

**Vaclav Kocourek**

**Elektromagnetisches Abstützen von Flüssigmetall-  
Tropfen**



# Elektromagnetisches Abstützen von Flüssigmetall-Tropfen

Von Vaclav Kocourek



Universitätsverlag Ilmenau  
2008

# Impressum

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik als Dissertation vorgelegen

Tag der Einreichung:	12. Februar 2007
1. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Dietmar Schulze, Technische Universität Ilmenau
2. Gutachter:	Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Andre Thess, Technische Universität Ilmenau
3. Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Bernard Nacke, Universität Hannover
Tag der Verteidigung:	6. Dezember 2007

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

### **Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

### **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

ISBN 978-3-939473-29-9

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2007000369

## Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise entgeltlich/unentgeltlich\*) geholfen:

1. ....
2. ....
3. ....

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalte der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch angesehen wird und den erfolglosen Abbruch des Promotionsverfahrens zu Folge hat.

Ilmenau, den

Václav Kocourek

Elektromagnetisches Abstützen von Flüssigmetall-Tropfen  
VÁCLAV KOČOUREK  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Technische Universität Ilmenau

## Abstrakt

In der Beschichtungsindustrie werden Metalle in einem wassergekühlten Tiegel mit Hilfe eines Elektronenstrahls geschmolzen und verdampft. Bei diesem Vorgang führt Marangoni-Konvektion im Inneren der Schmelze zu höchst unerwünschten Wärmeverlusten an den wassergekühlten Seitenwänden des Tiegels. Um den Wirkungsgrad zu erhöhen, wäre es deshalb günstig, die radial nach außen gerichtete Schmelzenströmung zu bremsen und die Oberfläche als Kuppel auszubilden. Die zu dieser Verformung der freien Oberfläche erforderlichen Lorentzkräfte können durch ein elektromagnetisches Feld aufgebaut werden. Für die Realisierung dieser Technik es ist nötig, die Wirkung des Magnetfeldes, d.h. die Form und Stabilität der Oberfläche zu analysieren.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Experiment vorgestellt, bei dem ein einfaches System, bestehend aus einer flachen Induktorspule und Flüssigmetall, untersucht wird. Als Flüssigmetall wird Galinstan verwendet. Galinstan ist eine Gallium-Indium-Zinn - Legierung, die bei Zimmertemperatur flüssig ist und sich somit sehr gut für Experimente eignet, da keine Vorkehrungen für hohe Temperaturen getroffen werden müssen. Der Galinstantropfen wird auf eine gewölbte Glasplatte gegeben und mit dem von einem ringförmigen Induktor erzeugten magnetischen Wechselfeld verformt. Die Oberflächenkontur des Tropfens wird mittels einer Hochgeschwindigkeitskamera beobachtet. Die aufgezeichneten Daten werden mit Hilfe von Bildbearbeitungsverfahren analysiert.

Im Experiment werden Induktorstrom, Tropfenvolumen und Frequenz verändert. Wird der Induktorstrom bis zu einem kritischen Strom  $0A < I < I_{crit}$  erhöht, so wird der Tropfen zunächst statisch achsensymmetrisch zusammengedrückt. Bei Überschreiten des kritischen Stromes  $I > I_{crit}$  wird dieser statische, symmetrische Zustand jedoch instabil und es bilden sich oszillierende Wellen entlang des Tropfenumfangs. Die Anzahl der Spitzen wird als Modenzahl bezeichnet. Die Abhängigkeit des kritischen Stromes, der Modenzahl und der Wellenamplitude wird über ein breites Spektrum der Frequenz und des Tropfenvolumens analysiert. Die Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Modenzahl bestätigt die theoretische Vorhersage.

## Abstract

The dynamic behavior of liquid metal drops submitted to a high-frequency magnetic field is investigated experimentally. The motivation for the present study comes from electron beam evaporation. In this innovative coating technology, it is favorable that the free surface of the evaporating melt forms a dome-type shape that is held only by electromagnetic pressure. The pressure is generated by a ring-like inductor fed by a high-frequency electrical current. Such an arrangement shows a much higher thermodynamic efficiency than the present technique of evaporation from water-cooled crucibles as convective heat losses are minimized. However, the stability of such free surfaces is the most important problem and stability control is crucial for success.

Using Galinstan as the liquid metal to be tested during the experiments, we place a certain volume of liquid metal on the glass plate. A ring-like inductor fed by an alternating electrical current generates the magnetic field. The surface contour of the drop is observed using a high-speed camera system. The data are analyzed by utilizing image processing methods.

In the experiment, we vary the inductor current  $I$ , the drop volume  $V$  and the current frequency  $f$  up to 300kHz. Upon increasing the inductor current within the range  $0A < I < I_{crit}$ , we first observe a static axisymmetric squeezing. However, when the inductor current exceeds a certain critical value, i.e.  $I > I_{crit}$ , these symmetric states become unstable to azimuthal waves. The amplitude, mode number, and oscillation frequency of the observed waves depend strongly on the control parameters.

**Stichwörter:** Experiment, Induktor, Elektromagnetisches Wechselfeld, Lorentzkraft, Flüssigmetall, Freie Oberfläche, Abstützen, Instabilität, Oszillation, Hochgeschwindigkeitskamera, Bildbearbeitung

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand am Institut für Elektrische Energie- und Steuerungstechnik der Technischen Universität Ilmenau und wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) unter der Bewilligungsnummer FOR 421/1-2 Ka-A3 gefördert. Sie stellt ein Teilprojekt der Forschergruppe Magnetofluidynamik dar.

Hier möchte ich Herrn Prof. Dr. D. Schulze, der mir als Leiter des Fachgebietes Elektrotechnische Energiewandlung die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte, meinen besonderen Dank für die vielen hilfreichen Anregungen und die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit aussprechen.

Bei Herrn Prof. A. Thess, dem Leiter des Fachgebietes für Thermo- und Magnetofluidynamik, und bei Herrn Dr.-Ing. Ch. Karcher möchte ich mich für die wertvollen Ratschläge und die kritischen Fragen bedanken.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern unseres Fachgebietes und der Forschergruppe Magnetofluidynamik für die anregenden Diskussionen.

Für die Ratschläge bei der Entwicklung des Bildbearbeitungsverfahrens danke ich Herrn Prof. I. Egry von dem DLR Köln.

Im Rahmen des PROCOPE Programms mit Frankreich, das von dem Deutschen Akademischen Austauschdienst (DAAD) gefördert wurde, ist eine intensive Kooperation mit dem MADYLAM Grenoble entstanden. An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Y. Faurelle vom MADYLAM für die Bereitstellung seiner Ausstattung und für die fruchtbare Diskussion danken.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie, die mich während der gesamten Zeit der Durchführung dieser Arbeit unterstützte.

**Ilmenau, Dezember 2006**

**V.Kocourek**

## Eigene Publikationen

### • Rezensierte Zeitschriften

1. V. Kocourek, Ch. Karcher, M. Conrath, and D. Schulze: Stability of liquid metal drops affected by a high-frequency magnetic field. *Physical Review E*, 74:1-7, 2006.

### • Konferenzbeiträge und Vorträge

- 2006

1. C. Karcher, V. Kocourek, and D. Schulze: Free Surface Instabilities of Liquid Metal Drops Induced by High-frequency Magnetic Fields. In *Proceedings of the 5th International Symposium on Elektromagnetic Processing of Materials - EPM2006*, Sendai City, Japan 2006. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
2. M. Conrath, V. Kocourek, and C. Karcher: Behavior of a Liquid Metal Disk in the Magnetic Field of a Circular Current Loop. In *Proceedings of the 5th International Symposium on Elektromagnetic Processing of Materials - EPM2006*, Sendai City, Japan 2006. (Vortrag gehalten von M. Conrath)
3. M. Conrath, V. Kocourek, and C. Karcher: Behavior of a liquid metal disk in the magnetic field of a circular current loop. In *Proceedings of the 51st IWK - Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, Ilmenau 2006. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
4. V. Kocourek, J.-U. Mohring: Stability of free surfaces of liquid metals affected by a high-frequency magnetic field. In *Proceedings of the 51st IWK - Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, Ilmenau 2006. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
5. C. Karcher, V. Kocourek, A. Pothérat, and R. Hartmann: Microcasting: Model experiments and numerical simulation. In *Proceedings of the 51st IWK - Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, Ilmenau 2006. (Vortrag gehalten von C. Karcher)
6. D. Schulze, C. Karcher, V. Kocourek, J. U. Mohring: Electrically Induced Instabilities of Liquid Metal Free Surfaces. In *Proceedings of the International Scientific Colloquium - Modelling for Material Processing*, Riga, Latvia 2006. (Vortrag gehalten von D. Schulze)
7. C. Karcher, V. Kocourek, and M. Conrath: Electromagnetic Dome-Shaping during Electron Beam Evaporation: Model Experiments and Analytical Modeling. In *Proceedings of the 8th International Conference on Electron Beam Technologies, EBT 2006*, Varna, Bulgaria 2006. (Vortrag gehalten von C. Karcher)

- 2005

1. V. Kocourek, C. Karcher, and D. Schulze: Oscillations of Liquid Metal Drops in a High-frequency Magnetic Field. In *Proceedings of the Joint 15th Riga and 6th International PAMIR Conference on Fundamental and Applied MHD*, Riga, Latvia 2005. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)

- 
2. V. Kocourek: Abstützen von Flüssigmetall durch magnetische Wechselfelder. *In Proceedings of the Workshop Elektroprozessstechnik*, Ilmenau, Germany 2005. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
  3. V. Kocourek: Formung von Flüssigmetall-Tropfen durch hochfrequente Magnetfelder: Experiment. *Interner Vortrag an der BTU Cottbus, Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre*, Cottbus, Germany 2005.
  4. V. Kocourek: Experimental Investigations of Liquid Metal Drops affected by High- and Low-frequency Magnetic Fields. *Interner Vortrag: EPM-MADYLAM*, Grenoble, France 2005.
- 2004
1. C. Karcher, V. Kocourek, and D. Schulze: Stability of Liquid Metal Drops Affected by a High-frequency Magnetic Field. *In Proceedings of the Asia-Euro Workshop on EPM*, Shenyang, China 2004. (Vortrag gehalten von C. Karcher)
  2. V. Kocourek, and M. Conrath: On the stability of liquid metal drops affected by high-frequency magnetic fields. *In Proceedings of the International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources*, Padua, Italy 2004. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
  3. V. Kocourek, C. Karcher, and D. Schulze: Stability of Liquid Metal Drops Affected by High-Frequency Magnetic Fields. *In Proceedings of the 21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Warsaw, Poland 2004. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
  4. U. Lohse, V. Uhlig, and V. Kocourek: Elektrisch beheizte Drehrohröfen für Hochtemperaturprozesse. *In Proceedings of the Workshop Elektroprozessstechnik*, Ilmenau, Germany 2004. (Vortrag gehalten von U. Lohse)
  5. V. Kocourek: Experimental Investigations of Liquid Metal Drops affected by a High-frequency Magnetic Field. *Interner Vortrag: EPM-MADYLAM*, Grenoble, France 2004.
- 2003
1. V. Kocourek, C. Karcher, and D. Schulze: Experimental Investigations of Electromagnetic Instabilities of Free Surfaces in a Liquid Metal Drop. *In Proceedings of the International Scientific Colloquium - Modelling for Electromagnetic Processing*, Hannover, Germany 2003. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
  2. C. Karcher, V. Kocourek, and D. Schulze: Experimental Investigations of Liquid Metal Drops affected by High-frequency Magnetic Field. *In Proceedings of the German-Chinese Workshop on Electromagnetic Processing of Materials*, Ilmenau, Germany 2003. (Vortrag gehalten von V. Kocourek)
  3. V. Kocourek, C. Karcher, and J.-U. Mohring: Experimental Investigations of Liquid Metal Drops Behavior in High-frequency Magnetic Field. *In Proceedings of the International Conference - Electromagnetic Processing of Materials*, Lyon, France 2003. (Poster)
-

4. V. Kocourek, C. Karcher, and D. Schulze: Experimentelle Untersuchung der elektromagnetischen Instabilität auf der freien Oberfläche eines Flüssimetall-Tropfens. *In Proceedings of the 48th IWK - Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau 2003.* (Vortrag gehalten von V. Kocourek)

- 2002

1. V. Kocourek, M. Conrath, and C. Karcher: Shaping of a Liquid Metal Drops Using High-frequency Magnetic Fields. *In Proceedings of the 5th International PAMIR Conference on Fundamental and Applied MHD, Ramatuelle, France 2002.* (Poster)
2. V. Kocourek, M. Conrath, and C. Karcher: Formung von Flüssigmetall-Tropfen durch hochfrequente Magnetfelder. *In Proceedings of the Workshop Elektroprozess-technik, Ilmenau, Germany 2002.* (Vortrag gehalten von V. Kocourek)

### • **Mitarbeit an Industrieprojekten**

1. V. Kocourek, A. Pothérat, D. Schulze: *Magnetischer Stopfen.* Fa. Doncasters Precision Castings, Bochum 2006.
2. T. Zehringer, V. Kocourek, D. Schulze: *Flüssigmetallstreifen-Experiment.* Fa. SCHOTT AG, 2006.
3. V. Kocourek, A. Pothérat, Ch.Karcher: *Mikrogießen.* TU Ilmenau und TU Bergakademie Freiberg, 2005.
4. V. Kocourek, D. Schulze: *Berechnung eines neu konstruierten induktiven Ziehofens.* Fa. OSIL Quarzschmelze Ilmenau GmbH, 2005.
5. V. Kocourek, D. Schulze: *Induktoroptimierung mittels einer 3D Simulation.* Fa. E.G.O. Oberderdingen, 2004.
6. V. Kocourek, D. Schulze: *Temperaturfeld eines Drehrohrofens - Numerische Simulation mit dem Programm Ansys.* Fa. Xerion Ofentechnik GmbH, Freiberg, 2003.
7. V. Kocourek, G. Martin, D. Schulze: *Optimierung eines Grafitheizers.* Fa. OSIL Quarzschmelze Ilmenau GmbH, 2002.
8. V. Kocourek, G. Martin, D. Schulze: *Optimierung eines Kurzschlussringes.* Fa. E.G.O. Oberderdingen, 2001.

### • **Akademische Graduierungsarbeiten**

1. V. Kocourek. *Teorie a aplikace magnetofluidní mechaniky.* PhD thesis, ZČU Plzeň (CZ), 2002.
2. V. Kocourek. *Rekonstrukce elektrické obloukové pece 3MVA.* Master thesis, ZČU Plzeň (CZ), 1997.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Forschung . . . . .	2
1.2	Aufgabenstellung . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Experimentbeschreibung</b>	<b>6</b>
2.1	Aufbau . . . . .	6
2.1.1	MF-Experiment . . . . .	6
2.1.2	HF-Experiment . . . . .	10
2.2	Messtechniken . . . . .	12
2.3	Verwendete Geräte . . . . .	15
2.4	Materialeigenschaften . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Analytisches Modell</b>	<b>21</b>
3.1	Lorentzkraftverteilung im Tropfen . . . . .	22
3.2	Bestimmung der magnetischen Flussdichte $B_0$ . . . . .	23
3.3	Wirkung des Magnetfeldes - Tropfendeformation . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Messergebnisse</b>	<b>28</b>
4.1	Voruntersuchung . . . . .	28
4.1.1	Entwicklung und Wirkung der Temperatur . . . . .	29
4.1.2	Flüssigmetalltropfen im niederfrequenten Magnetfeld . . . . .	31
4.1.3	Flüssigmetalltropfen im hochfrequenten Magnetfeld . . . . .	34
4.2	Ergebnisse zum Experiment mit mittelfrequentem Magnetfeld (MF) . . . . .	37
4.2.1	Konstante Frequenz des Magnetfeldes . . . . .	37
4.2.2	Konstantes Tropfenvolumen . . . . .	41
4.3	Ergebnisse zum Experiment mit hochfrequentem Magnetfeld (HF) . . . . .	44
4.4	Vergleich . . . . .	47
4.4.1	Erstes und zweites Experiment . . . . .	47
4.4.2	Mittlerer Radius - Theorie vs. Messung . . . . .	49

<b>5</b>	<b>Dimensionslose Darstellung</b>	<b>52</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>56</b>
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>58</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>60</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>62</b>
	<b>Anhang</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>Technische Zeichnung der Behälter</b>	<b>63</b>
A.1	MF-Experiment . . . . .	64
A.2	HF-Experiment . . . . .	68
<b>B</b>	<b>Diagramme aus experimentellen Messreihen</b>	<b>69</b>
B.1	MF-Experiment . . . . .	69
B.1.1	Deformation bei konstanter Frequenz $f = 20\text{kHz}$ . . . . .	69
B.1.2	Bifurkation bei konstanter Frequenz $f = 20\text{kHz}$ . . . . .	72
B.1.3	Deformation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$ . . . . .	75
B.1.4	Bifurkation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$ . . . . .	77
B.2	HF-Experiment . . . . .	79
B.2.1	Deformation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$ . . . . .	79
B.2.2	Bifurkation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$ . . . . .	80
<b>C</b>	<b>Matlab Skript der Bildverarbeitungsmethode</b>	<b>82</b>
<b>D</b>	<b>Thesen zur Dissertation</b>	<b>88</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Hochfrequente Magnetfelder können effektiv genutzt werden, um Form und freie Oberflächen elektrisch leitfähiger Flüssigkeiten, wie z.B. Flüssigmetallen und Metallschmelzen, zu beeinflussen, siehe Moreau [23] und Davidson [4]. Zu den Anwendungen gehören unter anderem das Schmelzen im Schwebezustand, die Kaltwand-Tiegel-Technologie und das elektromagnetische Abdichten. In diesen Anwendungen wird die Erkenntnis ausgenutzt, dass ein magnetisches Feld  $B$  einen elektrischen Wirbelstrom  $J$  in der Schmelze induziert. Zusammen mit diesen induzierten Strömen erzeugt das Magnetfeld die Lorentzkraft  $f_L$ , definiert als

$$\vec{f}_L = \vec{J} \times \vec{B}. \quad (1.1)$$

Bedingt durch den sogenannten Skin-Effekt wirkt die Lorentzkraft bei Verwendung eines hochfrequenten Feldes jedoch nur in einer sehr dünnen Oberflächenschicht des Flüssigmetalls. Die Schichtdicke wird mittels der Eindringtiefe beschrieben, die wie folgt definiert ist:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}}, \quad (1.2)$$

dabei sind  $\gamma$  die elektrische Leitfähigkeit des Flüssigmetalls,  $\omega$  die Kreisfrequenz des verwendeten magnetischen Feldes und  $\mu$  die magnetische Permeabilität. Im Grenzbereich  $\omega \rightarrow \infty$  oder/und  $\gamma \rightarrow \infty$  entspricht die Lorentzkraft einem elektromagnetischen Druck  $p_{mag}$ , der direkt an der freien Oberfläche wirkt. Der Druck berechnet sich aus

$$p_{mag} = \frac{B^2}{2\mu}. \quad (1.3)$$

Wie bereits im Abstrakt erwähnt, werden in der Beschichtungsindustrie Metalle in einem wassergekühlten Tiegel mit Hilfe eines Elektronenstrahls geschmolzen und verdampft (siehe linke Skizze in Abbildung 1.1 sowie Karcher und Kolesnikov [13]). Die Wärmeverluste dieser Technologie wären geringer, wenn der Tiegel entfernt werden könnte. Dafür bietet sich die o.g. Wirkung des Magnetfeldes an. Der elektromagnetische Druck, der das Flüssigmetall auf dem festen Metall aufwölben soll (siehe rechte Skizze in der Abbildung 1.1), wird vom hochfrequenten Wechselstrom eines ringförmigen Induktor erzeugt. Die Form der freien Oberfläche wird bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten (ohne Instabilitäten

der freien Oberfläche) nur durch die Schwerkraft, die Oberflächenspannung und die Lorentzkräfte bestimmt [4]:

$$\rho_m g_n z - \frac{B^2}{2\mu} - (K - K_0)\sigma = 0. \quad (1.4)$$

Hier sind  $\rho_m$  die Dichte und  $\sigma$  die Oberflächenspannung des Metalls.  $K$  und  $K_0$  bezeichnen die Krümmung der freien Oberfläche an einer beliebigen Stelle bzw. an einer Referenzstelle. Gleichzeitig wird das Metall von der elektromagnetischen Energie erwärmt. Durch die geringeren Wärmeverluste und die Wärme der Wirbelströme kann die Energie des Elektronenstrahls niedriger werden. Die schwierigste Aufgabe ist jedoch die Stabilisierung der freien Oberfläche.

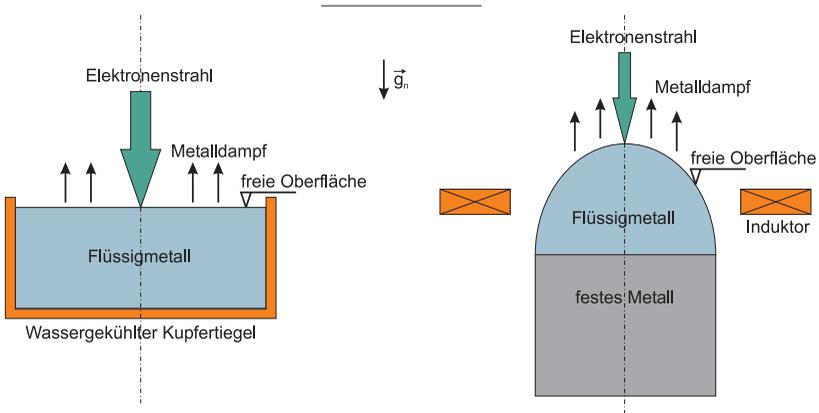


Abbildung 1.1: Skizze der alten (links) und der neuen (rechts) Technologie der Elektronenstrahlverdampfung von Metallen

## 1.1 Stand der Forschung

Vereinfacht kann das Flüssigmetall in der Abbildung 1.1 (rechts) als ein Flüssigmetalltropfen auf einer festen Unterlage betrachtet werden. Seine Stabilität ist für die angestrebte Technologie erfolgsentscheidend. Falls das Flüssigmetall (der Tropfen) in irgendeiner Form zu schwingen beginnt (instabil wird), kann er ohne Tiegel nicht auf der festen Unterlage gehalten werden. Deshalb ist es wichtig, den stabilen und den instabilen Bereich unter verschiedenen Bedingungen genau zu beschreiben.

Unter der Wirkung eines elektrischen Wechselfeldes beobachteten Azuma und Yoshihara [1] zwei- und dreidimensionale Tropfenoszillationen großer Amplitude bei einer Gravitation  $g_{Exp} \leq 1g_n$ . In diesem Experiment wurde ein Quecksilbertropfen auf eine flache Platte in einen Elektrolyt getaucht. Über zwei Elektroden, eine im Kontakt zum Tropfen und die andere im Kontakt zur Lösung, wurde eine niederfrequente (1-60 Hz) Wechselspannung niedriger Amplitude angelegt. Fautrelle et al. [6] studierten experimentell das dynamische Verhalten flüssiger Metalltropfen im niederfrequenten Magnetfeld. Sie zeigten, dass für schwache Magnetfelder das Wellenmuster achsensymmetrisch ist und die

Oszillationsfrequenz identisch mit der des elektromagnetischen Feldes ist. Bei stärkeren Magnetfeldern waren die Wellen zwar strukturiert, aber nicht mehr achsensymmetrisch. Bei großen magnetischen Feldstärken erschienen völlig chaotische Muster mit „Fingern“ und Aushöhlungen. Beide ([1] und [6]) beobachteten, dass sich die 2D azimuthalen Moden mit der Frequenz erhöhten. Das Einsetzen der Instabilität in dem niederfrequenten Magnetfeld wurde von Fautrelle und Sneyd in einer analytischen Studie [8] vorhergesagt. Bei herkömmlichen Schwebverfahren, die ein hochfrequentes Wechselfeld verwenden, wurden unterschiedliche Moden beobachtet. Yasuda et al. [27] entwickelten eine neue Schwebemethode, die gleichzeitige Überlagerung von magnetischem Gleich- und Wechselfeld benutzt. Sie demonstrierten, dass die Intensität der Konvektion und Oszillation durch Variation des magnetischen Gleichfeldes gesteuert werden kann. Umbrashko et al. [26] beobachteten in ihrem Experiment eine sehr ruhige, stabile Aluminiumoberfläche. Die Verfasser haben in einem Kaltwand-Tiegel ca. 6kg Aluminium bei einer Frequenz von  $f = 10\text{kHz}$  geschmolzen und stark verformt. Dagegen berichteten Priede et al. [25] über eine sehr unregelmäßige, unruhige Oberfläche eines Gallium-Tropfens in einem hochfrequenten Magnetfeld.

In einer theoretischen Studie präsentieren Garnier und Moreau [9] eine lineare Stabilitätsanalyse für eine unendlich lange und flache Metalloberfläche in einem homogenen, hochfrequenten Magnetfeld. Sie fanden heraus, dass das Magnetfeld die Oberflächenwellen stabilisiert, deren Wellenvektor nicht senkrecht zu dem Feld ist. Die senkrechten Wellen verhalten sich neutral. Fautrelle und Sneyd [7] haben diese Arbeit um den oszillierenden Teil der Lorentzkraft erweitert. Sie haben herausgefunden, dass die Instabilität der freien Oberfläche eines Flüssigmetalls unter Einwirkung eines parallelen magnetischen Wechselfeldes einsetzt, wenn die Amplitude des Magnetfeldes einen kritischen Wert  $B_C$  übersteigt. Sie beschrieben die Frequenzabhängigkeit von  $B_C$  über einen großen Bereich ( $10^1 - 10^5$  rad/s). In einer experimentellen Studie beobachteten Mohring et al. [22] die Instabilität einer am Anfang ungestörten, flachen Metalloberfläche, sobald ein hochfrequentes Magnetfeld einen kritischen Wert überschreitet. In einer Studie erklären Karcher und Mohring [14] das physikalische Prinzip der beobachteten Instabilität. Mit Hilfe einer einfachen linearen Stabilitätsanalyse, die Skintiefe- und Hele-Shaw-Approximation nutzt, zeigten sie, dass sich der sogenannte Pinch-Effekt entwickeln kann, wenn der angelegte magnetische Druck den hydrostatischen Druck, definiert über die Eindringtiefe, übersteigt. Conrath und Karcher [3] sagten eine statische Deformation beim einschalten eines hochfrequenten Magnetfeldes voraus. In ihrer Analyse benutzten sie ein einfaches Modell, das sowohl auf einer Näherung der Eindringtiefe als auch auf einer Näherung des flachen Tropfens basierte. In diesen Grenzen erhielten sie eine linearisierte Young Laplace-Gleichung zur Beschreibung der Tropfenkontur. Diese Gleichung kann analytisch mittels der Green'schen Funktionstechnik gelöst werden. Priede et al. [25] analysierten theoretisch die Stabilität einer perfekt leitfähigen Scheibe in einem zu der Scheibenachse parallelen Magnetfeld. Sie fanden, dass der instabilste Mode bei einem kritischen Wert  $B_C$  immer  $m = 2$  ist. Mit steigender Intensität des Magnetfeldes  $B > B_C$  steigt auch der am schnellsten wachsende Mode  $m$ . Der Vergleich mit einem Experiment, wo eine Pinch-Instabilität untersucht wurde, bestätigt diese Vorhersage. Mit Hilfe einer numerischen 3D-Simulation wurde in der Diplomarbeit von Krauß [17] die Verteilung des Magnetfeldes und der Stromdichte in einem metallischen Tropfen berechnet. Dabei ist die gestörte Form des Tropfens fixiert. Diese Arbeit zeigt, dass die Erklärung von Karcher und Mohring [14] auf die Induktor-Flüssigmetall Anordnung übertragbar ist.

Bei den vorgestellten experimentellen Studien berichteten Autoren über stabilen Verformungen oder über Instabilitäten der freien Oberfläche. Dabei ist unklar, in welchem Bereich und warum die Oberfläche stabil bzw. instabil ist. Theoretische Arbeiten beschrei-

ben nicht ausreichend die Instabilität der freien Flüssigmetalloberfläche in einem hochfrequenten Magnetfeld. Die kritischen Werte und die Wellenlängen bei unterschiedlichen Anordnungen und Materialien können nicht mit Garantie vorhergesagt werden. Deswegen ist eine experimentelle Studie, die in einem breiten Parameterbereich die Effekte des Magnetfeldes sorgfältig beschreibt, erforderlich.

## 1.2 Aufgabenstellung

Ziel der experimentellen Arbeit ist es, die Wirkung eines hochfrequenten magnetischen Wechselfeldes auf die Form und Stabilität eines Flüssigmetalltropfens zu ermitteln. Das Magnetfeld wird von einem Induktor erzeugt, der mit einem Wechselstrom  $I$  der Frequenz  $f$  gespeist wird. In dem Flüssigmetalltropfen mit dem Volumen  $V$  wird ein Strom induziert, der zusammen mit dem Magnetfeld eine Kraft erzeugt, die den Tropfen entsprechend Gleichung (1.1) verformt. Das Metall liegt auf eine Schale symmetrisch zum Induktor. Beim Hochfahren des Induktorstromes folgt einer anfänglichen symmetrischen Tropfenverformung eine unsymmetrische Deformation. Das Verhalten dieser unsymmetrischen Deformation soll unter verschiedenen Bedingungen dokumentiert werden.

Im Einzelnen soll diese experimentelle Arbeit zur Klärung folgender Fragenstellungen beitragen:

- Welche stabile Tropfenkontur stellt sich unter der Wirkung eines magnetischen Wechselfeldes ein?
- Bei welchem kritischen Strom tritt eine Instabilität der Tropfenkontur auf, wenn Frequenz und Tropfenvolumen konstant gehalten werden?
- Wie hängen die kritischen Wellenzahlen und die Anwachsraten der Instabilität von den Versuchsparametern ab?
- Was für eine Konfiguration des Wechselfeld-Flüssigmetall-Systems ist zur Bildung einer stabilen Badkuppe geeignet?

