

DIE NÄHERUNG LOKALER  
ELEMENTARSTRUKTUREN IN  
ANALYSE UND DESIGN  
OPTISCHER ELEMENTE

**Dissertation**

Zur Erlangung des akademischen Grades  
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat)

vorgelegt dem Rat der Physikalisch-Astronomischen Fakultät  
der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Dipl. Phys. ANDREAS DRAUSCHKE

geboren am 05.06.1972 in Frankfurt/Oder

Gutachter

1. Gutachter:

2. Gutachter:

3. Gutachter:

Tag des Rigorosums:

Tag der öffentlichen Verteidigung:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Historie . . . . .	1
1.2	Einordnung der Arbeit . . . . .	3
1.3	Gliederung der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>6</b>
2.1	Maxwellgleichungen . . . . .	6
2.2	Übergangsbedingungen . . . . .	7
2.3	Zwei-dimensionale Felder . . . . .	8
2.4	Energiedichte und Poyntingvektor . . . . .	9
2.5	Wellenoptische Beschreibung eines optischen Systems . . . . .	10
2.6	Propagation in homogenen Medien . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Responseanalyse periodischer Strukturen</b>	<b>15</b>
3.1	Grundlagen . . . . .	16
3.2	Rayleigh-Entwicklung . . . . .	19
3.2.1	Linearer Phasenterm . . . . .	20
3.2.2	Detour-Phase-Prinzip . . . . .	21
3.3	Rigorese Methoden der Gitteranalyse . . . . .	22
3.3.1	Modal-Entwicklungsmethoden . . . . .	22
3.3.2	<i>Fourier-Modal-Methode (FMM)</i> . . . . .	23
3.3.3	Randwertbedingungen . . . . .	25
3.3.4	Rechenaufwand . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Lokale Näherungen der Responseanalyse</b>	<b>28</b>
4.1	Strahlenfelder . . . . .	29
4.2	<i>Näherung ebener Grenzflächen</i> . . . . .	30

4.3	Einbettung in ebene Grenzflächen . . . . .	35
4.4	Näherung lokaler linearer Gitter ( <i>LLGA</i> ) . . . . .	39
4.4.1	Allgemeine <i>LLGA</i> . . . . .	41
4.4.2	<i>LLGA</i> erster Ordnung . . . . .	43
4.5	Näherung lokaler Elementarstrukturen ( <i>LESA</i> ) . . . . .	47
4.6	Numerischer Vergleich . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Strukturdesign</b>	<b>59</b>
5.1	Design im Strukturbild . . . . .	59
5.2	Strukturdesign auf der Basis hochfrequenter Trägergitter . . . . .	61
5.3	Strukturdesign auf der Basis von <i>LESA</i> <sub>rig</sub> . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Experimentelle Resultate</b>	<b>75</b>
6.1	Strahlteiler auf der Basis von <i>LLGA</i> <sub>1</sub> in Littrow-Anordnung . . . . .	76
6.2	Strahlteiler auf der Basis lokaler binärer Pulse . . . . .	79
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>82</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Historie

Das Phänomen der Lichtbeugung wurde erstmals von FRANCESCO MARIA GRIMALDI(1618-1663) im Jahre 1665 beschrieben. Die Charakterisierung der Beugung als die Anwesenheit von Licht im geometrischen Schatten eines Objektes erfolgte etwa zeitgleich durch ROBERT HOOKE(1635-1703). Aufgrund seiner Beobachtungen schlußfolgerte er, daß Licht ein Wellenphänomen mit einer sehr großen Ausbreitungsgeschwindigkeit sei. CHRISTIAN HUYGENS(1629-1695) formulierte 1678 die erste Wellentheorie des Lichtes, das nach ihm benannte *Huygenssche Prinzip*, welches im Gegensatz zu der im 17. Jahrhundert weitgehend akzeptierten Korpuskulartheorie des Lichtes stand. In seiner Theorie führte HUYGENS auch bereits verschiedene Polarisationszustände ein.

Die Wellentheorie des Lichtes setzte sich Anfang des 19. Jahrhunderts gegen die Korpuskulartheorie durch, nachdem neue Experimente von THOMAS YOUNG(1773-1829) und SIMEON DENIS POISSON(1781-1840) diese untermauerten. POISSON bezog sich mit seinem Experiment auf eine kurz vorher von AUGUSTIN JEAN FRESNEL(1788-1827) aufgestellte Theorie, welche auf dem Wellencharakter des Lichtes basierte.

Im Jahre 1873 faßte JAMES CLERK MAXWELL(1831-1879) alle damals bekannten Beschreibungen der Phänomene der Optik, der Elektrizität und des Magnetismus in einer Theorie, den Maxwellgleichungen, zusammen.

Eine erste exakte mathematische Beschreibung der Wellenausbreitung und Beugung von Licht gelang GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF(1827-1879) und

LORD RAYLEIGH(1842-1919). Eine exakte analytische und vollständige Lösung der Maxwellgleichungen für ein beugendes Objekt, die unendlich ausgedehnte, perfekt leitende Halbebene, gelang erstmals ARNOLD SOMMERFELD(1868-1951). Bis heute sind trotz rasanter Fortschritte der Mathematik nur wenige analytische Lösungen der Maxwellgleichungen bekannt, die meist auf bestimmte Geometrien der streuenden Grenzflächen beschränkt sind. Die wichtigsten Lösungen sind die Fresnelschen Formeln für die Beschreibung der Beugung an einer ebenen Grenzfläche und Gitter, die als unendlich ausgedehnte periodische Strukturen aufgefaßt werden. Die vorliegende Arbeit basiert auf der Analyse von Gitterstrukturen und der Möglichkeit, die hierbei angewendeten Methoden auch in guter Näherung für die Beschreibung allgemeiner, nichtperiodischer optischer Grenzflächen zu benützen.

Daß Beugung nicht nur begrenzend auf das Auslösungsvermögen optischer Systeme wirkt, sondern auch bei der Bestimmung von Materialeigenschaften oder bei der gezielten Erzeugung gewünschter Lichtverteilungen benutzt werden kann, wurde bald erkannt. So zeigte sich, daß eine Ausnutzung von Beugungserscheinungen Strukturanalysen von Kristallen ermöglicht. Desweiteren wird die hohe chromatische Dispersion von Beugungsgittern vielfach in der Spektroskopie verwendet.

Eine völlig neue Form der Lichtmanipulation hin zu beliebigen Lichtverteilungen fand DENNIS GABOR(1900-1979), als er das Holographieprinzip entdeckte. GABOR untersuchte dabei photographische Aufzeichnungen von Interferenzmustern, die durch eine Überlagerung von Objekt- und Referenzwellen entstehen. Dabei entdeckte er, daß sich die originale Objektwelle vollkommen rekonstruieren läßt, wenn ein derart aufgenommenes Interferenzmuster mit der Referenzwelle ausgelesen wird.

1967 beschrieben LOHMANN und PARIS, wie die holographische Aufzeichnung mit Hilfe einer Referenzwelle durch eine berechenbare Struktur ersetzt werden kann. Das von ihnen beschriebene Detour-Phase-Prinzip, welches in *Kapitel 3.2.2* vorgestellt wird, ist ein sogenanntes Trägerverfahren. Es ist das erste moderne Designprinzip der diffraktiven Optik. Nachfolgend wurde eine Vielfalt weiterer Verfahren in der Literatur diskutiert, wie das Trägerverfahren von KIRK und JONES, die direkten Designverfahren, zu denen auch die direkte binäre Suche, das simulated annealing und die genetischen Algorithmen gehören, oder das Fehlerdiffusionsverfahren. Iterative Designverfahren, mit der Gruppe der iterativen Pro-

jektionsverfahren wie dem iterativen Fourier-Transformalgorithmus, sind weitere, häufig benützte Designmethoden. Auf die verschiedenen Designverfahren wird in einem kurzen Überblick über die Methoden eingegangen.

Zum Design der realisierten Elemente werden in dieser Arbeit ein iterativer Fourier-Transformalgorithmus in Verbindung mit der direkten Codierung nach LOHMANN und PARIS sowie ein genetischer Algorithmus eingesetzt.

## 1.2 Einordnung der Arbeit

Dem Einsatz von Licht als „enabling technology“ kommt in zunehmendem Maße eine immer größere technische Bedeutung zu [1, 2]. Diese basiert vor allem auf einem breiten Spektrum von Einsatzmöglichkeiten in der aktuellen Forschung und Entwicklung sowie auf einem weiten Feld bei der Umsetzung technischer Problemlösungen, angefangen von der Entwicklung leistungsfähiger Beleuchtungsoptiken und dem Einsatz bei der Laser-Materialbearbeitung über die optische Datenübertragung, -manipulation und -speicherung bis hin zu modernen Meß-, Analyse- und Displaytechniken. All diese Einsatzgebiete wären ohne die rasante Entwicklung der letzten Jahre auf verschiedenen Gebieten der Optik undenkbar. Dabei greifen die drei Bereiche Lichterzeugung, kontrollierte Manipulation von Licht und Detektion eng ineinander. Die Entwicklung neuer Lichtquellen, wie Laser und Leuchtdioden, kann nur dann in technischen Anwendungen umgesetzt werden, wenn eine möglichst effiziente Kontrolle des erzeugten Lichtes möglich ist. Dies wird mittels unterschiedlich komplexer optischer Systeme erreicht. Oft haben allgemeine optische Systeme so viele Freiheitsgrade, daß eine rein experimentelle Suche nach dem optimalen System oder einer befriedigenden Lösung überhaupt, nicht möglich ist. Daher gewinnt eine möglichst realitätsnahe Simulation optischer Systeme zunehmend an Bedeutung. Die großen Fortschritte auf diesem Gebiet gehen nicht zuletzt auch mit der schnellen Entwicklung moderner Rechentechnik einher, welche viele Simulationen überhaupt erst ermöglichte.

