([45]). Das Subdesign **pci2local** enthält den Automaten, der für die Abwicklung eines PCI-Target-Read bzw. eines PCI-Target-Write zuständig ist ([38]). Der *PCI9054* bleibt in beiden Fällen Master des Local Bus. Mit dieser Einschränkung sinkt die Komplexität des Designs erheblich. Ausgangspunkt der Zustandssteuerung bildet der Ablauf eines Burst auf dem PCI-Bus ([38] [46]). Manipulationen an den Zuständen oder Kantenbedingungen sind mit größter Vorsicht und unter Beachtung der Reaktion des *PCI9054* vorzunehmen. Zwar liegt in diesem Automaten der Schlüssel zur Beschleunigung des Transfers, aber eben auch das Risiko, den *PCI-Bus* des Hostrechners zu überlasten ([35]).

Die Steuersignale zur Kommunikation mit dem ebenfalls auf dem Board befindlichen DSP *ADSP21160* verbieten dem DSP jegliche Einflußnahme auf das lokale Bussystem. Das Programm des DSP wurde zwar im Rahmen dieser Modifikationen in eine unbedingte Schleife geändert, kann aber die Berechnung der Korrekturtransformation in einer erweiterten Version übernehmen.

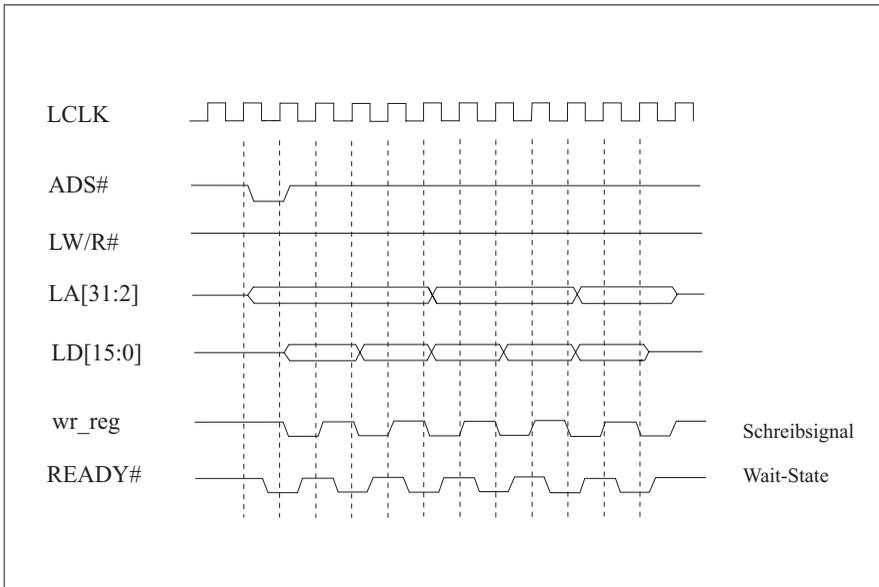


Abbildung 5.6: Modifikation des Schreibzugriffs

Eine Modifikation gegenüber dem Lesezugriff weist die Generierung von **wr\_reg** auf nach Abb. 5.6. Um die steigende Flanke des Schreibsignals zu erzeugen, wird das dem lokalen Bussystem entnommene **local\_wr\_n\_reg** invertiert. Das führt zu einer höheren Anzahl Waite-States, die der PLX-Chip einfügen muß, garantiert aber ein der Spezifikation genügendes Zeitregime ([44]). Ein WriteOnAddress-Modus ist für den Speicher nicht definiert, daher wird eine steigende Flanke während des Burst erzwungen. Diese Methode arbeitet zuverlässig, senkt allerdings auch die Transferegeschwindigkeit. Eine Verlagerung der Erzeugung des korrekten Schreibsignals in den Automaten **pci2local** bietet daher Vorteile bezüglich der Erzeugung bedingter Signalfanken. Bis auf diese Abweichungen entspricht das Design der PLX-Anbindung der Variante in [33].

## 5.5 Realisierung der Regelschleife

Der Distanzprozessor erlaubt keinen Zugriff auf den lokalen Speicher während der Berechnungsphase. Daher existiert ein komplettes Abbild des RAM im Hauptspeicher der Anwendung. Nach der Initialisierung aller benötigten Datenstrukturen tritt das Programm in die eigentliche Berechnungsschleife ein. Darin reihen sich sequentiell entsprechend Abbildung 4.16 die Distanztransformation, Parameterextraktion und Modifikation von  $\mathcal{M}$  aneinander. Nach dem Verlassen der Schleife aufgrund des Erreichens der Abbruchbedingung schließt sich die Auswertung von Distanzvektorfeld und Distanzverteilung an. Es besteht auch die Option des Einsatzes eines Softwareprozessors, der auch Berechnungen der  $l_2$ -Norm zum Vergleich mit den Ergebnissen der Metrik  $d_1$  ermöglicht. Diese Variante arbeitet dann ausschließlich mit dem Speicherabbild. Die Ausführung erfolgt als WIN32-Applikation unter Verwendung von MS-VS6.0 und wurde in der Programmiersprache C erstellt. Eine grafische Nutzeroberfläche kann dieses Programm aufrufen und so den Bedienkomfort steigern. Für die Experimente im Rahmen der vorliegenden Arbeit bestand dazu jedoch keine Veranlassung.

### 5.5.1 Vorbereitung der Speicherstruktur

Abgesehen vom Spezialfall gleich großer Bildausschnitte  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  erweist sich die Vorgabe einer Anfangsbedingung für  $\mathcal{M}' \subset \mathcal{I}$  als zwingend erforderlich. Die Entwicklung eines robusten Algorithmus zur globalen Mustersuche in verschiedenen Auflösungen gehört nicht zu den primären Zielen der Arbeit und wurde daher auch nicht implementiert. Statt dessen erfolgt die Definition der Anfangsbedingung vor der Ähnlichkeitsschätzung, entweder manuell oder mit Hilfe angepaßter Filter. Ein wesentliches Element dieser Initialisierung stellt der Translationsvektor dar, der auf die **AOI** zeigt. Im Zusammenhang mit der affinen Transformation stehen somit die Projektionsparameter vom Muster  $\mathcal{M}$  in den Videoausschnitt  $\mathcal{I}$  fest. Dieser Vorgang entspricht der Expansion der Bildregionen nach Gleichung 2.2.

Die Abbildung rechteckiger Strukturen vereinfacht zwar die technische Umsetzung, verlangt aber für eine flexible Repräsentation des Bildinhaltes die Berücksichtigung von maskierten Bildpunkten. Der Distanzprozessor nimmt keinerlei Fallunterscheidung bezüglich des Inhaltes von  $\mathcal{M}$  bzw.  $\mathcal{I}$  vor. Als Zeichen einer Maskierung des Modellbildpunktes gilt die Zuweisung von **0x0000** zur Skalarkomponente, also z.B. den Grauwerten des Musters. Auf diese Weise entfällt eine zusätzliche Binärmaske. Während der Neubewertung der Merkmalskomponente als Teil der affinen Transformation muß eine „Selbstmaskierung“ mit einer Fallunterscheidung verhindert werden.

Abb. 5.7 zeigt die Projektion des Musters  $\mathcal{M}$  in das Videobild  $\mathcal{I}$  mit der entsprechenden AOI  $\mathcal{I}_{AOI}$ . Eine Neuberechnung von Ausdehnung und Lage ist zwar in der aktuellen Variante nicht vorgesehen, kann bei Bedarf jedoch implementiert werden.

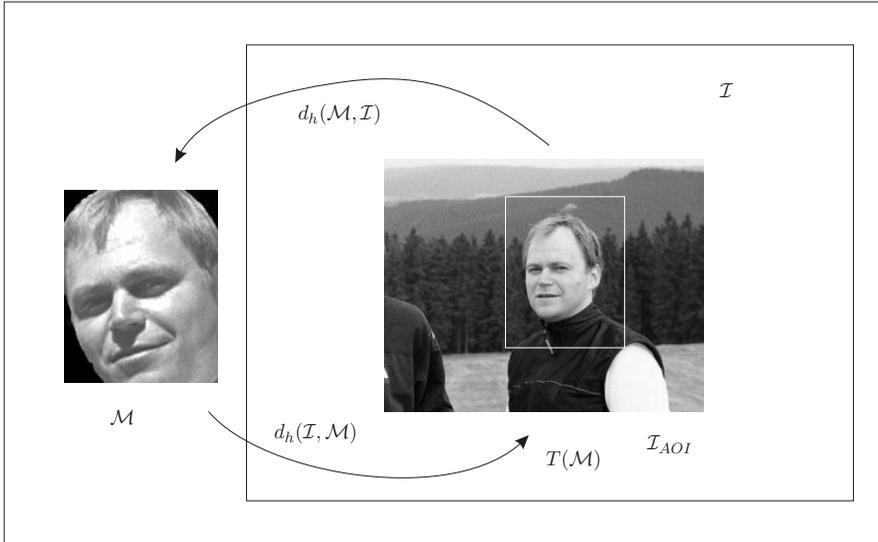


Abbildung 5.7: Suchbereich und Gesamtbild

Videobild und Muster gelangen in das Speicherabbild des Distanzprozessors. In diesem Schritt erfolgt die *Expansion* der Daten und die Bewertung der Merkmalskomponente mit dem Umrechnungsfaktor  $q_L$  ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.1). Für jede Komponente existiert ein Faktor, der die Stelle des Kommas in der 16bit-Zahl des Speicherabbildes der expandierten Daten vorschreibt. Eine Orientierung auf Zweierpotenzen läßt sich auf diese Weise vermeiden. Der Wert für  $c_L$  ergibt sich aus der Division des Faktors der Merkmalskomponenten mit dem der geometrischen Größen, wobei eine Gleichbehandlung beider geometrischer Komponenten vorausgesetzt wird. Eine Auslöschung des Merkmals verhindert die Forderung nach einem Faktor für  $L$  von mindestens **0x0001**, wobei der resultierende Faktor  $c_L$  von der Festkommastelle der geometrischen Komponenten innerhalb des 16bit-Datums abhängt ([35]).

Der reduzierte Videostrom wird im Ruhezustand des Distanzprozessors in den dafür reservierten Speicherbereich geladen. Nach der Übertragung des Suchmusters kann die Bestimmung des Distanzvektorfeldes beginnen. Dafür ist die Hardware über den Registersatz zu initialisieren und **danach** mit einem zweiten Transfer in den Operationsmodus zu versetzen. Sind zur Untersuchung mehrere Skalarfelder vorgesehen, durchlaufen sie in einer untergeordneten Schleife die Parameterkorrektur.

### 5.5.2 Berechnung der Transformationsparameter

Diese Funktion realisiert die im Kapitel 4 beschriebene und im Anhang B detailliert ausgeführte Optimierung der Projektionsparameter in Abhängigkeit von Modellbild und Distanzvektorfeld. Gemäß Gleichung B.22 bis B.28 erfordert die Berechnung der Korrekturtransformation die Einbeziehung aller **nichtmaskierten** korrespondierender Elemente von Vektorfeld und Modellregion. Dafür eignet sich eine Schleife über alle Modellelemente mit entsprechender Fallunterscheidung bezüglich der Skalarkomponente. Alle Daten aus dem Abbild des lokalen Speichers durchlaufen während der Parameterextraktion eine Konvertierung in die Auflösung **double**.

Die Berechnung der Korrektur gliedert sich in zwei Teile. Die entsprechenden Varianzen eines jeden Skalarfeldes erscheint in einem Ergebnisvektor. Nach Abschluß der Untersuchung der Merkmalskomponenten erfolgt die Addition und Einbeziehung in die Optimierungsvorschrift der Parameter der affinen Transformation laut Gleichung B.6. Dies führt zu einer einzigen Korrekturtransformation aller Skalarfelder.

Die Parameterextraktion kann mit oder ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Merkmal und Geometrie erfolgen. Die Bewertung mit Hilfe einer Gaußverteilungsdichte dient der Bevorzugung der entsprechenden Anteile am Prozeß und wird über die bestimmten Mittelwerte und Varianzen modelliert. Eine Kombination mit einer der beiden Matrixvarianten liefert dann die vier Korrekturversionen. Während der Parameterextraktion wird die aktuelle Projektion von  $\mathcal{M}$  nach  $\mathcal{I}$  visualisiert. Ein weiteres Ausgabebild zeigt die Normen von  $\mathcal{D}$  über der Fläche und stellt somit die aktuelle Abweichung dar.

Nach Auswertung des Distanzvektorfeldes in Verbindung mit dem modifizierten Modell sind die Korrekturdaten der aktuellen Iteration auf die globale Transformation in Form der Kettenregel für Matrizen anzuwenden. Mit dieser Maßnahme soll eine starke Fehlerfortpflanzung bei ausschließlicher Betrachtung von  $\mathcal{M}$  mit 16bit Festkommagenauigkeit der Komponenten vermieden werden.

### 5.5.3 Analyse der Restabweichung

Der Demonstrator verfügt über keine bildabhängige Abbruchbedingung. Statt dessen enthält der Satz an Argumenten des Programms auch eine Anzahl an Durchläufen für die Parameterextraktion. Während der Berechnung stehen u.a. die aktuellen Werte der extrahierten Transformation in einer Datei im Lesezugriff bereit. Nach Abschluß der Extraktion sind alle Ergebnisse abrufbar. Das gesamte Vektorfeld des ersten Skalarfeldes liegt als Textdatei auf der Festplatte vor, ebenso der zeitliche Verlauf von  $T$  und  $q$  als Kompensation der linearen Deformation. Auch die Distanzverteilungen stehen einer weiteren Verarbeitung zur Verfügung.

Die Beurteilung des Restfehlers mit Hilfe von Differentialoperatoren erfolgt über eine Darstellung in Graubildern. Die Funktion bestimmt die Differenzenquotienten nach den Gleichungen 5.2 bzw. 5.3 und weist sie entsprechend zu. Für die Divergenz als Skalarwert reicht diese Variante auch vollkommen aus. Beim Distanzvektorfeld handelt es sich zwar um ein Signal im  $\mathbb{R}^3$ , die Vektoren  $\vec{d}_m$  sind jedoch einer Fläche zugewiesen ( $\rightarrow$ Abschnitt 2.1).

$$\operatorname{div}(\vec{d}_m) = \frac{\partial d_x}{\partial x} + \frac{\partial d_y}{\partial y} \quad (5.2)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{d}_m) = \frac{\partial d_L}{\partial y} \vec{e}_x - \frac{\partial d_L}{\partial x} \vec{e}_y + \left( \frac{\partial d_y}{\partial x} - \frac{\partial d_x}{\partial y} \right) \vec{e}_L \quad (5.3)$$

Die Ableitung in Richtung des Merkmals verschwindet wegen  $\vec{d}_m = \vec{d}_m(x, y)$  und findet daher keine Berücksichtigung. Die Berechnung des Wirbelfeldes ergibt allerdings auch in der Anpassung nach Gleichung 5.3 wieder einen Vektor im  $\mathbb{R}^3$ , so daß eine Betrachtung der Komponenten bzw. der Norm von  $(\nabla \times \vec{d})$  als Grauwerte vorgesehen ist.

Die Notwendigkeit der Betrachtung des stabilisierten DVF unter dem Aspekt der Differentialoperationen zur Beurteilung von Quellen und Wirbeln innerhalb von  $\mathcal{D}$  folgt direkt aus dem Modell der Entstehung von Abweichungen ( $\rightarrow$ Abschnitt 4.2). Nach der Korrektur der linearen Deformation sind noch Rauschen und nichtlineare Effekte im DVF enthalten. Das Kapitel 6 geht auf diese Analysemethoden ein.

## 5.6 Ergebnisse der Synthese - Dynamikbereich und Geschwindigkeit

Die Auflösung der Komponenten der Mengen  $\mathcal{I}$ ,  $\mathcal{D}$  bzw.  $\mathcal{M}$  von 16bit ergibt sich aus der Forderung einer simultanen Verarbeitung aller drei Komponenten von  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{M}$ . Die Speicherdatenbreite einer Bank entstammt den Randbedingungen der eingesetzten Hardware. Die Betrachtungen zum Dynamikumfang konzentrieren sich daher auf die Stelle des Kommas in den geometrischen Komponenten sowie dem Merkmal zur Realisierung des Umrechnungsfaktors  $c_L$ . Die Festkommastelle der Koordinaten in der Ebene richtet sich nach der Ausdehnung der AOI. Es dürfen keine Überläufe entstehen, da diese nicht vom Distanzprozessor behandelt werden. Allerdings sind selbst für komplette Videobilder in PAL-Auflösung, also 720x576 Pixel, nicht mehr als 10bit Ganzzahlanteil erforderlich. Somit entfallen immer noch 6bit auf die Nachkommastellen und gewährleisten eine angemessene Subpixelrepräsentation. Diese erweist sich zur Verringerung einer Fehlerfortpflanzung bei der Anwendung der Kettenregel zur Berechnung von  $T$  als notwendig.

