Impulsdynamik in nichtlinear-dissipativen optischen Systemen

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat)

vorgelegt dem Rat der Physikalisch-Astronomischen Fakultät der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Diplomphysiker Christian Knöll, geboren am 07. August 1971 in Jena

Gutachter

1. Prof. Falk Lederer

- 2. Prof. Günther Leuchs
- 3. Prof. Hans-Georg Weber

Tag der letzten Rigorosumsprüfung :12. November 2002Tag der öffentlichen Verteidigung :19. November 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung			1		
	1.1	Mode	rne Konzepte der Kommunikation	1		
	1.2	er Arbeit	4			
	1.3	3 Aufbau der Arbeit				
2	Gru	Grundgleichungen und Elemente der Übertragungsstrecke				
	2.1	Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Felder in Wellenleitern unter				
		Berücksichtigung nichtresonanter und resonanter Nichtlinearitäten				
		2.1.1	Maxwellgleichungen, Moden des elektromagnetischen Feldes $\ .\ .\ .$	7		
		2.1.2	Rezi prozitäts theorem in räumlich beschränkten Medien $\ . \ . \ . \ .$	9		
		2.1.3	Polarisation	11		
		2.1.4	Nichtresonante Nichtlinearität	11		
		2.1.5	Resonante Nichtlinearität	13		
	2.2	Elemente der Übertragungsstrecke				
		2.2.1	Faser	16		
		2.2.2	Filter	16		
		2.2.3	Halbleiterverstärker	17		
		2.2.4	Sättigbarer Absorber	19		
		2.2.5	Verstärker und Absorber als Modul	20		
	2.3 Stationäre Lösungen eines dissipativen Systems - Soliton und unmod					
		Signal		20		
3	Unt	ersuch	nungen zur Übertragungsstrecke ohne sättigbare Absorber	23		
	3.1	Unmoduliertes Signal				
		3.1.1	Stationäre cw-Lösungen	23		
		3.1.2	Stabilität von cw-Lösungen	26		
		3.1.3	Fazit: cw-Signale in der Übertragungsstrecke ohne Absorber $\ .\ .\ .$	30		
	3.2	Solito	nen	30		

	3.2.1	Einzelimpuls	30			
	3.2.2	Verstärker	30			
	3.2.3	Stationäre Lösungen und deren Stabilität	34			
	3.2.4	Impulszüge	38			
	3.2.5	Fazit: Solitonen in der Übertragungsstrecke ohne sättigbaren Absorber	45			
Übe	Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern					
4.1	Sättig	barer Absorber	46			
	4.1.1	Motivation für den Einsatz eines sättigbaren Absorbers $\hfill \ldots \ldots \ldots$	46			
	4.1.2	Bemerkungen zum experimentellen Aufbau	47			
4.2	Unmo	dulierte Signale	48			
	4.2.1	Stationäre Lösungen	48			
	4.2.2	Rauschen als cw-Signal	50			
	4.2.3	Stabilität	53			
	4.2.4	Fazit: cw-Signale in der Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern	56			
4.3	Solitor	nen	57			
	4.3.1	Einzelimpulse	57			
	4.3.2	Stationäre Lösungen	63			
	4.3.3	Stabilität	68			
	4.3.4	Fronteninstabilität langer Impulse	72			
	4.3.5	Impulsausbreitung mit Dispersion und Nichtlinearität	75			
	4.3.6	Reguläre Impulszüge	78			
	4.3.7	Zufällige Folge von Impulsen	79			
	4.3.8	Fazit: Solitonenübertragung in Übertragungsstrecke mit				
		sättigbaren Absorbern	82			
\mathbf{Zus}	Zusammenfassung					
5.1	Unmo	dulierte Signale in einer Halbleiterübertragunsgstrecke mit sättigbaren				
	Absor	bern	83			
5.2	Solitonen in einer Halbleiterübertraguns gstrecke mit sättigbaren Absorbern $\ . \ 84$					
	Übe 4.1 4.2 4.3 Zus 5.1 5.2	3.2.1 $3.2.2$ $3.2.3$ $3.2.4$ $3.2.5$ $Ubertragu$ 4.1 $4.1.2$ 4.2 4.2 4.2 4.2 $4.2.1$ $4.2.2$ $4.2.3$ $4.2.4$ 4.3 5.1 $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.4$ $4.3.5$ $4.3.6$ $4.3.7$ $4.3.8$ $Zussummer$ 5.1 $Unmo$ $Absor$ 5.2 $Soliton$	3.2.1 Einzelimpuls 3.2.2 Verstärker 3.2.3 Stationäre Lösungen und deren Stabilität 3.2.4 Impulszüge 3.2.5 Fazit: Solitonen in der Übertragungsstrecke ohne sättigbaren Absorber Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern 4.1 Sättigbarer Absorber 4.1 Motivation für den Einsatz eines sättigbaren Absorbers 4.1.1 Motivation für den Einsatz eines sättigbaren Absorbers 4.1.2 Bemerkungen zum experimentellen Aufbau 4.2 Unmodulierte Signale 4.2.1 Stationäre Lösungen 4.2.2 Rauschen als cw-Signal 4.2.3 Stabilität 4.2.4 Fazit: cw-Signale in der Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern 4.3 Solitonen 4.3.1 Einzelimpulse 4.3.2 Stationäre Lösungen 4.3.3 Stabilität 4.3.4 Fronteninstabilität langer Impulse 4.3.5 Impulsausbreitung mit Dispersion und Nichtlinearität 4.3.6 Reguläre Impulszüge 4.3.7 Zufällige Folge von Impulsen 4.3.8 Fazit: Solitonenübertragung in Übertragungsstrecke mit sät			

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Moderne Konzepte der Kommunikation

Der Informationsbedarf in der modernen Industriegesellschaft sowie die zunehmende Globalisierung der Wirtschaft erfordern Informationsflüsse, die an Umfang stetig zunehmen. Dabei steigert sich nicht nur die Menge der zu übertragenden Informationen, damit verbunden wachsen auch die Distanzen, die zu überwinden sind. Mit der Entwicklung des Lasers wurde in den 60er Jahren des vorigen Jahrhunderts die Möglichkeit eröffnet, den Grenzen elektronischer Systeme die vielfältigen Vorteile kohärenten Lichtes entgegenzusetzen. Superpositionierbarkeit vieler Wellenlängen, hohe Informationsdichte aufgrund sehr kleiner Wellenlängen und Ausbreitung der Information mit Lichtgeschwindigkeit schienen einen Überfluss an Übertragungskapazität zu garantiereren. Prognosen zeigen jedoch, dass sich der Übertragungsbedarf pro Faser in den Kernnetzen auf über 50TBit/s steigern wird. In der Vergangenheit wurden mehrere Konzepte entwickelt, diesem steten Anwachsen gerecht zu werden.

Dabei spielten Glasfasern als Medium der Lichtausbreitung eine entscheidende Rolle. So mussten Materialeigenschaften wie vor allem Absorption und chromatische Dispersion kompensiert werden. Mit der Einführung der Ein-Moden Faser (single-mode fiber) konnten die Verluste in der Faser soweit reduziert werden, dass nur noch Rayleigh-Streuung und Materialresonanzen die Dämpfungseigenschaften bestimmten [1,2]. Im Bereich der Wellenlängen um 1300nm und 1550nm besitzt die Faser zwei Transmissionsfenster, in denen eine Impulsausbreitung über viele Kilometer möglich ist. Der Übergang vom Wellenlängenbereich am Dispersionsnullpunkt zu Wellenlängen um 1550nm ermöglichte aufgrund der sehr niedrigen Verluste und der verfügbaren Faserverstärker, sog. Erbium Doped Fiber Amplifier (EDFA), eine Steigerung der Übertragungskapazität. Die Grenzen der linearen Ausbreitung waren jedoch erreicht, als die chromatische Dispersion eine Verringerung der Impulsbreite, die zur



Abbildung 1.1: Meilensteine der Übertragungskapazität von Glasfasern in GBit/s×km (nach [3])

Steigerung der Bitrate nötig ist, nicht zuließ. Aufgrund der großen Impulsbreiten war es nötig, mit niedrigen Spitzenleistungen zu arbeiten, wodurch das Signal-Rauschverhältnis stark verringert wurde. Andernfalls führten die hohen Leistungen sich überlagernder Impulse zum Auftreten des nichtlinearen Kerr-Effektes. Der Übergang zu nichtlinearen Kompensationsmechanismen ermöglichte die Verwendung von Solitonen [4-7], welche im Idealfall konservativer Ausbreitung durch eine Kompensation von anormaler Dispersion und Kerr-Nichtlinearität der Faser existieren können [8,9]. Sie stellen die geschlossenen Lösungen der nichtlinearen Schrödingergleichung dar, einem integrablen System ohne Gewinn und Verluste [10]. Aufgrund der nichtlinearen Natur des Solitons war eine lineare Superpositionierung einzelner Impulse nicht mehr möglich. Effektiv begrenzt die Wechselwirkung zwischen Solitonen die Ausbreitungslänge [11–20]. Mit der Möglichkeit, die Dispersionseigenschaften optischer Fasern zu bestimmen, gewann das Konzept der Dispersionskompensation durch das sog. Dispersionsmanagement an Bedeutung [21, 22]. Es ermöglicht, Informationen in mehreren Wellenlängenkanälen parallel zu kodieren [23]. Im linearen Regime ist jedoch eine genaue Kontrolle der Einzelkanäle nötig, da ein stabilisierender Mechanismus fehlt. Dieses Verfahren ist ebenfalls anfällig gegenüber Vierwellenmischung [24] und Polarisationsmodendispersion. Eine mögliche Erweiterung des Ansatzes der Dispersionskompensation besteht in der Verknüpfung mit dem Konzept des Solitons [25–27]. Dabei wird die Gesamtdispersion nicht auf Null kompensiert und damit eine Solitonausbreitung ermöglicht, wobei jedoch die spektrale Effizienz sinkt. Außerdem ist die Ausbreitungsdistanz sehr stark an die Qualität der Signalquelle sowie die strenge Periodizität der kompensierenden Abschnitte gebunden.

Eine gänzlich andere Welt eröffnet sich bei der Nutzung von Halbleiterverstärkern (SOA).

Sie erlauben, im Gegensatz zu Erbium-Faserverstärkern, eine Wahl der Wellenlänge im Bereich von 800nm bis zu 1500nm und haben ein sehr breites Verstärkungsspektrum. Diese Eigenschaft gewann besondere Bedeutung, seitdem es möglich ist, Fasern mit sehr niedriger Absorption im gesamten Wellenlängenbereich von 1300nm bis 1600nm herzustellen [28]. Halbleiterverstärker können aber auch bereits am Dispersionsnullpunkt der Standardfasern genutzt werden [29–36]. Außerden sind sie sehr einfach integrierbar und können im Gegensatz zu Erbiumverstärkern direkt elektrisch gepumpt werden.

Die Eigenschaften von Halbleiterverstärkern, namentlich ihre niedrigen Sättigungsenergien, lange Erholzeiten und starke Selbstphasenmodulation [37] können neben der Übertragung von Information auch zur optischen Signalverarbeitung genutzt werden, beispielsweise zum Schalten [38], Multiplexen und Demultiplexen [39] zeitlich überlagerter Kanäle (Time-Division-Multiplexing [40]) und zur Wellenlängenwandlung [41, 42].

Für die optische Signalübertragung über lange Distanzen ergeben sich beim Einsatz von SOAs jedoch Probleme aufgrund des starken Rauschens dieser Elemente [41, 43, 44]. Die bisher erreichte maximale Distanz lag für eine solche Übertragungsstrecke im Bereich von unter 2000km [45, 46].

Eine bereits häufig vorgeschlagene Methode, die Eigenschaften des Halbleiterverstärkers zu ergänzen bzw. zu verbessern, ist der Einsatz von sättigbaren Absorbern (SA) [47–50]. Sie dienen besonders der Reduktion des starken Rauschens, welches durch den Halbleiterverstärker hervorgerufen wird [43, 44, 51, 52]. Sättigbare Absorber (SA) bieten einen nichtlinearen Absorptionsmechanismus, der den Rauschhintergrund gegenüber dem Signal stabilisiert und damit ein Anwachsen des Rauschens verhindert. Aufgrund dieser Eigenschaften werden sie bereits zur Pulsation von Halbleiterlaserquellen benutzt [53–59]. Neben nichtlinearen Faserschleifen, die mit Hilfe asynchroner energieabhängiger Phasenverschiebungen einen solchen Absorptionsmechanismus für unkorreliertes Rauschen erzeugen [60–64], existiert die Möglichkeit, modifizierte Halbleiterverstärker als Absorber einzusetzen. Sie lassen sich, angelehnt an den Fabrikationsprozess von Halbleiterverstärkern, sehr einfach herstellen [65,66]. Ihre absorptiven Eigenschaften können durch die Wahl des Pumpstroms bestimmt werden. Dabei kann man auf ein Pumpen zum Beispiel gänzlich verzichten oder gar mit Gegenspannung arbeiten [67]. Im Idealfall lässt sich ein Halbleiterchip in zwei Sektionen aufteilen, die als Verstärker und Absorber in einem Modul funktionieren und damit ein Höchstmaß an Integration bieten. Der Prototyp eines solchen Moduls, welcher von der Arbeitsgruppe von Herrn Prof. Weber des Heinrich-Hertz-Instituts, Berlin zur Verfügung gestellt wurde, konnte im Rahmen der begleitenden Experimente genutzt werden.

Der Einsatz von Halbleiterverstärkern und sättigbaren Absorbern erfordert jedoch eine

besondere Beachtung ihrer nichtlinearen Eigenschaften. Während Übertragungsstrecken auf der Basis von EDFAs mit Hilfe gemittelter Modelle [68] sehr gut als konservative Systeme beschrieben werden können, erfordert der nichtlineare Verstärkungs- und Absorptionsmechanismus von SOA und SA eine Anpassung der Modellierung des Systems. So kann die Dissipation, die hier in Form von nichtlinearer Verstärkung und Absorption auftritt, nicht mehr als kleine Störung betrachtet werden. Wir gehen daher von einer gemittelten Beschreibungsweise, wie sie zum Beispiel die Ginzburg-Landau-Gleichung darstellt [69], zu Methoden über, die die Anordnung der Elemente berücksichtigen. Besonders wichtig ist dies im Falle nichtlinearer Verluste, wie sie in einem System mit sättigbaren Absorbern vorkommen.

Auch im Regime nichtlinear-dissipativer Signalsausbreitung existieren stationäre Strukturen, die durch die Kompensation von nichtlinearer Verstärkung und (nicht-)linearer Absorption entstehen [58,70–74]. In Analogie zum Soliton im konservativen Fall verwendet man für diese lokalisierten Lösungen den Begriff dissipatives Soliton oder Autosoliton [50,70,73].

1.2 Ziel der Arbeit

Die Nutzung des Potenzials von Halbleiterverstärkern in Übertragungsstrecken im Verbund mit sättigbaren Absorbern erfordert eine detaillierte Untersuchung der Wirkungsweise und des Einflusses der nichtlinear-dissipativen Eigenschaften dieser Elemente im Zusammenspiel mit Faser- und Filtereffekten. Wir wollen eine systematische Analyse der Signalausbreitung vornehmen, die sich auf die Existenz und Stabilität stationärer Lösungen des Systems konzentriert. Dabei soll im Vergleich zwischen Strecke mit und ohne Absorber auf die Übertragungsformate *Return-to-Zero* (RZ) und *No-Return-to-Zero* (NRZ) eingegangen werden. Parallel durchgeführte Experimente dienen dem Vergleich mit unseren Ergebnissen.

Da die bisherige Beschreibung solcher Systeme weitestgehend mit Hilfe gemittelter Modelle geschah [48, 49, 75–77], wollen wir neue Methoden entwickeln, die dem diskreten Charakter der Übertragungstrecke und dem großen Einfluss der nichtlinearen Dissipation gerecht werden. Diese werden im Kapitel "Untersuchungen zur Übertragungsstrecke ohne sättigbare Absorber" eingeführt und ihre Ergebnisse werden mit denen aus der Literatur bekannten Resultaten verglichen. Generell sind unsere Methoden an die periodische Struktur von einzeln nacheinander angeordneten Elementen orientiert. So beschreiben wir die Ausbreitung der Signale und Störungen mit Hilfe von Matritzen. Außerdem machen wir uns die Eigenschaft dissipativer Systeme zu Nutze, dass die charakteristischen Größen der stationären Lösungen durch die Parameter fixiert sind. Wir betrachten beispielsweise ein auf die Signaleigenschaften Energie und Frequenz reduziertes System, um nach stationären Lösungen zu suchen und deren Stabilität zu prüfen.

Im anschließenden Kapitel nutzen wir diese Methoden, eine Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern zu untersuchen und erwarten einen tiefen Einblick in die besonderen Eigenschaften eines dissipativen Systems mit einer Kombination konkurrierender Nichtlinearitäten.

Die Entwicklung des Rauschens in der Übertragungsstrecke soll genau betrachtet werden. Rauschen führt als Signalhintergrund im Falle einer Übertragung ohne nichtlinearen Absorptionsmechanismus zur Zerstörung des Signals. Um bestmögliche Ergebnisse erzielen zu können, wollen wir den Stabilisierungsmechanismus der Verstärker-Absorber-Kombination genau untersuchen.

Das führt uns direkt zu cw-Signalen. Im Falle der trivialen Lösung spiegeln sie das Verhalten des Rauschens wider. Eventuelle nichttriviale Lösungen bilden Teile von sehr langen NRZ-Impulsen. Diese sind besonders anfällig gegenüber Modulationsinstabilitäten, die wir daher mit Hilfe eines neu aufgestellten Matrixformalismus untersuchen wollen. Dabei ist es uns möglich, eventuelle resonante Instabilitäten aufzuspüren, deren Ursachen in der diskreten Natur des Aufbaus der Übertragungsstrecke liegen. Die Eigenschaften von Fronten, die im Falle langer NRZ-Impulse die Vorder- und Rückflanken des Signals bilden, werden im Zusammenhang mit der Solitonenübertragung untersucht, da sie einer eigenen Dynamik unterliegen.

Unser Hauptaugenmerk gilt der Suche nach stationären Lösungen im Falle dissipativer Solitonen und deren Stabilität bei der Ausbreitung. Ihre Eigenschaften unterscheiden sich von denen ihrer konservativen Vorbilder. Daher stellen sich Fragen nach der Existenz und Stabilität von Grund auf neu [78]. Da dissipative Solitonen im Gegensatz zum Regime des konservativen Grenzfalls keine Familien bilden, sondern vollständig von Systemparametern festgelegt sind, werden Existenzbereiche und Abschnitte stabiler Ausbreitung ebenfalls stark von diesen Parametern abhängen. Dominanz erwarten wir dabei von den zeitlichen und sättigungsbedingten Eigenschaften des Verstärker-Absorber- Moduls. Die Untersuchung der Stabilität der Solitonen soll sowohl den einzelnen Impuls als auch die Ausbreitung von Impulszügen einbeziehen. Letzteres erfolgt unter dem Gesichtspunkt der Bitraten, die übertragen werden können.

1.3 Aufbau der Arbeit

Nach der Einleitung sollen im folgenden Kapitel die Grundgleichungen hergeleitet werden, die wir zur Beschreibung der Systemelemente benötigen. Nach einer kurzen Einführung der Signalformate NRZ und RZ folgt das Kapitel "Untersuchungen zur Übertragungsstrecke ohne sättigbare Absorber". Hier werden, beginnend mit unmodulierten cw-Signalen, stationäre Lösungen gesucht und deren Stabilität gegenüber modulierten Störungen untersucht. Im zweiten Teil betrachten wir Solitonen, deren Existenzgebiete und Stabilität. Im Anschluss daran folgt ein Abschnitt, in dem wir die Dynamik eines aus äquidistanten Impulsen bestehenden Solitonenzuges untersuchen und sowohl zu analytischen Ausdrücken für stationäre Energien als auch zu einem Kriterium für die maximal übertragbare Bitrate in einem solchen System kommen. Die Betrachtung der möglichen stationären Energieniveaus einer zufälligen Bitfolge bildet den Abschluss des Kapitels.

Im darauf folgenden Kapitel "Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern" werden die Betrachtungen auf die Kombination von Verstärker und Absorber ausgedehnt. Der Suche nach stationären cw-Lösungen und der Analyse ihrer Stabilität folgt eine ausführliche Untersuchung des Verhaltens eines durch stete Injektion gefütterten Rauschsignals und die Herleitung von Kriterien für dessen Stabilisierung. Dann widmen wir uns wiederum den dissipativen Solitonen. Der Suche nach Instabilitäten der gefundenen Lösungen folgt eine Betrachtung der Fronten von NRZ-Impulsen, die einer besonderen Dynamik unterliegen. Die anschließenden Untersuchungen haben das Verhalten von regulären und irregulären Impulszügen zum Thema. Abschließend wird der Einfluss der Dispersion auf die Existenz und das Verhalten der stationären Lösungen dargestellt. Eine Zusammenfassung beschließt die Arbeit.

Kapitel 2

Grundgleichungen und Elemente der Übertragungsstrecke

2.1 Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Felder in Wellenleitern unter Berücksichtigung nichtresonanter und resonanter Nichtlinearitäten

2.1.1 Maxwellgleichungen, Moden des elektromagnetischen Feldes

Das Verhalten elektromagnetischer Felder wird mit Hilfe der Maxwellgleichungen beschrieben. Dabei werden das elektrische und das magnetische Feld durch die dreidimensionalen Vektoren \vec{E}, \vec{H} repräsentiert. Deren Komponenten sind im Allgemeinen vom Ort \vec{r} und der Zeit t abhängig:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \qquad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \tag{2.4}$$

Der Operator ∇ hat die Gestalt $(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, die Verknüpfungen × und · stehen für Kreuz- und Skalarprodukt der Vektoren. Die dielektrische Verschiebung \vec{D} und die magnetische Flussdichte \vec{B} sind durch die Materialgleichungen

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \qquad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) \tag{2.6}$$

mit den Feldern verknüpft. Die Koeffizienten ϵ_0 , μ_0 sind die Dielektrizitätskonstante und die Permeabilität im Vakuum. Während die Magnetisierung \vec{M} in der Optik im Allgemeinen nur eine untergeordnete Rolle spielt, kann die Polarisation \vec{P} genutzt werden, den Zusammenhang zwischen eingestrahltem Feld und der Reaktion des Materials zu beschreiben. Im Falle der von uns betrachteten optischen Systeme treten Ladungsträger ρ als Quellen des elektrischen Flusses nicht auf. Des Weiteren nehmen wir an, dass kein makroskopischer Strom fließt und die Stromdichte \vec{J} verschwindet. Durch Rotationsbildung von (2.1) und Einsetzen von (2.2) gelangen wir zur Wellengleichung

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r},t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0.$$
(2.7)

Dabei wurde die Definition $\epsilon_0 \mu_0 = c^{-2}$ genutzt. Durch Fouriertransformation

$$\hat{\mathbf{F}}\left[\vec{E}(\vec{r},t)\right](\vec{r},w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \vec{E}(\vec{r},t) \mathrm{e}^{i\omega t}$$
$$= \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega)$$

gelangt man zur Darstellung von (2.7) im Frequenzraum:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega) + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{\mathcal{P}}(\vec{r},\omega) \right).$$
(2.8)

Die kalligraphisch dargestellten Größen sind die Fouriertransformierten, es gilt $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},\omega) = \hat{\mathbf{F}}\left[\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)\right], \vec{\mathcal{P}}(\vec{r},\omega) = \hat{\mathbf{F}}\left[\vec{\mathcal{P}}(\vec{r},t)\right].$

Nachdem wir die Ausbreitung des Feldes mit Hilfe der Gleichung (2.8) beschreiben können, soll nun die Geometrie der betrachteten Wellenleiter ausgenutzt werden. Bei Translationsinvarianz, die in unserem Falle in der Ausbreitungsrichtung z vorliegt, kann bei einer von anderen Feldern ungestörten Ausbreitung die z-Abhängigkeit des elektrischen und magnetischen Feldes abgespaltet werden [79, 80]:

$$\vec{\mathcal{E}}(x, y, z, \omega) = \vec{\mathcal{E}}_0(x, y) e^{i\beta(\omega)z}, \qquad (2.9)$$

$$\vec{\mathcal{H}}(x,y,z) = \vec{\mathcal{H}}_0(x,y) e^{i\beta(\omega)z}, \qquad (2.10)$$

mit β als Propagationskonstante in z-Richtung. Wir können die Felder $\vec{\mathcal{E}}_0, \vec{\mathcal{H}}_0$ im störungsfreien Fall in transversale und longitudinale Anteile dergestalt zerlegen, dass wir die longitudinalen Anteile e_z, h_z rein imaginär und die transversalen Anteil \vec{e}_t, \vec{h}_t reell wählen. Setzt man das elektrische Feld in die Maxwell-Gleichungen ein, erhält man in kartesische Koordinaten mit den Einheitsvektoren $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$:

$$\left(\nabla_{\mathbf{t}}^{2} + \epsilon_{\mathbf{r}} \frac{\omega^{2}}{c^{2}} - \beta^{2}\right) \vec{e}_{\mathbf{t}} = -\vec{\nabla}_{\mathbf{t}} (\vec{e}_{\mathbf{t}} \cdot \vec{\nabla}_{\mathbf{t}} \log \epsilon_{\mathbf{r}}), \qquad (2.11)$$

$$\left(\nabla_{\mathbf{t}}^{2} + \epsilon_{\mathbf{r}} \frac{\omega^{2}}{c^{2}} - \beta^{2}\right) e_{\mathbf{z}} = -\mathbf{i}\beta\vec{e}_{\mathbf{t}} \cdot \vec{\nabla}_{\mathbf{t}}\epsilon_{\mathbf{r}}.$$
(2.12)

Für die hier betrachteten isotropen Medien mit Translationsinvarianz in z-Richtung gilt im linearen Falle der Zusammenhang

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r},\omega) = \epsilon_0(\epsilon(x,y,\omega) - 1)\vec{\mathcal{E}}, \qquad (2.13)$$

$$\epsilon_{\rm r} = \operatorname{Re}(\epsilon) \tag{2.14}$$

zwischen Polarisation und elektrischem Feld. Die Operatoren haben die Gestalt:

$$\nabla_{\rm t}^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \tag{2.15}$$

$$\vec{\nabla}_{t}\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\vec{e}_{x} + \frac{\partial\Psi}{\partial y}\vec{e}_{y}.$$
(2.16)

Der Bezug auf die kartesischen Koordinaten ist von Bedeutung, da in einem beliebigen Koordinatensystem die Kopplung zwischen den Komponenten des Feldes nicht aufgehoben wäre. Aus dieser Form der homogenen vektoriellen Wellengleichung lassen sich, abhängig von der Brechzahlverteilung $\epsilon_{\rm r}(x, y)$ des Mediums, die Moden des Feldes berechnen [79–81]. Dabei stellt die Gleichung (2.11) eine Eigenwertgleichung dar, welche die Eigenwerte β und die Eigenvektoren $\vec{e}_{\rm t}$ bestimmt. Letztere geben die Feldverteilung der Mode an, die sich unverändert in z-Richtung ausbreitet.

2.1.2 Reziprozitätstheorem in räumlich beschränkten Medien

Nachdem im obigen Kapitel die Abspaltung einer transversalen Modenstruktur, die sich während der Ausbreitung nicht ändert, beschrieben wurde, soll nun eine einfache Bewegungsgleichung für die sich langsam verändernde Einhüllende eines gestörten Feldes mit Hilfe des Reziprozitätstheorems hergeleitet werden [80]. Dazu gehen wir davon aus, dass das gestörte Feld (Index 1) die gleiche Modenstruktur hat wie das ungestörte Feld (Index 2). Diese Einschränkung impliziert eine schwache Störung. Diese Störung wird durch eine Polarisation $\vec{\mathcal{P}}_{ST}$ beschrieben. Eine detaillierte Einführung der Polarisation erfolgt im folgenden Abschnitt (2.1.3).

Zunächst betrachten wir die benötigten Maxwell-Gleichungen im Frequenzraum für das elektrische und das magnetische Feld im gestörten sowie im ungestörten Falle für eine feste Frequenz ω :

$$\nabla \times \vec{\mathcal{E}}_{1,2} = i\omega\mu_0 \vec{\mathcal{H}}_{1,2}, \qquad (2.17)$$

$$\nabla \times \vec{\mathcal{H}}_1 = -i\omega\epsilon_0\epsilon_r \vec{\mathcal{E}}_1, \qquad (2.18)$$

$$\nabla \times \vec{\mathcal{H}}_2 = -\mathrm{i}\omega \left(\epsilon_0 \epsilon_\mathrm{r} \vec{\mathcal{E}}_2 + \vec{\mathcal{P}}_{\mathrm{ST}} \right), \qquad (2.19)$$

mit ϵ_r als Realteil des linearen Anteils der Polarisation. Separiert man die Modenstruktur \vec{E}_0 des Feldes ab und führt die Ausbreitungskonstante β ein:

$$\vec{\mathcal{E}}_1(\vec{r},\omega) = \vec{E}_0(x,y) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(\omega)z}, \qquad \vec{\mathcal{E}}_2(\vec{r},\omega) = \tilde{u}(z,\omega)\vec{E}_0(x,y), \qquad (2.20)$$

$$\vec{H}_1(\vec{r},\omega) = \vec{H}_0(x,y) e^{i\beta(\omega)z}, \qquad \vec{H}_2(\vec{r},\omega) = \tilde{u}(z,\omega) \vec{H}_0(x,y),$$
 (2.21)

reduziert sich die Gleichung

$$\nabla \left[\vec{\mathcal{E}}_2 \times \vec{\mathcal{H}}_1^* + \vec{\mathcal{E}}_1^* \times \vec{\mathcal{H}}_2 \right] = i\omega \vec{\mathcal{E}}_1^* \vec{\mathcal{P}}_{ST}$$
(2.22)

nach Integration über die transversalen Koordinaten x, y auf die Beziehung

$$2\operatorname{Re}\left(\iint \mathrm{d}x\mathrm{d}y \left[\vec{E}_0 \times \vec{H}_0^*\right]_z\right) \frac{\partial}{\partial z} [\tilde{u}(z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta z}] = \mathrm{i}\omega\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta z} \iint \mathrm{d}x\mathrm{d}y \vec{E}_0^* \vec{\mathcal{P}}_{\mathrm{ST}}.$$
 (2.23)

Dabei wurde verwendet, dass die linke Seite von (2.22) bis auf die z-Ableitung der z-Komponente verschwindet, da die Felder außerhalb des Wellenleiters evaneszent sind und im Unendlichen auf Null abklingen. Der Realteil des Kreuzproduktes in Gleichung (2.23) ist proportional zum Poyntingvektor, der nach Integration über die Koordinaten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung die in z-Richtung geführte Leistung \tilde{p}_0 repräsentiert. Entwickelt man β um die Mittenfrequenz ω_0 des Signals in eine Taylor-Reihe und ordnet die Parameter Gruppengeschwindigkeit v_g , Gruppengschwindigkeitsdispersion β_2 und Dispersion dritter Ordnung β_3 als Ableitungen von β an der Stelle ω_0 entsprechend zu, erhält man

$$\left[i\frac{\partial}{\partial z} + \beta_0 + \frac{\omega - \omega_0}{v_g} + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3\right]\tilde{u}(z) = -\frac{\omega}{4\tilde{p}_0}\iint dxdy\vec{E}_0^*\vec{\mathcal{P}}_{\rm ST} \quad (2.24)$$

als Entwicklungsgleichung für $\tilde{u}(z)$ im Frequenzraum. Eine Rücktransformation führt zur Bewegungsgleichung

$$\left[i\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{v_g}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - i\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial t^3}\right]u(z,t) = -\frac{\omega_0}{4\tilde{p}_0}\iint dxdy\vec{E}_0^*\vec{P}_{\rm ST}(\vec{r},t)$$
(2.25)

für die Amplitude u(z,t). Dabei wurde $\omega = \omega_0$ auf der rechten Seite der Gleichung fixiert und damit "Selfsteepening" und höhere Glieder vernachlässigt. Außerdem wurde $e^{-i\beta_0 z}$ abgespaltet. Damit sind die Amplitude u(z,t) und die Störpolarisation $\vec{P}_{ST}(\vec{r},t)$ langsam in Zeit und Ausbreitungsrichtung.

Um alle linearen Effekte in die Gleichung einzuarbeiten, soll nun die Absorption, beschrieben durch den Imaginärteil von ϵ , als Störung formuliert werden. Mit

$$\vec{P}_{\rm ST} = i\epsilon_0 {\rm Im}\left(\epsilon\right) \vec{E}_0 u(z,t) \tag{2.26}$$

als Störpolariation ergibt sich aus (2.25) der Verlustterm

$$\alpha_{\rm int} = -\frac{\omega_0 \epsilon_0}{2\tilde{p}_0} \iint dx dy |E_0|^2 \mathrm{Im}\epsilon$$
(2.27)

in der Gleichung

$$\left[i\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{v_g}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - i\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial t^3} - i\frac{\alpha_{\rm int}}{2}\right]u(z,t) = -\frac{\omega_0}{4\tilde{p}_0}\iint dxdy\vec{E}_0^*\vec{P}_{\rm ST}^{\rm NL}.$$
(2.28)

Die auf der rechten Seite auftretende Störpolarisation besteht nur noch aus nichtlinearen Anteilen, die im Folgenden beschrieben werden.