Vorherrschend bei der Simulation und dem Design optischer Systeme oder eines einzigen optischen Elementes sind geometrisch-optische Methoden. Am häufigsten wird dabei die sogenannte Strahlverfolgung (ray-tracing) angewendet. Grundlage des Verfahrens ist eine mögliche Beschreibung der elektromagnetischen Phänomene durch Strahlen. Aufgrund der intuitiven Verständlichkeit, der allge-

meinen Verfügbarkeit und einer sehr flexiblen Einsatzmöglichkeit werden solche Verfahren auch beim Design komplexer optischer Systeme, wie dem Design hochgenauer Abbildungssysteme, mit Erfolg eingesetzt. Die Begrenzungen aufgrund zu geringer Rechenkapazitäten wurden dabei immer weiter abgebaut, so daß die angewendeten Verfahren heute an ihre physikalische Grenze stoßen.

Bei der zu beobachtenden Miniaturisierung optischer Systeme bis hin zum Einsatz mikrooptischer Bauelemente gewinnen in zunehmendem Maße wellenoptische Phänomene an Bedeutung, welche in vielen modernen Anwendungen nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Der Einsatz von Methoden, welche den Wellencharakter des Lichtes bei der Analyse und dem Design optischer Systeme einbeziehen, wird somit immer wichtiger. Außerdem erlaubt der Einsatz wellenoptischer Methoden vollkommen neue Lösungsansätze, bzw. überhaupt erst die Lösung bestimmter Problemstellungen. Einer dabei oftmals zu beobachtenden Vergrößerung der Anzahl der Designfreiheiten steht allerdings ein deutliches Anwachsen des Rechenaufwandes gegenüber.

Wünschenswert ist ein Analyse- und Designverfahren, welches die Response beliebiger optischer Elemente rigoros berechnet. Da dies heutzutage aufgrund der immer noch begrenzten Rechnerleistungen i.a. nicht möglich ist, werden Näherungsmethoden eingesetzt. Solchen Verfahren, welche die Wellennatur des Lichtes weitestgehend in ihre Betrachtungen einbeziehen und dennoch einen möglichst geringen Rechenaufwand erzeugen, kommt somit eine immer größere Bedeutung zu. In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene lokale Näherungsverfahren der Analyse und des Design optischer Systeme vorgestellt und untersucht. Die verschiedenen lokalen Näherungen werden mit dem Konzept der *lokalen Elementarstrukturen* zusammengefaßt und erweitert.

### 1.3 Gliederung der Arbeit

Die Analyse optischer Systeme setzt die Möglichkeit der Simulation der Lichtausbreitung durch inhomogene und durch homogene Medien auf der Basis der Maxwellgleichungen voraus. Die Propagation durch homogene Medien wird auf der Basis des *Spektrums ebener Wellen* im *Kapitel 2* beschrieben. Aufbauend darauf, wird im *Kapitel 3* eine rigorose Methode der Analyse unendlich ausgedehnter Gitter vorgestellt. In der vorliegenden Arbeit wird nicht die Konvergenz der angewendeten Fourier-Modal-Methode zur Berechnung der Response unendlich

ausgedehnter Gitter problematisiert, bei den untersuchten dielektrischen und metallischen Beispielstrukturen ist diese jedoch nicht kritisch.<sup>1</sup>

Die Anwendbarkeit der Fourier-Modal-Methode auf allgemeine nicht-periodische Elemente wird im nachfolgenden *Kapitel 4* untersucht. Von der Analyse allgemeiner Strukturen mittels lokaler linearer Gitter ausgehend, wird das Konzept der lokalen Elementarstrukturen entwickelt. Dabei wird der Begriff der Störung als Abweichung der Wirkung einer lokalen Struktur von der Response einer ebenen Grenzfläche eingeführt. Es schließt sich die Berechnung der Störung einer speziellen lokalen Elementarstruktur, des binären Pulses, als Grundlage eines verallgemeinerten Analyseprinzips an. Der Gedanke der Berechnung der Response einer Struktur mittels Elementarstrukturen stellt ein sehr allgemeines Konzept zur Beschreibung optischer Elemente dar. Die Genauigkeit der verschiedenen lokalen Näherungsmethoden wird numerisch miteinander verglichen.

Die so gewonnene Auffassung der Analyse optischer Elemente wird in *Kapitel 5* für das Design zweier Elemente benützt. Für das Beispiel der Codierung eines Strahlteilers mit Hilfe eines hochfrequenten Trägergitter erweist sich die *Näherung lokaler Gitter* als günstig. Für das zweite Beispiel, der Codierung eines nichtparaxialen Strahlteilers, werden lokale binäre Pulse als Elementarstrukturen verwendet.

In *Kapitel 6* werden die in *Kapitel 5* berechneten Elemente experimentell demonstriert.

Eine Zusammenfassung und eine Ausblick auf zu lösende Probleme schließen die Arbeit ab.

---

<sup>1</sup>Die für den TM-Mode möglichen Konvergenzprobleme treten bei den untersuchten Strukturen nicht auf. Die Frage, wann die in der Arbeit verwendeten *Fourier-Modal-Methode* nicht konvergiert, ist Gegenstand aktueller Forschung.

# Kapitel 2

## Grundlagen

### 2.1 Maxwellgleichungen

Sei ein zeitharmonisches elektromagnetisches Feld der Frequenz  $\omega$  gegeben. Dieses Feld ist dann durch die dreidimensionalen Feldstärkevektoren des elektrischen und des magnetischen Feldes,  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$ , vollständig beschrieben

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \Re\{ \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \Re\{ \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \},\end{aligned}$$

worin  $\mathbf{r} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  der dreidimensionale Ortsvektor ist.  $\Re$  bedeutet, daß letztlich jeweils nur der physikalisch relevante Realteil der Felder betrachtet wird. In kontinuierlichen Medien genügt dieses zeitharmonische Feld den Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= i\omega\mathbf{B}(\mathbf{r}), \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \mathbf{J}(\mathbf{r}) - i\omega\mathbf{D}(\mathbf{r}), \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) &= \rho(\mathbf{r}), \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= 0.\end{aligned}\tag{2.1}$$

$\mathbf{B}(\mathbf{r})$  und  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  sind dabei die räumlichen Anteile der dielektrischen Verschiebung und der magnetischen Induktion. In der nichtrelativistischen<sup>1</sup> Optik linearer<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Alle auftretenden Geschwindigkeiten seien klein gegenüber der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit.

<sup>2</sup>Ein Medium heißt linear, wenn die dielektrische Polarisation  $\mathbf{P} = [\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) - \mathbf{1}]\epsilon_0\mathbf{E}$  linear von  $\mathbf{E}$  abhängt.

isotroper<sup>3</sup> Medien sind weiterhin die Materialgleichungen

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(\mathbf{r}) &= \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}), \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}), \\ \mathbf{J}(\mathbf{r}) &= \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})\end{aligned}\tag{2.2}$$

zu erfüllen, wobei  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\mu$  und  $\sigma$  die dielektrische Konstante, die magnetische Permeabilität und die spezifische Leitfähigkeit sind. Die dielektrische Konstante wird oftmals noch in ein Produkt aus dielektrischer Konstante des Vakuums  $\epsilon_0$  und relativer Dielektrizitätskonstante  $\tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})$  zerlegt:  $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) = \tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})\epsilon_0$ . Der zugehörige Brechungsindex ist dann definiert als  $n(\mathbf{r}) = \sqrt{\tilde{\epsilon}_r(\mathbf{r})}$ .

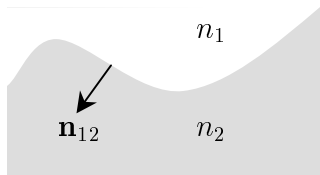
Im Falle anisotroper Medien sind  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\mu$  und  $\sigma$  keine skalaren Funktionen, sondern werden durch den Dielektrizitätstensor  $\epsilon_{ij}$ , den Permeabilitätstensor  $\mu_{ij}$  und den Leitfähigkeitstensor  $\sigma_{ij}$  beschrieben [3]. Sollen nichtlineare Medien untersucht werden, so hängen  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\mu$  und  $\sigma$  nicht nur vom Ort, sondern auch vom elektromagnetischen Feld selbst ab<sup>4</sup> [4].