# Kapitel 2

## Experimentbeschreibung

Einer der wichtigen Parameter des in diesem Kapitel vorgestellten Experimentes ist die Frequenz des Magnetfeldes. Während der Versuche hat sich herausgestellt, dass die Frequenzabhängigkeit der Instabilität nur sehr schwach ist. Deswegen ist es notwendig, die Instabilität in einem breiten Frequenzspektrum zu untersuchen. Es standen zwei Generatoren zur Verfügung, die ausgewählte diskrete Frequenzen im Bereich von  $f = 2\text{kHz}$  bis  $f = 300\text{kHz}$  abdecken. Leider sind die Anpassungsparameter bei jedem Generator, genauer gesagt bei jedem Schwingkreis, stark unterschiedlich. Deshalb war es notwendig, zwei Anordnungen bestehend aus Induktor und Flüssigmetalltropfen, zu entwerfen. Der Aufbau beider Experimente wird in den folgenden Kapiteln 2.1.1 und 2.1.2 vorgestellt. Die Kapitel 2.2 und 2.3 beschreiben den Messvorgang mit den wichtigsten Messmethoden bzw. die Geräte, die zur Untersuchung notwendig waren. Zuletzt sind im Kapitel 2.4 die bedeutsamen Stoffdaten der verwendeten Materialien aufgelistet.

### 2.1 Aufbau

#### 2.1.1 MF-Experiment

Eine Prinzipskizze des experimentellen Aufbaus zeigt Bild 2.1. Die Versuchsanordnung besteht aus einem zylindrischen Gefäß aus PVC mit einem Innendurchmesser von  $D = 60\text{mm}$ , in welchem eine gekrümmte Glasplatte angebracht ist. Der Krümmungsradius der Platte beträgt  $R_C = 60\text{mm}$ . Mehrere Details über die Maße des Behälters sind im Anhang A.1 zu finden. Als Flüssigmetall wird Galinstan für die Experimente verwendet, das bei Zimmertemperatur flüssig ist. Dadurch müssen keine Vorkehrungen wegen hoher Temperaturen getroffen werden. Es wird ein bestimmtes Volumen des Flüssigmetalls auf die Glasplatte gegeben. Um Oxidation an der freien Oberfläche zu verhindern, wird der Tropfen mit verdünnter Salzsäure (6 % HCl) so bedeckt, dass das Gefäß bis zur oberen Abdeckung gefüllt ist. Um annähernd isotherme Bedingungen zu gewährleisten, wird der Boden der Glasplatte wassergekühlt. Die Wasserkühlung erlaubt es, bei einem Temperaturunterschied von  $\Delta\vartheta = 30\text{K}$ , Joule'sche Wärmeverluste bis zu  $P_V = 50\text{W}$  aus dem Tropfen abzuführen. Eine genauere Beschreibung der zu diesem Wert führenden analytischen Voruntersuchung folgt in einem der nächsten Abschnitte.

Das elektromagnetische Feld wird von einem Induktor erzeugt, der in gleicher Höhe wie der Tropfen positioniert ist. Der Induktor besteht aus 10 zweilagig angeordneten Kupferwindungen mit einem Innenradius von  $r = 48\text{mm}$  und einer Höhe von  $h_I = 13\text{mm}$ . Der

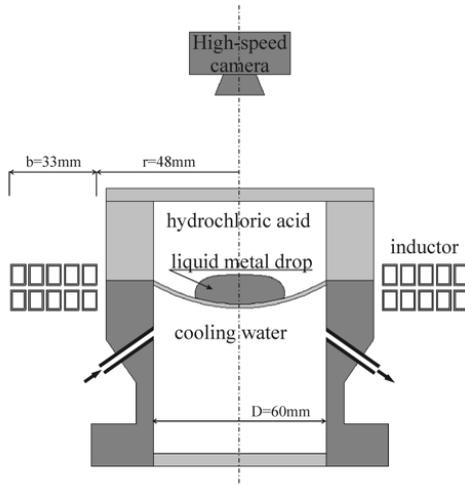


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des MF-Experiments

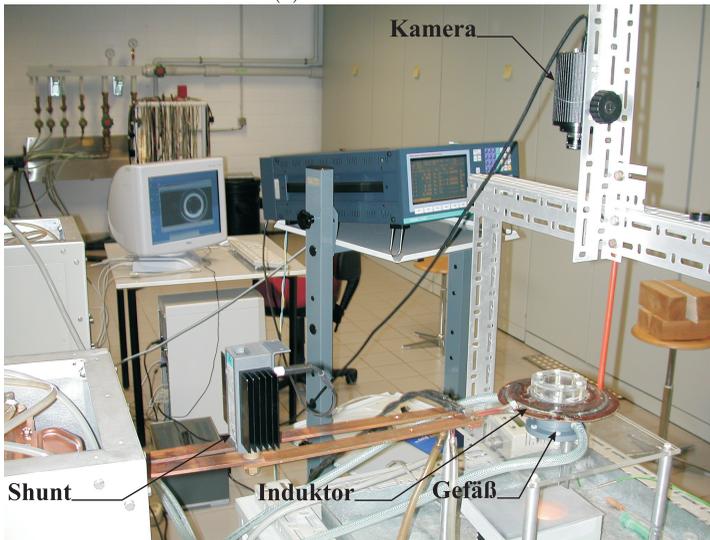
Induktorstrom wird in den Experimenten bis auf  $I_{eff} = 330\text{A}$  erhöht, die Frequenz und das Tropfenvolumen variieren in den Bereichen von  $f = 2\text{kHz}$  bis  $f = 50\text{kHz}$  und von  $V = 0,2\text{ml}$  bis  $V = 11\text{ml}$ . Der Aufbau erlaubt es, den Strom auf  $1\text{A}$  genau zu regeln.

Aus einem Vergleich zwischen dem magnetischen und dynamischen Druck wurde die Deformationsgeschwindigkeit abgeschätzt. Daraus ergibt sich, dass die Deformationszeit im Bereich von Millisekunden liegt. Um diese schnellen Vorgänge während der Experimente aufnehmen zu können, wurde über dem Tropfen eine CCD - Hochgeschwindigkeitskamera installiert. Die statische Deformation und auch die Instabilität wurden immer mit einer Bildrate von  $154\text{fps}$  (frames per second) aufgezeichnet. Bedingt durch die endliche Speicherkapazität der Kamera von  $512\text{MB}$  ist die Aufnahmedauer auf  $t_A = 6,65\text{s}$  begrenzt. Eine Abbildung des realen Aufbaus ist im Bild 2.2 dargestellt.

## Kühlung

Ob eine bestimmte Wärmemenge aus einem Körper abgeführt werden kann, kann mit Hilfe der Abhängigkeit des Wärmestromes von Reynolds-  $Re = vL/\nu$  und Prandtlzahl  $Pr = \nu/a$  abgeschätzt werden. Oft wird der Wärmestrom durch die dimensionslose Kennzahl  $Nu = Q/(\lambda\Delta T) = \alpha L/\lambda$  ersetzt [10]. Dabei sind  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit,  $\alpha$  die Wärmeübergangszahl,  $\nu$  die kinematische Viskosität,  $a$  die Temperaturleitfähigkeit,  $v$  die Geschwindigkeit und  $L$  die charakteristische Länge. Alle Stoffwerte beziehen sich dabei auf die Kühlflüssigkeit. Diese sogenannte Nusselt-Zahl,  $Nu$ , ist das Verhältnis aus dem Wärmefluss, der tatsächlich in der Strömung vorhanden ist, und dem Wärmefluss, den man unter denselben Bedingungen von Geometrie und Temperatur ohne Konvektion erhielte. Zusammenhänge zwischen den dimensionslosen Kennzahlen sind in der Literatur [12] ausführlich beschrieben. Die Kühlung des MF-Experimentes kann vereinfacht wie ein Kanal mit einem rechteckigen Querschnitt beschrieben werden. In solchen Fällen können, für eine erste Abschätzung der Kühlung, Gleichungen für eine Strömung in einem

(a) Gesamtansicht



(b) Detail der Induktor-Tropfen Anordnung

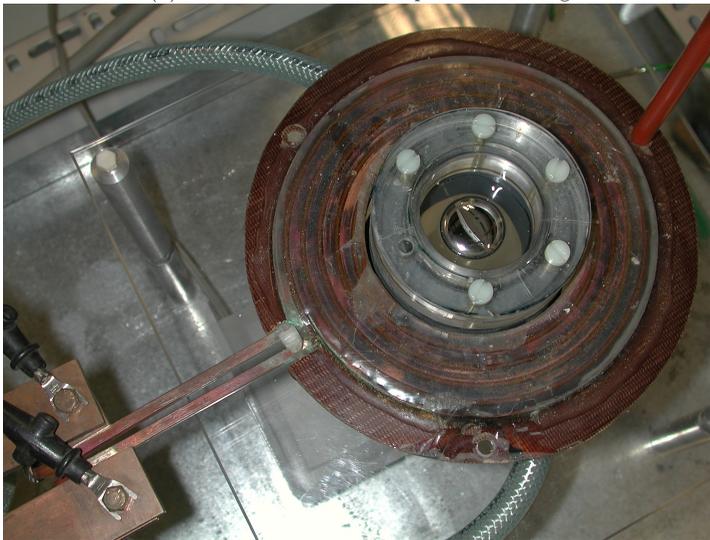


Abbildung 2.2: Versuchsaufbau des MF-Experiments

kreisförmigen Rohr benutzt werden. Für die charakteristische Länge  $L$  wird ein effektiver Durchmesser

$$D_h = \frac{4A_c}{U} = \frac{4 \cdot h \cdot b}{2(h+b)}, \quad (2.1)$$

benutzt, wobei  $A_c$  die Querschnittfläche,  $U$  der Umfang,  $b$  die Breite und  $h$  die Höhe des Kühlkanals sind. In der Literatur wird  $D_h$  oft auch als hydraulischer Durchmesser bezeichnet.

Für eine turbulente, voll entwickelte Strömung mit den Parametern  $0,5 < Pr < 2000$ ,  $3000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$  und  $l/D_h \geq 10$  gilt

$$Nu = \frac{(f_S/8) \cdot Re \cdot Pr}{1,07 + 12,7(f_S/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}. \quad (2.2)$$

$$f_S = 0,184 \cdot Re^{-1/5} \quad (2.3)$$

Welche Leistung durch Kühlung aus dem Tropfen abgeführt werden muss, wurde mit Hilfe einer numerischen Simulation in ANSYS abgeschätzt. Die Anordnung stellt Bild 2.3 dar. Der Tropfen ist aus Galinstan, der Induktor aus Kupfer. Der Induktorradius beträgt  $r_{Ind} = 48\text{mm}$ , der Tropfenradius  $R = 25\text{mm}$ . Zuerst wurde die Verteilung des magnetischen Vektorpotentials  $\vec{A}_m$  berechnet. Aus dem Vektorpotential wurde die Stromdichteverteilung  $\vec{J}$  im Tropfen und anschließend die Joule'schen Verluste  $P$  bestimmt. Die Berechnungen ergaben, dass in dem Tropfen eine Leistung  $P = 50\text{W}$  induziert wird, wenn der einwindige Induktor mit einem Strom von  $I = 700\text{A}$  und einer Frequenz von  $f = 8\text{kHz}$  gespeist wird.

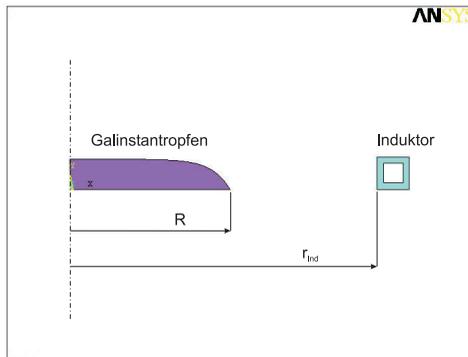


Abbildung 2.3: Modell für die numerische Simulation ohne Darstellung des komplett vernetzten Raumes

Da der Galinstantropfen mit verdünnter Salzsäure abgedeckt ist, können bei hohen Temperaturen Blasen an der Tropfenoberfläche entstehen. Die Tropfentemperatur soll deshalb  $50^\circ\text{C}$  nicht übersteigen. Die Temperatur des Kühlwassers liegt meist bei  $20^\circ\text{C}$ . Bild 2.4

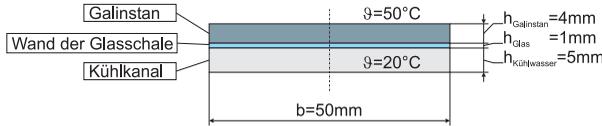


Abbildung 2.4: Skizze des Kühlkanals

fasst die wichtigsten geometrischen Daten des Kanals, Glases und Galinstans zusammen.

Aus der Gleichung

$$P = \frac{\Delta\vartheta \cdot A_K}{\frac{\delta_{Galinstan}}{\lambda_{Galinstan}} + \frac{\delta_{Glas}}{\lambda_{Glas}} + \frac{1}{\alpha}}, \quad (2.4)$$

mit der betrachteten Kontaktfläche  $A_K = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  und dem Temperaturunterschied  $\Delta\vartheta$  ergibt sich, dass eine Wärmeübergangszahl von  $\alpha = 2446 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  erforderlich ist. Aus den Gleichungen (2.2) und (2.3) und mit den Materialeigenschaften des Wassers aus Kapitel 2.4 ergibt sich weiter, dass eine Reynolds Zahl für das Kühlwasser  $Re = 4015$  benötigt wird. Die Wassergeschwindigkeit, die für diese Re-Zahl notwendig ist, beträgt  $v = 0,44 \text{ m/s}$ , was einer Wassermenge von  $\dot{m} = 6,6 \text{ l/min}$  entspricht. Die in unserem Labor verfügbare Durchflussrate des Kühlwassers von  $\dot{m} = 8 \text{ l/min}$  ist zum Kühlen des Tropfens für niedrigere Frequenzen und kleinere Ströme ausreichend. Die Temperatur kann bei hohen Frequenzen oder für große Ströme über  $50^\circ\text{C}$  steigen. Deshalb können nur Kurzzeit-Versuche mit einer Dauer bis max.  $3,5 \text{ s}$  durchgeführt werden.

## 2.1.2 HF-Experiment

Das HF-Experiment ist prinzipiell wie das MF-Experiment aufgebaut (siehe Abbildung 2.5 und Abbildung 2.6). Der experimentelle Aufbau besteht aus einem Gefäß mit doppeltem Boden zur Wasserkühlung. Der Galinstan-Tropfen mit einem Volumen von  $V = 5 \text{ ml}$  wird auf dem gekrümmten Oberboden platziert. Der gekrümmte Boden gewährleistet, wie in dem MF-Experiment, eine symmetrische Anordnung von Flüssigmetall und Induktor. Um die Oxidation zu verhindern, ist der Tropfen mit einer 6%-iger HCl-Lösung bedeckt. Das Magnetfeld, das den Tropfen verformen soll, erzeugt ein zweiwinkliger Induktor. Der Tropfen wurde ebenfalls von unten beleuchtet. Von oben wurde die Deformation aus einer Entfernung von ca.  $50 \text{ cm}$  mit Hilfe der Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommen. Die Anpassbedingungen an dem verfügbaren Generator erlauben nur den Anschluss eines relativ kleinen Induktors. Aus vier Induktoren, die für die optimale Anpassung untersucht wurden, wurde ein zweiwinkliger Induktor mit einem inneren Durchmesser von  $D_{Ii} = 40 \text{ mm}$  und einer mittleren Höhe von  $h_I = 12 \text{ mm}$  gewählt. Der Induktorstrom kann somit bis auf etwa  $I_{eff} = 1000 \text{ A}$  erhöht werden.

Da in diesem Versuch die Wirkung höherer Frequenzen ( $f = 80 \text{ kHz} \dots 300 \text{ kHz}$ ) untersucht werden soll, wird in dem Tropfen relativ viel Joule'sche Wärme erzeugt, was zu einem schnellen Anstieg der Temperatur führt. Eine Voruntersuchung zeigte, dass die in dem MF-Experiment verwendete Glasschale aus normalen Glas die thermischen Spannungen nicht aushält und bricht. Deshalb wurde für das Gefäß mit dem doppelten Boden

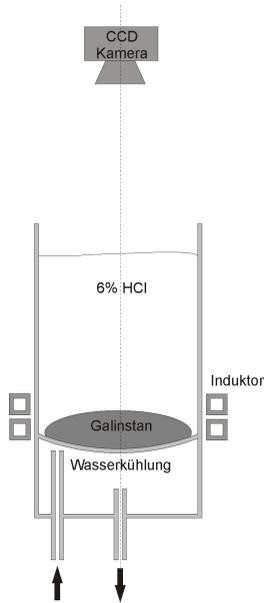


Abbildung 2.5: Skizze des HF-Experiments

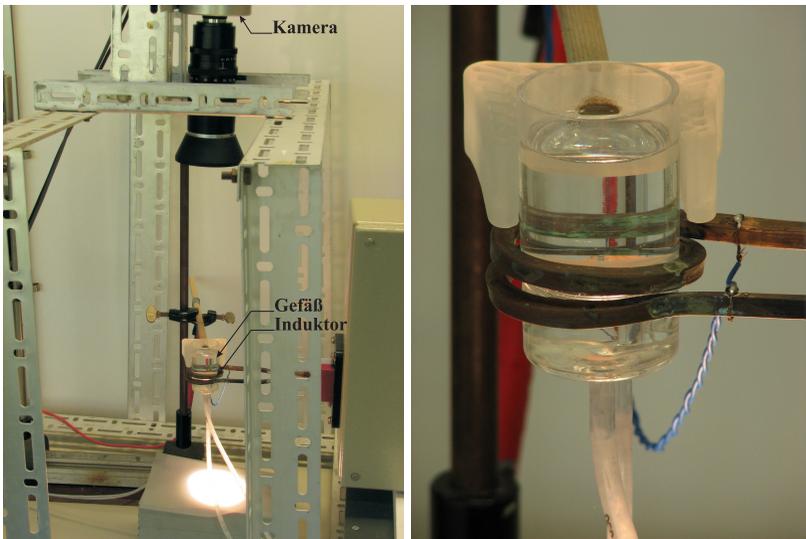


Abbildung 2.6: Versuchsaufbau des HF-Experiments

(Abbildung 2.6) das Material Quarzglas gewählt. Das Gefäß wurde in der Glasbläserei der Firma Quarzschmelze Ilmenau GmbH gefertigt. Aufgrund der Art der Herstellung sind kleine Abweichungen von den in der Zeichnung A.5 angegebenen Maßen möglich.

Im Vergleich zu dem MF-Experiment ist das Gefäß in diesem Fall nach oben nicht geschlossen um den Gasdruck über der Salzsäure nicht ansteigen zu lassen. Dadurch können im instabilen Zustand des Tropfens an der Oberfläche der Salzsäure leichte Wellen entstehen, die kleine Verzerrungen in den aufgenommenen Bildern verursachen.

## 2.2 Messtechniken

Vor jeder Messreihe wurde das Gefäß mit der jeweiligen Menge Galinstan gefüllt und mit Salzsäure abgedeckt. Nach dem Einschalten der Stromquelle wurde der gewünschte Induktorstrom eingestellt. Danach wurde der Generator, ohne die Einstellung zu verändern, ausgeschaltet. Bis zum nächsten Einschalten wurde so lange gewartet, bis der Tropfen auf Raumtemperatur abgekühlt war. Nach dem nächsten Einschalten erreicht der eingestellte Strom in weniger als 0,1s den Sollwert (siehe Abbildung 2.10). Nach insgesamt 10s ist der Übergang aus dem stabilen, runden Zustand zum oszillierenden Tropfen beendet. Danach wurde die 6,65s lange Bildaufzeichnung gestartet. Somit dauert eine Messung ohne Vorbereitung und Übertragen der Bildsequenz von der Kamera in den Rechner  $t_M = 16,65s$ . Dieser Messvorgang wurde stets für das MF-Experiment genutzt. In dem HF-Experiment musste bei hohen Strömen aufgrund des hohen Wärmeeintrages die Dauer der Messung auf bis zu 3,325s reduziert werden.

### Strommessung

Für kleinere Frequenzen wurde der Strom mittels Shunt in eine Spannung umgewandelt. Diese Spannung und die Frequenz misst das Messgerät Norma 6000.

Bei hohen Frequenzen war eine Strommessung mittels Shunt nicht möglich. Erstens wird die Anpassung durch den relativ hohen Shunt-Widerstand gestört, und zweitens ist der Messfehler bei Frequenzen größer als 100kHz zu groß. Der Strom wurde indirekt über die Spannung, die an dem Induktor anliegt, gemessen. Die Spannung wurde mit einem Digitaloszilloskop bei einer Abtastfrequenz  $f_{Ab} = 10MHz$  einer Speicherlänge  $L_{RAM} = 2,5MW$  (Megawörter) aufgezeichnet. Aus dem aufgenommenen Signal wurde nicht nur der effektive Wert für die Induktorspannung, sondern auch die Frequenz analysiert. In Kapitel 4.3 wird die Umrechnung der Spannung in den Induktorstrom vorgestellt.

### Messung der Tropfendeformation - IMP-Methode (IMAGE PROCESSING)

Jedes der aufgenommenen Bilder wurde einer Bildbearbeitung unterzogen. Dazu wird ein eigens entwickeltes MATLAB-Programm verwendet. Für die Analyse ist es sehr wichtig, dass der Tropfen in gutem Kontrast zu seiner Umgebung steht. Deshalb wurde er von unten beleuchtet, womit auch Reflektionen an der Oberfläche vermieden werden konnten. Somit erscheint der Tropfen völlig schwarz, während die Umgebung weiß ist. Abbildung 2.7 (links) zeigt den unter dem Einfluss des Magnetfeldes verformten Tropfen in einer ovalen Form mit der Modenzahl 2. Zunächst wird mit der MATLAB-Funktion *edge* unter

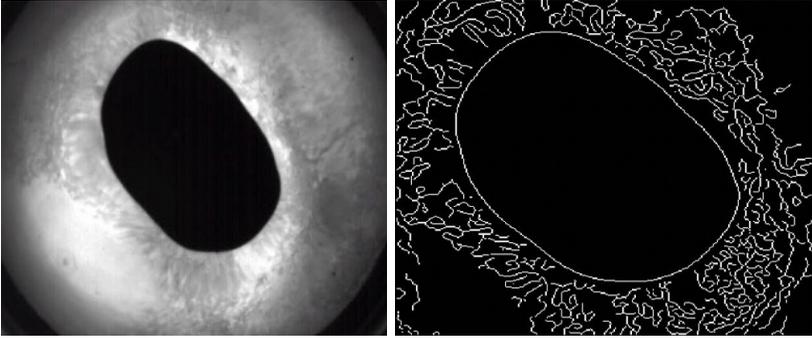


Abbildung 2.7: Originalbild des Tropfens (links), nach der Bildverarbeitung (rechts)

Verwendung der Sobel Methode [21] der steilste Gradient der Lichtintensität bestimmt, das der Tropfenkontur entspricht (siehe Abbildung 2.7 rechts). Im nächsten Schritt wird das Tropfenzentrum bestimmt und ein Polarkoordinatensystem  $(r - \varphi)$  definiert, dessen Ursprung im Tropfenzentrum liegt. Danach wird der Winkel in  $1^\circ$  Schritten erhöht und der Radius bestimmt, bei dem der Farbwechsel von schwarz (innerhalb des Tropfens) nach weiß (Oberfläche des Tropfens) stattfindet. Schließlich erhält man die äußere Tropfenkontur  $R(\varphi, t)$  anhand von 360 Punkten. Diese Vorgehensweise wird für jedes Bild angewandt. Wird die Tropfenkontur jedes Bildes aufgebogen und hintereinander gelegt, so erhält man ein periodisches Signal. Die radiale Oszillation kann so einfach als Amplitude  $A = R(\varphi, t)$  bestimmt werden (Abbildung 2.8). Zur Bestimmung des Tropfenzentrums wurde eine Aufnahme des Flüssimetalltropfens ohne Magnetfeld benutzt. In diesem Fall muss nach der vorgestellten Bildverarbeitung das Signal in Abbildung 2.8 (links) als glatte Linie ohne Steigung erscheinen. Die Mitte des Tropfens wurde solange gesucht bis diese Bedingung erfüllt ist. Nun kann mit Hilfe der Fouriertransformation die spektrale Leistungsdichte der Oszillation berechnet werden (siehe Abbildung 2.9). In diesem Diagramm ist nur eine Momentaufnahme dargestellt. Dadurch dass der Tropfen oszilliert, sind die Amplituden von einzelnen Moden im Zeitbereich nicht konstant. Für die Darstellung dieser Amplituden wurde von jedem Mode  $m$  bzw. jeder Wellenlänge  $\lambda_W$  ein zeitlicher Mittelwert berechnet und in einem Bifurkationsdiagramm in Abhängigkeit von dem Induktorstrom abgebildet. Bei den Oszillationen in dem hier präsentierten Beispiel überwiegt die Modenzahl 2. Des weiteren kann aus Abbildung 2.8 der mittlere Tropfenradius sowie die Frequenz der Tropfenoszillation bestimmt werden.

Die hier beschriebene Methode erlaubt es, sowohl die statische Tropfendeformation als auch die kritische Modenzahl, die kritische Frequenz und die Amplituden der erregten Wellen im Bereich  $I \geq I_{crit}$  durch Erhöhung der Steuerparameter, Strom  $I$ , Frequenz des Magnetfeldes  $f$  und Tropfenvolumen  $V$ , zu messen. Das MATLAB-Skript der Bildverarbeitung ist im Anhang C einzusehen.

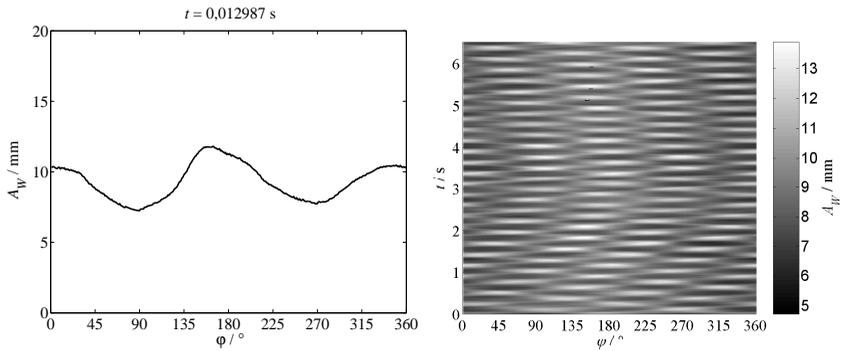


Abbildung 2.8: Periodisches Signal der Tropfenkontur:  $R = f(\varphi)$  (links),  $R = f(\varphi, t)$  (rechts) bei folgenden Parametern:  $V = 2\text{ml}$ ,  $I = 160\text{A}$ ,  $f = 20\text{kHz}$

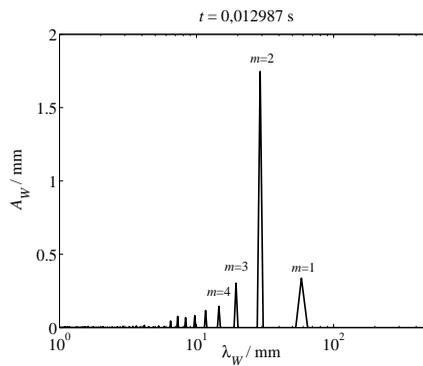


Abbildung 2.9: Amplituden der einzelnen Moden bei  $V = 2\text{ml}$ ,  $I = 160\text{A}$ ,  $f = 20\text{kHz}$  - Momentaufnahme zum Zeitpunkt  $t = 0,012987\text{s}$

## 2.3 Verwendete Geräte

### HF-Generator

Der Generator ist aus zwei Teilen aufgebaut, dem Netzteil und dem Oszillator, die über Versorgungs- und Steuerkabel miteinander verbunden sind. Der Oszillator erzeugt aus der Gleichspannung des Zwischenkreises eine sinusförmige Wechselspannung. Die Frequenz dieser Wechselspannung ist die Arbeitsfrequenz und wird durch den Schwingkreis bestimmt. Der Parallel-Schwingkreis besteht aus Induktor und einem oder mehreren Kondensatoren. Eine FFT-Analyse eines im ersten Experiment aufgenommenen Signals in Abbildung 2.10 zeigt, dass der Schwingkreis einen Strom ohne Oberwellen und Störspitzen erzeugt (Abbildung 2.11).

Die wichtigsten Daten zur Anpassung der beiden Generatoren sind:

- 1) HÜTTINGER HF-Generator : Modell BIG 150/50, Nr. - 24041714-010001  
 $U_{G,max} = 550\text{V}$ ,  $I_{G,max} = 327\text{A}$ ,  $P_{G,max} = 165\text{kW}$   
Oszillator 1 : 0,7kHz ... 2kHz  
Kompensationskapazität - 375,8 $\mu\text{F}$   
Oszillator 2 : 5kHz ... 10kHz  
Kompensationskapazität -  $18 \times 3,68\mu\text{F}$   
Oszillator 3 : 20kHz ... 50kHz  
Kompensationskapazität -  $18 \times 0,88\mu\text{F}$
  
- 2) HÜTTINGER HF-Generator : Modell TIG 30/300, Nr. - 24041714-010001  
 $U_{G,max} = 200\text{V}$ ,  $I_{G,max} = 180\text{A}$ ,  $P_{G,max} = 33\text{kW}$   
Oszillator : 80kHz ... 300kHz  
Kompensationskapazität -  $8 \times 330\text{ nF}$

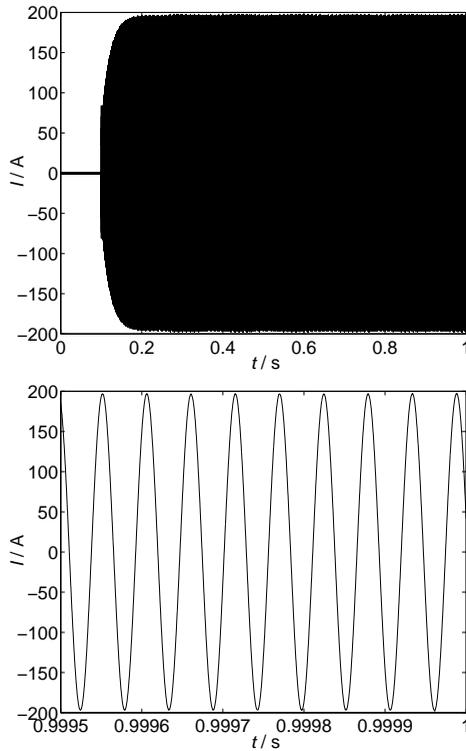


Abbildung 2.10: Stromsignal für einen Einschaltvorgang aus dem MF-Experiment bei folgenden Kontrollparametern:  $f = 18,321\text{kHz}$ ,  $I_{eff} = 149,5\text{A}$ ,  $V = 5\text{ml}$

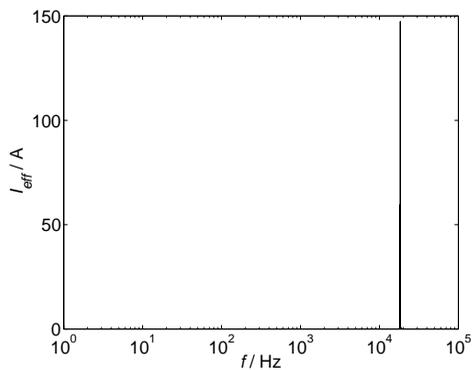


Abbildung 2.11: FFT-Analyse des Signals  $t = 0,5 \dots 1\text{s}$  aus dem Diagramm im Abbildung 2.10

Die technischen Daten der Geräte die weiterhin verwendet wurden, sind im Folgenden aufgelistet.

