

**Thermische Untersuchungen an leistungselektronischen  
Systemen**

**Dissertation**

**zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)**

**vorgelegt der**  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Ilmenau

**von Dipl.-Ing. Sadek M. Elkuri**  
geb. am 06.10.72

- 1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. J. Petzoldt**
- 2. Gutachter: Univ.- Prof. Dr.- Ing. habil. Dietmar Schulze**
- 3. Gutachter: Dr.-Ing. Mezmur Asressahegn**

**vorgelegt am: 21. 06. 2005**

**verteidigt am: 12. 10. 2005**

**urn:nbn:de:gbv:ilm1-2005000202**

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meines Promotionsstudiums im Fachgebiet Leistungselektronik und Steuerungen in der Elektroenergietechnik am Institut für Elektrische Energiewandlung und Automatisierung der Technischen Universität Ilmenau.

Hiermit möchte ich mich insbesondere bei all denjenigen bedanken, die mich fachlich und privat beim Gelingen der Arbeit unterstützen haben.

- An erster Stelle bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. J. Petzoldt, für die hervorragende fachliche Beratung und stets präsente kritische Hilfe sowie für die Übernahme des Hauptreferats. Mit seiner Unterstützung und seinem persönlichen Einsatz trug er einen hohen Teil zum Gelingen dieser Arbeit bei.
- Bei Herren Prof. Dr.- Ing. habil. Dietmar Schulze und Herrn Dr.-Ing. Mezmur Asressahegn bedanke ich mich ganz herzlich für die Übernahme der beiden Koreferate
- Großer Dank gebührt auch meinen Kollegen für ihre Hilfsbereitschaft und für die hilfreichen Diskussionen. Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Gens für seine Unterstützung.
- Mein besonderer Dank gilt den Damen des Fachbereichs, die mir mit ihrer schnellen und unkomplizierten Art jederzeit hilfebereit zur Seite stand.
- Dem ISLE e. V. danke ich für die finanzielle Unterstützung.

Mein ganz herzlicher Dank gilt meiner Frau, die mir während meiner Promotionszeit in Ilmenau das Leben erleichtert hat, mich moralisch unterstützt hat und jederzeit Verständnis aufbrachte.

Ilmenau, den 26.05.05

Sadek M. Elkuri

# Zusammenfassung

Ausgehend von der formulierten Zielstellung behandelt diese Arbeit die Berechnungen der Sperrschichttemperaturen von Leistungshalbleitermodulen sowie ihrer thermischen Parameter. Für diese Berechnungen ist die Beschreibung der Wärmeleitungen in den Leistungsmodulen notwendig. Dazu wurde das Simulationsprogramm ANSYS, welches die Temperaturverteilungen auf der Grundlage der FEM berechnet, eingesetzt. Dieses Programm berechnet sowohl die stationären als auch die transienten Temperaturfelder eines gegebenen Leistungsmoduls.

Die Simulationsergebnisse werden anhand eines Leistungshalbleitermoduls mit den im Labor gemessenen Ergebnissen verglichen. Die Ergebnisse beider Verfahren haben die gleichen Tendenzen und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Das heißt, dass die Simulation äußerst verlässliche Ergebnisse liefert.

Um die Modellierung und Simulationen von Leistungsmodulen noch effektiver und schneller zu machen, wurde mit der Programmoberfläche HP VEE ein Programm geschrieben, das leichter zu bedienen ist. Die Befehle für die Modellierung und für die Simulationen eines gegebenen Leistungshalbleitermoduls werden mittels dieses Programms in eine Textdatei geschrieben und dort gespeichert. Danach werden sie wieder im Programm ANSYS aufgerufen. Der Rest läuft automatisch ab.

Wegen der langen Simulationszeit der Leistungshalbleitermodule besonders der dynamischen Vorgänge im ANSYS-Programm, wurde der Entwurf vereinfachter thermischer Modelle angestrebt. Die Schaffung dieser vereinfachten Modelle führte zu einer merklich reduzierten Simulationszeit. Besonders bei der online-Simulation von dynamischen Vorgängen in Mikrorechnern, die nur über eine begrenzte Rechenkapazität verfügen, ist eine drastische Einsparung von Rechenzeit zu erwarten. Es ist vorgesehen, die vereinfachten Modelle der Leistungshalbleitermodule in Mikrocontrollern zu programmieren. Die Grundlage der Modellvereinfachung wurde in der vorliegenden Dissertation durch eine Methode der Ordnungsreduktion erreicht. Sie wird anhand eines einfachen Beispiels mathematisch und simulativ belegt. Die Ergebnisse zeigen, dass eine hohe Genauigkeit erzielt werden kann.

## Abstract

According to the objectives of this work that have been specified earlier, this thesis deals with the competitions of junction temperatures as well as thermal parameters of the power semiconductor modules.

It is very necessary to carry out such computation and to describe the heat conduction through the power semiconductors modules. ANSYS tool was used, to satisfy this purpose. This tool can be exploited to compute either steady state or transient temperature distribution for a given semiconductor module based on FEM.

The results obtained from the simulation manifest conformity with the experimental results. On whole, these results can extremely be relied on.

A program with user interface HP VEE was written in order to simplify and speed up procedures for modeling and simulations the power semiconductor modules. By the means of this program, instructions and details for modeling and simulation were written and stored in a text file which is afterwards called into ANSYS to be run automatically.

Due to the long time taken for simulations of power semiconductors modules in ANSYS particularly the dynamic procedures, a design for simplified thermal modules is preferred.

As a result of that, a reduction in the simulation time will be observed. Moreover, a drastic saving of the calculation time with the online simulation of dynamic procedures in microcomputers, which have only a limited capacity, can be expected.

Once it has been intended to program such simplified models at power semiconductor modules in microcontrollers, the principles of the model simplification were presented in this thesis used the order reduction method. That method was illustrated mathematically and stimulatory based on a simple example.

Finally, it is very obvious that a high accuracy can be achieved according to the results obtained.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorbemerkungen</b> .....	<b>4</b>
1.1	Einleitung .....	4
1.2	Ziel der Arbeit .....	5
1.3	Stand der Technik .....	5
1.4	Gliederung der Arbeit .....	6
<b>2</b>	<b>Abriss zur Theorie der Wärmeleitung</b> .....	<b>9</b>
2.1	Allgemeine Gesichtspunkte .....	9
2.1.1	Wärmeleitung .....	9
2.1.2	Anfangs -und Randwerte .....	11
2.1.3	Einfache Lösung der Differentialgleichung der Wärmeleitung.....	14
2.1.4	Wärmeleitung in geschichteten Körpern .....	16
2.1.4.1	Wärmestrom normal zur Schichtung .....	17
2.1.4.2	Wärmestrom parallel zur Schichtung .....	18
2.2	Analogien zwischen elektrischen und thermischen Größen .....	19
2.3	Grundsätzliche Begriffe und Vereinbarungen.....	21
<b>3</b>	<b>Simulation der Wärmeleitung</b> .....	<b>22</b>
3.1	Grundsätzliche Betrachtungen zur Methode der finiten Elemente.....	22
3.2	Idee des Verfahrens .....	23
3.3	Mathematische Beschreibungen der FEM .....	24
3.3.1	Das Linienelement (eindimensionales Problem) .....	24
3.3.2	Rechteckiges Element(Zweidimensionales Problem) .....	29
3.3.3	Quaderelement (Dreidimensionales Problem) .....	31
3.4	Lösung der Wärmeleitungsgleichung mit Hilfe des ANSYS- Programmsystems .....	33
3.5	Anwendung des Programms zur Temperaturfeld- berechnung.....	34
3.6	Vorgehensweise bei der Verwendung des Programms.....	35
3.6.1	Idealisierung.....	35
3.6.2	Aufbau(Preprocessing) .....	35
3.6.3	Lösung(Solution) .....	37
3.6.4	Auswertung .....	38
<b>4</b>	<b>Anwendung der Simulation auf Leistungs-halbleitermodule</b> .....	<b>39</b>
4.1	Allgemeine Darstellung von IGBT Leistungsmodulen .....	39
4.2	Aufgabenstellung.....	39

4.3	Modellbildung und Simulation.....	40
4.3.1	Idealisierung des simulierten Moduls .....	40
4.3.2	Aufbau des Moduls .....	41
4.3.2.1	Der Elementtyp SOLID70 .....	41
4.3.2.2	Eingabe der Materialdaten.....	42
4.3.2.3	Eingabe der Schichten .....	42
4.3.2.4	Schneiden und Vernetzen .....	44
4.3.3	Die Lösungen des Gleichungssystems .....	47
4.3.3.1	Gegebene Randbedingungen.....	47
4.3.3.2	Stationäre Lösung .....	49
4.3.3.3	Transiente Lösung.....	49
4.3.4	Auswertungen und Ergebnisdarstellung.....	50
4.3.4.1	Bestimmung der thermischen Widerstände .....	50
4.3.4.2	Wirkungsweise der Wärmeleitpaste .....	53
4.3.4.3	Berechnung der Sperrschichttemperatur.....	54
4.3.4.4	Bestimmung von $Z_{th}$ -Kurven .....	56
4.4	Vereinfachungen .....	59
4.4.1	Vereinfachung des Modulaufbaus.....	59
4.4.2	Netzvereinfachung .....	62
<b>5</b>	<b>Messungen.....</b>	<b>66</b>
5.1	Einführung.....	66
5.2	Kurzdarstellung des Moduls .....	66
5.3	Kurzdarstellung der Simulation.....	67
5.4	Die Bestimmung der Modellkonstanten aus den Simulationen für die Abbildung der thermischen Modelle .....	69
5.5	Kurze Beschreibung der Messungen .....	71
5.6	Darstellung der Mess- und Simulationsergebnisse .....	72
5.6.1	Für Modul 1 umgesetzte Modelle .....	72
5.6.1.1	DCB-Modell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation.....	73
5.6.1.2	Kühlkörpermodell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation ....	74
5.6.2	Für Modul 2 umgesetzte Modelle .....	76
5.6.2.1	Vergleich des DCB-Modells mit Modellparametern der ANSYS- Simulation .....	76
5.6.2.2	Kk-Modell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation.....	77

<b>6</b>	<b>Erweiterung des Simulationstools</b>	<b>80</b>
6.1	Allgemeines	80
6.2	Programmstruktur	81
6.2.1	Das Unterprogramm Initialisierung	81
6.2.2	Unterprogramm zur Eingabe des Dateinamens	82
6.2.3	Bestandteile des Unterprogramms Modulaufbau	83
6.2.3.1	Unterprogramm Schichten	84
6.2.3.2	Das Unterprogramm Schneiden	85
6.2.3.3	Unterprogramm Eigenschaften & Definitionen	87
6.2.3.4	Unterprogramm Vernetzung	89
6.2.4	Unterprogramm Lösung	89
6.2.4.1	Unterprogramm Stationär	90
6.2.4.2	Das Unterprogramm Transient	91
6.2.5	Das Unterprogramm Auswertung	92
6.2.6	Unterprogramm Optimierung	94
6.3	Behandlung der Schichtdicke der Wärmeleitpaste in der Software	97
<b>7</b>	<b>Modellreduktion</b>	<b>99</b>
7.1	Das Ziel der Vereinfachung	99
7.2	Grundlegende Herangehensweise	99
7.2.1	Geschlossene Lösung der partiellen Differentialgleichung	100
7.2.2	Bestimmung der Zustandsgleichung unter Verwendung numerischer Methoden	104
7.2.3	Transformation der Zustandsgleichungen in Diagonalfom (Modaltransformation)	107
7.2.4	Ordnungsreduktion	115
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>121</b>
<b>9</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>123</b>
<b>10</b>	<b>Abkürzungen und Formelzeichen</b>	<b>128</b>
	<b>Anhang</b>	<b>133</b>

# 1 Vorbemerkungen

## 1.1 Einleitung

In der heutigen Leistungselektronik sind Leistungshalbleiter die dominierenden aktiven Bauelemente. Es hat sich als sehr vorteilhaft erwiesen, die Leistungshalbleiter, die für unterschiedliche Schaltungskonfigurationen in der elektrischen Energieumformtechnik benötigt werden, in ein Leistungsmodul zu integrieren. Sie werden fast immer dicht beieinander auf einem gemeinsamen Kühlkörper angeordnet.

Die vom Strom durchflossenen Leistungshalbleiter erwärmen sich. Die Hersteller ordnen ihnen, genauer gesagt dem aktiven Halbleiterchip, zulässige Höchsttemperaturen zu. Durch Überschreitung sinkt ihre Lebensdauer und Zuverlässigkeit. Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit sollte die Betriebstemperatur möglichst wenig unterhalb der zulässigen Höchsttemperatur liegen. Dieses Ziel wird dadurch erreicht, dass die aktiven Halbleiterchips, z.B. von IGBT's und Dioden, auf einem Kühlkörper angeordnet werden. Durch technologische und konstruktive Maßnahmen wird so dafür gesorgt, dass ein Maximum an Wärme über den Kühlkörper an das Kühlmedium, meist Luft, abgegeben wird.

Ein wichtiges wissenschaftlich-technisches Arbeitsgebiet in der Leistungselektronik ist die Maximierung der von einer Vielzahl konstruktiver, technologischer und materialtechnischer Faktoren abhängigen Wärmezufuhr bei gleichzeitig optimaler Erfüllung einer Reihe von technischen und ökonomischen Randbedingungen. Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur zweckmäßigen Anordnung der eine Schaltungseinheit bildenden Leistungshalbleiterchips auf einen gemeinsamen Kühlkörper sowie zur computergestützten Vorausberechnung des Wärmefeldes an der Oberfläche des Kühlkörpers.



## 1.2 Ziel der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit sollen folgende Problemkreise bearbeitet werden:

Anwendung des Simulationssystems ANSYS zur Simulation des thermischen Verhaltens von Hochleistungsmodulen der Leistungselektronik mit dem Ziel, den Modulaufbau aus thermischer Sicht zu optimieren. Hierin inbegriffen ist die Ermittlung der vom Modulaufbau abhängigen Sperrschichttemperatur in dem Leistungshalbleiter sowie der notwendigen thermischen Parameter.

Experimentelle Untersuchungen an einem Hochleistungsmodell zur online-Ermittlung der Sperrschichttemperaturen, um damit die Simulationsergebnisse zu verifizieren.

Partielle Erweiterungen des Simulationssystems ANSYS durch ein Tool mit einer anderen Programmoberfläche, um die Bedienbarkeit zu vereinfachen sowie den Zeitbedarf für die Simulationen zu reduzieren.

Das Ziel der Arbeit besteht weiterhin darin, einen Weg aufzuzeigen, wie komplizierte thermische Prozessmodelle von Leistungshalbleitermodulen – diese treten z.B. auch bei der Berechnung von Temperaturfeldern mit der FE-Methode auf – vereinfacht werden können. Diese nun stark ordnungsreduzierten Prozessmodelle können dann zur online-Sperrschichttemperaturbestimmung in Mikrokontrollern eingesetzt werden. Dabei wird besonderer Wert auf die Erzielung möglichst kurzer Simulationszeiten bei ausreichender Genauigkeit der zu erwartenden Sperrschichttemperatur gelegt.

## 1.3 Stand der Technik

Auf dem Gebiet der Leistungselektronik sind die Lebensdauer und Belastbarkeit der Halbleiter von der umgesetzten Verlustleistung abhängig. Mit zunehmender Integration und Schaltfrequenz nimmt die Verlustleistung zu. Die Überwachung der aktiven Schichttemperaturen und die Berechnung der momentanen Sperrschichttemperaturen, sowie auch die Ausnutzung der optimalen Verlustleistungen der Bauelemente der Module kommen deshalb gerade in der modernen Elektronik, die auf mehr Integration und höhere Schaltfrequenz hinläuft, eine zentrale Bedeutung zu [1]. Bei der Dimensionierung einer Applikation werden die mittleren Verluste im Halbleiter bezüglich Arbeitspunkt und Schaltungstopologie ermittelt. Die Bestimmung der Größen der Bauelemente erfolgt auf der Basis der realisierbaren thermischen Wärmeleitung und der umgesetzten Gesamtverlustleistung. Bisher wurden zur

Beschreibung der Wärmeleitungen oft Analogiemodelle benutzt, deren thermische Widerstände und Impedanzen durch Messung ermittelt werden. Die thermische Impedanz beschreibt die zeitliche Abhängigkeit einer Temperaturdifferenz von der eingepprägten Leistung. Stationäre Temperaturfelder lassen sich unter Nutzung des thermischen Widerstandes charakterisieren. [44-47]

Durch die Benutzung von Simulationsprogrammen ( z.B. das ANSYS-Programm) wurde die Wärmeleitungsberechnung sehr gut für Leistungsmodule in 3D möglich. Eine simulative Bestimmung von Schichttemperaturen der Chips und die Ermittlung von thermischen Widerständen und Impedanzen ist nun mit einem vertretbaren Zeitaufwand praktikabel. Die Erweiterung dieser Simulationsprogramme sowie die Vereinfachung der Simulationsmodelle, um schnellere und genauere Ergebnisse zu bekommen, hat in der Leistungselektronik eine zentrale Bedeutung.

### **1.4 Gliederung der Arbeit**

Das erste Kapitel beinhaltet die Einleitung dieser Arbeit, das Ziel der Arbeit , Stand der Technik und die Gliederung der Arbeit.

Das zweite Kapitel beinhaltet die erste Art des Wärmeübergangs (Wärmeleitung) so wie die vier Arten von Randbedingungen, die in Hochleistungsmodulen auftreten können. Grundgesetze und Sonderfälle für die Wärmeleitung sowie eine einfache Berechnung eines Standardfalls werden hier einführend behandelt. Die zweite und die dritte Art des Wärmeübergangs sind in diesem Kapitel nur kurz dargestellt. Dagegen ist die erste Art ausführlich in den anderen Kapiteln beschrieben. Die Verlustleistungskomponenten für die Wärmeentstehung in Leistungshalbleitern sowie die Analogie zwischen thermischen und elektrischen Größen werden kurz genannt. Grundsätzliche Begriffe und Vereinbarungen sind dargestellt.

Das dritte Kapitel beschreibt die Methode der finiten Elemente (nachfolgend mit FEM abgekürzt), die für die Berechnung der Wärmeleitung und der Temperaturverteilungen in den Hochleistungsmodulen verwendet wird. Mathematische Beschreibungen der FEM für drei Arten von Elementtypen werden in diesem Kapitel erläutert. Das ANSYS-Programm wird in diesem Kapitel mit seinen Anwendungen für die Temperaturberechnungen und die Wärmeleitung beschrieben. Die ANSYS-Software ist ein Programm, um die Berechnung mittels FEM zu ermöglichen. Der Aufbau und seine Varianten, die das ANSYS-Programm allgemein

ermöglichen, sowie ihre Diskretisierungsarten bis zur Auswertung der Ergebnisse werden hier dargestellt.

Gegenstand des vierten Kapitels ist die Simulation ausgewählter Chiptopologien unter Nutzung der oben genannten Standardsoftware. Dazu zählen ihr Aufbau und ihre Bestandteile wie Auswahl der Elementtypen, Eingabe der Materialdaten und der Eingabe der Schichten. Die simulative Lösung der stationären sowie der transienten Wärmeleitungsgleichung für ausgewählte Modultopologien wird in diesem Kapitel ausführlich demonstriert. Außerdem erfolgt eine Ergebnisdarstellung und die Auswertungen der Simulationsergebnisse. Ziel der Simulationen ist es, die Sperrschichttemperaturen der Bauelemente der Leistungsmodule zu berechnen, sowie die thermischen Parameter  $R_{th}$  und  $Z_{th}$  zu bestimmen. Außerdem werden Strategien zu Netzvereinfachung aufgezeigt.

Im fünften Kapitel wird über die experimentellen Untersuchungen berichtet. In diesem Kapitel wird die Messung an einem Modul im Labor dargestellt. Schließlich werden die Simulationsergebnisse mit den experimentell ermittelten Ergebnissen verglichen und die Abweichungen zwischen den beiden ermittelt und ausgewertet.

Ein Simulations-Tool wird im sechsten Kapitel beschrieben. Dieses Programm ist dazu gedacht, um die Simulationen von Leistungsmodulen schnell und sehr viel effizienter durchzuführen. Das Programm beinhaltet folgende fünf Unterprogramme:

- **Das Unterprogramm Aufbau** ist für den Aufbau von Leistungsmodulen bis zur Netzgenerierung zuständig
- **Das Unterprogramm Lösung** ist für die Befehle zur Lösung der Leistungsmodule nach der Eingabe der Randbedingungen zuständig
- **Das Unterprogramm Auswertung** ist für die wichtigsten Auswertungen der simulierten Ergebnisse zuständig
- **Das Unterprogramm Optimierung** ist ein zusätzliches Unterprogramm, um die beste Platzierung auf Kühlkörpern für mehrere Leistungsmodule nach bestimmten Vereinfachungen zu bestimmen.

Im siebenten Kapitel sind die Grundgleichungen sowie die Grundprinzipien für die Entwicklung von vereinfachten Modellen darzustellen. Für dies sind die Darstellung von der Zustandsgleichung und die Transformation der Zustandsgleichung sowie

ein Verfahren der Ordnungsreduktion anhand eines Beispiels mathematisch und simulativ zu zeigen.

## 2 Abriss zur Theorie der Wärmeleitung

### 2.1 Allgemeine Gesichtspunkte

Durch Strahlung, Leitung und/oder Konvektion kann die Wärme übertragen werden. Bei der Strahlung handelt es sich um elektromagnetische Strahlung. Bei Konvektion handelt es um den Transport der Energieträger von einem Ort zum anderen (z.B. Wasser Kühlung von Leistungsmodulen). Die Wärmeleitung erfolgt auch in ruhender Materie und setzt ein Temperaturpotential voraus.

#### 2.1.1 Wärmeleitung

Wärmeleitung ist ein physikalischer Effekt, bei dem ein Energietransport infolge atomarer und molekularer Wechselwirkung unter dem Einfluss ungleichförmiger Temperaturverteilung stattfindet. Diese physikalischen Wechselwirkungen der Wärmeleitungen werden durch zwei Gesetze beschrieben, dem Fourierschen Erfahrungssatz und dem Energieerhaltungssatz. Der Fouriersche Erfahrungssatz verknüpft den Wärmestrom durch eine definierte Fläche mit dem Temperaturfeld wie folgt miteinander [6] [13] :

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T. \quad (2.1)$$

Die Wärmestromdichte  $\vec{q}$  ist dem Temperaturgradienten  $\text{grad}T$  proportional und entgegengesetzt gerichtet. Die Proportionalitätskonstante  $\lambda$  wird als Wärmeleitfähigkeit bezeichnet. Diese Proportionalitätskonstante beschreibt die Materialeigenschaft eines Stoffes. Der Temperaturgradient gemäß Gl. (2.2) charakterisiert das Temperaturgefälle in einem Körper in Abhängigkeit des Ortes.

$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x} e_x + \frac{\partial T}{\partial y} e_y + \frac{\partial T}{\partial z} e_z \quad (2.2)$$

Bei den stationären Temperaturfeldern tritt keine oder lediglich eine sehr geringe und damit vernachlässigbare Änderung der Temperaturen über der Zeit auf. Da sich bei

stationären Problemen die Temperaturen in einem Körper nicht ändern, bleibt die innere Energie gleich. Wenn Energie von außen zugeführt wird, muss aus Gleichgewichtsgründen eine Energieabfuhr in gleicher Höhe vorhanden sein. Bei instationären Problemen ändern sich die Temperaturen in einem Körper und damit die innere Energie in Abhängigkeit von der Zeit.

Aus den beiden Gl. (2.1) und (2.2) ergibt sich die Gl. (2.3) [6] [7]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho \cdot c_p} \left( \lambda_x \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \vec{q} \right) \quad (2.3)$$

Für einen isotropen und homogenen Körper gleicher und konstanter Wärmeleitfähigkeit in allen drei Raumrichtungen ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$ ) vereinfacht sich

Gl. (2.3) zu

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \text{divgrad}T + \frac{\vec{q}}{\rho \cdot c_p} \quad (2.4)$$

wobei  $\text{divgrad}T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \Delta T$  und  $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$  gilt.

Gl. (2.4) ist die Differentialgleichung der dreidimensionalen nichtstationären Wärmeleitung. Diese allgemeine Gleichung kann für einige signifikante Sonderfälle vereinfacht werden. Das wird nachfolgend kurz dargestellt.

- Wenn keine inneren Wärmequellen vorhanden sind ( $\vec{q} = 0$ ), entsteht die Gl. (2.5). Diese ist in der Literatur auch als Diffusionsgleichung bekannt.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \Delta T. \quad (2.5)$$

- Die stationäre Wärmeleitung ( $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ ) bei vorhandenen inneren Wärmequellen lässt sich unter Zuhilfenahme der Poisson Gleichung (2.6) beschreiben.

$$0 = \Delta T + \frac{\vec{q}}{\lambda}. \quad (2.6)$$

- Ein weiterer Sonderfall entsteht aus Gl. (2.6) , wenn keine internen Wärmequellen ( $\vec{q}=0$  ) vorhanden sind. Dieser Spezialfall kann mit der Laplace-Gleichung beschrieben werden

$$0 = \Delta T . \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Anfangs -und Randwerte

Die Bestimmung der allgemeinen Lösung der partiellen DGL (z.B. Gl. (2.4)) ist z.B. mit Hilfe des Bernoulischen Separationsverfahrens möglich. Um die spezielle Lösung eines konkreten Problems bestimmen zu können, müssen spezielle Rand- bzw. Anfangsbedingungen eingehalten werden. Für die Lösung der Differentialgleichung der Wärmeleitung sind folgende Anfangs –und Randwerte von Bedeutung :

- **Anfangsbedingung** : Darunter versteht man die Vorgabe z.B. einer Temperaturverteilung  $T_0(x, y, z)$  in einem Körper zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Im einfachsten Fall kann das eine konstante Anfangstemperatur  $T_0 = Konst$  sein.
- **Randbedingung 1.Art** : Dabei ist die Temperatur an der Randfläche eines gegebenen Körpers in Form  $T = T(t)$  vorgegeben, z.B. im einfachsten Falle in der Form  $T_0 = Konst$  .
- **Randbedingung 2.Art**: Hierbei ist die Wärmestromdichte (vgl. Gl. (2.1)) an der Randfläche in Form  $q = q(t)$  vorgegeben. In der Leistungselektronik z.B. arbeiten die Bauelemente in den Leistungsmodulen (IGBT, Diode, ..... ) vorwiegend im Schalterbetrieb, in dem sie verschiedene statische und dynamische Zustände einnehmen. In diesen Zuständen entstehen Verlustleistungskomponenten, die unter idealisierten Bedingungen als Wärmestromdichte interpretiert werden können. Die einzelnen Komponenten lassen sich zu den Gesamtverlusten des Schalters aufsummieren. Diese erwärmen den Leistungshalbleiter. In einem Leistungsmodul, das aus IGBTs und Dioden besteht, definieren sich die Verlustleistungskomponente wie folgt:  
[18]

- **IGBT**

- Durchlassverluste ( $P_{d/T_r}$ )
- Einschaltverluste ( $P_{Ein/T_r}$ )
- Ausschaltverluste ( $P_{Aus/T_r}$ )

Die Gesamtverluste des IGBTs erhält man mit Gl. (2.8) :

$$P_{g/T_r} = P_{d/T_r} + P_{Ein/T_r} + P_{Aus/T_r} \cdot \quad (2.8)$$

- **Diode**

- Durchlassverluste ( $P_{d/D}$ )
- Ausschaltverluste ( $P_{Aus/D}$ )

Die Gesamtverluste der Diode lassen sich unter Nutzung von Gl. (2.9) bestimmen.

$$P_{g/D} = P_{d/D} + P_{Aus/D} \cdot \quad (2.9)$$

Zur Berechnung der Gesamtverluste des Moduls ist Gl. (2.10) zu verwenden.

$$P_g = n_{T_r} * P_{g/T_r} + n_D * P_{g/D} \cdot \quad (2.10)$$

Hierbei sind  $n_{T_r}$  und  $n_D$  die Anzahl der IGBTs und der Dioden.

- **Randbedingung 3.Art:** Häufig findet zwischen dem betrachteten Körper und einem umgebenden Fluid Wärmeübertragung in der Form von Konvektion statt. Die Wärmeübertragung durch Konvektion spielt in der Leistungselektronik in vielen Fällen eine große Rolle. Beispiele dafür sind die Kühlung durch bewegte Luft oder fließendes Wasser. Bei dieser Art von Wärmeübertragung wird die Wärme durch die gegeneinander sich bewegenden Stoffteilchen (z.B. Luft- oder Wasserteilchen) von einer wärmeren Stelle an eine kältere übertragen. Das Gesetz für diese Übertragungsart gemäß Gl. (2.11) lautet in einer einfachen Form geschrieben [9] :



$$\vec{q} = \alpha(T - T_{\infty}), \quad (2.11)$$

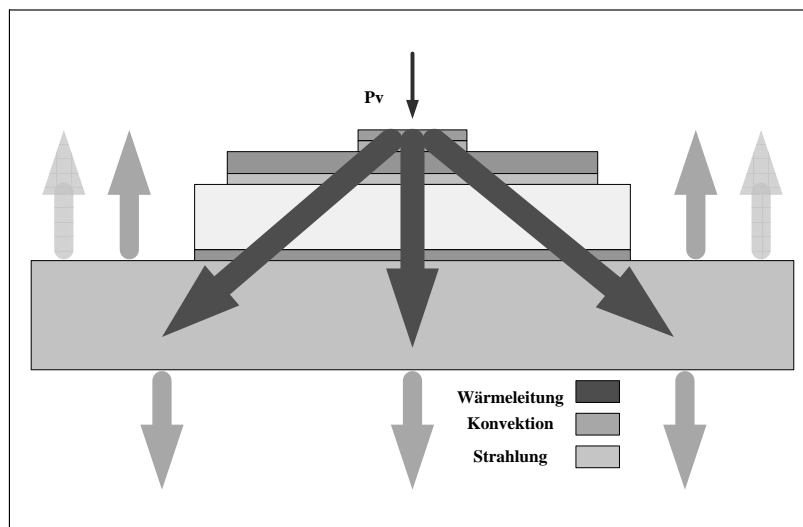
wobei  $\vec{q}$  die abgegebene Wärmestromdichte von einem Festkörper an das umgebende Medium ist. Diese Wärmestromdichte  $\vec{q}$  ist proportional zur Differenz der Temperatur  $T$  des Festkörpers und der Temperatur  $T_{\infty}$  des umgebenden Mediums. Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  bezeichnet eine Größe, die nur im Rahmen einer ingenieurmäßigen Betrachtungsweise eine Konstante darstellt. Tatsächlich aber hängt  $\alpha$  von einer Reihe von variablen Größen wie Wandtemperatur und Strömungsgeschwindigkeit usw. ab, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll. Bei der Konvektion unterscheidet man zwischen der Eigenkonvektion und der Fremdkonvektion. Bei der Eigenkonvektion bewegt sich der übertragene Stoff aufgrund von Dichteunterschieden. Im Gegenteil zur Fremdkonvektion oder erzwungenen Konvektion wird die Bewegung von außen erzeugt. Die Luftbewegung wird also von einem Lüfter oder Ventilator oder bei Flüssigkeiten von einer Pumpe erzeugt.

- **Nichtlineare Randbedingungen:** Der Wärmetransport durch Strahlung unterscheidet sich von der Wärmeleitung und Konvektion dadurch, dass er nicht stoffgebunden ist. Sie kann deshalb auch das Vakuum durchdringen. Als Wärmeübertragung durch Strahlung bezeichnet man die Energieübertragung durch elektromagnetische Wellen. Befinden sich zwei Flächen im Strahlungsaustausch, wie dies an vielen Stellen im inneren eines Leistungshalbleiters und zwischen dem Gehäuse und der Umgebung der Fall ist, so gilt für den ausgetauschten Wärmestrom.[9] [17] :

$$Q_{12} = C_{12} \cdot A_1 \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (2.12)$$

Alle drei vorher genannten Wärmeübertragungsarten gemäß Abb. 2.1 sind in den Hochleistungsmodulen vorhanden. Die Wichtigste unter ihnen ist die Übertragung durch Leitung. Im Verlaufe dieser Dissertation wird auf diese Übertragungsart verstärkt eingegangen. Die anderen Übertragungsarten, Konvektion und Strahlung, sollen in diesem Kapitel nur kurz dargestellt werden. Die entstehenden

Verlustleistungskomponenten, die in Wärme umgewandelt wurden, werden durch Verbindungs- und Isolationsschichten der belasteten Leistungsmodule zur Kühlfläche geleitet. Für diese Übertragungsart, Wärme durch Leitung, werden in den meisten Fällen verschiedene Kühlkörper eingesetzt. Gleichzeitig kann ein Kühlkörper auch als mechanisches Element, z.B. als Gehäuse dienen. Ein Maß für das Wärmeableitvermögen eines Hochleistungsmoduls sind die thermischen Impedanzen und Widerstände.



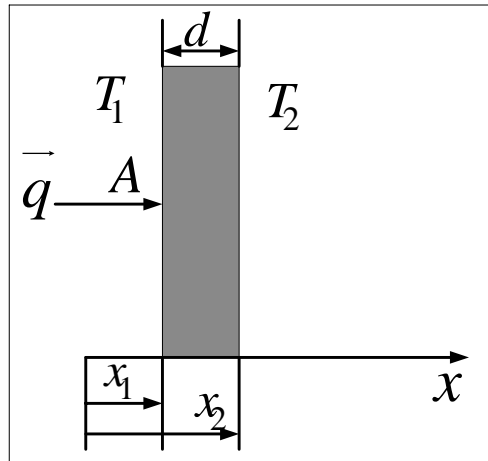
**Abb. 2.1**

**Die drei Arten des Wärmeübergangs in Hochleistungsmodulen**

### 2.1.3 Einfache Lösung der Differentialgleichung der Wärmeleitung

Nachfolgend soll zum besseren Verständnis der in Kapitel 4 verwendeten Simulationsmodelle der eindimensionale stationäre Wärmefluss gemäß Abb.2.2 in kartesischen Koordinaten untersucht werden.

Den Ausgangspunkt dafür bildet die Laplacesche DGL entsprechend Gl. (2.7). Gemäß Abb. 2.2 sind als Randwerte 1. Art die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  an der Stelle  $x_1$  und  $x_2$  vorgegeben.



**Abb. 2.2**  
**Eine Schicht eines Körpers in X-Richtung**

Unter Nutzung der Gl. (2.7) lässt sich für diesen Spezialfall die Gl. (2.13) ableiten:

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} = 0. \quad (2.13)$$

Als allgemeine Lösung der Differentialgleichung erhält man unter Zuhilfenahme der Integralrechnung die Gl. (2.14):

$$T(x) = c_1 \cdot x + c_2 \quad (2.14)$$

Eine spezielle Lösung für das oben aufgeworfene Problem lässt sich durch Berücksichtigung der Randwerte finden. Die so bestimmten Integrationskonstanten  $c_1$  und  $c_2$  sind nachfolgend angegeben:

$$c_1 = \frac{T_1 - T_2}{x_1 - x_2} \quad \text{und} \quad c_2 = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{(x_1 - x_2)} \cdot x_1 .$$

Nach dem Einsetzen von  $c_1$  und  $c_2$  in die Gl. (2.14) ergibt sich Gl. (2.15). Sie beschreibt die stationäre Temperaturverteilung.

$$T(x) = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{(x_1 - x_2)}(x - x_1) . \quad (2.15)$$

Unter Nutzung von Gl. (2.1) und Gl. (2.15) kann nun auch ein geschlossener Ausdruck (Gl. (2.16)) für die Wärmestromdichte gefunden werden.

$$\vec{q} = -\lambda \frac{(T_1 - T_2)}{(x_1 - x_2)} \vec{e}_x . \quad (2.16)$$

Weil die Fläche  $A$  konstant ist, kann auf einfache Weise der integrale Wärmestrom durch diese Fläche ermittelt werden. Die Gl. (2.17) beschreibt diesen Zusammenhang.

$$Q = -\lambda \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{(x_1 - x_2)} \cdot A = \lambda \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{(x_1 - x_2)} \cdot A . \quad (2.17)$$

Unter Nutzung der Definitionsgleichung des thermischen Widerstandes gelingt es nun, für die Struktur gemäß Abb. 2.2 die nachfolgende Identität (Gl. (2.18)) anzugeben.

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(x_1 - x_2)}{A} = \frac{T_2 - T_1}{Q} . \quad (2.18)$$

### 2.1.4 Wärmeleitung in geschichteten Körpern

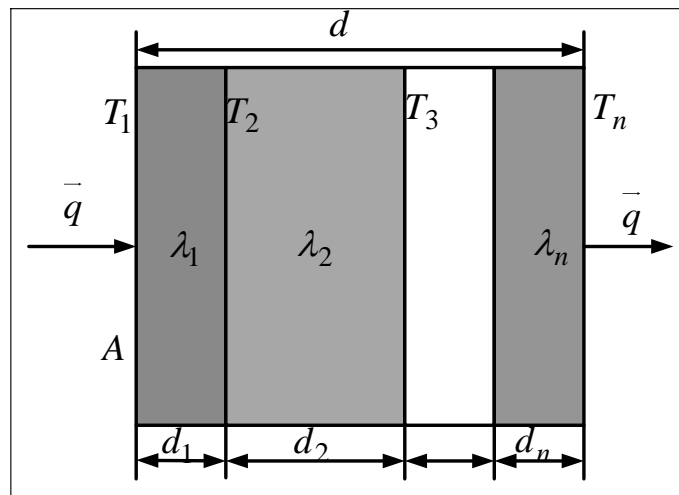
Bei verschiedenen technischen Anwendungen tritt der Fall auf, dass mehrere wärmeleitende Materialien – z.B. bei leistungselektronischen Modulen auch gleichzeitig verwendet werden. Hierbei ist es nicht gleichgültig, ob sie in Reihe, d.h mit dem Wärmestrom normal zur Schichtung, oder parallel, d.h mit dem Wärmestrom parallel zur Schichtung, geschaltet sind. Die nachfolgende Abhandlung verdeutlicht die Zusammenhänge. Sie sind zugleich eine Voraussetzung für das Verständnis der später vorgestellten Simulationsergebnisse.

### 2.1.4.1 Wärmestrom normal zur Schichtung

Abb. 2.3 zeigt einen Körper, der aus  $n$  einzelnen Schichten besteht. Die Schichten haben die Dicken  $d_1, d_2, \dots, d_n$  mit den zugehörigen Wärmeleitfähigkeiten  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Die beiden Seiten des Körpers werden auf den Temperaturen  $T_1$  und  $T_n$  gehalten, wobei  $T_1$  größer als  $T_n$  ist. Da die Wärmestromdichte  $\vec{q}$  durch alle Schichten identisch ist, lässt sich unter Beachtung von Gl.(2.18) folgender Zusammenhang ermitteln [1] [6] :

$$\vec{q} = \lambda_1(T_1 - T_2) / d_1 = \lambda_2(T_2 - T_3) / d_2 = \dots = \lambda_n(T_{n-1} - T_n) / d_n, \quad (2.19)$$

wobei die Temperaturen  $T_2, T_3, \dots, T_{n-1}$  jeweils für die einzelnen Schichtgrenzen Gültigkeit besitzen.



**Abb. 2.3**  
**Wärmestrom normal zur Schichtung**

Durch elementarmathematische Umformung folgt weiter:

$$\vec{q} = \frac{(T_1 - T_n)}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}} = \frac{\lambda_R}{d} (T_1 - T_n) . \quad (2.20)$$

Mit  $\lambda_R$  wird nachfolgend die resultierende Wärmeleitfähigkeit normal zur Schichtung bezeichnet. Aus Gl. (2.20) ergibt sich Gl. (2.21)

$$\lambda_R = \frac{d}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}} . \quad (2.21)$$

Unter Berücksichtigung der elektrothermischen Analogie folgt (vgl. Abschnitt 2.2), dass es sich hier um eine Reihenschaltung von Widerständen handelt :

$$\frac{d}{\lambda_R} = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} : \quad (2.22)$$

Beachtet man weiterhin, dass die Fläche  $A$  für alle Schichten gleich groß ist, so kann vereinfachend geschrieben werden:

$$R_{thR} = R_{th1} + R_{th2} + \dots + R_{thn} . \quad (2.23)$$

Gemäß Gl. (2.23) ergibt sich der Gesamtwärmewiderstand aus der Summe der einzelnen Schichtwärmewiderstände.

### 2.1.4.2 Wärmestrom parallel zur Schichtung

Gemäß Abb. 2.4 sind  $A_1, A_2, \dots, A_n$  die Querschnittsflächen der einzelnen Schichten und  $l$  ist die Gesamtlänge des Körpers in Richtung des Wärmestroms. Hält man zwei Ebenen normal zur Schichtung im Abstand  $l$  auf den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , wobei wieder  $T_1 > T_2$  ist, so lassen sich die Zusammenhänge unter Nutzung von Gl. (2.24) und Gl. (2.25) charakterisieren [1] [6] :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n . \quad (2.24)$$

$$q = \frac{\lambda_p}{l} (T_1 - T_2) . \quad (2.25)$$

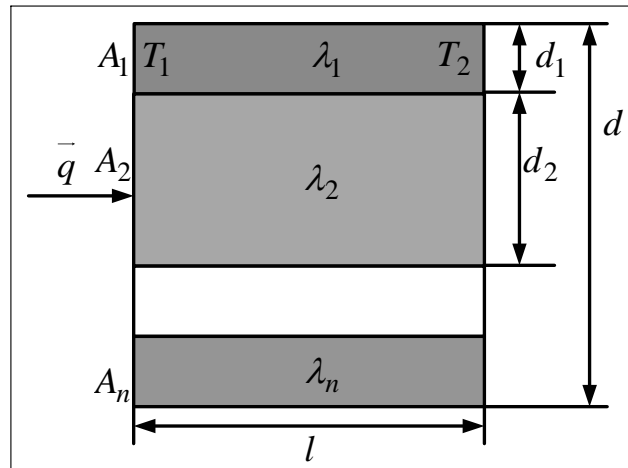


Abb. 2.4

**Wärmestrom parallel zur Schichtung**

Definiert man wieder eine resultierende Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_p$ , so ergibt sich für  $\lambda_p$ :

$$\lambda_p = \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i d_i)}{d} , \tag{2.26}$$

$$\frac{1}{R_{th_p}} = \frac{1}{R_{th_1}} + \frac{1}{R_{th_2}} + \dots + \frac{1}{R_{th_n}} . \tag{2.27}$$

Dies entspricht –gemäß des elektrothermischen Analogons- einer Parallelschaltung von Wärmewiderständen.

## 2.2 Analogien zwischen elektrischen und thermischen Größen

Zwischen der Wärmeleitung und dem Stromtransport in der Elektrotechnik gibt es eine einfache Analogie, die als elektrothermisches Analogon bezeichnet wird. Dieses erleichtert die Verständlichkeit sowohl von stationären als auch transienten Wärmeleitproblemen. Da von diesem in der vorliegenden Arbeit umfangreich Gebrauch gemacht wird, sollen dessen grundsätzliche Zusammenhänge kurz umrissen werden. Gemäß Abb. 2.5 verursacht die treibende Spannungs- bzw. die Temperaturdifferenz je nach Größe des elektrischen bzw. des thermischen Widerstands einen elektrischen - oder einen Wärmestrom.

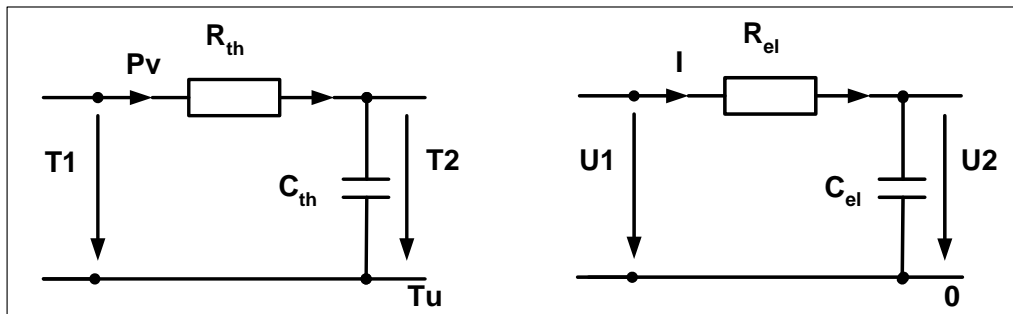


Abb. 2.5

**Analogie Ersatzschaltbilder elektrischer und thermischer Größen**

Dieser Strom wird durch die thermische bzw. die elektrische Kapazität zu der Ausgangstemperatur  $T_2$  bzw. –spannung  $U_2$  aufintegriert.

Die vorstehend beschriebene physikalische Ähnlichkeit eröffnet die Möglichkeit, thermische Vorgänge mit Hilfe der Gesetze der Elektrotechnik zu erfassen und zu beschreiben. Insbesondere die Knotenpunkt- und Maschenregel von Kirchhoff sind für die Beschreibung von transienten und stationären thermischen Problemen geeignet. Aber auch die Gesetzmäßigkeiten für die Reihen- und Parallelschaltung lassen sich nutzbringend anwenden. Diese Analogie beschränkt sich nicht nur auf Strom und Spannung, sondern auch auf andere Größen. Die Tabelle 2.1 fasst die wichtigsten Beziehungen zusammen.

thermische Größe	elektrische Größe
Wärmestrom	elektrischer Strom
Temperatur	elektrisches Potential
Temperaturdifferenz	elektrische Spannung
thermischer Widerstand	elektrischer Widerstand
Wärmeleitfähigkeit	elektrische Leitfähigkeit
Wärmekapazität	elektrische Kapazität

Tabelle 2.1

**Analogie elektrischer und thermischer Größen**



## 2.3 Grundsätzliche Begriffe und Vereinbarungen

Für das Verständnis des in dieser Arbeit behandelten Themenkomplexes sind die nachfolgend aufgeführten Begriffe von fundamentaler Bedeutung. Ihre eindeutige Begriffsbestimmung erscheint daher angebracht.[18]

Für Hochleistungsmodule gilt:

- Die Sperrschichttemperatur ist der Momentanwert der Temperatur eines IGBT's oder einer Diode während des Betriebs des Bauelements an der Sperrschicht zwischen dem p- und dem n-Gebiet.
- Die maximale Sperrschichttemperatur ist die maximal erlaubte Temperatur der Sperrschicht des IGBT's oder der Diode. Sie beträgt im allgemeinen etwa 150°C.
- Verlustleistung ist die gesamt abführbare Verlustleistung je IGBT oder Diode
- Die Maximale Verlustleistung ist die höchstzulässige insgesamt abführbare Verlustleistung je IGBT oder Diode.
- Die innere thermische Impedanz und der Widerstand je IGBT beschreiben den Wärmeübergang erster Art zwischen einem IGBT und dem Boden eines Moduls. Beide sind abhängig von der aktiven Chipgröße und der Modulaufbautechnologie.
- Die Thermische Impedanz und der Widerstand eines IGBT-Moduls beschreiben den Wärmeübergang erster Art zwischen dem Boden eines Moduls und dem Kühlkörper. Beide sind abhängig von der Modulgröße, der Oberflächenstruktur der Kühlkörper und der Dicke der Modulböden sowie den Eigenschaften der Wärmeleitpaste.

Ausführliche Informationen und Grundlagen über die drei Wärmeübertragungsarten sowie die Verlustleistung und ihre Komponente können der einschlägigen Literatur entnommen werden [1-23].