## 2.2 Übergangsbedingungen

Weisen die Materialparameter  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\mu$  und  $\sigma$  Sprünge auf, so sind an den entsprechenden Grenzflächen Übergangsbedingungen zu beachten.

Beschreibt  $\mathbf{n}_{12}$  den Normalenvektor der Grenzfläche vom Medium 1 zum Medium 2 (Bild 2.1), so ist

$$\begin{aligned}\mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) &= 0, \\ \mathbf{n}_{12} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) &= \rho_s, \\ \mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) &= 0, \\ \mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) &= \mathbf{J}_s,\end{aligned}\tag{2.3}$$



zu erfüllen.

Abbildung 2.1: Definition des Normalenvektors der Grenzfläche zweier Medien

<sup>3</sup>Ein Medium heißt isotrop, wenn seine elektromagnetischen Eigenschaften richtungsunabhängig sind.

<sup>4</sup>Diese Beschreibung ist äquivalent zu der nichtlinearen Abhängigkeit der dielektrischen Polarisation  $\mathbf{P}$  von der Feldstärke  $\mathbf{E}$ .

$\rho_s$  und  $\mathbf{J}(\mathbf{r})$  sind die Oberflächenladung und der Oberflächenstrom. Besteht das Medium 2 aus einem ideal leitenden Material, also  $\sigma = \infty$ , so muß das Feld in diesem Bereich verschwinden:  $\mathbf{B}_2 = \mathbf{H}_2 = \mathbf{D}_2 = \mathbf{E}_2 = 0$ . Liegt hingegen ein dielektrisches Material oder ein realer Leiter im Medium 2 vor, so treten keine Oberflächenladungen oder -ströme auf, d.h. es gilt  $\rho_s = \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$ .

## 2.3 Zwei-dimensionale Felder

Ist das elektromagnetische Feld invariant bezüglich der Verschiebung entlang einer Koordinatenachse, so lassen sich die Maxwellgleichungen (2.1) wesentlich vereinfachen. Sind die zu untersuchenden Strukturen invariant gegenüber einer Verschiebung in  $y$ -Richtung so gilt dies aus Symmetriegründen notwendigerweise auch für das elektromagnetische Feld. Die Maxwellgleichungen lassen sich dann in zwei separierte Differentialgleichungen überführen. Zweckmäßigerweise zerlegt man das Feld in zwei Feldstärkevektoren, welche parallel bzw. senkrecht zur invarianten Koordinatenachse schwingen. Diese beiden Komponenten werden TE-Mode (transversal elektrischer Mode) und TM-Mode (transversal magnetischer Mode) genannt, es sind auch die Bezeichnungen TE-Polarisation oder s-Polarisation beziehungsweise TM-Polarisation oder p-Polarisation gebräuchlich. Aus der Lösung der beiden Differentialgleichungen für die unabhängigen Polarisationskomponenten lassen sich dann alle anderen Feldkomponenten bestimmen. Im folgenden sollen nur unmagnetische Stoffe betrachtet werden, d.h. es gelte  $\mu(x, z) = \mu_0$ . Desweiteren werden eine komplexe Dielektrizitätskonstante gemäß  $\epsilon_r(x, z) = [n(x, z)]^2 = \tilde{\epsilon}_r(x, z) + i\frac{\sigma(x, z)}{\omega\epsilon_0}$  und der Wellenzahlvektor  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \omega\sqrt{\epsilon_o\mu_0}$  eingeführt. Dann erhält man für die TE-Polarisation aus den Maxwellgleichungen 2.1

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y(x, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y(x, z) + k^2 \epsilon_r(x, z) E_y(x, z) = 0. \quad (2.4)$$

und weiterhin

$$H_{[x,z]}(x, z) = \frac{i}{\omega\mu_0} \left[ \mathbf{x} \frac{\partial}{\partial z} E_y(x, z) - \mathbf{z} \frac{\partial}{\partial x} E_y(x, z) \right] \quad (2.5)$$



als Komponenten des Magnetfeldes. Für die TM-Polarisation gilt entsprechend

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\epsilon_r(x, z)} \frac{\partial}{\partial x} H_y(x, z) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\epsilon_r(x, z)} \frac{\partial}{\partial z} H_y(x, z) \right] + k^2 H_y(x, z) = 0. \quad (2.6)$$

Die beiden letzten noch fehlenden Komponenten des elektrischen Feldes ermittelt man dann gemäß

$$E_{[x, z]}(x, z) = \frac{i}{\omega \epsilon_r(x, z)} \left[ \mathbf{x} \frac{\partial}{\partial z} E_y(x, z) - \mathbf{z} \frac{\partial}{\partial x} E_y(x, z) \right]. \quad (2.7)$$

## 2.4 Energiedichte und Poyntingvektor

In vielen Fällen ist man weniger an den Feldstärkevektoren, als vielmehr an der Energieverteilung interessiert. Die elektromagnetische Energiedichte ist definiert als Summe der Felddichten des elektrischen und des magnetischen Feldes

$$w(\mathbf{r}, t) = w_e(\mathbf{r}, t) + w_h(\mathbf{r}, t). \quad (2.8)$$

Dabei berechnen sich die Energiedichte des elektrischen Feldes im einzelnen nach

$$w_e(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \quad (2.9)$$

und die des magnetischen Feldes gemäß

$$w_h(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (2.10)$$

Da die Frequenz  $\omega$  des betrachteten Lichtfeldes groß ist, wird mit den jeweiligen zeitlichen Mittelwerten

$$\langle w_e(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{4} \epsilon(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \quad (2.11)$$

$$\langle w_h(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{4} \mu(\mathbf{r}) |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2 \quad (2.12)$$

gerechnet [3].

Die mittlere zeitliche elektromagnetische Energiedichte berechnet sich dann gemäß

$$\langle w(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle w_e(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle w_h(\mathbf{r}, t) \rangle \quad (2.13)$$

Der Energiefluß durch eine Fläche wird durch den Poyntingvektor, der als  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  definiert ist, beschrieben. Wiederum interessiert in den meisten Fällen nur das mittlere zeitliche Verhalten des Poyntingvektors

$$\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} \Re\{\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r})\}. \quad (2.14)$$

Um den Energiefluß in eine bestimmte Richtung zu ermitteln, wird der mittlere zeitliche Poyntingvektor auf die entsprechende Richtung projiziert.

## 2.5 Wellenoptische Beschreibung eines optischen Systems

Die wellenoptische Simulation eines beliebigen optischen Systems, wie zum Beispiel in Abb. 2.2 (a) dargestellt, kann in zwei verschiedenen Beschreibungen erfolgen: der Darstellung im Funktionsbild und der Repräsentation im Strukturbild [5]. Im Funktionsbild ersetzt man die realen optischen Elemente durch mathematische Operatoren  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2 \cdots \mathcal{S}_j \cdots \mathcal{S}_{j-1}, \mathcal{S}_j$  und Freiraumpropagationen über eine Distanz  $\Delta z$  durch Propagationsoperatoren  $\mathcal{P}_{\Delta z_1}, \mathcal{P}_{\Delta z_2} \cdots \mathcal{P}_{\Delta z_j} \cdots \mathcal{P}_{\Delta z_{j-1}}, \mathcal{P}_{\Delta z_j}$ . Im Spezialfall eines einzigen optischen Elements reduziert sich die Darstellung auf einen Operator  $\mathcal{S}$ . Erfolgen desweiteren vor und hinter dem optischen Element Freiraumpropagationen über die Distanzen  $\Delta z_1$  und  $\Delta z_2$ , so findet ergibt sich zur Beschreibung des gesamten Systems im Funktionsbild eine Operatorsequenz  $\tilde{\mathcal{S}} = \mathcal{P}_{\Delta z_2} \mathcal{S} \mathcal{P}_{\Delta z_1}$ . Das Ausgangsfeld  $U_{\text{aus}}(x, y, z_{\text{aus}})$  kann dann durch

$$U_{\text{aus}}(x, y, z_{\text{aus}}) = \mathcal{P}_{\Delta z_2} \mathcal{S} \mathcal{P}_{\Delta z_1} U_{\text{ein}}(x, y, z_{\text{ein}}) \quad (2.15)$$

aus dem Eingangsfeld  $U_{\text{ein}}(x, y, z_{\text{ein}})$  berechnet werden.

Bei der Analyse eines optischen Systems steht eine ausreichend genaue Repräsentation einer Struktur durch einen solchen mathematischen Operator  $\tilde{\mathcal{S}}$  im Mittelpunkt der Untersuchungen, während beim Design das Auffinden eines Operators, der eine gewünschte Transformation realisiert, und die Zuordnung einer bestimmten Struktur zu einem gefundenen mathematischen Operator zentrale Fragen darstellen. Design und Analyse sind daher inverse Problemstellungen.

