

Johannes Zentner

**Zur optimalen Gestaltung von
Parallelkinematikmaschinen mit
Planarantrieben**

Zur optimalen Gestaltung von Parallelkinematikmaschinen mit Planarantrieben

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Maschinenbau

der Technischen Universität Ilmenau

eingereicht von

Dipl.-Ing. Johannes Zentner

Tag der Einreichung: 5. Juli 2005

Tag der öffentlichen Aussprache: 19. Dezember 2005

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. E. Kallenbach (Technische Universität Ilmenau)

Prof. Dr. sc. nat. P. Maißer (Institut für Mechatronik an der Technischen
Universität Chemnitz)

Prof. Dr. sc. techn. A. G. Bulgakov (Süd-Russische Staatliche Technische
Universität Novotscherkassk)

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2002 bis 2005 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Mechatronik der Fakultät für Maschinenbau an der Technischen Universität Ilmenau. Zusammen mit Kollegen aus dem Mechatronik-Laboratorium der Universität Paderborn und dem Institut für Mechatronik e.V. an der Technischen Universität Chemnitz arbeitete ich in dieser Zeit an einem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekt, in dem Untersuchungen zur Applikation der Parallelkinematikmaschine TRIPLANAR im Vordergrund standen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. h.c. E. Kallenbach, dem Leiter des Steinbeis Transferzentrums Mechatronik Ilmenau, der diese Arbeit stets unterstützte und förderte.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. T. Bertram, der zu dieser Zeit das Fachgebiet Mechatronik an der Technischen Universität Ilmenau leitete, möchte ich ebenfalls für die wohlwollende Unterstützung und die gewährten Freiräume zur Fertigstellung dieser Arbeit danken.

Allen Kollegen aus Paderborn und Chemnitz, die an dem gemeinsamen Projekt mitgewirkt haben, insbesondere Herrn Dipl.-Ing. H. Freudenberg und Herrn Dipl.-Math. F. Scharfeld, sowie den Kollegen des Fachgebiets Mechatronik, insbesondere Herrn Dipl.-Ing. U. Glet, Herrn Dipl.-Ing. V. Kireev und Herrn Dipl.-Ing. C. Wystup, möchte ich für die wissenschaftlichen Diskussionen und die stets sehr gute Zusammenarbeit danken.

Gleichfalls möchte ich Herrn Dipl.-Ing. E. Saffert (FMC Ingenieurbüro) für das Korrekturlesen und die Vorschläge zur Weiterführung der Arbeiten danken.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. sc. nat. P. Maißer und Herrn Prof. Dr. sc. techn. A. G. Bulgakov für das entgegengebrachte Interesse an der Arbeit und die Übernahme der Berichterstattung.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich meiner Frau und meinen Kindern aussprechen, die mich moralisch unterstützt und den nötigen Rückhalt während der Anfertigung dieser Arbeit gegeben haben.

Ilmenau, den 17. Januar 2006

Johannes Zentner

Kurzzusammenfassung

Die herausragenden Eigenschaften der Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben sind der große auf die Abmessungen der mechanischen Struktur bezogene Arbeitsraum sowie die hohen und gleichmäßigen Beweglichkeitseigenschaften innerhalb des Arbeitsraums. Die Kraft der kommerziell verfügbaren Planarantriebe ist begrenzt. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit Möglichkeiten zur Erhöhung der nutzbaren Antriebskraft sowie der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente anhand der Parallelkinematikmaschine TRIPLANAR exemplarisch untersucht. Mit Hilfe eines geeigneten TRIPLANAR-Modells wurde eine Methodik zur Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente entwickelt. Die mit dieser Methodik durchgeführte exemplarische Optimierung des existierenden TRIPLANAR-Prototyps ergab, dass die nutzbaren Antriebskräfte um mehr als 50% gesteigert werden können. Untersuchungen zur Skalierung des TRIPLANAR ergaben, dass für TRIPLANAR-Konfigurationen, die ihren vollen Orientierbarkeitsraum nutzen, ein Grenzwert der in einer kritischen Lage nutzbaren Antriebskraft existiert. Eine Steigerung dieses Wertes kann nur durch Erhöhung der Antriebskraftdichte, unter anderem mittels neuer Antriebskonzepte, erfolgen. Für eine Modellreihe kommerziell verfügbarer planarer Hybridschrittmotorantriebe wurden die Höchstwerte der erreichbaren nutzbaren Antriebskräfte sowie der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente ermittelt. Damit wurde gezeigt, dass mit dem TRIPLANAR prinzipiell auch Applikationen mit vergleichsweise hohen Anforderungen an die Kräfte und Momente am Endeffektor realisiert werden können. Ein auf die konkrete Applikation orientierter mechatronischer Entwurf des Gesamtsystems ist dafür allerdings Voraussetzung. Außerdem wurden alternative Antriebskonzepte hinsichtlich des Einsatzes im TRIPLANAR evaluiert. Dabei wurde festgestellt, dass der Einsatz von Kreuztischen auf der Basis von linearen Synchronantrieben, mit denen gegenwärtig die höchsten Antriebskraftdichten (mehr als 10 N/cm^2) erreicht werden ein besonders interessanter Ansatz ist. Allerdings müssen dabei Einschränkungen der Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR hingenommen werden.

Abstract

The outstanding properties of parallel kinematic machines on the basis of planar drives are the large work space compared to the size of their mechanical structure and the extended and uniform movability within the work space. The force of commercially available planar drives is limited. Therefore, this thesis investigates opportunities for increasing the available propulsion and end-effector forces and torques exemplarily based on the parallel kinematic machine TRIPLANAR. By means of a suitable model of the TRIPLANAR a methodology was proposed for the determination of the optimal configuration of the TRIPLANAR with regard to the available force for the compensation of external loads. On the basis of this methodology an optimization of the existing TRIPLANAR prototype was provided. As a result a more than 50% larger available force is obtained. Investigations on scaling the TRIPLANAR yielded that for configurations of the TRIPLANAR which use the full work and orientation space there exists an upper limit of the available force. Increasing this value is only possible through an increased force density of the planar drives for example by using new drive principles. For a series of commercially available planar hybrid stepping-drives the maximally available propulsion and end-effector forces and torques were determined. This shows that also applications with comparatively large end-effector force and torque requirements can be implemented with the TRIPLANAR. But a mechatronic design of the whole system oriented towards the specific application is a prerequisite. Additionally alternative drive concepts were evaluated with regard to their applicability within the TRIPLANAR. An interesting approach is the use of two-axis-tables based on linear synchronous motors which provide the largest force density (more than 10 N/cm^2) currently available. However, limitations of the movability properties of the TRIPLANAR must be accepted.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1	Einleitung	1
Kapitel 2	Stand der Technik	4
2.1	Historische Entwicklung der Parallelkinematikmaschinen.....	4
2.2	Definitionen und Begriffsbestimmung.....	5
2.3	Klassifikation der Parallelkinematikmaschinen	7
2.4	Diskussion der Aufbauvarianten von Parallelkinematikmaschinen.....	8
2.5	Die Parallelkinematikmaschine TriPlanar.....	11
2.6	Andere realisierte Parallelkinematikmaschinen	13
2.6.1	Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad sechs	14
2.6.2	Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad drei (Delta-Roboter).....	15
2.7	Analyse der Antriebskonzepte von Parallelkinematikmaschinen	17
Kapitel 3	Aufgabenstellung	19
Kapitel 4	Analyse der Betriebskräfte des TriPlanar	21
4.1	Modell des TriPlanar	21
4.2	Arbeitsraum und Orientierbarkeit des TriPlanar	23
4.3	Kräfte am TriPlanar.....	27
4.4	Kritische Lagen des TriPlanar.....	33
Kapitel 5	Optimierung der TriPlanar-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskräfte.....	37
5.1	Allgemeines.....	37
5.2	Reduziertes TriPlanar-Modell.....	38
5.3	Modellierung der kritischen Lagen des TriPlanar.....	40
5.3.1	Äquivalenter ebener Ersatzmechanismus	40
5.3.2	Bestimmung der Kräfte.....	43
5.3.3	Diskussion der Gleichungen für die Kräfte	46
5.4	Formulierung der Zielfunktion.....	48
5.5	Nebenbedingungen.....	50
5.5.1	Zusammenhang zwischen Länge und Durchmesser der Streben	50
5.5.2	Zusammenhang zwischen Durchmesser und Höhe der Plattform.....	52
5.5.3	Dynamische Nebenbedingung	53
5.5.4	Beweglichkeitsnebenbedingung	54

5.5.5	Diskussion der Nebenbedingungen	57
5.6	Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft in den kritischen Lagen.....	59
5.7	Methodik zur Bestimmung der optimalen TriPlanar-Konfiguration.....	61
5.8	Numerisches Beispiel.....	62
5.9	Bemerkungen zur konstruktiven Ausführung des TriPlanar.....	63
Kapitel 6	Ähnlichkeitsbetrachtungen am TriPlanar	64
6.1	Allgemeines.....	64
6.2	Ableitung der Skalierungsregeln für den TriPlanar	65
6.3	Diskussion der Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft von der Skalierung des TriPlanar	67
6.4	Bestimmung der TriPlanar-Konfiguration mit der höchsten nutzbaren Antriebskraft	69
Kapitel 7	Alternative Antriebskonzepte für TriPlanar	72
7.1	Anforderungen an die Planarantriebe.....	72
7.2	Charakterisierung der Planarantriebe	73
7.3	Systemaufbau der integrierten Planarantriebe.....	75
7.4	Evaluierung existierender Planarantriebe.....	76
Kapitel 8	Maximale nutzbare Antriebskräfte des TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe.....	80
8.1	Allgemeines.....	80
8.2	Modell des TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe	81
8.3	Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft in kritischen Lagen	82
8.3.1	Formulierung der Zielfunktion	82
8.3.2	Nebenbedingungen	83
8.3.3	Methodik zur Bestimmung der maximalen nutzbaren Antriebskraft	89
8.4	Bestimmung der maximalen kompensierbaren externen Kräfte und Momente.....	89
8.4.1	Bestimmung der kompensierbaren senkrechten Komponente der externen Kraft	90
8.4.2	Bestimmung der kompensierbaren waagerechten Komponente der externen Kraft	91
8.4.3	Bestimmung der kompensierbaren waagerechten Komponente des externen Moments	92
8.4.4	Bestimmung der kompensierbaren senkrechten Komponente des externen Moments	93
8.5	Numerische Evaluierung des TriPlanar auf der Basis existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe	95
8.5.1	Bestimmung der nutzbaren Antriebskräfte.....	95
8.5.2	Bestimmung der kompensierbaren externen Kräfte und Momente	98
8.5.3	Analyse der Evaluierungsergebnisse	101
Kapitel 9	Zusammenfassung	102

Anhang A	
Übersicht der kinematischen Ketten, die zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit längenunveränderlichen Streben und beweglichen Fußpunkten geeignet sind	105
Anhang B	
Steifigkeiten der Komponenten des TriPlanar	109
Anhang C	
Erreichbare Kräfte am TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe	110
Formelzeichenverzeichnis.....	115
Literaturverzeichnis.....	118

Kapitel 1

Einleitung

Eine Alternative zu den weit verbreiteten, auf offenen kinematischen Ketten basierenden, seriellen Robotern bilden Roboter mit parallelen Strukturen, die auch als Parallelkinematikmaschinen bezeichnet werden. Dank der geschlossenen kinematischen Ketten ergeben sich für die Parallelkinematikmaschinen folgende prinzipielle Vorteile im Vergleich zu ihren seriellen Pendants:

- höhere Struktursteifigkeit,
- geringere bewegte Eigenmasse,
- günstigere Massenverteilung, wodurch sich niedrigere auf entsprechende Antriebsachsen reduzierte Massenträgheitsmomente ergeben,
- günstigeres Verhältnis der zu manipulierenden Masse zur Eigenmasse,
- in der Regel einfachere und für ein Baukastensystem günstigere Konstruktion.

Aufgrund dieser Merkmale lassen sich mit Parallelkinematikmaschinen im Allgemeinen bessere dynamische Eigenschaften und geringere Positionier- und Bahnunsicherheiten als mit vergleichbaren seriellen Robotern realisieren, und sie sind stärker belastbar. Da ihre Eigenfrequenzen in der Regel höher liegen, ergibt sich für sie meistens auch ein günstigeres Schwingungsverhalten. Zu den Nachteilen von Parallelkinematikmaschinen zählen:

- ungünstiges Verhältnis des Arbeitsraums zum Bauraum,
- Singularitäten im Arbeitsraum,
- starke Verkoppelung der einzelnen Bewegungen,
- stark nichtlineare Übertragungsfunktionen,
- komplexe Steuerungen beziehungsweise Regelungen.

Besonders im letzten Jahrzehnt wurden weltweit viele unterschiedliche Parallelkinematikmaschinen mit speziellen Eigenschaften für verschiedene Zwecke entwickelt. In [www1] wird dazu ein guter Überblick gegeben. Die meisten Parallelkinematikmaschinen sind dabei einmalig aufgebaute Prototypen beziehungsweise Demonstratoren [Tön99]. In den Bereichen Handling und Montage werden Parallelkinematikmaschinen bereits im großen Stil erfolgreich eingesetzt. In anderen Bereichen, wie zum Beispiel Werkzeugmaschinen, haben sie sich noch nicht auf breiter Front durchgesetzt.

Die gegenwärtige wirtschaftliche Entwicklung ist durch kleiner werdende Stückzahlen bei gleichzeitiger Vergrößerung der Produktpalette und steigender Kundenspezifität charakterisiert, wobei die Produktzyklen zunehmend kürzer werden. Gleichzeitig steigen auch die Anforderungen an die Produktivität immer weiter. Aus diesem Grund wächst im Produktionsbereich die Anzahl der speziell für eine technologische Aufgabe entwickelten Sondermaschinen, die erfahrungsgemäß die höchste Produktivität liefern. Dieser Umstand verstärkt die Tendenz zum Einsatz von Parallelkinematikmaschinen, die für Sondermaschinensysteme prädestiniert sind und fördert auch weiter das wissenschaftliche Interesse an diesen Systemen [Wec02].

Im Zuge dieser Entwicklung wurde in Kooperation zwischen dem Mechatronik-Laboratorium der Universität Paderborn, dem Institut für Mechatronik e.V an der Technischen Universität Chemnitz und dem Fachgebiet Mechatronik der Technischen Universität Ilmenau die Parallelkinematikmaschine TRIPLANAR [Lüc01] entwickelt und aufgebaut. Der TRIPLANAR gehört zur Klasse von Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben, wobei die Fußpunkte durch drei Planarantriebe bewegt werden. Dank des Einsatzes von Planarantrieben sind mit Parallelkinematikmaschinen dieser Klasse Arbeitsräume realisierbar, die viel größer sind als ihr eigener Bauraum. Innerhalb des Arbeitsraums ist in einem großen Bereich eine hohe und gleichmäßige Orientierbarkeit erreichbar. Zu den potenziellen Applikationen von Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben gehören:

- kombinierte Fräs-, Bohr- und Drehaufgaben;
- kombinierte Fertigungs-, Montage- und Bestückungsaufgaben;
- Manipulation von Teilen und Baugruppen;
- komplexe Mess-, Prüf- und Positionieraufgaben;
- Laserschneiden, -schweißen, -härten;
- Oberflächenbearbeitungen;
- Simulation von Bewegungen (Hardware-in-the-Loop) und andere.

Da die Kraft der kommerziell verfügbaren Planarantriebe begrenzt ist, kann es bei den Parallelkinematikmaschinen dieser Klasse dazu kommen, dass die zum Endeffektor transferierbare Antriebskraft zur erfolgreichen Realisierung einiger Applikationen nicht ausreicht. Daraus wird das Ziel der vorliegenden Arbeit abgeleitet, Möglichkeiten zur Erhöhung der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente für Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben anhand des TRIPLANAR exemplarisch zu untersuchen. Folgende Fragestellungen sind in diesem Zusammenhang von Bedeutung:

- Inwiefern können die am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente durch eine zielgerichtete Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration erhöht werden?
- Wie verhalten sich die Kräfte und Momente bei der Skalierung des TRIPLANAR?
- Wo liegen die Grenzen der am Endeffektor des TRIPLANAR verfügbaren Kräfte und Momente?
- Welche Möglichkeiten zur Verbesserung der Funktionalität des TRIPLANAR bieten alternative Antriebskonzepte?
- Wie kann eine zielgerichtete Synthese des TRIPLANAR erfolgen, wenn Forderungen hinsichtlich der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente im Vordergrund stehen.

Diese und mit ihnen zusammenhängende Fragestellungen zu beantworten, ist das Anliegen der vorliegenden Arbeit.

Kapitel 2

Stand der Technik

In diesem Kapitel wird zunächst kurz auf die geschichtliche Entwicklung der Parallelkinematikmaschinen eingegangen. Nach der Definition der in dieser Arbeit verwendeten Schlüsselbegriffe wird eine Klassifikation der Parallelkinematikmaschinen gegeben. Anschließend werden Aufbauvarianten von Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben diskutiert, worauf eine kurze Übersicht der bereits existierenden, als Referenz dienenden Parallelkinematikmaschinen dieser Klasse folgt. Abgeschlossen wird dieses Kapitel durch eine Analyse der Antriebskonzepte in den existierenden Parallelkinematikmaschinen und der damit erreichbaren Antriebskräfte. Auf der Grundlage dieser Analyse wird der Handlungsbedarf abgeleitet.

2.1 Historische Entwicklung der Parallelkinematikmaschinen

Als erste theoretischen Arbeiten auf dem Gebiet der räumlichen Parallelmechanismen mit mehreren Bewegungsfreiheiten, die die Basis für jede Parallelkinematikmaschine bilden, müssen wohl die Arbeiten von Platon und Archimedes über Polyeder angesehen werden [Ada94]. Später im Mittelalter befassten sich vor allem französische, englische, italienische und deutsche Mathematiker intensiv mit Polyedern [Cro99]. Ein wichtiger Meilenstein war die 1813 veröffentlichte Arbeit von Cauchy [Cau13], in der zum ersten mal die direkte und inverse Kinematik von Polyedern behandelt wurde.

Das erste Patent, dessen Gegenstand ein räumlicher Parallelmechanismus war, wurde erst 1931 von Gwinnett angemeldet [Gwi31]. Bis zum ersten Prototypen einer Parallelkinematikmaschine dauerte es jedoch bis 1947, als der englische Ingenieur Gough einen Reifenprüf-

stand (Bild 2.1) aufbaute, dessen Herzstück ein Parallelmechanismus mit sechs hydraulisch angetriebenen, längenveränderlichen Streben war [Gou62]. Die Plattform (Endeffektor) hatte den Freiheitsgrad sechs.

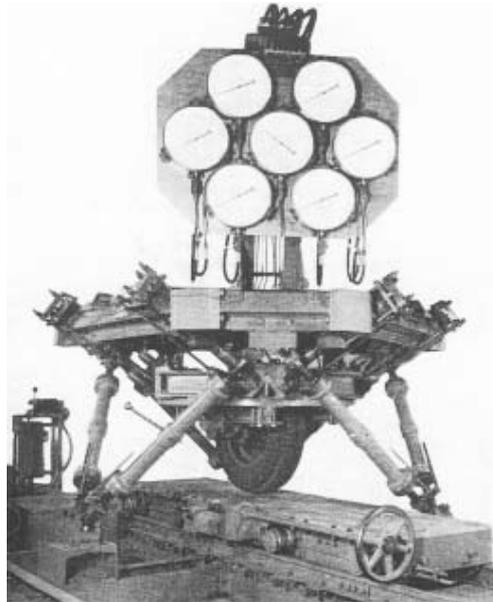


Bild 2.1 Gough-Plattform. Quelle: [www6]

Populär wurde das Konzept der Parallelkinematikmaschine in wissenschaftlichen und ingenieurtechnischen Kreisen jedoch erst als Stewart 1965 in seinem Beitrag in den Proceedings of Institution of Mechanical Engineers [Ste65] eine ähnliche Maschine wie Gough's Reifenprüfstand präsentierte. Stewart's Parallelkinematikmaschine diente allerdings als Basis für einen Flugsimulator. Daher kommt auch die weit verbreitete Bezeichnung für solche Maschinen – Stewart-Plattform beziehungsweise Gough-Stewart-Plattform. Weitere Meilensteine in der Geschichte der Parallelkinematikmaschinen sind die 1990 erschienene erste Monographie zu diesem Thema – „Les Robots Paralleles“ von Merlet [Mer90] und die 1994 von der Firma Giddings & Lewis präsentierte erste parallelkinematische Werkzeugmaschine VARIAX [www6]. Das anhaltend hohe Interesse an Parallelkinematikmaschinen schlägt sich auch in einer Vielzahl von Veröffentlichungen zu diesem Thema nieder.

2.2 Definitionen und Begriffsbestimmung

In der Fachliteratur und vor allem in den Veröffentlichungen werden neben dem in der vorliegenden Arbeit favorisierten Begriff *Parallelkinematikmaschine* mal synonym, mal leicht abweichend die Begriffe Parallelroboter (englisch: parallel robot), Parallelmechanismus (eng-

lisch: parallel mechanism), Parallelmanipulator (englisch: parallel manipulator), Stewart-Plattform, Gough-Stewart-Plattform verwendet. Ohne auf die Diskussion der verschiedenen Begrifflichkeiten einzugehen, werden in diesem Abschnitt zur Klarheit die Definitionen der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Schlüsselbegriffe gegeben.

„Ein *Mechanismus* ist eine mechanische Einrichtung. Er besteht aus beweglich miteinander verbundenen Teilen (Gliedern), wobei deren gegenseitige Bewegungsmöglichkeit durch die Art der Verbindung (Gelenke) bestimmt ist. Ein Glied ist stets Bezugskörper (Gestell). Die Mindestzahl der Glieder und Gelenke beträgt jeweils drei“ [Vol92].

Nach [Ver99] lassen sich alle Mechanismen mit holonomen Zwangsbedingungen nach in den Mechanismen auftretenden Arten der Redundanz in vier Gruppen einteilen. Danach nennt man einen Mechanismus:

- *trivial*, wenn keine Redundanzen auftreten,
- *seriell*, wenn eine Geschwindigkeits- aber keine Kraftredundanz auftritt,
- *parallel*, wenn eine Kraft- aber keine Geschwindigkeitsredundanz auftritt,
- *hybrid*, wenn sowohl eine Geschwindigkeits- als auch eine Kraftredundanz auftritt.

Ein *Parallelmechanismus* kann also als ein Mechanismus definiert werden, der eine Kraftredundanz und keine Geschwindigkeitsredundanz aufweist. Die Forderung nach holonomen Zwangsbedingungen kann immer erfüllt werden, wenn die einzelnen Bewegungsfreiheiten der Gelenke unabhängig von einander sind.

Eine andere, auf der Analyse der Struktur basierende, Definition gibt Merlet [Mer00]. Danach wird unter einem *Parallelmechanismus* ein Mechanismus mit einer geschlossenen kinematischen Kette verstanden, wobei der Endeffektor und das Gestell durch mindestens zwei unabhängige kinematische Ketten miteinander verbunden sind.

Für den Begriff *Maschine* sind in normativen Dokumenten je nach Bezug (Sicherheit, Betrieb, Funktion, Struktur und andere) ebenfalls verschiedene Definitionen anzutreffen. Hier interessiert der funktionelle Aspekt einer Maschine. Eine entsprechende Definition ist im Brockhaus [Bro02] zu finden. Eine *Maschine* ist danach eine „Vorrichtung zur Erzeugung oder Übertragung von Kräften, die technisch nutzbare Arbeit leistet (Arbeitsmaschinen) oder eine Form der Energie in eine andere umsetzt (Kraftmaschinen)“.

Ausgehend von den Definitionen eines Parallelmechanismus (oft auch Parallelkinematik genannt) und einer Maschine kann eine *Parallelkinematikmaschine* als Maschine, die auf einem Parallelmechanismus basiert, definiert werden.

Ein weiterer wichtiger Begriff ist die *Konfiguration* einer Parallelkinematikmaschine, unter der die Gesamtheit der die Maschine beschreibenden geometrischen Parameter bei vorgegebenen Werkstoffeigenschaften verstanden wird. Allgemein wird der Begriff *Konfiguration* laut Brockhaus [Bro02] mit den Begriffen Gestaltung, Anordnung, Zusammenstellung gleichgesetzt. In der gegebenen Definition wird der Gestaltungsaspekt dieses Begriffs ausgenutzt.

2.3 Klassifikation der Parallelkinematikmaschinen

Nach [Pri97] gibt es drei prinzipielle Möglichkeiten der Einleitung von Primärverschiebungen in Parallelkinematikmaschinen:

- Veränderung der Länge der Streben,
- Verschiebung der Gelenkpunkte der Streben,
- Drehung der Streben um die Gelenkpunkte.

Indem die an mehreren bestimmten Gelenkstellen des Parallelmechanismus eingeleiteten Primärverschiebungen über die Glieder des Parallelmechanismus auf den Endeffektor übertragen werden, entsteht die mehrdimensionale Bewegung des Endeffektors einer Parallelkinematikmaschine.

Tabelle 2.1 Klassifikation von Parallelkinematikmaschinen

Beweglichkeit der Fußpunkte	Längenveränderlichkeit der Streben	Art des Antriebs
beweglich	veränderlich	Linear + Teleskop
		Linear + Rotatorisch + Teleskop
		Planar + Teleskop
		Planar + Rotatorisch + Teleskop
	unveränderlich	Linear
		Linear + Rotatorisch
		Planar
		Planar + Rotatorisch
ortsfest	veränderlich	Zugmittel
		Teleskop
		Teleskop + Rotatorisch
	unveränderlich	Rotatorisch

In den realisierten Parallelkinematikmaschinen kommt in der Regel nur eine der drei Möglichkeiten zur Einleitung von Primärverschiebungen vor. Parallelkinematikmaschinen, in denen mehrere Möglichkeiten zur Einleitung von Primärverschiebungen gleichzeitig genutzt werden, sind bisher kaum untersucht worden.

Die Art der Einleitung von Primärverschiebungen hat direkte Konsequenzen für die Konstruktion einer Parallelkinematikmaschine und beeinflusst stark ihre funktionellen Eigenschaften. In der Tabelle 2.1 sind verschiedene Möglichkeiten zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen klassifiziert, die sich direkt aus der Art der Einleitung der Primärverschiebungen ergeben. Als unterscheidende Merkmale sind die Beweglichkeit der Fußpunkte, die Längenveränderlichkeit der Streben und die Art der Antriebe gewählt.

In der vorliegenden Arbeit stehen im Mittelpunkt des Interesses Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben, die auf Planarantrieben basieren. Entsprechende Parallelkinematikmaschinen, die auf Linearantrieben aufbauen dienen als Referenz.

2.4 Diskussion der Aufbauvarianten von Parallelkinematikmaschinen

Durch die Anordnung der Antriebe an den Enden der Streben ergeben sich für Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben einige Vorteile gegenüber Parallelkinematikmaschinen mit in den Streben integrierten Antrieben [Mai02]. Die hauptsächlich auf Zug und Druck belasteten längenunveränderlichen Streben werden nach den bei diesen Belastungsarten auftretenden maximalen Spannungen und Verformungen ausgelegt und gegebenenfalls auf Knickung nachgerechnet. Deshalb können mit Beinstrukturen, bestehend aus längenunveränderlichen Streben und entsprechenden Gelenkeinheiten, bei gleicher Steifigkeit wesentlich leichtere mechanische Strukturen realisiert werden, wodurch man geringere bewegte Massen und geringere auf die Antriebsachsen reduzierte Trägheitsmomente erhält. Die Struktursteifigkeit wird zusätzlich dadurch begünstigt, dass die in den Streben wirkenden Kräfte teilweise vom Gestell aufgenommen werden. Bei längenveränderlichen Beinstrukturen wird die Gesamtsteifigkeit durch die Elemente der Antriebe verringert [Mai02]. Ein weiterer wichtiger Vorteil der Parallelkinematikmaschinen mit längenunveränderlichen Streben ist die Möglichkeit des Einsatzes der auf dem Markt verfügbaren linearen und planaren Direktantriebe, deren wichtigsten Vorteile hohe Dynamik und niedrige Positionierungsunsicherheit sind. Die Kombination einer insgesamt leichteren und steiferen Struk-

tur, der Direktantriebe und einer in der Regel einfacheren Konstruktion prädestiniert Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben vor allem für Anwendungen, in denen dynamische, schnelle und hochpräzise Bewegungsabläufe gefordert werden, wie zum Beispiel Hochgeschwindigkeitsbearbeitung, Laserschneiden, industrielle Mess- und Prüfanlagen und so weiter.

Um die prinzipiellen Möglichkeiten zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben aufzuzeigen, wird nach einer Methode vorgegangen, die sich an die Vorgehensweise in [Tsa01] orientiert. Laut Definition wird der Endeffektor einer Parallelkinematikmaschine über m (offene) kinematische Ketten mit dem Gestell verbunden, wobei $m \geq 2$ sein muss (vergleiche Abschnitt 2.2). Die Anzahl der unabhängigen geschlossenen kinematischen Ketten L ist folglich

$$L = m - 1. \quad (2.1)$$

Auf der anderen Seite gilt für die Anzahl der unabhängigen geschlossenen kinematischen Ketten in einem Parallelmechanismus die EULER'sche Gleichung

$$L = g - n + 1, \quad (2.2)$$

wobei n Anzahl der Glieder und g Anzahl der Gelenke im Mechanismus bedeuten. Der Freiheitsgrad einer Parallelkinematikmaschine kann nach der GRÜBLER'schen Gleichung für räumliche Mechanismen bestimmt werden.

$$F = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (2.3)$$

Dabei bedeutet f_i Gelenkfreiheitsgrad des i -ten Gelenks. Unter Berücksichtigung von (2.1) kann für die Summe der Gelenkfreiheitsgrade einer Parallelkinematikmaschine die Gleichung

$$\sum_{i=1}^g f_i = \sum_{k=1}^m C_k \quad (2.4)$$

aufgeschrieben werden. C_k bedeutet die Summe der Gelenkfreiheitsgrade¹ der k -ten offenen kinematischen Kette, über die der Endeffektor mit dem Gestell verbunden ist. Setzt man (2.3) unter Berücksichtigung von (2.2) und (2.1) in (2.4) ein, so erhält man die Gleichung

$$\sum_{k=1}^m C_k = F + 6(m - 1). \quad (2.5)$$

¹ Die Summe der Gelenkfreiheitsgrade einer kinematischen Kette entspricht dem im Englischen eingeführten Begriff *connectivity* (vergleiche [Tsa01]).

Zur Gewährleistung der Funktion räumlicher Parallelmechanismen müssen die C_k -Werte zusätzlich der Bedingung

$$F \leq C_k \leq 6, \quad k = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

genügen (vergleiche [Tsa01]). Die Kombinationen der ganzzahligen C -Werte, die bei vorgegebenen Werten F und m sowohl der Gleichung (2.5) als auch der Bedingung (2.6) genügen, repräsentieren die bei diesen Werten möglichen Strukturen von Parallelkinematikmaschinen. In der Tabelle 2.2 sind die Kombinationen der C -Werte für die Freiheitsgrade drei bis sechs und die Anzahl der Streben von zwei bis sechs angegeben.

Tabelle 2.2 Prinzipielle Varianten zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben

Freiheitsgrad	Anzahl der offenen kin. Ketten	Summe aller Gelenkfreiheitsgrade	mögliche Kombinationen der C -Werte der offenen kin. Ketten
3	2	9	(63), (54)
3	3	15	(663), (654), (555)
3	4	21	(6663), (6654), (6555)
3	5	27	(66663), (66654), (66555)
3	6	33	(666663), (666654), (666555)
4	2	10	(64), (55)
4	3	16	(664), (655)
4	4	22	(6664), (6655)
4	5	28	(66664), (66655)
4	6	34	(666664), (666655)
5	2	11	(65)
5	3	17	(665)
5	4	23	(6665)
5	5	29	(66665)
5	6	35	(666665)
6	2	12	(66)
6	3	18	(666)
6	4	24	(6666)
6	5	30	(66666)
6	6	36	(666666)

Die Eintragungen in der Tabelle 2.2 sind folgendermaßen zu interpretieren: Aus der Zeile eins kann beispielsweise entnommen werden, dass eine Parallelkinematikmaschine mit dem Freiheitsgrad drei, die aus zwei offenen kinematischen Ketten besteht, durch zwei Kombinationen von kinematischen Ketten mit folgenden C -Werten realisiert werden kann:

1. $C_1 = 6, C_2 = 3$;
2. $C_1 = 5, C_2 = 4$.

Weil jede einzelne kinematische Kette einer Parallelkinematikmaschine einen Antrieb enthält, ist es zweckmäßig die Gelenkfreiheiten in passive und aktive zu unterteilen. In Richtung der passiven Gelenkfreiheiten werden keine Primärverschiebungen eingeleitet, wohingegen in Richtung der aktiven Gelenkfreiheiten Primärverschiebungen eingeleitet werden. Das heißt, die aktiven Gelenkfreiheiten müssen durch Antriebe realisiert werden.

Im Anhang A sind die strukturellen Varianten von kinematischen Ketten mit C -Werten von drei bis sechs dargestellt, deren aktive Gelenkfreiheiten durch Planar- und Linearantriebe verkörpert werden. Mit diesen kinematischen Ketten können nicht antriebsredundante Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planar- und Linearantrieben mit den Freiheitsgraden drei bis sechs nach Tabelle 2.2 realisiert werden.

Bisher fokussierte sich die Forschung hauptsächlich auf Parallelkinematikmaschinen mit den Freiheitsgraden drei und sechs [Mba04], deren mechanische Struktur aus identischen kinematischen Ketten, zum Beispiel (555) oder (666666), bestehen. Zum einen haben solche Strukturen den technologischen Vorteil, dass ein Baukastensystem einfach realisiert werden kann, zum anderen führen sie zu einfacheren Modellen zur Berechnung der Kinematik und des dynamischen Verhaltens der Parallelkinematikmaschine, wodurch effizientere Steuerungs- beziehungsweise Regelungsalgorithmen realisiert werden können. Prinzipielle Varianten zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit unterschiedlichen kinematischen Ketten, die die überwiegende Mehrheit in der Tabelle 2.2 darstellen, sind bisher kaum erforscht worden.

2.5 Die Parallelkinematikmaschine TriPlanar

Der TRIPLANAR (Bild 2.2) besteht aus einer Plattform, die über jeweils eine längenunveränderliche Strebe mit drei planaren Hybridschrittmotorantrieben gelenkig verbunden ist, wobei die Läufer der drei Planarantriebe einen gemeinsamen Stator besitzen [Lüc98],[Kuh99],[Toe99]. Die planaren Hybridschrittmotorantriebe sind Mehrkoordinatenantriebe mit einem

Bewegungsfreiheitsgrad zwei (zwei Translationen in der Ebene). Die Fußpunkte der Streben können durch die Kopplung mit den Planarantrieben, die die Funktion eines aktiven planaren Gelenkes ausüben, beliebige, mit der Struktur des TRIPLANAR und dem Bewegungsbereich der Planarantriebe konsistente Bahnen auf der Oberfläche des Stators realisieren. Durch die Übertragung der Bewegungen der Planarantriebe über die Streben auf die Plattform, an die der Endeffektor gekoppelt ist, kann dieser eine Bewegung mit dem Freiheitsgrad sechs ausführen. Aus kinematischer Sicht ist der TRIPLANAR aus drei identischen (PP)SR-Ketten¹ aufgebaut.

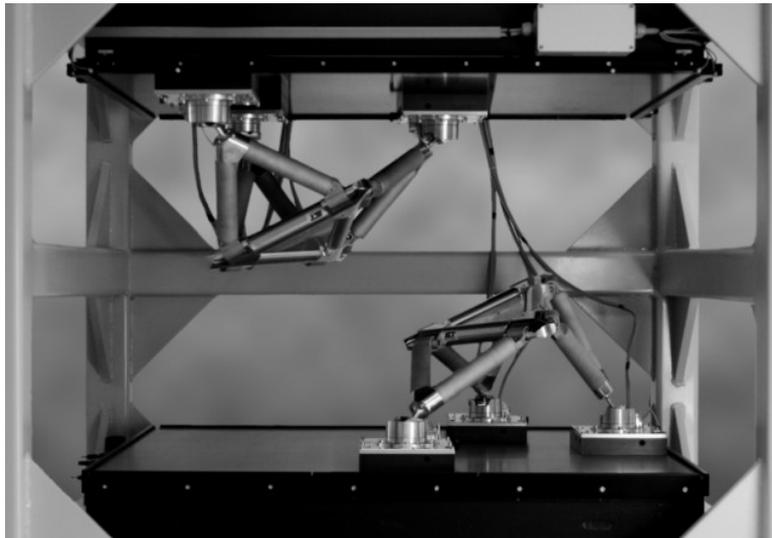


Bild 2.2 Zwei kooperierende TRIPLANARE

Die Vorteile des TRIPLANAR in Vergleich zu anderen Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben sind vor allem der große Arbeitsraum und die hohe Orientierbarkeit innerhalb des Arbeitsraums [Toe02]. Bei entsprechend gewählten Verhältnissen der Abmessungen der mechanischen Struktur und des Stators können Arbeitsräume realisiert werden, die ein mehrfaches des TRIPLANAR-Bauraums betragen und Orientierbarkeiten, die in einem großen Bereich gleichmäßig hoch sind. Der realisierte TRIPLANAR-Prototyp weist folgende Arbeitsraum- und Orientierbarkeitscharakteristiken auf:

- erreichbarer Arbeitsraum 600×400×150 mm;
- maximaler Neigungswinkel um die horizontalen Achsen 30°;
- Drehwinkel um die vertikale Achse 360°.

¹ P steht für prismatische, S für sphärische, U für Universal- und R für Rotations- beziehungsweise Drehgelenke. Mit Klammern zusammengefasste Buchstaben, zum Beispiel (PP), stehen für ein Gelenk, das mehrere, in den Klammern aufgezählte Gelenkfreiheiten besitzt. Die aktiven Gelenkfreiheiten werden unterstrichen.

Die mechanische Struktur des TRIPLANAR ist nicht die einzige Möglichkeit der Übertragung der Bewegungen von drei Planarantrieben auf eine Plattform so, dass diese eine räumliche Bewegung mit dem Freiheitsgrad sechs ausführt. Aus der Tabelle 2.2 auf Seite 10 und der Tabelle A.1 im Anhang A folgt, dass zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad sechs, die – ähnlich wie TRIPLANAR – auf drei Planarantrieben basieren, Strukturen auf der Basis der kinematischen Ketten $a3$, $b3$, $c3$ sowie $a4$ und $b4$ geeignet sind. Die kinematische Kette $a3$ ((PP)SR-Kette) stellt die Basis für die mechanische Struktur des TRIPLANAR dar. Auf der Basis der kinematischen Kette $b3$ ((PP)RS-Kette) sind zwei Parallelkinematikmaschinen-Prototypen bekannt, die am Technion Haifa [Sho98], [Ben98] und an der University of Tokio [Che04] entwickelt wurden. Parallelkinematikmaschinen auf der Basis der kinematischen Kette $c3$ ((PP)UU-Kette) sind bisher nicht bekannt. In [Tah93] wurden aber theoretische Untersuchungen dazu vorgestellt. Untersuchungen zu Parallelkinematikmaschinen auf der Basis der kinematischen Ketten $a4$ ((PPR)UR-Kette) und $b4$ ((PPR)RU-Kette), die ein aktives planares Gelenk mit dem Gelenkfreiheitsgrad drei (zwei Translationen und eine Rotation) voraussetzen, sind bisher nicht bekannt. Ein aktives planares Gelenk mit dem Gelenkfreiheitsgrad drei könnte beispielsweise durch einen Planarantrieb auf der Basis von linearen Asynchronmotoren realisiert werden (siehe Abschnitt 7.4).

2.6 Andere realisierte Parallelkinematikmaschinen

Es existieren inzwischen mehrere interessante Entwicklungen von Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben auf unterschiedlichen Feldern. So zum Beispiel auch Mini- und Mikro-Parallelkinematikmaschinen [Jun04],[Yib02] die mit entsprechenden Technologien der Feinwerk- und Mikrotechnik hergestellt wurden. Doch die meisten anwendungsorientierten Entwicklungen auf dem Gebiet der Parallelkinematikmaschinen überhaupt – und solcher mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben im speziellen – wurden bisher in den Bereichen Werkzeugmaschinen- und Sondermaschinenbau durchgeführt. Parallelkinematikmaschinen, die in diesem Bereich den Stand der Technik bestimmen, basieren auf Linearantrieben. Dabei haben die meisten Parallelkinematikmaschinen den Freiheitsgrad sechs oder drei. Im Folgenden wird auf einige realisierte Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben, die als Referenz in dieser Klasse dienen, näher eingegangen.

2.6.1 Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad sechs

Hexaglide [Heb00],[Heb98],[Reh98] ist eine an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich entwickelte komplette Werkzeugmaschine, die auf einem Parallelmechanismus mit dem Freiheitsgrad sechs beruht (Bild 2.3). Die bis dahin bekannten parallelkinematischen Werkzeugmaschinen (zum Beispiel die von Giddings & Lewis, Ingersoll und andere) basierten auf Parallelmechanismen mit ortsfesten Fußpunkten und längenveränderlichen Streben [Wec97],[Hei97]. *Hexaglide* ist die erste komplette parallelkinematische Werkzeugmaschine, die auf einem Parallelmechanismus mit längenunveränderlichen Streben und bewegten Fußpunkten basiert.



Bild 2.3 Parallelkinematische Werkzeugmaschine Hexaglide. Quelle: [www2].

Aus kinematischer Sicht, besteht der Hexaglide aus sechs PSU-Ketten. Die Streben sind mit einem Ende über ein Kardangelenk ($f = 2$) mit der Plattform und mit dem anderen Ende über ein sphärisches Gelenk ($f = 3$) mit einem Linearantrieb verbunden. In der Plattform ist der Endeffektor (in diesem Falle ein Fräskopf) untergebracht. Die sechs mit den Streben verbundenen Läufer der Linearantriebe bewegen sich auf drei parallel zu einander angeordneten Schienen. Dabei sind jeweils zwei Läufer auf einer Schiene angeordnet. Zur Vermeidung des Wärmetransports in den Arbeitsraum werden die Linearantriebe mit Wasser gekühlt.

Linapod [Pri99],[Pri04], die am Institut für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen und Fertigungseinrichtungen der Universität Stuttgart entwickelte parallelkinematische Werkzeugmaschine, ist eine fünffachsige Fräsmaschine (Bild 2.4-a). Die Positionierung und Orientierung der Plattform erfolgt über sechs kinematische Ketten, die alle eine PUS-Struktur auf-

weisen. Die Streben sind über jeweils ein sphärisches Gelenk an die Plattform und über jeweils ein Kardangelenk an die Läufer der Linearantriebe gekoppelt. Ähnlich wie beim Hexaglide, sind zwei Läufer auf einem Stator angebracht. Doch anders als im Hexaglide, bei dem die Statoren horizontal angeordnet sind, werden sie hier an den vertikalen Säulen befestigt.