2.1.3 Polarisation

Zur vollständigen Beschreibung des Systems fehlt nun noch der Zusammenhang zwischen der Polarisation \vec{P} und dem Feld \vec{E} [79]. Die Polarisation resultiert aus der Induktion elektrischer Dipole durch das eingestrahlte elektromagnetische Feld und ist als die Dichte des dadurch induzierten Dipolmomentes definiert. Sie beschreibt damit die Reaktion des Materials auf das eingestrahlte Feld. Diese Reaktion kann sowohl linear als auch nichtlinear erfolgen, sodass wir die Polarisation in zwei Anteile zerlegen:

$$\vec{P} = \vec{P}^{\rm L} + \vec{P}^{\rm NL}.\tag{2.29}$$

Im Rahmen dieser Arbeit sollen räumlich dispersive Effekte der Polarisation vernachlässigt werden. Man erhält nach Fouriertransformation für den linearen Anteil:

$$P_{i}^{L}(t) = \int R_{ij}(\tau_{1})E_{j}(t-\tau_{1})d\tau_{1}$$
(2.30)

$$= \int d\omega \chi_{ij}^{(1)}(-\omega;\omega) \mathcal{E}_j(\omega) e^{-i\omega t}, \qquad (2.31)$$

$$\mathcal{P}_i^L(\omega) = \chi_{ij}^{(1)} \mathcal{E}_j(\omega), \qquad (2.32)$$

mit

$$\chi_{ij}^{(1)}(-\omega;\omega) = \int d\tau_1 R_{ij}(\tau_1) \mathrm{e}^{i\omega\tau_1}.$$
(2.33)

Dabei haben wir den linearen Zusammenhang zwischen Feld und Polarisation im Frequenzraum mit Hilfe des Suzeptilbilitätstensors $\chi^{(1)}$ dargestellt. Dieser ist die Fouriertransfomierte der zeitlichen Responsefunktion $\hat{R}(\vec{r}, t)$. Die lineare Suszeptibilität beschreibt lineare Effekte wie frequenzabhängige Brechzahl und lineare Verluste.

2.1.4 Nichtresonante Nichtlinearität

Die nichtlinearen Anteile der Polarisation können grundsätzlich unterschiedlichen Charakter tragen, abhängig von der Frequenz des eingestrahlten Feldes. Nichtresonante Effekte finden weit weg von Materialresonanzen statt und haben ihre Ursache in virtuellen Übergängen der Ladungsträger. Die Lebenszeiten der virtuellen Niveaus sind so gering (< 100fs), dass wir die nichtresonanten Nichtlinearitäten im Rahmen dieser Arbeit als instantan betrachten (adiabatische Näherung). Diese Näherung ist gerechtfertigt, da wir Impulsdauern von der Größenordnung > 1ps annehmen. Die effektive Stärke dieser Nichtlinearitäten ist sehr gering. Wir können sie aufgrund der obigen Eigenschaften in eine Taylor-Reihe entwickeln [79, 81]:

$$P^{\rm NL,nr} = P^{(2)} + P^{(3)} + \cdots$$
(2.34)

Die Faser ist das einzige Element, welches wir unter dem Aspekt nichtresonanter Nichtlinearitäten betrachten, da der Filter linear ist und Verstärker und Absorber resonante Nichtlinearitäten aufweisen. Letztere sind in der Regel immer wesentlich stärker als nichtresonante Nichtlinearitäten. Die Faser ist jedoch ein System mit Inversionssymmetrie. Daher können Nichtlinearitäten gerader Ordnung nicht auftreten. Die niedrigste Ordnung der nichtlinearen Polarisation ist die dritte:

$$P_{i}^{(3)}(t) = \epsilon_{0} \iiint R_{ijkl}(\tau_{1}, \tau_{2}, \tau_{3}) E_{j}(t - \tau_{1}) E_{k}(t - \tau_{2}) E_{l}(t - \tau_{3}) d\tau_{1} d\tau_{2} d\tau_{3}$$

$$= \epsilon_{0} \iiint \chi_{ijkl}^{(3)}(-\omega; \omega_{1}, \omega_{2}, \omega_{3}) \mathcal{E}_{j}(\omega_{1}) \mathcal{E}_{k}(\omega_{2}) \mathcal{E}_{l}(\omega_{3}) e^{-i\omega t} d\omega_{1} d\omega_{2} d\omega_{3}, \quad (2.35)$$

mit

$$\hat{\chi}^{(3)}(-\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3) = \iiint R(\tau_1,\tau_2,\tau_3) e^{i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2+\omega_3\tau_3)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3.$$
(2.36)

Die Summe der beteiligten Frequenzen $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega$ ergibt die Frequenz der Polarisation. Wir können die Integration von (2.35) zu einer Summation über Produkte von Feldern, die bei bestimmten Frequenzen $\omega_{1,2,3}$ schwingen, vereinfachen:

$$\mathcal{P}_{i}^{(3)}(\omega) = \epsilon_{0} \sum_{j,k,l} K(-\omega;\omega_{1},\omega_{2},\omega_{3}) \times \\ \times \chi_{ijkl}(-\omega;\omega_{1},\omega_{2},\omega_{3}) \mathcal{E}_{j}(\omega_{1}) \mathcal{E}_{k}(\omega_{2}) \mathcal{E}_{l}(\omega_{3}), \qquad (2.37)$$

$$K(-\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3) = 2^{l+m-n}p.$$
 (2.38)

 $K(-\omega; \omega_1, \omega_2, \omega_3)$ stellt einen Faktor dar, der die Reduktion der Summanden durch intrinsische- und Permutationssymmetrie sowie durch partielle Degeneration zusammenfasst [79]. Dabei ist p die Anzahl der möglichen Permutationen der Frequenzen, n die Ordnung der Nichtlinearität, m die Anzahl der nicht von Null verschiedenen Frequenzen und l = 1 steht für das Vorzeichen der Summenfrequenz ω , die wir als nichtnegativ angenommen haben. Für unsere Arbeit spielt unter den auftretenden nichtlinearen Effekten [6] dritter Ordnung (Vierwellenmischung, Kerr-Effekt oder die Erzeugung der dritten Harmonischen) der Kerr-Effekt die entscheidende Rolle. Mit $\vec{\mathcal{E}}(-\omega) = \vec{\mathcal{E}}^*(\omega)$ erhalten wir für $\chi(-\omega; \omega, -\omega, \omega)$ den Wert $K(-\omega; \omega, -\omega, \omega) = 3/4$, aus (2.37) wird:

$$\mathcal{P}_{i}^{(3)}(\omega) = \epsilon_{0} \sum_{j,k,l} \frac{3}{4} \chi_{ijkl}(-\omega;\omega,-\omega,\omega) \mathcal{E}_{j}(\omega) \mathcal{E}_{k}^{*}(\omega) \mathcal{E}_{l}(\omega).$$
(2.39)

Wir haben benutzt, dass aufgrund der Nichtdispersivität die Polaristion für ebene Wellen und Impulse identisch sind. In isotropen Medien, wie wir es im Falle des Faserkerns vorliegen haben, vermindert sich die Anzahl unabhängiger Komponenten durch Rotations- und Spiegelsymmetrie auf drei. Die Polarisation reduziert sich auf

$$\frac{4}{3}\frac{1}{\epsilon_0}\vec{\mathcal{P}}^{(3)}(\omega) = \left(\hat{\chi}^{(3)}_{(1)} + \hat{\chi}^{(3)}_{(3)}\right)|\mathcal{E}|^2\vec{\mathcal{E}} + \hat{\chi}^{(3)}_{(2)}\left(\vec{\mathcal{E}}\vec{\mathcal{E}}\right)\vec{\mathcal{E}}^*,\tag{2.40}$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_{iijj}^{(3)} &= \hat{\chi}_{(1)}^{(3)}, \\ \hat{\chi}_{ijij}^{(3)} &= \hat{\chi}_{(2)}^{(3)}, \\ \hat{\chi}_{ijji}^{(3)} &= \hat{\chi}_{(3)}^{(3)}, \\ \hat{\chi}_{iiii}^{(3)} &= \hat{\chi}_{(1)}^{(3)} + \hat{\chi}_{(2)}^{(3)} + \hat{\chi}_{(3)}^{(3)} \end{aligned}$$

Wir stellen die Feldstruktur so dar, dass die transversalen Feldanteile reell und die longitudinalen Anteile rein imaginär sind. Daraus ergibt sich unter Berücksichtigung der schwachen Führung [80]:

$$\vec{\mathcal{E}}^2 = \vec{\mathcal{E}}^{*2} \approx |\vec{\mathcal{E}}|^2, \qquad (2.41)$$

$$\vec{\mathcal{P}}^{(3)}(\omega) = \epsilon_0 \frac{3}{4} \left(\hat{\chi}^{(3)}_{(1)} + \hat{\chi}^{(3)}_{(2)} + \hat{\chi}^{(3)}_{(3)} \right) |\vec{\mathcal{E}}|^2 \vec{\mathcal{E}}.$$
(2.42)

Mit dem Argument der Instantanität der Nichtlinearität übertragen wir dieses Ergebnis in den Zeitraum. Einsetzen in (2.25) und Integration über den Querschnitt des Wellenleiters führt mit dem Faktor

$$\chi_{\rm K} = \frac{\omega_0 \epsilon_0}{3\tilde{p}_0} \iint |E_0|^4 \left(\hat{\chi}_{(1)}^{(3)} + \hat{\chi}_{(2)}^{(3)} + \hat{\chi}_{(3)}^{(3)} \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{2.43}$$

zur nichtlinearen Schrödingergleichung mit Dispersion, Kerr-Nichtlinearität und Verlusten:

$$\left[i\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{v_g}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - i\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial t^3} - i\frac{\alpha_{\rm int}}{2} + \chi_{\rm K}|u|^2\right]u(z,t) = 0.$$
(2.44)

2.1.5 Resonante Nichtlinearität

Befindet sich die Frequenz des eingestrahlten Feldes hingegen in der Nähe einer Materialresonanz, erhalten wir starke Nichtlinearitäten aufgrund des Energieaustausches durch Anregung und Rekombination von Ladungsträgern. Da Materialanregung und Rekombinationsprozesse durch die endliche Lebensdauer der Energieniveaus nichtinstantan erfolgen, sind resonante Effekte verhältnismäßig langsam und unterliegen einer eigenen Dynamik. So kann es unter anderem auch zur Sättigung des Mediums kommen. Mit Hilfe eines Ensembles von 2-Niveau-Systemen, die nicht miteinander wechselwirken, lassen sich solche resonanten Nichtlinearitäten modellieren [81]. Dabei müssen Effekte wie Bandabschirmung, Gap-Renormierung und die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern vernachlässigt werden.

Die Entwicklung eines einzelnen Zustandes im störungsfreien Fall erfolgt gemäß

$$\left|\Psi\right\rangle_{i} = e^{-iE_{j}t/\hbar}\left|n_{j}\right\rangle, \qquad (2.45)$$

$$\hat{H}_0 |n_i\rangle = E_i |n_i\rangle \tag{2.46}$$

aus seinem Grund- und Anfangszustand $(t = 0) |n\rangle_j$. \hat{H}_0 ist der Hamilton-Operator des Systems im Grundzustand. Ein Zwei-Niveau-System in einem allgemeinen Zustand kann durch die Superposition von (a) Grund- und (b) angeregtem Zustand dargestellt werden:

$$|\Psi\rangle = a |\Psi\rangle_{a} + b |\Psi\rangle_{b}. \qquad (2.47)$$

Wegen der Photonenzahlerhaltung gilt $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Der dazugehörige Dichteoperator $\hat{\rho}$ [81] hat die Form

$$\begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* e^{i\Omega t} \\ a^* b e^{-i\Omega t} & |b|^2 \end{pmatrix},$$
(2.48)

mit $\Omega = (E_{\rm b} - E_{\rm a})/\hbar$. Die Differenz der Hauptdiagonalelemente $\rho_{\rm bb} - \rho_{\rm aa}$ beschreibt die Inversion, die Nebendiagonalelemente hingegen beschreiben die Phasenkorrelation. Um die zeitliche Entwicklung des Systems zu untersuchen, bildet man den Kommutator von Hamiltonian und Dichteoperator. Dabei erhählt man unter Einbeziehung eines Relaxationsoperators $\hat{H}_{\rm R}$ Differentialgleichungen erster Ordnung für die Elemente der Dichtematrix:

$$i\hbar\dot{\rho}_{aa} = -\left(\hat{Q}^{\alpha}_{ab}\rho_{ba} - \hat{Q}^{\alpha}_{ba}\rho_{ab}\right)E(t)_{\alpha} + \left[\hat{H}_{R},\hat{\rho}\right]_{aa}, \qquad (2.49)$$

$$i\hbar\dot{\rho}_{\rm bb} = \left(\hat{Q}^{\alpha}_{\rm ab}\rho_{\rm ba} - \hat{Q}^{\alpha}_{\rm ba}\rho_{\rm ab}\right)E(t)_{\alpha} + \left[\hat{H}_{\rm R},\hat{\rho}\right]_{\rm bb},\qquad(2.50)$$

$$i\hbar\dot{\rho}_{ab} = -\rho_{ab}(E_{b} - E_{a}) - (\rho_{bb} - \rho_{aa})\hat{Q}^{\alpha}_{ab}E(t)_{\alpha} + \left[\hat{H}_{R},\hat{\rho}\right]_{ab}.$$
 (2.51)

Die Größen \hat{Q}^{α}_{ij} stellen das Dipolmoment $(\vec{r})_{\alpha}q$ dar. Eine eventuelle Verschiebung der Energieniveaus durch den optischen Stark-Effekt wurde vernachlässigt.

Der Relaxationsoperator soll phänomenologisch bestimmt werden [82]. Wir gehen davon aus, dass die Lebenszeit des Dipolmomentes T_2 sehr kurz ist und die kohärente Überlagerung der Zustände schnell zerstört wird. Das bedeutet für das ab-Element des Kommutators in (2.51):

$$\left[\hat{H}_{\rm R}, \hat{\rho}\right]_{\rm ab} = -\mathrm{i}\hbar \frac{\rho_{\rm ab}}{T_2}.$$
(2.52)

Für den Abbau von Grund- und angeregtem Zustand soll ein Übergang in ein thermodynamisches Gleichgewicht $\rho(i)_0$ angenommen werden, welcher mit der Zeitkonstanten T_1 erfolgt, die wesentlich größer als T_2 ist:

$$\left[\hat{H}_{\rm R}, \hat{\rho}\right]_{ii} = -i\hbar \frac{\rho(i)_0 - \rho_{ii}}{T_1}, \qquad i \in (a, b).$$
(2.53)

Dabei gehen wir davon aus, dass alle Systeme die gleiche Linienmitte und -breite haben, im Gegensatz zu inhomogenen Verbreiterungen, wie sie im Gas zum Beispiel durch den Dopplereffekt entstehen. Die Inversion γ, γ^0 und Polarisation \vec{P} ergeben sich wie folgt:

$$\gamma^0 = (\rho(\mathbf{b})_0 - \rho(\mathbf{a})_0) N,$$
 (2.54)

$$\gamma = N(\rho_{\rm bb} - \rho_{\rm aa}), \qquad (2.55)$$

$$\vec{P} = N \operatorname{Sp}(\hat{\rho} \hat{Q}) \tag{2.56}$$

$$= N(\rho_{\rm ab}\hat{Q}_{\rm ba} + \rho_{\rm ba}\hat{Q}_{\rm ab}). \tag{2.57}$$

Für diese Größen erhält man nun Differentialgleichungen. Der Quotient aus Polarisation und Zeit T_2 kann vernachlässigt werden, da dieser klein gegenüber der Resonanzfrequenz Ω ist:

$$\dot{\gamma} + \frac{\gamma - \gamma^0}{T_1} = \frac{2}{\hbar\Omega} \dot{P}_{\alpha} E_{\alpha}, \qquad (2.58)$$

$$\ddot{P}_{\alpha} + \frac{2}{T_2}\dot{P}_{\alpha} + \Omega P_{\alpha} = -\frac{2|\hat{Q}_{ab}^{\alpha}|^2}{\hbar}\Omega\gamma E(t)_{\alpha}.$$
(2.59)

Schwingen Feld und Polarisation mit einer Frequenz ω :

$$E_{\alpha} = \frac{1}{2} \left(E_{\alpha}^{\mathrm{s}} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \mathrm{c.c.} \right), \qquad (2.60)$$

$$P_{\alpha} = \frac{1}{2} \left(P_{\alpha}^{s} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \mathrm{c.c.} \right), \qquad (2.61)$$

 $\omega \approx \Omega$, erhalten wir mit $\Omega^2 - \omega^2 \approx 2\omega$ für die langsame Polarisation und die Inversion folgende vereinfachte Gleichungen:

$$\dot{P}^{\rm s}_{\alpha} + \frac{1}{T_2} \left(1 + \mathrm{i}\Delta_{\rm s}\right) P^{\rm s}_{\alpha} = -\mathrm{i}\frac{|Q^{\alpha}_{\rm ab}|^2}{\hbar}\gamma(t)E^{\rm s}_{\alpha}(t), \qquad (2.62)$$

$$\dot{\gamma} + \frac{\gamma - \gamma^0}{T_1} = -\frac{1}{\hbar} \operatorname{Im} \left(P^{\mathrm{s}}_{\alpha} E^{\mathrm{s}}_{\alpha} \right).$$
(2.63)

Die Frequenz $\Delta_s = T_2(\Omega - \omega)$ repräsentiert die Verstimmung der Ausgangsfrequenz gegenüber der Resonanzfrequenz des Systems. Wird die Phase wird sehr viel schneller zerstört als der Puls andauert, dass heisst $T_2 \ll t_0$, kann man eine stationäre Polarisation annehmen:

$$P_{\alpha}^{\rm s}(t) = -|\hat{Q}_{\rm ba}|^2 \frac{T_2(\Delta_{\rm s} - {\rm i})}{\hbar(1 + \Delta_{\rm s}^2)} E_{\alpha}^{\rm s}(t).$$
(2.64)

Führt man formell eine Suszeptibilität

$$P^{\rm s}_{\alpha} = \epsilon_0 \bar{\chi}(t) E^{\rm s}_{\alpha}(t) \tag{2.65}$$

ein, hat diese die Gestalt

$$\bar{\chi}(t) = -\frac{T_2 |Q_{\rm ab}|^2}{\hbar (1 + \Delta_{\rm s}^2)} (\Delta_{\rm s} - i) \gamma(t).$$
(2.66)

Sie ist proportional zur Inversion und genügt der Gleichung

$$\dot{\bar{\chi}} + \frac{\bar{\chi} - \bar{\chi}_0}{T_1} = -\frac{\epsilon_0}{\hbar} \operatorname{Im}(\bar{\chi}) |E^{\mathrm{s}}(t)|^2.$$
(2.67)

Die Zeit T_1 beschreibt das Relaxationsverhalten des Systems und begrenzt das Erinnerungsvermögen der nichtinstantanen Response. Der Imaginärteil der Suszeptibilität hingegen manifestiert das erwartete Sättigungsverhalten.

2.2 Elemente der Übertragungsstrecke

2.2.1 Faser

In der Faser tritt aufgrund der Inversionssymmetrie keine Nichtlinearität zweiter Ordnung auf, es bleiben nur die Nichtlinearitäten dritter Ordnung, höhere Ordnungen spielen im Rahmen unserer Betrachtungen keine Rolle. Mit dem Anteil der Kerr- Nichtlinearität als dominantem nichtlinearen Effekt in der Faser können wir Gleichung (2.44) zur Beschreibung nutzen. Diese kann noch vereinfacht werden, indem durch einen Übergang in ein mitbewegtes Koordinatensystem der Gruppengeschwindigkeitsterm eliminiert wird. Wir erhalten die nichtlineare Schrödingergleichung mit Dispersion zweiter und dritter Ordnung, Kerr-Nichtlinerität und Faserverlusten:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial t^3} - \frac{\bar{\alpha}_{\rm F}}{2} - i\chi_{\rm K}|u(z,t)|^2\right)u(z,t) = 0.$$
(2.68)

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die lineare Gesamtabsorption der Faser eine wichtige Rolle spielen. Für diese Faserverluste gilt mit der Faserlänge $l_{\rm F}$:

$$\alpha_{\rm F} = \bar{\alpha}_{\rm F} l_{\rm F} < 0. \tag{2.69}$$

2.2.2 Filter

Die Beschreibung eines bandbreitenlimiterenden Elementes erfolgt am einfachsten mit Hilfe einer Transferfunktion für die Felder im Frequenzraum. Dabei werden üblicherweise gaußund lorentzförmige Filter angenommen.

$$\vec{\mathcal{E}}_{\rm ou}(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega - \omega_{\rm F}}{\Delta_{\omega}}\right)^2 \vec{\mathcal{E}}_{\rm in}(\omega)$$
(2.70)

mit Halbwertsbreite $\sqrt{\log 2}\Delta_{\omega}$ und Filtermitte $\omega_{\rm F}$ beschreibt einen Gaußfilter. Für ein lorentzförmiges Filterprofil gilt

$$\vec{\mathcal{E}}_{\rm ou}(\omega) = \frac{i\gamma}{\omega - \omega_{\rm F} + i\gamma} \vec{\mathcal{E}}_{\rm in}(\omega)$$
(2.71)

mit γ als Halbwertsbreite des Realteils der Filterfunktion und $\omega_{\rm F}$ als Mittenfrequenz. In beiden Transmissionsfunktionen wurden lineare Verluste nicht berücksichtigt.

2.2.3 Halbleiterverstärker

Mit Hilfe einer Ratengleichung kann man das Zeitverhalten der Ladungsträgerdichte N beschreiben, welches die Physik im Halbleiterverstärker bestimmt. In diese Gleichung gehen das elektrische Pumpen, Diffusion und Rekombination der Ladungsträger im Wellenleiter sowie die Sättigung durch das elektromagnetische Feld ein:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\nabla^2 N + \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_{\rm R}} - \frac{a\left(N - N_0\right)}{\hbar\omega_0} \left|u(z,\tau)\right|^2.$$
(2.72)

Zur Ableitung einer Propagationsgleichungen für die langsame Amplitude u(z, t) im Verstärker nutzen wir die empirischen Formulierung der Suszebtibilität [3]

$$\chi(N) = -\frac{\bar{n}c}{\omega_0} \left(\alpha_{\rm H} + i \right) a \left(N - N_0 \right), \qquad (2.73)$$

welche uns den Zusammenhang zwischen Ladungsträgerdichte und Impulsausbreitung liefern wird. Dabei spiegeln die Struktur von (2.72) und der lineare Zusammenhang zwischen Ladungsträgerdicht und Suszeptibilität die Verhältnisse in einem Ensemble von Zweiniveausystemen wieder, wie es in Abschnitt (2.1.5) beschrieben wurde.

Das Modell [3, 37] besitzt einen Gültigkeitsbereich für Impulsdauern oberhalb weniger Pikosekunden. Dadurch werden Effekte im Subpikosekundenbereich nicht berücksichtigt [83– 85]. Diese Einschränkung spielt im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Rolle.

Die Größen in (2.72,2.73) sind die effekive Modenbrechzahl \bar{n} , die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c und die Resonanzfrequenz des Verstärkers ω_0 . $a, \alpha_{\rm H}$ und N_0 repräsentieren differentielle Verstärkung, Henry-Faktor [86] und Ladungsträgerdichte im Falle der Transparenz. Der Quotient aus Pumpstrom I, Elektronenladung q und aktivem Volumen V stellt die Dichte der generierten Ladungsträger dar. Die Erholzeit $\tau_{\rm R}$ beschreibt die Regenerationsdynamik in erster Ordnung und der Diffusonsterm $D\nabla^2 N$ einen eventuellen Transport der Ladungsträger. Letzterer kann wegen der im Vergleich zur Diffusionslänge geringen lateralen Ausdehnung des Verstärkers vernachlässigt werden. Außerdem haben Rechnungen gezeigt, dass auch in Ausbreitungsrichtung keine nennenswerten diffusionsbedingten Effekte auftreten. Weiter wird definiert:

$$E_{\rm S} = \frac{\hbar\omega_0 R}{\Gamma a},$$

$$I_0 = qVN_0/\tau_{\rm R},$$

$$g_0 = \Gamma aN_0 (I/I_0 - 1), \qquad (2.74)$$

$$g(N) = \Gamma a (N - N_0),$$

$$u(z, t) = \sqrt{P(z, t)} \exp i\Phi.$$

 $E_{\rm S}$ ist die Sättigungsenergie, I_0 der Transparenzstrom, g_0 die Kleinsignalverstärkung und g(N) die gesättigte Verstärkung. Dabei wurde die mitbewegte Zeit $t = \tau - z/v_g$ eingeführt. Der Confinementfaktor Γ repräsentiert die als z-unabhängig angenommene Modenstruktur, R ist die Querschnittsfläche der aktiven Region.

Wir können nun die Störpolarisation

$$\vec{P}_{\rm ST} = \epsilon_0 \chi(N) \vec{E}_0 \tag{2.75}$$

in Gleichung (2.28) einsetzen, müssen dabei jedoch beachten, daß die geführte Leistung \tilde{p}_0 mit dem Confinement-Faktor Γ wie folgt zusammenhängt:

$$\Gamma = \frac{\iint_{R} |E_0|^2 \mathrm{d}x \mathrm{d}y}{\iint_{R} |E_0|^2 \mathrm{d}x \mathrm{d}y}$$
(2.76)

$$= \frac{\epsilon_0 \bar{n}c}{2\tilde{p}_0} \iint_R |E_0|^2 \mathrm{d}x \mathrm{d}y.$$
(2.77)

Dabei bedeutet R als Intergrationsgrenze, dass über die Wellenleiterquerschnittsfläche integriert wird. Wir erhalten eine Propagationsgleichung für die langsame Amplitude u(z, t):

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{2}\alpha_{\rm int}\right)u(z,t) = \frac{\mathrm{i}\omega_0\Gamma}{2\bar{n}c}\chi(N)u(z,t).$$
(2.78)

Für die Leistung P(z,t) und die Phase $\Phi(z,t)$ der langsamen Amplitude lassen sich aus (2.72,2.78) folgende Gleichungen ableiten, die deren Ausbreitung im Verstärker vollständig beschreiben:

$$\frac{\partial P(z,t)}{\partial z} = (g(z,t) + \alpha_{\rm int})P(z,t) + N_{\rm an}, \qquad (2.79)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\alpha_{\rm H}}{2}g(z,t) + N_{\rm pn}, \qquad (2.80)$$

$$\frac{\partial g(z,t)}{\partial t} = \frac{g(z,t) - g_0}{\tau_{\rm R}} - \frac{g(z,t)P(z,t)}{E_{\rm S}}.$$
(2.81)

Die Terme $N_{\rm an}$, $N_{\rm pn}$ stehen für Amplituden- und Phasenrauschen [43,44]. Sie werden in den numerischen Simulationen berücksichtigt, finden in den theoretischen Betrachtungen in dieser Form jedoch keinen Eingang. Bei der Simulation wird in jedem z-Schritt im Verstärker ein Rauschterm $N_{\rm an}e^{iN_{\rm pn}}$ addiert, dessen Autokorrelationsfunktion deltaförmig ist. Das Spektrum des Rauschens hat eine endliche Bandbreite von angenommenen 50nm und ist damit sehr groß gegenüber der Signalbandbreite.

Da die Vestärkung die linearen internen Verluste α_{int} des Verstärkers stark dominiert, kann man mit $\alpha_{int} \ll g(z)$ die Gleichungen (2.79-2.81) über die Verstärkerlänge L integrieren und erhält folgendes System, in dem die integrierte Verstärkung h(t) den Verstärker beschreibt:

$$h(t) = \int_0^L g(z,t)dz,$$
 (2.82)

$$P_{\text{out}} = P_{\text{in}} e^{h(t)}, \qquad (2.83)$$

$$\Phi_{\rm out} = \Phi_{\rm in} - \frac{\alpha_{\rm H}}{2} h(t), \qquad (2.84)$$

$$\frac{\partial h(t)}{\partial t} = \frac{h(t) - h_0}{\tau_{\rm R}} - \frac{P_{\rm in}(t)}{E_{\rm S}} \left(e^{h(t)} - 1 \right), \qquad (2.85)$$

mit $h_0 = g_0 L$. Zusätzlich führen wir die Verstärkungsgrößen $G(t) = \exp h(t), G_0 = \exp h_0$ ein und vervollständigen damit die Beschreibung des Verstärkers. Zum Schluss sei noch die Gleichung für das Feld $A(t) = \sqrt{P(t)} e^{\Phi(t)}$ angegeben:

$$u_{\rm out}(t) = u_{\rm in}(t) e^{\frac{1}{2}(1 - i\alpha_{\rm H})h(t)}.$$
 (2.86)

2.2.4 Sättigbarer Absorber

Der sättigbare Absorber (SA), der die Übertragungsstrecke komplettiert, stellt aus technologischer Sicht einen modifizierten Halbleiterverstärker dar. Betreibt man einen solchen unterhalb der Transparenz, zum Beispiel mit einem geringen Pumpstrom, führt die Anregung der Ladungsträger durch das Signal zu einer Reduktion der Verluste für das folgende Signal. Eine sehr einfache Art, einen solchen Absorber zu implementieren, ist die Trennung eines SOA-Chips in zwei Sektionen, deren eine als Verstärker fungiert und elektrisch gepumpt wird, während die zweite Sektion mit geringerem Pumpstrom den absorbierenden Bereich darstellt. Die Absorptionseigenschaften in dieser Sektion werden durch Beschuss der aktiven Schicht mit Ionen verändert [65, 66]. Das Einbringen zusätzlicher Rekombinationszentren reduziert die Erholzeit, senkt die Sättigungsenergie und verringert die Linienverbreiterung. Außerdem ist die Rekombinationsrate in dieser Sektion wesentlich höher. Daher liegt das Gleichgewicht der Ladungsträgerdichte unterhalb des Transparenzpunktes. Ansonsten beschreiben wir den Absorber mit den selben Gleichungen wie den SOA [53]. Im Folgenden werden Absorbergrößen durch den Superskript - und Verstärkergrößen durch + gekennzeichnet. Da die Gleichungen formell identisch sind, wird mit
unter auf den Platzhalter $^\pm$ zurückgegriffen, um Doppelnennungen und Unübersichtlichkeit zu vermeiden und die Lesbarkeit zu erhöhen.

Folgende Vergleiche zwischen Verstärker- und Absorbergrößen lassen sich bereits an dieser Stelle, basierend auf experimentellen Messungen, ziehen:

$$h_0^- < 0,$$
 (2.87)

$$\alpha_{\rm H}^- < \alpha_{\rm H}^+, \tag{2.88}$$

$$\tau_{\mathrm{R}}^- < \tau_{\mathrm{R}}^+, \qquad (2.89)$$

$$E_{\rm S}^- < E_{\rm S}^+.$$
 (2.90)

2.2.5 Verstärker und Absorber als Modul

Ein Verstärker-Absorber-Modul wird durch das Ensemble aller Parameter von sowohl der Verstärker- als auch der Absorbersektion charakterisiert. Da das Signal, welches die führende Sektion verlässt als Eingangssignal der folgenden Sektion dient, hängt die Beschreibung des Elementes von der Reihenfolge der Sektionen ab. Diese soll zu Beginn von Kapitel (4) geklärt werden. Wir definieren an dieser Stelle folgende Größen:

$$\nu = \frac{E_{\rm S}^-}{E_{\rm S}^+},\tag{2.91}$$

$$\Delta = \frac{\tau_{\rm R}^-}{\tau_{\rm R}^+}.$$
(2.92)

Aus dem im vorigen Kapitel Gesagten wird unmittelbar klar, dass sowohl das Verhältnis der Sättigungsenergien von Absorber und Verstärker ν als auch das Verhältnis der Erholzeiten Δ kleiner eins ist.

2.3 Stationäre Lösungen eines dissipativen Systems -Soliton und unmoduliertes Signal

Charakteristisch für eine Übertragungsstrecke ist das wiederholte Durchlaufen von Zyklen, die aus Verstärkung, Dämpfung und Filterung bestehen. Ein Signal kann nur dann über lange Strecken übertragen werden, wenn es einen stationären oder sich periodisch wiederholenden Zustand erreicht. Diese stationären Lösungen und deren Stabilität sind der Gegenstand unserer Untersuchung.

In einem dissipativen System wie dem Vorliegenden sind die Lösungen durch die Systemparameter fixiert [72]. Ursache dafür ist die Bedingung, dass sich Verstärkung und Dämpfung kompensieren müssen. Die Besonderheit der Übertragungsstrecke, die im Mittelpunkt unserer Untersuchungen steht, sind die nichtlineare und nichtinstantane Verstärkung und Absorption, welche die Fragen nach Existenz und Stabilität von stationären Zuständen neu stellt. Dazu müssen neue Methoden entwickelt werden, die der starken Änderung der Signalkenngrößen wie Amplitude, Energie und Mittenfrequenz Rechnung tragen und die diskrete Anordnung der Einzelemente berücksichtigen. Das bedeutet zum einen, dass die Konzepte einer gemittelten Beschreibung ersetzt werden müssen. Zum anderen muss die Definition einer stationären Lösung an diese Verhältnisse angepasst werden. Da das Signal durch Verstärkung, Dämpfung und Filterung unweigerlich Veränderungen bei der Ausbreitung innerhalb eines Verstärkungszyklus erfährt, soll eine Struktur als stationär gelten, wenn sie sich an der gleichen Stelle innerhalb aufeinanderfolgender Umlaufperioden wiederholt. Dies kann am besten mit dem Begriff der stroboskopischen Stationarität umschrieben werden.

Im Wesentlichen werden wir zwischen Signalen in Impulsform und unmodulierten Signalen (cw-Signalen) unterscheiden. Die Bezeichnung cw (continous wave) steht für ein Signal mit konstanter Amplitude. Während das Verhalten von cw-Signalen mit sehr niedrigen Leistungen Auskunft über die Rauschentwicklung gibt, bilden nichttriviale cw-Lösungen die Grundlage für das Verständnis sehr langer, flacher Impulse, wie sie beim No-Return-to-Zero-Format eingesetzt werden.



Abbildung 2.1: Leistung einer Folge von vier aufeinanderfolgenden Bits eines NRZ-Signalstroms der Form 00001111000011110000 in Abhängigkeit von der Zeit als Augendiagramm (Experiment).



Abbildung 2.2: Leistung einer Folge von vier Bits eines 8 GHz RZ-Signalstroms der Form 1111 in Abhängigkeit von der Zeit als Augendiagramm (Experiment).

Abbildung (2.1) zeigt das Augendiagramm eines solchen sehr langen Impulses, welcher, abgesehen von den Flanken, in seinem zentralen flachen Teil einem unmoduliertem Signal entspricht. Der Untergrund, auf dem er sich befindet, stellt die triviale Lösung oder Nulllösung dar. Diese Form von Signalen ist Gegenstand der Abschnitte (3.1), (4.2), (4.3.4). Wir untersuchen neben den Existenzbereichen solcher Signale auch die Stabilität der Flanken, des Hintergrundes und des cw-artigen mittleren Teils des langen Impulses.

Soliton-Signale bestehen aus Impulsen, die jeweils ein einzelnes Bit in einer Bitfolge repräsentieren. Dabei sinkt das Signal zwischen den Impulsen auf den Rauschlevel ab und trägt daher auch die Bezeichung Return-to-Zero-Signal.