Wie in Abb. 2.2 (c) gezeigt ist, kann die Transmission durch optische Elemente in der Darstellung im Funktionsbild durch den Transmissionsoperator  $\mathcal{T}$

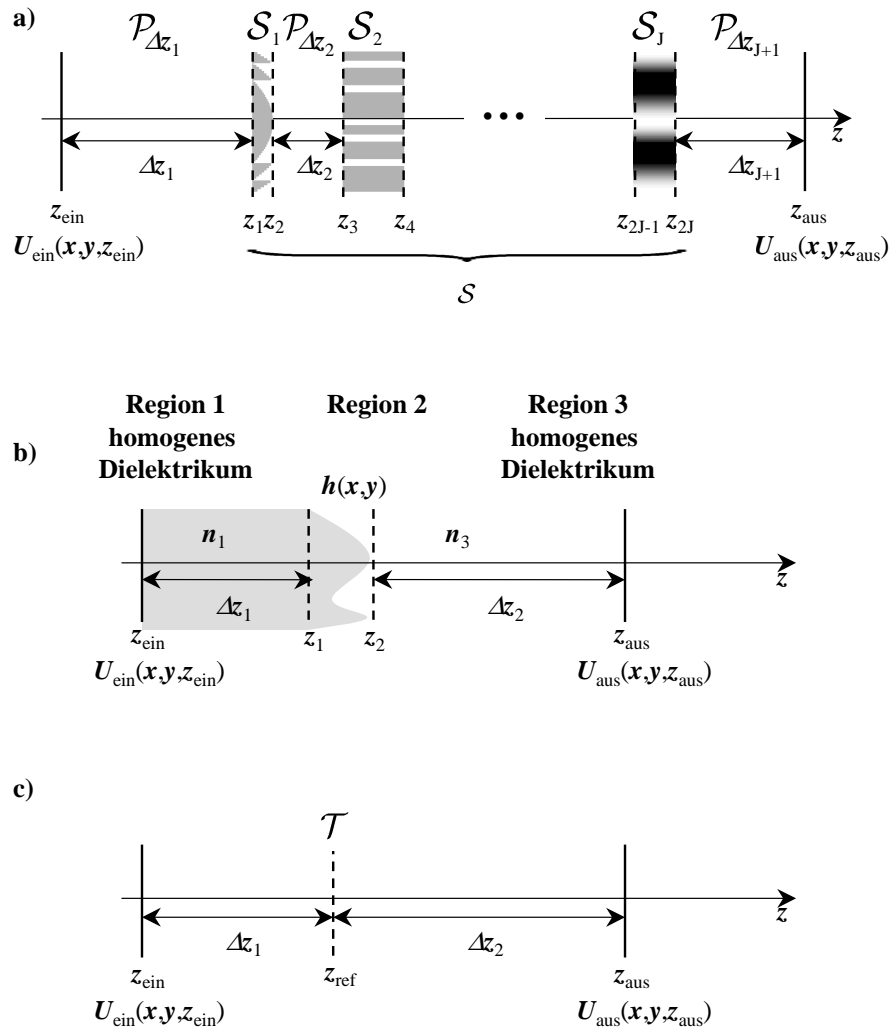


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung optischer Systeme. (a) Allgemeines optisches System aus  $J$  Elementen, durch  $J$  Operatoren  $\mathcal{S}_j$  beschrieben, welche räumlich durch homogene Regionen getrennt sind. (b) Optisches System im Strukturbild am Beispiel eines beliebigen Grenzflächenprofils  $h(x, y)$ , welches zwei homogene Regionen trennt. (c) Optisches System im Funktionsbild am Beispiel einer Transmissionsfunktion  $\mathcal{T}$ .

beschrieben werden, welcher einer Multiplikation mit einer komplexen Transmissionsfunktion  $t(x, y) = |t(x, y)| \exp[i\tau(x, y)]$  entspricht, also

$$\mathcal{T}U(x, y) = t(x, y)U(x, y), \quad (2.16)$$

wobei die Dicke des Elementes vernachlässigt und dessen Wirkung auf eine Ebene  $z_{\text{ref}}$  reduziert wird. Besonderer Vorteil der Darstellung im Funktionsbild ist, daß man nicht auf ein bestimmtes optisches System festgelegt ist. Das heißt, daß man zunächst die Realisierung des entsprechenden Operators durch ein reales optisches Element außer Acht lassen kann.

Im Gegensatz dazu setzt die Darstellung im Strukturbild eine Festlegung auf eine bestimmte Inhomogenität voraus. Dies mag zunächst intuitiver erscheinen, schränkt jedoch andererseits die Freiheiten beim Design optischer Systeme erheblich ein. Im Strukturbild, welches exemplarisch in Abb. 2.2 (b) abgedeutet ist, wird das optische System durch konkret vorgegebene optische Elemente oder abstrakter durch fest vorgegebene Brechzahlverteilungen  $n(x, y)$  repräsentiert, wobei die Wirkung dieser Brechzahlverteilungen mathematisch durch einen diesmal strukturbezogenen Operator  $\mathcal{M}_{z_2-z_1}$  realisiert wird.

Wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt wird, ist die wellenoptische Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes in linearen, homogenen Medien gelöst, wobei die effiziente numerische Implementierung Gegenstand aktueller Forschung ist [6–8]. Die Auffindung strukturbezogener Operatoren  $\mathcal{M}_{z_2-z_1}$  ist jedoch nur in speziellen Fällen analytisch möglich und erfolgt daher meist numerisch. Die effiziente Berechnung bestimmter strukturbezogener Operatoren durch die Anwendung von geeigneten Näherungen stellt ein Ziel der vorliegenden Arbeit dar.

## 2.6 Propagation in homogenen Medien

Die Propagation durch ein optisches System soll in zwei unabhängige Schritte unterteilt werden. Die Wellenausbreitung in linearen, homogenen Medien, auch Freiraumpropagation genannt, wird getrennt von der Propagation durch das eigentliche optische Element betrachtet. Erstere kann im Sinne der Maxwellgleichungen exakt gelöst werden, bei letzterer ist man oft auf Näherungen angewiesen. Gegenstand der Arbeit ist die genauere Untersuchung solcher Näherungen bei der Propagation durch inhomogene Medien, so daß die Propagation durch

homogene Medien hier nur kurz angerissen werden soll. Ausführliche Darstellungen finden sich bei STAMNES [6], MANDEL und WOLF [7], SOMMERFELD [9] und AAGEDAL [8].

Im homogenen Medium kann aufgrund der Linearität der Maxwellgleichungen eine beliebige Welle immer als Superposition eines Satzes von Wellen in einer zweidimensionalen Fläche dargestellt werden, sofern dieser eine vollständige Basis des  $\mathbb{R}^2$  bildet. Das Feld in jedem beliebigen Raumpunkt außerhalb einer solchen Fläche kann dann durch Propagation der Welle berechnet werden. Das Huygenssche Prinzip, welches besagt, daß jeder Punkt in der Fläche Quelle einer Kugelwelle sei, ist die erste Theorie, welche auf diesem Superpositionsprinzip beruht. Die Theorie der Entwicklung nach sphärischen Wellen führte schließlich zu den Kirchhoff und den Rayleigh-Sommerfeld Wellenausbreitungsintegralen [7].

Eine der einfachsten Lösungen der Maxwellgleichungen ist die monochromatische, unendlich ausgedehnte ebene Welle. Die Menge aller möglichen ebenen Wellen, homogene<sup>5</sup> wie inhomogene, ist eine vollständige Basis des  $\mathbb{R}^2$ . Daher kann jede beliebige Welle nach ebenen Wellen entwickelt werden. Für eine skalare Komponente des elektromagnetischen Feldes findet man so das *Spektrum ebener Wellen (SEW)*

$$\begin{aligned} {}^{\text{SEW}}U_{[1,3]}(x, y, z) = & \iint_{\mathbb{R}^2} T(u, v) \exp\{i2\pi[ux + vy + w_3(z - z_0)]\} dudv \\ & + \iint_{\mathbb{R}^2} R(u, v) \exp\{i2\pi[ux + vy - w_1(z - z_0)]\} dudv. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Hierin beschreiben  $R$  und  $T$  die Anteile der in negative, bzw. positive  $z$ -Richtung propagierenden Wellen. Das auftretende  $w_{[1,3]}$  ist nicht unabhängig von  $u$  und  $v$

$$w_{[1,3]} = \begin{cases} [(kn_{[1,3]})^2 - (u^2 + v^2)]^{\frac{1}{2}} & \text{falls } u^2 + v^2 \leq (kn_{[1,3]})^2, \\ i[(u^2 + v^2) - (kn_{[1,3]})^2]^{\frac{1}{2}} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.18)$$

und kann somit reell oder imaginär sein. Die reellen  $w$  beschreiben dabei die homogenen Wellen, während die imaginären  $w$  evaneszente ebene Welle charak-

---

<sup>5</sup>Eine elektromagnetische Welle heißt homogen, wenn die Flächen konstanter Amplitude mit den Flächen konstanter Phase übereinstimmen. Anderenfalls wird die Welle als inhomogen oder evaneszent bezeichnet. Die Amplituden der evaneszenten ebenen Wellen werden mit steigendem Abstand in  $z$ -Richtung exponentiell abgeschwächt, die Flächen konstanter Amplitude stehen senkrecht auf den Flächen konstanter Phase. Evaneszente ebene Wellen breiten sich senkrecht zur  $z$ -Richtung aus.

terisieren. Die auftretenden Indizes beziehen sich, entsprechend der Abb. 2.2b auf die transmittierten ebenen Wellen im Medium 3 und die reflektierten ebenen Wellen im Medium 1. Entsprechend sind die zugehörigen Brechungsindizes zu wählen.