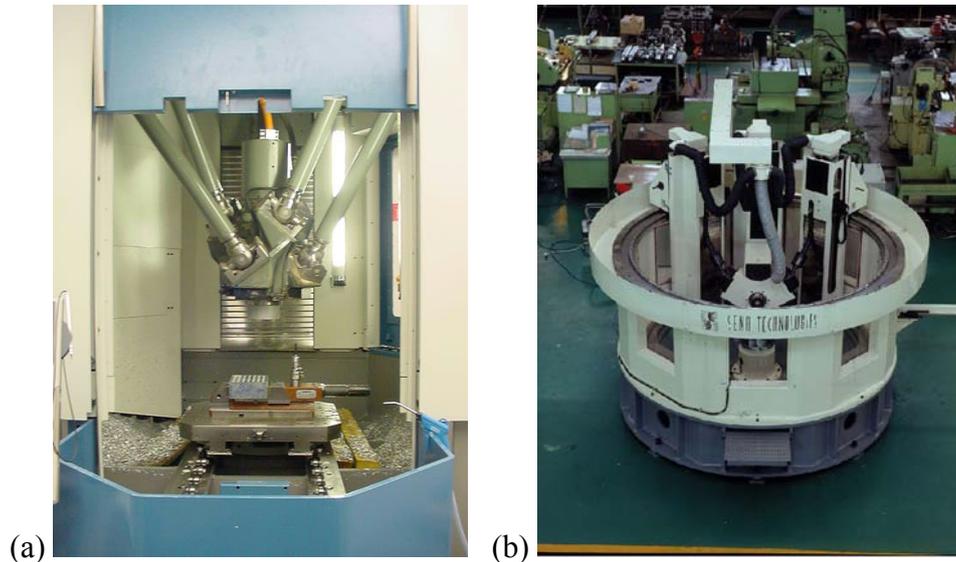


Bild 2.4 Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad sechs. (a) Linapod III. Quelle: [www3]; (b) Eclipse. Quelle: [www4].

Eclipse [Kim99],[Kim02-a],[Kim02-b] ist eine an der Seoul National University in Kooperation mit der Firma Sena Technology Co. entwickelte parallelkinematische Werkzeugmaschine (Bild 2.4-b). Die mechanische Struktur von Eclipse besteht aus drei identischen PPRS-Ketten. Drei Säulen sind mit den entlang der Kreisbahn verfahrbaren Läufern der ersten drei Linearantriebe verbunden. Die Läufer der zweiten drei Antriebe sind entlang der drei Säulen verfahrbar. Die Streben sind über Drehgelenke mit den Läufern der jeweils zweiten Linearantriebe verbunden und über sphärische Gelenke mit der Plattform gekoppelt.

2.6.2 Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad drei (Delta-Roboter)

Für Anwendungsfälle, in denen drei Translationsbewegungsfreiheiten ausreichen, stellen die mit Linearantrieben kombinierten sogenannte Delta-Roboter eine wirtschaftliche Alternative dar. Delta-Roboter, die in [Cla88] zum ersten mal vorgestellt wurden, sind die wohl am weitesten verbreitete Klasse von Parallelkinematikmaschinen. Ihre große Verbreitung verdanken die Delta-Roboter vor allem ihrem einfachen und kompakten Aufbau sowie der, selbst im

Vergleich zu anderen Parallelkinematikmaschinen, geringen bewegten Masse. Die konstruktive Besonderheit der Delta-Roboter, sowohl mit Rotations- als auch mit Linearantrieben, besteht darin, dass die bewegliche Plattform mit dem Endeffektor über drei Parallelogramm-Mechanismen mit dem Gestell verbunden sind. Aufgrund der gleichbleibenden Orientierung der gegenüberliegenden Glieder eines Parallelogramm-Mechanismus, wobei das eine Glied mit der beweglichen Plattform und das andere mit dem Gestell verbunden sind, werden die Rotationsfreiheiten der Plattform kinematisch gesperrt. Ein weiterer wesentlicher Vorteil der Konstruktion des Delta-Roboters besteht darin, dass im Arbeitsraum keine singulären Lagen auftreten. Im Gegensatz zu den Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad sechs lassen sich bei Delta-Robotern sowohl die direkte als auch die inverse kinematischen Aufgaben in geschlossener Form analytisch lösen, wodurch sich weitere regelungstechnische Vorteile ergeben.

Da die Delta-Roboter aus drei identischen kinematischen Ketten bestehen, muss die Summe der Gelenkfreiheitsgrade einer kinematischen Kette zwangsläufig gleich fünf sein (vergleiche Tabelle 2.2). Die dafür in Frage kommenden Strukturen sind in der Tabelle A.2 im Anhang A zusammengestellt.

Triaglide [Zir98a],[Tre98a] ist eine parallelkinematische Maschine des Typs Delta-Roboter, die ebenfalls an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich in Kooperation mit der Firma Mikron entwickelt wurde. Aus kinematischer Sicht ist sie aus drei PRS-Ketten aufgebaut (Bild 2.5-a). Dabei sind die Achsen der Antriebe sternförmig in jeweils 120° -Winkeln zu einander angeordnet.

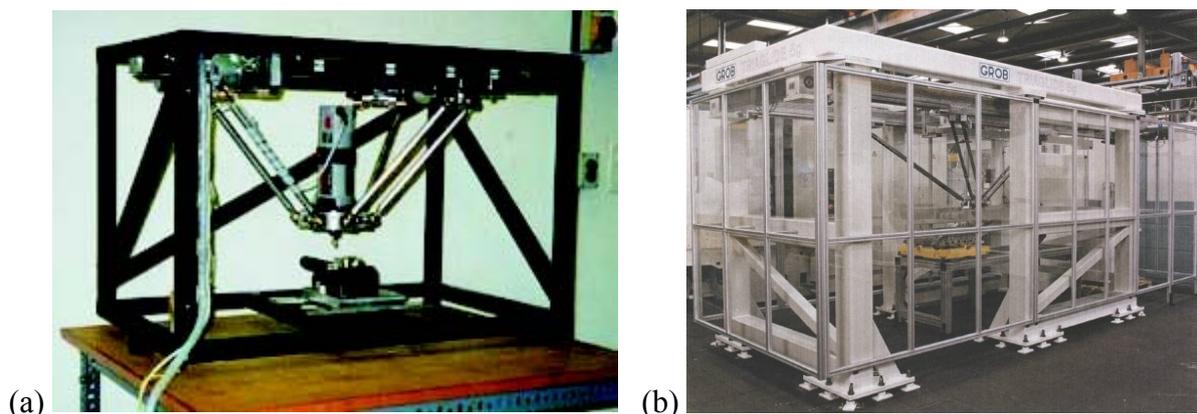


Bild 2.5 Parallelkinematikmaschinen mit dem Freiheitsgrad drei. (a) Triaglide. Quelle: [www2]; (b) Triaglide 5g. Quelle: [www5].

Die prinzipiell gleiche Struktur weist auch die Werkzeugmaschine *Triaglide 5g* (Bild 2.5-b) auf, die von der Firma GROB-WERKE Burkhart Grob e. K. entwickelt wurde. Die Achsen

der Antriebe sind bei Triaglide 5g allerdings parallel angeordnet. Diese parallelkinematische Werkzeugmaschine zeichnet sich, wie der Name schon verrät, durch eine sehr hohe Dynamik aus und weist einen hohen Grad an Marktreife auf.

Mit den in diesem Abschnitt beschriebenen parallelkinematischen Werkzeugmaschinen lassen sich ebenso komplexe Fräsvorgänge realisieren, allerdings ohne Hinterschnitte. Nach Angaben des Instituts für Werkzeugmaschinen und Fertigung der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich wurde nachgewiesen, dass die Werkzeugmaschine Triaglide bei einer Wiederholgenauigkeit von $1\ \mu\text{m}$ um circa $1/3$ kostengünstiger gefertigt werden kann als konventionelle dreiachsige Werkzeugmaschinen [Tre98a].

2.7 Analyse der Antriebskonzepte von Parallelkinematikmaschinen

Bei den in den Abschnitten 2.6.1 und 2.6.2 vorgestellten Parallelkinematikmaschinen, die den Stand der Technik im Bereich der Parallelkinematikmaschinen mit beweglichen Fußpunkten und längenunveränderlichen Streben repräsentieren, sind die Antriebe so dimensioniert, dass die am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente in allen Lagen ausreichen, um die Funktion zu realisieren. Im Prinzip kann bei Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Linearantrieben derzeit kein Mangel der am Endeffektor verfügbaren Kraft festgestellt werden. Weil mit modernen synchronen Linearantrieben sehr hohe Antriebskraftdichten¹ (mehr als $10\ \text{N}/\text{cm}^2$) erzielt werden, stellen sie in der Regel keine Restriktion beim Entwurf von Parallelkinematikmaschinen dar. Die mechanische Struktur einer Parallelkinematikmaschine kann vielmehr nach anderen Kriterien, wie zum Beispiel Bauraum, Arbeitsraum, Orientierbarkeit, Steifigkeit und so weiter, auch mehrkriteriell optimiert werden, und die Antriebe werden anschließend nach dem sich ergebenden Kraftbedarf dimensioniert [Kir00]. Entsprechend dieser Vorgehensweise wurden beispielsweise die Parallelkinematikmaschinen Hexaglide und Triaglide entworfen [Heb00].

Die aus der Sicht der Antriebskraft effektivste Lösung im Bereich der Lineardirektantriebe sind zur Zeit die linearen Synchronantriebe. In der Tabelle 2.3 sind die Kraftparameter der Synchronantriebe, die im Hexaglide [Heb00] und im Linapod [www3] verwendet werden, zusammengestellt.

¹ Unter der Antriebskraftdichte wird die auf die Antriebsgrundfläche bezogene Antriebskraft verstanden.

Tabelle 2.3 Parameter der linearen Synchronantriebe der Parallelkinematikmaschinen Hexaglide und Linapod.

	Antrieb Hexaglide (Quelle:Heb00)	Antrieb Linapod (Quelle: www3)
Hersteller	Etel SA	Baumüller
Bauweise	Einseitig	Doppelkamm
Abmessungen, mm	554×130×43	566×240×189
Nennantriebskraft, N	2300	6000
Nennantriebskraftdichte, N/cm ²	3,19	4,41
max. Antriebskraft, N	2500	11000
max. Antriebskraftdichte, N/cm ²	3,47	8,10

Die im TRIPLANAR eingesetzten planaren Hybridschrittmotorantriebe, die derzeit die einzigen kommerziell verfügbaren Planarantriebe mit einem entsprechend großen Bewegungsbereich sind, entwickeln eine maximale Kraft pro Antriebsachse $F_{pA \max} = 75 \text{ N}$. Ihre Abmessungen betragen $185 \times 165 \times 32 \text{ mm}$. Daraus ergibt sich eine maximale Kraftdichte pro Antriebsachse $f_{pA \max} \approx 0,25 \text{ N/cm}^2$. Die maximale Kraft der planaren Hybridschrittmotorantriebe ist prinzipbedingt die Haltekraft [Lat01]. Bewegt sich der Antrieb, so nimmt die Kraft mit zunehmender Geschwindigkeit immer weiter ab. Bei Antriebsgeschwindigkeiten $v_A = 0,5 \text{ m/s}$ und $v_A = 1 \text{ m/s}$ beträgt die Antriebskraft entsprechend nur noch etwa 60% beziehungsweise 35% der Haltekraft. Im Unterschied zu den Synchronantrieben ist bei den Hybridschrittmotorantrieben auch keine Krafterhöhung im Kurzzeitbetrieb möglich, weil es wegen der Sättigung des magnetischen Feldes in den Zähnen dabei zu Schrittfehlern kommen kann.

Aus diesen Tatsachen folgt, dass bei Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben die Antriebskräfte etwa bis zu dreißig mal geringer sind als bei vergleichbaren Parallelkinematikmaschinen, die auf Linearantrieben basieren. Dies bedeutet, dass mit der verfügbaren Antriebskraft sehr sorgsam umgegangen werden muss. Zur Überwindung dieses Nachteils sollte der Entwurf von Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben folglich so ausgerichtet sein, dass eine möglichst effiziente Nutzung der verfügbaren Antriebskraft für die eigentliche technologische Aufgabe erreicht wird.

Kapitel 3

Aufgabenstellung

Aus der Analyse der Antriebskonzepte für Parallelkinematikmaschinen folgt, dass die Erhöhung der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente bei Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben ein aktuelles technisches Problem darstellt, dessen Lösung zu einer Erweiterung des Einsatzfeldes und zu einer besseren Ausschöpfung des Potenzials dieser Parallelkinematikmaschinen führen würde. Die Lösung dieses Problems soll anhand des TRIPLANAR exemplarisch untersucht werden.

Die am Endeffektor des TRIPLANAR verfügbaren Kräfte und Momente sind abhängig von den Antriebskräften und von den zu kompensierenden Kräften, die von den Massen der TRIPLANAR-Glieder herrühren. Demzufolge können zwei prinzipielle Wege aufgezeigt werden, wie die am Endeffektor des TRIPLANAR verfügbaren Kräfte und Momente gesteigert werden können: erstens, indem die Kraftdichte der Planarantriebe erhöht wird und zweitens, indem die von den Massen herrührenden Kräfte, die von der Konfiguration, der Lage und dem Bewegungszustand des TRIPLANAR abhängen, reduziert werden. Zusätzlich können Maßnahmen zur passiven (zum Beispiel durch Federelemente) und aktiven (zum Beispiel durch zusätzliche Antriebe in den Gelenken) Kompensation der Kräfte und Momente am TRIPLANAR ergriffen werden. Ergebnisse einschlägiger Untersuchungen dazu sind in [Hes02] und [Lal99] vorgestellt.

In der vorliegenden Arbeit sollen im einzelnen folgende Teilaufgaben bearbeitet werden:

1. Analyse der während des Betriebs auftretenden, von den Massen der TRIPLANAR-Glieder herrührenden Kräfte, die von der Lage, dem Bewegungszustand und der Konfiguration des TRIPLANAR abhängen. Bewertung des Einflusses dynamischer Effekte auf die zu kompensierenden Betriebskräfte.

2. Untersuchung des Einflusses der Designvariablen des TRIPLANAR auf die zu kompensierenden Betriebskräfte.
3. Entwicklung einer Methodik zur Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente am Endeffektor. Dabei ist die Funktionserfüllung des TRIPLANAR aus der Sicht einer konkreten Applikation durch die Einführung entsprechender Nebenbedingungen zu sichern. Algorithmische und programmtechnische Umsetzung dieser Methodik.
4. Bestimmung, basierend auf der zu entwickelnden Methodik, der nutzbaren Antriebskräfte sowie der am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente für den TRIPLANAR auf der Basis einer Reihe kommerziell verfügbarer planarer Hybridschrittmotorantriebe. Die funktionellen und strukturellen Besonderheiten dieser Antriebe sind durch entsprechende Nebenbedingungen zu berücksichtigen.
5. Ableitung der Ähnlichkeitsgesetze für den TRIPLANAR und Ermittlung der Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente von der TRIPLANAR-Größe. Durchführung von Grenzbetrachtungen anhand der Ähnlichkeitsgesetze.
6. Evaluierung anderer existierender Mehrkoordinatenantriebe hinsichtlich ihres Einsatzes im TRIPLANAR.

Kapitel 4

Analyse der Betriebskräfte des TriPlanar

In diesem Kapitel wird zunächst ein TRIPLANAR-Modell abgeleitet, auf dessen Grundlage die auftretenden Betriebskräfte analysiert werden. Im Ergebnis dieser Analyse wird gezeigt, dass bei charakteristischen Bewegungsabläufen des TRIPLANAR der Einfluss der Trägheitskräfte auf das dynamische Betriebsverhalten gering ist – und deshalb vernachlässigt werden kann. Daraus ergibt sich die Möglichkeit einer vereinfachten Modellierung des Betriebsverhaltens des TRIPLANAR im Sinne des Grobentwurfs. Anschließend wird der TRIPLANAR auf kritische Lagen bezüglich der zu kompensierenden Kräfte hin untersucht.

4.1 Modell des TriPlanar

Für die Analyse der während des TRIPLANAR-Betriebs auftretenden Kräfte, mit dem Ziel die TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der *nutzbaren Antriebskräfte zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente am Endeffektor* (im Folgenden einfach *nutzbare Antriebskräfte* genannt) zu optimieren, spielen lediglich die Massen und Massenträgheitsmomente der TRIPLANAR-Glieder sowie die Abstände zwischen deren Schwerpunkten und den Gelenken eine Rolle. Deshalb kann von den Einzelheiten der konstruktiven Ausführung des TRIPLANAR abstrahiert und ein „vereinfachter“ TRIPLANAR (Bild 4.1) als Modell verwendet werden.

Das TRIPLANAR-Modell besteht lediglich aus einer Plattform, drei Streben und drei Planartrieben, die einen gemeinsamen Stator besitzen. Die genannten Modellelemente sind mit entsprechenden punktförmigen und masselosen Gelenken miteinander verbunden. Dabei besitzen die Gelenke zwischen den Streben und der Plattform den Freiheitsgrad eins (eine Rota-

tion), die Gelenke zwischen den Streben und den Planarantrieben den Freiheitsgrad drei (drei Rotationen) und die Gelenke zwischen den Läufern und dem Stator der Planarantriebe den Freiheitsgrad zwei (zwei Translationen).

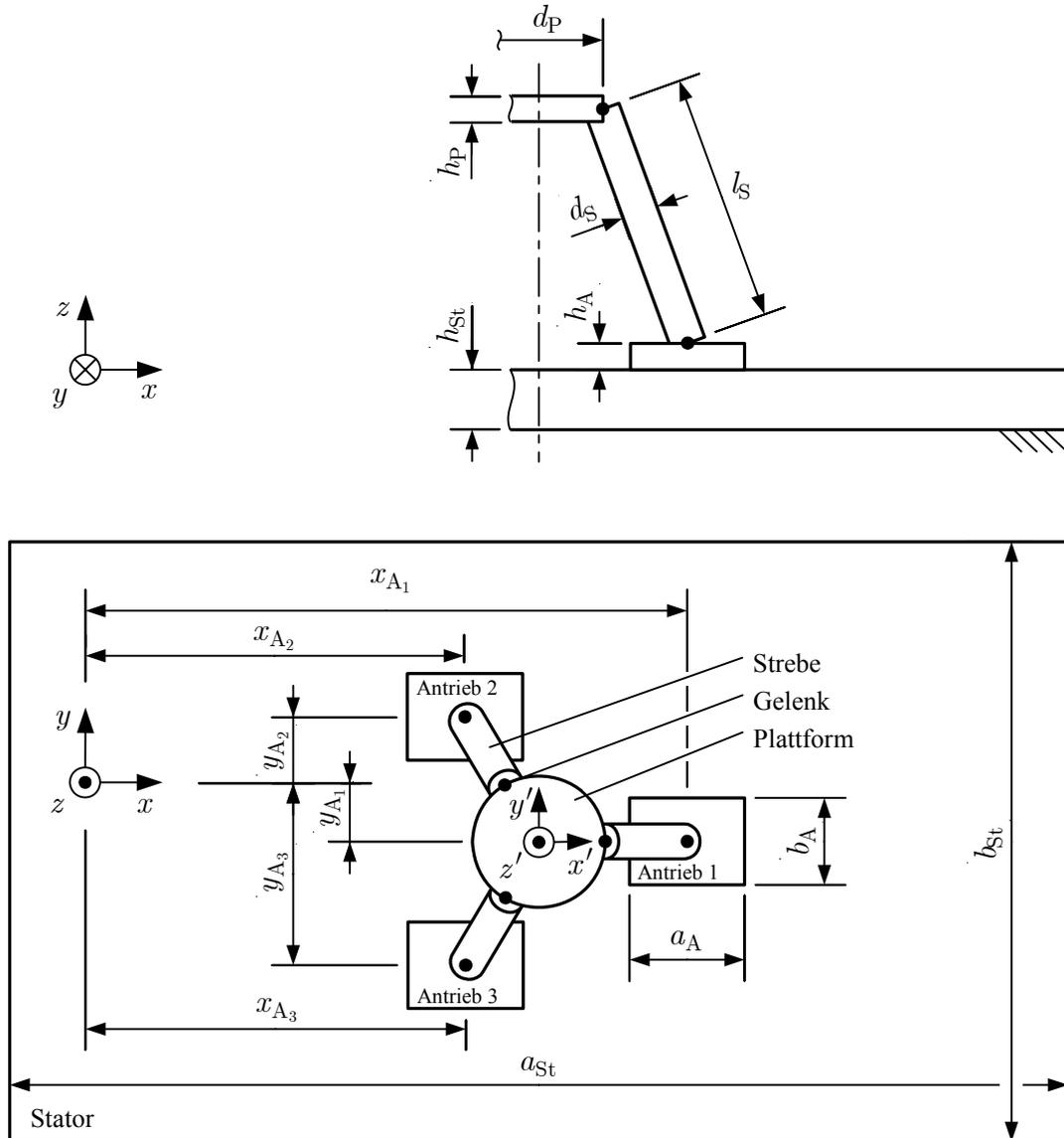


Bild 4.1 Das TRIPLANAR-Modell. Das ungestrichelte Koordinatensystem ist fest mit dem Stator verbunden; das gestrichelte Koordinatensystem ist fest mit der Plattform verbunden.

Im TRIPLANAR-Modell gelten folgende Annahmen:

1. Die Plattform sei eine zylinderförmige Platte mit dem Durchmesser d_P und der Höhe h_P aus einem Werkstoff mit der Dichte ρ_P .
2. Die Streben seien aus einem Werkstoff mit der Dichte ρ_S und haben ebenfalls die Form eines Zylinders mit dem Durchmesser d_S und der Länge l_S .

3. Die Läufer der Planarantriebe haben die Form eines Quaders mit den Abmessungen $a_A \times b_A \times h_A$ und besitzen die Masse m_A . Entlang der zwei zueinander orthogonalen Antriebsachsen entwickeln die Antriebe eine maximale Kraft $F_{pA\max}$.
4. Der gemeinsame Stator der Planarantriebe habe ebenfalls die Form eines Quaders mit den Abmessungen $a_{St} \times b_{St} \times h_{St}$ und verkörpere das Inertialsystem. Deshalb braucht er nicht mit einer Masse versehen zu werden und kann im Modell lediglich durch die lateralen Abmessungen a_{St} und b_{St} charakterisiert werden.
5. Die Öffnungswinkel der Gelenke seien unbegrenzt.
6. Die Masse der realen Gelenke werde näherungsweise durch die zusätzliche Länge der Streben, die aus der Punktförmigkeit der Gelenke im Modell resultiert, berücksichtigt.
7. Alle Gelenke, auch die zwischen den Läufern und dem Stator der Planarantriebe, seien reibungsfrei.

Wird der TRIPLANAR durch dieses Modell repräsentiert, so kann eine TRIPLANAR-Konfiguration vollständig durch neun geometrische Parameter: $d_P, h_P, d_S, l_S, a_A, b_A, h_A, a_{St}, b_{St}$ bestimmt werden, wobei die Werkstoffeigenschaften ρ_P, ρ_S sowie die Antriebsmasse m_A und die maximale Kraft pro Antriebachse $F_{pA\max}$ spezifiziert sein müssen.

4.2 Arbeitsraum und Orientierbarkeit des TriPlanar

Wichtige Charakteristiken von Parallelkinematikmaschinen sind der Arbeitsraum¹ und die Orientierbarkeit². Da der Bewegungsbereich der Planarantriebe von den Abmessungen der Läufer und des Stators abhängt, ist auch der Arbeitsraum des TRIPLANAR davon sowie zusätzlich von der konstruktiven Ausführung seiner mechanischen Struktur (Abmessungen von Plattform und Streben, Öffnungswinkel der Gelenke) abhängig. Die Orientierbarkeit des TRIPLANAR ist eine Funktion der Position des Tool Center Point³ (TCP). Im mittleren Bereich der Statoroberfläche, in dem die Bewegung der Planarantriebe nicht eingeschränkt ist, hängt die Orientierbarkeit nur von der Höhe (z -Koordinate) des TCP ab. Im Bereich des Statorrands kommt, wegen der eingeschränkten Bewegungsmöglichkeiten der Planarantriebe, eine Abhängigkeit der Orientierbarkeit von der lateralen Position des TCP (x - und y -

¹ Unter dem Arbeitsraum (work space) einer Parallelkinematikmaschine wird in Anlehnung an [Mur94] die Gesamtheit aller Positionen des Tool Center Point verstanden, die mindestens bei einer Orientierung der den Tool Center Point tragenden Plattform erreichbar sind.

² Unter der Orientierbarkeit wird die Fähigkeit zur Änderung der Orientierung der den Tool Center Point tragenden Plattform innerhalb des Arbeitsraums verstanden. Die Orientierbarkeit ist eine Untermenge der Manipulierbarkeit, die auch die Fähigkeit zur Änderung der Position des Tool Center Point [Mur94] umfasst.

³ Der Tool Center Point entspricht der geometrischen Mitte der Plattform des TRIPLANAR.

Koordinaten) hinzu. Demnach kann der Arbeitsraum des TRIPLANAR in einen Kern- und einen Randarbeitsraum eingeteilt werden (Bild 4.2). Der Kernarbeitsraum ist dadurch charakterisiert, dass die Orientierbarkeit innerhalb dieses Raums nur von der Höhe des TCP abhängt. Im Randarbeitsraum, der die Differenz zwischen dem Gesamtarbeitsraum und dem Kernarbeitsraum darstellt, ist die Orientierbarkeit zusätzlich von der lateralen Position des TCP abhängig.

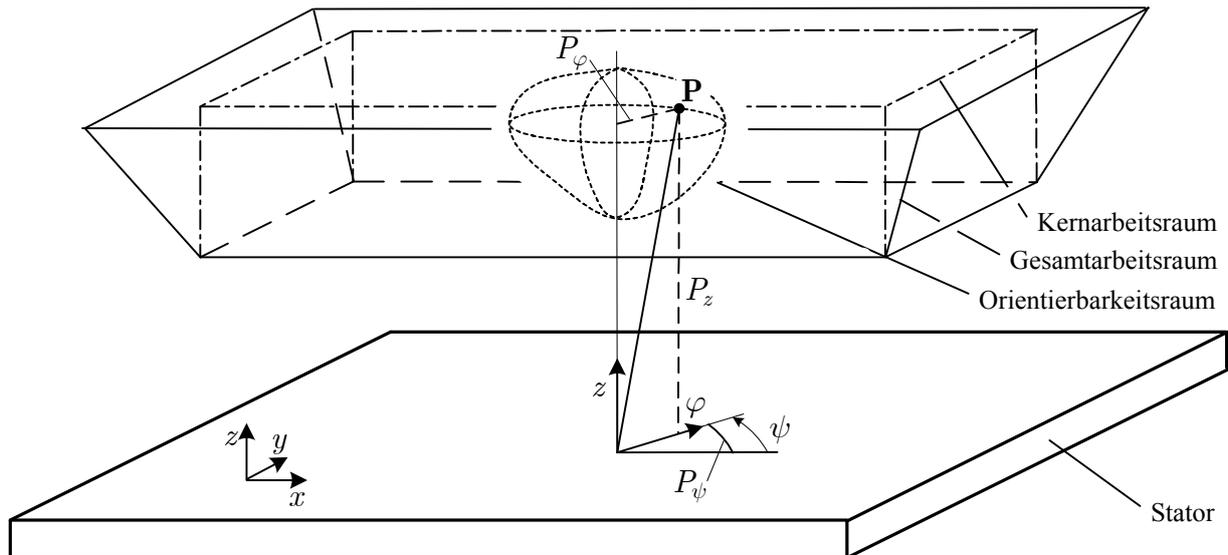


Bild 4.2 Schematische Darstellung des Gesamt- und des Kernarbeitsraums sowie des Orientierbarkeitsraums. P_z , P_ψ und P_φ repräsentieren die Koordinaten des Punktes P im zylindrischen $z\psi\varphi$ -Koordinatensystem.

Bei einer viereckigen Statoroberfläche hat der Kernarbeitsraum die Form eines Quaders (Bild 4.2). Die innerhalb des Kernarbeitsraums realisierbaren Verschiebungen des TCP in Richtung der x -, y - und z -Achsen hängen von der Position des TCP in diesen Koordinaten ab. Die mit der Plattform realisierbaren Neigungen um die x - und y -Achse sind innerhalb des Kernarbeitsraums nur von der z -Koordinate des TCP abhängig. Die Drehung der Plattform um die z -Achse ist innerhalb des Kernarbeitsraums dagegen völlig unabhängig von der Lage des TRIPLANAR und kann theoretisch unendlich groß sein. Praktisch ist sie durch elektrische, pneumatische Zuleitungen auf etwa $\pm 180^\circ$ begrenzt.

Zur Analyse der Abhängigkeit der Orientierbarkeit des TRIPLANAR von der Position des TCP muss ein System von Parametern zur Beschreibung der Orientierung der TRIPLANAR-Plattform eingeführt werden. Prinzipiell kann die Orientierung der Plattform mit den bekannten Methoden wie EULER-Winkel, KARDAN-Winkel oder EULER-Parameter beschrieben werden. Jede dieser Methoden hat ihre Stärken und Schwächen [Gol02]. Im folgenden wird ein

Winkelsystem zur Beschreibung der Orientierung vorgeschlagen, das bezogen auf den TRIPLANAR einige Vorteile bietet.

Die minimale Anzahl von Parametern zur Beschreibung der Orientierung im Raum beträgt bekanntlich drei. Wie bereits erwähnt, sind im Kernarbeitsraum lediglich die mit der Plattform realisierbaren Neigungen um die x - und y -Achsen von der Position des TCP abhängig. Die realisierbare Drehung der Plattform um die z -Achse ist unabhängig von der Position des TCP. Deshalb liegt es nahe, die Orientierung der Plattform durch ein Winkelsystem zu beschreiben, das einen Drehwinkel um die z -Achse enthält und zwei weitere Winkel zur Angabe der Neigung der Plattform im „gedrehten“ plattformfesten Koordinatensystem $x'y'z'$. Dann könnte die Orientierbarkeit prinzipiell durch eine Funktion zweier Variablen vollständig charakterisiert werden. Im Falle der Orientierungsbeschreibung mit EULER- oder KARDAN-Winkeln wäre dies nur durch eine Funktion dreier Variablen und mit EULER-Parametern gar vierer Variablen möglich.

Um zwei geeignete Parameter zur Beschreibung der Neigung der Plattform im Koordinatensystem $x'y'z'$ zu finden wird vom EULER'schen Theorem [Wit77] Gebrauch gemacht, wonach eine beliebige Orientierung eines körperfesten Koordinatensystems bezüglich eines anderen nicht körperfesten Koordinatensystems durch einen Einheitsvektor mit reellen Koordinaten und einen reellen Winkel um die durch den Einheitsvektor definierte Drehachse beschrieben werden kann. Bezogen auf den TRIPLANAR kann festgehalten werden, dass die Drehachse bei Neigungsbewegungen der Plattform immer in der $x'y'$ -Ebene liegt. Folglich kann ihre Lage einfach durch einen Drehwinkel um die z' -Achse beschrieben werden. Die Neigung selbst wird dann durch einen weiteren Winkel um diese Drehachse ausgedrückt.

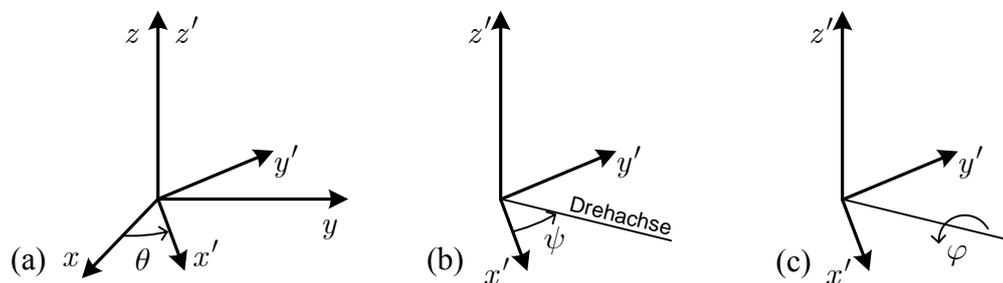


Bild 4.3 Zur Erklärung des $\theta\psi\varphi$ -Winkelsystems. Das ungestrichelte Koordinatensystem ist statorgebunden; das gestrichelte Koordinatensystem ist plattformgebunden.

Ausgehend von diesen Überlegungen wird zur Beschreibung der Orientierung der TRIPLANAR-Plattform ein System von drei Winkeln (θ , ψ , φ) vorgeschlagen (Bild 4.3). Dabei bedeuten: θ Drehwinkel des plattformfesten $x'y'z'$ -Koordinatensystems um die z -Achse

(Bild 4.3-a); ψ Winkel im plattformfesten Koordinatensystem $x'y'z'$ zwischen der positiven x' -Achse und der Drehachse (Bild 4.3-b); φ Neigungswinkel der Plattform um die Drehachse (Bild 4.3-c). Die Winkel θ , ψ und φ werden in mathematisch positiver Richtung gezählt.

Mit dem vorgeschlagenen Winkelsystem kann die Orientierbarkeit einer TRIPLANAR-Konfiguration im Kernarbeitsraum durch einen funktionellen Zusammenhang $f(z, \psi, \varphi) = 0$ vollständig charakterisiert werden. Diese Funktion kann anschaulich in einem zylindrischen $z\psi\varphi$ -Koordinatensystem dargestellt werden (siehe Bild 4.2). Trägt man innerhalb des Kernarbeitsraums für fixierte, ansonsten aber beliebige Werte der x - und y -Koordinaten des TCP und des Winkels θ den maximal erreichbaren Neigungswinkel φ über die Höhenkoordinate z des TCP und den Winkel ψ auf, so erhält man im zylindrischen $z\psi\varphi$ -Koordinatensystem eine geschlossene Fläche. Der von dieser Fläche umhüllte Raum repräsentiert die Gesamtheit aller Lagen, die von der TRIPLANAR-Plattform bei fixierten Werten der x - und y -Koordinaten des TCP und des Winkels θ eingenommen werden können (siehe Bild 4.2). Dieser, von der TRIPLANAR-Konfiguration abhängiger, Raum wird *Orientierbarkeitsraum* genannt (vergleiche [Toe02]). Die geschlossene Fläche selbst repräsentiert die Gesamtheit der extremen Lagen, die von der TRIPLANAR-Plattform eingenommen werden können. Jedem Punkt in der xy -Ebene des Arbeitsraums kann ein derartiger Orientierbarkeitsraum zugeordnet werden. Dabei sind, wie bereits erwähnt, die Orientierbarkeitsräume für alle xy -Punkte im Kernarbeitsraum identisch und unabhängig vom Winkel θ .

Es sei darauf hingewiesen, dass der Orientierbarkeitsraum alle kinematisch erreichbaren Lagen repräsentiert. So umfasst er unter anderem auch die sogenannten singulären Lagen, unter denen auch solche sind, die zwar kinematisch erreichbar sind, wegen der dafür erforderlichen unendlich großen Antriebskräfte jedoch letztlich nicht realisierbar sind [Mül05].

Der Orientierbarkeitsraum ist symmetrisch bezüglich der durch $\psi = 0^\circ$ definierten Ebene und kann durch vier Kennwerte (4.1), die den maximalen Ausdehnungen des Orientierbarkeitsraums in den drei zu einander orthogonalen kartesischen Richtungen entsprechen, charakterisiert werden.

$$\begin{cases} \Delta h_{\max} = h_{\max} - h_{\min}, \\ \varphi_{\max}^{0^\circ} = \max \{ \varphi(z) |_{\psi=0^\circ} \}, \\ \varphi_{\max}^{90^\circ} = \max \{ \varphi(z) |_{\psi=90^\circ} \}, \\ \varphi_{\max}^{270^\circ} = \max \{ \varphi(z) |_{\psi=270^\circ} \}. \end{cases} \quad (4.1)$$

Dabei bedeuten h_{\max} die höchste Position und h_{\min} die tiefste Position des TCP in Richtung der z -Koordinate. Anhand der Kennwerte (4.1) können die Beweglichkeitseigenschaften einer konkreten TRIPLANAR-Konfiguration beurteilt werden.

Um den Vorteil einer gleichmäßig hohen Orientierbarkeit voll auszunutzen, ist es sinnvoll den TRIPLANAR weitgehend im Kernarbeitsraum zu betreiben, der zweckmäßigerweise möglichst groß im Vergleich zum Randarbeitsraum zu gestalten ist. In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass der TRIPLANAR ausschließlich im Kernarbeitsraum betrieben wird. Daraus folgt, dass die Orientierbarkeit des TRIPLANAR nur von der Höhe des TCP abhängt. Ergebnisse detaillierterer Untersuchungen zum Arbeitsraum und zur Orientierbarkeit des TRIPLANAR sind in [Kuh00] dargestellt.

4.3 Kräfte am TriPlanar

Unabhängig von der Applikation des TRIPLANAR wird sein dynamisches Betriebsverhalten durch folgende Kräfte und Momente beeinflusst:

- Trägheitskräfte, die von den Massen und den Massenverteilungen der TRIPLANAR-Glieder und vom Bewegungszustand abhängen. Sie treten nur während der Bewegung des TRIPLANAR auf und können nach Betrag und Richtung im Allgemeinen beliebig sein;
- Gewichtskräfte, die ebenfalls von den Massen der TRIPLANAR-Glieder abhängen. Sie treten sowohl im Stillstand als auch in der Bewegung auf. Sie sind immer in Richtung der negativen z -Achse gerichtet und bei einer fixierten TRIPLANAR-Konfiguration betragsmäßig konstant;
- Applikationsbedingte Kräfte und Momente am Endeffektor, deren Richtungen und Beträge explizit von der Lage des TRIPLANAR und von der Zeit abhängen können;
- Antriebskräfte, deren Richtung immer in der xy -Ebene (Bild 4.1) liegt. Ihre Beträge werden durch die maximale Kraft pro Antriebsachse $F_{pA \max}$ begrenzt. Sie müssen stets so bemessen sein, dass sich ein Gleichgewicht aller Kräfte und Momente am TRIPLANAR einstellt.

Ist die TRIPLANAR-Konfiguration gegeben und sind die Werkstoffeigenschaften sowie die seitens der Applikation wirkenden Kräfte und Momente am Endeffektor spezifiziert, so können für eine beliebige Bahn die Betriebskräfte bestimmt werden. Während des Entwurfs eines TRIPLANAR, besonders in den frühen Entwurfsphasen, steht jedoch die Konfiguration noch nicht fest. Außerdem wird in der Regel nicht von einer oder mehreren Bahnen, sondern von

den Forderungen an den Arbeitsraum und die Orientierbarkeit ausgegangen. Um unter diesen Bedingungen dennoch den Beitrag der Trägheits- und Gewichtskräfte zu den von den Antrieben zu kompensierenden Kräften abzuschätzen, wird eine qualitative Betrachtung des dynamischen Verhaltens durchgeführt.

Zur Gewinnung der Bewegungsgleichungen von Systemen mit geometrischen Bindungen, wie der TRIPLANAR, ist der Lagrange-Formalismus prädestiniert [Hal62]. Da der TRIPLANAR eine Parallelkinematikmaschine mit dem Freiheitsgrad sechs ist, wird seine Lage durch sechs unabhängige generalisierte Koordinaten eindeutig beschrieben. Demzufolge sind zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des TRIPLANAR sechs verkoppelte Differentialgleichungen erforderlich. Für die Analyse der Betriebskräfte ist es günstig, wenn die Antriebskräfte explizit in die Differenzialgleichungen eingehen. Deshalb werden als generalisierte Koordinaten q_s die x - und y -Koordinaten der geometrischen Mittelpunkte der Planarantriebe im Inertialsystem gewählt (siehe Bild 4.1).

$$q_1 = x_{A_1}, \quad q_2 = y_{A_1}, \quad q_3 = x_{A_2}, \quad q_4 = y_{A_2}, \quad q_5 = x_{A_3}, \quad q_6 = y_{A_3}. \quad (4.2)$$

Dann lassen sich die mittels des LAGRANGE-Formalismus generierten Bewegungsdifferentialgleichungen für den TRIPLANAR in die Matrixform

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_{Aq}(t) + \mathbf{F}_{eq}(\mathbf{q}, t) \quad (4.3)$$

bringen (vergleiche [Mur94]). Dabei bedeuten: $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_6]^T$ Vektor der generalisierten Koordinaten; \mathbf{M} Massenmatrix; \mathbf{C} CORIOLIS-Matrix; \mathbf{N} Vektor der Potenzialkräfte; \mathbf{F}_{Aq} Vektor der Antriebskräfte entlang der Koordinaten q_s ; \mathbf{F}_{eq} Vektor der in die Richtungen der generalisierten Koordinaten q_s transformierten applikationsbedingten Kräfte und Momente; t Zeit. Die Komponenten der Matrizen \mathbf{M} und \mathbf{C} sowie des Vektors \mathbf{N} sind nichtlineare Funktionen der generalisierten Koordinaten q_s und der generalisierten Geschwindigkeiten \dot{q}_s .

Die einzelnen Gleichungen in (4.3) können skalar in folgender Form geschrieben werden:

$$\underbrace{M_{ss}(\mathbf{q})\ddot{q}_s + R_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})}_{F_{iT_s}} + \underbrace{N_s(\mathbf{q})}_{F_{iG_s}} - F_{eq_s}(\mathbf{q}, t) = F_{Aq_s}(t), \quad s = 1, \dots, 6, \quad (4.4)$$

wobei M_{ss} ein Element der Hauptdiagonale der Massenmatrix ist und R_s eine Funktion mit der Eigenschaft einer Kraft ist, die so gestaltet ist, dass sie nicht von \ddot{q}_s abhängt. Die ersten zwei Summanden auf der linken Seite der Gleichung (4.4) repräsentieren die in Richtung der s -ten Achse wirkenden Komponenten der Trägheitskräfte und werden zu F_{iT_s} zu-

sammengefasst. Der dritte Summand repräsentiert die in Richtung der s -ten Achse wirkenden Komponenten der Gewichtskräfte und wird als F_{iG_s} bezeichnet. Sowohl die F_{iT_s} - als auch die F_{iG_s} -Kräfte rühren von der mechanischen Struktur des TRIPLANAR selbst her und werden deshalb – bezogen auf das System TRIPLANAR – als *interne*¹ Kräfte bezeichnet. Dies wird durch den tiefgestellten Index i ausgedrückt. Der vierte Summand auf der linken Seite F_{eq_s} stellt die in Richtung der s -ten Achse wirkenden Komponenten der seitens der Applikation am Endeffektor wirkender Kräfte und Momente dar. Deshalb werden diese Kräfte – bezogen auf das System TRIPLANAR – als *externe*² Kräfte bezeichnet. Dies wird durch einen tiefgestellten Index e zum Ausdruck gebracht. Auf der rechten Seite steht die Antriebskraft entlang der s -ten Achse. Somit kann für jede Koordinatenrichtung die Gleichung

$$F_{iT_s} + F_{iG_s} - F_{eq_s} = F_{Aq_s} \quad , \quad s = 1, \dots, 6 \quad (4.5)$$

aufgeschrieben werden. Das heißt, bezogen auf die sechs Antriebsachsen, die mit den Richtungen der generalisierten Koordinaten zusammenfallen, kann formal zwischen vier Kräften unterschieden werden, die während des TRIPLANAR-Betriebs auftreten:

- die von den Trägheitskräften herrührende Kraft F_{iT_s} ,
- die von den Gewichtskräften herrührende Kraft F_{iG_s} ,
- die von den applikationsbedingten Kräften und Momenten herrührende Kraft F_{eq_s} ,
- die Antriebskraft entlang der s -ten Achse F_{Aq_s} .