### **Wide Band Power Analyzer System**

LEM NORMA 6000 : Nr. - A460330540

Stromkanal : 6111

SHUNT ADAPTER : Scale - 100A/22,412mV

Range - max. 1,58V

Nr. - A641401008

### **Shunt**

NORMA TRIAX-SHUNT : Nr. - A641401300

6A ... 300A, max. 100kHz

Scale - 100A/22,412mV

Accuracy -  $\pm 0,1\%$  of rdg.

Freq. response :  $\pm 0,1\%/10\text{kHz}$

### **Digital Speicheroszilloskop**

YOKOGAWA DL 750 : Modell 701210, Nr. - 12B809801 H

10 MS/s, 50 Mega-Worte Speicher

### **Hochgeschwindigkeitskamera**

VDS Vosskühler HCC 1000 : Nr. - 125

512MB interner Speicher

1825 Bilder/Sek. bei 1024x256 Pixel Auflösung

462 Bilder/Sek. bei 1024x1024 Pixel Auflösung

### **Lichtquelle**

Halogenlampe 1000W

### **Thermometer**

AHLBORN THERM 3280-8M : Nr. - 1484T1294

Thermoelement Fe-CuNi (Typ J)

## 2.4 Materialeigenschaften

### Wasser

Stoffdaten bei 20°C und 0,1MPa:

Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ :	0,598 W/(m·K)
Wärmekapazität $c_p$ :	4,181 kJ/(kg·K)
Dichte $\rho_m$ :	998 kg/m <sup>3</sup>
dynamische Viskosität $\eta$ :	1,002 mPa·s
Prandtl-Zahl $Pr$ :	7,001

### Galinstan

Daten aus dem Sicherheitsdatenblatt der Firma Geratherm Medical AG

Zusammensetzung:	68, 5%Ga, 21, 5%In, 10%Sn
Spez. el. Widerstand $\rho$ :	43,5 $\mu\Omega$ ·cm
Dichte $\rho_m$ :	6440 kg/m <sup>3</sup>
Oberflächenspannung $\sigma$ :	0,5 N/m *
Kontaktwinkel $\Theta$ :	166°(HCl), 122°(Luft) *
Schmelzpunkt $\vartheta_{Schmelz}$ :	-19 °C
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ :	16,5 W/(m·K)
dynamische Viskosität $\eta$ :	2,4 mPa·s

(\*) aus eigener Messung

### HCl

Dichte $\rho_{m;10,5\%}$ :	1050 kg/m <sup>3</sup>
Dichte $\rho_{m;15,5\%}$ :	1075 kg/m <sup>3</sup>
Dichte $\rho_{m;20,4\%}$ :	1100 kg/m <sup>3</sup>

### Glas

Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ :	1,5 W/(m·K)
--------------------------------	-------------

### Kupfer

Spez. el. Widerstand $\rho$ :	1,69 $\mu\Omega$ ·cm
-------------------------------	----------------------

### Oberflächenspannung und Kontaktwinkel des Galinstans

Die Oberflächenspannung  $\sigma$  spielt in den Experimenten eine entscheidende Rolle, weil die Oberflächenform aus dem Zusammenhang zwischen der Oberflächenspannung, der Lorentzkraft und der Schwerkraft bestimmt ist (siehe Gleichung (1.4)). Fehlende Herstellerinformationen und starke Schwankungen der Literaturangaben für die Oberflächenspannung des Galinstans oder der Galium-Indium-Zinn-Legierung zwischen 0,353 N/m und 0,718 N/m erforderten eigene Messungen.

Die bekannten Messmethoden sind in der Literatur zusammengefasst [11]. Eine der sieben Methoden, die für die Messung nur einfache Laborausstattung verwendet, ist die „Sessile Drop“ Methode. Hier wird eine bestimmte Menge der Flüssigkeit auf eine Platte aufgebracht und das Schattenbild von der Seite aufgenommen (siehe Abbildung 2.12). Die Maße  $X$  und  $Y$  werden in die empirische Dorsey Gleichung [11] zur Berechnung der Oberflächenspannung

$$\sigma = g_n \cdot \rho_m \cdot X^2 \left( \frac{0,052}{f_D} - 0,1227 + 0,0481 \cdot f_D \right) \quad (2.5)$$

eingesetzt. Hierbei ist  $\rho_m$  die Dichte,  $g_n$  die Erdbeschleunigung und  $f_D$  der Dorsey Faktor mit

$$f_D = \frac{X}{Y} - 0,4142. \quad (2.6)$$

Für dieses Verfahren ist es wichtig, die Maße  $X$  und  $Y$  mit sehr hoher Genauigkeit zu messen. In [28] wurde mit demselben Messverfahren die Oberflächenspannung des Quecksilbers mit einer Genauigkeit von 0,3% aber durch eine andere empirische Gleichung, die Worthington Gleichung, bestimmt. Die Messgenauigkeit zu den Abmaßen des Tropfens konnte mit unserer Ausstattung nicht eingehalten werden. Deswegen sind die berechneten Werte mit einem Fehler von  $\pm 6\%$  behaftet. Die Oberflächenspannung beträgt  $\sigma = 0,517$  N/m für den Galinstantropfen in der Luftatmosphäre und  $\sigma = 0,501$  N/m in der 6% -igen Salzsäure.

Der Temperaturkoeffizient der Oberflächenspannung ist bei flüssigen Metallen sehr klein. Bei Quecksilber, Blei, Zinn oder Wismut liegen die typischen Abweichungen bei  $\Delta\sigma = -0,2(T - T_{\text{Schmelzpunkt}})$  mN/(m·K) [19]. Wegen des vorliegenden großen Messfehlers war es nicht möglich, diesen Temperaturkoeffizient genau zu bestimmen. Es ist aber zu erwarten, dass er in einem ähnlichen Bereich wie bei den anderen o.g. Metallen liegt.

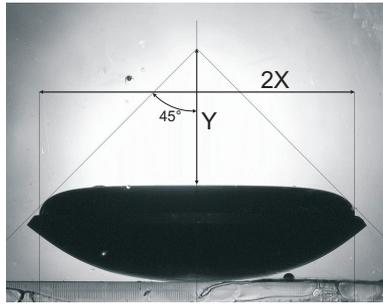


Abbildung 2.12: Abmaße des auf einer Glasschale „sitzenden“ Tropfens für die Berechnung der Oberflächenspannung

Für die Messung des Kontaktwinkels  $\Theta$  wurde dasselbe Messverfahren benutzt. In dem Kontaktpunkt zwischen Glas, Luft oder Säure und Galinstan wurde eine Tangente zu der Oberfläche und eine horizontale Linie gezogen. Der Winkel zwischen den beiden Linien wurde gemessen. Beide Fotos in Abbildung 2.13 zeigen, dass der Kontaktwinkel in der Salzsäure (rechts) größer als in der Luftatmosphäre (links) ist. Er beträgt  $\Theta = 166^\circ$  bzw.  $\Theta = 122^\circ$ .

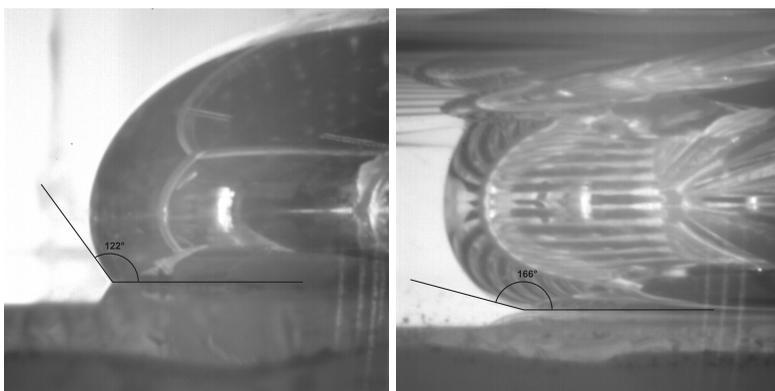


Abbildung 2.13: Kontaktwinkel des Galinstans in Luftatmosphäre (links) und in der 6%-iger HCl (rechts)

# Kapitel 3

## Analytisches Modell

Um die Kraftwirkung des Magnetfeldes auf den Flüssigmetalltropfen erklären zu können, wurden die in diesem Kapitel vorgestellten Überlegungen angestellt.

Theoretische Studien von Conrath [3] oder Priede [25] beschreiben statische Verformungen oder kritische magnetische Flussdichten für das Einsetzen von Instabilitäten auf der freien Oberfläche eines Flüssigmetall-Tropfens, der einem hochfrequenten Magnetfeld ausgesetzt wird. In beiden Theorien wurde angenommen, dass die Frequenz des Magnetfeldes so hoch ist, dass die elektromagnetische Eindringtiefe sehr klein ist ( $\delta \rightarrow 0$ ). In dem Fall beschreibt Gleichung (1.3) genau den magnetischen Druck, der eine Verformung des flüssigen Metalltropfens verursacht. In unseren Experimenten wurden jedoch nicht nur Fälle untersucht, bei denen  $\delta$  sehr klein im Vergleich zum Radius des Einsatzes ist, sondern auch Fälle, mit zum Tropfenradius vergleichbaren Eindringtiefen  $\delta \approx R$ . Deswegen wurde ein einfaches analytisches Modell entwickelt, das auch die Wirkung des Verhältnisses Tropfenradius zu Eindringtiefe beinhaltet.

In Abbildung 3.1 sind die wichtigsten Größen, die zur Beschreibung des Tropfens in diesem Kapitel eingeführt werden, dargestellt. Das sind die Höhe und der Radius des Tropfens mit und ohne Wirkung des Magnetfeldes.

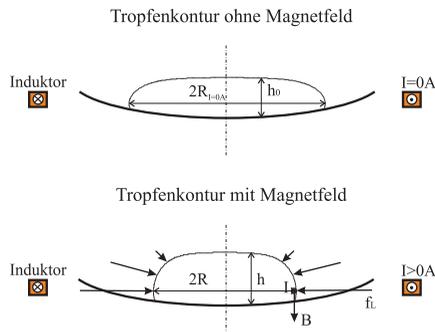


Abbildung 3.1: Skizze des Tropfens ohne Magnetfeld und unter der Einwirkung des Magnetfeldes

### 3.1 Lorentzkraftverteilung im Tropfen

Wenn die Geometrie aus den Experimenten so vereinfacht wird, dass der Induktor und auch der Einsatz (Tropfen) unendlich hoch sind, kann die Verteilung des magnetischen Feldes im Tropfen abgeschätzt werden. Damit werden die Randeffekte, die beim realen Tropfen die Verteilung des Magnetfeldes beeinflussen, vernachlässigt. Bei der Berechnung der Deformation wird aus dem unendlichen Modell ein Ausschnitt entsprechend der realen Tropfenhöhe benutzt um damit die Kraftbilanz zu bestimmen.

Das Modell für die Berechnung des elektromagnetischen Feldes besteht aus einem unendlichen Solenoid als Induktor und einem leitfähigen, unendlich hohen Vollzylinder als Einsatz, der symmetrisch im Induktor angeordnet ist. Die Verteilung der magnetischen Flussdichte  $B$  und der elektrischen Stromdichte  $J$  im Einsatz werden mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen berechnet. Die Theorie der zylindrischen, elektromagnetischen Wellen in dem Raum zwischen einem Induktor und einem Einsatz und in dem Einsatz selbst ist ausführlich in [20] beschrieben. Es gilt die Besselsche Differentialgleichung in der Form

$$\frac{\partial^2 \underline{\mathbf{B}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}}{\partial r} - j\omega\gamma\mu \underline{\mathbf{B}} = 0. \quad (3.1)$$

Die Lösung dieser Besselschen Differentialgleichung ist eine Linearkombination von zwei zylindrischen Funktionen desselben Arguments. Mit Hilfe der 1. Maxwell'schen Gleichung

$$\text{rot} \underline{\mathbf{B}} = -\frac{\partial \underline{\mathbf{B}}}{\partial r} = \mu\gamma \underline{\mathbf{E}} = \mu \underline{\mathbf{J}} \quad (3.2)$$

kann die elektrische Feldstärke  $E$  und die elektrische Stromdichte  $J$  berechnet werden.

Aus den Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\mathbf{B}}}{\partial r} &= 0, \text{ in der Symmetrieachse, } r = 0, \\ \underline{\mathbf{B}} &= B_0 \mathbf{e}_z \text{ an der Oberfläche des Einsatzes} \end{aligned}$$

ergeben sich die unbekanntenen Integrationskonstanten. Die Lösung von Gleichung (3.1) ist dann:

$$\underline{\mathbf{B}} = B_0 \frac{J_0(\sqrt{-j}r/\delta)}{J_0(\sqrt{-j}R/\delta)} \mathbf{e}_z, \quad (3.3)$$

und für die Stromdichte  $J$  gilt:

$$\underline{\mathbf{J}} = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2} B_0}{\delta} \frac{J_1(\sqrt{-j}r/\delta)}{\mu J_0(\sqrt{-j}R/\delta)} \mathbf{e}_\varphi. \quad (3.4)$$

$J_0$  und  $J_1$  sind Bessel- oder Zylinderfunktionen nullter bzw. erster Ordnung erster Gattung, die in [20] oder [2] beschrieben sind.

Für die vorliegende Untersuchung ist wesentlich, dass damit die Verteilung der Lorentzkraft mit Hilfe der Gleichungen (1.1), (3.3) und (3.4) bestimmt werden kann. Da die Stromdichte im Einsatz senkrecht zur Flussdichte gerichtet ist, gilt für die Lorentzkraft

$$\underline{\mathbf{f}}_L = \frac{(1-j)}{\delta} \frac{B_0^2}{\mu} \frac{J_1(\sqrt{-j}r/\delta) \cdot J_0(\sqrt{j}r/\delta)}{J_0(\sqrt{-j}R/\delta) \cdot J_0(\sqrt{j}R/\delta)} \mathbf{e}_r. \quad (3.5)$$

Um die Wirkung dieser Kraft auf die Form des Einsatzes zu beschreiben, wird  $f_L$  von der Oberfläche bis zur Achse integriert. Den Realteil des Integrals bezeichnet man als magnetischen Druck  $p_{mag}$

$$p_{mag} = \frac{B_0^2}{\mu\delta} \operatorname{Re} \left\{ (1 - j) \int_R^0 \frac{J_1(\sqrt{-j}r/\delta) \cdot J_0(\sqrt{j}r/\delta)}{J_0(\sqrt{-j}R/\delta) \cdot J_0(\sqrt{j}R/\delta)} \right\} = \frac{B_0^2}{\sqrt{2}\mu} \cdot P(R/\delta). \quad (3.6)$$

Der Imaginärteil des Integrals aus Gleichung (3.6) wird als Funktion  $Q(R/\delta)$  bezeichnet. Beide Funktionen  $P(R/\delta)$  und  $Q(R/\delta)$  wurden in [20] bei der Beschreibung der Impedanz des Einsatzes eingeführt und sind dort auch ausreichend erklärt. Der Verlauf dieser Funktionen ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Für große Parameter  $R/\delta > 5$  sind beide Funktionen  $P(R/\delta) \approx Q(R/\delta) \approx 1/\sqrt{2}$ . Der magnetische Druck kann in dem Fall über Gleichung (1.3) bestimmt werden.

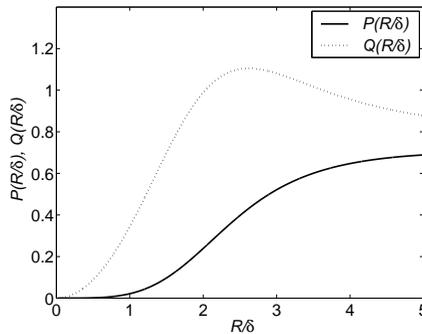


Abbildung 3.2: Verlauf der Funktionen  $P(R/\delta)$  und  $Q(R/\delta)$

## 3.2 Bestimmung der magnetischen Flussdichte $B_0$

Als eine Randbedingung wurde für die Lösung von Gleichung (3.1) angenommen, dass die Flussdichte an der Oberfläche  $B_0$  bekannt ist. Im folgenden Abschnitt wird die Bestimmung dieser Größe vorgestellt.

Es existieren verschiedene Möglichkeiten, durch gewisse Vereinfachungen der Geometrie die Flussdichten analytisch zu berechnen.

Für eine unendlich lange, zylindrische Induktor-Einsatz-Anordnung kann die Flussdichte an der Oberfläche des Werkstücks durch  $B_0 = (\mu_0 NI)/l$  bestimmt werden, wobei  $l$  die Länge bzw. Höhe des Induktors mit  $N$  Windungen ist, die mit dem Strom  $I$  durchflossen sind. Mit dieser Gleichung werden Randeffekte, die bei kurzen Spulen das Magnetfeld beeinflussen, vernachlässigt. Damit ist  $B_0$  unabhängig vom Einsatz.

In den Experimenten sind jedoch flache/kurze Induktoren benutzt worden. Eine solche flache Spule kann man durch einen einzelnen Ringstrom ersetzen. Das Magnetfeld eines Ringstromes berechnet man mit Hilfe des Biot-Savart Gesetzes [24]. In der Achse dieses Ringstromes gilt  $B_0 = (\mu_0 NI)/d$ , wobei  $d$  der Ringstromdurchmesser ist. Weil das Biot-Savart Gesetz nur für eine homogene, lineare und isotrope Umgebung des Ringstromes

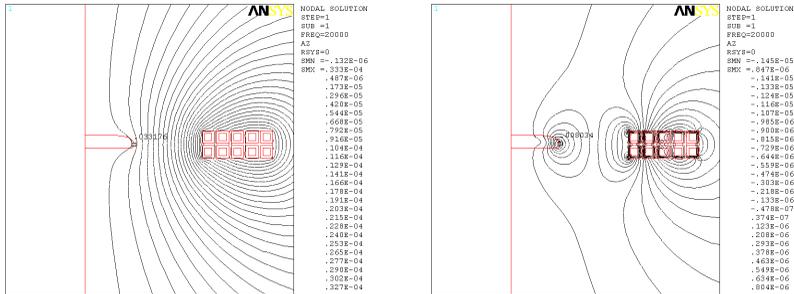


Abbildung 3.3: Verlauf der Magnetfeldlinien und die magnetische Flussdichte  $B$  in Tesla an der Spitze des Tropfens des Radiuses  $R = 20\text{mm}$ : Realteil (links) und Imaginärteil (rechts)

gültig ist, kann diese Theorie die Wirkung des Einsatzes nicht berücksichtigen.

Um die Theorie mit dem Experiment vergleichen zu können, muss  $B_0$  genauer bestimmt werden. Die magnetische Flussdichte an der Spitze des Tropfens wurde deshalb durch numerische 2D-Simulationen mit dem kommerziellen Softwarepaket ANSYS bestimmt. Durch Lösung der Maxwellgleichungen wird die Verteilung des magnetischen Vektorpotentials berechnet. Das Modell besteht aus dem 10-windigen, flachen Induktor und dem Tropfen mit dem Radius  $R$ . Der Tropfenradius  $R$  ist der zu untersuchende Parameter, der die Flussdichte  $B_0$  beeinflusst. Die Vernetzung der Spule und ihres Außenraumes wurden so gewählt, dass die dadurch entstehende Ungenauigkeit für die vorliegenden Untersuchungen vernachlässigbar sind. Eine genauere Beschreibung des Modells, die Berechnung der Tropfenform und andere Details sind in [15] dargelegt. Ein Ergebnis dieser Simulationen ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Die Werte für  $B_0$  aus 5 numerischen Simulationen für 5 verschiedene Radien  $R$  sind in der Abbildung 3.4 als volle Punkte dargestellt. Ein Polynom 2. Grades

$$B_0 = -0.0121 \cdot R_{I=0A}^2 + 0.976 \cdot R_{I=0A} + 8.36 \quad (3.7)$$

beschreibt ausreichend diese Werte. Die magnetische Flussdichte an der Spitze des Tropfens  $B_0$  kann durch dieses Polynom für eine Frequenz des Magnetfeldes von  $f = 20\text{kHz}$  für Radien von  $R_{I=0A} = 0\text{mm}$  (leere Spule) bis  $R_{I=0A} = 25\text{mm}$  bestimmt werden.

Es sei an dieser Stelle vermerkt, dass die Verteilung des Magnetfeldes in einem zylindrischen Einsatz von Dodd und Deeds [5] durch eine analytische, integrale Lösung beschrieben werden kann. Diese Lösung wird zur Zeit in dem sich an die vorliegende Arbeit anschließenden theoretischen Projekt der Forschergruppe Magnetofluidynamik an der TU Ilmenau von Dr. Karcher und Dr. Votyakov genutzt, um eine lineare Stabilitätsanalyse zu entwickeln.

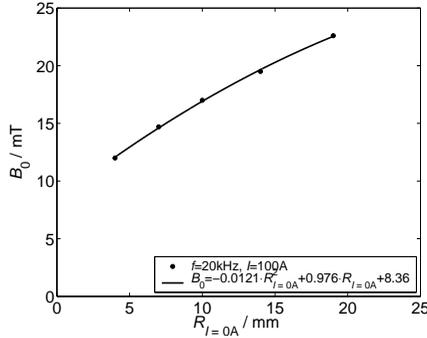


Abbildung 3.4: Magnetische Flussdichte an der Spitze des Tropfens für verschiedene Tropfenradien

### 3.3 Wirkung des Magnetfeldes - Tropfendeformation

Das Ziel der nachfolgenden Überlegungen ist nicht eine Beschreibung der gesamten Form des Flüssigmetalltropfens unter der Einwirkung des Magnetfeldes, sondern eine Beschreibung der Änderung der Form beim Anlegen eines Magnetfeldes. Die statische Form wird aus dem Gleichgewicht zwischen dem magnetischen Druck, dem hydrostatischen Druck und der Oberflächenspannung

$$-\frac{B_0^2}{2\mu} \cdot P(R/\delta) + \rho_m g_n h - \sigma(K - K_0) = 0 \quad (3.8)$$

bestimmt (siehe [4]). Die Lösung dieser Gleichung ist aufgrund der Krümmung  $K$  analytisch nicht möglich und wird meistens mit numerischen Verfahren gelöst.

Hier interessiert nicht die gesamte Form des Tropfens, sondern die Änderung der Form, d.h. der Höhe  $h$  und des Radiuses  $R$ . Für kleine Deformationen kann die Änderung der Wirkung der Oberflächenspannung vernachlässigt werden. Der magnetische Druck (magnetische Energie) wird dann nur zur Erhöhung des hydrostatischen Druckes (potentiellen Energie) benutzt.

Statt des Tropfens benutzen wir jetzt einen flachen Zylinder mit dem Radius  $R_{I=0A}$  und der Höhe  $h_0$ , der die zylindrische Form behält und nur seinen Radius  $R$  und seine Höhe  $h$  verändern kann. Die Verteilung des magnetischen Druckes in dem Zylinder wird näherungsweise durch die Gleichung (3.6) beschrieben. Der Parameter  $B_0$  in dieser Gleichung wird mit Hilfe des Polynoms (3.7) bestimmt. Weil für die Form ohne Magnetfeld

$$\rho_m g_n h_0 - \sigma(K - K_0) = 0 \quad (3.9)$$

gilt, und für die Form mit Magnetfeld

$$-\frac{B_0^2}{2\mu} \cdot P(R/\delta) + \rho_m g_n (h_0 + \Delta h) - \sigma(K - K_0) = 0 \quad (3.10)$$

gilt, kann für die Berechnung kleiner Deformationen folgende Gleichung benutzt werden:

$$p_{mag} = \Delta p_h = \frac{B_0^2}{\sqrt{2}\mu} \cdot P(R/\delta) = \rho_m g_n \Delta h. \quad (3.11)$$

Da das Volumen des Zylinders konstant bleibt, kann aus der Höhenänderung  $\Delta h/h_0$  auch die Änderung des Radiuses, die auch in den Experimenten gemessen wurde, berechnet werden:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \left( \frac{R_{I=0A}}{R} \right)^2 - 1 = \frac{B_0^2}{h_0 \rho_m g \sqrt{2\mu}} \cdot P(R/\delta) \quad (3.12)$$

Aus der Gleichung kann man sehen, dass die Höhenänderung beim konstanten  $R/\delta$  proportional zum Quadrat der Flussdichte ist. Weil die Flussdichte linear vom Induktorstrom abhängt, ist die Höhenänderung auch proportional zum Quadrat des Induktorstromes. In dem Diagramm der Abbildung 3.5 ist die theoretische Vorhersage der Radiusänderung des Zylinders/Tropfens dargestellt. Da die Oberflächenspannung vernachlässigt und  $B_0$  für flache Induktoren bestimmt wurde, ist diese theoretische Kurve nur für kleine Deformationen brauchbar. Je größer die Deformation, um so ungenauer ist diese theoretische Aussage.

In Abbildung 3.6 ist die Deformation in Abhängigkeit von  $R_{I=0A}/\delta$  für konstanten Induktorstrom dargestellt. Der Fall für  $B_0 = \text{const}$  ist mit der gepunkteten Linie in Abbildung 3.6 dargestellt. Der Verlauf dieser Kurve ist ausschließlich durch die Funktion  $P(R/\delta)$  definiert. Man sieht, dass mit steigendem  $R_{I=0A}/\delta$  eine endliche Deformation erreicht wurde, die durch  $B_0^2/(2\mu)$  bestimmt werden kann. In Abbildung 3.4 wird jedoch deutlich, dass sich die Flussdichte für einem konstanten Strom mit dem Radius ändert. Weil in den Experimenten der Induktorstrom konstant gehalten wurde, konnte bei der berechneten Kurve in Abbildung 3.6 (volle Linie)  $B_0$  mit der Radiusänderung korrigiert werden.

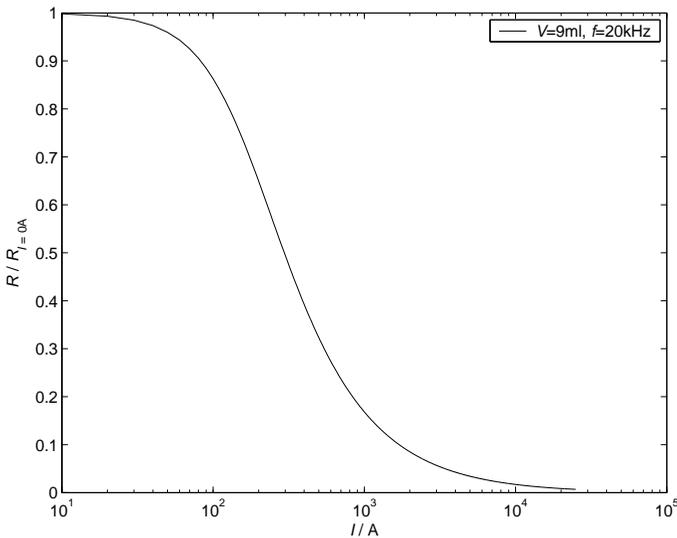


Abbildung 3.5: Tropfendeformation als Funktion des Induktorstromes für konstantes Volumen des Galinstantropfens  $V = 9\text{ml}$  und konstante Frequenz des Magnetfeldes  $f = 20\text{kHz}$

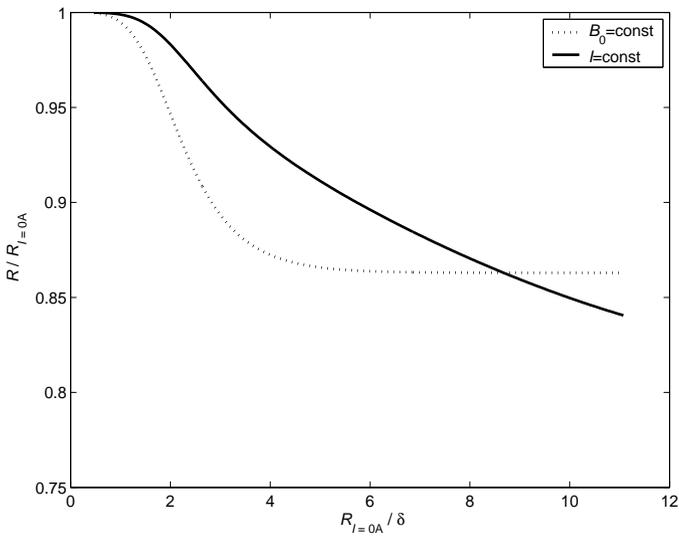


Abbildung 3.6: Tropfendeformation als Funktion des Parameters  $R_{I=0A}/\delta$  für konstante magnetische Flussdichte  $B_0 = 23\text{mT}$  und konstanten Induktorstrom  $I = 100\text{A}$

# Kapitel 4

## Messergebnisse

### 4.1 Voruntersuchung

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse verschiedener Voruntersuchungen dargestellt, die mit der in Kapitel 2.1.1 beschriebenen Anordnung des MF-Experimentes durchgeführt wurden. In 4.1.1 wird ein möglicher Temperatureinfluss auf die Ergebnisse in der Hauptuntersuchung geklärt. Das Ziel der Messung in 4.1.2 ist, die Ergebnisse einer existierenden Studie [6] mit Hilfe der IMP-Methode zu reproduzieren. Da die Ergebnisse dieser Voruntersuchung die existierenden Ergebnisse nicht nur reproduzieren sondern erweitern, hat die IMP-Methode diese Bewährungsprobe erfolgreich bestanden. Zuletzt werden in 4.1.3 erste Ergebnisse und erste Effekte in einem hochfrequenten Magnetfeld vorgestellt. Diese Voruntersuchung zeigt, welche Messungen und welche Genauigkeiten auch ohne die IMP-Methode möglich sind.