In Abb. (2.2) ist ein solcher Impulszug dargestellt, der aus vier gesetzten Bits besteht, die einer Anzahl von ungesetzten Bits folgen. Die Abbildung soll demonstrieren, welche Form von Signalen wir in den Abschnitten (3.2) und (4.3) beschreiben werden. Wir wollen neben der Untersuchung der Existenz von dissipativen Solitonen sowohl auf die Probleme der Stabilität bei der Ausbreitung einzelner Solitonen als auch auf das Verhalten von Impulszügen eingehen.

Kapitel 3

Untersuchungen zur Übertragungsstrecke ohne sättigbare Absorber

Gegenstand dieses Kapitels ist die Untersuchung der Ausbreitung von Signalen in einer Übertragungsstrecke, welche einen Halbleiterverstärker, eine Faserstrecke und einen Bandpassfilter enthält. Konfigurationen dieser Art sind in der Literatur ausführlich beschrieben worden [46,87–91]. Unser Ziel ist es, die Beschreibung des Systems unter Benutzung eigens entwickelter Methoden zu erweitern, um neue Erkenntnisse zu erlangen und die Methoden in deren Gültigkeit zu verifizieren. Begonnen werden soll mit der Beschreibung unter dem Aspekt der Ausbreitung von cw-Signalen, deren Existenz und Stabilität. Im Anschluss daran wird die Ausbreitung von Solitonen untersucht. Dabei soll neben der Existenz und Stabilität einzelner Impulse ebenfalls die Übertragung von Impulszügen betrachtet werden.

3.1 Unmoduliertes Signal

3.1.1 Stationäre cw-Lösungen

Ein cw-Signal wird durch seine Leistung $p = |u|^2$, eine konstante Phase Φ und eine Frequenz ω charakterisiert, die die Verschiebung gegenüber der Mittenfrequenz $\omega_{\rm F}$ des Filters darstellt. Wir können die Ausbreitung des Signals als eine Multiplikation darstellen, in die die Mittenfrequenz als Parameter eingeht:

$$p_{\rm o}(\omega) = M_{\rm B} M_{\rm F} M^+ p_{\rm i}(\omega). \tag{3.1}$$



Abbildung 3.1: Leistung p in Abhängigkeit von der linearen Überschussverstärkung nach (3.1) für unterschiedliche Sättigungsleistungen $P_{\rm S}^+ = 1$ mW (durchgezogen) und $P_{\rm S}^+ = 5$ mW (gestrichelt). $h_0^+ = 3$ und $h_0^+ = 5$ (siehe Markierung).



Abbildung 3.2: Leistung der trivialen Lösung in Abhängigkeit der Anzahl der Umläufe. a): periodische Rauschinjektion (j = 0.003 mW), b): einmalige Anfangsstörung. Weitere Parameter : $P_{\rm S}^+ = 3 \text{mW}$, $\tau_{\rm R}^+ = 300 \text{ps}$, $h_0^+ = 5$, $\alpha_{\rm F} = -4.9$.

Der Verstärker reagiert auf das Signal mit einer gesättigten Verstärkung. Für ein unmoduliertes Signal verschwindet die Zeitableitung in (2.85). Man erhält:

$$h_{\rm cw}^+(p) = h_0^+ + \left(1 - e^{h_{\rm cw}^+(p)}\right) \frac{p}{P_{\rm S}^+},$$
 (3.2)

$$M^+ = \mathrm{e}^{h^+_{\mathrm{cw}}}, \tag{3.3}$$

mit $P_{\rm S}^+ \tau_{\rm R}^+ = E_{\rm S}^+$. Die integrierte Verstärkung $h_{\rm cw}^+$ muss numerisch bestimmt werden. Da bei einer flachen Lösung keine Veränderung der Verstärkung erfolgt, wird keine Frequenzverschiebung generiert. Für die Faser gilt nach (2.69)

$$M_{\rm F} = e^{\alpha_{\rm F}},\tag{3.4}$$

da die von der Nichtlinearität generierte Phase konstant ist und ebenfalls keine Frequenzverschiebung erzeugt. Dispersive Effekte treten nicht auf. Das einzige Element, in dem die Frequenz eine Rolle spielt, ist der Filter:

$$M_{\rm B} = e^{-2\left(\frac{\omega}{\Delta\omega}\right)^2}.$$
(3.5)

Der Filter erzeugt lineare Verluste, abhängig von der Verstimmung ω des Signals und der Filterbandbreite $\Delta \omega$.

Aus den obigen Gleichungen ist folgendes Verhalten zu erwarten. Zum Ersten skaliert die Leistung p offensichtlich mit der Sättigungsleistung. Zum Zweiten erzeugt der Filter lineare Verluste, abhängig von der Verstimmung des Signals und der Filterbandbreite $\Delta \omega$. Damit ergibt sich die Lösung als Gleichgewicht linearer Verluste und nichtlinearer Verstärkung. In Abb. 3.1 ist das Bifurkationsdiagramm für die Leistung p dargestellt. Auf der Abszisse ist die lineare Nettoverstärkung $h_0^+ + \alpha_{\rm F} - 2(\omega/\Delta\omega)^2$ aufgetragen.

Prinzipiell muss man zwischen zwei möglichen Lösungen unterscheiden. Im gesamten Bereich existiert die triviale Lösung p = 0 des Systems. Man kann jedoch bereits an dieser Stelle absehen, dass diese Lösung im Bereich der Nettoverstärkung bei geringsten Störungen, wie sie z.B aufgrund des Rauschens im System vorhanden sind, sofort destabilisieren und anwachsen wird. Dieser Vorgang ist in Abb. 3.2 dargestellt. Während beim Signal mit niedrigerer stationären Leistung (b) nur eine anfängliche Störung zum Anwachsen führt, ist bei der Propagation des anderen Signals (a) in jedem Umlauf ein Rauschsignal hinzugefügt worden. Es charakterisiert damit das Anwachsen und die Stabilisierung des Rauschens des Halbleiterverstärkers im Bereich von linearer Nettoverstärkung.

Das Signal (b) stabilisiert sich auf dem Niveau der nichttrivialen Lösung. Da die Verstärkung durch Sättigung reduziert wird, kann diese Lösung nur in dem Bereich liegen, in dem die ungesättigte Verstärkung die linearen Verluste übersteigt und damit die gesättigte Verstärkung durch die linearen Verluste kompensiert werden kann. Ein anderer Existenzbereich kann durch eine einfache Analyse ausgeschlossen werden. Entwickeln wir die Leistungsverstärkung um den Punkt $p \rightarrow 0$ bis zur ersten Ordnung, erhalten wir einen Anstieg

$$\left. \frac{\partial h_{\rm cw}^+}{\partial p} \right|_{p \to 0} = 1 - e^{h_0^+}, \tag{3.6}$$

der immer negativ ist. Damit sind Lösungen im Bereich von Nettoverlusten nicht möglich.

Der Einfluss von Sättigungsleistung und Kleinsignalverstärkung ist im Bild 3.1 zu sehen. Eine Erhöhung der Sättigungsleistung bzw. eine Verringerung der Kleinsignalverstärkung erfordert höhere Leistungen, um den Verstärker im gleichen Maß zu sättigen. Der Lösungsbereich der nichttrivialen Lösung ist prinzipiell beschränkt auf $0 < -\alpha_{\rm F} + 2(\omega/\Delta\omega)^2 < h_0^+$. Die Mittenfrequenz des Signals spielt hier die Rolle eines Parameters, mit Hilfe dessen die linearen Verluste verändert werden können.

Die Stabilität der Lösungen eingehend zu untersuchen, erfordert nicht nur eine Betrachtung von Störungen in der Leistung, sondern muss auch die Frage nach Modulationsinstabilität [92] einschließen. Das bedeutet im Konkreten, dass die Auswirkungen einer Störung durch ein moduliertes Signal untersucht werden müssen. Dabei spielt die Abhängigkeit der Entwicklung der Störung von ihrer Modulationsfrequenz eine wesentliche Rolle.

Besonderes Augenmerk gilt dieser Untersuchung, da in einem diskreten System wie dem unseren durchaus Resonanzen [93] auftreten können, die eine solche Störung begünstigen. Für die langsame Modulation kann keine unveränderliche Verstärkungsfunktion $h^+(t)$ mehr angenommen werden. Außerdem werden Dispersion und Nichtlinearität eventuell eine Rolle spielen, wie aus früheren Untersuchungen zur Modulationsinstabilität bereits hervorgeht [94–97]. Diese Untersuchungen basierten bisher jedoch auf gemittelten Gleichungen, die die diskrete Struktur der Übertragungsstrecke nicht berücksichtigten.

3.1.2 Stabilität von cw-Lösungen

Zur Untersuchung der Stabilität des cw-Signals wollen wir ein Feld u(z) mit einer Störung der Modulationsfrequenz ω_s versehen. Dabei soll angenommen werden, dass $u_0(z) = u_r + iu_i$ komplex ist und die Lösung des Systems repräsentiert. Wir linearisieren die Gleichungen der Elemente um diese Lösung und erhalten Matrizen, die die Ausbreitung von Real- und Imaginärteil der Störung beschreiben. Der Ansatz:

$$u(z) = u_0(z) + (\delta_{\mathbf{r}}(z) + \mathrm{i}\delta_{\mathrm{i}}(z))\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{\mathrm{s}}t}$$
(3.7)

beschreibt dieses gestörte System. Ziel ist es, eine Matrix zu finden, die als Produkt von Einzelmatrizen die Ausbreitung der Störung beschreibt:

$$\begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm ou} = \hat{\rm P}_{\rm B} \times \hat{\rm P}_{\rm F} \times \hat{\rm P}^{+} \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm i}$$
 (3.8)

$$= \hat{\Pi} \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm i}. \tag{3.9}$$

Die Eigenwerte dieser Matrix liefern dann eine Aussage über die Entwicklung der Störung. Die Matrizen \hat{P}_B , \hat{P}_F , \hat{P}^+ stehen für die Elemente Filter, Faser und Verstärker, analog zu (3.1). Sie sind mit Ausnahme der Filtermatrix vom komplexen Feld u(z) bzw. der Leistung $p = u_0 u_0^*$ des Signals abhängig. Dies gilt ebenfalls für die Matrix der Faser, da aufgrund der zeitlichen Modulation durch die Störung sowohl Dispersion als auch Nichtlinearität eine Rolle spielen. Daher muss (3.8) numerisch sukzessive gelöst werden. Um eine übersichtliche Form der Einzelmatrizen angeben zu können, sind im Folgenden die Vektoren von Lösung und Störung mit den Indizes der entsprechenden Elemente versehen, die als letzte passiert wurden.

Zuerst soll als das einfachste Element ein lorentzförmiger Filter beschrieben werden. Es ist sinnvoll, die Mittenfrequenzen von Signal und Filter gleich zu wählen. Eine Verstimmung würde automatisch eine Instabilität erzeugen, da eine Störung näher zur Filtermitte linearen Zusatzgewinn erfährt. Da ein unmoduliertes Signal nur bei einer Frequenz schwingt, gilt mit (2.71) für die Störung:

$$\begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm B} = \frac{\gamma^2}{\omega_{\rm s}^2 + \gamma^2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\omega_{\rm s}}{\gamma} \\ \frac{\omega_{\rm s}}{\gamma} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm F}.$$
 (3.10)

Die Indizes stehen für die Positionen, an der die Störung betrachtet wird; B bedeutet nach dem Filter, während F für die Position nach der Faser, vor dem Filter steht. Die Lösung wird durch den Filter nicht beeinflusst.

Für die Faser ist das Aufstellen einer solchen Matrix komplizierter, da wir eine Differenzialgleichung lösen müssen. Die Differenzialgleichung

$$\left(i\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\beta}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \chi_{\mathbf{k}}|u+\delta|^2 - i\frac{\bar{\alpha}_{\mathrm{F}}}{2}\right)(u(z,t)+\delta) = 0$$
(3.11)

für ein Feld u(z) mit einer kleinen Störung δ , welche die Ausbreitung in der Faser beschreibt, führt durch einsetzen der Größen u^+ und δ^+ zu:

$$\begin{pmatrix} u_{\mathbf{r}}(z) \\ u_{\mathbf{i}}(z) \end{pmatrix}_{\mathbf{F}} = e^{\frac{\tilde{\alpha}_{\mathbf{F}}}{2}z} \begin{pmatrix} \cos \Phi(z) & \sin \Phi(z) \\ -\sin \Phi(z) & \cos \Phi(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\mathbf{r}} \\ u_{\mathbf{i}} \end{pmatrix}^{+}$$
(3.12)

$$\Phi(z) = -\chi_{\rm K}/\bar{\alpha}_{\rm F} \left(e^{\bar{\alpha}_{\rm F} z} - 1\right) \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\alpha}_{\rm F}}{2} - \chi_{\rm K} 2u_{\rm r} u_{\rm i} & -\frac{\beta}{2}\omega_{\rm s}^2 + \chi_{\rm K} (p + u_{\rm i}^2) \\ -\frac{\beta}{2}\omega_{\rm s}^2 + \chi_{\rm K} (p + u_{\rm r}^2) & \frac{\bar{\alpha}_{\rm F}}{2} - \chi_{\rm K} 2u_{\rm r} u_{\rm i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}.$$
(3.14)

Der Hochindex + bezeichnet das Feld unmittelbar nach dem Verstärker, der Index F das Feld unmittelbar nach der Faser. Um die formale Lösung

$$\begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}_{\rm F} = \exp\left(\int_{0}^{L} \hat{\rm P}_{\rm F} dz\right) \begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix}^{+}$$
(3.15)

$$= \exp\left(\hat{\mathbf{P}}'\right) \begin{pmatrix} \delta_{\mathbf{r}} \\ \delta_{\mathbf{i}} \end{pmatrix}^{+} \tag{3.16}$$

in eine Matrix zu transformieren, ist es nötig, $\hat{\mathbf{P}'}$ zu diagonalisieren. Mit den unitären Transformationsmatrizen $\hat{\mathbf{T}}, \hat{\mathbf{T}}^{-1}; \hat{\mathbf{T}} \times \hat{\mathbf{T}}^{-1} = \hat{I}$ gilt:

$$\hat{\mathbf{T}} \times \hat{\mathbf{T}}^{-1} \times \exp(\hat{\mathbf{P}}') \times \hat{\mathbf{T}} \times \hat{\mathbf{T}}^{-1} = \hat{\mathbf{T}} \times \exp\left(\hat{\mathbf{T}}^{-1} \times \hat{\mathbf{P}}' \times \hat{\mathbf{T}}\right) \times \hat{\mathbf{T}}^{-1}$$
(3.17)

$$= \hat{\mathbf{T}} \times \exp\left(\begin{array}{cc} \lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2 \end{array}\right) \times \hat{\mathbf{T}}^{-1} \tag{3.18}$$

$$= \hat{\mathbf{T}} \times \begin{pmatrix} \mathbf{e}^{\lambda_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{e}^{\lambda_2} \end{pmatrix} \times \hat{\mathbf{T}}^{-1}$$
(3.19)

$$= e^{\hat{P}'}.$$
 (3.20)

Die Spaltenvektoren von \hat{T} sind die Eigenvektoren und λ_1, λ_2 die dazugehörigen Eigenwerte der Matrix \hat{P}' . Dieses Verfahren entspricht der Ermittlung des sog. Matrixexponenten. Die Integration der Matrixelemente von \hat{P}_F muss numerisch erfolgen. Zum Schluss bleibt noch die Beschreibung der Matrix für den Verstärker. Aus dem Gleichungssystem (2.83-2.85) kann man die Matrix für die Ausbreitung der Lösung $u^+ = u \exp \left[\frac{h^+}{2} \left(1 - i\alpha_{\rm H}^+ \right) \right]$ ableiten:

$$\begin{pmatrix} u_{\rm r} \\ u_{\rm i} \end{pmatrix}^+ = e^{-\frac{h_{\rm cw}^+}{2}} \begin{pmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \\ -\sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\rm r} \\ u_{\rm i} \end{pmatrix}, \qquad (3.21)$$

$$\Phi = \frac{\alpha_{\rm H}^+}{2} h_{\rm cw}^+, \qquad (3.22)$$

$$h_{\rm cw}^+ = h_0^+ + \left(1 - e^{h_{\rm cw}^+}\right) \frac{p}{P_{\rm S}^+}.$$
 (3.23)

Da bereits unter der Annahme vernachlässigbarer interner Verluste über die Verstärkerlänge L integriert wurde, erhält man eine einfache Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsfeld. Offensichtlich findet neben der Verstärkung des Feldes auch eine Phasenverschiebung statt, deren Betrag von dem Henry-Faktor abhängt. Im Falle der modulierten Störung wird h(t) ebenfalls mit der Frequenz $\omega_{\rm s}$ moduliert, so dass (2.85) die Form

$$\frac{\partial h^+(t) + \delta h}{\partial t} = \frac{h_0^+ - h^+(t) - \delta h}{\tau_{\rm R}^+} - \frac{|u + \delta|^2}{E_{\rm S}^+} \left(e^{h(t)^+ + \delta h} - 1\right)$$
(3.24)

annimmt. Die modulierte Verstärkung

$$\delta h = \frac{2 \operatorname{Re}(u^* \delta)}{P_{\mathrm{S}}^+ - \mathrm{i}\omega_{\mathrm{s}} \tau_{\mathrm{R}}^+ P_{\mathrm{S}}^+ + |u|^2 \exp h_{\mathrm{cw}}^+} \left(\mathrm{e}^{h_{\mathrm{cw}}^+} - 1 \right)$$
(3.25)

$$= 2\operatorname{Re}(u^*\delta)\left(\gamma' + \mathrm{i}\gamma''\right) \tag{3.26}$$

mit $\dot{\delta}h(t) = -i\omega_s t$ wird in die Gleichung für die gestörte Lösung

$$(u+\delta)^{+} = (u+\delta) \exp{\frac{h+\delta h}{2}} (1-i\alpha_{\rm H}^{+})$$
 (3.27)

eingesetzt. Aus der Gleichung

$$\delta^{+} = u \frac{1 - i\alpha_{\rm H}^{+}}{2} e^{h_{\rm cw}^{+}(1 - i\alpha_{\rm H}^{+})/2} 2 \operatorname{Re}(u^{*}\delta)(\gamma' + i\gamma'') + e^{h_{\rm cw}^{+}(1 - i\alpha_{\rm H}^{+})/2} \delta$$
(3.28)

kann die Transformationsmatrix \hat{P}^+ gewonnen werden:

$$\begin{pmatrix} \delta_{\rm r} \\ \delta_{\rm i} \end{pmatrix} = e^{h_{\rm cw}^+} \begin{pmatrix} F_{\rm r}u_{\rm r} + C & F_{\rm r}u_{\rm i} + S \\ F_{\rm i}u_{\rm r} - S & F_{\rm i}u_{\rm i} + C \end{pmatrix}, \qquad (3.29)$$

$$F_{\rm r} = (u_{\rm r} + \alpha_{\rm H}^+ u_{\rm i})(C\gamma' + S\gamma'') - (u_{\rm i} - \alpha_{\rm H}^+ u_{\rm r})(C\gamma'' - S\gamma'), \qquad (3.30)$$

$$F_{\rm i} = (u_{\rm i} - \alpha_{\rm H}^+ u_{\rm r})(C\gamma' + S\gamma'') + (u_{\rm r} + \alpha_{\rm H}^+ u_{\rm i})(C\gamma'' - S\gamma'), \qquad (3.31)$$

$$C = \cos\frac{\alpha_{\rm H}^{\star}}{2}, \qquad S = \sin\frac{\alpha_{\rm H}^{\star}}{2}, \qquad (3.32)$$

$$\gamma' + i\gamma'' = \frac{e^{h_{cw}^{+}} - 1}{\left(1 + \frac{p}{P_{s}^{+}}e^{h_{cw}^{+}}\right) + \omega_{s}^{2}\tau_{R}^{+2}} \left(1 + \frac{p}{P_{s}^{+}}e^{h_{cw}^{+}} + i\omega_{s}\tau_{R}^{+}\right).$$
(3.33)



Abbildung 3.3: Modulationsverstärkung $|\lambda_{\rm max}|^2$ in Abhängigkeit von der Modulationsfrequenz für unterschiedliche Henry-Faktoren $\alpha_{\rm H}^+ = 0, 1, 2, 3, 4$. Parameter: $\tau_{\rm R}^+ = 300 {\rm ps}, h_0^+ = 5, \alpha_{\rm F} = -3.5, \gamma = 1, P_{\rm S}^+ = 5 {\rm mW}, \beta_2 = 0.0 {\rm ps}^2/{\rm km}. \chi_{\rm K} = 0.0/({\rm Wkm}).$



Abbildung 3.4: Modulationsverstärkung $|\lambda_{\rm max}|^2$ in Abhängigkeit von der Modulationsfrequenz für variierenden Erholzeiten $\tau_{\rm R}^+ = 100 {\rm ps}, 300 {\rm ps}, 500 {\rm ps}, 700 {\rm ps}, 900 {\rm ps}.$ Parameter: $h_0^+ = 4, \alpha_{\rm F} = -3.5, \gamma = 1, \alpha_{\rm H}^+ = 0, P_{\rm S}^+ = 5 {\rm mW}, \beta_2 = 0.0 {\rm ps}^2/{\rm km}, \chi_{\rm K} = 0.0/({\rm Wkm}).$

Man sieht leicht, dass zur Lösung pro Umlauf eine konstante Phase addiert wird. Diese ist nicht stationär und muss daher abgespalten werden.

Mit dem obigen System von Matrizen lässt sich das Verhalten der Eigenwerte der Matrix $\hat{\Pi}$ bestimmen. Übersteigt der Betrag einer der Eigenwerte die Eins, ist das System instabil. Daher untersuchen wir den Betrag des größten Eigenwertes $|\lambda_{\max}|$. Für verschwindende Modulationsfrequenz $\omega_s = 0$ erhalten wir eine Aussage über die lineare Stabilität bei einer flachen Störung der Leistung.

In den Abbildungen (3.3,3.4) sind die Wachstumsraten einer Störung über der Modulationsfrequenz aufgetragen. In Abb. 3.3 wurde dazu der Henry-Faktor variiert, während alle anderen Parameter unverändert blieben. Um der Wirkung des Versärkers besonderes Augenmerk zu schenken, wurden Nichtlinearität und Dispersion in der Faser auf Null gesetzt. Damit schließen wir die Modulationsinstabilitäten aus, die in Glasfasern aufgrund der von phasenangepasster Vierwellenmischung generierten Frequenzen erzeugt werden. Diese treten im Regime von anomaler Dispersion und fokussierender Kerr-Nichtlinearität auf [94,95].

Man sieht deutlich, dass für alle Werte von $\alpha_{\rm H}^+$ Modulationsinstabilität vorliegt. Mit zunehmendem Einfluss der Selbstphasenmodulation wird ein deutlich anwachsender Peak auf der Seite negativer Frequenzen sichtbar. Die Modulation des Signals und der Verstärkungsfunktion generiert aufgrund der nun vorhandenen Selbstphasenmodulation Frequenzen im roten Bereich des Spektrums [37] und unterstützt damit die sich dort befindenden Instabilitäten. Doch auch im Falle verschwindender Selbstphasenmodulation existieren Instabilitäten, wie in Abb. 3.4 zu sehen ist. Diese resultieren aus der endlichen Erholzeit des Verstärkers. Für geringe Erholzeiten kann die Verstärkung der Modulation folgen und damit unterstützend wirken, da für modulierte Strukturen die Energieverstärkung die Leistungsverstärkung eines unmodulierten Signals übersteigt (siehe Abb. (3.7)). Mit zunehmender Erholzeit werden die Frequenzen geringer, der instabile Bereich wird immer schmaler. In allen Fällen bleibt ein schmales Band der Stabilität um den Bereich der Mittenfrequenz des Filters [98,99].

3.1.3 Fazit: cw-Signale in der Übertragungsstrecke ohne Absorber

Im Falle von cw-artigen Signalen finden wir im Bereich von Nettoverstärkung nichttriviale Lösungen und im gesamten Bereich, der ebenfalls linearen Verluste einschließt, eine triviale Lösung. Diese ist aber nur im Bereich linearer Nettoverluste stabil, wächst also im Existenzbereich der nichttrivialen Lösung an. Daher können im Rahmen einer längeren Ausbreitung nichttriviale Lösungen nicht im Verbund mit einem Hintergrundsignal existieren. Zusätzlich führt der Einfluss des Verstärkers zu zusätzlichen Modulationsinstabilitäten. Diese sind sowohl im Falle normaler als auch anormaler oder gar fehlender Dispersion zu finden und beruhen nicht auf refraktiven Effekten. Sie resultieren aus der endlichen Response-Zeit des Verstärkers. Außerdem konnten Instabilitäten aufgrund der diskreten Struktur der Übertragungsstrecke ausgemacht werden. Diese sind jedoch nicht dominant und nur für hohe Dispersionen beiden Vorzeichens vorhanden. Die Übertragungsstrecke ist in dieser Form ungeeignet, NRZ-Signale zu übertragen.

3.2 Solitonen

3.2.1 Einzelimpuls

3.2.2 Verstärker

Die Eigenschaften der Übertragungsstrecke werden im Wesentlichen vom Sättigungsverhalten des Halbleiterverstärkers dominiert [3], welches durch eine geringe Sättigungsenergie $E_{\rm S}^+$ im Bereich weniger Pikojoule charakterisiert wird. Diese führt, gemeinsam mit einer Erholzeit $\tau_{\rm R}^+$ in der Größenordnung von hundert und mehr Pikosekunden, zu einer Verstärkerdynamik wie in Abb. 3.5 und 3.6 gezeigt. Deutlich sieht man, wie die Ladungsträgerdichte, und damit die Verstärkung, durch den eingehenden Impuls abgebaut wird und sich nur langsam erholen kann. Dies führt zu einer asymmetrischen Verstärkung des Impulses selber, da Vorder- und





Abbildung 3.6: Integrierte Verstärkung $h^+(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit für zwei aufeinanderfolgende Impulse. Parameter: $\tau_{\rm R}^+ = 300$ ps (durchgezogen), $\tau_{\rm R}^+ = 500$ ps (gestrichelt), $t_0 =$ 20ps, $h_0^+ = 5$, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\varepsilon = 0.05$, $\alpha_{\rm H}^+ = 5$.

Abbildung 3.5: Integrierte Verstärkung $h^+(t)$, Impuls
leistung und Chirp $\Delta\nu^+(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit. Parameter:
 $\tau^+_{\rm R}=200{\rm ps}$, $t_0=10{\rm ps}$, $h^+_0=5$,
 $E^+_{\rm S}=1{\rm pJ}$, $\varepsilon=0.1$, $\alpha^+_{\rm H}=5$.

Rückflanke unterschiedliche Verstärkung erfahren. Damit verschiebt sich auch das Impulsmaximum, wie anhand des verstärkten Impulses in Abb. 3.5 (gestrichelte Linie) zu sehen ist. Ein weiterer für die Übertragung von Informationen mit Hilfe von Impulsen wesentlicher Effekt, ist die unvollständige Erholung der Verstärkung bis zum nachfolgenden Impuls. Wie Abb. 3.6 zeigt, kann ein zu kurzer Impulsabstand zu einer deutlich geringeren Verstärkung nachfolgender Impulse führen. Man kann anhand des Verlaufes der Verstärkungsfunktion $h^+(t)$ den unvollständigen Erholprozess sehr gut erkennen. Mit zunehmender Erholzeit (gestrichelte Linie) reduziert sich die Verstärkung des zweiten Impulses. Das Resultat ist ein deutlich schwächerer Folgeimpuls, wie die Grafik zeigt (Strich-Punkt-Linie). Der Abstand der beiden Impulse vor der Verstärkung (durchgezogene Linie) beträgt 200ps, was einer Bitrate von 5GBit/s entspricht. Dieser Effekt der Amplitudenmusterbildung, das sogenannte Patterning, stellt ein wesentliches Problem für die Anwendung von SOAs dar.

Zur Ableitung weiterer Charakteristika des Halbleiterverstärkers nehmen wir an, dass die Impulse eine Breite t_0 besitzen, die klein im Vergleich zur Erholzeit $\tau_{\rm R}^+$ des Verstärkers ist. Diese Annahme ist gerechtfertigt, wie sich in Simulationen und Experimenten zeigte. Dort lagen die Impulsbreiten in der Größenordnung von 10ps-30ps. Aus den Gleichungen (2.85) kann man eine Näherung für die integrierte Verstärkung $h^+(t)$ angeben, indem man die Lösungen für die Extremfälle $\tau_{\rm R}^+ \to \infty$ und P(t) = 0 kombiniert. Ersterer gilt im Zeitbereich des Impulses, während letzterer den Erholprozess nach dem Durchlauf des Signals beschreibt:

$$h^{+}(t) = h_{0}^{+} - \left\{ h_{0}^{+} + \log \left[1 - (1 - e^{-h_{b}^{+}}) e^{-U(t)/E_{s}^{+}} \right] \right\} e^{-\frac{t}{\tau_{R}^{+}}},$$
(3.34)

mit

$$U(t) = \int_{-\infty}^{t} P(t')dt', \qquad \varepsilon = \frac{U(\infty)}{E_{\rm S}^+}.$$
(3.35)

Dabei bezeichnet U(t) die Energie des bereits durch den Verstärker geführten Signals. Bei dieser Gelegenheit wurde ebenfalls die Gesamtenergie ε des Impulses eingeführt. Sie ist auf die Sättigungsenergie des Verstärkers normiert. Die Verstärkung $h_{\rm b}^+$ beschreibt den Zustand des Verstärkers unmittelbar vor Eintritt des Signals in den Verstärker und dient später dazu, den Verstärker im Falle von Impulsfolgen zu beschreiben, während für einzelne isolierte Impulse $h_{\rm b}^+ = h_0^+$ gilt. Die Brechzahländerung durch die Sättigung der Ladungsträgerdichte generiert eine Phase, deren zeitliche Änderung eine Frequenzvariation erzeugt:

$$\Delta \nu^{+} = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t}$$
(3.36)

$$= \frac{\alpha_{\rm H}^+}{4\pi} \frac{\partial h(t)}{\partial t}.$$
 (3.37)

Dieser Effekt der Selbstphasenmodulation (SPM) im Verstärker generiert eine Multipeakstruktur im Spektrum des Signals [37], die die eigentliche spektrale Breite des Impulses bei weitem übertreffen kann. Ursache dafür ist die Interferenz von identischen Momentanfrequenzen an unterschiedlichen Stellen im Impulsprofil. Die Phasenbeziehung dieser Frequenzen zueinander führt zu konstruktiver oder destruktiver Überlagerung und erzeugt damit die oszillierende Struktur des Spektrums. Der Chirp ist unterhalb des Impulsmaximums fast linear, was charakteristisch für den Halbleiterverstärker ist. Betrachtet man den Fall eines symmetrischen Impulses mit Amplitude $P_0 = P(t = 0)$ und Energie ε , ergibt sich für die Frequenzverschiebung im Impulszentrum

$$\Delta\nu_0^+ = -\frac{\alpha_{\rm H}^+}{4\pi} \frac{P_0}{E_{\rm S}^+} \left(\frac{{\rm e}^{h_0^+} - 1}{1 + {\rm e}^{h_0^+}\varepsilon/2}\right).$$
(3.38)

Diese ist immer eine Rotverschiebung und macht die spektrale Stabilisierung des Signals durch einen Filter nötig.

Wie oben bereits angesprochen, resultiert aus der asymmetrischen Verstärkungsfunktion $h^+(t)$ eine Verschiebung des Impulsmaximums in negative Zeitrichtung. Im Falle eines gaußförmigen Impulses kann man einen analytischen Ausdruck für die Verschiebung $t_{\rm P}$ des Maximums ableiten:

$$P(t) = \frac{\varepsilon}{t_0 \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right], \qquad (3.39)$$


Abbildung 3.7: Abhängigkeit des Energiegewinns und des Leistungsgewinns von der Impulsenergie $\varepsilon = P(0)t_0\sqrt{\pi}$. Gestrichelt : $E_{\rm S}^+ =$ 1.5pJ, durchgezogen : $E_{\rm S}^+ =$ 1.0pJ, $G_{\rm cw}^+(p)$: p = P(0). Parameter: $P_{\rm S}^+ =$ 5.0mW, $h_0^+ =$ 5, $t_0 = 20$ ps.



Abbildung 3.8: Abhängigkeit der Impulsverschiebung $t_{\rm P}$ eines Gaußimpulses von dessen Energie. (Linie) : analytische Näherung, (\circ) : BPM-Simulation. Parameter: $h_0^+ = 5$ ps, $\tau_{\rm R}^+ = 200$ ps, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $t_0 = 11$ ps.

$$t_{\rm P} = t_0^2 \frac{\partial}{\partial t} h^+(t), \qquad (3.40)$$

$$t_{\rm P} = \frac{t_0 a_1}{a_2 + a_3} \left(\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a_3}{a_1^2}} (a_2 + a_3) - \frac{1}{2} \right), \qquad (3.41)$$

mit den Koeffizienten

$$a_1 = 2\sqrt{\pi} (e^{-h_0^+} - 1 + e^{\varepsilon/2}),$$
 (3.42)

$$a_2 = 2\varepsilon e^{\varepsilon/2}, \tag{3.43}$$

$$a_3 = \varepsilon (e^{-h_0^+} - 1),$$
 (3.44)

$$t_0 = \frac{t_{\rm FWHM}}{1.665}.$$
 (3.45)

Zur Ableitung wurde die Energie U(t) aus den Gleichungen (3.34,3.35) in eine Taylorreihe entwickelt. Wie in Bild 3.8 dargestellt, nimmt die Verschiebung bei konstanter Impulsbreite t_0 mit steigender Energie zu. Diese energieabhängige Verschiebung führt im Zusammenspiel mit dem Patterning zu einer Veränderung der Impulsabstände. Dieser Effekt ist deterministisch, im Gegensatz zum ebenfalls vorhandenen [100,101] stochastischen Zeit-Jitter (Gordon-Haus-Jitter [51,102]), der durch Fluktuationen der Phase des Signals hervorgerufen wird.