Die Beträge der entsprechenden Kräfte, bezogen auf die drei Planarantriebe, ergeben sich durch die vektorielle Summe der an einem Antrieb wirkenden Komponenten dieser Kräfte zu

$$|F_{iT}^I| = \sqrt{F_{iT1}^2 + F_{iT2}^2} \quad , \quad |F_{iT}^{II}| = \sqrt{F_{iT3}^2 + F_{iT4}^2} \quad , \quad |F_{iT}^{III}| = \sqrt{F_{iT5}^2 + F_{iT6}^2} \quad ; \quad (4.6)$$

$$|F_{iG}^I| = \sqrt{F_{iG1}^2 + F_{iG2}^2} \quad , \quad |F_{iG}^{II}| = \sqrt{F_{iG3}^2 + F_{iG4}^2} \quad , \quad |F_{iG}^{III}| = \sqrt{F_{iG5}^2 + F_{iG6}^2} \quad ; \quad (4.7)$$

$$|F_e^I| = \sqrt{F_{eq1}^2 + F_{eq2}^2} \quad , \quad |F_e^{II}| = \sqrt{F_{eq3}^2 + F_{eq4}^2} \quad , \quad |F_e^{III}| = \sqrt{F_{eq5}^2 + F_{eq6}^2} \quad ; \quad (4.8)$$

$$|F_A^I| = \sqrt{F_{Aq1}^2 + F_{Aq2}^2} \quad , \quad |F_A^{II}| = \sqrt{F_{Aq3}^2 + F_{Aq4}^2} \quad , \quad |F_A^{III}| = \sqrt{F_{Aq5}^2 + F_{Aq6}^2} \quad . \quad (4.9)$$

Dabei wird die Nummer der Planarantriebe durch hochgestellte römische Zahlen bezeichnet. Aus den Beträgen der internen Kräfte $|F_{iT}^k|$ und $|F_{iG}^k|$ können die Beträge der internen Gesamtkräfte pro Antrieb gebildet werden

$$|F_i^k| = \sqrt{F_{iT}^{k2} + F_{iG}^{k2}} \quad , \quad k = I, II, III \quad . \quad (4.10)$$

¹ Nicht verwechseln mit inneren Kräften, die das Ergebnis der Wirkung eines Körpers auf einen anderen sind.

² Nicht verwechseln mit äußeren Kräften, unter denen in der Mechanik alle auf einen freigeschnittenen Körper wirkenden Kräfte verstanden werden.

Die Bahn der TRIPLANAR-Plattform wird eindeutig durch die Vorgabe des Vektors der generalisierten Koordinaten als Funktion der Zeit $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), \dots, q_6(t)]^T$ bestimmt. Die generalisierten Koordinaten q_s sowie die generalisierten Geschwindigkeiten \dot{q}_s und Beschleunigungen \ddot{q}_s entsprechen den Koordinaten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Planarantriebe in den entsprechenden Achsen. Da die Antriebskraft der im TRIPLANAR verwendeten planaren Hybridschrittmotorantriebe mit zunehmender Geschwindigkeit sinkt, sollte bei der Wahl der Bahn der TRIPLANAR-Plattform darauf geachtet werden, dass Antriebsgeschwindigkeiten größer 0,5 m/s, bei denen weniger als 60% der maximalen Antriebskraft verfügbar ist, vermieden werden (vergleiche [Zen04a]). Da die typischen TRIPLANAR-Bahnen in der Regel einen zeitlich und örtlich periodischen Charakter haben und aus kontinuierlichen stufenlosen Lagenwechseln bestehen, ergibt sich daraus auch eine Begrenzung der Beschleunigungen. Die empirisch ermittelte Grenze liegt bei etwa 1 m/s^2 . Für die generalisierten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen können also die Bedingungen

$$\begin{cases} |\dot{q}_s| \leq 0,5 \text{ m/s}, & s = 1, \dots, 6, \\ |\ddot{q}_s| \leq 1 \text{ m/s}^2, & s = 1, \dots, 6 \end{cases} \quad (4.11)$$

eingeführt werden. Durch die Simulation¹ charakteristischer TRIPLANAR-Bahnen, unter Einhaltung der Bedingungen (4.11), mit verschiedenen TRIPLANAR-Konfigurationen² konnten folgende Tendenzen festgestellt werden:

- Bei Konfigurationen mit kleineren Abmessungen der Plattform/Streben, wobei die Abmessungen der Streben/Plattform konstant sind, erreichen die Beträge der Kräfte F_{iTs} geringere Werte als mit größeren Abmessungen;
- Unabhängig von der Konfiguration erreichen die Beträge der Kräfte F_{iTs} bei hohen momentanen Lagen größere Werte als bei tiefen Lagen;
- Der prozentuale Anteil der Kräfte F_{iTs} an den zu kompensierenden internen Gesamtkräften ist um so geringer, je höher die Beträge der Kräfte F_{iGs} sind.

Zur Veranschaulichung der Verhältnisse der Kräfte F_{iTs} und F_{iGs} sind im Bild 4.4 beispielhaft die Verläufe der Antriebskräfte, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des ersten Antriebs in Richtung der Koordinaten q_1 und q_2 für eine charakteristische TRIPLANAR-Bahn dargestellt.

¹ Die Simulationen erfolgten parallel mit der Software *alaska*®, die am Institut für Mechatronik an der Technischen Universität Chemnitz entwickelt wurde, und einem an der Universität Paderborn entwickelten speziellen Softwarewerkzeug.

² Es wurden TRIPLANAR-Konfigurationen mit $l_s = 0,1\text{m}, \dots, 0,6\text{m}$ und $d_p = 0\text{m}, \dots, 0,4\text{m}$ simuliert, wobei l_s und d_p schrittweise jeweils um $0,05\text{m}$ verändert wurden. Die restlichen die TRIPLANAR-Konfiguration beschreibenden Parameter wurden nach Abschnitt 5.5 bestimmt (vergleiche [Gre05]).

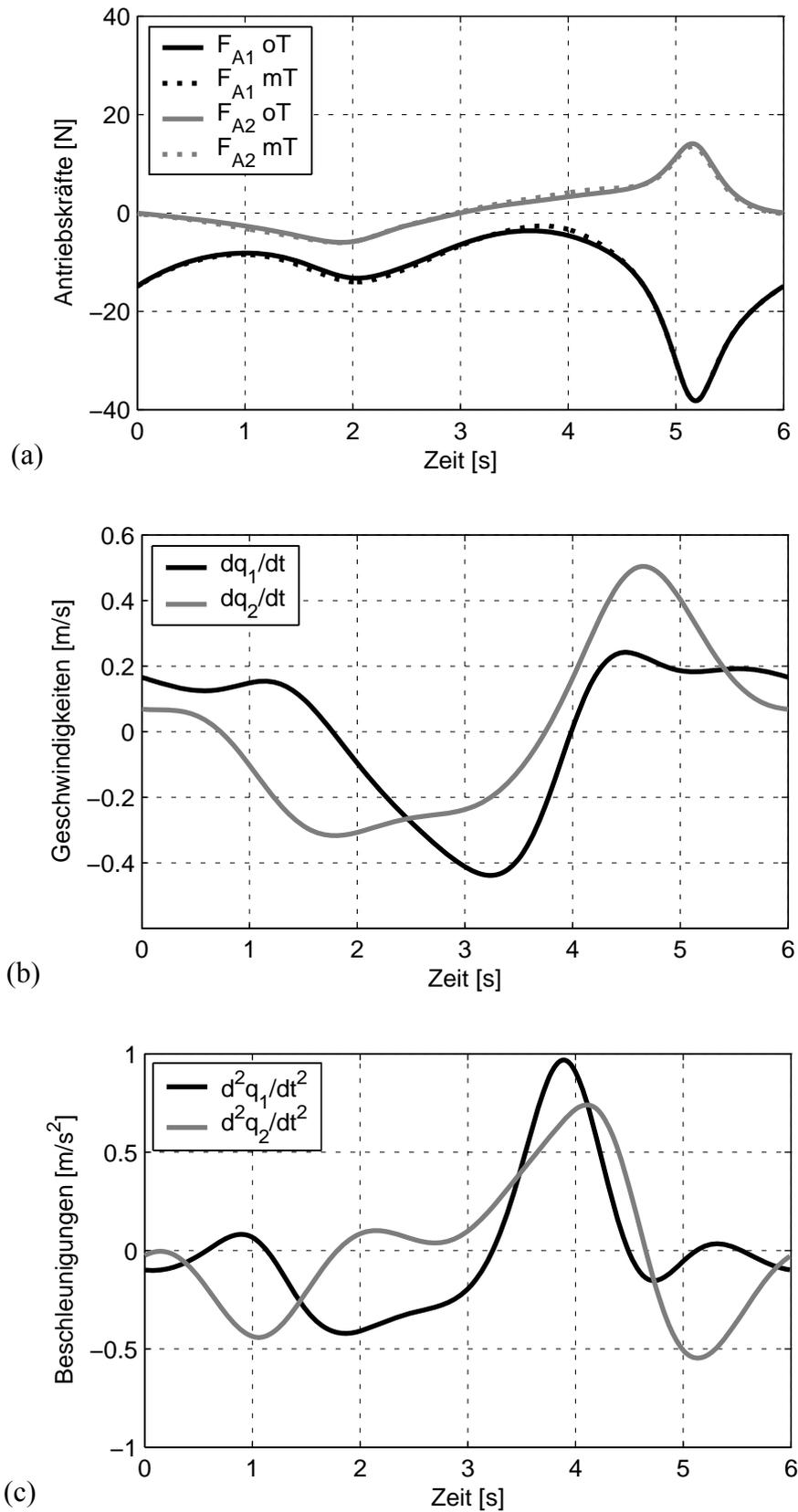


Bild 4.4 Abhängigkeit der Kräfte (a), der Geschwindigkeiten (b) und der Beschleunigungen (c) des ersten Antriebs in x - und y -Richtung von der Zeit bei einer charakteristischen TRIPLANAR-Bahn, die durch das Gleichungssystem (4.12) gegeben ist. Die Indizes bedeuten: 1 x -Koordinate und 2 y -Koordinate des ersten Antriebs. In der Legende bedeuten: oT ohne Berücksichtigung der Trägheitskräfte, mT mit Berücksichtigung der Trägheitskräfte.

Die den Simulationsergebnissen im Bild 4.4 zugrunde liegende Bahn stellt eine Taumelbewegung der Plattform um den TCP dar, die dadurch charakterisiert ist, dass der Winkel $\theta = 0$, der Neigungswinkel φ der Plattform konstant bleibt und der Winkel $\psi = \omega t$ sich aber gleichmäßig mit der Kreisfrequenz ω um 360° ändert. Der TCP selber führt ebenfalls eine komplexe periodische Bewegung aus.

Zur Simulation der Bahnen der TRIPLANAR-Plattform ist es aus programmtechnischen Gründen günstiger die Orientierung der Plattform durch drei KARDAN-Winkel $\alpha_P, \beta_P, \gamma_P$ jeweils um die x -, y - z -Achsen zu beschreiben. Die Position des TCP wird durch die kartesischen Koordinaten $x_{TCP}, y_{TCP}, z_{TCP}$ ausgedrückt. In dieser Beschreibungsweise wird die geschilderte Bahn durch folgendes Gleichungssystem repräsentiert:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{TCP} = 0,25 \cos(\omega t), \\ y_{TCP} = 0,25 \sin(\omega t), \\ z_{TCP} = 0,3 + 0,1 \sin(2\omega t), \\ \alpha_P = \arctan(\tan \varphi \cdot \cos \omega t), \\ \beta_P = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \omega t), \\ \gamma_P = \arctan\left(\frac{\sin 2\omega t \cdot \sin^2(\varphi/2)}{1 - 2 \cos^2(\varphi/2) - 2 \sin^2(\varphi/2) \cos^2 \omega t}\right). \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Der Neigungswinkel der Plattform $\varphi = \pi/6$ und die Kreisfrequenz $\omega = \pi/3$. Die im Bild 4.4 dargestellten Simulationsergebnisse wurden mit einer TRIPLANAR-Konfiguration nach der Tabelle 4.1 erhalten.

Tabelle 4.1 Parameter des TRIPLANAR-Modells

$l_S, \text{ m}$	$d_S, \text{ m}$	$d_P, \text{ m}$	$h_P, \text{ m}$	$a_A, \text{ m}$	$b_A, \text{ m}$	$h_A, \text{ m}$
0,6	0,025	0,2	0,01	0,15	0,15	0,02

Die Abmessungen des Stators wurden dabei als unendlich angenommen. Als Werkstoff für die Plattform und die Streben des TRIPLANAR wurde Aluminium angenommen. Für die Masse der Planarantriebe gilt $m_A = 1,16 \text{ kg}$. Dies entspricht der Masse eines realen Antriebs.

Die Konfiguration nach der Tabelle 4.1 repräsentiert einen relativ „großen“ TRIPLANAR, der, wie bereits erwähnt, bezüglich des Einflusses der Trägheitskräfte auf das Betriebsverhalten den ungünstigeren Fall darstellt. Aber selbst für diese Konfiguration liegen die Beträge der Kräfte F_{iTs} bei typischen TRIPLANAR-Bahnen, unter Einhaltung der Bedingungen (4.11), im Bereich $|F_{iTs}| \leq 3 \text{ N}$. Dabei bewegen sich die Beträge der Kräfte F_{iGs} gleichzeitig im Be-

reich $0\text{N} \leq |F_{iGs}| \leq 75\text{N}$. Bei TRIPLANAR-Konfigurationen mit kleineren Abmessungen ist die Situation noch günstiger.

Aus der qualitativen Analyse der Betriebskräfte des TRIPLANAR kann geschlussfolgert werden, dass bei charakteristischen Bahnen der TRIPLANAR-Plattform, die den Gleichungen (4.11) genügen und eine zeitliche und örtliche Periodizität aufweisen, der Einfluss der Trägheitskräfte auf die zu kompensierenden internen Kräfte gering ist. Bei der Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskräfte können die Trägheitskräfte deshalb in erster Näherung vernachlässigt werden.

Des Weiteren muss wegen der beliebigen Richtung der Trägheitskräfte, im Allgemeinen eine vermindernde Wirkung der Trägheitskräfte auf die nutzbaren Antriebskräfte angenommen werden. Die nutzbaren Antriebskräfte erreichen offensichtlich ihre höchsten Werte dann, wenn die zu kompensierenden Trägheitskräfte gleich Null sind. Das heißt, Werte der nutzbaren Antriebskräfte, die ohne Berücksichtigung der Trägheitskräfte ermittelt werden, stellen Grenzwerte dieser Kräfte dar und repräsentieren somit Grenzeigenschaften des TRIPLANAR.

4.4 Kritische Lagen des TriPlanar

Als *kritische Lagen* einer TRIPLANAR-Konfiguration werden die Lagen innerhalb des Arbeitsraums bezeichnet, in denen die maximalen Werte der auf die Antriebe wirkenden internen Kräfte F_i^k auftreten.

$$\text{kr. Lage} \triangleq \max \{ F_i^k (x_{\text{TCP}}, y_{\text{TCP}}, z_{\text{TCP}}, \theta, \psi, \varphi) \}, \quad k = \text{I,II,III} \quad (4.13)$$

Wenn die von den Trägheitskräften herrührenden Kräfte F_{iT_s} während des TRIPLANAR-Betriebs vernachlässigt werden können, treten nur noch die von den Gewichtskräften herrührenden Kräfte F_{iGs} als interne Kräfte auf. Deshalb kann für die internen Kräfte unter Berücksichtigung von (4.10)

$$F_i^k = F_{iG}^k, \quad k = \text{I,II,III} \quad (4.14)$$

geschrieben werden. Da die Kräfte F_{iGs} und folglich auch die Kräfte F_{iG}^k nur Funktionen der Lage des TRIPLANAR sind, hängen auch die Kräfte F_i^k nur von der Lage ab. Diese Abhängigkeit soll nun untersucht werden.

Die Kräfte F_i^k sind – wie auch die Gewichtskräfte – lediglich von der z -Koordinate des TCP, und von der Orientierung der Plattform abhängig. Die x - und y -Koordinaten des TCP

können beliebige Werte annehmen und werden deshalb ohne Einschränkung der Allgemeinheit Null gesetzt. Außerdem kann festgestellt werden, dass die Abhängigkeit der Kräfte F_i^k von der Orientierung der Plattform sich lediglich in der Abhängigkeit von den Winkeln ψ und φ im $\theta\psi\varphi$ -Winkelsystem äußert. Vom Winkel θ sind die Kräfte F_i^k unabhängig. Deshalb kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit auch $\theta = 0$ gesetzt werden. Daraus folgt, dass die Kräfte F_i^k als Funktionen von drei Lage-Parametern (z , ψ und φ) beschreibbar sind. In kartesischen Koordinaten des TCP (x_{TCP} , y_{TCP} , z_{TCP}) und in KARDAN-Winkeln (α_P , β_P , γ_P) kann die Gesamtheit der zu untersuchenden Lagen dann durch folgendes Gleichungssystem beschrieben werden:

$$\begin{cases} x_{\text{TCP}} = 0, \\ y_{\text{TCP}} = 0, \\ z_{\text{TCP}} = h, \\ \alpha_P = \arctan(\tan \varphi \cdot \cos \psi), \\ \beta_P = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \psi), \\ \gamma_P = \arctan\left(\frac{\sin 2\psi \cdot \sin^2(\varphi/2)}{1 - 2\cos^2(\varphi/2) - 2\sin^2(\varphi/2)\cos^2\psi}\right). \end{cases} \quad (4.15)$$

Dabei wird durch h die Höhe des TCP bezeichnet. Nun kann durch die Variation von h , φ und ψ die Abhängigkeit der internen Kräfte von der Lage untersucht werden.

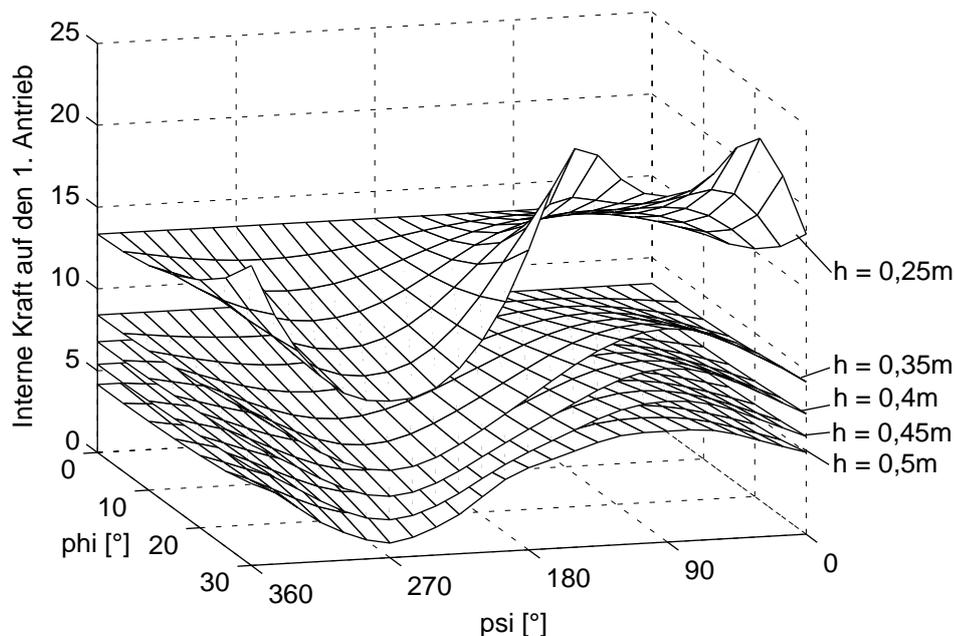


Bild 4.5 Abhängigkeit der auf den ersten Antrieb wirkenden internen Kraft F_i^I von den Winkeln φ und ψ sowie der Höhe des TCP h , die als Parameter dient. Die Werte der Konfigurationsparameter des TRIPLANAR entsprechen denen in der Tabelle 4.1 auf Seite 32.

Im Bild 4.5 ist die Funktion der auf den ersten Antrieb wirkenden internen Kraft von der Lage $F_1^I(\varphi, \psi, h)$ graphisch dargestellt, die im Folgenden näher analysiert wird. Die Funktionen $F_1^{II}(\varphi, \psi, h)$ und $F_1^{III}(\varphi, \psi, h)$ haben prinzipiell den gleichen, aber in der ψ -Achse um 120° beziehungsweise um 240° verschobenen Verlauf. Deshalb gelten alle Aussagen, die bezüglich des Verlaufs der Kraft $F_1^I(\varphi, \psi, h)$ getroffen werden, sinngemäß auch für die Verläufe der Kräfte $F_1^{II}(\varphi, \psi, h)$ und $F_1^{III}(\varphi, \psi, h)$.

Der Abhängigkeit der Kraft $F_1^I(\varphi, \psi, h)$ im Bild 4.5 kann entnommen werden, dass bei einer gegebenen TRIPLANAR-Konfiguration und bei fixierter Höhe des TCP h ein ausgeprägtes Maximum der Kraft F_1^I existiert. Das Maximum tritt in zwei Arten von Lagen auf, die als *signifikante Lagen* bezeichnet werden. Die signifikanten Lagen können anschaulich durch die Lage der Neigungsachsen klassifiziert werden (Bild 4.6):

- Die erste Art der signifikanten Lagen ist dadurch gekennzeichnet, dass der Winkel $\psi = 90^\circ$ ist und der Neigungswinkel φ den in der Höhe h maximal möglichen Wert annimmt. Die x - und y -Koordinaten des TCP sowie der Winkel θ können beliebige Werte annehmen;
- Die zweite Art der signifikanten Lagen ist dadurch gekennzeichnet, dass die Plattform, die erste Strebe und die zweite beziehungsweise die dritte Strebe sich in einer Ebene befinden. Solche Lagen sind nur bei Winkelwerten $\psi = 30^\circ$ oder $\psi = 150^\circ$ möglich. Außerdem muss die Bedingung $2h \leq (l_s + d_p/2)\sin\varphi$ erfüllt werden. Die x - und y -Koordinaten des TCP sowie der Winkel θ können ebenfalls beliebige Werte annehmen.

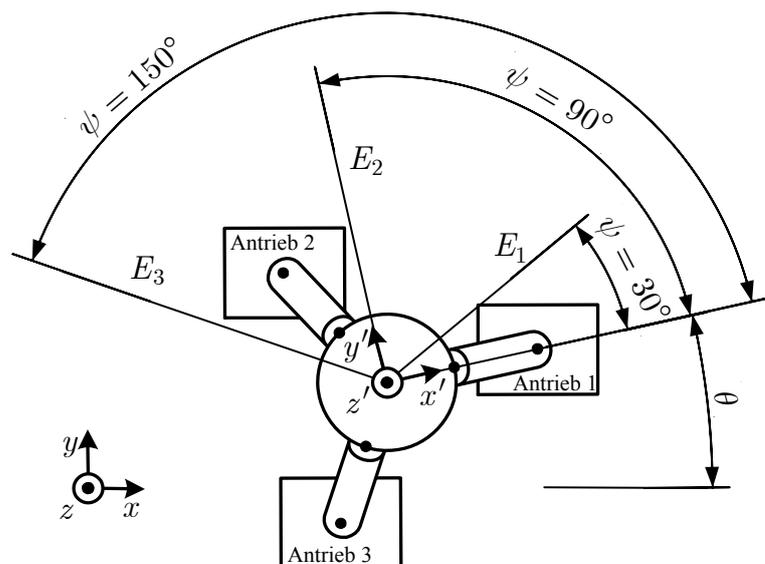


Bild 4.6 Zur Klassifikation der signifikanten Lagen des TRIPLANAR anhand der Lage der Neigungsachsen E_1 , E_2 und E_3 .

Während die signifikanten Lagen erster Art immer einem Randpunkt des Orientierbarkeitsraums entsprechen, liegen die Punkte, die den signifikanten Lagen zweiter Art entsprechen, innerhalb des Orientierbarkeitsraums. Dies hängt damit zusammen, dass die signifikanten Lagen zweiter Art spezielle Lagen sind, zu deren Aufrechterhaltung unendlich große Antriebskräfte erforderlich sind. Auch in der direkten Umgebung dieser Lagen treten hohe Kräfte auf. Zur besseren Anschaulichkeit ist im Bild 4.5 deshalb der Kraftverlauf in der unmittelbaren Nähe dieser Lagen dargestellt (Fläche die der Höhe des TCP $h = 0,25\text{m}$ entspricht) und nicht in den signifikanten Lagen selbst. Die Umgebungen der signifikanten Lagen zweiter Art, in denen hohe Antriebskräfte benötigt werden, sind jedoch klein bezogen auf den gesamten Orientierbarkeitsraum und können deshalb problemlos umfahren werden.

Sieht man von den Zonen um die signifikanten Lagen zweiter Art Lagen ab, so kann man aus den Kraftverläufen im Bild 4.5 folgern, dass die kritischen Lagen einer TRIPLANAR-Konfiguration unter den signifikanten Lagen erster Art zu suchen sind. Bezogen auf die kritischen Lagen hinsichtlich der internen Kraft F_i^I auf den ersten Antrieb bedeutet dies, dass die zu untersuchenden Lagen durch den Rand der Fläche repräsentiert werden, die durch einen Schnitt des Orientierbarkeitsraums bei $\psi = 90^\circ$ entsteht (siehe Bild 4.2). Die Gesamtheit der Lagen, die durch diese Fläche repräsentiert werden, kann durch einen funktionellen Zusammenhang

$$f(h, \varphi)|_{\psi=90^\circ} = 0 \quad (4.16)$$

dargestellt werden. Die dadurch repräsentierten Lagen des TRIPLANAR, sind dadurch gekennzeichnet, dass bezogen auf das plattformfeste (gestrichelte) Koordinatensystem nur Neigungen der Plattform um die y' -Achse und Änderungen der Höhe h des TCP zugelassen sind. Ist der Neigungswinkel $\varphi = 0$, dann ist die Kraft F_i^I unabhängig von ψ und hängt nur noch von der Höhe h des TCP ab.

Kapitel 5

Optimierung der TriPlanar-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskräfte

In diesem Kapitel wird zunächst ausgehend vom allgemeinen TRIPLANAR-Modell nach Abschnitt 4.1 ein reduziertes TRIPLANAR-Modell abgeleitet. Anschließend wird zur Modellierung der signifikanten Lagen erster Art, unter denen sich die kritischen Lagen des TRIPLANAR bezüglich der auf die Antriebe wirkenden internen Kräfte befinden, ein äquivalenter ebener Ersatzmechanismus abgeleitet. Auf der Basis des reduzierten Modells und des Ersatzmechanismus wird die Aufgabe der Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration bezüglich der nutzbaren Antriebskraft formuliert und gelöst. Basierend auf den Untersuchungsergebnissen werden Gestaltungsrichtlinien für den TRIPLANAR abgeleitet.

5.1 Allgemeines

Ausgehend von den Applikationen werden an den TRIPLANAR Forderungen hinsichtlich des Arbeitsraums, der Orientierbarkeit, der Genauigkeit der Bahn beziehungsweise der Lage sowie hinsichtlich der kompensierbaren externen Kräfte und Momente gestellt. Die Anforderungen hinsichtlich des Arbeitsraums und der Orientierbarkeit sind in der Regel durch mehrere TRIPLANAR-Konfigurationen erfüllbar. Die Genauigkeit der Bahn beziehungsweise der Lage wird wesentlich von dem Messsystem, der Regelung und der Kalibrierung beeinflusst. Um bereits bei der Wahl der TRIPLANAR-Konfiguration den Anforderungen nach der Bahnbeziehungsweise Lagegenauigkeit gerecht zu werden, sollte darauf geachtet werden, dass die Steifigkeit des TRIPLANAR im Arbeitsraum einen bestimmtem Wert nicht unterschreitet. Des-

halb werden die Steifigkeiten der einzelnen TRIPLANAR-Glieder durch die Wahl der geometrisch-stofflichen Parameter nach unten begrenzt. Die geometrisch-stofflichen Parameter bestimmen ihrerseits die Massen und Trägheitseigenschaften der TRIPLANAR-Glieder, die für die während des Betriebs auftretenden internen Kräfte verantwortlich sind. Die zu kompensierenden internen Kräfte verringern den Anteil der Antriebskraft, der zum TCP transferiert werden kann und für die eigentliche technologische Aufgabe nutzbar ist.

Die in einer bestimmten Lage nutzbare Antriebskraft F_{An}^k zur Kompensation externer Kräfte und Momente ist also die Differenz der maximalen Antriebskraft F_{Amax} und der auf einen Antrieb wirkenden internen Kraft F_i^k , die ebenfalls von ihm kompensiert werden muss.

$$F_{An}^k = F_{Amax} - F_i^k, \quad k = I, II, III \quad (5.1)$$

Aus der Gesamtheit der TRIPLANAR-Konfigurationen, die den Anforderungen hinsichtlich des Arbeitsraums, der Orientierbarkeit und der Genauigkeit genügen, soll nun die optimale Konfiguration bezüglich der nutzbaren Antriebskräfte F_{An}^k ermittelt werden, die im Allgemeinen sowohl von der Konfiguration als auch von der Lage des TRIPLANAR abhängen.

Es liegt nahe, dass bei der Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration bezüglich der nutzbaren Kräfte F_{An}^k nicht die Gesamtheit aller möglichen Lagen des TRIPLANAR betrachtet werden muss. Es genügt lediglich die kritischen Lagen zu analysieren, in denen die zu kompensierenden internen Kräfte F_i^k ihre maximalen Werte annehmen (siehe Abschnitt 4.4). Des Weiteren reicht es offenbar aus, die kritischen Lagen bezüglich der internen Kraft auf einen (der Bestimmtheit halber den ersten) Antrieb näher zu betrachten. Die Aussagen, die dabei gewonnen werden, sind, wie bereits im Abschnitt 4.4 diskutiert, sinngemäß auch auf die kritischen Lagen bezüglich der auf den zweiten und dritten Antriebe wirkenden internen Kräfte übertragbar. Zur besseren Übersichtlichkeit werden deshalb die hochgestellten Indizes, die auf die Nummer des Antriebs hinweisen, weggelassen und nur dort verwendet, wo explizit auf die Nummer des Antriebs hingewiesen werden soll.

5.2 Reduziertes TriPlanar-Modell

Nach dem TRIPLANAR-Modell im Abschnitt 4.1 werden bei bekannt vorausgesetzten Werkstoffseigenschaften neun von einander unabhängige geometrische Parameter zur vollständigen Beschreibung der TRIPLANAR-Konfiguration benötigt. Um das Modell für die Analyse der Kraftparameter des TRIPLANAR und die Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration hinsicht-

lich der nutzbaren Antriebskräfte besser handhabbar zu machen, erscheint es zweckmäßig die Anzahl der unabhängigen Parameter zu reduzieren. Zu diesem Zweck werden ausgehend vom TRIPLANAR-Modell nach Abschnitt 4.1 weitere auf der System- und Funktionsanalyse beruhende Annahmen getroffen, wodurch zwar zusätzliche Relationen zwischen den Konfigurationsparametern des TRIPLANAR eingeführt werden, die Gültigkeit und Reichweite des Modells jedoch nur unwesentlich beeinträchtigt wird. Die zusätzlichen Relationen für das *reduzierte* TRIPLANAR-Modell werden aus folgenden Überlegungen gewonnen.

Da möglichst hohe nutzbare Antriebskräfte angestrebt werden, ist es sinnvoll den für die Antriebe nutzbaren Bauraum möglichst voll auszunutzen – allerdings nicht zu Lasten des Arbeitsraums und der Orientierbarkeit des TRIPLANAR. Dies kann erreicht werden, indem die Abmessungen der Planarantriebe so gewählt werden, dass bei senkrechter Stellung der drei Streben zur Statoroberfläche, die der höchstmöglichen Position des TCP entspricht, die Planarantriebe gerade aneinander stoßen. Fordert man weiterhin gleiche laterale Abmessungen der Antriebe, so führen diese Überlegungen zum Modell eines frei skalierbaren *idealisierten Planarantriebs*, dessen Abmessungen Funktionen des Plattformdurchmessers d_P sind. Der idealisierte Planarantrieb wird also durch folgende zusätzliche Modellannahmen definiert:

1. Die Länge und Breite der Planarantriebe seien gleich und ergeben sich zu

$$a_A = b_A = 3d_P / 4; \quad (5.2)$$

2. Für die Höhe der Planarantriebe gelte die empirisch bestimmte, den realen Verhältnissen bei existierenden planaren Hybridschrittmotorantrieben näherungsweise entsprechende Gleichung

$$h_A = \frac{2}{15} a_A = \frac{1}{10} d_P; \quad (5.3)$$

3. Der Wert der maximalen Kraft entlang der zwei zu einander orthogonalen Antriebsachsen wird nach $F_{pA \max} = f_{pA \max} \cdot a_A \cdot b_A$ oder wegen (5.2) nach $F_{pA \max} = f_{pA \max} \cdot a_A^2$ ermittelt, wobei die maximale Flächenkraftdichte pro Achse $f_{pA \max} = 2500 \text{ N/m}^2$ ist und damit näherungsweise der bei existierenden planaren Hybridschrittmotorantrieben erreichbaren Flächenkraftdichte entspricht;
4. Die Masse der Planarantriebe werde nach $m_A = \rho_A \cdot h_A \cdot a_A^2$ ermittelt, wobei für die Dichte des Antriebs der empirisch ermittelte Wert $\rho_A = 2575 \text{ kg/m}^3$ gilt, der näherungsweise der mittleren Dichte bei den existierenden planaren Hybridschrittmotorantrieben entspricht;
5. Der Stator sei in lateralen Richtungen unendlich ausgedehnt $a_{St} = b_{St} = \infty$.

Das unter diesen Annahmen erhältliche reduzierte TRIPLANAR-Modell wird lediglich durch vier Parameter d_P , h_P , d_S und l_S vollständig beschrieben.

Den Anforderungen nach der Steifigkeit und Festigkeit des Gesamtsystems TRIPLANAR wird im Vorfeld dadurch Rechnung getragen, dass die Höhe der Plattform h_P und der Strebendurchmesser d_S nach vorgegebenen Stabilitäts- und Festigkeitskriterien in Abhängigkeit von jeweils dem Plattformdurchmesser d_P und der Strebenlänge l_S bestimmt werden. Die entsprechenden Beziehungen werden im Abschnitt 5.5 hergeleitet.

Somit können die vier Parameter, die das reduzierte TRIPLANAR-Modell beschreiben, in zwei unabhängige Parameter – Plattformdurchmesser d_P und Strebenlänge l_S – und zwei abhängige Parameter – Plattformhöhe h_P und Strebendurchmesser d_S – eingeteilt werden. Die zwei unabhängigen Parameter werden *Hauptabmessungen* des TRIPLANAR genannt.

5.3 Modellierung der kritischen Lagen des TriPlanar

Die im Abschnitt 4.4 ermittelten signifikanten Lagen erster Art, unter denen sich notwendigerweise auch die kritischen Lagen des TRIPLANAR bezüglich der zu kompensierenden internen Kräfte befinden, entsprechen Randpunkten von Flächen, die sich durch entsprechende Schnitte des Orientierbarkeitsraums ergeben (vergleiche Abschnitt 4.4). Deshalb ist es möglich die Gesamtheit dieser Lagen des TRIPLANAR mittels eines entsprechenden äquivalenten ebenen Ersatzmechanismus zu modellieren.

5.3.1 Äquivalenter ebener Ersatzmechanismus

Die Struktur des im Bild 5.1 dargestellten äquivalenten ebenen Ersatzmechanismus (im weiteren Text einfach Ersatzmechanismus genannt) zur Modellierung der auf die interne Kraft F_i^I bezogenen signifikanten Lagen erster Art erhält man durch die Projektion des TRIPLANAR auf die $x'z'$ -Ebene des mit der Plattform verbundenen $x'y'z'$ -Koordinatensystems (siehe Bild 4.1 und Bild 4.2). Mit dem Ersatzmechanismus, der den Bewegungsfreiheitsgrad eins hat, werden also Lagen des TRIPLANAR modelliert, bei denen sich lediglich die Höhe h des TCP und der Neigungswinkel φ der Plattform ändern, wobei der die Lage der Neigungsachse definierende Winkel $\psi = 90^\circ$ ist. Die x - und y -Koordinaten des TCP sowie der Winkel θ können beliebige Werte annehmen. Die Höhe des TCP wird im Ersatzmechanismus weiterhin durch h bezeichnet und der Winkel φ entspricht im Ersatzmechanismus dem Winkel β .

Damit von vornherein nur sinnvolle, technisch realisierbare Lagen betrachtet werden, wird von den Winkeln α , β , und γ die Erfüllung der Bedingungen

$$0 \leq \alpha \leq 90^\circ, \quad -90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ, \quad 0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ \quad (5.4)$$

verlangt (siehe Bild 5.1). Dabei entspricht die gezeichnete Lage positiven Winkeln α , β , γ . Die geometrischen Parameter des Ersatzmechanismus sind nicht nur von der Konfiguration des TRIPLANAR, sondern auch von der modellierten Lage abhängig, die durch h und β eindeutig spezifiziert ist. Ferner wird die Position des TCP durch den Abstand von der höchst möglichen Position beschrieben, die unter den hier geltenden Annahmen durch die Gleichung

$$\Delta h = h_{\max} - h = l_S - h \quad (5.5)$$

ausgedrückt wird (siehe Bild 5.1).

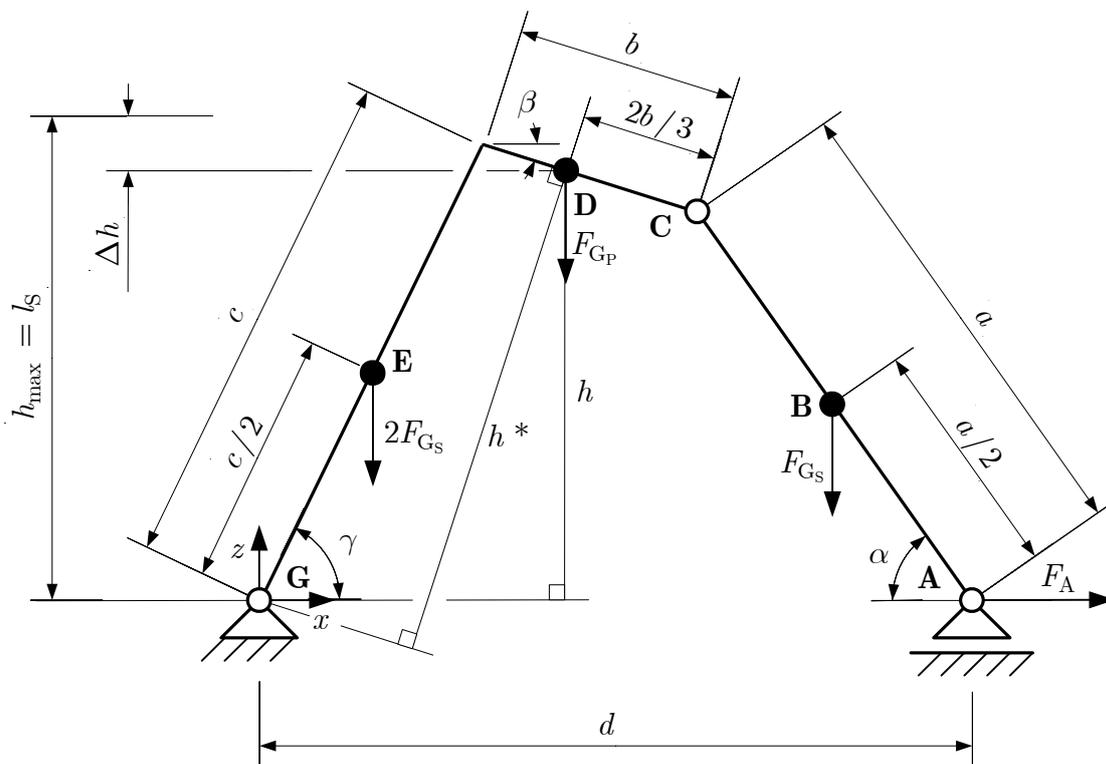


Bild 5.1 Äquivalenter ebener Ersatzmechanismus zur Modellierung der signifikanten Lagen des TRIPLANAR erster Art, die dadurch gekennzeichnet sind, dass der Winkel $\psi = 90^\circ$ ist.

Die geometrischen Parameter des Ersatzmechanismus werden nun aus entsprechenden geometrischen Betrachtungen am reduzierten TRIPLANAR-Modell und am Ersatzmechanismus bestimmt. Die Glieder a und b des Ersatzmechanismus haben eine konstante Länge.

$$a = l_S, \quad b = \frac{3}{4} d_P. \quad (5.6)$$

Die Länge des Gliedes c ist eine Funktion der Hauptabmessungen l_S und d_P sowie der Lage des TRIPLANAR, die durch Δh und β repräsentiert wird. Diese Funktion kann aus geometrischen Betrachtungen am TRIPLANAR-Modell und am Ersatzmechanismus bestimmt werden.

Durch trigonometrische Betrachtungen am Ersatzmechanismus (Bild 5.1) kann h^* in Abhängigkeit von c unter Berücksichtigung von (5.6) wie folgt ausgedrückt werden:

$$h^* = (l_S - \Delta h) \cos \beta + \left(\frac{1}{4} d_P \cos \beta + \sqrt{c^2 - \left(l_S - \Delta h + \frac{1}{4} d_P \sin \beta \right)^2} \right) \sin \beta. \quad (5.7)$$

Trigonometrische Betrachtungen am TRIPLANAR-Modell (Bild 4.1) liefern noch eine Gleichung, die h^* und c mit einander verknüpft.

$$c^2 = \frac{1}{4} l_S^2 + \frac{3}{4} h^{*2} \quad (5.8)$$

Durch Einsetzen von (5.7) in (5.8) und anschließendes quadrieren beider Seiten erhält man eine biquadratische Gleichung bezüglich c . Diese Gleichung hat vier Lösungen: zwei positive und zwei negative. Physikalisch sinnvoll sind nur die positiven Lösungen. Die eine positive Lösung für c liefert korrekte c -Werte für Lagen mit positivem β , die andere positive Lösung liefert korrekte c -Werte für Lagen mit negativem β .