Mit der geometrischen Ausdehnung steht auch das Auflösungsmaximum bezüglich der Festkommaposition in den geometrischen Komponenten fest. Die Auswirkungen auf den Wertebereich des Umrechnungsfaktors  $c_L$  ergeben sich aus den Randbedingungen der Merkmalskomponente. Der Demonstrator ist auf die Verarbeitung von Grauwerten mit einer Auflösung von 8bit ausgelegt. Mit der Berücksichtigung einer gewissen Übersteuerungsreserve von einem **LSB** sollten die Nachkommastellen also 7bit nicht überschreiten. Innerhalb der von Geometrie und dem Merkmal vorgegebenen Schranken lassen sich die Kommapositionen von X- und Y- sowie L-Komponente variieren. In Abschnitt 4.2 wurde ab  $c_L = 32$  eine Annäherung an die Rayleigh-Verteilung bezüglich normalverteiltem Rauschens beobachtet,  $c_L = 0.03125$  hingegen repräsentiert hauptsächlich die geometrische Nähe im Raster. Mit einer 12.4-Darstellung der geometrischen Komponenten ergibt sich für den Umrechnungsfaktor mit  $c_L = 0.0625 \dots 16$  eine Anpassung in weiten Bereichen. Die Festkommastelle des Merkmals liegt dann zwischen 9.7 und 16.0. Im Extremfall gilt für das Merkmal  $L \in \mathbb{Z}$ , was den ursprünglichen Wertebereich jedoch nicht beeinträchtigt. Darüber hinaus besteht noch die Möglichkeit, in einem Vorverarbeitungsschritt eine gleichartige Luminanztransformation auf  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  anzuwenden.

Die Bestimmung der Festkommastelle hängt zwar von der Ausdehnung der AOI und dem Wertebereich im Merkmal ab, kann aber anhand der Ausdehnung von  $\mathcal{I}_{AOI}$  robust abgeschätzt werden. Ein Kompromiß zwischen dem Dynamikbereich der Skalarwerte und der geometrischen Genauigkeit unter Berücksichtigung von  $c_L$  charakterisiert die Wahl der Festkommastellen. Der Distanzprozessor genügt also den Anforderungen nach Kapitel 4 zur Bestimmung von  $\mathcal{D}$ . Die Fehlerfortpflanzung über die Anwendung der Kettenregel kann aufgrund des Einsatzes von Variablen der Genauigkeit **double** vernachlässigt werden. Somit bleibt die Auflösung im Distanzprozessor für die extrahierte Transformation bestimmend.

Der zweite wesentliche Aspekt der Realisierung des Distanzprozessors äußert sich im Parallelisierungsgrad und somit in der Beschleunigung der Bestimmung von  $\mathcal{D}$ . Die hierbei erzielten 40MHz Synthesetakt bei ca. 87-95% FPGA-Auslastung sind Ausdruck des erfolgreichen konsequent ressourcenschonenden Designs. Die im Abschnitt 5.3 beschriebene Abfolge der Berechnungsschritte ergibt eine minimale Bearbeitungszeit gemäß Gleichung 5.4. Der Zeitaufwand bezüglich eines *Clusters*  $t_C$  setzt sich aus der Übertragung der Modelldaten in das Prozessorfeld  $t_M$ , der eigentlichen Berechnung der Distanzvektoren  $t_{HD}$  und der Rückführung der Ergebnisse  $t_D$  zusammen.

$$t_C = t_M + t_{HD} + t_D \quad (5.4)$$

Die Zeiten für den Datentransfer zum und vom Prozessorfeld  $t_M$  bzw.  $t_D$  können direkt aus der Größe der Modellmenge  $\mathcal{M}$  und den zugehörigen Taktzyklen bestimmt werden. Für ein Bild mit 10304 Modellelementen bei einer Taktzeit von 25ns und 5 Takten Befehlsausführung geht der Transferaufwand mit ca. 1.29ms ein. Gleichung 5.5 stellt die Dauer der Distanzfeldberechnung in Abhängigkeit der einbezogenen Modellpunkte dar.

$$t_{HD} = n_C \cdot n_{AOI} \cdot 2 \cdot 25ns \quad (5.5)$$

$$\text{mit } n_C = \frac{n}{32} \quad (5.6)$$

Im genannten Beispiel gilt auch für  $n_{AOI} = 10304$ , so daß die Bestimmung von  $\mathcal{D}$  ca. 166ms bei  $n_C = 322$  in Anspruch nimmt. Der Transferaufwand ist demnach gegenüber der Distanzberechnung vernachlässigbar. Auch wenn die Berechnung des DVF mit dem EPF20K400 noch nicht in den Bereich der Bildrate von üblichen Videokameras vordringen kann, wären aktuelle Schaltkreise wie der StratixII mit 180.000 LE's dazu in der Lage.

```

+-----+
; Fitter Summary ;
+-----+
; Fitter Status ; Successful - Tue May 10 10:26:06 2005 ;
; Quartus II Version ; 4.2 Build 157 12/07/2004 SJ Full Version ;
; Revision Name ; idisk2_1_top_struct ;
; Top-level Entity Name ; idisk2_1_top ;
; Family ; APEX20KE ;
; Device ; EP20K400EFC672-1X ;
; Timing Models ; Final ;
; Total logic elements ; 14,637 / 16,640 ( 87 % ) ;
; Total pins ; 427 / 488 ( 87 % ) ;
; Total virtual pins ; 0 ;
; Total memory bits ; 0 / 212,992 ( 0 % ) ;
; Total PLLs ; 1 / 4 ( 25 % ) ;
+-----+

```

Tabelle 5.1: Fitter-Report des Designs

Der Auszug aus dem Fitter-Report in Tabelle 5.1 zeigt die Einbindung von 32 PE's, die ca. jeweils 420 LE's benötigen. Die übrigen LE's werden von PLX-Automat, RAM-Interface und Prozessorsteuerung beansprucht. Ein Chip mit 180.000 äquivalenten LE's kann mit diesem Synthesergebnis ca. 424 Modellpunkte aufnehmen und die Berechnungen um einen Faktor größer 12 beschleunigen. Weitere Steigerungen der Geschwindigkeit sind mit einem verbesserten Entwurf zu erreichen. Einen Überblick liefert der nächste Abschnitt.

## 5.7 Verbesserungen des Entwurfs

Der hier vorgestellte Distanzprozessor entstand vor dem Hintergrund einer notwendigen Beschleunigung der Bestimmung von  $\mathcal{D}$ . Daher konzentrierten sich die Bemühungen auf die korrekte Ausführung der Befehle innerhalb der PE und den fehlerfreien Speicherzugriff. Dabei wurde während der Entwicklung bewußt auf den Einsatz spezieller Zeitscheibenverfahren für den RAM oder besonderer Betriebsmodi des PCI-Interface verzichtet. Einige Anmerkungen zu den Möglichkeiten einer Beschleunigung auch in Bezug auf die Verwendung neuer Hardware sollen die Beschreibung des Demonstrators abrunden.

Bei entsprechender Programmierung des *PCI9054* erfolgt ein *DMA-on-Demand*, was zur einer blockweisen Übertragung des DVF genutzt werden könnte ([38]). Die Berechnung der zur Parameterextraktion benötigten Summendarstellungen beginnt dann mit der ersten gültigen Teilmenge von  $\mathcal{D}$  und endet leicht zeitversetzt zur letzten Übertragung. In diesem Zusammenhang steht ebenfalls die Nutzung des in der aktuellen Variante deaktivierten DSP zur Bestimmung der Korrekturtransformation zur Diskussion.

In Bezug auf die Ausdehnung der AOI bei mehrmaliger Anwendung der Korrekturtransformation wurde auf eine Nachführung und ggf. Verkleinerung verzichtet. Hinsichtlich einer mehrmaligen Anwendung der Distanztransformation wäre die Ausgrenzung einiger von geringer Wahrscheinlichkeit der Einbeziehung in  $\mathcal{D}$  geprägten Regionen aber durchaus von Bedeutung. Im Gegenzug stößt eine Vergrößerung schnell an die Grenzen der AOI. Die in Gleichung 5.4 formulierte Aufwandsabschätzung ermöglicht eine variable Auswahl an Elementen der AOI bzw. von  $\mathcal{M}$  bei konstanter Verarbeitungszeit. Eine spezielle Vorschrift könnte die Modellpunkte im Zentrum der Menge bevorzugen.

Sollte ein komplett neuer Entwurf der Hardware erfolgen, dann vereinfacht der Einsatz von DualPortRam den Zugriff auf die Speicherstrukturen erheblich ( $\rightarrow$ [47]). In letzter Konsequenz kann der Steuerautomat des Prozessorfeldes sogar PCI-Lesezyklen während der Distanzbestimmung erlauben. Der Einsatz eines aktuellen FPGA sorgt für eine mindestens zehnfache Beschleunigung.

Die Ausführungen zur Anpassung an spezielle Bedingungen zeigen, welche Reserven das auf universelle Verwendbarkeit ausgelegte System beinhaltet. Das anschließende Kapitel soll klären, in welchen Einsatzgebieten sich vereinfachte Randbedingungen eignen. Dazu muß allerdings zunächst der Nachweis der Funktionstüchtigkeit des Demonstrators unter allgemeinen Bedingungen erfolgen.

## 6 Fixpunkte der Parameterextraktion

*Die Hinzunahme der Fixpunkttheorie eröffnet in Hinblick auf die beiden vorherigen Kapitel interessante Möglichkeiten. Eine Stabilisierung der Distanzverteilung erlaubt die Klassifikation bezüglich Ähnlichkeit der betrachteten Regionen im Sinne der Beurteilung von dominanten Verteilungsdichten, sofern der Fixpunkt den wahrscheinlichsten Prozeß repräsentiert. Der Restfehler enthält die entscheidende Information zur Beurteilung der Ähnlichkeit mit Hilfe des gewählten Kriteriums.*

### 6.1 Die Erzeugung eines stationären Restfehlers

Im Kapitel 4 erfolgte bereits eine Untersuchung des Distanzvektorfeldes als Informationsträger der Abweichung. Die einmalige Anwendung der resultierenden Korrekturtransformation kann zur Verbesserung der Beurteilung der Häufigkeitsverteilungen führen. In diesem Kapitel stehen die in Hinblick auf die iterative Anwendung der Schätzwerte der Deformationskorrektur erarbeiteten Problemlösungen im Mittelpunkt. Die Stabilität der Parameterextraktion und die Bestandteile des Endzustandes sind zu untersuchen. Ein Fixpunkt der Parameterextraktion ermöglicht die Beurteilung der Häufigkeitsverteilung des stationären Prozesses.

Die Motivation der Erzeugung einer stabilen Regelabweichung ergibt sich aus Fixpunktsätzen im Wahrscheinlichkeitsraum ([9]). Den Hintergrund bildet das Ziel einer Verformung der Häufigkeitsverteilung bzw. Verteilungsdichte in Richtung Dirac-Stoß. Die Unempfindlichkeit der geometrischen Korrektur gegenüber Rauscheinflüssen stellt das bedeutende Merkmal des Verfahrens dar. (→Abschnitt 6.2/S. 94)

Das dynamische Verhalten der Regelschleife gehört zu den wesentlichen Eigenschaften eines Systems mit Rückkopplung. Die Anzahl der Einschwingzyklen, eine Abschätzung des Endzustandes anhand der dynamischen Kennwerte sowie die Beobachtung der Stabilitätskriterien stehen zur Diskussion. Mit Hilfe einiger Beispiele werden die Einsatzmöglichkeiten des Verfahrens **exemplarisch belegt**. (→Abschnitt 6.2.2/S. 96)

Die Repräsentation des Fixpunktes und somit die Aussagekraft des stabilen Endzustandes stellen das Ergebnis aller bisheriger Betrachtungen dar. Der Umrechnungsfaktor  $\alpha$  erweist sich in diesen Untersuchungen als Parameter des Endzustandes der optimierten Abbildung, die den Korrelationskoeffizienten erhöht. Entscheidend für die Beurteilung bleibt die Begutachtung der Häufigkeitsverteilung. Die Existenz eines dominanten Prozesses nach Abschnitt 4.3 wird belegt und somit seine Bevorzugung ermöglicht. Das Wahrscheinlichkeitsmodell nach Abschnitt 4.2 wird den untersuchten Szenarien gerecht. (→Abschnitt 6.3/S. 99)

Als Konsequenzen der gesamten Erörterungen läßt sich Einsatz der Regelschleife in seinen beschriebenen Varianten auf bestimmte Szenarien in der Bildverarbeitung spezialisieren. Aufgrund des Einschwingverhaltens und des gewählten Modells gemäß Abschnitt 2.2 empfiehlt sich das Verfahren besonders für Vergleiche in Gesichtsdatenbanken bzw. Frontansichten in Videoausschnitten. Die Distanzverteilung eignet sich als Bewertungskriterium bezüglich des nicht kompensierbaren Restfehlers. (→Abschnitt 6.4/S. 107)

## 6.2 Fixpunkttheorie und Distanzvektorfeld

Die Betrachtungen im Kapitel 4 zur Verbesserung der Aussagekraft der Distanzverteilung mit Hilfe einer mehrmals angewandten Korrekturfunktion geben noch keine Auskunft über die Stabilität einer derartigen Erweiterung des Parameterschätzers als Regelschleife. Der Zeitverlauf entspricht hierbei den diskreten Zuständen während der iterativen Anpassung. Aufgrund des instationären Charakters des DVF erweist sich eine klassische Analyse des Frequenzganges der Signale innerhalb der Strecke, wie sie bei stationären Erregungen erfolgt, als ungeeignet ([14] [13] [12] [48]). Der Zufallsprozeß nach Abschnitt 2.1 bietet keine Möglichkeit einer inhaltsunabhängigen Darstellung, da die Parameterextraktion keine zeitinvariante Filterfunktion ergibt ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.4).

Der Frage nach der Beschaffenheit von Transformationen für das Erreichen eines spezifischen Endzustandes geht die Fixpunkttheorie metrischer Räume und Wahrscheinlichkeitsverteilungen nach [10] [11] [16] [9]. Im Zusammenhang mit der fraktalen Kodierung fanden Fixpunktsätze Ende des vorigen Jahrhunderts ihren Weg in die Bildverarbeitung. In der vorliegenden Arbeit stehen allerdings Teile der Fixpunkttheorie als Grundlage der Regelungstechnik und Fundament der Systemtheorie im Vordergrund. Der Autor entwickelte daher ein auf der fraktalen Kodierung aufbauendes Verfahren unter Verwendung eben jener Fixpunktsätze und ihrer Erweiterungen.

Für die Belange der Bildkodierung und -erkennung eignen sich die in [10][11][16][32] und [9] erwähnten Randbedingungen. Darin faßt man eine Abbildung als die Summe einzelner Transformationen auf. Ausgehend vom *Collage-Theorem* strebt die iterative Anwendung einer Abbildung einem einzigartigen Fixpunkt entgegen, wenn die Transformationen alle samt kontraktiven Charakter besitzen ( $\rightarrow$  Definition 6). Nach der Anwendung der Transformationen müssen die Elemente der Mengen in den Regionen eine geringere *Distanz* zu einander aufweisen. Eine Verallgemeinerung dieses sehr strengen Satzes enthält das *Eventually Contractive Mapping Theorem* [11] [10] [32], das eine Dominanz der kontraktiven Projektionen erlaubt. Die Untersuchung der Gegebenheiten des DVF in Hinblick auf die Anwendbarkeit dieser Theorie bildet den Gegenstand der nachfolgenden Ausführungen.

### 6.2.1 Fixpunkte und stationäre Zustände

Die Extraktion der Parameter der Transformation  $T$  nach Abschnitt 4.4 basiert auf der Minimierung des Gesamtabbildungsfehlers in Form des eingeschlossenen Volumens zwischen den beiden Skalarfeldern  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$ . Der Zufallsprozeß Distanztransformation liefert die dafür notwendige Abweichungsinformation in Gestalt des Distanzvektorfeldes  $\mathcal{D}$ . Um zu beurteilen, wie aus diesem Verfahren eine stabile Regelschleife entstehen kann, sei ein Blick auf die Algorithmen zur fraktalen Kodierung erlaubt.