Äquivalent zu dieser Möglichkeit der Entwicklung nach ebenen Wellen ist die Beschreibung mittels der Ableitungen der Feldverteilung der ebenen Wellen in  $z$ -Richtung [7–9], welche ebenfalls eine vollständige Basis des  $\mathbb{R}^2$  beschreiben

$$\begin{aligned} \text{SEW}_2 U_{[1,3]}(x, y, z) = & \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{T'(u, v)}{i2\pi w} \exp\{i2\pi[ux + vy + w_3(z - z_0)]\} dudv \\ & - \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{R'(u, v)}{i2\pi w} \exp\{i2\pi[ux + vy - w_1(z - z_0)]\} dudv. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Ein optisches System entsprechend Abb. 2.2 bestehe aus den homogenen Gebieten in  $z < z_1$  und  $z > z_2$  und der inhomogenen Region in  $z_1 \leq z \leq z_2$  und sei bis auf eine ebene Beleuchtungswelle, welche als Licht einer Punktlichtquelle in  $z = -\infty$  verstanden werden kann, frei von Quellen. Im Gebiet  $z > z_2$  gilt dann  $R(u, v)|_{z > z_2} \equiv 0$ . Daraus folgt, daß sich die Lösung im Gebiet  $z > z_2$  als Superposition ebener Wellen gemäß

$$U(x, y, z \geq z_2) = \iint_{\mathbb{R}^2} T(u, v, h) \exp\{i2\pi[ux + vy + w_3(z - h)]\} dudv \quad (2.20)$$

mit

$$T(u, v, h) = \iint_{\mathbb{R}^2} U(x, y, h) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (2.21)$$

und  $w_3$  entsprechend Gl. (2.18) darstellen läßt.

Im Raumbereich  $z \leq z_1$  läßt sich das elektromagnetische Feld in der Form

$$\begin{aligned} U(x, y, z \leq 0) = & \exp \left[ i2\pi n_1 \left( \frac{\sin \theta}{\lambda} x + \frac{\cos \theta}{\lambda} z \right) \right] \\ & + \iint_{\mathbb{R}^2} R(u, v, 0) \exp[i2\pi(ux + vy - w_1 z)] dudv \end{aligned} \quad (2.22)$$

mit

$$R(u, v, 0) = \iint_{\mathbb{R}^2} U(x, y, 0) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (2.23)$$

beschreiben. Hierin beschreibt  $\theta$  den Einfallswinkel und  $\lambda$  die Vakuumwellenlänge der einfallenden ebenen Welle.

# Kapitel 3

## Responseanalyse periodischer Strukturen

Analytische Lösungen der Maxwellgleichungen existieren nur für spezielle Problemstellungen. Diese lassen sich in zwei Gruppen unterteilen. Als erste große Gruppe findet man die periodischen Strukturen, also die Gitter. Davon unabhängig wurden analytische Lösungen für spezielle Geometrien, wie Halbebenen, Ebenen, Kugelflächen oder Ellipsoide, ebene Schichten und Schichtsysteme gefunden. Eine Übersicht über die einzelnen analytischen Lösungen ist in [3] gegeben. Eine Reihe von rigorosen Methoden erlaubt allerdings, allgemeine Inhomogenitäten numerisch zu analysieren. Diese lösen die Maxwell'schen Gleichungen numerisch, wobei die Lösung parameterabhängig gegen die exakte Lösung konvergiert. Die verschiedenen Methoden konvergieren bei stark unterschiedlichem Rechenaufwand und nicht für alle Methoden liegen mathematische Konvergenzbeweise vor. In der Zeitdomäne werden Finite-Differenzen-Methoden (Finite Differences Time Domain method: FDTD) [10] benutzt, in der Raumdomäne sind eine Vielzahl von rigorosen Methoden bekannt, deren bekannteste die Strahl-Propagations-Methode (Beam Propagation Method: BPM) [11, 12], die Finite-Differenzen-Methode (FDM) [13], die Wellen-Propagationsmethode (Wave Propagation Method: WPM) [14, 15] und verschiedene Methoden der Analyse periodischer Oberflächen, wie Oberflächen-Integral-Methode (IESMP) [16, 17], Finite-Elemente-Methoden (FEM), Modal-Methoden, Koordinaten-Transformations-Methoden, sind. [18–24].

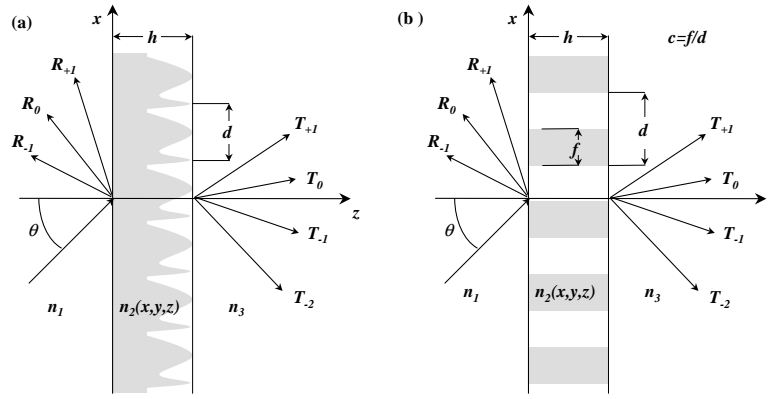


Abbildung 3.1: Gittergeometrien a) allgemeines Oberflächengitter, b) binäres Gitter

### 3.1 Grundlagen

Die Region 2 (Abb. 2.2) soll im folgenden Kapitel näher spezifiziert und durch ein periodisches Element wie in Abb. 3.1 beschrieben werden. Der Raum wird in drei Teilbereiche zerlegt, mit jeweils einem homogenen Medium vor ( $z < 0$ ) und hinter ( $z > h$ ) dem Gitter und einem inhomogenen periodischen Medium im Bereich  $0 \leq z \leq h$ . Der homogene Raumbereich I sei mit einem Medium der reellwertigen Brechzahl  $n_1$  angefüllt. Hier sind die einfallende ebene monochromatische Welle  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$  und die reflektierte Welle  $\mathbf{E}_r(\mathbf{r})$  lokalisiert. Im Raumbereich III tritt eine transmittierte Welle  $\mathbf{E}_t(\mathbf{r})$  auf, sofern das Medium dielektrisch ist. Ist der Brechungsindex  $n_3$  dagegen komplex, so treten an der Grenzfläche nur evaneszente Felder auf. Im eigentlichen Gittergebiet kann eine komplexe oder eine reelle Brechzahlverteilung  $n_2(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) + i\kappa(\mathbf{r})$  vorliegen. Das Feld innerhalb des Gitters soll mit  $\mathbf{E}_g$  bezeichnet werden.

Ziel ist es nun, aus der Kenntnis der einfallenden Welle und der Brechzahlverteilung im Gitter die transmittierte Welle, die reflektierte Welle und das elektromagnetische Feld im Gitter zu bestimmen.

Die zu untersuchenden Strukturen lassen sich in Abhängigkeit von der Anzahl der Richtungen, in welchen Variationen der Brechzahl auftreten, klassifizieren. Wir unterscheiden ein-, zwei- und dreidimensionale Strukturen, wobei bei den ein- und zweidimensionalen jeweils noch nach der Richtung der auftretenden Brechzahländerung differenziert wird. Exemplarische Beispiele unterschiedlicher Strukturen sind in Abb. 3.2 dargestellt. Bild 3.2a zeigt ein in einer Richtung unendlich ausgedehntes binäres Gitter. Solche lamellaren Gitter haben eine große Bedeutung in der Optik und werden vielfältig eingesetzt. Bild 3.2b ist eine Bei-