Der Abstand zwischen den Lagerstellen d ist eine Funktion der Gliedlängen a , b und c sowie der Lage (Δh , β):

$$d = \sqrt{a^2 - \left(l_S - \Delta h - \frac{1}{2} d_P \sin \beta \right)^2} + b \cos \beta + \sqrt{c^2 - \left(l_S - \Delta h + \frac{1}{4} d_P \sin \beta \right)^2}. \quad (5.9)$$

Die Winkel α und γ sind Funktionen von a , b , c und d und hängen explizit von dem Winkel β ab. Für sie gelten die Gleichungen:

$$\alpha = \pi - \arccos \frac{K_1}{\sqrt{K_2^2 + K_3^2}} + \arctan \frac{K_2}{K_3}, \quad (5.10)$$

$$\gamma = \arccos \frac{K_4}{\sqrt{K_5^2 + K_6^2}} + \arctan \frac{K_5}{K_6}, \quad (5.11)$$

wobei

$$\begin{aligned} K_1 &= c^2 - a^2 - b^2 - d^2 + 2bd \cos \beta, \\ K_2 &= 2ab \sin \beta, \\ K_3 &= 2ab \cos \beta - 2ad, \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$K_4 = b^2 - a^2 + c^2 + d^2 - 2bd \cos \beta,$$

$$K_5 = 2bc \sin \beta,$$

$$K_6 = 2cd - 2bc \cos \beta.$$

Somit sind alle Parameter, die die Geometrie und die Lage des Ersatzmechanismus beschreiben, als Funktionen der Hauptabmessungen und der Lage des TRIPLANAR definiert.

5.3.2 Bestimmung der Kräfte

Die Gewichtskräfte der Plattform F_{G_P} und der Streben F_{G_S} haben die Richtung der negativen z -Achse. Die im Punkt **A** angreifende Kraft F_A entspricht der Antriebskraft des ersten Antriebs und hat die Richtung der positiven x -Achse. Die Lagerreaktionskraft G_x im Punkt **G** muss durch die Antriebskräfte des zweiten und dritten Antriebs realisiert werden.

Zur Bestimmung der Kraft F_A und der Lagerreaktionskraft G_x werden die Gleichgewichtsbedingungen für den Ersatzmechanismus (Bild 5.1) aufgestellt und nach F_A und G_x aufgelöst. Da die Richtungen der Kräfte festliegen, wird die skalare Schreibweise benutzt. Es ergibt sich

$$F_A = -G_x = \frac{x_C^2 - x_C x_A}{x_A y_C} \left(F_{G_S} \frac{x_A - x_B}{x_A - x_C} + F_{G_P} \frac{x_D}{x_C} + 2F_{G_S} \frac{x_E}{x_C} \right). \quad (5.13)$$

Dabei hängen die Gewichtskräfte der Plattform und der Streben von den Hauptabmessungen und folglich von der Konfiguration des TRIPLANAR ab.

$$F_{G_P} = \frac{h_P \pi d_P^2 g \rho_P}{4} \quad (5.14)$$

$$F_{G_S} = \frac{l_S \pi d_S^2 g \rho_S}{4} \quad (5.15)$$

Die Koordinaten der Punkte **A**, **B**, **C**, **D** und **E** sind dagegen Funktionen sowohl der Lage als auch der Konfiguration des TRIPLANAR.

$$\begin{aligned} x_A &= d, \\ x_B &= d - a \cos \alpha / 2, \\ x_C &= c \cos \gamma + b \cos \beta, \\ z_C &= c \sin \gamma - b \sin \beta, \\ x_D &= c \cos \gamma + b \cos \beta / 3, \\ x_E &= c \cos \gamma / 2. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Die Kraft F_A und die Lagereaktionskraft G_x sind also betragsmäßig gleich und entgegengesetzt gerichtet. Bei näherer Betrachtung der Gleichung (5.13) kann festgestellt werden, dass wegen (5.4) der Wert der Kraft F_A immer negativ ist und der Wert Lagereaktionskraft G_x folglich immer positiv ist. Da die Kraft F_A der Antriebskraft nur eines (des ersten) Antriebs entspricht und die Lagerreaktionskraft G_x durch zwei (den zweiten und dritten) Antriebe aufgebracht wird, ist die nutzbare Antriebskraft F_{An} des ersten Antriebs immer kleiner und deshalb bestimmend dafür, welche Kraft letztlich zum Endeffektor transferiert werden kann. Zur Bestimmung der Kraft F_{An} muss die zu kompensierende interne Kraft F_i und die vom Winkel θ abhängige maximale Antriebskraft F_{Amax} ermittelt werden.

Interne Kraft

Der Betrag der internen Kraft F_i ist offensichtlich gleich dem Betrag der Antriebskraft F_A , die erforderlich ist um die nach unten gerichteten Gewichtskräfte der Plattform F_{Gp} und der Streben F_{Gs} gerade zu kompensieren (siehe Bild 5.1). Die Richtung der Kraft F_i ist der Richtung der Kraft F_A entgegengesetzt.

$$F_i = -F_A = \frac{x_C x_A - x_C^2}{x_A y_C} \left(F_{Gs} \frac{x_A - x_B}{x_A - x_C} + F_{Gp} \frac{x_D}{x_C} + 2F_{Gs} \frac{x_E}{x_C} \right) \quad (5.17)$$

Weil die Kraft F_A immer einen negativen Wert besitzt, ist die interne Kraft F_i eine Funktion der Konfiguration und der Lage des TRIPLANAR, die immer einen positiven Wert hat.

Maximale Antriebskraft

Die maximale Kraft pro Antriebsachse ist für eine fixierte TRIPLANAR-Konfiguration eine positive Konstante. Unter den im Abschnitt 5.2 getroffenen Annahmen wird sie nach der Gleichung

$$F_{pAmax} = \frac{9}{16} d_p^2 f_{pAmax} \quad (5.18)$$

berechnet. Um die Gleichungen zur Bestimmung der maximalen Antriebskraft in einer durch den Winkel θ definierten Richtung zu erhalten, wird die geometrische Summe der Kräfte entlang der Achsen eines Antriebs betrachtet (Bild 5.2). Durch Aufschreiben der Bilanzgleichungen für die Kräfte erhält man das Gleichungssystem

$$\begin{cases} F_{Ax} \cos \theta + F_{Ay} \sin \theta = -F_{Amax}(\theta), \\ F_{Ax} \sin \theta - F_{Ay} \cos \theta = 0. \end{cases} \quad (5.19)$$

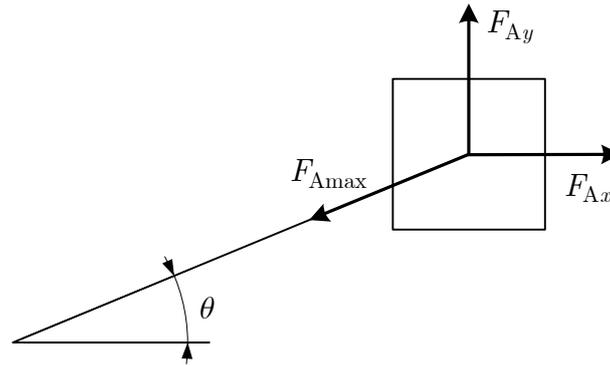


Bild 5.2 Zur Berechnung der maximalen Antriebskraft als Funktion des Winkels θ .

Wenn der Winkel θ der Bedingung (5.20) genügt, ist $F_{Ax} \geq F_{Ay}$ und F_{Ax} kann den Wert der maximalen Kraft $F_{pA \max}$ pro Antriebsachse annehmen.

$$-45^\circ + n \cdot 180^\circ \leq \theta \leq 45^\circ + n \cdot 180^\circ, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.20)$$

Für alle andren Werte des Winkels θ ist $F_{Ax} \leq F_{Ay}$ und F_{Ay} kann den Wert der maximalen Kraft $F_{pA \max}$ pro Antriebsachse annehmen. Für die maximale Antriebskraft ergibt sich somit die Gleichung

$$F_{A \max}(\theta) = \begin{cases} |F_{pA \max} / \cos \theta|, & \text{wenn } (-45^\circ + n \cdot 180^\circ) \leq \theta \leq (45^\circ + n \cdot 180^\circ), \\ |F_{pA \max} / \sin \theta|, & \text{wenn } (45^\circ + n \cdot 180^\circ) \leq \theta \leq (135^\circ + n \cdot 180^\circ), \end{cases} \quad (5.21)$$

wobei $n = 0, 1, 2, \dots$ ist. Die maximale Antriebskraft ist also eine vom Winkel θ und von der Konfiguration des TRIPLANAR abhängige Charakteristik eines Antriebs, die naturgemäß immer positiv ist.

Nutzbare Antriebskraft

Da die Kräfte F_i und $F_{A \max}$ immer positiv sind, kann der Wert der nutzbaren Antriebskraft F_{An} , die den Anteil der Antriebskraft des ersten Antriebs darstellt, der für die eigentliche technologische Aufgabe verfügbar ist, nach der Gleichung

$$F_{An} = F_{A \max}(d_p, \theta) - F_i(d_p, l_s, \beta, \Delta h) \quad (5.22)$$

berechnet werden. Die nutzbare Antriebskraft ist also eine Funktion der Konfiguration und der Lage des TRIPLANAR. Damit man eine positive nutzbare Kraft erhält, muss offenbar $F_i < F_{A \max}$ sein. Da $F_{A \max}$ bei $\theta = n \cdot 90^\circ$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) minimal ist, wird auch der Wert der nutzbaren Antriebskraft bei diesen Winkeln seinen minimalen Wert erreichen.

5.3.3 Diskussion der Gleichungen für die Kräfte

Die Konfigurationsabhängigkeit der internen Kraft (5.17) steckt hauptsächlich in den Gewichtskräften (5.14) und (5.15), von denen sie linear abhängt. Die maximale Antriebskraft (5.21) hängt direkt von d_P ab. Deshalb kann auch der Charakter der Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft von der Konfigurationsparametern des TRIPLANAR direkt aus der Gleichung (5.22) abgelesen werden.

Zur Veranschaulichung der Abhängigkeiten der Kräfte von der Lage des TRIPLANAR, die durch Δh und β beschrieben ist, werden die Konfigurationsparameter des reduzierten TRIPLANAR-Modells so gewählt, dass sie denen des existierenden TRIPLANAR-Prototyps näherungsweise äquivalent sind (siehe Tabelle 5.1). Als Werkstoff für die Plattform und die Streben wird, wie auch im TRIPLANAR-Prototyp, Aluminium angenommen.

Tabelle 5.1 Werte für die Parameter des reduzierten TRIPLANAR-Modells.

Parameter	h_P	d_P	l_S	d_S
Wert, m	0,01	0,2	0,3	0,02

Die Gleichung (5.17) stellt die Abhängigkeit der internen Kraft F_i von der Lage dar, die durch das Wertepaar $\{\Delta h, \beta\}$ repräsentiert wird, wobei die Abmessungen der Streben $\{l_S, d_S\}$ und der Plattform $\{h_P, d_P\}$ als Parameter auftreten. Im Bild 5.3-a sind für fixierte Werte von β die Verläufe der Kraft F_i in Abhängigkeit von Δh dargestellt. Im Bild 5.3-b sind für fixierte Δh -Werte die Verläufe der Kraft F_i in Abhängigkeit von β dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit sind beide Kennlinienfelder nur im Bereich der internen Kraft $0\text{N} \leq F_i \leq 100\text{N}$ dargestellt. Die darüber hinausgehenden Kennlinienabschnitte folgen dem Charakter des Verlaufs der Kennlinien und weisen keine Besonderheiten auf.

Durch die Analyse beider Kennlinienfelder kann zunächst festgestellt werden, dass die interne Kraft in Lagen, die positiven Werten des Winkels β entsprechen, wesentlich höher ist als in Lagen mit negativem β . Des Weiteren kann festgestellt werden, dass mit steigenden Beträgen des Winkels β die realisierbaren Höhenunterschiede des TCP kleiner werden. Der Betrag des realisierbaren Winkels β steigt zunächst mit wachsendem Δh an und fällt dann ab einem bestimmten Δh -Wert wieder. Die interne Kraft ist proportional sowohl zu Δh als auch zu β , wengleich der realisierbare Bereich von β abhängig ist vom aktuellen Δh -Wert. Deshalb sind die kritischen Lagen, in denen die höchsten Werte der internen Kraft auftreten, offenbar in Lagen mit hohen Werten von Δh und β zu suchen. Im Grenzfall, wenn Δh den maximal möglichen Wert l_S annimmt, wird die interne Kraft unendlich groß.

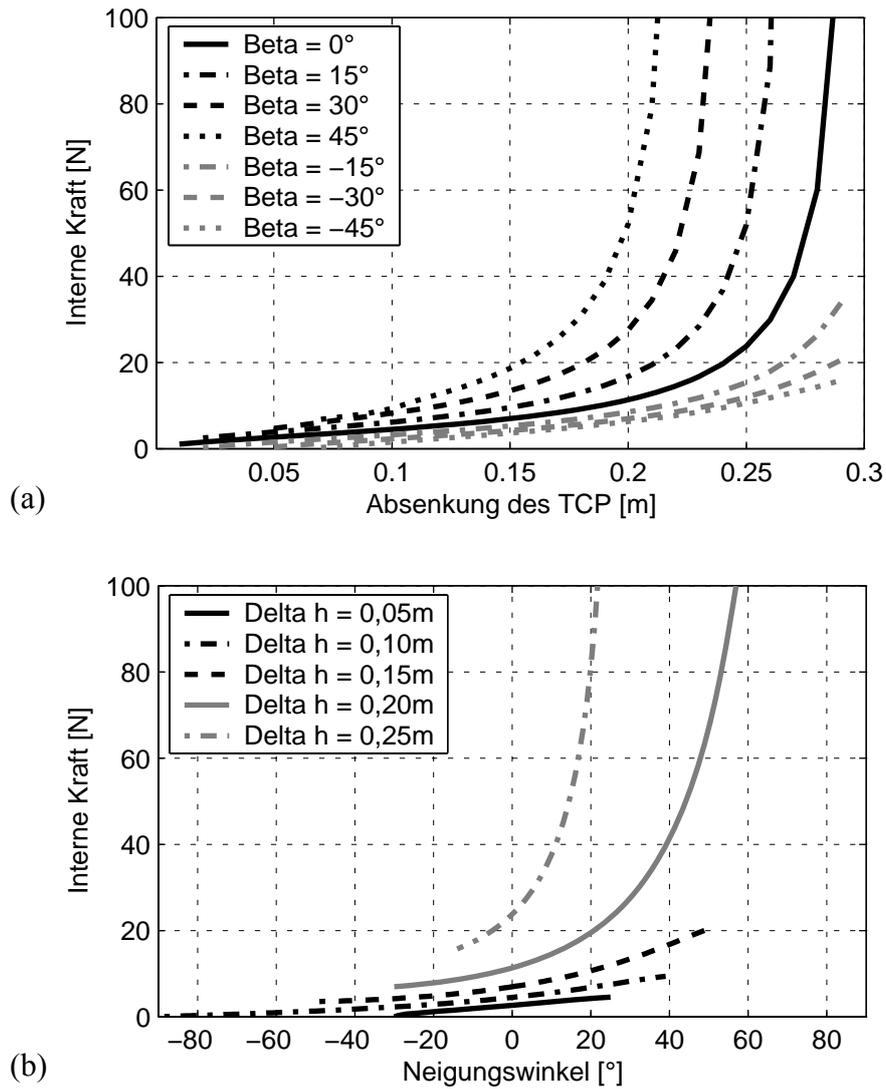


Bild 5.3 Abhängigkeit der internen Kraft F_i (a) von der Absenkung des TCP Δh bei fixierten Neigungswinkeln β ; (b) vom Neigungswinkel β bei fixierten Absenkungen des TCP Δh .

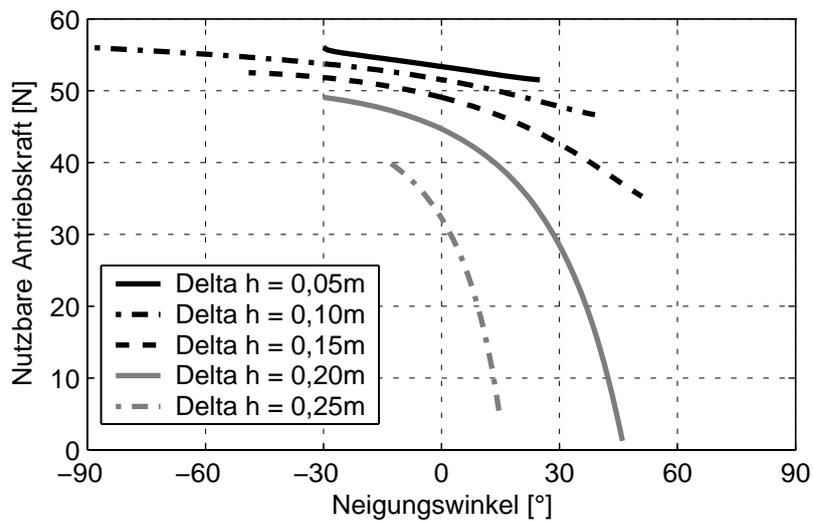


Bild 5.4 Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An} vom Neigungswinkel β bei fixierten Werten der Absenkungen des TCP Δh .

Die im Bild 5.4 dargestellten Abhängigkeiten der nutzbaren Antriebskraft F_{An} von β und Δh sind bei $\theta = 0^\circ$ berechnet, wo jeweils die minimalen Werte der nutzbaren Antriebskraft auftreten. Aus diesen Abhängigkeiten erkennt man, dass bei kleinen Werten von Δh wesentlich höhere Werte der nutzbaren Antriebskraft erreicht werden, und zwar über einen relativ großen Bereich des Winkels β . Es ist auch ein deutlicher Gradient beim Übergang von negativen zu positiven Werten des Winkels β vorhanden. Das Minimum der nutzbaren Antriebskraft befindet sich, wie zu erwarten, im Bereich positiver Werte des Winkels β und hoher Werte von Δh .

Der Charakter der Funktionsverläufe in Bild 5.3 und Bild 5.4, die exemplarisch für eine TRIPLANAR-Konfiguration berechnet wurden, ist auch für andere TRIPLANAR-Konfigurationen charakteristisch. Auch die aus der Analyse der Funktionsverläufe abgeleiteten Aussagen sind auf andere TRIPLANAR-Konfigurationen übertragbar. Aus den getroffenen Aussagen ergibt sich, dass Konfigurationen, bei denen das Verhältnis $\Delta h / l_S$ klein ist, niedrigere Werte der Kraft F_i und folglich höhere Werte der Kraft F_{An} erwarten lassen. Das heißt, um ein gefordertes Δh zu realisieren sollten TRIPLANAR-Konfigurationen mit möglichst großen Strebenlängen gewählt werden. Aus Festigkeits- und Stabilitätsgründen würden jedoch mit der Länge auch die Querabmessungen der Streben zunehmen, wodurch die Massen der Streben und somit auch die entsprechenden Gewichtskräfte überproportional zur Strebenlänge zunehmen würden. Die Vergrößerung der Strebenlänge hätte also bezogen auf die Kraft F_{An} zwei gegenläufige Effekte zur Folge, weshalb bei einem fixierten Wert des Plattformdurchmessers ein eindeutiges Optimum der Strebenlänge bezüglich der Kraft F_{An} erwartet wird. Zur mathematischen Formulierung der zu lösenden Optimierungsaufgabe werden in den nächsten Abschnitten die Zielfunktion und entsprechende Nebenbedingungen formuliert.

5.4 Formulierung der Zielfunktion

Ausgangspunkt für die Formulierung der Zielfunktion ist der Ersatzmechanismus und die Gleichung für die nutzbare Antriebskraft (5.22). Die Realisierung einer geforderten Menge durch Wertepaare $\{\Delta h, \beta\}$ spezifizierter Lagen des Ersatzmechanismus, die einer entsprechenden Menge von Lagen der korrespondierenden TRIPLANAR-Konfiguration entspricht, ist im Allgemeinen mit mehreren Parametersätzen $\{a, b, c\}$ des Ersatzmechanismus möglich. Für jeden Parametersatz $\{a, b, c\}$ kann aus der geforderten Menge von Lagen diejenige ermittelt werden, die dem Maximum der auf den ersten Antrieb wirkenden internen Kraft F_i

entspricht. Dies ist für den jeweiligen Parametersatz $\{a, b, c\}$ des Ersatzmechanismus die kritische Lage. Sie entspricht den kritischen Lagen der korrespondierenden TRIPLANAR-Konfiguration (vergleiche Abschnitt 4.4). Die nutzbare Antriebskraft¹ F_{An} nimmt wegen (5.22) in der kritischen Lage des Ersatzmechanismus ihren kleinsten Wert ein. Ein Parametersatz $\{a, b, c\}$ wird nun als optimal bezeichnet, wenn der durch ihn definierte Ersatzmechanismus den höchsten Wert der *nutzbaren Antriebskraft* F_{An}^* *in der kritischen Lage* aufweist. Es wird also das globale Maximum von F_{An}^* gesucht.

$$F_{An}^* = F_{An}(a, b, c, F_{G_P}, F_{G_S}, \Delta h, \beta) \Big|_{\text{kr. Lage}} \rightarrow \max \quad (5.23)$$

Die Parameter des Ersatzmechanismus a , b und c und die Gewichtskräfte F_{G_P} und F_{G_S} sind Funktionen der Parameter des reduzierten TRIPLANAR-Modells d_P , h_P , l_S und d_S . Damit die Funktion des TRIPLANAR sichergestellt wird und die verschiedenen Konfigurationen unter gleichen Bedingungen untersucht werden, müssen die Parameter d_P , h_P , l_S , d_S sowie Δh und β gewissen Nebenbedingungen genügen. Von der Funktion des TRIPLANAR ausgehend, erscheint es sinnvoll Nebenbedingungen hinsichtlich der Stabilität, des dynamischen Verhaltens sowie der Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR zu formulieren.

- Die Länge und der Durchmesser der Streben sind aus Festigkeits- und Stabilitätsgründen nicht unabhängig von einander wählbar. Dem wird Rechnung getragen, indem eine Nebenbedingung nach (5.24) eingeführt wird.

$$f_1(l_S, d_S) \geq 0 \quad (5.24)$$

- Die die Geometrie der Plattform beschreibenden Parameter d_P und h_P sind ebenfalls von einander abhängig. In der Regel wird h_P in Abhängigkeit von d_P nach Festigkeits- und/oder Verformungskriterien bestimmt. Dies führt auf eine Nebenbedingung

$$f_2(d_P, h_P) \geq 0. \quad (5.25)$$

- Zur Definition der Mindestmenge von Lagen des Gliedes b des Ersatzmechanismus, die von allen zu untersuchenden Konfigurationen realisiert werden muss, ist eine Nebenbedingung nach (5.26) einzuführen.

$$f_3(\Delta h, \beta) \geq 0 \quad (5.26)$$

¹ Der Winkel θ , von dem F_{An} abhängt, wird der Bestimmtheit halber Null gesetzt (vergleiche Abschnitt 5.3.2).

Die konkrete Form der Nebenbedingungen wird aus entsprechenden Betrachtungen in den nächsten Abschnitten gewonnen. Berücksichtigt man die durch die Nebenbedingungen gelieferten Abhängigkeiten der Parameter untereinander, so bleiben nur drei frei wählbare Parameter übrig, von denen die zu maximierende Zielfunktion abhängt.

$$F_{An}^* = F_{An}(l_S, d_P, \Delta h) \Big|_{\text{kr. Lage}} \rightarrow \max. \quad (5.27)$$

Bezüglich der drei unabhängigen Variablen l_S , d_P und Δh muss letztlich die Optimierungsaufgabe gelöst werden.

Der Plattformdurchmesser d_P wird oft durch die technologischen Anforderungen (Ausdehnung der zu fassenden Teile oder Werkzeuge) und die konstruktive Ausführung (Gelenke, Greifer, Fixiervorrichtungen und so weiter) maßgeblich bestimmt. Dann ist er als ein vorgegebener Parameter zu betrachten und darf beim Optimierungsprozesses nicht variiert werden.

5.5 Nebenbedingungen

Im Folgenden werden nun ausgehend von funktionellen Forderungen an den TRIPLANAR die Nebenbedingungen abgeleitet.

5.5.1 Zusammenhang zwischen Länge und Durchmesser der Streben

Werden die Streben als Vollzylinder ausgeführt, so sind die funktionsrelevanten mechanischen Parameter wie Masse m_S und Steifigkeit c_S der Strebe durch den Durchmesser d_S und die Länge l_S des Zylinders sowie durch die Werkstoffeigenschaften (Dichte ρ_S , Elastizitätsmodul E , Festigkeitskennwerte) vollständig charakterisiert. Da die Streben des TRIPLANAR nur axial belastet werden, müssen die Zusammenhänge zwischen Länge und Durchmesser der Streben, aus der Betrachtung der Belastungsfälle Zug/Druck und Knickung abgeleitet werden. Maßgeblich für die Wahl der Strebenabmessungen ist letztlich die kritischste Restriktion.

Zug-/Druckfestigkeit

Zur Gewährleistung der Zug-/Druckfestigkeit der Streben muss die Normalspannung in den Streben der Bedingung (5.28) genügen [Sch95].

$$\sigma_{z/d} = \frac{4F_{S\max}}{\pi d_S^2} \leq \sigma_{z/d\text{ zul}} = \frac{R_e}{S_{z/d}}. \quad (5.28)$$

Dabei bedeuten: $\sigma_{z/d}$ Normalspannung bei Zug-/Druckbelastung; R_e Streckgrenze; $F_{S\max}$ maximale in axialer Richtung der Streben wirkende Kraft; $S_{z/d}$ Sicherheitsfaktor. Nach Umstellung von (5.28) nach d_S ergibt sich die Ungleichung

$$d_S \geq \sqrt{\frac{4F_{S\max}S_{z/d}}{\pi R_e}}. \quad (5.29)$$

Die Kraft $F_{S\max}$ muss in Abhängigkeit von der Applikation und der externen Kräften und Momenten am Endeffektor bestimmt werden. In vielen Anwendungsfällen kann sie gleich der maximalen Antriebskraft ($F_{S\max} = F_{A\max}$) gewählt werden. Als Sicherheitsfaktor für die Zug-/Druckbelastung ist nach Empfehlung in [Kra93] $S_{z/d} = 2$ zu wählen.

Verformung

Aus der Forderung nach der Begrenzung der Verformung der Streben in axialer Richtung erhält man aus dem HOOK'schen Gesetz $\sigma = \varepsilon E$ mit $\varepsilon = \Delta l_S / l_S$ die Gleichung (5.30) für die zulässige Normalspannung, die dieser Forderung Rechnung trägt.

$$\sigma_{z/d\text{ zul}} = \frac{\Delta l_S}{l_S} E \quad (5.30)$$

Dabei bedeuten: Δl_S Längenänderung der Strebe in axialer Richtung; E Elastizitätsmodul. Durch Einsetzen von (5.30) in (5.28) erhält man eine Ungleichung, die den Zusammenhang zwischen dem Durchmesser d_S und der Länge l_S unter Berücksichtigung der begrenzten Verformung Δl_S liefert.

$$d_S \geq \sqrt{\frac{4l_S F_{S\max}}{\pi E \Delta l_S}} \quad (5.31)$$

Für die Festlegung von $F_{S\max}$ gilt das Gleiche wie bei der Betrachtung der Zug-/Druckfestigkeit.

Knickung

Bei reiner axialer Belastung der an beiden Enden gelenkig gelagerten Strebe kann der zweite EULER'sche Knickfall angenommen werden [Sch95]. Zur Gewährleistung der Stabilität gegen Knickung muss die Normalspannung in den Streben, die die Form eines Vollzylinders haben, somit der Bedingung (5.32) genügen [Sch95].

$$\sigma_d = \frac{4F_{S_{\max}}}{\pi d_S^2} \leq \frac{\sigma_k}{S_k} = \frac{4\pi E I_e}{l_S^2 d_S^2 S_k} \quad (5.32)$$

Dabei bedeuten: σ_d Normalspannung bei Druckbelastung; σ_k Knickspannung; S_k Sicherheitsfaktor bei Knickbelastung; I_e äquatoriales Flächenträgheitsmoment. Nach Einsetzen der Formel für das I_e eines Zylinders [Kra93] und Umstellung ergibt sich folgende Beziehung, die den Zusammenhang zwischen dem Durchmesser und der Länge der Strebe darstellt:

$$d_S \geq \sqrt[4]{\frac{64 l_S^2 F_{S_{\max}} S_k}{\pi^3 E}}. \quad (5.33)$$

Die Kraft $F_{S_{\max}}$ ist nach den gleichen Empfehlungen wie im Fall der Zug-/Druckbelastung zu wählen. Als Sicherheitsfaktor für die Knickbelastung ist nach Empfehlung in [Kra93] $S_k = 5$ zu wählen.

5.5.2 Zusammenhang zwischen Durchmesser und Höhe der Plattform

Da in der Regel sehr geringe Verformungen der Plattform des TRIPLANAR zugelassen sind, ist es zweckmäßig die Plattformhöhe aus einer entsprechenden Verformungsbedingung zu bestimmen. Eine solche Bedingung kann beispielsweise aus der Vorgabe der maximal zulässigen Verformung der Plattform infolge des Eigengewichts gewonnen werden. Der Einfluss externer Kräfte auf die Verformung kann näherungsweise berücksichtigt werden, indem eine entsprechend geringere Verformung infolge des Eigengewichts zugelassen wird.

Die Plattform stellt eine zylinderförmige Platte dar, die am Umfang an drei Stellen in gleichen Abständen zu einander über Drehgelenke mit den Streben verbunden ist. Zur Ableitung einer Verformungsgleichung kann die Plattform näherungsweise als eine Scheibe betrachtet werden, die am äußeren Rand mit einem durchgehendem Loslager fixiert ist und parallel zur Symmetrieachse durch eine Flächenkraft belastet ist. Die Flächenkraft ist so zu wählen, dass sie der Wirkung des Eigengewichts der Plattform äquivalent ist. Für diesen Fall gilt nach [Feo79] für die maximale Verformung in der Mitte der Plattform die Gleichung

$$v_{P_{\max}} = \frac{5 + \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{3\rho_P g d_P^4 (1 - \nu^2)}{256 E h_P^2}. \quad (5.34)$$

Dabei bedeuten: ν Querkontraktionszahl; ρ_P Dichte des Plattformwerkstoffs; g Erdbeschleunigung. Durch Umstellung nach h_P und Bildung einer unscharfen Ungleichung erhält man die Beziehung zur Bestimmung der Plattformhöhe

$$h_P \geq \sqrt{\frac{5 + \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{3\rho_P g d_P^4 (1 - \nu^2)}{256 E \nu_{P_{\max}}}}. \quad (5.35)$$

5.5.3 Dynamische Nebenbedingung

Ein erstrebenswertes Ziel beim TRIPLANAR – wie auch bei anderen Parallelkinematikmaschinen – ist die Erhöhung der niedrigsten Eigenfrequenz des Gesamtsystems inklusive der Antriebe. Davon hängt letzten Endes wesentlich die erreichbare Bahnunsicherheit ab. Erfahrungsgemäß sollte die niedrigste Eigenfrequenz etwa doppelt so hoch wie die höchste Erregungsfrequenz sein [Vol92]. Für Parallelkinematikmaschinen gelten Werte der niedrigsten Eigenfrequenz größer 100Hz als befriedigend [Tsa99]. Zur Herleitung der dynamischen Nebenbedingung wird das Schwingungsverhalten des TRIPLANAR analysiert.

Wie aus dem Vergleich der Wertebereiche für Steifigkeiten (siehe Anhang B) und Massen der TRIPLANAR-Komponenten hervorgeht, sind die Steifigkeiten der Antriebe in Bewegungsrichtung mindestens um eine Zehnerpotenz niedriger als die restlichen Steifigkeiten. Um die prinzipiellen Zusammenhänge bei schwingungsfähigen Systemen mit stark unterschiedlichen Steifigkeiten zu beleuchten, wird ein einfacher ungedämpfter Zweimassenschwinger (Bild 5.5) betrachtet.

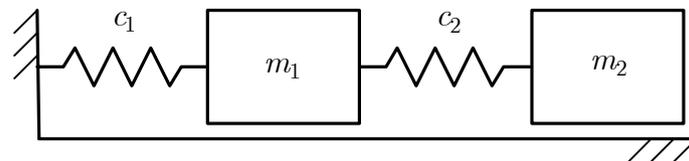


Bild 5.5 Zweimassenschwinger

Die Eigenfrequenzen des ungedämpften Zweimassenschwingers werden unter Berücksichtigung der Verhältnisse $m_2 = pm_1$ und $c_2 = qc_1$, wobei p und q reelle Zahlen sind, nach der Gleichung (5.36) bestimmt (vergleiche [Wea90]).

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_1} \left(\frac{p + pq + q \mp \sqrt{(p + pq - q)^2 + 4pq^2}}{2q} \right)} \quad (5.36)$$

Im Falle stark unterschiedlicher Steifigkeiten ($q \geq 5$) kann die erste Eigenfrequenz für $0,1 \leq p \leq 10$ mit guter Näherung nach der Gleichung (5.37), die auf der Annahme einer starren Verkopplung der Massen m_1 und m_2 beruht, bestimmt werden. Selbst für den ungünstigsten Fall ($q = 5$; $p = 10$) beträgt der relative Fehler nur 8,7 %. Dabei wirkt sich der

Fehler stets so aus, dass die nach (5.37) berechnete erste Eigenfrequenz höher liegt als die tatsächliche.

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_1(1+p)}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_1 + m_2}} \quad (5.37)$$

Obwohl der TRIPLANAR aus schwingungstechnischer Sicht ein wesentlich komplizierteres Gebilde darstellt, kann aufgrund der Verhältnisse der Steifigkeiten und der Massen der TRIPLANAR-Komponenten zur näherungsweisen Bestimmung der ersten Eigenfrequenz das Modell des Einmassenschwingers verwendet werden. Bei der Annahme einer starren mechanischen Struktur, die mit den Antrieben ebenfalls absolut starr verkoppelt ist, kann die erste Eigenfrequenz des TRIPLANAR also näherungsweise nach der Gleichung

$$f_1 \approx \frac{K}{2\pi} \sqrt{\frac{3c_A}{m_P + 3(m_S + m_A)}} \quad (5.38)$$

bestimmt werden, wobei K ein Korrekturfaktor ist, der den Modellierungsfehler, der infolge der Annahme starrer Verbindungen entsteht, verringert. Nach eigenen Erfahrungen ist $K = 0,85$ gerechtfertigt. Bei der Annahme zylinderförmiger Streben und Plattform, deren Massen entsprechend $m_S = \rho_S l_S \pi d_S^2 / 4$ und $m_P = \rho_P h_P \pi d_P^2 / 4$ sind, sowie eines idealisierten Antriebs mit der Masse $m_A = 9\rho_A d_P^3 / 160$ und der Steifigkeit in Bewegungsrichtung c_A , kann für den TRIPLANAR folgende dynamische Nebenbedingung formuliert werden:

$$d_S \leq \sqrt{\frac{4}{3\pi l_S \rho_S} \left(\frac{3K^2 c_A}{4\pi^2 f_1^2} - \frac{\rho_P h_P \pi d_P^2}{4} - \frac{27\rho_A d_P^3}{160} \right)}. \quad (5.39)$$

Sie gewährleistet, dass die erste Eigenfrequenz einen vorgegebenen Wert nicht unterschreitet.

5.5.4 Beweglichkeitsnebenbedingung

Damit die Funktion des TRIPLANAR auch hinsichtlich der Beweglichkeitseigenschaften erhalten bleibt, muss die Erfüllung einer Nebenbedingung gefordert werden, die die Einhaltung bestimmter Mindestanforderungen an die Orientierbarkeit des TRIPLANAR gewährleistet. Die Beweglichkeitseigenschaften des Ersatzmechanismus können durch eine Orientierbarkeitsfläche charakterisiert werden. Sie entspricht der Fläche, die sich durch einen Schnitt des Orientierbarkeitsraums (Bild 4.2) bei $\psi = 90^\circ$ ergibt. Die die Orientierbarkeitsfläche begrenzende Linie kann anhand des Ersatzmechanismus analytisch ermittelt werden. Diese Grenzlinie liefert den Zusammenhang zwischen der Höhe des TCP h und den dabei realisierbaren maximalen und minimalen Neigungswinkeln β_{\max} und β_{\min} des Gliedes b . Mit Hilfe des

Zusammenhang $\Delta h = l_S - h$ erhält man daraus die Zusammenhänge zwischen der Absenkung des TCP Δh und den dabei realisierbaren maximalen und minimalen Winkeln β .

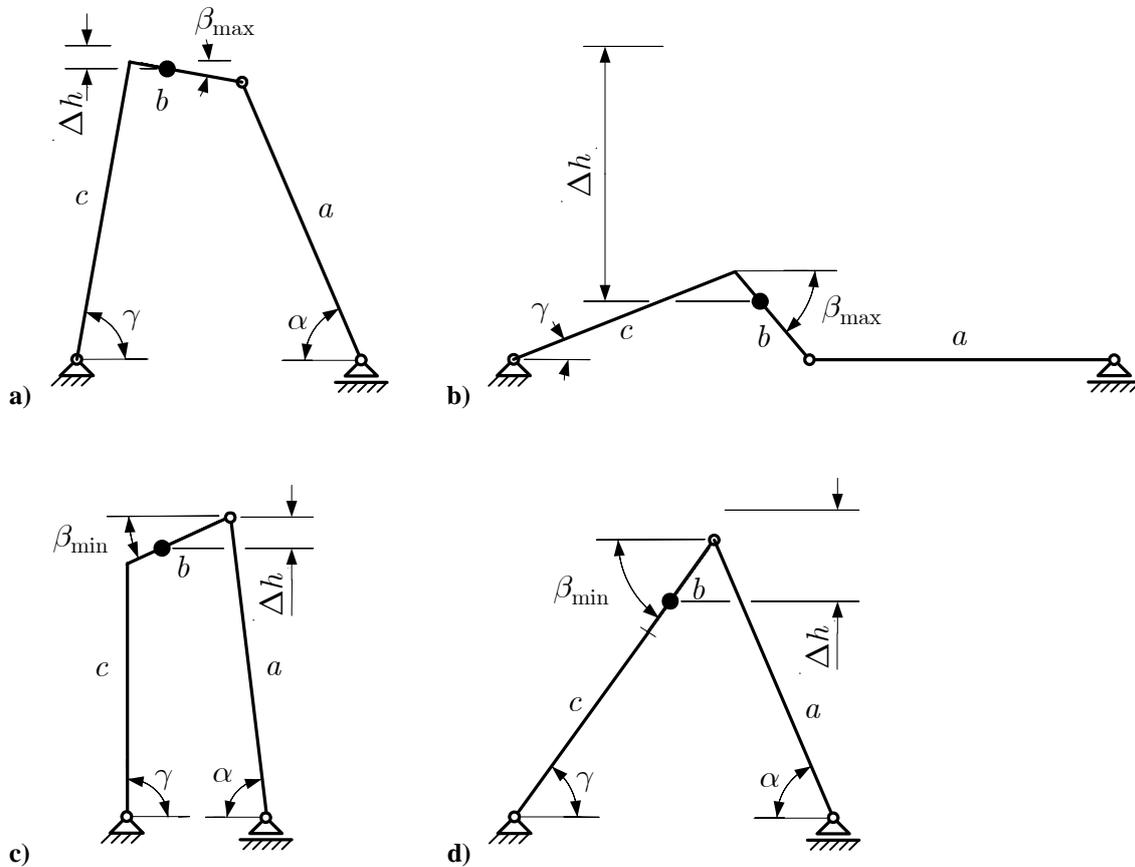


Bild 5.6 Zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Δh und β_{\max} beziehungsweise β_{\min} :
 (a) $0^\circ \leq \beta_{\max} \leq 90^\circ$, $\Delta h \leq (l_S - d_P / 2)$; (b) $0^\circ \leq \beta_{\max} \leq 90^\circ$, $\Delta h > (l_S - d_P / 2)$;
 (c) $-90^\circ \leq \beta_{\min} < 0^\circ$, $\Delta h \leq (l_S / 2 - d_P / 4)$; (d) $-90^\circ \leq \beta_{\min} < 0^\circ$, $\Delta h > (l_S / 2 - d_P / 4)$.

Zur Ermittlung des analytischen Zusammenhangs zwischen Δh und β_{\max} , der die rechte Hälfte der Grenzlinie der Orientierbarkeitsfläche repräsentiert, sind zwei Fälle zu betrachten: $\Delta h \leq (l_S - d_P / 2)$ (Bild 5.6-a) und $\Delta h > (l_S - d_P / 2)$ (Bild 5.6-b). Wenn $\Delta h \leq (l_S - d_P / 2)$ ist, wird β_{\max} immer bei $c = l_S$ erreicht, wobei die Glieder b und c einen rechten Winkel bilden. Wenn $\Delta h > (l_S - d_P / 2)$ ist, wird β_{\max} bei $c \leq l_S$ erreicht, wobei die Glieder b und c einen stumpfen Winkel bilden. Aus geometrischen Betrachtungen nach Bild 5.6-a und nach Bild 5.6-b ergeben sich die Gleichungen für die rechte Hälfte der Grenzlinie der Orientierbarkeitsfläche zu

$$\Delta h = d_P \left(\eta - \eta \cos \beta_{\max} + \frac{\sin \beta_{\max}}{4} \right), \text{ wenn } \Delta h \leq \left(l_S - \frac{d_P}{2} \right), \quad (5.40)$$

$$\Delta h = d_P \left(\eta - \frac{\sin \beta_{\max}}{2} \right), \text{ wenn } \Delta h > \left(l_S - \frac{d_P}{2} \right), \quad (5.41)$$

wobei $\eta = l_S / d_P$ ist. Zur Ermittlung des analytischen Zusammenhangs zwischen Δh und β_{\min} , der die linke Seite der Grenzlinie der Orientierbarkeitsfläche repräsentiert, sind ebenfalls zwei Fälle zu unterscheiden: $\Delta h \leq (l_S / 2 - d_P / 4)$ (Bild 5.6-c) und $\Delta h > (l_S / 2 - d_P / 4)$ (Bild 5.6-d). Der erste Fall ist dadurch charakterisiert, dass der Winkel $\gamma = 90^\circ$ ist. Eine entsprechende Beziehung für diesen Fall erhält man folglich, indem man in der Gleichung (5.11) γ gleich 90° setzt. Die Gleichung für den zweiten Fall erhält man aus geometrischen Betrachtungen nach Bild 5.6-d.

$$\gamma(l_S, d_P, \Delta h, \beta_{\min}) = 90^\circ, \text{ wenn } \Delta h \leq \left(\frac{l_S}{2} - \frac{d_P}{4} \right), \quad (5.42)$$

$$\Delta h = d_P \left(\eta + \left(\frac{\eta}{2} + \frac{1}{4} \right) \sin(\beta_{\min}) \right), \text{ wenn } \Delta h > \left(\frac{l_S}{2} - \frac{d_P}{4} \right). \quad (5.43)$$

Im Bild 5.7 sind die Zusammenhänge (5.40), (5.41), (5.42) und (5.43) für verschiedene Verhältnisse η graphisch dargestellt, wobei für den Plattformdurchmesser $d_P = 0,2\text{m}$ gilt.