Das *Collage-Theorem* ([10] [11] [32] [49]) stellt eine wichtige Spezialisierung der allgemeinen Fixpunktsätze in [16] und [9] dar. Die „Collage“ besteht aus der Summe aller genutzten und in ihrer Gültigkeit räumlich begrenzten Abbildungen, die das Erreichen des Attraktors garantieren. Diese Sicherheit ergibt sich aus der Festlegung einer Kontraktivität, mit der eine Verkleinerung der Einzelabbildungen **erzwungen** wird ([10]). Überträgt man dieses Theorem auf die Bestimmung von  $\mathcal{D}$ , erscheinen die Distanzvektoren als Einzeltransformation. Deren Einflüsse werden allerdings in einer globalen affinen Transformation  $T$  entsprechend ihrer Verteilung zusammengefaßt.

Dabei ergibt sich der erste Unterschied gegenüber der Anwendung fraktaler Zuordnungsvorschriften nach [10] [11] [32]. Die Summe von Abbildungen, die das zu kodierende Skalarfeld als fraktaler Kode repräsentieren, muß über ein aufwendiges Suchverfahren bestimmt werden. In diesem Zusammenhang spricht man auch vom *inversen Problem der fraktalen Kodierung*, da zwar der Fixpunkt, nicht aber seine zugehörigen Abbildungen bekannt sind ([11]). Im Falle der Distanztransformation liefert  $\mathcal{D}$  alle Einzeltransformationen zur Abbildung von  $\mathcal{M}$  auf  $\mathcal{I}$  in Form der Menge an Distanzvektoren. Aus dem DVF entsteht

mit Hilfe der statistischen Bewertung gemäß Abschnitt 4.4 eine Transformation  $T$ , die eine Verringerung der Varianz von  $\mathcal{D}$  durch die Verminderung linearer Abhängigkeiten zwischen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  bewirkt. Aus Sicht eines Elements geschieht diese Distanzverringering aber nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, was dem *Eventually Contractive Mapping Theorem* jedoch nicht widerspricht.

Das führt zur zweiten wesentlichen Abweichung vom *Collage-Theorem* aufgrund der unterschiedlichen Korrekturtransformationen, die in jedem Iterationsschritt aus dem sich ebenfalls ändernden Signal  $\mathcal{D}$  extrahiert werden. Nur die Ausführungen zu Fixpunkten in metrischen Wahrscheinlichkeitsräumen erlauben eine Verringerung der Abstände auf der Grundlage **einer gewissen Wahrscheinlichkeitsverteilung** ( $\rightarrow$ [9] [50] [51]). Es besteht nun nicht mehr die Forderung nach einer einzigen Transformation, die extrahierten Parameter müssen eine bestimmte Distanzverteilung bewirken.

Ein Hinweis auf die Existenz eines Fixpunktsatzes, dem die hier gültigen Randbedingungen genügen, findet sich in [9] im Zusammenhang mit dem Begriff *q-contraction principle*. Die Verkürzung der Distanzvektoren entspricht einer Multiplikation mit einem nichtnegativen Faktor  $q < 1$  und steigert somit die Auftrittswahrscheinlichkeit geringerer Distanzen, was bei gleich bleibender Anzahl an Distanzvektoren eine Verschiebung der Häufigkeitsverteilung in Richtung eines Dirac-Stoßes oder zumindest eines dominanten Prozesses zur Folge hat ( $\rightarrow$  Abschnitt 2.2). Genau dies stellt das Ziel des Einsatzes des Transformationsschätzers dar.

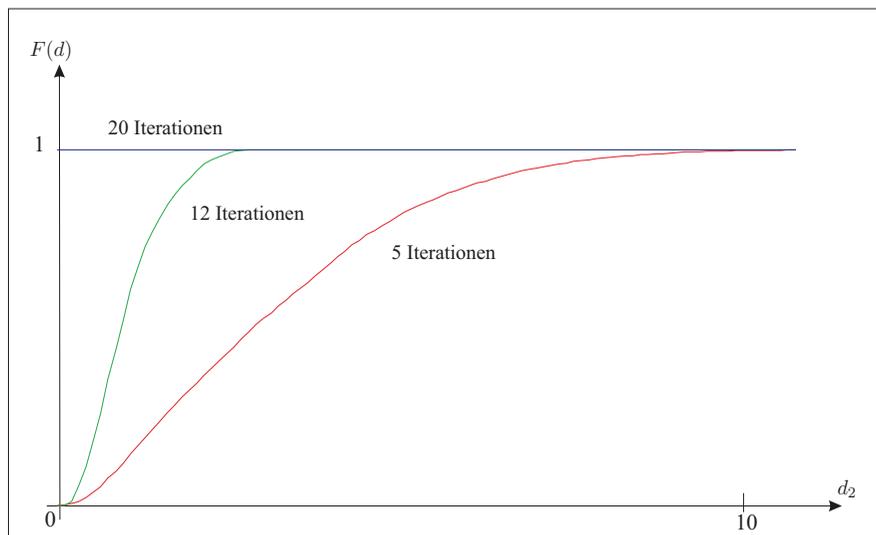


Abbildung 6.1: Konvergenz einer Verteilungsfunktion

Die Parameterextraktion läßt sich somit als Anwendung von Fixpunktsätzen in metrischen Wahrscheinlichkeitsräumen auffassen. Mit dieser Grundlage kann der Einsatz einer iterativen Parameterextraktion zur Kompensation der linearen Deformation zwischen den betrachteten Vergleichsmengen motiviert werden. Im Gegensatz zu Fixpunkten im metrischen Raum, in denen der Ort einer Zuordnung den Attraktor repräsentiert, steht an dieser Stelle die Wahrscheinlichkeit der Zuordnung im Vordergrund.

### 6.2.2 Die Regelschleife zur Bestimmung des Attraktors

Die Erweiterung des in Abschnitt 4.4 beschriebenen Transformationsschätzers um eine Rückkopplung führt zum Blockschaltbild nach Abb. 6.2. Statt des einmaligen Vergleichs von Videobild und Muster mit Hilfe der Distanztransformation erfolgt eine zeitdiskrete Korrektur des Referenzbildes  $\mathcal{M}$  bis zur ausreichenden Annäherung an den Attraktor. Das Ziel der erneuten Anwendung ist ein Zufallsprozess, der sich durch eine gesteigerte Verlässlichkeit der Distanzvektoren auszeichnet. Der entscheidende Unterschied zur linearen Systemtheorie der kontinuierlichen bzw. diskreten Regelschleifen besteht im nichtlinearen Charakter von Vergleichsoperation und Schleifenfilter, das zudem auch nicht als zeitinvarianter Teil der Strecke aufgefaßt werden kann.

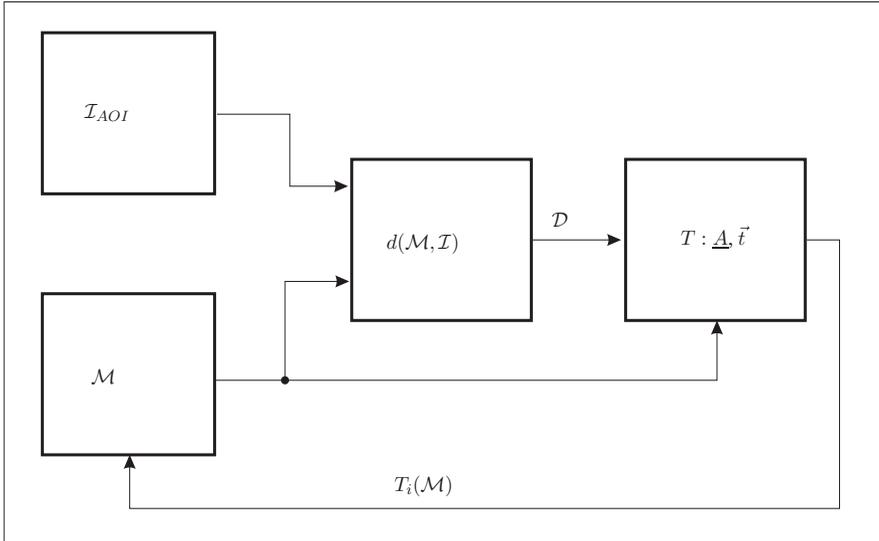


Abbildung 6.2: Darstellung der Regelschleife

Der in Kapitel 5 ausführlich beschriebene Distanzprozessor stellt das Kernstück der Vergleichsoperation dar. Mit seiner Hilfe entsteht das räumliche Signal  $\mathcal{D}$ , das im Zusammenhang mit der Referenzmenge  $\mathcal{M}$  eine Bestimmung der linearen Abhängigkeiten zwischen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  erlaubt ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.4). Dieser Schaltungsteil entspricht der Differenzbildung eines linearen Systems und repräsentiert im weitesten Sinne den Soll-Ist-Vergleich. Die Expansion der Daten vor dem Transfer in die Strukturen der Hardware gewährleistet die Berücksichtigung des Umrechnungsfaktors  $c_L$ , der auf diese Weise in jedem Iterationsschritt angepaßt werden kann.

Die Abweichung  $\mathcal{D}$  als Ergebnis eines Zufallsprozesses ergibt eine räumliche Zuordnung sowie Häufigkeitsverteilung der Komponenten bzw. Normen innerhalb von  $\mathcal{D}$ . Die Beurteilung erfolgt anhand der Verteilungsfunktionen als Maß für die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\vec{d}_m$  und seiner Komponenten. Eine Korrektur bedarf der Auswertung der räumlichen Verteilung der Vektoren in Form der erläuterten Varianzen gemäß Gleichung 4.43 bzw. Gleichung B.13 bis B.20 im Anhang B. Alle wesentlichen Reaktionen auf die Distanztransformation werden in diesem Bestandteil der Strecke vorbereitet. Die Parameterextraktion läßt sich als Pendant zum klassischen Schleifenfilter auffassen ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.4).

Mit Hilfe der extrahierten Korrekturtransformation erfolgt die Verformung der Mustermenge  $\mathcal{M}$  zur Verringerung des Anteils am eingeschlossenen Fehlervolumen, dessen Ursachen in linearen Abhängigkeiten zwischen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  zu finden sind. Auf diese Weise wird die Deformation von  $\mathcal{M}$  geschätzt und steht einem anschließenden Vergleich zur Verfügung. Eine automatische Verringerung des Versatzes beider Vergleichsmengen unter Ausnutzung der Richtungsinformation von  $\mathcal{D}$  hängt jetzt vom Zutreffen der Bedingungen der erörterten Fixpunktsätze und somit der Distanzverteilung des Signals ab. Die Begutachtung der Verteilungsfunktion stellt daher den zweiten funktionsbestimmenden Teil der statistischen Auswertung dar. Das Abweichungsmodell nach Abb. 2.13 im Abschnitt 2.2 und die Regelschleife gemäß Abb. 6.2 lassen sich aus Sicht der Systemtheorie zu einem Schaltbild vereinen. Diese Gesamtdarstellung des Signalmodells zeigt Abb. 6.3. Darin werden die Störquellen in der angegebenen Weise auf die Bilddaten verteilt. An welcher Stelle des Signalpfades nichtlineare Verzerrungen oder Rauschen entsteht, ist für die Parameterextraktion zweitrangig.

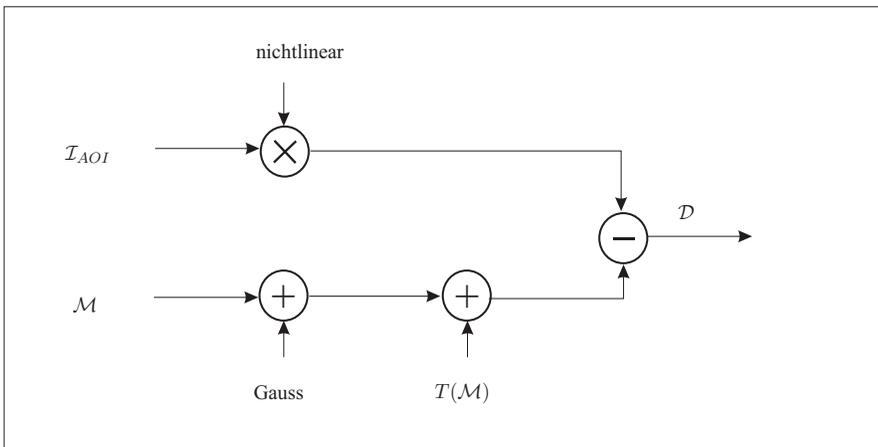


Abbildung 6.3: Darstellung der Entstehung von  $\mathcal{D}$

Die iterative Parameterextraktion überführt das räumliche Signal  $\mathcal{D}$  in eine zeitliche Abhängigkeit, die den Einschwingvorgang kennzeichnet. Diese dynamische Komponente des Zufallsprozesses nach Abschnitt 2.1 äußert sich im Konvergenzverhalten der Parameterextraktion und wird im Abschnitt 6.3 untersucht. Doch zunächst erfolgt die Beschreibung der Bestandteile des Fixpunktes.

### 6.2.3 Die Repräsentanten des Endzustandes

Die Anwendung der Regelschleife in Form der Nachführung der Modellmenge  $\mathcal{M}$  dient in erster Linie der Verringerung des eingeschlossenen Fehlervolumens zwischen den Vergleichsmengen. Als Maß hierfür wurde bereits der mittlere Fehler in der Distanzverteilungsfunktion in Abschnitt 2.2 eingeführt. Die Beurteilung der Ähnlichkeit erfordert allerdings weitergehende Betrachtungen der Distanzverteilung. Im Kapitel 4 waren die Erscheinungsformen der Verteilungen im Rahmen des Abweichungsmodells Gegenstand der Untersuchungen. An dieser Stelle steht das Signal  $\mathcal{D}$  als Grundlage des Fixpunktes zur Diskussion.

Ausgehend von der Einhaltung aller Randbedingungen für das Erreichens eines einzigen Endzustandes stellt sich die Frage nach dessen Repräsentation. Wie bereits erörtert, beziehen sich die Aussagen der Fixpunkttheorie auf die Distanzverteilungsfunktion im Zusammenhang mit der Verkürzung der Distanzvektoren. Der Informationsgehalt der Abweichung  $\mathcal{D}$  wird gemäß Kapitel 4 einer statistischen Analyse unterzogen. Als Maß für die Ähnlichkeit zwischen  $T(\mathcal{M})$  und  $\mathcal{I}$ , die nach Anwendung der Korrektur maximiert sein soll, steht die Distanzverteilung mit ihren charakteristischen Werten im Mittelpunkt. Die Extraktion der Korrekturtransformation aus der Richtungsinformation in  $\mathcal{D}$  kann als statistische Bewertung der geometrischen Verhältnisse des Fehlersignals angesehen werden. Beide Ausdrucksformen sind Resultate des Restfehlers und bilden somit die Repräsentanten des Fixpunktes. Das Vektorfeld bietet darüber hinaus die Möglichkeit einer Quell- bzw. Wirbelfeldbetrachtung mit Hilfe von Differentialoperationen ( $\rightarrow$ Abschnitt 5.5).

Enthält das DVF keine linearen Abhängigkeiten innerhalb der Komponenten mehr, erfolgt auch keine Korrektur der Abbildung von  $\mathcal{M}$ . Betrachtet man die Korrekturtransformation  $T$  als Summe eines Identitätsanteils  $E$  und des Deformationsanteils  $D$ , ergibt sich die Darstellung nach Gleichung 6.1 ( $\rightarrow$ [27]). Die Deformations- und Translationsanteile müssen Nullfolgen sein bzw. im Erwartungswert verschwindende Ergebnisse aufweisen ([13] [14]).

$$T(\vec{m}') = (E + D)\vec{m}' + \vec{t}' \quad (6.1)$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 - a & b & 0 \\ c & 1 - d & 0 \\ 0 & 0 & 1 - s \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

$$\vec{t}' = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_L \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_n^n(\vec{m}) = T^0(\vec{m}) \quad (6.5)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Variante ohne Wechselwirkung zwischen geometrischen und inhaltlichen Komponenten gewählt. Die Verkettung von Matrizen, deren Deformationsanteil eine Nullfolge darstellt, ergibt wiederum eine resultierende Matrix mit konvergenten Elementen als stabilen Endzustand. Es muß demnach nicht das Signal  $\mathcal{D}$  verschwinden, um ein Gleichgewicht zu erzeugen, sondern nur dessen Auswirkungen auf die Parameterextraktion. In diesem Zusammenhang wurde bereits die Bedämpfung von mittelwertfreiem Rauschen in Abschnitt 4.4 erörtert. Die Konvergenz der Matrixelemente von  $\underline{A}$  und des Translationsvektors  $\vec{t}$  stellen hierbei das Pendant zum stationären Zustand eines Systems dar ([13] [14] [12]). Befindet sich das DVF im Gleichgewicht, liefert die Parameterextraktion nur noch die Einheitsmatrix  $E$  als Korrekturfunktion.