Für die Energieverstärkung eines Impulses folgt aus (2.83,2.85):

$$G_{\rm E}^+ = \frac{\int P(t') \mathrm{e}^{h^+(t')} dt'}{\varepsilon}$$
(3.46)

$$= \frac{1}{\varepsilon} \log \left[1 + e^{h_{\rm b}^+} \left(e^{\varepsilon} - 1 \right) \right], \tag{3.47}$$

$$\approx \frac{1}{\varepsilon} \log \left(1 + e^{h_{\rm b}^+} \varepsilon \right).$$
 (3.48)

Interessanterweise ist der Energiegewinn im Limit kurzer Impulse von deren Form unabhängig und nur durch den Erholungsgrad des Verstärkers bestimmt. Der Energiegewinn übersteigt außerdem den Leistungsgewinn G_{cw}^+ eines flachen Signals, wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist. Dies ist eine der Ursachen für das mögliche Anwachsen von Modulationen einer flachen Lösung.

3.2.3 Stationäre Lösungen und deren Stabilität

Nach der Charakterisierung des dominierenden Elementes in der Übertragungsstrecke sollen nun die stationären Lösungen untersucht werden [K07, K06]. Dabei beschränken wir uns auf Lösungen, die aus einem einzelnen Impuls bestehen. Stationarität ist hier wiederum im stroboskopischen Sinne gemeint. Wir untersuchen das Signal an der jeweils gleichen Stelle in den mit periodischen Abständen sich wiederholenden Zyklen der Verstärkung. Diese Stelle ist, und das soll im weiteren Verlauf der Arbeit beibehalten werden, die Eintrittsstelle des Verstärkers.

Bei unseren Betrachtungen machen wir uns zu Nutze, dass die Eigenschaften dissipativer Solitonen durch die Parameter der Systemkomponenten vollständig determiniert sind. Wir beschränken uns auf die Energie und die Mittenfrequenz des Solitons als charakteristische Größen. Dieses Vorgehen engt die Gültigkeit gewonnener Erkentnisse eventuell ein, ermöglicht aber die Analyse der Lösungen hinsichtlich ihres Existenzbereiches, ihrer Stabilität und der Parameter, die für das Systemverhalten entscheidend sind. Da nun ein 2dimensionaler Vektor das Signal repräsentiert, kann die Propagation mit Hilfe der Multiplikation von 2×2 Matrizen beschrieben werden, wobei jedes Element durch eine solche Matrix charakterisiert wird. Dadurch nimmt das Modell ebenfalls auf die Reihenfolge der Elemente Rücksicht und trägt dem diskreten Charakter der Übertragungsstrecke Rechnung. Mit der Energie ε des Impulses, welche auf die Sättigungsenergie des Verstärkers normiert ist, und dessen Mittenfrequenz ω erhält man als Propagationsgleichung:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z+1} = \hat{\mathbf{M}}^{\mathbf{B}} \times \hat{\mathbf{M}}^{\mathbf{F}} \times \hat{\mathbf{M}}^{+}(\varepsilon, \omega) \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z}$$
(3.49)

$$= \hat{\Pi} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z}. \tag{3.50}$$

Die Hochindizes B,F und + stehen für den Filter, die Faser und den Verstärker. Die Matrizen sollen im Folgenden dargestellt werden. Die Indizes z + 1, z stellen zwei aufeinanderfolgende Verstärkungsperioden dar. Im Falle des Experimentes, in dem der Aufbau als wiederholt durchlaufene Schleife realisiert wurde, entsprach das zwei aufeinanderfolgenden Umläufen. Der Energiegewinn und die Frequenzverschiebung durch den Verstärker ergibt sich aus den Gleichungen (3.48,3.38). Mit

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\varepsilon}{P_0}, \\ \omega &= 2\pi\Delta\nu_0^+ \end{aligned}$$

lautet die Matrix für den Verstärker:

$$\hat{\mathbf{M}}^{+} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon} \log \left(1 + e^{h_{0}^{+}} \varepsilon \right) & 0\\ -\frac{\alpha_{\mathrm{H}}^{+}}{\zeta} \frac{1 - \exp\left(-h_{0}^{+}\right)}{2 \exp\left(-h_{0}^{+}\right) + \varepsilon} & 1 \end{pmatrix}.$$
(3.51)

Die Größe ζ beschreibt den Zusammenhang zwischen maximaler Leistung im Impulszentrum, Breite t_0 und Energie ε des Impulses. Offensichtlich ist der Energiegewinn nicht von der Mittenfrequenz des Signals abhängig, während die Energie Einfluss auf die Frequenzverschiebung nimmt. Mit zunehmender Energie nimmt die Verschiebung der Mittenfrequenz in den roten Wellenlängenbereich zu. Die Verschiebung ist proportional zum Henry-Faktor und zur Bandbreite, oder umgekehrt proportional zur Impulsbreite.

In der Faser sollen nur die Verluste einen Beitrag leisten. Die Dispersion kann vernachlässigt werden, da der Arbeitspunkt in der Nähe des Dispersionsnullpunktes gewählt wird. Außerdem kann eine Impulsverbreiterung, wie sie die Dispersion bewirkt, im Rahmen des Modelles nicht berücksichtigt werden. Die Selbstphasenmodulation der Kerr-Nichtlinearität wird von der Nichtlinearität des Verstärkers dominiert. Das führt zu der einfachen Matrix

$$\hat{\mathbf{M}}^{\mathrm{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}^{\alpha_{\mathrm{F}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$
(3.52)

für die Faser.

Um bei der Beschreibung des Filters zu einem einfachen analytischen Ausdruck zu kommen, ist es nötig, eine Annahme über die spektrale Form des Impulses zu machen. Im Falle eines gaußförmigen Impulses mit der Bandbreite $\Delta_{\rm P}$ und einem Gaußfilter der Breite Δ_{ω} gilt:

$$\hat{\mathbf{M}}^{\mathbf{B}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\frac{2}{\sigma}(\omega/\Delta_{\omega})^{2}} & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.53)

$$\sigma = 1 + \left(\frac{\Delta_{\rm P}}{\Delta_{\omega}}\right)^2. \tag{3.54}$$

Die Mittenfrequenz des Filters liegt bei $\omega = 0$. Es wird deutlich, dass nicht nur eine Verstimmung gegenüber der Filtermitte zu Verlusten führt, sondern die Bandbreite des Impulses ebefalls berücksichtigt wird. Außerdem wirkt das Filterzentrum als Attraktor für die Mittenfrequenz des Signals.

Mit der aus obigen Matrizen gewonnenen Propagationsmatrix Π können nun mit Hilfe des Newton-Verfahrens für zweidimensionale Vektoren stroboskopisch stationäre Lösungen der Gleichung

$$\hat{\Pi} = \hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(3.55)

gesucht werden.



Abbildung 3.9: Energie (a) und Mittenfrequenz (b) der stationären Lösung und Wachstumsraten einer Störung (c) in Abhängigkeit von den Faserverlusten $\alpha_{\rm F}$. (Linie) : $\alpha_{\rm H}^+ = 3, \Delta_{\omega} = 3$ nm, (\circ): $\alpha_{\rm H}^+ = 5, \Delta_{\omega} = 3$ nm, (Δ) : $\alpha_{\rm H}^+ = 3, \Delta_{\omega} = 4$ nm. Für alle gilt: $h_0^+ = 5.0, \Delta_{\rm P} = 1$ nm.

In Abb. 3.9 sind die Energie ε (a) und die Frequenz ω (b) der Lösung über dem Faserverlust $\alpha_{\rm F}$ aufgetragen. Aufgrund der Filterverluste ist der Bifurkationspunkt gegenüber $h_0^+ = |\alpha_{\rm F}|$ verschoben. Die Verschiebung des Bifurkationspunktes nimmt mit abnehmender Filterbreite zu, da die linearen Verluste dadurch steigen. Zum Vergleich dienen die Fälle $\Delta_{\omega} = 3$ nm (\circ , Linie) und $\Delta_{\omega} = 4$ nm (Δ) in Abb. 3.9. Der Zusammenhang zwischen Henry-Faktor und Mittenfrequenz der Lösung ist wie oben bereits angedeutet. Ein großer Henry-Faktor (\circ) führt zu einer Rotverschiebung gegenüber der Mittenfrequenz des Filters, die höhere lineare Verluste erzeugt. Um diese Verluste auszugleichen, muss die Sättigung der Verstärkung und damit die Energie des Impulses reduziert werden, um ein Gleichgewicht herzustellen. Das Resultat sind niedrigere Energien und höhere Frequenzen. Die Verbreiterung des Filters erzeugt nicht nur eine Verschiebung des Bifurkationspunktes, sondern führt auch zu niedrigeren Frequenzen und höheren Energien (Δ).

Generell existieren nicht-triviale Lösungen ($\varepsilon > 0$) nur im Falle linearer Gesamtverstärkung, die Lösungskurve bifurkiert ausschließlich superkritisch. Dies erfolgt erwartungsgemäß, da wir keinen nichtlinearen Absorptionsmechanismus in der Übertragungsstrecke haben. Entwickeln wir die Energieverstärkung des SOA an der Stelle $\varepsilon \to 0$ bis zur ersten Ordnung, erhalten wir

$$G_{\rm E} \approx {\rm e}^{h_0^+} - \frac{1}{2} {\rm e}^{2h_0^+} \varepsilon.$$
 (3.56)

Der Anstieg dieser Geraden ist immer negativ, daher kann eine Sättigung nur zum Verstärkungsverlust führen. Das bedeutet jedoch, dass wir unsere Impulse in einem Gebiet mit instabilem Hintergrund finden, der das gesamte Signal destabilisiert. Dieses Anwachsen wird dadurch forciert, dass bei jedem Verstärkerdurchlauf zusätzlich Rauschen generiert wird, welches aufgrund seiner ungesättigten Verstärkung exponentiell anwächst. Da dieses Anwachsen jedoch über den Verlauf vieler Umläufe (≈ 1500 km) erfolgt, muss das Signal ebenfalls auf seine Stabilität überprüft werden. Dazu soll uns eine lineare Stabilitätsanalyse dienen, die im Folgenden vorgenommen wird.

Zur Analyse der Stabilität der gefundenen Impulse nutzen wir die lineare Störungstheorie und entwickeln die Propagationsgleichung um eine Lösung (ε_0, ω_0) bis zur ersten Ordnung in eine Taylorreihe, um das Verhalten einer kleinen Störung ($\delta \varepsilon, \delta \omega$) zu untersuchen. Dazu benötigen wir nur die Jacobi-Matrix Ĵ:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{0} + \delta\varepsilon \\ \omega_{0} + \delta\omega \end{pmatrix} = \hat{\Pi} \begin{pmatrix} \varepsilon_{0} \\ \omega_{0} \end{pmatrix} + \hat{J} \begin{pmatrix} \delta\varepsilon \\ \delta\omega \end{pmatrix},$$

$$\hat{J} = \frac{\partial \hat{\Pi}(\varepsilon, \omega) \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}}{\partial \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}} \bigg|_{\begin{pmatrix} \varepsilon_{0} \\ \omega_{0} \end{pmatrix}},$$

$$(3.57)$$

um zur Eigenwertgleichung

$$\hat{\mathbf{J}}\begin{pmatrix}\delta\varepsilon\\\delta\omega\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}\delta\varepsilon\\\delta\omega\end{pmatrix}\tag{3.59}$$

zu gelangen. Die Eigenwerte $\lambda_{1,2}$ lassen sich direkt ablesen, wenn die Jacobi-Matrix durch eine geeignete Transformation diagonalisiert wird. Zu beachten ist, dass die obige Gleichung keine Differenzialgleichung darstellt und die Beträge der Eigenwerte bereits die Wachstumsraten der Störung darstellen.

Im gesamten Bereich der Faserverluste existiert die triviale Lösung. Wie Bild 3.9(c) dargestellt, ist diese im Falle linearer Verluste stabil, die Störung wird mit der Nettoabsorptionsrate gedämpft. Im Falle linearer Verstärkung ist die triviale Lösung instabil, die Störung wächst an und stabilisert sich auf dem Niveau einer nichttrivialen cw-Lösung, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben. Eine nichttriviale Lösung existiert, wie oben gezeigt, nur im Falle von Nettoverstärkung und ist linear stabil. Am Bifurkationspunkt treffen stabile und instabile triviale Lösung sowie die nichttriviale Lösung aufeinander, die Wachstumsrate der Störung ist eins. Im weiteren Verlauf der Bifurkationskurve für abnehmende Faserverluste sinkt der Betrag der Eigenwerte unter Eins, die nichttriviale Lösung ist linear stabil. Dabei sind die Eigenwerte in der Nähe des Bifurkationspunktes komplex, was auf Relaxationsoszillationen deutet. Der Übergang zu reellen Eigenwerten äußert sich an den Unstetigkeitsstellen der Kurven in Abb. 3.9(c).

3.2.4 Impulszüge

Nachdem anhand von Einzelimpulsen die grundlegenden Eigenschaften der Übertragungsstrecke in der Konfiguration ohne sättigbaren Absorber untersucht wurden, soll nun auf Besonderheiten eingegangen werden, die sich bei der Übertragung von Impulszügen ergeben [K02]. Signale, die aus mehreren Impulsen bestehen, können prinzipiell in zwei Kategorien eingeteilt werden. Man unterscheidet sogenannte reguläre Folgen von Impulsen gleichen Abstands, die einer unendlichen Folge von Einsen entsprechen, und zufällige Folgen mit beliebig verteilten Impulsen. In letzteren ist der Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Impulsen ein ganzzahliges Vielfaches des Bitabstandes T, der die inverse Bitrate angibt. Zuerst soll auf reguläre Impulsfolgen (Bitfolgen) eingegangen werden.

Reguläre Impulszüge

Das wesentliche Merkmal regulärer Impulsfolgen ist die Kompensation von Sättigung und Erholung der nichtlinearen Verstärkung in der Art, dass aufeinanderfolgende Impulse immer die gleichen Verhältnisse im Verstärker spüren. Natürlich gilt dies nicht für die ersten Impulse der Folge, es findet ein Einschwingvorgang statt. Im zeitlichen Verlauf stellt sich dieser folgendermaßen dar: Der erste Impuls verhält sich wie ein oben beschriebener Einzelimpuls und stabilisiert sich in der dort angegebenen Weise. Abhängig von dessen stationärer Energie w_1 konvergiert die Energie $W_2(z)$ des zweiten Impulses von einem Anfangswert W_{02} zu seiner stationären Energie w_2 . Die Bezeichnungen w_n, W_n, W_{0n} sollen auf die Zuordnung zu einer bestimmten Stelle in der Bitfolge hinweisen, im Gegensatz zur ansonsten verwendeten Impulsenergie ε . Bereits nach wenigen (< 5) Impulsen pendelt sich das System auf eine Impulsenergie ein, in der sich Sättigung und unvollständige Erholung der Verstärkung kompensieren und daher aufeinanderfolgende Impulse die gleichen Verstärkungsverhältnisse erfahren. In diesem regulären Teil des Zuges haben im stationären Fall alle Impulse die gleiche Energie w_{∞} und Form. Diese Energie hängt natürlich von dem Bitabstand, der Erholzeit des Verstärkers und den linearen Eigenschaften (Faserverluste, Filterverluste und ungesättigte Verstärkung) ab. Die Gleichungen (3.34,3.61) liefern die Bedingungen, anhand derer die

Energie stationärer regulärer Impulse in obiger Abhängigkeit ermittelt werden kann:

$$h^+(T) = h^+_{\rm b},$$
 (3.60)

$$G_{\rm E}^+(\epsilon, h_{\rm b}^+) = \frac{1}{\epsilon} \log\left(1 + e^{h_{\rm b}^+}\epsilon\right)$$
(3.61)

$$= \frac{1}{\sqrt{\sigma}} e^{\alpha_{\rm F} - \frac{2}{\sigma} (\omega/\Delta_{\omega})^2}.$$
(3.62)

Während Gleichung (3.60) die Kompensation zwischen unvollständiger Erholung und Sättigung der Verstärkung widerspiegelt und eine Bedingung an zwei aufeinanderfolgende Impulse stellt, stellt Gleichung (3.61) die Bedingung für stationäre Ausbreitung dar. Dabei gelten die Filterverluste mit den Einschränkungen, die in der Ableitung zur Ermittlung der Lösungen für den Einzelimpuls gemacht wurden. Die Mittenfrequenz ω ist der stationäre Wert. Durch Einsetzen der Verstärkungsfunktion $h^+(T)$ kann iterativ der Wert h_b^+ angenähert werden. Dabei bewegt man sich, beginnend bei einem einzelnen Impuls, Schritt für Schritt in die Regularität hinein. Durch zweimaliges Ausführen des iterativen Einsetzens erhält man folgenden Wert :

$$h_{\rm b}^{+} = h_{0}^{+} - \left\{ h_{0}^{+} + \log \left[1 - \left(1 - e^{-h_{\rm I}} \right) e^{-\varepsilon} \right] \right\} e^{-\gamma^{+}}, \qquad (3.63)$$

$$e^{-h_{I}} = \left[(1 + \varepsilon e^{h_{0}^{+}})^{\exp{-\gamma^{+}}} + \varepsilon e^{h_{0}^{+}} \right]^{\exp{-\gamma^{+}}} e^{-h_{0}^{+}}.$$
 (3.64)

Dabei gilt $\gamma^+ = T/\tau_{\rm R}^+ > 1$. Dies ist eine starke Einschränkung, da für hohe Bitraten die Erholzeit des Verstärkers größer als der Abstand der aufeinanderfolgenden Bits ist.

Im Folgenden wollen wir daher mit Hilfe eines vereinfachten Modelles zu analytischen Aussagen über die Energien regulärer Impulse gelangen, beginnend mit einer Untersuchung des Einschwingvorganges.

Im Gegensatz zum regulären Teil der Bitfolge lassen sich die stationären Energien der ersten Impulse nicht mit Hilfe einer einfachen Bedingung angeben, da sie vom Zustand der Vorgängerimpulse abhängig sind. Betrachtet man den Mechanismus der Ausbreitung des Signals wie oben beschrieben, ergibt sich die Notwendigkeit, diesen Bereich der Folge genauer zu untersuchen. Da der erste Impuls als Einzelimpuls eine wesentlich höhere Energie besitzt als die regulären Impulse, bewirkt die durch ihn bedingte Sättigung der Verstärkung, dass der zweite Impuls eine wesentlich geringere Energie haben wird, da aufgrund der unvollständigen Erholung sonst die linearen Verluste nicht kompensiert werden können. Damit wird die Ausbreitung des zweiten Impulses zum kritischen Punkt. Dieses Verhalten der ersten Impulse soll im Folgenden analysiert werden. Dazu schreiben wir die Gleichung (3.34) als Integralgleichung auf:

$$h^{+}(t) = h_{0}^{+} - \frac{1}{E_{\rm S}^{+}} \int_{-\infty}^{t} |u|^{2} \mathrm{e}^{(t'-t)/\tau_{\rm R}^{+}} (\mathrm{e}^{h^{+}(t')} - 1) \mathrm{d}t'.$$
(3.65)

Fassen wir die linearen Verluste und den linearen Anteil der Verstärkung zu einer Größe γ zusammen und approximieren wir $h^+(t') \approx h_0^+$, gelangen wir von (2.86) zu

$$i\frac{\partial}{\partial z}u(z,t) = i\gamma u(z,t) + (\alpha_{\rm H}^{+} - i\rho)u(z,t) \int_{-\infty}^{t} |u(z,t)|^{2} e^{(t'-t)/\tau_{\rm R}^{+}} dt', \qquad (3.66)$$

$$\rho = \frac{1}{2} (e^{h_{0}^{+}} - 1),$$

$$\gamma = \frac{1}{2} (h_{0}^{+} + \alpha_{\rm F}),$$

mit den Koeffizienten γ, ρ als lineare und gesättigte Verstärkung, $\alpha_{\rm H}^+$ als Henry-Faktor und der Erholzeit $\tau_{\rm R}^+$. Die lineare Verstärkung ist die Differenz aus ungesättigter Verstärkung und Faserverlusten. Die linearen Filterverluste werden hier nicht berücksichtigt. Der Impulszug bestehe aus N Impulsen mit den Energien $W_n, n : 1 \dots N$. Die gesuchte Lösung habe die Form

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{N} u_n \left[z, t - (n-1/2)T \right].$$
(3.67)

In der eckigen Klammer stehen die Abhängigkeiten von Zeit und Ausbreitungsvariable z. Letztere ist kontinuierlich und gibt die Nummer des Umlaufs an, wenn sie den Wert einer natürliche Zahl annimmt. Die Zeitabhängigkeit soll die Periodizität der Impulsfolge demonstrieren, die Zentren der Impulse befinden sich bei ungeraden Vielfachen des Abstandes T/2. Wir nehmen an, dass die Impulsbreite t_0 wesentlich kleiner ist als der Impulsabstand und die Erholzeit ($t_0 \ll \tau_{\rm R}^+, T$), die ansonsten frei wählbar sind. Das bedeutet, dass aufeinanderfolgende Impulse nicht überlappen und interagieren. Es gilt

$$|u|^2 \approx \sum_{n=1}^N |u_n|^2,$$
 (3.68)

$$W_n = \frac{1}{E_{\rm S}^+} \int_{(n-1)T}^{nT} |u_n|^2 dt, \qquad (3.69)$$

$$\approx \frac{1}{E_{\rm S}^+} \int_{(n-1)T}^{nT} |u_n|^2 {\rm e}^{t/\tau_{\rm R}^+} {\rm d}t.$$
 (3.70)

Aus (3.66-3.70) lässt sich eine Entwicklungsgleichung ableiten, die die Energien der Impulse in ihren Abhängigkeiten von Ausbreitungslänge und der Energie der vorangegangenen Impulse beschreibt:

$$\frac{\mathrm{d}W_n}{\mathrm{d}z} = 2\gamma W_n - \rho W_n^2 - 2\rho W_n \sum_{m=1}^{n-1} W_m \mathrm{e}^{(m-n)T/\tau_{\mathrm{R}}^+}.$$
(3.71)

Für n = 1 kann man die stationäre Energie $w_1 = 2\gamma/\rho$ des ersten Impulses unmittelbar ablesen, außerdem findet man eine Lösung der Entwicklungsgleichung (3.71):

$$W_1(z) = \frac{2\gamma W_{01} e^{2\gamma z}}{2\gamma + \rho W_{01} (e^{2\gamma z} - 1)}.$$
(3.72)

Demzufolge entwickelt sich der Impuls asymptotisch von der Anfangsenergie W_{01} zum stationären Wert w_1 . Dieser ist offensichtlich unabhängig von den Anfangsbedingungen und wird nur durch die Systemparameter γ, ρ bestimmt. Die stationären Energien w_n der folgenden Impulse lassen sich durch eine Iteration angeben:

$$w_n = w_1 - 2\sum_{m=1}^{n-1} w_m e^{(m-n)T/\tau_{\rm R}^+}.$$
(3.73)

Durch sukzessives Einsetzen kann man die stationären Energien ermitteln :

$$w_n = \frac{2\gamma}{\alpha} \left(1 - 2\frac{1 + (-1)^n e^{(1-n)\Theta}}{1 + e^{\Theta}} \right),$$
(3.74)

mit der Bezeichnung $\Theta = T/\tau_{\rm R}^+$ für den Quotienten aus Impulsabstand und Erholzeit. Es zeigt sich, dass die ersten Impulse einer Folge mit alternierdenden Energien mit zunehmender Impulsnummer einem Wert w_{∞} zustreben, für große *n* konvergiert die Energie der Impulse gegen den regulären Wert

$$w_{\infty} = w_1 \left(1 - \frac{2}{1 + e^{\Theta}} \right). \tag{3.75}$$



Abbildung 3.10: Energien der ersten drei Impulse einer Folge von Einsen in Abhängigkeit vom (a) Verhaltnis Θ aus Impulsabstand und Erholzeit, (b) linearer Überschussverstärkung γ und (c) der Anzahl der Umläufe. Darstellung in (a,b): (Linie) nach (3.74), (\circ) nach (3.60),(3.61), (\triangle) : BPM-Simulation. Darstellung in (c): W_1 durchgezogen, W_2 gestrichelt, W_3 gepunktet. Parameter : (a) $\gamma = 0.05, \rho = 70.58$, (b): $\Theta = 1.33, \rho = 70.58$, (c): $\Theta = 1.33, \rho = 70.58, \gamma = 0.05$.

In Abbildung 3.10(a) sind die stationären Energien w_1, w_2, w_3 in Abhängigkeit des Verhältnisses Θ von Impulsabstand und Erholzeit dargestellt. Der Vergleich zur numerischen Lösung der Gleichungen (3.60,3.61) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung im Rahmen der gemachten Vereinfachungen. Offensichtlich wird der zweite Impuls aufgrund der ungenügenden Erholung der Verstärkung (wachsendes $\tau_{\rm R}^+$) im Verlauf der Ausbreitung weggedämpft. Setzen wir $w_2 = 0$, erhalten wir ein Kriterium, welches den theoretisch niedrigsten unterstützten Bitabstand angibt:

$$T_{\min} = \tau_{\rm R}^+ \log 2, \qquad (3.76)$$

beziehungsweise $\Theta < \log 2$. Allgemeiner formuliert lässt sich aus (3.75) eine Bedingung angeben, welche berücksichtigt, dass nur Energien oberhalb eines bestimmten Schwellwertes w_{\min} vom Empfänger detektiert werden können:

$$T_{\min} = \tau_{\rm R}^+ \log\left(\frac{2}{1 - \frac{\rho w_{\min}}{2\gamma}}\right). \tag{3.77}$$

In Abb. 3.10(c) ist die Entwicklung der Energien während der Propagation der ersten drei Impulse dargestellt, wie sie aus der vollen numerischen Behandlung mit Hilfe der BPM-Methode gewonnen wurde. Die Übereinstimmung der in Bild 3.6(b) gezeigten Werte für die Energien der numerischen Lösung von (3.60,3.61) (\circ) und der durch die BPM gewonnenen Werte (Δ) ist sehr gut. Allerdings gilt die Einschränkung, dass aufgrund der energieabhängigen zeitlichen Verschiebung der Abstand zwischen Impulsen unterschiedlicher Energien variiert und sich daher eine stationäre Energie nicht einstellt, vgl. Abb. 3.11(a).



Abbildung 3.11: Impulsenergien in Abhängigkeit von der Anzahl der Umläufe. (a): W_1 (durchgezogen), W_2 (gepunktet), W_3 (gestrichelt, kurz), W_4 (gestrichelt, lang), W_5 (Strichpunkt). Parameter : $\Theta = 0.33$, $\gamma = 0.05$, $\rho = 70.58$. (b): Anfangsenergie $W_{02} = w_2(\circ), w_1(\diamondsuit)$ nach Gl. (3.60),(3.61); Linien: analytische Lösungen nach Gl. (3.74). Parameter: $\gamma = 0.05, \rho = 70.58, \Theta = 1.0$. (c): $\Theta = 2.0$ (gestrichelte), $\Theta = 1.5$ (gepunktet), $\Theta = 2.0$ (durchgezogen). Parameter: $\gamma = 0.05, \rho = 70.58$.

Wir wollen die Ausbreitung des zweiten, sozusagen kritischen Impulses genauer untersuchen. Für den Impuls mit der Nummer n gilt für dessen Ausbreitung in den oben gemachten Näherungen:

$$W_n(z) = W_{0n} u_n(z) e^{2\gamma z} \left[1 + \rho W_{0n} \int_0^z u_n(z') e^{2\gamma z'} dz' \right]^{-1}$$
(3.78)

 mit

$$u_{n}(z) = \exp\left(-2\rho \int_{0}^{z} F_{n}(z') dz'\right),$$

$$F_{n}(z) = \sum_{m=1}^{n-1} W_{m}(z) e^{(m-n)\Theta}.$$
(3.79)

Dabei wird die Ausbreitung der Impulse $1 \dots n - 1$ bei der Entwicklung des *n*ten Impulses berücksichtigt. Während für den ersten Impuls sofort (3.72) folgt, ist auch für n = 2 die Integration möglich, man erhält:

$$W_{2} = \left[(1-\mu)W_{02}e^{2\gamma z} \right] / \left[\left(1-\mu - \frac{W_{02}}{W_{01}} \right) \left(\frac{W_{01}}{w_{1}} \right)^{\mu} - \left(e^{2\gamma z} + \frac{w_{1}}{W_{01}} \right)^{\mu} + \frac{W_{02}}{w_{1}} \left(e^{2\gamma z} + \frac{w_{1}}{W_{01}} - 1 \right) \right], \qquad (3.80)$$

$$\mu = 2e^{-\Theta}. \tag{3.81}$$

Für $\mu = 1$ gilt obige Gleichung nicht, man erhält für diesen Fall, der der Grenzbitrate entspricht :

$$W_2 = \frac{w_1 e^{2\gamma z}}{\left(e^{2\gamma z} + \frac{w_1}{W_{01}} - 1\right) \left[\frac{W_{01}}{W_{02}} + \log\left(1 + \frac{W_{01}}{w_1}(e^{2\gamma z} - 1)\right)\right]}.$$
(3.82)

Von Null verschiedene Lösungen existieren nur für $\mu > 1$. Im Besonderen ist der Abfall der Energie des zweiten Impulses für $\mu = 1$ algebraisch, und damit langsam. In Abb. 3.11(b) vergleichen wir die analytischen Ergebnisse mit der vollen numerischen Simulation und können eine sehr gute Übereinstimmung feststellen. Dabei haben wir angenommen, dass alle Impulse mit der Anfangsenergie W_0 starten. In 3.11(a) haben wir zwei unterschiedliche Startwerte angenommen, und zwar die stationären Energien des ersten $(W_0 = w_1)$ bzw. zweiten $(W_0 = w_2)$ Impulses. Man sieht, dass die Zeit, die bis zur Einstellung der stationären Energie benötigt wird, im Wesentlichen nicht von der Anfangsenergie abhängt. Im Gegensatz dazu spielt das Verhältnis Impulsabstand-Erholzeit eine große Rolle, wie in Abb. 3.11(c) zu sehen ist. Es gilt $W_0 = w_2$. Es überrascht nicht, dass im Falle geringerer Impulsabstände bei gleichbleibender Erholzeit ein ungleich längerer Einstellprozess erfolgt. Im Grenzfall sehr großer Abstände würde $w_1 = w_2$ gelten und eine Veränderung der Energie während der Ausbreitung weder bei dem ersten noch bei dem zweiten Impuls erfolgen. Im Falle sehr geringer Abstände hätte der erste Impuls eine sehr niedrige Energie im Vergleich zu seinem stationären Zustand $(w_1 > W_0 = w_2)$ und die daraus resultierende geringe Sättigung des SOA würde zu einer Uberschussverstärkung des zweiten Impulses führen. Dieser wächst solange an, bis Impuls Nummer eins seinen endgültigen Zustand erreicht hat und die Energie des zweiten Impulses auf dessen stationären Wert zurückkehrt. Oberhalb der Grenzbitrate, das heißt $\Theta < \log 2$, beginnt der zweite Impuls sehr bald mit 1/z abzufallen, wie in Abb. 3.11(a) zu sehen ist. Hier wird der Fall einer Bitfolge demonstriert, deren zweiter Impuls aufgrund zu geringer Impulsabstände weggedämpft wird.

Zufällige Bitmuster

Zufällige Bitmuster repräsentieren reale Bitfolgen mit stochastischer Verteilung von Nullund Einsbits. Daher ist das Verhalten des Systems gegenüber solchen Folgen das Kriterium



Abbildung 3.12: Energieniveaus in Abhängigkeit der Wortlänge einer Impulsfolge. Rechts: Zugehörgigkeit der Energieniveaus zu der Position in einem 4-Bit Wort. Dabei markieren die dicken unterstrichenen Einsen das dazugehörige Bit. Parameter: $\gamma = 0.05, \Theta = 1, \rho = 70.58$.

für einen Einsatz zur Datenübertragung. Ursache für die Schwierigkeiten bei der Übertragung von zufälligen Bitsequenzen ist die lange Erholzeit des Verstärkers. Die Zeitkonstanten zur Ladungsträgerdichtenrestauration (> 200ps) liegen über dem Bitabstand hochbitratiger Signale (< 100ps). Auch wenn an geeigneten Methoden geforscht wird, dieses Phänomen zu umgehen [103], müssen für die kommerziell erhältlichen Geräte Rekombinationszeiten um 200ps angenommen werden. Wie bereits im obigen Abschnitt gezeigt wurde, führt die unvollständige Erholung zu einer geringeren Verstärkung des folgenden Impulses. Natürlich hängt das Maß der Verstärkungsdifferenz vom Abstand und der Energie des Vorgängerimpulses ab. Anhand von (3.76) kann sofort abgelesen werden, dass für $\tau_{\rm R}^+$ = 200ps eine Ubertragung von Bitraten jenseits 7 Gbit/s, was einem Impulsabstand von ungefär 140ps entspricht, nicht möglich ist. Arbeitet man unterhalb der kritischen Bitrate, stellen sich, abhängig von der Vorgeschichte im Impulszug, unterschiedliche Energieniveaus ein. Es wird ersichtlich, dass nur eine relativ geringe Anzahl der in Betracht gezogenen Vorgängerbits zur Anzahl der möglichen Energielevel beiträgt. Das heißt, das Verstärkergedächtnis reicht nur wenige Bitabstände zurück. Dies führt zu diskreten Energieniveaus, wie in Abb. 3.12 deutlich wird. Abb. 3.12(a) zeigt alle möglichen stationären Energielevel in Abhängigkeit der Anzahl der betrachteten Bits, der sogenannten Wortlänge. Dabei wurde der Einfluss des Filters, der nichtlinearen Fasereffekte sowie der Dispersion vernachlässigt. Zu sehen ist, dass bereits für sechs Bits keine wesentliche Änderung in den möglichen Niveaus zu sehen ist.

Die möglichen stationären Energien einer Folge, welche aus bis zu vier Bits besteht, sind für sich verändernden Bitabstand in Abb. 3.12(b) zu sehen. Die Herkunft der einzelnen Niveaus wurde durch unterstrichene, hervorgehobene Einsen dargestellt.