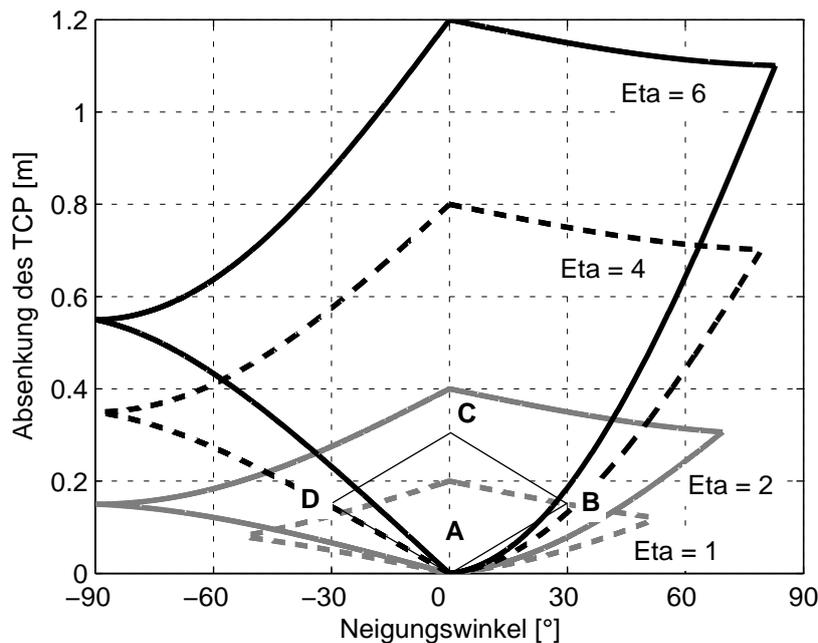


Bild 5.7 Darstellung der Orientierbarkeitsflächen des Ersatzmechanismus für verschiedene Verhältnisse η . Für den Plattformdurchmesser gilt der Wert aus der Tabelle 5.1 ($d_P = 0,2\text{m}$).

Die von den dargestellten Kurven begrenzten Flächen repräsentieren die Menge der mit dem Ersatzmechanismus realisierbaren Lagen und charakterisieren somit die Beweglichkeitseigenschaften des Ersatzmechanismus. Die Linien selbst repräsentieren die bei bestimmten Werten von Δh erreichbaren maximalen und minimalen Werte des Winkels β .

Eine Möglichkeit Mindestanforderungen an die Orientierbarkeit des Ersatzmechanismus zu definieren besteht nun darin, dass eine bestimmte Absenkung des TCP $\Delta h_{\max} = \Delta h_{\text{gef}}$ und

bestimmte maximale $\beta_{\max} = \beta_{\text{gef}}$ und minimale $\beta_{\min} = -\beta_{\text{gef}}$ Neigungswinkel gefordert werden. Dabei sollen die Winkel β_{\max} und β_{\min} bei $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}}/2$ erreicht werden. Nun kann in der $\beta\Delta h$ -Ebene ein Rhombus **ABCD** konstruiert werden (Bild 5.7), wobei die Strecke $|\mathbf{AC}| \triangleq \Delta h_{\text{gef}}$ und der Strecke $|\mathbf{BD}| \triangleq 2\beta_{\text{gef}}$ ist. Fordert man nun vom Ersatzmechanismus die Realisierung der Lagen, die durch die Fläche des Rhombus **ABCD** repräsentiert werden, so ergeben sich folgende Nebenbedingungen für l_S und d_P :

$$l_S \leq \frac{1}{1 - \cos \beta} \left(\frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2\beta_{\text{gef}}} \beta - \frac{d_P \sin \beta}{4} \right), \quad \text{für } 0^\circ \leq \beta \leq \beta_{\text{gef}}, \quad (5.44)$$

$$l_S \geq \Delta h_{\text{gef}} \left(1 - \frac{\beta}{2\beta_{\text{gef}}} \right) + \frac{d_P}{2} \sin \beta, \quad \text{für } 0^\circ \leq \beta \leq \beta_{\text{gef}}, \quad (5.45)$$

$$f(l_S, d_P, \Delta h, \beta)|_{\gamma=90^\circ} \leq -\frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2\beta_{\text{gef}}} \beta, \quad \text{für } -\beta_{\text{gef}} \leq \beta < 0^\circ, \quad (5.46)$$

$$l_S \geq \left(\Delta h_{\text{gef}} \left(1 + \frac{\beta}{2\beta_{\text{gef}}} \right) - \frac{d_P}{4} \sin \beta \right) / \left(1 + \frac{\sin \beta}{2} \right), \quad \text{für } -\beta_{\text{gef}} \leq \beta < 0^\circ. \quad (5.47)$$

Wie im Bild 5.7 zu sehen ist, können nicht alle Konfigurationen die geforderte Orientierbarkeitsfläche (Rhombus **ABCD**) realisieren. Bei einem fixierten Wert des Plattformdurchmessers d_P ist der zulässige Bereich für die Strebenlänge l_S sowohl von oben als auch von unten begrenzt. Dies wird durch die Ungleichungen (5.44), (5.45), (5.46) und (5.47) ausgedrückt.

5.5.5 Diskussion der Nebenbedingungen

Für feststehende Werte des Plattformdurchmessers d_P und der Plattformhöhe h_P können aus den Nebenbedingungen (5.29), (5.31), (5.33) und (5.39) die zulässigen Wertebereiche für die Hauptabmessungen l_S und d_S ermittelt werden. Im Bild 5.8 sind exemplarisch für den Fall, dass für die Parameter h_P und d_P Werte aus der Tabelle 5.1 gelten, die Grenzlinien, die dem Gleichheitszeichen in den unscharfen Ungleichungen entsprechen eingezeichnet.

Aus der Sicht der Nebenbedingungen (5.29), (5.31) und (5.33) sind Wertepaare $\{l_S, d_S\}$ zulässig, die oberhalb der entsprechenden Kurven liegen, einschließlich der Kurven selbst. Wie man sieht, schränkt die aus der Begrenzung der Verformung folgende Nebenbedingung den Bereich der Wertepaare $\{l_S, d_S\}$ am stärksten ein. Aus der Sicht der dynamischen Nebenbedingung (5.39) sind Wertepaare $\{l_S, d_S\}$ zulässig, die unterhalb der entsprechenden Kurven liegen, einschließlich der Kurven selbst. Der schraffierte Bereich im Bild 5.8 ist die gemein-

same Schnittmenge der Wertebereiche, die allen Nebenbedingungen genügt. Da man bestrebt ist die Gewichtskräfte zu minimieren, sollten die auf der unteren Grenzlinie liegenden Wertepaare $\{l_S, d_S\}$ bevorzugt werden.

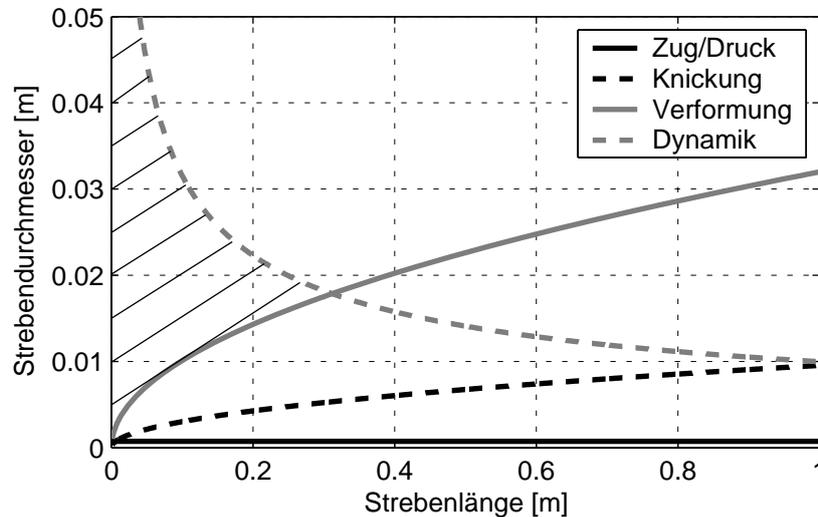


Bild 5.8 Graphische Darstellung des aus den Nebenbedingungen (5.29), (5.31), (5.33) und (5.39) folgenden Wertebereiches für die Strebenlänge und den Strebedurchmesser.

Die dynamische Nebenbedingung begrenzt die Strebenlänge nach oben stark. Für Konfigurationen mit größeren Strebenlängen, für die – wie bereits erwähnt – eine höhere nutzbare Antriebskraft erwartet wird, kann es sinnvoll sein, die dynamische Nebenbedingung zu verlassen und niedrigere Eigenfrequenzen in Kauf zu nehmen.

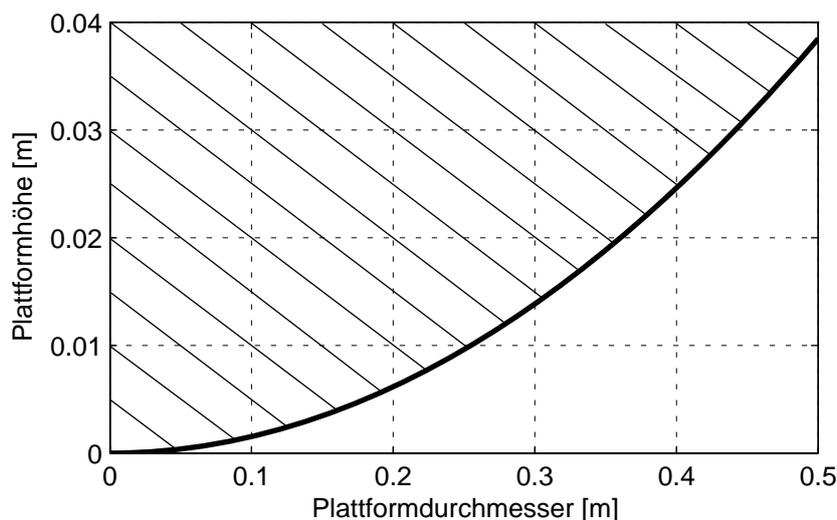


Bild 5.9 Graphische Darstellung des aus der Nebenbedingung (5.35) folgenden Wertebereiches für die Plattformhöhe und den Plattformdurchmesser.

Im Bild 5.9 ist durch die Schraffur der zulässige Bereich für die Wertepaare $\{d_P, h_P\}$, der durch die Nebenbedingung (5.35) ausgedrückt wird, graphisch dargestellt. Damit die Ge-

wichtskräfte minimal bleiben, ist es auch hier – wie im Falle der Streben – zweckmäßig Wertepaare $\{d_P, h_P\}$ zu wählen, die der Grenzlinie entsprechen.

5.6 Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft in den kritischen Lagen

Zur Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* in den kritischen Lagen des Ersatzmechanismus wird die Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An} vom Winkel β bei unterschiedlichen Absenkungen Δh des TCP betrachtet. Im Bild 5.10 ist diese Abhängigkeit nochmals graphisch dargestellt. In diesen Graph ist der Rhombus **ABCD** aus dem Bild 5.7, der die geforderte Orientierbarkeitsfläche repräsentiert, hinein projiziert.

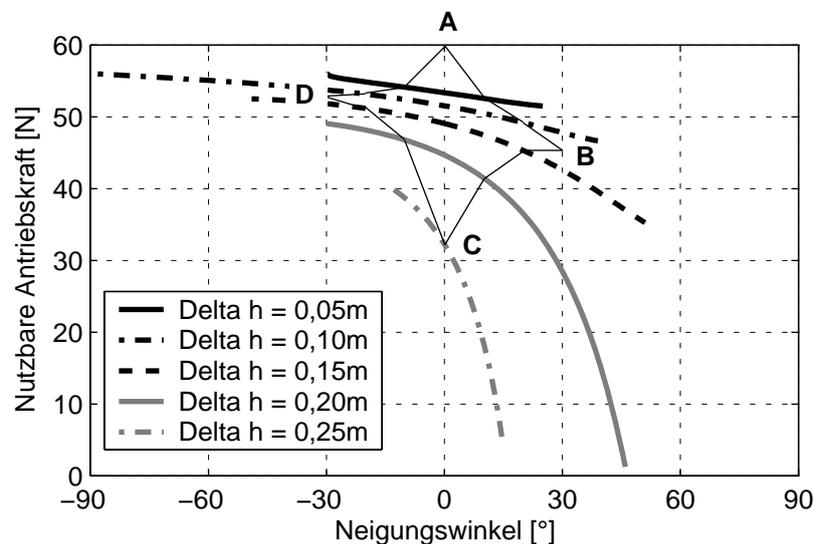


Bild 5.10 Darstellung der Abhängigkeit der Kraft F_{An} von β und Δh mit der eingezeichneten geforderten Orientierbarkeitsfläche (Transformation des Rhombus **ABCD** aus Bild 5.7).

Aus der gemeinsamen Darstellung erkennt man, dass der kleinste Wert der nutzbaren Antriebskraft innerhalb der geforderten Orientierbarkeitsfläche bei diesem Charakter des Kraftverlaufs notwendigerweise in einer Lage auftritt, die einem Punkt auf der Strecke **BC** entspricht. Wegen (5.22) folgt daraus, dass die kritische Lage des Ersatzmechanismus sich unter den Lagen befindet, die durch die **BC**-Linie repräsentiert werden. Die **BC**-Linie entspricht dem Bereich der Absenkung des TCP $\Delta h_{gef} / 2 \leq \Delta h \leq \Delta h_{gef}$ und dem Bereich des Neigungswinkels $0 \leq \beta \leq \beta_{gef}$. Demzufolge ist nur dieser Bereich bezüglich der kritischen Lage zu untersuchen.

Wie die Analyse der im Bild 5.11-a dargestellten Abhängigkeiten der nutzbaren Antriebskraft von Δh entlang der Geraden **BC** für verschiedene Verhältnisse η zeigt, tritt für kleine

Verhältnisse η das Minimum der nutzbaren Antriebskraft im Punkt **C** (dieser Punkt entspricht dem rechten Ende der Graphen im Bild 5.11-a) auf. Mit steigendem η verschiebt sich das Minimum der nutzbaren Antriebskraft kontinuierlich in Richtung des Punktes **B** und ab einem bestimmten Wert η befindet es sich im Punkt **B** (dieser Punkt entspricht dem linken Ende der Graphen im Bild 5.11-a). Der Punkt, in dem die nutzbare Antriebskraft ihr Minimum erreicht, repräsentiert wegen (5.22) für den jeweiligen Parametersatz $\{a, b, c\}$ die kritische Lage des Ersatzmechanismus innerhalb der geforderten Orientierbarkeitsfläche. Der Wert der Kraft F_{An} in dieser Lage entspricht der Kraft F_{An}^* .

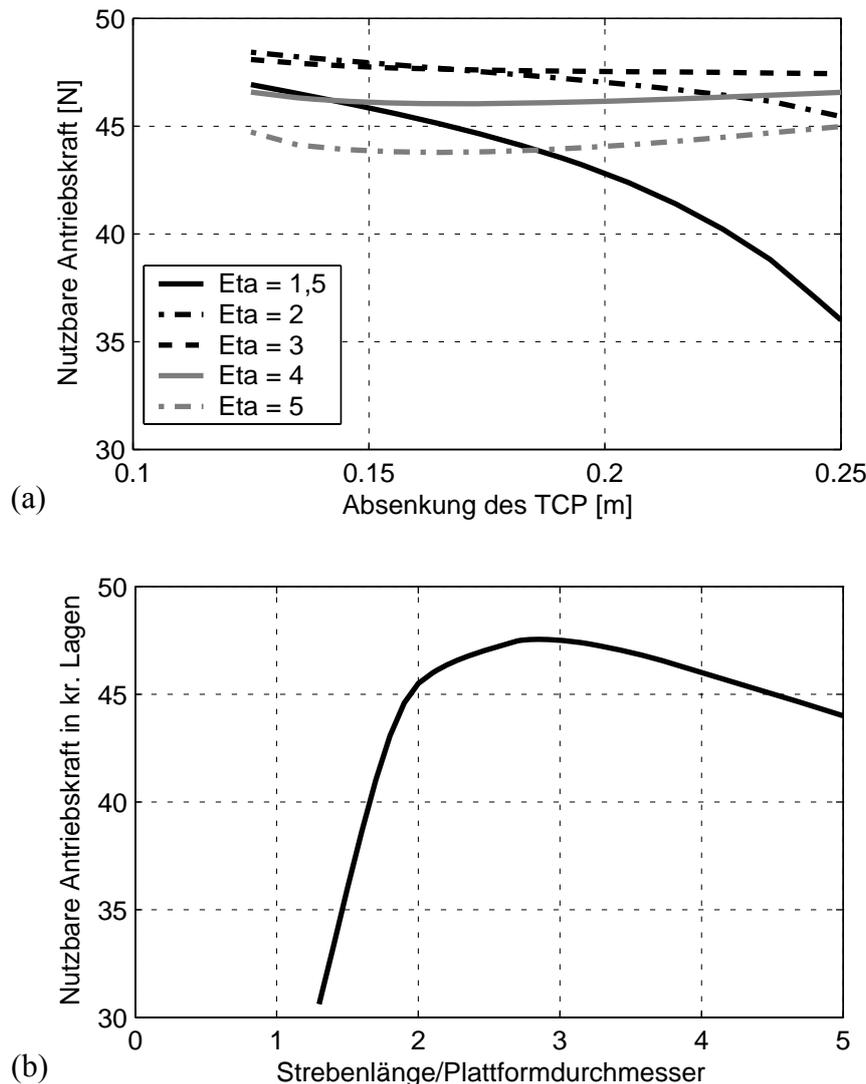


Bild 5.11 (a) Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An} von Δh entlang der Strecke BC des geforderten Orientierbarkeitsbereichs für verschiedene Verhältnisse η ; (b) Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* in der kritischen Lage vom Verhältnis η . Für den Plattformdurchmesser gilt $d_P = 0,2\text{m}$.

Die Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* in den jeweiligen kritischen Lagen vom Verhältnis η ist im Bild 5.11-b exemplarisch für den Wert des Plattformdurchmessers

$d_P = 0,2\text{m}$ dargestellt. Wie man sieht, sind je nach TRIPLANAR-Konfiguration deutliche Unterschiede zwischen den F_{An}^* -Werten vorhanden. Daraus kann auf die Zweckmäßigkeit und das nicht unerhebliche Potenzial der Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration bezüglich der Kraft F_{An}^* geschlossen werden. Der qualitative Charakter der dargestellten Zusammenhänge behält seine Gültigkeit auch für alle anderen TRIPLANAR-Konfigurationen.

5.7 Methodik zur Bestimmung der optimalen TriPlanar-Konfiguration

Auf der Grundlage der Ausführungen in diesem Kapitel kann nun folgende Methodik zur Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft angegeben werden:

1. Festlegen des Plattformdurchmessers d_P ausgehend von funktionellen und/oder konstruktiven Anforderungen;
2. Bestimmung der Plattformhöhe h_P ausgehend von Anforderungen bezüglich der zulässigen Verformung der Plattform nach (5.35);
3. Festlegen der geforderten Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR, ausgehend von der zu erfüllenden technologischen Aufgabe, durch die Vorgabe von Δh_{gef} und $\beta_{gef} (\Delta h_{gef} / 2)$ sowie Spezifizierung der Beweglichkeitsnebenbedingung nach Abschnitt 5.5.4;
4. Spezifizierung der maximalen in axialer Richtung der Streben wirkenden Kraft F_{Smax} nach Abschnitt 5.5.1;
5. Festlegen der geforderten niedrigsten Eigenfrequenz des TRIPLANAR f_1 und der zulässigen axialen Verformung der Streben Δl_S ausgehend von den Anforderungen an die Bahngenauigkeit des TRIPLANAR;
6. Spezifizierung der Nebenbedingungen und Ermittlung des zulässigen Bereichs der Wertepaare der Hauptabmessungen $\{l_S, d_S\}$ nach den Abschnitten 5.5 und 5.5.5;
7. Ermittlung des Maximums der Zielfunktion (5.27);
8. Bestimmung der optimalen Werte der Strebenlänge l_S und des Strebendurchmessers d_S ;

Wenn die Nebenbedingungen nicht erfüllt werden, sollten die Anforderungen reduziert werden und die Methodik von neuem durchlaufen werden.

Für die einzelnen Schritte der vorgeschlagenen Methodik zur Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft wurden Routinen als M-Files zur Simulation mit der Software Matlab® realisiert und erprobt.

5.8 Numerisches Beispiel

Ausgehend von den Vorgaben, die zur Entwicklung des TRIPLANAR-Prototyps geführt haben, soll nach der vorgeschlagenen Methodik die hinsichtlich der in der kritischen Lage nutzbaren Antriebskraft optimale TRIPLANAR-Konfiguration ermittelt werden. Dabei wird der TRIPLANAR durch das reduzierte TRIPLANAR-Modell.

Anforderungen:

- Nickwinkel $\varphi_{\max}(\psi = 90^\circ) \geq 30^\circ$, $\varphi_{\max}(\psi = 270^\circ) \geq 30^\circ$
- Wankwinkel $\varphi_{\max}(\psi = 0^\circ) \geq 30^\circ$, $\varphi_{\max}(\psi = 180^\circ) \geq 30^\circ$
- Absenkung des TCP $\Delta h_{\max} \geq 0,25\text{m}$
- Der Durchmesser der Plattform ist aus technologischen Gründen $d_P = 0,2\text{m}$,
- Die Plattform und die Streben seien aus Aluminium. Die entsprechenden Werkstoffkennwerte betragen: $E = 7 \cdot 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho = 2,7 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$.

Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft:

1. Plattformdurchmesser $d_P = 0,2\text{m}$ (ist vorgegeben);
2. Plattformhöhe $h_P = 0,012\text{m}$;
3. geforderte Absenkung des TCP $\Delta h_{\text{gef}} = 0,25\text{m}$, geforderter maximaler Neigungswinkel $\beta_{\text{gef}} = 30^\circ$;
4. maximale in axialer Richtung der Streben wirkende Kraft $F_{S_{\max}} = F_{A_{\max}} = 2500 \cdot a_A^2$;
5. Erste Eigenfrequenz $f_1 \geq 100\text{Hz}$, zulässige Verformung der Streben $\Delta l_S \leq 1\mu\text{m}$;
6. zulässiger Bereich der Wertepaare $\{l_S, d_S\}$ (siehe Bild 5.8);
7. Maximum der nutzbaren Antriebskraft in der kritischen Lage $F_{\text{An}}^* = 47,55\text{N}$ (siehe Bild 5.11);
8. optimale TRIPLANAR-Konfiguration unter Berücksichtigung der dynamischen Nebenbedingung: $d_P = 0,2\text{m}$, $h_P = 0,012\text{m}$, $l_S = 0,31\text{m}$, $d_S = 0,018\text{m}$;
optimale TRIPLANAR-Konfiguration ohne Berücksichtigung der dynamischen Nebenbedingung: $d_P = 0,2\text{m}$, $h_P = 0,012\text{m}$, $l_S = 0,56\text{m}$, $d_S = 0,023\text{m}$;

Im Vergleich zum existierenden TRIPLANAR-Prototyp ($\eta = 1,3$), kann durch die Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration mit den gleichen Antrieben die nutzbare Antriebskraft in den kritischen Lagen um mehr als 50% erhöht werden (vergleiche Bild 5.11).

5.9 Bemerkungen zur konstruktiven Ausführung des TriPlanar

Auf der Grundlage der in diesem Kapitel durchgeführten Untersuchungen zur Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft können einige Empfehlungen zur konstruktiven Ausführung des TRIPLANAR gegeben werden, wodurch die nutzbare Antriebskraft gesteigert werden kann.

Die Ausführung der Streben als zylinderförmige Stäbe hätte im Vergleich zur im TRIPLANAR-Prototyp realisierten Dreieck-Struktur der Streben folgende Vorteile:

- Der Schwerpunkt der Strebe läge niedriger, wodurch die zu kompensierenden internen Kräfte bei gleichen Lagen der Plattform geringer wären.
- Die Massen der Streben wären deutlich kleiner, wodurch die internen Kräfte ebenfalls gesenkt werden könnten.
- Wegen des günstigeren Verformungsverhaltens des Stabes in axialer Richtung wäre die Verschiebung der Koppelpunkte (Gelenkpunkte) der Streben mit den Antrieben und der Plattform bei gleicher axialer Beanspruchung geringer.
- Da die größte Belastung in axialer Richtung der Streben wirkt, würden Streben mit einem Kreisquerschnitt in Vergleich zu dünnwandige Streben zu kleineren Durchmessern und zu einem kompakteren TRIPLANAR führen.

Kapitel 6

Ähnlichkeitsbetrachtungen am TriPlanar

In diesem Kapitel werden zunächst die Skalierungsregeln für die Konfigurationsparameter des TRIPLANAR in Abhängigkeit von den Basisparametern abgeleitet. Auf der Grundlage der Skalierungsregeln wird die Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft in den kritischen Lagen von der TRIPLANAR-Größe untersucht. Im Ergebnis dieser Untersuchungen wird gezeigt, dass ein endlicher Grenzwert der nutzbaren Antriebskraft existiert, der von keiner TRIPLANAR-Konfiguration überschritten werden kann.

6.1 Allgemeines

Ähnlichkeitsbetrachtungen spielen in vielen Bereichen der Technik eine wichtige Rolle [Tro99]. Anhand von Ähnlichkeitstransformationen können für technische Systeme Skalierungsregeln nach bestimmten Basisparametern abgeleitet werden, aus denen Informationen über das Verhalten verschiedener physikalischer Parameter (geometrische, energetische, Massen-, Kraftparameter) bei Veränderungen der Basisparameter gewonnen werden können. In [Tre98b] und [Zir98b] wurde anhand von Ähnlichkeitsbetrachtungen einfacher ebener serieller und paralleler Kinematiken gezeigt, dass besonders bei großen Dimensionen parallele Strukturen bezüglich der Kraftparameter Vorteile haben gegenüber den seriellen Strukturen. Die Untersuchungen gelten allerdings nur für Parallelkinematikmaschinen mit Linearantrieben. Spezifische Eigenschaften von Parallelkinematikmaschinen mit Planarantrieben (siehe Abschnitte 2.5 und 2.7) wurden darin nicht berücksichtigt.

Bezogen auf den TRIPLANAR interessiert vor allem das Verhalten der nutzbaren Antriebskraft bei der Skalierung des TRIPLANAR. Bei der Annahme eines idealisierten Antriebs nach Abschnitt 5.2 sind die Antriebsabmessungen und folglich auch die maximale Antriebskraft proportional zum Plattformdurchmesser. Andererseits steigen auch die internen Kräfte auf die Antriebe mit wachsenden Hauptabmessungen des TRIPLANAR. Es stellt sich die Frage: inwiefern kann die nutzbare Antriebskraft durch das Wachstum des TRIPLANAR erhöht werden?

Aus dem Verhalten der nutzbaren Antriebskraft bei der Skalierung des TRIPLANAR kann auf die maximal erreichbare nutzbare Antriebskraft geschlossen werden. Außerdem sind diese Informationen für den Entwurf eines auf eine bestimmte Applikation zugeschnittenen TRIPLANAR nützlich, da man ohne großen Aufwand verschiedene Abhängigkeiten analysieren kann. Die folgenden Untersuchungen werden auf der Grundlage des reduzierten TRIPLANAR-Modells nach Abschnitt 4.1 und Abschnitt 5.2 sowie des Ersatzmechanismus durchgeführt.

6.2 Ableitung der Skalierungsregeln für den TriPlanar

Da in der Methodik zur Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft (siehe Abschnitt 5.7) mit der Festlegung des Plattformdurchmessers d_P begonnen wird, erscheint es zweckmäßig, dieser Logik folgend, den Plattformdurchmesser auch als Basisparameter für die Skalierung zu wählen. Als ein weiterer Basisparameter wird die auf den Plattformdurchmesser bezogene Strebenlänge $\eta = l_S / d_P$ gewählt. Bevor die Skalierungsregeln formuliert werden können, müssen die Nebenbedingungen, die die maximale Verformung der Plattform und der Streben regulieren, spezifiziert werden.

Wie im Abschnitt 5.5.5 gezeigt wurde, muss der Strebendurchmesser aus der zulässigen Verformung der Streben in axialer Richtung bestimmt werden. Dies setzt die Kenntnis der zulässigen axialen Verformung $\Delta l_{S_{\max}}$ und der in axialer Richtung der Strebe wirkenden Kraft $F_{S_{\max}}$ voraus. Wie im Abschnitt 5.8 soll auch hier gelten:

$$\Delta l_{S_{\max}} = 10^{-6} \text{ m}, \quad (6.1)$$

$$F_{S_{\max}} = F_{A_{\max}} = \sqrt{2} \cdot a_A^2 \cdot f_{pA_{\max}}, \quad (6.2)$$

wobei $F_{A_{\max}}$ bei $\theta = 45^\circ$ berechnet wird. Für die zulässige Verformung der Plattform sollen hier die gleichen Vorgaben wie im Abschnitt 5.5.2 gelten:

$$v_{P_{\max}} = 10^{-6} \text{ m}. \quad (6.3)$$

Unter Berücksichtigung dieser Spezifikationen können mit Hilfe der Gleichungen (5.2), (5.3), (5.31) und (5.35) direkt die Konfigurationsparameter des TRIPLANAR-Modells als Funktionen der Basisparameter der Skalierung d_P und η dargestellt werden.

$$\begin{aligned}
 a_A &= b_A = \frac{3}{4}d_P, \\
 h_A &= \frac{1}{10}d_P, \\
 l_S &= \eta d_P, \\
 d_S &= \sqrt{\frac{9 \cdot 10^4 \eta d_P^3}{16 \cdot 10^{-6} \pi E}}, \\
 h_P &= \sqrt{\frac{5 + \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{3 \rho g d_P^4 (1 - \nu^2)}{256 E \nu_{P_{\max}}}}.
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Auf den rechten Seiten in den Gleichungen (6.4) treten außer den Basisparametern d_P und η nur Koeffizienten und physikalische Konstanten auf. Für den Fall $\eta = 1$ sind die Abhängigkeiten (6.4) im Bild 6.1 graphisch dargestellt. Anhand der Verläufe kann unter anderen abgeschätzt werden, inwiefern die einzelnen Parameter zur Vergrößerung des Volumens des TRIPLANAR und folglich auch der Gewichtskräfte der entsprechenden Glieder beitragen.

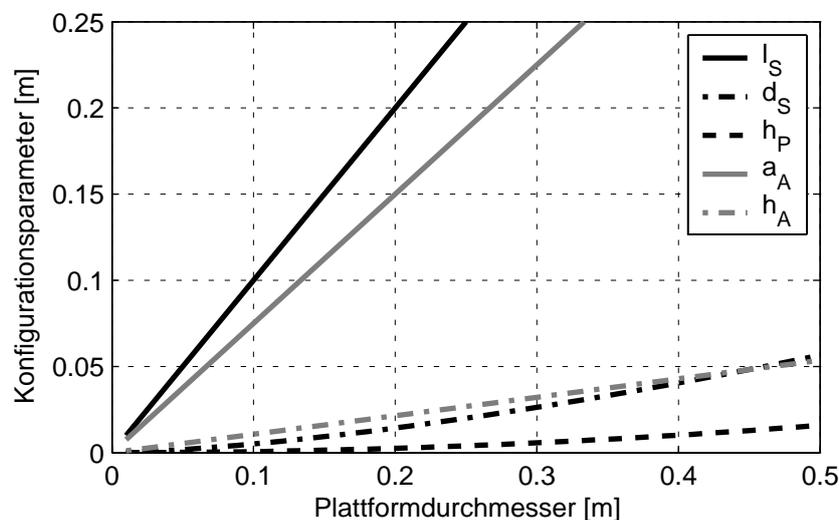


Bild 6.1 Darstellung der Abhängigkeiten der Konfigurationsparameter des TRIPLANAR-Modells von d_P bei $\eta = 1$.

Es sei auch angemerkt, dass die Konfigurationsparameter der Antriebe a_A und h_A nur von d_P und nicht von η abhängig sind. Deshalb wird bei einem fixierten d_P -Wert ein Grenzwert von η erwartet, bei dem die nutzbare Antriebskraft gleich Null wird.

6.3 Diskussion der Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft von der Skalierung des TriPlanar

Die nutzbare Antriebskraft F_{An}^* in einer kritischen Lage, die dadurch gekennzeichnet ist, dass die interne Kraft F_i ihren maximalen Wert $F_{i\text{max}}$ erreicht, ist eine Funktion des Winkels θ . Ihren minimalen Wert nimmt die Kraft F_{An}^* unter anderem bei $\theta = 0^\circ$ ein (vergleiche Abschnitt 5.3.2), so dass

$$F_{\text{An min}}^* = F_{\text{An}}^* \Big|_{\theta=0^\circ} \quad (6.5)$$

geschrieben werden kann. Gerade der Wert $F_{\text{An min}}^*$ ist entscheidend für die Beurteilung der nutzbaren Antriebskraft einer TRIPLANAR-Konfiguration. Für den Fall $\theta = 0^\circ$ kann aus der Gleichung für die nutzbare Antriebskraft (5.22) unter Berücksichtigung der Annahmen, die zum reduzierten TRIPLANAR-Modell führten (siehe Abschnitt 5.2), das Minimum der nutzbaren Antriebskraft in einer kritischen Lage als Funktion der Basisparameter der Skalierung dargestellt werden:

$$F_{\text{An min}}^* = f_{\text{pA max}} \cdot \frac{9}{16} d_{\text{P}}^2 - F_{i\text{max}}(d_{\text{P}}, \eta). \quad (6.6)$$

Die interne Kraft F_i , für die Gleichung (5.17) gilt, kann durch entsprechende Substitutionen prinzipiell auch als Funktion der Basisparameter der Skalierung formuliert werden. Wegen der Komplexität des Ausdrucks wird diese Funktion hier jedoch nicht angegeben.

Bei kleinen Höhen des TCP steigt die interne Kraft F_i stark an (vergleiche Abschnitt 5.3.3). Dabei entstehen TRIPLANAR-Lagen, die wegen der begrenzten Antriebskräfte a priori nicht realisierbar sind. Solche Lagen sind grundsätzlich zu vermeiden und werden hier von der Betrachtung ausgeschlossen. Es sind nur Lagen zugelassen, bei denen die Absenkung des tiefsten Punktes der Plattform höchstens 80% der theoretisch möglichen Absenkung beträgt.

Unter diesen Bedingungen kann die interne Kraft F_i ihren maximalen Wert $F_{i\text{max}}$ je nach Konfiguration in zwei signifikanten Lagen erreichen, die beide näher untersucht werden müssen. Im Bild 6.2 sind für beide zu untersuchenden Fälle die entsprechenden Lagen des Ersatzmechanismus dargestellt.

- Die erste signifikante Lage (Bild 6.2-a) ist dadurch charakterisiert, dass der TCP die tiefste zulässige Position einnimmt. Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{cases} \beta = 0^\circ, \\ \Delta h = 0,8\eta d_{\text{P}}. \end{cases} \quad (6.7)$$

- Die zweite signifikante Lage (Bild 6.2-b) ist dadurch charakterisiert, dass der Winkel β den für eine Konfiguration maximal möglichen Wert einnimmt. Die Position des Punktes C der Plattform entspricht dabei der maximal möglichen Absenkung (80% der theoretisch möglichen Absenkung). Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{cases} \beta = \arctan \frac{4}{3} \eta - \arcsin \frac{\eta}{5 \cdot \sqrt{\eta + 9/16}}, \\ \Delta h = d_P \left(\eta - \frac{1}{2} \sin \beta - \frac{1}{5} \eta \right). \end{cases} \quad (6.8)$$

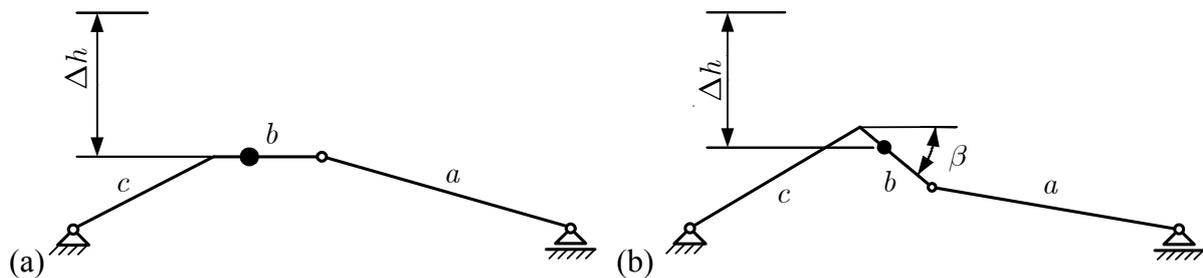


Bild 6.2 Schematische Darstellung (a) der ersten signifikanten Lage nach (6.7); (b) der zweiten signifikanten Lage nach (6.8).

In Bild 6.3-a und in Bild 6.3-b sind für die zwei signifikanten Lagen jeweils die Kräfte $F_{A_{\max}}$ und F_i in Abhängigkeit vom Plattformdurchmesser d_P für verschiedene Verhältnisse η dargestellt. Für die Zusammenhänge zwischen den Parametern des Ersatzmechanismus a , b und c einerseits und der Basisparameter für die Skalierung d_P und η andererseits gelten die Gleichungen im Abschnitt 5.3.1, wobei das Verhältnis $\eta = l_S / d_P$ berücksichtigt werden muss.

In beiden Bildern ist die Kraft $F_{A_{\max}}$ jeweils durch die etwas stärkere durchgezogene Linie dargestellt. Solange die Kraft F_i unterhalb der Kraft $F_{A_{\max}}$ verläuft, können die jeweiligen Lagen des TRIPLANAR sicher eingenommen und zusätzlich externen Kräften und Momenten entgegen gewirkt werden. Verläuft die Kraft F_i oberhalb der Kraft $F_{A_{\max}}$, so können die untersuchten Lagen des TRIPLANAR aufgrund des Mangels an Antriebskraft nicht eingenommen werden. Den Kreuzungspunkten der F_i - und der $F_{A_{\max}}$ -Verläufe entsprechen TRIPLANAR-Konfigurationen, mit denen die jeweiligen Lagen zwar realisiert werden können, externen Kräften dabei jedoch nicht entgegen gewirkt werden kann.

Wie im Bild 6.3 zu sehen ist, wird in den Lagen nach (6.7) der F_i -Verlauf mit zunehmenden η -Werten immer steiler. Das heißt, je geringer η , um so größere TRIPLANARE lassen sich realisieren, wobei die TRIPLANAR-Größe durch den Plattformdurchmesser bestimmt wird.

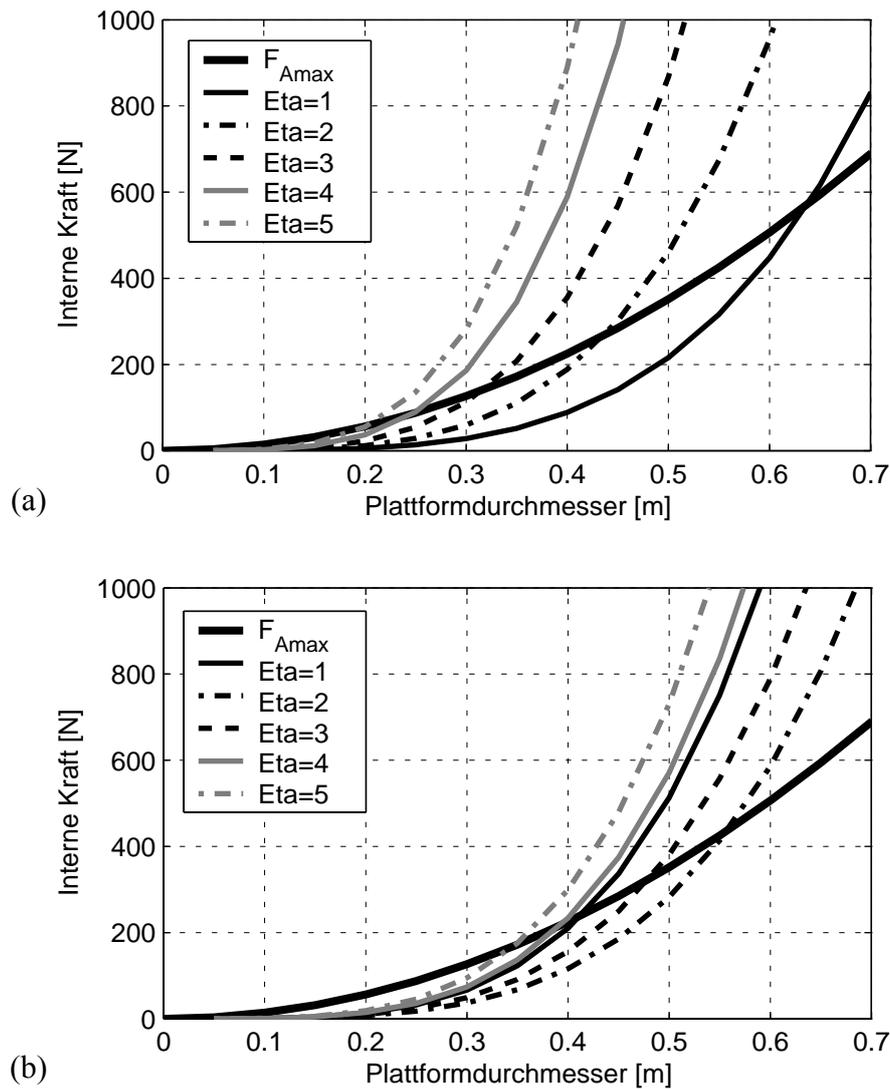


Bild 6.3 Abhängigkeit der Kräfte F_i und F_{Amax} von d_p für verschiedene Werte von η (a) in der signifikanten Lage nach (6.7); (b) in der signifikanten Lage nach (6.8).

Die Abhängigkeit der Kraft F_i von η in den Lagen nach (6.8) hat dagegen einen völlig anderen Charakter. Die Steilheit des F_i -Verlaufs nimmt mit zunehmendem η zunächst ab und steigt dann ab einem bestimmten Wert von η wieder an. Das heißt, im zweiten Fall ist hinsichtlich der realisierbaren TRIPLANAR-Größen ein eindeutiges Optimum von η bezüglich der internen Kraft F_i und folglich auch für Kraft F_{An}^* vorhanden.