## 3 Simulation der Wärmeleitung

### 3.1 Grundsätzliche Betrachtungen zur Methode der finiten Elemente

Die klassischen Methoden versuchen die Wärmeleitprobleme durch Gleichungen (Differentialgleichungen) zu beschreiben, welche auf grundlegenden physikalischen Prinzipien basieren. Dabei sind exakte Lösungen meist nur für einfache Geometrien, Belastungen und Randbedingungen möglich. Mit numerischen Methoden und mit Hilfe von modernen Rechnern können komplexe Problemstellungen genauer untersucht werden. Heute werden bereits oft numerische Berechnungen anstatt von experimentellen Untersuchungen durchgeführt, da letztere sehr teuer und vor allem zeitraubend sind. Außerdem weisen sie nicht zu unterschätzende Ungenauigkeiten auf. Die am häufigsten eingesetzten Lösungsverfahren sind:

- Boundary-Element-Methode: BEM
- Finite-Volumen-Methode: FVM
- Finite-Differenzen-Methode: FDM
- Finite-Elemente-Methode: FEM

Das wichtigste und am weitesten verbreitete Verfahren ist die Finite-Elemente-Methode (FEM, englisch: finite element method). Dieses Verfahren hat sich in den letzten Jahren zu einem unverzichtbaren Werkzeug in der numerischen Behandlung partieller Differentialgleichungen entwickelt. Sie werden in nahezu allen naturwissenschaftlichen Bereichen zur Berechnung und Simulation von Modellproblemen eingesetzt. Aber auch in der industrienahen Forschung und Entwicklung gewinnen diese numerischen Methoden zur Lösung partieller Differentialgleichungen zunehmend an Bedeutung

Mit ihrer Unterstützung können heute praktisch alle Systeme mit großer Genauigkeit berechnet werden. Das Rechenmodell wird nach dem Baukastenprinzip aus einzelnen finiten Elementen aufgebaut und kann so den wirklichen Strukturen gut angepasst werden. Die FEM hat den großen Vorteil, dass sie in allen Bereichen

erweiterbar ist und so allen technisch-naturwissenschaftlichen Disziplinen zur Verfügung steht. So werden heute neben den bekannten linearen, auch komplizierte nichtlineare Berechnungen durchgeführt. Dank der Verbesserung der Benutzeroberflächen vieler Softwarepakete ist heute nahezu jeder Ingenieur in der Lage, diese Methode ohne besondere Programmierkenntnisse anzuwenden. Es darf nicht vergessen werden, dass hinter einem solchen Programmpaket ein fundiertes mathematisches Formelwerk steht. Die FEM hat sich zu einem mächtigen Werkzeug entwickelt. Sie ist heute sehr viel einfacher anzuwenden, aber ein grundlegendes Verständnis für die Eigenschaften, Grenzen und Möglichkeiten der FEM ist nach wie vor nötig. Selbstverständlich kommt hinzu, dass der Benutzer auch mit den Besonderheiten der jeweiligen FEM-Programme vertraut sein muss. Die FEM ist ein Näherungsverfahren und dient dem Ingenieur als Hilfsmittel bei seinen Berechnungen. Die FEM kann das technische und physikalische Verständnis des Ingenieurs nicht ersetzen und setzt deshalb gut ausgebildete und erfahrene Anwender voraus [24-33].

### **3.2 Idee des Verfahrens**

Um eine einfache mathematische Beschreibung der betrachteten Flächen oder Raumgeometrie zu ermöglichen, wird diese in eine Vielzahl kleiner Bausteine zerlegt. Dabei wird die Geometrie mit einem Netz aus Drei- und Vierecken überzogen. Dieses Netz wird so fein gewählt, dass es eine ausreichend gute Näherung der Originalgeometrie darstellt. Diese kleinen Bausteine werden als finite Elemente bezeichnet. Ihre Linienschnittpunkte sind unter dem Begriff „Knoten“ bekannt. Für diese Elemente wird eine Ansatzfunktion gewählt, die das physikalische Verhalten innerhalb jedes Elements beschreibt. Die Ansatzfunktionen können linear, quadratisch oder parabolisch sein, sie sind abhängig von dem gewählten Element. Aus der Ansatzfunktion und den Geometriewerten wird die Elementmatrix gebildet. Mit gegebenen Randbedingungen ergibt sich das gesamte Gleichungssystem. Dieses gebildete Gleichungssystem kann anschließend gelöst werden. Es ergeben sich die unbekanntenen Werte an den Knoten. Dabei erfolgt die Lösung des Gleichungssystems bei linearen Problemstellungen direkt, d.h. mit Hilfe eines modifizierten Gaußverfahrens. Dagegen brauchen Gleichungssysteme mit nichtlinearen Problemdarstellungen iterative Lösungsverfahren, um eine möglichst

genaue Lösung zu erreichen. Aus der berechneten Lösung lassen sich die problemspezifischen Größen ableiten. So können zum Beispiel aus den berechneten Temperaturen an den Knoten die Wärmestromdichte und der Temperaturgradient abgeleitet werden.

### 3.3 Mathematische Beschreibungen der FEM

In diesem Abschnitt sind die mathematischen Grundlagen der FEM für drei gewählte Elementtypen (eindimensional, zweidimensional und dreidimensional) dargestellt. Für jedes der drei Elemente soll die Wärmeleitung beschrieben werden. Die gewählten Ansatzfunktionen der drei Elemente sind linear zu wählen. Ausführliche Informationen über verschiedene Elementtypen und Grundlagen der FEM sind in den Literaturstellen [24-33] zu finden.

#### 3.3.1 Das Linienelement (eindimensionales Problem)

Gegenstand der nachfolgenden Betrachtungen ist ein Bauteil, das eine Länge  $l$  und eine Querschnittsfläche  $A$  hat. Es besteht, wie in Abb. 3.1 zu ersehen, nur aus einem Element. Das Element hat die zwei Knoten 1 und 2. Der Knoten 1 besitzt die Temperatur  $T_1$  und Knoten 2 hat die Temperatur  $T_2$ . Für dieses Element wird ein linearer Ansatz für die unbekannte Temperaturfunktion  $T(x)$  gemacht. Das bedeutet, dass die Temperaturfunktion  $T(x)$  durch eine lineare Funktion approximiert wird.

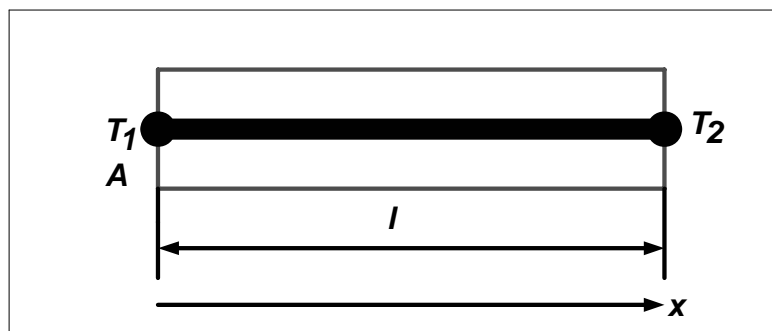


Abb. 3.1

#### Die Wärmeleitung für ein Linienelement

Die Ansatzfunktion für den Temperaturverlauf in diesem Element lautet wie folgt:

$$T(x) = k_1 \cdot x + k_2. \quad (3.1)$$

Dabei sind  $k_1$  und  $k_2$  Konstanten. Die Randbedingung für das Element an den Stellen  $x = 0$  und  $x = l$  sind  $T_1$  und  $T_2$ . Aus Gl. (3.1) ergibt sich:

$$k_2 = T_1 \text{ und } k_1 = \frac{T_2 - T_1}{l},$$

$$T(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot T_1 + \left(\frac{x}{l}\right) \cdot T_2,$$

$$T(x) = N_1(x) \cdot T_1 + N_2(x) \cdot T_2, \quad (3.2)$$

wobei  $N_1(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right)$  und  $N_2(x) = \frac{x}{l}$  ist.

Die beiden Funktionen  $N_1(x)$  und  $N_2(x)$  werden als Formfunktionen bezeichnet. In Matrixschreibweise lautet dann die Temperaturfunktion: [26]

$$T(x) = [N_1 \quad N_2] \cdot \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = [N] \cdot \{T\}, \quad (3.3)$$

$$\text{grad}T(x) = \frac{d}{dx}[N] \cdot \{T\} = [BF] \cdot \{T\},$$

$$\{T'\} = [BF] \cdot \{T\}. \quad (3.4)$$

Aus Gl. (2.1) ( $\vec{q} = -\lambda \text{grad}T$ ) und Gl. (3.4) ergibt sich Gl. (3.5)

$$\{q\} = -[D] \cdot [BF] \cdot \{T\}. \quad (3.5)$$

mit :

$\{q\}$  Vektor der Wärmestromdichte

$[D]$  Matrix des Werkstoffes

$[BF]$  Matrix der ersten Ableitung der Formfunktionen

$\{T\}$  Vektor der Temperaturen

Die beiden Gl. (3.4) und (3.5) besitzen allgemein nicht nur für ein Element sondern auch für mehrere Elemente Gültigkeit.

Nachfolgend soll der Weg zur Berechnung von Temperaturfeldern unter Nutzung der FEM kurz umrissen werden.

Bei der FEM werden die Unbekannten, die hier die Knotentemperaturen darstellen, nach dem Variationsprinzip bestimmt. Dabei ist an die potentielle Energie des Gesamtsystems die Forderung der Minimalität zu stellen. Aus dieser Minimalforderung resultiert ein algebraisches Gleichungssystem, dessen Auflösung die unbekanntenen Temperaturen liefert.[35]

Die potentielle Energie ergibt sich gemäß Gl. (3.6) zu:

$$E = \sum_{\text{Elemente}} (E_i)_e + (E_a)_k + \sum_{\text{Elemente}} (E_a)_e , \quad (3.6)$$

wobei  $E_{ie}$  das innere Potential eines Elementes ist.

$E_{ak}$  sind die äußeren Energien, die an den Knoten wirksam werden und

$E_{ae}$  ist die äußere Energie, die auf ein Element wirkt.

Das Potential der inneren Energie des Elements errechnet sich nach Gl. (3.7) [35] :

$$E_{ie} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^v \{T'\}^T \cdot \{q\} \cdot dv . \quad (3.7)$$

Aus Gl. (3.4) ergibt sich die transponierte Gl. (3.8) :

$$\{T'\}^T = \{T\}^T \cdot [BF]^T . \quad (3.8)$$

Aus diesen beiden Gl. (3.7) und Gl. (3.8) resultiert die Gl. (3.9)

$$E_{ie} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^v \{T\}^T \cdot [BF]^T \cdot [\lambda] \cdot [BF] \cdot \{T\} \cdot dv . \quad (3.9)$$

Mit dieser Gl. (3.9) wird die so genannte Leitfähigkeitsmatrix wie folgt definiert:

$$[K]_e = \int_0^v [BF]^T \cdot [\lambda] \cdot [BF] \cdot dv. \quad (3.10)$$

Aus Gl. (3.7) und (3.10) ergibt sich Gl. (3.11) :

$$E_{ie} = \frac{1}{2} \cdot \{T\}^T \cdot [K]_e \cdot \{T\}. \quad (3.11)$$

Die äußere Energie, die an den Knoten wirkt, errechnet sich aus dem Produkt der Knotentemperaturen mit den Knotenlasten:

$$E_{ak} = -\{T\}^T \cdot \{Q\} \quad (3.12)$$

Unter Nutzung der Gl. (3.6), Gl. (3.11) und Gl. (3.12) lässt sich für die Gesamtenergie die nachfolgende Beziehung ableiten:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \left( \sum_{\text{Elemente}} \{T\}^T \cdot [K]_e \cdot \{T\} \right) - \{T\}^T \cdot \{Q\}. \quad (3.13)$$

Dabei wurde zur Verbesserung der Übersichtlichkeit die äußere Energiezufuhr im Elementbereich zunächst vernachlässigt.

Aus der Forderung des Minimums der potentiellen Energie ergibt sich ein Gleichungssystem, aus dem die unbekanntenen Temperaturen bestimmt werden können:[35]

$$\frac{\partial E}{\partial \{T\}} = 0 = \left( \sum_{\text{Elemente}} [K]_e \right) \cdot \{T\} - \{Q\}, \quad (3.14)$$

$$\left( \sum_{\text{Elemente}} [K]_e \right) \cdot \{T\} = \{Q\}, \quad (3.15)$$

$$[K]_k \cdot \{T\} = -\{Q\}. \quad (3.16)$$

Die Matrizengleichung Gl. (3.16) ist nur für stationäre Temperaturfeldberechnungen gültig, wobei die Matrix  $[K]_k$  die Wärmeleitfähigkeit des gesamten Moduls beschreibt.  $\{T\}$  ist der Vektor der gesuchten Knoten-Temperaturen. Der Vektor  $\{Q\}$  aus Gl. (3.16) enthält die Wärmeströme an den jeweiligen Knoten.

Die Matrixgleichung für transiente Temperaturfeldberechnungen ist wie folgt definiert:

$$[C]_k \{T'\} + [K]_k \cdot \{T\} = -\{Q\} \quad (3.17)$$

Diese Matrixgleichung kann auch als Zustandsgleichung des diskretisierten Wärmeleitproblems interpretiert werden. In Kapitel 7 wird darauf noch vertiefend eingegangen.

Die Matrix  $[C]_k$  beschreibt die Wärmekapazität des gesamten Moduls.  $\{T'\}$  ist der Vektor der ersten zeitlichen Ableitung der Temperaturen.

Damit die Berechnung der Temperaturverteilung gelingt, müssen nachfolgend noch die materialspezifischen Matrizen  $[K]_k$  und  $[C]_k$  bestimmt werden.

Für ein Element und nach der Lösung des Intergrals in Gl. (3.10) ergibt sich die Gl. (3.18). Die Querschnittsfläche  $A$  ist in diesem Element konstant. Die Matrix  $[\lambda]$  ist in diesem Fall eine skalare Größe, die die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des Materials beschreibt:[35]

$$[K]_e = \int_0^l \int_0^A [BF]^T \cdot [\lambda] \cdot [BF] dA dx,$$

$$[K]_e = A \cdot \int_0^l [BF]^T \cdot [\lambda] \cdot [BF] dx,$$

$$[K]_e = \frac{\lambda \cdot A}{l} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Gl. (3.18) gilt allgemein für jedes Element mit den in Abb. 3.1 gezeigten Dimensionen. Angegeben werden müssen hier die Materialeigenschaft  $\lambda$ , die Querschnittsfläche  $A$  und die Länge  $l$  des jeweiligen Elements. Für die Berechnung der Kapazitäten ist Gl. (3.19) zuständig:[36]



$$[C]_e = \int_0^l \int_0^A [N]^T \cdot [\rho \cdot c_p] \cdot [N] \cdot dA \cdot dx . \quad (3.19)$$

mit:

$[N]$  Matrix der Formfunktionen

$[\rho \cdot c_p]$  Matrix der Dichte und der spezifischen Wärmekapazitäten

$[C]_e = \rho \cdot c_p \cdot A \int_0^l [N]^T \cdot [N] dx$  Matrix der Kapazitäten

$$[C]_e = \frac{\rho \cdot c_p \cdot A \cdot l}{6} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Nach der Berechnung des Intergrals in Gl. (3.19) ergibt sich die Gl. (3.20). Diese Gleichung ist für die Berechnung der Kapazitätsmatrix jedes Elements, das dieselbe Form wie in Abb. 3.1 hat, zuständig. Die Dichte, die spezifische Wärmekapazitäten, die Länge des Elementes und die Querschnittsfläche des Elements müssen dabei angegeben werden.

### 3.3.2 Rechteckiges Element (Zweidimensionales Problem)

Abb. 3.2 zeigt eine Rechteckfläche, die als ein Element betrachtet werden soll. Dieses Element hat vier Knoten, die die Temperaturen  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  und  $T_4$  in dieser Reihenfolge hat.

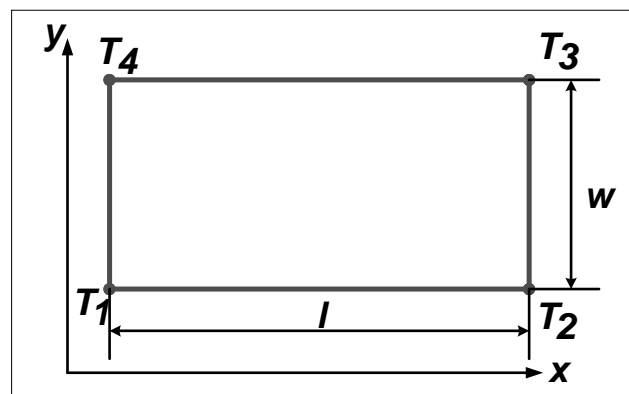


Abb. 3.2

Die Wärmeleitung für einen rechteckigen Elementtyp

Die Temperaturfunktion wird in diesem Fall wie folgt definiert.

$$T(x, y) = k_1 + k_2x + k_3y + k_4xy \quad (3.21)$$

Bei der Lösung dieser Gleichung und durch die Eingabe von Randbedingungen ergeben sich die Konstanten  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  und  $k_4$ . Die Ansatzfunktionen sind in diesem Fall wie folgt zu wählen:

$$N_1(x, y) = \left(1 - \frac{x}{l}\right)\left(1 - \frac{y}{w}\right),$$

$$N_2(x, y) = \frac{x}{l}\left(1 - \frac{y}{w}\right),$$

$$N_3(x, y) = \frac{xy}{lw},$$

$$N_4(x, y) = \frac{y}{w}\left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

$$T(x, y) = N_1 \cdot T_1 + N_2 \cdot T_2 + N_3 \cdot T_3 + N_4 \cdot T_4. \quad (3.22)$$

Aus Gl. (3.10) und nach der Lösung des Intergrals errechnet sich die Leitfähigkeitsmatrix für allgemeine rechteckige Elemente [26] :

$$[K]_e = \frac{\lambda w}{6l} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\lambda l}{6w} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Gl. (3.23) ist in einer vereinfachten Form in Gl. (3.24) dargestellt.

$$[K]_e = [K_x] + [K_y]. \quad (3.24)$$

Die Gl. (3.24) ist für die Errechnung der Leitfähigkeitsmatrix jedes Elements gemäß Abb. 3.2 zuständig. Hier sind die Materialdaten  $\lambda$ , die Längen  $l$  und  $w$  des Elements anzugeben. Die Kapazitätsmatrix solcher Elemente ist nach Gl. (3.25) zu berechnen.

$$[C]_e = \frac{\rho \cdot c_p \cdot w \cdot l}{36} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

### 3.3.3 Quaderelement (Dreidimensionales Problem)

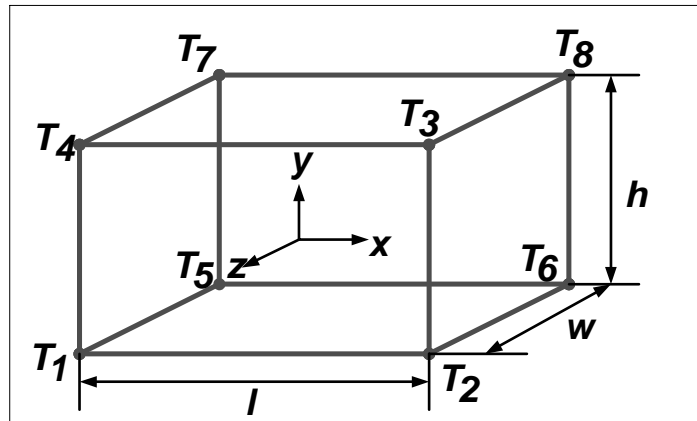


Abb. 3.3

#### Die Wärmeleitung für einen Volumenelementtyp

Gemäß Abb. 3.3 soll ein Quader als ein Element betrachtet werden. Dieses Element hat acht Knoten und die Länge  $l$ , die Breite  $w$  und die Höhe  $h$ . Die Knoten haben die Temperaturen  $T_1$  bis  $T_8$ .

Die Temperaturfunktion wird in diesem Fall wie folgt definiert:

$$T(x, y, z) = k_1 + k_2x + k_3y + k_4z + k_5xy + k_6xz + k_7yz + k_8xyz. \quad (3.26)$$

Die Ansatzfunktionen sind in diesem Fall folgendermaßen zu wählen:

$$N_1(x, y, z) = \left(1 - \frac{x}{l}\right)\left(1 - \frac{y}{w}\right)\left(1 - \frac{z}{h}\right),$$

$$N_2(x, y, z) = \frac{x}{l}\left(1 - \frac{y}{w}\right)\left(1 - \frac{z}{h}\right),$$

$$N_3(x, y, z) = \frac{y}{w}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\left(1 - \frac{z}{h}\right),$$

$$N_4(x, y, z) = \frac{z}{h}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\left(1 - \frac{y}{w}\right),$$

$$N_5(x, y, z) = \frac{x}{l} \frac{y}{w} \left(1 - \frac{z}{h}\right),$$

$$N_6(x, y, z) = \frac{x}{l} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{y}{w}\right),$$

$$N_7(x, y, z) = \frac{y}{w} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

$$N_8(x, y, z) = \frac{x}{l} \frac{y}{w} \frac{z}{h}.$$

Aus Gl. (3.10) und nach der Lösung des Integrals errechnet sich die Leitfähigkeitsmatrix für allgemeine quaderförmige Elemente nach Gl. (3.27) :

$$[K]_e = [K_x] + [K_y] + [K_z], \quad (3.27)$$

wobei:

$$[K_x] = \frac{\lambda \cdot w \cdot h}{36 \cdot l} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -4 & 2 & 2 & -2 & -2 & 1 & -1 \\ -4 & 4 & -2 & -2 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 1 & -4 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 1 & 4 & -1 & -4 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & -4 & -1 & 4 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & -4 & 1 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & -2 & -2 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & -2 & -2 & 2 & 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[K_y] = \frac{\lambda \cdot l \cdot h}{36 \cdot w} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 & 2 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 1 & 2 & -4 & -1 & -2 \\ -4 & -2 & 4 & -2 & -1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 4 & 2 & -1 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 2 & 4 & -2 & -2 & -4 \\ -2 & -4 & 2 & -1 & -2 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & -4 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -2 & -4 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[K_z] = \frac{\lambda \cdot l \cdot w}{36 \cdot h} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & -4 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & 2 & -4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 4 & -2 & 2 & -1 & -4 & -2 \\ -4 & -2 & -2 & 4 & -1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & 4 & -2 & -2 & -4 \\ -2 & -4 & -1 & 2 & -2 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & -4 & 2 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -4 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Die Kapazitätsmatrix solcher Elemente ist nach Gl. (3.28) zu berechnen:

$$[C]_e = \frac{\rho \cdot c_p \cdot w \cdot l \cdot h}{216} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 4 & 2 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 8 & 4 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 8 & 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 4 & 1 & 8 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 4 & 2 & 8 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 4 & 2 & 2 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 8 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

### 3.4 Lösung der Wärmeleitungsgleichung mit Hilfe des ANSYS-Programmsystems

Das Programmsystem ANSYS wird nachfolgend eingesetzt, um mit Hilfe der FEM stationäre und transiente Wärmeleitprobleme zu lösen. Für diese Software ist eine Benutzeroberfläche vorhanden, die bei der Nutzung des Programms zur Dateneingabe und Programmsteuerung zur Verfügung steht. Diese Oberfläche hat verschiedene Fenster und Menüs, die wie folgt gegliedert sind:

- Dienstmenü( ANSYS Utility Menu)
- Hauptmenü(ANSYS Main Menu)
- Eingabefenster(ANSYS Input)
- Grafikenfenster(ANSYS Graphics)
- Druckknopffeld(ANSYS Toolbar)
- Ausgabefenster(ANSYS Output)

Die meisten dieser Menüs und Fenster haben an sich mehrere Teilmenüs. Deshalb braucht der Anwender viel Zeit, um sich mit dem Programm vertraut zu machen.

Das Programm gestattet, Probleme in 1D, 2D und 3D zu lösen. Dazu stehen viele Elemente und Tools zur Verfügung, die solche Probleme sehr schnell und effektiv zu lösen erlauben.

Das ANSYS-Programm bietet fast in allen Bereichen umfangreiche Möglichkeiten, um diverse Problemstellungen zu lösen. Alle diese Möglichkeiten sollen in diesem Kapitel nachfolgend kurz dargestellt werden, wobei die Temperaturfeldberechnungen ausführlicher behandelt werden [33-37]:

- Statische Strukturmechanik
- Strukturdynamik
- Elektromagnetische Analysen (Elektrostatik, Elektromagnetische Felder, usw.)
- Fluidodynamik (stationär, transient, laminar, turbulent, usw.)
- Kinematik
- Beulanalysen
- Gekoppelte Feldanalysen (Temperatur-Struktur-Analysen, usw.)
- Temperaturfelder (stationär, transient)

### **3.5 Anwendung des Programms zur Temperaturfeldberechnung**

Alle drei grundsätzlichen Effekte der Wärmeübertragung (Wärmeleitung, Konvektion, Strahlung) können im ANSYS-Programm behandelt werden. Das ANSYS-Programm verwendet als Grundlage für die Temperaturfeldberechnung eine Gleichung des Wärmegleichgewichts, die vom Grundsatz des Energieerhaltungssatzes abgeleitet ist. Die Knotenfreiheitsgrade, die bei einer thermischen Analyse berechnet werden, sind hier durch Temperaturen repräsentiert. Andere thermische Größen wie Temperaturgradient, Wärmestromdichte oder Energie werden von Knotentemperaturen abgeleitet. Die meisten thermischen Elemente, die das Programm für thermische Analysen anbietet, dienen zur Berechnung der Wärmeleitung, die in dem Modell auftritt. Als Oberflächenlasten kann der Anwender die Konvektion festlegen. Die Übergangszahl und die Umgebungstemperatur werden an den gewählten Oberflächen vorgegeben. Temperaturfeldberechnungen mit

Wärmestrahlung können auf drei Arten behandelt werden: 2-Punktstrahlungselemente, Anwenden von Elementen zur Modellierung von Strahlungsoberflächen oder eine generierte Strahlungsmatrix. Stationäre und transiente thermische Problemstellungen können behandelt werden [35].

### **3.6 Vorgehensweise bei der Verwendung des Programms**

#### **3.6.1 Idealisierung**

Um eine FEM-Berechnung durchführen zu können, muss das Problem soweit technisch durchdacht und durchschaut sein, dass die wesentlichen Einflüsse erkannt und bezeichnet werden können. Dieser Schritt (Idealisierung) ist eine Aufgabe des Ingenieurs oder des Anwenders. Seine Fachkenntnisse sind für eine solche Idealisierung maßgebend. Es ist zu empfehlen, zuerst darüber nachzudenken, was das Ziel der Berechnung sein soll und welche Größen von Bedeutung sind. Der Anwender muss sich weiterhin auch Gedanken machen über die Art der Berechnung, der Elementtypen, der Netzdichte, der Art der Vernetzung, der Randbedingungen und der Approximation der Randbedingungen. Um noch genauere Berechnungsergebnisse zu erreichen, ist es wichtig, dass die berechneten Modelle 3D-Modelle sind. Nachteilig an der Berechnung von 3D-Modellen ist der Bedarf an Rechenzeit und Speicherkapazität. Jedoch verliert dieses Problem Dank der rasanten Entwicklung in der Computerbranche für heutige und noch stärker für zukünftige Rechner an Bedeutung. Ein Ziel der Idealisierung ist es, die Dimensionen niedrig zu halten, wenn diese auf das Ergebnis keinen nennenswerten Einfluss haben.

#### **3.6.2 Aufbau(Preprocessing)**

Unter dem Begriff des Preprocessing ist die Erstellung der Geometrie des zu berechnenden Bauteils, die Eingabe der Materialdaten, die Querschnittsdaten, die Festlegung der Elementtypen und schließlich die Aufteilung der Modelle in Finite-Elemente, d. h. ihre Vernetzung zu verstehen.

Der erste Schritt der Modellerstellung ist hier die Auswahl oder die Festlegung der Elementtypen. Die Art der Analyse, die Freiheitsgrade an den Knoten und ob das Modell 1-, 2- oder 3-dimensional sein soll, entscheidet über diese Festlegung .

Der zweite Schritt ist die Eingabe von Materialdaten. Typische Materialdaten bei der thermischen Analyse sind z.B. die Wärmeleitfähigkeit, die Dichte oder die spezifische Wärmekapazität. Diese Materialwerte können linear (von der Temperatur unabhängig) oder nichtlinear (von der Temperatur abhängig) sein. Für die Lösungsergebnisse bei einem linearen Materialwert reicht ein Lösungsschritt aus. Dagegen benötigen Probleme mit nichtlinearen Materialwerten iterative Lösungsverfahren. Der dominierende und komplizierteste Schritt ist die Geometrieerstellung und schließlich die Netzgenerierung. Das ANSYS-Programm bietet umfassende Möglichkeiten zur Festlegung der Knoten und Elemente des Finite-Elemente-Modells, die es ermöglichen, das FE-Modell einer Konstruktion in einfacher Weise zu erstellen. Es sind zwei Arbeitsweisen verfügbar: Die Geometriemodellierung (Solid Modeling) mit anschließender automatischer Vernetzung oder die direkte Eingabe einzelner Knoten und Elemente. Beide Arbeitsweisen haben ihre Vorteile. Der Benutzer kann zwischen beiden wählen und sie beliebig kombinieren.

- **Bei der Geometriemodellierung (Solid Modeling)** erfolgt die Definition der Geometrie weitgehend unabhängig von der Vernetzung. Zuerst gibt der Anwender die Geometrie des Körpers ein. Dieses Modell wird dann vom Programm vernetzt, d.h. das Programm legt automatisch die Lage der Knoten und die Zuordnung der Knoten zu den Elementen fest. Für die Geometriemodellierung (Solid Modeling) gibt es zwei Vorgehensweisen: Das Generieren des Modells von unten nach oben (Bottom up), d.h. der Anwender geht von Punkten ( Keypoints) aus, verbindet sie mit Linien, spannt mit diesen dann Flächen auf, die wiederum Volumen erzeugen können. Die zweite Vorgehensweise ist das Generieren von oben nach unten (Top-down). Bei ihr wird von einfachen geometrischen Körpern wie Quadern, Zylindern, Prismen oder Kugeln ausgegangen, die mit einem einzigen Befehl erstellt werden. Definiert der Benutzer z.B. ein Volumen, so werden seine zugehörigen Flächen, Linien und Punkte automatisch von dem Programm erzeugt. Bei beiden Vorgehensweisen stehen dem Anwender Boole'sche Operationen wie



Schneiden, Subtraktion, Addition und Division und andere Operationen wie Kopieren, Verschieben, usw. zur Verfügung. Diese sind auf Linien, Flächen, und Volumen anwendbar, so dass in kurzer Zeit komplexe Modelle erstellt werden können. Das endgültige Ziel des Generierens eines Solid-Modells ist die Vernetzung dieses Modells mit Knoten und Elementen. Wenn der Anwender das Modell vollständig erzeugt und die Elementattribute und die Steuerparameter zur Vernetzung gesetzt hat, kann er mit dem ANSYS-Programm die Generierung des Finite-Elemente-Netzes durchführen. Das ANSYS-Programm bietet drei Arten der Vernetzung: Ein unstrukturiertes Netz (free mesh), ein strukturiertes Netz (mapped mesh) und das Adiabatische Netz. Das unstrukturierte Netz ist unregelmäßig und wird ohne Bedingungen ausgeführt. Dabei erfordert es wenige Überlegungen von Seiten des Anwenders und im Gegenzug dafür jedoch mehr Rechenzeit bei der Erzeugung des Netzes und später mehr Zeit für die Berechnung der Ergebnisse. Es ergeben sich relativ viele Elemente. Unter einem strukturierten Netz ist ein regelmäßiges Netz zu verstehen, das zusätzliche Bedingungen erfordert. Ein solches Netz wird ausschließlich aus viereckigen (Flächen) oder quaderförmigen (Volumen) Elementen gebildet. Dieses Netz erfordert mehr Überlegungen und Steuerungen durch den Anwender. Dafür braucht es etwas weniger Rechenzeit beim Erzeugen des Netzes und später auch weniger Zeit für die Berechnung. Es ergeben sich relativ wenig Elemente. Die Kombination zwischen den beiden Vernetzungsarten ist möglich.

- **Bei der direkten Modellierung** braucht der Benutzer keine Vernetzung, weil er die Knoten und ihre Elemente direkt eingeben kann. Dafür steht eine Menge von Kommandos zur Verfügung, die es dem Anwender erlauben, solche Modellierungen durchzuführen. Die direkte Generierung ist für kleine und einfache Modelle gut geeignet. Für komplexe Modelle ist in jedem Fall die Geometriemodellierung vorzuziehen. Die Kombination von beiden Modellierungsarten ist möglich. [33-37]

### 3.6.3 Lösung(Solution)

In diesem Schritt werden die äußeren Einflüsse festgelegt. Das können Temperaturen, Wärmequellen, -Senken, Konvektionen oder Strahlung am

Modellrand sein. Wenn alle Randbedingungen gegeben worden sind, kann der Lösungsprozess starten. Bei der Lösung werden die Gesamtleitfähigkeitsmatrix und der Lastvektor erstellt und gelöst. Die unbekanntenen Freiheitsgrade (z.B. Temperatur am Knoten) werden für den nächsten Schritt (Auswertung) zur Verfügung gestellt. Das ANSYS-Programm bietet mehrere Möglichkeiten für die Lösungen der dargestellten Aufgaben. Für die nächsten Simulationen sind die so genannten stationären bzw. transienten Lösungen wichtig.

### 3.6.4 Auswertung

In diesem Schritt werden die Ergebnisse entweder grafisch oder als Zahlenwerte dargestellt. Dazu stehen im ANSYS-Programm zwei Postprozessoren zur Verfügung:

- **Post1 oder allgemein Postprocessor:** Er ermöglicht die Auswertung von Ergebnissen über das Modell zu spezifischen Zeitpunkten oder Lastschritten.
- **Post26:** Er ermöglicht die Auswertung der Ergebnisse an spezifischen Punkten im Modell in Abhängigkeit von der Zeit. Die Ergebnisse der Analyse werden vom Programm während der Lösung des Gleichungssystems in die Ergebnisdatei geschrieben.

## **4 Anwendung der Simulation auf Leistungshalbleitermodule**

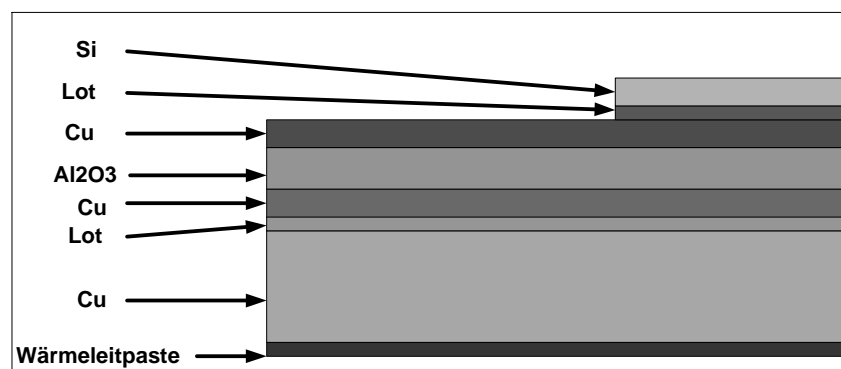
### **4.1 Allgemeine Darstellung von IGBT Leistungsmodulen**

In einem Gehäuse enthält ein IGBT Leistungsmodul mehrere von der Bodenplatte elektrisch isolierte Leistungshalbleiter. Die Anzahl und Verschaltung der Leistungshalbleiter in dem Modul kann auf verschiedene Weise erfolgen. Halbbrücken, 3-phasige Vollbrücken und Einzelschalter gehören zu den Standardmodulen. Ein thermisch und elektrisch symmetrischer Aufbau ist notwendig, um eine gleichmäßige Verteilung der thermischen und elektrischen Eigenschaften der parallel geschalteten Einzelhalbleiter im Modul zu erreichen. Die IGBTs werden normalerweise mit der Kollektorseite und die Freilaufdioden mit der Kathodenseite auf eine metallisierte Isolationsschicht gelötet. Die Kontaktierung der Oberseite der Chips wird durch Drahtsonden mit den strukturierten Bereichen der metallisierten Isolationsfläche hergestellt. Von diesen Bereichen erfolgt eine metallische Verbindung aus dem Modul heraus. Sie bilden dort die äußeren elektrischen Anschlüsse. Im Modul können passive Elemente, z. B. Gatewiderstände und Temperatursensoren, aber auch aktive Komponenten, wie Schutz- und Ansteuereinheiten untergebracht sein. Im Laufe der Promotion wurden viele Leistungsmodule thermisch simuliert und ihre Sperrschichttemperaturen mit ihren Parametern (thermische Widerstände, thermische Impedanzen, Gegenkopplung) bestimmt. An Hand eines simulierten IGBT-Leistungsmoduls werden in diesem Kapitel die Simulationsschritte vom Aufbau bis zur Auswertung der Ergebnisse genau beschrieben.

### **4.2 Aufgabenstellung**

Das simulierte Modul ist ein IGBT-Halbbrückenmodul. Die äußeren Silizium-Chips sind die IGBTs mit jeweils acht Emitterpfaden und einem zentralen Gateanschluss. Die beiden mittleren Chips sind die Freilaufdioden des Moduls. Verbindungen vom Chip zu den strukturierten Kupferlagen des DCB sind mit Aluminium-Drähten und

Drahtbondtechnik hergestellt. Die Lastströme werden über drei außen angeordnete Anschlusslaschen aus dem Modul geführt. Im folgenden soll ein IGBT-Einzelschalter betrachtet werden, mit einem quadratischen Chip, dessen Kantenlänge 9mm beträgt. In Abb. 4.1 sind die Schichtfolgen zu sehen. Der Siliziumchip ist auf eine Kupferplatte gelötet, die auf einem Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-DCB Substrat aufgelötet ist. Dieses ist wiederum mit der Unterseite auf einer Kupferplatte aufgelötet. Diese Schichtfolgen sind alle auf den Kupferbodenplatten des Moduls mit einer Lötsschicht aufgebracht. Zur Montage des Moduls auf dem Kühlkörper wird auf dem Modulboden Wärmeleitpaste aufgetragen.



**Abb. 4.1**  
**Die Schichten des Moduls in Y-Richtung**

### 4.3 Modellbildung und Simulation

Die Modellbildung und Simulation lassen sich in die vier genannten Hauptpunkte (Idealisierung, Aufbau, Lösung und schließlich die Auswertung), die in Simulation der Wärmeleitung dargestellt wurden, gliedern. Diese werden in den folgenden Abschnitten für das simulierte Modul ausführlich dargestellt.

#### 4.3.1 Idealisierung des simulierten Moduls

Die Temperaturverteilung des Moduls wird sowohl mit einer stationären als auch transienten Temperaturfeldberechnung gelöst. Zu diesem Zweck wurde ein 3-dimensionales Modell geschaffen. Dazu wird der Elementtyp SOLID70 verwendet. Durch die größere Anzahl und die großen Unterschiede der Schichten (die extremen Unterschiede der Chipgrößen im Vergleich zu den andern Schichten) wurde das

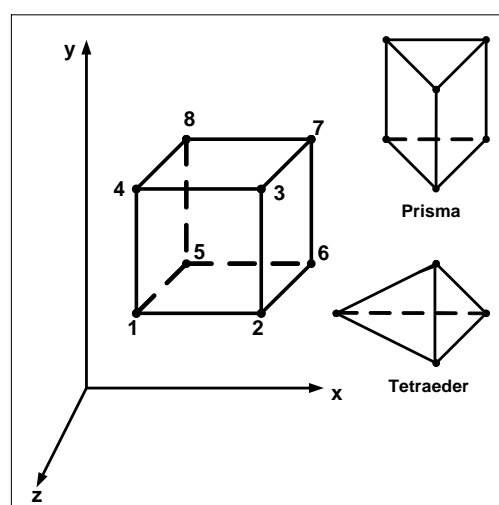
strukturierte Netz (Mapp Mesh) hier gewählt, da solche Netze weniger Knoten und Elemente bilden, wie schon im vorigen Kapitel erwähnt wurde, als die unstrukturierten Netze (free mesh). Dazu wird die Simulationszeit kürzer und die direkte Generierung (direkte Eingabe der einzelnen Knoten und Elemente) wird bei einigen Schichten erleichtert. Das Modul wird komplett aufgebaut. Grund dafür ist nicht nur die Berücksichtigung des eigenen Wärmewiderstands des Chips, sondern auch die Gegenkopplung der anderen Chips. Emitterpfade, Aluminium-Drähte und auch Gateanschlüsse werden hier vernachlässigt. Für die Wärmeleitpaste werden unterschiedliche Schichtdicken 35..70..140  $\mu m$  simuliert. Die Symmetrie wird hier nur für den Aufbau ausgenutzt. Als Randbedingungen wurden hier für den einzelnen Chip der Leistungsstrom (Leistung pro Fläche) gegeben. Am Boden d.h. unter der Wärmeleitpaste wurde eine konstante Temperatur angenommen

### 4.3.2 Aufbau des Moduls

Dazu gehören hier die Eingabe des gewählten Elementtyps, die Eingabe der Materialeigenschaften jeder Schicht, sowie die Darstellung der Schichten selbst bis zur Netzgenerierung.

#### 4.3.2.1 Der Elementtyp SOLID70

Der ausgewählte Elementtyp SOLID70 hat 3-dimensionale Wärmeleiteigenschaften. Das Element besitzt 8 Knoten mit einem Freiheitsgrad (Temperatur) an jedem Knoten.



**Abb. 4.2**  
**Der Elementtyp Solid 70**

Das Element steht für stationäre und transiente Temperaturfeld-Analysen zur Verfügung. Der Elementtyp ist für strukturierte -und unstrukturierte Netze anzuwenden, da es unterschiedliche Formen - wie in Abb. 4.1 zu sehen - annehmen kann.

### 4.3.2.2 Eingabe der Materialdaten

Diejenigen Materialdaten, die hier eingegeben werden müssen, sind die Wärmeleitfähigkeiten, die Dichte und die spezifische Wärmekapazitäten je Schicht. Tabelle 4.1 zeigt die Materialdaten jeder Schicht des Moduls. Diese Materialdaten sind bei den betrachteten Modulen linear gegeben, also von der Temperatur unabhängig.

<i>Schichten</i>	$\lambda$	$c_p \cdot \rho$
<i>S<sub>i</sub></i>	148	1650e3
<i>Lot</i>	57	1670e3
<i>Cu</i>	394	3400e3
<i>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i>	24	3024e3
<i>Cu</i>	394	3400e3
<i>Lot</i>	57	1670e3
<i>Cu</i>	394	3400e3
<i>Wärmeleitpaste</i>	0.81	2240e3

**Tabelle 4.1**  
**Materialdaten der Schichten**

### 4.3.2.3 Eingabe der Schichten

Die beiden Arbeitweisen, die Geometriemodellierung (Solid Modeling) und anschließende automatische Vernetzung oder die direkte Eingabe einzelner Knoten und Elemente, werden hier benutzt, um das Modul zu erstellen. Beide Verfahren wurden in dem vorherigen Kapitel im Detail beschrieben. Die in Tabelle 4.2 gegebenen Daten entsprechen den Schichten des IGBT ( nur der aktive Teil des Chips) und ein Teil der darunter liegenden zwei Schichten aus Lot und Kupfer.

<i>Name</i>	<i>X1-X2/ mm</i>	<i>Y1-Y2/mm</i>	<i>Z1-Z2/mm</i>
<i>Si (IGBT)</i>	10 - 18	4,17 – 4,39	23,5 – 31,5
<i>Lot</i>	10 - 18	4,12 – 4,17	23,5 – 31,5
<i>Kupfer</i>	10 - 18	3,82 – 4,12	23,5 – 31,5

Tabelle 4.2

**Koordinatensystem der IGBT Schicht und der zwei darunter liegenden Schichten**

Die drei Schichten haben die gleichen Abmessungen in X- und Z-Richtung, aber unterschiedliche Dicken. Tabelle 4.3 zeigt in ähnlicher Weise die Schichten der Diode (ebenfalls nur den aktiven Teil) und zwei weitere Schichten.

<i>Name</i>	<i>X1-X2/ mm</i>	<i>Y1-Y2/mm</i>	<i>Z1-Z2/mm</i>
<i>Si (Diode)</i>	11,15 – 16,85	4,17 – 4,39	36,65 - 42,35
<i>Lot</i>	11,15 – 16,85	4,12 – 4,17	36,65 - 42,35
<i>Kupfer</i>	11,15 – 16,85	3,82 – 4,12	36,65 - 42,35

Tabelle 4.3

**Koordinatensystem der Dioden-Schicht und der zwei darunter liegenden Schichten**

In Tabelle 4.4 sind die restlichen Schichten des Moduls von unten nach oben, also von der Wärmeleitpaste bis zum DCB-Keramik aufgelistet.

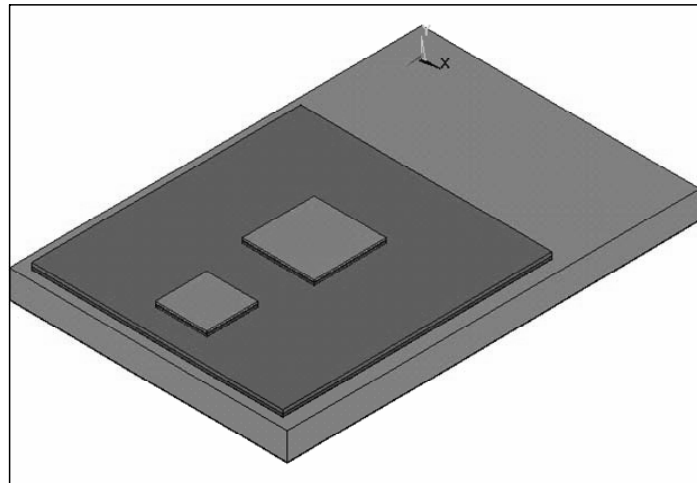
<i>Name</i>	<i>X1-X2/ mm</i>	<i>Y1-Y2/mm</i>	<i>Z1-Z2/mm</i>
<i>WLP</i>	0,0 - 31	0,0 - 0,07	0,0 - 46
<i>Kupfer</i>	0,0 - 31	0,07 – 3,07	0,0 - 46
<i>Lot</i>	1,5 – 29,5	3,07 - 3,14	15 - 45
<i>Kupfer</i>	1,5 - 29,5	3,14 – 3,44	15 - 45
<i>DCB</i>	1,5 – 29,5	3,44 – 3,82	15 - 45

Tabelle 4.4

**Restliche Schichten von unten nach oben**

Gemäß Abb. 4.3 wurde die Hälfte des Moduls dargestellt. Der Rest des Moduls ist durch Ausnutzen von Boole'schen Operationen zu vervollständigen.

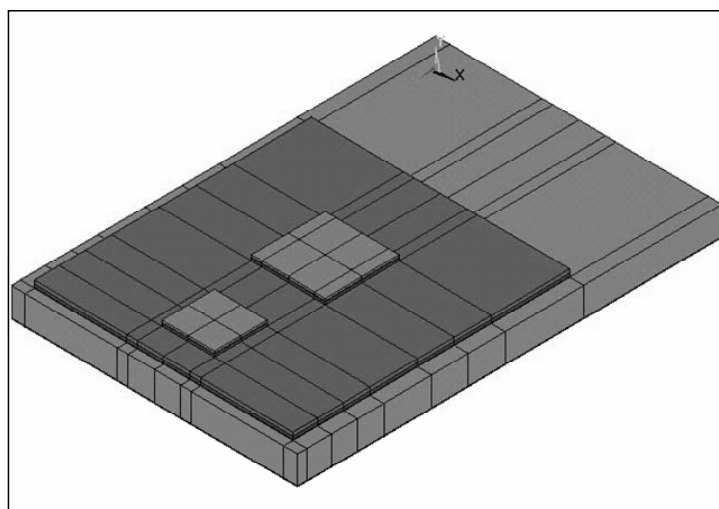
Die Schichten gemäß Tabelle 4.2, Tabelle 4.3 und Tabelle 4.4 wurden mit der top-down Geometriemodellierung erstellt. Das Verkleben der Schichten miteinander ist hier notwendig, um die aufeinanderliegenden Flächen benachbarter Schichten auf eine gemeinsame, alle Schichten verbindende Fläche zu reduzieren. Ohne das Kleben würden die Simulationsergebnisse falsche Ergebnisse erzeugen.