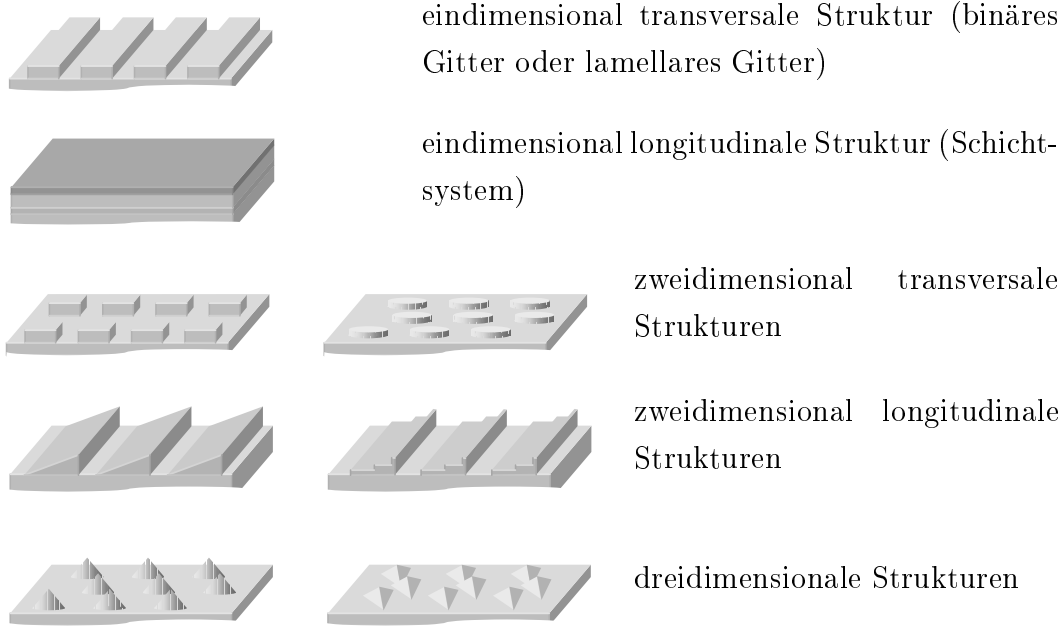


Abbildung 3.2: Allgemeine Gittergeometrien

spielstruktur für ein Schichtsystem. Es treten keine Gitterstrukturen auf, doch kann die Brechzahlvariation der einzelnen Schichten durchaus periodisch sein. Schichtsysteme werden bei der Entspiegelung optischer Oberflächen, in der Bandpaßfilterung oder für hochreflektierende dielektrische Spiegel eingesetzt. Bild 3.2c zeigt zweidimensionale transversale Gittertypen, die periodische Brechzahlvariationen in den beiden transversalen Koordinatenrichtungen, aber nicht in der Tiefe aufweisen. Unter 3.2d werden alle Strukturen zusammengefaßt, die in einer der transversalen Koordinatenrichtungen periodisch fortgesetzt und in der anderen unendlich ausgedehnt sind. Die lamellaren Gitter stellen einen Spezialfall dieses Gittertyps dar. Beispielstrukturen für den allgemeinsten Gittertyp, dreidimensionale Gitter, sind in Bild 3.2e gezeigt. In der Arbeit sollen nur Strukturen vom Typ a) und d) untersucht werden.

Abb. 3.3 zeigt verschiedene Beispiele ein- und zweidimensional-longitudinaler Gittertypen, die häufig in der Optik Verwendung finden. In Bild 3.3a ist der Brechungsindex innerhalb eines bestimmten Bereiches  $x_l \leq x < x_{l+1}$  konstant. All diese Bereiche des Gitters haben dieselbe Tiefe  $h$ . Bild 3.3b demonstriert ein sogenanntes Mehrschichtgitter. In einem bestimmten Tiefenbereich  $z_j \leq z < z_{j+1}$  ist der Brechungsindex in der lateralen Ausdehnung im Bereich  $x_l \leq x < x_{l+1}$  konstant. Das binäre Gitter aus Bild 3.3a ist ein Spezialfall dieser Struktur. Die An-

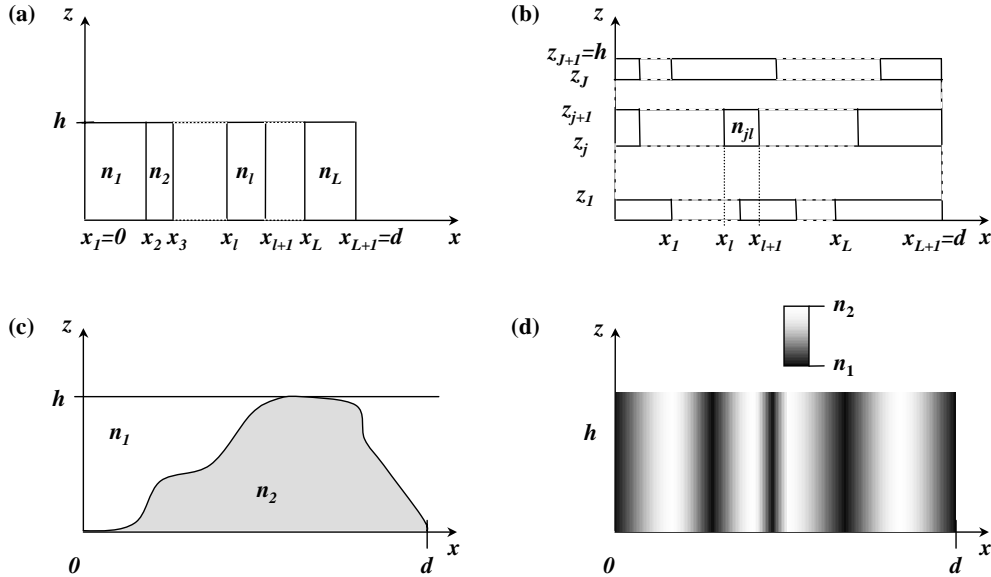


Abbildung 3.3: Verschiedene Gittertypen: (a) binäres Streifengitter, (b) Multilevelstreifengitter, (c) Gitter mit kontinuierlicher Oberfläche, (d) indexmoduliertes Gitter

zahl der Brechzahlssprünge in einer beliebigen Richtung ist nicht beschränkt, allerdings werden häufig binäre Gitter untersucht, die oft nur zwei Brechzahlssprünge pro Periode in lateraler Richtung aufweisen. Beide diese Gitterarten können durch Ätzen in Glas, Laser-, Ionen- oder Elektronenstrahlverfahren, Masken-Techniken, holographische Methoden oder Kombinationen der verschiedenen Techniken realisiert werden [25,26]. Bild 3.3c zeigt ein kontinuierliches Oberflächenprofil. Durch eine Zerlegung in hinreichend viele Schichten kann diese Struktur als ein Spezialfall von b aufgefasst werden. Eine Herstellung solcher Strukturen kann durch verschiedene lithographische Verfahren [27–29] erfolgen. Schließlich werden auch noch sogenannte indexmodulierte Gitter wie in Bild 3.3d benutzt, die vor allem durch optisch-holographische Verfahren realisiert werden. Diese können nach einer Zerlegung in hinreichend viele laterale Bereiche ebenfalls auf die Gitter vom Typ a zurückgeführt werden.

Im folgenden soll eine  $y$ -invariante zweidimensional longitudinale Brechzahlverteilung betrachtet werden. Somit lassen sich die Maxwellgleichungen auf die Lösung der beiden unabhängigen Polarisierungen, die mit der skalaren Komponente  $U$  abgekürzt werden sollen, reduzieren (vgl. auch *Kapitel 2.3*). Die einfallende Welle schließt einen Winkel  $\theta$  mit der  $z$ -Achse ein und propagiert in der  $x$ - $z$ -Ebene. Eine Erweiterung unter Einbeziehung konischer Einfallswinkel [30–33] und die Analyse dreidimensionaler Strukturen [34–39] sind ebenfalls möglich.

## 3.2 Rayleigh-Entwicklung

Liegt im Gebiet der zu untersuchenden Struktur eine periodische Verteilung der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_r(x + d, z) = \epsilon_r(x, z)$  vor, so folgt aus dem Bloch-Floqueschen Theorem, daß die Komponenten des elektromagnetischen Feldes pseudoperiodisch sein müssen [40]:

$$U(x + d, z) = U(x, z) \exp(i\alpha_0 d), \quad (3.1)$$

worin  $\alpha_0 = kn_1 \sin \theta$  und  $\theta$  der Einfallswinkel ist.

Wie in *Kapitel 2.6* gezeigt wurde, kann jede Welle in den Halbräumen  $z \geq h$  und  $z \leq 0$  in eine Linearkombination ebener Wellen zerlegt werden. Unter Beachtung der Pseudoperiodizität der Welle findet man für eine skalare Komponente des transmittierten Feldes in der Ebene  $z = h$  laut Rayleigh-Entwicklung:

$$U_T(x, h) = \sum_{-\infty}^{\infty} T_m \exp[i(\alpha_m x + t_m h)] \quad (3.2)$$

$$\text{mit: } T_m = \frac{1}{d} \int_0^d U_T(x, h) \exp(-i\alpha_m x) dx$$

... Rayleigh-Koeffizienten in Transmission der m. Beugungsordnung

$$\begin{aligned} \alpha_m &= kn_1 \sin \theta + 2\pi m/d \\ t_m &= \sqrt{(kn_3)^2 - (kn_1 \sin \theta + 2\pi m/d)^2} = kn_3 \cos \theta_m \end{aligned}$$

In der Ebene  $z = 0$  erhält man analog für das reflektierte Feld:

$$U_R(x, h) = \sum_{-\infty}^{\infty} R_m \exp[i(\alpha_m x)] \quad (3.3)$$

$$\text{mit: } R_m = \frac{1}{d} \int_0^d U_R(x, 0) \exp(-i\alpha_m x) dx$$

... Rayleigh-Koeffizienten in Reflexion der m. Beugungsordnung

Sind die Rayleighkoeffizienten  $T_m$  und  $R_m$  bekannt, so läßt sich die Intensität oder Effizienz jeder Beugungsordnung des Gitter durch eine  $x$ - $y$ -Ebene als Projektion des Quadrates der Amplituden von  $T_m$  und  $R_m$  auf die  $z$ -Richtung berechnen. Man erhält für die Reflexion

$$\eta_{m, [\text{TE}, \text{TM}]} = \frac{\cos \theta_m}{\cos \theta} |R_{m, [\text{TE}, \text{TM}]}|^2, \quad (3.4)$$

für die TE-Polarisation in Transmission

$$\eta_{m,[TE]} = \frac{n_1 \cos \theta_m}{n_3 \cos \theta} |T_{m,[TE]}|^2 \quad (3.5)$$

und

$$\eta_{m,[TM]} = \frac{n_3 \cos \theta_m}{n_1 \cos \theta} |T_{m,[TM]}|^2 \quad (3.6)$$

für die TM-Polarisation in Transmission. Naturgemäß tragen evaneszente Wellen zu keinem Energietransport in z-Richtung bei, weswegen für diese  $\eta_m = 0$  gilt. Im Falle absorptionsfreier Gittermedien ist die Summe der transmittierten und der reflektierten Energie identisch Eins, während sie für Gittermedien mit Absorption kleiner als Eins ist.