6.4 Bestimmung der TriPlanar-Konfiguration mit der höchsten nutzbaren Antriebskraft

Je kleiner die von den Antrieben zu kompensierende interne Kraft F_i ist, um so größer ist die nutzbare Antriebskraft F_{An} dieser Antriebe. Betrachtet man die F_i -Verläufe für die

zwei untersuchten Lagen gemeinsam, so erkennt man, dass die hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft optimale TRIPLANAR-Konfiguration im Bereich

$$(0,2\text{m} \leq d_P \leq 0,4\text{m}) \wedge (1 \leq \eta \leq 2) \quad (6.9)$$

liegen muss. Um den optimalen TRIPLANAR bezüglich der Kraft F_{An}^* zu bestimmen, muss das Maximum der Kraft F_{An} ermittelt werden, unter der Bedingung, dass diese Kraft in beiden untersuchten Lagen erreichbar ist. Mathematisch kann dies folgendermaßen ausgedrückt werden

$$\text{opt. TriPlanar} \triangleq \max \left[\min \left(F_{An \max} \Big|_{1.\text{sign. Lage}}, F_{An \max} \Big|_{2.\text{sign. Lage}} \right) \right] \quad (6.10)$$

Das Ergebnis der Bestimmung des optimalen TRIPLANAR hinsichtlich der Kraft F_{An} ist im Bild 6.4 dargestellt. Für beide signifikanten Lagen sind die Abhängigkeiten $F_{An}(d_P)$ für $\eta = 1..3$ dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit haben Linien die dem gleichen Verhältnis η entsprechen den gleichen Typ (durchgezogen, gestrichelt usw.). Linien, die der Lage nach (6.7) entsprechen, sind schwarz und Linien, die der Lage nach (6.8) entsprechen, sind grau dargestellt.

Die Bereiche unterhalb der Linien im Bild 6.4 stellen für die jeweilige Lage die Wertebereiche für die Kraft F_{An} dar. Die gemeinsame Schnittmenge zweier solcher Bereiche, die den zwei signifikanten Lagen bei gleichem Verhältnis η entsprechen, stellt den Wertebereich der Kraft F_{An} dar, der in beiden Lagen erreichbar ist. Die Konfiguration, die der maximalen Kraft F_{An} aus der gemeinsamen Schnittmenge entspricht, ist offenbar die beste.

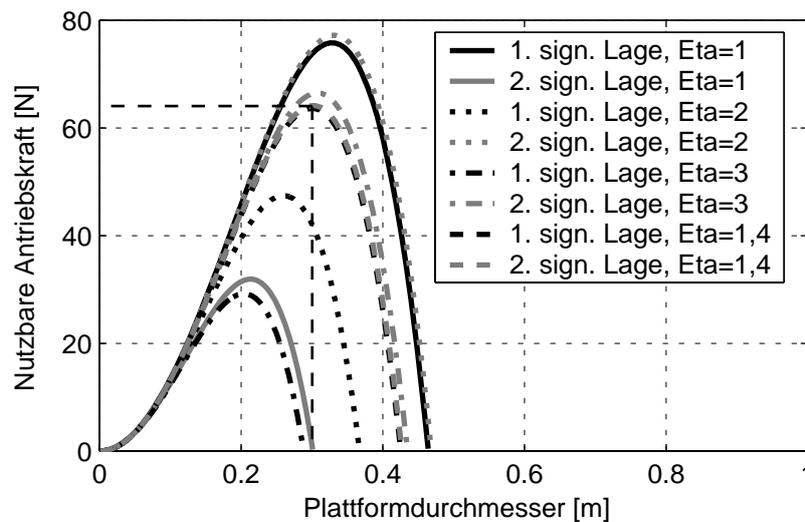


Bild 6.4 Abhängigkeit der nutzbaren Antriebskraft F_{An} von d_P bei unterschiedlichen Werten von η in der ersten und zweiten signifikanten Lagen.

Wie man aus dem Bild 6.4 entnehmen kann ist die TRIPLANAR-Konfiguration mit den Hauptabmessungen $d_P = 0,3\text{m}$, $l_S = 0,42\text{m}$ aus der gesamten Menge der TRIPLANAR-Konfigurationen diejenige, die den höchsten Wert der nutzbaren Antriebskraft F_{An} in beiden signifikanten Lagen gleichzeitig aufweist. Folglich entspricht sie auch dem höchsten Wert des Minimums der nutzbaren Antriebskraft $F_{An\min}^*$ in einer kritischen Lage. Die restlichen Parameter dieser TRIPLANAR-Konfiguration werden nach (6.4) bestimmt. Die maximal erreichbare nutzbare Antriebskraft in der kritischen Lage beträgt also $F_{An\min}^* = 63\text{N}$. Bei der Transformation zum TCP kann die nutzbare Antriebskraft durch die lageabhängige Übersetzung vergrößert oder verkleinert werden.

Es sei noch mal betont, dass die ermittelte TRIPLANAR-Konfiguration unter allen denkbaren TRIPLANAR-Konfigurationen, die den Annahmen in den Abschnitten 4.1 und 5.2 entsprechen und ihren vollen Orientierbarkeitsraum nutzen, hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft die optimale TRIPLANAR-Konfiguration darstellt. Diese Konfiguration stellt das globale Optimum dar.

Kapitel 7

Alternative Antriebskonzepte für TriPlanar

In diesem Kapitel werden zunächst die Anforderungen an die im TRIPLANAR eingesetzten Planarantriebe definiert. Anschließend wird auf die Klassifikation und den Systemaufbau der Planarantriebe, insbesondere der integrierten Planarantriebe eingegangen. Basierend auf den definierten Anforderungen werden existierende Planarantriebe hinsichtlich ihres Einsatzes im TRIPLANAR evaluiert und charakterisiert.

7.1 Anforderungen an die Planarantriebe

Unabhängig von der Applikation besteht die Funktion des TRIPLANAR darin, dass die Plattform beziehungsweise der Endeffektor eine vorgegebene Bahn im Raum ausführt, wobei sowohl die Position des TCP als auch die Orientierung der Plattform sich ändern können. Dabei werden je nach Applikation weitere Anforderungen an den TRIPLANAR hinsichtlich:

- des Arbeitsraums,
- der Orientierbarkeit innerhalb des Arbeitsraums,
- der Bahntreue,
- der Steifigkeit innerhalb des Arbeitsraums,
- der Dynamik des Endeffektors,
- der Überwindung deterministischer und/oder stochastischer externer Kräfte und Momente, deren Parameter im Allgemeinen lage- und zeitabhängig sein können,

gestellt. Die Wahl des Antriebs hat einen starken Einfluss auf die genannten Eigenschaften des TRIPLANAR und ist mitentscheidend für seine Funktionsfähigkeit. So könnte der theore-

tisch mögliche Arbeitsraum und die theoretisch mögliche Orientierbarkeit, die mit der mechanischen Struktur des TRIPLANAR realisierbar sind, durch die verwendeten Antriebe stark eingeschränkt werden oder die Antriebskraft könnte zur Kompensation interner und externer Kräfte und Momente nicht ausreichen.

Ausgehend von der Funktion und den angestrebten Eigenschaften des TRIPLANAR lassen sich folgende Anforderungen an die Planarantriebe ableiten:

- Bewegungsfreiheitsgrad zwei oder drei,
- hohe Kraft in den Bewegungsrichtungen,
- hohe Steifigkeit in Richtung der Unfreiheiten,
- Erfassbarkeit der absoluten Position des Antriebs,
- schnelle Ausregelung von äußeren Störungen,
- geringe bewegte Masse,
- hohe maximale Geschwindigkeit,
- kompakter Aufbau des Antriebs,
- hoher Wirkungsgrad.

Aus den aufgezählten Anforderungen werden die Kriterien zum Vergleich und zur Bewertung verschiedener Antriebskonzepte abgeleitet.

7.2 Charakterisierung der Planarantriebe

Mehrkoordinatenantriebe stellen ganz allgemein Antriebssysteme dar, die gesteuerte/geregelte Translations- und/oder Rotationsbewegungen entlang beziehungsweise um mehrere unabhängige Achsen ausführen können (vergleiche mit Definition in [Stö01]). *Planare Mehrkoordinatenantriebe*, kurz Planarantriebe genannt, sind demzufolge Mehrkoordinatenantriebe, die mehrere unabhängige Bewegungen in einer Ebene ausführen. Mehrkoordinatenantriebe werden immer dort eingesetzt, wo funktionsbedingt Bewegungen mit dem Freiheitsgrad größer eins erforderlich sind. Außer in bestimmten Klassen von Parallelkinematikmaschinen, sind solche Bewegungen auch in vielen anderen modernen Hochtechnologiebereichen wie Laserbearbeitung, Lithografieanlagen, SMD-Montage und andere erforderlich.

Prinzipiell können Planarantriebe, unabhängig vom Antriebsprinzip, als serielle oder parallele Struktur realisiert werden [Kal97]. Beide Varianten besitzen strukturinhärente Vor- und Nachteile. In der Tabelle 7.1 sind beide Strukturvarianten gegenübergestellt.

Tabelle 7.1 Vergleich der Eigenschaften von Planarantrieben mit serieller und paralleler Struktur.

	Planarantriebe mit paralleler Struktur	Planarantriebe mit serieller Struktur
Strukturelle Besonderheiten	<ul style="list-style-type: none"> • kompakter und flacher Aufbau, • starke Verkoppelung der Bewegungsgrößen, • hohes Integrationspotenzial 	<ul style="list-style-type: none"> • modularer Aufbau, • hohe Universalität, • servicefreundliche Struktur, • ungünstige Fehlerfortpflanzung
Arbeitsraum	großer Arbeitsraum nur bei bewegten aktiven Teilen möglich	großer Arbeitsraum immer möglich
Bauraum	klein, insbesondere senkrecht zu den Bewegungsrichtungen	groß, insbesondere senkrecht zu den Bewegungsrichtungen
Struktursteifigkeit	hohe Struktursteifigkeit	niedrige Struktursteifigkeit
Bewegte Masse	niedrig und für manche Strukturen unabhängig vom Arbeitsraum	hoch und direkt abhängig vom Arbeitsraum
Positionierungsicherheit	niedrig	niedrig, aber mit erhöhtem Aufwand verbunden

Die wichtigsten Vorteile der Planarantriebe mit paralleler Struktur sind die geringere bewegte Masse, wodurch höhere Beschleunigungen erreicht werden können, und das hohe funktionelle und räumliche Integrationspotenzial der einzelnen funktionellen Komponenten. Bei entsprechender Auswahl der funktionellen Komponenten eines Planarantriebs kann durch funktionelle und räumliche Integration eine Reduzierung der Anzahl der Komponenten erreicht werden (zum Beispiel, wenn die Aktoren des Motorsystems auch die Funktion des Führungs- und/oder Messsystems übernehmen), wodurch auch eine weitere Verringerung der bewegten Masse erreicht wird [Kal02]. Infolgedessen sind prinzipiell relativ einfach aufgebaute integrierte Planarantriebe möglich, mit denen sehr gute dynamische Eigenschaften und äußerst niedrige Positionierungsicherheiten erreicht werden können.

Integrierte Planarantriebe sind dadurch gekennzeichnet, dass sie nur aus zwei relativ zu einander beweglichen Festkörpern (Stator und Läufer) bestehen, in denen mindestens die Aktoren des Motor- und Führungssystems integriert sind. Oft ist es zweckmäßig auch das Messsystem im Stator und Läufer zu integrieren. Durch die Integration der verschiedenen funktionellen Komponenten erhält man auf der anderen Seite eine stärkere Verkoppelung der Systeme, wodurch die Komplexität des Systems und folglich auch der regelungstechnische Aufwand steigen. Man kann auch sagen, die Komplexität wird bei integrierten Planarantrieben, wie auch bei anderen Klassen integrierter Mehrkoordinatenantriebe, von der Hardware (Komponenten) in die Software (Regelungstechnik) verlagert.

Gerade integrierte Planarantriebe sind wegen ihrer strukturellen und funktionellen Eigenschaften für den Einsatz im TRIPLANAR besonders geeignet. Da integrierte Planarantriebe per Definition nur Bewegungen in einer Ebene ausführen können, ergeben sich prinzipiell drei kinematische Varianten zur ihrer Realisierung:

- drei Bewegungsfreiheiten (zwei Translationen und eine Rotation),
- zwei Bewegungsfreiheiten (zwei Translationen),
- zwei Bewegungsfreiheiten (eine Translation und eine Rotation).

Für die Anwendung im TRIPLANAR sind funktionsbedingt nur integrierte Planarantriebe nach der ersten und zweiten kinematischen Variante geeignet.

7.3 Systemaufbau der integrierten Planarantriebe

Durch die Analyse der existierenden integrierten Planarantriebe kann man feststellen, dass das System integrierter Planarantrieb aus folgenden Teilsystemen besteht:

- Motorsystem,
- Führungssystem,
- Messsystem,
- Leistungsstellglieder,
- Steuerungs-/Regelungseinrichtung.

Auf die geometrisch-stoffliche Gestalt des integrierten Planarantriebs haben lediglich Motor-, Führungs- und Messsystem direkten Einfluss, wobei der Einfluss des Messsystems wegen des in der Regel niedrigeren Bauraumbedarfs tendenziell kleiner ist. Das heißt, Motor- und Führungssystem bestimmen im Wesentlichen die geometrisch-stoffliche Gestalt des Planarantriebs [Zen04b]. Dabei hat das Motorsystem die Aufgabe die erwünschten Bewegungen zu realisieren, und das Führungssystem hat die Aufgabe die für diese Bewegungen erforderlichen Freiheiten zu gewähren und die unerwünschten Freiheiten zu sperren.

Das Führungssystem eines integrierten Planarantriebs wird ebenso wie das Motorsystem in der Regel durch Aktoren (Luftlager, Elektromagnete und so weiter) realisiert, die eine primäre Energie in mechanische Energie umwandeln, wobei die Kraftübertragung kontaktlos über elektromagnetische Felder oder über ein Medium (Gas, Flüssigkeit) erfolgt. Solche aktiven Führungssysteme weisen im Vergleich zu passiven Führungen in der Regel eine höhere Nachgiebigkeit auf, können aber andererseits selber Relativbewegungen generieren. Das heißt,

sowohl das Motor- als auch das Führungssystem stellen ein System von Aktoren dar. Und die Unterscheidung zwischen den beiden Teilsystemen ist bei integrierten Planarantrieben eigentlich rein formal. Das ist auch mit ein Grund für das hohe funktionelle und räumliche Integrationspotenzial beider Teilsysteme.

7.4 Evaluierung existierender Planarantriebe

Prinzipiell kann ein TRIPLANAR auf der Basis von Planarantrieben sowohl mit serieller als auch mit paralleler Struktur aufgebaut werden. Serielle Planarantriebe basieren meist auf sehr steifen mechanischen Führungen, wohingegen Planarantriebe mit paralleler Struktur in aerostatisch und magnetisch geführte eingeteilt werden können. Ein guter Überblick der existierenden Planarantriebe und anderer Mehrkoordinatenantriebe ist in [Stö01] enthalten. Hier werden einige Antriebskonzepte, die im Bild 7.1 dargestellt sind, hinsichtlich ihres Einsatzes im TRIPLANAR evaluiert und charakterisiert. Anschließend werden in der Tabelle 7.2 die für den Einsatz im TRIPLANAR wesentlichen Merkmale einiger Planarantriebe gegenübergestellt.

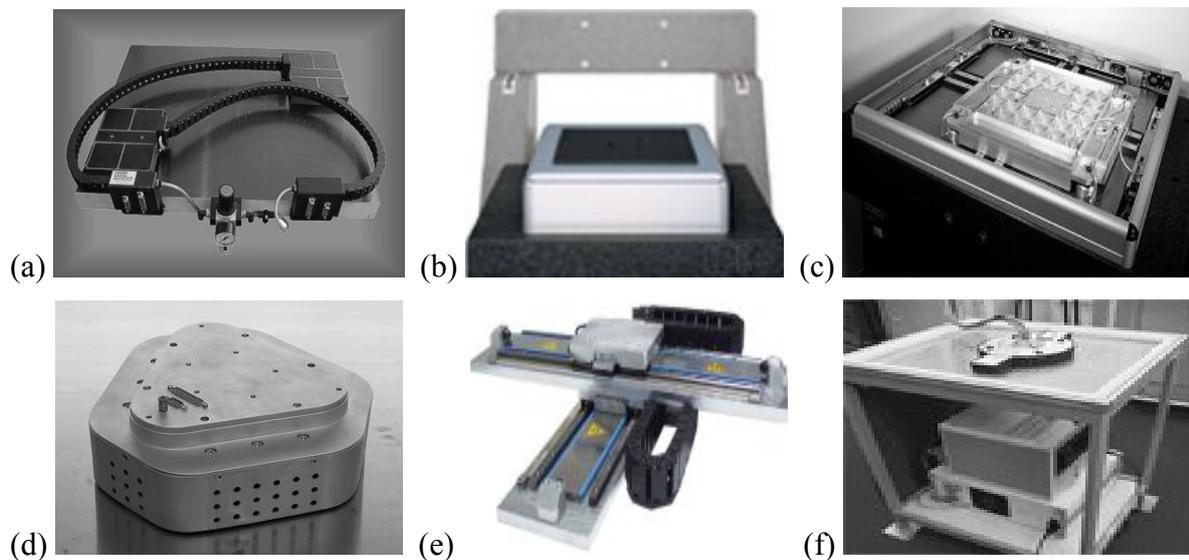


Bild 7.1 (a) Planare Hybridschrittmotorantriebe der Firma Ruchservomotor (Quelle: [www7]); (b) Elektrody namischer Planarantrieb der Firma LPKF Motion & Control (Quelle: [www10]); (c) Elektrody namischer Planarantrieb der Firma IMMS (Quelle: [www11]); (d) Asynchroner Planarantrieb der Technischen Universität Ilmenau; (e) Serieller Planarantrieb der Firma Etel Motion Technology (Quelle: [www9]); (f) Asynchroner Planarantrieb der Fachhochschule Jena (Quelle: [www12]);

Planare Hybridschrittmotorantriebe

Die im TRIPLANAR-Prototyp eingesetzten planaren Hybridschrittmotorantriebe [Stö01] stellen eine ausgereifte technische Lösung dar, die seit etwa zwanzig Jahren auf dem Markt verfü-

bar ist. Planare Hybridschrittmotorantriebe werden von mehreren Herstellern (IDAM GmbH & Co. oHG, Ruch Servomotor, ACP&D Ltd.) in unterschiedlichen Größen und mit verschiedenen Parametern produziert [www13],[www7],[www8].

Große Vorteile dieser Antriebe aus der Sicht des Einsatzes im TRIPLANAR sind: der große Bewegungsbereich, die Möglichkeit mehrere Läufer auf einem Stator anzuordnen, die Möglichkeit des Betriebs in offener Steuerkette, wobei eine Wiederholpositionierungsunsicherheit von etwa $10\mu\text{m}$ erreicht wird. Mit einem in den Antrieb integrierten Messsystem, das nach dem Hall-Effekt funktioniert, wird eine Wiederholpositionierungsunsicherheit von $3\mu\text{m}$ bei einer Auflösung von $1\mu\text{m}$ erreicht. Durch die stark magnetisch vorgespannte Luftlagerung erreicht man eine relativ hohe Steifigkeit in normaler Richtung zum Stator, so dass in dieser Richtung spezifische Belastungen von bis zu $8\text{N}/\text{cm}^2$ [Lat01] erreichbar sind. Durch die hohe Anziehungskraft der Läufer an den Stator ist auch ein „hängender“ Betrieb des TRIPLANAR möglich (siehe Bild 2.2). Als nachteilig kann die relativ niedrige Antriebskraftdichte von $0,25\text{N}/\text{cm}^2$ [Lat01] und das starke Abfallen der Kraft bei zunehmender Geschwindigkeit angesehen werden. Wegen der prinzipbedingt erforderlichen feinen Strukturierung der Statoroberfläche, ist der Stator relativ aufwendig in der Fertigung.

Serielle Planarantriebe

Bei einem TRIPLANAR auf der Basis von seriellen Planarantrieben, sogenannten Kreuztischen, kämen neben den im Abschnitt 7.2 genannten charakteristischen Merkmalen hinzu, dass jeder Fußpunkt nur einen eingeschränkten Bewegungsbereich hätte, wobei die Bewegungsbereiche der drei Fußpunkte sich nicht überlappen dürfen. Dadurch wird der Arbeitsraum und die Orientierbarkeit des TRIPLANAR stark beeinträchtigt. Ein großer Vorteil dieser Lösung wäre hingegen die Möglichkeit lineare Synchronantriebe als Linearachsen einzusetzen, mit denen sehr hohe Antriebskraftdichten (bis zu $10\text{N}/\text{cm}^2$) erreichbar sind [www9],[www10]. Mit solchen Systemen werden Wiederholgenauigkeiten und Auflösungen von jeweils $1\mu\text{m}$ erreicht.

Elektrodynamische Planarantriebe

Es existieren einige Ausführungen von elektrodynamischen Planarantrieben [Stö01]. Der Planarantrieb von IMMS gGmbH [Sch97],[IMM04] besitzt den Bewegungsfreiheitsgrad drei (zwei Translationen und eine Rotation) und basiert auf gestellfesten flachen Spulen und auf beweglichen Permanentmagneten. Dagegen besitzt der Planarantrieb von LPKF Motion & Control GmbH den Freiheitsgrad zwei (zwei Translationen) und arbeitet nach dem Tauchspu-

lenprinzip [Lpk03]. Wird die Rotationsfreiheit beim Antrieb von IMMS regelungstechnisch gesperrt, so sind aus der Sicht des Einsatzes im TRIPLANAR die Eigenschaften beider Antriebssysteme weitgehend gleich. Bei einem Bewegungsbereich von etwa $200 \times 200 \text{mm}^2$ erreichen beide Antriebe relativ hohe Antriebskräfte von etwa 200N und sehr niedrige Positionierungsunsicherheiten (Wiederholpositionierungsunsicherheit $0,2 \mu\text{m}$ bei einer Auflösung von bis zu 20nm). Bei beiden Planarantrieben lassen sich nicht mehrere Läufer auf einem Stator anordnen. Ein TRIPLANAR auf der Basis dieser Antriebe hätte, wie im Falle serieller Planarantriebe, einen stark eingeschränkten Arbeitsraum und eine geringere Orientierbarkeit. Außerdem hängen die Dimensionen und die Masse der Läufer direkt mit der Größe des Bewegungsbereiches der Antriebe zusammen. Beide Umstände sind aus der Sicht des TRIPLANAR als Nachteile zu sehen.

Planare Asynchronantriebe

Bei den an der Fachhochschule Jena [Dit02],[Dit04] und an der Technischen Universität Ilmenau [Zen02],[Sch02] entwickelten Prototypen von planaren Asynchronantrieben mit jeweils zwei beziehungsweise drei Phasen können, ähnlich wie bei planaren Hybridschrittmotorantrieben, mehrere Läufer auf einem Stator angeordnet werden. Ein großer Vorteil im Vergleich zu den Hybridschrittmotorantrieben ist dabei der einfache und preiswerte Aufbau des Stators, der im Wesentlichen aus einer Stahlplatte und einer Kupferschicht besteht.

Mit den Asynchronantrieben lassen sich prinzipiell die gleichen und sogar leicht höhere Antriebskraftdichten (bis zu $0,3 \text{N/cm}^2$) erreichen wie mit Hybridschrittmotorantrieben. Doch müssen dazu eine relativ große Durchflutung erzeugt werden, wodurch bei konstanter Stromdichte, die Windungsanzahl der Spulen sowie die Höhe des Läufers steigt. Dies führt zu wesentlich höheren Massen der Läufer und hohen Anzugskräften an den Stator. Die Positionierungsunsicherheit dieser Antriebssysteme ist noch nicht befriedigend. Mit den derzeit verwendeten Messsystemen nach dem optischen Korrelationsprinzip sind Wiederholpositionierungsunsicherheiten im Bereich von nur $0,1 \text{mm}$ bei einer Auflösung von etwa $64 \mu\text{m}$ zu erreichen.

Magnetisch geführte Planarantriebe

Die derzeit bekannten magnetisch geführten Planarantriebe, zum Beispiel die an der Universität Delft [Mol98], am Massachusetts Institute of Technology [Kim97] und an der Technischen Universität Ilmenau [Kov01] entwickelten Antriebe, weisen alle relativ niedrige Antriebskräfte auf (unter 10N). Bei der Entwicklung dieser Antriebssysteme standen andere Ziele wie Prä-

zision, geringes Rauschen der magnetischen Führung und ähnliches im Vordergrund. In ihrer derzeitigen Realisierung sind diese Antriebssysteme für den Einsatz im TRIPLANAR deshalb nicht geeignet.

Tabelle 7.2 Qualitative Gegenüberstellung der aus der Sicht des Einsatzes im TRIPLANAR wesentlichen Merkmale einiger Planarantriebe.

	Planarer Hybridschrittmotorantrieb	Serieller Planarantrieb	Elektrodynamischer Planarantrieb (IMMS)	Elektrodynamischer Planarantrieb (LPKF)	Planarer Asynchronantrieb FH Jena	Planarer Asynchronantrieb TU Ilmenau
Freiheitsgrad	2	2	3	2	3	3
Maximale Antriebskraft [N]	75	> 1000	210	180	57	80
Max. Geschwindigkeit [m/s]	1,7	5	0,2	0,3	2	3
Wiederholpositionierungsunsicherheit [μm]	3	1	0,2	0,2	100	100
Auflösung [μm]	1	1	0,02	0,02	64	64
Bewegungsbereich [mm^2]	850x850	950x950	204x204	205x205	300x300	800x700
Bauraum des Läufers/ Bewegungsbereich	klein	-	groß	groß	klein	klein
Mehrere Läufer auf einem Stator möglich	ja	-	nein	nein	ja	Ja
Bewegte Masse/ Bewegungsbereich	klein	sehr groß	groß	groß	mittel	mittel

Kapitel 8

Maximale nutzbare Antriebskräfte des TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe

In diesem Kapitel wird zunächst das TRIPLANAR-Modell entsprechend der Aufgabenstellung präzisiert. Die Zielfunktion und die Nebenbedingungen werden ebenfalls den funktionellen und strukturellen Besonderheiten der planaren Hybridschrittmotorantriebe angepasst beziehungsweise neu formuliert. Für eine Modellreihe existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe werden die maximalen nutzbaren Antriebskräfte in den kritischen Lagen ermittelt. Anschließend werden für diese Antriebe die maximalen in den kritischen Lagen kompensierbaren externen Kräfte und Momente bestimmt.

8.1 Allgemeines

Die herausragenden Eigenschaften des TRIPLANAR und anderer Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben, durch die sie sich von anderen Parallelkinematikmaschinen-Klassen abheben, sind der besonders in lateralen Richtungen große Arbeitsraum sowie die gleichmäßig hohe Orientierbarkeit innerhalb des Arbeitsraums (vergleiche Abschnitt 2.5). Stehen Forderungen hinsichtlich dieser Eigenschaften im Vordergrund, dann stellen die im TRIPLANAR-Prototyp eingesetzten planaren Hybridschrittmotorantriebe trotz der im Vergleich zu anderen Antrieben geringeren Antriebskraft gegenwärtig das praktikabelste Antriebskonzept dar (vergleiche Abschnitt 7.4). Deshalb wird hier untersucht, welche nutzbaren Antriebskräfte mit den existierenden Modellreihen planarer Hybridschrittmotorantriebe durch eine

entsprechende Optimierung der TRIPLANAR-Konfiguration erreicht werden können. Die Untersuchungen werden für einige, von den Firmen IDAM GmbH & Co. oHG und Ruch Servomotor angebotenen, planare Hybridschrittmotorantriebe durchgeführt, die sich dadurch auszeichnen, dass entlang beider Achsen die gleiche maximale Antriebskraft entwickelt werden kann.

8.2 Modell des TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe

Ausgangspunkt für die Modellbildung ist das (allgemeine) TRIPLANAR-Modell nach Abschnitt 4.1 und das reduzierte TRIPLANAR-Modell nach Abschnitt 5.2. Bei den im Kapitel 5 durchgeführten Untersuchungen zur Optimierung des TRIPLANAR hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft ist vom reduzierten TRIPLANAR-Modell ausgegangen worden, dessen Parameter nur von zwei unabhängigen Systemvariablen – den Hauptabmessungen d_p und l_s – bestimmt werden. Das reduzierte Modell ergab sich aus dem TRIPLANAR-Modell nach Abschnitt 4.1 unter anderem durch die Einführung frei skalierbarer idealisierter Planarantriebe, deren strukturellen und funktionellen Eigenschaften (Verhältnisse der Abmessungen, Bewegungsfreiheitsgrad, Antriebskraftdichte, maximale Geschwindigkeit) allerdings den planaren Hybridschrittmotorantrieben entlehnt wurden. Die Parameter des idealisierten Planarantriebs sind als Funktionen der Hauptabmessungen formuliert worden.

Bei den in diesem Kapitel im Mittelpunkt des Interesses stehenden Untersuchungen zu den maximalen nutzbaren Antriebskräften des TRIPLANAR auf der Basis kommerziell verfügbarer planarer Hybridschrittmotorantriebe müssen die strukturellen und funktionellen Parameter konkreter Antriebe im Modell repräsentiert werden. Deshalb wird hier das Modell des idealisierten Planarantriebs fallen gelassen. Statt dessen wird auf das allgemeinere Modell des Planarantriebs nach Abschnitt 4.1 (dritte und vierte Annahmen) zurückgegriffen, wonach die geometrischen Parameter der Antriebe a_A , b_A , h_A , a_{St} , b_{St} sowie die Antriebsmasse m_A und die maximale Kraft pro Antriebsachse F_{pAmax} unabhängig von einander und von anderen Systemparametern vorgegeben werden. Dadurch wird auch der restriktive Zusammenhang zwischen den Antriebsparametern und dem Plattfordurchmesser aufgehoben. Die im reduzierten Modell eingeführten Zusammenhänge zwischen l_s und d_s einerseits sowie zwischen d_p und h_p andererseits werden dagegen beibehalten.

Es ergibt sich ein TRIPLANAR-Modell, dessen Konfiguration durch die neun Parameter d_P , h_P , d_S , l_S , a_A , b_A , h_A , a_{St} , b_{St} definiert ist, wovon sieben Parameter unabhängig sind. Die Werkstoffeigenschaften ρ_P , ρ_S sowie die Antriebsmasse m_A und die maximale Kraft pro Antriebsachse F_{pAmax} müssen spezifiziert sein.

8.3 Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft in kritischen Lagen

Die Aussagen im Abschnitt 4.4, die die Ermittlung der nutzbaren Antriebskraft in den signifikanten Lagen erster Art mittels des Ersatzmechanismus nach Abschnitt 5.3.1 rechtfertigen, sind auch im Falle des TRIPLANAR auf der Basis kommerziell verfügbarer planarer Hybridschrittmotorantriebe gültig. Die Ermittlung der internen Kraft und anschließend der nutzbaren Antriebskraft kann also nach dem gleichen Schema wie im Abschnitt 5.3.2 erfolgen. Dabei muss lediglich berücksichtigt werden, dass die Kraft F_{pAmax} nun nicht nach der Gleichung (5.18) bestimmt wird, sondern direkt vorgegeben wird.

8.3.1 Formulierung der Zielfunktion

Für den TRIPLANAR auf der Basis existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe wird – wie auch im Falle idealisierter Planarantriebe – nicht die Menge aller möglichen Lagen, sondern nur die signifikanten Lagen des TRIPLANAR erster Art betrachtet, unter denen sich bei definierten Beweglichkeitsnebenbedingungen die kritische Lage für die jeweilige TRIPLANAR-Konfiguration befindet. Für jeden Antrieb wird jeweils die Konfiguration gesucht, die in ihrer kritischen Lage den höchsten Wert der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* aufweist. Die im Abschnitt 5.4 unter Berücksichtigung der Zusammenhänge $f_1(l_S, d_S) \geq 0$, $f_2(d_P, h_P) \geq 0$ und $f_3(\Delta h, \beta) \geq 0$ formulierte Zielfunktion

$$F_{An}^* = F_{An}(l_S, d_P, \Delta h) \Big|_{kr.Lage} \rightarrow \max \quad (8.1)$$

kann auch hier zur Beschreibung der Optimierungsaufgabe herangezogen werden.

8.3.2 Nebenbedingungen

Die in den Abschnitten 5.5.1 und 5.5.2 als Nebenbedingungen formulierten Zusammenhänge $f_1(l_s, d_s) \geq 0$ und $f_2(d_p, h_p) \geq 0$ behalten ihre Gültigkeit. Auch die dynamische Nebenbedingung nach Abschnitt 5.5.3 gilt hier prinzipiell weiterhin. Dagegen muss der Zusammenhang $f_3(\Delta h, \beta) \geq 0$, der die Beweglichkeitsnebenbedingung repräsentiert, wegen der endlichen lateralen Abmessungen des Stators sowie den vom Plattformdurchmesser und untereinander unabhängigen Abmessungen der Läufer neu formuliert werden.

Beweglichkeitsnebenbedingung

Infolge der endlichen lateralen Abmessungen des Stators und der Unabhängigkeit der Abmessungen der Läufer vom Plattformdurchmesser sind die Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR auf der Basis existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe nicht nur von der z -Koordinate des TCP abhängig, wie dies im Falle idealisierter Planarantriebe der Fall ist, sondern auch von den x - und y -Koordinaten des TCP. Eine Folge der Unabhängigkeit der Antriebsabmessungen vom Plattformdurchmesser ist auch die Tatsache, dass prinzipiell TRIPLANAR-Konfigurationen möglich sind, bei denen die höchste Position des TCP bei nicht senkrechter Stellung der Streben zur Statoroberfläche erreicht wird.

Das primäre Ziel in diesem Kapitel ist die Bestimmung der maximalen nutzbaren Antriebskraft in den kritischen Lagen. Deshalb sollten keine hohen Anforderungen an die Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR gestellt werden. Anderenfalls wird das Feld der in Frage kommender TRIPLANAR-Konfigurationen eingeschränkt. Diesem Umstand wird Rechnung getragen, indem die Anforderungen hinsichtlich der Orientierbarkeit nur für eine Position des TCP in der xy -Ebene formuliert werden. Diese Position ist die Mitte der Statoroberfläche. Dies bedeutet, dass die Position des TCP sich nur in der z -Koordinate ändern kann. Ähnlich wie im Kapitel 5 werden die Anforderungen an die Orientierbarkeit durch die Vorgabe einer geforderten Absenkung Δh_{gef} , die der TCP realisieren muss, und eines geforderten Neigungswinkels φ_{gef} , den die Plattform bei der Absenkung $\Delta h_{\text{gef}}/2$ realisieren muss, definiert. Dabei darf der tiefste Punkt der Plattform den Wert h_{min} nicht unterschreiten. Im $h\psi\varphi$ -Koordinatensystem entspricht dies einem Orientierbarkeitsraum des TRIPLANAR, der die Form eines Rotationskörpers hat, der bei der Drehung eines gleichschenkligen Dreiecks um seine Grundlinie entsteht. Dabei entspricht die Grundlinie dieses Dreiecks der geforderten Absenkung Δh_{gef} , und die Höhe dem geforderten Neigungswinkel φ_{gef} .

Aus den Orientierbarkeitsanforderungen an den TRIPLANAR lassen sich nun entsprechende Orientierbarkeitsanforderungen an den Ersatzmechanismus ableiten. Die sich ergebende Orientierbarkeitsfläche des Ersatzmechanismus hat die Form eines Rhombus. Dabei entspricht die vertikale Diagonale des Rhombus der geforderten Absenkung Δh_{gef} des TCP und die horizontale Diagonale entspricht dem doppelten geforderten Neigungswinkel $2\beta_{\text{gef}}$.

Jetzt können die Gleichungen aufgestellt werden, denen die Hauptabmessungen des TRIPLANAR d_p und l_s genügen müssen, um die Anforderungen an die Orientierbarkeit zu erfüllen. Zu diesem Zweck werden drei Lagen des Ersatzmechanismus betrachtet, die den Punkten **A**, **B**, **C** und **D** des geforderten Orientierbarkeitsraums entsprechen (siehe Bild 5.7). Diesen Punkten entsprechen folgende Lagen des Ersatzmechanismus:

Punkt **A**: $\Delta h = 0\text{m}$ und $\beta = 0^\circ$,

Punkt **B**: $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}} / 2$ und $\beta = \beta_{\text{gef}}$,

Punkt **C**: $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}}$ und $\beta = 0^\circ$,

Punkt **D**: $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}} / 2$ und $\beta = -\beta_{\text{gef}}$.

Wenn mit einer TRIPLANAR-Konfiguration die Lagen, die den Punkten **A**, **B**, **C** und **D** des geforderten Orientierbarkeitsbereichs entsprechen, realisiert werden können, dann kann angenommen werden, dass auch alle anderen durch die Orientierbarkeitsfläche repräsentierten Lagen realisiert werden können (vergleiche Abschnitt 5.5.4).

Zunächst werden die Bedingungen formuliert, die den Bereich für das Wertepaar der Hauptabmessungen $\{d_p, l_s\}$ liefern, ohne dass die endlichen Abmessungen des Stators berücksichtigt werden. Die dem Punkt **A** entsprechende Lage kann offenbar von jeder TRIPLANAR-Konfiguration realisiert werden. Damit mit dem Ersatzmechanismus Lagen realisiert werden können, die dem Punkt **C** entsprechen, muss – wie aus Bild 8.1 folgt – die Differenz zwischen der höchsten und niedrigsten Position des TCP ($h_{\text{max}} - h_{\text{min}}$) mindestens gleich Δh_{gef} sein.

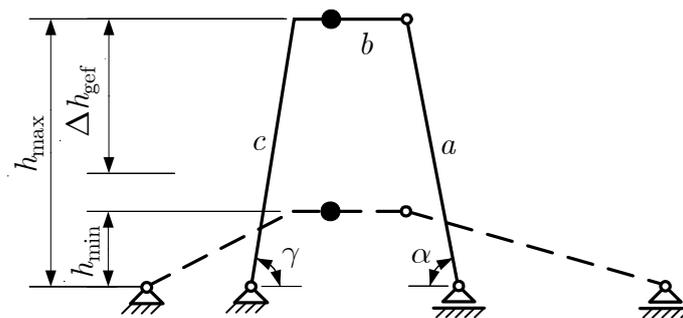


Bild 8.1 Zur Erklärung der Beweglichkeitsnebenbedingung (8.2)

Von oben ist die Differenz $(h_{\max} - h_{\min})$ dagegen nicht beschränkt. Mathematisch wird dieser Sachverhalt wie folgt ausgedrückt:

$$h_{\max} - h_{\min} \geq \Delta h_{\text{gef}}. \quad (8.2)$$

Zur Realisierung der Lage, die dem Punkt **B** der Orientierbarkeitsfläche entspricht, müssen die Parameter des Ersatzmechanismus zwei Bedingungen erfüllen, die den Wertebereich für die Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ von unten und oben beschränken. Die Bedingung für die untere Grenze wird aus der Betrachtung der tiefsten Position des TCP, in welcher der Winkel β_{gef} gerade noch realisierbar ist, gewonnen (siehe Bild 8.2-a).

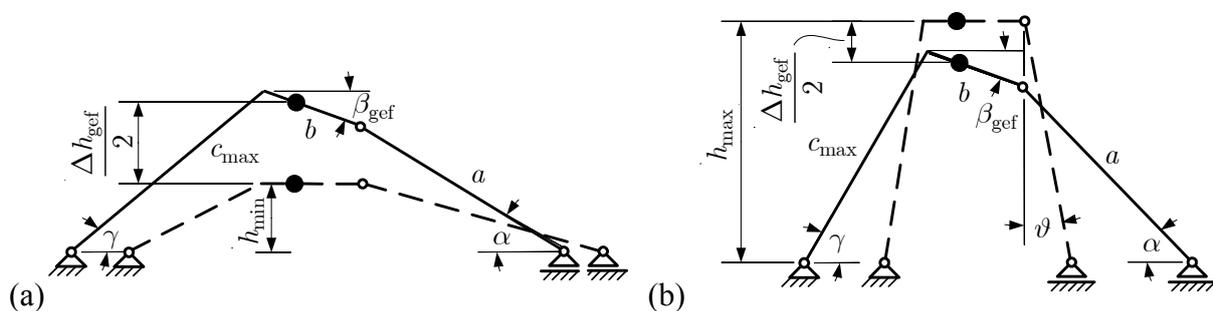


Bild 8.2 Zur Erklärung der Beweglichkeitsnebenbedingungen: (a) – (8.3), (b) – (8.4).

In diesem Fall ist $c = c_{\max}$. Gleichzeitig darf dabei die Höhe des tiefsten Punktes der Plattform den Wert h_{\min} nicht unterschreiten. Dieser Sachverhalt wird durch folgendes System von Ungleichungen ausgedrückt:

$$\begin{cases} c_{\max} \sin \gamma - \frac{b \sin \beta_{\text{gef}}}{3} - \frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2} - h_{\min} \geq 0, \\ c_{\max} \sin \gamma - b \sin \beta_{\text{gef}} - h_{\min} \geq 0. \end{cases} \quad (8.3)$$

Die Bedingung für die obere Grenze wird aus der Betrachtung der höchsten Position des TCP, in welcher der Winkel β_{gef} gerade noch realisierbar ist, gewonnen (siehe Bild 8.2-b). Die entsprechende Ungleichung hat die Form:

$$h_{\max} - \frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2} - c_{\max} \sin \gamma + \frac{b \sin \beta_{\text{gef}}}{3} \geq 0. \quad (8.4)$$

Aus der Analyse der Graphen im Bild 5.7 kann festgestellt werden, dass es auch in der Lage, die dem Punkt **D** der Orientierbarkeitsfläche entspricht, eine obere und eine untere Grenze für den Bereich der Wertepaare $\{d_P, l_S\}$ gibt. Zur Ermittlung der analytischen Zusammenhänge, die diese Grenzen repräsentieren, werden die untere (Bild 8.3-a) und obere (Bild 8.3-b) Lagen des Ersatzmechanismus betrachtet, in denen der Winkel $\beta = -\beta_{\text{gef}}$ gerade noch erreichbar ist.

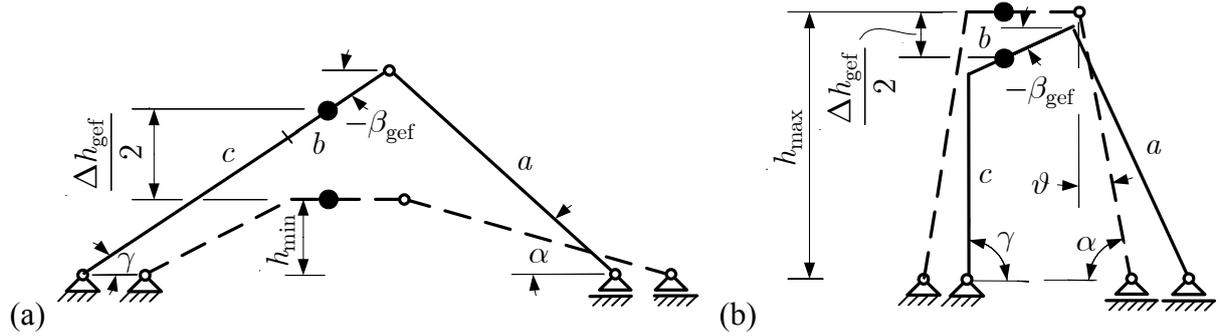


Bild 8.3 Zur Erklärung der Beweglichkeitsnebenbedingungen: (a) – (8.3), (b) – (8.4).