**Abb. 4.3**  
**Eine Hälfte des Moduls in 3D**

#### **4.3.2.4 Schneiden und Vernetzen**

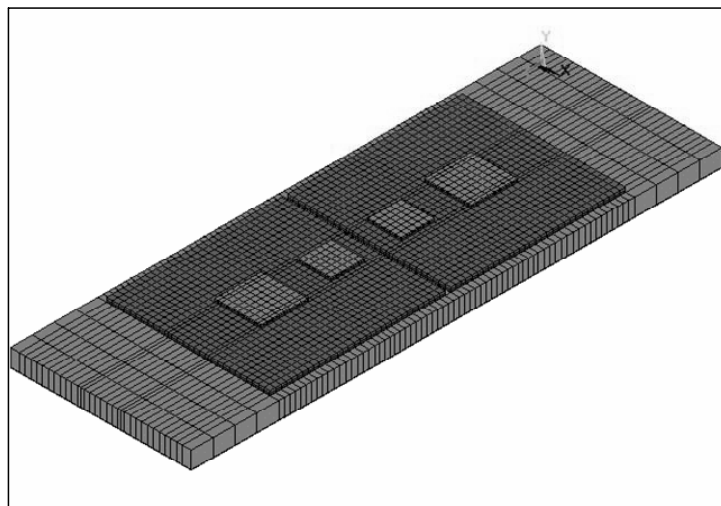
Vor der Netzgenerierung muss das Modul, wie in Abb. 4.4 zu sehen ist, in kleine Volumeneinheiten zerlegt werden. Ohne diesen Schritt könnte das strukturierte Netz (Mapp Mesh) nicht gebildet werden. Man beginnt mit dem Schnitt der kleinen Schichten, die hier die Aktivchipflächen der Diode und des IGBTs sind. Ein Schnitt ist in zwei Richtungen (hier in X-Richtung und Z-Richtung) durch die Mitte jedes Chips durchzuführen, um die Mittelpunkte der Chips nach der Vernetzung zu erfassen, weil diese Punkte für die spätere Berechnung notwendig sind.



**Abb. 4.4**  
**Eine Hälfte des Moduls nach dem Schneiden**



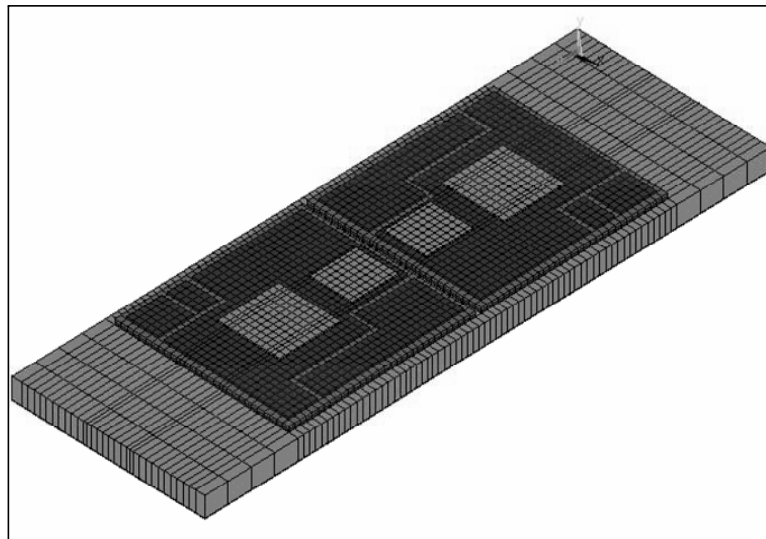
Das erneute Zusammenkleben der Schichten ist hier notwendig, weil sie einerseits durch den vorigen Schritt (Schneiden) zerstört wurden, andererseits um die neu entstandenen Schnitte zu verbinden. Als letzter Schritt vor der Netzgenerierung sind die Materialdaten, die in Tabelle 4.1 stehen, zu definieren. Ohne diese Festlegung würden für sämtliche dargestellten Schichten die Materialdaten der ersten Schicht gelten, was natürlich unzulässig ist. Dieser Schritt musste nach dem Schneiden und dem erneuten Kleben erfolgen, weil durch das Schneiden die Zuordnung der Materialdaten zerstört werden kann. Beim Vernetzen gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste Netzgenerierungsmethode nutzt die Symmetrieeigenschaften des Moduls. Das Netz wird hier nur für eine symmetrische Komponente des Modells erstellt. Durch Boole'sche Operationen wie Kopieren, Reflektieren, bzw. Zusammenkleben von Teilen wird dann das Gesamtmodul unter Verwendung der symmetrischen Komponente generiert. In diesem Fall ist von Vorteil, dass die Generierung sehr schnell erfolgt. Nachteilig könnte sein dass, beim Komplettaufbau unter Umständen manche Knoten und Elemente des Moduls und seines Netzes beim Kleben der beiden Teile des Moduls nicht erfasst werden. Die zweite Möglichkeit besteht darin, das Modul komplett aufzubauen und danach das Netz zu generieren. Ein Vorteil ist, dass sich der Anwender keine Gedanken mehr machen muss über die Knoten und Elemente, es werden sicher alle Knoten und Elemente erfasst. Nachteilig ist, dass die Netzgenerierung längere Zeit dauert als bei der vorigen Alternative.



**Abb. 4.5**  
**Modul mit seinem Netz mittels Geometriemodellierung**  
**(Solid Modeling) erzeugten Netz**

Weil die Chipflächen sehr klein im Vergleich zu den anderen Schichten sind, wurde das Netz fein gewählt, um einerseits die Temperaturverteilung sehr hoch aufgelöst zu erfassen und andererseits, um sehr genaue Ergebnisse zu bekommen. In Abb. 4.5 ist das Modul mit seinem Netz gezeigt. Es ist nach der Geometriemodellierung (Solid Modeling) erzeugt worden.

Die Schichten von den Chips bis zu den DCB werden fein nachgebildet und haben eine Elementlänge von 1mm. Die Schichten, die darunter liegen, werden gröber vernetzt und haben eine Elementlänge von 4mm. Der übrige Teil der aktiven Fläche des Chips und die beiden Teile der verbleibenden Schichten wurden mit der direkten Eingabe einzelner Knoten und Elemente (Direktgenerierung) gebildet. Grund dafür ist die Berücksichtigung der Zwischenräume der Kupferschicht. Die Direktgenerierung erfolgt immer nach der automatischen Vernetzung. Für die Direktgenerierung bestehen zwei Möglichkeiten. Bei der Anwendung der ersten Möglichkeit kopiert der Anwender die Elemente mit ihren Knoten der benachbarten Schicht und klebt sie zusammen. Diese Möglichkeit ist sehr schnell, könnte aber beim Kleben der Schichten Knoten eventuell nicht erfassen. Die zweite Möglichkeit besteht darin, ein Element und seine Knoten einzeln aufzubauen. Diese Methode ist sicherer als die erste, benötigt jedoch viel Zeit.



**Abb. 4.6**  
**Das Modul mit seinem vollständigen**  
**Netz**

Das Modul ist mit seinem Netz vollständig in Abb. 4.6 dargestellt. Man erkennt in wie viele kleine Volumen das Modul zerlegt wurde und welche Anzahl an Knoten und Elementen das Modul benötigt.

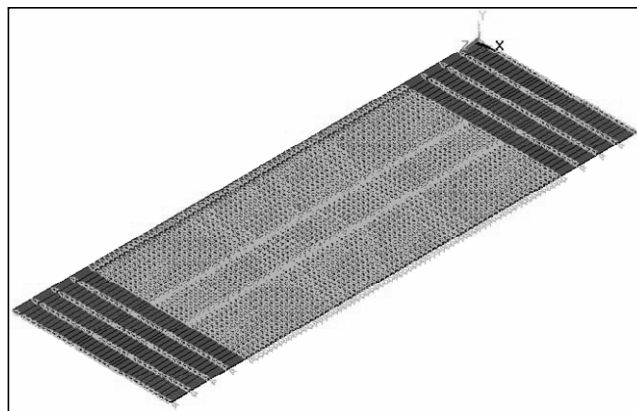
Die beiden Arbeitsweisen sowie Vorgehensweisen bei der Geometriegenerierung und die Vernetzungsarten sind ausführlich im Abschnitt 3.6.2 dargestellt.

### 4.3.3 Die Lösungen des Gleichungssystems

Wie schon erwähnt, bietet das ANSYS-Programm mehrere Möglichkeiten für die Lösung der Simulationsaufgabe. Für unsere Simulationen benötigen wir lediglich zwei von ihnen, die so genannte stationäre- und die transiente Lösung. Diese beiden Lösungsverfahren sind bei Leistungsmodulen für die Auswertungen notwendig, um die Temperaturverteilung in den Modulen sowie die Sperrschichttemperaturen zu berechnen und die thermischen Parameter der Halbleitermodule zu bestimmen. Zu den Aufgaben der Lösung gehört auch die Eingabe der Randbedingungen, die bei dem simulierten Modul wie folgt definiert werden.

#### 4.3.3.1 Gegebene Randbedingungen

- **Randbedingung 1 (Siehe Randbedingung 1.Art im Kapitel 2)**



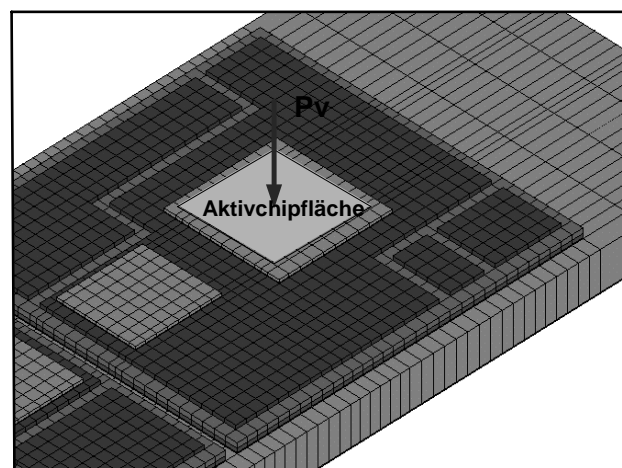
**Abb. 4.7**  
**Die untere Seite der Wärmeleitpaste mit**  
**konstant gehaltener Temperatur**

Die erste Randbedingung gemäß Abb. 4.7 ist der Boden, wobei hier die Wärmeleitpaste auf einer konstanten Temperatur zu halten ist, d.h. es wird ein idealer Kühlkörper vorausgesetzt.

Ideale Kühlung muss deshalb angenommen werden, weil einerseits den extremen Unterschieden zwischen den kleinen Chips, den darunter liegenden Schichten und der Größe des Kühlkörpers Rechnung zu tragen ist, die alle jeweils viele Volumeneinheiten benötigen. Andererseits ist die vollständige Modellierung des Moduls mit dem gesamten Kühlungssystem, bedingt durch die vielen Volumina bzw. vielen Knoten und Elemente (z.B. bei gerippten Kühlkörpern) sehr schwierig. Sie benötigt viel Zeit für den Aufbau des Moduls und die Simulation. In Ausnahmefällen kann das Modul vereinfacht mit einem massiven Kühlkörper angesetzt werden.

- **Randbedingung 2 (Siehe Randbedingung 2.Art im Kapitel 2)**

Hier werden konstante Leistungen in den Chip eingepreßt, von dem die Sperrschichttemperatur und die thermischen Parameter bestimmt werden sollen. Die eingepreßte Leistung wird als Flächenlast (Leistung pro Fläche) auf der Chipoberfläche vorgegeben. Die eingepreßte Fläche ist hier nur die Aktivchipfläche des Chips. Die restliche Fläche wird frei gelassen. Abb. 4.8 zeigt die aktive Chipfläche des IGBT des Moduls mit einer eingepreßten Leistung.



**Abb. 4.8**  
**Aktivchipfläche des IGBT des Moduls mit**  
**einer Leistung  $P_v$**

Die eingeprägte Leistung ist bei stationärer Lösung konstant, unabhängig von der gegebenen Zeit. Dagegen wird sie bei den transienten Lösungen nur für ein gegebenes Zeitintervall als konstant festgelegt.

### 4.3.3.2 Stationäre Lösung

Bei den stationären Berechnungen wird davon ausgegangen, dass die Temperaturverteilungen sich nicht mit der Zeit ändern (Siehe Abschnitt 2.1.1 dritter Sonderfall). In diesem Zustand sind die Effekte der Wärmeleitung, diejenigen von Wärmequellen (eingepägt im Chip) sowie von Randeinflüssen wie z.B. eine konstante Temperatur von Bedeutung. Nicht jedoch von Bedeutung sind die Effekte der Wärmekapazitäten und des Wärmespeichervermögens des untersuchten Moduls. Mittels stationärer Temperaturfeldberechnung können Temperaturen der Knoten, thermische Gradienten, Wärmestromdichten und Wärmeströme in dem Modul berechnet werden. Für die Bestimmung der thermischen Widerstände genügt es bei den hier durchgeführten Simulationen, die Temperaturen der Knoten zu berechnen. Diese Lösung erfolgt sehr schnell und braucht bei der Durchführung der Simulation nur einen Zeitschritt, da alle gegebenen Materialdaten des Moduls linear sind (Siehe Gl. (3.16)).

### 4.3.3.3 Transiente Lösung

Bei den transienten Temperaturberechnungen, wo sich Modellparameter mit der Zeit ändern, ist die Wärmespeicherung im Material des untersuchten Moduls von Bedeutung (Siehe Abschnitt 2.1.1 erster Sonderfall). Die maßgebende physikalische Größe ist die Wärmekapazität. Im allgemeinen wird diese Größe durch die Kombination der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  mit der Dichte  $\rho$  des Materials erfasst. Im Gegenteil zur stationären Lösung braucht die transiente Analyse mehrere Zeitschritte, weshalb sie sehr lange dauert. Die Dauer der Analyse ist abhängig von der Diskretisierung der gegebenen Zeit und der Vernetzung d.h. der Anzahl der Knoten, Elemente und Volumina (siehe Gl. (3.17)).

### 4.3.4 Auswertungen und Ergebnisdarstellung

Für die Auswertungen stehen im ANSYS-Programm viele Tools für die Temperaturberechnungen zur Verfügung, mit denen solche Kenngrößen wie Temperaturen, thermische Gradienten, Wärmestromdichten und Wärmeströme berechnet werden können. Die wichtigste von ihnen ist der Freiheitsgrad der Knoten (die Temperaturen) bei den Simulationen. Von diesen Auswertungen werden die Sperrschichttemperaturen der Chips aus der vorher berechneten Lösungsmenge selektiert und die thermischen Parameter wie thermische Widerstände und thermische Impedanzen bestimmt.

#### 4.3.4.1 Bestimmung der thermischen Widerstände

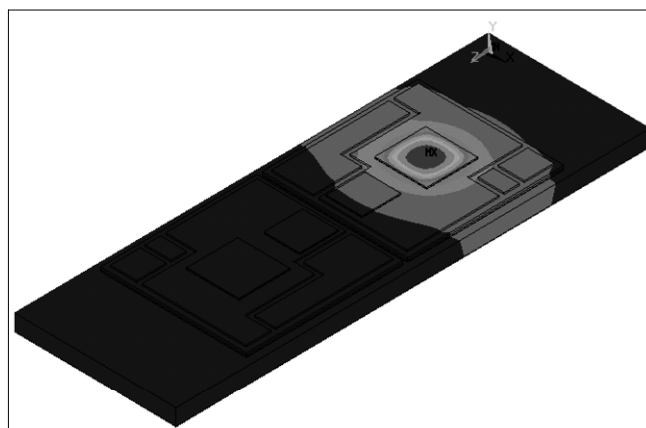


Abb. 4.9

**Die Temperaturverteilung des IGBT-Moduls bei eingetragener konstanter Leistung**

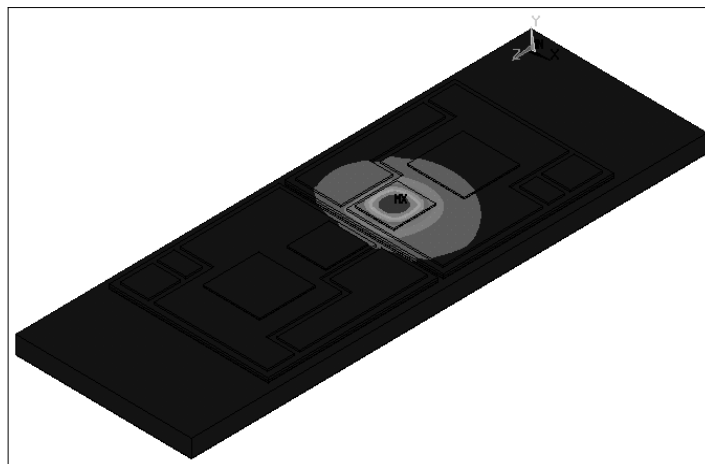
Die thermische Wärmeleitung für das Modul soll mit Hilfe des eindimensionalen Ersatzmodells ermittelt werden. Zur Bestimmung der Ersatzmodellkonstanten wird eine definierte Leistung in die einzelnen Chips, wie schon erwähnt, eingetragt und die entstehende Temperaturdifferenz zwischen Sperrschicht und einem Punkt erfasst. Aus der eingetragenen Leistung und dem Temperaturunterschied berechnet sich der stationäre thermische Widerstand  $R_{th}$  (wobei  $R_{th}$  nach der Methode der stationären Lösung bestimmt wird). Für das gegebene Modul wurde eine konstante Leistung pro Fläche je Chip eingetragt, wobei der Boden auf einer konstanten Temperatur zu halten ist. In Abb. 4.9 ist die Temperaturverteilung im Modul zu sehen, nachdem einem der IGBTs eine Leistung von 100W eingetragt wurde. Die

Bodentemperatur ist hier auf 25°C gehalten. Da die Lösung stationär erfolgt, benötigt die Simulation nur einen einzigen Schritt. Der mittlere Knoten des Chips ist hier von Bedeutung, weil er die maximale Temperatur annimmt. Diese Temperatur und die des gegenüberliegenden Punktes an der Grundbodenplatte wird in das eindimensionale Ersatzmodell eingesetzt. Die beiden Gl. (4.1) und (4.2) sind für die Abbildung der thermischen Widerstände zwischen den Chips und darüber hinaus sowohl für die Bodenplatte als auch für die Wärmeleitpaste zuständig.

$$R_{th_{j-c}} = (T_j - T_c) / P_v \quad (4.1)$$

$$R_{th_{j-wlp}} = (T_j - T_{wlp}) / P_v \quad (4.2)$$

In Abb. 4.10 ist die Temperaturverteilung im Modul zu sehen, nachdem einem der beiden Chips (Diode) eine Leistung von 90W eingepreßt wurde. Die Bodentemperatur wurde auch hier auf 25°C gehalten.



**Abb. 4.10**

**Die Temperaturverteilung auf das Modul, wenn einer Diode eine Leistung eingepreßt ist**

In Tabelle 4.5 sind einige wichtige Werte angegeben, die mit dem Verfahren der stationären Lösung berechnet wurden. Es handelt sich dabei um folgende Werte. Die eingepreßten Leistungen der Chips (sowohl IGBT als auch Diode), die mittlere Temperaturpunkte der Chips, die gegenüberliegenden Temperaturpunkte auf der Grundbodenplatte, sowie Temperaturen der Wärmeleitpaste und die thermischen

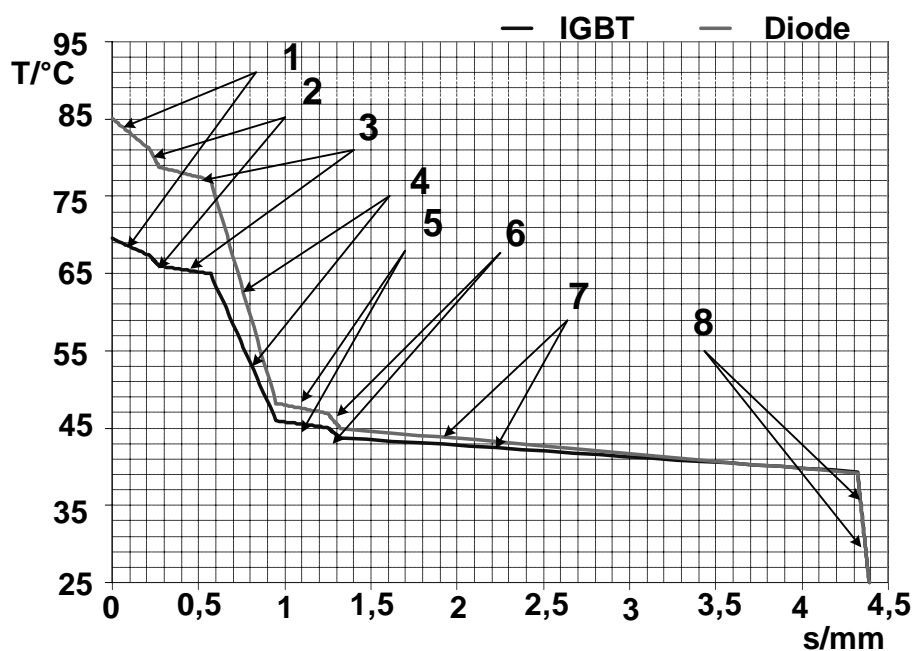
Widerstände zwischen Sperrschichttemperaturen und Grundbodenplatte einerseits und Sperrschichttemperaturen und Wärmeleitpaste andererseits.

<i>Chips</i>	<i>P<sub>v</sub>/W</i>	<i>T<sub>j</sub> /°C</i>	<i>T<sub>c</sub> /°C</i>	<i>T<sub>wlp</sub> /°C</i>	<i>R<sub>th<sub>j-c</sub></sub> (°C/W)</i>	<i>R<sub>th<sub>j-c</sub></sub> (°C/W)</i>
<i>IGBT1</i>	<i>100</i>	<i>69,536</i>	<i>39,356</i>	<i>25</i>	<i>0,3</i>	<i>0,445</i>
<i>Diode1</i>	<i>90</i>	<i>85,058</i>	<i>39,111</i>	<i>25</i>	<i>0,51</i>	<i>0,667</i>
<i>IGBT2</i>	<i>100</i>	<i>69,536</i>	<i>39,356</i>	<i>25</i>	<i>0,3</i>	<i>0,445</i>
<i>Diode2</i>	<i>90</i>	<i>85,058</i>	<i>39,111</i>	<i>25</i>	<i>0,51</i>	<i>0,667</i>

**Tabelle 4.5**

**Ausgewertete Daten nach den Simulationsergebnissen**

Gemäß Abb. 4.11 sind zwei Pfade für die Temperatur in Abhängigkeit von der Tiefe der Punkte dargestellt. Der Ausgangspunkt der beiden Kurven bildet dabei jeweils den Chipmittelpunkt. Der Weg wird dabei senkrecht bis zu der Wärmeleitpaste am Boden beschrifteten. Im ersten Fall wurde ein IGBT mit einer eingepprägten Leistung und im anderen Fall eine Diode verwendet. Die Nummerierungen in der Abbildung stehen für die Schichten.



**Abb. 4.11**

**Zwei Pfade für die Temperatur in Abhängigkeit der Tiefe für ein IGBT und eine Diode**



Man sieht, dass der Temperaturabfall am stärksten in den Schichten vier und acht ist, weil sie die geringsten Wärmeleitfähigkeiten besitzen. Am flachsten sind die Verläufe in den Schichten drei, fünf und sieben. Alle drei Schichten sind aus Kupfer, welches eine sehr große Wärmeleitfähigkeit hat.

#### 4.3.4.2 Wirkungsweise der Wärmeleitpaste

Weil die Kontaktflächen am Modulboden und Kühlkörper nicht vollständig glatt sind, sondern mikroskopisch betrachtet (Abb. 4.12) sich einzelne Spitzen der Oberflächen berühren, gibt es einen Spalt - abhängig von der Rauigkeit der Oberflächen - der normalerweise mit Luft gefüllt ist. Der Wärmewiderstand kann somit durch Aufeinanderpressen beider Körper vermindert werden. Trotz der Aufeinanderpressung der Materialien wird keine vollständige Festkörperberührung der gesamten Fläche erreicht. In den verbleibenden Zwischenräumen befindet sich weiterhin Luft, die eine relativ schlechte Wärmeleitfähigkeit von 0,026W/mk besitzt. Aus diesem Grund füllt man die Zwischenräume mit Wärmeleitpaste auf, deren Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zur Luft 30 mal höher ist.

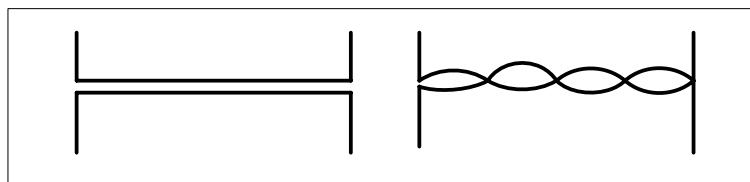


Abb. 4.12

Die Kontaktflächen a) ideal b) wirklich

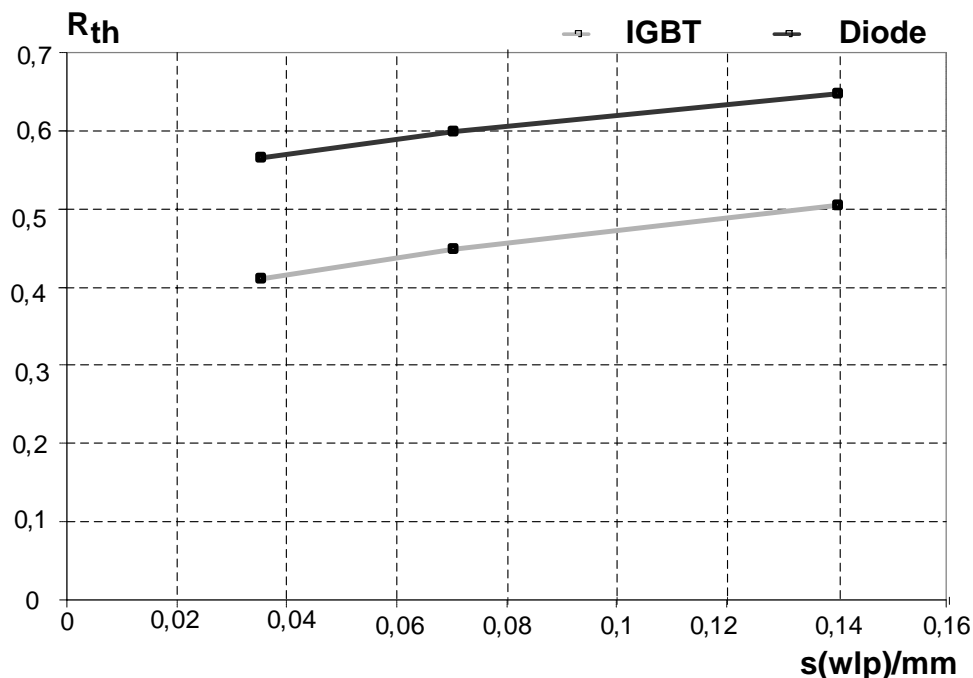
Schichten	Si	Lot	Cu	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
$\lambda_{schicht} / \lambda_{wlp}$	183	35	486	31

Tabelle 4.6

Das Verhältnis zwischen den anderen Schichten und die WLP

Im Vergleich zu den anderen Schichten im Modul besitzt die Wärmeleitpaste wie in Tabelle 4.6 zu sehen, eine relativ schlechte Wärmeleitfähigkeit. Daher hat diese Paste wesentlichen Anteil am thermischen Gesamtwidestand des Moduls.

Abb. 4.13 zeigt den thermischen Widerstand zwischen der Sperrschicht und der Wärmeleitpaste sowohl für die Diode als auch für den IGBT mit unterschiedlichen Wärmeleitpastedicken. Man erkennt hier, dass mit der Vergrößerung dieser Dicke der thermische Widerstand steigt. Es ist daher wichtig, dass bei der Montage von Leistungsmodulen auf Kühlkörpern nur die unbedingt notwendige Menge an Wärmeleitpaste verwendet wird.



**Abb. 4.13**  
**Abhängigkeit des thermischen Widerstands von der**  
**Dicke der Wärmeleitpasteschicht**

#### 4.3.4.3 Berechnung der Sperrschichttemperatur

Eine Aufgabe der Simulation besteht darin, die Sperrschichttemperaturen der Halbleiter in den Leistungsmodulen zu berechnen. In Abb. 4.14 ist die Sperrschichttemperatur für den mittleren Knotenpunkt eines Chips, in den eine gepulste Leistung eingepägt wurde, aufgetragen

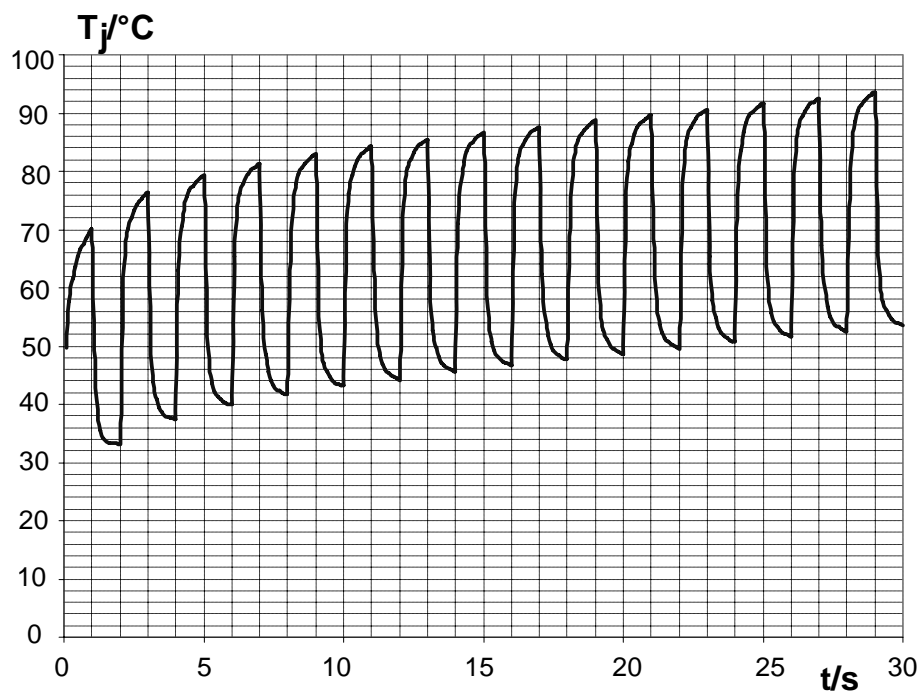


Abb. 4.14

**Sperrschichttemperatur eines IGBTs bei  
gepulster Leistungseinprägung**

Abb. 4.15 zeigt die Sperrschichttemperaturen bei Einprägung gepulster Verlustleistungen der vier Halbleiter, die alternativ ein- und ausgeschaltet werden

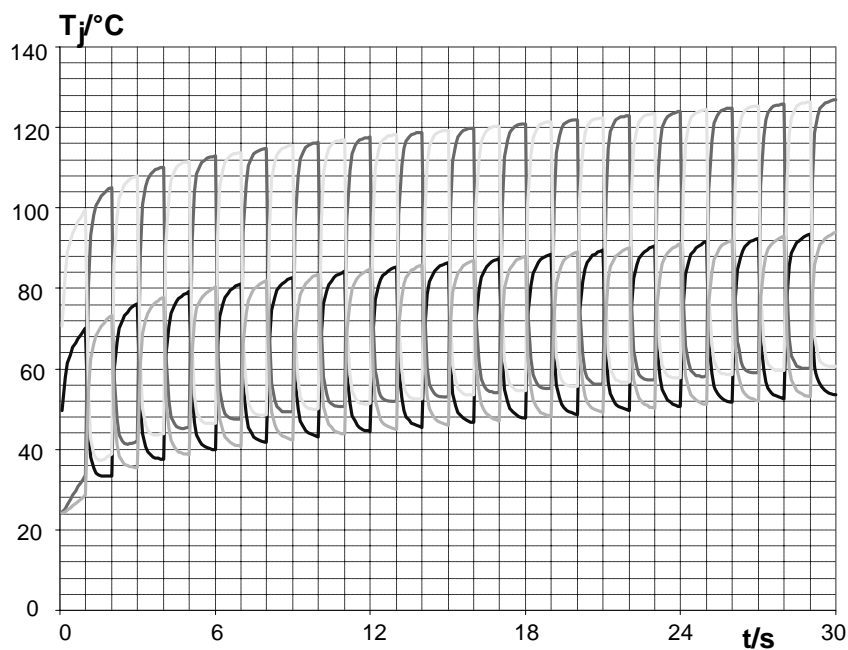


Abb. 4.15

**Sperrschichttemperaturen der vier  
Halbleiter des Moduls**

#### 4.3.4.4 Bestimmung von $Z_{th}$ -Kurven

Das zeitliche Verhalten der Wärmeleitung zwischen zwei gewählten Punkten kann mit einem Leistungssprung auf einen der Chips erfasst werden. Die Sprungantwort der thermischen Anbindung charakterisiert die thermische Impedanz  $Z_{th}$ . Die Bestimmung der thermischen Impedanzen ist komplexer als die der thermischen Widerstände. Dieser Vorgang braucht viel Zeit und wird bei diesem Modul mit seiner feinen Vernetzung in sechs Schritten durchgeführt.

- **Schritt 1:** In dem vorliegenden Fall sollen zunächst die Anfangsbedingungen (entweder eine Anfangstemperatur oder eine Umgebungstemperatur) berechnet werden. Als Anfangsbedingung wird hier in dem Modul eine konstante Temperatur von 25°C am Boden vorgegeben. Als Problemzeit wird ein sehr kleines Zeitintervall von z.B.  $t_1=1e-6s$  gegeben. Ein Grund dafür ist, dass das ANSYS-Programm keine Lastzustände zum Zeitpunkt  $t=0$  erlaubt. Dieser Schritt verläuft darauf folgend wie beim Verfahren der stationären Lösung. Die Knotentemperaturen nach diesem Schritt sind überall im Modul 25°C.

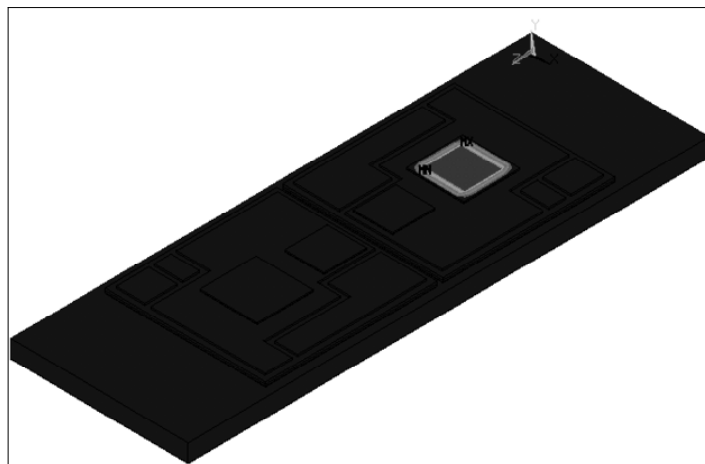


Abb. 4.16

Die Temperaturverteilung nach 0,0001s

- **Schritt 2:** Dieser Zeitschritt bezieht sich auf das Zeitintervall  $t_1>0$  bis  $t_2$ . Dafür wurde den Chips eine Leistung von 100W (Leistung pro Fläche) eingepreßt. Dieser Schritt läuft bis zum Zeitpunkt  $t_2=0,0001s$ . Dieses

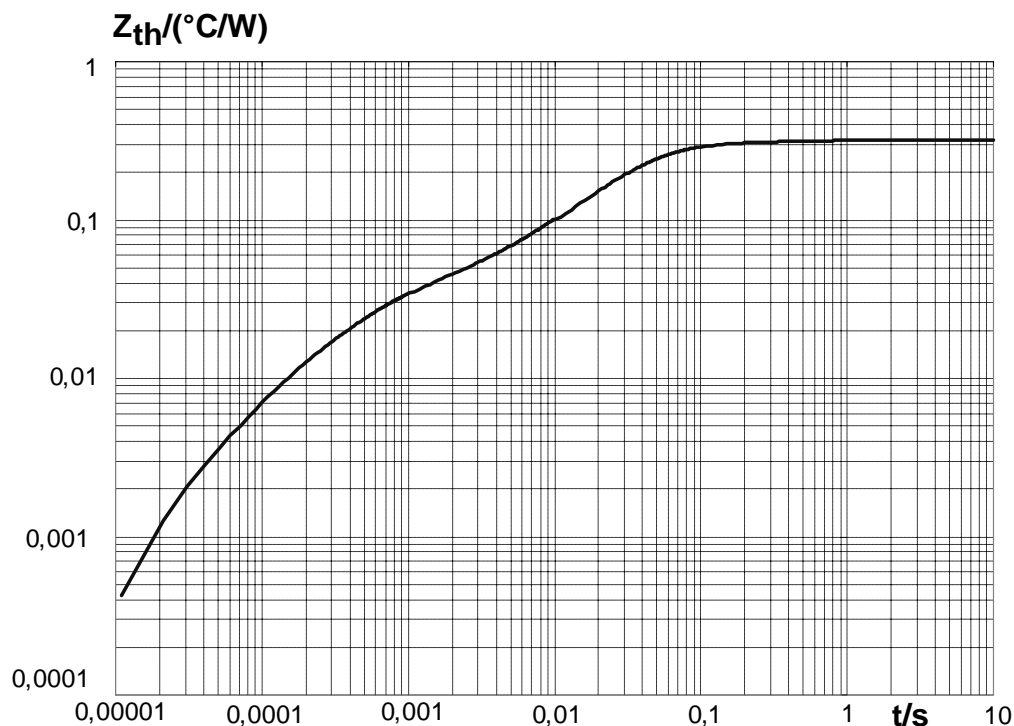
Zeitintervall wurde in 100 Einzelschritte unterteilt. Abb. 4.16 zeigt die Temperaturverteilung im Modul nach der Beendigung der Simulation zu dem Zeitpunkt  $t_2$ . Der IGBT, dem die oben genannte Leistung eingeprägt wurde, ist in obiger Abbildung zu sehen.

- **Schritt 3 bis 6:** Alle diese Schritte verlaufen wie der vorige Schritt, aber für unterschiedliche Zeitintervalle. Alle Abbildungen für diese 4 Schritte sind im Anhang A enthalten.

Sowohl für den Knotenpunkt mit der maximalen Temperatur als auch für den gegenüber liegenden Punkt am Grundboden wurde hier ähnlich wie bei der Berechnung des thermischen Widerstandes das eindimensionale Ersatzmodell eingesetzt

$$Z_{th_{j-c}}(t) = (T_j(t) - T_c(t)) / P_v(t) \quad (4.3)$$

Gl. (4.3) wurde für jeden Schritt 2 bis 6 berechnet. Die gebildeten Kurven wurden anschließend in einer Kurve zusammengefasst, wie in Abb. 4.17 zu sehen ist.



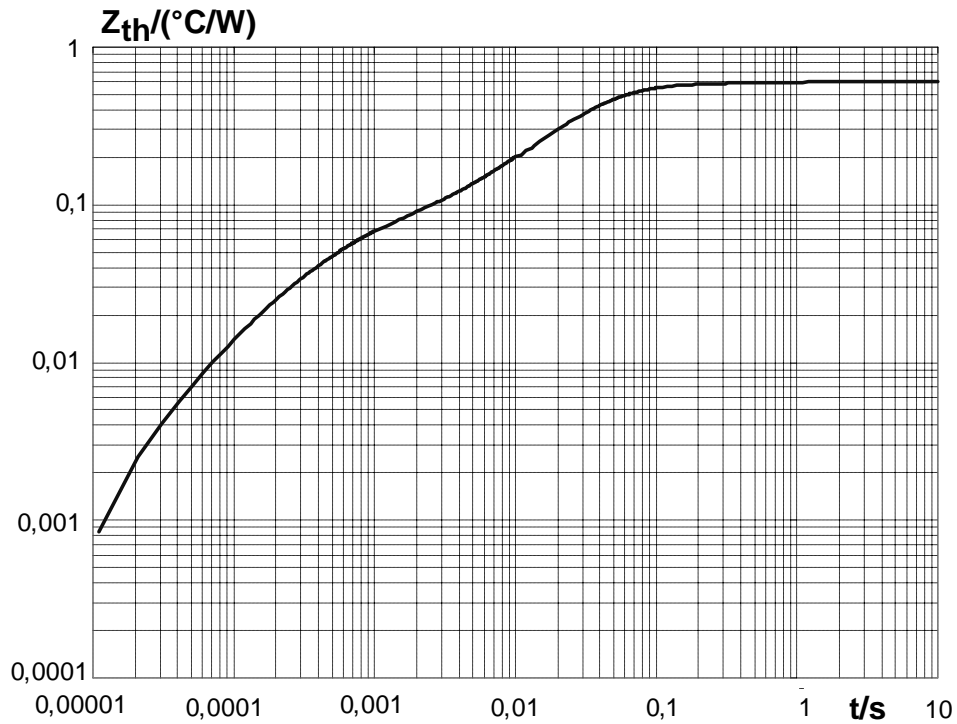
**Abb. 4.17**  
**Z<sub>th</sub>(t) des IGBTs**

Abb. 4.17 zeigt  $Z_{th_{j-c}}(t)$  für den IGBT in einem Zeitintervall von 0,00001s bis 10s.

Man sieht im Diagramm, dass der stationäre Zustand nach 0,1s erreicht wird.

Ähnlich wie beim IGBT verläuft die Bestimmung von  $Z_{th_{j-c}}(t)$  der Diode auch in 6 Schritten.

Abb. 4.18 zeigt den mittels Simulation ermittelten Verlauf  $Z_{th_{j-c}}(t)$  der Diode, wobei den 6 Schritten zugeordnete Verläufe zusammengefasst worden sind.



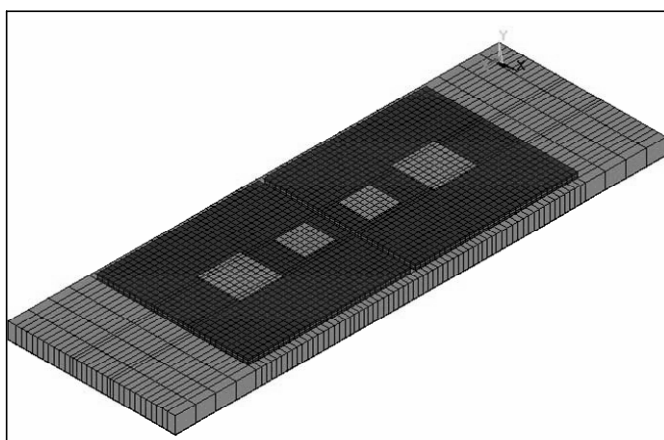
**Abb. 4.18**  
 **$Z_{th}(t)$  der Diode**

## 4.4 Vereinfachungen

### 4.4.1 Vereinfachung des Modulaufbaus

Für den Aufbau des Moduls in Abb. 4.6 kann das Modul mit seinen Schichten unter Nutzung der beiden Arbeitsweisen, der so genannten Geometriemodellierung (Solid Modeling) mit anschließender automatischer Vernetzung sowie der direkten Eingabe der einzelnen Knoten und Elemente (Siehe Simulation der Wärmeleitung Abschnitt 3.6.2) erstellt werden. Für den neuen Aufbau in Abb. 4.19 werden folgende Vereinfachungen durchgeführt.

- Die zweite Arbeitsweise (die direkte Eingabe der einzelnen Knoten und Elemente) wird hier nicht vorgenommen. d.h., die Zwischenräume in der Kupferschicht in Abb. 4.6 wurden vernachlässigt. Diese sind sehr klein und die Kupferschicht hat eine sehr viel größere Wärmeleitfähigkeit. Die Zwischenräume haben lediglich geringen Einfluss auf  $R_{th}$  und  $Z_{th}$ .



**Abb. 4.19**  
**Vereinfachter Aufbau des Moduls**

Ein Teil des Chips wurde ebenfalls vernachlässigt, nur der aktive Teil wurde berücksichtigt. Dieser Teil ist deutlich größer als der zu vernachlässigende Teil. Aus der Tabelle 4.7 geht hervor, dass obwohl der Aufbau des Modells vereinfacht wurde, dieses mehr Elemente und Volumina hat als das erste Modell (Abb. 4.6). Dies ist wie folgt zu erklären.

- Es treten Elemente auf, weil die Lücken in der Kupferschicht des ersten Modells in dem zweiten vernachlässigt wurden. Sie sollen mit neuen Elementen bedeckt werden.

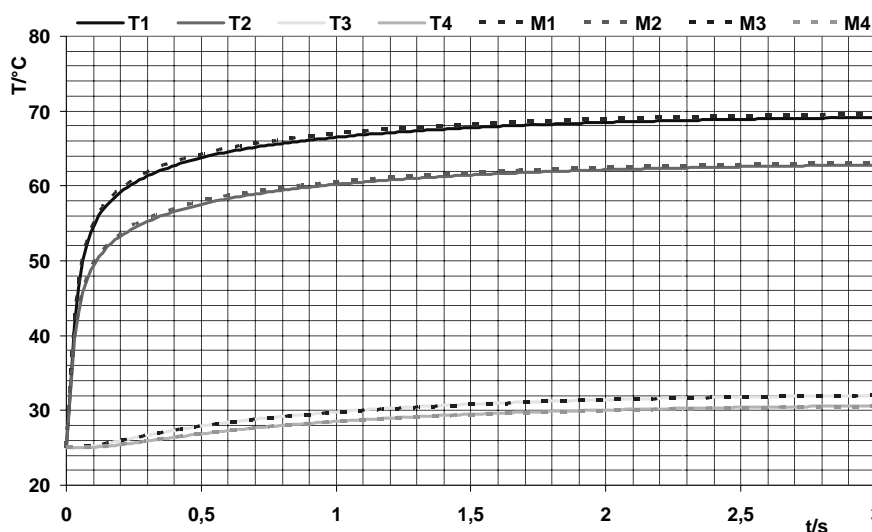
Name	Modell1	Modell2
Knoten	16168	16103
Elemente	12741	12817
Volumen	596	657

**Tabelle 4.7**

**Anzahl der Knoten, Elemente und Volumen**

- Es treten mehr Volumenelemente auf, weil die Kupferschicht in dem zweiten Modell durch die erste Arbeitsweise (Solid Modeling) aufgebaut ist und beim Schneiden des Modells in kleine Volumina unterteilt wird. Bei dem ersten Modell wurde das Modul durch die zweite Arbeitsweise aufgebaut, das keine Zerlegung in kleinere Volumina benötigt. Es wurde direkt aus Knotenelementen aufgebaut.

Die Abb. 4.20 vergleicht die Ergebnisse zwischen den Modellen gemäß Abb. 4.6 und dem vereinfachten Modell gemäß Abb. 4.19. Das transiente Verfahren für die beiden Modelle wurde im Zeitabschnitt von 0s bis 3s mit einer eingprägten Leistung von 100W untersucht. Die Böden der beiden Modelle wurden auf einer konstanten Temperatur von 25°C gehalten.



**Abb. 4.20**

**Vergleich der beiden Modelle bei Einprägung des IGBTs**



Abb. 4.20 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der dargestellten Kurven. Die Kurven wurden dabei jeweils für identische Raumpositionen bestimmt. Die Punkte T1 bis T4 sind die Temperaturkurven des ersten Modells. Das zweite Modell wird durch die Punkte M1 bis M4 gekennzeichnet.

Derselbe Vergleich wurde nach der Einprägung einer Verlustleistung in eine der Dioden gemäß Abb. 4.21 angestellt. Auch die Kurven für die schon gewählten Punkte sind aufgeführt. Man sieht, dass die Abbildung dieselben Ergebnisse wie im Fall zuvor zeigt.