3.2.5 Fazit: Solitonen in der Übertragungsstrecke ohne sättigbaren Absorber

Eine Übertragungsstrecke mit Halbleiterverstärker weist im Impuls-Betrieb (RZ) zwei grundlegende Nachteile auf. Lange Erholzeiten des Verstärkers führen zu einem sehr starken Schwanken der Amplituden der Impulse in einer zufälligen Bitfolge. Im Rahmen der Grundannahmen dieser Arbeit ist die Übertragung nach Gleichung (3.76) prinzipiell auf Bitraten unter $(\tau_{\rm R}^+ \log 2)^{-1}$ beschränkt. Die weitaus gravierendere Einschränkung, welche für alle Bitraten gilt, ergibt sich aus der Überschussverstärkung für das Rauschen. Dieses wird aufgrund seiner geringen Amplitude immer mehr verstärkt als das Signal. Dies führt zu einem exponentiellen Anwachsen der Rauschamplitude. Zusätzlich wird durch das starke Rauschen des Verstärkers bei jedem Umlauf neues Rauschen hinzugefügt. Eine Übertragung im Regime ohne sättigbaren Absorber ist nur über wenige hundert Kilometer gelungen [45, 46, 104]. Daher ist es nötig, ein weiteres nichtlineares Element in die Übertragungsstrecke einzubringen, welches für niedrige Leistungen absorbierend wirkt, während Signalteile mit hoher Amplitude schwächer gedämpft werden. Ein solches Element ist der sättigbare Absorber.

Kapitel 4

Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern

4.1 Sättigbarer Absorber

4.1.1 Motivation für den Einsatz eines sättigbaren Absorbers

Im vorangegangenen Kapitel wurde gezeigt, dass die Verwendung eines Halbleiterverstärkers zwar die Übertragung von Signalen ermöglicht, da Lösungen des Systems existieren, die sich ausbreiten können. Diese Lösungen finden wir jedoch sowohl im Falle unmodulierter Signale als auch im Regime von Solitonen nur im Bereich der linearen Nettoverstärkung. In diesem Parameterbereich ist der Hintergrund jedoch instabil und wächst an. Damit werden die Lösungen insgesamt instabil. Das Anwachsen des Rauschens ist eines der Haupthindernisse bei der Signalübertragung in einer Übertragungsstrecke mit Halbleiterverstärkern.

Um das Anwachsen des Rauschens zu verhindern, bringen wir einen sättigbaren Absorber in die Übertragungsstrecke ein. Dieser dient mit seinem nichtlinearen Absorptionsmechanismus der Rauschunterdrückung. Er kann nur durch Signale mit hoher Energie zur Transparenz gebracht werden. Signale mit niedriger Leistung werden absorbiert. Dieses Prinzip wird beim sog. mode-locking zur Pulsation von Laserquellen genutzt [59]. Ein solcher Absorber stellt ein weiteres Element mit nichtinstantaner Nichtlinearität in der Übertragungsstrecke dar und besitzt ebenfalls eine geringe Sättigungsenergie. Die Signalausbreitung, das heißt die Existenz stationärer Lösungen und deren Stabilität, unterscheidet sich qualitativ vom Verhalten ohne sättigbaren Absorber. Dies zu untersuchen ist das Hauptanliegen dieser Arbeit und speziell des folgenden Kapitels.

Die Aufgabe des Absorbers besteht in der nichtlinearen Absorption von Signalen mit geringen Leistungen, während Signalanteile mit hoher Leistung durch die Sättigung der Absorption nur geringe Verluste erfahren. Diese Sättigung kann jedoch nur ausreichend erfolgen, wenn das Signal vorher verstärkt wurde. Es ist daher unerlässlich, dass die Verstärkung unmittelbar vor dem Eintritt in den Absorber geschieht. Ein dem Verstärker vorangestellter Absorber reagiert nahezu linear und wird nicht ausreichend gesättigt.

4.1.2 Bemerkungen zum experimentellen Aufbau

 Faser ~ 25km
 Signalquelle

 Signal SA-SOA

 Filter
 SOA

 $\Delta_{\lambda} \sim 3nm$ SOA

Aufbau der Übertragungsstrecke

Abbildung 4.1: Aufbau der Übertragungsstrecke.

Der zusätzliche Halbleiterverstärker im gestrichelten Kasten kommt nur im Experiment zum Einsatz.

Die theoretischen Untersuchungen wurden motiviert und begleitet von experimentellen Arbeiten der Arbeitsgruppe von Dr. Onishchukov am Institut für angewandte Physik, Jena [K18, K17, K16, K15, K03, K04]. Dabei wurde ein Verstärker-Absorber-Modul verwendet, welches uns von Herrn Ludwig vom Heinrich-Hertz-Insitut, Berlin, zur Verfügung gestellt wurde. Die Ergebnisse werden in dieser Arbeit zum Zwecke des Vergleiches verwendet. Eine Skizze des experimentellen Aufbaus ist in Abbildung 4.1 zu sehen. Die Bezeichnung *SA-SOA* bezieht sich auf das kombinierte Verstärker-Absorber-Modul. Die Faser hat eine ungefähre Länge von 25km und der Filter eine Bandbreite von 3 nm. Im Experiment musste ein zusätzlicher Halbleiterverstärker eingesetzt werden, da das verwendete Modul keine ausreichende Signalregeneration ermöglichte. Unsere Untersuchungen haben gezeigt, dass sich dadurch keine qualitativen Veränderungen ergeben. Daher wurde in den theoretischen Betrachtungen auf einen zusätzlichen Verstärker verzichtet. Die Details der Signalgebung und -analyse können in [K04, K03] nachgelesen werden.

4.2 Unmodulierte Signale

Durch die Erweiterung der Übertragungsstrecke mit einem sättigbaren Absorber stellt sich die Frage nach stabilen Lösungen und deren Verhalten von Neuem. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, wie die Existenzbereiche, in denen wir eine Ausbreitung von cw-Signalen finden können, beschaffen sind und welches Stabilitätsverhalten für diese Wellen vorliegt [K09, K07]. Die Situation in der Übertragungsstrecke hat sich speziell für Signale mit geringer Leistung stark verändert, denn unser Ziel war es ja, mit Hilfe eines nichtlinearen Absorptionsmechanismus das Anwachsen eben solcher Signale zu verhindern. Da wir annehmen, dass Absorber und Verstärker durch das gleiche Modell beschrieben werden können, hat die gesättigte Absorption die Form:

$$h_{\rm cw}^-(p) = h_0^- + \left(1 - e^{h_{\rm cw}^-(p)}\right) \frac{p}{P_{\rm S}^-}.$$
(4.1)

Dabei ist das Analogon zur Kleinsignalverstärkung h_0^+ des Verstärkers nun eine Kleinsignalabsorption h_0^- . Die Gleichung ergibt sich wiederum aus dem Verschwinden der Zeitableitung für flache ausgedehnte Signale in Gleichung (2.85). Die Sättigungsleistung $P_{\rm S}^-$ kann sich ebenfalls von der des Verstärkers unterscheiden. Das Verhältnis zwischen Sättigungsvermögen des Verstärkers und des Absorbers wird eine wesentliche Komponente bei der Bestimmung der möglichen Lösungen des Systems darstellen.

4.2.1 Stationäre Lösungen

Wir können den in Abschnitt (3.1) vorgestellten Algorithmus nutzen, indem wir ihn um den Faktor M^- erweitern, welcher den Absorber repräsentiert. Über die Reihenfolge von Verstärkung und Absorption wurde bereits in Abschnitt (4.1.1) entschieden, sodass die Propagation des Signals durch folgende Multiplikation beschrieben werden kann:

$$p_{\rm o}(\omega) = M_{\rm B} \times M_{\rm F} \times M^-(p e^{h_{\rm cw}^+}) \times M^+(p) \times p_{\rm i}(\omega), \qquad (4.2)$$

$$M^{-}(p) = e^{h_{\rm cw}^{-}(p)}. \tag{4.3}$$

In (3.1) spielte die Reihenfolge der Elemente noch keine Rolle. Die Faktoren von Filter und Faser, $M_{\rm B}$ und $M_{\rm F}$, sind von der Leistung unabhängig und können vertauscht werden. Wählen wir die Stelle unmittelbar vor dem Verstärker weiterhin als Messpunkt, das heißt als die Stelle, an der wir die Eigenschaften des Signals betrachten, dann spielt in dieser Konfiguration die Position des Verstärkers keine Rolle. Die Situation verändert sich aber mit dem Einbringen eines weiteren nichtlinearen Elementes in die Übertragungsstrecke. Die relative Position des Absorbers zum Verstärker ist wesentlich für das Maß an Sättigung, welche



Abbildung 4.2: Abhängigkeit der Signalleistung der stationären Lösung vom linearen Nettogewinn für unterschiedliche ν . Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \gamma = 2 {\rm nm},$ $\tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 20 {\rm ps}, \omega = 0$. Die Faserverluste wurden im Bereich $\alpha_{\rm F} = -3.8, \ldots, -4.1$ variiert.



Abbildung 4.3: Signalleistung von nichttrivialer Lösung und Rauschen in Abhängigkeit der Anzahl der Umläufe. Parameter: $h_0^+ = 5$, $h_0^- = -1$, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\gamma = 0.2$ nm, $\tau_{\rm R}^+ = 20$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 20$ ps, $\nu = 0.01$, $\alpha_{\rm F} = -4.05$. Die Leistung des Rauschsignals ist um den Faktor 1000 vergrößert dargestellt.

die Absorption erfährt. Jede Dämpfung würde eine geringere Transparenz im Absorber zur Folge haben und damit den Kontrast senken, der den Absorptionsunterschied von Signalen hoher Leistung und Signalen geringer Leistung (Rauschen) beschreibt. Eine möglichst effektive Reduktion des Rauschens erfolgt daher nur, wenn sich der Absorber unmittelbar hinter dem Verstärker befindet. In der Propagationsgleichung (4.2) wurde die Abhängigkeit der Absorption von der vorausgegangenen Verstärkung durch das Argument $pe^{h_{cw}^+}$ angedeutet. Zur Vereinfachung normieren wir die Sättigungsleistung des Absorbers mit Hilfe der Verhältnisse der Sättigungsenergien ν und Erholzeiten Δ aus den Gleichungen (2.91,2.92):

$$P_{\rm S}^- = \frac{\nu}{\Delta} P_{\rm S}^+. \tag{4.4}$$

Damit können wir die Leistung auf die Sättigungsleistung des Verstärkers normieren und mit Hilfe des Parameters ν die unterschiedlichen Sättigungsmöglichkeiten beider Elemente berücksichtigen. Ein Verhältnis der Erholzeiten $\Delta = \tau_{\rm R}^-/\tau_{\rm R}^+ \approx 30 \text{ps}/300 \text{ps} = 0.1$ entspricht ungefähr den experimentellen Bedingungen.

Entwickeln wir die Gleichung (4.2) für verschwindende Leistungen am Punkt verschwindender Nettoverstärkung, dem Bifurkationspunkt, erhalten wir folgendes Verhalten: Es existiert ein kritischer Wert für das Verhältnis der Sättigungsleistungen

$$\left(\frac{P_{\rm S}^-}{P_{\rm S}^+}\right)_{\rm crit} = \frac{{\rm e}^{h_0^-} - 1}{{\rm e}^{-h_0^+} - 1},\tag{4.5}$$

für den der Anstieg der nichtlinearen Gesamtverstärkung

$$\frac{\partial}{\partial p} \left[h_{\rm cw}^-(p, h_{\rm cw}^+, \nu) + h_{\rm cw}^+(p) \right] \bigg|_{p \to 0}$$

$$\tag{4.6}$$

verschwindet. Umgeschrieben auf das Verhältnis der Sättigungsenergien ν lautet das Kriterium

$$\nu_{\rm crit} = \Delta \frac{{\rm e}^{h_0^-} - 1}{{\rm e}^{-h_0^+} - 1}.$$
(4.7)

Den Einfluss von ν auf den Existenzbereich der Lösungen ist in Abbildung 4.2 illustriert. Oberhalb des kritischen Wertes, das heißt für eine höhere Sättigungsleistung des Absorbers, ist der Anstieg der Gesamtverstärkung negativ. Das Verhalten ähnelt dem im Falle ohne Absorber ($\nu = 0.1$). Das bedeutet: In diesem Bereich finden wir nur Lösungen im Bereich der Nettoverstärkung, es liegt superkritisches Bifurkationsverhalten vor. Ist das Verhältnis der Sättigungsleistungen von Absorber und Verstärker jedoch geringer als der angegebene kritische Wert($\nu < \nu_{crit}$), kommt es zu Lösungen im Bereich der Nettoabsorption. Dies ist eine neue Qualität; wir haben das System mit Hilfe des sättigbaren Absorbers um die Möglichkeit subkritischen Bifurkationsverhaltens erweitert. Der Mechanismus ist einfach: Eine Zunahme der Signalleistung sättigt den Absorber in höherem Maße als den Verstärker, die Zunahme an Transparenz überwiegt die Verringerung der Verstärkung und führt zu einem Nettozuwachs an Verstärkung. Diese kann durch erhöhte lineare Verluste ausgeglichen werden, wir erhalten die Möglichkeit der Ausbreitung des Signals im Bereich von linearer Nettoabsorption. Dieses Ergebnis hat eine einschneidende Konsequenz. Stabile Lösungen im Bereich der Nettoabsorption eröffnen die Möglichkeit, lange NRZ-Impulse auf einem stabilen Hintergrund zu propagieren, da wir nun zwei *stabile* Lösungen (triviale und nichttriviale) miteinander verbinden können. Im Fall ohne Absorber war dies nicht möglich. Abbildung 4.3 zeigt die Entwicklung eines solchen Signals über mehrere Umläufe. Da bei der Propagation das Rauschverhalten des Verstärkers berücksichtigt wurde, bildet sich ein stabiler Rauschhintergrund aus, der Gegenstand des nächsten Kapitels ist. Die Zerstörung der nichttrivialen Lösung resultiert aus einer Modulationsinstabilität des Signals, die im übernächsten Kapitel untersucht wird. Sie wird durch die permanente Injektion des Rauschens stark begünstigt.

4.2.2 Rauschen als cw-Signal

Der Analyse der Modulationsinstabilität der nichttrivialen Lösungen soll eine einfache Untersuchung des Rauschverhaltens vorangestellt werden, um die Möglichkeiten der Rauschunterdrückung auch im Falle subkritischen Bifurkationsverhaltens der cw-Lösung zu betrachten [K01, K10]. Das Verhalten des Rauschens unterscheidet sich von dem eines cw-Signals durch die permanente Injektion von verstärkter spontaner Emission (ASE) in jedem Umlauf. Es handelt sich dabei um das Rauschen, das im Verstärker durch spontane Rekombination erzeugt und bei der Propagation durch den SOA-Chip verstärkt wird [43]. Aus diesem Unterschied zur cw-Lösung folgt zum Beispiel, dass die triviale Lösung keine verschwindende Leistungen besitzt, sondern sich auf einem Niveau stabilisiert, welches durch das Gleichgewicht von linearer Nettoabsorption und Stärke des zugefügten Rauschens bestimmt wird. Desgleichen hat die nichttriviale Lösung in der Regel eine höhere Leistung.

Wir vernachlässigen an dieser Stelle die Filterwirkung und betrachten nur den Einfluss der linearen Verluste durch die Faser und die nichtlineare Verstärkung/Absorption. In Abb. 4.4(a) ist der Verlauf der Gesamtverstärkung dargestellt, wobei die linearen Verluste der Faser die Summe aus Kleinsignalverstärkung und -absorption übersteigen. Offensichtlich existieren für niedrige Absorbersättigungsenergien zwei Schnittpunkte der Verstärkungskurve mit dem Wert Eins. An diesen Stellen würde sich ein cw-Signal ohne Verluste und Verstärkung ausbreiten. Es gehört dabei der Punkt mit der niedrigen Leistung zum instabilen unteren Ast der Bifurkationskurve. Weicht die Lösung von dem instabilen Gleichgewicht ab, wird sie entweder weggedämpft oder wandert zum stabilen Ast der Kurve, das heißt zum Gleichgewichtspunkt bei höherer Leistung. Dieser repräsentiert die nichttrivialen Lösungen des vorigen Abschnitts.

Die Leistung des Rauschsignals befinde sich nun zu Beginn linker Hand des ersten Schnittpunktes ganz nahe der Null. An dieser Stelle nehmen wir eine lineare Abhängigkeit der Verstärkung von der Leistung an, dieser Anstieg sei κ . Die lineare Verstärkung übersteigt natürlich nicht den Wert Eins, denn wir befinden uns im Bereich linearer Nettoabsorption. Nun kann aber, abhängig von der Injektionsrate j des Verstärkers, diese Nettoabsorption nicht ausreichen, und wir überschreiten die kritische Leistung des ersten Schnittpunktes. Dann würde das Rauschen sofort anwachsen und den wesentlich höheren Wert der nichttrivialen Lösung annehmen. Wir wollen nun ein Kriterium ableiten, wie Injektionsrate und linearer Anstieg der Verstärkungskurve im Bereich kleiner Leistungen aussehen müssen, um eine Stabilisierung des Rauschens unterhalb der nichttrivialen Lösung zu ermöglichen. Dazu betrachten wir die Entwicklung des Rauschsignals r im Verlauf der Propagation. Wir erhalten eine Iteration

$$r_{z+1} = (\kappa r_z + G_0) r_z + j, \tag{4.8}$$

die wir in eine integrierbare Differentialgleichung umschreiben können:

γ

$$V'(z) = \kappa r(z)^2 + (G_0 - 1) r(z) + j,$$
(4.9)

$$r(z) = \frac{1}{2\kappa} \left\{ 1 - G_0 + \sqrt{A} \tan\left[\frac{z}{2}\sqrt{A} + \arctan\left(\frac{G_0 - 1}{\sqrt{A}}\right)\right] \right\}, \quad (4.10)$$

$$G_{\rm cw} = G_0 + \kappa r, \qquad G_0 = e^{h_0^+ + h_0^- + \alpha_{\rm F}},$$
(4.11)

$$A = 2G_0 + G_0^2 + 4j\kappa - 1. (4.12)$$

Eine Stabilisierung der Rauschentwicklung erfolgt nur, wenn die Ableitung in Gleichung (4.9) verschwindet. Dies führt zu einer Bedingung an das Produkt aus Verstärkungsanstieg und Injektionsrate :

$$j\kappa < \frac{1}{4}(1 - G_0)^2. \tag{4.13}$$

Die stabile Rauschamplitude ist dann

$$r_{\infty} = \frac{1 - G_0}{2\kappa} \left(1 - \sqrt{\frac{4j\kappa}{(1 - G_0)^2}} \right).$$
(4.14)



Abbildung 4.4: Abhängigkeit der Gesamtverstärkung von der Signalleistung (a) und Rauschleistung in Abhängigkeit von der Anzahl der Umläufe (b,c). (a): Parameter : $P_{\rm S}^+ = 3.3$ mW , $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm F} = -4.1$. Für $\kappa > 0$: $P_{\rm S}^- = \frac{1}{3}P_{\rm S}^+$; $\kappa = 0$: $P_{\rm S}^- = \left(1 - e^{-h_0^-}\right)P_{\rm S}^+$; $\kappa < 0$: $P_{\rm S}^- = P_{\rm S}^+$. (b): Entwicklung nach Gleichung (4.10). Parameter : $j = 0.1, (1 - G_0)/4 = 0.0082, j\kappa = 0; 0.005; 0.01$. (c): (Linie) : nach (4.10), $\diamond, \triangle, \Box$: BPM. Parameter : $\kappa = 0, P_{\rm S}^+ = 3.3$ mW, $P_{\rm S}^- = 0.2P_{\rm S}^+, j = 0.1, h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm F} = -4.2 (\diamond), -4.25 (\triangle), 4.3 (\Box)$.

Unter dieser Bedingung kann sich auch im Falle subkritischen Verhaltens eines unmodulierten Signals ($\kappa > 0$) das Rauschen *unterhalb* der nichttrivialen Lösung stabilisieren, wie in Abbildung 4.4(b,c) zu sehen ist. An der Grenze zwischen sub- und superkritischem Verhalten verschwindet die Ableitung $\kappa = 0$ der Verstärkung, und wir erhalten eine einfache Formel für die Rauschentwicklung:

$$r(z) = j \frac{G_0^2 - 1}{G_0 - 1}, \tag{4.15}$$

$$r_{\infty} = j \frac{1}{1 - G_0}.$$
 (4.16)

In diesem Fall stabilisiert sich das Rauschen immer. Im Vergleich zwischen diesem einfachen Modell und der vollen numerischen Behandlung des Systems ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung, vgl. Abb. 4.4(c).

Am effektivsten ist die Unterdrückung des Rauschens natürlich im Falle superkritischen Verhaltens des cw-Signals, da mit einem negativen Anstieg κ zum einen die Bedingung (4.13)



Abbildung 4.5: MI-Wachstumsraten in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz für $\nu = 0.01, 0.04$. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\gamma = 0.2$ nm, $\tau_{\rm R}^+ = 200$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 20$ ps, $\alpha_{\rm F} = -4.05, \beta_2 = 0.0$ ps²/km, $\chi_{\rm K} = 0.0/$ (Wkm). Gestrichelte Linie: $\nu = 0.04$, durchgezogene Linie $\nu = 0.01$ entspricht Situation in Abb. 4.6.



Abbildung 4.6: Leistung eins langen Ipulses in Abhängigkeit von der Zeit nach 0,10 und 30 Umläufen mit Rauschinjektion. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \ \gamma = 0.2 {\rm nm}, \ \tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \ \tau_{\rm R}^- = 20 {\rm ps}, \ \nu = 0.01, \ \alpha_{\rm F} = -4.05, \ \beta_2 = 0.0 {\rm ps}^2/{\rm km}, \ \chi_{\rm K} = 0.0/({\rm Wkm}).$ Die dargestellten Signale gehören zu den Abbildungen 4.3,4.5.

immer erfüllt ist und zum anderen die stabile Rauschleistung für große Beträge von κ mit $1/\sqrt{\kappa}$ sinkt.

4.2.3 Stabilität

Die Untersuchung der Stabilität von cw-Lösungen gliedert sich in zwei Teile. Zunächst soll die Stabilität gegenüber modulierten Störungen untersucht werden [K09]. Zur Betrachtung von sehr langen Impulsen im Falle des NRZ-Regimes gehört jedoch neben der Untersuchung des cw-artigen Mittelteils des Impulses auch das Verhalten der Flanken [K05, K06, K07]. In Abbildung 4.6 deutet sich bereits an, dass diese Flanken, oder auch Fronten, ebenfalls destabilisieren. Dieser Effekt soll jedoch erst im Kapitel (4.3.4) untersucht werden, da das Flankenverhalten dem von Impulsen ähnelt.

Die Untersuchung der Stabilität der cw-Lösungen erfolgt nach dem selben Schema wie im Falle ohne sättigbaren Absorber. Die Matrix \hat{P}^- , welche den Absorber repräsentiert, ist formell identisch mit der Matrix (3.21) des Verstärkers. Lediglich die charakteristischen Größen gelten nun für den Absorber und sind mit einem hochgestellten Minus gekennzeichnet.

Die kurzen Erholzeiten des Absorbers lassen vermuten, dass die Lösungen modulationsinstabil sind. Ursache ist, wie im vorigen Kapitel, die veränderte Response des Absorbers auf modulierte Signale. Kommt es zu einer Modulation der Signalamplitude, kann der Absorber dieser Modulation folgen. Die Transparenz erhöht sich in den Modulationsspitzen, während in den Modulationsminima eine höhere Absorption auftritt. Aufgrund der wesentlich geringeren Erholzeit des Absorbers sind sowohl die damit verbundenen Wachstumsraten als auch die unterstützten Frequenzen bedeutend höher als im Falle ohne Absorber. Letzteres wird im Vergleich der Abbildungen 3.4 und 4.5 besonders deutlich. Das der Bereich der instabilen Frequenzen in (4.5) nicht größer ist, liegt am starken Filter von $\gamma = 0.2$ nm, dem eine Filterstärke von $\gamma = 1$ nm im Falle ohne Absorber gegenübersteht.

Die Verhältnisse der Sättigungsleistungen liegt in Abbildung 4.5 unterhalb des kritischen Wertes $\nu_{\rm crit}$, sodass das hier dargestellte Verhalten für eine Lösung im subkritischen Bereich gilt. Untersucht man Lösungen im Regime superkritischer Bifurkation, erhält man ein Verhalten wie im Falle ohne Absorber. Im Bild 4.5 sieht man ebenfalls, wie für größere Werte von ν der Betrag der Wachstumsraten deutlich steigt. Verändert man das Verhältnis der Sättigungsenergie, und damit der Leistungen, befindet man sich auf einer anderen Lösungskurve. Im Falle gleichbleibender Faserverluste hat die Lösung für größere ν eine deutlich geringere Leistung. Da der Absorber geringere Sättigung zeigt, reagiert er agiler als im Falle hoher Leistungen. Dies führt zu einer stärkeren Modulation der Absorption und somit zu einer stärkeren Unterstützung der zeitlichen Fluktuationen.

Das Spektrum der Wachstumsraten im Falle $\nu = 0.01$ in Abbildung 4.5 gehört zur Leistungsdynamik, die in Abbildung 4.3 zu sehen ist. Aufgrund der Modulationsinstabilität zerfällt das Signal nach 30-40 Umläufen durch das starke Anwachsen der modulierten Störung. In Abbildung 4.6 ist das Signal zu Beginn der Ausbreitung und nach 10 bzw. 30 Umläufen abgebildet. Man sieht im Mittelteil des langen Impulses deutlich das Anwachsen einer Modulation. Der Zerfall des Impulses an seiner Vorderflanke ist Gegenstand der Untersuchungen zur Frontstabilität im Abschnitt 4.3.4.

Der Abhängigkeit der Instabilität vom Betrag der Henry-Faktoren ist Abbildung 4.7 gewidmet. Sie zeigt die Spektren für konstante $\alpha_{\rm H}^-$ bei variiertem $\alpha_{\rm H}^+$. Die Modulation des Signals erzeugt Frequenzverschiebungen unter dem sehr langen Impuls. Da die Verschiebungen durch Absorber und Verstärker in untereschiedlichem Maße und in entgegengesetzter Richtung erfolgen, kommt es zu einem asymmetrischen Spektrum der Wachstumsraten. Dabei werden im Falle eines dominierenden Verstärkers geringe Frequenzen im rotverschobenen Teil des Spektrums unterstützt. Der zunehmende Einfluss des Absorbers steigert die Wachstumsraten im blauen Teil des Spektrums. Die dabei unterstützten Frequenzen sind wesentlich höher.

Im Bild 4.8 sehen wir den Einfluss der Dispersion auf die Modulationsinstabilität. Es sei bemerkt, dass eine Änderung der Nichtlinearität aufgrund der Dominanz von Verstärker und Absorber zu keiner nennenswerten Veränderung der Spektren geführt hat. Die Dispersion



Abbildung 4.7: Abhängigkeit der MI- Wachstumsraten von der Modulationsfrequenz für unterschiedliche Henry-Faktoren $\alpha_{\rm H}^+$. Parameter: $\alpha_{\rm H}^+ = 5$ (gestrichelt), 3 (durchgezogen) und 1 (gepunktet). $\alpha_{\rm H}^- = 3$, $h_0^+ = 5$, $h_0^- = -1$, $E_{\rm S}^+ =$ 1pJ, $\gamma = 0.2$ nm, $\tau_{\rm R}^+ = 200$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 20$ ps, $\alpha_{\rm F} =$ -4.05, $\beta_2 = 0.0$ ps²/km, $\chi_{\rm K} = 0.0/(W$ km)



Abbildung 4.8: Abhängigkeit der MI-Wachstumsraten von der Modulationsfrequenz im Falle normaler (gestrichelt) und anormaler Dispersion. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- =$ $-1, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \, \alpha_{\rm H}^+ = 0, \, \alpha_{\rm H}^- = 0, \, \gamma = 0.2 {\rm nm}, \, \tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \, \tau_{\rm R}^- = 20 {\rm ps}, \, \nu = 0.04, \, \beta_2 \times l_{\rm F} =$ $\pm 1.0 {\rm ps}^2, \, \chi_{\rm K} = 0.0/({\rm Wkm}), \, \alpha_{\rm F} = -4.05.$

hingegen kann einen wesentlichen Einfluss auf die Ausbreitung eines zeitlich modulierten Signals haben. Da die Modulationen einen Chirp besitzen, spielt dabei das Vorzeichen der Dispersion eine Rolle. Genauer kehrt eine Änderung von normaler in anormale Dispersion die Frequenzabhängigkeit um. Dabei ist die Symmetrie des Spektrums aufgehoben. Der von der Dispersion erzeugte Chirp verschiebt die Position der Modulation im Filter und unterstützt dadurch Frequenzen auf einer Filterseite.

Ein wesentlicher Effekt ist das Auftauchen von Spitzen im Spektrum. Diese resultieren aus Resonanzen der Modulation des Signals mit dem diskreten Aufbau der Übertragungsstrecke. Den resonanten Charakter kann man deutlich an der Abhängigkeit der Position der Spitzen von der Länge der Faser sehen. In Abbildung 4.9 ist diese Abhängigkeit demonstriert. Die Resonanzfrequenzen skalieren zur inversen Faserlänge. Die Verluste wurden dabei konstant gehalten. In diese Abbildung sind alle Effekte, welche die Modulationsinstabilität verändern können, eingegangen. Man sieht, dass die Resonanzen durchaus einen dominanten Charakter im Spektrum haben können. In der Draufsicht sind die Maxima als weiße Linien zu erkennen. Sie sind mit Hilfe eines gemittelten Modells nicht nachweisbar und zeigen die Notwendigkeit einer diskreten Beschreibung für unsere Übertragungsstrecke.



Abbildung 4.9: MI-Wachstumsraten in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz und Faserlänge für anormale Dispersion. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1 \text{pJ}, \alpha_{\rm H}^+ = 3, \alpha_{\rm H}^- = 3, \gamma = 1 \text{nm},$ $\bar{\omega} = 0.3, \tau_{\rm R}^+ = 200 \text{ps}, \tau_{\rm R}^- = 20 \text{ps}, \nu = 0.01, \chi_{\rm K} = 0.0/(\text{Wkm}), \beta_2 \times l_{\rm F} = -1 \text{ps}^2 \alpha_{\rm F} = -4.2$. Im rechten Teilbild ist ein Kontourbild zu sehen, wobei höhere Wachstumsraten durch höhere Helligkeit dargestellt sind.

4.2.4 Fazit: cw-Signale in der Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern

Die Erweiterung der Übertragungsstrecke um einen sättigbaren Absorber ermöglicht stationäre Lösungen für unmodulierte Signale im Bereich linearer Nettoabsorption. Die nichttrivialen Lösungen unseres dissipativen Systems sind durch die Systemparameter eindeutig fixiert und unterliegen der nichtlinearen Dynamik von Verstärkung und Absorption. Sie sind im gesamten Lösungsbereich modulationsinstabil. Diese Instabilitäten können mit Hilfe sehr starker Filter stabilisiert werden. Das Maß der Instabilität nimmt im Bereich der Nettoabsorption zu, da der Absorber mit seinen kurzen Erholzeiten das Anwachsen von Modulationen unterstützt. Eine Übertragung von NRZ-Signalen ist damit speziell im Bereich stabilen Rauschens nicht möglich, da quasi-cw-Impulse im Verlauf der Ausbreitung zerfallen würden. Man hat mit Hilfe des Absorbers jedoch die Möglichkeit, im Bereich linearer Uberschussverstärkung mit höheren Leistungen zu arbeiten und damit über längere Strecken ein Signal-Rauschverhältnis oberhalb der Detektionsgrenze zu erreichen. Dehnt man den Arbeitsbereich des Moduls auf Wellenlängen aus, in denen die Dispersion zunimmt, kommt es zum Anwachsen resonanter Effekte in der Ubertragungsstrecke. Um diese aufzufinden, war es nötig, einen neuen Algorithmus zu entwickeln, der dem diskreten Charakter der Übertragungsstrecke Rechnung trägt und die Reihenfolge der Elemente berücksichtigt.

4.3 Solitonen

Bei der Untersuchung der Ausbreitung von Impulsen in einer Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern soll zuerst der einzelne Impuls behandelt werden, um die grundlegenden Eigenschaften der Übertragungsstrecke zu charakterisieren [K01, K11, K04]. Dabei betrachten wir wiederum besonders die Kombination von Verstärker und Absorber [K08], welche die bestimmenden Elemente darstellen, die mit ihrem nichtlinearen Verhalten die Physik in der Übertragungsstrecke dominieren. Im Anschluss daran werden sowohl reguläre als auch zufällige Impulszüge betrachtet.

4.3.1 Einzelimpulse

Zuerst soll die Übertragungsfunktion des gesamten Moduls untersucht werden. Aus

$$P_{\rm out}^{\pm}(t) = P_{\rm in}^{\pm}(t) e^{h^{\pm}(t)}$$
(4.17)

folgt, dass wir den Zusammenhang zwischen Impuls am Ausgang des Absorbes P_{out}^- und dem Eingangsimpuls $P_{\text{in}}^+(t)$ unmittelbar vor dem Verstärker wie folgt formulieren können:

$$P_{\rm out}^- = P_{\rm in}^+ e^{h^+(t) + h^-(t)}.$$
(4.18)

Dabei ist zu beachten, dass $h^-(t)$ über den verstärkten Impuls von der Übertragungsfunktion des Verstärkers indirekt abhängt. Es es möglich, für kleine Energien ε eine gemeinsame Übertragungsfunktion abzuleiten. Die integierte Absorption $h^-(t)$ des Absorbers leitet sich aus dem selben System von Gleichungen ab wie die des Verstärkers. Allerdings gilt die Einschränkung $\varepsilon^- \ll 1$ für die Energie des Impulses, welcher in den Absorber eintritt, nicht. Daher hat die Funktion folgende Form:

$$h(t)^{-} = h_{0}^{-} - \left\{ h_{0}^{-} + \log \left[1 - (1 - e^{-h_{b}^{-}}) e^{-U(t)/E_{s}^{-}} \right] \right\} e^{-t/\tau_{R}^{-}}.$$
 (4.19)

Die Größen mit dem Minuszeichen charakterisieren analog zum Hochindex ⁺ die Eigenschaften des Absorbers. Die Gesamtfunktion kann als Summe beider Funktionen $h^+(t), h^-(t)$ beschrieben werden. Man muss jedoch beachten, dass der in den Absorber eintretende Impuls vorher verstärkt wurde:

$$H(t) = h^{+} \left[\frac{U(t)}{E_{\rm S}^{+}} \right] + h^{-} \left[\varepsilon^{-}(t) \right].$$
(4.20)

Die anteilige Energie U(t) ist wie in (3.35) definiert. ε^- ist die Energie des Impulses, der in den Absorber eintritt, nachdem er bereits verstärkt wurde. Diese Energie ist auf die Sättigungsenergie des Absorbers normiert:

$$\varepsilon^{-}(t) = \frac{1}{E_{\rm S}^{-}} \int_{-\infty}^{t} P(t') \mathrm{e}^{h^{+}(t')} \mathrm{d}t'.$$
(4.21)



Abbildung 4.10: Integrierte Verstärkung $H(t) = h^+(t) + h^-(t)$, Impulsleistung und Chirp $\Delta \nu^+$ in Abhängigkeit von der Zeit. Parameter: $\tau_{\rm R}^+ = 300 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 {\rm ps}, t_0 = 20 {\rm ps}, h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \nu = 0.2, \varepsilon = 0.01, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3$, gestrichelte Linie : $\alpha_{\rm F}$.