### 4.1.1 Entwicklung und Wirkung der Temperatur

Zuerst wurden die Tropfentemperatur und der Tropfenradius unter verschiedenen Bedingungen, z.B. bei verschiedenen Induktorströmen oder Frequenzen, gemessen. Die Effektivität der Kühlung wird gezeigt und der Messfehler durch einen möglichen Temperaturanstieg erläutert.

Aus dem Fall eines unendlich langen, zylindrischen Einsatzes in einem unendlich langen Induktor ist bekannt, dass die Joulsche Wärme proportional zum Quadrat des Induktorstromes und eine Funktion der Frequenz des Magnetfeldes ist [20]. Je größer das Verhältnis zwischen dem Einsatzradius und der Eindringtiefe  $R/\delta$  ist, umso mehr Wärme wird produziert. Diese Eigenschaft ist in der Abbildung 4.1 mittels Temperaturanstieges im Tropfen dokumentiert. Schon bei relativ niedriger Frequenz steigt bei höheren Strömen die Temperatur über die im Abschnitt 2.1.1 festgelegte Grenze von  $\vartheta = 50^\circ\text{C}$ .

Da man mit einem Temperaturanstieg von über  $50^\circ\text{C}$  rechnen muss, wurde gleichzeitig überprüft, ob dadurch der mittlere Radius beeinflusst wird. Dazu wurde in einem Erwärmungs- und einem Abkühlungsversuch die Entwicklung der Tropfentemperatur gemessen (siehe Abbildung 4.2). Gleichzeitig wurde aus den mit der Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommenen Bildern mit der IMP-Methode der mittlere Radius  $R$  analysiert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.3 und 4.4 dargestellt. Die Diagramme 4.3(a) und (b) zeigen, dass der normierte Radius sowohl bei Erwärmung als auch bei Abkühlung mit der Zeit steigt. In einer anderen Darstellung dieser Ergebnisse wurde die Abhängigkeit des normierten Radiuses von der Tropfentemperatur abgebildet (Abbildung 4.4(a) und (b)). Der Widerspruch, dass der Tropfenradius  $R$  mit steigender Temperatur einmal steigt (Abbildung 4.4(a)) und einmal sinkt (Abbildung 4.4(b)), kann nur durch die zu beobachtende Blasenbildung an der Oberfläche des Metalls bei Temperaturen von  $\vartheta \geq 50^\circ\text{C}$  erklärt werden.

### Zusammenfassung

Den größten Messfehler durch eine Temperaturänderung verursacht die Blasenbildung beim Überschreiten einer Temperatur von  $50^\circ\text{C}$ . Je länger eine Messung andauert, umso mehr Blasen bilden sich entlang des Tropfenumfangs. Aus diesem Grund muss die Versuchsdauer kurz (nicht länger als 10s) gehalten werden. Da die IMP-Methode bei der Erkennung der Tropfenoberfläche teilweise auch diese Blasen erfasst, wird der Fehler umso größer. Andere Einflüsse, wie eine Änderung der Materialeigenschaften durch die Temperatur im Bereich von  $20 \dots 100^\circ\text{C}$ , verursachen in der Flüssigkeit keine messbaren Effekte (siehe z.B. die Daten zur Oberflächenspannung in der Kapitel 2.4).

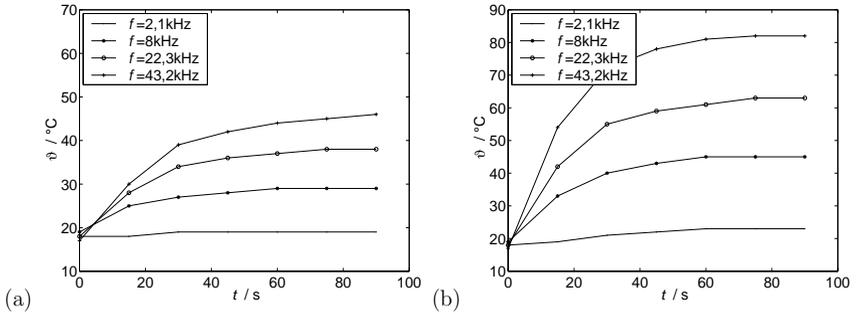


Abbildung 4.1: Vergleich der Temperaturentwicklung in dem Galinstantropfen mit dem Volumen  $V = 3,4$  ml für die Ströme (a)  $I = 60$  A, (b)  $I = 100$  A

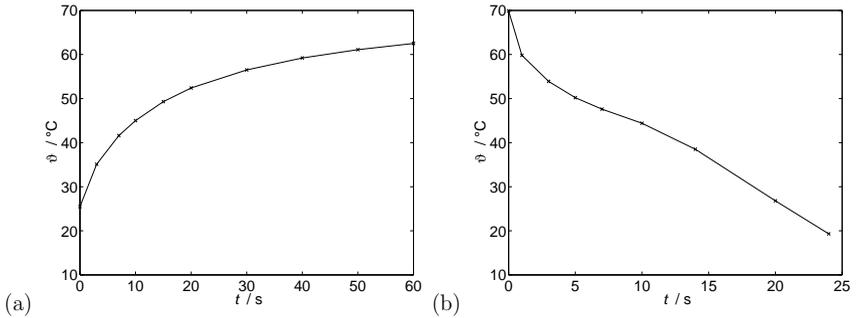


Abbildung 4.2: Temperaturverlauf eines 5ml Tropfens (a) Erwärmung mit dem Induktorstrom  $I = 60$  A und der Frequenz  $f = 10,2$  kHz, (b) Abkühlung von der Temperatur  $\vartheta = 70^\circ\text{C}$

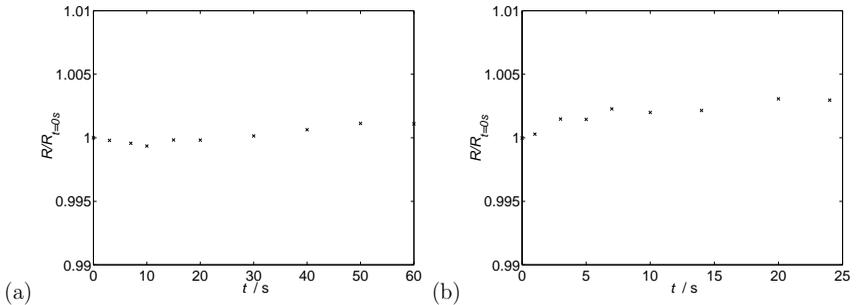


Abbildung 4.3: Zeitliche Entwicklung des normierten Radius  $R/R_{I=0\text{A}}$  bei (a) Erwärmung von  $\vartheta = 25^\circ\text{C}$  auf  $\vartheta = 65^\circ\text{C}$ , (b) Abkühlung von  $\vartheta = 70^\circ\text{C}$  auf  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$

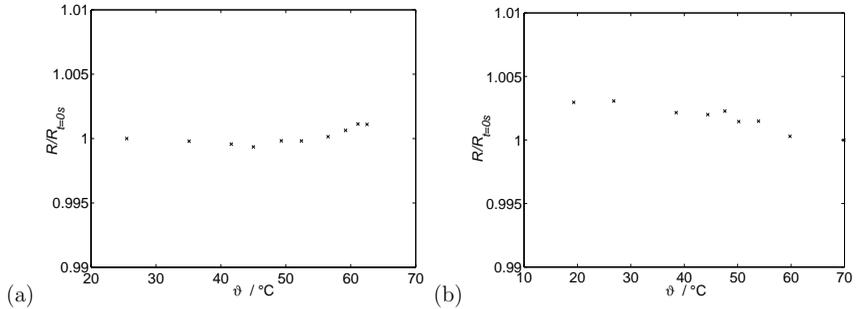


Abbildung 4.4: Normierter Radius als Funktion der Temperatur bei (a) Erwärmung, (b) Abkühlung

### 4.1.2 Flüssigmetalltropfen im niederfrequenten Magnetfeld

Eine für die vorliegenden Untersuchungen wichtige experimentelle Studie, die die Effekte eines niederfrequenten elektromagnetischen Feldes auf einen Quecksilber-Tropfen beschreibt, wurde von Fautrelle et al. [6] verfasst. Sie beobachteten Instabilitäten mit azimuthalen Moden zwischen  $m = 0$  und  $m = 15$ , deren Oszillationsfrequenzen (Eigenfrequenzen)  $f_n$  im Bereich der Frequenz des magnetischen Feldes liegen, wenn die magnetische Flussdichte einen kritischen Wert übersteigt. Gleichzeitig berichteten sie von einer starken Hysterese beim Übergang aus dem stabilen (runder Tropfen) zu dem instabilen Zustand (sternförmiger, oszillierender Tropfen) bei den Flussdichten  $B_{\text{crit1}}$  bzw.  $B_{\text{crit2}}$ . Eine Prinzipskizze einer solchen Hysterese ist in Abbildung 4.5 zu sehen, wobei  $A_W$  die Amplitude der mit steigender magnetischer Flussdichte  $B$  am schnellsten steigende Wellenlänge ist. Der Übergang vom stabilen zum instabilen Zustand, d.h. die kritische magnetische Flussdichte  $B_{\text{crit1}}$ , wurde in [6] mittels eines Stabilitätsdiagrammes dokumentiert. Die Eigenfrequenzen  $f_n$  wurden mit theoretischen Werten aus Lamb [18] verglichen.

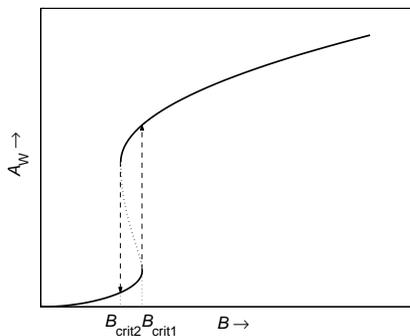


Abbildung 4.5: Skizze einer Hysterese in einem Bifurkationsdiagramm. Bei steigender Flussdichte  $B$  wächst die Amplitude einer Wellenlänge  $A_W$  bei  $B_{\text{crit1}}$  sprunghaft. Bei sinkender Flussdichte sinkt diese Amplitude auch sprunghaft bei  $B_{\text{crit2}}$ .

Die Werte  $B_{\text{crit1}}$  des Stabilitätsdiagrammes wurden durch Beobachtung bestimmt und sind durch subjektive Fehler beeinträchtigt. Fautrelle et al. haben bei steigendem Induktorstrom bzw. steigender Flussdichte  $B$  in ihrem Stabilitätsdiagramm den Wert dokumentiert, bei dem sie eine Änderung der Tropfenform beobachtet haben. Diese Messung wurde in der vorliegenden Untersuchung mit der IMP-Messmethode (siehe Kapitel 2.2) wiederholt. Werden mit der IMP-Methode die Ergebnisse von Fautrelle et al. bestätigt, so können die Erkenntnisse aus [6], z.B. über die Hysterese, genutzt und erweitert werden. Die in beiden Studien ([6] und diese) verwendeten Induktoren waren identisch, allerdings unterscheiden sich die Stoffparameter der verwendeten Flüssigmetalle Quecksilber und Galinstan.

Von Lamb [18] ist bekannt, dass die dominanten Moden  $m$  mit den Eigenfrequenzen

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma m(m^2 - 1)}{\rho_m R^3}} \quad (4.1)$$

existieren. Die Eigenfrequenz  $f_n$  ist für niederfrequente Magnetfelder von der Frequenz des Magnetfeldes  $f$  bestimmt ( $f_n = f$ ). Da die Dichte bei Quecksilber deutlich größer als bei Galinstan ist, wurden die Modenzahlen  $m = 2 \dots 7$  bei höheren Frequenzen des Magnetfeldes  $f$  als in [6] beobachtet. Die Moden  $m = 2, 3, 4, 5, 6$  und  $7$  erscheinen in unserer Messung bei den Frequenzen  $f = 3, 4, 5, 8, 10$  bzw.  $12\text{Hz}$ , siehe Abbildung 4.6.

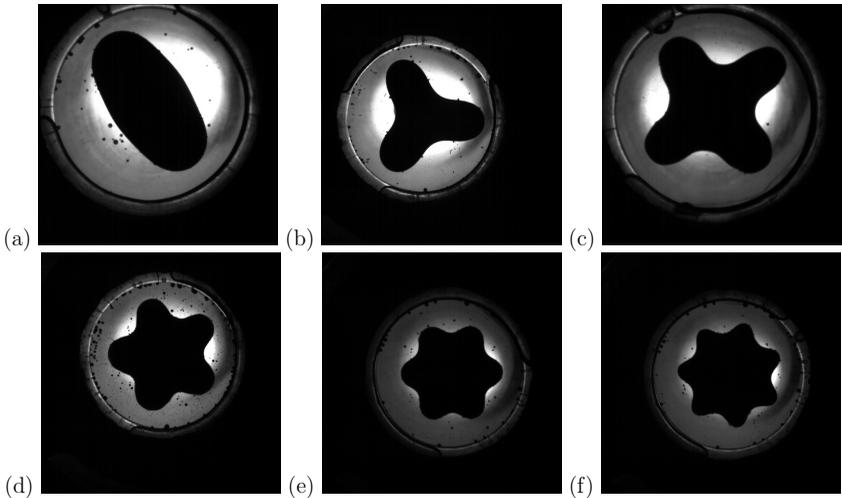


Abbildung 4.6: Beispiele der Instabilitäten eines Galinstan-Tropfens im niederfrequenten Magnetfeld: (a)  $m = 2$ ,  $f = 3\text{Hz}$ ; (b)  $m = 3$ ,  $f = 4\text{Hz}$ ; (c)  $m = 4$ ,  $f = 5\text{Hz}$ ; (d)  $m = 5$ ,  $f = 8\text{Hz}$ ; (e)  $m = 6$ ,  $f = 10\text{Hz}$ ; (f)  $m = 7$ ,  $f = 12\text{Hz}$

Die im Kapitel 2.2 vorgestellte Methode zur Analyse der mit der digitalen Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommenen Bilder (IMP-Methode) erlaubt, die Entwicklung des mittleren Radiuses  $R$  und die Entwicklung der Amplituden der einzelnen Moden zu verfolgen. Beide Größen sind in Abbildung 4.7, bzw. den Bifurkationsdiagrammen in Abbildung 4.8 dargestellt. Man sieht in den Bifurkationsdiagrammen, dass die kritische magnetische Flussdichte bei steigender Flussdichte und bei sinkender Flussdichte unterschiedlich ist.

Die Differenz zwischen den beiden Werten bewegt sich zwischen 7% und 19%. Es gilt:  $B_{\text{crit1}} > B_{\text{crit2}}$ . Diese Werte bestätigen objektiv die von Fautrelle et al. angekündigte starke Hysterese.

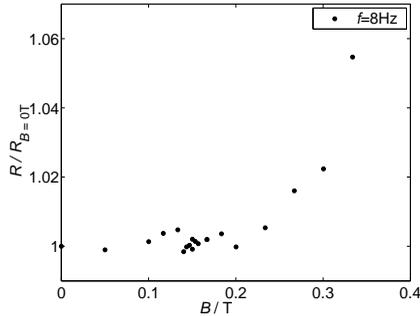


Abbildung 4.7: Mittlerer Radius des Flüssigmetalltropfens im niederfrequenten Magnetfeld als Funktion der magnetischen Flussdichte

Am Ende zeigt der mit zunehmendem Feld ansteigende mittlere Radius  $R/R_{I=0A}$ , in Abbildung 4.7, dass das niederfrequente Magnetfeld nicht zum Fixieren von flüssigem Metall auf einem festen Metall geeignet ist. Das Fixieren von Flüssigmetall war eine Motivation für diese Arbeit, siehe Abbildung 1.1 (rechts).

Nach dieser Untersuchung stellen sich folgende Fragen:

Wird auch bei den hochfrequenten Magnetfeldern so eine Hysterese beobachtet?

Ist es möglich, diese Hysterese auszumessen?

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse zeigen darauf, dass die IMP-Methode am besten für eine solche Messung geeignet ist.

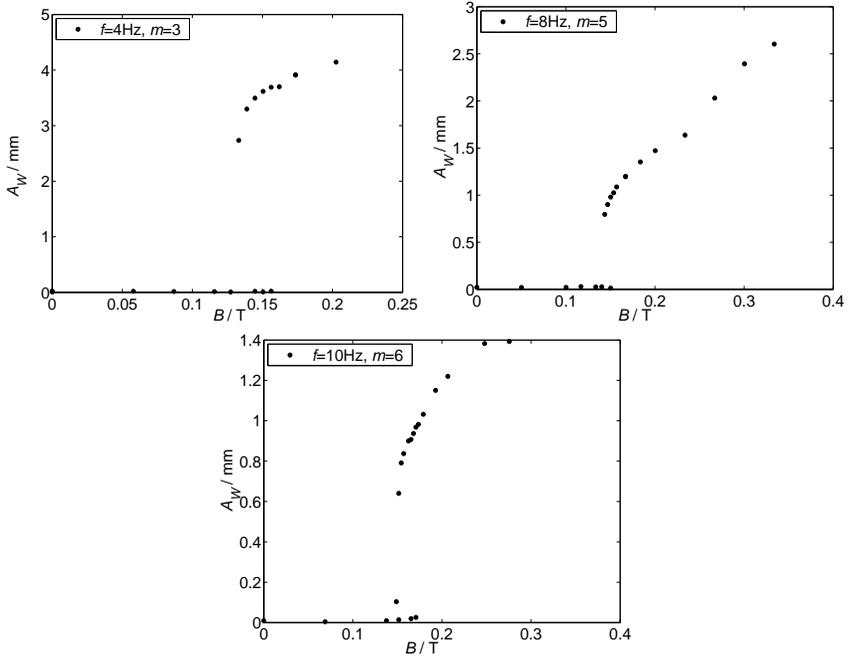


Abbildung 4.8: Bifurkationsdiagramm der dominanten Moden  $m = 3, 5$  und  $6$  bei Magnetfeldfrequenzen  $f = 4, 8$  bzw.  $10\text{Hz}$  mit gemessener Hysterese

### 4.1.3 Flüssigmetalltropfen im hochfrequenten Magnetfeld

Eine Voruntersuchung mit dem hochfrequenten Magnetfeld soll zeigen, wie sich der Flüssigmetalltropfen im Vergleich zu dem niederfrequenten Magnetfeld verhält. Eine definierte Menge des flüssigen Metalls wurde in das Gefäß auf eine dünne Schicht eines Gemischs aus 6%-iger Salzsäure und 96%-igem Äthanol gegeben. Diese Mischung ermöglicht eine freie Bewegung des Tropfens ohne Haftung an der Unterlage. Der Hauptanteil der freien Oberfläche des Metalls ist im Kontakt mit der Luftatmosphäre. Es wurde der Einfluss des Tropfenvolumens bei einer konstanten Frequenz des Magnetfeldes von  $f = 20\text{kHz}$  untersucht.

Der Induktorstrom wurde von  $I = 0\text{A}$  kontinuierlich bis zu  $I = 300\text{A}$  erhöht. Bei kleinen Strömen wurde eine Deformation beobachtet, bei der der Tropfenradius sichtbar kleiner und die Tropfenhöhe größer ist als im feldfreien Zustand. Die runde Form ändert sich bei den kleinen Strömen nicht. Bei dieser Messreihe wurde, wie bei Fautrelle [6] in niederfrequenten Magnetfeldern, erst der Wert erfasst, bei dem eine deutliche Änderung der runden Form beobachtet wurde, d.h. bei dem in azimuthaler Richtung zwei oder mehrere Spitzen erscheinen (siehe Abbildung 4.9). Die kritischen Ströme sind für verschiedene Tropfenvolumina im Stabilitätsdiagramm in Abbildung 4.10 zusammengefasst.

Da die Spitzen nicht an einer Position stehen, sondern sich drehen oder oszillieren, wurden

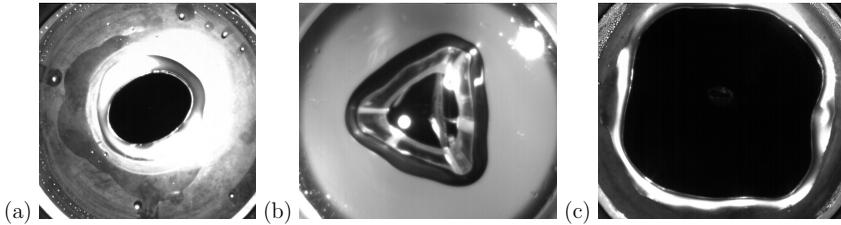


Abbildung 4.9: Beobachteten Tropfenzustände bei  $f = 20\text{kHz}$ . (a)  $V = 1\text{ml}$ ,  $m = 2$ ; (b)  $V = 4\text{ml}$ ,  $m = 3$ ; (c)  $V = 10\text{ml}$ ,  $m = 4$ .

nur für kurze Zeitabschnitte (ca. 1s) Aufnahmen mit der Hochgeschwindigkeitskamera gemacht. Aus den Zeiten, zu denen sich das Maximum der azimuthalen Welle an derselben Stelle befindet, wurde die Oszillationsfrequenz berechnet. Der in Abbildung 4.11 dargestellte Vergleich zwischen den gemessenen und mit Gleichung (4.1) berechneten Werte zeigt, dass auch für das hochfrequente Magnetfeld die Theorie von Lamb [18] die erscheinenden Oszillationsfrequenzen vorhersagen kann.

Wie man in beiden Diagrammen 4.10 und 4.11 sieht, ändert sich die Tropfenform systematisch mit dem Volumen. Den Zusammenhang zwischen der Art der Instabilität, die mit Hilfe der Modenzahl  $m$  beschrieben ist, und dem Volumen ist im Diagramm 4.12 dokumentiert. Durch Interpolation der Messwerte wird dieser Zusammenhang durch die Gleichung  $m = (1,8(1 \pm 0,06)) \cdot (V/\text{ml})^{(0,3(1 \pm 0,11))}$  beschrieben. Da nur kleinere Modenzahlen  $m$  untersucht wurden, ist die Genauigkeit dieser Gleichung nicht relativ gering.

Während dieser Messung wurde festgestellt, dass die Höhe der Schicht aus HCl und Äthanol nicht konstant gehalten werden konnte. Um dennoch die Ergebnisse zu sichern, wurden daher viele Tropfenvolumina mit leicht unterschiedlichen Abdeckhöhen untersucht. Weil diese subjektiv beeinflusste Messmethode zu ungenau bzw. die Messung von Deformation oder der Entwicklung der einzelnen Oberflächenwellen nicht möglich ist, wurde die neue IMP-Messmethode entwickelt, die eine Aufnahme der Hochgeschwindigkeitskamera analysiert. Diese Methode wurde in Kapitel 2.2 vorgestellt. Die Ergebnisse mit dieser genaueren Messmethode sind in folgenden Kapiteln dargestellt.

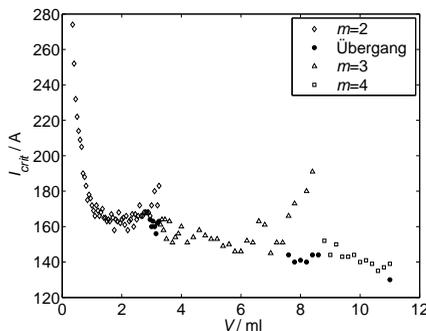


Abbildung 4.10: Stabilitätsdiagramm - Abhängigkeit des kritischen Stromes von dem Tropfenvolumen

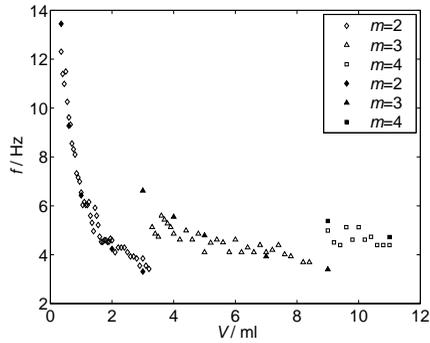


Abbildung 4.11: Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $f_n$  vom Tropfenvolumen; Hohle Zeichen sind Messwerte, volle Zeichen sind Rechenwerte nach 4.1

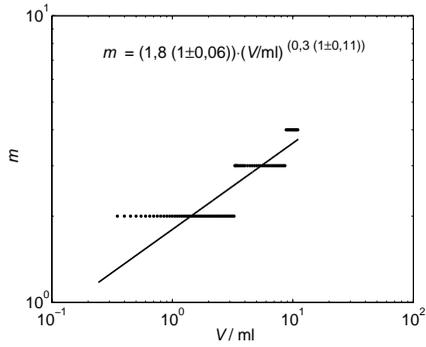


Abbildung 4.12: Azimuthalen Moden in Abhängigkeit vom Tropfenvolumen

## 4.2 Ergebnisse zum Experiment mit mittelfrequen- tem Magnetfeld (MF)

Der Aufbau dieses Experimentes wurde im Abschnitt 2.1.1 bereits beschrieben. Das erste Experiment erlaubt, die Effekte des Tropfenvolumens im Bereich von  $V = 0,2\text{ml}$  bis  $V = 10\text{ml}$  und der Frequenz im Bereich von  $f = 2\text{kHz}$  bis  $f = 50\text{kHz}$  zu untersuchen. Hier wurde die in Kapitel 2.2 vorgestellte Messmethode angewandt, die die Instabilitätsgrenze deutlich genauer bestimmt und gleichzeitig die beobachteten Effekte nicht nur qualitativ sondern quantitativ beschreiben kann.

### 4.2.1 Konstante Frequenz des Magnetfeldes

In der ersten Messreihe wurde die Frequenz des Magnetfeldes bei  $f = 20\text{kHz}$  konstant gehalten. Es wird der Zusammenhang zwischen Tropfenvolumen  $V$  und Tropfenradius  $R$  untersucht. Der Zusammenhang zwischen dem Volumen und dem Radius des Tropfens ohne Magnetfeld ist in Abbildung 4.13 zu sehen und wird von der Gleichung  $R_{I=0A} = (7,92(1 \pm 0,009)) \cdot (V/\text{ml})^{(0,434(1 \pm 0,012))}$  beschrieben. An Hand der Approximation kann die Dosiergenauigkeit und die Genauigkeit der IMP-Messmethode eingeschätzt werden.

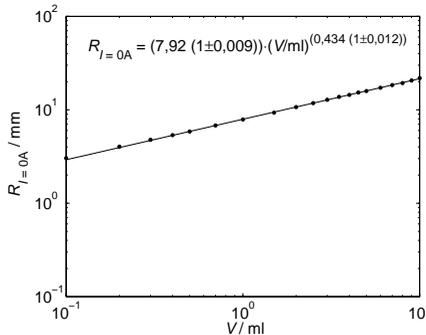


Abbildung 4.13: Gemessener Tropfenradius ohne Magnetfeld

### Statische Deformation / mittlerer Radius

Mit dem hochfrequenten Magnetfeld soll eine möglichst starke statische Tropfenverformung erreicht werden. Erst dann kann die Idee, Flüssigmetall mit einem Magnetfeld wie in einem Tiegel aufzurichten, realisiert werden. Mit der IMP-Messmethode wurde stets der mittlere Tropfenradius gemessen. Damit ist in folgenden Diagrammen nicht nur die statische Verformung, sondern auch die Verformung im instabilen Zustand abgebildet. In Abbildung 4.14 sieht man, dass der normierte mittlere Radius  $R/R_{I=0A}$  mit steigendem Induktorstrom  $I$  kleiner wird. Um die Reproduzierbarkeit der Messung zu überprüfen, wurde eine Messreihe mit denselben Parametern in dem gesamten Bereich des Induktorstromes zweimal aufgenommen und im ersten Diagramm auf der linken Seite der Abbildung 4.14 dokumentiert. Auf der rechten Seite ist der Vergleich der Deformationen für verschiedene Tropfenvolumen zu sehen. Hier sieht man deutlich, dass größere Tropfen für

denselben Induktorstrom eine stärkere Deformation aufweisen. Qualitativ folgen diese gemessenen Punkte der theoretischen Kurve in Abbildung 3.5. Für weitere Volumina sind die Diagramme mit den gemessenen Deformationen im Anhang B.1.1 zu finden.

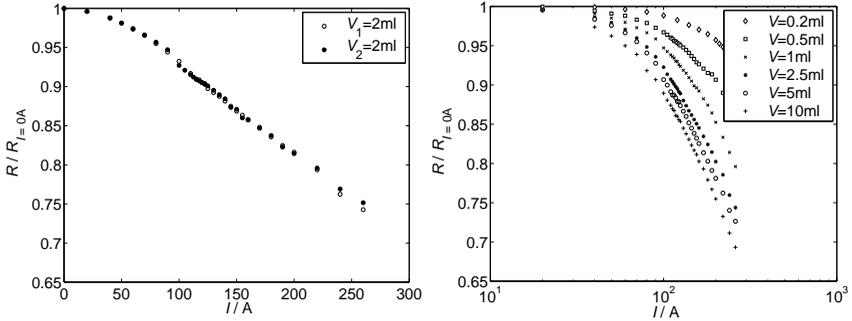


Abbildung 4.14: Vergleich zwei voneinander unabhängig gemessenen Deformationen für dieselben Parameter  $f = 20\text{kHz}$  und  $V$  (links) und Deformationen für verschiedene Induktorströme  $I$  und Tropfenvolumen  $V$  (rechts)

Die Höhenänderung wurde aus dem konstanten Volumen eines Zylinders  $V$  und der Radiusänderung  $R/R_{I=0A}$  über  $\frac{h}{h_0} = \left(\frac{R_{I=0A}}{R}\right)^2$  berechnet. Aus der Gleichung (3.12) folgt, dass die Höhenänderung des Tropfens vereinfacht vom Quadrat des Stromes abhängig ist,  $\frac{h}{h_0} \propto B_0^2 \propto I^x$ , mit  $x = 2$ . Diese Proportionalität  $\frac{h}{h_0} \propto I^x$  mit  $x = 2$  wurde ebenfalls überprüft und bestätigt. Der Parameter  $x$  bewegt sich nach Abbildung 4.15 tatsächlich für alle Tropfenvolumen um den Wert 2.