Als Schlussfolgerung für diese Vereinfachung sind wie folgt zwei Punkte zu nennen:

- Mit dieser Vereinfachung erzielt man sehr gute Ergebnisse, weil nur die aktive Chipfläche mit der eingepprägten Leistung auf beiden Modulen berücksichtigt wird. Diese ist auf beiden Modulen gleich.
- Obwohl diese Vereinfachung mehr Elemente und Volumina braucht, was negative Auswirkungen auf die Simulationszeit hat, ist die Gesamtzeit der Modellierung und der Simulation geringer, weil sich die Anzahl der zusätzlichen Elemente und Volumina nur geringfügig erhöht. Dies bedeutet insgesamt einen deutlich reduzierten Zeitaufwand für den gesamten Untersuchungszeitraum.

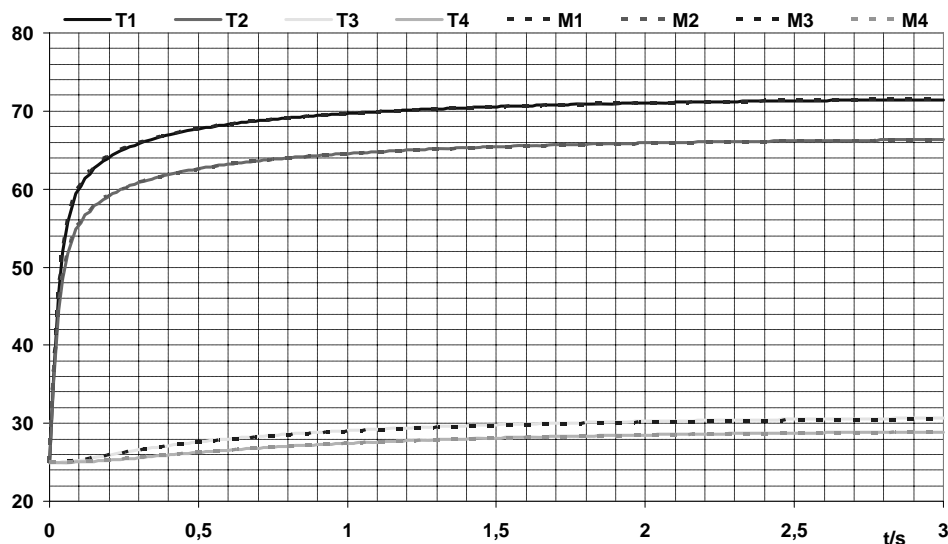


Abb. 4.21

Vergleich der beiden Modelle bei Einprägung zweier Dioden

### 4.4.2 Netzvereinfachung

In diesem Abschnitt wird das in diesem Kapitel erläuterte Modul mit verschiedenen Netzgrößen von grob bis fein untersucht. Es werden sowohl die Fehler berechnet, als auch die Vor- und Nachteile dieser Vereinfachung aufgezeigt. Für diese Untersuchung wird das Modul mit unterschiedlichen Netzgrößen in drei unterschiedlichen Modellen abgebildet

- **Modell 1** hat ein sehr feines Netz. Die Elementlänge für die Chips und die darunter liegende Kupferschicht beträgt 1mm, in den anderen Schichten - einschließlich Bodenplatte und Wärmeleitpaste - hat jedes Element eine Länge von 4mm.
- **Modell 2** ist gröber als Modell 1. Hier beträgt die Elementlänge 2mm für die Chips und die darunter liegenden Kupferschicht und 8mm für die übrigen Schichten.
- **Modell 3** ist sehr grob vernetzt. Jedes Volumen entspricht hier einem Element. Man sieht in der Tabelle, dass für dieses Modell die Anzahl der Volumina gleich der Anzahl der Elemente ist.

Die drei Modelle werden nachfolgend miteinander verglichen.

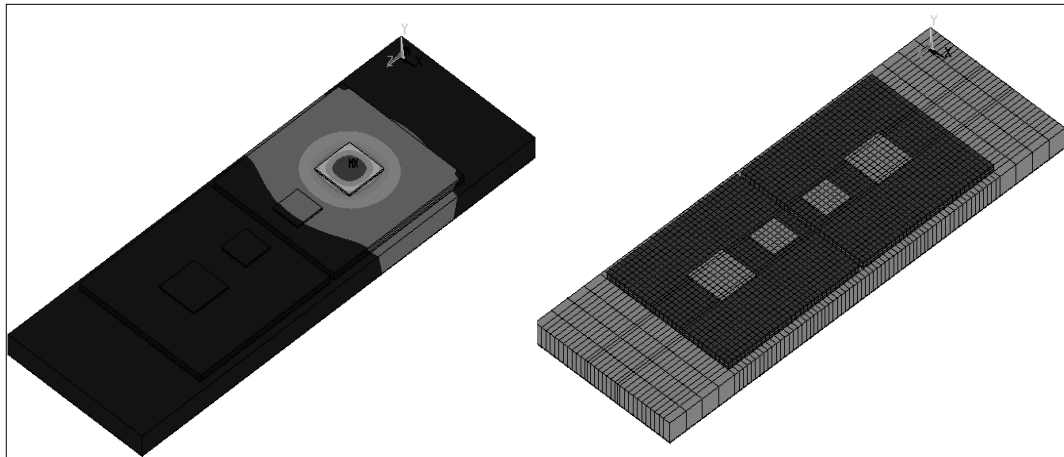
- Tabelle 4.8 gestattet einen Vergleich der Anzahl der Knoten, der Elemente und der Volumina für die drei Modelle. Mit der Reduzierung der Anzahl der Knoten und Elemente in Modell 2 und 3 wird sowohl die Zeit für die Netzgenerierung während des Modellaufbaus als auch die Simulationszeit zur Gewinnung der Lösung im Vergleich zu Modell 1 deutlich herabgesetzt

<i>Name</i>	<i>Modell1</i>	<i>Modell2</i>	<i>Modell3</i>
<i>Knoten</i>	16103	5219	1031
<i>Elemente</i>	12817	3941	657
<i>Volumen</i>	657	657	657

**Tabelle 4.8**

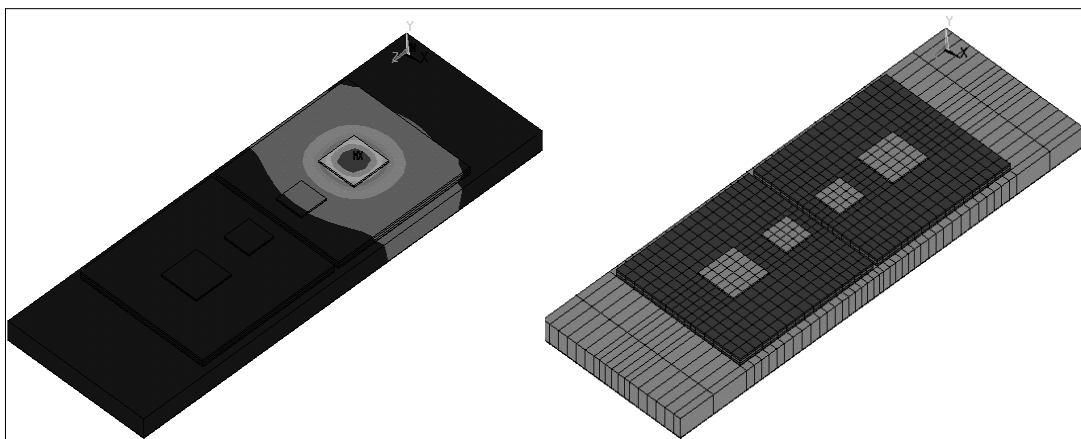
**Die Anzahl der Knoten, Elemente und Volumen der drei Modelle**

- Abb. 4.22 bis Abb. 4.24 zeigen die drei Modelle mit ihren Netzen. Für jedes Modell sind die Temperaturverteilungen dargestellt. Der Vergleich ergibt, dass bei einem grobmaschigen Netz nur stark fehlerbehaftete Temperaturverteilungen berechnet werden können. Dagegen erreicht man eine sehr realitätsnahe Temperaturverteilung bei den feinmaschigen Netzen.



**Abb. 4.22**

**Temperaturverteilung bei sehr feinmaschigen Netz**



**Abb. 4.23**

**Temperaturverteilung bei grobmaschigen Netz**

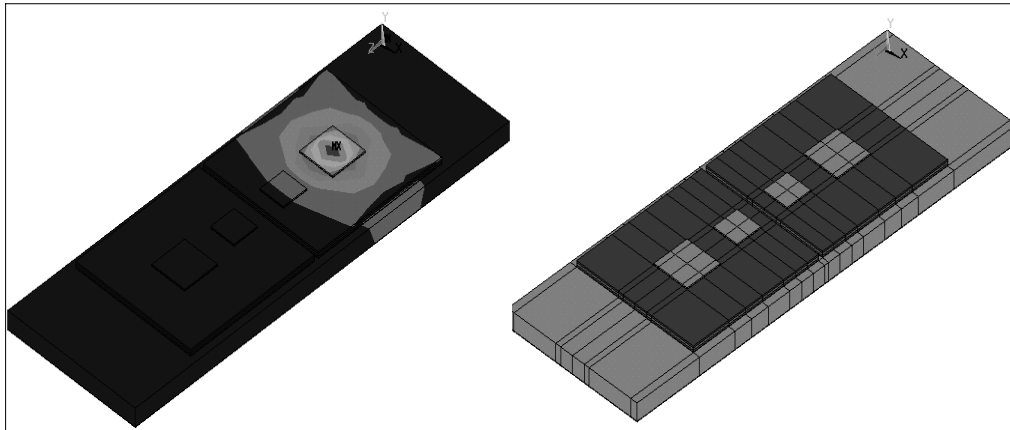


Abb. 4.24

**Temperaturverteilung bei sehr grobmaschigem Netz**

- Für die drei Modelle können die Sperrschichttemperaturen, die durch Einprägung einer Leistung in eines der IGBT-Chips der oben beschriebenen Module berechnet wurden, miteinander verglichen werden. Aus den gezeigten Kurven gemäß Abb. 4.25 geht hervor, dass die Fehler zwischen den Modellen mit feinmaschiger und sehr grobmaschiger Vernetzung unter 2°C liegen.

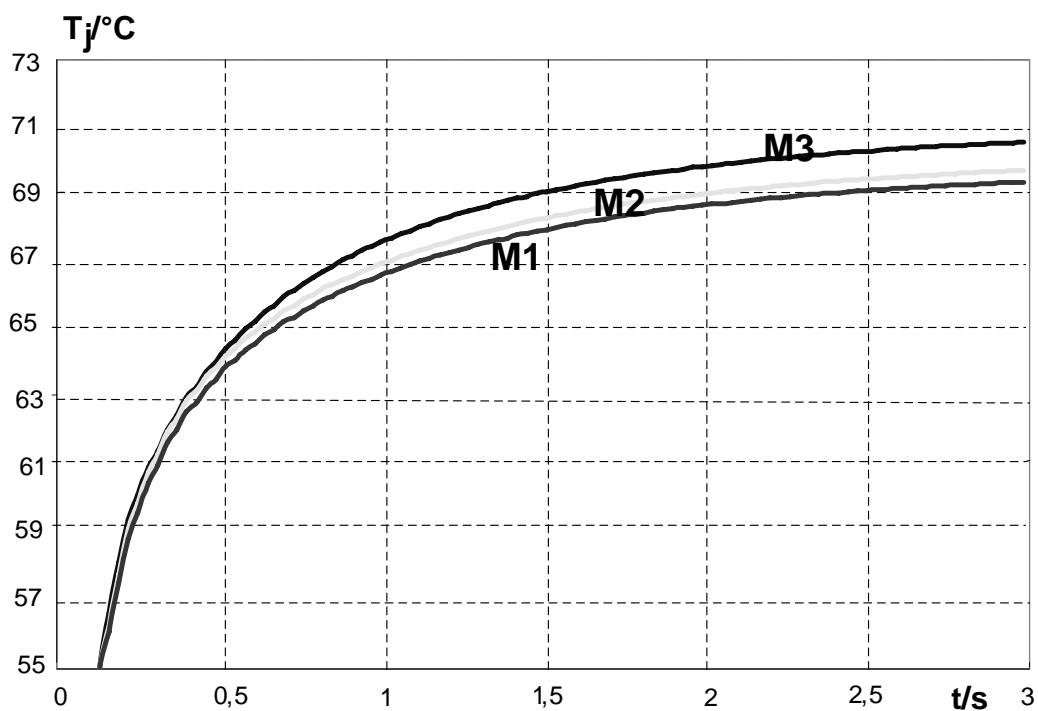


Abb. 4.25

**Sperrschichttemperaturen der drei Modelle bei Einprägung einer Leistung in einen der IGBT-Chips**

Als Vorteile dieser Vereinfachung sind zu nennen, dass man eine deutliche Reduzierung der Netzgenerierungszeit und der Simulationszeit erreicht. Das wirkt sich sehr deutlich auf die benötigte Zeit zur Generierung des Modells der Leistungsmodule bis hin zur Auswertung der Ergebnisse aus. Der zweite Vorteil ist, dass der Fehler für die Berechnungen der Sperrschichttemperaturen zwischen den fein- und sehr grobmaschigen Netzen unter 2°C liegt. Dieser Wert liegt in dem zulässigen Bereich. Als Nachteile dieser Vereinfachung ist die unzureichende Temperaturverteilung anzusehen.

## 5 Messungen

### 5.1 Einführung

In diesem Kapitel soll betrachtet werden, in wie weit die Messungen mit der Simulation übereinstimmen. Zu diesem Zweck wurde ein Leistungsmodul simuliert und parallel dazu im Labor experimentell untersucht. Die Ergebnisse werden miteinander verglichen und die Fehler abgeschätzt. Für die Simulation werden die dynamischen und statischen Parameter bestimmt. Diese werden in thermischen Modellen verwendet, um die Sperrschichttemperaturen der Bauelemente des Moduls online zu bestimmen. Bei der experimentellen Untersuchung werden die Sperrschichttemperaturen direkt gemessen [52].

### 5.2 Kurzdarstellung des Moduls

Das verwendete Modul gehört zur Baureihe SKM 40 GD 123 der Firma SEMIKRON. Dieses Modul besitzt eine eigene Bodenplatte und enthält eine dreiphasige IGBT-Vollbrücke mit antiparallelen CAL-Dioden.

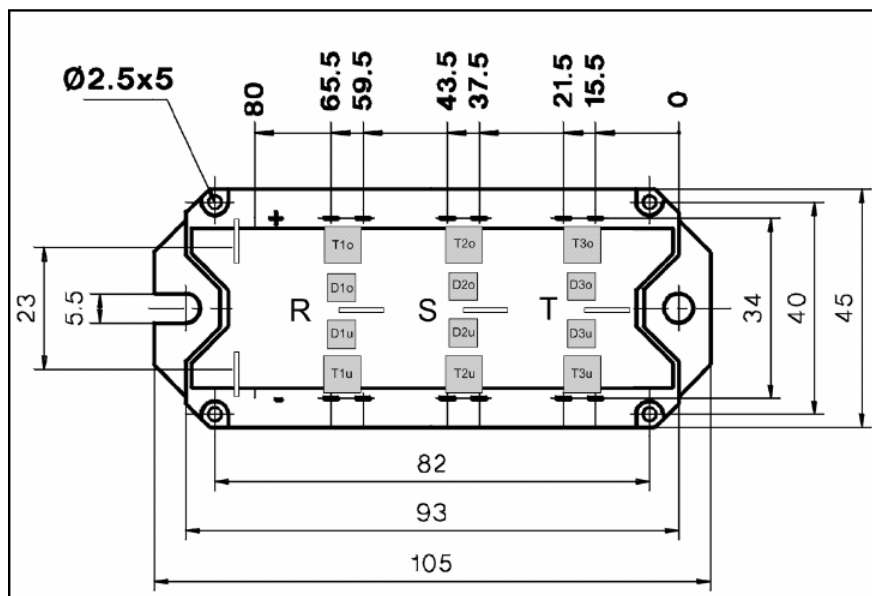


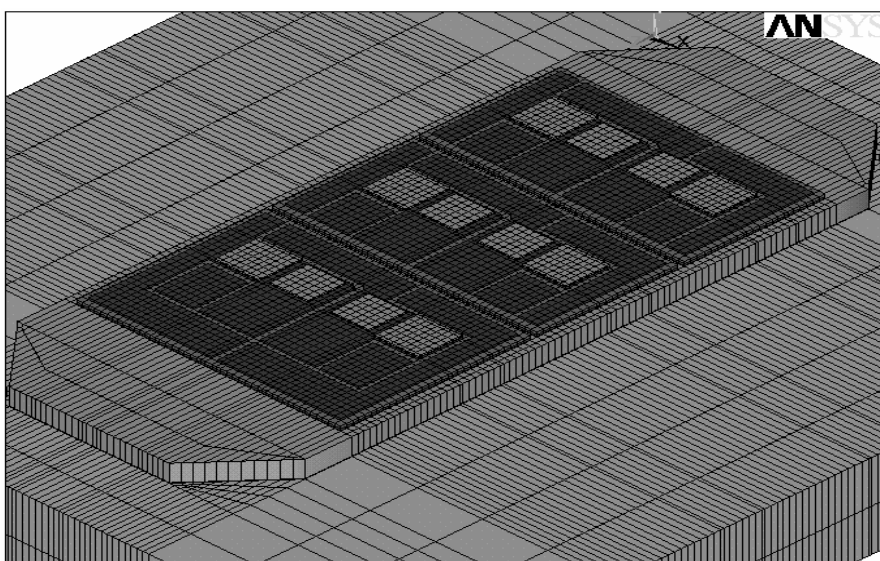
Abb. 5.1

Aufbau des experimentell untersuchten Moduls

Die Halbleiterbauelemente dieses Moduls sind für eine maximale Sperrspannung von 1200V ausgelegt. Sie können mit einer maximalen Stromstärke von 40A belastet werden. Der eingesetzte Modultyp realisiert jeden Schalter der Wechselrichtertopologie mit einem IGBT und einer antiparallelen Diode. Für die Betrachtungen sollen die einzelnen Chips charakterisiert werden. Die Größenverhältnisse im Modul sind aus Abb. 5.1 zu entnehmen. Die integrierten Halbleiter in diesem Modultyp sind für den Wechselrichterbetrieb optimiert. Damit besitzen die IGBT-Chips eine größere Fläche als die antiparallelen Dioden.

### 5.3 Kurzdarstellung der Simulation

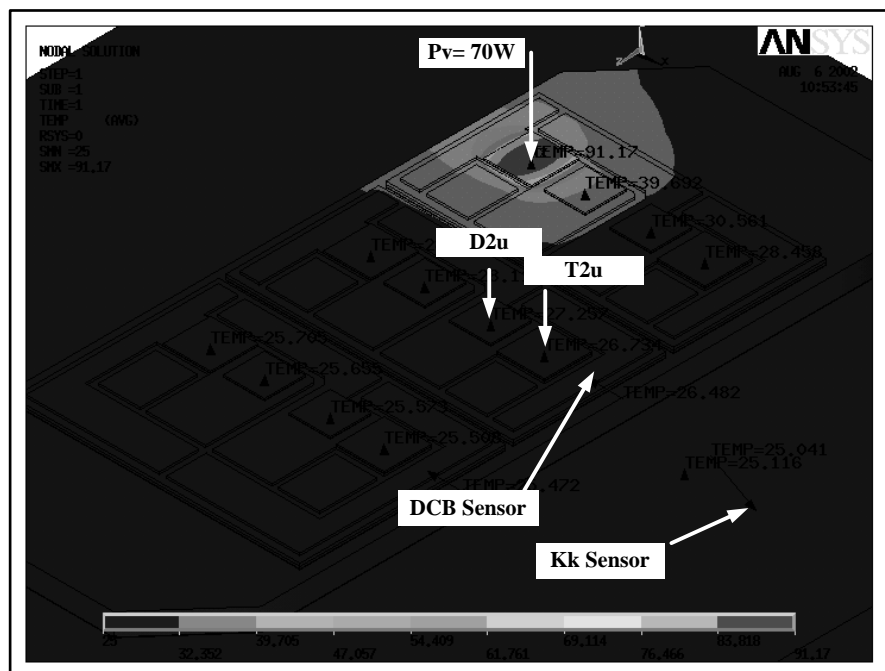
Das Modul gemäß Abb. 5.2 wurde exakt, d.h. ohne jegliche Vereinfachungen modelliert. Mit anderen Worten, es wurden die beiden Arbeitsweisen, Geometriemodellierung (Solid Modeling) mit anschließender automatischer Vernetzung und direkter Eingabe einzelner Knoten und Elemente angewendet. Die Zwischenräume in der Kupferschicht und der Rest der Aktivchipflächen wurden bei der Modellierung berücksichtigt. Zusätzlich zu diesem Modul wurde ein massiver Kühlkörper modelliert, der die Größe des oberen Teils des Kühlkörpers des Versuchs hat. Das Netz des Moduls ist sehr feinmaschig gewählt, um Ergebnisse zu erzielen, die das reale Verhalten möglichst genau widerspiegeln.



**Abb. 5.2**  
**Modul mit einem massiven Kühlkörper nach**  
**der feinmaschigen Vernetzung**

Sowohl für die Simulationen als auch für die Messung werden folgende Begriffe definiert, um die Simulationen und die Messung miteinander einheitlich vergleichen zu können.

- **Referenzhalbleiter:** Die simulierten Ergebnisse und die Messergebnisse wurden für die beiden mittleren unteren Chips, den IGBT-Chip (T2u) und den Chip seiner antiparallelen Diode (D2u) und unter Berücksichtigung der Kopplung mit den übrigen Chips ermittelt. Die beiden Halbleiter T2u und D2u werden als Referenzhalbleiter bezeichnet. Sie sind in Abb. 5.3 dargestellt.
- **Bezugspunkte:** Sowohl für die Simulationen als auch für die Messungen werden zwei Bezugspunkte an der gleichen Stelle (in der Simulation und der Messung) definiert. Der erste Punkt liegt in der DCB-Schicht und der zweite auf dem Kühlkörper wie in Abb. 5.3 zu sehen ist. Von diesen zwei Punkten wurden die Parameter für die beiden Referenzhalbleiter bestimmt.



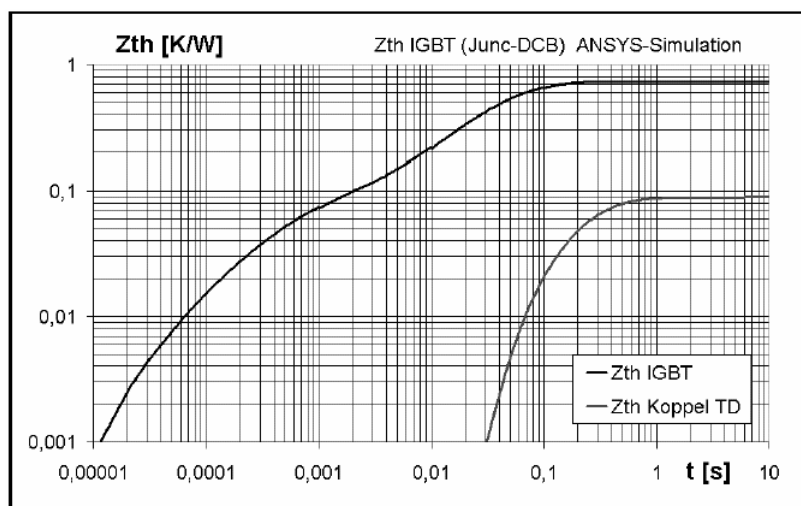
**Abb. 5.3**  
**Temperaturverteilung im Modul nach Einprägung einer Leistung in einen seiner IGBT-Chips**



- **Referenzmodell:** Es beschreibt die thermische Impedanz zwischen der Sperrschicht und dem Referenzpunkt für beide Referenzhalbleiter T2u und D2u
- **Kupferkoppelmodell:** Dies beschreibt die thermischen Koppelimpedanzen zwischen T2u und D2u sowie zwischen D2u und T2u
- **Substratkoppelmodell:** Dies beschreibt die thermischen Kopplungen aller anderen Halbleiter zu den beiden Referenzhalbleitern T2u und D2u.

## 5.4 Die Bestimmung der Modellkonstanten aus den Simulationen für die Abbildung der thermischen Modelle

Die thermische Wärmeleitung für den Multichipaufbau soll wieder wie bei dem vorigen Modul in mit Hilfe des eindimensionalen Ersatzmodells ermittelt werden. Dazu werden definierte Leistungen in die einzelnen Chips eingeprägt und die entstehende Temperaturdifferenz zwischen Sperrschicht und Bezugspunkt erfasst. Aus der eingeprägten Leistung und dem Temperaturunterschied berechnet sich der stationäre thermische Widerstand  $R_{th}$ . Das zeitliche Verhalten der Wärmeleitung zwischen zwei Punkten kann mit einem Leistungssprung erfasst werden.



**Abb. 5.4**  
 **$Z_{th}(t)$  eines IGBT und die Kopplung zu seiner antiparallelen Diode**

Die Sprungantwort der thermischen Anbindung charakterisiert die thermische Impedanz  $Z_{th}$ . Für die Bestimmung der Modellkonstanten stehen sowohl die statischen Werte als auch die  $Z_{th}$ -Kurven (z.B. Abb. 5.4) aus der Simulation zur Verfügung. Die gebildeten thermischen Modelle unterscheiden sich nach den Bezugspunkten auf den DCB und auf den Kühlkörper. Mit einem RC-Reihenmodell in einem Mikrocontroller wird der thermische  $Z_{th}$  nachgebildet. Die Zahl der RC-Reihenglieder wird auf vier festgelegt.

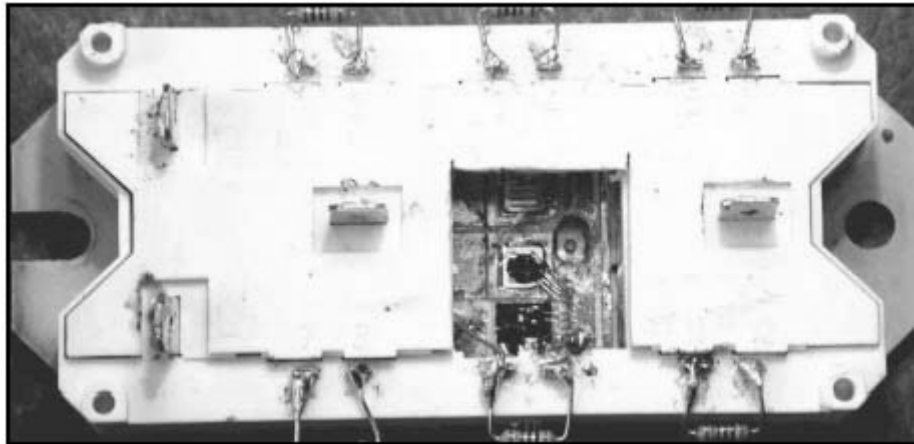
$$Z_{th\ j-ref}(t) = R_{th1}(1 - e^{-\frac{t}{\tau^1}}) + R_{th2}(1 - e^{-\frac{t}{\tau^2}}) + R_{th3}(1 - e^{-\frac{t}{\tau^3}}) + R_{th4}(1 - e^{-\frac{t}{\tau^4}}) \quad (5.1)$$

Wegen der direkten Kopplung der benachbarten Chips über die gemeinsame Kupferschicht werden die Koppelimpedanzen zwischen T2u und D2u aufwändig mit drei RC-Gliedern approximiert. Sie bilden das Kupferkoppelmodell. Die Einflüsse der Kopplungen aller Halbleiter über das Keramiksubstrat werden nachgebildet mit dem Substratkoppelmodell. Sie liefern bei den Betrachtungen für das thermische Modell die kleinsten Beiträge. Die Anteile der einzelnen Chips sind aber nicht vernachlässigbar. Zu jedem Zeitpunkt berücksichtigt das Modell sechs Halbleiter, welche Verlustleistungen in die Keramiksubstratschicht (DCB) einprägen. Die Zeitkonstanten der thermischen Kopplungen über die DCB liegen im Bereich mehrerer Sekunden. Damit wirken die Anteile der Substratkopplung im thermischen Modell, bei einem konstanten Arbeitspunkt des pulsierenden Wechselrichters, wie ein statischer Beitrag. Die statischen Anteile werden hier berücksichtigt. Dann werden die statischen Kopplungen der Halbleiter auf Basis der Superposition berechnet. Zur Bestimmung der Koppelmatrix wird in die einzelnen Chips eine stationär definierte Leistung eingepreßt. Mit den simulierten Temperaturpotentialen an den Bezugspunkten und Referenzhalbleitern werden die thermischen Widerstände und Impedanzen der beiden Chips und die statischen Kopplungskomponenten aller verbleibenden Halbleiter im DCB-Modell und im Kühlkörpermodell (nachfolgend mit Kk-Modell abgekürzt) bestimmt. Für die Bestimmung der Sperrschichttemperaturen der Referenzhalbleiter ist Gl. (5.2) zuständig

$$T_{j-ref}(t) = Z_{th\ j-ref}(t) \cdot P_V(t) + T_{ref} \quad (5.2)$$

## 5.5 Kurze Beschreibung der Messungen

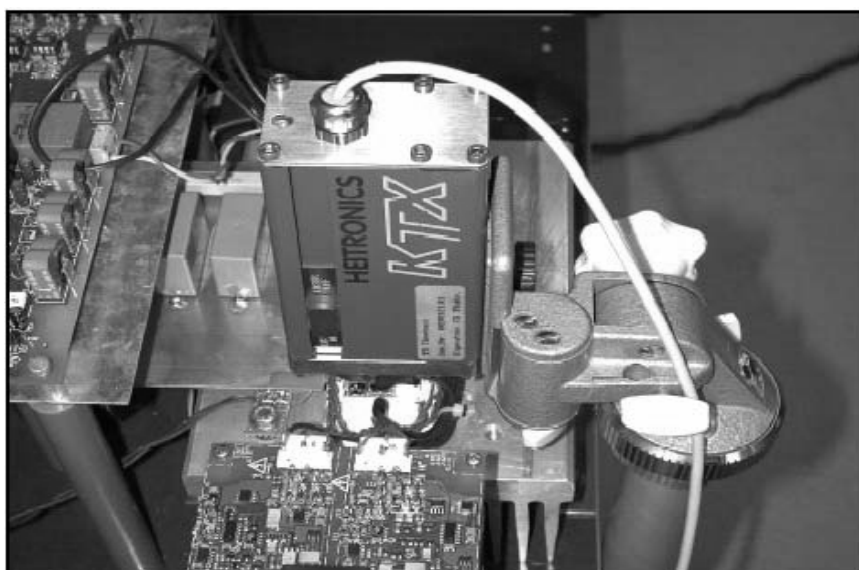
Die Messung wurde in einem Versuchsstand im Labor durchgeführt. Das Schema des Versuchsaufbaus ist in Anhang B dargestellt. In Abb. 5.5 sind beide Referenzhalbleiter, im Bild schwarz eingefärbt, zu sehen.



**Abb. 5.5**

**Modul mit den zwei Referenzhalbleitern T2u und D2u**

Die Abdeckung wurde ausgeschnitten, um einen Messzugang zu den beiden Referenzhalbleitern T2u und D2u zu erhalten. Die Aufnahme der Temperaturen an den beiden Bezugspunkten erfolgte durch zwei Sensoren, wobei je einer mit dem DCB und dem Kk verbunden waren.



**Abb. 5.6**

**Anordnung der Strahlungs-pyrometer im Versuchsstand**

Die Aufnahme der Sperrschichttemperaturen der beiden Referenzhalbleiter erfolgte mit einer Infrarotkamera d.h. mit einem Strahlungspyrometer. Dieses Messgerät gemäß Abb. 5.6 stellt die Temperaturwerte einer Infrarotstrahlung aussendenden Körpers indirekt über ein Stromsignal dar. Dieses Signal wird in einem 500 Ohm-Widerstand in einen Spannungspegel gewandelt und mit einer Auflösung von 25K/1V dargestellt. Die Anbindung des Moduls 1 an den Kühlkörper wurde durch die Wärmeleitpaste bewerkstelligt. Um die Anbindung zu verstärken, wurden die beiden Fixierschrauben im zweiten Modul 2 stark angezogen. Über die Probleme mit der Wärmeleitpaste wird in Abschnitt 4.3.4.2 berichtet.

## 5.6 Darstellung der Mess- und Simulationsergebnisse

Zum Versuch gehören Messreihen mit dem Oszilloskop und Werte aus dem Monitorprogramm SIBMON. Die unterschiedlichen thermischen Modelle werden gegenübergestellt, um die erreichten Genauigkeiten zu verdeutlichen. Zum Vergleich stehen unterschiedliche Temperaturmessverfahren für die zwei Anbindungsvarianten des Moduls zur Verfügung.

### 5.6.1 Für Modul 1 umgesetzte Modelle

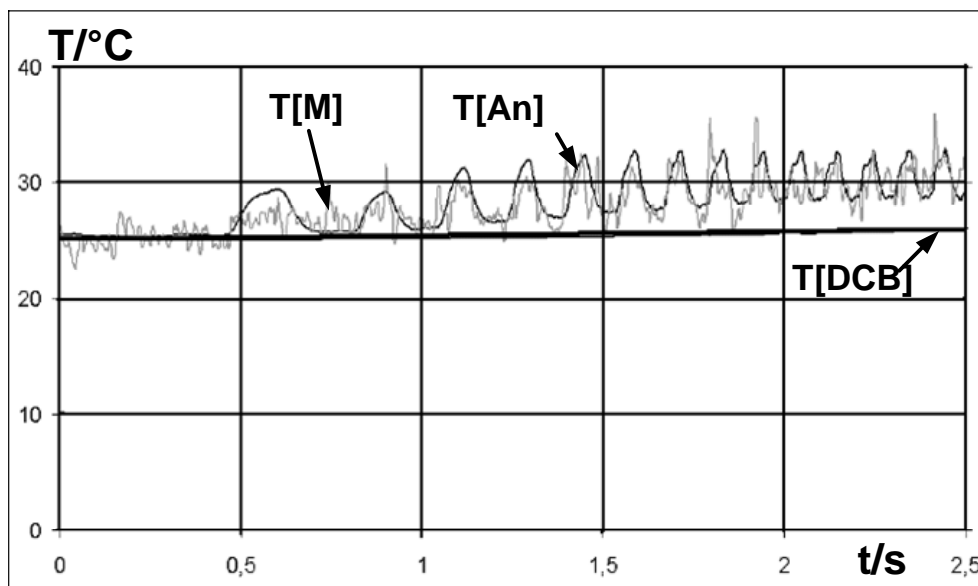
Diese Modelle sind dafür vorgesehen, die Temperaturen der Referenzhalbleiter mit Berücksichtigung aller Kopplungen darzustellen. Sie unterscheiden sich durch die zwei Bezugspunkte DCB und Kk. Bei allen transienten Temperaturmessungen wurde ein Beobachtungszeitraum von 1min gewählt. Dies entspricht zugleich der Einschwingzeit für einen typischen Motoranlauf. Damit können die transienten Modellparameter überprüft werden. Nach dem Hochlauf bzw. einer Einschwingzeit von 1 min wird eine zweite Messreihe aufgenommen. Zu diesem Zeitpunkt sind die thermischen Zeitkonstanten des Modells bereits im eingeschwungenen Zustand. Damit können in diesem Verlauf die statischen  $R_{th}$  der Modellparameter überprüft werden. In den nachfolgend angegebenen Kurven sind die folgenden Temperaturverläufe zu unterscheiden:

- T[M] :- die mittels Strahlungspyrometer gemessene Temperaturkurve in der Sperrschicht

- T[An]:- die mittels ANSYS-Modell ermittelte Temperaturkurve der Sperrschicht
- T[DCB]:- die gemessene Temperatur im Bezugspunkt auf dem Keramiksubstrat
- T[Kk]:- die gemessene Temperatur in dem auf dem Kühlkörper liegenden Bezugspunkt.

### 5.6.1.1 DCB-Modell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation

In Abb. 5.7 sind die zeitlichen Verläufe der Temperatur in der Sperrschicht der Diode D2u, die mit dem ANSYS-Simulationsmodell ermittelt (T[An]) und die mit dem Strahlungsipyrometer gemessen (T[M]) wurden, gegenübergestellt. Beide Kurven zeigen dieselben Tendenzen und stimmen sehr gut überein.



**Abb. 5.7**  
**Anlauf der Diode D2u, DCB-Modell mit Modellparametern**  
**der ANSYS-Simulation**

Die Abb. 5.8 zeigt die Sperrschichttemperatur des Referenzhalbleiters D2u nach einer Minute Dauerbetrieb. Auch hier zeigen beide Verläufe sehr gute Übereinstimmung.

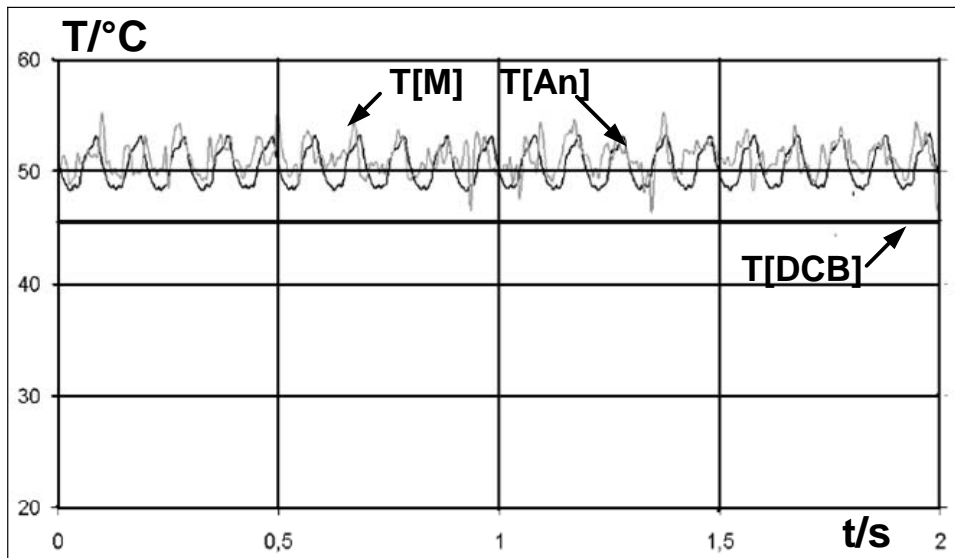


Abb. 5.8

Dauerbetrieb der Diode D2u, DCB-Modell mit Modellparametern  
der ANSYS-Simulation

### 5.6.1.2 Kühlkörpermodell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation

Nach der Untersuchung mit DCB-Modellen mit Modellparametern der ANSYS-Simulation soll jetzt die Untersuchung ausschließlich mit einem Kk-Modell erfolgen. Die Temperaturverläufe werden in den gleichen Arbeitspunkten ermittelt wie für das thermische Modell mit dem Referenzpunkt DCB. Die Temperaturkurven des Arbeitspunktanlaufs gemäß Abb. 5.9 zeigen eine wachsende Abweichung zwischen der Modell- und der Messtemperatur der Diode D2u. Die aufgetretene Temperaturdifferenz liegt im Bereich von 5 K.

Zur Beurteilung der statischen Modellkonstanten wurde der zweite Messverlauf gemäß Abb. 5.10 nach einer Minute Dauertrieb aufgenommen. In Abb. 5.10 zeigen die Sperrschichttemperaturen, die mittels Strahlungs-pyrometer und mittels KK-Modell ermittelt wurden, eine mittlere Abweichung von 13 K. Dieser Temperaturunterschied liegt außerhalb der angestrebten Genauigkeit des thermischen KK-Modells. Weiter ist zu beobachten, dass im statischen Zustand die gemessenen Temperaturen des Pyrometers die größeren Werte aufweisen.

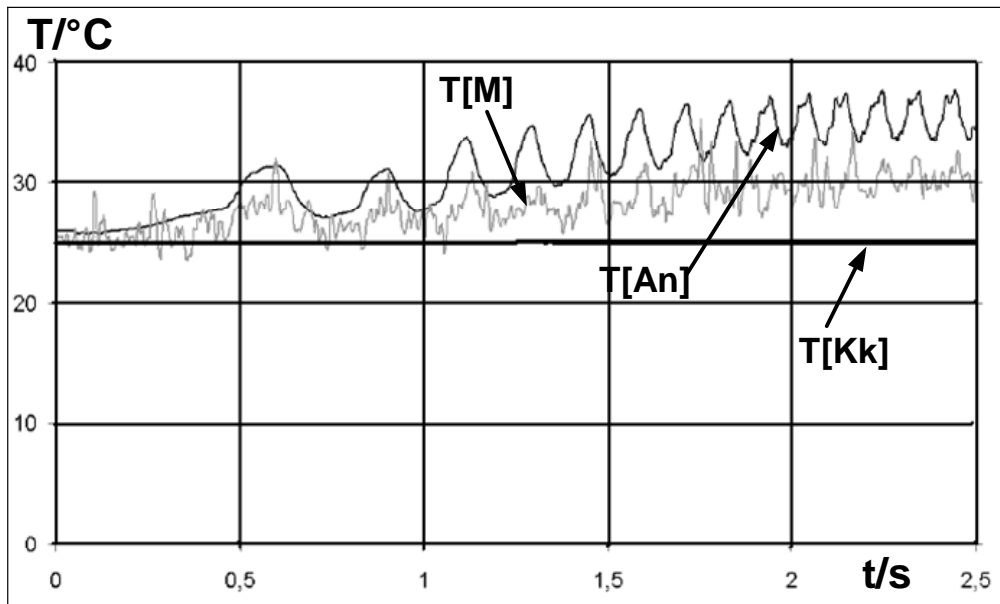


Abb. 5.9

Anlauf der Diode D2u, KK-Modell mit Modellparametern  
ANSYS-Simulation

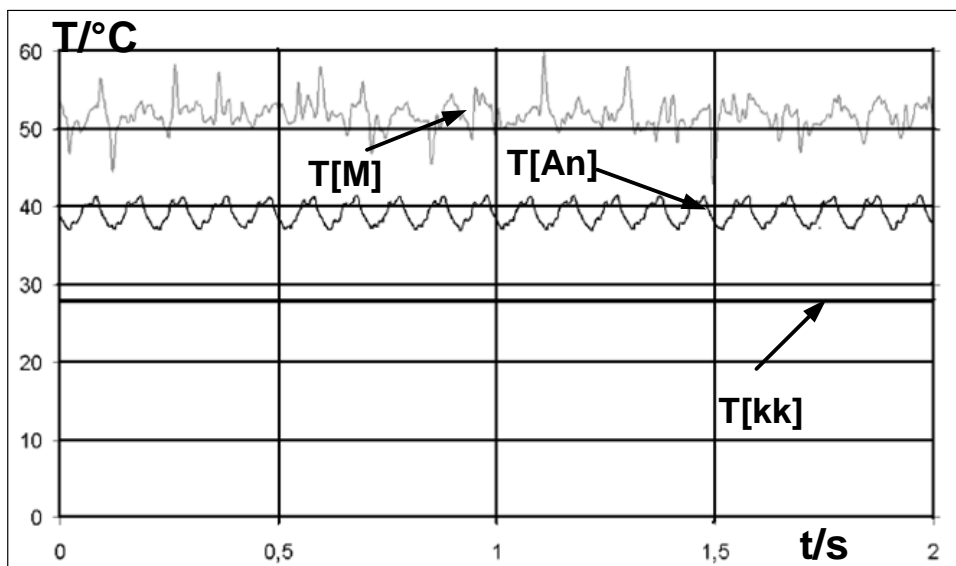


Abb. 5.10

Dauerbetrieb Diode D2u, KK-Modell mit Modellparametern  
der ANSYS-Simulation

## 5.6.2 Für Modul 2 umgesetzte Modelle

Ähnlich wie für das Modul 1 wurden die gleichen Untersuchungen für das Modul 2 durchgeführt. Die beiden Module wurden analog zueinander präpariert. Der kleine Unterschied bei Modul 2 ist, wie schon erwähnt, dass die Bodenplatte in diesem Aufbau ausschließlich eine mit zwei Fixierschrauben erzeugte axialsymmetrische Vorspannung besitzt, um einen gleichmäßigen Anpressdruck zu erreichen.

### 5.6.2.1 Vergleich des DCB-Modells mit Modellparametern der ANSYS-Simulation

Das DCB-Modell basierend auf den ANSYS-Modellkonstanten erreichte bereits in den Messreihen mit Modul 1 eine hohe Genauigkeit. Während des Anlaufs gemäß Abb. 5.11 sind die beiden Temperaturkurven, bereits wie beim Modul 1 identisch.

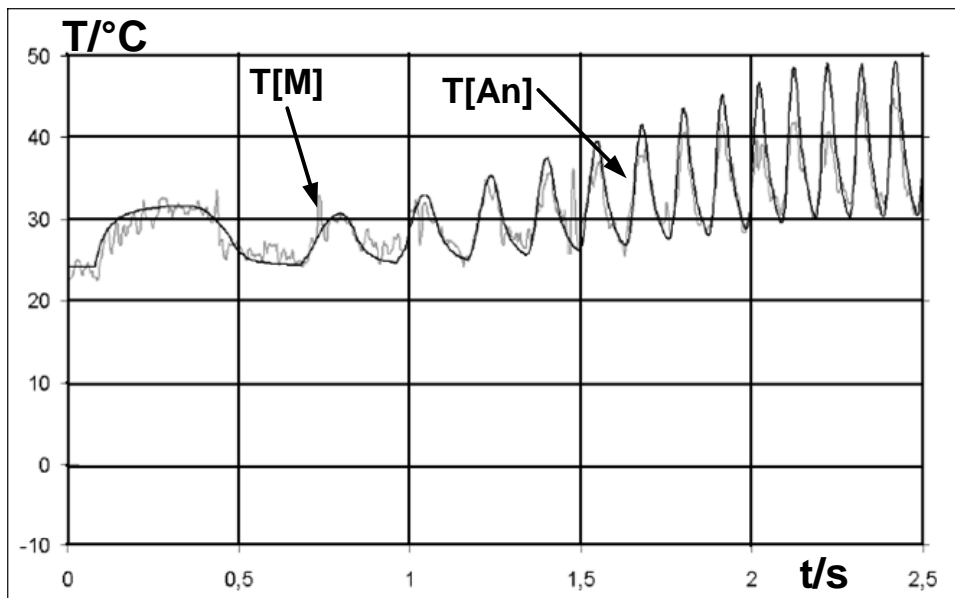


Abb. 5.11

Anlauf des IGBT T2u, DCB-Modell mit Modellparametern  
der ANSYS-Simulation

Abb. 5.12 zeigt die Temperaturverläufe des Referenzhalbleiters nach einer Minute Dauerbetrieb. Die mittlere Abweichung zwischen Modell und Messung liegt bei etwa 5 K.