Abbildung 4.11: Abhängigkeit der integrierten Verstärkung $H(t) = h^+(t) + h^-(t)$ von der Zeit für unterschiedliche Absorbererholzeiten und im Experiment (Inset). Parameter: $h_0^+ =$ $5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \nu = 0.2, \tau_{\rm R}^+ = 300 {\rm ps},$ $\varepsilon = 0.01$, in Pfeilrichtung gilt $\tau_{\rm R}^- = 20 {\rm ps}, 30 {\rm ps},$ $50 {\rm ps}, t_0 = 20 {\rm ps}.$ Gestrichelte Linie: $|\alpha_{\rm F}|$.

Zum Zwecke einer einheitlichen Normierung nutzen wir die Beziehung $E_{\rm S}^- = \nu E_{\rm S}^+$, um $\varepsilon^$ umzunormieren. Nimmt man $\varepsilon \ll 1$ an, hat die Gesamtfunktion im Limit sehr großer Erholzeiten $\tau_{\rm R}^{\pm} \to \infty$ folgende Form:

$$H(t) \approx h_0^+ + \log\left[\delta(t) - \left(1 - e^{-e^{-h_0^-}}\right)\delta(t)^{1-(1/\nu)}\right], \qquad (4.22)$$

$$\delta(t) = 1 + e^{h_0^+} \frac{U(t)}{E_s^+}.$$
(4.23)

Die exakte Gesamtübertragungsfunktion des Moduls ist in Abb. 4.10 dargestellt. Das Bild zeigt die gemeinsame Übertragungsfunktion zusammen mit dem Impuls vor und nach dem Durchlauf eines Zyklus. Die gestrichelte Linie bezeichnet die linearen Verluste, welche durch die Faser und den Filter in die Übertragungsstrecke eingebracht werden. Sie sind in diesem Fall so gewählt, dass sie die lineare Verstärkung $h_0^+ + h_0^- = 4.0$ vom Betrag übersteigen.

Man kann zwei Bereiche des Signals unterscheiden. Außerhalb des Impulszentrums sinkt die Gesamtverstärkung unter die linearen Verluste. Dieser äußere Bereich reicht bis an die Impulsflanken. In ihm wird das Signal absorbiert. Dabei kommt es zum einen zur Reduktion des Rauschens außerhalb des eigentlichen Impulses. Zum anderen werden die äußeren Impulsteile ebenfalls gedämpft. Dies führt zu einer zunehmenden Steilheit der Impulsflanken. Eingeschlossen vom Bereich mit Nettoverlusten befindet sich ein Abschnitt, in dem die Gesamtverstärkungsfunktion die Verluste übersteigt. Hier wird das eigentliche Signal, der Impuls, verstärkt. Dieses Verhalten ermöglicht die von uns angestrebte Propagation von Impulsen mit stabiler Rauschamplitude. Der Mechanismus ist der Folgende: Die bedeutend kürzere Erholzeit des Absorbers führt, verbunden mit dessen wesentlich geringerer Sättigungsenergie, zum sofortigen Anwachsen der Transparenz im Modul, bis diese gesättigt ist. Dabei wird die ebenfalls beginnende, jedoch langsamer reagierende Sättigung der Verstärkung überkompensiert und damit ein Verstärkungsfenster geöffnet. Dieser Effekt führt ebenfalls zu einer zunehmenden Steilheit der vorderen Impulsflanke, da deren Ausläufer noch gedämpft werden, während die Teile nahe des Zentrums bereits eine Verstärkung erfahren. Nachdem der Impuls beide Elemente durchlaufen hat, steigen Absorption und Verstärkung wieder, jedoch mit unterschiedlichen Zeitkonsanten. Die Gesamtfunktion relaxiert wieder auf ihren ungesättigten Wert. Da der Absorber schneller als der Verstärker ist, kommt es zuerst zu einem Absinken der Gesamtübertragungsfunktion unter die Nettoverstärkung. Mit zunehmender Zeitdauer relaxiert auch der Verstärker und die Funktion nähert sich von unten ihrem Kleinsignalwert an. Dieser spezielle Erholprozess ist vom Verhältnis Δ der Erholzeiten von Absorber und Verstärker abhängig, wie in Abbildung 4.11 zu sehen ist.

Für unterschiedliche Erholzeiten des Absorbers stellt sich die Ubertragungsfunktion folgendermaßen dar. Im Falle sehr geringer Werte folgt die Absorptionsfunktion dem Impuls fast instantan. Dies ist zwar im Sinne der Rauschunterdrückung für den dem Impuls folgenden Signalteil von Vorteil, denn die Gesamtübertragungsfunktion sinkt weit unter die Verluste ab. Es kommt jedoch aufgrund der geringen Trägheit der Sättigung nicht zu einer Akkumulation angeregter Ladungsträger im Absorber, die Transparenz sinkt umittelbar nach dem Durchgang des Impulsmaximums wieder ab. Dies führt zu einer geringeren Gesamtverstärkung des Impulses, die sogar unter die Verlustgrenze sinken kann. Generell beginnt für die Absorbersektion zunehmend die Sättigungsleistung eine Rolle zu spielen, die bei gleichbleibender Sättigungsenergie mit abnehmender Erholzeit zunimmt.

Der Vergleich zur experimentell gewonnenen Gesamtübertragungsfunktion des Moduls 4.11(Inset) zeigt eine sehr gute Übereinstimmung.

Deutlich wird, dass sich bei allen betrachteten Fällen die Gesamtfunktion erst nach mehreren hundert Picosekunden wieder erholt hat. Das wird im Falle von einander folgenden Impulsen wiederum zu dem Effekt des Patterning führen, wie er bereits im Falle ohne Absorber auftrat.

Die Trägheit des Moduls führt ebenfalls zu einer Impuslverschiebung, da das Maximum der Verstärkung nicht über dem Impulsmaximum liegen muss. Im Gegensatz zum Falle eines alleinigen Verstärkers ist jedoch eine Verschiebung in beide Zeitrichtungen möglich. Bereits in Abb. 4.10 ist die Verschiebung deutlich geringer als im Falle eines einzelnen Verstärkers. Die vom Absorberteil des Moduls eingebrachte Verschiebung genügt formell ebenfalls der Gleichung (3.41). Setzt man nun die Absorbergrößen in die Koeffizientengleichungen ein, erhält man ein Verhalten wie in Abb. 4.12(a). Zu beachten ist bei dieser Abbildung, dass die erforderlichen Energien wesentlich höher sind als beim Verstärker. In Teilbild (b) sieht man die in der Simulation gewonnen Impulsverschiebungen eines gaußförmigen Impulses für das gesamte Modul. Es wird deutlich, dass für höhere Energien die Verschiebung wieder in die negative Zeitrichtung erfolgt, der Verstärker beginnt das Verhalten des Moduls zu dominieren. Neben diesem Effekt existiert auch in der Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern stochastischer Zeit-Jitter, der sehr gering ist [K13].



Abbildung 4.12: Impulsverschiebung und Frequenzveschiebung des Absorbers (a) und des Verstärker-Absorber-Moduls (b) in Abhängigkeit der Impulsenergie und Abhängigkeit der Frequenzverschiebung von der Zeit. (a,b) : $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, t_0 = 18$ ps, $\tau_{\rm R}^+ = 300$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 30$ ps, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.2$. (a): Vergleich zwischen Analytik und Numerik; (b): numerische Ergebnisse. (c): $\varepsilon = 0.0075, \alpha_{\rm H}^+ = 5$. Variation der Henry-Faktoren des Absorbers : α) : $\alpha_{\rm H}^- = 5$; β) : $\alpha_{\rm H}^- = 3$; γ) : $\alpha_{\rm H}^- = 1$. Andere Parameter wie in (a,b).

Die Verschiebung der Mittenfrequenz des Impulses kann, wie in Abb. 4.12(c) gezeigt, in beide Richtungen erfolgen. Die Frequenzverschiebung unterhalb der Impulsmitte soll wieder als Mittenfrequenz gelten. Im Wesentlichen hängt die Form des Chirps von den Henry-Faktoren der beiden Sektionen und deren jeweiligen Sättigungstiefe ab. Im Allgemeinen wird die resultierende Verschiebung eine Rotverschiebung sein, da der Henry-Faktor des Absorbers herstellungsbedingt geringer ist als der des Verstärkers. Außerdem ist der Anstieg der Verstärkungsübertragungsfunktion $h^+(t)$ steiler als der der Absorptionsfunktion $h^-(t)$ und besitzt daher einen größeren Betrag. Bildet man die Summe beider Verschiebungen, kann für ein energieabhängiges Verhältnis beider Henry-Faktoren eine Kompensation erfolgen:

$$\frac{\alpha_{\rm H}^-}{\alpha_{\rm H}^+} = \nu \left(1 - \frac{\left(1 + \varepsilon e^{h_0^+}\right)^{1/(2\nu)}}{1 - e^{-h_0^-}} \right).$$
(4.24)

Da diese Bedingung im Allgemeinen nicht gegeben ist, muss ein stabilisierendes Element, wie zum Beispiel ein Filter, in die Übertragungsstrecke integriert werden. Dieser stabilisiert nicht nur die Impulsbreite, sondern fixiert auch die Mittenfrequenz des Signals. Man sieht ebenfalls, dass der Chirp im Impulszentrum nun nicht mehr linear sein muss. Der Einfluss des Chirps auf die Propagation im Zusammenspiel mit anormaler und normaler Dispersion wird im Abschnitt (4.3.5) näher untersucht.



Abbildung 4.13: Kompressionsrate eines Impulses in Abhängigkeit von der (a) Impulsenergie und (b) Impulsbreite durch das Verstärker-Absorber-Modul. (a): Die markierten Stellen (\diamondsuit) $\varepsilon = 0.005$ und $\varepsilon = 0.016$ bilden die Grundlage für (b). (b): Kompressionsrate für zwei feste Energien $\varepsilon = 0.005$ (+) und $\varepsilon = 0.016$ (\diamondsuit). Parameter: $\alpha_{\rm H}^+ = 5$, $\alpha_{\rm H}^- = -1$, $\nu = 0.2$, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\tau_{\rm R}^+ = 100$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 100$ ps.

Neben der Impulsverschiebung kommt es zu einer Impulskompression. Eine Darstellung der Impulskompression erfolgt hier nur anhand numerischer Simulationen. Die Kompressionsrate scheint nur sehr schwach von der Eingangsbreite des Impulses abhängig zu sein, vgl. Abb. 4.13(b). Die Abhängigkeit von der Energie ε und damit indirekt von der Stärke der Sättigung wird in Abb. 4.13(a) gezeigt. Offensichtlich kann sie einen Wert in der Größenordnung 10% annehmen. Dieser Impulskompression wird durch Dispersion in der Faser und Diffusion durch den Filter entgegengewirkt. Selbst am Dispersionsnullpunkt wird duch das sehr breite Spektrum eines kurzen Impulses dispersive Verbreiterung auftreten. Der Filter begrenzt die spektrale Breite des Impulses und verhindert so ebenfalls eine stetig zunehmende Kompression im Zeitbereich.

Wesentlich für die Ausbreitung eines Solitons ist die Erhaltung der Impulsenergie. Wie bereits im vorigen Kapitel soll der Energieverstärkung daher besondere Aufmerksamkeit gelten. Die Energieverstärkung lässt sich in einfacher Weise für das gesamte Modul angeben, vorrausgesetzt, man kombiniert die Energieverstärkung in gleicher Weise mit der Energieabsorption des Absorbers, wie bei der Herleitung der Gesamtverstärkungsfunktion. Für den Absorber gilt:

$$G_{\rm E}^{-} = \frac{\nu}{\varepsilon} \log \left[1 + e^{h_{\rm b}^{-}} \left(e^{\varepsilon} - 1 \right) \right]. \tag{4.25}$$

Unter Beachtung beider Elemente erhält man als Gesamtenergieverstärkung des Moduls:

$$G_{\rm E} = \frac{\nu}{\varepsilon} \log \left\{ 1 + e^{h_{\rm b}^-} \left[\left(1 + e^{h_{\rm b}^+} \varepsilon \right)^{1/\nu} - 1 \right] \right\}.$$

$$(4.26)$$

Für die Betrachtung von Einzelimpulsen gilt $h_{\rm b}^- = h_0^-, h_{\rm b}^+ = h_0^+$, da wir keine vorausgehende Sättigung von Verstärker und Absorber haben. Die Normierung auf die Sättigungsenergie des Verstärkers wurde durch den Faktor ν realisiert; ε/ν ist die auf die Sättigungsenergie des Verstärkers normierte Energie des in den Absorber eintretenden Impulses. Es gilt $\varepsilon = \nu \varepsilon^-(\infty)$.



Abbildung 4.14: Energiegewinn des Verstärker-Absorber-Moduls in Abhängigkeit der Impulsenergie (a) und Abhängigkeit der stationären Energien sowie der maximalen Verstärkung vom Verhältnis der Sättigungsenergien ν . (a): Parameter : $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \tau_R^+ = 300 \text{ps}, \tau_R^- = 30 \text{ps},$ $E_S^+ = 1 \text{pJ}, \alpha_H^+ = 5, \alpha_H^- = 3$. Gestrichelte Linie : $G_E = e^{h_0^+ + h_0^-}$. (b): stabile (\diamond) und instabile (\circ) Energie mit Gesamtgewinn Eins. $\alpha_F = -4.1$. Die durchgezogene Linie ε_{max} markiert die Energie mit maximalem Gewinn (gestrichelt, rechte Achse).

Die Energieverstärkungsfunktion ist in Abb. 4.14 dargestellt. Dabei wurde das Verhältnis der Sättigungsenergien ν variiert. Aus dem Verlauf der Funktion für kleine ν in Bild 4.14(a) lässt sich ein gänzlich neuartiges Verhalten ablesen. Analog dem Verhalten der Leistungsverstärkung findet hier ein Sättigungsprozess statt, der die Gesamtverstärkung mit zunehmender Signalenergie steigen lässt. Ursache dafür ist wiederum die stärkere Sättigung des Absorbers. Erhöht man dessen Sättigungsleistung, kann es zu einer Umkehr dieses Prozesses kommen, wie der Graph für $\nu = 0.8$ zeigt. Hier verhält sich die Verstärkungsfunktion ähnlich wie im Falle eines einzelnen Verstärkers. Ist die Signalenergie so hoch, dass eine weitere Sättigung des Absorbers nicht mehr möglich ist (Transparenz), schlägt die sättigungsbedingte Verminderung der Verstärkung zu. Die Gewinnkurve fällt mit zunehmender Energie weiter ab. Die dabei erreichte Maximalverstärkung sowie die Energie, für die diese erreicht wird, hängen dabei wesentlich vom Parameter ν ab, wie in Abb. 4.14(b) zu sehen ist. Überschreitet man einen bestimmten Wert für ν , ist es für gegebene lineare Verluste nicht mehr möglich, eine Gesamtverstärkung zu erzielen. In Teilbild (b) sind die Verhältnisse für unterschiedliche ν dargestellt. Man sieht die Energien mit Gesamtverstärkung Eins. Die durch \diamondsuit gekennzeichneten Energien bilden Attraktoren, während die durch \circ gekennzeichneten Energien instabil sind.

4.3.2 Stationäre Lösungen

-

Die Suche nach den Lösungen erfolgt nach dem gleichen Schema wie im Falle ohne Absorber [K05, K06, K07]. Wir ergänzen den Propagationsformalismus um eine weitere Matrix \hat{M}^- des Absorbers, der zwischen Faser und Verstärker stehen soll. Sie ist formal der Matrix des Verstärkers sehr ähnlich, was auf der gemeinsamen theoretischen Grundlage beider Elemente beruht. Sie lautet:

$$\hat{\mathbf{M}}^{-} = \begin{pmatrix} \frac{\nu}{\varepsilon} \log \left[1 + \mathrm{e}^{-h_{0}^{-}} \left(\mathrm{e}^{\varepsilon/\nu} - 1 \right) \right] & 0 \\ -\frac{\alpha_{\mathrm{H}}^{-}}{2\zeta} \frac{\varepsilon}{\nu} \frac{1 - \mathrm{e}^{-h_{0}^{-}}}{\mathrm{e}^{\varepsilon/(2\nu)} - \left(1 - \mathrm{e}^{-h_{0}^{-}} \right)} & 1 \end{pmatrix}, \qquad (4.27)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z+1} = \hat{\mathbf{M}}^{\mathbf{B}} \times \hat{\mathbf{M}}^{\mathbf{F}} \times \hat{\mathbf{M}}^{-}(\varepsilon/\nu,\omega) \times \hat{\mathbf{M}}^{+}(\varepsilon,\omega) \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z}$$
(4.28)

$$= \hat{\Pi} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \omega \end{pmatrix}_{z}. \tag{4.29}$$

Wiederum wird eine energieabhängige Frequenzverschiebung generiert, die allerdings in die Richtung höherer Frequenzen erfolgt. Die Energieentwicklung selber ist unabhängig von der Mittenfrequenz des Signals. Vor der numerischen Auswertung der Matrixmultiplikation soll anhand des Energiegewinns des Moduls eine Analyse möglicher Lösungen erfolgen.

Wie bereits in Abb. 4.14 gezeigt wurde, bestimmt das Verhältnis der Sättigungsenergien das Verhalten der Energieverstärkungsfunktion. Das Anwachsen der Verstärkung für steigende Energien deutet auf die Möglichkeit subkritischen Lösungsverhaltens hin, da hier auch im Falle linearer Nettoverluste Lösungen existieren können. Vernachlässigt man die Wirkung des Filters, würden die Schnittpunkte der Funktion $G_{\rm E}$ mit der Geraden $|\alpha_{\rm F}|$ die Lösungen markieren. Dabei ist leicht festzustellen, dass der Punkt niedriger Energie (\circ) linear instabil ist. Für eine geringfügig kleinere Energie würde eine Nettoabsorption dazu führen, dass der



Abbildung 4.15: Energie stationärer Lösungen in Abhängigkeit von den Faserverlusten (a) und experimentell gemessene Abhängigkeit der Signalenergie in Abhängigkeit von der Distanz (b). (a): $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_H^+ = 5, \alpha_H^- = 3, \Delta_F = 2.5 \text{nm}, \Delta_P = 1.5 \text{nm}, \nu = 0.15, 0.20, 0.30, 0.60, 0.90$ in Pfeilrichtung, $\nu_{\text{crit}} \approx 0.63$. (b): Energie von Signal und Rauschen während der Ausbreitung im Experiment. Das Inset zeigt das experimentell aufgenommene Augendiagramm eines Impulses.

Impuls vollständig weggedämpft wird. Besitzt ein Signal eine höhere Energie, führt die Uberschussverstärkung dazu, dass der Impuls an Energie zunimmt, bis er sich an dem stabilen Punkt auf der Kurve (\diamond) befindet.

Variiert man die linearen Verluste, erhält man für jeden Wert zwei Punkte, die jeweils einen Punkt auf dem oberen und unteren Ast einer subkritischen Bifukrationskurve repräsentieren. In Abbildung 4.15(a) sind die Bifurkationskurven der Lösungen für unterschiedliche Verhältnisse ν der Sättigungsenergien dargestellt; der Pfeil zeigt in Richtung zunehmender Werte von ν .

Analog zur Darstellung des Energiegewinns findet auch hier ein Umschlagen der Kurve vom subkritischen zum superkritischen Bifurkationsverhalten statt. Damit erlangt der Parameter ν grundlegende Bedeutung für das Lösungsverhalten. Eine stabile Ausbreitung von Impulsen, wie sie mit Hilfe des zusätzlichen Absorbers erreicht werden soll, ist nur möglich, wenn wir uns im Regime kleiner Sättigungsenergien des Absorbers befinden. Andernfalls bestünde das Problem stetig anwachsenden Rauschens weiter, da keine Lösungen im Bereich der Nettoabsorption zu finden wären. Man kann ein Kriterium ableiten, für welches ν_{crit} das Verhalten der Kurven umschlägt. Linearisiert man $G_{\rm E}(\varepsilon)$ um den Punkt $\varepsilon \to 0$, bekommt man einen Anstieg der Verstärkungsgeraden

$$\frac{\partial G_{\rm E}(\varepsilon,\nu)}{\partial\varepsilon} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\nu} {\rm e}^{2h_0^+ + h_0^-} \left(1 - \nu - {\rm e}^{h_0^-}\right),\tag{4.30}$$

der von ν abhängig ist. Für einen verschwindenden Anstieg hat man den Fall des Uberganges

vom super- zum subkritischen Bifurkationsverhalten. Das dazugehörige $\nu_{\rm crit}$ ist

$$\nu_{\rm crit} = \frac{E_{\rm S}^-}{E_{\rm S\ crit}^+} = 1 - e^{h_0^-}.$$
(4.31)

Wie man sieht, ist das Kriterium für das Verhältnis der Sättigungsenergien das gleiche wie der Grenzwert der Sättigungsleistungen (4.5), wenn man annimmt, dass $e^{-h_0^+} \ll 1$ ist. Diese Bedingung ist im Rahmen unserer Betrachtungen erfüllt ($h_0^+ \approx 5$). Das führt zu dem Schluss, dass ein Parameterbereich existiert, in dem das Verhalten der unmodulierten Lösung superkritisch und das Verhalten der Impulse subkritisch ist :

$$\nu = \frac{E_{\rm S}^{-}}{E_{\rm S}^{+}} = \frac{P_{\rm S}^{-}\tau_{\rm R}^{-}}{P_{\rm S}^{+}\tau_{\rm R}^{+}}$$
$$= \Delta \frac{P_{\rm S}^{-}}{P_{\rm S}^{+}} < \frac{P_{\rm S}^{-}}{P_{\rm S}^{+}}.$$
(4.32)

Dies gilt in unserem Modul immer, solange aufgrund der hohen Geschwindigkeit des Erholprozesses im Absorber das Verhältnis der Sättigungsenergien immer kleiner ist als das der Leistungen.

In unseren Betrachtungen nehmen wir das Verhältnis der Erholzeiten $\Delta = 0.1$ an. Selbst für sehr große Kleinsignalabsorptionen kann der kritische Wert $\nu_{\rm crit}$ nicht größer als Eins werden. Im Falle der von uns meist benutzten Kleinsignalabsorption von $h_0^- \approx -1$ ist dieses unterschiedliche Verhalten von Impulsen und unmodulierten Signalen die Regel. Ebenso stellt es sich im Experiment mit dem vorhandenen Verstärker-Absorber-Modul dar. Daraus ergeben sich weitreichende Konsequenzen für die Übertragung von Impulsen. Wir erwarten die Existenz von Lösungen sowohl im Falle von linearer Nettoverstärkung als auch im Falle von linearen Verlusten, in dem wir eine Stabilisierung des Rauschens bereits vorhersagen konnten, vgl. Abschnitt (4.2.2). Aus dem gleichzeitigen superkritischen Verhalten der cw-Lösung können wir annehmen, dass im Bereich der Nettoabsorption eine Stabilisierung des Hintergrundes mit sehr niedrigen Leistungen stattfindet.

Abbildung 4.15(b) zeigt die Entwicklung eines Impulses im Experiment [K04]. Deutlich erkennt man das Einschwingen der Impulsenergie auf den stationären Wert. Das Inset in 4.15(b) zeigt das Augendiagramm des Impulses. Das Rauschen stabilisiert sich auf niedrigem Niveau. Die dabei erreichten Ausbreitungslängen von mehreren tausend Kilometern sind ohne Absorber nicht möglich gewesen.

In Abbildung 4.16 ist die Simulation der Ausbreitung eines Impulses dargestellt. Innerhalb der ersten 30-40 Umläufe (Abb. 4.16(b)) nimmt der Impuls seine stationäre Form an, die er im weiteren Verlauf der Propagation beibehält. Er wird durch die zeitabhängige Gesamtverstärkung des Moduls solange komprimiert, bis die diffusive Wirkung des Filters eine



Abbildung 4.16: Impulsamplitude in Abhängigkeit von der Zeit und der Anzahl der Umläufe. (a): Schrittweite hundert Umläufe. (b): 30 Umläufe, Schrittweite 5 Umläufe. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, h_0^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 {\rm ps}, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \alpha_{\rm F} = -4.1, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.5 {\rm nm}.$

weitere Kompression aufhält und eine konstante Form angenommen wird. Bei einer Absorption der Faser von $\alpha_{\rm F} \approx -4$, die ungefähr -17.3dB entsprechen, erhält man eine Faserlänge von rund 80 km. Somit ist selbst nach fast 10000km in der Simulation keine Veränderung des Impulses zu beobachten, abgesehen von seiner linearen Verschiebung, wie sie vorhergesagt wurde. Die Dauer des Einschwingprozesses liegt in einer ähnlichen Größenordnung wie in der experimentell ermittelten und ist sehr stark von der Wahl der Anfangsbedingungen abhängig.

In Abb. 4.17 ist die Dynamik der Impulsausbreitung genauer illustriert. Zu der Impulsform gehört ein stationäres Spektrum, welches im Teilbild (a) zu sehen ist. Es ist asymmetrisch und deutlich ins Rote verschoben. Diese Verschiebung resultiert aus dem dominierenden Einfluss der Verstärkersektion. Die Breite von ungefähr 2.5 nm ist eine Besonderheit in unserer Übertragungsstrecke. Die dazugehörige vergleichsweise geringe Filterstärke von nur 3.5nm ermöglicht eine sehr effektive Rauschunterdrückung durch spektrales Filtern, welches die Rauscheingenschaften des Systems weiter erheblich verbessert.

In 4.17(b) ist die Entwicklung des Signals im Energie-Frequenz-Diagramm dargestellt. Der Impuls nimmt nach ungefähr 30 Umläufen seine stationäre Form an. Während dieses Einschwingprozesses verschiebt sich der Impuls sehr stark im Zeitbereich, da seine Energie zunächst stark ansteigt. Im weiteren Verlauf der stationären Ausbreitung erfolgt eine lineare Verschiebung in negative Zeitrichtung mit konstanter Geschwindigkeit.

Neben der sehr gut funktionierenden Rauschunterdrückung zwischen einzelnen Impulsen fiel in den Experimenten auf, dass auch das Soliton selber verhältnismäßig wenig Rauschen des Signals zeigte [K15]. Die Erklärung für diesen Effekt ist die Folgende. Während der Impuls ein beschränktes, um eine mittlere Wellenlänge zentriertes Spektrum besitzt, ist die spektrale



Abbildung 4.17: Spektrum eines Impulses in Abhängigkeit von der Wellenlänge (a), Impulsenergie und Mittenwellenlänge während der Ausbreitung (b) und Impulsverschiebung in Abhängigkeit von der Zahl der Umläufe. (a): stationäres Spektrum des in Abb. 4.16 gezeigten Impulses nach 900 Umläufen. (b): Der Pfeil gibt die Zeitrichtung an. Paramter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 200 \text{ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 \text{ps}, \alpha_{\rm F} = -4.1, E_{\rm S}^+ = 1 \text{pJ}, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.5 \text{nm}.$

Verteilung des Rauschens wesentlich breiter. Der Filter passt die Bandbreite des Rauschens seiner spektralen Breite an, die Mittenfrequenz des Rauschens stimmt mit der Mittenfrequenz des Filters überein. Die Mittenfrequenz des Impulses wird aufgrund der spektralen Wirkung des Moduls außerhalb des Filterzentrums verschoben. Diese Verschiebung erfolgt nicht für das Rauschen. Beide Signalteile erfahren dadurch unterschiedliche Dispersion.

Es erfolgt eine Verschiebung des Impulses gegenüber dem Rauschen im Zeitbereich und damit auch eine Verschiebung des Verstärkungsfensters. Das Rauschen gelangt in einen Bereich von Absorption und kann reduziert werden. Das Soliton schiebt sich sozusagen permanent in einen durch die Nettoabsorption vom Rauschen befreiten Zeitbereich. In Abb. 4.18(b) sieht man experimentell gemessene Q-Faktoren für unterschiedliche Faserlängen bei gleichbleibender Gesamtabsorption. Der Q-Faktor ist ein Maß für die Qualität des Signals und hängt direkt mit der Bitfehlerzahl zusammen und wird definiert als

$$Q = \frac{\langle P_{\rm M} \rangle \sigma_{\rm M}}{\langle P_{\rm Z} \rangle \sigma_{\rm Z}}.$$
(4.33)

 $\langle P_{\rm M} \rangle$ ist der Mittelwert aller gemessenen Leistungen in der Mitte des Bitfensters, $\sigma_{\rm M}$ die dazugehörige Standardabweichung. Der Index Z steht für die Stelle am Übergang zwischen zwei Bitfenstern.

Für einen Wert Q > 18 spricht man von einer ausreichend fehlerfreien Übertragung. Im Experiment wurde die Faserlänge, und damit der Verstärkerabstand, verändert. Dabei wurden die linearen Verluste des Sytems konstant gehalten. Die Q-Faktoren erhöhten sich mit zunehmender Faserlänge, das heißt höherer Gesamtdispersion. Der Versuch wurde für unterschiedliche Verstärkerstromstärken durchgeführt. Dabei führen größere Ströme zu höheren Kleinsignalverstärkungen und damit verbunden zu wachsenden Signalenergien, kürzeren Erholzeiten und verstärkter Rauschentwicklung, welche aber durch das Modul stablisiert werden kann. Dieses Verhalten konnte im Experiment nachgewiesen werden. Dazu wurde



Abbildung 4.18: Schematische Darstellung der Rauschunterdrückung im Impuls (a) und Abhängigkeit des Q-Faktors vom Verstärkerabstand (b). Bezeichungen in (a): λ_{ZD} : Wellenlänge mit verschwindender Dispersion zweiter Ordnung, λ_{filter} : Filterposition.

die Länge der Faser variiert und bei konstanten linearen Verlusten eine Verbesserung des Q-Wertes gemessen (4.18). Damit wurde eine Verbesserung der Signalqualität bezüglich des Rauschens erreicht, die eine Ausbreitung von Solitonen über mehrere zehntausend Kilometer ermöglicht.

Die Lösungen des Systems sollen im nächsten Abschnitt auf ihre Stabilität untersucht werden. Dabei stützen wir uns wieder auf den bereits eingeführten Algorithmus, mit Hilfe dessen wir eine Analyse der linearen Stabilität durchführen.

4.3.3 Stabilität

Bei der Durchführung der Stabilitätsanalyse konzentrieren wir uns besonders auf den Bereich der linearen Nettoverluste. In diesem Abschnitt ist der Rauschhintergrund stabil, eine Vorraussetzung für lange Ausbreitungsstrecken. Wir benutzen den bereits vorgestellten Algorithmus, den wir um die Jacobi-Matrix des Absorbers erweitern.

Auf der Suche nach Eigenwerten mit Betrag größer Eins sind wir im Falle subkritischen Bifurkationsverhaltens auf Bereiche der Bifurkationskurve gestoßen, in denen wir ein Wachstum der Störung beobachten konnten. Diese Bereiche hängen in ihrer Existenz und Ausdehnung stark von der Wahl der Paramter ab. Sie beginnen ausschließlich am Umkehrpunkt der Bifurkationskurve. Da die Eigenwerte komplex sind, handelt es sich um Hopf-Instabilitäten. Damit unterscheidet sich das Verhalten des Signals grundlegend vom Falle ohne sättigbaren Absorber.

In Abb. 4.19(a) sind Bifurkationskurven für unterschiedliche Werte des Parameters ν dargestellt, in denen die instabilen Bereiche durch dicke Linien markiert sind. Man sieht


Abbildung 4.19: Impulsenergie in Abhängigkeit der Faserverluste. (a): $\nu = 1.5, 1.75, 2.0, 2.5$ und 3.0 in Pfeilrichtung. Dicke Linien: Hopf-instabile Bereiche. (b): $\nu = 0.2$. Dicke Linie: Hopf-instabiler Bereich. An den Punkten, gekennzeichnet mit $(\Delta), (\diamondsuit)$ und (\circ) , wird der Verlauf in einem Energie-Frequenz-Diagramm in der Abbildung 4.20 gezeigt. Das Inset zeigt die mittlere Leistung eines Signals, welches im Experiment auf sein Störverhalten untersucht wurde. Es entspricht vom Verhalten her der oszillierenden Relaxation am Punkt (\diamondsuit) . Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 1, \tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 {\rm ps}, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.5 {\rm nm}.$

deutlich, dass die instabilen Abschnitte am Umkehrpunkt beginnen und sich über einen begrenzten Bereich der Nettoabsorption erstrecken. Die Ausdehnung des instabilen Teils der Bifurkationskurve nimmt mit dem Parameter ν zu. Da es unser Ziel ist, im Bereich kleiner Sättigungsenergien des Absorbers zu arbeiten, und wir damit ein kleines ν anstreben, ist diese Eigenschaft nicht kritisch. Die Faserverluste dürfen unter Beachtung der möglichen Instabilität jedoch nicht maximal gewählt werden, was eine wichtige Konsequenz aus der Existenz der Instabilitäten ist.

Im Abbild 4.19(b) ist die Situation dargestellt, die wir näher untersuchen wollen. Für einen fixen Parametersatz betrachten wir die Störung an drei verschiedenen Stellen der Bifurkationskurve. Die erste Stelle liegt im instabilen Bereich (Δ), die zweite Stelle befindet sich im stabilen Bereich (\diamond), während die dritte Stelle in unmittelbarer Umgebung des Überganges vom stabilen zum instabilen Bereich lokalisiert ist (\circ). Im Inset von Teilbild 4.19(b) ist das experimentelle Ergebnis einer ähnlichen Untersuchung dargestellt. Hier wurden die Verluste für mehrere Umläufe abgesenkt und wieder erhöht.