Verschwindet die Differenz der Verteilungen der Komponenten von  $\mathcal{D}$ , kann die Konvergenz innerhalb der Genauigkeit des Distanzprozessors angenommen werden. Das Unterschreiten einer Unerheblichkeitsgrenze kennzeichnet den stabilen Endzustand der Anwendung der Regelschleife. Gleichzeitig verhindert die fehlende Veränderung des DVF eine weitere Verformung der Distanzverteilung, die somit ebenfalls ihren Fixpunkt erreicht. Abb. 6.4 zeigt den Vorgang anhand der integrierten Distanzverteilung einer gerichteten Operation nach Abb. 6.2. Die Auswirkungen der Verkürzung der Distanzvektoren sind deutlich sichtbar. Es ist aber auch zu erkennen, daß nach 25 Zyklen eine bessere Repräsentation kürzerer Distanzen erfolgt als nach 200.

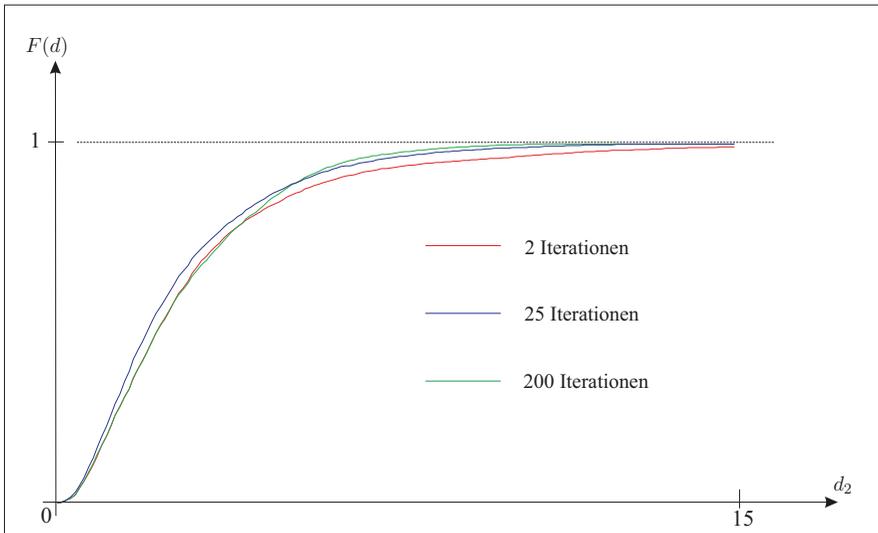


Abbildung 6.4: Konvergenz einer gemessenen Häufigkeitsverteilung

Die Parameterextraktion als Optimierung des Abbildungsfehlers enthält jedoch an keiner Stelle eine Berechnungsvorschrift für den Umrechnungsfaktor  $c_L$ . Eine Festlegung nach [1] auf der Grundlage der Ausdehnungen im  $\mathbb{R}^3$  wurde bereits in Kapitel 4 als Ausgangspunkt für einen ausgewogenen Merkmalseinfluß dargelegt. Mit den Auswirkungen auf Fixpunkt und Einschwingvorgang beschäftigt sich daher auch der folgende Abschnitt.

### 6.3 Der Endzustand und seine bestimmenden Parameter

Die Anwendung des Transformationsschätzers durchläuft drei wesentliche Phasen. Die Suche nach der Anfangsbedingung auf der Basis der Analyse der Vergleichsmengen und einer ersten Distanztransformation bestimmt den Beginn der Parameterextraktion. Die Gewährleistung der Randbedingungen des Fixpunktsatzes nach [9] ermöglicht den zweiten Schritt, die eigentliche iterative Verringerung des mittleren Fehlers. Die Beurteilung des Restfehlers nach Kompensation des Versatzes unter Verminderung der Auswirkung von Rauscheinflüssen liefert das Ergebnis der Anwendung der Regelschleife in Form einer Aussage über die Ähnlichkeit der Vergleichsmengen. Zunächst wird gezeigt, wie sich additive Normalverteilung als Störsignal auf die Parameterextraktion auswirkt und zu welchen Fixpunkten sie führt. Daraus ergeben sich Rückschlüsse auf Vergleichsmengen mit geringer Korrelation. Daran schließen sich Untersuchungen mit Bildern der Gesichtdatenbank nach [25] an. Die Erhöhung des Korrelationskoeffizienten nach Erreichen des Endzustandes belegt die Kompensation der linearen Anhängigkeiten der Komponenten des Signal  $\mathcal{D}$  im Rahmen der Korrekturtransformation und somit zwischen den Vergleichsmengen. Die Festlegung des Fehleranteils in Gestalt des Umrechnungsfaktors  $c_L$  nimmt Einfluß auf das Konvergenzverhalten der drei Komponenten. Mit dem Ziel einer unter den Komponenten ausgewogenen Kraftwirkung steht ein Kriterium zur Bestimmung von  $c_L$  zur Verfügung.

Aus den Erkenntnissen des dynamischen Verhaltens folgen Konsequenzen für die Wahl der Anfangsbedingung der Distanztransformation. Die Eignung der jeweiligen Varianten der Parameterextraktion zur Verbesserung der Verteilungsfunktion richtet sich nach dem Einsatzzweck und kann bezüglich der Helligkeitverläufe mit einfacher Vorverarbeitung abgeschätzt werden.

### 6.3.1 Reaktion auf normalverteilte Störsignale

Eines der wesentlichen Ziele der Anwendung der beschriebenen Regelschleife besteht in der Verringerung der Auswirkungen eines additiven normalverteilten Störsignals. Die Unempfindlichkeit der Parameterextraktion auf mittelwertfreies Rauschen wurde bereits im Abschnitt 4.4 belegt. An dieser Stelle dehnen sich die Untersuchungen auf die Streuung des Endzustandes aus, deren Minimierung als Resultat der Verkürzung der Distanzvektoren nachweisbar sein muß. Da bei unkorrelierten Störungen keine Wechselwirkungen zwischen geometrischen Komponenten und Merkmal zu erwarten sind, beziehen sich die Darlegungen auf die Parameterbestimmung nach Gleichung B.22 bis B.24 bzw. Gleichung B.27 und B.28.

Die weitgehende Invarianz der Distanztransformation einer derartigen Signalkonstellation bezüglich der Größe von  $c_L$  vereinfacht die Betrachtungen ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.2). Die Festsetzung des Umrechnungsfaktors auf  $c_L = 1$  verursacht daher keine unzulässige Einschränkung. Die Mengen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  werden durch die Standardabweichungen  $\sigma_M$  bzw.  $\sigma_I$  charakterisiert, die bei ausgewogener Bewertung für alle Komponenten gleichermaßen gilt. Der Korrelationsfaktor  $\rho$  verschwindet in diesem Fall.

In Abb. 6.5 sind die Distanzverteilungen eines Rauschparameters bezüglich  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  mit ihren Kontrastwerten  $s$  dargestellt. Auffällig am Endzustand ist die Repräsentation der Streuung der jeweiligen Videobilder bei gleichzeitiger Kontrastvernichtung im Muster. Ferner werden die Helligkeitsunterschiede zwischen den Mengen kompensiert, was der Mittelwertangleichung als Translation im Merkmalsraum entspricht.

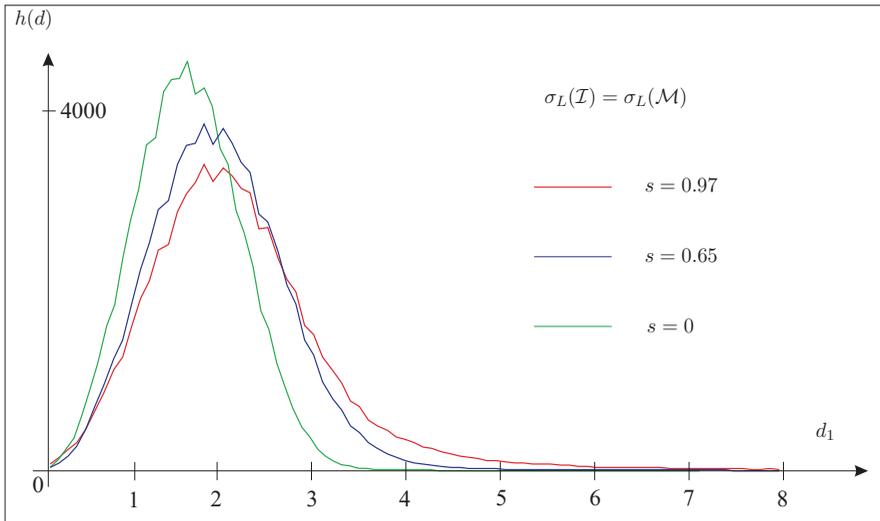


Abbildung 6.5: Fixpunkte bei normalverteilten Inhalten

Die Distanztransformation ergibt eine resultierende Verteilung, die sich als Maxwell-Verteilung darstellen läßt ( $\rightarrow$ Abschnitt 4.2). Die Auftrittswahrscheinlichkeit der Distanzen geringerer Länge kann aufgrund der fehlenden geometrischen Beeinflussung nur mit Hilfe der Luminanztransformation gesteigert werden. Sie erlaubt die Verminderung der resultierenden Varianz. Gleichung 6.6 verdeutlicht den Zusammenhang anhand der Addition zweier Zufallssignale ([13] [14]).

$$\sigma_R^2 = \sigma_M^2 + 2\rho \cdot \sigma_M \sigma_I + \sigma_I^2 \quad (6.6)$$

mit

$$\begin{aligned} \rho &= 0 \\ \sigma_R^2 &= \sigma_M^2 + \sigma_I^2 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Mit der Verringerung der Varianz im Merkmal der Modellmenge erfolgt die Verminderung der resultierenden Varianz  $\sigma_R$ . Am Ende der Parameterextraktion steht ein Vergleich einer glatten Modellmenge ohne Struktur mit dem Videobild. Da die geometrische Streuung aufgrund der normalverteilten Merkmale nicht zu vermindern ist, bleibt nur der Kontrastfaktor als Mittel zur Minimierung von  $\sigma_R$ . Dieses Ergebnis ist jedoch keinesfalls bedeutungslos und zeigt vielmehr, daß hier unkorrelierte Signale angepaßt werden sollten. Die extrahierte Korrektur vernichtet mit  $s = 0$  jegliche Struktur des Merkmals in  $\mathcal{M}$  und bindet die geometrische Transformation an das Raster. Im Sinne der Verringerung der resultierenden Standardabweichung  $\sigma_R$  der jeweiligen Komponente bleibt aufgrund der nicht feststellbaren Korrelation beider Mengen auch keine andere Möglichkeit, wie Gleichung 6.6 zeigt ( $\rightarrow$ [14] [12] [13]). Allerdings nimmt die Kontrastverringerng eine erhebliche Zyklenzahl in Anspruch, so daß nur ein geringer Einfluß dieses Effekts auf die Parameterextraktion korrelierter Signale zu erwarten ist.

Die geometrische Anfangsbedingung in Form der Projektion von  $\mathcal{M}$  in  $\mathcal{I}$  spielt bei Abbildung auf eine Teilmenge von  $\mathcal{I}$  unter Beachtung der AOI keine Rolle und entspricht dem Zeitpunkt des Vergleichs zweier verrauschter Signale in der linearen Systemtheorie ( $\rightarrow$ [14] [13] [52]). Das Ergebnis der resultierenden Transformation  $T$  äußert sich in einer Kontrastverringerng ohne geometrische Korrektur. Für nahezu unkorrelierte Vergleichsmengen mit rauschähnlichen Inhalten ergibt sich eine starke Kontrastverringerng des Musters. Die Reaktion auf korrelierte Bildinhalte stellt jedoch das eigentliche Anwendungsgebiet der Transformationskorrektur dar und soll im folgenden Abschnitt untersucht werden.

### 6.3.2 Gerichtete Operation und korrelierte Bildinhalte

Unkorrelierte Bildinhalte erweisen sich als unempfindlich gegenüber geometrischer Korrektur und verursachen lediglich eine Kontrastverringerng im Fixpunkt der Regelschleife. Bevor die Auswirkungen des Zusammenspiels von normalverteilten Störsignalen und korrelierten Inhalten beleuchtet wird, erfolgt eine Betrachtung von Mengen, die aus identischen Bildinhalten entstanden sind. Mit Hilfe der Regelschleife muß sich in diesem Falle die Identität nachweisen lassen. Für die Praxis interessieren besonders die Einflüsse des geometrischen und inhaltlichen Versatzes zu Beginn der Iteration sowie die Auswirkungen des Umrechnungsfaktors.

Das entscheidende Ziel der Anwendung der iterativen Parameterextraktion besteht in der Kompensation linearer Deformation zwischen Video- und Referenzbild. Dieser Versatz verhindert eine repräsentative Distanzverteilung in Verbindung mit einem hohen Wert der gerichteten Hausdorff-Distanz. Für die Anpassung der beider Mengen wurden im Abschnitt 4.4 zwei grundlegende Varianten der Entzerrung entworfen, die sich in der Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen geometrischen Größen und Merkmal unterscheiden. Beide Systeme gelangen hier zum Einsatz. Zur Verringerung der Komplexität

der Anfangsbedingungen erfolgt der Vergleich von Bildern identischer geometrischer Ausdehnung. Die Gesichtsdatenbank nach [25] entspricht diesen Forderungen und dient als Vorlage. Auf diese Weise erscheint  $T_0$  als Einheitsmatrix ohne Translation, so daß sich die Untersuchungen auf den Einfluß des Umrechnungsfaktors konzentrieren können. Abb. 6.6 zeigt die Verteilungen der Endzustände unter Nutzung der Metrik  $d_2$ . Als Maß für die Kompensation der linearen Deformation eignet sich der Korrelationskoeffizient beider Mengen ([13] [12]). Dieser wurde nach Erreichen des Fixpunktes bestimmt und ist ebenfalls in der Grafik zu sehen. Da ein analytischer Zusammenhang zwischen  $c_L$  und dem Abweichungsmodell nicht in allgemeingültiger Form hergeleitet wurde, tritt an dessen Stelle die Einschätzung anhand der Beobachtungen.

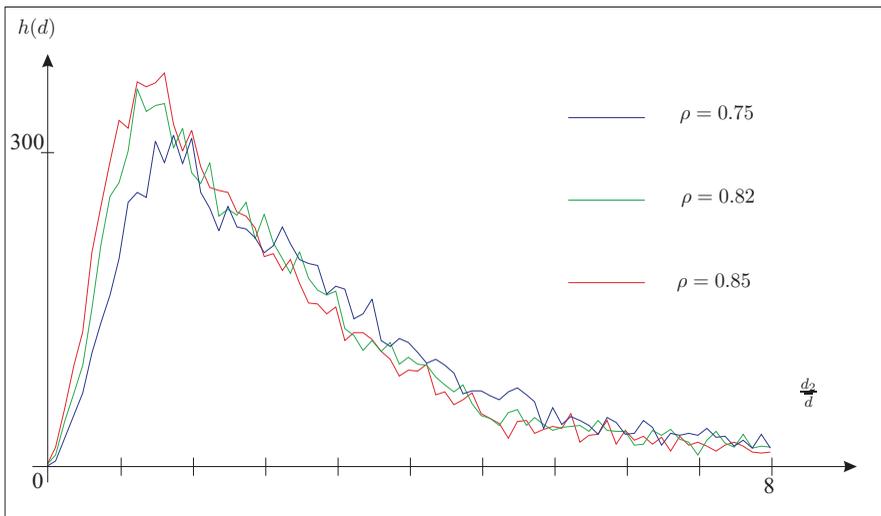


Abbildung 6.6: Distanzverteilung im Endzustand in Abhängigkeit von  $c_L$  mit  $d_2$

Die Gesichtsdatenbank enthält Vorlagen identischer Personen mit unterschiedlichen Kopfhaltungen und Helligkeitsverläufen, die einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen beiden Vergleichsmengen hervorrufen. Legt man die im Abschnitt 4.3 zur Erläuterung der entstehenden Distanzverteilungen erwähnte Betrachtung zugrunde, läßt sich jede Verteilung als Summe von Prozessen verschiedener Streuung und Teilmengengröße betrachten. Mit Hilfe der Verringerung der Distanzen zeichnen sich die resultierenden Standardabweichungen ebenfalls durch eine Verminderung aus und repräsentieren die Kontraktion im Wahrscheinlichkeitsraum ( $\rightarrow$  Abschnitt 6.2).