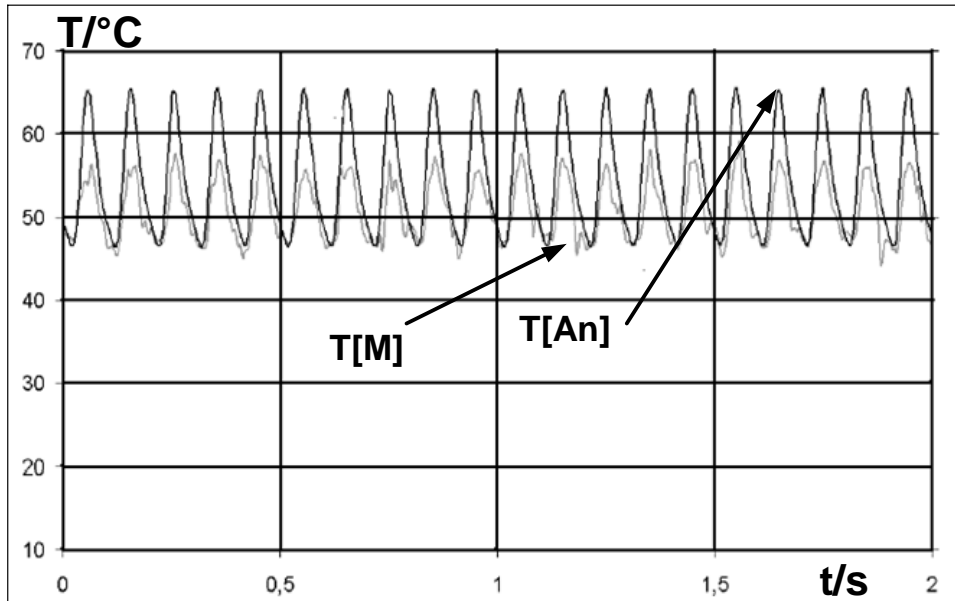


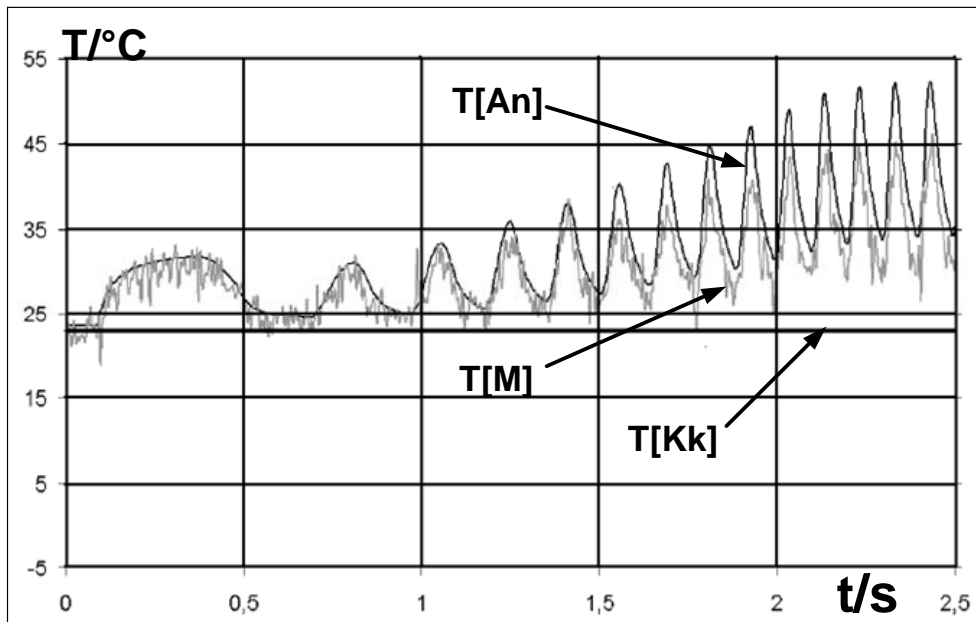
Abb. 5.12

**Dauerbetrieb des IGBT T2u, DCB-Modell mit Modellparametern  
der ANSYS-Simulation**

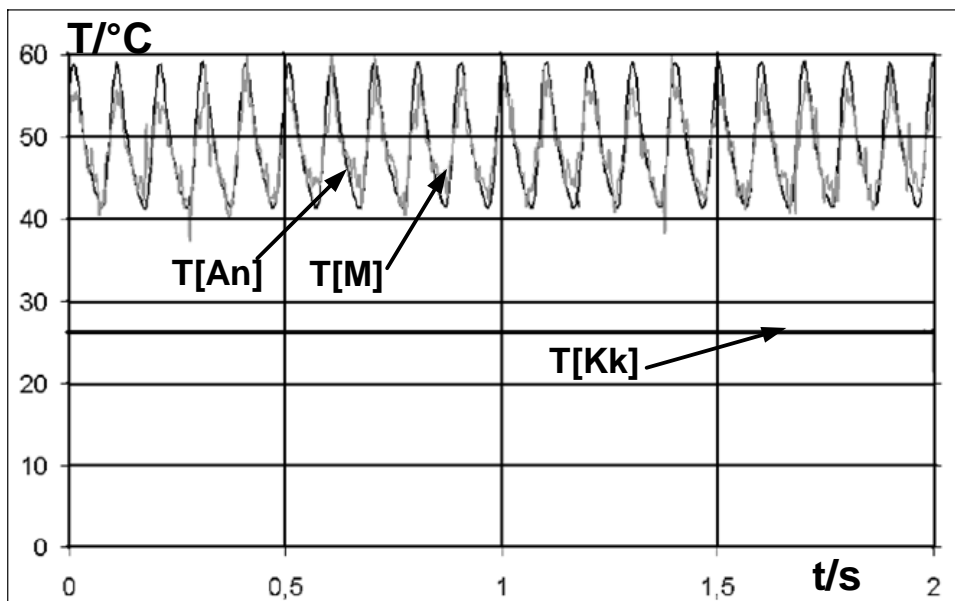
### 5.6.2.2 Kk-Modell mit Modellparametern der ANSYS-Simulation

Nach den Erfahrungen aus den Aufbauten mit dem Modul 1 soll das thermische Kk-Modell mit Modellkonstanten aus der ANSYS-Simulation am Modul 2 überprüft werden. Im Vergleich zu den Messreihen des Kk-Modells von Modul1 zeigt das thermische Modell von Modul2 dieselbe Drifterscheinung.

Durch die höhere Schwingungsamplitude der Temperaturen am IGBT gemäß Abb. 5.13 wirkt der Fehler optisch kleiner. Die resultierende Temperaturdifferenz zwischen Modell- und Pyrometer Temperatur liegt für den Anlauf wieder bei ca. 5 K. Im statischen Arbeitspunkt gemäß Abb. 5.14 wird mit dem Kk-Modell für die Anbindungsvariante Modul 2 eine weitgehende Übereinstimmung zwischen Modell- und Pyrometer Temperatur erreicht. Durch das thermische Simulationsmodell wird mit den Modellparametern aus der ANSYS-Simulation die Wärmeleitung im Modul optimal nachgebildet.



**Abb. 5.13**  
**Anlauf des IGBT T2u, KK-Modell mit Modellkonstanten**  
**der ANSYS-Simulation**



**Abb. 5.14**  
**Dauerbetrieb des IGBT T2u, KK-Modell mit Modellparametern**  
**der ANSYS-Simulation**

Das DCB-Modell mit den ANSYS-Modellparametern weist bei allen Aufbauvarianten eine Abweichung von unter 5 K auf. Die thermische Anbindung des Multichipaufbaus

hat einen deutlich reduzierten Einfluss auf die Genauigkeit der berechneten Sperrschichttemperatur im DCB-Modell. Die Koppelimpedanzen verändern sich bei einem halbleiternahen Referenzpunkt minimal. Das verwendete ANSYS-Modell zur Bestimmung der Modellkonstanten für das eindimensionale Analogie-Modell im Mikrorechner beschreibt die Wärmeabführung vom Chip im Modul zum Kühlkörper ausreichend gut. Die Unterschiede in den Größen der Ersatzimpedanzen zwischen Messung und ANSYS-Simulation sind maßgeblich auf die Stärke der Schicht der Wärmeleitpaste zurückzuführen. In der ANSYS-Simulation wurde diese Größe mit einem Wert von 70  $\mu\text{m}$  angenommen.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit denen der Simulationen. Das heißt, die Simulationen liefern für die Berechnung der thermischen Parameter und der Temperaturhübe der Hochleistungsmodule äußerst verlässliche Ergebnisse. Dies ist in der hohen Genauigkeit der Simulation begründet. Dadurch lassen sich in Zukunft in der Praxis die kosten- und zeitintensiven experimentellen Messungen einsparen.

## 6 Erweiterung des Simulationstools

### 6.1 Allgemeines

Im Verlaufe dieser Promotion wurden viele Module modelliert und simuliert. Dazu wurde ein Softwareprogramm mit der Programmoberfläche HP VEE5.0 geschaffen, um einerseits solche Modelle und Simulationen schnell realisieren zu können, und um andererseits mit diesem Programm eine im Vergleich zur ANSYS-Software einfachere Bedienbarkeit zu gewährleisten. Das ANSYS-Programm ist in der Bedienung komplexer, da es viele Tools integriert hat und nicht nur auf Temperaturberechnungen beschränkt ist, sondern umfangreiche Zusatzfunktionen besitzt (siehe Simulation der Wärmeleitung Abschnitt 3.4). Das neu erstellte Programm dagegen begrenzt sich auf die Erstellung der ANSYS-Eingabedatei zur Abbildung und Simulation des thermischen Verhaltens von Leistungsmodulen. Ein unerfahrener Anwender wird eine lange Einarbeitungszeit in Kauf nehmen müssen, um mit der Oberfläche des ANSYS-Programms ein Modul erstellen und simulieren zu können. Mit dem neu entwickelten Programm verläuft die Simulation eines solchen Moduls sehr viel schneller. Das neue Programm ist für Leistungsmodule in 3D vorgesehen und dient nur der Temperaturberechnung von Leistungsmodulen, der Bestimmung ihrer thermischen Parameter und der Online-Berechnung der Sperrschichttemperaturen ihrer Bauelemente. Um dem Anwender die Arbeit zu erleichtern, werden das neue Programm und das ANSYS-Programm kombiniert eingesetzt. Die ANSYS-Befehle, die für eine Modulgenerierung notwendig sind, werden von dem neuen Programm, das einfacher zu bedienen ist, automatisch aus dem eingegebenen Modell erzeugt, das in dem neuen Programm deutlich leichter zu formulieren ist als in ANSYS. Für jedes geschriebene Modul werden die entsprechenden Befehle mit den zugehörigen Daten in eine Textdatei geschrieben und gespeichert. Die Textdatei wird in ANSYS aufgerufen und die Modellgenerierung und das Netz werden aus den in der Datei vorgehaltenen Daten automatisch aufgebaut. Sowohl die Randbedingungen als auch die gewünschte Auswertung kann der Nutzer in dem neuen Programm festlegen. Die Befehle für diese Randbedingungen und Auswertungen werden wieder in ANSYS aufgerufen.

Stationäre und transiente Lösungen werden in dem neuen Programm schnell und sehr einfach umgesetzt.

## 6.2 Programmstruktur

Das Programm besteht aus mehreren Unterprogrammen, die unter „UserObjekte“ abgelegt sind. Die Unterprogramme bestehen an sich aus zwei Ebenen. Die erste Ebene ist die äußere Ebene, mit der der Nutzer arbeitet. Die zweite Ebene ist die innere Ebene. Im Verlaufe dieses Kapitels wird die innere Ebene behandelt. Abb. 6.1 zeigt die innere Struktur des Programms Hauptmenü. Das Hauptprogramm hat fünf Unterprogramme „Initialisierung“, „Dateinameeingeben“, „Modulaufbau“, „Lösung“, „Auswertung“ und „Optimierung“. Der Nutzer aktiviert die Unterprogramme, in dem er auf „Start“ drückt. Danach stehen die Unterprogramme zur weiteren Verarbeitung zur Verfügung. Mit dem Knopf „Ende“ wird das Hauptmenü beendet. Die Objekte „UntilBreak“ haben die Aufgabe, die Unterprogramme aktiv zu halten. Das Objekt „Stop“ beendet beim Drücken des Knopfes „Ende“ das gesamte Programm.

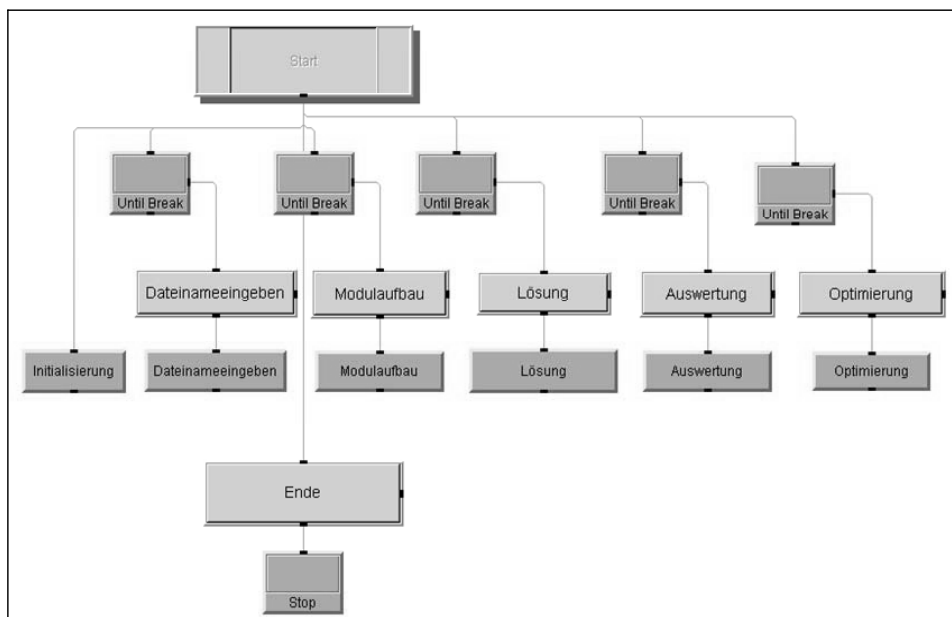


Abb. 6.1

### Das Hauptmenü des Programms

#### 6.2.1 Das Unterprogramm Initialisierung

In diesem Unterprogramm werden die Anfangswerte der Objekte „Set“ festgelegt. Beim Starten des Programms erfolgt ihre Initialisierung. Zwei Anfangswerte gemäß Abb. 6.2 sind hier durch die Objekte „Text“ und „Real“ vorzugeben. Das „Text“-Objekt

hat keinen bestimmten Wert, sondern enthält das Leerzeichen. Dagegen hat das Objekt „Real“ den Wert Null. Ohne diese Anfangswerte liefert das Programm Fehler beim Starten. Also beim Starten des Programms enthalten alle „Set“ Objekte, die mit dem Objekt „Text“ verbunden sind, das Leerzeichen, die anderen „Set“ Objekte haben den Wert Null, weil sie mit dem Objekt „Real“ verbunden sind. Die anderen „Set“ Objekte, die in den anderen Unterprogrammen enthalten sind, nehmen zuerst diese Anfangswerte beim Aktivieren der Unterprogramme an, danach werden sie mit anderen Werten belegt.

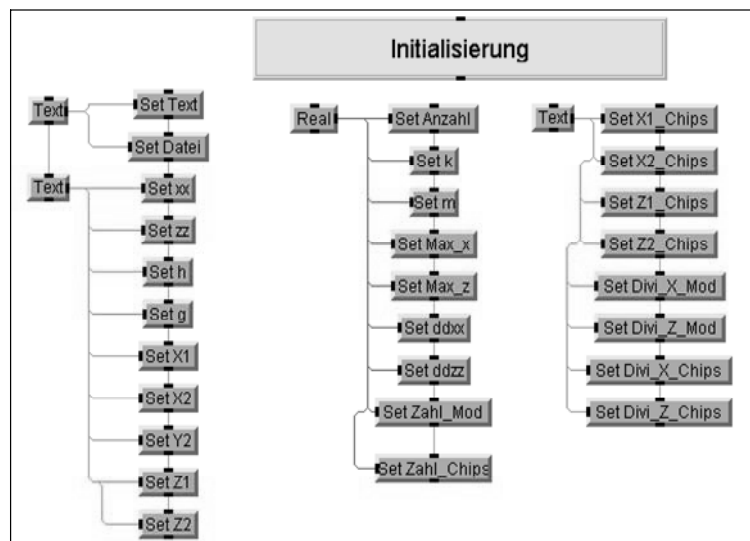


Abb. 6.2

Unterprogramm Initialisierung

6.2.2 Unterprogramm zur Eingabe des Dateinamens

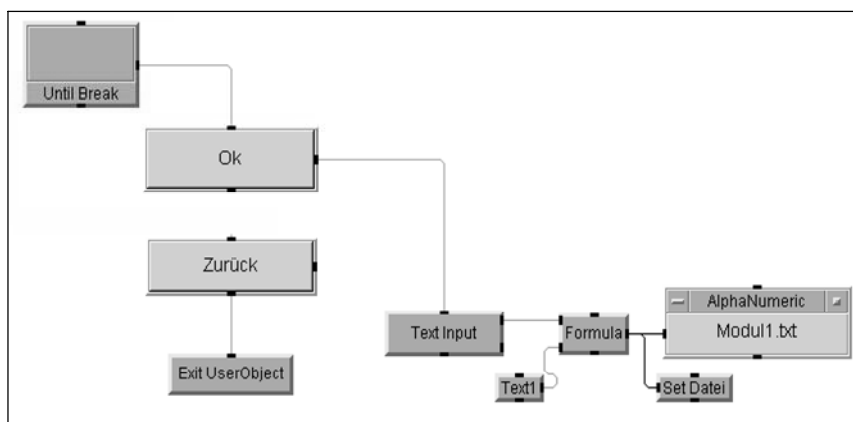


Abb. 6.3

Unterprogramm Eingabe von Dateiname

Dieses Unterprogramm besteht aus den in Abb. 6.3 enthaltenen Objekten. Das erste und das wichtigste Objekt ist das Objekt „Text Input“. In diesem Objekt wird der Name der Datei, in der alle Daten für die Modulgenerierung gespeichert sind, eingegeben. Beim Starten des Unterprogramms werden die beiden Knöpfe „Ok“ und „Zurück“ aktiviert. Wenn der Nutzer auf „Ok“ drückt, öffnet sich vom Objekt „Text Input“ ein Fenster, in dem der Name der Datei eingegeben werden kann. Das Fenster hat zwei Knöpfe „Ok“ und „Cancel“. Beim Drücken auf „Ok“ wird die eingegebene Datei im Fenster bestätigt und das Fenster wird geschlossen. Beim Drücken auf „Cancel“ wird die eingegebene Datei nicht bestätigt und das Fenster wird wieder geschlossen. Das Objekt „Text1“ ist nur für die Dateitypen „.txt“ da. Mit dem Objekt „Formula“ werden die beiden Signale von den beiden Objekten „Text Input“ und „Text1“ miteinander verknüpft. Die beiden Signale werden in dem Objekt „AlphaNumeric“ angezeigt. Die geschriebene Datei wird in dem Objekt „Set Datei“ gespeichert, weil sie in den anderen Unterprogrammen gebraucht wird. Zum Verlassen des Unterprogramms wird der Knopf „Zurück“ gedrückt. Das Objekt „Exit UserObject“ hat die Aufgabe, das Signal zu dem Knopf „Zurück“ zur Beendigung des Unterprogramms weiterzuleiten.

### 6.2.3 Bestandteile des Unterprogramms Modulaufbau

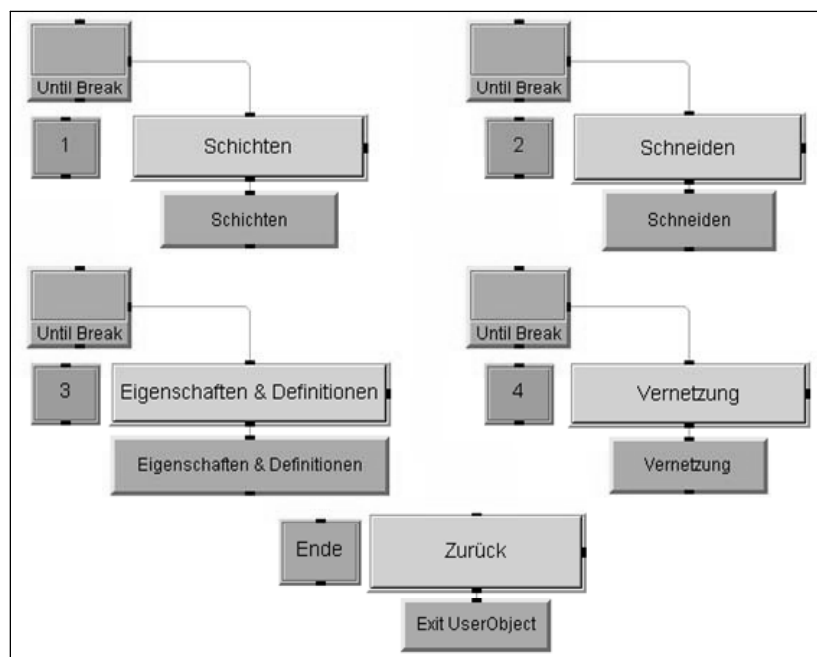
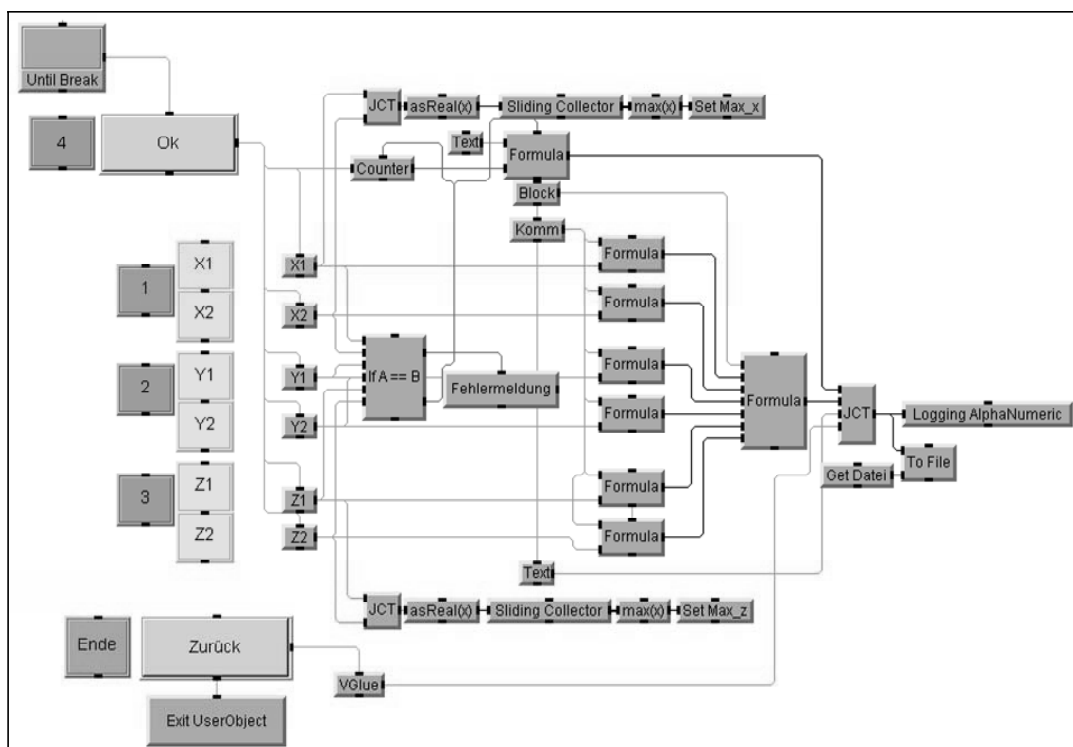


Abb. 6.4

Bestandteile des Unterprogramms Modulaufbau

Das Unterprogramm besteht aus vier Unterprogrammen wie in Abb. 6.4 zu sehen ist. Dies sind die Unterprogramme „Schichten“, „Schneiden“, „Eigenschaften & Definitionen“ und „Vernetzung“. Die Nummerierung neben jedem Unterprogramm repräsentiert die Reihenfolge der Anwendung der Unterprogramme. Die Objekte „UntilBreak“ haben auch hier die Aufgaben, wie schon erwähnt, die Unterprogramme aktiv zu halten. Das Objekt „Exit UserObject“ soll beim Drücken des Knopfes „Zurück“ das gesamte Unterprogramm (Modulaufbau) beenden.

### 6.2.3.1 Unterprogramm Schichten



**Abb. 6.5**  
**Unterprogramm Schichten**

Als erstes werden hier die Schichten des Moduls in den XYZ Richtungen vorgegeben. Dazu sind die Objekte „X1“, „X2“, „Y1“, „Y2“, „Z1“, „Z2“ zur Verfügung gestellt. Die Eingabe dieser Werte erfolgt einfach und schnell in der Nutzerebene des Unterprogramms. Ein if else Objekt „if A==B“ ist dafür da, um bei der Gleichheit zweier Werte in einer Richtung einen Fehler zu melden, z. B. wenn  $X1=X2$ ,  $Y1=Y2$  oder  $Z1=Z2$  ist. Damit werden Fehleingaben des Nutzers schon zu Beginn abgefangen. Wenn diese Fehler hier nicht vermieden werden, würde die Eingabedatei bei der automatischen Abarbeitung in ANSYS Fehler generieren und

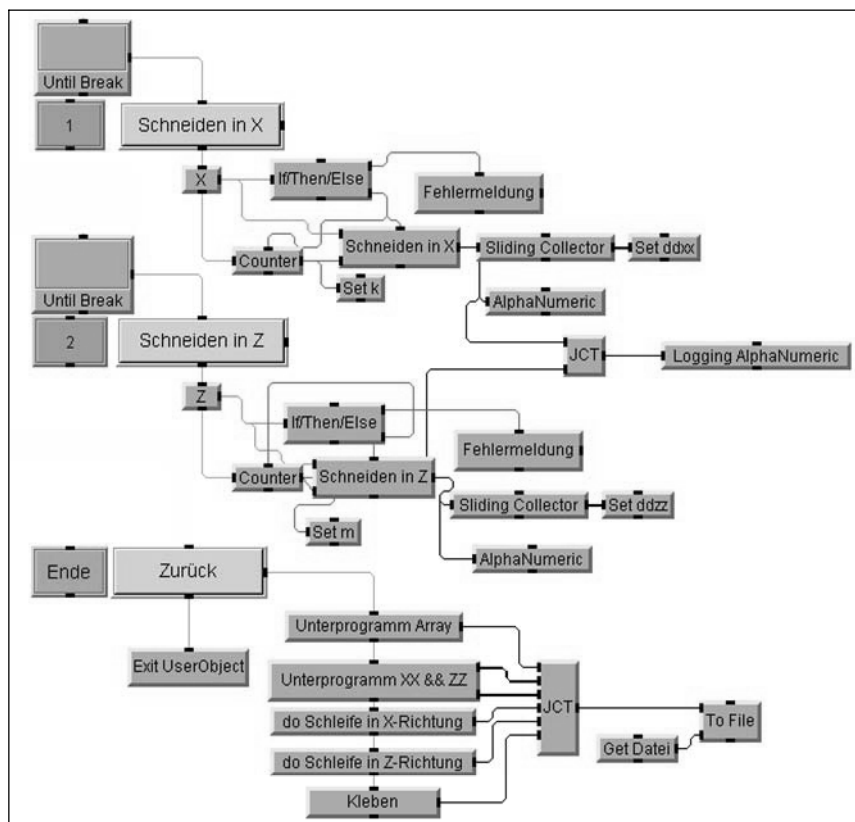


die Verarbeitung wird gestoppt. Für die Meldung der Fehler steht das Objekt „Fehlermeldung“ zur Verfügung. Die Objekte „JCT“ haben die Aufgabe, die Signale von den anderen Objekten durchzuleiten. Das Objekt „asReal(x)“ ist zur Konvertierung der Dimensionswerte der Schichten vom Textformat in das Realformat zu verwenden und um den maximalen Wert in X-Richtung zu bekommen. Zuerst werden die Realwerte in einem Feld im Objekt „Sliding Collector“ gespeichert. Der Maximalwert in diesem Feld wird durch das Objekt „max(x)“ festgestellt und in dem Objekt „Set Max\_x“ gespeichert. Analog wird für die Werte in Z-Richtung vorgegangen. Der maximale Wert wird in dem Objekt „Set Max\_z“ gespeichert. Die beiden Maximalwerte in X- und Z Richtung werden in den nächsten Unterprogrammen benötigt. Die Objekte „Formula“ sind zu verwenden, um die Daten miteinander zu verknüpfen. Das Objekt „Block“ ist für den ANSYS-Befehl Block (*Block heißt Volumen*) zu verwenden. Das Objekt „Komm“ wird verwendet, um die Befehle und die Koordinaten der Blöcke durch ein Komma zu trennen. Das Objekt „Text1“ sorgt für das Wort *Schichten*, damit nach Speicherung der Befehle und Koordinaten in einer Datei für den Nutzer die Zuordnung zu den Schichten deutlich wird. Das Objekt „Text2“ sorgt für eine Leerzeile zwischen den Schichten. Für die Anzeige jeder Schicht und der übrigen Befehle in einem Fenster der Nutzerebene auf dem Bildschirm steht das Objekt „Logging AlphaNumeric“ zur Verfügung. Alle diese Schichten, ihre Zahlenwerte und die übrigen Befehle werden in das Objekt „To File“ geleitet, das sie in der gegebenen Textdatei speichert. Das Objekt „Get Datei“ bekommt seinen Inhalt von dem schon erwähnten Objekt „Set Datei“ ( Siehe Unterprogramm „Name Eingeben“) und übergibt den gewählten Dateinamen an das Objekt „To File“.

### 6.2.3.2 Das Unterprogramm Schneiden

Dieses Unterprogramm ist äußerst wichtig, da das Teilen der Module in kleine Volumina für das Programm grundlegend ist. Aufgabe dieses Unterprogramms ist, wie im Kapitel 4 bereits erwähnt, einerseits das Vermeiden einer größeren Anzahl von Knoten und Elementen nach der Netzgenerierung des Moduls und andererseits ermöglicht es eine strukturierte Vernetzung. Das Schneiden des Moduls erfolgt in X-Richtung bzw. Z-Richtung. Die Eingabe der Daten des Schnitts erfolgt in diesem Unterprogramm in Form von Zahlenwerten. Die Eingabe der Zahlenwerte für die

Stelle, wo der Schnitt anzusetzen ist, wird in den Objekten „X bzw. Z“ gemäß Abb. 6.6 durchgeführt. Diese Zahlenwerte werden durch das Unterprogramm „Schneiden in X“ und „Schneiden in Z“ in Form von Vektoren dargestellt und in dem Objekt „Sliding Collector“ geordnet. Diese Vektoren werden schließlich in den Objekten „Set ddx“ und „Set ddz“ gespeichert. Die Zahlenwerte sollen sowohl in X-Richtung als auch in Z-Richtung berücksichtigt werden und müssen aufsteigend sortiert werden. Die Anzahl der gegebenen Schnitte in X- und Z-Richtung werden durch die Objekte „Counter“ gezählt und in „Set k“ und „Set m“ gespeichert.



**Abb. 6.6**  
**Unterprogramm Schneiden**

Die Abb. 6.6 beinhaltet auch den zweiten Bestandteil des Unterprogramms Schneiden, das wiederum in fünf Unterprogramme unterteilt ist, die wie folgt definiert sind:

- **Das Unterprogramm Array** sorgt für die Erstellung von zwei Feldvektoren für die schon gespeicherten Zahlenwerte, damit sie im ANSYS-Programm als Feldvektoren anerkannt werden.

- **Das Unterprogramm XX && YY** sorgt für die Ausfilterung der unbelegten Arrayfelder im Objekt „Sliding Collector“ bzw. berücksichtigt lediglich die mit Daten belegten Felder dieses Vektors und leitet deren Inhalte direkt an die gegebene Textdatei weiter.
- **Die Unterprogramme do Schleife in X und Z Richtung** erzeugen eine Ebene (Workplan) im ANSYS-Programm und bewegen diese durch die zwei gegebenen do Schleifen in X bzw. Z-Richtung über das Modul, um an den gewünschten Stellen die gegebenen Schichten des Moduls zu schneiden.
- **Das Unterprogramm Kleben** sorgt für die Wiedervereinigung der zerstörten Schichten nach dem Schneiden, da ansonsten die Simulation des Moduls falsche Ergebnisse erzeugt.

### 6.2.3.3 Unterprogramm Eigenschaften & Definitionen

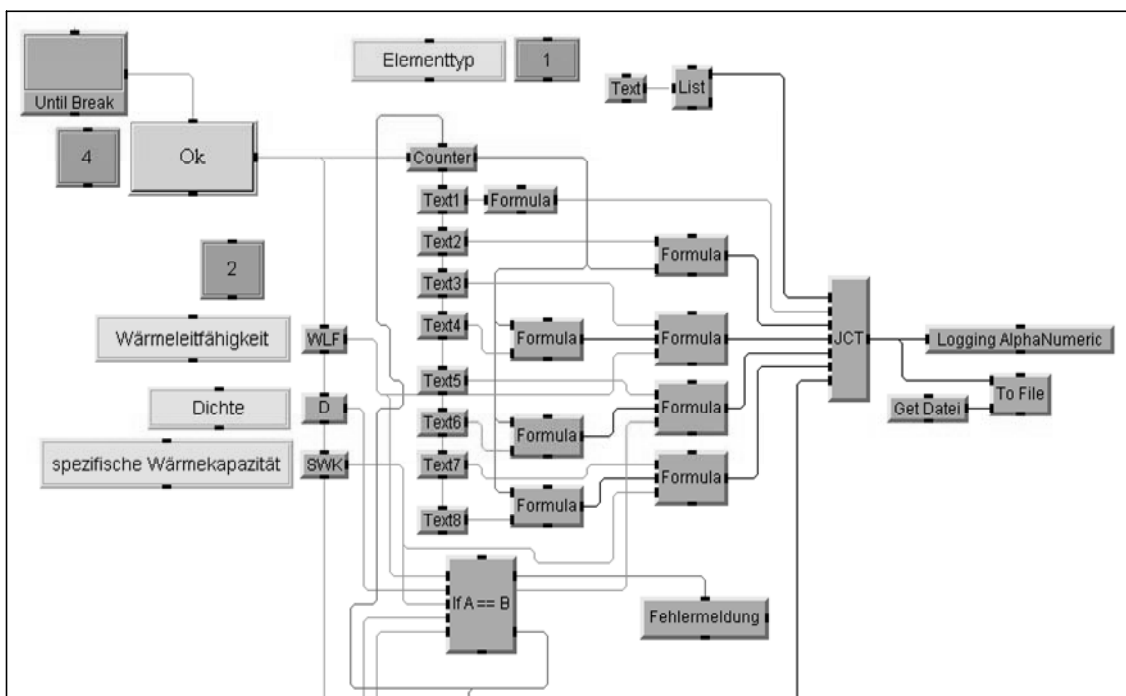


Abb. 6.7

#### Erster Teil des Unterprogramms Eigenschaften & Definitionen

In diesem Unterprogramm werden die Materialdaten, die für das modellierte Modul notwendig sind, vorgehalten. Die entsprechenden Materialdaten sind, wie in Abb. 6.7 zu sehen ist, die Wärmeleitfähigkeit, die Dichte und die spezifische Wärmekapazität. Die Eingabe des Elementtyps erfolgt ebenfalls in diesem Unterprogramm. In diesem

Unterprogramm ist nur der Elementtyp Solid 70 (Zu den Eigenschaften dieses Elementtyps siehe Kapitel 4) gegeben. Die Eingabe dieser Elementtypen erfolgt durch die Objekte „Text“ und „List“. Die Eingabe der oben genannten Materialdaten erfolgt in Form von Zahlenwerten in den Objekten „WLF“, „D“ und „SWK“. Diese Zahlenwerte bilden mit dem Rest der Befehle, die zur Definition der Materialdaten nötig und in den Objekten „Text1 bis Text8“ enthalten sind, die komplette Befehlsliste, die das ANSYS-Programm versteht. Diese wird mit dem Objekt „Formula“ zusammengefasst und durch das Objekt „To File“ direkt in die Textdatei gespeichert. Ein „Logging AlphaNumeric“ Objekt ist dazu vorgesehen, um die Befehle zu kontrollieren und sie auf dem Bildschirm sichtbar zu machen. Der zweite Teil dieses Unterprogramms ist in Abb. 6.8 zu sehen. Dieser Teil ist für die Festlegung der Positionen der Schichten zuständig. Die gegebenen Schichten liegen übereinander in Y-Richtung. Nach der Eingabe der Materialdaten einer Schicht in dem ersten Teil wird direkt die Position der Schicht im Teil festgestellt.

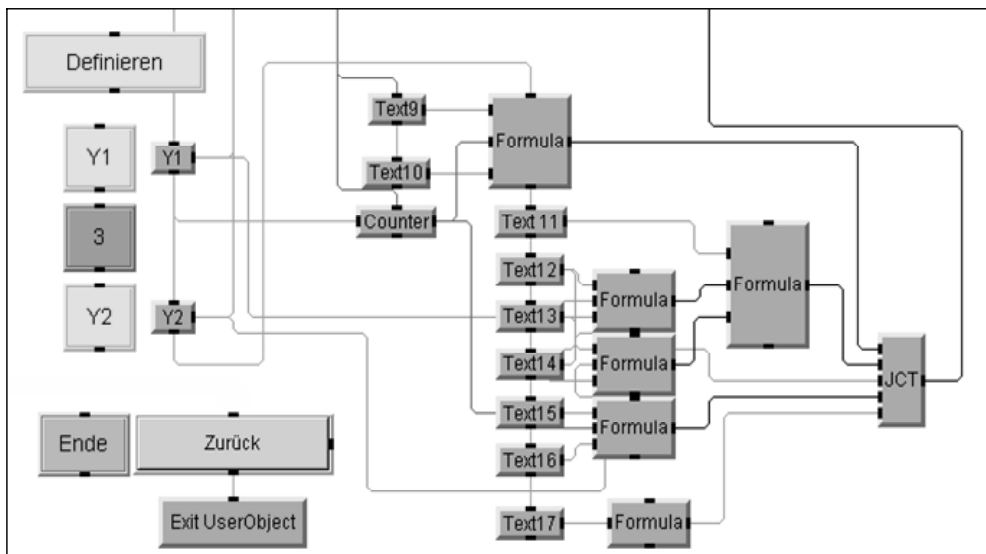


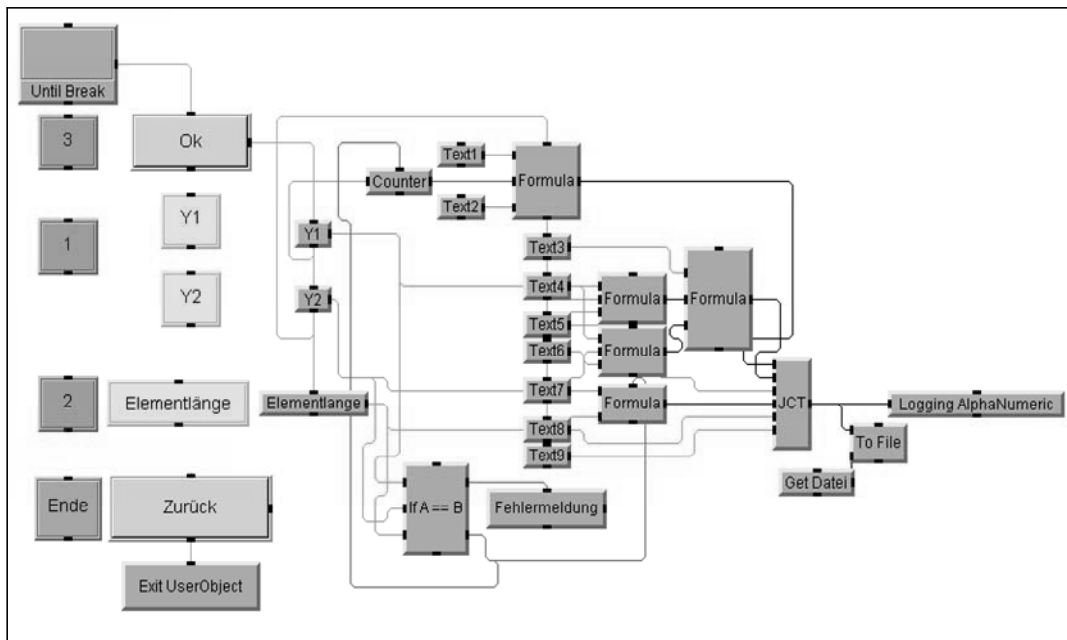
Abb. 6.8

**Zweiter Teil des Unterprogramms Eigenschaften & Definitionen**

Die Eingabe der Positionen der Schichten erfolgt in den Objekten „Y1“ und „Y2“. Die Befehle, die in den Objekten „Text 9 bis 17“ und in den anderen Objekten enthalten sind, werden durch die Objekte „Formula“ zusammengefasst und gespeichert.

### 6.2.3.4 Unterprogramm Vernetzung

Der letzte Bestandteil des Unterprogramms Aufbau ist das Unterprogramm Vernetzung. Hier erfolgt die Netzgenerierung des Moduls. Das gebildete Netz ist ein strukturiertes Netz, denn dadurch spart der Nutzer, wie in Kapitel 3 erklärt wurde, Knoten und Elemente und dadurch wird die Simulationszeit bei der Lösung des Moduls verkürzt. Gemäß Abb. 6.9 werden die zuerst aufgebauten Schichten, die vernetzt werden, nacheinander durch die Objekte „Y1“ und „Y2“ positioniert. Danach folgt die Eingabe der Elementlänge durch das Objekt „Elementlänge“ der gewählten Schichten.



**Abb. 6.9**  
**Unterprogramm Vernetzung**

Alle Befehle dieser Unterprogramme werden zusammengefasst und in der schon gegebenen Textdatei gespeichert. Nach der Beendigung dieses Unterprogramms ist das gesamte Unterprogramm Modulaufbau beendet.

### 6.2.4 Unterprogramm Lösung

Dieses Unterprogramm enthält seinerseits wieder zwei Unterprogramme, das Unterprogramm „Stationär“ und das mit dem Namen „Transient“. Die beiden Unterprogramme werden in den folgenden Abschnitten erklärt.

### 6.2.4.1 Unterprogramm Stationär

Dieses Unterprogramm ist für die stationäre Lösung zuständig, d.h. zur Bestimmung der statischen Parameter. Zuerst werden die Randbedingungen (siehe Abschnitt 4.3.3.2) festgelegt. Gemäß Abb. 6.10 ist der erste Bestandteil des Unterprogramms der, in dem die Lage der Randbedingung festgelegt wird. Die Positionierung dieser Randbedingungen erfolgt durch das Objekt „Y“. Die Randbedingungen können z.B. konstante Temperaturen auf dem Boden des Moduls oder die Konvektion (Eingabe von Wärmeübergangszahl und Umgebungstemperatur) an einer der Moduloberflächen sein. Die Eingabe dieser Randbedingungen erfolgt durch das Objekt „T“ für eine konstante Temperatur oder durch die Objekte „WÜZ“ und „UT“ für die Konvektionen.

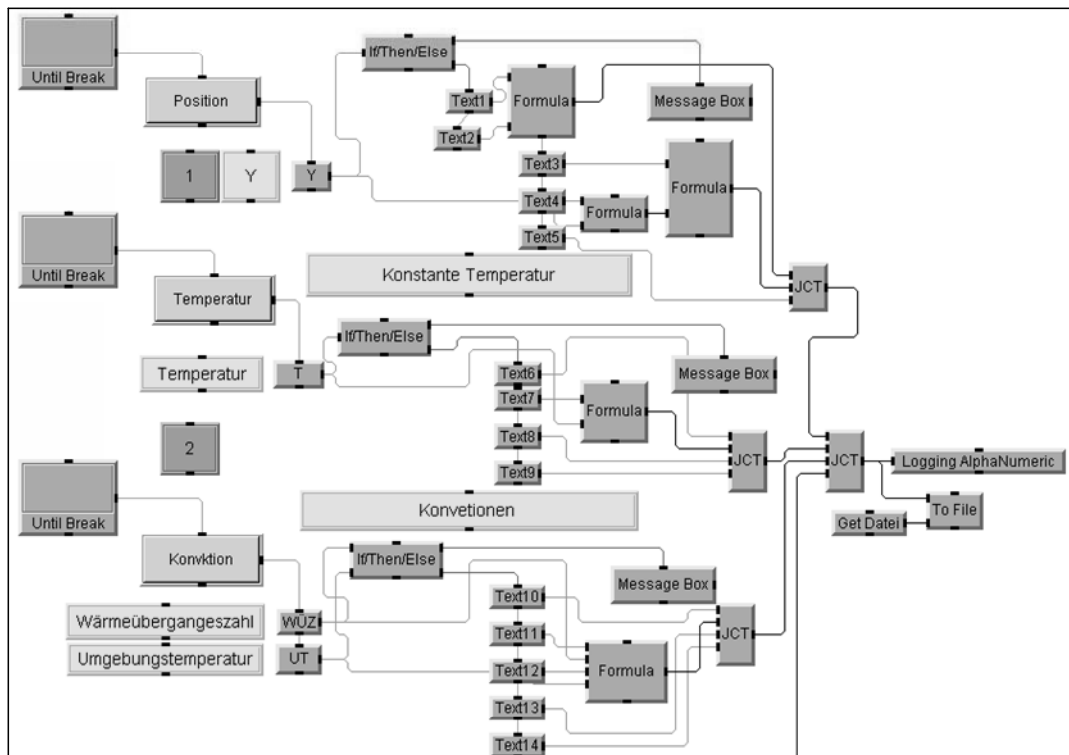


Abb. 6.10

**Erster Bestandteil des Unterprogramms Stationär, in das die erste Randbedingung eingegeben wird**

Abb. 6.11 zeigt den zweite Bestandteil des Unterprogramms. In dieses wird die zweite Randbedingung (Leistung pro Fläche, die in den Chip einzuprägen ist) eingegeben. Zuerst wird die Position des mit Leistung beaufschlagten Chips in XYZ-Richtungen durch die Objekte „Y“ „X1“ „X2“ und „Z1“ „Z2“ bestimmt. Die eingeprägte

Leistung und die Aktivchipfläche des Chips werden in den Objekten „Leistung“ und „Aktivchipfläche“ gegeben. Alle Objekte „Formula“ dienen der Erfassung der Befehle in den „Text“ Objekten. In diesen sind die gegebenen Randbedingungen enthalten. Die „If/Then/Else“ Anweisungen dienen dazu, um fehlende Randbedingungen zu signalisieren. Am Ende werden alle Befehle sowie die erforderlichen Randbedingungen in die Textdatei gespeichert.

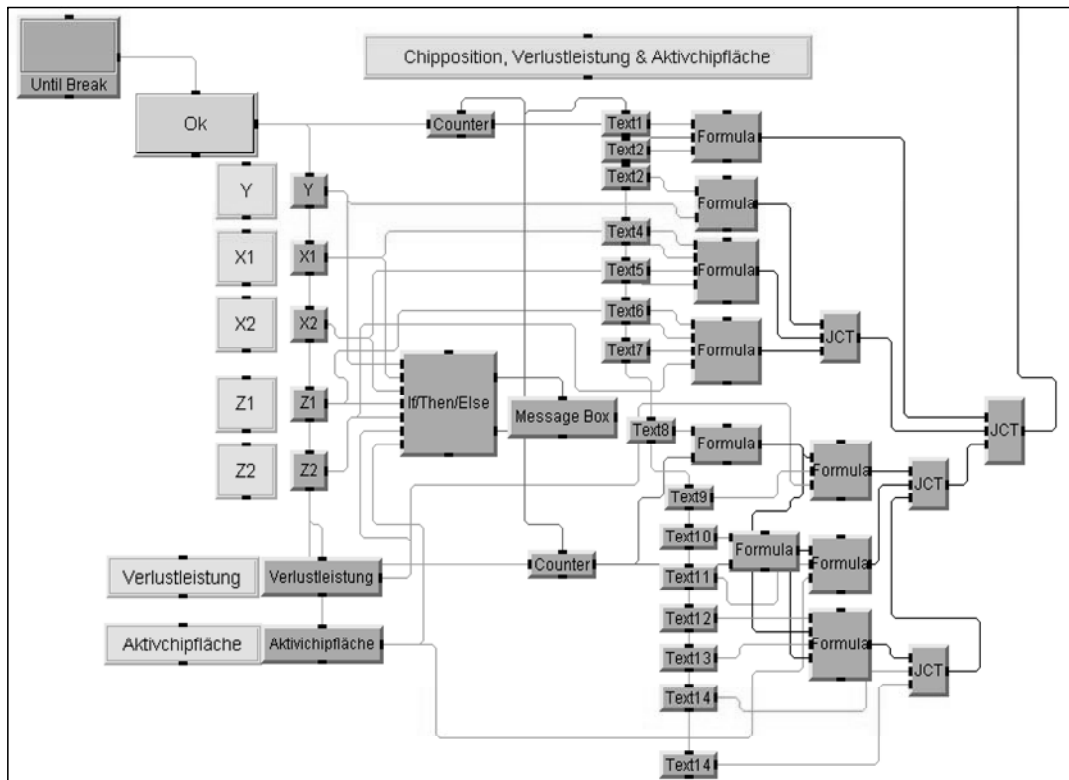


Abb. 6.11

Zweiter Bestandteil das Unterprogramm Stationär, in das die zweite Randbedingung eingegeben wird

### 6.2.4.2 Das Unterprogramm Transient

Dieses Unterprogramm ist für die transiente Lösung zuständig (Siehe , Abschnitt 4.3.3.3). Damit wird ermöglicht, dass später die dynamischen Parameter (wie z.B  $Z_{th}$ ) bestimmt werden können. Die Aufbaustruktur dieses Unterprogramms ist die gleiche wie die des vorherigen. Für dieses Unterprogramm werden außerdem zusätzliche Befehle benötigt , um transiente Analysen durchführen zu können. Diese lauten:

- **ANTYPE, TRANS:** Dieser Befehl dient der Definition der transienten Analyse.