In der niedrigsten zulässigen Lage darf außerdem die Höhe des tiefsten Punktes der Plattform den Wert h_{\min} nicht unterschreiten. Aus dem Bild 8.3-a ergeben sich folgende Ungleichungen:

$$\begin{cases} \left(\frac{l_S}{2} + \frac{d_P}{4} \right) \sin \beta_{\text{gef}} - h_{\min} - \frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2} \geq 0, \\ \left(\frac{l_S}{2} - \frac{d_P}{4} \right) \sin \beta_{\text{gef}} - h_{\min} \geq 0. \end{cases} \quad (8.5)$$

Die aus der Betrachtung der höchsten zulässigen Lage (Bild 8.3-b) folgende Grenzlinie wird durch die Ungleichung

$$h_{\max} - \frac{\Delta h_{\text{gef}}}{2} - \frac{d_P}{4} \sin \beta_{\text{gef}} - c(l_S, d_P) \Big|_{\substack{\Delta h = \Delta h_{\text{gef}}/2 \\ \beta = -\beta_{\text{gef}}}} \geq 0 \quad (8.6)$$

beschrieben. In den Beziehungen (8.2), (8.3), (8.4), (8.5) und (8.6) gelten für die minimale und maximale Höhe des TCP jeweils

$$h_{\min} = l_S \sin \alpha_{\min}, \quad (8.7)$$

$$h_{\max} = l_S \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta}. \quad (8.8)$$

Dabei ist ϑ der Winkel zwischen der Strebe und der Normalenrichtung zur Statoroberfläche bei der höchsten Position des TCP. Für $\sin \vartheta$ gelten in Abhängigkeit vom Verhältnis des Plattformdurchmessers zu den Antriebsabmessungen sowie vom Verhältnis der Antriebsabmessungen unter einander folgende Beziehungen:

$$\sin \vartheta = \begin{cases} 0, & \text{wenn } \left(d_P \geq \frac{2b_A}{\sqrt{3}} \right) \wedge \left(d_P \geq \frac{4a_A}{3} \right), \\ \frac{2b_A - d_P \sqrt{3}}{2l_S \sqrt{3}}, & \text{wenn } \left(\left(d_P < \frac{2b_A}{\sqrt{3}} \right) \vee \left(d_P < \frac{4a_A}{3} \right) \right) \wedge \left(\frac{2b_A}{\sqrt{3}} \geq \frac{4a_A}{3} \right), \\ \frac{4a_A - 3d_P}{6l_S}, & \text{wenn } \left(\left(d_P < \frac{2b_A}{\sqrt{3}} \right) \vee \left(d_P < \frac{4a_A}{3} \right) \right) \wedge \left(\frac{2b_A}{\sqrt{3}} < \frac{4a_A}{3} \right). \end{cases} \quad (8.9)$$

Des Weiteren erhält man aus geometrischen Betrachtungen am TRIPLANAR-Modell die Gleichung für die maximale Länge des Gliedes c des Ersatzmechanismus in Abhängigkeit vom Verhältnis des Plattformdurchmessers zu den Antriebsabmessungen

$$c_{\max} = \begin{cases} l_S, & \text{wenn } d_P \geq \frac{2}{\sqrt{3}} b_A, \\ \sqrt{l_S^2 - \left(\frac{1}{2} b_A - \frac{\sqrt{3}}{4} d_P\right)^2}, & \text{wenn } d_P < \frac{2}{\sqrt{3}} b_A \end{cases} \quad (8.10)$$

und die Gleichung für den Winkel γ bei $c = c_{\max}$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta_{\text{gef}} - \arccos \left(\frac{\sqrt{l_S^2 - \left(\frac{b_A}{\sqrt{3}} - \frac{d_P}{2}\right)^2}}{c_{\max}} \right). \quad (8.11)$$

Nun werden die Nebenbedingungen formuliert, die den Einfluss der endlichen lateralen Abmessungen des Stators auf die Orientierbarkeit des TRIPLANAR berücksichtigen. Die endlichen Abmessungen des Stators wirken sich offenbar einschränkend auf die Orientierbarkeit einer TRIPLANAR-Konfiguration aus, weil dadurch die maximale Ausdehnung des TRIPLANAR in den lateralen Richtungen begrenzt wird. Zur Aufstellung der Nebenbedingungen werden nun die maximalen, mit den Statorabmessungen a_{St} und b_{St} konformen Ausdehnungen des TRIPLANAR in Richtungen der x - und der y -Achse betrachtet.

Die maximale Ausdehnung des TRIPLANAR innerhalb des geforderten Orientierbarkeitsraums in Richtung der x -Achse wird in der Lage, die durch

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_{\max}, \\ \psi = 90^\circ, \\ \Delta h = \Delta h_{\max} / 2 \end{cases} \quad (8.12)$$

charakterisiert ist, erreicht. Die entsprechende Lage des Ersatzmechanismus ist dadurch gegeben, dass $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}} / 2$ und $\beta = \beta_{\text{gef}}$ ist. Damit diese Lage mit den Abmessungen des Stators und der Antriebe konform ist, muss das Wertepaar der Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ die Ungleichungen

$$\begin{cases} \frac{1}{2} d_P \cos \beta_{\text{gef}} + l_S \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + \frac{a_A}{2} \leq \frac{a_{\text{St}}}{2}, \\ b_A \leq \frac{b_{\text{St}}}{2} \end{cases} \quad (8.13)$$

erfüllen.

Die maximale Ausdehnung des TRIPLANAR in Richtung der y -Achse wird in der Lage erreicht, die der tiefsten Position des TCP innerhalb des geforderten Orientierbarkeitsraums entspricht. Diese Lage wird durch

$$\begin{cases} \varphi = 0^\circ, \\ \psi = 90^\circ, \\ \Delta h = \Delta h_{\text{gef}} \end{cases} \quad (8.14)$$

beschrieben. Sie entspricht der Lage des Ersatzmechanismus, die durch $\Delta h = \Delta h_{\text{gef}}$ und $\beta = 0^\circ$ gegeben ist. Damit diese Lage mit den Abmessungen des Stators konform ist, muss das Wertepaar der Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ die Ungleichungen (8.15) erfüllen.

$$\begin{cases} \frac{d_P}{2} + \sqrt{l_S^2 - (h_{\text{max}} - \Delta h_{\text{gef}})^2} + \frac{a_A}{2} \leq \frac{a_{\text{St}}}{2}, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{d_P}{2} + \sqrt{l_S^2 - (h_{\text{max}} - \Delta h_{\text{gef}})^2} \right) + \frac{b_A}{2} \leq \frac{b_{\text{St}}}{2}. \end{cases} \quad (8.15)$$

Die Beziehungen (8.2), (8.3), (8.4), (8.13) und (8.15) definieren jeweils Wertebereiche für die Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ des TRIPLANAR, die aus der Sicht der jeweiligen Nebenbedingung möglich sind. Die gemeinsame Schnittmenge dieser Wertebereiche stellt offenbar denjenigen Wertebereich der Hauptabmessungen dar, der allen Beweglichkeitsnebenbedingungen genügt. Aus diesem Wertebereich sind die optimalen Werte der Hauptabmessungen hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* in der kritischen Lage zu ermitteln.

Die Nebenbedingungen stellen nichtlineare algebraische Ungleichungen hinsichtlich der Hauptabmessungen d_P und l_S mit variabler Struktur dar. Sie sind wesentlich komplizierter als dies im Falle idealisierter Antriebe der Fall war und sind explizit bezüglich d_P und l_S nicht auflösbar. Deshalb werden die Ungleichungen numerisch gelöst.

Da die lateralen Abmessungen des Stators a_{St} und b_{St} sowie der Läufer a_A und b_A im Allgemeinen jeweils unterschiedlich sind, müssen bei der Bestimmung des zulässigen Wertebereiches der Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ des TRIPLANAR die vier Varianten:

1. $a_A \geq b_A \wedge a_{\text{St}} \geq b_{\text{St}}$,
2. $a_A \geq b_A \wedge a_{\text{St}} < b_{\text{St}}$,
3. $a_A < b_A \wedge a_{\text{St}} \geq b_{\text{St}}$,
4. $a_A < b_A \wedge a_{\text{St}} < b_{\text{St}}$

untersucht werden. Gewählt wird letztlich die Variante, die den größten Bereich für das Wertepaar der Hauptabmessungen $\{d_P, l_S\}$ des TRIPLANAR liefert.

8.3.3 Methodik zur Bestimmung der maximalen nutzbaren Antriebskraft

Basierend auf den vorangegangenen Ausführungen kann nun eine Methodik zur Bestimmung der Konfiguration eines TRIPLANAR auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe angegeben werden, der in seiner kritischen Lage den maximalen Wert der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* aufweist. Die kritische Lage selbst und der Wert der Kraft F_{An}^* werden ebenfalls bestimmt.

1. Spezifikation der planaren Hybridschrittmotorantriebe durch Angabe der Abmessungen des Stators $\{a_{St}, b_{St}\}$ und der Läufer $\{a_A, b_A\}$ sowie der maximalen Kraft pro Antriebsachse F_{pAmax} ;
2. Festlegen des geforderten Orientierbarkeitsraums für den TRIPLANAR durch die Vorgabe der geforderten Absenkung des TCP Δh_{gef} und des geforderten Neigungswinkels $\varphi_{gef}(\Delta h_{gef}/2)$ der Plattform;
3. Ermittlung des zulässigen Wertebereiches für die Hauptabmessungen des TRIPLANAR d_P und l_S , die den Beweglichkeitsnebenbedingungen (8.2), (8.3), (8.4), (8.13) und (8.15) genügen;
4. Bestimmung der Höhe der Plattform h_P und des Strebendurchmessers d_S nach den Beziehungen (5.31) und (5.35) für jedes Wertepaar der Hauptabmessungen;
5. Ermittlung für jedes Wertepaar der Hauptabmessungen der kritischen Lage innerhalb des geforderten Orientierbarkeitsraums, in der die höchste interne Kraft auftritt;
6. Bestimmung der nutzbaren Antriebskraft F_{An}^* in der kritischen Lage;
7. Bildung einer Matrix aus den Werten $F_{An}^*(d_P, l_S)$;
8. Ermittlung der Hauptabmessungen des TRIPLANAR, die dem maximalen Wert F_{An}^* entspricht.

Für die einzelnen Schritte dieser Methodik wurden Routinen als M-Files zur Simulation mit der Software Matlab® realisiert und erprobt.

8.4 Bestimmung der maximalen kompensierbaren externen Kräfte und Momente

Ist für einen vorgegebenen Antrieb die TRIPLANAR-Konfiguration, die unter Einhaltung der definierten Nebenbedingungen in ihren kritischen Lagen den höchsten Betrag der Kraft F_{An}^* aufweist, sowie die eigentliche kritische Lage und der Betrag der Kraft F_{An}^* bestimmt, so

können die mit dieser Kraft kompensierbaren applikationsbedingten Kräfte und Momente ermittelt werden. Damit in allen Lagen, die durch den Orientierbarkeitsraum repräsentiert werden, den am Endeffektor angreifenden Kräften und Momenten überhaupt entgegen gewirkt werden kann, muss natürlich

$$F_{\text{An}}^* > 0 \quad (8.16)$$

sein. Die applikationsbedingten Kräfte und Momente können im Allgemeinen an einem beliebigen Punkt am Endeffektor angreifen und sowohl nach dem Betrag als auch nach der Richtung beliebige Funktionen der Zeit sein. Unabhängig vom Angriffspunkt können diese Kräfte und Momente auf eine Kraft und ein Moment am TCP – die externe Kraft F_e und das externe Momente M_e – reduziert werden, die demzufolge auch beliebige zeitliche Funktionen sein können (vergleiche Abschnitt 4.3). Die Kraft F_e und das Moment M_e können jeweils als Summe zweier Vektoren dargestellt werden:

$$F_e = F_{e\perp} + F_{e\parallel}, \quad (8.17)$$

$$M_e = M_{e\perp} + M_{e\parallel}. \quad (8.18)$$

Dabei sind $F_{e\perp}$ und $M_{e\perp}$ Vektoren, die in Richtung der z -Achse, also senkrecht zur Statoroberfläche, gerichtet sind; $F_{e\parallel}$ und $M_{e\parallel}$ sind Vektoren, die in der xy -Ebene, also parallel zur Statoroberfläche, liegen. Im Folgenden werden die Beträge der in den kritischen Lagen kompensierbaren externen Kräfte $F_{e\perp}$, $F_{e\parallel}$ und externer Momente $M_{e\perp}$, $M_{e\parallel}$ ermittelt.

Im Abschnitt 8.5 wird gezeigt, dass die kritischen Lagen für die zu evaluierenden Antriebe durch folgende Werte der Lageparameter gegeben sind:

$$\begin{cases} \Delta h = \Delta h_{\text{gef}}, \\ \psi = 0^\circ, \\ \varphi = 0^\circ, \\ \theta = 0^\circ, \dots, 360^\circ. \end{cases} \quad (8.19)$$

8.4.1 Bestimmung der kompensierbaren senkrechten Komponente der externen Kraft

Greift in einer durch (8.19) definierten Lage des TRIPLANAR am TCP eine senkrecht zur Statoroberfläche verlaufende externe Kraft $F_{e\perp}$ an, so ist der ungünstigste Fall dann gegeben, wenn die Kraft in Richtung der negativen z -Achse gerichtet ist.

$$\mathbf{F}_{e\perp} = -F_{e\perp} \mathbf{e}_z \quad (8.20)$$

Da bei diesem Belastungsfall des TRIPLANAR alle Antriebe mit der gleichen Kraft wirken müssen, ist der ungünstigste Fall weiterhin dadurch charakterisiert, dass einer der Antriebe (der Bestimmtheit halber der erste Antrieb) so ausgerichtet ist, dass nur eine Antriebsachse wirken kann. Dies ist unter anderem bei $\theta = 0^\circ$ der Fall. In dieser Lage hat auch die Kraft F_{An}^* ihr Minimum. Deshalb muss auch der Maximalwert der in einer kritischen Lage kompensierbaren externen Kraft $\mathbf{F}_{e\perp}$ in dieser Lage berechnet werden. Die beschriebene Lage kann mit Hilfe des Ersatzmechanismus modelliert werden (Bild 8.4).

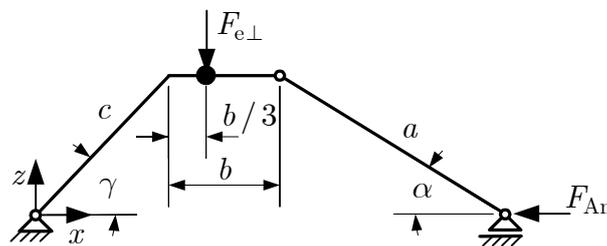


Bild 8.4 Ersatzmechanismus mit eingezeichneten Kräften zur Berechnung des Maximalwerts der in einer kritischen Lage kompensierbaren senkrechten Komponente der externen Kraft.

Die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen und Auflösung nach $F_{e\perp}$ erhält man die Gleichung

$$F_{e\perp} = F_{An}^* \cdot \frac{\tan \alpha (a \cos \alpha + b + c \cos \gamma)}{(c \cos \gamma + b/3)} \quad (8.21)$$

zur Berechnung des Maximalwerts der in einer kritischen Lage kompensierbaren senkrechten Komponente der externen Kraft.

8.4.2 Bestimmung der kompensierbaren waagerechten Komponente der externen Kraft

Greift in einer durch (8.19) definierten Lage des TRIPLANAR am TCP eine parallel zur Statoroberfläche verlaufende externe Kraft $\mathbf{F}_{e\parallel}$ an, so liegt, bezogen auf den ersten Antrieb, der ungünstigste Fall dann vor, wenn die Kraft die Richtung der positiven x' -Achse hat. Da die Kraft F_{An}^* ihr Minimum bei $\theta = 0^\circ$ hat, muss auch der Maximalwert der in einer kritischen Lage kompensierbaren externen Kraft $\mathbf{F}_{e\parallel}$ in dieser Lage berechnet werden. Deshalb muss

$$\mathbf{F}_{e\parallel} = F_{e\parallel} \mathbf{e}_x \quad (8.22)$$

angesetzt werden. Die entsprechende Lage kann ebenfalls mit Hilfe des Ersatzmechanismus modelliert werden (Bild 8.5).

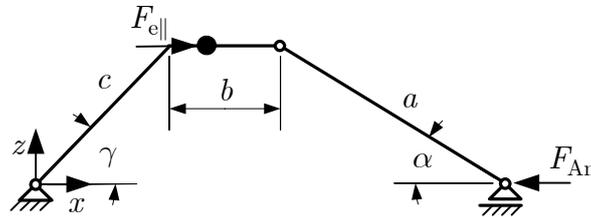


Bild 8.5 Ersatzmechanismus mit eingezeichneten Kräften zur Berechnung des Maximalwerts der in einer kritischen Lage kompensierbaren waagerechten Komponente der externen Kraft.

Durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen und Auflösung nach $F_{e\parallel}$ erhält man die Gleichung

$$F_{e\parallel} = F_{An}^* \cdot \frac{\tan \alpha (a \cos \alpha + b + c \cos \gamma)}{c \sin \gamma} \quad (8.23)$$

zur Berechnung des Maximalwerts der kompensierbaren waagerechten Komponente der externen Kraft.

8.4.3 Bestimmung der kompensierbaren waagerechten Komponente des externen Moments

Wenn in der kritischen Lage des TRIPLANAR am TCP ein externes Moment $M_{e\parallel}$ um eine waagerechte Achse angreift, so liegt, bezogen auf den ersten Antrieb, der ungünstigste Fall dann vor, wenn das Moment um die positive y' -Achse wirkt. Da wiederum die Kraft F_{An}^* für den ersten Antrieb ihr Minimum bei $\theta = 0^\circ$ hat, muss auch der Maximalwert des in einer kritischen Lage kompensierbaren externen Moments $M_{e\parallel}$ in dieser Lage berechnet werden. Deshalb muss

$$\mathbf{M}_{e\parallel} = M_{e\parallel} \mathbf{e}_y \quad (8.24)$$

angesetzt werden. Die entsprechende Lage kann mit Hilfe des Ersatzmechanismus nach Bild 8.6 modelliert werden.

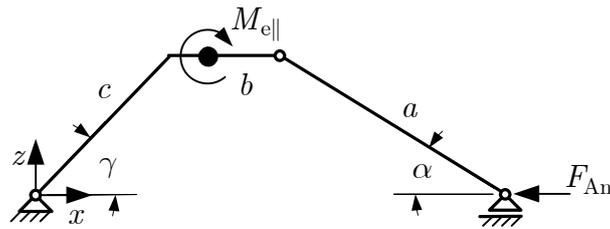


Bild 8.6 Ersatzmechanismus mit eingezeichneten Kräften und Momenten zur Berechnung des Maximalwerts eines externen Moments um eine waagerechte Achse.

Durch Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen und Auflösung nach $M_{e||}$ erhält man die Gleichung

$$M_{e||} = F_{An}^* \cdot \tan \alpha (a \cos \alpha + b + c \cos \gamma) \quad (8.25)$$

zur Berechnung des Maximalwerts des in einer kritischen Lage kompensierbaren externen Moments um eine waagerechte Achse.

8.4.4 Bestimmung der kompensierbaren senkrechten Komponente des externen Moments

Die senkrechte Komponente des externen Moments hat die Richtung der positiven z -Achse.

$$M_{e\perp} = M_{e\perp} e_z \quad (8.26)$$

Untersuchen wir zunächst die Abhängigkeit des kompensierbaren Moments um eine senkrechte Achse vom Winkel θ . Dazu betrachten wir als erstes das Gleichgewicht der Kräfte und Momente an den Antrieben (siehe Bild 8.7). Jeder Antrieb muss gleichzeitig die interne Kraft F_i und einen Teil des Moments $M_{e\perp}$ kompensieren. Daraus folgt, dass die x - und y -Komponenten der Antriebskräfte nicht unabhängig von einander bestimmt werden können.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen für die Antriebe erhält man

$$\begin{cases} M_{e\perp}^k = \frac{l}{\sin \lambda^k} (F_{Ax}^k - F_i \cos \lambda^k) & , k = \text{I, II, III}; \\ F_{Ax}^k \cos \lambda^k + F_{Ay}^k \sin \lambda^k + F_i = 0 & , k = \text{I, II, III}. \end{cases} \quad (8.27)$$

wobei für den Hebelarm $l = l_S \cos \alpha + d_P / 2$ gilt und für die Winkel λ^k die Gleichungen

$$\begin{aligned} \lambda^{\text{I}} &= \theta, \\ \lambda^{\text{II}} &= \theta + 120^\circ, \\ \lambda^{\text{III}} &= \theta + 240^\circ \end{aligned} \quad (8.28)$$

gelten. Die zweite Gleichung in (8.27) stellt eine Bedingung dar, der die x - und y -Komponenten der Antriebskräfte genügen müssen.

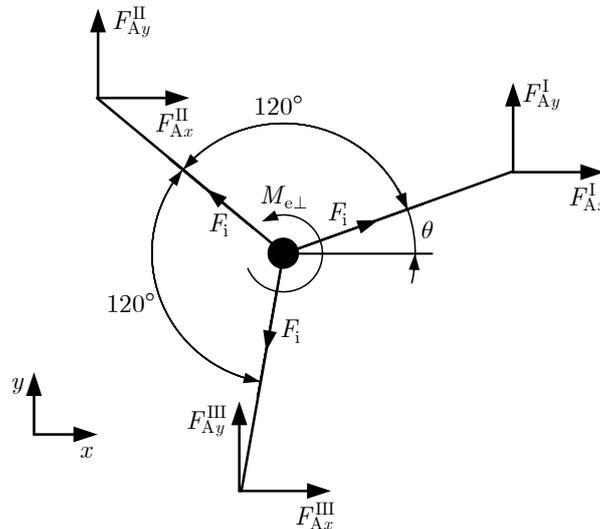


Bild 8.7 Ersatzmechanismus mit eingezeichneten Kräften und Momenten zur Berechnung des Maximalwerts eines externen Moments um eine waagerechte Achse.

Da die Antriebskräfte begrenzt sind, müssen außerdem die Bedingungen

$$|F_{Ax}^k| \leq F_{pA \max} \quad \text{und} \quad |F_{Ay}^k| \leq F_{pA \max} \quad (8.29)$$

erfüllt werden. Die Momente $M_{e\perp}^k$ sind für alle Winkel θ proportional zu F_{Ax}^k . Bei der Bestimmung der jeweiligen kompensierbaren Momente $M_{e\perp}^k$ sollte deshalb von den Wertepaaren der Kräfte $\{F_{Ax}^k, F_{Ay}^k\}$, die der zweiten Gleichung in (8.27) genügen, immer dasjenige gewählt werden, das für den jeweiligen Winkel λ^k den Maximalwert von F_{Ax}^k enthält. Dies gilt für alle drei Antriebe. Um nun das von den drei Antrieben kompensierbare externe Moment um die senkrechte Achse zu untersuchen, wird die Summe der kompensierbaren Teilmomente gebildet.

$$M_{e\perp}(\theta) = l \cdot \sum_{k=I}^{k=III} \frac{F_{Ax}^k - F_i \cos \lambda^k}{\sin \lambda^k} \quad (8.30)$$

Die Funktion (8.30) erreicht ihren Maximalwert bei $\theta = 45^\circ + n \cdot 60^\circ$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Das Minimum wird bei $\theta = 15^\circ + n \cdot 60^\circ$, $n = 1, 2, 3, \dots$ erreicht.

Der Maximalwert des in einer kritischen Lage kompensierbaren externen Moments $M_{e\perp}$ kann demzufolge mit der Beziehung (8.30) bei $\theta = 15^\circ$ berechnet werden.

8.5 Numerische Evaluierung des TriPlanar auf der Basis existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe

Auf der Grundlage der im Abschnitt 8.3.3 formulierten Methodik und den im Abschnitt 8.4 formulierten Gleichungen werden nun drei planare Hybridschrittmotorantriebe für den Einsatz im TRIPLANAR evaluiert, die sich dadurch auszeichnen, dass sie entlang beider Achsen die gleiche maximale Antriebskraft entwickeln können. In der Tabelle 8.1 sind die Daten dieser Planarantriebe zusammengetragen.

Tabelle 8.1 Daten der Planarantriebe der Firma IDAM GmbH und Ruch Servomotor. Quelle: [www7].

	1. Antrieb PF-25-75-2-3	2. Antrieb PF-23-90-2-1,5	3. Antrieb PF-24-170-2-3
Läuferabmessungen $a_A \times b_A \times h_A$ [mm]	146 × 154 × 23	181 × 240 × 25	230 × 280 × 25
Statorabmessungen $a_{St} \times b_{St} \times h_{St}$ [mm]	1500 × 1000 × 150	1500 × 1000 × 150	1500 × 1000 × 150
Maximale Antriebskraft pro Achse [N]	75	90	170
Masse der Läufer [kg]	1,8	2,1	3,2

Da hier die maximal erreichbaren Werte für die Kraft F_{An}^* bestimmt werden sollen, wird für jeden Antrieb der größte kommerziell verfügbare Stator vorausgesetzt. Als Werkstoff für die Plattform und die Streben des TRIPLANAR wird Aluminium vorausgesetzt.

8.5.1 Bestimmung der nutzbaren Antriebskräfte

Die nutzbaren Antriebskräfte in den kritischen Lagen werden nach der im Abschnitt 8.3.3 dargestellten Methodik ermittelt.

1. Spezifikation des zu evaluierenden Antriebs.

Die Abmessungen des Läufers (a_A , b_A , h_A) und des Stators (a_{St} , l_{St}) sowie der Wert für die maximale Kraft pro Antriebsachse F_{pAmax} für den jeweiligen Antrieb sind der Tabelle 8.1 zu entnehmen;

2. Festlegen des geforderten Orientierbarkeitsraums.

Es werden die gleichen Forderungen an den Orientierbarkeitsraum gestellt, die zur Entwicklung des TRIPLANAR-Prototyps geführt haben, nämlich

$$\Delta h_{\text{gef}} = 0,25\text{m} \quad \text{und}$$

$$\beta_{\text{gef}}(\Delta h_{\text{gef}} / 2) = 30^\circ.$$

3. Bestimmung des zulässigen Wertebereiches für die Hauptabmessungen d_p und l_s .

Die Wertebereiche für die Hauptabmessungen des TRIPLANAR sind für die drei Antriebe in Bild 8.10, Bild 8.9 und Bild 8.10 schraffiert dargestellt.

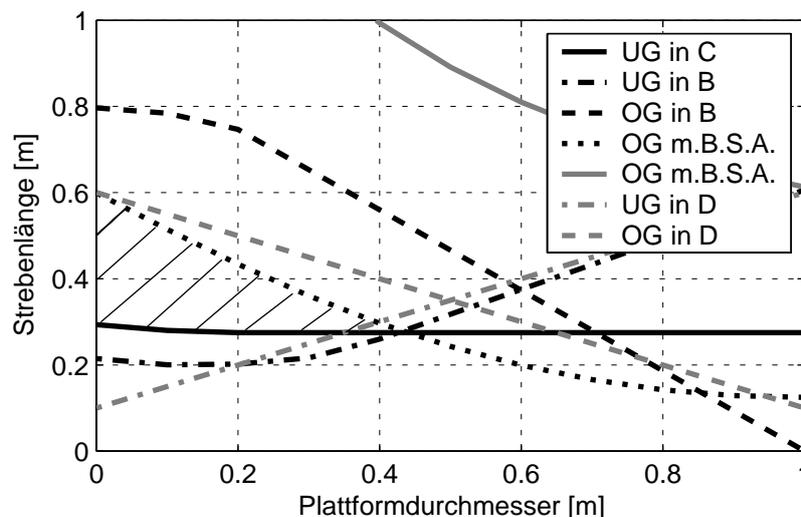


Bild 8.8 Zur Ermittlung des Wertebereiches (schraffierter Bereich) der Hauptabmessungen des TRIPLANAR für den ersten Antrieb nach Tabelle 8.1. In der Legende bedeuten: UG untere Grenze, OG obere Grenze, m.B.S.A. mit Berücksichtigung der Statorabmessungen.

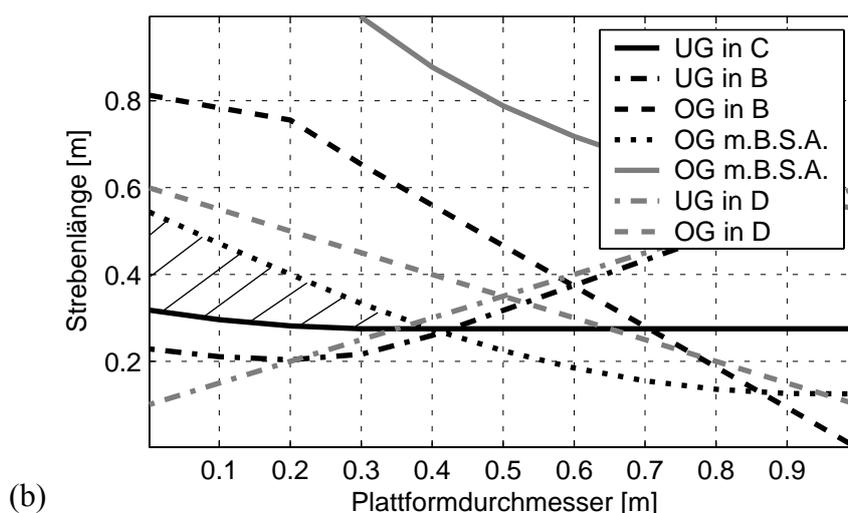


Bild 8.9 Zur Ermittlung des Wertebereiches (schraffierter Bereich) der Hauptabmessungen des TRIPLANAR für den zweiten Antrieb nach Tabelle 8.1. In der Legende bedeuten: UG untere Grenze, OG obere Grenze, m.B.S.A. mit Berücksichtigung der Statorabmessungen.

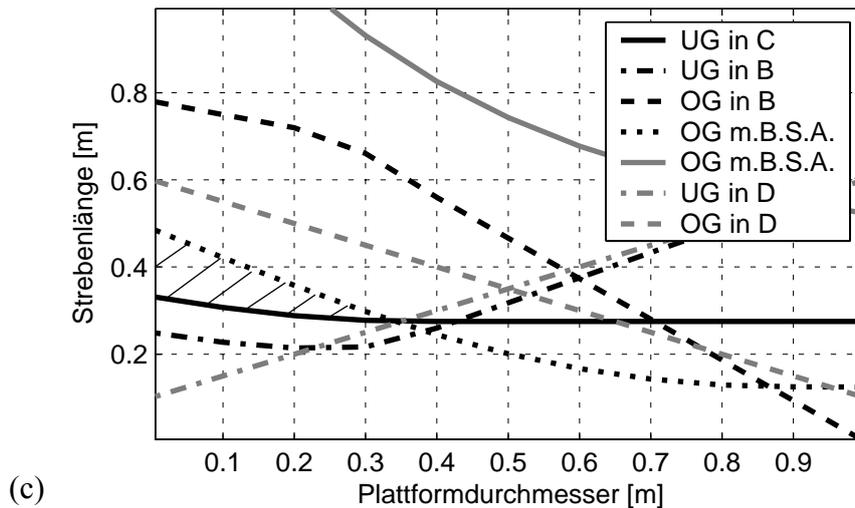


Bild 8.10 Zur Ermittlung des Wertebereiches (schraffierter Bereich) der Hauptabmessungen des TRIPLANAR für den dritten Antrieb nach Tabelle 8.1. In der Legende bedeuten: UG untere Grenze, OG obere Grenze, m.B.S.A. mit Berücksichtigung der Statorabmessungen.

4. Ermittlung für die zulässigen Wertepaare der Hauptabmessungen d_P und l_S der nutzbaren Antriebskräfte F_{An}^* in den kritischen Lagen.

Die Kraft F_{An}^* ist für die kinematisch zulässigen Werte der Hauptabmessungen für die drei Antriebe im Anhang C tabellarisch zusammengetragen. Im Bild 8.11 ist der gleiche Sachverhalt grafisch dargestellt, wobei zur besseren optischen Darstellung der Flächen die Interpolationsfunktionalität der Software Matlab benutzt wurde.

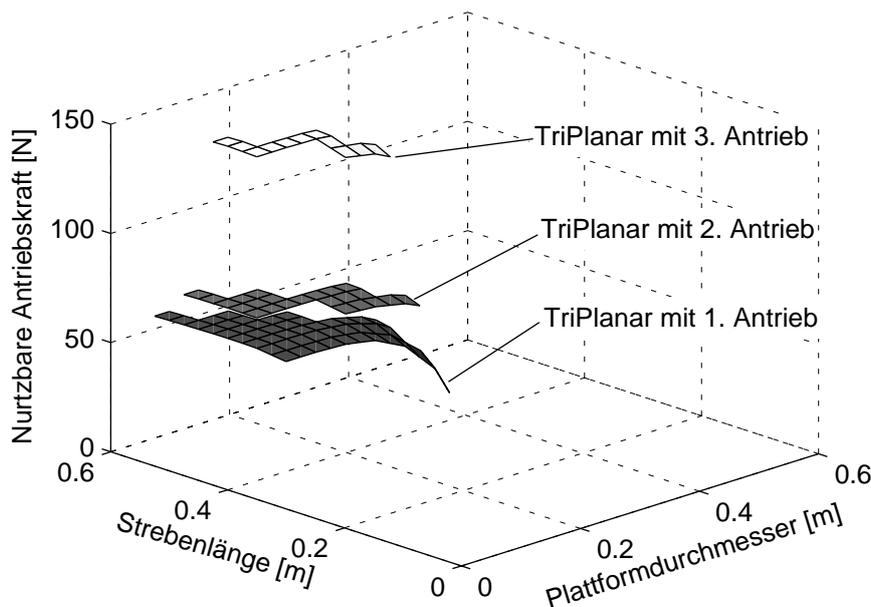


Bild 8.11 Abhängigkeit der Kraft F_{An}^* von den Hauptabmessungen l_S und d_P .

Tabelle 8.2 Zusammenfassung der maximalen Werte der Kraft F_{An}^* und der dazugehörigen Konfigurationen und kritischen Lagen für die drei Antriebe

	TRIPLANAR auf der Basis des		
	1. Antriebs	2. Antriebs	3. Antriebs
Kritische Lage (Δh [m], β [°])	(0,25; 0)	(0,25; 0)	(0,25; 0)
F_{An}^* [N]	69,37	83,26	157,28
d_P [m]	0,05	0,05	0,05
l_S [m]	0,4	0,4	0,4

Die maximalen Werte für die Kraft F_{An}^* sowie die ihnen entsprechenden Hauptabmessungen l_S und d_P des TRIPLANAR und die kritischen Lagen sind für die drei Antriebe in der Tabelle 8.2 zusammengefasst.

8.5.2 Bestimmung der kompensierbaren externen Kräfte und Momente

Ist die optimale TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft in der kritischen Lage ermittelt und ist der Wert der nutzbaren Antriebskraft in der kritischen Lage und die kritische Lage selbst spezifiziert, so können daraus mit den im Abschnitt 8.4 abgeleiteten Gleichungen die kompensierbaren externen Kräfte und Momente ermittelt werden. Die entsprechenden Daten sind in tabellarischer Form im Anhang C zusammengefasst. In den Bildern 8.12 bis 8.15 sind die Abhängigkeiten der in den kritischen Lagen kompensierbaren externen Kräfte und Momente graphisch dargestellt.

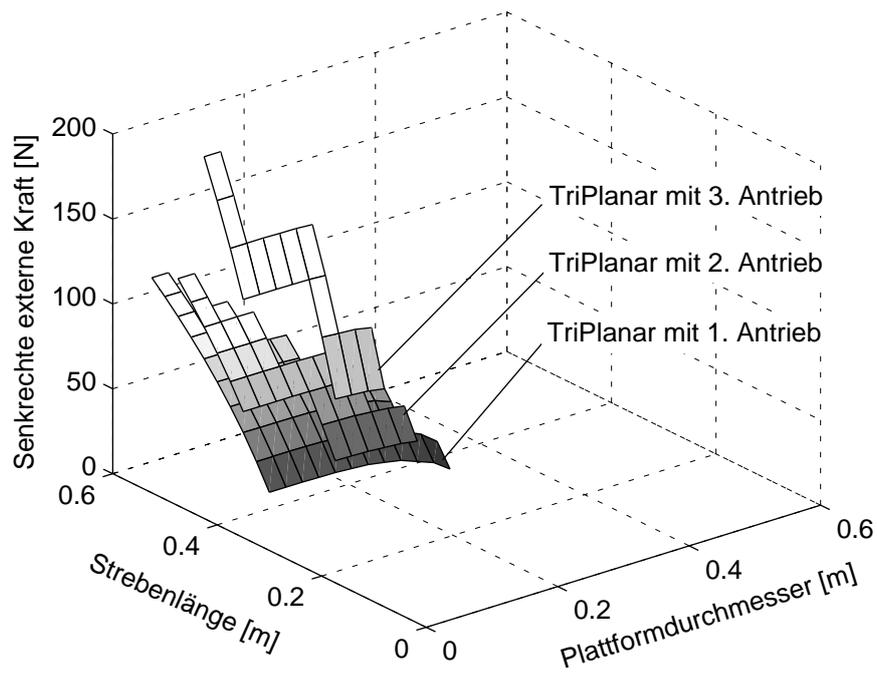


Bild 8.12 Abhängigkeit des Betrags der in den kritischen Lagen kompensierbaren senkrechten Komponente der externen Kraft von den Hauptabmessungen des TRIPLANAR.

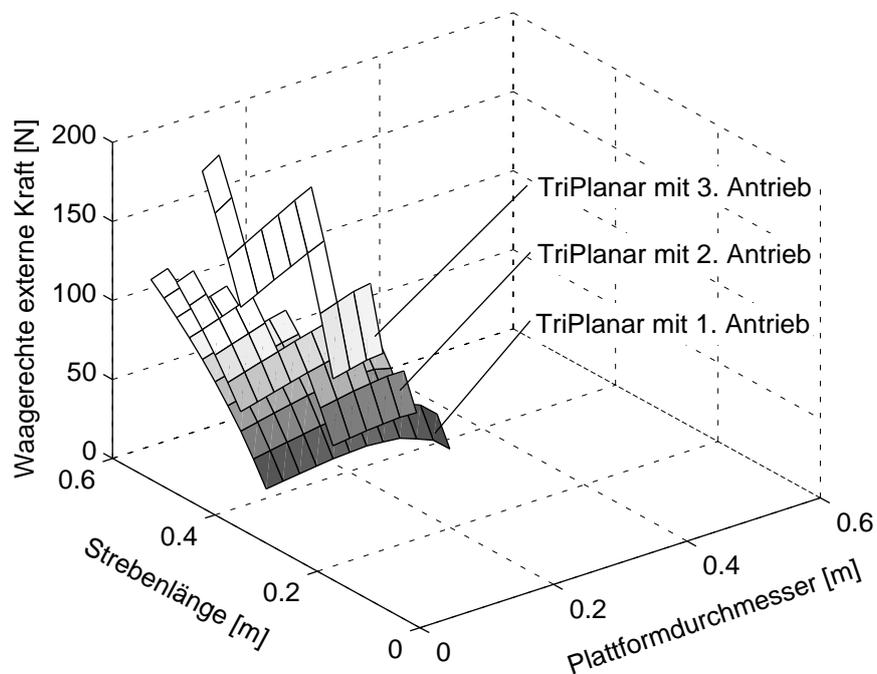


Bild 8.13 Abhängigkeit des Betrags der in den kritischen Lagen kompensierbaren waagerechten Komponente der externen Kraft von den Hauptabmessungen des TRIPLANAR.

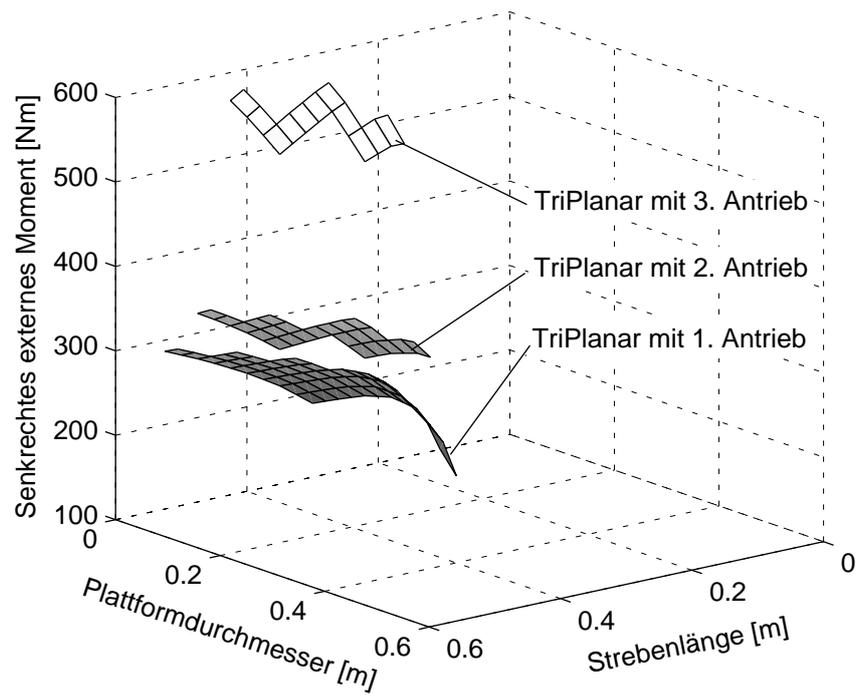


Bild 8.14 Abhängigkeit des Betrags der in den kritischen Lagen kompensierbaren senkrechten Komponente des externen Moments von den Hauptabmessungen des TRIPLANAR.

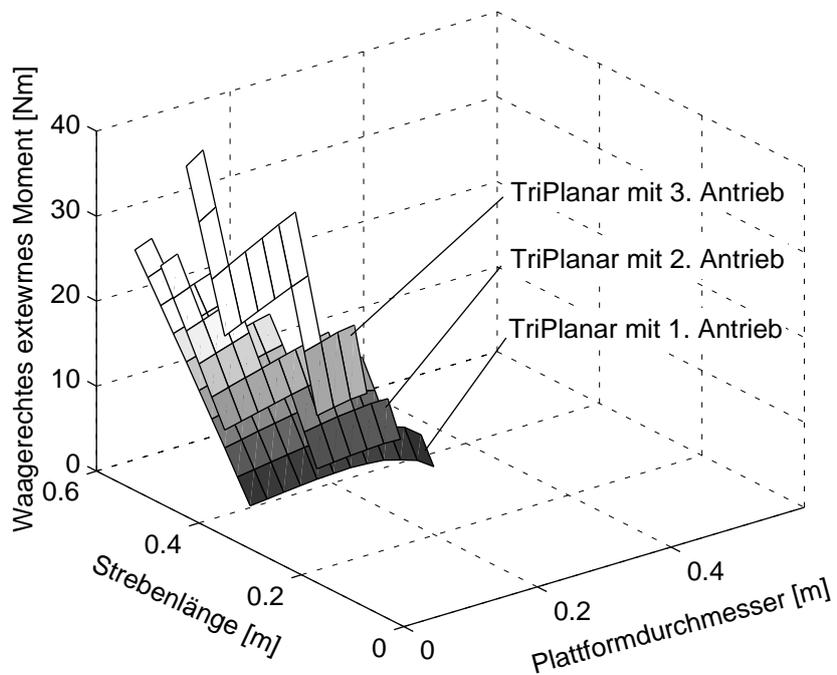


Bild 8.15 Abhängigkeit des Betrags der in den kritischen Lagen kompensierbaren waagerechten Komponente des externen Moments von den Hauptabmessungen des TRIPLANAR.