Zum besseren Vergleich wurden die Kurven auf den mittleren Fehler normiert. Auffällig sind die geringen Unterschiede bis auf die Extreme  $c_L = 0.03125$  und  $c_L = 5$ . Anhand der Verteilungsfunktion läßt sich unter Berücksichtigung des Fehlervolumens keine Entscheidung bezüglich eines günstigen Bewertungsfaktors treffen. Der Korrelationskoeffizient zwischen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  weist das höchste Maß an kompensierter Deformation der Kurve für  $c_L = 0.56$  zu. Dies entspricht der Abschätzung nach [1], wenn die geometrische Kontraktion und der Kontrastfaktor einbezogen werden. Im Falle starker Änderung der Ausdehnung und des Kontrastes von  $\mathcal{M}$  sollte  $c_L$  diesbezüglich eine Anpassung stattfinden.

Jeder der Fixpunkte zeichnet sich durch eine Erhöhung des Korrelationskoeffizienten aus, was die Auswirkungen der Korrekturtransformation bestätigt. Es existiert ein Maximum an Korrelation beider Vergleichsmengen in einem gewissen Bereich für  $c_{\mathcal{L}}$ , der mit der Ausdehnung von  $\mathcal{M}$  unter Berücksichtigung der Korrekturtransformation in Verbindung steht. Die Korrekturtransformation hingegen verändert sich aufgrund der unterschiedlichen Fehleranteile.

Die Verwendung der Metrik  $d_1$  weist einen leicht höheren optimalen Umrechnungsfaktor  $q_{\mathcal{L}}$  gegenüber dem Einsatz von  $d_2$  aus, was bereits aus den Erörterungen des Abschnitts 4.1.1 folgt. Ansonsten sind keine weiteren Unterschiede in den Kurvenverläufen zu beobachten. Die Darstellungen in Abb. 6.7 erfolgten zwar anhand einer Kombination von  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$ , sind aber für die Teilmengenbetrachtungen der gerichteten Operation  $d(\mathcal{M}, \mathcal{I})$  repräsentativ.

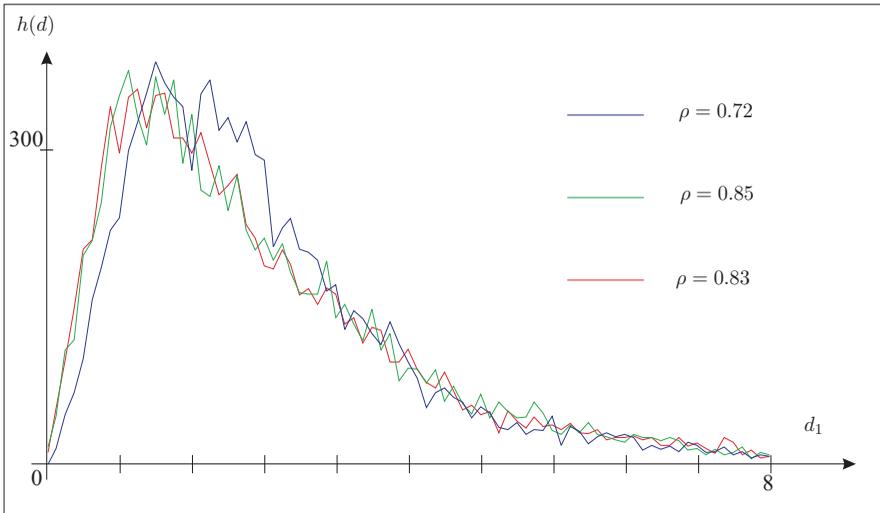


Abbildung 6.7: Distanzverteilung im Endzustand in Abhängigkeit von  $q_{\mathcal{L}}$  mit  $d_1$

Die zweite Variante der Parameterextraktion enthält eine Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Merkmal und geometrischen Größen. Diese läßt sich sehr deutlich anhand der Helligkeitsverläufe des genutzten Beispiels darlegen. In Abb. 6.7 ist die entsprechende Kurve der 2D-Version gegenübergestellt (→Abschnitt 4.4). Im Vergleich ergibt sich tatsächlich eine leichte Verringerung des mittleren Fehlers in Verbindung mit einer verbesserten Distanzverteilung im Sinne der Beurteilung nach Kapitel 4.

Die Unterschiede beider Varianten können nur anhand einer konkreten Aufgabenstellung zur Entscheidung über den Einsatz der jeweiligen Version beitragen. Eine Verallgemeinerung wäre aufgrund der hohen Abhängigkeit von  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  unzulässig. Die Vorteile des Einsatzes der 2D-Version liegen in der unkomplizierten Visualisierung des Ergebnisses. Ein Geschwindigkeitsvorteil während der Parameterextraktion ergibt sich jedoch nicht.

Zum Abschluß der Betrachtungen der Häufigkeitsverteilungen im Fixpunkt seien die Winkelverteilung von  $\phi$  und  $\vartheta$  diskutiert. Der Endzustand zeichnet sich durch eine kompensierte geometrische Abweichung aus und enthält für  $\phi$  keine Tendenz mehr. Die Kurven entsprechen denen der Distanztransformation von Rauschen nach Abb. 4.7 im Abschnitt 4.2 und sind daher nicht nochmals dargestellt. Der Winkel  $\vartheta$  zeichnet sich durch direkten Einfluß von  $c_L$  aus und wird somit für die Frage nach einer ausgewogenen Fehleraufteilung interessant ( $\rightarrow$  Gleichung 4.21).

Die Grafik in Abb. 6.8 enthält die Häufigkeitsverteilung für normalverteiltes Rauschen unter Nutzung von  $d_1$ . Die Abweichungen der Kurven sind relativ gering. Es bleibt auch zu bemerken, daß die Darstellungen im Fixpunkt keiner Maxwell-Verteilung gemäß Abschnitt 4.2 entsprechen, was schon in der Distanzverteilung beobachtet werden konnte. Eine Verschiebung der Häufigkeit zu  $\vartheta = 0^\circ$  bzw.  $\vartheta = 180^\circ$  charakterisiert die Betonung der Geometrie, während die Konzentration bei  $\vartheta = 90^\circ$  dem Merkmal den Vorzug einräumt.

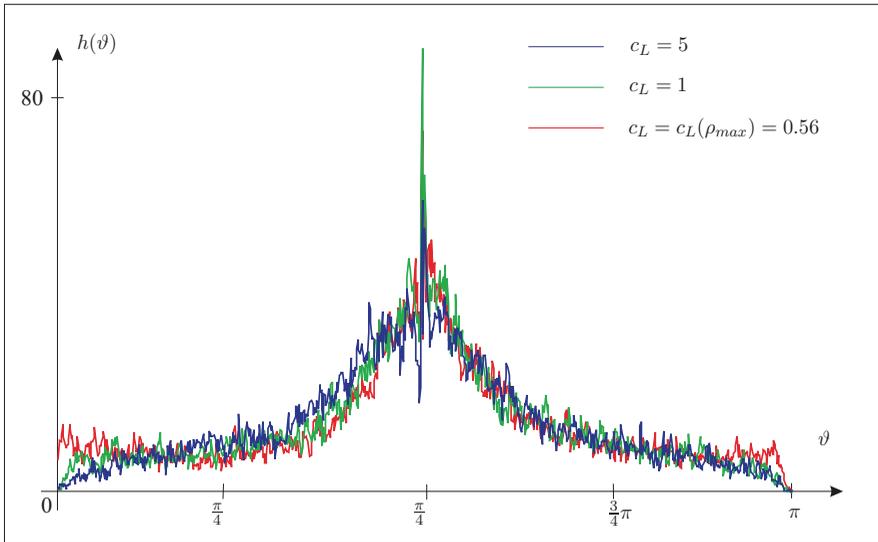


Abbildung 6.8: Verteilung der Winkel im Fixpunkt

Die Konsequenzen für die Wahl von  $c_L$  münden in der Bestätigung der Abschätzung über die Ausdehnung von  $\mathcal{M}$  unter Berücksichtigung der Korrekturtransformation. Mit dieser Vorschrift lassen sich lineare Abhängigkeiten mit Hilfe der Regelschleife optimal auflösen. Ein weiteres Kriterium stellt die Einschwingzeit in Form der Iterationszyklen dar, die stark von der Anzahl der zu stabilisierenden Parameter beeinflusst wird ([48] [14]).

### 6.3.3 Einfluß des Umrechnungsfaktors auf das Konvergenzverhalten

In den bisherigen Ausführungen wurde gezeigt, daß eine zu geringe Korrelation der Vergleichsmengen eine Transformationskorrektur beeinträchtigt oder gar verhindert. Diese Einschätzung entspricht auch der Vorstellung, daß zwei nicht verbundene Zufallssignale auf den Versuch einer Kompensation linearer Verkopplung wieder nur mit einem Zufallssignal ohne Tendenz in den Komponenten reagieren ( $\rightarrow$ [13] [12] [14]).

Entsprechen die Vergleichsmengen dem Abweichungsmodell aus Abschnitt 2.2 ergibt sich ein Umrechnungsfaktor, für den die Kompensation der linearen Anteile maximiert werden kann. Der Bewertungsfaktor des Merkmals tritt aber nicht als Bestandteil der Parameterextraktion in Erscheinung, wie die Berechnungsvorschriften belegen ( $\rightarrow$  Abschnitt 4.4). Die Korrekturoperation ist auf die Verringerung des mittleren Fehlers ausgelegt, welche sich nicht direkt auf den Einfluß der jeweiligen Fehleranteile zurückführen läßt.

Im Rahmen der affinen Korrektur existiert ein Fixpunkt in Abhängigkeit von  $c_L$ , der eine geeignete Verteilung der Abweichungen auf die Komponenten ermöglicht. Die Einbeziehung der nachbarschaftlichen Teilmengen in die Beurteilung der Ähnlichkeit durch die Distanzbetrachtung stellt den zentralen Ausgangspunkt der vorliegenden Dissertation dar. Die in Abschnitt 4.2 bereits erörterten Auswirkungen der Wahl von  $c_L$  werden in diesem Abschnitt unter dem Aspekt der optimalen Kompensation linearer Deformation fortgeführt. Im Zusammenhang mit dem dynamischen Verhalten ergeben sich die Probleme der Einschwingzeit in Verbindung mit hoher Genauigkeit der Fixpunktrepräsentation.

Die in Abb. 6.7 anhand ihrer Verteilungsfunktion dargestellten Fixpunkte dienen der Illustration des Einschwingvorgangs in Abb. 6.9. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde  $s$  als Repräsentant der Luminanztransformation gewählt, während die geometrische Korrektur mit Hilfe des geometrischen Lipschitz-Faktors der affinen Matrix ihren Ausdruck findet ( $\rightarrow$  Gleichung A.8). Zusammengehörige Größen sind gleichfarbig dargestellt.

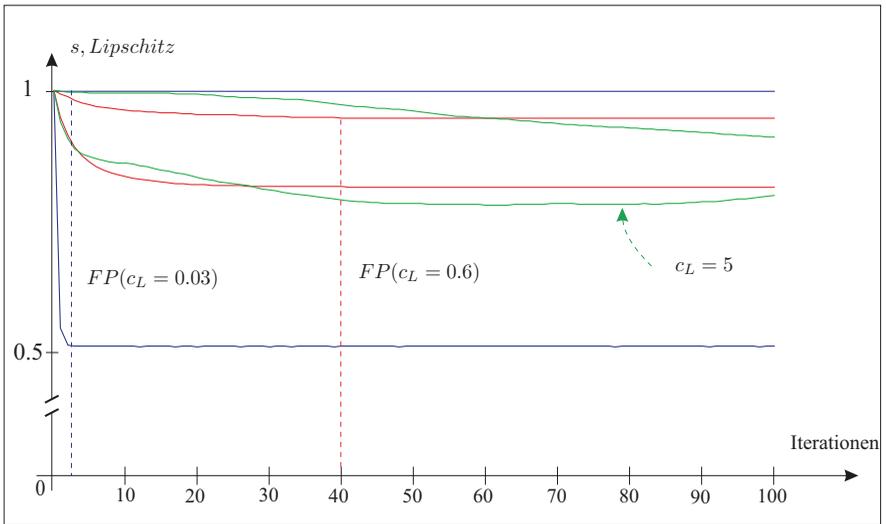


Abbildung 6.9: Dynamisches Verhalten in Abhängigkeit von  $c_L$

Die geringste Iterationsdauer ist für eine Vernachlässigung des Merkmalseinflusses auf die Norm zu erkennen. Die Kurve mit  $c_L = 0.03125$  wurde der Vollständigkeit halber aufgenommen, widerspricht jedoch einer ausgewogenen Verteilung des Merkmals in  $\mathcal{M}$  auf alle Komponenten von  $\mathcal{D}$ . Erwähnenswert hingegen scheint die Entwicklung von  $s$  für diesen Fall. Es führt zwar nicht zur Kontrastvernichtung, aber die Verringerung der Strukturen als Reaktion der Korrektur wurde bereits bei unkorrelierten Inhalten beobachtet und liefert einen Hinweis auf ungünstige Wahl von  $c_L$ , sofern ähnliche Kontrastverhältnisse zwischen  $\mathcal{I}$  und  $\mathcal{M}$  vorausgesetzt werden können. Im Bereich  $c_L > 1$  verliert die Luminanztransformation zunehmend

an Bedeutung. Der im Sinne der Erhöhung des Korrelationskoeffizienten  $\rho$  günstige Wert für  $\alpha_L$  zeigt auch eine nahezu gleichzeitige Konvergenz der zugehörigen Parameter. Die Kurvenverläufe belegen allerdings auch, daß ein großer Wert für  $c_L$  mit hoher Korrelation beider Bildinhalte die Konvergenzgeschwindigkeit steigern kann.

### 6.3.4 Auswirkungen der geometrischen Projektion

Der Vergleich von Bildinhalten gleicher geometrischer Ausdehnung umfaßt zwar einen bedeutenden Anwendungsbereich, stellt aber auch eine Einschränkung dar. Die Mustersuche in einem Videobild erweitert das Szenario auf noch nicht angepaßte Zielregionen. Daher benötigt die Transformation  $T$  eine Initialisierung, die mit Hilfe von Merkmalsfiltern erfolgen kann und eine Hypothese für die Anfangsbedingung der Distanztransformation liefert. Der Zufallsprozeß erhält auf diese Weise eine weitere stochastische Komponente, deren Einfluß anhand von Beispielen aufgezeigt wird. Die Empfindlichkeit nichtlinearer Prozesse auf veränderte Randbedingungen erschwert die Stabilisierung der Parameterextraktion. Auch in diesem Falle steht eine günstige Verteilung der Abweichungen auf die Komponenten im Mittelpunkt. Abb. 6.10 zeigt das Einschwingverhalten für einen günstigen Bewertungsfaktor  $\alpha_L$ . Die AOI wurde sehr groß gewählt, so daß praktisch keine Einschränkung bezüglich der geometrischen Komponenten von  $\mathcal{D}$  besteht. Als stabilisierender Einfluß wirkt sich der scharf abgetrennte Hintergrund aus.

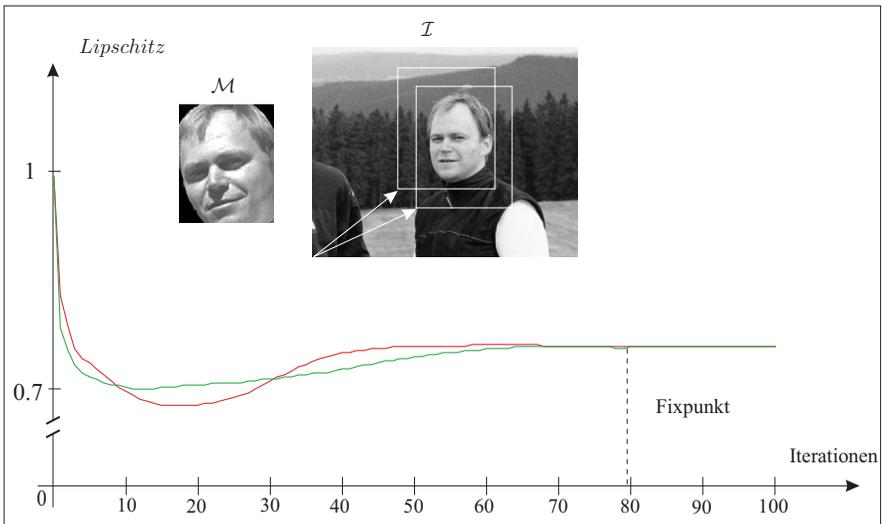


Abbildung 6.10: Dynamisches Verhalten in Abhängigkeit von  $T$

Der sehr zeitintensive Annäherungsvorgang zeigt anhand der Kontraktion der geometrischen Abbildung die unterschiedlichen Wege zum Endzustand, der sich in beiden Fällen nur geringfügig unterscheidet. Zwar läßt sich an diesem Beispiel zeigen, daß auch geometrische Skalierungen des Musters von 140% noch ausgeglichen werden können, das Erreichen des Endzustandes ist aber nicht mehr gesichert. Die Experimente belegen, daß der Fangbereich nur sehr schwer abgeschätzt werden kann, da die gerichtete Operation ohne Begrenzung der AOI überaus empfindlich auf die Anfangsbedingung reagiert.