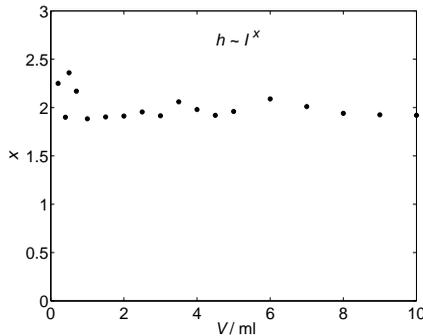


Abbildung 4.15: Höhenänderung des Tropfens in Abhängigkeit des Induktorstromes  $h \propto I^x$  für verschiedene Volumen  $V$

Bei den Deformationen spielt nicht nur der Induktorstrom, sondern auch der Parameter  $R/\delta$  eine Rolle (siehe Gleichung (3.12)). In dieser Messreihe wurde der Parameter  $R/\delta$  durch Variation des Tropfenvolumens bzw. Tropfenradiuses geändert. Der Einfluss des Parameters  $R/\delta$  auf die mittlere Verformung des Tropfens  $R/R_{I=0A}$  ist in Abbildung 4.16 dargestellt. Bei kleinem Volumen  $V$  ist die Wirkung des Magnetfeldes offensichtlich

sehr schwach. Mit zunehmendem Volumen wird die Änderung des bezogenen Radiuses geringer, weil die Kompensation des magnetischen Feldes durch die Wirbelströme im Tropfen stärker wird. Außerdem zeigt Abbildung 4.16, dass kleine Magnetfelder (kleine Ströme) auch nur eine geringe Radiusänderung bewirken.

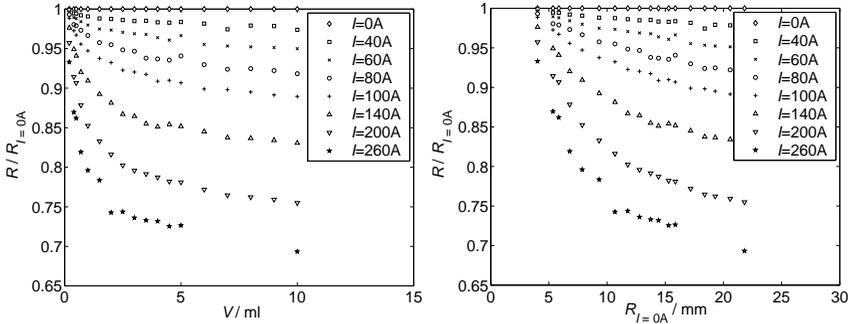


Abbildung 4.16: Abhängigkeit der gemittelten Deformationen  $R/R_{I=0A}$  von dem Volumen  $V$  (rechts) bzw. Radius  $R_{I=0A}$  (links) für verschiedene konstante Induktorströme  $I$

### Bifurkation

Die Bifurkationsdiagramme in Abbildung 4.17 und im Anhang B.1.2 stellen die Entwicklung der mit steigendem Induktorstrom am stärksten wachsenden Wellen bzw. Moden  $m$  dar. Andere sichtbare Moden wachsen mit steigendem Induktorstrom langsamer. Sie wurden zur besseren Übersichtlichkeit in den Diagrammen nicht angegeben.

Am Anfang, d.h. bei kleinen Strömen ( $I < 100A$ ), sind die Amplituden aller Moden vernachlässigbar klein im Vergleich zum Tropfenradius. Die Tropfendeformation ist symmetrisch. Der Tropfen behält seine runde Form. Diese kleinen Amplituden, die in Abbildung 4.17 für kleine Ströme  $I < 100A$  angegeben sind, entstehen nur scheinbar und sind auf Fehler der IMP-Methode, z.B. durch unpräzise Detektion der Tropfenoberfläche oder ungenaue Definition der Tropfenmitte, zurückzuführen.

Mit steigendem Strom beginnt die Amplitude einer Welle bzw. eines Moden zu wachsen. Bei dem kleineren Volumen von  $V = 2,5ml$  steigt die Amplitude von Mode  $m = 2$  am stärksten. Eine ellipsenförmige Instabilität, die ähnlich der in Abbildung 4.9(a) ist, wurde während des Experimentes beobachtet. Bei dem größeren Volumen von  $V = 8ml$  ist die Mode  $m = 3$  dominant. Es erscheint eine dreizackige Form, die der in Abbildung 4.9(b) ähnlich ist.

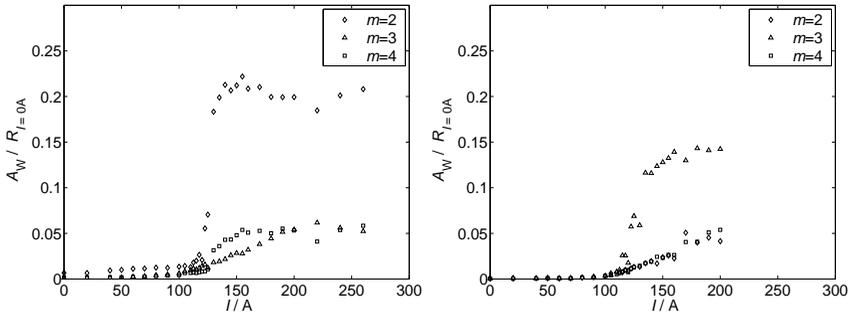


Abbildung 4.17: Bifurkationsdiagramm zeigt die Entwicklung der Amplituden einzelner Moden für den 2,5ml (links) bzw. 8ml (rechts) großen Tropfen

### Stabilitätsdiagramm

Aus den Bifurkationsdiagrammen wurden die Grenzen für das Einsetzen einer Instabilität bestimmt. Durch die ersten drei bis fünf Punkte, die den Anfang einer wachsenden Amplitude markieren, wurde eine Linie gelegt. Der Strom, bei dem die Linie die Abszisse schneidet, ist der von uns gesuchte kritische Strom  $I_{crit}$ , der das Einsetzen einer Instabilität anzeigt. Im Gegensatz zu den Voruntersuchungen (4.1.3) bestimmt diese Vorgehensweise die Instabilitätsgrenze wesentlich exakter. Das Einsetzen der Instabilität kann bei kleineren Strömen (früher) detektiert werden. Alle Werte sind in Abbildung 4.18 abzulesen. In dem Stabilitätsdiagramm ist zu sehen, dass mit steigendem Tropfenvolumen der kritische Strom  $I_{crit}$  sinkt und die Modenzahl  $m$  wächst.

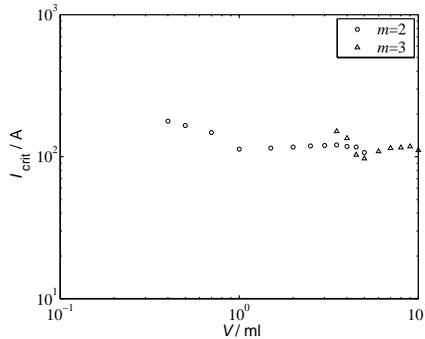


Abbildung 4.18: Stabilitätsdiagramm - Abhängigkeit des kritischen Stromes  $I_{crit}$  für das Einsetzen einer Instabilität von dem Tropfenvolumen

### 4.2.2 Konstantes Tropfenvolumen

In der zweiten Messreihe wurde das Tropfenvolumen bei  $V = 5\text{ml}$  konstant gehalten. Die Wirkung der Frequenz des Magnetfeldes  $f$  auf die Tropfendeformation wird in diesem Abschnitt diskutiert.

Um die Genauigkeit der Dosierung und der IMP-Methode abschätzen zu können, wurde vor jeder Messung (mit einem Magnetfeld unterschiedlicher Frequenz) der Tropfenradius bei noch nicht eingeschaltetem Induktorstrom gemessen. Das Diagramm in Abbildung 4.19 weist eine Ungenauigkeit von  $\pm 1\%$  aus.

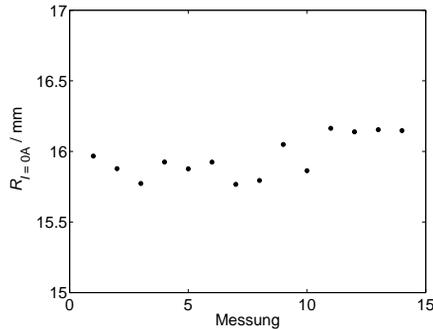


Abbildung 4.19: 14 gemessene Tropfenradien  $R_{I=0A}$  ohne Magnetfeld

#### Statische Deformation / mittlerer Radius

Wie im vorigen Kapitel 4.2.1 wurde zuerst der normierte mittlere Radius  $R/R_{I=0A}$  gemessen und dokumentiert. Der Verlauf der Deformation mit steigendem Induktorstrom, dargestellt in Abbildung 4.20, ist dem in Abbildung 4.14 ähnlich. Bei kleinem Strom ist das Magnetfeld so schwach, dass an der Tropfenoberfläche nur sehr kleine Lorentzkräfte  $f_L$  wirken. Man erreicht keine deutliche Änderung der Tropfenform. Bei höheren Strömen ist der magnetische Druck mit dem hydrostatischen Druck vergleichbar, die Wirkung des Magnetfeldes auf die Form des Tropfens ist messbar.

In Abbildung 4.21 ist eine stärkere Wirkung des Magnetfeldes mit steigender Frequenz bei konstantem Induktorstrom auf die Form des Tropfens zu sehen. Statt des Tropfenvolumens  $V$  bzw. des Tropfenradiuses  $R$  wurde bei dieser Messreihe die Frequenz des Magnetfeldes  $f$  geändert. Dadurch erreicht man dieselbe Änderung des Parameters  $R/\delta$ . Der Verlauf der gemessenen Kurven in beiden Diagrammen entspricht der Vorhersage der Theorie.

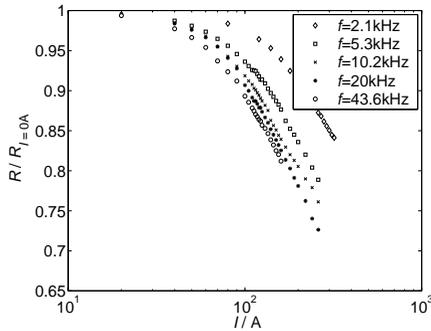


Abbildung 4.20: Mittlerer Radius in Abhängigkeit vom Induktorstrom bei konstantem Volumen für verschiedene Frequenzen des Magnetfeldes

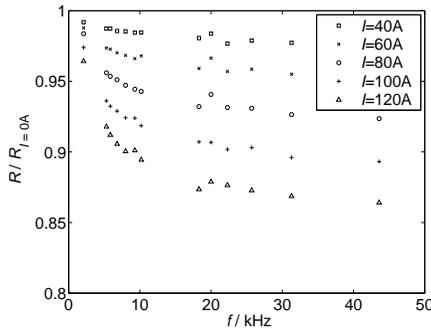


Abbildung 4.21: Mittlerer Tropfenradius  $R/R_{I=0A}$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  bei konstantem Induktorstrom  $I$

### Bifurkation

Auch bei konstantem Tropfenvolumen wurde die Entwicklung der am stärksten wachsenden Wellen dokumentiert (siehe Abbildung 4.22). Der Verlauf der Amplituden in Abhängigkeit vom Induktorstrom ist prinzipiell gleich dem in Abschnitt 4.2.1 - Bifurkation. Bei kleineren Frequenzen, z.B. bei  $f = 5, 8\text{kHz}$ , steigt die Amplitude der Mode  $m = 2$  am stärksten. Dies entspricht einer elliptischen Form. Bei größeren Frequenzen, z.B. bei  $f = 31, 3\text{kHz}$ , ist die Mode  $m = 3$  dominant. Es erscheint ein dreieckförmig oszillierendes Tropfenvolumen.

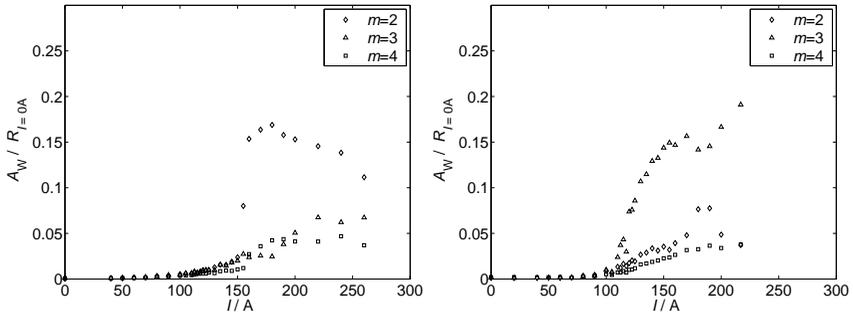


Abbildung 4.22: Bifurkationsdiagramm für die Frequenzen 5,8kHz (links) bzw. 31,3kHz (rechts)

### Stabilitätsdiagramm

Aus allen gemessenen und im Anhang B.1.4 dargestellten Bifurkationsdiagrammen wurden die kritischen Ströme fürs Einsetzen einer Instabilität, wie im Kapitel 4.2.1 - Stabilitätsdiagramm beschrieben, analysiert. Die auf diese Weise gemessenen Werte fasst die Abbildung 4.23 zusammen. Auch hier sinkt bei konstantem Tropfenvolumen der kritische Strom  $I_{crit}$  mit steigender Frequenz des Magnetfeldes. Die Modenzahl  $m$  dagegen wächst mit steigender Frequenz.

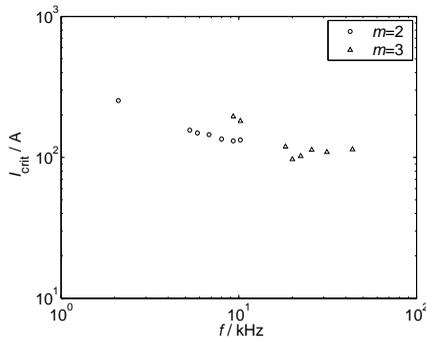


Abbildung 4.23: Stabilitätsdiagramm - Abhängigkeit des kritischen Stromes von der Frequenz für niedrigere Frequenzen  $f < 50\text{kHz}$

### 4.3 Ergebnisse zum Experiment mit hochfrequentem Magnetfeld (HF)

Im Frequenzbereich bis 300kHz ist es schwierig, den Induktorstrom direkt zu messen. Die regelbaren Größen, der Gleichstrom  $I_{\pm}$  und die Gleichspannung  $U_{\pm}$  des Zwischenkreises, sowie die übertragene Leistung  $P$ , werden auf dem Generatorbildschirm in Prozent des Maximums angezeigt. Aufgrund der bekannten Kapazität des Parallel-Schwingkreises  $C$ , könnte man den Induktorstrom aus dem Strom  $I_{\pm}$ , der Spannung  $U_{\pm}$  und der Kapazität  $C$  berechnen. Allerdings ist die Genauigkeit dieser Methode unbefriedigend. Stattdessen wurde der Strom mit der Methode, die im Kapitel 2.2 vorgestellt wurde, indirekt gemessen. Aus der gemessenen Induktorspannung wurde der Induktorstrom über die Impedanz des Induktors  $Z_I$  berechnet. Die Impedanz  $Z_I$  wurde mit Hilfe einer numerischen Simulation ermittelt.

In diesem Experiment wurde ein zweiwindiger Induktor mit Anschlüssen, die einen großen Abstand voneinander haben, benutzt. Um die Unsicherheiten für das sich einstellende Magnetfeld des Induktors mit den weiten Anschlüssen zu vermeiden, wurde das Magnetfeld ausgehend von den Spannungsmesspunkten dreidimensional numerisch berechnet. Die Geometrie und die Vernetzung des Induktors ist auf der linken Seite von Abbildung 4.24 zu sehen. Allerdings war es wegen der unterschiedlichen Tropfenformen nur möglich, den leeren Induktor zu berechnen. Wegen der geringen magnetischen Ankopplung ist der Einfluss des Tropfens auf das sich einstellende Feld erfahrungsgemäß gering. Ein Ergebnis dieser Simulationen ist auf der rechten Seite von Abbildung 4.24 dargestellt. Zu sehen ist die Stromdichteverteilung  $J$  in dem leeren Induktor bei einer Frequenz von  $f = 94,3\text{kHz}$  und einem Strom von  $I_{eff} = 1\text{A}$ . Aus der Verlustleistung des Induktors

$$P = R_I I_{eff}^2 \quad (4.2)$$

wurde der Widerstand  $R_I$  und aus der Energie des Magnetfeldes

$$W_m = \frac{1}{2} L_I I_{eff}^2 \quad (4.3)$$

die Induktivität  $L_I$  berechnet.

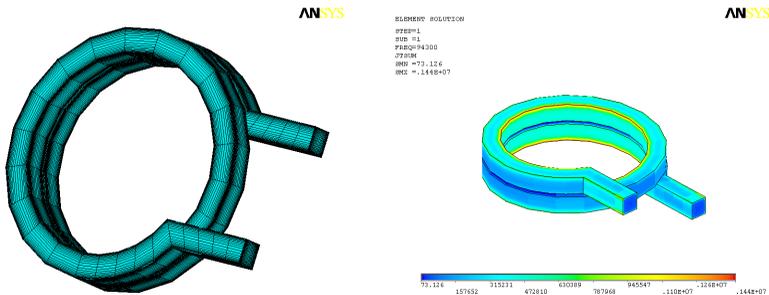


Abbildung 4.24: 3D Simulation des Induktors - Vernetzung und Stromdichteverteilung im Induktor

Aufgrund der sehr großen Frequenz des Magnetfeldes ist der Widerstand  $R_I$  im Vergleich zu der Reaktanz  $X_I = \omega L_I$  sehr klein. Die Abhängigkeit der Impedanz  $Z_I$  von der Frequenz  $f$  ist für so hohe Frequenzen deshalb nahezu linear (siehe Abbildung 4.25).

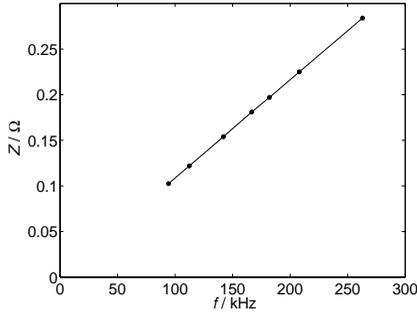


Abbildung 4.25: Impedanz  $Z_I$  des Induktors für verschiedene Frequenzen  $f$

Der über die Impedanz  $Z_I$  berechnete Induktorstrom  $I_I = U_I/Z_I$  wird in den folgenden Diagrammen als Eingangsgröße benutzt. Außerdem kann aus der numerischen Simulation die magnetische Flussdichte in der Mitte des leeren Induktors berechnet werden. Ohne Einsatz ist diese unabhängig von der Frequenz. Weiterhin kann sie mit der Flussdichte des 10-windigen leeren Induktors, die mit einer numerischen 2D-Simulation ermittelt wurde, verglichen werden. Der Faktor zwischen den beiden Werten der Flussdichte beträgt  $B_{10Wind}/B_{2Wind} = 2,02$ . Um die beiden Experimente (MF und HF) vergleichen zu können, wird dieser Faktor zur Umrechnung der Induktorströme des 2-windigen Induktors auf den 10-windigen Induktor benutzt. Die Diagramme im Kapitel 4.4 wurden mit Hilfe dieses Faktors erhalten.

### Statische Deformation / mittlerer Radius

Auch bei den hohen Frequenzen sieht man denselben Einfluss des Induktorstromes wie in bereits beschriebenen Ergebnissen aus Kapitel 4.2). Der Tropfenradius wird kleiner mit steigendem Induktorstrom (siehe Abbildung 4.26 und Anhang B.2.1).

Der magnetische Druck  $p_{mag}$  ist von der Funktion  $P(R/\delta)$  und von der Flussdichte  $B_0$  abhängig (siehe Gleichung 3.6). Für  $(R/\delta) > 5$  ist die Funktion  $P(R/\delta)$  ungefähr konstant (siehe Abbildung 3.2). Für  $(R/\delta) > 10$  ist auch die Flussdichte  $B_0$  ungefähr konstant, wie dies aus Abbildung 4.35 für Frequenzen  $f > 50\text{kHz}$  zu erkennen ist. Damit ist der magnetische Druck für den Tropfen mit dem Volumen von  $V = 5\text{ml}$  ab für Frequenzen  $f > 50\text{kHz}$  annähernd konstant  $p_{mag} \approx const.$  Der Verlauf der Deformation ist somit bei diesen hohen Frequenzen von der Frequenz unabhängig.

Aus beiden Diagrammen der Abbildung 4.26 und im Anhang sieht man, dass die Messwerte stark schwanken. Die Ursache liegt an der kurzen Messzeit und an dem schnellen Anstieg der Temperatur. Diese beiden Effekte beeinflussen die Genauigkeit der Messung erheblich.

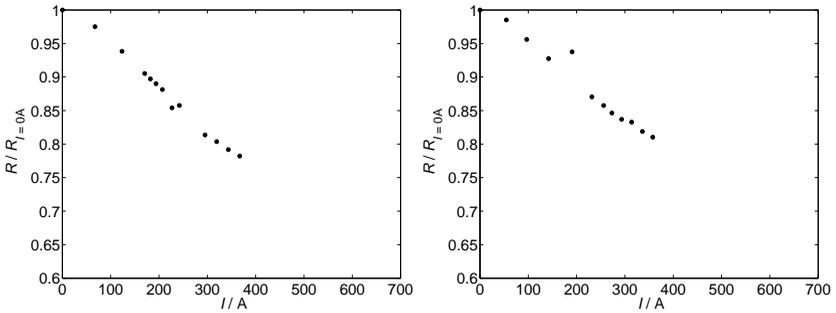


Abbildung 4.26: Tropfendeformation bei  $f=94,3\text{kHz}$  (links) und  $f=208\text{kHz}$  (rechts)

### Bifurkation

Der Entwicklungsverlauf der am schnellsten steigenden Amplituden ist ähnlich wie im MF-Experiment. Der Unterschied besteht lediglich darin, dass bei höheren Frequenzen höhere Moden dominant sind (siehe Abbildung 4.27). In den Diagrammen, die im Anhang B.2.2 dargestellt sind, muss man leider feststellen, dass der Messfehler auch bei den Bifurkationsdiagrammen sichtbar größer gegenüber dem MF-Experimenten ist.

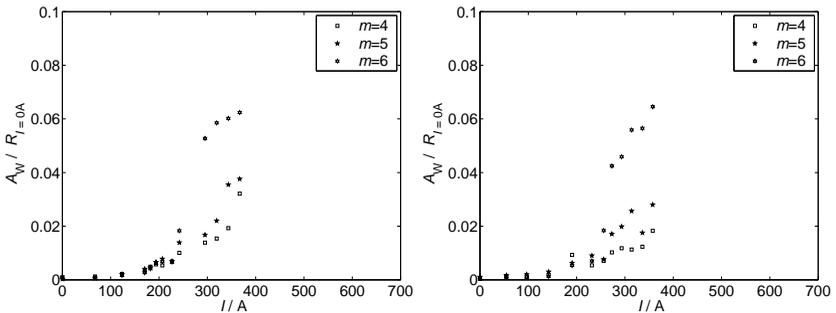


Abbildung 4.27: Bifurkationsdiagramm bei  $f=94,3\text{kHz}$  (links) und  $f=208\text{kHz}$  (rechts)

### Stabilitätsdiagramm

Im Stabilitätsdiagramm nach Abbildung 4.28 ist der kritische Strom für das Einsetzen einer Instabilität dokumentiert. Man sieht, dass der kritische Strom sich mit steigender Frequenz nur wenig ändert und die dominante Mode fast bei allen Frequenzen Mode  $m = 6$  ist.

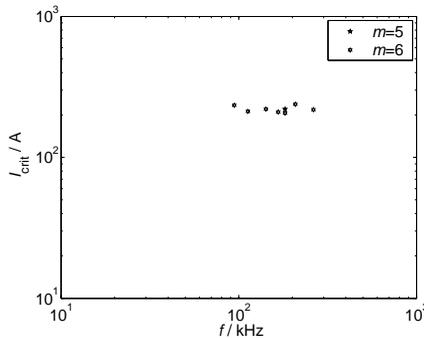


Abbildung 4.28: Stabilitätsdiagramm - Abhängigkeit des kritischen Stromes von der Frequenz für höhere Frequenzen  $f > 50\text{kHz}$

## 4.4 Vergleich

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse aus dem MF-Experiment und dem HF-Experiment verglichen. Die dazu erforderlichen Daten wurden bereits in den Abschnitten 4.2.2 bzw. 4.3 erläutert. Anschließend werden die theoretischen Vorhersagen aus Abschnitt 3.3 mit ausgewählten Messergebnissen verglichen.

In beiden Fällen ist es notwendig, die Ergebnisse des HF-Experiments auf die Geometrie des Induktors aus dem MF-Experiment umzurechnen. Dazu wird der Faktor  $B_{10W_{ind}}/B_{2W_{ind}} = 2,02$  nach Abschnitt 4.3 benutzt.

### 4.4.1 Erstes und zweites Experiment

In zwei unterschiedlichen Experimenten (MF- und HF-Experiment) wurde der mittlere Tropfenradius in Abhängigkeit vom Induktorstrom untersucht. Deshalb ist es sinnvoll, die Ergebnisse miteinander zu vergleichen. Da die Eindringtiefe bei höheren Frequenzen deutlich kleiner als der Tropfenradius  $\delta \ll R$  ist, soll der Unterschied im Verlauf des normierten, mittleren Radiuses bei verschiedenen, aber hohen Frequenzen bei allen Strömen minimal sein. Das erwartete Verhalten zeigt Abbildung 4.29 für Frequenzen  $f \geq 43,6\text{kHz}$ . Diese sehr gute Übereinstimmung der Deformationen aus dem MF- und HF-Experiment bestätigt indirekt, dass der Koeffizient  $B_{10W_{ind}}/B_{2W_{ind}} = 2,02$  auch bei Umrechnung der anderen Ergebnissen angewendet werden kann.

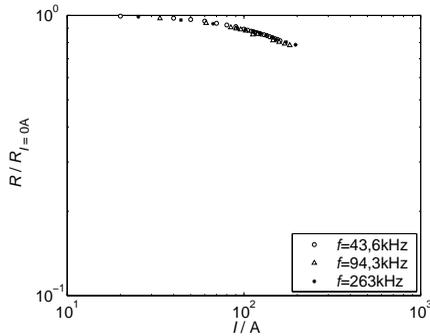


Abbildung 4.29: Vergleich der Deformation aus dem ersten und zweiten Experiment

Im Stabilitätsdiagramm in Abbildung 4.30 sieht man, dass der kritische Strom  $I_{crit}$ , der für die Entwicklung einer Instabilität erforderlich ist, mit steigender Frequenz  $f$  bis zu einem unteren Grenzwert sinkt. Eine weitere Erhöhung der Frequenz bewirkt keine weitere Änderung des kritischen Stromes, nur eine Erhöhung der Modenzahl  $m$ . Diese Erscheinung ist in Abbildung 4.31 dokumentiert und wird durch die Gleichung  $m = (1,1(1 \pm 0,3)) \cdot (f/\text{kHz})^{(0,32(1 \pm 0,2))}$  beschrieben.

Da die Eigenschaften der Instabilitäten bei kleinem Tropfenvolumen untersucht wurden, konnten nur niedrige Modenzahlen  $m \leq 6$  während der Messung beobachtet werden. Das ist auch die Ursache für den großen Fehler in der Bestimmungsgleichung für  $m$ . Die potenzielle Abhängigkeit konnte nur mit einer Genauigkeit von  $\pm 20\%$  bestimmt werden.

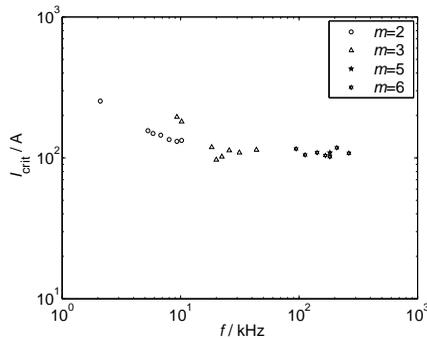


Abbildung 4.30: Stabilitätsdiagramm für Frequenzen von  $f = 2\text{kHz}$  bis  $f = 263\text{kHz}$

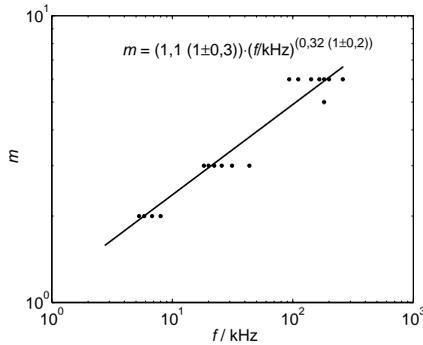


Abbildung 4.31: Mode  $m$  in Abhängigkeit von der Frequenz des Magnetfeldes  $f$

#### 4.4.2 Mittlerer Radius - Theorie vs. Messung

In Kapitel 3 wurde mit Hilfe eines einfachen analytischen Modells das Verhalten des mittleren Radius  $R$  bei verschiedenen Parametern diskutiert. Laut dieser Theorie wird der Radius  $R$  des Tropfens in einem Magnetfeld von folgenden Größen beeinflusst: dem Induktorstrom  $I$ , seiner Frequenz  $f$  und dem Volumen bzw. dem Radius ohne Magnetfeld  $R_{I=0A}$ . Die Einwirkung dieser Parameter wurde bereits in dieser Arbeit experimentell untersucht. Die experimentellen und theoretischen Ergebnisse werden in diesem Abschnitt verglichen und die Unterschiede diskutiert.

In Abbildung 4.32 ist der Vergleich von theoretischen Vorhersagen mit experimentellen Ergebnissen bei konstantem Parameter  $R_{I=0A}/\delta = 8,5$  zu sehen. Bei kleinen Strömen  $I \leq 100A$  oder bei kleinen Deformationen unter 10% ist der Unterschied zwischen beiden Ergebnissen klein. Mit steigendem Strom wird die Deformation des Tropfens und auch der Unterschied zwischen den Theorie- und den Messergebnissen größer. Die Ursache liegt daran, dass in dem analytischen Modell die Wirkung der Oberflächenspannung vernachlässigt wurde. Bei stärkeren Deformationen wird die Form des Tropfens sichtbar verändert und der Einfluss der Oberflächenspannung muss berücksichtigt werden.

Außerdem wurde in der Theorie der Parameter  $R/\delta$ , der die Ergebnisse stark beeinflusst, bei allen Deformationen konstant gehalten. Falls der Tropfen deformiert wird, ändert sich aber der Tropfenradius  $R$  und damit auch der Parameter  $R/\delta$ . Bei starken Strömen würde laut Theorie eine sehr starke Deformation erreicht, so dass  $R/\delta < 1$  wird. Das hat aber sehr kleine Ströme und somit Lorentzkräfte zur Folge, weshalb eine so starke Deformation nach der Theorie bei  $R/R_{I=0A} < 0,2$  nicht der Realität entsprechen kann.