Zur Darstellung des Verhaltens der Störung haben wir zuerst mit Hilfe der Propagationsgleichung (4.28) eine Lösung gesucht. Diese haben wir innerhalb eines Propagationsschrittes durch einmaliges Absenken der Faserverluste gestört. Diese Situation entspricht einer einzelnen verlängerten Faser innerhalb einer Übertragungsstrecke. Das Verhalten des Signals ist in Abbildung 4.20 für alle drei Fälle illustriert.

Die Lösung auf dem stabilen Abschnitt relaxiert oszillierend und nimmt ihren ursprüng-



Abbildung 4.20: Energie ε und Mittenfrequenz ω unterschiedlicher gestörter Lösungen in Abhängigkeit der Umläufe. (\diamond): $|\lambda|^2 < 1$ Relaxationsoszillation des Signals zur stabilen Lösung. (\circ): $|\lambda|^2 = 1$, marginal stabil. (\triangle): $|\lambda|^2 > 1$, Hopf-Instabilität. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 1, \tau_{\rm R}^+ = 200 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 {\rm ps}, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.5 {\rm nm}$

lichen Wert wieder an. Dieser Vorgang dauert in etwa hundert Umläufe. Diese sind durch die Punkte auf der Kurve im Teilbild (\diamond) angedeutet. Dabei repräsentiert jeder Punkt einen Umlauf, der Pfeil zeigt die Zeitrichtung an. Im Teilbild (\diamond) kommt es während der 500 Umläufe nicht zur Relaxation der Störung. Da der Eigenwert an dieser Stelle den Betrag Eins hat, schwingt das System ohne merkliche Dämpfung oder Verstärkung. In der Realität ist dies natürlich nicht möglich, da eine geringe Abweichung vom Übergangspunkt nicht zu vermeiden ist. Daher ist dieser Zustand marginal stabil. Von dieser Stelle der Lösungskurve bifurkiert vermutlich eine weitere Lösung, welche jedoch von Natur aus oszillierend ist, eine sogenannte Hopf-Oszillation. Diese konnte jedoch mit diesem Modell nicht gefunden werden, während in der vollen numerischen Simulation solche Zustände zu sehen waren, wie Abbildung 4.21(\diamond) zeigt.

Im Teil (\triangle) der Abbildung 4.20 sieht man, wie die Lösung aufgrund der Hopf-Instabilität zerstört wird. Ausgehend von einer Störung wie in Abbildungen (\diamond) und (\diamond) entfernt sich das gestörte Signal zunehmend von der ungestörten Lösung. Durch die Frequenzverschiebung nehmen die Verluste so stark zu, dass die Energie des Signals unter den Wert sinkt, der auf dem unteren, instabilen Ast der Bifurkationskurve an der korrespondierenden Stelle durch das ausgefüllte Dreieck gekennzeichnet ist. Damit reicht die Sättigung des Moduls nicht mehr aus, die Kleinsignalnettoverluste zu kompensieren. Dieses Verhalten wurde bereits bei der Analyse des Energiegewinns des Moduls beschrieben.

Zur Überprüfung der gefundenen Ergebnisse haben wir mit Hilfe voller numerischer Simulationen die Bifurkationskurven auf Instabilitäten untersucht. Dazu war es nötig, sich systematisch durch langsames Erhöhen der Verluste auf der Bifurkationskurve in Richtung Umkehrpunkt vorwärts zu bewegen. Im oberen Teil der Abbildung 4.21 ist dieser Vorgang illustriert. Alle fünfhundert Umläufe wurden die Verluste erhöht. Damit haben wir gleichzeitig die Störung eingebracht, die untersucht werden soll. Bei den einzelnen Graphen im oberen Teil der Darstellung wurden nur Abschnitte der Propagation gezeigt, in denen sich das Verhalten exemplarisch ändert. Unterhalb der Bilder, die die Entwicklung der Energie darstellen, sind die Energie- und Frequenzdiagramme abgebildet, analog Abbildung 4.20. Zueinander gehörende Bilder sind durch (\diamond), (\diamond) und (Δ) gekennzeichnet. Man sieht, dass zu Beginn der Propagation das Signal oszillierend zu seiner stationären Lösung relaxiert. Mit zunehmender Erhöhung der Verluste dauert dieser Relaxationsvorgang länger, die Wachstumsrate der Störung nähert sich dem Betrag Eins. Im mittleren Teilbild sieht man das Signal zu einem stationären Orbit konvergieren. In diesem Fall haben wir eine oszillierende Lösung des Systems gefunden, eine sogenannte Hopf-Oszillation. Diese Lösungen bifurkieren von Punkten, an denen stabile in instabile Lösungen übergehen. Der dritte Fall befindet sich im instabilen Bereich der Bifurkationskurve. Im rechten Teilbild sieht man, wie das Signal zuerst in einem Anpassungsprozess in Richtung instabiler Lösung konvergiert, um dann stetig nach außen zu spiralen. Dabei gelangt es nicht zu einer weiteren oszillierenden Lösung, wie es im Falle von Hopfbifurkationen durchaus möglich ist. Die Ergebnisse der Analyse geben die experimentell gefundenen Relaxationsoszillationen und die in der vollen numerischen Simulation gefundenen Instabilitäten sehr gut wieder.



Abbildung 4.21: Energie ε und Mittenfrequenz ω unterschiedlicher gestörter Lösungen in Abhängigkeit von der Anzahl der Umläufe. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 200 \text{ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 \text{ps}, E_{\rm S}^+ = 1 \text{pJ}, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.5 \text{nm}, \alpha_{\rm F} = -4.0, -4.01, -4.02.$

Der Mechanismus der Oszillationen besteht aus dem Zusammenspiel von Filter und Modul. Im Filter wird immer eine Frequenzverschiebung in Richtung Filtermitte erzwungen. Diese ist proportional zur Signalposition im Filter und immer in den Bereich höherer Frequenzen gerichtet, da die Mittenfrequenz des Signals weit im roten Bereich des Filters liegt. Zusätzlich erleidet das Signal noch Energieverluste, die von seiner Frequenz abhängen. Im Modul wird die Energie gemäß der Energiegewinnfunktion immer in Richtung der Energie der stationären Lösung verschoben. Die Richtung der Frequenzverschiebung erfolgt jedoch immer in Richtung kleinerer Frequenzen und hängt außerdem in ihrer Stärke von der Energie des Signals ab. Dabei springen die Werte für beide Größen aufgrund der diskreten Struktur der Übertragungsstrecke. Es kann auch dazu kommen, dass Frequenz und Energie ohne Oszillationen direkt in Richtung Lösung konvergieren.

Bei der Untersuchung der Existenz der instabilen Bereiche wurden neben dem Sättigungsparameter ν auch die Henry-Faktoren und die Filterbandbreite untersucht. So zeigte sich, dass eine geringere Bandbreite des Filters erwartungsgemäß die Existenz instabiler Bereiche unterbindet. Die Eigenwerte werden über den gesamten Bereich schnell unter die Stabilitätsgrenze gedrückt. Die Henry-Faktoren zeigen für eine abnehmende Differenz zwischen $\alpha_{\rm H}^+$ und $\alpha_{\rm H}^-$ eine Reduktion der instabilen Bereiche.

Im Experiment haben wir bisher keine Hopf-Instabilitäten gefunden. Dies liegt daran, dass deren Vorhandensein stark von den Parametern des Moduls abhängt, die wir nicht beeinflussen können. Wie das Inset in Abbildung 4.19(a) zeigt, konnten die Relaxationsoszillationen im Experiment bestätigt werden.

4.3.4 Fronteninstabilität langer Impulse

An dieser Stelle soll die Stabilität von sehr langen Impulsen unter besonderer Beachtung der Impulsflanken oder -fronten untersucht werden. Das Verhalten und die Stabilität eines cw-Signals, welches den Mittelteil des Impulses und den Hintergrund beschreibt, wurde bereits im vorigen Kapitel untersucht.

Im eigentlichen Sinne besteht ein solch langer Impuls aus zwei cw-Lösungen, welche durch zwei Fronten miteinander verbunden sind. Diese Fronten unterliegen im Gegensatz zur cw-Lösung einer Dynamik während der Ausbreitung. Sie stellen für das Modul die Vorder- und Rückseite eines Impulses dar. Daher ist die Frage essenziell, ob die Fronten bei der Propagation eines sehr langen Impulses stabil sind. Wir wollen hier den Fall untersuchen, der unseren experimentellen Gegebenheiten entspricht. Er bezieht sich auf ein Regime, in dem sich die Bifurkationskurve für Impulse subkritisch und die Kurve für cw-Signale superkritisch verhält. In den Abb. 4.22(a,b) sind diese Verhältnisse dargestellt. Der lange Impuls setzt sich aus der



Abbildung 4.22: Signalenergie und -leistung in Abhängigkeit der Faserverluste (a) und Signalleistung in Abhängigkeit von der Zeit (b). Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 300 {\rm ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 {\rm ps}, E_{\rm S}^+ = 1 {\rm pJ}, \nu = 0.6, \Delta_{\rm F} = 3.0 {\rm nm}, \alpha_{\rm F} = -3.9.$

trivialen (\circ) und der nichttrivialen (\bullet) cw-Lösung zusammen. Die Vorderfront wirkt auf das Modul wie der Vorderteil eines Impulses; dieser Teil des Signals strebt der Solitonenlösung (\diamond) zu. Man kann zwischen den Regimen starker und schwacher Filter unterscheiden. Da der Mittelteil des langen Impulses als cw-Signal nur ein vergleichsweise schmales Spektrum besitzt, wird sich die Stärke der Filter besonders auf die Fronten auswirken, die ein wesentlich breiteres Spektrum besitzen. Das Inset in Abb. 4.22 zeigt die Gesamtübertragungsfunktion H(t) des Moduls zusammen mit dem Betrag der Faserverluste. Da wir im Bereich linearer Nettoverstärkung operieren, haben wir eine Verstärkung außerhalb des Impulses, die im Mittelteil gesättigt wird, um die Faserverluste zu kompensieren. Zu Beginn des Impulses sinkt die Gesamtverstärkung jedoch aufgrund der starken Sättigung des Absorbers unter die linearen Verluste.

Der Fall schwacher Filter ist in Abbildung 4.23 dargestellt. In den Teilbildern (a,c) sind die Ergebnisse der Simulation zu sehen, Bildteil (b) zeigt die experimentellen Resultate. Deutlich ist die Ausbildung von Solitonen an der Vorderflanke des Impulses zu erkennen. Diese bewegen sich aufgrund der zeitabhängigen Gesamtverstärkungsfunktion vom Impuls weg. Haben sie einen ausreichenden Abstand, steigt der Wert der Übertragungsfunktion H(t)wieder über die Verluste, der Vorgang kann erneut einsetzen. Es kalben sozusagen immer neue Solitonen von der Vorderflanke des NRZ-Impulses ab und zerstören diesen dabei. Die rückwärtige Flanke selber verschiebt sich geringfügig in Richtung Impulszentrum. Dies ist besonders erwähnenswert, da bei einer Verbindung von stabiler und instabiler Lösung bisher immer beobachtet wurde, dass sich die stabile gegenüber der instabilen Lösung durchsetzt [105]. Dies bedeutet aber, dass die Front zurückbleiben und der Impuls sich nach hinten ausdehnen müsste. Dieser Effekt beruht auf dem Chirp, der durch die zeitliche Änderung der Gesamtübertragungsfunktion generiert wird. Dieser Chirp verschwindet im Mittelteil des Impulses. Daher wird nur die Mittenfrequenz der Front vom Filterzentrum wegverschoben. Sie erfährt daher zusätzliche Verluste. Diese verhindern das Anwachsen und die damit verbundene Verschiebung der rückwärtigen Front.



Abbildung 4.23: Signalleistung in Abhängigkeit von der Zeit und der Anzahl der Umläufe im Falle schwacher Filter. a,c): Simulation b): Experiment. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_H^+ = 5, \alpha_H^- = 3, \tau_R^+ = 300$ ps, $\tau_R^- = 30$ ps, $E_S^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.6, \Delta_F = 3.0$ nm, $\alpha_F = -3.9$.

Abbildung 4.24 zeigt den Fall sehr starker Filterung. Im Vergleich zum Regime schwacher Filter wirken sich die Frequenzverschiebungen durch das Modul an den Fronten sehr viel stärker aus, diese erfahren wesentlich höhere Zusatzverluste. Die Energie des sich abspaltenden Solitons ist daher wesentlich geringer als im obigen Fall, wie in Abb. 4.24(b) (Pfeil) zu sehen ist. Die rückwärtige Front bewegt sich deutlich in Richtung Impulsmitte, der Impuls schrumpft. Das Soliton, welches sich vom Impuls löst, kann aufgrund der geringen Bandbreite des Filters ebenfalls nur ein sehr schmales Spektrum ausbilden. Dies führt dazu, dass es sehr breit bleibt. Aufgrund der großen Breite und der starken Filterverluste ist die Leistung im Solitonzentrum wesentlich geringer als im Falle schwacher Filter.



Abbildung 4.24: Signalleistung in Abhängigkeit von der Zeit und der Anzahl der Umläufe im Falle starker Filter. a,c): Simulation b): Experiment. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_H^+ = 5, \alpha_H^- = 3, \tau_R^+ = 300$ ps, $\tau_R^- = 30$ ps, $E_S^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.6, \Delta_F = 0.1$ nm, $\alpha_F = -3.93$.

Während im Falle schwacher Filter die Instabilität der Fronten zu einer wesentlich schnelleren Zerstörung langer Impulse führt, als dies die Hintergrundinstabilität vermag, führt im Falle starker Filter spätestens die Modulationsinstabilität zur Zerstörung des Signals. Die Übertragungsstrecke mit Halbleiterverstärkern ist auch mit sättigbaren Absorbern ungeeignet, Signale im NRZ-Format zu übertragen.

4.3.5 Impulsausbreitung mit Dispersion und Nichtlinearität

Die Ausbreitung von Impulsen wird im Allgemeinen durch Dispersion und Kerr-Nichtlinearität der Faser beeinflusst. Im Falle klassischer heller Schrödinger-Solitonen können sich diese Effekte im Bereich anormaler Dispersion gegenseitig kompensieren. Aufgrund der großen Bandbreite des Halbleiterverstärkers und des sättigbaren Absorbers sind wir in der Lage, den Arbeitspunkt in einem weiten Wellenlängenbereich selbst zu wählen und haben uns dabei bisher auf die Umgebung des Punktes mit verschwindender Gruppengeschwindigkeitsdispersion konzentriert. Möchte man die gesamte Bandbreite der zur Verfügung stehenden Wellenlängen nutzen, ist eine Betrachtung von dispersiven Effekten unumgänglich. Das Zusammenspiel von Selbstphasenmodulation des Moduls und des durch die Dispersion erzeugten Chirps führt, abhängig vom Vorzeichen der Dispersion, zu folgendem Verhalten.



Abbildung 4.25: Abhängigkeit der Frequenzverschiebung von der Zeit im Falle normaler Dispersion nach 2, 4, 6 und 8 Umläufen. Das Inset zeigt den Impuls und dessen Chirp nach 40 Umläufen in der gleichen Skalierung. (a): Frequenzänderung unter dem Impuls für z = 2, 4, 6 und 8 Umläufe, gemäß der Pfeilrichtung. Dicke Linie: Impuls nach zehn Umläufen (z = 10). Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 300$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 30$ ps, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.0$ nm, $\alpha_{\rm F} = -4.1, \beta_2 \times l_{\rm F} = 1$ ps².

Normale Dispersion

Im Gegensatz zu klassischen Schrödinger-Solitonen ist zur Stabilisierung der dissipativen Solitonen keine Dispersion nötig. Im Falle sehr kleiner Werte ist es sogar möglich, Impulse bei normaler Dispersion auszubreiten. Erhöht man jedoch die Dispersion, kommt es zu einer Überlagerung von SPM und dispersionsbedingtem Chirp, was zu einer Filamentierung des Impulses führt. In Abbildung 4.25(a) ist die Entwicklung der Frequenzverschiebung unterhalb des Impulses zu sehen. Die unterschiedlichen Vorzeichen des Chirps von Modul und Dispersion führen nicht zu einer Kompensation der Frequenzverschiebung, sondern zu starken Schwankungen zwischen einzelnen Impulsabschnitten. Deutlich ist die zunehmende Strukturierung der Frequenzveschiebung zu sehen, die bereits nach zehn Umläufen in eine Zerklüftung des Impulses mündet. Im Inset ist der Impuls nach 40 Umläufen dargestellt. Hier haben sich bereits einzelne Filamente abgespalten, der Ursprungsimpuls ist zerstört. Die beiden beitragenden Anteile von Modul ($\Delta \nu_{Modul}$) und Dispersion ($\Delta \nu_{Disp}$) und den dazugehörigen Impuls (dicke Linie) sieht man in Abbildung 4.25(b).



Abbildung 4.26: Abhängigkeit der Frequenzverschiebung von der Zeit im Falle anormaler Dispersion nach 2, 4, 6 und 8 Umläufen. Das Inset zeigt den Impuls und dessen Chirp nach 40 Umläufen in der gleichen Skalierung. Parameter: $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = 3, \tau_{\rm R}^+ = 300 \text{ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 \text{ps}, E_{\rm S}^+ = 1 \text{pJ}, \nu = 0.2, \Delta_{\rm F} = 3.0 \text{nm}, \alpha_{\rm F} = -4.1, \beta_2 \times l_{\rm F} = -1 \text{ps}^2.$

Anormale Dispersion

Aufgrund der Eigenschaft des Verstärker-Absorber-Moduls, die Amplitude des Impulses durch zeitabhängige Verstärkung und Absorption zu verändern, ist eine Kompensation des Chirps keine notwendige Vorraussetzung für die stroboskopisch stationäre Ausbreitung, wie sie hier betrachtet wird. In Abb. 4.26(b) ist zu sehen, dass im Falle anormaler Dispersion das Vorzeichen beider Chirpanteile gleich ist. Es kommt im Falle anormaler Dispersion trotz gleichgerichteter Frequenzverschiebung zu einer sehr raschen Ausbildung eines stationären Impulses, wie in Abbildung 4.26(a) zu sehen ist. Der Chirp ist unterhalb des Impulses annähernd linear und bewirkt die Kompensation der Impulsverformung durch die zeitabhängige Gesamtverstärkung.

Der Bereich anormaler Dispersion ist deshalb von besonderem Interesse, da der Arbeitsbereich der Halbleiterverstärker diesen Wellenlängenbereich abdeckt und das Absorptionsminimum der Standardfaser bei ≈ 1550 nm liegt, wo starke anormale Dispersion vorliegt. Außerdem ist man in der Lage, Fasern mit sehr geringer Absorption im gesamten Bereich zwischen 1300nm und 1600nm herzustellen [28].

Nichtlinearität

Die Kerr-Nichtlinearität spielt aufgrund der Dominanz von Verstärker und Absorber nur eine sehr untergeordnete Rolle. Simulationen haben gezeigt, dass Impulsform und Energie nur marginale Veränderungen erfahren, wenn der Koeffizient der Nichtlinearität verändert wird.

4.3.6 Reguläre Impulszüge

Der erste Schritt vom einzelnen Impuls zu einer Abfolge von zufällig verteilten Bits soll wieder die reguläre Impulsfolge sein. Allerdings hat sich die Situation durch den Absorber so verkompliziert, dass es nicht möglich ist, einfache analytische Aussagen zu treffen, wie uns das im Falle ohne Absorber gelungen ist. Es ist jedoch möglich, analog zu Gleichung(3.63), einen konkreten Ausdruck für $h_{\rm b}^-$ anzugeben. Da die Bedingung $T > \tau_{\rm R}^-$ hier immer gegeben ist, ist dieser Audruck einfach abzuleiten. Bereits einmaliges Einsetzen der Bedingung

$$h^{-}(T+t) = h^{-}_{\rm b}(t) \tag{4.34}$$

ergibt

$$h_{\rm b}^{-} = h_{0}^{-} - \left\{ h_{0}^{-} + \log \left[1 - \left(1 - e^{-h_{1}^{-}} \right) e^{-\varepsilon^{-}} \right] \right\} e^{-\gamma^{-}}, \qquad (4.35)$$

$$e^{-h_{I}^{-}} = \left[e^{h_{0}^{-}}\left(1-e^{-\varepsilon^{-}}\right)+e^{-\varepsilon^{-}}\right]^{-\gamma^{-}}e^{-h_{0}^{-}}.$$
 (4.36)

Die Größe $\gamma^- = T/\tau_{\rm R}^-$ ist der Quotient aus Impulsabstand und Erholzeit des Absorbers. Die Energie ε^- , welche die Energie des Einzelimpulses vor Eintritt in den Absorber bezeichnet, ist auf die Sättigungsenergie des Absorbes normiert.

In Abbildung 4.27(a,b) sind die Ergebnisse der analytischen Näherung im Vergleich mit Werten, die durch die volle Iteration erzeugt wurden, dargestellt. Dabei wurden, beginnend mit $h_{\rm b}^{\pm} = h_0^{\pm}$, die erzeugten Werte $h^{\pm}(t)$ solange eingesetzt, bis keine Veränderung mehr erfolgte. Das entspricht im eigentlichen Sinne dem sukzessiven Abschreiten der Impulse, beginnend mit dem ersten. Da der Absorber sehr schnell ist und sein Gedächtnis daher nur einen, maximal zwei Impulse zurückreicht, ist bereits nach der ersten Iteration der stationäre Wert für $h_{\rm b}^-$ erreicht, während beim Verstärker zwei Iterationen nötig sind.

Zur Ermittlung der stationären Werte der regulären Energie müssen nun drei Bedingungen erfüllt sein. Für den Verstärker muss gelten :

$$h^+(t,\varepsilon) = h(t+T,\varepsilon) = h_{\rm b}^+. \tag{4.37}$$

Die einzelnen Impuls im regulären Teil der Folge werden dann verstärkt und haben die Energie $\varepsilon^- = \log(1 + e^{h_b^+}\varepsilon)/\nu$. Mit dieser muss nun im Absorber gelten:

$$h^{-}(t,\varepsilon^{-}) = h^{-}(t+T,\varepsilon^{-}) = h_{\rm b}^{-}.$$
 (4.38)

Nimmt man die Faserverluste hinzu und vernachlässigt den Filter, erhält man als dritte Bedingung für die Energie

$$\varepsilon = \nu \log \left\{ 1 + e^{h_{\rm b}^-} \left[\left(1 + e^{h_{\rm b}^+ \varepsilon} \right)^{1/\nu} - 1 \right] \right\} e^{\alpha_{\rm F}}.$$
(4.39)



Abbildung 4.27: Gesättigte Verstärkung (a), Absorption (b) und Energiegewinn (c) in Abhängigkeit von der Impulsenergie ε für Impulse in regulären Folgen. (a,b): $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $E_{\rm S}^- = 1$ pJ, T = 100ps. (a): $\diamondsuit : \tau_{\rm R}^+ = 100$ ps, $\circ : \tau_{\rm R}^+ = 150$ ps. (b): $\diamondsuit : \tau_{\rm R}^+ = 50$ ps, $\circ : \tau_{\rm R}^+ = 100$ ps. (c): $h_0^+ = 5, h_0^- = -1, \alpha_{\rm F} = -4.1, E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.15, \tau_{\rm R}^+ = 200$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 30$ ps.

In Abbildung 4.27(c) ist der Energiegewinn eines solchen Impulses dargestellt. Man sieht die Kurven für Bitraten von 1.25GHz, 2.5GHz, 5GHz und 10GHz. Offensichtlich ist unser System von vornherein nicht in der Lage, Impulsfrequenzen von 10 GHz zu unterstützen; die Verstärkungsfunktion übersteigt in diesem Falle nie den Betrag der Faserverluste. Versuchte man eine Folge mit einem Impulsabstand von 100ps auszubreiten, würden Impulse weggedämpft, es entstünden irreguläre Bitfolgen mit einer niedrigeren Bitrate. Dieser Prozeß erfolgt stochastisch und konnte im Experiment beobachtet werden. Man kann eine Erhöhung der Grenzbitrate erreichen, indem man die Erholzeit des Verstärkers verringert oder das Verhältnis der Sättigungsenergien zwischen Absorber und Verstärker niedriger wählt. Eine Reduktion der Erholgeschwindigkeit des Absorbers hat keinen wesentlichen Einfluss auf die Erhöhung der Bitrate.

Bitraten jenseits der 1.25GHz zeigten keinen wesentlichen Unterschied zum Verhalten von Einzelimpulsen. Der damit verbundene Impulsabstand von 800ps reicht aus, das System vollständig in seinen Ausgangszustand zurückzuversetzen.

Wie bereits aus den Untersuchungen zur Übertragungsstrecke ohne sättigbaren Absorber zu sehen war, ist eine reguläre Bitfolge jedoch nicht die begrenzende Situation bezüglich der Signalübertragung in einem RZ-Regime. Im Folgenden soll die Übertragungskapazität bezüglich einer zufälligen Folge von Impulsen untersucht werden.

4.3.7 Zufällige Folge von Impulsen

Bei der Analyse zufälliger Impulsfolgen stützen wir uns auf die Energiegewinnfunktion des Moduls. Die Wirkung des Filters wird vernachlässigt und die Übertragungsfunktionen $h_{\rm b}^+, h_{\rm b}^-$ werden in Abhängigkeit der vorausgegangenen Impulsmuster errechnet. In Abbildung 4.28(a)

sind die möglichen Energieniveaus aller Kombinationen einer 4 Bit langen Impulsfolge zu sehen. Dabei wurde der Impulsabstand respektive die Bitrate verändert. Man sieht deutlich, dass sich mit abnehmender Distanz der Impulse zunehmend mehrere unterscheidbare Niveaus herausbilden können. Die kritische Situation ist wiederum ein Impuls, der unmittelbar einem ersten Impuls folgt. Da dieser keine spürbaren, das heißt nahen, Vorgänger hat, ist seine Energie sehr hoch. Der zweite Impuls erfährt damit die maximale Sättigung des Verstärkers, das heißt die minimale Verstärkung. Ist der Abstand zwischen den Impulsen zu gering, kann sich der Vestärker nicht mehr ausreichend erholen, der Impuls wird weggedämpft. Diese Situation ist ähnlich der ohne Absorber, da aufgrund der schnellen Erholzeit des letzteren keine qualitative Veränderung eintritt. Im Gegensatz zum Fall ohne sättigbaren Absorber nähert sich die Energie des zweiten Impulses nicht dem Wert Null, bevor er nicht mehr stationär ausgebreitet werden kann, sondern besitzt im Grenzfall immer noch einen deutlich von Null verschiedenen Wert. Dieser Effekt rührt von der Form der Energiegewinnkurve im Falle subkritischen Verhaltens her. Sinkt die maximale Verstärkung für eine bestimmte Konstellation von $h_{\rm b}^+, h_{\rm b}^-$ genau auf den Betrag der linearen Verluste, ist die Energie, die in diesem Fall eine stationäre Energie wäre, von Null verschieden.



Abbildung 4.28: Energie von Impulsen in zufälligen Bitfolgen in Abhängigkeit der Bitrate. Parameter: $\alpha_{\rm H}^+ = 5, \alpha_{\rm H}^- = -1, \alpha_{\rm F} = -4.1, E_{\rm S}^+ = 1 \text{pJ}, \nu = 0.15, \tau_{\rm R}^+ = 200 \text{ps}, \tau_{\rm R}^- = 30 \text{ps}.$ b) Experimentell gewonnene Augendiagramme einer 2.5 GBit/s und einer 5GBit/s Pseudo-Zufalls- Bitfolge.

In Abbildung 4.28(a) beträgt die Grenzbitrate ungefähr 3 Gbit. Dieser Wert ist nicht ohne weiteres auf das Gesamtsystem zu übertragen, da aufgrund der Filterwirkung die Energie des ersten Impulses geringer ist und damit die Sättigung des Verstärkers schwächer ausfällt. Gleichzeitig sind jedoch die zusätzlichen Filterverluste für den zweiten Impuls kleiner, da er eine geringere Rotverschiebung erfährt und damit dem Filterzentrum näher ist. Vergleicht man die Grenzbitrate mit der im Falle ohne Absorber errechneten Grenze, fällt auf, dass letztere höher liegt. Der Fall $\Delta = T/\tau_{\rm R}^+ = 1$ entspräche im obigen Bild einer Bitrate von 5Gbit/s. Diese Bitrate wird aber offensichtlich nicht von unserem System unterstützt, da der zweite Impuls bei einem Impulsabstand von $T = \tau_{\rm R}^+ = 200$ ps verloren ging. Dies ist jedoch nur im ersten Vergleich eine Verschlechterung der Systemeigenschaften, da die im Falle ohne Absorber angenommenen möglichen stationären Energien für $\Delta = 1$ sehr klein waren und eine realistische Detektion nicht möglich gewesen wäre. Wollte man die Grenzbitrate in der Übertragungsstrecke unter Beibehaltung der Parameter von Verstärker und Absorber erhöhen, müsste man die Faserverluste verringern. Da der Absorber sehr schnell ist, gilt immer $h_{\rm b}^- \approx h_0^-$. Das Kriterium für subkritisches Verhalten hängt nur vom Wert des Absorbers ab, daher ist das Bifurkationsverhalten auch für Impulse innerhalb einer Folge subkritisch. Verringert man die linearen Verluste, ist man prinzipiell in der Lage, wieder einen Schnittpunkt zwischen Energiegewinnkurve des Moduls und den Verlusten zu finden. Die zu diesen Punkten gehörigen Energien sind jedoch sehr gering und würden, wie im Falle ohne Absorber, realistischerweise nicht detektiert werden können. Die Rauschunterdrückung bei einer solchen Konfiguration wäre ebenfalls erheblich vermindert.

Im Teilbild (b) der gleichen Abbildung sehen wir die Augendiagramme zweier Pseudo-Zufalls- Bitfolgen bei 5Gbit und 2.5Gbit, die im Experiment [K04] gewonnen wurden. Es wird deutlich, dass sich bei der höheren Bitrate deutlich drei Energieniveaus herausgebildet haben, während bei 2.5 GBit nur zwei Niveaus zu verzeichnen sind. Da Bitfolgen sehr lang sein können, wollen wir untersuchen, in welchem Maße sich die Zahl der diskreten Energieniveaus mit der Anzahl der betrachteten Bits ändert. Dazu haben wir in Abbildung 4.29(a) die Energieniveaus über der Länge der betrachteten Bitfolgen abgetragen.



Abbildung 4.29: Energie von Impulsen in zufälligen Bitfolgen in Abhängigkeit der Wortlänge. Parameter: $\alpha_{\rm H}^+ = 5$, $\alpha_{\rm H}^- = -1$, $\alpha_{\rm F} = -4.1$, $E_{\rm S}^+ = 1$ pJ, $\nu = 0.15$, $\tau_{\rm R}^+ = 200$ ps, $\tau_{\rm R}^- = 30$ ps, T = 400 ps. b) Zuordnung der Energielevel zu den entsprechenden Mustern.

Das Verfahren zur Errechnung der Energien verfährt wie im Kapitel ohne Absorber: Alle möglichen Kombinationen, für vier Bits sind das fünfzehn Varianten ohne die Folge von vier Null-Bits, werden solange propagiert, bis ein stationärer Zustand erreicht ist. Die Energien der Bits aller Kombinationen sind über der Länge der Wörter abgetragen. Es ist offensichtlich, dass für die von uns betrachtete Bitrate von 2.5 GBit/s vier Hauptgruppen zu sehen sind. Diese wiederum gliedern sich in nur zwei wirklich unterscheidbare Bereiche. Das entspricht dem experimentellen Befund in Abbildung 4.28(b). Impulse, denen eine oder mehrere Nullen vorausgegangen sind, haben Energien in der Größenordnung eines Einzelimpulses. Impulse, die unmittelbar einer oder mehrerer Einsen folgen, haben Energien in der Größenordung des sog. zweiten Impulses. Eine Aufspaltung dieser beiden Hauptniveaus erfolgt nur in Abhängigkeit der vorangegangenen zwei Bits. Das Gedächtnis des Moduls reicht sozusagen nur zwei Bitlängen zurück. Den Hauptunterschied macht sogar nur das unmittelbar vorausgehende Bit.

4.3.8 Fazit: Solitonenübertragung in Übertragungsstrecke mit sättigbaren Absorbern

Die Motivation für die Kombination von Verstärker und Absorber als regeneratives Element in einer Übertragungsstrecke bestand in der Unterdrückung des Rauschens. Aufgrund der miteinander konkurrierenden Nichtlinearitäten und der unterschiedlichen Sättigungscharakteristika finden wir in einer solchen Übertragungsstrecke stationäre Lösungen im Bereich linearer Nettoabsorption. Wir haben gezeigt, dass es einen Parameterbereich gibt, in dem cw-Lösung und Soliton-Lösungen sich qualitativ in ihrem Bifurkationsverhalten unterscheiden. Solitonen können aufgrund des subkritischen Bifurkationsverhaltens in Bereichen existieren, in denen das superkritische Verhalten der cw-Lösung nur die triviale cw-Lösung zulässt. Das heißt, es gibt einen stabilen Hintergrund, auf dem sich Solitonen ausbreiten können. Die lineare Stabilitätsanalyse dieser Solitonen hat ergeben, dass in einem Abschnitt des Existenzbereiches der Lösungen Hopfinstabilitäten auftreten können. Diese sind jedoch nicht grundsätzlich vorhanden und können mit Hilfe starker Filter und durch geeignete Wahl der Systemparameter unterbunden werden. Im Falle von Impulszügen erzeugt die lange Erholzeit des Verstärkers eine Abhängigkeit der Impulsenergie von der Stellung im Bitmuster. Dies kann unter anderem dazu führen, dass Impulse nicht genügend verstärkt und im Verlaufe der Ausbreitung weggedämpft werden. Die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen decken sich hervorragend mit den experimentellen Befunden. Eine Ausbreitung einer Pseudo-Zufalls-Bitfolge über mehrere tausend Kilometer konnte ebenso demonstriert werden wie die Aufspaltung der stationären Energien in diskrete Niveaus.