Zur Vermeidung der erwähnten Kontrastverringerng als Ausdruck geringer Korrelation zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  empfiehlt sich der Verzicht auf die Luminanztransformation bis zum Erreichen einer stabilen geometrischen Anpassung. Die Beobachtung der Entwicklung der affinen Matrix  $\underline{A}$  ist in jedem Falle geboten. Dafür eignet sich der Lipschitz-Faktor von  $\underline{A}$  ( $\rightarrow$ [10] [11] [16]). Zwar erlaubt dieses Vorgehen keinen Einfluß auf die Parameterextraktion, aber die Anfangsbedingungen können aufgrund ungenügender Stabilität verworfen werden. Die Korrekturtransformation strebt dann zwar immer noch der Verringerung des mittleren Fehlers entgegen, die Zielregion weist aber keine ausreichende Korrelation mit dem Muster mehr auf.

## 6.4 Die Aussagekraft der stabilen Distanzverteilung

Die Bedeutung des Umrechnungsfaktors von Merkmal in geometrische Größen erwächst aus der Festlegung des Fehleranteils an der Norm des Abstandsvektors bezüglich der Modellmenge  $\mathcal{M}$ . Eine ausgewogene Einbeziehung der Nachbarregionen ermöglicht die Kompensation des linearen Versatzes zwischen  $\mathcal{M}$  und  $\mathcal{I}$  in Verbindung mit der Steigerung des Korrelationskoeffizienten der ortsgebundenen Merkmale. Im Rahmen des vorgestellten Verfahrens bleiben die Abweichungen durch Rauschen und nichtlineare Verfremdung erhalten.

### 6.4.1 Unidirektionale und Bidirektionale Distanztransformation

Bisher wurde die Teilmengenbetrachtung einer Projektion von  $\mathcal{M}$  in das Videobild  $\mathcal{I}$  bzw.  $\mathcal{I}_{AOI}$  ausführlich beschrieben. Diese erweist sich als wenig empfindlich gegenüber Störeinflüssen im Merkmal. Allerdings besteht eine große Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen der Distanztransformation in Gestalt der affinen Korrektur  $T_0$  und des Bewertungsfaktors  $c_L$ .

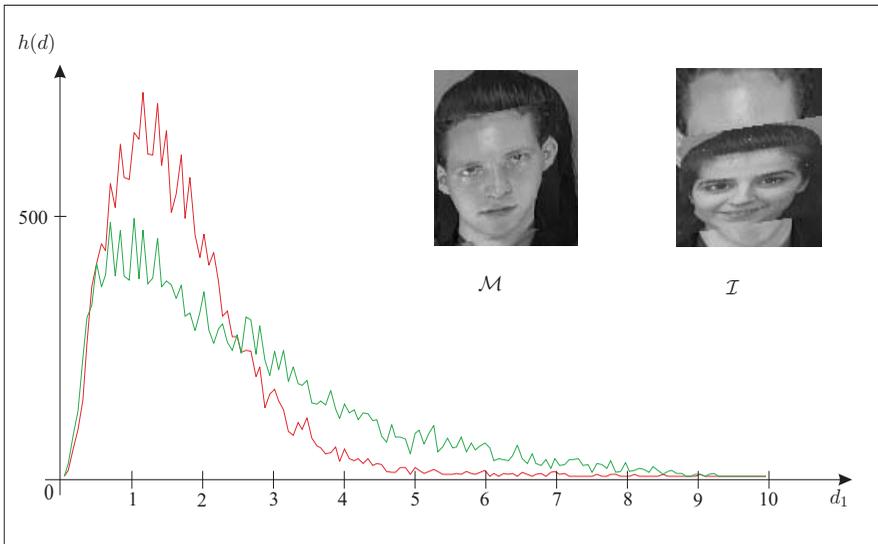


Abbildung 6.11: Fixpunkte bei ausschließlicher Teilmengenanpassung

Die in Abschnitt 4.4 vorgeschlagene Hinzunahme weiterer Skalarfelder zur Stabilisierung enthält auch ein Konzept zur Berücksichtigung der allgemeinen Distanzbestimmung. Den Hintergrund bildet die Addition der Kraftwirkungen gemäß Abschnitt 4.3 unter Berücksichtigung des Vorzeichens. Wird die unidirektionale Variante zur Bestimmung der Korrekturtransformation verwendet, sind aufgrund der ausschließlichen Teil-mengenbetrachtung die in Abb. 6.11 dargestellten Auswirkungen möglich. Hierbei gelingt die Verringerung des Fehlers über die Projektion des Modells in die Gesichtsfäche von  $\mathcal{I}$ . Häufigkeitsverteilungen und Ergebnisse der Korrektur sind ebenfalls zu sehen.

Die Frage der Ähnlichkeit zweier Mengen untereinander führt zur Betrachtung beider gerichteter Operationen. Als Ergebnis steht eine Korrekturtransformation zur Verfügung, die sich durch eine Berücksichtigung zweier Distanzvektorfelder auszeichnet. Dabei richtet sich das Vorzeichen der Varianzen nach der Wahl der Bezugsmenge, auf die eine bidirektionale Korrektur angewandt werden soll. Abb. 6.12 illustriert diesen Fall für den Vergleich nach Abb. 6.11 und einer Referenzoperation. Da der Distanzprozessor für diesen Betriebsfall ursprünglich nicht vorgesehen war, mußte die Berechnung des resultierenden DVF im Einzel-schrittbetrieb erfolgen.

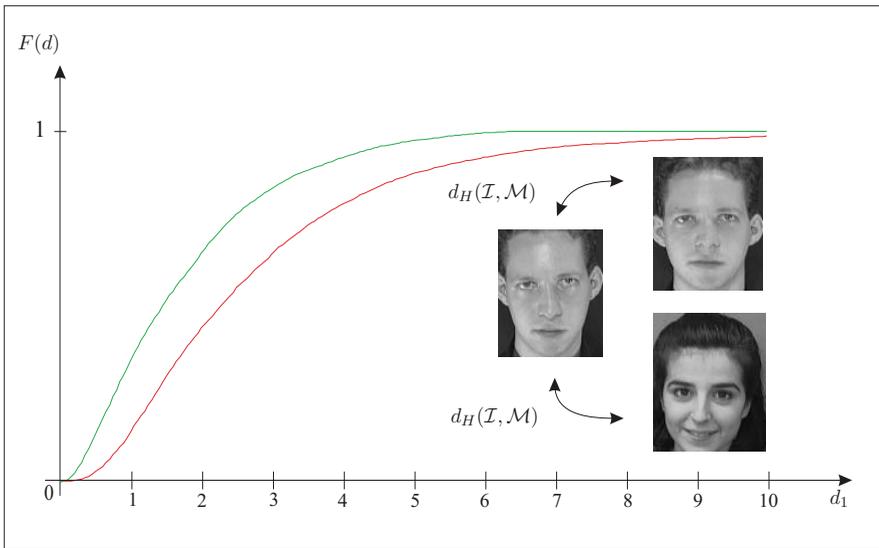


Abbildung 6.12: Korrekturtransformation bei bidirektionaler Betrachtung

Die Verteilungsfunktion der Referenzoperation bildet zwar nicht den Grenzwert einer möglichen Vergleichsoperation, läßt sich aber gut als Maß für die Ähnlichkeit der Mengen untereinander nutzen. Der Abstand beider Verteilungsfunktionen läßt sich dann direkt in Wahrscheinlichkeiten ausdrücken und dient auf diese Weise der Beurteilung.

### 6.4.2 Segmentierung und Verdeckungen

Regionen hoher Abweichungen aus der Beurteilung auszuschließen, geht bereits auf die Arbeiten in [3] zurück. Eine Verringerung der Anzahl an Modellpunkten innerhalb der Regelschleife wirkt sich auf die Stabilität der Parameterextraktion aus und sollte weitgehend vermieden werden. Abb. 6.13 zeigt die Segmentierung des Modells anhand einer ersten Distanztransformation. Nach Entfernung der wenig verlässlichen Elemente im Sinne der Häufigkeitsverteilung ergibt sich die dargestellte Anpassung.

Die Verwendung von Teilmengen geringerer Distanz führt zu einer Verringerung des mittleren Fehlers, da die Distanzvektoren hoher Abweichung keine Wirkung mehr ausüben können. Allerdings besteht die Gefahr der Erzeugung glatter Flächen für  $\Gamma(\mathcal{M})$ , was einer extremen Kontrastverminderung gleich kommt.

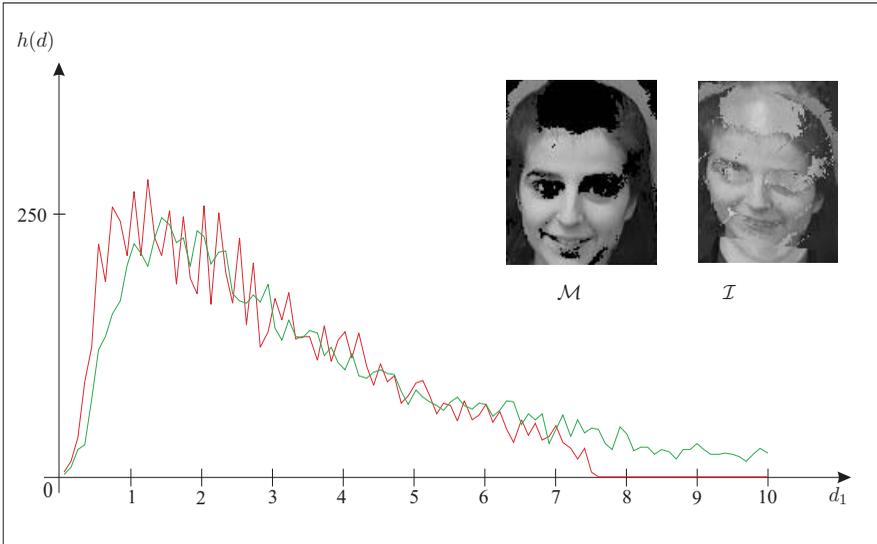


Abbildung 6.13: Distanzverteilung nach Segmentierung von  $\mathcal{M}$

Die Segmentierung anhand der zugehörigen Distanzvektoren ermöglicht die Anpassung von Mengen mit Störungen. Sofern diese als irrelevant für die Beurteilung der Ähnlichkeit gelten können, bewirkt der Ausschluß einer gewissen Anzahl an Distanzvektoren eine Verbesserung in Bezug auf die affine Korrektur.

### 6.4.3 Analyse des Distanzvektorfeldes

Eine weitere Möglichkeit der Begutachtung des DVF ergibt sich aus der Berechnung von Quell- und Wirbelfeldern des Restfehlers. Sie wurden allerdings nicht in die Beurteilung der Ähnlichkeit einbezogen und sollen lediglich der Vollständigkeit halber erwähnt werden. Abb. 6.14 zeigt das Wirbelfeld von  $\mathcal{D}$  am Beginn und im Fixpunkt der Parameterextraktion.

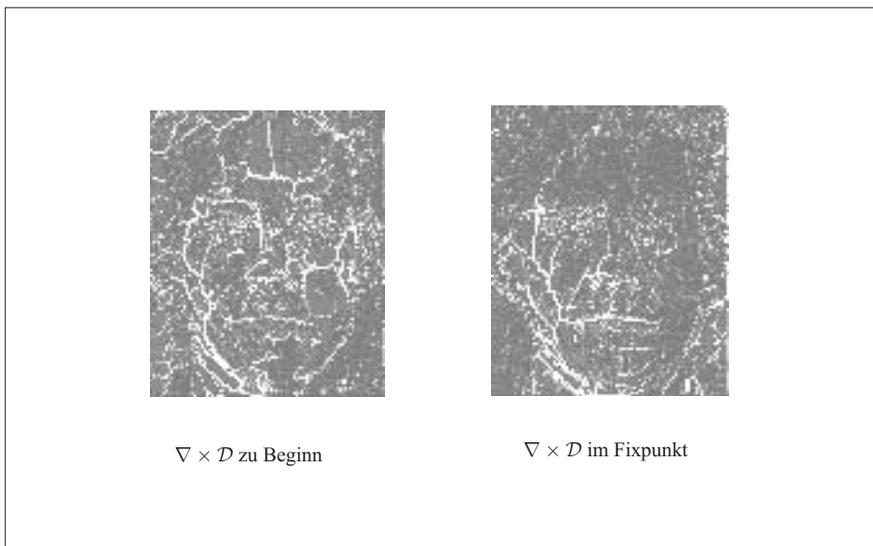


Abbildung 6.14: Wirbelfelder von  $\mathcal{D}$

Eine Nutzung dieser Information zur Wahl von  $c_L$  oder Segmentierungskriterien könnte die Fortführung der Arbeiten zu dieser Dissertation beinhalten. Mit diesem Hinweis soll das Kapitel schließen.

---

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, ein Verfahren zur Verbesserung der Beurteilung von Ähnlichkeit im Ortsbereich mit Hilfe einer Distanztransformation auf der Grundlage der Hausdorff-Distanz zu entwickeln und einen praktischen Nachweis seiner Leistungsfähigkeit zu erbringen. Der zu diesem Zweck entworfene Distanzprozessor ermöglicht erstmals, die Auswertung der Richtungsinformation des während der Distanztransformation entstehenden Distanzvektorfeldes mit Hilfe einer Korrekturtransformation nahezu in Echtzeit vorzunehmen. Das Fehlerbild und die Korrektur werden visualisiert und der zeitliche Verlauf der Parameterextraktion sowie die wichtigsten Verteilungsfunktionen in Dateien gespeichert. Der Demonstrator kompensiert lineare Deformation zwischen den Vergleichsmengen, steigert den meßbaren Korrelationskoeffizienten und reduziert somit den entstehenden Restfehler auf nichtlineare Verzerrungen und Rauscheinflüsse.

Die Entwicklung des Verfahrens zur Verringerung der Distanz beider Vergleichsmengen erforderte die mathematische Beschreibung sowohl der Fehlermaße als auch der Distanztransformation sowie der Beurteilungsmöglichkeiten des Ergebnissignals. Die Interpretation der Distanztransformation als vektorieller Zufallsprozeß und die damit verbundene Betrachtung von Verteilungsfunktionen und Wahrscheinlichkeitsdichten erwiesen sich im Fortgang der Arbeit als hilfreiche Werkzeuge. Aufgrund der dabei beobachteten Effekte wurde die Hausdorff-Distanz als Kriterium für Ähnlichkeit durch die Häufigkeitsverteilung der Distanzen ersetzt, was einer fein aufgelösten Teilmengenbetrachtung nahe kommt. Im Gegensatz zu Vorschlägen aus der Literatur wird dafür das gesamte Fehlersignal genutzt.

Ein Modell zur Beschreibung der Ursachen dieses dreidimensionalen Fehlersignals ermöglicht die Aufteilung der Distanztransformation in einzelne Teilprozesse und somit die Klassifikation von Abweichungen. Die Eigenschaften jeder Klasse von Störeinflüssen kann einzeln untersucht und ihr Zusammenwirken besser beurteilt werden. Die Addition von Störvektoren als Repräsentation der resultierenden Abweichung bietet darüber hinaus die Möglichkeit der Wahl eines günstigen Koordinatensystems, wobei hier der Wechsel zwischen kartesischen und Kugelkoordinaten im Vordergrund steht. Die Richtungsinformation der Abweichung bleibt dadurch während der gesamten Analyse erhalten.

Die gewählte Herangehensweise hat es erlaubt, Abweichungen zweier Bildinhalte als Korrektursignal zur Rekonstruktion der Referenzsignale zu nutzen. Sie bildet auf diese Weise die Grundlage für die Herleitung einer Transformation zur Verminderung des geometrischen und inhaltlichen Versatzes beider Mengen. Damit gelingt die Korrektur linearer Deformation der Vergleichsmengen und die meßbare Erhöhung des Korrelationsfaktors nach erfolgter Anwendung. Die aus dem Distanzvektorfeld extrahierte Transformation berücksichtigt nur die Mittelwerte von Störeinflüssen, die als Translationsanteil in die resultierende Korrektur einfließen. Auf diese Weise läßt sich die Rauschempfindlichkeit des Verfahrens gegenüber herkömmlichen Betrachtungen der gerichteten Hausdorff-Distanz erheblich senken. Die mehrmalige Anwendung der Operation in einer Regelschleife erlaubt die Minimierung der linearen Deformation und führt zu einem Restfehler, der sich durch die Störeinflüsse einer Normalverteilung und nichtlinearer Abweichungen auszeichnet. Als Konsequenz kann sich die Beurteilung der Ähnlichkeit auf einen analytisch formulierten Rauschanteil und die meßbaren nichtlinearen Verzerrungen konzentrieren. Die Größe des nicht kompensierbaren Fehlers stellt das Maß für die Übereinstimmung der Bildinhalte dar.