Auch  $B_0$ , die magnetische Flussdichte an der Tropfenoberfläche, wurde in der theoretischen Vorhersage nicht variiert. Wie in Kapitel 3 zusehen war, ist bei größerem Abstand zwischen dem Tropfen und dem Induktor, z.B. bei starke Verformung,  $B_0$  nicht konstant. Dies vergrößert ebenfalls den Fehler zwischen der Theorie und der Messung bei größeren Deformationen.

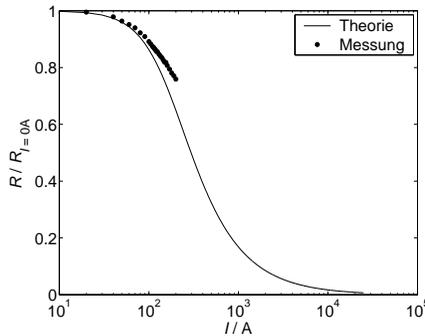


Abbildung 4.32: Vergleich des gemessenen und berechneten Radiuses für konstantes  $R_{I=0A}/\delta = 8,5$

In Abbildung 4.33 und 4.34 ist die Wirkung des Parameters  $R/\delta$  auf den mittleren Radius zu sehen. Im Diagramm nach Abbildung 4.33 wurde der Parameter  $R/\delta$  durch das Volumen bzw. den Radius des Tropfens  $R_{I=0A}$  verändert. Die Frequenz des Magnetfeldes bleibt bei  $f = 20\text{kHz}$  unverändert. Im zweiten Diagramm wurde die Frequenz des Magnetfeldes und damit die Eindringtiefe  $\delta$  geändert. Das Tropfenvolumen bleibt dabei konstant,  $V = 5\text{ml}$ . Der Induktorstrom wurde in beiden Fällen konstant gehalten bei  $I = 100\text{A}$ .

Im ersten Diagramm wurden verschiedene Messergebnisse mit Hilfe der Gleichung (3.12) auf 100A umgerechnet und mit der theoretischen Vorhersage verglichen. Der theoretische Verlauf der Deformation ist in Kapitel 3 erklärt. Bei relativ kleinen Deformationen ist der Unterschied zwischen den gemessenen Werten und dem theoretischen Verlauf, in dem die magnetische Flussdichte an der Tropfenoberfläche aus dem Induktorstrom berechnet wurde (volle Linie), sehr klein. Diese Berechnung, bei der die magnetische Flussdichte  $B_0$  aus dem Induktorstrom  $I$  berechnet wurde (volle Linie), gibt wesentlich bessere Ergebnisse als die mit der konstanten Flussdichte ( $B_0 = \text{const}$ ).

Die zunehmende Abweichung von berechneten und auf 100A umgerechneten Messwerten in Bereichen stärkerer Deformationen liegt daran, dass bei den kleineren Strömen, z.B.  $I = 40\text{A}$ , die Verformung sehr klein ist. Die Form des Tropfens ändert sich sehr wenig, und die Annahme, dass die Änderung der Oberflächenspannung kein Einfluss auf der Verformung hat, ist gültig. Bei größeren Strömen, z.B.  $I = 140\text{A}$ , ist der durch diese Annahme eingebrachter Fehler größer, was in dem Vergleich der gemessenen Werte sichtbar ist.

Auch in dem zweiten Diagramm, Abbildung 4.34, ist der Unterschied zwischen der Rechnung, Linie  $I = \text{const}$ , und der Messung im Bereich der kleinen Deformationen klein. Wie man in Abbildung 4.35 sehen kann, ist auch bei steigender Frequenz  $f$  die magnetische Flussdichte an der Tropfenoberfläche  $B_0$  nicht konstant. Bei der berechneten Kurve ( $I = \text{const} = 100\text{A}$ ) wurde die Abhängigkeit der Flussdichte von der Frequenz 4.35 berücksichtigt. Dagegen berücksichtigt die Berechnung zur Kurve  $B_0 = \text{const}$  nur die Frequenzabhängigkeit mit  $P(R/\delta)$ . Bei höheren Frequenzen,  $f > 10\text{kHz}$ , bzw. größeren Deformationen ist der Fehler deutlich größer, da der Einfluss der Deformation auf  $B_0$  und  $R/\delta$  in der Theorie nicht beachtet wurde.

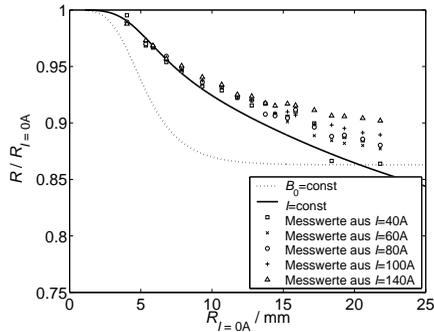


Abbildung 4.33: Abhängigkeit der Tropfendehnung von Tropfenradius  $R_{I=0A}$  bei konstantem Strom  $I = 100A$  und konstanter Frequenz  $f = 20kHz$ . Die Linien markieren die theoretischen Vorhersagen.

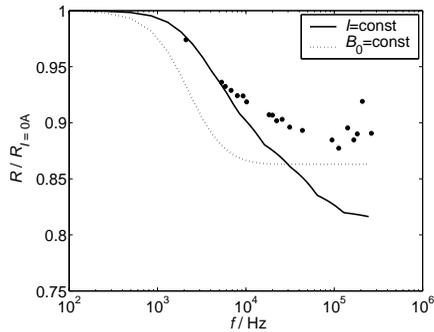


Abbildung 4.34: Abhängigkeit der Tropfendehnung von der Frequenz des Magnetfeldes  $f$  bei konstantem Strom  $I = 100A$  und konstantem Tropfenvolumen  $V = 5ml$ . Die theoretischen Vorhersagen stellen auch in diesem Vergleich die Linien dar.

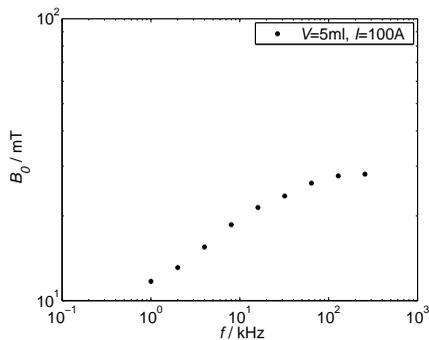


Abbildung 4.35: Maximale magnetische Flussdichte  $B_0$  an der Tropfenoberfläche

# Kapitel 5

## Dimensionslose Darstellung

Die dimensionslose Darstellung von experimentellen Ergebnissen hat mehrere Vorteile:

1. Die Anzahl an Variablen wird geringer.
2. Experimente mit unterschiedlichen Variationsbereichen der Einflussgrößen lassen sich vergleichen.

Die relevanten, die Physik beschreibenden Bezugsparameter ergeben sich aus den theoretischen, dimensionslosen Gleichungen.

Aus Gleichung (3.12) ergeben sich als Parameter das Verhältnis von Radius zu Eindringtiefe  $R/\delta$  und das Verhältnis des magnetischen zum hydrostatischen Druck  $p_{mag}/p_h$ . Außerdem spielt in den Experimenten noch die Wirkung der Oberflächenspannung eine wichtige Rolle, die man mit Hilfe der Bondzahl  $Bo = p_h/p_\sigma$  beschreibt. Wird die Bondzahl mit dem Verhältnis  $p_{mag}/p_h$  multipliziert, erhält man eine neue Zahl, die in der Literatur (z.B. [3] oder [16]) als magnetische Bondzahl  $Bo_M = Bo \cdot p_{mag}/p_h = p_{mag}/p_\sigma$  zu finden ist.

Die einzelnen dimensionslosen Ähnlichkeitskennzahlen werden durch folgende algebraische Ausdrücke definiert:

Verhältniszahl  $R/\delta$

$$R/\delta = R \cdot \sqrt{\frac{\omega \gamma \mu}{2}}, \quad (5.1)$$

Verhältniszahl  $p_{mag}/p_h$

$$p_{mag}/p_h = \frac{B_0^2}{2\mu} \cdot \frac{1}{\rho_{m\text{eff}} \cdot g \cdot h_{I=0A}} = \frac{\mu(N \cdot I)^2}{2D_1^2} \cdot \frac{\pi R_{I=0A}^2}{\rho_{m\text{eff}} \cdot g \cdot V}. \quad (5.2)$$

Bondzahl  $Bo$

$$Bo = p_h/p_\sigma = (\rho_{m\text{eff}} \cdot g \cdot h_{I=0A}) \cdot \frac{R_C}{\sigma} = (\rho_{m\text{eff}} \cdot g \cdot h_{I=0A}) \cdot \frac{h_{I=0A}}{2\sigma}, \quad (5.3)$$

Magnetische Bondzahl  $Bo_M$

$$Bo_M = p_{mag}/p_\sigma = \frac{B_0^2}{2\mu} \cdot \frac{R_C}{\sigma} = \frac{\mu(N \cdot I)^2}{2D_1^2} \cdot \frac{h_{I=0A}}{2\sigma}, \quad (5.4)$$

Dabei ist  $R_C$  der Krümmungsradius des Tropfens, der als  $R_C = h_{I=0A}/2$  definiert wurde. Der Parameter  $h_{I=0A}$  entspricht der Höhe des Tropfens ohne Magnetfeld. Diese wurde über die Berechnungsvorschrift für ein Zylindervolumen aus dem Tropfenradius ohne Magnetfeld  $R_{I=0A}$  und dem Tropfenvolumen  $V$  berechnet  $h_{I=0A} = V/(\pi R_{I=0A}^2)$ . In den Gleichungen (5.3) und (5.2) bedeutet  $\rho_{m_{\text{eff}}}$  die effektive Dichte des Metalls in der Salzsäure. Es gilt:  $\rho_{m_{\text{eff}}} = \rho_{m_{\text{Galinstan}}} - \rho_{m_{\text{HCL}}}$ .

Die beiden Diagramme in Abbildung 5.1 stellen zeitlich gemittelte, normierte Deformationen als Funktion des Parameters  $p_{\text{mag}}/p_h$  dar. Auf der linken Seite ist das direkt gemessene Verhältnis des mittleren Radiuses zum Radius ohne Magnetfeld  $R/R_{I=0A}$  dargestellt. Ein anderer Parameter, der auch die zeitlich gemittelte und normierte Deformation beschreibt, ergibt sich wieder aus der theoretischen Gleichung (3.12). Es ist die normierte Höhenänderung des Tropfens  $\Delta h/h_{I=0A}$ , die von dem Verhältnis  $p_{\text{mag}}/p_h$  linear abhängig sein soll. Die direkt gemessenen Daten, die Tropfenradien  $R$ , wurden durch das Volumen eines Zylinders bzw. Tropfens mit Hilfe der Gleichung  $V = \pi R^2 h$  auf die Höhe  $h$  umgerechnet. Diese umgerechneten Daten sind auf der rechten Seite der Abbildung 5.1 dargestellt. Generell sieht man, dass die Abweichung der gemessenen Daten von dem theoretisch linearen Verlauf (volle Linie) bei verschiedenen Parameterkombinationen von  $Bo$  und  $R/\delta$  sehr klein ist. Diese kleine Abweichung wird durch die bei höheren Deformationen stärker wirkende Oberflächenspannung verursacht. Außerdem lässt sich in diesem Diagramm die Wirkung des Parameters  $R/\delta$  bei konstanter Bondzahl  $Bo = 2, 13$  (volle Punkte) erkennen. Mit steigendem  $R/\delta$ -Verhältnis ist die Wirkung des Magnetfeldes effektiver. Da für  $R/\delta > 10$  die Funktion  $P(R/\delta)$  und die Flussdichte  $B_0$  unabhängig von dem Parameter  $R/\delta$  sind, erreicht die Deformation für  $R/\delta > 10$  eine Begrenzung. Es gilt:  $\Delta h/h_{I=0A} = 1 \cdot p_{\text{mag}}/p_h$ . Der Verlauf der dimensionslosen Bifurkationsdiagramme nach Abbildung 5.2 ist prinzipiell identisch mit den dimensionsbehafteten. Die zwei dargestellte Verläufe für  $R/\delta = 4, 6$  bzw.  $R/\delta = 8, 3$  sollen zur Kontrolle des kritischen Wertes in den Stabilitätsdiagrammen der Abbildung 5.3 und 5.4 dienen.

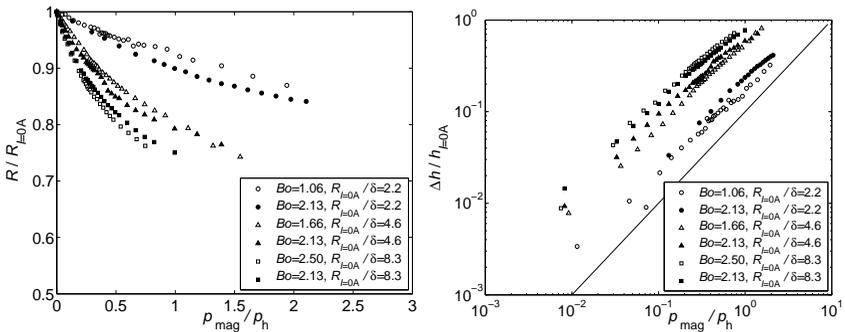


Abbildung 5.1: Zeitlich gemittelte, normierte Deformation als Funktion des Parameters  $p_{\text{mag}}/p_h$  für  $Bo = \text{const.}$  und  $R/\delta \neq \text{const.}$  (volle Zeichen) und  $Bo \neq \text{const.}$  und  $R/\delta = \text{const.}$  (hohle Zeichen)

In Abbildung 5.3 sind zwei Stabilitätsdiagramme dargestellt. Im linken Diagramm ist die Abhängigkeit des kritischen magnetischen Druckes geteilt durch den hydrostatischen Druck  $p_{\text{mag}}/p_h$  von  $R/\delta$  dargestellt. Für  $R/\delta > 5$  ist  $p_{\text{mag}}/p_h = \text{const.} \approx 0,24$ . Aus dem

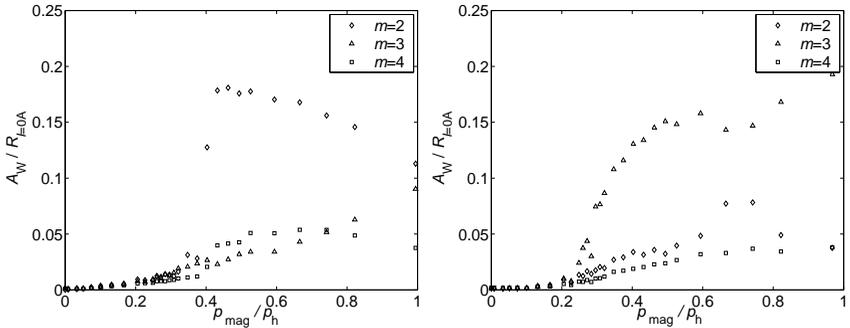


Abbildung 5.2: Dimensionslos dargestellte Bifurkationsdiagramme für  $Bo = const. = 2, 13$  und  $R/\delta = 4, 6$  (links) und  $R/\delta = 8, 3$  (rechts)

zweiten Diagramm (Abbildung 5.3, rechte Seite) erhält man für  $R/\delta > 5$  ebenfalls einen kritischen Wert für die magnetische Bondzahl. Er beträgt  $Bo_M \approx 0,51$ .

Für große  $R/\delta > 5$  sind laut Theorie und numerischer Simulation die magnetische Flussdichte an der Tropfenoberfläche  $B_0$  wie auch die Funktion  $P(R/\delta)$  konstant. Für  $R/\delta < 5$  sind beide Werte nicht mehr konstant. Bei der Berechnung des magnetischen Druckes  $p_{mag}$  bzw. der magnetischen Bondzahl  $Bo_M$  wurde mit konstanter magnetischer Flussdichte  $B_0$  gerechnet. Sie wurde mit Hilfe des Biot-Savart Gesetzes für den leeren Induktor ermittelt. Der Einfluss der Funktion  $P(R/\delta)$  auf die Verteilung des Magnetfeldes wurde ebenfalls nicht berücksichtigt. Es ist zu vermuten, dass bei exakter Berechnung von  $p_{mag}$  bzw.  $Bo_M$  sich für den Bereich  $R/\delta < 5$  ein wesentlich anderer Kurvenverlauf ergibt, als hier dargestellt. Möglicherweise bleibt die Konstanz erhalten.

In Abbildung 5.4 wird der Verlauf des kritischen Wertes für  $p_{mag}/\rho_h$  bzw.  $p_{mag}/p_\sigma$  für den Fall  $Bo = const.$  mit dem Fall  $Bo \neq const.$  verglichen. Man sieht, dass die Bondzahl nur einen sehr geringen Einfluss auf die kritischen Werte hat und die Art der Instabilität, d.h. die Moden  $m$ , überhaupt nicht beeinflusst.

Die Abhängigkeit der Moden  $m$  von dem Parameter  $R/\delta$  für  $Bo = const.$  (links) und  $Bo \neq const.$  (rechts) ist in Abbildung 5.5 zu sehen. Die Modenzahl  $m$  steigt mit steigendem  $R/\delta$  und kann mit folgendem Ausdruck beschrieben werden:

$$m = (0,88(1 \pm 0,3)) \cdot (R/\delta)^{(0,63(1 \pm 0,175))}.$$

Die Ungenauigkeit des Ergebnisses wird dadurch verursacht, dass nur im Bereich kleiner Modenzahlen  $m$  das System untersucht wurde.

Da der Parameter  $R/\delta$  während der Messung nie konstant gehalten wurde, kann der Einfluss der Bondzahl  $Bo$  auf  $m$  nicht beschrieben werden. Nur indirekt kann aus Abbildung 5.4 für  $Bo \neq const.$  festgestellt werden, dass die Bondzahl  $Bo$  keinen Einfluss auf die Art der Instabilität hat.

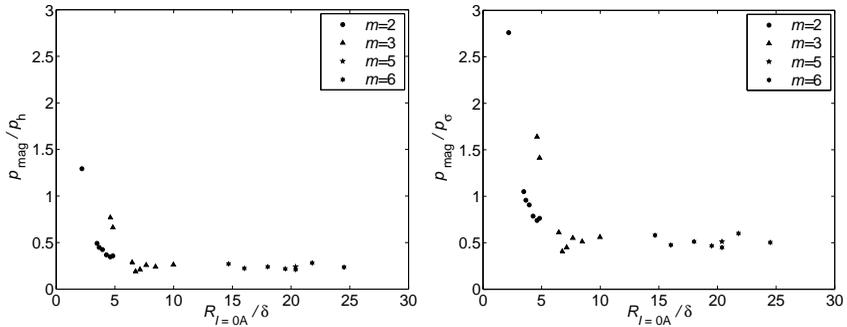


Abbildung 5.3: Stabilitätsdiagramme - Abhängigkeit des kritischen Wertes für  $p_{mag}/p_h$  (rechts) und  $p_{mag}/p_\sigma$  (links) von dem Verhältnis  $R_{I=0A}/\delta$  für  $Bo = const. = 2, 13$ .

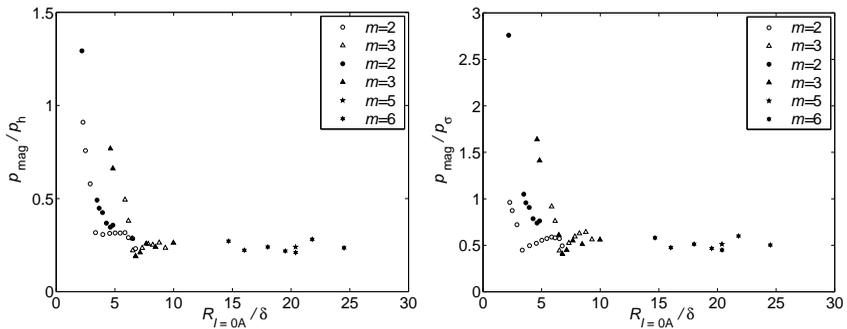


Abbildung 5.4: Vergleich des kritischen Wertes für  $p_{mag}/p_h$  oder  $p_{mag}/p_\sigma$  für  $Bo = const. = 2, 13$  (volle Zeichen) und  $Bo \neq const.$  (hohle Zeichen)

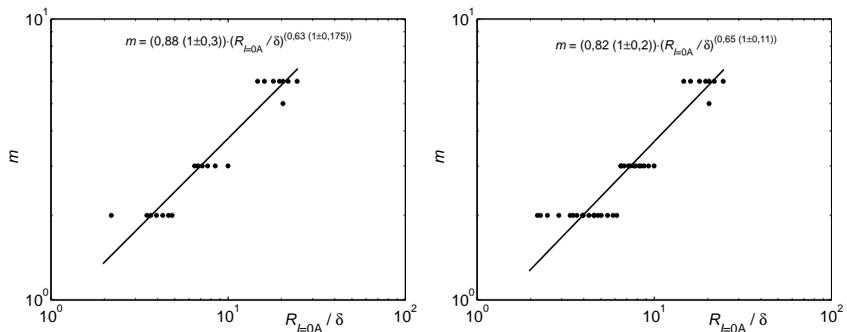


Abbildung 5.5: Modenzahl  $m$  in Abhängigkeit des Parameters  $R/\delta$  für  $Bo = const.$  (links) und  $Bo \neq const.$  (rechts)

# Kapitel 6

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde festgestellt, dass man einen auf einer Unterlage ungebundenen Flüssigmetalltropfen mit einem mittel- oder hochfrequenten Magnetfeld, welches von einem einfachen ringförmigen Induktor erzeugt wurde, stabil und achsensymmetrisch so erhöhen kann, dass sich der maximale Radius des Tropfens um etwa 12,5% ( $R/R_{I=0A} \approx 0,875$ ) vermindert. Das entspricht einer Vergrößerung der Tropfenhöhe um ca. 30% ( $\Delta h/h_0 \approx 0,3$ ). Diese maximale, stabile Verformung wurde für den auf die Eindringtiefe bezogenen Radius  $R/\delta > 5$  erreicht. Weiterhin wurde mit einem einfachen analytischen Modell vorhergesagt, dass diese Höhenänderung von dem Verhältnis zwischen dem magnetischen und dem hydrostatischen Druck  $p_{mag}/p_h$  linear abhängig ist, was die Messergebnisse bestätigen. Für hohe Frequenzen  $f > 100\text{kHz}$  oder für große Tropfen, d.h. für  $R/\delta > 10$ , gilt vereinfacht:  $\Delta h/h_{I=0A} = 1p_{mag}/p_h$ .

Nach weiterer Erhöhung des Verhältnisses magnetischer/hydrostatischer Druck  $p_{mag}/p_h$  wurde der Tropfen instabil. Von oben beobachtet erscheint statt einer runden Form eine Form mit zwei oder mehreren sich drehenden oder oszillierenden Ausbeulungen. Die Frequenz der Oszillationen ist deutlich niedriger als die des Magnetfeldes und kann mit der Gleichung

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma m(m^2 - 1)}{\rho_m R^3}}$$

aus Lamb [18] berechnet werden.

Das Prinzip der Instabilität wurde von Mohring in [14] für den Ringspalt erläutert. Diese Erklärung ist auch für den Tropfen zutreffend. Ohne Störung ist der Tropfen, von oben gesehen, rund. Die im Tropfen induzierte Stromdichte und die magnetische Flussdichte sind in einer Höhe entlang des Umfangs konstant. Damit ist auch die Lorentzkraft entlang des Umfangs konstant. Bei einer kleinen Störung, die zu einer geringen Ausbeulung des Tropfens an einer Stelle des Umfangs führt, ist die Stromdichte nicht mehr konstant. An dem äußersten Punkt der Ausbeulung ist die Stromdichte kleiner als in der Senke. Aufgrund der nahezu konstanten Flussdichte ist auch die Lorentzkraft an der Spitze kleiner als in der Senke. Diese Eigenschaft der elektrischen Stromdichte und der magnetischen Flussdichte wurde in der Diplomarbeit von Krauß [17] mittels einer numerischen Simulation gezeigt. Die stärkere Lorentzkraft in der Senke und die geringere in der Ausbeulung treiben die Instabilität an. Die Entwicklung der Instabilität kann nur durch die Oberflächenspannung gedämpft werden. Bei einem starken Magnetfeld ist die Lorentzkraft von Anfang an größer als die dämpfende Oberflächenspannung. Die Entwicklung der Instabilität wird zur zwingenden Folge.

Aus der maximal möglichen achsensymmetrischen Verformung ist sichtbar, dass sich für

das Einsetzen der Instabilität theoretisch ( $\Delta h/h_{I=0A} = p_{mag}/p_h$ ) ein konstanter kritischer Wert  $p_{mag}/p_h \approx 0,3$  ergibt, falls für den normierten Radius  $R/\delta > 10$  gilt. Der gemessene kritische Wert für das Einsetzen der Instabilität ist etwas kleiner  $p_{mag}/p_h \approx 0,24$ , was auf die vereinfachenden Aufnahmen bei der theoretischen Ableitung zurückzuführen ist. Die Instabilitätsgrenze kann auch mit der magnetischen Bondzahl angegeben werden. Es gilt  $Bo_M \approx 0,51$  für  $R/\delta > 10$ . Für kleinere  $R/\delta$  sind die beiden kritischen Werte  $p_{mag}/p_h$  und  $Bo_M$  nicht mehr konstant. Mit sinkendem Parameter  $R/\delta$  steigen die kritischen Werte für  $p_{mag}/p_h$  und  $Bo_M$ .

Die Art der Instabilität beschreibt die Modenzahl  $m$ . Es wurde festgestellt, dass die Modenzahl  $m$  von der Bondzahl  $Bo$  unabhängig ist. Nur der Parameter  $R/\delta$  beeinflusst die Art der Instabilität. Die Abhängigkeit beschreibt folgender Ausdruck:

$$m = (0,88(1 \pm 0,3)) \cdot (R/\delta)^{(0,63(1 \pm 0,175))}.$$

Mit Hilfe der Bildbearbeitungsmethode (IMP-Methode) konnte ebenfalls die von Fautrelle beobachtete Hysterese bei den niederfrequenten Experimenten nachgewiesen werden. Bei steigender magnetischer Flussdichte ist der kritische Wert für das Einsetzen der Instabilität größer als bei sinkender Flussdichte. Diese Eigenschaft konnte im mittelfrequenten und hochfrequenten Magnetfeld nicht gemessen werden. Wahrscheinlich ist die Hysterese sehr klein. Aufgrund der Erwärmung des Tropfens ist die Genauigkeit der IMP-Methode nicht ausreichend, um die Hysterese nachzuweisen.

# Kapitel 7

## Ausblick

Wie in den vorangegangenen Darstellungen gezeigt wurde, ist die erreichbare stabile achsensymmetrische Aufrichtung eines Flüssigmetall-Tropfens mit einem magnetischen Wechselfeld sehr klein. Für einige technologische Anwendungen ist der erreichbare Aufrichtungsgrad ausreichend, für andere wäre dagegen eine weitere Steigerung wünschenswert. Um dieses Ziel zu erreichen, sind weiterführende experimentelle als auch theoretische Arbeiten notwendig.

Die experimentellen Arbeiten sollten sich auf eine Erweiterung des stabilen Bereiches konzentrieren. Eine kleine Erweiterung ist durch Kombination mit einem magnetischen Gleichfeld zu erwarten, da mit diesem Feld Oszillationen gedämpft werden können. Eine weitere wesentliche Steigerung ist durch eine Steuerung zu erwarten. Dazu muss die entstehende Instabilität durch ein geeignetes Messsystem rechtzeitig erkannt werden. Durch eine aktive Umverteilung (Verstärkung der Lorentzkraft in den sich entwickelnden Kuppen der Ausbeulung) könnte der Entstehung der Kuppen entgegenwirkt werden. Ein segmentierter Zusatzinduktor wäre dazu erforderlich.

Die theoretischen Arbeiten sind sowohl mit der vorliegenden Arbeit als auch mit [3] so weit gediehen, dass

- die achsensymmetrische Verformung mittels eines analytischen Modells oder der numerischen Simulation berechenbar ist und
- die Entstehung der Instabilität plausibel erklärbar ist.

Es existiert jedoch noch kein Modell, das die Entstehung der Instabilität beschreibt. Ebenso kann die Abhängigkeit der Modenzahl  $m$  vom Parameter  $R/\delta$  noch nicht beschrieben werden. Deshalb wäre eine Stabilitätsanalyse (zunächst linear) wünschenswert, die den Beginn der Oszillationen vorhersagt. Dazu ist es notwendig, die azimuthale Veränderung des Magnetfeldes zu beschreiben. Der theoretisch begründete Zusammenhang von Modenzahl und  $R/\delta$  wäre aus der Stabilitätsanalyse resultierendes wertvolles Ergebnis.

Die mit der Arbeit vorgelegten experimentellen Ergebnisse sind als Validierungsmittel für neue numerischen oder analytischen Modelle weiterhin gut geeignet. Der Verfasser wünscht sich, dass die gegenwärtige Arbeiten zur 3D-Simulation darauf zurückgreifen.

# Literaturverzeichnis

- [1] H. Azuma and S. Yoshihara. Three-dimensional large-amplitude drop oscillations: experiments and theoretical analysis. *J. Fluid Mech.*, 393:309–332, 1999.
- [2] I. E. Bronstein and K. A. Semendjajev. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 5. edition, 2001.
- [3] M. Conrath and Ch. Karcher. Shaping of sessile liquid metal drops using high-frequency magnetic fields. *Europ. J. Mech. / B-Fluids*, 24:149–165, 2005.
- [4] P. A. Davidson. *An Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge University Press, 2001.
- [5] C. V. Dodd and W. E. Deeds. Analytical solutions to eddy-current probe-coil problems. *Journal of Applied Physics*, 39:2829 – 2838, 1968.
- [6] Y. Fautrelle, J. Etay, and S. Daugan. Free-surface horizontal waves generated by low-frequency alternating magnetic fields. *J. Fluid Mech.*, 527:285–301, 2005.
- [7] Y. Fautrelle and A. D. Sneyd. Instability of a plane conducting free surface submitted to an alternating magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 375:65–83, 1998.
- [8] Y. Fautrelle and A. D. Sneyd. Surface waves created by low-frequency magnetic fields. *Eur. J. Mech. / B-Fluid*, 24:91–112, 2005.
- [9] M. Garnier and R. Moreau. Effect of finite conductivity on the inviscid stability of an interface submitted to a high-frequency magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 127:365–377, 1983.
- [10] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamik*. Vieweg, 1997.
- [11] T. Iida and R. I. L. Guthrie. *The Physical Properties of Liquid Metals*. Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [12] F. P. Incropera and D. P. DeWitt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley, New York, 5. edition, 1996.
- [13] Ch. Karcher and Y. Kolesnikov. Electromagnetic control of convective heat transfer during electron beam evaporation: Model experiments and numerical simulations. *Vacuum*, 77:437–441, 2005.
- [14] Ch. Karcher and J.-U. Mohring. Stability of a liquid metal interface affected by a high-frequency magnetic field. *Magnetohydrodynamics*, 29:267–276, 2003.