Die Rayleigh-Entwicklung wird im folgenden in zwei Terme zerlegt. Der lineare Phasenterm stellt die Ursache der Separation der einzelnen Beugungsordnungen des Gitters dar und definiert somit die jeweiligen Beugungswinkel. Mit ihm wird nachfolgend das Detour-Phase-Prinzip nach LOHMANN erklärt werden. Die elektromagnetischen Terme definieren die Amplitude und die Phase innerhalb einer beobachteten transmittierten und reflektierten Beugungsordnungen.

der lineare Phasenterm:  $\exp(i\phi_{IP}) = \exp(i\alpha_m x)$

der elektromagnetische Terme:  $T_m \exp(it_m h) = |A_{T,m}^{\text{elm}}| \exp(i\phi_{T,m}^{\text{elm}}) \exp(it_m h)$   
 $R_m = |A_{R,m}^{\text{elm}}| \exp(i\phi_{R,m}^{\text{elm}})$

### 3.2.1 Linearer Phasenterm

Zuerst soll der in der Rayleigh-Entwicklung auftretende Term  $\exp(i\alpha_m x)$  untersucht werden. Setzt man  $\alpha_m = kn_3 \sin \theta_m$ , so erhält man in der Region 3 die bekannte Gittergleichung in Transmission

$$n_3 \sin \theta_m = n_1 \sin \theta + \frac{m\lambda}{d} \quad (3.7)$$

Analog erhält man die Gittergleichung für die reflektierten Wellen im Gebiet 1

$$n_1 \sin \theta_m = n_1 \sin \theta + \frac{m\lambda}{d} \quad (3.8)$$

Für alle propagierenden Beugungsordnungen ist  $\alpha_m$  reell. Damit ist  $\exp(i\alpha_m x)$  ein reiner Phasenterm, der, abhängig von der betrachteten propagierenden Beugungsordnung, jeder dieser eine unterschiedliche lineare Phase aufprägt. Diese linearen Phasen führen im Fernfeld zu der bekannten Separierung der einzelnen

Beugungsordnungen. Der Anstieg der linearen Phase bestimmt dabei die Richtung der auftretenden Beugungsordnung. Im Falle evaneszenter Beugungsordnungen ist  $\exp(i\alpha_m x)$  reell. Dies führt zu einem exponentiellen Abfall der Amplitude der evaneszenten Felder in Ausbreitungsrichtung der propagierenden Wellen. Evaneszente Felder tragen wesentlich zu Resonanzeffekten im Gitter selbst und im Nahfeld einer Struktur bei.

### 3.2.2 Detour-Phase-Prinzip

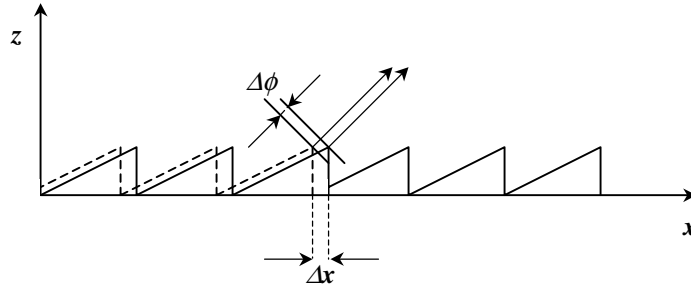


Abbildung 3.4: Detour-Phase-Prinzip nach LOHMANN

Aus der Rayleigh-Entwicklung

$$U_T(x, h) = \sum_{-\infty}^{\infty} T_m \exp(it_m h) \exp(i\alpha_m x). \quad (3.9)$$

folgt, daß für ein Gitter, welches, wie in Abb. 3.4 dargestellt, in seiner Position um  $\Delta x$  verschoben wird, also  $U_T'(x', h) = U_T(x, h)$  und  $x = x' + \Delta x$  gilt,

$$\begin{aligned} T'_m &= \frac{1}{d} \int_0^d U_T'(x', h) \exp\left(\frac{-2\pi i m x'}{d}\right) dx' \\ &= \frac{1}{d} \int_{\Delta x}^{d+\Delta x} U_T(x, h) \exp\left(\frac{2\pi i m \Delta x}{d}\right) \exp\left(\frac{-2\pi i m x}{d}\right) dx \\ &= \exp\left(\frac{2\pi i m \Delta x}{d}\right) \frac{1}{d} \int_{\Delta x}^{d+\Delta x} U_T(x, h) \exp\left(\frac{-2\pi i m x}{d}\right) dx \end{aligned}$$

erfüllt sein muß.

Da  $U_T(x, h)$  periodisch ist, führt eine Verschiebung der Integrationsgrenzen zu keiner Änderung des Integrals, d.h.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{d} \int_{\Delta x}^{d+\Delta x} U_T(x, h) \exp\left(\frac{-2\pi imx}{d}\right) dx, \\ &= \frac{1}{d} \int_0^d U_T(x, h) \exp\left(\frac{-2\pi imx}{d}\right) dx \stackrel{!}{=} T_m. \end{aligned}$$

Man erhält somit  $T'_m = \exp(2\pi im\Delta x/d)T_m$ . Dies ist die verallgemeinerte Form des von LOHMANN eingeführten Detour-Phase-Prinzips [41–43]. Eine Verschiebung um  $\Delta x$  führt demnach zu einer Phasenverschiebung in der  $m$ . Beugungsordnung des Gitters um  $\phi'_m = \phi_m + 2\pi m\Delta x/d$ , ohne die Amplituden in den entsprechenden Beugungsordnungen zu ändern. Das Ergebnis ist vollkommen rigoros und kann analog für die reflektierten Wellen formuliert werden.

### 3.3 Rigorose Methoden der Gitteranalyse

Verschiedene Methoden der rigorosen Analyse von Gittern sind bekannt. Hierzu gibt es eine Reihe guter Übersichtsartikel [40, 44, 45]. In der vorliegenden Arbeit wird die sogenannte Fourier-Modal-Methode verwendet, deren mathematischer Formalismus im folgenden dargestellt werden soll.

#### 3.3.1 Modal-Entwicklungsmethoden

In den Modal-Entwicklungsmethoden (*Coupled wave analysis: CWA*) wird das gesamte Feld als eine Superposition von pseudoperiodischen Wellenleiter-Moden im Gitter aufgefaßt. Als Basis, in der das Feld dargestellt wird, dienen die Beugungsordnungen des Gitters, wobei hinreichend viele evaneszente Ordnungen in die Berechnungen mit einfließen müssen. Modal-Entwicklungsmethoden lassen sich besonders günstig bei der Analyse von  $z$ -invarianten Gittern anwenden. Oberflächenprofile werden approximiert, indem man sie in  $n$  Schichten zerlegt, die jeweils als  $z$ -invariant angenommen werden.

Allen Modal-Entwicklungsmethoden ist gemein, daß man die Lösung in zwei Teilschritte zerlegen kann. In einem ersten Schritt werden die Maxwellgleichungen in jeder der  $n$  Schichten gelöst. Dazu werden die Differentialgleichungen 2.4 und 2.6 durch einen Separationsansatz  $U(x, z) = X(x)Z(z)$  gelöst, wobei  $U = E_y$

für den TE-Mode und  $U = H_y$  für den TM-Mode gilt. Dieser Ansatz führt im TE-Mode zu

$$\frac{d^2}{dx^2} X(x) + [k^2 \epsilon_r(x) - \gamma^2] X(x) = 0 \quad (3.10)$$

und

$$\frac{d^2}{dz^2} Z(z) + \gamma^2 Z(z) = 0, \quad (3.11)$$

worin  $\gamma$  die entsprechende Integrationskonstante ist. Für den TM-Mode kann Gl. 3.11 unverändert übernommen werden. Gl. 3.10 muß aber durch

$$\epsilon_r(x) \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{\epsilon_r(x)} \frac{d}{dx} X(x) \right] + [k^2 \epsilon_r(x) - \gamma^2] X(x) = 0 \quad (3.12)$$

ersetzt werden. Die Lösung von 3.11 kann einfach mit

$$Z(z) = a \exp[i\gamma(z - z_j)] + b \exp[-i\gamma(z - z_{j+1})] \quad (3.13)$$

angegeben werden, wobei  $z_{j+1}$  die Grenzfläche zwischen der  $j$ . und der  $j + 1$ . Schicht ist. Im Falle periodischer Elemente existiert ein diskreter Satz von Lösungen  $X(x)$ , welche auch Moden genannt werden.