---

Bei der Beschreibung des Gesamtsystems wurde darauf geachtet, daß die Allgemeingültigkeit der getroffenen Aussagen gewahrt bleibt. Dadurch ist es möglich, die vorgestellten Verfahren und Bewertungskriterien an Randbedingungen zukünftiger erweiterter Modelle des Störanteils anzupassen. Eine Verwendung anderer Metriken als  $d_1$  und  $d_2$  in der Distanzberechnung ist kaum zu erwarten und wurde daher nicht in den Untersuchungen berücksichtigt. Lediglich die Extraktion der Korrekturtransformation bezieht sich ausschließlich auf die affine Transformation im  $\mathbb{R}^3$ .

Der Einfluß der bestimmenden Parameter im Rahmen des genutzten Signalmodells wurde in der Arbeit anhand zahlreicher Diagramme verdeutlicht. Ihre Einbeziehung in die Beurteilung des Restfehlers anhand der Verteilungsfunktionen des Endzustandes, insbesondere der Auswirkungen des Bewertungsfaktors, erlaubt die Anpassung an bestimmte Szenarien des Mustervergleichs. Die Darstellungen des geometrischen Fehlers belegen, daß die Häufigkeit von Distanzvektoren jenseits des mittleren Radius drastisch abnimmt. In Verbindung mit der Wahl der AOI um das Zielgebiet lassen sich somit unnötige Distanzbestimmungen vermeiden und Berechnungsaufwand verringern.

Aufbauend auf einem Vergleich bestehender Verfahren wurde das Konzept eines Distanzprozessors beschrieben, der sich durch die Verfügbarkeit des gesamten dreidimensionalen Fehlersignals auszeichnet. Dieser erlaubt es, eine Vielzahl von Ergebnissen des vektoriellen Zufallsprozesses mit geringem Zeitaufwand zu untersuchen. Außerdem wurde auf der Basis des Versuchsaufbaus eine Nutzung mehrerer Skalarfelder als Repräsentanten der Merkmalsmenge vorgeschlagen. Insbesondere in der Frage der Ähnlichkeit der Vergleichsmengen untereinander ermöglicht diese Vorgehensweise die Extraktion einer Korrekturtransformation, die beiden gerichteten Operationen der Distanzbestimmung nach Hausdorff entspricht und somit die Abweichungen beider Mengen berücksichtigt.

Die Realisierung des Distanzprozessors als unterstützende Hardware und die Parameterextraktion als Softwarekonzept wurden vorgestellt. Dieser Versuchsaufbau hat es ermöglicht, die Distanztransformation mit hoher Verarbeitungsgeschwindigkeit auszuführen und somit auch umfangreiche Datenmengen zu bewältigen. Insbesondere bei längeren Iterationszyklen konnte mit Hilfe dieses Systems die Konvergenz der Parameterextraktion nachgewiesen werden. Aufgrund der Beibehaltung der dreidimensionalen Ortsvektoren sind keine Maßnahmen zur Angleichung von geometrischer bzw. merkmalsbezogener Auflösung der Vergleichsmengen notwendig.

Zur weiteren Erhöhung der Leistungsfähigkeit des Distanzprozessors wäre es sinnvoll, den Einsatz von DualPort-RAM vorzusehen. Da die Nutzung eines aktuellen FPGA die Repräsentation eines Großteils der Modellpunkte im Prozessorfeld erlaubt, entstehen auf diese Weise keine Wartezeiten beim Wechsel der Musterinformation. Die Anbindung an das PCI-Interface läßt sich unter Verwendung der entsprechenden Betriebsmodi erheblich beschleunigen. Für eine Überarbeitung des Konzepts der Parameterextraktion bietet sich die Berücksichtigung beider gerichteter Operationen als geeignete Maßnahme zur Stabilisierung der Ergebnisse an.

Die zahlreichen durchgeführten Experimente zeigen aber auch, daß die Verkürzung der Distanzvektoren noch kein hinreichendes Kriterium für das Auffinden eines lokalen Minimums des eingeschlossenen Fehlerolumens als Maß für die Ähnlichkeit der Vergleichsmengen darstellt. Besonders die gerichtete Operation reagiert bei der Projektion des Musters in eine großzügig gewählte AOI des Videobildes sehr empfindlich auf die Anfangsbedingungen. Die Ableitung der Randbedingungen einer stabilen Korrekturtransformation aus der Fixpunkttheorie metrischer Wahrscheinlichkeitsräume wäre in diesem Zusammenhang ein überaus wertvolles mathematische Werkzeug für zukünftige Entwicklungen auf diesem Gebiet. Der im Rahmen der vorliegenden Dissertation beschriebene Distanzprozessor ermöglicht die meßtechnische Bestätigung.

# A Mathematische Grundlagen

Die affine Transformation in der Ebene bildet die Grundlage der Korrekturtransformation ohne Wechselwirkung zwischen geometrischen Größen und dem Merkmalsraum.

$$T(\vec{x}) = \underline{A} \cdot \vec{x} + \vec{t} \quad (\text{A.1})$$

$$T(\vec{x}) = \begin{pmatrix} a \cdot x + b \cdot y + e \\ c \cdot x + d \cdot y + f \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Mit } \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}, \underline{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Die affine Transformation im  $\mathbb{R}^3$  berücksichtigt die Wechselwirkung zwischen allen Komponenten des extrahierten Distanzvektorfeldes:

$$T \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & lx \\ c & d & ly \\ xl & yl & s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ o \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Bildung der l1- bzw. l2-Norm im  $\mathbb{R}^3$ :

$$a = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ L_a \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ L_b \end{pmatrix}$$

$$|a - b| = |x_a - x_b| + |y_a - y_b| + |L_a - L_b| \quad (\text{A.4})$$

$$\|a - b\| = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (L_a - L_b)^2} \quad (\text{A.5})$$

Die aufgeführten Definitionen sind [16] und [9] entnommen.

**Definition 1** Sei  $M$  eine Menge und  $d : M \times M \rightarrow \mathbb{R}^+$  eine Abbildung in den Bereich der nichtnegativen Zahlen. Dann heißt  $(M, d)$  metrischer Raum, wenn gilt:

i.  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

ii.  $d(x, y) = d(y, x)$

iii.  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$  mit  $x, y, z \in M$

**Definition 2** Eine Teilmenge  $S$  eines metrischen Raumes  $M$  ist kompakt, genau dann, wenn jede Folge  $\{x_n\}$  aus  $S$  eine Teilfolge  $\{x_{n_k}\}$  enthält, die gegen einen Punkt in  $S$  konvergiert.

**Definition 3** Eine Verteilungsfunktion ist eine Funktion  $F : (-\infty, +\infty) \rightarrow [0, 1]$ , die nicht fallend ist und für die gilt:  $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$

**Definition 4** Ein metrischer Wahrscheinlichkeitsraum nach Schweizer und Sklar ist ein Paar  $(S, \mathcal{F})$ , mit einer nicht leeren Menge  $S$  und  $\mathcal{F} : S \times S \rightarrow \Delta^+$  genau dann, wenn die folgenden Bedingungen zutreffen mit  $\mathcal{F}(p, q) = F_{p,q}$  für alle  $(p, q) \in S \times S$ :

i.  $\forall (p, q) \in S \times S, F_{p,q}(0) = 0$

ii.  $\forall (p, q) \in S \times S, F_{p,q} = F_{q,p}$

iii.  $F_{p,q}(u) = 1, \forall u > 0 \Leftrightarrow p = q$

iv.  $\forall (p, q, r) \in S \times S \times S$  und für alle  $x, y > 0$ ,  
 $F_{p,q}(x) = 1, F_{q,r}(y) = 1 \Rightarrow F_{p,r}(x + y) = 1.$

**Definition 5** Sei  $(M, d)$  ein metrischer Raum. Eine Abbildung  $T : M \rightarrow M$  heißt „Lipschitz“, wenn eine Konstante  $k \geq 0$  existiert, so daß für alle  $x, y \in M$  gilt

$$d(T(x), T(y)) \leq k \cdot d(x, y). \quad (\text{A.6})$$

Die kleinste Zahl  $k$ , für die Gleichung A.6 gilt, heißt Lipschitz-Konstante von  $T$ .

**Definition 6** Eine Lipschitz-Abbildung  $T : M \rightarrow M$  mit der Lipschitz-Konstante  $k < 1$  heißt kontraktive Abbildung.

Der Fixpunktsatz nach Banach:

Sei  $(M, d)$  ein kompletter metrischer Raum und  $T : M \rightarrow M$  eine kontraktive Abbildung. Dann hat  $T$  einen einzigen Fixpunkt  $x_0$  für alle  $x \in M$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} T^n(x) = x_0$ . Darüber hinaus gilt

$$d(T^n(x), x_0) \leq \frac{k^n}{1-k} d(x, T(x))$$

Lipschitz-Bedingung  $k$  für affine Transformation in der Ebene nach [19]:

$$\det(\underline{A}^T \underline{A} - \lambda \underline{E}) = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$k = \max(\lambda) \quad (\text{A.8})$$

Wahrscheinlichkeitsverteilung und Dichtefunktion

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad \text{mit } 0 \leq F(x) \leq 1 \quad (\text{A.9})$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (\text{A.10})$$

Kovarianzmatrix und Kreuzkovarianz zweier Zufallssignale:

$$\underline{c}_{xx} = E \left\{ \left( \underline{\mathbf{x}}(\eta) - \underline{m}_x^{(1)} \right) \left( \underline{\mathbf{x}}(\eta) - \underline{m}_x^{(1)} \right)^T \right\} \quad (\text{A.11})$$

$$\underline{c}_{xy} = E \left\{ \left( \underline{\mathbf{x}}(\eta) - \underline{m}_x^{(1)} \right) \left( \underline{\mathbf{y}}(\eta) - \underline{m}_y^{(1)} \right)^T \right\} \quad (\text{A.12})$$

Schätzfunktion zur Abweichungsminimierung:

$$E \{ x(\eta) - a_{opt} y(\eta) - b_{opt} \} = \mu_x - a_{opt} \mu_y - b_{opt} = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$b_{opt} = \mu_x - a_{opt} \mu_y \quad (\text{A.14})$$

$$a_{opt} = \frac{\mu_{xy} - \mu_x \mu_y}{\sigma_y^2 - \mu_y^2} \quad (\text{A.15})$$



## B Herleitungen und Tabellen

Abweichung der beiden Metriken  $d_1$  und  $d_2$  im  $\mathbb{R}^2$  ergeben sich aus der jeweiligen Berechnung des Radius  $r_1$  mit den Werten  $x$  und  $y$  des Einheitskreises:

$$\frac{r_1 - r_2}{r_2} = |\sin \alpha| + |\cos \alpha| - 1 \quad (\text{B.1})$$

mit

$$r_1 = |x| + |y| = |r_2 \cdot \sin \alpha| + |r_2 \cdot \cos \alpha| \quad (\text{B.2})$$

und somit

$$r_1 = r_2(|\sin \alpha| + |\cos \alpha|) \quad (\text{B.3})$$

Die affine Transformation zur Verringerung der Varianz entspricht der Minimierung der orthogonalen Fehleranteile als mittlerer quadratischer Fehler:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \left| \underline{A} \cdot \vec{x}_i + \vec{t} - (\vec{x}_i + \vec{h}_i) \right|^2 \stackrel{!}{=} \min \quad (\text{B.4})$$

Wenn das Merkmal keinen Einfluß auf geometrische Größen ausübt, genügt die Optimierung nach Gleichung B.5. Für eine zu berücksichtigende Wechselwirkung ist Gleichung B.6 zu benutzen.

$$\sum_{m=0}^{n-1} \left( \left( \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx_m \\ dy_m \end{pmatrix} \right) \right) \right)^2 \stackrel{!}{=} \min \quad (\text{B.5})$$

$$\sum_{m=0}^{n-1} \left( \left( \begin{pmatrix} a & b & lx \\ c & d & ly \\ xl & yl & s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ o \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ L_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx_m \\ dy_m \\ dL_m \end{pmatrix} \right) \right) \right)^2 \stackrel{!}{=} \min \quad (\text{B.6})$$

Lineare Optimierung für  $lx, ly, xl$  und  $yl$  gleich 0:

$$mse = \sum_{m=0}^{n-1} \left( (a \cdot x_m + b \cdot y_m + e - x_m - dx_m)^2 + (c \cdot x_m + d \cdot y_m + f - y_m - dy_m)^2 \right) \quad (\text{B.7})$$

Die Optimierung der Parameter der affinen Matrix ergibt sich dann in folgender Weise. Dieser Vorgang heißt Parameterextraktion.

$$\frac{\partial mse}{\partial a} \stackrel{!}{=} 0 = 2 \sum_{m=0}^{n-1} ((a \cdot x_m + b \cdot y_m + e - (x_m + dx_m)) \cdot x_m) \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial mse}{\partial b} \stackrel{!}{=} 0 = 2 \sum_{m=0}^{n-1} ((a \cdot x_m + b \cdot y_m + e - (x_m + dx_m)) \cdot y_m) \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial mse}{\partial e} \stackrel{!}{=} 0 = 2 \sum_{m=0}^{n-1} ((a \cdot x_m + b \cdot y_m + e - (x_m + dx_m)) \cdot 1) \quad (\text{B.10})$$

Für die Helligkeitsangleichung oder auch Luminanztransformation gelten die nachstehenden Zusammenhänge.

$$\frac{\partial mse}{\partial s} \stackrel{!}{=} 0 = 2 \sum_{m=0}^{n-1} (s \cdot L_m + o - (L_m + dL_m)) L_m \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial mse}{\partial o} \stackrel{!}{=} 0 = 2 \sum_{m=0}^{n-1} (s \cdot L_m + o - (L_m + dL_m)) \quad (\text{B.12})$$

Die Zusammenfassung der Summendarstellungen nach Lösung des entstehenden Gleichungssystems ergeben Varianzen mit geometrischer und inhaltlicher Abhängigkeit.

$$vx = n \sum_{m=0}^{n-1} x_m^2 - \left( \sum_{m=0}^{n-1} x_m \right)^2 \quad (\text{B.13})$$

$$vy = n \sum_{m=0}^{n-1} y_m^2 - \left( \sum_{m=0}^{n-1} y_m \right)^2 \quad (\text{B.14})$$

$$vxy = n \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot y_m - \sum_{m=0}^{n-1} x_m \sum_{m=0}^{n-1} y_m \quad (\text{B.15})$$

$$vydx = n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot y_m - \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \sum_{m=0}^{n-1} y_m \quad (\text{B.16})$$

$$vxdx = n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot x_m - \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \sum_{m=0}^{n-1} x_m \quad (\text{B.17})$$

$$vxdx = n \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot y_m - \sum_{m=0}^{n-1} x_m \sum_{m=0}^{n-1} y_m \quad (\text{B.18})$$

$$vLdL = n \sum_{m=0}^{n-1} L_m \cdot dL - \sum_{m=0}^{n-1} L_m \sum_{m=0}^{n-1} dL \quad (\text{B.19})$$

$$vL = n \sum_{m=0}^{n-1} L_m^2 - \left( \sum_{m=0}^{n-1} L_m \right)^2 \quad (\text{B.20})$$

$$(\text{B.21})$$

Gleichungen B.9 und B.10 in Gleichung B.8 eingesetzt und nach  $a$ ,  $b$  bzw.  $e$  aufgelöst:

$$a = \frac{vx \cdot vy - vxy^2 + vxdx \cdot vy - vydx \cdot vxy}{vx \cdot vy - vxy^2}$$

$$a = 1 + \frac{vxdx \cdot vy - vydx \cdot vxy}{vx \cdot vy - vxy^2} \quad (\text{B.22})$$

$$b = \frac{vydx}{vy} + \frac{vxy}{vy} \cdot \frac{vydx \cdot vxy - vxdx \cdot vy}{vx \cdot vy - vxy^2}$$

$$b = \frac{vydx \cdot vx - vxy \cdot vxdx}{vx \cdot vy - vxy^2} \quad (\text{B.23})$$

$$e = \frac{1}{n} \left( \sum_{m=0}^{n-1} x_m + \sum_{m=0}^{n-1} dx_m - a \sum_{m=0}^{n-1} x_m - b \sum_{m=0}^{n-1} y_m \right)$$

$$e = \overline{dx}_m + \frac{vydx \cdot vxy - vxdx \cdot vy}{vx \cdot vy - vxy^2} \cdot \overline{x}_m - \frac{vydx \cdot vx - vxy \cdot vxdx}{vx \cdot vy - vxy^2} \cdot \overline{y}_m \quad (\text{B.24})$$