- 
- [15] V. Kocourek. *Teorie a aplikace magnetofluidní mechaniky*. PhD thesis, ZČU Plzeň (CZ), 2002.
- [16] V. Kocourek, Ch. Karcher, M. Conrath, and D. Schulze. Stability of liquid metal drops affected by a high-frequency magnetic field. *Phys. Rev. E*, 74:1–7, 2006.
- [17] T. Krauß. *Numerische Berechnung des induzierten Druckes in Flüssigmetall*. Diplomarbeit, TU Ilmenau, 2005.
- [18] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, 6. edition, 1993.
- [19] G. Lang. The surface tension of mercury and liquid lead, tin, and bismuth. *J. Inst. Metals*, 101:300–308, 1973.
- [20] E. Langer. *Teorie indukčného a dielektrického tepla*. Československá akademie věd, Praha, 1964.
- [21] The Math Works, Inc. *Matlab, Version 6.5.1., Online Hilfe*, 2003.
- [22] J.-U. Mohring, Ch. Karcher, and D. Schulze. Dynamic behavior of a liquid metal interface under the influence of a high-frequency magnetic field. *Phys. Rev. E*, 71:301–306, 2005.
- [23] R. Moreau. *Magnetohydrodynamics*. Kulver, Dodrecht, 1990.
- [24] E. Philippow. *Grundlagen der Elektrotechnik*. Verlag Technik, Berlin, 10. edition, 2000.
- [25] J. Priede, J. Etay, and Y. Fautrelle. Edge pinch instability of liquid metal sheet in a transverse high-frequency ac magnetic field. *Phys. Rev. E*, 73:No. 066303(10), 2006.
- [26] A. Umbrashko, E. Baake, B. Nacke, and A. Jakovics. Experimental investigations and numerical modelling of the melting process in the cold crucible. *Compel*, 24(1):314–323, 2005.
- [27] H. Yasuda, I. Ohnaka, Y. Ninomiya, R. Ishii, S. Fujita, and K. Kishio. Levitation of a metallic melt by using the simultaneous imposition of the alternating and static magnetic fields. *J. Crystal Growth*, 260:475–485, 2004.
- [28] G. M. Ziesing. The determination of surface tension by sessile drop measurements. *Australian J. Physics*, 6:86–95, 1953.

# Symbolverzeichnis

$A$	Fläche	$L_I$	Induktivität (Induktor)
$a$	Temperaturleitfähigkeit	$m$	Modenzahl
$A_m$	magnetisches Vektorpotential	$N$	Windungszahl
$A_W$	Wellenamplitude	$Nu$	Nusselt-Zahl
$B$	magnetische Flussdichte	$P$	Leistung, Joul'sche Verluste
$b$	Breite	$p_h$	hydrostatischer Druck
$Bo$	Bondzahl	$p_\sigma$	Druck der Oberflächenspannung
$Bo_M$	magnetische Bondzahl	$p_{mag}$	elektromagnetischer Druck
$c_p$	spezifische Wärmekapazität	$Pr$	Prandtl-Zahl
$D$	Durchmesser	$\dot{m}$	Durchfluss
$D_h$	hydraulischer Durchmesser	$R$	Tropfenradius
$E$	elektrische Feldstärke	$r$	Radius
$f$	Frequenz	$R_C$	Krümmungsradius
$f_L$	Lorentzkraft	$R_I$	elektrischer Widerstand (Induktor)
$f_n$	Oszillationsfrequenz	$Re$	Reynolds-Zahl
$g_n$	Normalfallbeschleunigung	$T$	Temperatur
$h$	Höhe	$t$	Zeit
$I$	elektrische Stromstärke	$U$	Umfang
$J$	elektrische Stromdichte	$V$	Volumen
$J_0, J_1$	BESSEL-Funktionen	$v$	Geschwindigkeit
$K$	Krümmung	$W_m$	magnetische Energie
$K_0$	Referenzkrümmung	$X_I$	Reaktanz (Induktor)
$L$	charakteristische Länge	$r, \varphi, z$	Zylinderkoordinaten
$l$	Länge	$Z_I$	Impedanz (Induktor)

$\alpha$	Wärmeübergangszahl	$\rho$	spezifischer elektrischer Widerstand
$\delta$	Eindringtiefe	$\rho_m$	Dichte
$\eta$	dynamische Viskosität	$\Delta\sigma$	Temperaturkoeffizient der Oberflächenspannung
$\gamma$	elektrische Leitfähigkeit	$\sigma$	Oberflächenspannung
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$\Delta\vartheta, \Delta T$	Temperaturdifferenz
$\lambda_W$	Wellenlänge	$\Theta$	Kontaktwinkel
$\mu$	Permeabilität	$\vartheta$	Celsius-Temperatur
$\nu$	kinematische Viskosität	$\omega$	Kreisfrequenz

# Anhang A

## Technische Zeichnung der Behälter

## A.1 MF-Experiment

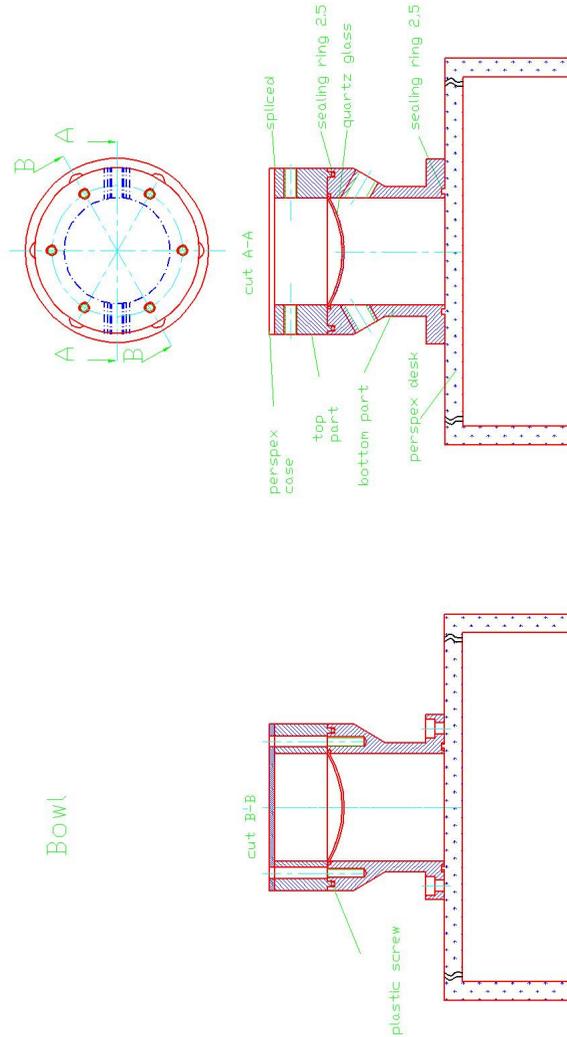


Abbildung A.1: Gesamte Darstellung



Oberenteil

PVC

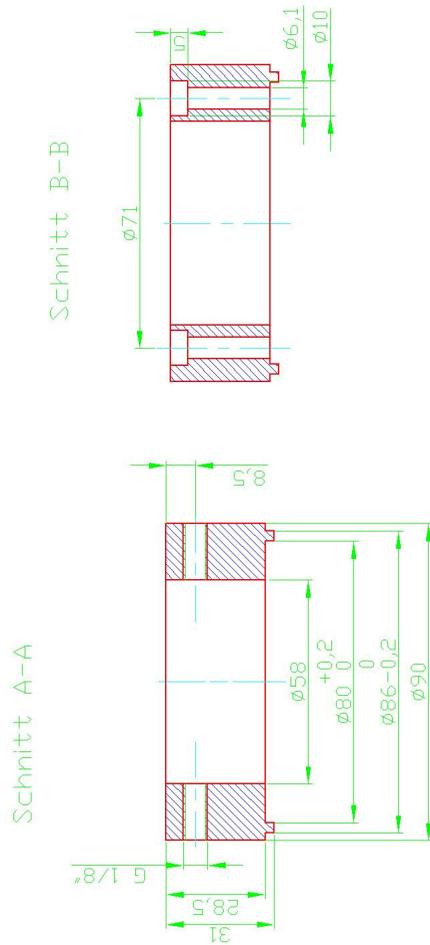


Abbildung A.3: Oberer Ring

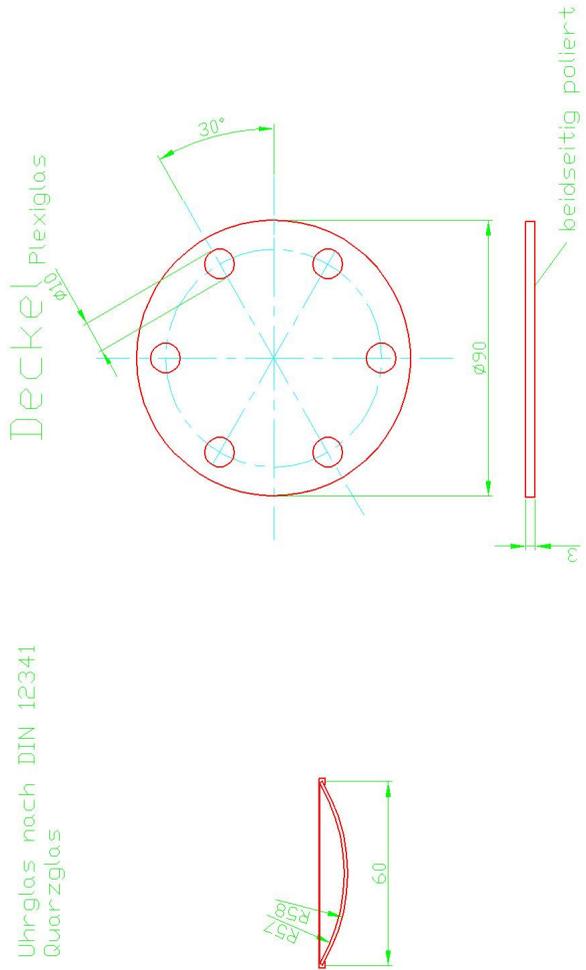


Abbildung A.4: Schale und Abdeckung

## A.2 HF-Experiment

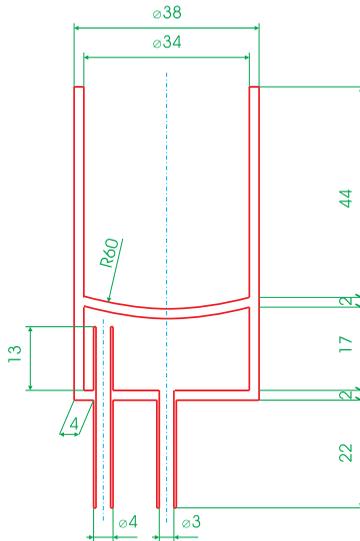


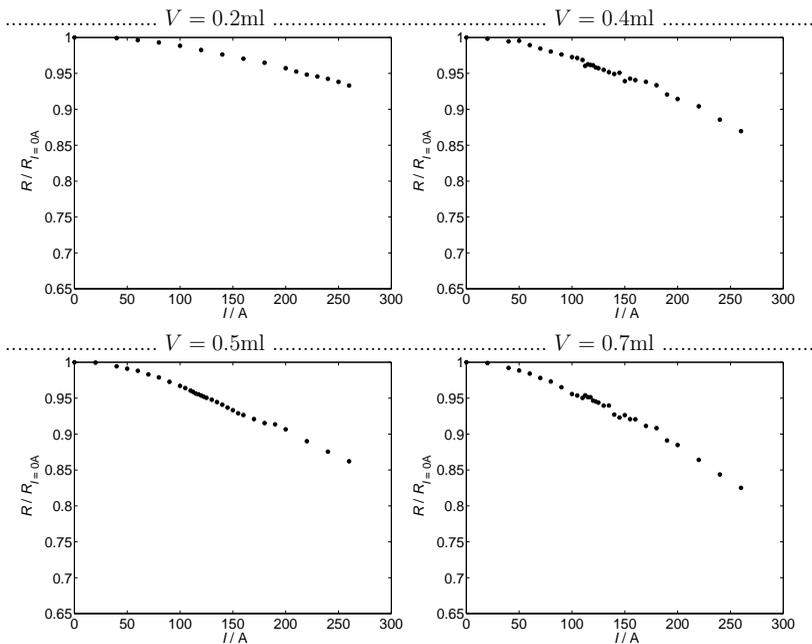
Abbildung A.5: Quarzglasbehälter

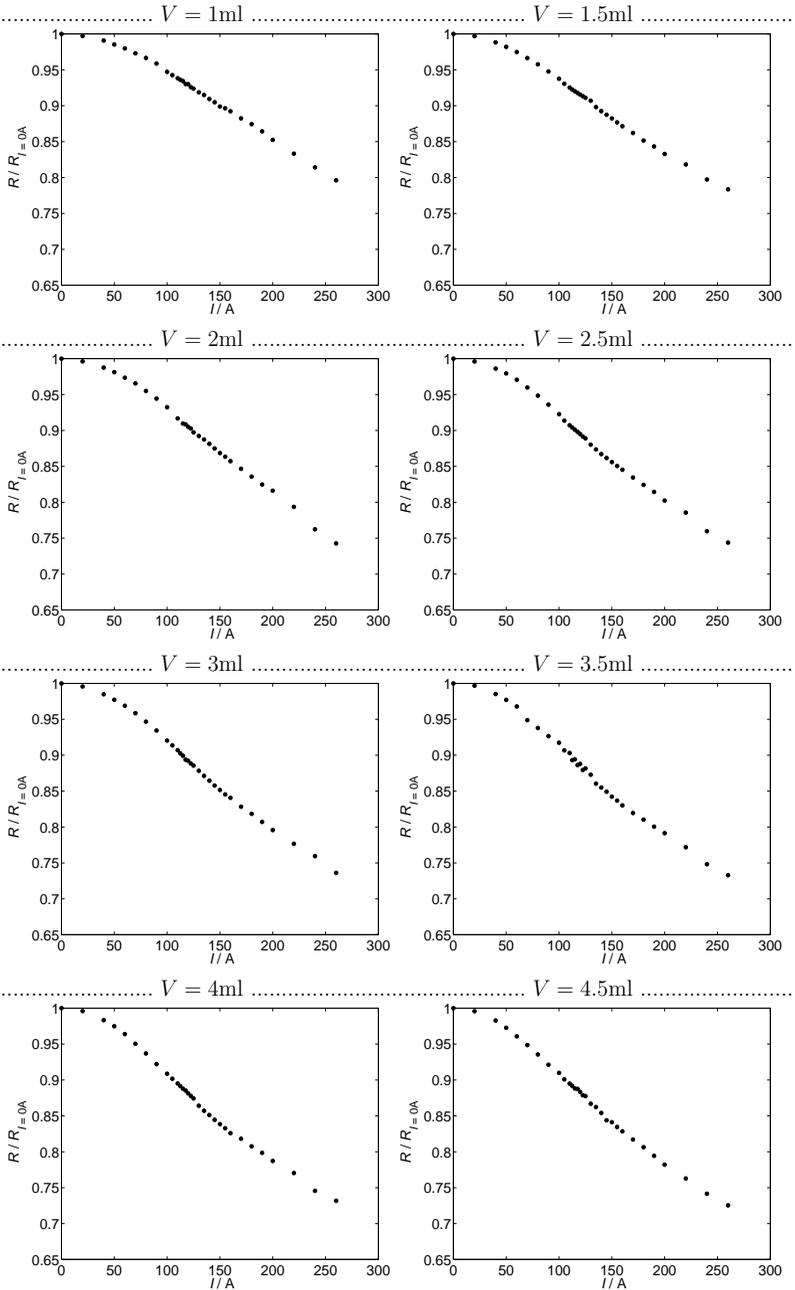
## Anhang B

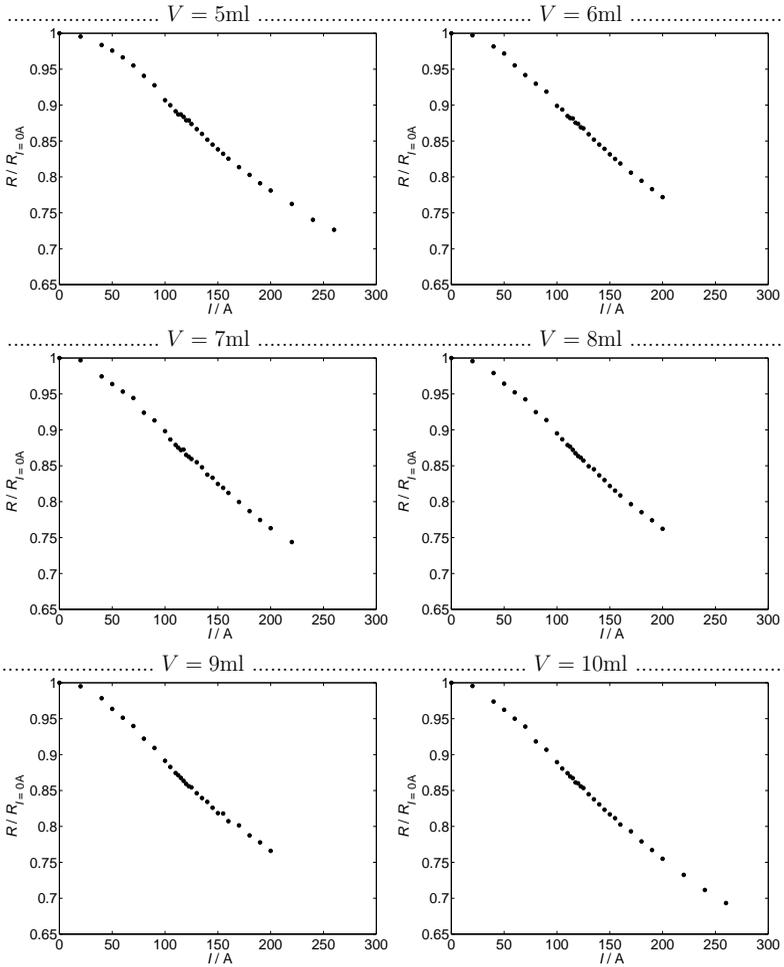
# Diagramme aus experimentellen Messreihen

### B.1 MF-Experiment

#### B.1.1 Deformation bei konstanter Frequenz $f = 20\text{kHz}$

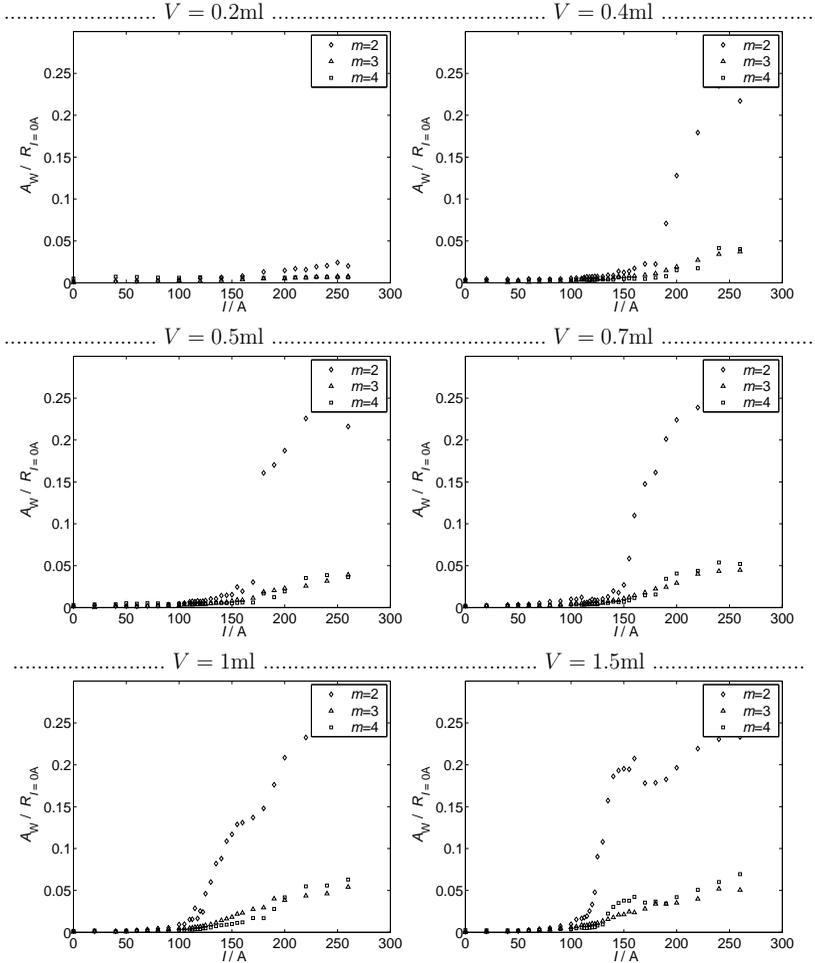


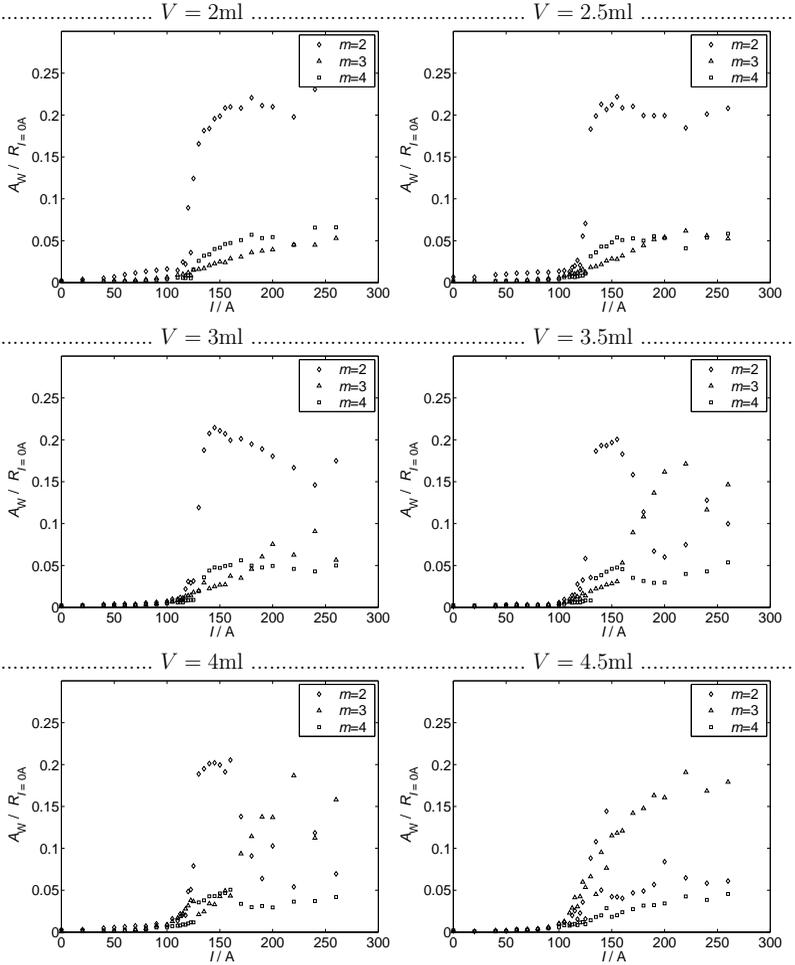


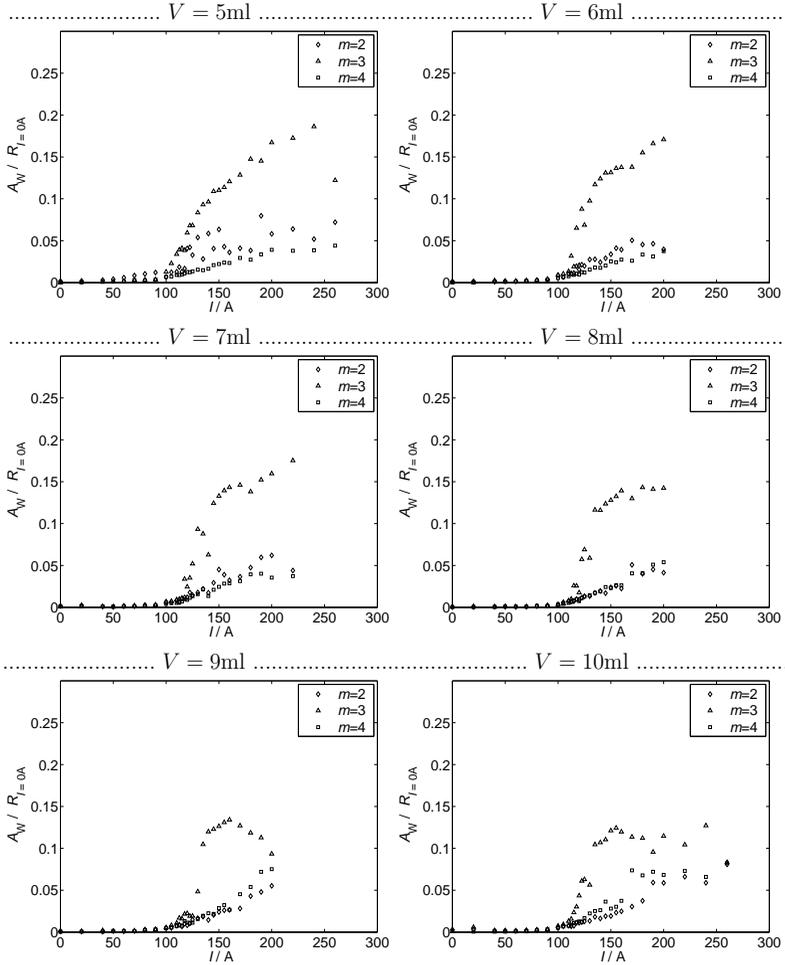


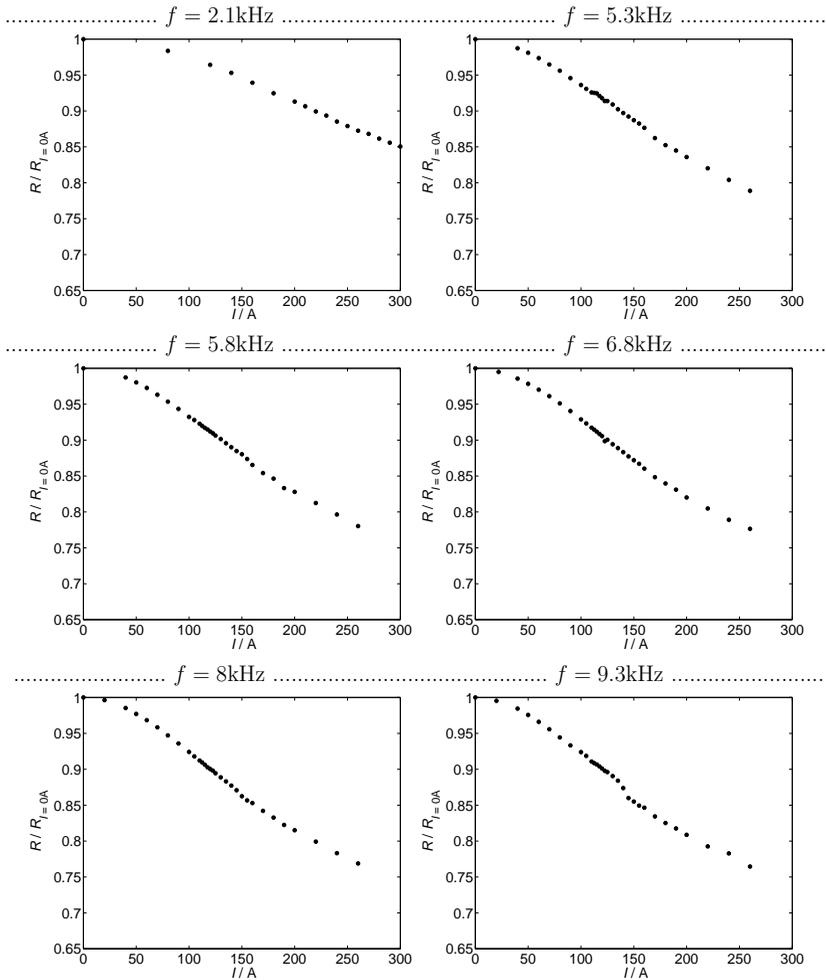
### B.1.2 Bifurkation bei konstanter Frequenz $f = 20\text{kHz}$

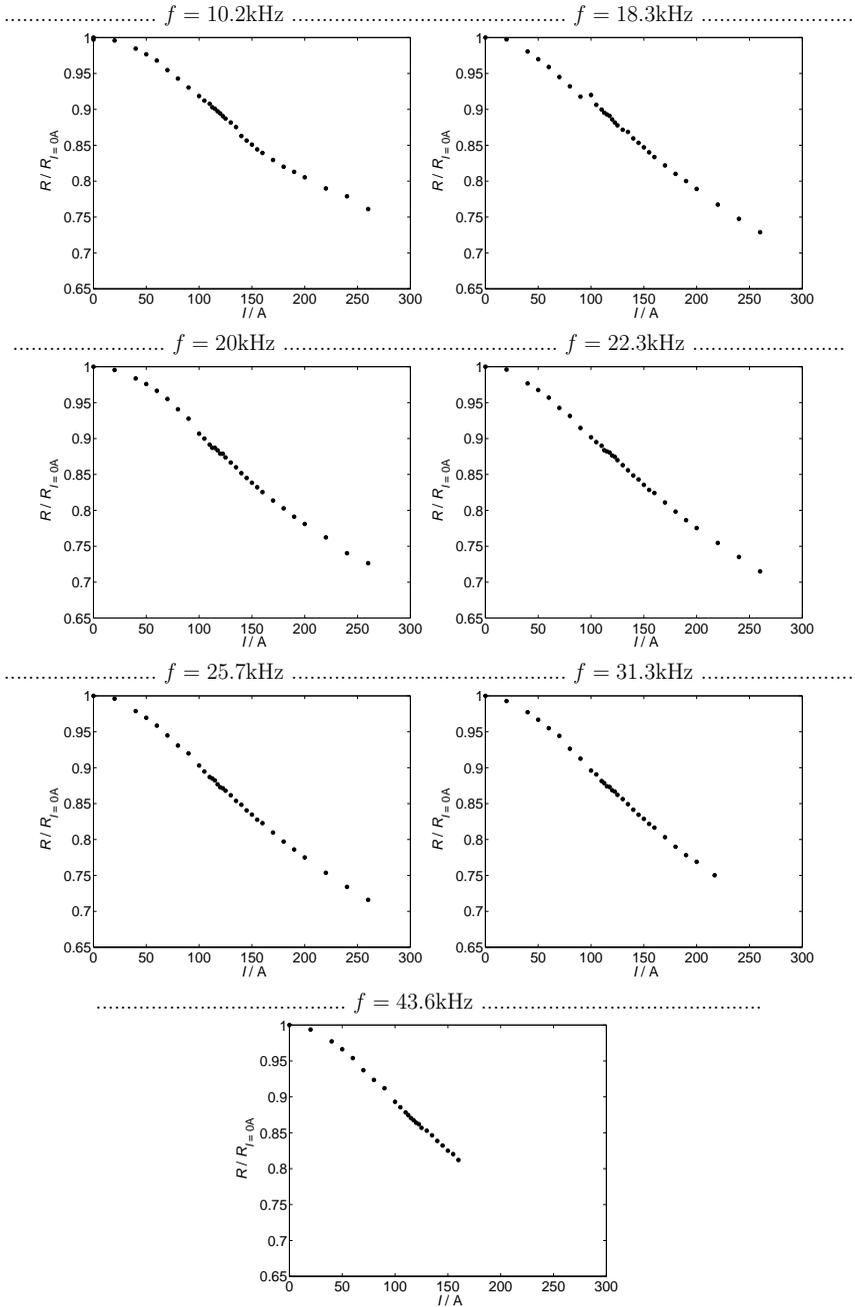
In diesem Kapitel sind alle gemessenen, mit dem Radius ohne Magnetfeld  $R_{I=0A}$  normierten Amplituden einzelner Moden in Abhängigkeit vom Induktorstrom dokumentiert.