- **AUTOTS, ALL, ALL:** Dieser Befehl bewirkt die Speicherung aller Zeitschritte dieser Analyse in einer Datei.
- **TIMINT, OFF:** Mit diesem Befehl wird die transiente Analyse vorerst ausgeschaltet. Anschließend erfolgt die Vorgabe einer Anfangsbedingung für einen sehr kleinen Startzeitschritt (siehe Abschnitt 4.3.4.4. Mit *TIMINT, ON* wird die transiente Analyse danach wieder eingeschaltet und kann so wie erforderlich ablaufen.
- **TIME :** Dieser Befehl dient zur Eingabe des gesamten Zeitintervalls, in dem die transiente Analyse durchgeführt werden soll.
- **KBC:** Dieser Befehl sorgt dafür, dass die eingeprägte Leistung als ein Sprung vorgegeben wird.
- **DELTIM:** Dieser Befehl ist für die Diskretisierung des gegebenen Zeitintervalls zuständig.

Alle hier genannten Befehle werden, wie bereits oben dargestellt, in der ANSYS-Eingabedatei abgespeichert.

### 6.2.5 Das Unterprogramm Auswertung

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt durch dieses Unterprogramm. Die Ergebnisse können grafisch oder als Zahlenwerte dargestellt werden (Siehe Simulation der Wärmeleitung Abschnitt 3.6.4). Für die Auswertungen stehen die beiden Postprozessoren Post1 und Post 26 gemäß Abb. 6.12 und Abb. 6.13 zur Verfügung.

Durch Post1 gemäß Abb. 6.12 wird folgende Auswertung durchgeführt :-

- Die Berechnung der Temperaturverteilung der dargestellten Module, zwecks Bestimmung der stationären Parameter
- Die Darstellung der Wärmestromdichte der dargestellten Module
- Die Beschreibung der Temperaturverteilung zwischen zwei gewählten Knoten  
Zuerst werden die gewählten Knoten definiert und dann als Graf oder Liste dargestellt.



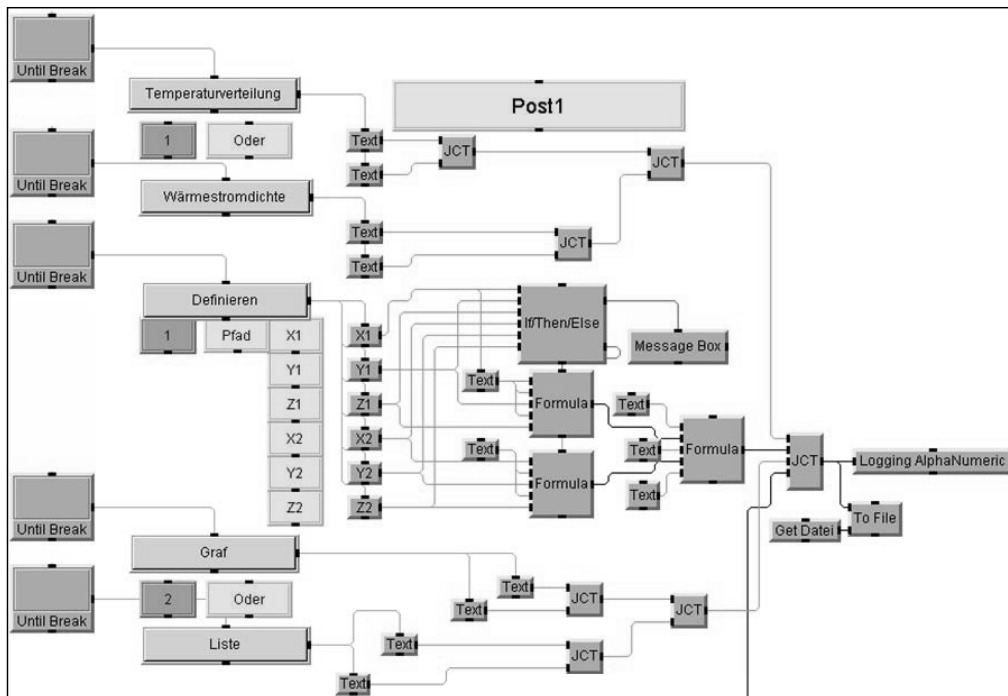


Abb. 6.12

**Erster Teil (Post1) des Unterprogramms Auswertung**

Durch Post26 gemäß Abb. 6.13 wird der folgende Schritt abgearbeitet:

- Darstellung der Temperaturverteilung eines gewählten Knotenpunktes in Abhängigkeit von der Zeit, d.h. z.B. die Berechnung der Sperrschichttemperaturen der Halbleiter. Die gewählten Knotenpunkte werden zuerst definiert und danach grafisch oder als Zahlenwerte dargestellt.

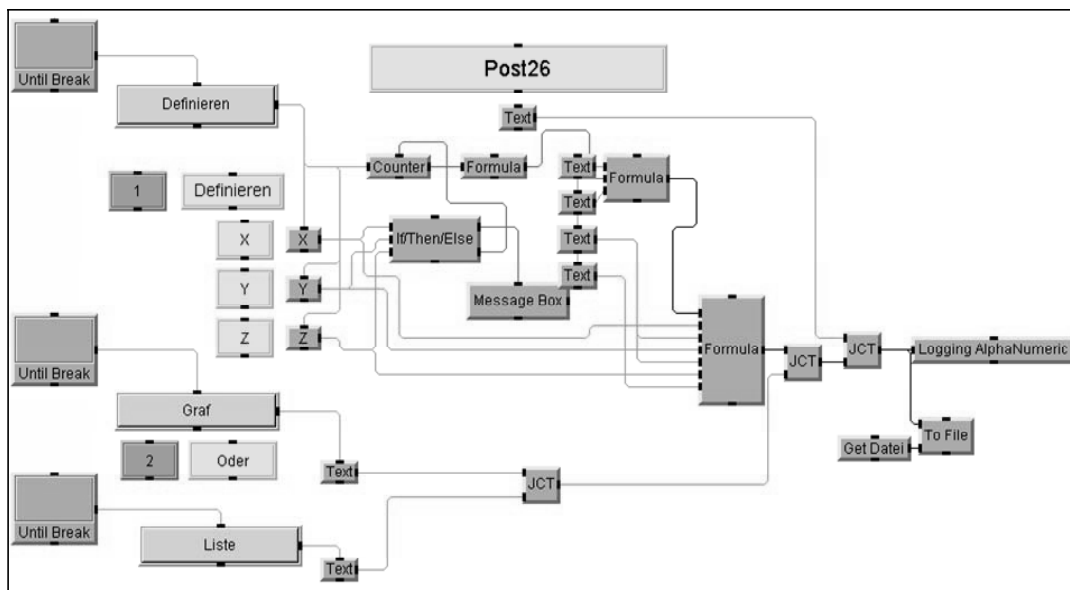


Abb. 6.13

**Zweiter Teil (Post 26) des Unterprogramms Auswertung**

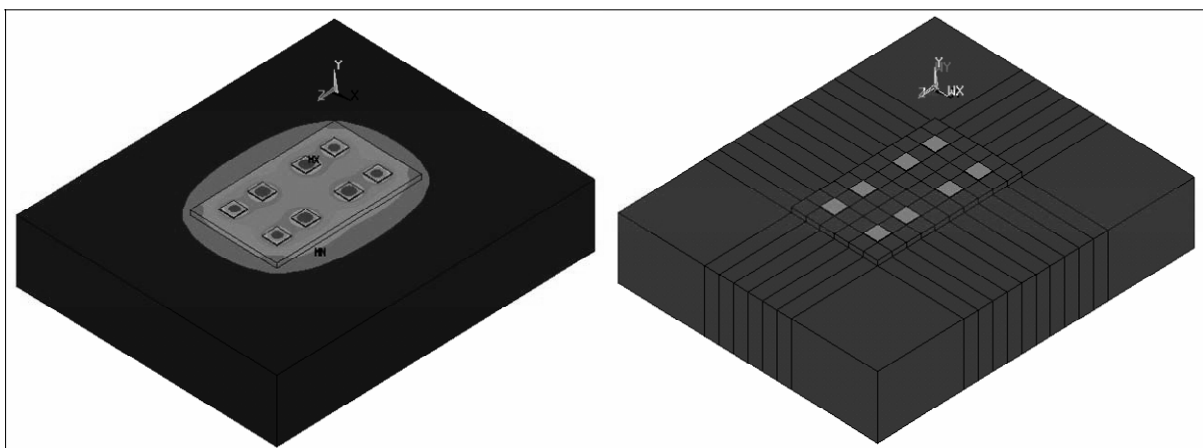
### 6.2.6 Unterprogramm Optimierung

Dieses zusätzliche Unterprogramm dient zur Optimierung der Anordnung der Leistungsmodule mit ihren Bauelementen, unter Berücksichtigung bestimmter Vereinfachungen, auf den Kühlkörper. Das Grundprinzip dieses Unterprogramms ist die Positionierung der Leistungsmodule auf einen gegebenen massiven Kühlkörper. Die Verschiebung der Module erfolgt in den Richtungen X und Z. Die Aufbaustruktur dieses Unterprogramms ist ähnlich wie in den andern vorigen Unterprogrammen. Die Struktur beinhaltet fast alle anderen Unterprogramme vom Aufbau bis zur Auswertung, aber mit anderen Vorgehensweisen und unter Berücksichtigung von speziellen Vereinfachungen. Die Nutzerebene wird im Anhang beschrieben. In Bezug auf die Auswertung ist hier nur die Berechnung der stationären Temperaturverteilung möglich. Die Benutzung und die Vorgehensweise dieses Unterprogramms wird nachfolgend kurz beschrieben:

- Zuerst wird ein massiver Kühlkörper in 3D aufgebaut. Die Vorgabe der Randbedingungen, die hier entweder die konstante Temperatur des Bodens des Kühlkörpers oder die Konvektionen sind, erfolgt ebenfalls an dieser Stelle.
- Die zwei Parameter  $h_n$  und  $g_n$  sind für jedes Leistungsmodul vor dem Aufbau dieses Moduls vorzugeben. Die beiden Parameter dienen zur Festlegung der Verschiebung dieses Moduls mit seinen Bauelementen auf dem Kühlkörper.
- Danach erfolgt die Eingabe der Daten des Leistungsmoduls, wobei alle Schichten zu einer einzigen Schicht zusammengefasst werden. Die Dicke dieser Schicht ist gleich der Dickensumme der vorhandenen Schichten.
- Die Eingabe der Daten der Bauelemente und die Eingabe der zweiten Randbedingung, die hier die eingeprägte Leistung pro Fläche für jedes eingefügte Bauelement ist, erfolgt danach. Die Bauelementschicht und die Löttschicht werden - wie zuvor bereits diskutiert - zu einer Schicht reduziert.
- Diese Zyklen von der Eingabe der Parameter  $h$  und  $g$  bis zur Eingabe der Bauelemente mit ihren Randbedingungen werden solange durchlaufen, bis alle Module platziert und aufgebaut sind.
- Zum Schluss werden die Materialdaten der vorgesehenen Bauteile vorgegeben und anschließend erfolgt die Vernetzung.

In diesem Unterprogramm sind außerdem die nachfolgenden Bemerkungen und Vereinfachungen berücksichtigt worden, um die Generierung von überzähligen Volumina nach dem Schneiden zu vermeiden. Da nur eine Aussage mit akzeptabler Genauigkeit über die Temperaturverteilung im Leistungsmodul durch die Simulation berechnet werden soll, sind die nachfolgend getroffenen Bemerkungen und Vereinfachungen zulässig.

- Es wird nur ein massiver Kühlkörper eingesetzt.
- Die Schichten des Leistungsmoduls werden zu einer Schicht reduziert. Für diese Schicht werden resultierende Materialdaten verwendet. Die Wärmeleitfähigkeit wird entsprechend Gl. (2.21) berechnet. Die Bauelementschicht und die zugeordnete Lötchicht werden ebenfalls zu einer Schicht reduziert. Die resultierende Wärmeleitfähigkeit wird gemäß Gl. (2.21) für die beide Schichten berechnet.
- Das Ziel ist die optimale Platzierung mehrerer Leistungsmodule unter Berücksichtigung ihrer Temperaturverteilung in der Weise, dass diese Verteilung gleichmäßig wird.
- Der Nutzer braucht nur die Parameter  $h$  und  $g$  für jedes der Module einzugeben, um sie zu verschieben. So kann die günstigste Platzierung bestimmt werden. Die nächsten Abbildungen zeigen ein Beispiel für diese Platzierung.



**Abb. 6.14**

**Die Leistungsmodule liegen eng beieinander mit einem Abstand  $d=0$**

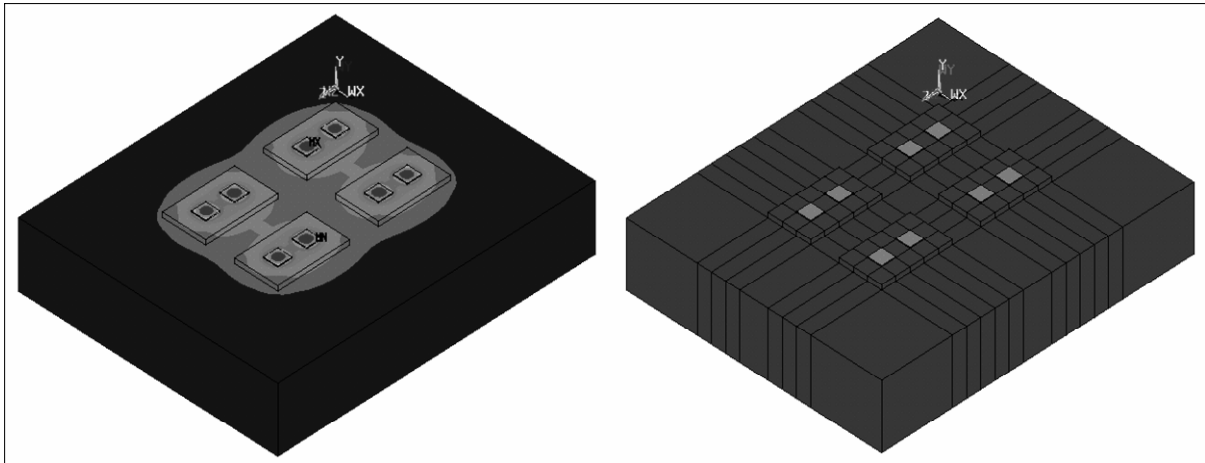


Abb. 6.15

Die Leistungsmodule liegen mit einem Abstand  $d$  voneinander entfernt

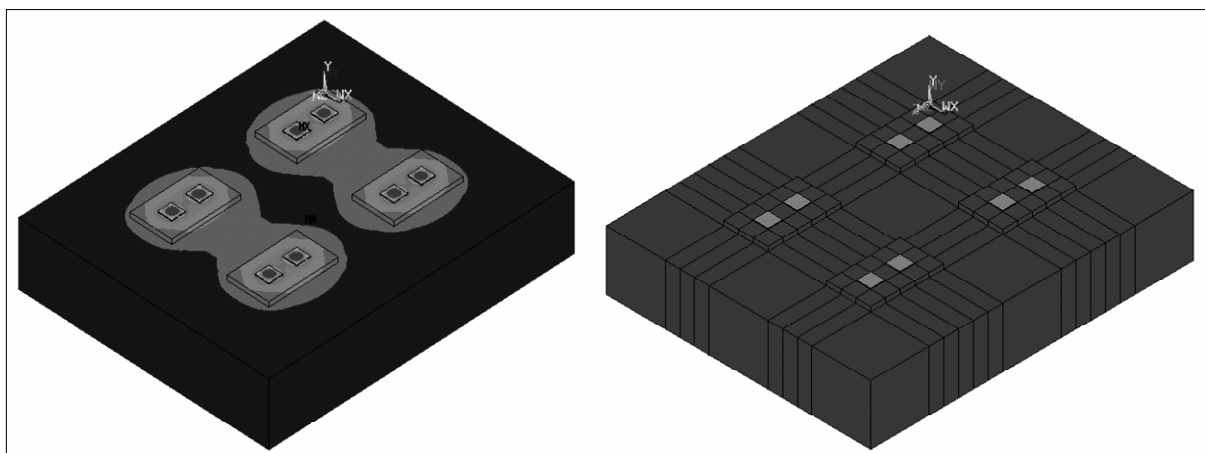


Abb. 6.16

Die Leistungsmodule liegen mit einem Abstand  $2d$  voneinander entfernt

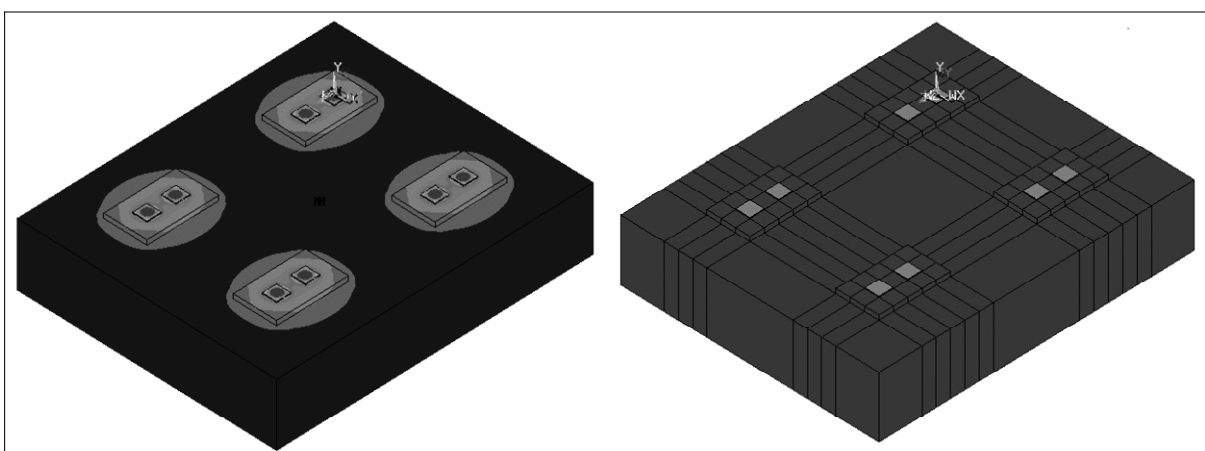


Abb. 6.17

Die Leistungsmodule liegen mit einem Abstand  $3d$  voneinander entfernt

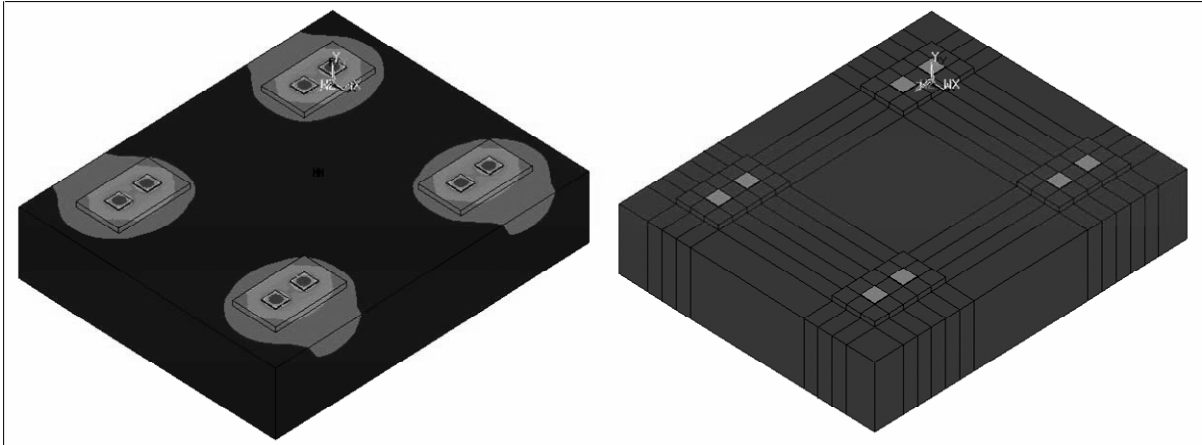


Abb. 6.18

Die Leistungsmodul liegen mit einem Abstand  $4d$  voneinander entfernt

### 6.3 Behandlung der Schichtdicke der Wärmeleitpaste in der Software

Das Problem der Wärmeleitpaste war im Abschnitt 4.3.4.2 erläutert worden. Weil die Kontaktoberflächen zwischen den Leistungsmodulen und dem Kühlkörper nicht glatt sind und die Luft eine sehr viel schlechtere Wärmeleitfähigkeit als die Wärmeleitpaste besitzt, wird dazwischen eine Schicht Wärmeleitpaste vorgesehen. So kann der Wärmestrom mit einem wesentlich geringeren Widerstand in den Kk abgeleitet werden. Man sollte nur die minimal notwendige Schichtdicke realisieren, weil diese Schicht selbst eine relativ schlechte Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zu den anderen Schichten hat. Wegen der Eigenschaften dieser Schicht ist ihre Dicke praktisch nicht messbar. Sie muss daher abgeschätzt werden. Für die Simulation ist dieser Schätzwert vorzugeben. Um für die Simulation einen Bereich der Schichtdicken vorgeben zu können, wurde in das Programm ein zusätzlicher Parameter  $h$  eingegeben, der die Variation dieser Dicke in mehreren Schritten gestattet. Wenn der Nutzer ein Modul direkt mit dem ANSYS-Programm simuliert, muss er für jede vorgegebene Schichtdicke das Modul von Anfang an neu konfigurieren. Mit dem erarbeiteten Programm braucht er die Daten für die Modulgenerierung und für die Simulation nur ein Mal vorzugeben. Die Vorgehensweise bei der Nutzung dieses Programms ist wie folgt zu beschreiben.

- Der Nutzer setzt zuerst den Parameter  $h$  auf Null und dann gibt er die minimale Dicke der Wärmeleitpaste vor.
- Die anderen Daten werden normal vom Aufbau bis zur Auswertung vorgegeben.
- Alle diese Daten werden in einer Textdatei gespeichert bevor sie im ANSYS-Programm aufgerufen werden.
- Die Generierung der Daten mit der minimalen Dicke bis zur Auswertung erfolgt automatisch nach dem Aufruf im ANSYS-Programm.
- Um die Schichtdicke zu vergrößern, braucht der Nutzer nur den Parameter  $h$  schrittweise bis zum Maximalwert zu erhöhen.

## 7 Modellreduktion

### 7.1 Das Ziel der Vereinfachung

Ziel dieser Vereinfachung ist die Entwicklung von stark reduzierten Prozessmodellen für die transiente Wärmefeldbestimmung unter Verwendung eines mathematischen Algorithmus. Die Hauptgründe für die Entwicklung dieser Modelle sind in einer – gegenüber der vorstehend dargestellten ANSYS-Berechnung stark reduzierten Simulationszeit zu suchen. Besonders bei der online-Simulation von dynamischen Vorgängen in Mikrorechnern, die nur über eine begrenzte Rechenkapazität verfügen, ist so eine drastische Einsparung von Rechenzeit bei gleichzeitiger Wahrung einer ausreichenden Genauigkeit zu erwarten.

In der Mathematik sind speziell für diese Problematik Algorithmen entwickelt wurden, die auf der Ordnungsreduktion von komplexen dynamischen Systemen basieren. Die prinzipielle Herangehensweise bei einer solchen Ordnungsreduktion soll nachfolgend an einem Standardbeispiel aus der Theorie der Wärmeleitung dargestellt werden.

### 7.2 Grundlegende Herangehensweise

Gegenstand der nachfolgenden Betrachtungen ist ein Stab gemäß Abb. 7.1, der eine Länge  $l$  und eine infinitesimal kleine Querschnittsfläche  $A$  hat. Für dieses einfache Beispiel soll nachfolgend, unter Verwendung des Separationsansatzes, zunächst eine geschlossene Lösung gefunden werden. Dadurch gelingt es später den durch die Ordnungsreduktion entstehenden Fehler abzuschätzen. Der Einfachheit halber wird außerdem nachfolgend von Dirichletschen Randbedingungen (bzw. Randwerten 1. Art) ausgegangen. Demgemäß hat der Stab an den beiden Grenzen  $x_1 = 0$  und  $x_2 = l$  die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ . Außerdem wurde für  $t = 0$  eine Anfangstemperatur (Anfangswert) von  $T_3$  angenommen.

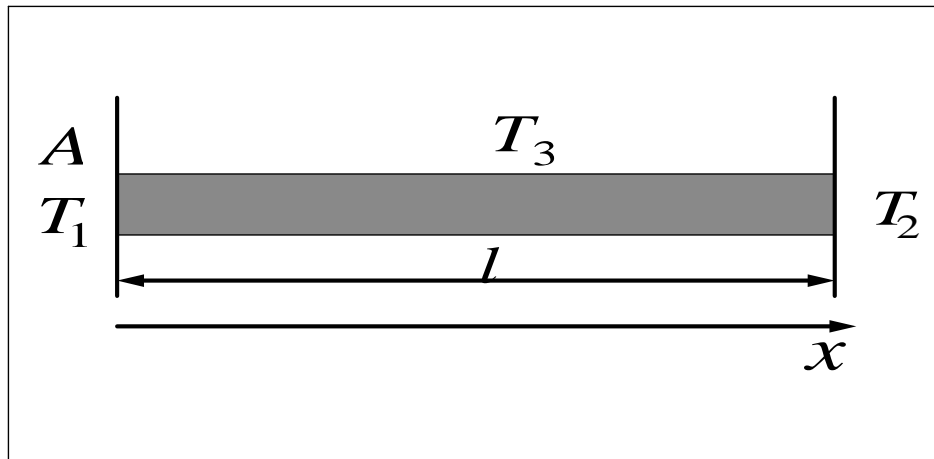


Abb. 7.1

### Stab mit Rand- und Anfangsbedingungen

#### 7.2.1 Geschlossene Lösung der partiellen Differentialgleichung

Es soll nachfolgend die Temperaturverteilung in dem Stab gemäß Abb. 7.1 berechnet werden. Dazu wird die Diffusionsgleichung entsprechend Gl: (2.5) in kartesischen Koordinaten gelöst. Für die Lösung dieser Gleichung ist folgender Ansatz zweckdienlich, wobei  $v(x,t)$  den dynamischen Anteil und  $\psi(x)$  den stationären Anteil der Gesamtlösung darstellt.

$$T(x,t) = v(x,t) + \psi(x) \quad (7.1)$$

.Aus der Gl.(7.1) ergeben sich durch partielles Differenzieren die Gln. (7.2) und (7.3)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{d^2 \psi}{dx^2} \quad (7.3)$$

Aus Gl. (2.5) und Gln. (7.2), (7.3). folgt für den dynamischen Anteil  $v(x,t)$  die nachfolgend angeführte Gleichung



$$\frac{\partial v}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (7.4)$$

Aufgrund des zu erwartenden stationären Temperaturverlaufes ist für den eingeschwungenen Lösungsanteil von Gl. (7.5) auszugehen.

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0 \quad (7.5)$$

Das sich ergebende Randwertproblem kann mit dem in [49] behandelten Verfahren gelöst werden. Nach der Lösung von Gl. (7.5) ergibt sich Gl. (7.6).

$$\psi(x) = c_1 x + c_2 \quad (7.6)$$

Für die Bestimmung von  $c_1$  und  $c_2$  setzt man die Randbedingungen  $T(0, t) = T_1$  und  $T(l, t) = T_2$  in die Gl. (7.6) ein. Für die Integrationskonstanten lassen sich nach einigen trivialen mathematischen Umformungen die nachfolgend angegebenen Terme finden.

$$c_2 = T_1 \text{ und } c_1 = \frac{T_2 - T_1}{l}$$

Nach der Bestimmung von  $c_1$  und  $c_2$  ergibt sich Gl. (7.7):

$$\psi(x) = \frac{T_2 - T_1}{l} \cdot x + T_1 \quad (7.7)$$

Gl. (7.7) ist die Lösung des stationären Anteils. Für die Lösung des dynamischen Anteils  $v(x, t)$  kann gemäß der Separationsmethode [49] der Ansatz entsprechend Gl. (7.8) herangezogen werden, wobei die Konstanten  $k_1$  und  $k_2$  bzw.  $\lambda_s$  die noch zu bestimmenden Integrations- bzw. Separationskonstanten sind.

$$v(x, t) = (k_1 \cdot \cos(\lambda_s x) + k_2 \sin(\lambda_s x)) \cdot \exp(-a \cdot \lambda_s^2 \cdot t) \quad (7.8)$$

Für die Bestimmung von  $k_1$  und  $k_2$  werden die Anfangs- und Randwerte in die oben angeführte Gl. eingesetzt. Dabei ist jedoch von den transformierten Rand- bzw.

Anfangswerten auszugehen. Nach erfolgter Transformation findet man für diese Werte die Zusammenhänge:  $v(0, t) = 0$ ,  $v(l, t) = 0$  und  $v(x, 0) = \frac{T_1 - T_2}{l} \cdot x + T_3 - T_1$ .

Aus der ersten transformierten Randbedingung folgt Gl. (7.9).

$$v(0, t) = 0 = k_1 \cdot \exp(-a\lambda_s^2 t). \quad (7.9)$$

Die Identität gemäß Gl. (7.9) ist nur für den Fall  $k_1 = 0$  erfüllt.

Die Eigenwerte  $\lambda_s$  des Problems lassen sich unter Verwendung des zweiten (transformierten) Randwertes finden.

$$v(l, t) = 0 = k_2 \sin(\lambda_s \cdot l) \exp(-a\lambda_s^2 t) \quad (7.10)$$

Gemäß Gl. (7.10) folgt für die Eigenwerte:  $\lambda_s \cdot l = \pi \cdot m$  mit  $m = 0, 1, 2, \dots$

Zur Anpassung der Lösung der partiellen Differentialgleichung (nachfolgend wird Differentialgleichung mit DGL bezeichnet) Gl. (7.11) an den transformierten Anfangswert Gl.(7.13) verwendet man entsprechend [49] einen geeigneten Fourierreihenansatz (Gl. (7.12)).

$$v(x, t) = k_2 \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot \exp\left(-a \cdot \left(\frac{m \cdot \pi}{l}\right)^2 \cdot t\right) \quad (7.11)$$

$$v(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} Am \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot \exp\left(-a \cdot \left(\frac{m \cdot \pi}{l}\right)^2 \cdot t\right) \quad (7.12)$$

$$v(x, 0) = \sum_{m=1}^{\infty} Am \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi}{l} \cdot x\right) = \frac{T_1 - T_2}{l} \cdot x + T_3 - T_1 \quad (7.13)$$

Zur Bestimmung der Konstanten  $Am$  muss nach Fourier folgendes Integral gelöst werden.

$$Am = \frac{2}{l} \int_0^l \left(\frac{T_1 - T_2}{l} \cdot x + T_3 - T_1\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi}{l} \cdot x\right) dx \quad (7.14)$$

Nach der Berechnung von  $Am$  und Berücksichtigung von Gl. (7.1) ergibt sich Gl. (7.15).

$$T(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{m\pi} (T_3 - T_1 - (T_3 - T_2) \cdot \cos(m\pi)) \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{l} \cdot x\right) \cdot \exp\left(-a\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 \cdot t\right) \dots$$

$$\dots + \frac{T_2 - T_1}{l} \cdot x + T_1 \tag{7.15}$$

Die Gl. (7.15) beschreibt die Temperaturverteilung des Stabs in Abhängigkeit von der Stablänge und der Zeit.

Die Abb. 7.2 zeigt die Temperaturverteilung des Stabes in Abhängigkeit von dessen Länge. Die Zeit dient gemäß der folgenden Darstellung als Parameter. Im gesamten Prozess wird außerdem die Temperatur an den beiden Enden des Stabes konstant gehalten. Die Randwerte betragen in diesem speziellen Fall  $T_1=30^\circ\text{C}$  und  $T_2=40^\circ\text{C}$ . Die Temperatur in der Mitte des Stabes ist am Anfang des Prozesses am niedrigsten und vergrößert sich mit steigendem Zeitparameter. Als Anfangswert wurde  $T_3=0^\circ\text{C}$  gewählt. In der Abb. 7.2 sind drei Verläufe der Temperatur zu sehen. Am Ende des Prozesses (stationärer Zustand) ist die Temperaturverteilung entlang des Stabes linear.

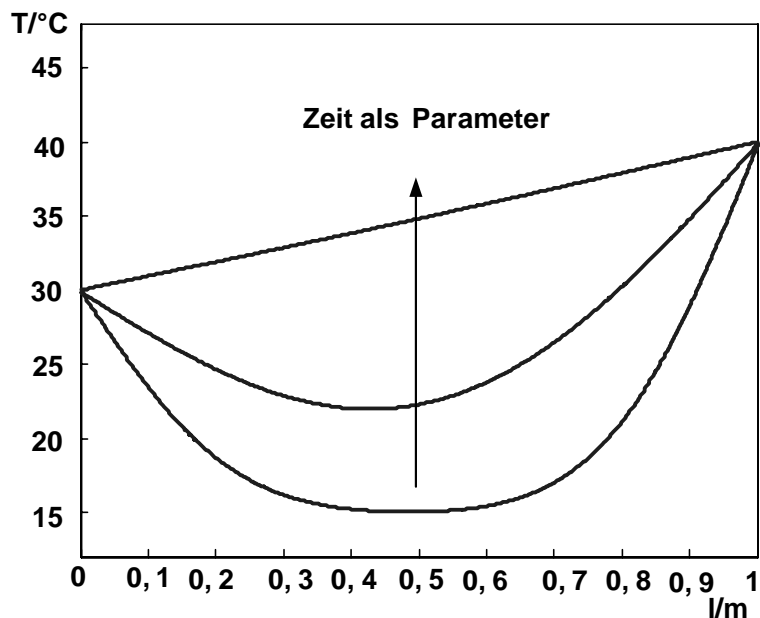


Abb. 7.2

Die Temperaturverteilung entlang des Stabs zu ausgewählten Zeitpunkten

## 7.2.2 Bestimmung der Zustandsgleichung unter Verwendung numerischer Methoden

Eine geschlossene Lösung von Wärmeleitproblemen ist meist nur für sehr einfache Konstellationen möglich. Für komplexere Probleme ist eine numerische Lösung unumgänglich, wobei dafür eine geeignete Diskretisierung des Problems erforderlich ist. Das so vereinfachte Problem ist gemäß Abschnitt 2.2 einer Kombination von RC-Gliedern äquivalent. Zur Berechnung des Wärmeleitproblems müssen die Zustandsgleichungen dieser Kombination aufgestellt und gelöst werden.

Für die Bestimmung der Zustandsgleichungen des diskretisierten Systems wurde wieder der Stab aus Abschnitt 7.2 herangezogen. Unter Nutzung des elektrothermischen Analogons (Siehe Abschnitt 2.2) kann für diesen Stab ein elektrisches Ersatzschaltbild gemäß Abb. 7.3 entwickelt werden. Für die Berechnung der Widerstände und Kapazitäten wurden die Gln. (3.18) und (3.20) benutzt. Die Diskretisierungslänge beträgt  $\Delta x = l/3$ . Daraus resultieren wiederum die Widerstands- und die Kapazitätswerte des diskretisierten Stabes. Zur Realisierung der Randwerte erster Art wurden außerdem an den Grenzen des Stabes zwei Spannungsquellen  $u_1$  und  $u_2$  angelegt

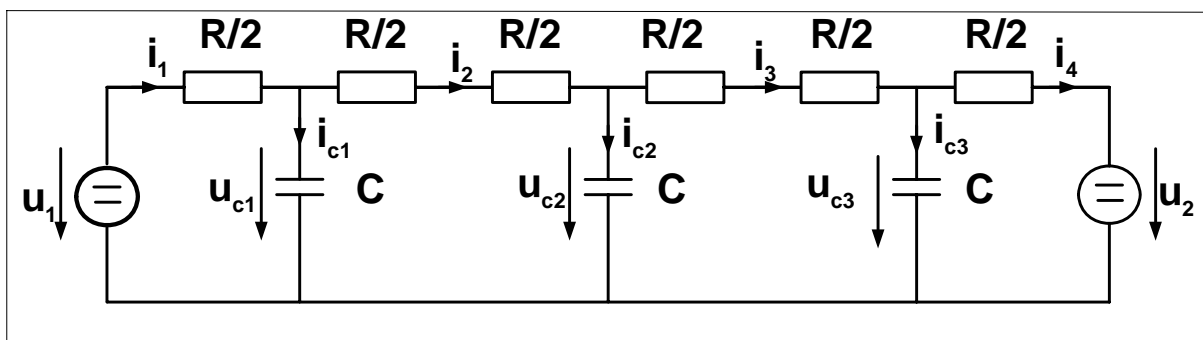


Abb. 7.3  
Ersatzschaltbild des Stabs

Die allgemeine Form der Zustandsdifferentialgleichungen eines Systems in Matrixdarstellung lautet folgendermaßen [50]:

$$\dot{\underline{x}} = [A] \cdot \underline{x} + [B] \cdot \underline{u} \quad (7.16)$$

$$\underline{y} = \underline{C}' \cdot \underline{x} \quad (7.17)$$

Die Gln. (7.16) und (7.17) werden zunächst auf das oben genannte Beispiel gemäß Abb. 7.3 angewendet. Die Maschengleichungen gemäß der Abb. 7.3 lauten:

$$u_1 = \frac{R}{2} \cdot i_1 + u_{c_1} \quad (7.18)$$

$$u_{c_1} = R \cdot i_2 + u_{c_2} \quad (7.19)$$

$$u_{c_2} = R \cdot i_3 + u_{c_3} \quad (7.20)$$

$$u_{c_3} = \frac{R}{2} \cdot i_4 + u_2 \quad (7.21)$$

Die Knotengleichungen für die Ströme können folgendermaßen geschrieben werden:

$$i_1 = i_{c_1} + i_2 \quad (7.22)$$

$$i_2 = i_{c_2} + i_3 \quad (7.23)$$

$$i_3 = i_{c_3} + i_4 \quad (7.24)$$

mit

$$i_{c_1} = C \frac{du_{c_1}}{dt} = C \cdot \dot{u}_{c_1} \quad (7.25)$$

$$i_{c_2} = C \cdot \dot{u}_{c_2} \quad (7.26)$$

$$i_{c_3} = C \cdot \dot{u}_{c_3} \quad (7.27)$$

Durch Einsetzen der Gl. (7.22) in Gln. (7.25) sowie der Gl. (7.23) in Gl. (7.26) und der Gl. (7.24) in Gl. (7.27) ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\dot{u}_{c_1} = \frac{1}{C} \cdot (i_1 - i_2) \quad (7.28)$$

$$\dot{u}_{c_2} = \frac{1}{C} \cdot (i_2 - i_3) \quad (7.29)$$

$$\dot{u}_{c_3} = \frac{1}{C} \cdot (i_3 - i_4) \quad (7.30)$$

Durch Einsetzen der Gl. (7.18) und Gl. (7.19) in die Gl. (7.28) ergibt sich Gl. (7.31)

$$\dot{u}_{c_1} = \frac{1}{C} \left( \frac{2}{R} (u_1 - u_{c_1}) - \frac{1}{R} (u_{c_1} - u_{c_2}) \right) \quad (7.31)$$

Eine Vereinfachung der Gl. (7.31) kann wie folgt dargestellt werden:

$$\dot{u}_{c_1} = \frac{1}{RC} (2u_1 - 3u_{c_1} + u_{c_2}) \quad (7.32)$$

Durch einen dazu völlig analogen Rechenweg gelangt man zu den Identitäten (7.33) und (7.34).

$$\dot{u}_{c_2} = \frac{1}{RC} (u_{c_1} - 2u_{c_2} + u_{c_3}) \quad (7.33)$$

$$\dot{u}_{c_3} = \frac{1}{RC} (u_{c_2} - 3u_{c_3} + 2u_2) \quad (7.34)$$

Die Gln. (7.32) (7.33) und (7.34) können gemäß der Gl. (7.35) durch Verwendung der Matrixschreibweise folgendermaßen zusammengefasst werden:

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{c_1} \\ \dot{u}_{c_2} \\ \dot{u}_{c_3} \end{pmatrix} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{c_1} \\ u_{c_2} \\ u_{c_3} \end{pmatrix} + \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (7.35)$$

und

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{c_1} \\ u_{c_2} \\ u_{c_3} \end{pmatrix} \quad (7.36)$$

Wie an der Ausgabegleichung erkennbar ist, interessiert für die weiteren Betrachtungen nur die Temperatur in der Mitte des Stabes.

Abb. 7.4 zeigt ein Blockschaltbild der aufgestellten DGLn nach Gln. (7.35) und (7.36). Die beiden Spannungsquellen  $u_1$  und  $u_2$  sind die Eingangsgrößen und  $y = u_{c_2}$  ist die

gesuchte Ausgangsgröße. In dem Blockschaltbild ist außerdem zu erkennen, dass eine Verkopplung der Zustandsgrößen vorliegt.

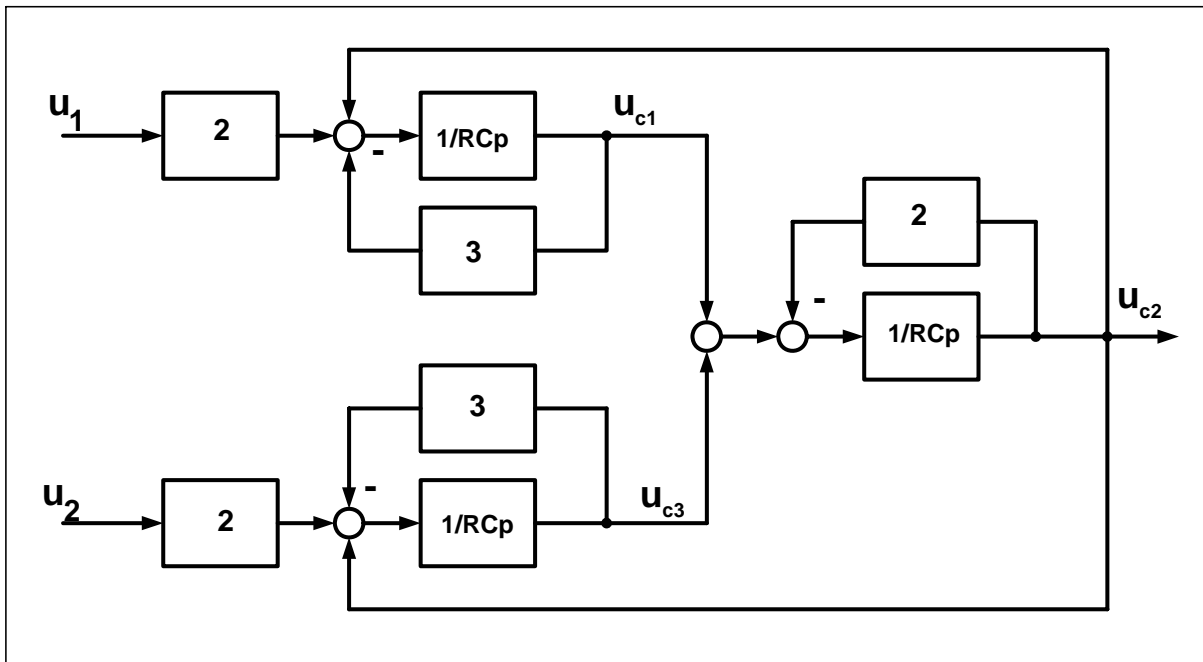


Abb. 7.4

Darstellung der Zustandsgleichungen in einem Blockschaltbild

### 7.2.3 Transformation der Zustandsgleichungen in Diagonalform (Modaltransformation)

Durch diese Transformation wird die Systemmatrix diagonalisiert. d.h. die Systemgrößen werden völlig entkoppelt. Diese Darstellungsform ist für die nachfolgende Ordnungsreduktion (siehe Abschnitt 7.2.4) sehr nützlich.

Ausgangspunkt der nachfolgenden Betrachtungen sind die Zustandsgleichungen gemäß Gl. (7.35) und Gl. (7.36). Die Systemmatrix des dort berechneten Systems soll nachfolgend diagonalisiert werden. Die dafür notwendige Transformationsmatrix  $[T_M]$  muss zunächst berechnet werden. Dabei ist von einer zeitinvarianten Transformationsmatrix  $[T_M]$  auszugehen. Nur in diesem Spezialfall ist Gl. (7.37) und Gl. (7.38) gültig.

$$\underline{x} = [T_M] \cdot \underline{x}_M \text{ und } \dot{\underline{x}} = [T_M] \cdot \dot{\underline{x}}_M \quad (7.37)$$

$$\underline{x}_M = [T_M]^{-1} \cdot \underline{x} \quad \text{und} \quad \dot{\underline{x}}_M = [T_M]^{-1} \cdot \dot{\underline{x}} \quad (7.38)$$

Setzt man die Gln. (7.37) und (7.38) in die Gln. (7.16) und (7.17) ein, so entstehen folgende Beziehungen:

$$[T_M] \cdot \dot{\underline{x}}_M = [A] \cdot [T_M] \cdot \underline{x}_M + [B] \cdot \underline{u} \quad (7.39)$$

$$\underline{Y} = \underline{C}'_M \cdot \underline{x}_M. \quad (7.40)$$

Wobei

$$\underline{C}'_M = \underline{C}' \cdot [T_M] \quad (7.41)$$

gilt.

Multipliziert man beide Seiten der Gl. (7.39) mit  $[T_M]^{-1}$ , ergibt sich Gl. (7.42).

$$\dot{\underline{x}}_M = [T_M]^{-1} \cdot [A] \cdot [T_M] \cdot \underline{x}_M + [T_M]^{-1} \cdot [B] \cdot \underline{u} \quad (7.42)$$

Durch Vereinfachung der Gl. (7.42) erhält man Gl. (7.43). Diese Gleichung ist in der Regelungstechnik auch als Jordansche Normalform der Zustandsgleichungen eines dynamischen Systems bekannt.

$$\dot{\underline{x}}_M = [\Lambda] \cdot \underline{x}_M + [B_M] \cdot \underline{u} \quad (7.43)$$

Mit

$$[\Lambda] = [T_M]^{-1} \cdot [A] \cdot [T_M] \quad (7.44)$$

und

$$[B_M] = [T_M]^{-1} \cdot [B]. \quad (7.45)$$

als Jordannormalform der Matrizen  $[A]$  und  $[B]$ .