8.5.3 Analyse der Evaluierungsergebnisse

Durch die Analyse der Verläufe der nutzbaren Antriebskraft in den kritischen Lagen (siehe Bild 8.11 und Anhang C) kann festgestellt werden, dass in einem relativ großen Wertebereich für die Hauptabmessungen l_S und d_P der Wert der Kraft F_{An}^* sich wenig ändert. Die diesem Wertebereich der Hauptabmessungen entsprechenden TRIPLANAR-Konfigurationen sind aus der Sicht der Kraft F_{An}^* nahezu gleichberechtigt. Nur im Bereich großer d_P -Werte nimmt die Kraft F_{An}^* stark ab. TRIPLANAR-Konfigurationen, die diesen Kraftwerten entsprechen, sollten deshalb vermieden werden.

Wenn die höchste Position des TCP bei nicht senkrechter Stellung der Streben zur Statoroberfläche erreicht wird, führt der Einsatz größerer Antriebe auch zu größeren Werten der Kraft F_{An}^* . Dies ist also eine reale Möglichkeit die Kräfte am TRIPLANAR beträchtlich zu steigern. Allerdings müssen dabei Einschränkungen des Arbeitsraums und der Orientierbarkeit, die stark von der Position des TCP abhängt, in Kauf genommen werden. Außerdem rückt man tendenziell näher zu den singulären Stellen im Arbeitsraum, die in der Phase der Bahnplanung vermieden werden sollten. Mit Einbußen in der Geschwindigkeit des Endeffektors ist ebenfalls zu rechnen.

Aus den Verläufen der in den kritischen Lagen kompensierbaren externen Kräfte und Momente kann man feststellen, dass deren Abhängigkeit von der Strebenlänge l_S wesentlich stärker ist als vom Plattfordurchmesser. Während beide Komponenten der kompensierbaren Kraft die gleiche Größenordnung haben, ist die senkrechte Komponente des kompensierbaren Moments um eine Größenordnung höher als die waagerechte Komponente. Für die Ermittlung der TRIPLANAR-Konfiguration, die in den kritischen Lagen die höchsten kompensierbaren Kräfte und Momente aufweist, kann also eine Faustformel angegeben werden: Die Strebenlänge möglichst groß und der Plattfordurchmesser möglichst klein.

Aus dem geschilderten kann man ableiten, dass es durchaus lohnenswert ist, einen TRIPLANAR zielgerichtet für eine konkrete Applikation zu entwerfen, wenn vergleichsweise hohe Kräfte und Momente gefordert sind. Die Forderungen an den Arbeitsraum und die Orientierbarkeit sollten dabei so präzise wie möglich formuliert werden. Dann sind auch größere Antriebe einsetzbar, wodurch letztlich auch größere Kräfte erzeugt werden können.

Kapitel 9

Zusammenfassung

Die herausragenden Eigenschaften der Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben sind der große, auf die Abmessungen der mechanischen Struktur bezogene Arbeitsraum sowie die hohe und gleichmäßige Orientierbarkeit innerhalb des Arbeitsraums. Dadurch heben sie sich von anderen Parallelkinematikmaschinen-Klassen ab. Andererseits sind die auf Planarantrieben basierenden Parallelkinematikmaschinen, zu denen auch der in dieser Arbeit exemplarisch untersuchte TRIPLANAR gehört, typische mechatronische Systeme. Um das Potenzial dieser Maschinen möglichst voll auszuschöpfen, müssen sie als solche auch nach den Regeln der Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme, die in der VDI-Richtlinie 2206 dargestellt sind, entworfen werden. Dabei spielen die Aspekte der Erhöhung der nutzbaren Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente sowie der letztlich am Endeffektor verfügbaren Kräften und Momenten eine wichtige Rolle. Ein effektiver mechatronischer Entwurf setzt entsprechende Modelle, Methoden und Werkzeuge sowohl für die domänenspezifischen als auch für die domänenübergreifenden Entwurfsphasen voraus. Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse stellen insofern einen Beitrag zum Entwurf von Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben dar, als sie Modelle, Methoden, Werkzeuge und Erkenntnisse enthalten, die besonders effektiv in frühen Entwurfphasen eingesetzt werden können.

Anhand einer entwickelten Methodik wurden alle kinematischen Varianten zum Aufbau der auf Planarantrieben basierenden Parallelkinematikmaschinen mit den Freiheitsgraden drei bis sechs systematisch ermittelt und klassifiziert. Des Weiteren wurden die kinematischen Ketten, die als Basis zur Realisierung dieser Varianten dienen, ermittelt und systematisiert.

Die auf der Basis eines TRIPLANAR-Modells durchgeführte qualitative Betrachtung des dynamischen Verhaltens zeigt, dass bei typischen TRIPLANAR-Bahnen, die einen örtlich und zeitlich periodischen Charakter haben, der Einfluss der Trägheitskräfte auf die von den Antrieben zu kompensierenden Kräfte sehr gering ist und in erster Näherung vernachlässigt werden kann. Die kritischen Lagen des TRIPLANAR, in denen die Maxima der zu kompensierenden Kräfte auftreten, werden für alle TRIPLANAR-Konfigurationen im Orientierbarkeitsraum durch Punkte repräsentiert, die alle in der gleichen Ebene liegen. Deshalb können die zu untersuchenden kritischen Lagen für alle TRIPLANAR-Konfigurationen mit dem selben äquivalenten ebenen Ersatzmechanismus modelliert werden, wobei die Parameter dieses Ersatzmechanismus Funktionen der Hauptabmessungen der jeweiligen TRIPLANAR-Konfiguration und der modellierten Lage sind.

Ausgehend von dem Ersatzmechanismus wurde eine Methodik zur Bestimmung der optimalen TRIPLANAR-Konfiguration hinsichtlich der nutzbaren Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente entwickelt. Die Erfüllung der Anforderungen an den TRIPLANAR bezüglich der Festigkeit, der Stabilität, der Steifigkeit, der Dynamik sowie der Beweglichkeitseigenschaften wird dabei durch entsprechende Nebenbedingungen gewährleistet. Die mittels dieser Methodik durchgeführte exemplarische Optimierung des existierenden TRIPLANAR-Prototyps ergab, dass die nutzbaren Antriebskräfte mit den gleichen Antrieben und unter Einhaltung der gleichen Restriktionen bezüglich der Beweglichkeitseigenschaften um mehr als 50% gesteigert werden können.

Eine Möglichkeit die nutzbaren Antriebskräfte zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente effektiv zu steigern, stellt auch die Skalierung des TRIPLANAR dar, wobei die Hauptabmessungen des TRIPLANAR als Basisparameter der Skalierung dienen. Doch hat diese Möglichkeit ihre Grenzen. Für TRIPLANAR-Konfigurationen, die ihren vollen Orientierbarkeitsraum nutzen, existiert nämlich ein Grenzwert der in einer kritischen Lage nutzbaren Antriebskraft. Dieser Grenzwert liegt für die in planaren Hybridschrittmotorantrieben erreichbare Antriebskraftdichte $f_A = 0,25 \text{ N/cm}^2$ bei $F_{An}^* = 63 \text{ N}$ und kann durch keine TRIPLANAR-Konfiguration übertroffen werden, wenn keine Einschränkungen des Arbeits- und des Orientierbarkeitsraums durch die Antriebe zugelassen sind. Eine Steigerung dieses Werts kann nur durch Erhöhung der Antriebskraftdichte, unter anderem mittels neuer Antriebskonzepte, erfolgen.

Lässt man hingegen Einschränkungen des Arbeits- und des Orientierbarkeitsraums durch die Antriebe zu, so sind TRIPLANAR-Konfigurationen mit größeren Planarantrieben möglich, die

entsprechend höhere Antriebskräfte entwickeln können. Mit solchen Konfigurationen lassen sich auch zum Teil höhere nutzbare Antriebskräfte zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente in den kritischen Lagen realisieren. Dabei zeigt sich, dass die nutzbare Antriebskraft in einem relativ großen Bereich der Hauptabmessungen des TRIPLANAR sehr wenig von diesen abhängt.

Die in den kritischen Lagen kompensierbaren externen Kräfte und Momente weisen dagegen eine stärker ausgeprägte Abhängigkeit von den Hauptabmessungen auf. Man kann folgende Empfehlung formulieren: Damit möglichst hohen externen Kräften und Momenten entgegengewirkt werden kann, sollten TRIPLANAR-Konfigurationen mit möglichst großen Strebenlängen und möglichst kleinen Plattfordurchmessern aus dem kinematisch zulässigen Bereich der Hauptabmessungen bevorzugt werden. Dies wurde auch durch die Evaluierung einer Modellreihe planarer Hybridschrittmotorantriebe bestätigt. Die mit einem TRIPLANAR auf der Basis existierender planarer Hybridschrittmotorantriebe höchste erreichbare nutzbare Antriebskraft zur Kompensation applikationsbedingter Kräfte und Momente in der kritischen Lage beträgt etwa $F_{An}^* = 156 \text{ N}$. In den anderen Lagen sind natürlich höhere nutzbare Antriebskräfte erreichbar.

Eine weitere Möglichkeit, die am Endeffektor verfügbaren Kräfte und Momente zu steigern, bietet der Einsatz alternativer Planarantriebe ohne einen gemeinsamen Stator. Eine aus der Sicht der Antriebskraft besonders interessante Lösung ist der Einsatz von Kreuztischen auf der Basis von linearen Synchronantrieben, mit denen gegenwärtig die höchsten Antriebskraftdichten (mehr als 10 N/cm^2) erreicht werden. Diese Lösungen bleiben allerdings Fällen vorbehalten, in denen noch stärkere Einschränkungen der Beweglichkeitseigenschaften des TRIPLANAR hingenommen werden können.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen das Potenzial und die Grenzen der Parallelkinematikmaschinen auf der Basis von Planarantrieben hinsichtlich der erreichbaren Kräfte auf. Am Beispiel des TRIPLANAR wurde gezeigt, dass diese Parallelkinematikmaschinen prinzipiell auch für Applikationen mit höheren Anforderungen an die Kräfte und Momente am Endeffektor geeignet sind. Dies setzt allerdings einen sorgfältigen, auf die konkrete Applikation orientierten, mechatronischen Entwurf des Gesamtsystems voraus.

Anhang A

Übersicht der kinematischen Ketten, die zum Aufbau von Parallelkinematikmaschinen mit längenunveränderlichen Streben und beweglichen Fußpunkten geeignet sind

Tabelle A.1 Übersicht der aus vier Gliedern (einschließlich Gestell) bestehenden kinematischen Ketten bei denen die Summe der Gelenkfreiheitsgrade *sechs* beträgt. Dabei steht P für prismatische, S für sphärische, U für Universal- und R für Rotations- beziehungsweise Drehgelenke. Mit Klammern zusammengefasste Buchstaben stehen für ein Gelenk, das mehrere, in den Klammern aufgezählte Gelenkfreiheiten besitzt.

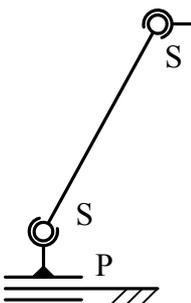
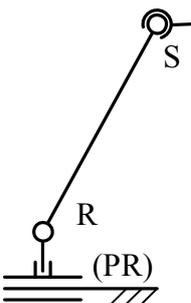
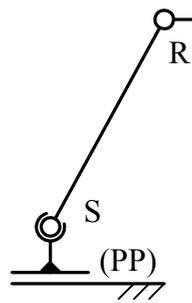
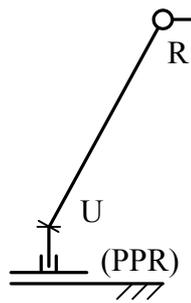
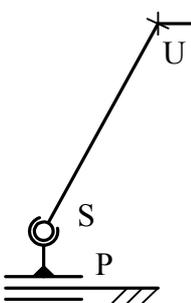
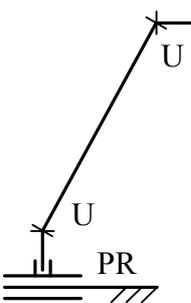
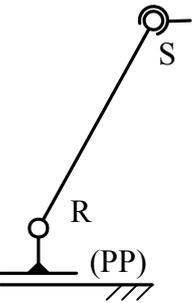
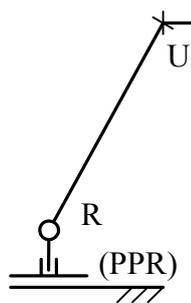
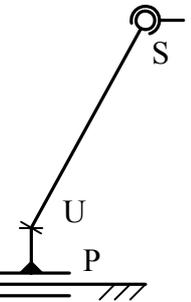
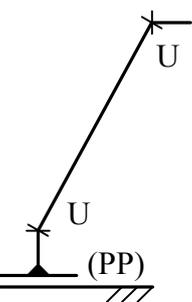
	Art des aktiven Gelenks zwischen Gestell und erstem Glied			
	P	(PR)	(PP)	(PPR)
	1	2	3	4
a				
b				
c				

Tabelle A.2 Übersicht der aus vier Gliedern (einschließlich Gestell) bestehenden kinematischen Ketten bei denen die Summe der Gelenkfreiheitsgrade *fünf* beträgt. Dabei steht P für prismatische, S für sphärische, U für Universal- und R für Rotations- beziehungsweise Drehgelenke. Mit Klammern zusammengefasste Buchstaben stehen für ein Gelenk, das mehrere, in den Klammern aufgezählte Gelenkfreiheiten besitzt.

	Art des aktiven Gelenks zwischen Gestell und erstem Glied			
	P	(PR)	(PP)	(PPR)
	1	2	3	4
a				
b				
c				

Tabelle A.3 Übersicht der aus vier Gliedern (einschließlich Gestell) bestehenden kinematischen Ketten bei denen die Summe der Gelenkfreiheitsgrade *vier* beträgt. Dabei steht P für prismatische, S für sphärische, U für Universal- und R für Rotations- beziehungsweise Drehgelenke. Mit Klammern zusammengefasste Buchstaben stehen für ein Gelenk, das mehrere, in den Klammern aufgezählte Gelenkfreiheiten besitzt.

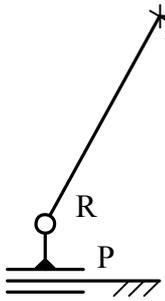
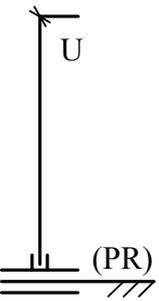
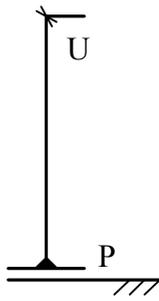
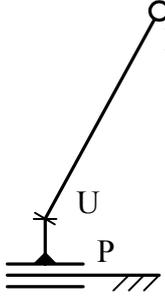
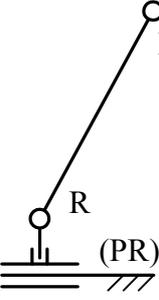
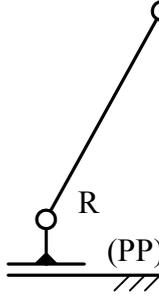
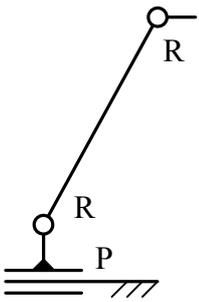
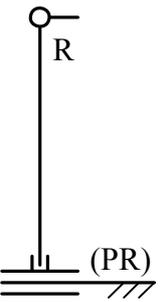
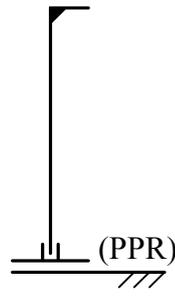
	Art des aktiven Gelenks zwischen Gestell und erstem Glied			
	P	(PR)	(PP)	(PPR)
	1	2	3	4
a				
b				

Tabelle A.4 Übersicht der aus vier Gliedern (einschließlich Gestell) bestehenden kinematischen Ketten bei denen die Summe der Gelenkfreiheitsgrade *drei* beträgt. Dabei steht P für prismatische, S für sphärische, U für Universal- und R für Rotations- beziehungsweise Drehgelenke. Mit Klammern zusammengefasste Buchstaben stehen für ein Gelenk, das mehrere, in den Klammern aufgezählte Gelenkfreiheiten besitzt.

	Art des aktiven Gelenks zwischen Gestell und erstem Glied			
	P	(PR)	(PP)	(PPR)
	1	2	3	4
a				
b				

Anhang B

Steifigkeiten der Komponenten des TriPlanar

Tabelle B.1 Typische Steifigkeitswerte für Komponenten des TRIPLANAR

Komponenten	Art der Steifigkeit	Wertebereich, $\times 10^3$ N/mm
Wälzgelagertes Kreuzgelenke Schwenkwinkel $\pm 45^\circ$	Bei Zug- und Druckbeanspruchung	60 .. 80 [Mai02]
Wälzgelagertes Kugelgelenk Schwenkwinkel $\pm 30^\circ$	Bei Zugbeanspruchung	274 .. 277 [Mai02]
	Bei Druckbeanspruchung	400 .. 405 [Mai02]
Hybridschrittmotorantriebe	In Bewegungsrichtung	0,5 .. 1 [Lat01]).
	In Normalrichtung zur Bewegung	25 .. 30 [Lat01]).
Streben	Bei Zugbeanspruchung	50 .. 60 (berechnet)
	Bei Druckbeanspruchung	

Anhang C

Erreichbare Kräfte am TriPlanar auf der Basis planarer Hybridschrittmotorantriebe

Tabelle C.1 Werte der nutzbaren Antriebskraft [N] in den kritischen Lagen in Abhängigkeit von den Hauptabmessungen. (a) erster Antrieb, (b) zweiter Antrieb, (c) dritter Antrieb nach Tabelle 8.1.

(a)

$\begin{matrix} d_P, \text{m} \\ l_S, \text{m} \end{matrix}$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
0,3	67,45	67,41	66,82	64,26	57,36	42,82	16,38	-27,15	-93,94
0,35	69,17	69,15	68,81	67,36	63,45	55,21	40,22		
0,4	69,39	69,37	69,13	68,06	65,17	59,10			
0,45	69,21	69,20	69,00	68,12					
0,5	68,86	68,85	68,67						
0,55	68,41	68,40							
0,6	67,89								

(b)

$\begin{matrix} d_P, \text{m} \\ l_S, \text{m} \end{matrix}$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
0,3			80,68	79,62	76,78	70,77	59,86	41,89	
0,35	83,01	83,00	82,86	82,26	80,65	77,24			
0,4	83,27	83,26	83,16	82,72	81,53				
0,45	83,05	83,05	82,96						
0,5	82,63	82,63							
0,55	82,09								
0,6									

(c)

$\begin{matrix} d_P, \text{m} \\ l_S, \text{m} \end{matrix}$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
0,3			152,26	149,70	142,81	128,27	101,83		
0,35	156,80	156,78	156,44	154,99	151,08				
0,4	157,29	157,28	157,03	155,96					
0,45	156,89	156,87							
0,5	156,09								
0,55									
0,6									

Formelzeichenverzeichnis

Formelzeichen

a	Länge des ersten Glieds des Ersatzmechanismus	F_{Aq}	Vektor der Kräfte F_{Aq_s}
a_A	Länge des Antriebs	F_A^k	Antriebskraft des k -ten Antriebs
a_{St}	Länge des Stators	F_{An}^k	nutzbare Antriebskraft des k -ten Antriebs
b	Länge des zweiten Glieds des Ersatzmechanismus	F_{An}	nutzbare Antriebskraft
b_A	Breite des Antriebs	F_{An}^*	nutzbare Antriebskraft in kritischen Lagen
b_{St}	Breite des Stators	F_e	Vektor der externen Kraft
C	CORIOLIS-Matrix	$F_{e\perp}$	Vektor der senkrechten externen Kraft
c	Länge des dritten Glieds des Ersatzmechanismus, Steifigkeit	$F_{e\perp}$	Betrag des Vektors der senkrechten externen Kraft
C_k	Summe der Gelenkfreiheitsgrade der k -ten kinematischen Kette	$F_{e\parallel}$	Vektor der waagerechten externen Kraft
d	Abstand zwischen den Lagern des Ersatzmechanismus	$F_{e\parallel}$	Betrag des Vektors der waagerechten externen Kraft
d_P	Plattformdurchmesser	F_{eq_s}	Komponente der externen Kraft in q_s -Richtung
d_S	Strebendurchmesser	F_{eq}	Vektor der Kräfte F_{eq_s}
E	Elastizitätsmodul	F_G	Gewichtskraft
F	Freiheitsgrad	F_i	interne Kraft
F_A	Antriebskraft	F_i^k	interne Kraft bezogen auf den k -ten Antrieb
F_{Ax}^k	x -Komponente der Antriebskraft des k -ten Antriebs	F_{iT}^k	Trägheitskraft bezogen auf den k -ten Antrieb
F_{Ay}^k	y -Komponente der Antriebskraft des k -ten Antriebs		
F_{Aq_s}	Antriebskraft entlang der q_s -Koordinate		

F_{iG}^k	Gewichtskraft bezogen auf den k -ten Antrieb	Δl_s	Längenänderung der Strebe
F_e^k	externe Kraft bezogen auf den k -ten Antrieb	\mathbf{M}	Massenmatrix
F_{iT_s}	Komponente der Trägheitskraft in q_s -Richtung	M_{ss}	Element der Hauptdiagonale der Massenmatrix
F_{iG_s}	Komponente der Gewichtskräfte in q_s -Richtung	\mathbf{M}_e	Vektor des externen Moments
F_{pA}	Kraft pro Antriebsachse	$\mathbf{M}_{e\perp}$	Vektor des externen Moments um eine senkrechte Achse
F_S	in den Streben wirkende axiale Kraft	$M_{e\perp}$	Betrag des Vektors $\mathbf{M}_{e\perp}$
f	Frequenz, Symbol für Funktion	$M_{e\perp}^k$	externes Moment um eine senkrechte Achse, das vom k -ten Antrieb erzeugt wird
f_i	Gelenkfreiheitsgrad des i -ten Gelenks	$\mathbf{M}_{e\parallel}$	Vektor des externen Moments um eine waagerechte Achse
f_{pA}	Kraftdichte pro Antriebsachse	$M_{e\parallel}$	Betrag des Vektors $\mathbf{M}_{e\parallel}$
G	Komponente der Lagerreaktionskraft im Punkt \mathbf{G}	m	Anzahl kinematischer Ketten, Masse
g	Anzahl der Gelenke im Mechanismus, Erdbeschleunigung	\mathbf{N}	Vektor der Potenzialkräfte
h	Höhe des TCP	N_s	Komponente der Potenzialkraft in q_s -Richtung
h^*	geometrischer Parameter	n	Anzahl der Glieder im Mechanismus, ganze Zahl
h_A	Höhe des Antriebs	P_z	z -Komponente des Punktes \mathbf{P}
h_P	Plattformhöhe	P_φ	φ -Komponente des Punktes \mathbf{P}
h_{St}	Höhe des Stators	P_ψ	ψ -Komponente des Punktes \mathbf{P}
Δh	Absenkung des TCP von der höchsten Position	p	reelle Zahl
I_e	äquatoriales Flächenträgheitsmoment	q	generalisierte Koordinate, reelle Zahl
K	Variable, Korrekturfaktor	\mathbf{q}	Vektor der generalisierten Koordinaten
L	Anzahl unabhängiger geschlossener kinematischer Ketten	R_e	Streckgrenze
l	Hebelarm	R_s	Funktion mit der Eigenschaft einer Kraft
l_s	Strebenlänge	S	Sicherheitsfaktor
		t	Zeit

v_A	Antriebsgeschwindigkeit		Winkel zwischen zweitem Glied und x -Achse im Ersatzmechanismus
v_P	Verformung in der Mitte der Plattform		
x	x -Koordinate im Inertialsystem (verbunden mit dem Stator)	γ	dritter KARDAN-Winkel, Winkel zwischen drittem Glied und x -Achse im Ersatzmechanismus
x'	x' -Koordinate im beweglichen Koordinatensystem (verbunden mit der Plattform)	ε	relative Längenänderung
y	y -Koordinate im Inertialsystem (verbunden mit dem Stator)	η	$= l_S / d_P$
y'	y' -Koordinate im beweglichen Koordinatensystem (verbunden mit der Plattform)	ϑ	Winkel zwischen Normalenrichtung und Strebe
z	z -Koordinate im Inertialsystem (verbunden mit dem Stator)	θ	Drehwinkel um die z -Achse
z'	z' -Koordinate im beweglichen Koordinatensystem (verbunden mit der Plattform)	ν	Querkontraktionszahl
α	erster KARDAN-Winkel, Winkel zwischen erstem Glied und x -Achse im Ersatzmechanismus	ρ	Dichte
β	zweiter KARDAN-Winkel,	σ	Normalspannung
		λ^k	Winkel, der die Position des k -ten Antriebs angibt
		φ	Neigungswinkel der Plattform
		ψ	Winkel zwischen x -Achse und Neigungsachse
		ω	Kreisfrequenz

Indizes

A	Antrieb	z	Zug
A	Punkt A	i	Nummer des Gelenks
B	Punkt B	I	erster Antrieb
C	Punkt C	II	zweiter Antrieb
D	Punkt D	III	dritter Antrieb
E	Punkt E	k	Nummer der kinematischen Kette, Nummer des Antriebs
TCP	Tool Center Point	gef	geforderter Wert
s	in Richtung der generalisierten Koordinate q_s	min	minimaler Wert
P	Plattform	max	maximaler Wert
S	Strebe	x	x -Komponente
zul	zulässiger Wert	y	y -Komponente
d	Druck	z	z -Komponente
k	Knickung		

Literaturverzeichnis

- [Ada94] Adam, P.; Wyss, A.: Platonische und Archimedische Körper, ihre Sternformen und polaren Gebilde. Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1994.
- [Ben98] Ben-Horin, R.; Shoham, M.; Djerassi, S.: Kinematics, Dynamics and Construction of a Planarly Actuated Parallel Robot. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, Vol. 14, No. 2, 1998.
- [Bro02] Brockhaus CD-ROM, Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG, 2002.
- [Cau13] Cauchy A.: Deuxieme memoire sur les polygones et les polyedres. Journal de l'Ecole Polytechnique, pages 87-98, Mai, 1813.
- [Che04] Chen, X.; Kotani, K.; Takahashi, S.; Takamasu, K.: Development of Multiple Small Linear Planar Motor Systems. Proceedings of the 4th euspen International Conference, pp. 252-253. Glasgow, 2004.
- [Cla88] Clavel, R.: Delta – a Fast Robot with Parallel Geometry. Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots, pp. 91-100. 1988.
- [Cro99] Cromwell, P.: Polyhedra – One of the Most Charming Chapters of Geometry. Cambridge University Press, 1999.
- [Dit02] Dittrich, P.; Loos, A.; Oravec, T.: Planarantrieb aus Induktionsmotoren. Feinwerktechnik und Mikrotechnik, 110 (5), S. 16-18, 2002.
- [Dit04] Dittrich, P.; Radeck, D.: Positionierung mit einem 3-Koordinaten Planarmotor. In: Schraft, D.; [u.a.]: SPS/IPC/DRIVES, Elektrische Automatisierung: Systeme und Komponenten, Fachmesse und Kongress, 2004, Nürnberg.
- [Feo79] Feodosjev, V.: Festigkeitslehre (Originaltitel in russisch: Сопротивление материалов). 8. Aufl. Nauka, Moskau, 1979.
- [Gol02] Goldstein, H.; Poole, C.; Safko, J.: Classical Mechanics. 3rd Edition, Addison Wesley, San Francisco, 2002.
- [Gou62] Gough, V. E.; Whitehall, S. G.: Universal Tyre Test Machine. Proceedings of the FISITA, 9th International Technical Congress, pp. 117-137, 1962.
- [Gre05] Greiner-Perth, C.: Untersuchungen zum statischen und dynamischen Verhalten der Parallelkinematikmaschine TriPlanar. Projektarb. Techn. Univ. Ilmenau, Betreuung: J. Zentner (noch nicht veröffentlicht).
- [Gwi31] Gwinnett, J. E.: Amusement Devices. US Patent No. 1.789.680, 1931.
- [Hal62] Halfman, R.: Dynamics. Addison-Wesley, Massachusetts, 1962.

- [Heb00] Hebsacker, M.: Entwurf und Bewertung paralleler Werkzeugmaschinen – das Hexaglide. Diss. Eidg. Techn. Hochsch. Zürich, Zürich, 2000.
- [Heb98] Hebsacker, M.; Epfl, A.: Die Auslegung der Kinematik des Hexaglide – Methodik für die Auslegung paralleler Werkzeugmaschinen. In: Neue Maschinenkonzepte mit parallelen Strukturen für Handhabung und Produktion. Tagungsband, S. 51-67, VDI-Berichte 1427, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998.
- [Hei97] Heisel, U; Meier, V.; Ziegler, F.; Gringel, M.: Simulator, Werkzeugmaschine, Messzeug und Roboter – eine Bestandsaufnahme Hexapod. wt-Werkstatttechnik 87, S. 428-432, 1997.
- [Hes02] Hesse, S.; Mämpel, J.: Untersuchungen zur Kompensation der Gewichtskräfte der Parallelkinematikmaschine TriPlanar. Projektarb. Techn. Univ. Ilmenau, Betreuung: J. Zentner, Ilmenau, 2002.
- [Imm04] IMMS: Datenblatt elektrodynamische Planarantriebe. 2004.
- [Jun04] Jungnickel, U.: Miniaturisierte Positioniersysteme mit mehreren Freiheitsgraden auf der Basis monolithischer Strukturen. Diss. Techn. Univ. Darmstadt. Darmstadt, 2004.
- [Kal02] Kallenbach, E.; Zentner, J. Kireev, V.: Design of Integrated Multi-Coordinate Drives. Proceedings of the 4th International Conference on Machine Automation ICMA 2002 “Human-Friendly Reliable Mechatronics”, pp.147-156, Tampere, 2002.
- [Kal97] Kallenbach, E.; Maißer, P.; Lückel, J.; Saffert, E.; Schäffel, Chr.; Freudenberg, H.; Kuhlbusch, W. Mechatronic Analysis and Design of High-Precision Drives. ASPE Annual Meeting 1997, Proceedings, pp. 507-510, Norfolk, 1997.
- [Kim02a] Kim, J.; Cho, K.; Hwang, J.; Iurascu, C.; Park, F.: Eclipse-RIP: A New RIP Machine Based on Repeated Deposition and Machining. Proceedings of the Institution of mechanical Engineers, Part K, Journal of Multi Body Dynamics, Nr. 216 (1), pp. 13-20, 2002.
- [Kim02b] Kim, J.; Hwang, J.; Kim, J. S.; Iurascu, C.; Park, F.; Cho, Y.: Eclipse II: A New Parallel Mechanism Enabling Continuous 360-degree Spinning Plus Three-Axis Translational Motions. IEEE Transaction on Robotics and Automation, Nr. 18 (3), pp. 367-373, 2002.
- [Kim97] Kim, W.; Trumper, D.: Linear Motor – Levitated Stage for Photolithography. Annals of CIRP, Vol. 46, Nr. 1, 1997.
- [Kim99] Kim, J.; Park, F.; Lee, J.: A New Parallel Mechanism Machine Tool Capable of Five-face Machining. Annals of the CIRP, Vol. 48, No.1, pp. 337-340, 1999.
- [Kir00] Kirchner, J.: Mehrkriterielle Optimierung von Parallelkinematiken. Diss. Techn. Univ. Chemnitz, Verlag Wissenschaftliche Scripten, Zwickau, 2000.
- [Kov01] Kovalev, S.: Magnetisch geführter Mehrkoordinaten-Präzisionsantrieb. Diss. Techn. Univ. Ilmenau, Verlag ISLE, 2001.
- [Kra93] Krause, W.: Konstruktionselemente der Feinmechanik. 2.Aufl. Carl Hanser Verlag, München, 1993.
- [Kuh00] Kuhlbusch, W.; Freudenberg, H.; Zentner, J.: Entwicklung einer Arbeitsplattform für hochpräzise und hochdynamische 6-D-Mess- und -Bearbeitungsaufgaben im

- Mikrosystembereich. DFG-Abschlussbericht. Univ. Paderborn; Inst. f. Mechatronik Chemnitz; Techn. Univ. Ilmenau. 2000.
- [Kuh99] Kuhlbusch, W.; Moritz, W.; Lückel, J.; Toepper, S.; Scharfeld, F.: TRIPLANAR - A New Process-Machine Type Developed by Means of the Mechatronic Design. Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM99), Atlanta, 1999.
- [Lal99] Laliberte, T.; Gosselin, C.; Jean, M.: Static Balancing of 3-DOF Planar Parallel Mechanisms. IEEE/ASME, Transactions on Mechatronics, Vol. 4, Nr. 4, 1999.
- [Lat01] LAT-Direktantriebe. Firmenschrift der Firma LAT-Suhl, 2001.
- [Lpk03] LPKF HighSpeed: Schneller, hochgenauer Zwei-Koordinaten-Antrieb. Firmenschrift der Firma LPKF Motion and Control Suhl, 2003.
- [Lüc01] Lückel, J.; Moritz, W.; Kuhlbusch, W.; Toepper, S.; Scharfeld, F.; Maißer, P.; Freudenberg, H.; Kallenbach, E.; Zentner, J.; Saffert, E.: Iterative Model-based Design of the Parallel Robot TRIPLANAR. Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2001), Villa Olmo, Como, 2001.
- [Lüc98] Lückel, J.; Moritz, W.; Kuhlbusch, W.: Offenlegungsschrift DE19920776 A 1, Vorrichtung zum Positionieren einer Arbeitseinheit, Deutsches Marken- und Patentamt, Aktenzeichen 199 20 776.3, 1998.
- [Mai02] Maier, V.: Ein Beitrag zur Untersuchung und Beurteilung von Parallel-Kinematik-Werkzeugmaschinen. Diss. Univ. Stuttgart, Medien Verlag Köhler, Tübingen, 2002.
- [Mba04] Mbarek, T.; Barmann, I.; Corves, B.: Fully Parallel Structures with Five Degree of Freedom: Systematic Classification and Determination of Workspace. Proceedings Mechatronics & Robotics 2004, Part III, pp. 990-995, IEEE Industrial Electronics Society and APS - European Centre for Mechatronics, Aachen, 2004.
- [Mer00] Merlet, J.-P.: Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- [Mer90] Merlet, J.-P.: Les Robots Paralleles. Edition Hermes, Paris, 1990.
- [Mol98] Molenaar, L.; Zaaijer, E.; van Beck, F.: A Novel Long Stroke Planar Magnetic Bearing Actuator. Proceedings MOVIC 98, Vol. 3, Zurich, 1998.
- [Mül05] Müller, A.: Singuläre Phänomene in der Kinematik von Starrkörpermechanismen. Mathematische Modellierung und lokale Analyse. Diss. Techn. Univ. Chemnitz, Verlag Shaker, Aachen, 2005.
- [Mur94] Murray, R.M.; Li, Z.; Sastry, S.S.: A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. CRC Press, Florida, 1994.
- [Pri04] Pritschow, G.; Boye, T.; Franitza, T.: Potentials and Limitations of the Linapods – Basic Kinematic Model. Proceedings of the 4th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, Parallel Kinematic Machines in Research and Practice, pp. 331-347, Chemnitz, 2004.
- [Pri97] Pritschow, G.; Wurst, K.-H.: Systematic Design of Hexapods and Other Parallel Link Systems. Annals of the CIRP, Vol. 46, Nr. 1, pp. 291-295, 1997.
- [Pri99] Pritschow, G.; Laetitia, D.; Garber, T.: Aktuelle Erkenntnisse beim Einsatz von Stabkinematiken. ZWF, 94, Carl Hanser Verlag, München, 1999.

- [Reh98] Rehsteiner, F.; Hebsacker, M.: Hexaglide – Erwartungen und erste Erfahrungen mit einem Sechsbeiner. Chemnitzer Parallelstruktur-Seminar 1998, Tagungsband, S. 143-157, Verlag Wissenschaftliche Scripten, Zwickau, 1998.
- [Sch02] Scharf, F.; Koch, C.: Mehrkoordinaten-Asynchronmotor. Projektarb. Techn. Univ. Ilmenau, Betreuung: Zentner, J., Ilmenau, 2002.
- [Sch95] Schnell, W.; Gross, D.; Hauger, W.: Technische Mechanik. Band 2. Elastostatik. 5. Aufl., Springer Verlag, Berlin, 1995.
- [Sch97] Schäffel, C.: Untersuchungen zur Gestaltung integrierter Mehrkoordinatenantriebe. Diss. Techn. Univ. Ilmenau, Verlag Isle, Ilmenau, 1997.
- [Sho98] Shoham, M.; Ben-Horin, R.: A New Type of a Six-Degrees-of-Freedom Parallel Manipulator with Three Planarly Actuated Links. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, Vol. 14, No. 1, 1998.
- [Ste65] Stewart, D.: A Platform with Six Degrees of Freedom. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Vol. 180, Part 1, No. 15, pp. 371-385, 1965.
- [Stö01] Stölting, H.D.; Kallenbach, E.: Handbuch Elektrische Kleinantriebe. Hanser Verlag, Hannover, Ilmenau, 2001.
- [Tah93] Tahmasebi, F.: Kinematic Synthesis and Analysis of a Novell Class of Six-DOF Parallel Manipulators. Thesis Report PhD, Institut for Systems Research, University of Maryland. 1993.
- [Toe02] Toepper, S.: Die mechatronische Entwicklung des Parallelroboters TriPlanar. Diss. Univ. Paderborn, Fortschritt-Berichte, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Toe99] Toepper, S.; Kuhlbusch, W.; Lückel, J.; Moritz, W.: Mechatronischer Entwurf der neuen Maschine TRIPLANAR für hochgenaue Fertigungs- und Meßaufgaben. Proceedings, 44th Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau, 1999.
- [Tön99] Tönshoff, H.; Grendel, H.: A Systematik Comparison of Parallel Kinematics. In: Boer, C.R.; Molinari-Tosatti, L.; Smith, K.S.: Parallel Kinematic Machines. Theoretical Aspects and Industrial Requirements. pp. 295-312, Springer Verlag, London, 1999.
- [Tre98a] Treib, T.; Zirn, O.: Erste Erfahrungen mit dem parallelkinematischen Konzept Triaglide. Proceedings, Seminar: Hexapod, Linapod, Dyna-M, WZL RWTH Aachen, 1998.
- [Tre98b] Treib, T.; Meier, P.; Hebsacker, M.: Wachstumsgesetzmäßigkeiten und Einsatzpotentiale parallelkinematischer Manipulatoren. In: Neue Maschinenkonzepte mit parallelen Strukturen für Handhabung und Produktion. VDI Berichte 1427, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998.
- [Tro99] Trossin, H.-J.: Nutzung der Ähnlichkeitstheorie zur Modellbildung in der Produktionstechnik. Diss., Techn. Univ. München, Herbert Utz Verlag, München, 1999.
- [Tsa01] Tsai, L.W.: Mechanism Design. Enumeration of Kinematik Structures According to Function. CRC Press, London, 2001.
- [Tsa99] Tsai, L.W.: Robot Analysis. The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. John Wiley & Sons, Maryland, 1999.

- [Ver99] Verhoeven, R.; Hiller, M.: Relationen zur Klassifikation serieller, paralleler und hybrider Manipulatoren. Tagungsband der GAMM Jahrestagung 1999, Metz, 1999.
- [Vol92] Volmer, J.: Grundlagen Getriebetechnik. Verlag Technik GmbH, Berlin, 1992.
- [Wea90] Weaver, W.; Timoshenko, S. P.; Young, D. H.: Vibration Problems in Engineering. 5th Edition, John Wiley & Sons, New York, 1990.
- [Wec02] Weck, M.; Staimer, D.: Parallel Kinematic Machine Tools – Current State and Future Potentials. Annals of the CIRP, Vol. 51, Nr. 2, 2002, pp. 671-681.
- [Wec97] Weck, M.; Schumacher, A.: Derzeitiger Stand der Hochgeschwindigkeitsbearbeitung – ein Überblick. wt-Werkstatttechnik, 87, S. 409-414, 1997.
- [Wit77] Wittenburg, J.: Dynamics of Systems of Rigid Bodies. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1977.
- [www1] <http://www.ifw.uni-hannover.de/robotool>
- [www2] <http://www.iwf.ethz.ch>
- [www3] <http://www.isw.uni-stuttgart.de/projekte/dynamil/webseite>
- [www4] <http://macea.snu.ac.kr/eclipse/homepage.html>
- [www5] <http://www.parallemic.org/WhosWho/Companies/Profile001.html>
- [www6] <http://www.parallemic.org>
- [www7] <http://www.ruchservomotor.com>
- [www8] <http://www.acpd.co.uk>
- [www9] <http://www.etel.ch>
- [www10] <http://www.lpkf-mc.de>
- [www11] <http://www.imms.de>
- [www12] <http://www.fh-jena.de>
- [www13] <http://www.ina-dam.de>
- [Yib02] Yi, B.; Na, H.; Chung, G.B.; Kim, W.K.; Suh, I.H.: Design and Experiment of a 3-DOF Parallel Micro-Mechanism Utilizing Flexure Hinges; ICRA 02, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp. 1167-1172, Washington DC, 2002.
- [Zen02] Zentner, J.: Modellierung von Mehrkoordinaten-Asynchronantrieben mittels magnetischer Ersatzschaltungen. Proceedings, 47. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau, 2002.
- [Zen04a] Zentner, J.; Kallenbach, E.; Bertram, T.; Scharfeld, F.; Cinkaya, H.; Lückel, J.; Freudenberg, H.; Maißer, P.: Some Aspects of Performance Enhancement of Planar Drive Based PKM. Proceedings of International IEEE Conference Mechatronics & Robotics, vol. 3, pp. 1012-1017, Aachen, 2004.
- [Zen04b] Zentner, J.; Kireev, V.; Kallenbach, E.: Untersuchungen zur optimalen Gestaltung magnetisch geführter Mehrkoordinatenantriebe. ETG-Fachbericht 96, Innovative Klein- und Mikroantriebstechnik, S. 123-126, Darmstadt, 2004.

-
- [Zir98a] Zirn, O.: Triaglide - parallelkinematische HSC-Fräsmaschine. Proceedings, 1. Internationales Parallelkinematik-Kolloquium IPK, IWF ETH Zürich, 1998.
- [Zir98b] Zirn, O.; Treib, T.: Wachstumsgesetze paralleler und serieller Kinematiken im Werkzeugmaschinenbau. Konstruktion 50 (1998), Nr. 1-2, Springer-VDI-Verlag, 1998.