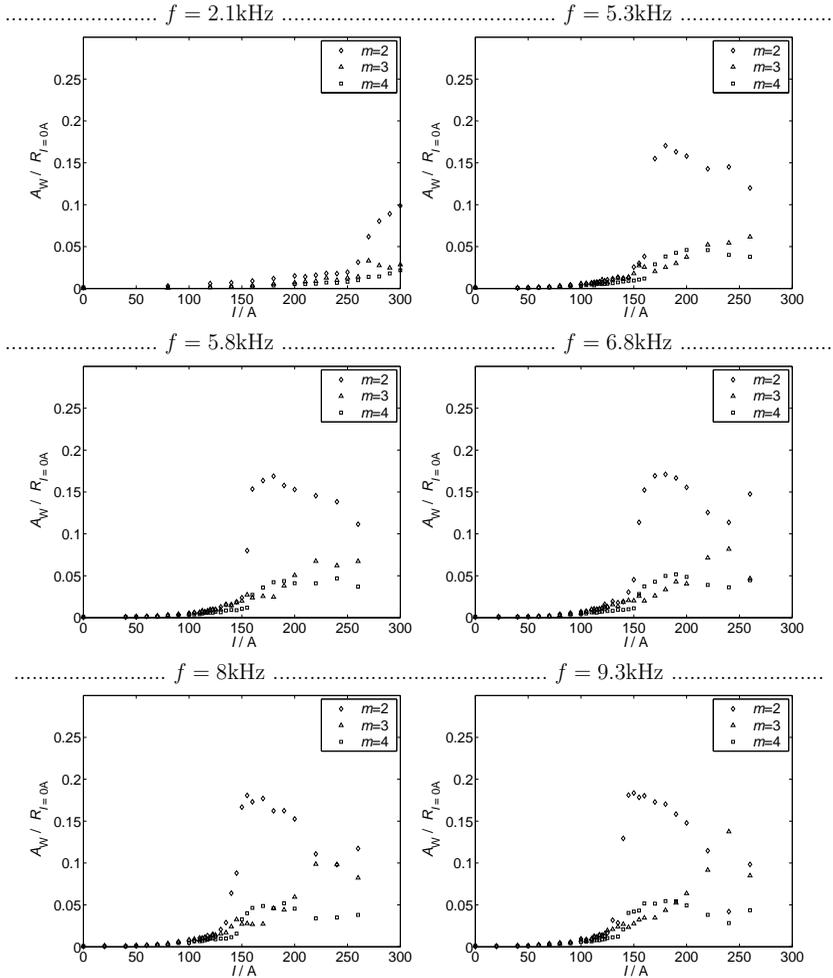


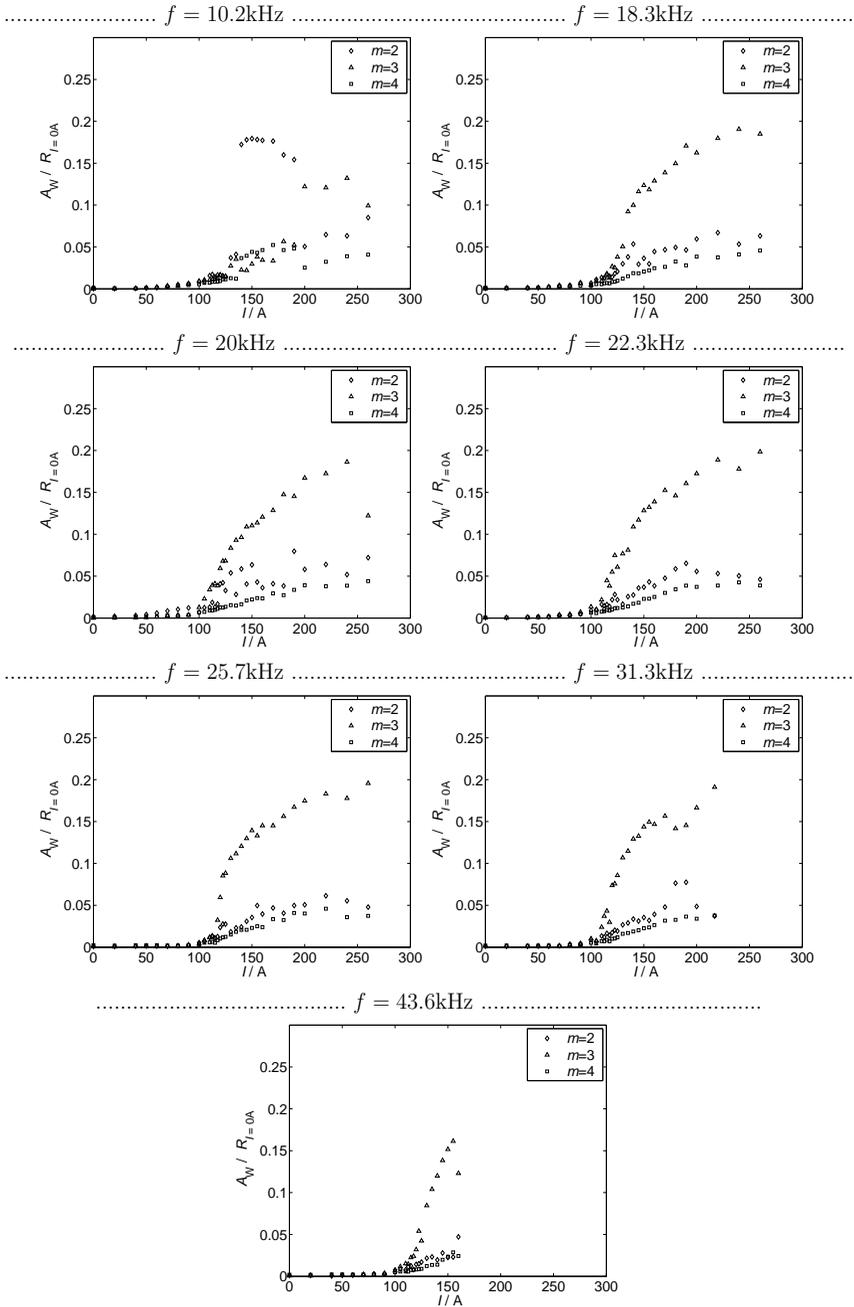


**B.1.3 Deformation bei konstantem Volumen  $V = 5\text{ml}$** 



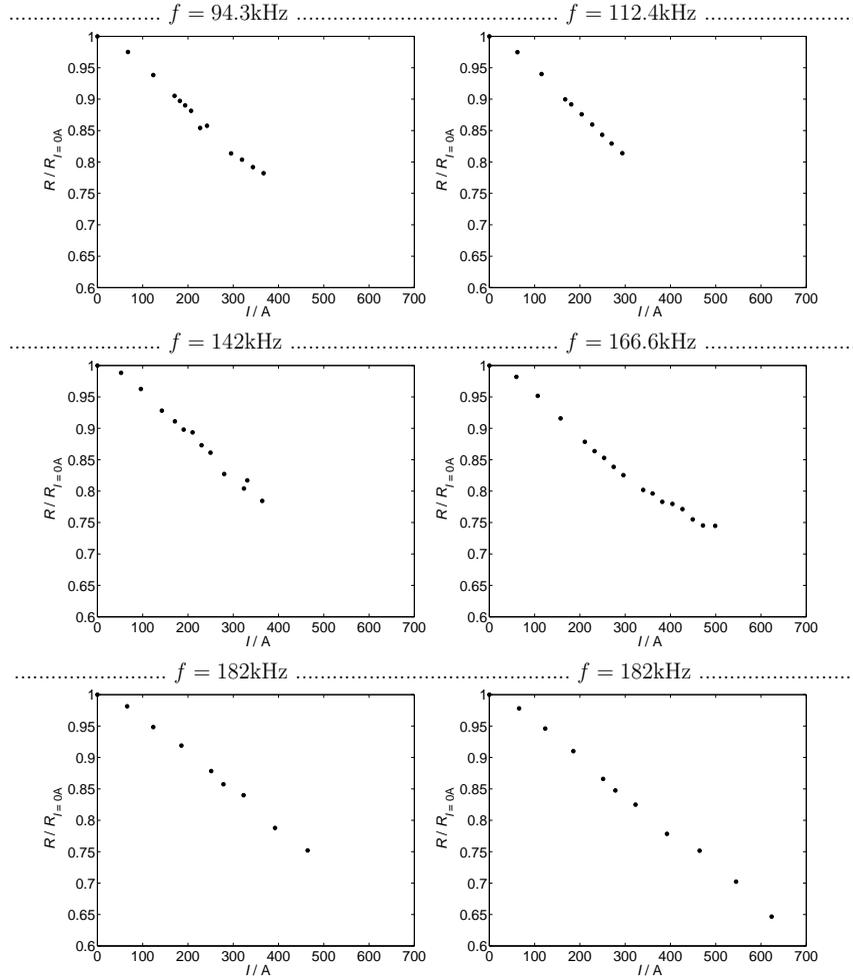
### B.1.4 Bifurkation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$

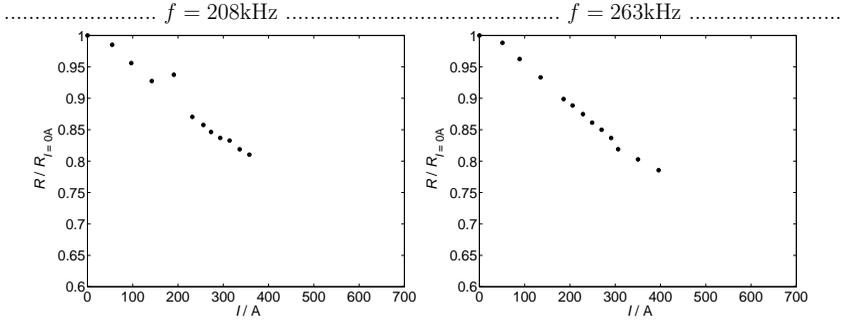




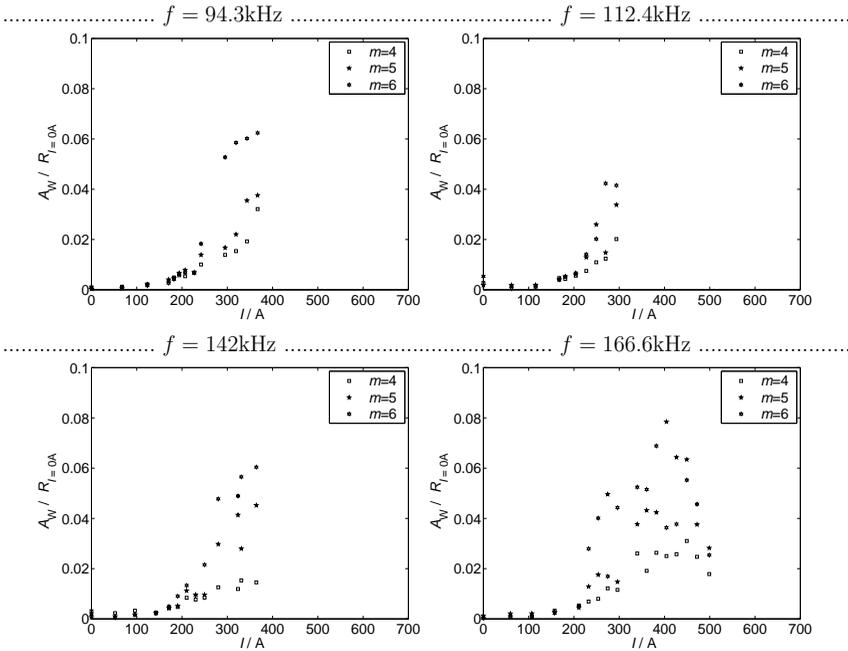
## B.2 HF-Experiment

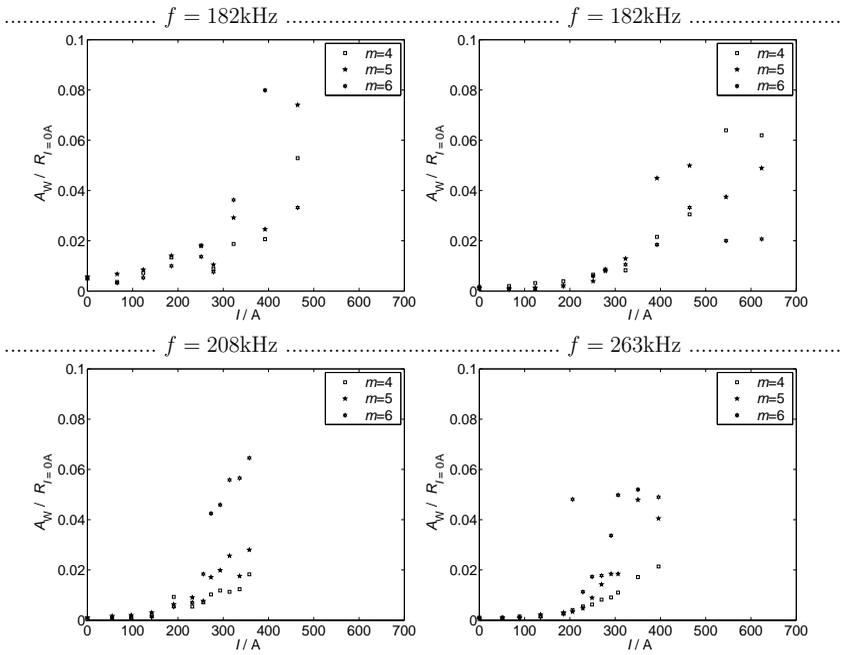
### B.2.1 Deformation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$





## B.2.2 Bifurkation bei konstantem Volumen $V = 5\text{ml}$





# Anhang C

## Matlab Skript der Bildverarbeitungsmethode

```
% ----- Image Processing of Measurements of drop instabilities ----
% ----- Vaclav Kocourek 2004 -----

% The program analyses sequences of pictures by performing an edge filter
% operation followed by a fast fourier transform. As results the mode
% amplitudes, average radius,... are calculated. The first five modes are
% displayed in the Matlab command window.
% To display higher modes enter "sum(mod_amp_v(:,<mode number>0))/numFrames"
% in the command window. Example: sum(mod_amp_v(:,70))/numFrames for mode 7

% Description of important variables

% phaseshift_v: (fazev)
% phaseshift_f:(fazeef)
%   mod_amp_v: (mmv)
%   mod_amp_f: (mmf)
%   step: (skok)used to interpolate radius values in order to
%         correct edge detection errors
%   posx & posy: have to be 0 in order to get good results.
%               run the program once to determine posx and posy (no current)
%               and adjust the values in the line where the edge-filter is
%               applied.
%               Repeat analyse after the correction until both parameters
%               are 0
%   mid_radius: (stredv) zeitabhängig
%   stredf: middle frequency??? örtlich
%   signalx: used to calculate signalr
%   signaly: used to calculate signalr
%   signalr: radius of the drop for angles from 0° to 360°
%   delkar:
%   delkat: (= numFrames? 1024) länge = delka
%   numFrames: Number of pictures or frames that are analysed
%   time: determines the recording time for each picture
```

---

```

%         roi: (povrch) region in the frame on which the image processing
%         is applied (e.g. 480x480 pixels)
%         roi_m: (povrchm)
%         dia_pix: the diameter of the probing cylinder in pixels(Has to be
%         measured in another application such as "paint")
%         max_step: threshold to decide whether there is a mistake in the
%         detected radii
%         wavefft:
%         freqfft:

% Note: program must be copied in the directory in which the data has been saved

clear

% ***** Settings *****
% set parameteres before analysis
name='180V_Seq002_Img000001.bmp'; % name of the first image in the sequence
% (standard = 23 letters)

name_offset = 2 % accounts for different lengths of 'name'
% 0 between 0A and 9A
% 1 between 10A and 99A
% 2 between 100A and 999A

numFrames = 512 % number of images to be analysed

filter = 'roberts' % edge filter algorithm used (roberts, sobel,
% canny, log, prewitt)

duration = 1.1058 % Real duration of the recorded sequence in s

centre_x = 528 % centre of the drop in x-direction
% (correction = 2 * posx)
centre_y = 438 % centre of the drop in y-direction
% (correction = 2 * posy)

dim_roi = 310 % sets the dimension of the square roi

dia_pix = 622 % diameter of the probing area on the image
% (50mm/dia_pix = actual size of one pixel)

max_step = 3 % maximum step-size in mm

%*****

number=double(name);
j=0;
k=0;
l=0;

```

---

```

% ***** Bildverarbeitung *****

for i=1:numFrames
    wait=waitbar(i/numFrames);

    number(16+name_offset)=48+l;
    number(17+name_offset)=48+k;
    number(18+name_offset)=48+j;
    number(19+name_offset)=48+i-(j*10)-(k*100)-(l*1000);
    if i-(j*10)-(k*100)-(l*1000)==9
        j=j+1;
        if j>9
            j=0;
            k=k+1;
            if k>9
                k=0;
                l=l+1;
            end
        end
        end
    obr=char(number);
    mo=imread(obr);
    roi=edge(mo(centre_y-dim_roi :centre_y+dim_roi-1,centre_x-dim_roi:
    centre_x+dim_roi-1),filter);
    roi_m=roi;
    %roi_m=medfilt2(roi_m,[2 2]);
    for jj=1:360
        %sirka(jj)=jj*0.078125;
        signalx(i,jj)=0;
        signaly(i,jj)=0;
    end
    for jj=1:90
        for xx=35:dim_roi-2
            % *** von 1 bis 90
            yy=round(xx*tan((jj-45)*pi/180));
            if (roi_m(dim_roi-yy,xx+dim_roi)==1 | roi_m(dim_roi-(yy+1),xx+dim_roi)==1 |
            roi_m(dim_roi-(yy-1),xx+dim_roi)==1)
                signalx(i,jj)=xx;
                signaly(i,jj)=-yy;
                break
            end
        end
        for yy=35:dim_roi-2
            % *** von 91 bis 180
            xx=round(yy*tan((jj-45)*pi/180));
            if (roi_m(dim_roi-yy,dim_roi-xx)==1 | roi_m(dim_roi-yy,dim_roi-(xx+1))==1 |
            roi_m(dim_roi-yy,dim_roi-(xx-1))==1)
                signalx(i,jj+90)=-xx;
            end
        end
    end
end

```

---

```

signaly(i,jj+90)=-yy;
break
end
end
for xx=35:dim_roi-2
% *** von 181 bis 270
yy=round(xx*tan((jj-45)*pi/180));
if (roi_m(dim_roi+yy,dim_roi-xx)==1 | roi_m(dim_roi+(yy+1),dim_roi-xx)==1 |
roi_m(dim_roi+(yy-1),dim_roi-xx)==1)
signalx(i,jj+180)=-xx;
signaly(i,jj+180)=yy;
break
end
end
for yy=35:dim_roi-2
% *** von 271 bis 360
xx=round(yy*tan((jj-45)*pi/180));
if (roi_m(dim_roi+yy,dim_roi+xx)==1 | roi_m(dim_roi+yy,dim_roi+(xx+1))==1 |
roi_m(dim_roi+yy,dim_roi+(xx-1))==1)
signalx(i,jj+270)=xx;
signaly(i,jj+270)=yy;
break
end
end
end
roi_m=100*roi_m; colormap(gray); image(roi_m); mf(i)=getframe;

end

for i=1:numFrames
for jj=1:360
signalr(i,jj)=(50/dia_pix)*sqrt(signalx(i,jj)^2+signaly(i,jj)^2);
end
end

posx=round(sum(signalx(1,:))/360);
posy=round(sum(signaly(1,:))/360);

% ***** Step correction *****

for i=1:numFrames
for jj=1:359
kontrola=1;
par=1;
while kontrola==1
if abs(signalr(i,jj)-signalr(i,jj+par))>max_step
if (jj+par)==360
kontrola=0;
end
end
end

```

---

```

par=par+1;
else
kontrola=0;
step=(signalr(i,jj)-signalr(i,jj+par))/par;
for kk=1:(par-1)
signalr(i,jj+kk)=signalr(i,jj+kk-1)-step;
end
end
end
end
end
end

```

```

% ***** FFTf *****
delkat=numFrames;
freqfft=fft(signalr,[],1);
mod_amp_f=abs(freqfft/delkat);
stredf=mod_amp_f(1,:);
mod_amp_f(1,:)=[];
mod_amp_f((delkat/2)+1:delkat-1,:)=[];
mod_amp_f=2*mod_amp_f;
phaseshift_f=unwrap(angle(freqfft));
phaseshift_f(1,:)=[];
phaseshift_f((delkat/2)+1:delkat-1,:)=[];
f=1*(1:delkat/2)/6.6495;
%plot(f,mod_amp_f(:,1))

```

```

% ***** FFTw *****
for i=1:numFrames
for j=1:360
for k=1:10
signalr10(i,j+(360*k)-360)=signalr(i,j);
end
end
end

```

```

delkar=10*360;
wavefft=fft(signalr10,[],2);
mod_amp_v=abs(wavefft/delkar);
mid_radius=mod_amp_v(:,1);
mod_amp_v(:,1)=[];
mod_amp_v(:,(delkar/2)+1:delkar-1)=[];
mod_amp_v=2*mod_amp_v;
phaseshift_v=unwrap(angle(wavefft));
phaseshift_v(:,1)=[];
phaseshift_v(:,(delkar/2)+1:delkar-1)=[];
for jj=1:delkar/2
v(jj)=10*2*pi*sum(mid_radius)/(delkat*jj);
end

```

---

```
%plot(v,mod_amp_v(1,:))

%***** Time *****

for jj=1:delkat
time(jj)=(duration/delkat)*jj;
end
for jj=1:delkar
delka(jj)=jj*2*pi*sum(mid_radius)/(delkat*delkar);
end

av_radius = sum(mid_radius)/numFrames
mode_1 = sum(mod_amp_v(:,10))/numFrames
mode_2 = sum(mod_amp_v(:,20))/numFrames
mode_3 = sum(mod_amp_v(:,30))/numFrames
mode_4 = sum(mod_amp_v(:,40))/numFrames
mode_5 = sum(mod_amp_v(:,50))/numFrames
mode_6 = sum(mod_amp_v(:,60))/numFrames
mode_7 = sum(mod_amp_v(:,70))/numFrames
mode_8 = sum(mod_amp_v(:,80))/numFrames
mode_9 = sum(mod_amp_v(:,90))/numFrames
mode_10 = sum(mod_amp_v(:,100))/numFrames

close(wait);
clear('kk','yy','signalx','signaly','signalr10','xx','j','jj','k','i','l',...
      'kontrola','wait','name_offset','name','f','obr',...
      'mode_1','mode_2','mode_3','mode_4','mode_5','mode_6','mode_7',...
      'mode_8','mode_9','mode_10','av_radius','number','v',...
      'max_step','par','step','time','mo','centre_x','centre_y',...
      'dim_roi','filter','duration');
```

## Anhang D

# Thesen zur Dissertation

In der Beschichtungsindustrie werden Metalle in einem wassergekühlten Tiegel mit Hilfe eines Elektronenstrahls geschmolzen und verdampft. Bei diesem Vorgang führt Marangoni-Konvektion im Inneren der Schmelze zu höchst unerwünschten Wärmeverlusten an den wassergekühlten Seitenwänden des Tiegels. Um den Wirkungsgrad zu erhöhen, wäre es deshalb günstig, die radial nach außen gerichtete Schmelzenströmung zu bremsen und die Oberfläche als Kuppel auszubilden. Die zu dieser Verformung der freien Oberfläche erforderlichen Lorentzkräfte können durch ein elektromagnetisches Feld aufgebaut werden. Für die Realisierung dieser Technik ist es nötig, die Wirkung des Magnetfeldes, d.h. die Form und Stabilität der Oberfläche zu analysieren.

Um die Wirkung eines magnetischen Wechselfeldes auf die Form und Stabilität eines Flüssigmetalltropfens untersuchen zu können, wird ein Experiment bestehend aus einem Induktor und einem Flüssigmetalltropfen aufgebaut. Der Induktor, der mit einem Wechselstrom  $I$  der Frequenz  $f$  gespeist wird, erzeugt das elektromagnetische Wechselfeld. In dem Flüssigmetalltropfen mit dem Volumen  $V$  wird ein Strom induziert, der zusammen mit dem Magnetfeld eine Kraft erzeugt, die den Tropfen entsprechend verformt.

Im Experiment wird Induktorstrom, Tropfenvolumen und Frequenz verändert.

Erhöht man den Induktorstrom bis zu einem kritischen Wert  $0A < I < I_{crit}$ , so wird der Tropfen zunächst statisch achsensymmetrisch zusammengedrückt. Bei Überschreiten des kritischen Stromes  $I > I_{crit}$  wird dieser statische, symmetrische Zustand jedoch instabil und es bilden sich oszillierende Wellen entlang des Tropfenumfangs.

Die Oberflächenkontur des Tropfens wird mittels einer Hochgeschwindigkeitskamera beobachtet. Die aufgezeichneten Daten werden mit Hilfe von Bildbearbeitungsverfahren analysiert. Die Bildbearbeitungsmethode erlaubt es, sowohl die statische Tropfendeformation als auch die kritische Modenzahl, die kritische Frequenz und die Amplituden der erregten Wellen im Bereich  $I \geq I_{crit}$  durch Erhöhung der Steuerparameter, Strom  $I$ , Frequenz des Magnetfeldes  $f$  und Tropfenvolumen  $V$ , zu messen.

Die experimentellen Ergebnisse sind mit Hilfe der dimensionslosen Ähnlichkeitskennzahlen dargestellt. Die relevanten Bezugsparameter sind die Verhältniszahlen  $R/\delta$  und  $p_{mag}/p_h$ , die Bondzahl  $Bo$  und die magnetische Bondzahl  $Bo_M$ .

Ein einfaches analytisches Modell sagt vorher, dass die Höhenänderung des Tropfens von dem Verhältnis zwischen dem magnetischen und dem hydrostatischen Druck  $p_{mag}/p_h$  linear abhängig ist. Die Messergebnisse bestätigen die theoretische Vorhersage. Für hohe Frequenzen  $f > 100\text{kHz}$  oder für große Tropfen, d.h. für  $R/\delta > 10$ , gilt vereinfacht:  $\Delta h/h_{I=0A} = 1p_{mag}/p_h$ .

Der gemessene kritische Wert für das Einsetzen der Instabilität ist  $p_{mag}/p_h \approx 0,24$  für  $R/\delta > 10$ . Die Instabilitätsgrenze kann auch mit der magnetischen Bondzahl angegeben werden. Es gilt  $Bo_M \approx 0,51$  für  $R/\delta > 10$ .

Für kleinere  $R/\delta$  sind die beiden kritischen Werte  $p_{mag}/p_h$  und  $Bo_M$  nicht mehr konstant. Mit sinkendem Parameter  $R/\delta$  steigen die kritischen Werte für  $p_{mag}/p_h$  und  $Bo_M$ .

Das Prinzip der Instabilität ist wie folgt:

Eine kleine Störung führt zu einer geringen Ausbeulung des Tropfens an einer Stelle des Umfangs. Die Stromdichte in einer Höhe entlang des Umfanges ist nicht konstant. An dem äußersten Punkt der Ausbeulung ist die Stromdichte kleiner als in der Senke. Aufgrund der nahezu konstanten Flussdichte ist auch die Lorentzkraft an der Spitze kleiner als in der Senke. Die Lorentzkraft treibt die Instabilität an. Die Entwicklung der Instabilität wird nur durch die Oberflächenspannung gedämpft.

Die Modenzahl  $m$  beschreibt die Art der Instabilität. Sie ist von der Bondzahl  $Bo$  unabhängig und wird nur durch den Parameter  $R/\delta$  beeinflusst. Folgender Ausdruck beschreibt die Abhängigkeit:

$$m = (0,88(1 \pm 0,3)) \cdot (R/\delta)^{(0,63(1 \pm 0,175))}.$$

Die Frequenz der Oszillationen ist deutlich niedriger als die des Magnetfeldes und wird mit der Gleichung

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma m(m^2 - 1)}{\rho_m R^3}}$$

bestimmt.

Eine Hysterese für das Verhalten der Instabilität ist im niederfrequenten Magnetfeld erkennbar. Die Bildbearbeitungsmethode (IMP-Methode) ermöglicht kein Nachweis im mittelfrequenten und hochfrequenten Magnetfeld.