Für die Bestimmung der Transformationsmatrix  $[T_M]$  werden zuerst die Eigenwerte der Matrix  $[A]$  unter Nutzung der Gl. (7.46) bestimmt.



$$|\lambda_k \cdot [E] - [A]| = 0 \quad (7.46)$$

Die Eigenwerte sind:  $\lambda_1 = -4$   $\lambda_2 = -3$  und  $\lambda_3 = -1$

Nach der Multiplikation beider Seiten der Gl. (7.44) mit  $[T_M]$  folgt die nächste Gl.

$$[A] \cdot [T_M] = [T_M] \cdot [\Lambda] \quad (7.47)$$

Diese Gleichung muss auch Spaltenweise erfüllt sein:

$$[A] \cdot \underline{t}_{Mk} = \underline{t}_{Mk} \cdot \lambda_k \quad (7.48)$$

Aus Gl. (7.48) ergibt sich Gl. (7.49)

$$|\lambda_k \cdot [E] - [A]| \cdot \underline{t}_{Mk} = 0 \quad (7.49)$$

mit

$$\underline{t}_{M1} = \begin{pmatrix} t_{M11} \\ t_{M12} \\ t_{M13} \end{pmatrix} \quad \underline{t}_{M2} = \begin{pmatrix} t_{M21} \\ t_{M22} \\ t_{M23} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{t}_{M3} = \begin{pmatrix} t_{M31} \\ t_{M32} \\ t_{M33} \end{pmatrix} \quad (7.50)$$

Die Bestimmung der Eigenvektoren erfolgt unter Nutzung der Gl. (7.46) und Gl. (7.48). Die hergeleiteten Eigenvektoren können wie folgt dargestellt werden:

$$\underline{t}_{M1} = \begin{pmatrix} t_{11} \\ -t_{11} \\ t_{11} \end{pmatrix} \quad \underline{t}_{M2} = \begin{pmatrix} t_{12} \\ 0 \\ -t_{12} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{t}_{M3} = \begin{pmatrix} t_{13} \\ 2t_{13} \\ t_{13} \end{pmatrix} \quad (7.51)$$

Die Transformationsmatrix  $[T_M]$  wird folgendermaßen geschrieben:

$$[T_M] = (\underline{t}_{M1} \quad \underline{t}_{M2} \quad \underline{t}_{M3}) \quad (7.52)$$

Durch Einsetzen der Gl. (7.51) in Gl. (7.52) ergibt sich Gl. (7.53)

$$[T_M] = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ -t_{11} & 0 & 2t_{13} \\ t_{11} & -t_{12} & t_{13} \end{pmatrix} \quad (7.53)$$

Aus Gl. (7.53) kann nun auch die inverse Matrix  $[T_M]^{-1}$  berechnet werden. Es ergibt sich Gl. (7.54).

$$[T_M]^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3t_{11}} & \frac{-1}{3t_{11}} & \frac{1}{3t_{11}} \\ \frac{1}{2t_{12}} & 0 & \frac{-1}{2t_{12}} \\ \frac{1}{6t_{13}} & \frac{1}{3t_{13}} & \frac{1}{6t_{13}} \end{pmatrix} \quad (7.54)$$

Aus den Gl. (7.45) und Gl. (7.41) erfolgt die Berechnung von  $[B_M]$  gemäß Gl. (7.55) und  $\underline{C}'_M$  gemäß Gl. (7.56):

$$[B_M] = \frac{2}{RC} \begin{pmatrix} \frac{1}{3t_{11}} & \frac{1}{3t_{11}} \\ \frac{1}{2t_{12}} & \frac{-1}{2t_{12}} \\ \frac{1}{6t_{13}} & \frac{1}{6t_{13}} \end{pmatrix} \quad (7.55)$$

$$\underline{C}'_M = (-t_{11} \quad 0 \quad 2t_{13}) \quad (7.56)$$

Nach geeigneter Wahl der Variablen ( $t_{11}=t_{12}=t_{13}=1$ ) der Transformationsmatrix kann nun die Modaltransformation des Systems gemäß Gl. (7.35) erfolgen. Es resultiert das Gleichungssystem (7.57).

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{c_{M1}} \\ \dot{u}_{c_{M2}} \\ \dot{u}_{c_{M3}} \end{pmatrix} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{c_{M1}} \\ u_{c_{M2}} \\ u_{c_{M3}} \end{pmatrix} + \frac{1}{RC} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & -1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (7.57)$$

Der modaltransformierte Ausgangsvektor kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{cM1} \\ u_{cM2} \\ u_{cM3} \end{pmatrix}. \quad (7.58)$$

Abb. 7.5 zeigt das Blockschaltbild der modaltransformierten Zustands-DGln. Hier sind die Systemgrößen entkoppelt. Die Eingangsgrößen sind  $u_1$  und  $u_2$ . Die Ausgangsgröße  $Y$  hängt nicht mehr von der modalen Zustandsgröße  $u_{cM2}$  ab.

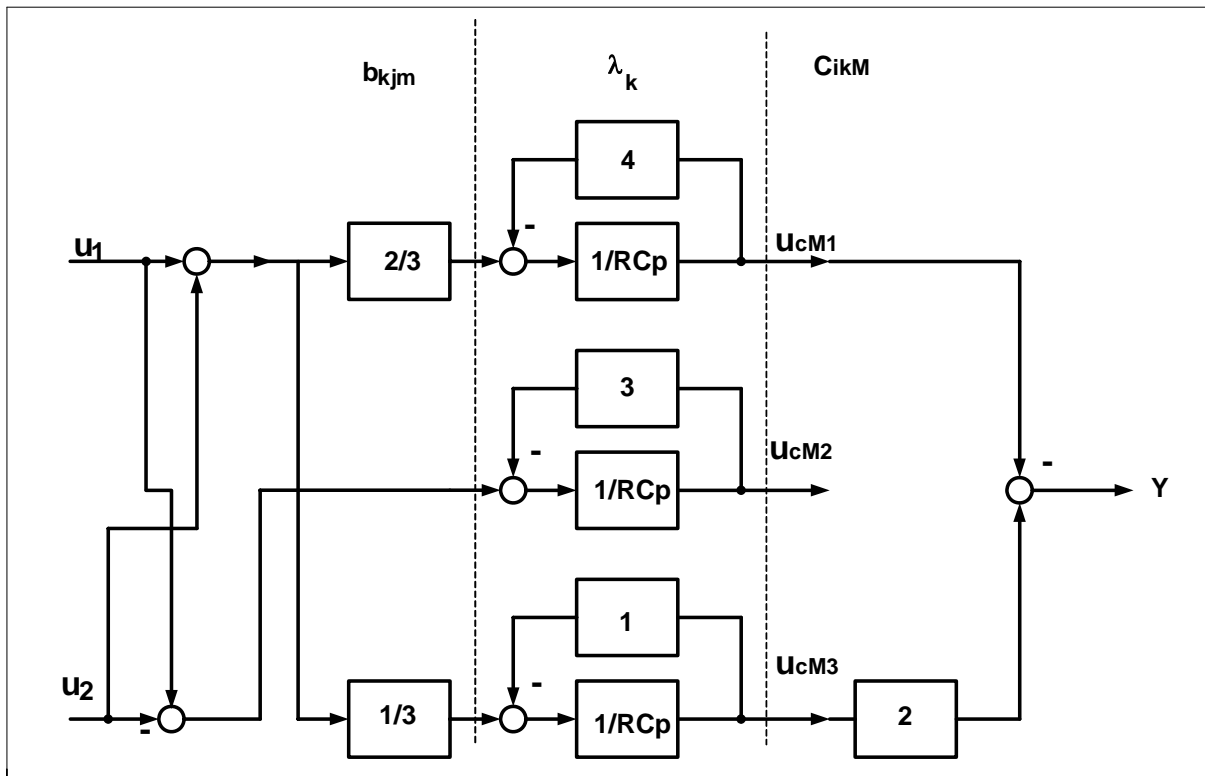
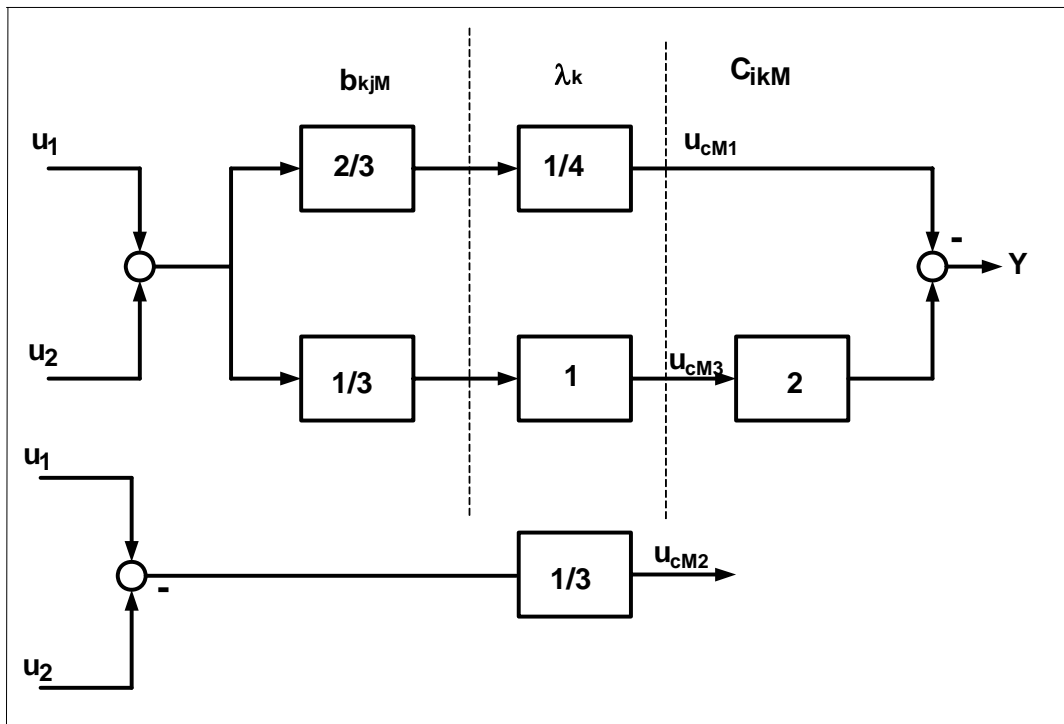


Abb. 7.5

**Das Blockschaltbild der modaltransformierten Zustands-DGln**

Die Blockstruktur gemäß Abb. 7.6 kennzeichnet den stationären Zustand des modaltransformierten Systems.



**Abb. 7.6**  
Das stationäre Blockschaltbild

Nachfolgend ist zu bestimmen, welche modalen Zustandsgrößen den stärksten Einfluss auf die Ausgangsgröße  $y$  ausüben. Zu diesem Zweck wird zunächst die Übertragungsfunktion eines Signalpfades von dem Eingang  $u_j$  zur Ausgangsgröße  $y_i$  berechnet. Man findet:

$$G_{ij}(p) = \sum_{k=1}^n \frac{c_{ikM} \cdot b_{kjM}}{p - \lambda_k}. \quad (7.59)$$

Für die Bestimmung der dominierenden Eigenwerte wird nachfolgend die Sprungantwort des Signalpfades auf einen Sprung der Höhe  $u_{j0}$  betrachtet. Unter Nutzung der inversen Lapalacettransformation [51] ergibt sich:

$$Y_{ij}(t) = \sum_{k=1}^n \frac{c_{ikM} \cdot b_{kjM}}{\lambda_k} \cdot (\exp(\lambda_k \cdot t) - 1) \cdot u_{j0}. \quad (7.60)$$

Durch eine Analyse der Gl. (7.60) wird ersichtlich, dass die Intensität der Sprungantwort wesentlich von dem Faktor entsprechend Gl. (7.61) abhängt. Es erscheint deshalb zweckmäßig, diesen Faktor als Bewertungskriterium heranzuziehen.

$$D_{ikj} = \left| \frac{c_{ikM} \cdot b_{kjM}}{\lambda_k} \right| \quad (7.61)$$

Gl. (7.61) ist demzufolge ein aussagekräftiges Maß für den Einfluss des Eigenwertes  $\lambda_k$  auf die Ausgangsgröße  $y$ .

Als Entscheidungskriterium sind in der Literatur [51] die nachfolgend definierten Dominanzmaße bekannt. Die Beurteilung der Dominanz eines Signalflusspfades erfolgt zunächst unter Nutzung von Identität (7.62).

$$D_k = \max(D_{ikj}) \quad (7.62)$$

Gl. (7.63) ist zur Unterstützung der Entscheidungsfindung im Falle annähernd identischer  $D_k$  geeignet. In diesem Fall ist der Eigenwert mit dem größeren  $S_k$  dominierend, da anzunehmen ist, dass dieser auf mehr Signalflusspfade einen nennenswerten Einfluss ausübt.

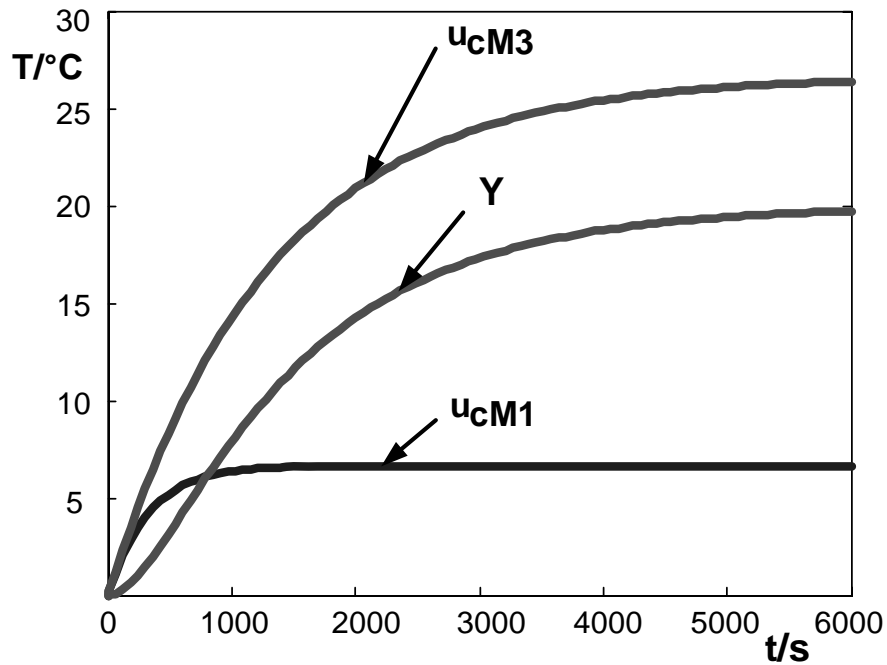
$$S_k = \sum_{ij} D_{ikj} \quad (7.63)$$

$D_{111}$	$D_{112}$	$D_{131}$	$D_{132}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
$D_1$		$D_2$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{3}$	
$S_1$		$S_2$	
$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$	

**Tabelle 7.1**  
**Gerechnete Werte**

Tabelle 7.1 zeigt die gemäß der Gln. (7.61) (7.62) bis (7.63) gerechneten Dominanzmaße. Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass der dominierende Eigenwert  $\lambda_3$

ist. Dieser Eigenwert wird für weitere Berechnungen gebraucht. In der Abb. 7.7 wird bestätigt, dass die Systemgröße  $u_{cM3}$ , die entsprechend Abb. 7.5 mit  $\lambda_3$  korreliert, im Vergleich zu  $u_{cM1}$  einen dominierenden Verlauf hat.



**Abb. 7.7**  
**Die modalen Temperaturverläufe**

### 7.2.4 Ordnungsreduktion

Ziel der Ordnungsreduktion ist es, das System stark zu reduzieren. In diesem Abschnitt wird ein Verfahren der Ordnungsreduktion [51] verwendet, welches von Marshall publiziert wurde. Mit diesem Verfahren kann die stationäre Genauigkeit des reduzierten Systems gesichert werden. Am Ende wird dieses Verfahren auf das Beispiel aus Abb. 7.1 angewendet. Abschließend werden die Ergebnisse des reduzierten Modells mit denen des komplexen Modells (Abb. 7.5) sowie der geschlossenen Lösung (Gl.(7.15)) verglichen.

Für eine leichtere Handhabung des mathematischen Formelwerkes zur Ordnungsreduktion werden zunächst einige Gleichungen umstrukturiert. Die Gl. (7.37) wird z.B. in folgende Form überführt.

$$\begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [T_{M11}] & [T_{M12}] \\ [T_{M21}] & [T_{M22}] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_{M1} \\ \underline{x}_{M2} \end{pmatrix} \quad (7.64)$$

Die Gl. (7.64) kann auch wie folgt geschrieben werden:

$$\underline{x}_1 = [T_{M11}] \cdot \underline{x}_{M1} + [T_{M12}] \cdot \underline{x}_{M2} \quad (7.65)$$

$$\underline{x}_2 = [T_{M21}] \cdot \underline{x}_{M1} + [T_{M22}] \cdot \underline{x}_{M2} \quad (7.66)$$

Nach Auflösung der Gl. (7.65) nach  $\underline{x}_{M1}$  ergibt sich Gl. (7.67)

$$\underline{x}_{M1} = [T_{M11}]^{-1} \cdot (\underline{x}_1 - [T_{M12}] \cdot \underline{x}_{M2}) \quad (7.67)$$

Durch Einsetzen von Gl. (7.67) in Gl. (7.66) ergibt sich Gl. (7.68)

$$\underline{x}_2 = [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \cdot \underline{x}_1 + ([T_{M22}] - [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \cdot [T_{M12}]) \cdot \underline{x}_{M2} \quad (7.68)$$

Nach Aufteilung von Gl. (7.43) ergibt sich Gl. (7.69). Die Umordnung erfolgt dabei so, dass die Matrix  $[\Lambda_1]$  nach der Umstrukturierung alle dominierenden Eigenwerte des

Systems enthält. Alle nichtdominanten Eigenwerte sind in der Diagonalmatrix  $[\Lambda_2]$  zusammengefasst.

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}_{M_1} \\ \dot{\underline{x}}_{M_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\Lambda_1] & [0] \\ [0] & [\Lambda_2] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_{M_1} \\ \underline{x}_{M_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [B_{M_1}] \\ [B_{M_2}] \end{pmatrix} \cdot \underline{u} \quad (7.69)$$

Die Gl. (7.69) kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\dot{\underline{x}}_{M_1} = [\Lambda_1] \cdot \underline{x}_{M_1} + [B_{M_1}] \cdot \underline{u} \quad (7.70)$$

$$\dot{\underline{x}}_{M_2} = [\Lambda_2] \cdot \underline{x}_{M_2} + [B_{M_2}] \cdot \underline{u} \quad (7.71)$$

Im stationären Zustand gibt es keine zeitliche Änderung der Zustandsgrößen, d.h.  $\dot{\underline{x}}_M$  in den Gln. (7.70) und (7.71) ist Null. Dadurch ergeben sich Gl. (7.72) und Gl. (7.73) wie folgt:

$$\underline{x}_{M_1} = -[\Lambda_1]^{-1} \cdot [B_{M_1}] \cdot \underline{u} \quad (7.72)$$

$$\underline{x}_{M_2} = -[\Lambda_2]^{-1} \cdot [B_{M_2}] \cdot \underline{u}. \quad (7.73)$$

Durch Einsetzen von Gl. (7.73) in Gl. (7.68) ergibt sich Gl. (7.74)

$$\underline{x}_2 = [T_{M_{21}}] \cdot [T_{M_{11}}]^{-1} \cdot \underline{x}_1 + ([T_{M_{22}}] - [T_{M_{21}}] \cdot [T_{M_{11}}]^{-1} [T_{M_{12}}]) \cdot (-[\Lambda_2]^{-1} \cdot [B_{M_2}] \cdot \underline{u}) \quad (7.74)$$

Ausgehend von der allgemeinen Form der Zustandsgleichung Gl. (7.16) und unter Beachtung der Transformationsgleichungen (7.64) können die Ausgangszustandsgleichungen folgendermaßen prationiert werden:

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}_1 \\ \dot{\underline{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [B_1] \\ [B_2] \end{pmatrix} \cdot \underline{u} \quad (7.75)$$

$$\underline{y} = (\underline{C}_{11} \quad \underline{C}_{12}) \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{pmatrix}. \quad (7.76)$$



Die Gln. (7.75) und (7.76) werden wie folgt geschrieben:

$$\dot{\underline{x}}_1 = [A_{11}] \cdot \underline{x}_1 + [A_{12}] \cdot \underline{x}_2 + [B_1] \cdot \underline{u} \quad (7.77)$$

$$\dot{\underline{x}}_2 = [A_{21}] \cdot \underline{x}_1 + [A_{22}] \cdot \underline{x}_2 + [B_2] \cdot \underline{u} \quad (7.78)$$

$$\underline{Y} = \underline{C}_{11} \cdot \underline{x}_1 + \underline{C}_{12} \cdot \underline{x}_2 \quad (7.79)$$

Durch Einsetzen von  $\underline{x}_2$  aus Gl. (7.74) in Gl. (7.77) ergibt sich folgende Gl. (7.80)

$$\dot{\underline{x}}_1 = [\tilde{A}] \cdot \underline{x}_1 + [\tilde{B}] \cdot \underline{u}, \quad (7.80)$$

wobei

$$[\tilde{A}] = [A_{11}] + [A_{12}] \cdot [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \quad (7.81)$$

und

$$[\tilde{B}] = ([B_1] - [A_{12}] \cdot ([T_{M22}] - [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \cdot [T_{M12}])) \cdot [\Lambda_2]^{-1} \cdot [B_{M2}]. \quad (7.82)$$

Durch Einsetzen von  $\underline{x}_2$  aus Gl. (7.74) in Gl. (7.79) ergibt sich folgende Gl. (7.83)

$$\underline{Y} = [\tilde{C}] \cdot \underline{x}_1 + [\tilde{D}] \cdot \underline{u}, \quad (7.83)$$

wobei

$$[\tilde{C}] = \underline{C}_{11} + \underline{C}_{12} \cdot [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \quad (7.84)$$

und

$$[\tilde{D}] = -\underline{C}_{12} \cdot ([T_{M22}] - [T_{M21}] \cdot [T_{M11}]^{-1} \cdot [T_{M12}])) \cdot [\Lambda_2]^{-1} \cdot [B_{M2}]. \quad (7.85)$$

Damit sind nun sämtliche Variablen des ordnungsreduzierten Systems bestimmt.

Nach der Prationierung der Zustandsgleichungen Gln. (7.35) und (7.36) gemäß Gln. (7.86) und (7.87) erhält man für den Spezialfall gemäß Abb. 7.1 folgende Systemgleichungen.

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_{c_3} \\ \dot{u}_{c_1} \\ \dot{u}_{c_2} \end{pmatrix} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{c_3} \\ u_{c_1} \\ u_{c_2} \end{pmatrix} + \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (7.86)$$

$$Y = (0 \ 0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} u_{c_3} \\ u_{c_1} \\ u_{c_2} \end{pmatrix} \quad (7.87)$$

Für die Berechnung der Matrizen des reduzierten Systems sind die Gln. (7.81) (7.82) (7.84) und (7.85) zuständig. Nach einigen trivialmathematischen Umformungen erhält man für das vorstehend gewählte Beispiel:

$$[\tilde{A}] = \frac{-1}{RC} \quad (7.88)$$

$$[\tilde{B}] = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \quad (7.89)$$

$$[\tilde{C}] = 2 \quad (7.90)$$

$$[\tilde{D}] = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}. \quad (7.91)$$

Aus den Gln. (7.80) und (7.83) ergibt sich das reduzierte System zu:

$$\dot{u}_{c_3} = \frac{-1}{RC} \cdot u_{c_3} + \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (7.92)$$

$$Y = 2 \cdot u_{c_3} + \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (7.93)$$

Die Abb. 7.8 zeigt das Blockschaltbild des Systems nach der Ordnungsreduktion. Das Blockschaltbild wurde unter Nutzung der Gl. (7.92) und Gl. (7.93) entwickelt. Dieses vereinfachte Blockschaltbild kann nun mit einem geringeren Rechenaufwand berechnet werden.

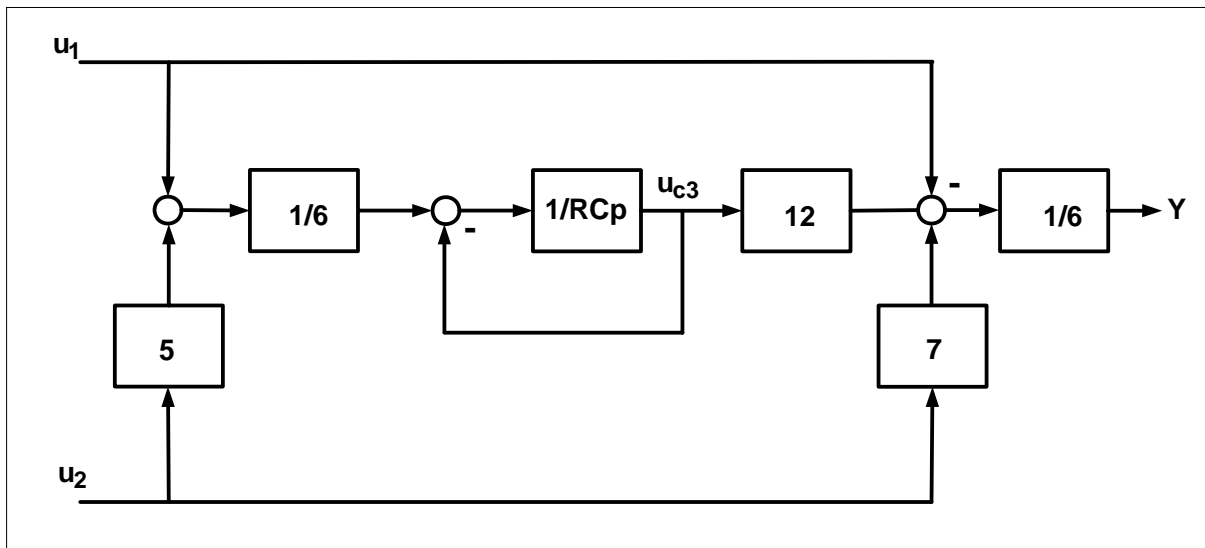


Abb. 7.8

Blockschaltbild nach einer Ordnungsreduktion des Systems

In der Abb. 7.9 sind die Ergebnisse des Systems vor und nach der Ordnungsreduktion dargestellt.

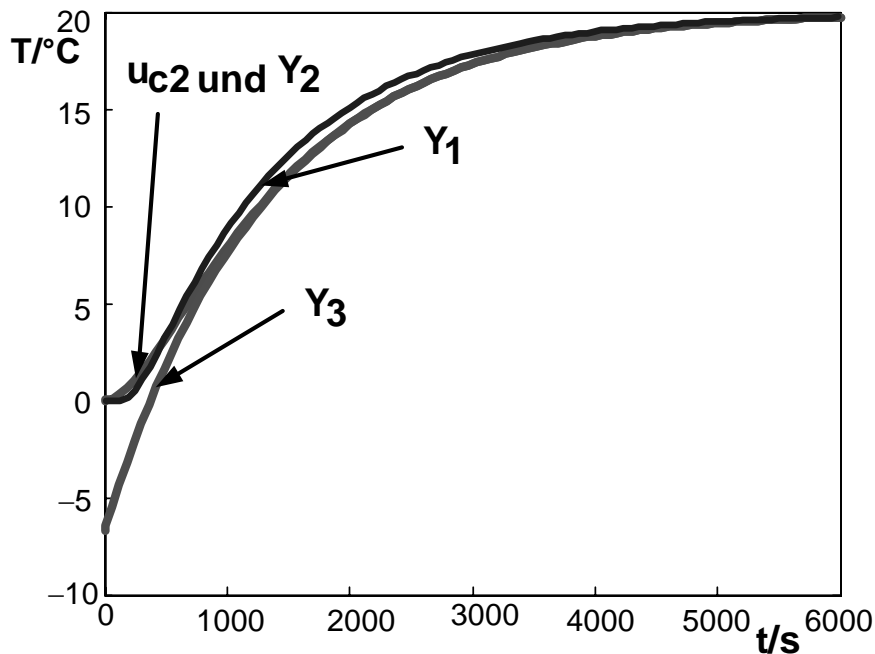


Abb. 7.9

Ausgangsgrößen vor und nach der Ordnungsreduktion

In der Abb. 7.9 wurde die Ausgangstemperatur der geschlossenen Lösung (Y1), die des diskretisierten Systems (Y2) und die des ordnungsreduzierten Systems

gegenübergestellt (Y3). Wie aus den Graphen ersichtlich, wird – besonders im stationären Zustand – das Wärmeleitproblem gemäß Gl. (7.15) sehr gut durch das ordnungsreduzierte System approxiiert. Es konnte somit der Nachweis erbracht werden, dass mit dem oben beschriebenen mathematischen Verfahren auch bei anspruchsvollen Wärmeleitproblemen stark ordnungsreduzierte Prozessmodelle erstellt werden können.

## 8 Zusammenfassung

Ausgehend von der formulierten Zielstellung behandelt diese Arbeit die Berechnungen der Sperrschichttemperaturen von Leistungshalbleitermodulen sowie ihrer thermischen Parameter (thermische Widerstände und Impedanzen). Dadurch wird die Ausnutzung der optimalen Verlustleistung der Bauelemente der Module möglich. Für diese Berechnungen ist die Beschreibung der Wärmeleitungen in den Leistungsmodulen notwendig. Dazu wurde das Simulationsprogramm ANSYS, welches die Temperaturverteilungen auf der Grundlage der FEM berechnet, eingesetzt. Dieses Programm berechnet sowohl die stationären als auch die transienten Temperaturfelder eines gegebenen Leistungsmoduls. Auf der Basis dieser Verteilung werden die oben genannten Parameter und Berechnungen abgeleitet bzw. durchgeführt. Im Verlaufe dieser Arbeit wurden mehrere Leistungshalbleitermodule unter Nutzung der oben genannten Software thermisch untersucht. Anhand dieser Untersuchungen wird außerdem die Modellierung mit ihren Bestandteilen - Eingabe der Schichten mit dem Angebot von Möglichkeiten zur Vereinfachung sowie die Auswahl der Vernetzungsarten – erläutert. Des Weiteren werden unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten, die Eingabe der Randbedingungen, die Annahmen - die bei der Modellvereinfachung getroffen wurden - sowie die Auswertung der Ergebnisse ausführlich beschrieben.

Die Simulationsergebnisse werden anhand eines Leistungshalbleitermoduls mit den im Labor gemessenen Ergebnissen verglichen. Die Ergebnisse beider Verfahren haben die gleichen Tendenzen und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Das heißt, dass die Simulation äußerst verlässliche Ergebnisse liefert.

Um die Modellierung und Simulationen von Leistungsmodulen noch effektiver und schneller zu machen, wurde mit der Programmoberfläche HP VEE ein Programm geschrieben, das speziell an die oben diskutierte Problematik angepasst, und demzufolge leichter zu handhaben ist. Dieses Programm beinhaltet den Aufbau von Leistungshalbleitermodulen bis hin zur Auswertung der Simulationsergebnisse. Die Befehle für die Modellierung und für die Simulation eines gegebenen Leistungshalbleitermoduls mittels dieses Programms werden zuerst in eine Textdatei

geschrieben und dort gespeichert. Danach werden sie wieder im Programm ANSYS aufgerufen. Der Rest läuft automatisch ab.

Wegen der langen Simulationszeit der Leistungshalbleitermodule besonders bei dynamischen Vorgängen (die Berechnung von Sperrschichttemperaturen in Abhängigkeit von der Zeit bzw. bei der Bestimmung der thermischen Impedanzen) im ANSYS-Programm, wurde der Entwurf von vereinfachten thermischen Modellen angestrebt. Durch die Schaffung vereinfachter Simulationsmodelle wurde eine merklich reduzierte Simulationszeit erreicht.

Besonders bei der online-Simulation von dynamischen Vorgängen in Mikrorechnern, die nur über eine begrenzte Rechenkapazität verfügen, ist eine drastische Einsparung von Rechenzeit zu wünschen. Es ist vorgesehen, die vereinfachten Modelle der Leistungshalbleitermodule in Mikrorechnern zu programmieren. Das ist mit den komplexen Modellen nicht möglich. Die Grundlage für die dafür notwendige Modellvereinfachung bildet in der vorliegenden Dissertation die Methode der modalen Ordnungsreduktion. Sie wird anhand eines einfachen Beispiels mathematisch und simulativ belegt. Die Ergebnisse zeigen, dass eine hohe Genauigkeit erzielt werden kann.

Weiteren Arbeiten bleibt die Ordnungsreduktion auf anderen Wegen und ihre Anwendung auf die diversen Modelle von Leistungshalbleitermodulen vorbehalten. Es ist zu erwarten, dass dadurch eine Verkürzung der Simulationszeit erreicht werden kann.

Ein weiteres Ziel künftiger Arbeiten könnte die Verbesserung bzw. Erweiterung der ANSYS-Simulationsmodelle sein. So ist es z.B. denkbar, einfache Modelle von Leistungshalbleitermodulen mit ihrem kompletten Kühlsystem zu entwickeln.

## 9 Literaturverzeichnis

- [1] M. Wutz, „*Wärmeabfuhr in der Elektronik*“, Braunschweig: Vieweg, 1991, ISBN 3-528-06392-0
  
- [2] Frank P. Incropera, David P. DeWitt, *Fundamentals of heat and mass transfer*, ISBN 0-471-38650-2
  
- [3] D. Poulidakos , *Conduction heat transfer* , ISBN 0-13-175845-4
  
- [4] S. Kakac, Y. Yaman, *Heat conduction*, ISBN, 1-560632-027-3
  
- [5] J. V. Beck, K. D. Cole, A. Haji-Sheikh, B. Litkouhi; *Heat Conduction Using Green's Functions*, ISBN 1-56032-096-6
  
- [6] U. Grigull, H. Sandner; *Wärme- und Stoffübertragung*, München 1990
  
- [7] Y. Cengel, *Heat transfer : a practical approach*, ISBN, 0-07-011505-2, WBC McGraw-Hill, 1998
  
- [8] E-U. Schlünder, H. Martin; *Einführung in Wärmeübertragung*, ISBN 3-528-73314-4
  
- [9] G. P. Merker, C. Eigelmeier, *Fluid- und Wärmetransport*, Hannover 1999
  
- [10] Ionan Pop, D. B. Ingham, *Convective Heat Transfer*, ISBN, 0-08-043878-4
  
- [11] J. Rheinländer: *Konvektive Wärmeübertragung bei Auftriebsströmung an senkrechten, geneigten und horizontalen Platte , horizontalen Zylinder und an Kugel*. In VDI-Wärmeatlas. VDI-Verlag, 1984
  
- [12] Günter P. Merker: *Konvektive Wärmeübertragung*. Springer Verlag 1987
  
- [13] W. Wagner, *Wärmeübertragung*, Würzburg: Vogel-Verlag, 1993

- [14] N. Elsner, S. Fischer, J. Huhn, *Grundlagen der technischen Thermodynamik. Band 2 –Wärmeübertragung* Berlin: Akademie Verlag, 1993
- [15] H. Baehr, K. Stephan, *Wärme- und Stoffübertragung*. Berlin, Heidelberg: Springer- Verlag, 1994
- [16] H. Netz, *Handbuch Wärme*, ISBN 3-87806-069-6
- [17] R. Siegel, J. R. Howell, J. Lohrengel, *Wärmeübertragung durch Strahlung; Teil1 -2 und 3*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-18496-1, 3-540-52710-9, 3-540-55082-8
- [18] U. Nicolai, T. Reimann, J. Petzoldt, J. Lutz, „*Applikationshandbuch IGBT- und MOSFET-Leistungsmodule*“ Verlag ISLE Ilmenau
- [19] G. Hagmann, *Leistungselektronik: Systematische Darstellung und Anwendungen in der elektrischen Antriebstechnik*, AULA-Verlag ISBN 3-89104-626-x
- [20] R. Jäger, E. Stein, *Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen*, VDE Verlag, ISBN 3-8007-2343-3
- [21] R. Felderhoff, *Leistungselektronik*, Carl Hanser Verlag, ISBN 3-446-21597-2
- [22] P. F. Brosch, J. Landrath, J. Wehberg, *Leistungselektronik: Kompakte Grundlagen und Anwendungen*, ISBN 3-528-03879-9
- [23] J. Betten, *Finite Elemente für Ingenieure 1*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-63239-5
- [24] M. J. Schachler *Finite- Differenzen- Elemente*, Berlin, Februar 1997
- [25] k. h. Huebner, E. A. Thornton, T. G. Byron, *the Finite Element Method for Engineers*, ISBN 0-471-54742-5
- [26] M. Saeed, *Finite element analysis. Theory and application with ANSYS*, ISBN 0-13-785098-0



- [27] K. Knothe, H. Wessels, *Finite Element eine Einführung für Ingenieure*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-53696-5
- [28] P. Fröhlich, *FEM-Leitfaden: Einführung und praktischer Einsatz von Finite-Element-Programmen*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-58643-1
- [29] R. H. Gallagher, *Finite-Element-Analysis*, Springer Verlag, ISBN 3-540-41483-5
- [30] P. Groth, *FEM- Anwendungen: Statik-, Dynamik- und Potenzial Probleme mit Professioneller Software Lösen*, Springer-Verlag, ISBN 3- 540-41483-5
- [31] R. Steinerbuch, *Finite Elemente: Ein Einstieg*, Springer-Verlag, ISBN 3-540-63128-3
- [32] A. L. Beltzer, *Variational and Finite Element Methods* Springer-Verlag ISBN 3-540-51598-4
- [33] G. Müller, C. Groth; *FEM für Praktiker- Band 1: Grundlagen*; ISBN 3-8169-1857-3
- [34] U. Stelzmann, G. Müller, C. Groth; *FEM für Praktiker- Band 2: Strukturdynamik*; ISBN 3-8-8169-1817-4
- [35] G. Müller, C. Groth; *FEM für Praktiker- Band 3: Temperaturfelder*; ISBN 3-8169-1668-6
- [36] W. Schätzing, *FWM für Praktiker- Band 4 Elektrotechnik*, expert-Verlag ISBN 3-8169-2157-4
- [37] R. Bausinger, R. Schnaidt, *Finite Elemente auf PC: praktische Einführung mit zahlreichen Beispielen*, ISBN 3-8169-0627-3

- [38] I. M. Smith, D. V. Griffiths, *Programming the Finite Element Method*, ISBN 0-471-96542-1
- [39] D. L. Wijnagaards, F. Wolffenbüttel, *Study on Temperature Stability Improvement of On-Chip Reference Elements Using Integrated Peltier Coolers*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, VOL.52, No.2, April, 2003, PP 478-481
- [40] S. Konrad, K. Anger, *Electro-thermal Model for Simulating Chip Temperatures in PWM Inverters*, PCIM 1995, Nürnberg, Proc. Power Electronics, Pp 219-228
- [41] C. Soule, *Thermal Management of IGBT Power Modules*, PCIM 1995, Nürnberg, Proc. Power Electronics, Pp 297-312
- [42] S. Konrad, *Thermal Behaviour of Power Modules in PWM-Inverter*, EPE 1995, Sevilla, Spanien, Prcc. Vol. 1, Pp 565-570
- [43] B. Passerini, *Heat Exchangers in Power Modules*, OCIM Europe, Sep./Oct. 1995 Pp 248-252
- [44] R. Krümmer; T. Reimann, G. Berger, J. Petzoldt; L. Lorenz, *On-line Calculation of the Chip Temperature of Power Modules in Voltage Source Converters Using the Microcontroller*, EPE 99
- [45] U. Franke, R. Krümmer; T. Reimann, J. Petzoldt; L. Lorenz, *System intergration-thermal aspects of chip utilization of power devices and control*
- [46] U. Franke, R. Krümmer; T. Reimann, J. Petzoldt; L. Lorenz, *Online Monitoring of Power Junction Temperature in Power Converters using a 32-bit Microcontroller*; IEEE International Conference on Industrial Technologie (ICIT) 2003 Maribor

- [47] X. Wie, Y Joshi, "*Optimization Study of Stacked Micro-Channel Heat Sinks for Micro-Electronic Cooling,*" IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, VOL.26, No. 1, March 2003, PP 55-61
- [48] O. Schepp, „*Simulations- und Meßmethoden zur Bestimmung der Temperatur von Leistungsmosfets*“, Düsseldorf: VDI Verlag GmbH 1998, ISBN 3-18-328209-7
- [49] W. Richter, „*Partielle Differentialgleichungen*“, Heidelberg; Berlin; Oxford: Spektrum, Akad. Verl., 1995, ISBN 3-860025-700-5
- [50] J. Lunze „*Regelungstechnik 1*“ 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York , ISBN 3-540-42178-5
- [51] H. Heinrich „*Ordnungsreduktion: vom komplexen Strukturmodell zur vereinfachten Beschreibung technischer Systeme*“, München [u.a.] : Pflaum, 2002, ISBN 3-7905-0847-0.
- [52] L. Niebergall, „*Diplomarbeit Online-Sperrschichttemperaturberechnung von Multichip-Leistungshalbleiterbauelementen*“
- [53] S. Elkuri „*Diplomarbeit Untersuchungen zum Überspannungsschutz von IGBT-Schaltern mit active clamping*“

## 10 Abkürzungen und Formelzeichen

$R_{th}$	thermischer Widerstand
$Z_{th}$	thermische Impedanz
$\vec{q}$	Wärmestromdichte
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$T$	Temperatur
$t$	Zeit
$c_p$	Spezifische Wärmekapazität
$\rho$	Dichte
$a$	Temperaturleitfähigkeit
$n, i$	Anzahlen
$d$	Abstand
$A$	Querschnittsfläche
$\lambda_R$	Resultierende Wärmeleitfähigkeit (normal)
$R_{thR}$	Resultierender Widerstand (normal)
$Q$	Wärmestrom
$l$	Länge
$\lambda_p$	Resultierende Wärmeleitfähigkeit (parallel)
$R_{thp}$	Resultierender Widerstand (parallel)
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient
$C_{12}$	Strahlungsaustauschkoeffizient
$T_r$	Transistor
$D$	Diode
$P_d$	Durchlassverluste
$P_{Ein}$	Einschaltverluste
$P_{Aus}$	Ausschaltverluste
$P_g$	Gesamtverluste
$P_v$	Verlustleistung
$I$	elektrischer Strom

$R_{el}$	elektrischer Widerstand
$C_{th}$	thermische Kapazität
$C_{el}$	elektrische Kapazität
$U$	elektrische Spannung
$1D$	Eindimensional
$2D$	Zweidimensional
$3D$	Dreidimensional
$k, c$	Konstante
$N$	Formfunktion
$[N]$	Matrix der Formfunktionen
$\{T\}$	Vektor der Temperaturen
$[BF]$	Matrix der ersten Ableitung der Formfunktionen
$\{T'\}$	Vektor der ersten Ableitung des Temperaturvektors
$\{q\}$	Vektor der Wärmestromdichte
$[D]$	Matrix des Werkstoffs
$E_{ie}$	Innere Energie eines Elementes
$E_{ak}$	die äußere Energie, die an den Knoten wirkt
$E_{ae}$	die äußere Energie, die auf einen Element wirkt
$[K]_e$	Leitfähigkeitsmatrix eines Elementes
$[C]_e$	Matrix der Kapazitäten eines Elementes
$[\rho \cdot c_p]$	Matrix der Dichte und der spezifischen Wärmekapazitäten
$[K_x]$	Leitfähigkeitsmatrix eines Elementes in x- Richtung
$[K_y]$	Leitfähigkeitsmatrix eines Elementes in y- Richtung
$[K_z]$	Leitfähigkeitsmatrix eines Elementes in z- Richtung
$w$	Breite
$h$	Höhe

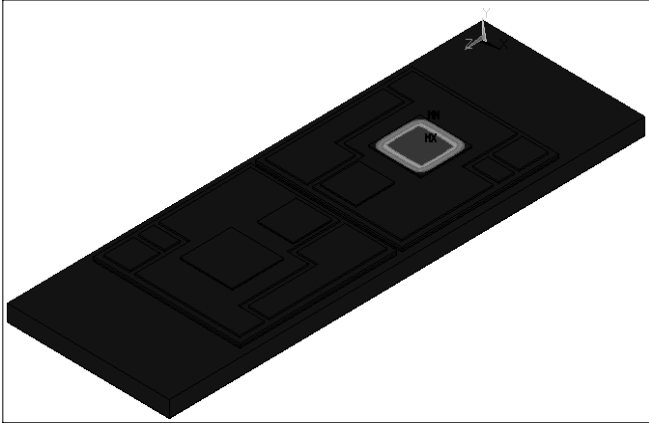
$Si$	Silizium
$Lot$	Lot
$Cu$	Kupfer
$Al_2O_3$	Aluminiumoxid
$DCB$	Keramiksubstrat
$WLP$	Wärmeleitpaste
$Kk$	Kühlkörper
$[K]_k$	Matrix der Wärmeleitfähigkeit des gesamten Moduls
$[C]_k$	Matrix der Wärmekapazität des gesamten Moduls
$Rth_{j-c}$	thermischer Widerstand Chip-Grundbodenplatte
$Rth_{j-wlp}$	thermischer Widerstand Chip-Wärmeleitpaste
$T_j$	Chiptemperatur
$T_c$	Grundbodenplattetemperatur
$T_{wlp}$	Wärmeleitpastetemperatur
$Zth_{j-c}$	thermische Impedanz Chip-Grundbodenplatte
$M$	Temperaturverlauf eines Punktes in einem Modell
$T2u$	unten mittlerer Transistor
$D2u$	unten mittlere Diode
$Zth_{j-ref}$	thermische Impedanz Chip-referenzpunkt
$T_{j-ref}$	Sperrschichttemperatur des Referenzhalbleiters
$C$	Kapazität
$V$	Volumen
$v(x, t)$	transienter Anteil der geschlossenen Lösung
$\psi(x)$	stationärer Anteil der geschlossenen Lösung
$\lambda_s$	Separationskonstante
$m$	Laufindex für Fourierreihe
$Am$	Fourierkoeffizient

$\dot{\underline{x}}$	Erste Ableitung des Zustandsvektors
$[A]$	Systemmatrix
$\underline{x}$	Zustandsvektor
$[B]$	Steuermatrix
$\underline{u}$	Eingangsvektor
$\underline{y}$	Ausgangsvektor
$\underline{C}$	Beobachtungsmatrix
$[T_M]$	Transformationsmatrix
$\underline{x}_M$	transformierter Zustandsvektor
$\dot{\underline{x}}_M$	Erste Ableitung des transformierten Zustandsvektors
$\underline{C}'_M$	transformierte Beobachtungsmatrix
$[T_M]^{-1}$	inverse der Transformationsmatrix
$[B_M]$	transformierte Steuermatrix
$\lambda_i$	Eigenwert
$[E]$	Einheitsmatrix
$\underline{t}_{Mi}$	transformierter Vektor
$Y_{ij}(t)$	Sprungantwort im Zeitbereich
$C_{ikm}$	ein Element der modaltransformierten Beobachtungsmatrix
$b_{kjm}$	ein Element der modaltransformierten Steuermatrix
$\lambda_k$	Eigenwerte
$u_{j0}$	Sprungerregung
$D_k$	globales Dominanzmaß
$S_k$	Dominanzmaß

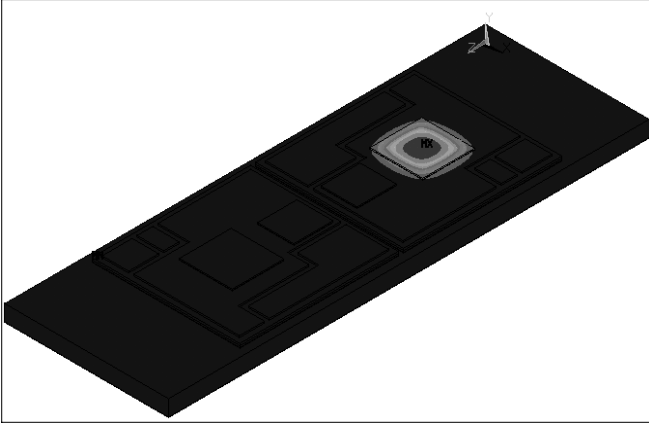
$[\tilde{A}]$	Systemmatrix des reduzierten Systems
$[\tilde{B}]$	Steuermatrix des reduzierten Systems
$[\tilde{C}]$	Beobachtungsmatrix des reduzierten Systems
$[\tilde{D}]$	Durchgangsmatrix des reduzierten Systems