(B.25)

Weiterhin ergeben sich  $c$ ,  $d$  und  $f$  durch entsprechende Substitution, hier am Beispiel für  $d$  gezeigt:

$$d = 1 + \frac{vydy \cdot vx - vxdy \cdot vxy}{vx \cdot vy - vxy^2} \quad (\text{B.26})$$

Gleichung B.12 in Gleichung B.11 eingesetzt und nach  $s$  bzw.  $o$  aufgelöst ergibt:

$$o = \frac{\sum_{m=0}^{n-1} (s \cdot L_m - (L_m + dL_m))}{n}$$

$$s = 1 + \frac{n \sum_{m=0}^{n-1} dL_m \cdot L_m - \sum_{m=0}^{n-1} dL_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m}{n \sum_{m=0}^{n-1} L_m^2 - \sum_{m=0}^{n-1} L_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m}$$

$$s = 1 + \frac{vLdL}{vL} \quad (\text{B.27})$$

$$o = (1 - s) \cdot \overline{L}_m + \overline{dL} \quad (\text{B.28})$$

Gleichungssystem für x-Komponente einer dreidimensionalen Optimierung:

$$a \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m^2 + b \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m y_m + lx \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m L_m + e \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m = \sum_{m=0}^{n-1} x_m^2 + \sum_{m=0}^{n-1} dx_m x_m$$

$$a \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m y_m + b \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m^2 + lx \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m L_m + e \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m = \sum_{m=0}^{n-1} x_m y_m + \sum_{m=0}^{n-1} dx_m y_m$$

$$a \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m L_m + b \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m L_m + lx \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m^2 + e \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m = \sum_{m=0}^{n-1} x_m L_m + \sum_{m=0}^{n-1} dx_m L_m$$

$$a \cdot \sum_{m=0}^{n-1} x_m + b \cdot \sum_{m=0}^{n-1} y_m + lx \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m + e \cdot \sum_{m=0}^{n-1} 1 = \sum_{m=0}^{n-1} x_m + \sum_{m=0}^{n-1} dx_m$$

Mit der Einführung einer Wechselwirkung zwischen Merkmal und Geometrie treten weitere Varianzen in Erscheinung:

$$vxL = n \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot L_m - \sum_{m=0}^{n-1} x_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m \quad (\text{B.29})$$

$$vyL = n \sum_{m=0}^{n-1} y_m \cdot L_m - \sum_{m=0}^{n-1} y_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m \quad (\text{B.30})$$

$$vLdx = n \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot L_m - \sum_{m=0}^{n-1} dx_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m \quad (\text{B.31})$$

$$vLdy = n \sum_{m=0}^{n-1} dy_m \cdot L_m - \sum_{m=0}^{n-1} dy_m \cdot \sum_{m=0}^{n-1} L_m \quad (\text{B.32})$$

$$(\text{B.33})$$

Nach Lösung des Gleichungssystems für alle Komponenten ergibt sich:

$$a = 1 + \frac{\left( vy - \frac{vyL^2}{vL} \right) \left( vxdx - \frac{vxL \cdot vLdx}{vL} \right) - \left( vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL} \right) \left( vydx - \frac{vyL \cdot vLdx}{vL} \right)}{\left( vx - \frac{vxL^2}{vL} \right) \left( vy - \frac{vyL^2}{vL} \right) - \left( vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL} \right)^2} \quad (\text{B.34})$$

$$b = \frac{(1-a) \cdot \left( vxy - \frac{vxL \cdot vyL}{vL} \right) + vydx - \frac{vyL \cdot vLdx}{vL}}{vy - \frac{vyL^2}{vL}} \quad (\text{B.35})$$

$$lx = \frac{(1-a) \cdot vxL - b \cdot vyL + vLdx}{vL} \quad (\text{B.36})$$

$$e = (1-a) \cdot \bar{x}_m - b \cdot \bar{y}_m + \bar{dx}_m - lx \cdot \bar{L}_m \quad (\text{B.37})$$

Gradient des Modellbildes  $L(x, y)$  und Divergenz bzw. Rotation des Distanzvektorfeldes  $\vec{d}(x, y)$ :

$$\nabla L(x, y) = \frac{\partial L}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial L}{\partial y} \vec{e}_y \quad (\text{B.38})$$

$$\nabla \cdot \vec{d}(x, y) = \frac{\partial(dx)}{\partial x} + \frac{\partial(dy)}{\partial y} \quad (\text{B.39})$$

$$\nabla \times \vec{d}(x, y) = \frac{\partial(dL)}{\partial y} \vec{e}_x - \frac{\partial(dL)}{\partial x} \vec{e}_y + \left( \frac{\partial(dy)}{\partial x} - \frac{\partial(dx)}{\partial y} \right) \vec{e}_L \quad (\text{B.40})$$

$$\text{mit } \frac{\partial(dx, dy, dL)}{\partial L} = 0$$

Wahrscheinlichkeitsdichte von Gaußschen Zufallsvariablen:

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (\text{B.41})$$

$$p_{x,y,L}(x, y, L) = p_x(x) \cdot p_y(y) \cdot p_L(L) \quad (\text{B.42})$$

$$p_{x,y,L}(x, y, L) dx dy dL = p_r(r) \cdot p_\vartheta(\vartheta) \cdot p_\phi(\phi) r^2 \sin\vartheta dr d\vartheta d\phi \quad (\text{B.43})$$

$$\text{mit } \sigma_x = \sigma_y = c_L \cdot \sigma_L = \sigma$$

$$\text{und } \frac{r^2}{\sigma^2} = \frac{x^2 + y^2 + c_L^2 L^2}{\sigma^2}$$

$$p_{r,\vartheta,\phi}(r, \vartheta, \phi) = \frac{r^2}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2} \sin\vartheta \cdot \frac{1}{2\pi} \quad (\text{B.44})$$

Bestimmte Integrale der Verteilungsfunktionen im Intervall  $[0, \infty]$  nach [19]:

$$\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma^3}{2} \quad (\text{B.45})$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}} = 2\sqrt{2}\sigma^3 \quad (\text{B.46})$$

Abschätzung der maximalen Abweichung einer Vektornorm im  $\mathbb{R}^3$ :

$$\lambda \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq x + y + z \quad \text{mit } x, y, z \geq 0 \quad (\text{B.47})$$

$$\lambda^2(x^2 + y^2 + z^2) \leq x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (xy + xz + yz) \quad (\text{B.48})$$

$$\lambda \stackrel{\text{max}}{=} \frac{x + y + z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} \stackrel{\text{max}}{=} 0 \quad (\text{B.50})$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + xy + xz \quad (\text{B.51})$$

Koeffizientenvergleich liefert  $x = y = z$

$$\lambda_{\text{max}} = \sqrt{3} \quad (\text{B.52})$$

---

## Literaturverzeichnis

- [1] WILSON, D.L. ; BADDELEY, A.J. ; OWENS, R.A.: A New Metric for Gray-Scale Image Comparison. In: *International Conference IJCV 1997* 24 (1997), August, Nr. 1, S. 5–17
  - [2] ODONE, F. ; TRUCCO, E. ; VERRI, A.: General Purpose Matching of Grey Level Arbitrary Images. In: *Visual Form 2001, 4th International Workshop on Visual Form IWVF-4* 2059 (2001), May, S. 573–582. ISBN 3–540–42120–3
  - [3] HUTTENLOCHER, D. ; KLANDERMAN, D. ; RUCKLIGE, A.: Comparing images using the Hausdorff distance. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (1993), September, Nr. 9, S. 850–863
  - [4] DUBUISSON, M.P. ; JAIN, A.K.: A Modified Hausdorff-Distance for Object Matching. In: Proceedings of the 12th Internat. Conference on Pattern Recognition ICPR'94. In: *Proceedings of the 12th Internat. Conference on Pattern Recognition ICPR'94* 1 (1994), Nr. 1, S. 566–568
  - [5] JESORSKY, O. ; KIRCHBERG, K.J. ; FRISCHHOLZ, R.: Robust Face Detection using Hausdorff Distance. In: *Lecture Notes in Computer Science Third International Conference Audio- and Video-Based Biometric Person Authentication AVBPA 2001* 2091 (2001), June, S. 90–95. ISBN 3–540–42216–1
  - [6] BARLA, A. ; ODONE, F. ; VERRI, A.: Hausdorff Kernel for 3D Object Acquisition and Detection. In: *ECCV (4)*, 2002, S. 20–33
  - [7] OLSON, C.F.: Maximum-Likelihood Template Matching. In: *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 2, 2000, S. 52–57
  - [8] CORPORATION, Altera: *APEX20 Programmable Logic Device Family Data Sheet, ver. 5.1*. 101 Innovation Drive, San Jose, CA 95134, USA: Altera Corporation, March 2004. URL <http://www.altera.com/literature/ds/apex.pdf>
  - [9] HADŽIĆ, O. ; PAP, E.: *Fixed Point Theory in Probabilistic Metric Spaces*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2001
  - [10] BARNESLEY, L.P.: *Fractal Image Compression*. Wellesley, MA, USA : AK Peters, 1993
  - [11] FISHER, Y.: *Fractal Image Compression: Theory and Application*. New York, NY, USA : Springer Verlag, 1995
  - [12] JAHN, H. ; REULKE, R.: *Systemtheoretische Grundlagen optoelektronischer Sensoren*. Berlin : Akademie Verlag, 1995
  - [13] HÄNSLER, E.: *Statistische Signale*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2001
  - [14] SCHLITT, H.: *Systemtheorie für stochastische Prozesse*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 1992
-

- 
- [15] OHM, J.-R.: *Multimedia communication technology*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2004
- [16] KHAMSI, M.A. ; KIRK, W.A.: *An Introduction to metric spaces and fixed point theory*. New York, NY, USA : John Wiley & Sons, 2001
- [17] SMIRNOV, A.: *Processing of Multidimensional Signals*. 1. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1999
- [18] OHM, J.-R.: *Digitale Bildcodierung*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 1995
- [19] BRONSTEIN, I.N. ; K.A., Semendjajew: *Taschenbuch der Mathematik*. 5. Auflage. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 2000
- [20] TAJINE, M. ; WAGNER, D. ; RONSE, C.: Hausdorff-Discretization and its Comparison to other Discretization Schemes. In: *LNCS; Vol. 1568 Proceedings of the 8th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery* (1999), S. 399–412. ISBN 3–540–65685–5
- [21] FREEMAN, M. ; WEEKS, M. ; AUSTIN, J.: Hardware implementation of similarity functions. In: *Proceedings of the IADIS International Conference on Applied Computing AC'2005, Volumes 2* (2005), February, S. 329–332. ISBN 972–99353–6–X
- [22] HAUSDORFF, F.: *Felix Hausdorff - Gesammelte Werke Band II : Grundzüge der Mengenlehre*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 2002
- [23] SHAPIRO, M.D. ; BLASCHKO, M.B.: Stability of Hausdorff-Based Distance Measures. In: *Proceedings of IASTED Visualization, Imaging, and Image Processing* (2004), September. ISBN 0–88986–454–3
- [24] GAVRILA, D. M. ; PHILOMIN, V.: Real-Time Object Detection for smart Vehicles. In: *IEEE Int. Conf. on Comp. Vision, Kerkyra, Greece*, 1999, S. 87–93
- [25] SAMARIA, F. ; HARTEK, A.: Parameterisation of a Stochastic Model for Human Face Identification. In: *Proceedings of 2nd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, Sarasota FL*. In: *Proceedings of 2nd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, Sarasota FL* (1994), December
- [26] WISKOTT, L. ; FELLOUS, J.-M. ; KRÜGER, N. ; VON DER MALSBURG, C.: Face Recognition by Elastic Bunch Graph Matching. In: *Intelligent Biometric Techniques in Fingerprint and Face Recognition, eds. L.C. Jain et al., publ. CRC Press, Chapter 11* (1999), S. 355–396. ISBN 0–8493–2055–0
- [27] SHI, Carlo: Good Features to Track. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994, S. 593–600
- [28] OLSON, C.F.: A Probabilistic Formulation for Hausdorff Matching. In: *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '98)* (1998), June, S. 150–156. ISBN 0–8186–8497–6
- [29] MA, A. ; MUKHOPADHYAY, R. ; SETHI, I.K.: Hausdorff Metric Based Vector Quantization of Binary Images., CSREA Press, June 2003. – ISBN 1–932415–07–6, S. 315–320
- [30] OLSON, C.F.: Maximum-Likelihood Image Matching. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society, 2002. – ISSN 0162–8828, S. 853–857
- [31] BIGLIERI, E. ; PROAKIS, J. ; SHAMAI, S.: Fading Channels: Information-Theoretic and Communications Aspects. In: *IEEEIT: IEEE Transactions on Information Theory* 44 (1998)
-

- [32] VRSCAY, E.R. ; SAUPE, D.: Fractal Collage Barrier. In: *FRACTALS: Theory and Applications in Engineering*. Berlin, Heidelberg : Springer Verlag, 1999, S. 289–305
- [33] NEUHÄUSER, U. ; CZERNER, F.: *Hardwarebeschreibung IDISK2*. Werner-v.-Siemens-Str. 10, D-98693 Ilmenau: TechnoTeam GmbH
- [34] CZERNER, F. ; SCHMIDT, F.: *Projektabschlussbericht HSCD*. PF100565, D-98684 Ilmenau: Fak. E/I, TU Ilmenau, 2002
- [35] FIEDLER, M.: *Projektabschlussbericht BVP*. PF100565, D-98684 Ilmenau: Fak. E/I, TU Ilmenau, 2005
- [36] LAUCKNER, S.: Hardwarebasiertes DVE-Analyse-Tool. In: *Diplomarbeit TU Ilmenau 122-00D-01* (2000), August
- [37] FLYNN, M.J.: *Computer Architecture: Pipelined and Parallel Processor Design*. Boston : Jones and Bartlett, 1995
- [38] PLX TECHNOLOGY, Inc.: *PCI 9054 Data Book v2.1. doc.no. AN PCI9054-MCF5307-2.0*. Sunnyval, CA, USA: PLX Technology, Inc., 2000. URL <http://www.plxtech.com>
- [39] Mentor Graphics Corporation: *Leonardo Design Tools Reference*. 2003. URL <http://www.mentor.com>
- [40] ALDEC, Inc.: *Aldec HDL Design Reference*. Corporate Headquarters Aldec, Inc., 2260 Corporate Circle, Henderson, NV 89074, USA: Aldec, Inc. URL <http://www.aldec.com>
- [41] Xilinx, Inc.: *ISE Foundation Software Reference*. 2005. URL <http://www.xilinx.com>
- [42] FIEDLER, M. ; SCHMIDT, F.: Prozessorelemente für Vektorfelder zur Bestimmung der Hausdorff-Distanz. In: *48. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium (Tagungsband)* (2003), September, S. S. 107-108
- [43] BÄSIG, Jürgen: *Entwicklung digitaler Systeme mit VHDL*. Nürnberg : Eigenverlag, 1999
- [44] ALLIANCE SEMICONDUCTOR, Inc.: *AS7C34096 Data Sheet, v1.8*. 2575, Augustine Drive, Santa Clara, CA 95054, USA: Alliance Semiconductor, Inc., 2000. URL <http://www.alssc.com>
- [45] RATHGEN, T.: Transientenrecorder PCI-Board. In: *Diplomarbeit TU Ilmenau 122-99D-03* (1999), November
- [46] PCI Special Interest Group: *PCI Local Bus Specification Revision 2.0*. April 1993
- [47] ALLIANCE SEMICONDUCTOR, Inc.: *AS9C25512 Data Sheet, v1.2*. 2575, Augustine Drive, Santa Clara, CA 95054, USA: Alliance Semiconductor, Inc., 2003. URL <http://www.alssc.com>
- [48] FRIAUF, W.S.: *Feedback Loop Stability Analysis*. New York, NY, USA : McGraw-Hill, 1998
- [49] SAUPE, D. ; RUHL, M. ; HAMZAOU, R. ; GRANDI, L. ; MARINI, D.: Optimal hierarchical partitions for fractal image compression., 1998, S. 310–313
- [50] NEININGER, R.: On a multivariate contraction method for random recursive structures with applications to Quicksort. In: *Random Structures and Algorithms Vol. 19* (2001), Nr. 3–4, S. 498–524
-

- [51] HUTCHINSON, J. E. ; RÜSCHENDORF, L.: Random fractal measures via the contraction method., 1998, S. 471–487
- [52] KRESS, D. ; IRMER, R.: *Angewandte Systemtheorie*. München und Wien : Oldenbourg Verlag, 1995
-