Kapitel 5

Zusammenfassung

5.1 Unmodulierte Signale in einer Halbleiterübertragunsgstrecke mit sättigbaren Absorbern

Im Falle unmodulierter Signale hat das Einbringen eines Absorbers den Existenzbereich der stationären Lösungen auf das Regime linearer Nettoverluste erweitert. Ursache dafür ist das Sättigungsverhalten des kombinierten Verstärker-Absorber-Moduls. Es ermöglicht subkritisches Bifurkationsverhalten der Lösungen. Für sehr geringe Sättigungsleistungen der Absorbersektion gegenüber dem verstärkenden Abschnitt des Moduls kann eine stabile nichttriviale Lösung mit einer stabilen trivialen Lösung zu einem langen NRZ-Impuls verbunden werden. Die Analyse der Modulationsinstabilität hat jedoch ergeben, dass die nichttriviale Lösung hohe Wachstumsraten für modulierte Störungen aufweist. Diese übersteigen die Instabilität im Falle ohne sättigbaren Absorber und resultieren hauptsächlich aus dessen kurzen Erholzeiten. Sie werden von Modulationsinstabilitäten begleitet, die in der diskreten Struktur der Übertragungsstrecke begründet liegen und im Falle wachsender Dispersion zunehmen.

Die experimentellen Gegebenheiten ermöglichten uns, superkritisches Bifurkationsverhalten für cw-Signale zu untersuchen. Demzufolge konnten wir nur NRZ-Impulse auf einem instabilen Hintergrund untersuchen. Das Anwachsen des Hintergrundes erfolgte langsamer als die Destabilisierung durch modulierte Störungen. Die Fronten, die einen NRZ-Impuls beschränken und die Verbindung zwischen trivialer und nichttrivialer Lösung darstellen, sind instabil. So kommt es im Falle schwacher Filter an der Vorderflanke zur Ausbildung von Solitonen, die sich sukzessive abspalten und dabei den Impuls zerstören. Gleichzeitig schrumpft der Impuls und die instabile Lösung setzt sich gegenüber der stabilen Lösung durch. Dieses Verhalten ist für die Kombination von stabiler und instabiler cw-Lösung unerwartet. Im Falle schwacher Filter dominiert die Instabilität der Vorderfront das Verhalten des Signals. Im Falle starker Filter kann die Bildung von solitären Wellen an der Vorderflanke zwar eingeschränkt werden, das Schrumpfen der Fronten nimmt jedoch zu und die Modulationsinstabilität bleibt bestehen. Diese Ergebnisse decken sich hervorragend mit den experimentellen Resultaten und lassen den Schluss zu, dass eine Übertragungstrecke in der von uns untersuchten Konfiguration nicht geeignet ist, im NRZ-Regime zu arbeiten.

5.2 Solitonen in einer Halbleiterübertragunsgstrecke mit sättigbaren Absorbern

Das Hauptaugenmerk der Arbeit galt dem RZ-Format, welches Impulse zur Ubertragung von Informationen nutzt. Die Verwendung eines Absorbers dehnt auch hier den Existenzbereich von nichttrivialen stationären Lösungen in den Abschnitt mit linearen Nettoverlusten aus. Das bedeutet, dass wir einen Parameterbereich nutzen können, in dem der Hintergrund des Signals stabilisiert wird und ein Anwachsen des Rauschens verhindert werden kann. Die von uns abgeleiteten Kriterien für das Bifurkationsverhalten von unmoduliertem Signal und Solitonen ergaben, dass es sogar möglich ist, von einem Regime mit subkritischem Solitonverhalten und superkritischem cw-Verhalten zu profitieren. In einem solchen Regime, wie es im Falle unserer experimentellen Gegebenheiten vorlag, wird das Rauschen auf besonders niedrigem Niveau stabilisiert. Ursache für dieses Verhalten sind die niedrige Sättigungsenergie und Erholzeit des Absorbers. Im Experiment ist es gelungen, eine Bitfolge von 10 GBit/s über mehrere tausend Kilometer auszubreiten, was für eine Halbleiterverstärker-Übertragungsstrecke bis dahin nicht möglich war. Die vorhergesagte Stabilisierung des Rauschens wurde zusätzlich durch einen Mechanismus unterstützt, der das Rauschen innerhalb eines Solitons ebenfalls stark reduzierte. Dabei wirkten der spektrale Filter, die Frequenzverschiebung des Signals gegenüber dem Rauschen und die zeitliche Gesamtverstärkungsfunktion des Moduls zusammen. Dieser Effekt konnte ebenfalls im Experiment nachvollzogen werden. Im Bereich stärkster Nettoabsorption kommt es in der Simulation zu Hopf-Instabilitäten, deren Vorhandensein wir mit einer linearen Stablitätsanalyse verifizierten. Mit Hilfe starker Filter ist es möglich, diese zu unterbinden.

Als Hauptproblem einer Übertragungsstrecke mit Halbleiterverstärkern verbleibt somit die lange Erholzeit des Verstärkers. Wir konnten zeigen, dass sich bei der Propagation von Impulszügen diskrete Energieniveaus ausbilden, die ebenfalls im Experiment verifiziert werden konnten. Unterschreitet dabei der inverse Impulsabstand eine bestimmte Grenzbitrate, kommt es zum Verlust einzelner Impulse. Diese Grenzbitrate konnte mit Hilfe der Energieverstärkungsfunktion des Moduls vorhergesagt werden. Im Experiment zeigte sich genau dieses Verhalten.

Die Analyse der spektralen Verhältnisse hat deutlich gemacht, dass zur Stabilisierung der Solitonen keine Dispersion nötig ist. Im Falle zunehmender normaler Dispersion kommt es zu einer Filamentierung des Impulses, bis dieser in einzelne Bestandteile aufbricht. Im Gebiet anormaler Dispersion erfolgt sehr rasch eine Stabilisierung des Signals; eine stationäre Ausbreitung von Solitonen ist hier sehr gut möglich. Dieser Wellenlängenbereich ist aufgrund der zur Verfügung stehenden verlustreduzierten Fasern und den Bereichen, für welche Halbleiterverstärker und Absorber hergestellt werden können, von besonderer Bedeutung.

Abschließend möchte ich zusammenfassen, dass die systematische Untersuchung der Kombination von nichtlinearer Verstärkung und Absorption im Sinne dissipativer Systemeigenschaften gezeigt hat, dass eine Kombination von Halbleiterverstärker und sättigbarem Absorber eine hervorragende Option ist, die Leistungsfähigkeit von Übertragungsstrecken weiter zu verbessern und deren vielfältige Vorteile bei der Übertragung von Information mit Hilfe von Glasfaserkabeln zu nutzen.

Literaturverzeichnis

- T. Miya, Y. Terunuma, T. Hosaka, and T. Miyoshita, "Ultimate Low-Loss Single-Mode Fiber at 1.55 μm," Electron. Lett. 15, 106 (1979).
- [2] F. P. Kapron, D. B. Keck, and R. D. Maurer, "Radiation losses in glass optical waveguides," Appl. Phys. Lett. 17, 423 (1970).
- [3] G. Agrawal and N. Dutta, *Semiconductor Lasers* (Van Nostrand Reinhold, New York, 1993).
- [4] A. Hasegawa and F. Tappert, "Transmission of Stationary Nonlinear Optical Pulses in Dispersive Dielectric Fibers, with Anomalous Dispersion," Appl. Phys. Lett. 23, 142 (1973).
- R. Hirota, "Exact Envelope-Soliton Solution of a Nonlinear Wave Equation," J. Math. Phys. (N.Y.) 14, 805 (1973).
- [6] Y. Kodama and A. Hasegawa, "Nonlinear Pulse Propagation in a Monomode Dielectric Guide," IEEE J. Quantum Electron. QE-23, 510 (1987).
- [7] R. Meinel, G. Neugebauer, and H. Steudel, *Solitonen* (Akademie Verlag, 1991).
- [8] A. Hasegawa and Y. Kodama, Solitons in Optical Communication (Oxford University Press, 1995).
- [9] G. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics (Academic Press, San Diego, 1995).
- [10] V. Zakharov and A. Shabat, "Exact Theory of Two-Dimensional Self-Focussing and One-Dimensional Self-Modulation of Waves in Nonlinear Media," JETP 61, 118 (1971).
- [11] K. Gorshkov and L. Ostrovsky, "Interactions of Solitons in Nonintegrable Systems: Direct Perturbation Method and Applications," Physica D (1981).

- [12] Y. Kodama and K. Nozaki, "Soliton Interaction in Optical Fibers," Opt. Lett. 12, 1038 (1987).
- [13] Y. Kodama, M. Romagnoli, and S. Wabnitz, "Soliton Stability and Interactions in Fibre Lasers," Electron. Lett. 28, 1981 (1992).
- [14] C. Menyuk, "Soliton Robustness in Optical Fibers," J. Opt. Soc. Am. B 10, 1585 (1993).
- [15] V. Afanasjev, "Interpretation of the Effect of Reduction of Soliton Interaction by Bandwidth- Limited Amplification," Opt. Lett. 18, 790 (1993).
- [16] J. N. Elgin, "Perturbations of Optical Solitons," Phys. Rev. E 47, 4331 (1993).
- [17] T. Georges and F. Favre, "Modulation, Filtering, and Initial Phase Control of Interacting Solitons," J. Opt. Soc. Am. B. 10, 1880 (1993).
- [18] I. Uzunov, R. Muschall, M. Gölles, F. Lederer, and S. Wabnitz, "Effect of Nonlinear Gain and Filtering on Soliton Interaction," Opt. Commun. 118, 577 (1995).
- [19] I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "On the Description of N-Soliton Interaction in Optical Fibers," Opt. Commun. 125, 237 (1996).
- [20] V. Gerdjikov, E. Evstatiev, D. Kaup, G. Diankov, and I. Uzunov, "Stability and Quasi-Equidistant Propagation of NLS Soliton Trains," Phys. Lett. A 241, 323 (1998).
- [21] D. Breuer, F. Küppers, A. Mattheus, E. G. Shapiro, I. Gabitov, and S. K. Turitsyn, "Symmetrical dispersion compensation for standard monomode-fiber-based communication systems with large amplifier spacing," Opt. Lett. 22, 982 (1997).
- [22] S. Turitsyn, T. Schäfer, K. Spatschek, and V. Mezentsev, "Path-Averaged Chirped Optical Soliton in Dispersion-Managed Fiber Communication Lines," Opt. Commun. 163, 122 (1999).
- [23] M. Murakami, H. Maeda, and T. Imai, "Long-haul 16 x 10 Gb s WDM transmission experiment using higher order fiber dispersion management technique," Photon. Technol. Lett. 7, 898 (1999).
- [24] E. A. Golovchenko, V. J. Mazurczyk, and D. G. Duff, "Four-wave mixing penalties in long-haul WDM transmission links," IEEE Photon. Technol. Lett. 11, 821 (1999).

- [25] S. Kumar and A. Hasegawa, "Quasi-soliton propagation in dispersion-managed optical fibers," Opt. Lett. 22, 372 (1997).
- [26] Y. Kodama, "Nonlinear pulse propagation in dispersion managed system," Physica D 123, 255 (1998).
- [27] L. F. Mollenauer, P. V. Mamyshev, J. Gripp, M. J. Neubelt, N. Mamysheva, L. Grüner-Nielsen, and T. Veng, "Demonstration of massive wavelength-division multiplexing over transoceanic distance by use of dispersion-managed solitons," Opt. Lett. 25, 704 (2000).
- [28] J. J. Refi, "Optical Fibers for Optical Networking," Bell Labs Techn. J. 4, 246 (1999).
- [29] P. Wai, C. Menyuk, Y. Lee, and H. Chen, "Nonlinear Pulse Propagation in the Neighborhood of the Zero-Dispersion Wavelength of Monomode Optical Fibers," Opt. Lett. 11, 464 (1986).
- [30] D. Marcuse, "Single-Channel Operation in Very Long Nonlinear Fibers with Optical Amplifiers at Zero Dispersion," J. Lightw. Technol. 9, 356 (1991).
- [31] I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "Soliton Interaction in the Presence of Bandwidth Limited Amplification Near the Zero-Dispersion Wavelength," Electron. Lett. 30, 882 (1994).
- [32] I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "Stabilization of soliton trains in optical fibers in the presence of third-order dispersion," J. Opt. Soc. Am. B 12, 1164 (1995).
- [33] I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "Soliton Interaction near the Zero-Dispersion Wavelength," Phys. Rev. E 52, 1059 (1995).
- [34] B. Malomed, "Radiative Losses in Soliton-Soliton Collisions in an Optical Fiber with the Third- Order Dispersion," Phys. Rev. A 43, 3114 (1991).
- [35] J. Elgin, "Soliton Propagation in an Optical Fiber with Third-Order Dispersion," Opt. Lett. 17, 1409 (1992).
- [36] D. Calvo and T. Akylas, "Stability of Bound States Near the Zero-Dispersion Wavelength in Optical Fibers," Phys. Rev. E 56, 4757 (1997).
- [37] G. Agrawal and N.A.Olsson, "Self-Phase Modulation and Spectral Broadening of Optical Pulses in Semiconductor Laser Amplifiers," IEEE J. Quant. Electron. 25, 2297 (1989).

- [38] S. Diez, R. Ludwig, and H. G. Weber, "Gain-Transparent SOA-Switch for High Bitrate Add/Drop Multiplexing," IEEE Photon. Technol. Lett. 11, 60 (1999).
- [39] R. Ludwig, W. Pieper, A. Ehrhardt, E. Jahn, N. Agrawal, H.-J. Ehrke, L. Knüller, and H. G. Weber, "40 Gbit/s demultiplexing experiment with a 10 GHz all-optical clock recovery using a modelocked semiconductor laser," Electron. Lett. 32, 327 (1996).
- [40] K. Uchiyama, S. Kawanishi, and M. Saruwatari, "100-Gb/s Multiple-Channel Output All-Optical OTDM Demultiplexing Using Multichannel Four-Wave Mixing in a Semiconductor Optical Amplifier," IEEE Photon. Technol. Lett. 10, 890 (1998).
- [41] K. Obermann, S. Kindt, D. Breuer, K. Petermann, C. Schmidt, S. Diez, and H. G. Weber, "Noise Characteristics of Semiconductor-Optical Amplifiers Used for Wavelength Conversion via Cross-Gain and Cross-Phase Modulation," IEEE Photon. Technol. Lett. 9, 312 (1997).
- [42] I. Tomkos, I. Zacharopoulos, E. Roditi, D. Syvridis, and A. Uskov, "Mechanisms of wave mixing and polarisation sensivity of the wavelength conversion in semiconductor optical amplifiers using two parallel polarised pumps," Opt. Commun. 163, 49 (1999).
- [43] M. Shtaif and G. Eisenstein, "Noise Properties of Nonlinear Semiconductor Optical Amplifier," Opt. Lett. 21, 1851 (1996).
- [44] M. Shtaif and G. Eisenstein, "Noise Characteristics of Nonlinear Semiconductor Optical Amplifiers in the Gaussian Limit," IEEE J. Quant. Electron. 32, 1801 (1996).
- [45] V. Hägele, A. Mattheus, R. Zengerle, I. Gabitov, and S. Turitsyn, "Analysis of ≥ 10Gbit/s 1.3µm RZTransmission Through 500km of Standard Monomode Fiber with In-line Semiconductor Optical Amplifiers," Opt. Commun. 18, 213 (1997).
- [46] G. Onishchukov, V. Lokhnygin, A. Shipulin, and P. Riedel, "10 Gbit/s signal transmission over 1500 km With Semiconductor Optical Amplifiers," Electron. Lett. 34, 1597 (1998).
- [47] D. Atkinson, W. Loh, V. Afanasjev, A. Grudinin, A. Seeds, and D. Payne, "Increased Amplifier Spacing in a Soliton System with Quantum-Well Saturable Absorbers and Spectral Filtering," Opt. Lett. 19, 1514 (1994).
- [48] F. Kärtner and U. Keller, "Stabilization of Solitonlike Pulses with a Slow Saturable Absorber," Opt. Lett. 20, 16 (1995).

- [49] V. S. Grigoryan, "Asymptotically Stable Solitary Waves in a Kerr Dispersive Medium in the Presence of Linear Amplification and Nonlinear Losses," Phys. Rev. A 52, 694 (1995).
- [50] B. A. Malomed, A. G. Vladimirov, G. V. Khodova, and N. N. Rosanov, "Stable Autosolitons in Dispersive Media With Saturable Gain and Absorption," Phys. Lett. A 274, 111 (2000).
- [51] J. Gordon and L. Mollenauer, "Phase Noise in Photonic Communication Systems Using Linear Amplifiers," Opt. Lett. 15, 1351 (1990).
- [52] M. Shtaif and G. Eisenstein, "Experimental Study of the Statistical Properties of Nonlinearly Amplified Signals in Semiconductor Optical Amplifiers," IEEE J. Phot. Technol. Lett. 9, 904 (1997).
- [53] H. Haus, "Theory of Mode Locking with a Slow Saturable Absorber," IEEE J. Quant. Electron. 11, 736 (1975).
- [54] H. Haus, "A Theory of Forced Mode Locking," IEEE J. Quant. Electron. QE-11, 736 (1975).
- [55] C.-J. Chen, P. Wai, and C. Menyuk, "Stability of Passively Mode-Locked Fiber Lasers with Fast Saturable Absorption," Opt. Lett. 19, 198 (1994).
- [56] A. Chernykh, "Soliton and Collapse Regimes of Pulse Generation in Passively Mode-Locking Laser Systems," Opt. Lett. 20, 398 (1995).
- [57] A. Sergeev, E. Vanin, and F. Wise, "Stability of Passively Modelocked Lasers with Fast Saturable Absorbers," Opt. Commun. 140, 61 (1997).
- [58] N. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, M. J. Lederer, and B. Luther-Davies, "Ultrashort pulses generated by mode-locked lasers with either a slow or a fast saturable-absorber response," Opt. Lett. 23, 280 (1998).
- [59] J. Soto-Crespo and N. Akhmediev, "Multisoliton Regime of Pulse Generation by Lasers Passively Mode Locked with a Slow Saturable Absorber," J. Opt. Soc. Am. B 16, 674 (1999).
- [60] M. Fermann, F. Haberl, M. Hofer, and H.Hochreiter, "Nonlinear Amplifying Loop Mirror," Opt. Lett. 15, 752 (1990).

- [61] M. Matsumoto, H. Ikeda, and A. Hasegawa, "Suppression of Noise Accumulation in Bandwidth-Limited Soliton Transmission by Means of Nonlinear Loop Mirrors," Opt. Lett. 19, 183 (1994).
- [62] N. J. Smith and N. J. Doran, "Picosecond Soliton Propagation Using Nonlinear-Optical Loop Mirrors as Intensity Filters," Electron. Lett. 30, 1084 (1994).
- [63] K. Blow, R. Manning, and A. Poustie, "Nonlinear Optical Loop Mirrors with Feedback and a Slow Nonlinearity," Opt. Commun. 134, 43 (1997).
- [64] S. Boscolo, J. H. B. Nijhof, and S. K. Turitsyn, "Autosoliton transmission in dispersionmanaged systems guided by in-line nonlinear optical loop mirrors," Opt. Lett. 25, 1240 (2000).
- [65] G. B. Venus, I. M. Gadzhiev, A. E. Gubenko, N. D. Ilinskaya, and E. L. Portnoi, "Picosecond Semiconductor Lasers With a Multisection Saturable Absorber, Fabricated by Heavy Ion Implantation," Technol. Phys. Lett. 25, 506 (1999).
- [66] M. Dulk, M. Dobeli, and H. Melchior, "Fabrication of Saturable Absorbers in Ingaasp-Inp Bulk Semiconductor Laser Diodes by Heavy Ion Implantation," IEEE J. Sel. Top. in Quant. Electron. 7, 124 (2001).
- [67] D. K. Kim, "Reverse bias voltage dependent pulse shape and transmission change through a semiconductor saturable absorber," Appl. Phys. Lett. 69, 2635 (1996).
- [68] S. Kelly, K. Smith, K. J. Blow, and N. J. Doran, "Average soliton dynamics of a high-gain erbium fiber laser," Opt. Lett. 16, 1337 (1991).
- [69] B. Malomed, I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "Stability and Interactions of Pulses in Simplified Ginzburg-Landau Equations," Physica Scripta 55, 73 (1997).
- [70] V. Grigoryan and T. Muradyan, "Evolution of Light Pulses into Autosolitons in Nonlinear Amplifying Media," J. Opt. Soc. Am. B 8, 1757 (1991).
- [71] Y. Chen, "Solitary Waves in Nonlinear Media with Gain and Loss," Electron. Lett. 27, 1985 (1991).
- [72] E. V. Vanin, A. I. Korytin, A. M. Sergeev, D. Anderson, M. Lisak, and L. Vazquez, "Dissipative Optical Solitons," Phys. Rev. A 49, 2806 (1994).
- [73] V. Grigoryan, "Autosolitons in a Fiber with Distributed Saturable Amplifiers," Opt. Lett. 21, 1882 (1996).

- [74] M. Gölles, I. Uzunov, and F.Lederer, "Robust solitary waves in fiber transmission lines with semiconductor optical amplifiers," J. Opt. Soc. Am. B 16, 689 (1999).
- [75] S. Turitsyn, "Soliton Stability in Optical Transmission Lines Using Semiconductor Amplifiers and Fast Saturable Absorbers," Phys. Rev. E 54, 3154 (1996).
- [76] J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and G. Town, "Continuous-wave versus pulse regime in a passively mode locked laser with a fast saturable absorber," J. Opt. Soc. Am. B 19, 234 (2002).
- [77] Z. Bakonyi, D. Michaelis, U. Peschel, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Dissipative solitons and their critical slowing down near a supercritical bifurcation," J. Opt. Soc. Am. B 19, 487 (2002).
- [78] J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and K. Chiang, "Simultaneous existance of multiplicity of stable and unstable solitons in dissipative systems," Phys. Lett. A 291, 115 (2001).
- [79] M. Schubert and B. Wilhelmi, Nonlinear Optics and Quantum Electronics (John Wiley & Sons, 1986).
- [80] A. W. Snyder and J. D. Love, Optical Waveguide Theory (Chapman and Hall, 1983).
- [81] P. Butcher and D. Cotter, The Elements of Nonlinear Optics (Cambridge University Press, 1990).
- [82] F. Bloch, "Nuclear Induction," Phys. Rev. 70, 460 (1946).
- [83] A. Uskov, J. Karin, J. Bowers, j.G. McInerney, and J. L. Bihan, "Effects of Carrier Cooling and Carrier Heating in Saturation Dynamics and Pulse Propagation Through Bulk Semiconductor Absorbers," IEEE J. Quant. Electron. 34, 2162 (1998).
- [84] A. Mecozzi and J. Mørk, "Saturation Induced by Picosecond Pulses in Semiconductor Optical Amplifiers," J. Opt. Soc. Am. B 14, 761 (1997).
- [85] K. N. Tang, P. S. Spencer, and K. A. Shore, "The influence of gain compression on picosecond optical pulses in semiconductor optical amplifiers," J. Mod. Optics 45, 1211 (1998).
- [86] C. Henry, "Theory of the linewidth of semiconductor lasers," IEEE J. Quantum Electron. 18, 259 (1982).

- [87] S. Wabnitz, "Soliton Stabilization in Long-Distance Fiber Transmission with Semiconductor Amplifiers," Opt. Lett. 20, 1979 (1995).
- [88] A. Mecozzi, "Soliton Transmission Control with Semiconductor Amplifiers," Opt. Lett. 20, 1616 (1995).
- [89] F. Matera and M. Settembre, "Study of Performance of 1.3 μm Transmission Systems on Standard Step-index Fibers with Semiconductor Optical Amplifiers," Opt. Commun. 133, 463 (1997).
- [90] I. Uzunov, M. Gölles, and F. Lederer, "Enhanced Sideband Instability in Soliton Transmissions with Semiconductor Optical Amplifiers," Opt. Lett. 22, 1406 (1997).
- [91] M. Gölles, I. M. Uzunov, and F. Lederer, "Robust Solitary Waves in Fiber Transmission Lines With Semiconductor Optical Amplifier," J. Opt. Soc. Am. B 16, 689 (1999).
- [92] A. Hasegawa and W. Brinkman, "Tunable Coherent IR and FIR Sources Utilizing Modulational Instability," IEEE J. Quant. Electron. 16, 694 (1980).
- [93] J. Elgin and S. Kelly, "Spectral Modulation and the Growth of Resonant Modes associated with periodically amplified solitons," Opt. Lett. 18, 787 (1993).
- [94] D. Anderson and M. Lisak, "Modulational Instability of Coherent Optical-Fiber Transmission Signals," Opt. Lett. 9, 468 (1984).
- [95] K. Tai, A. Hasegawa, and A. Tomita, "Observation of Modulational Instability in Optical Fibers," Phys. Rev. Lett. 56, 135 (1986).
- [96] I. Uzunov, "Influence of intrapulse Raman scattering on the modulational instability in optical fibres," Opt. Quantum Electron. 22, 529 (1990).
- [97] F. Abdullaev, S. Darmanyan, S. Bischoff, P. Christiansen, and M. Sorensen, "Modulational Instability in Optical Fibers Near the Zero Dispersion Point," Opt. Commun. 108, 60 (1994).
- [98] M. Cross and P. Hohenberg, "Pattern Formation outside of Equilibrium," Rev. Mod. Phys. 65, 851 (1993).
- [99] M. Gölles, S. Darmanyan, F. Lederer, G. Onishchukov, Z. Bakonyi, and V. Lokhnygin, "Modulational Instability in a Transmission System With Semiconductor Optical Amplifiers and In-Line Filters," Opt. Lett. 24, 293 (2000).

- [100] L. Mollenauer, J. Gordon, and S. Evangelides, "The Sliding-Frequency Guiding Filter: an Improved Form of Soliton Jitter Control," Opt. Lett. 17, 1575 (1992).
- [101] P. Shum and H. Ghafouri-Shiraz, "Effects of Gordon-Haus Jitter on Soliton Transmission," Fib. Int. Opt. 16, 303 (1997).
- [102] J. Gordon and H. Haus, "Random Walk of Coherently Amplified Solitons in Optical Fiber Transmission," Opt. Lett. 11, 665 (1986).
- [103] J. L. Pleumeekers, M.Kauer, K. Dreyer, C. Burrus, A. G. Dentai, S. Shunk, J. Leuthold, and C. H. Joyner, "Acceleration of Gain Recovery in Semiconductor Optical Amplifiers by Optical Injection Near Transparency Wavelength," IEEE Photon. Technol. Lett. 14, 12 (2002).
- [104] A. Shipulin, G. Onishchukov, P. Riedel, D. Michaelis, U. Peschel, and F. Lederer, "10 Gbit/s signal transmission over 550 km in standard fibre at 1300 nm using semiconductor optical amplifiers," Electron. Lett. 33, 507 (1997).
- [105] W. van Saarloos and P. C. Hohenberg, "Pulses and fronts in the complex Ginzburg-Landau equation," Phys. Rev. Lett. 64, 749 (1990).

Veröffentlichungen

- [K01] C. Knöll, M. Gölles, Z. Bakonyi, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Optimization of signal transmission by an in-line semiconductor optical amplifier-saturable absorber module," Opt. Commun. 187, 141 (2001).
- [K02] S. Darmanyan, C. Knöll, and F. Lederer, "Pulse train in transmission lines with semiconductor amplifiers - an analytical study," Opt. Commun. 197, 61 (2001).
- [K03] Z. Bakonyi, G. Onishchukov, C. Knöll, M. Gölles, and F. Lederer, "10 Gbit/s Rz Transmission Over 5000 Km With Gain-Clamped Semiconductor Optical Amplifiers and Saturable Absorbers," Electr. Lett. 36, 1790 (2000).
- [K04] Z. Bakony, G. Onishchukov, C. Knöll, M. Gölles, F. Lederer, and R. Ludwig, "In-Line Saturable Absorber in Transmission Systems with Cascaded SOA," IEEE Phot. Technol. Lett. 12, 1041 (2000).

Konferenzbeiträge

- [K05] C. Knöll, D. Michaelis, Z. Bakonyi, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Stability of dissipative solitons in transmission lines beyond the average concept," In *Conference* on Nonlinear Guided Waves and Their Application, Stresa, Italy, Technical Digest (2002).
- [K06] C. Knöll, D. Michaelis, Z. Bakonyi, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Stability of dissipative solitons," In 10th International Workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical Modelling, Nottingham, UK, Conference Digest p. 43 (2002).
- [K07] C. Knöll, D. Michaelis, Z. Bakonyi, U. Peschel, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Signal stability in transmission lines with semiconductor optical amplifier and saturable absorption," In COST 267 /SCOOP International Workshop on Optical Signal Processing, Lyngby, Denmark, Conference Digest (2001).
- [K08] C. Knöll, M. Gölles, Z. Bakonyi, G. Onishchukov, and F. Lederer, "Features of a saturable absorber in a SOA signal transmission lines," In *Conference on Lasers and Electro-Optics Europe, Nice, France*, Technical Digest p. 62 (2000).
- [K09] C. Knöll, D. Michaelis, U. Peschel, and F. Lederer, "Effects of Discreteness in Transmission Lines," In Conference on Nonlinear Guided Waves and Their Applications, Clearwater, Florida, USA, Technical Digest p. 100 (2000).

- [K10] C. Knöll, M. Gölles, and F. Lederer, "Noise Suppression in SOA Transmission Lines," In Conference on Nonlinear Guided Waves and Their Application, Dijon, France, Conference Digest p. 274 (1999).
- [K11] Z. Bakonyi, D. Michaelis, U. Peschel, G. Onishchukov, C. Knöll, and F. Lederer, "Stable dissipative Solitons with competing non-instantaneus Nonlinearity," In *Conference* on Nonlinear Guided Waves and Their Applications, Clearwater, Florida, USA, Conference Digest p. 251 (2000).
- [K12] G. Onishchukov, Z. Bakonyi, U. Peschel, C. Knöll, D. Michaelis, and F. Lederer, "Timing jitter in autosoliton transmission system with semiconductor optical amplifiers and saturable absorbers," In International Quantum Electronics Conference / Conference on Lasers, Applications, and Technologies, Moscow, Russia, Technical Digest p. LWC4 (2002).
- [K13] Z. Bakonyi, G. Onishchukov, C. Knöll, D. Michaelis, U. Peschel, and F. Lederer, "Timing jitter in autosoliton fiber communication systems with semiconductor optical amplifiers and saturable absorbers," In 10th European Conference on Integrated Optics, Paderborn, Germany, Technical Digest CWK56 p. 407 (2001).
- [K14] Z. Bakonyi, G. Onishchukov, U. Peschel, C. Knöll, D. Michaelis, and F. Lederer, "Timing jitter in system with semiconductor optical amplifiers and saturable absorbers," In COST 267 /SCOOP International Workshop on Optical Signal Processing, Lyngby, Denmark, Conference Digest (2001).
- [K15] Z. Bakonyi, G. Onishchukov, C. Knöll, and F. Lederer, "Noise suppression by saturable absorber in transmission systems with semiconductor optical amplifiers," In *Conference* on Lasers and Electro-Optics, San Fransisco, USA, Technical Digest p. 329 (2000).
- [K16] Z. Bakonyi, G. Onishchukov, C. Knöll, M. Gölles, and F. Lederer, "10 Gbit/s RZ tranmission in systems with combined absorber-semiconductor optical amplifier," In COST 266/267 /SCOOP International Workshop on Optical Signal Processing in Photonic Networks, Berlin, Germany, Conference Digest (2000).
- [K17] G. Onishchukov, Z. Bakonyi, C. Knöll, M. Gölles, F. Lederer, and R. Ludwig, "Inline semiconductor optical amplifiers with saturable absorbers for cascaded transmission systems," In *European Conference on Optics and Communications, Nice, France*, Technical Digest p. 260 (1999).

[K18] G. Onishchukov, Z. Bakonyi, C. Knöll, M. Gölles, F. Lederer, and R. Ludwig, "In-line Semiconductor Optical Amplifiers with Saturable Absorbers for cascaded Transmission Systems," In COST 267 Workshop on Semiconductor devices for optical signal processing, Rome, Italy, Conference Digest (1999).

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungsbzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistung für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere hiermit ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Jena, den 25. November 2002

Christian Knöll

Danksagung

Diese Arbeit verdankt ihr Entstehen vielen Personen, denen ich an dieser Stelle danken möchte. Zuerst soll hier Prof. Lederer genannt werden, der mir die Möglichkeit bot, in seiner Arbeitsgruppe zu arbeiten. In vielen Diskussionen half er mir, ein Verständnis für die Fragestellungen der nichtlinearen Optik zu entwickeln und war immer Ansprechpartner für Probleme aller Art.

Ganz besonders großen Anteil haben meine Betreuer Dirk Michaelis, Michael Gölles und Ulf Peschel. Ihr unermüdlicher Einsatz in zahllosen Diskussionen, ihre Hinweise und Ratschläge trugen wesentlich zum gelingen der Arbeit bei. Selbiges gilt natürlich auch für die Herrn Gera Onishchukov und Zoltan Bakonyi vom Institut für Angewandte Physik, die nicht nur durch ihre experimentelle Arbeit, sondern auch durch interessante Gespräche und treffsichere Hinweise eine große Hilfestellung boten.

Stellvertretend für die gesamte Arbeitsgruppe möchte ich meinen Kollegen Thomas Pertsch, Christoph Ettrich, Matthias Wald, Stephan Skupin und Rumen Illiew für das überaus angenehme Arbeitsklima und Lutz Leine für die hervorragenden technischen Arbeitsbedingungen danken.

Mein größter Dank gilt natürlich meinen Eltern, deren Anteil wohl nicht zu bemessen ist, und Suse, für Geduld und Verständnis.

Curriculum Vitae

Christian Knöll

Persönliche Daten:

Name	Christian Knöll
Geburtstag	7. August 1971
Geburtsort	Jena
Nationalität	deutsch
Familienstand	ledig

Ausbildung

Schulbildung	1978 - 1989	Polytechnische Oberschule "Erich Weinert"
	1989 - 1990	Erweiterte Oberschule "Johannes R. Becher"
	1990	Abschluss mit Reifezeugnis, Prädikat "mit Auszeichnung"
Zivildienst	1990 - 1991	Zivildienst an der HNO-Klinik der FSU Jena
Studium	1991 - 1998	Physikstudium an der Friedrich Schiller Universität Jena
	1994 - 1995	Studienaufenthalt an der Brunel University of West London
	1998	Abschluss mit Diplomzeugnis, Prädikat "Sehr Gut"

Berufstätigkeit

Seit 1998 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Festkörpertheorie und Theoretische Optik der FSU Jena in der Arbeitsgruppe Photonik

Jena, den 25. November 2002

Christian Knöll