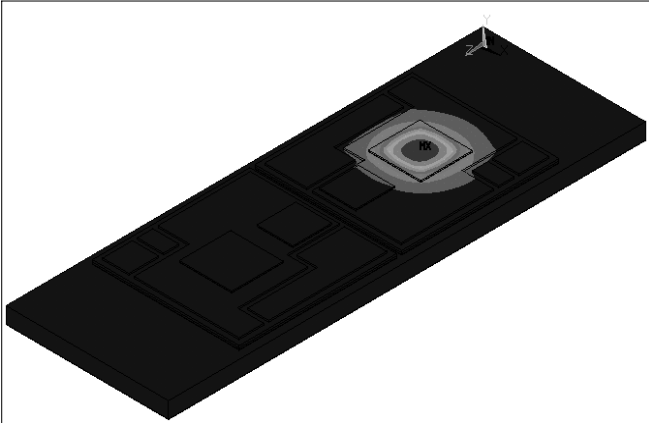
# Anhang A



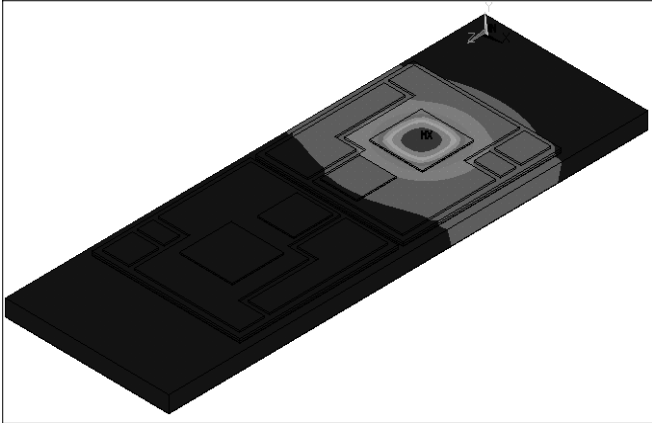
Temperaturverteilung nach einer Zeit von 0,01s



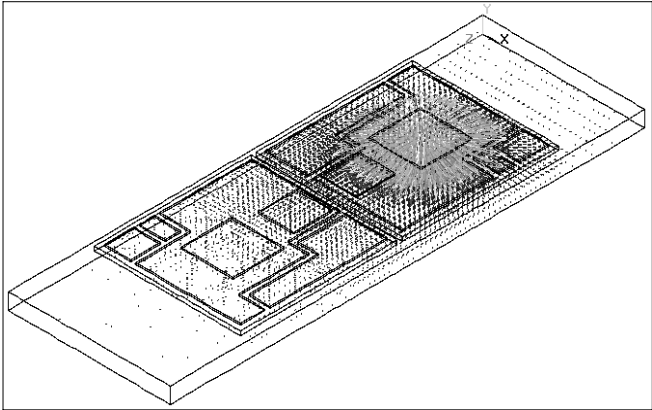
Temperaturverteilung nach einer Zeit von 0,1s



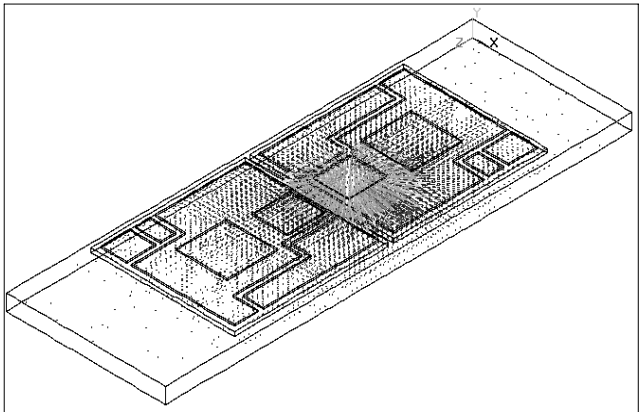
Temperaturverteilung nach einer Zeit von 1s



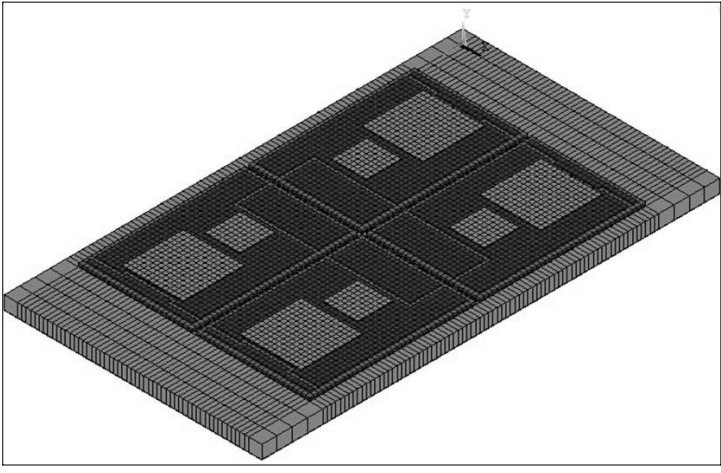
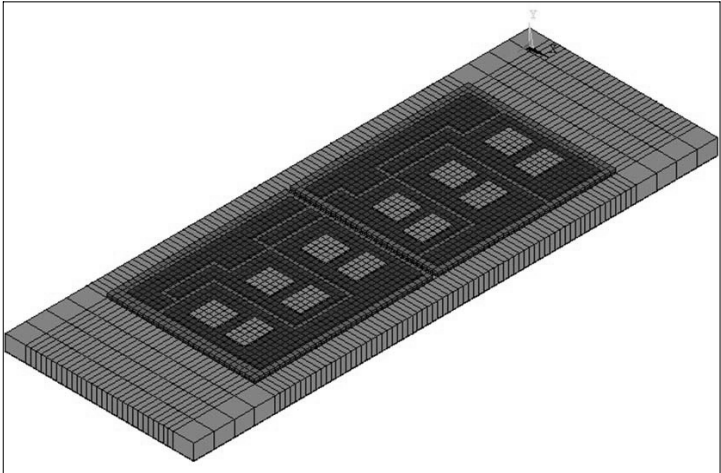
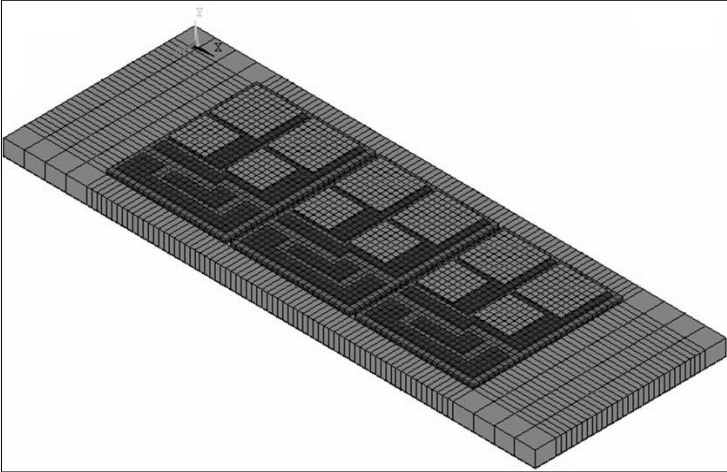
**Temperaturverteilung nach einer Zeit von 10s**



**Stationäre Wärmestromdichteverteilung nach Einprägung einer Verlustleistung durch den IGBT-Chip**

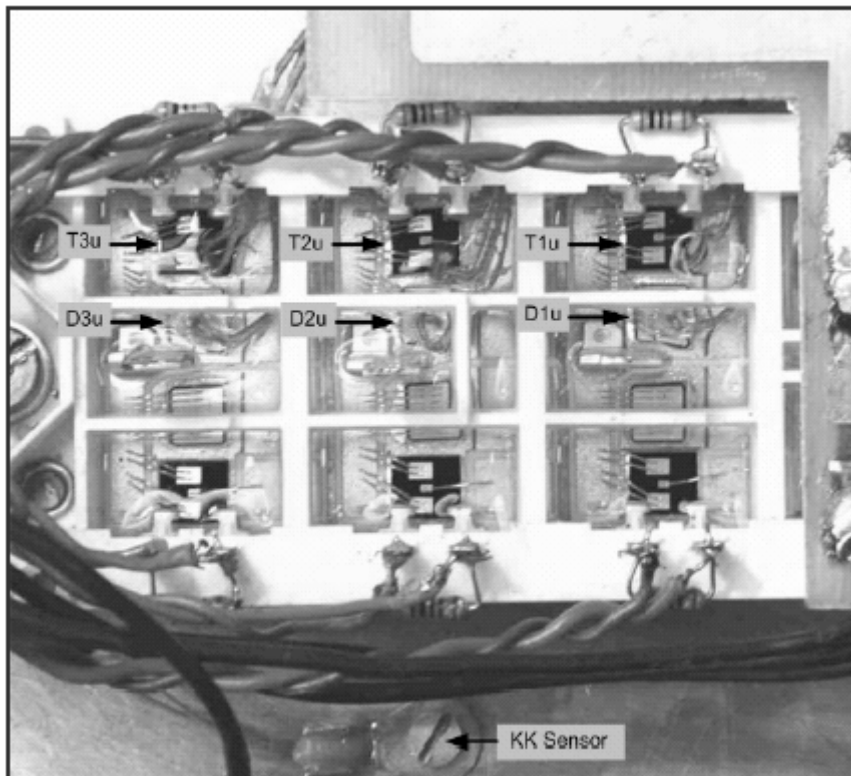
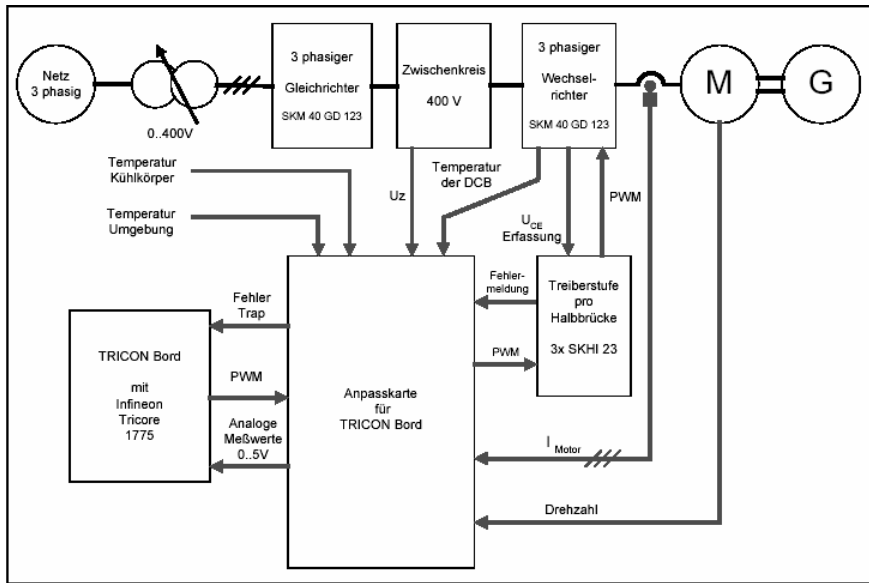


**Stationäre Wärmestromdichteverteilung nach Einprägung einer Verlustleistung durch den Diode-Chip**

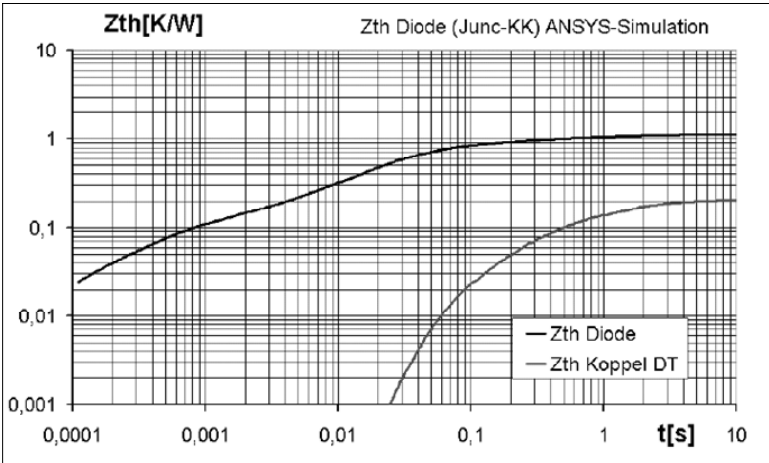
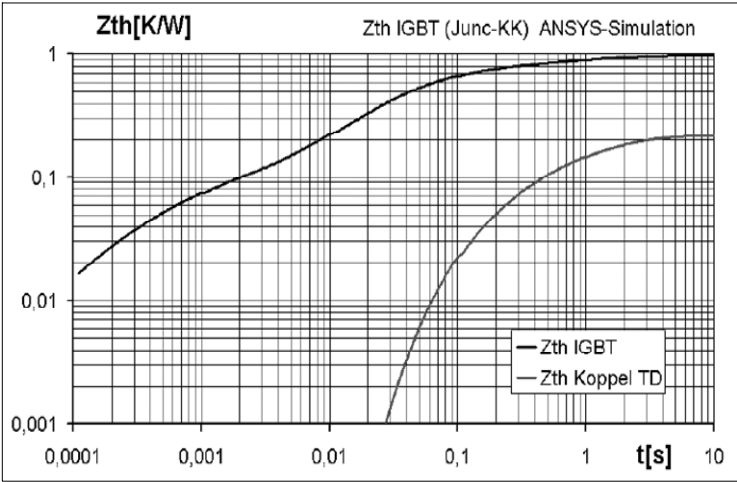
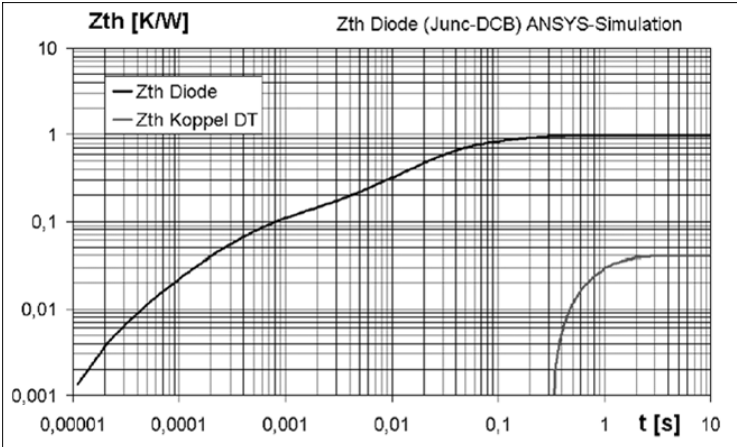


Aufbau anderer Modultypen

Anhang B

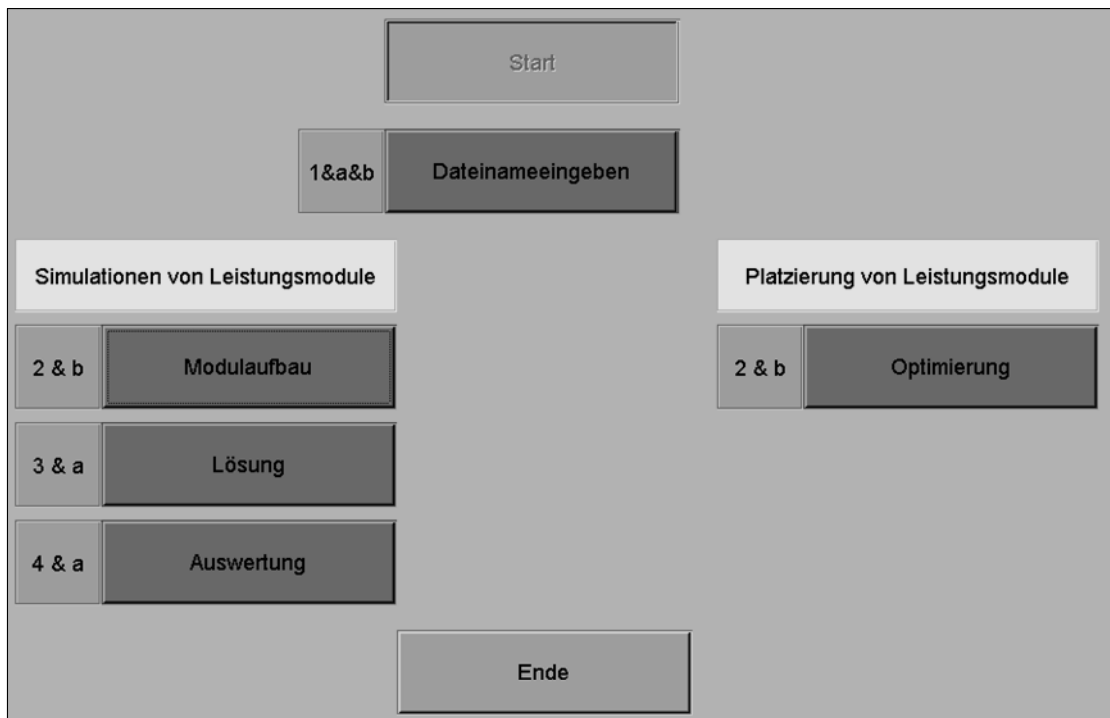


Versuchsaufbau für die experimentelle thermische Untersuchung

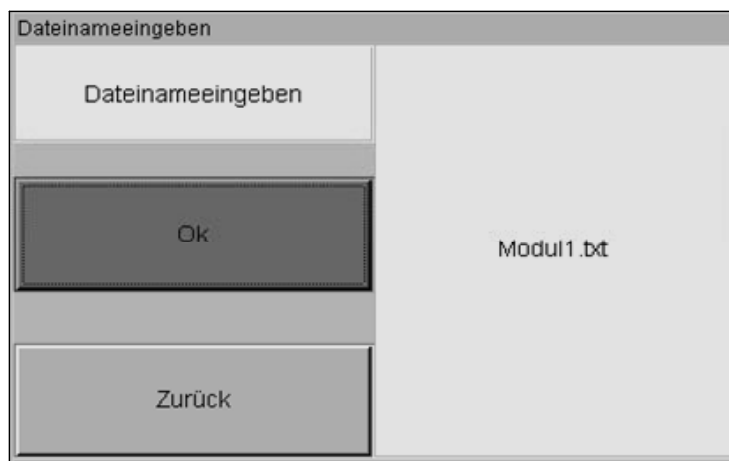


ANSYS-Simulationen des gemessenen Moduls

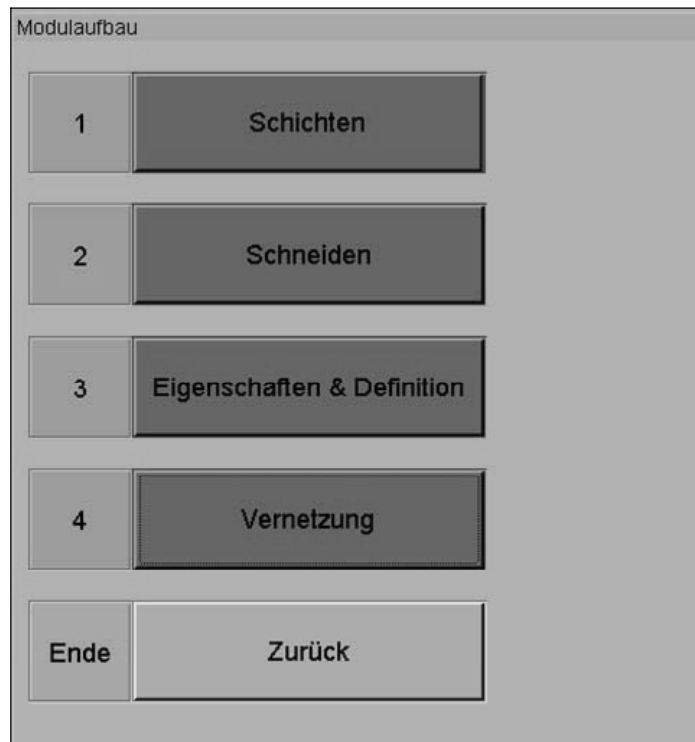
## Anhang C



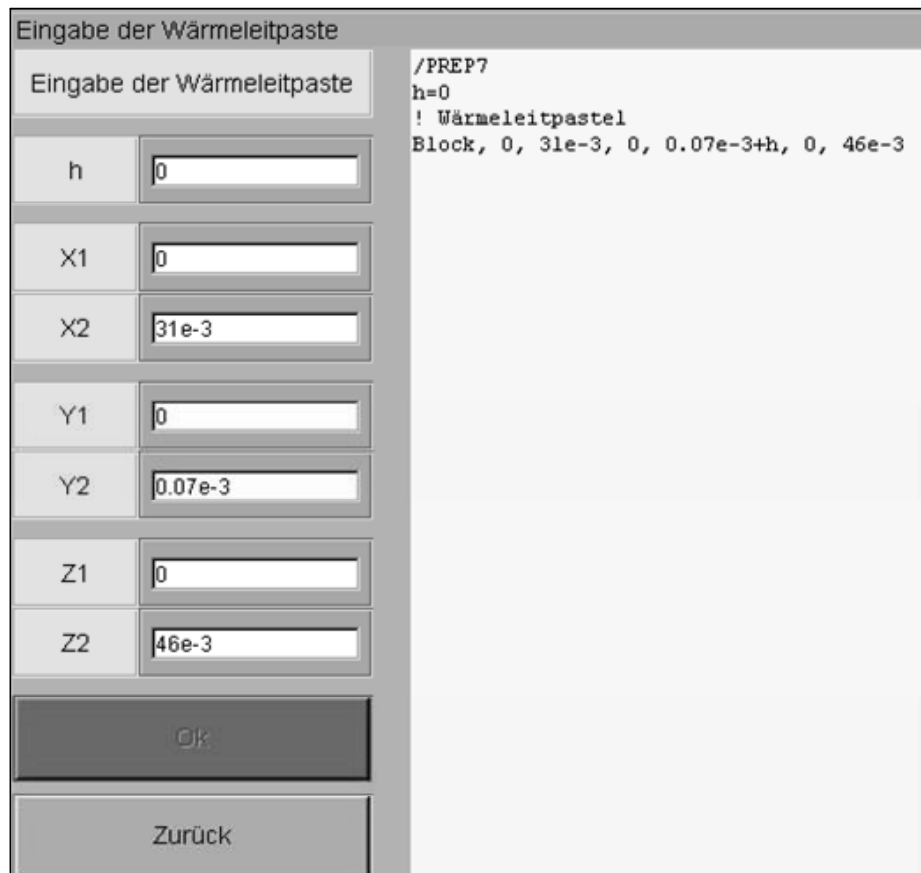
**Nutzerebene des Hauptprogramms**



**Nutzerebene des Unterprogramms mit dem Dialogfeld zur Eingabe des Dateinamens**



**Nutzerebene des Unterprogramms Modulaufbau**



**Nutzerebene zur Eingabe der Daten der Wärmeleitpaste**

Eingabe der Schichten	
Eingabe der Schichten	
X1	<input type="text" value="1.5e-3"/>
X2	<input type="text" value="29.5e-3"/>
Y1	<input type="text" value="3.82e-3"/>
Y2	<input type="text" value="4.12e-3"/>
Z1	<input type="text" value="15e-3"/>
Z2	<input type="text" value="45e-3"/>
Ok	
Zurück	

```

! Schicht 1
Block, 0, 31e-3, 0.07e-3+h, 3.07e-3+h, 0, 46e-3

! Schicht 2
Block, 0, 31e-3, 3.07e-3+h, 3.14e-3+h, 0, 46e-3

! Schicht 3
Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.14e-3+h, 3.44e-3+h, 15e-3, 45e-3

! Schicht 4
Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.44e-3+h, 3.82e-3+h, 15e-3, 45e-3

! Schicht 5
Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.82e-3+h, 4.12e-3+h, 15e-3, 45e-3
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Schichten“

Schneiden		
Schneiden in X		
1	<input type="text" value="29.5e-3"/>	
	Schneiden in X	
	Schneiden in Z	
	<input type="text" value="45e-3"/>	
	Schneiden in Z	
	Ende	
	Zurück	

```

ddxx(1, 1)=1.5e-3
ddxx(2, 1)=11.5e-3
ddxx(3, 1)=12.35e-3
ddxx(4, 1)=15.5e-3
ddxx(5, 1)=18.35e-3
ddxx(6, 1)=19.5e-3
ddxx(7, 1)=29.5e-3
ddzz(1, 1)=15e-3
ddzz(2, 1)=23.5e-3
ddzz(3, 1)=27.5e-3
ddzz(4, 1)=31.5e-3
ddzz(5, 1)=36.35e-3
ddzz(6, 1)=39.5e-3
ddzz(7, 1)=42.35e-3
ddzz(8, 1)=45e-3
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Schneiden“



Eigenschaften & Definitionen		
1	Elementtyp	ET, 1, Solid70
2	Wärmeleitfähigkeit	394
	Dichte	3400e3
	spezifische Wärmekapazität	1
3	Y1	3.82e-3
	Y2	4.12e-3
4	Ok	
Ende	Zurück	

```

ET, 1, Solid70

! Eigenschaften von Schicht 1
MP, kxx, 1, 148
MP, DENS, 1, 1650e3
MP, C, 1, 1
! Auflage von Schicht 1 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 4.17e-3+h, 4.39e-3+h
! Definieren
Vatt, 1, 0, 1, 0
alls

! Eigenschaften von Schicht 2
MP, kxx, 2, 57
MP, DENS, 2, 1670e3
MP, C, 2, 1
! Auflage von Schicht 2 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 4.12e-3+h, 4.17e-3+h
! Definieren
Vatt, 2, 0, 1, 0
alls

! Eigenschaften von Schicht 3
MP, kxx, 3, 394
MP, DENS, 3, 3400e3
MP, C, 3, 1
! Auflage von Schicht 3 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 3.82e-3+h, 4.12e-3+h
! Definieren
Vatt, 3, 0, 1, 0
alls
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Eigenschaften und Definitionen“

Vernetzung		
1	Y1	3.82e-3
	Y2	4.39e-3
2	Elementlänge	1e-3
3	Ok	
Ende	Zurück	

```

! Auflage von Schicht 1 in Y Richtung
! Vernetzen
Vsel, s, loc, y, 0+h, 3.82e-3+h
ESize, 4e-3
Vmesh, all
alls

! Auflage von Schicht 2 in Y Richtung
! Vernetzen
Vsel, s, loc, y, 3.82e-3+h, 4.39e-3+h
ESize, 1e-3
Vmesh, all
alls
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Vernetzung“

Stationär					
1a	Y	X1	X2	! Auflage von Randbedinug in Y Richtung Nsel, s, loc, y, 0	
	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="12.35e-3"/>	<input type="text" value="18.35e-3"/>		
	Position	Y		! Randbedinug D, all, Temp, 25 alls	
Erste Randbedingungen		<input type="text" value="4.39e-3"/>		! Auflage von Chip1 in XYZ Nsel, s, loc, y, 4.39e-3+h Nsel, r, loc, x, 11.5e-3, 19.5e-3 Nsel, r, loc, z, 23.5e-3, 31.5e-3 P1=100 A1=64e-6 SF, all, HFLUX, P1/A1 alls	
2a	Konstante Temperatur	Z2	Z1	! Auflage von Chip2 in XYZ Nsel, s, loc, y, 4.39e-3+h Nsel, r, loc, x, 12.35e-3, 18.35e-3 Nsel, r, loc, z, 36.35e-3, 42.35e-3 P2=70 A2=32.49e-6 SF, all, HFLUX, P2/A2 alls	
	<input type="text" value="25"/>	<input type="text" value="36.35e-3"/>	<input type="text" value="42.35e-3"/>		
	Temperatur	Zweite Randbedingungen			
	Konvektionen	Verlustleistung	Aktivchipfläche		
	Wärmeübergangszahl	<input type="text" value="70"/>	<input type="text" value="32.49e-6"/>		
	<input type="text"/>	Ok			
Umgebungstemperatur			Ende		Zurück
<input type="text"/>					
Konvektion					

Nutzerebene des Unterprogramm s „stationäre Lösung“

Transient					
1a	Y	X1	X2	ANTYPE, TRANS AUTOTS, ALL, ALL TIMINT, OFF TIME, 1e-6 ! Auflage von Randbedinug in Y Richtung Nsel, s, loc, y, 0	
	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="11.5e-3"/>	<input type="text" value="19.5e-3"/>		
	Position	Y		! Randbedinug D, all, Temp, 25 alls SOLVE	
Erste Randbedingungen		<input type="text" value="4.39e-3"/>		TIMINT, ON Time, 10 KBC, 1 DELTIM, 0.1	
2a	Temperatur	Z1	Z2	! Auflage von Chip1 in XYZ Nsel, s, loc, y, 4.39e-3 Nsel, r, loc, x, 11.5e-3, 19.5e-3 Nsel, r, loc, z, 23.5e-3, 31.5e-3 P1=100 A1=64e-6 SF, all, HFLUX, P1/A1 alls	
	<input type="text" value="25"/>	<input type="text" value="23.5e-3"/>	<input type="text" value="31.5e-3"/>		
	Temperatur	Zweite Randbedingungen			
	Konvektionen	Verlustleistung	Aktivchipfläche		
	Umgebungstemperatur	<input type="text" value="100"/>	<input type="text" value="64e-6"/>		
	<input type="text"/>	Zeit	Det t		
<input type="text"/>	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="0.1"/>	Ok		
Konvektion			Ende		Zurück

Nutzerebene des Unterprogramm s „transiente Lösung“

Post1

Post1			
1a	Temperaturverteilung		
	Oder		
	Wärmestromdichte		
Pfad			
1b	X1	Y1	Z1
	15.5e-3	4.39e-3	27.5e-3
	X2	Y2	Z2
	15.5e-3	0	27.5e-3
	Definieren		
	2 Graf Oder Liste		
Ende	Zurück		

```

/POST1
PLNSOL, TEMP
LPATH, NODE(15.5e-3, 4.39e-3, 27.5e-3), NODE(15.5e-3, 0, 27.5e-3)
PDEF, , TEMP
PLPATH,TEMP
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Auswertung(Post1)“

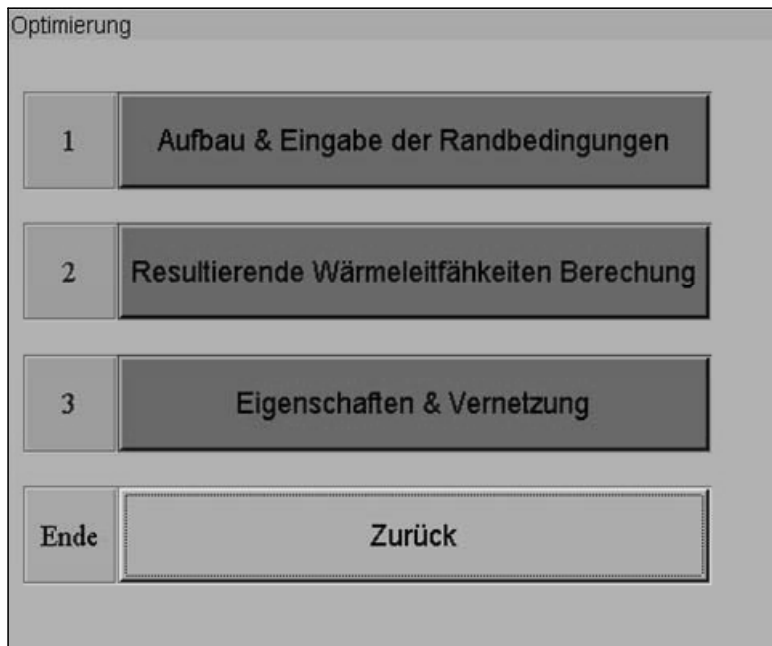
Post26

Post26			
1	X	Y	Z
	15.5e-3	4.39e-3	27.5e-3
	Definieren		
2 Graf Oder Liste			
Ende	Zurück		

```

/POST26
NSOL, 2 ,NODE(15.5e-3, 4.39e-3, 27.5e-3), TEMP
PLVAR, 2, 3, 4, 5, 6, 7
    
```

Nutzerebene des Unterprogramms „Auswertung(Post26)“



Unterprogramm „Optimierung“



Nutzerebene zur Eingabe der massive Kühlkörpermaße

Erste Randbedingungen		
1	Y	! Auflage von Randbedinug in Y Richtung Nsel, s, loc, y, 0
	<input type="text" value="0"/>	
	Position	! Randbedinug D, all, Temp, 25 alls
Die ersten Randbedingungen		
	Temperatur	Konvetionen
2	<input type="text" value="25"/>	Umgebungstemperatur <input type="text"/>
		Wärmeübergangeszahl <input type="text"/>
	oder	
	Temperatur	Konvektion
Ende	Zurück	

Nutzerebene zur Eingabe der ersten Randbedingungen

Module & Chips			
1	h	g	h1=0 g1=0 ! Modul1 Block, 10e-3+h1, 40e-3+h1, 0, 3e-3, 10e-3+g1, 60e-3+g1
	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	
2	X1	X2	h2=0 g2=0 ! Modul2 Block, 10e-3+h2, 40e-3+h2, 0, 3e-3, 80e-3+g2, 130e-3+g2
	<input type="text" value="60e-3"/>	<input type="text" value="90e-3"/>	
3	Y1	Y2	h3=0 g3=0 ! Modul3 Block, 60e-3+h3, 90e-3+h3, 0, 3e-3, 10e-3+g3, 60e-3+g3
	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3e-3"/>	
4	Z1	Z2	h4=0 g4=0 ! Modul4 Block, 60e-3+h4, 90e-3+h4, 0, 3e-3, 80e-3+g4, 130e-3+g4
	<input type="text" value="80e-3"/>	<input type="text" value="130e-3"/>	
5	Ok		
Ende	Zurück		

Nutzerebene zur Eingabe der Modulmaße

Chips			
1	X1	X2	! Chip1 Block, 70e-3+h4, 80e-3+h4, 3e-3, 3.5e-3, 90e-3+g4, 100e-3+g4 P1=100 A1=100e-6
	<input type="text" value="70e-3"/>	<input type="text" value="80e-3"/>	
2	Y1	Y2	! Chip2 Block, 70e-3+h4, 80e-3+h4, 3e-3, 3.5e-3, 110e-3+g4, 120e-3+g4 P2=100 A2=100e-6
	<input type="text" value="3e-3"/>	<input type="text" value="3.5e-3"/>	
3	Z1	Z2	
	<input type="text" value="110e-3"/>	<input type="text" value="120e-3"/>	
4	Leistung	Akt. Fläche	
	<input type="text" value="100"/>	<input type="text" value="100e-6"/>	
5	<input type="button" value="Ok"/>		
Ende	<input type="button" value="Zurück"/>		

**Nutzerebene zur Eingabe der Chipmaße**

Resultierende Wärmeleitfähigkeit			
Summe(Landa/dn)			
1	Landa	dn	11.83u
	<input type="text" value="394"/>	<input type="text" value="2m"/>	
<input type="button" value="Summe(Landa/dn)"/>			
Die Resultierende Wärmeleitfähigkeit			
2	dg		253.5
	<input type="text" value="3m"/>		
<input type="button" value="(Landa)R"/>			
Ende	<input type="button" value="Zurück"/>		

**Nutzerebene zur Berechnung der resultierenden Wärmeleitfähigkeit**

Eigenschaften& Vernetzung	
1	Elementtyp <input type="text" value="ET, 1, Solid70"/>
2	Wärmeleitfähigkeit <input type="text" value="234"/>
3	Elementlänge <input type="text" value="8e-3"/>
4	Y1 <input type="text" value="0"/>
	Y2 <input type="text" value="-40e-3"/>
5	<input type="button" value="Ok"/>
Ende	<input type="button" value="Zurück"/>

```

! Auftrags, etc
! Auflage von Schicht 1 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 3, 3.5e-3
! Definieren
Vatt, 1, 0, 1, 0
Vmesh, all
alls

! Eigenschaften von Schicht 2
MP, kxx, 2, 219.3
Esiez, 4e-3
! Auflage von Schicht 2 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 0, 3e-3
! Definieren
Vatt, 2, 0, 1, 0
Vmesh, all
alls

! Eigenschaften von Schicht 3
MP, kxx, 3, 234
Esiez, 8e-3
! Auflage von Schicht 3 in Y Richtung
Vsel, s, loc, y, 0, -40e-3
! Definieren
Vatt, 3, 0, 1, 0
Vmesh, all
alls
    
```

**Nutzerebene zur Eingabe der Materialeigenschaften und Vernetzung**

## Anhang D

### ANSYS-Befehle für Modellbildung eines Moduls

*/PREP7*

*h=0e-3*

*! Wärmeleitpaste1*

*Block, 0, 31e-3, 0, 0.07e-3+h, 0, 46e-3*

*! Schicht 1*

*Block, 0, 31e-3, 0.07e-3+h, 3.07e-3+h, 0, 46e-3*

*! Schicht 2*

*Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.07e-3+h, 3.14e-3+h, 15e-3, 45e-3*

*! Schicht 3*

*Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.14e-3+h, 3.44e-3+h, 15e-3, 45e-3*

*! Schicht 4*

*Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.44e-3+h, 3.82e-3+h, 15e-3, 45e-3*

*! Schicht 5*

*Block, 1.5e-3, 29.5e-3, 3.82e-3+h, 4.12e-3+h, 15e-3, 45e-3*

*! Schicht 6*

*Block, 11.5e-3, 19.5e-3, 4.12e-3+h, 4.17e-3+h, 23.5e-3, 31.5e-3*

*! Schicht 7*

*Block, 11.5e-3, 19.5e-3, 4.17e-3+h, 4.39e-3+h, 23.5e-3, 31.5e-3*

*! Schicht 8*

*Block, 12.65e-3, 18.35e-3, 4.12e-3+h, 4.17e-3+h, 36.65e-3, 42.35e-3*

*! Schicht 9*

*Block, 12.65e-3, 18.35e-3, 4.17e-3+h, 4.39e-3+h, 36.65e-3, 42.35e-3*

*VGlue, all*

*k=7*

*m=8*

*\*DIM, ddx, array, k, 1*

*\*DIM, ddz, array, m, 1*

*ddx(1, 1)=1.5e-3*

*ddx(2, 1)=11.5e-3*

*ddx(3, 1)=12.65e-3*

*ddx(4, 1)=15.5e-3*

*ddx(5, 1)=18.35e-3*



```
ddxx(6, 1)=19.5e-3
ddxx(7, 1)=29.5e-3
ddzz(1, 1)=15e-3
ddzz(2, 1)=23.5e-3
ddzz(3, 1)=27.5e-3
ddzz(4, 1)=31.5e-3
ddzz(5, 1)=36.65e-3
ddzz(6, 1)=39.5e-3
ddzz(7, 1)=42.35e-3
ddzz(8, 1)=45e-3
k=7
Max_x=0.031
WPstyl
*do ,j , 1, k
WPoffs, ddxx(j, 1), 0, 0
WProta, 0, 0, 90
VSBW, all
WProta, 0, 0, -90
WPoffs, -ddxx(j, 1), 0, 0
Vsel, s, loc, x, ddxx(j, 1), Max_x
*enddo
alls
m=8
Max_z=0.046
WPstyl
*do ,j , 1, m
WPoffs, 0, 0, ddzz(j, 1)
VSBW, all
WPoffs, 0, 0, -ddzz(j, 1)
Vsel, s, loc, z, ddzz(j, 1), Max_z
*enddo
alls
*do, j, 1, m-1
Vsel, s, loc, z, ddzz(j, 1), ddzz(j+1, 1)
```

VPTN, all

\*enddo

ET, 1, Solid70

! Eigenschaften von Schicht 1

MP, kxx, 1, 148

MP, DENs, 1, 1650e3

MP, C, 1, 1

! Auflage von Schicht 1 in Y Richtung

Vsel, s, loc, y, 4.17e-3+h, 4.39e-3+h

! Definieren

Vatt, 1, 0, 1, 0

alls

! Eigenschaften von Schicht 2

MP, kxx, 2, 57

MP, DENs, 2, 1670e3

MP, C, 2, 1

! Auflage von Schicht 2 in Y Richtung

Vsel, s, loc, y, 4.12e-3+h, 4.17e-3+h

! Definieren

Vatt, 2, 0, 1, 0

alls

! Eigenschaften von Schicht 3

MP, kxx, 3, 394

MP, DENs, 3, 3400e3

MP, C, 3, 1

! Auflage von Schicht 3 in Y Richtung

Vsel, s, loc, y, 3.82e-3+h, 4.12e-3+h

! Definieren

Vatt, 3, 0, 1, 0

alls

! Eigenschaften von Schicht 4

MP, kxx, 4, 24

MP, DENs, 4, 3024e3

MP, C, 4, 1

*! Auflage von Schicht 4 in Y Richtung*

*Vsel, s, loc, y, 3.44e-3+h, 3.82e-3+h*

*! Definieren*

*Vatt, 4, 0, 1, 0*

*alls*

*! Eigenschaften von Schicht 5*

*MP, kxx, 5, 394*

*MP, DENs, 5, 3400e3*

*MP, C, 5, 1*

*! Auflage von Schicht 5 in Y Richtung*

*Vsel, s, loc, y, 3.14e-3+h, 3.44e-3+h*

*! Definieren*

*Vatt, 5, 0, 1, 0*

*alls*

*! Eigenschaften von Schicht 6*

*MP, kxx, 6, 57*

*MP, DENs, 6, 3024e3*

*MP, C, 6, 1*

*! Auflage von Schicht 6 in Y Richtung*

*Vsel, s, loc, y, 3.07e-3+h, 3.14e-3+h*

*! Definieren*

*Vatt, 6, 0, 1, 0*

*alls*

*! Eigenschaften von Schicht 7*

*MP, kxx, 7, 394*

*MP, DENs, 7, 3400e3*

*MP, C, 7, 1*

*! Auflage von Schicht 7 in Y Richtung*

*Vsel, s, loc, y, 0.07e-3+h, 3.07e-3+h*

*! Definieren*

*Vatt, 7, 0, 1, 0*

*alls*

*! Eigenschaften von Schicht 8*

*MP, kxx, 8, 0.81*

*MP, DENs, 8, 2240e3*

*MP, C, 8, 1*

*! Auflage von Schicht 8 in Y Richtung*

*Vsel, s, loc, y, 0e-3+h, 0.07e-3+h*

*! Definieren*

*Vatt, 8, 0, 1, 0*

*alls*

*! Auflage von Schicht 1 in Y Richtung*

*! Vernetzen*

*Vsel, s, loc, y, 3.82e-3+h, 4.39e-3+h*

*ESize, 1e-3*

*Vmesh, all*

*alls*

*! Auflage von Schicht 2 in Y Richtung*

*! Vernetzen*

*Vsel, s, loc, y, 0e-3+h, 3.82e-3+h*

*ESize, 4e-3*

*Vmesh, all*

*alls*

## ***! Lösung***

*/Solu*

*!Erste Randbedingung*

*Nsel, s, loc, y, 0e-3*

*D, all, temp, 25*

*alls*

*!Zweite Randbedingung*

*! Auflage von Chip1 in XYZ*

*Nsel, s, loc, y, 4.39e-3*

*Nsel, r, loc, x, 11.5e-3, 19.5e-3*

*Nsel, r, loc, z, 23.5e-3, 31.5e-3*

*P1=100*

*A1=64e-6*

*SF, all, HFLUX, P1/A1*

*alls*

*! Auflage von Chip1 in XYZ*

*Nsel, s, loc, y, 4.39e-3*

*Nsel, r, loc, x, 12.65e-3, 18.35e-3*

*Nsel, r, loc, z, 36.65e-3, 42.35e-3*

*P2=0*

*A2= 32.49e-6*

*SF, all, HFLUX, P2/A2*

*alls*

*SOLVE*

***! Auswertung***

*/POST1*

*PLNSOL, TEMP*

## **Selbständigkeitserklärung**

Hiermit versichere ich, alle Hilfsmittel und Hilfen in meiner vorliegenden Dissertation angegeben und auf dieser Grundlage die Arbeit selbständig verfasst zu haben.

.....

Sadek M. Elkuri

**Thesen  
zur Dissertation**

**Thermische Untersuchungen an leistungselektronischen  
Systemen**

**von Sadek M. Elkuri**

1. Die Grundlagen und Grundgesetze der Wärmeleitung werden dargestellt.
2. Die Komponenten der Verlustleistungen sind Ursache der Wärmeentstehung im Halbleiterleistungsmodul, welches sie nach außen abzuführen hat.
3. Für die Simulation der Wärmeleitung in Leistungsmodulen wird die Finite Elemente Methode(FEM) benutzt.
4. Die Methode der Finiten Elemente (FEM) hat sich zu einem unverzichtbaren Werkzeug in der numerischen Behandlung partieller Differentialgleichungen entwickelt. Sie wird in nahezu allen naturwissenschaftlichen Bereichen zur Berechnung und Simulation von Modellproblemen oder auch industriell für Entwicklung und Forschung eingesetzt.
5. Das ANSYS-Programm ermöglicht mit seinem modularem Aufbau (Idealisierung, Aufbau, Lösungen und Auswertung) die Anwendung der FEM für die Beschreibung der Temperaturverteilung in Halbleiterleistungsmodulen. Innerhalb dieser Software steht eine Benutzeroberfläche zur Verfügung.
6. Die Darstellung von IGBT-Halbleiterleistungsmodulen, deren Modellierung und Simulation, ist zur Berechnung von Sperrschichttemperaturen und der Bestimmung der thermischen Eigenschaften notwendig.
7. Verschiedene Variante von Modellvereinfachung des Modulaufbaus und von Netzvereinfachungen /-vergroberungen zur Bestimmung des thermischen Feldes

wurden mit genauem Modell mit feinen Netzen verglichen. Der Grad der Vereinfachung wurde anhand der Fehler gegenüber den genaueren Simulationen bewertet. Ziel dieser Vereinfachungen sind die Reduzierung des Aufwandes zur Modellierung und der Simulationszeiten.

8. Die vorgestellten Vereinfachungen zeigen die gleiche Tendenz, dass die Fehler gegenüber den genauen Modell sehr klein sind und die Ergebnisse im gewünschten Bereich liegen.
9. Die Temperaturverteilung eines Leistungsmodul wurde simulativ bestimmt und der im Labor in einem Versuchsstand gemessenen gegenübergestellt. Es geht hier darum, inwieweit die Messungen mit der Simulation übereinstimmen. Die beiden Ergebnisse wurden miteinander verglichen und die Fehler abgeschätzt.
10. Die mit Hilfe der ANSYS-Simulation bestimmten Modellparameter zeigten im Vergleich mit einer messtechnischen Bestimmung die selben Tendenzen und Größenordnungen.
11. Ein Softwareprogramm mit der Programmoberfläche HP VEE5.0 wurde erstellt, um einerseits solche Modelle und Simulationen schnell realisieren zu können. Im Vergleich zu ANSYS gewährleistet es eine einfachere Bedienbarkeit.
12. Das neue Programm ist für die dreidimensionale Darstellung der Leistungsmodule gedacht und dient der Berechnung ihrer Temperaturverteilung bzw. –verläufe, der Bestimmung ihrer thermischen Parameter und Sperrschichttemperaturen.
13. Wegen der zu großen Simulationszeit von ANSYS, besonders bei dynamischen Vorgängen, war der Entwurf von vereinfachten thermischen Modellen notwendig.
14. Besonders bei der Online-Simulation von dynamischen Vorgängen in Mikrorechnern – die nur über eine begrenzte Rechenkapazität verfügen - ist eine drastische Einsparung von Rechenzeit erforderlich.



15. In der Mathematik sind speziell für diese Problematik Algorithmen entwickelt worden, die auf der Ordnungsreduktion von komplexen dynamischen Systemen basieren.
  
16. Es wurde anhand eines einfachen Beispiels ein Weg aufgezeigt, wie komplizierte thermische Prozessmodelle von Leistungshalbleitermodulen vereinfacht werden können