In einem zweiten Schritt werden dann die Randwertbedingungen an jeder Schichtgrenze erfüllt. Die Anpassung der Randwerte pro Schicht führt auf ein Eigenwertproblem. Die Konvergenz, welche mathematisch von Li gezeigt wurde [46], hängt stark von der verwendeten Darstellung des Brechzahlprofils ab.

### 3.3.2 *Fourier-Modal-Methode (FMM)*

In der vorliegenden Arbeit werden alle Berechnungen mit der nachfolgend beschriebenen *Fourier-Modal-Methode* durchgeführt. Die Methode wurde von Burckhard [47, 48] eingeführt und nachfolgend verbessert [49–51]. Auch Tamir et al. verwenden dieselbe Methode für ein sinusförmig moduliertes Gitter [52, 53]. Moderne Formulierungen der FMM sind in [40, 54–58] dargestellt.

Da nur in x-Richtung periodische Elemente untersucht werden sollen, ist eine Entwicklung der Brechzahlverteilung, hier ausgedrückt in Form der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(x)$ , aus 3.10 in eine Fourierreihe möglich

$$\epsilon_r(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \epsilon_m \exp\left(\frac{i2\pi mx}{d}\right),$$

wobei sich die Fourierkoeffizienten  $\varepsilon_m$  nach

$$\varepsilon_m = \frac{1}{d} \int_0^d \epsilon_r(x) \exp\left(-\frac{i2\pi mx}{d}\right)$$

berechnen. Liegt eine Multilayer-Struktur vor, so ist in jeder einzelnen Schicht eine Fourierentwicklung durchzuführen. Um eine stabile Implementierung der TM-Polarisation zu erreichen muß außerdem auch die inverse Permeabilität in Gl. 3.12 in eine Fourierreihe entwickelt werden [33, 46, 54, 59–62]

$$\frac{1}{\epsilon_r(x)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \xi_m \exp\left(\frac{i2\pi mx}{d}\right),$$

mit

$$\xi_m = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{1}{\epsilon_r(x)} \exp\left(-\frac{i2\pi mx}{d}\right)$$

Da die gesuchte Funktion  $X(x)$  pseudoperiodisch sei, also

$$X(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l \exp(i\alpha_l x)$$

erfüllt sein muß, folgt aus den Gleichungen (3.10) und (3.12) unter Berücksichtigung der Orthogonalität der Funktionen  $\exp(i\alpha_m x)$  im Intervall  $[0, d]$  für den TE-Mode

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [k^2 \varepsilon_{l-m} - \alpha_m^2 \delta_{lm}] P_m = \gamma^2 P_l$$

und analog für den TM-Mode

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [\xi_{l-m}]^{-1} (k^2 \delta_{ml} - \alpha_m [\varepsilon_{l-m}]^{-1} \alpha_m) P_m = \gamma^2 P_l$$

Diese Gleichungen lassen sich vorteilhaft in Matrixform darstellen. Für den TE-Mode erhält man

$$\mathbf{M}\mathbf{P} = \gamma^2 \mathbf{P}, \quad (3.14)$$

wobei sich die Elemente der Matrix  $\mathbf{M}$  gemäß  $M_{lm} = k^2 \varepsilon_{l-m} - \alpha_m^2 \delta_{lm}$  berechnen lassen und der Vektors  $\mathbf{P}$  sich aus den einzelnen  $P_l$  bestimmt. Diese Eigenwertgleichung kann mit mathematischen Standardmethoden gelöst werden. Dabei bestimmt man die entsprechenden Eigenwerte  $\gamma_n^2$  und die zugehörigen Eigenvektoren  $P_{ln}$  (mit  $n = 1, \dots, \infty$ ). Analog ergibt sich für den TM-Mode

$$\mathbf{A}^{-1}(k^2 \mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{K})\mathbf{P} = \gamma^2 \mathbf{P} \quad (3.15)$$



mit  $E_{lm} = \varepsilon_{l-m}$ ,  $K_{lm} = \alpha_l \delta_{lm}$ ,  $I_{lm} = \delta_{lm}$ ,  $A_{lm} = \xi_{l-m}$ . Bei der numerischen Umsetzung des Eigenwertproblems begrenzt man die Größe der Matrizen. Dabei ist zu beachten, daß man alle propagierenden und eine hinreichend große Anzahl an evaneszenten Beugungsordnungen in die Analyse miteinbezieht. Wieviele evaneszente Beugungsordnungen im jeweiligen Fall zu untersuchen sind, hängt wesentlich vom zu untersuchenden Element, der Gitterperiode, den Brechungsindizes und der Polarisationsrichtung ab.

Die Gleichungen 3.14 und 3.15 werden in der Literatur oft in der Form

$$k^{-2}[\mathbf{U}''] = [\mathbf{E} - \mathbf{K}][\mathbf{U}] \quad (3.16)$$

$$k^{-2}[\mathbf{U}''] = [\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{K} - \mathbf{I})][\mathbf{U}] \quad (3.17)$$

dargestellt, wobei  $U''$  die zweite Ableitung in z-Richtung beschreibt. Diese Darstellung hat sich bei der mathematischen Untersuchung der Lösungsstruktur als vorteilhaft erwiesen.

### 3.3.3 Randwertbedingungen

Nachdem die einzelnen Moden im Gitter bestimmt wurden, kann man die Amplituden  $a_m$  und  $b_m$  aus der Gl. (3.13) berechnen, indem man die Randwertbedingungen an allen Grenzen  $z = z_j$  beachtet, d.h. man erhält aufgrund der Stetigkeit der ersten Ableitungen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{t} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^J \mathbf{E}^J & \mathbf{P}^J \\ \mathbf{P}^J \mathbf{\Gamma}^J \mathbf{E}^J & -\mathbf{P}^J \mathbf{\Gamma}^J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^J \\ \mathbf{b}^J \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

sowie

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{r} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^1 & \mathbf{P}^1 \mathbf{E}^1 \\ \mathbf{P}^1 \mathbf{\Gamma}^1 & -\mathbf{P}^1 \mathbf{\Gamma}^1 \mathbf{E}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^1 \\ \mathbf{b}^1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

und aufgrund der Stetigkeit der Funktionen selbst

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^j \mathbf{E}^j & \mathbf{P}^j \\ \mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \mathbf{E}^j & -\mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^j \\ \mathbf{b}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{j+1} & \mathbf{P}^{j+1} \mathbf{E}^{j+1} \\ \mathbf{P}^{j+1} \mathbf{\Gamma}^{j+1} & -\mathbf{P}^{j+1} \mathbf{\Gamma}^{j+1} \mathbf{E}^{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{j+1} \\ \mathbf{b}^{j+1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \prod_{j=1}^J \begin{bmatrix} \mathbf{P}^j \mathbf{E}^j & \mathbf{P}^j \\ \mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \mathbf{E}^j & -\mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^j & \mathbf{P}^j \mathbf{E}^j \\ \mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j & -\mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \mathbf{E}^j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{t} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{r} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die Formulierung der Randwertbedingungen für den TM-Mode erfolgt völlig analog und weist entsprechend nur geringfügige Unterschiede zum obigen Formalismus auf. Mathematisch am kritischsten ist die Invertierung der Matrix

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^j & \mathbf{P}^j \mathbf{E}^j \\ \mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j & -\mathbf{P}^j \mathbf{\Gamma}^j \mathbf{E}^j \end{bmatrix}^{-1}. \quad (3.22)$$

Moderne numerische Verfahren, welche bei der numerischen Auswertung der obigen Gleichungssysteme Anwendung finden, konvergieren i.d.R. schnell, da für die Invertierung der Matrix mathematisch stabile Algorithmen entwickelt wurden. Dennoch sind für den TM-Mode numerische Instabilitäten bekannt [46], welche in einigen Fällen zu einem Zusammenbruch der Konvergenz der Lösung führen. Solche numerischen Instabilitäten sind auch für andere Methoden der Analyse periodischer Strukturen bekannt.

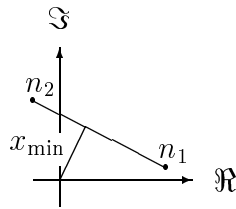


Abbildung 3.5: Definition eines minimalen Abstandes zum Koordinatenursprung bei Abtrag aller auftretenden Brechzahlen im optischen System

Eine Abschätzung der Stabilität des Algorithmus kann gewonnen werden, wenn man alle im optischen System auftretenden Brechzahlen in der komplexen Zahlenebene aufträgt und somit einen minimalen Abstand  $x_{\min}$  der Verbindungslinien der Brechzahlen zum Koordinatenursprung definieren kann. Ist dieser minimale Abstand nicht zu klein, so zeigt sich, daß die verwendete *Fourier-Modal-Methode* konvergiert. Die Problematik der Konvergenz bei kleinen minimalen Abständen

ist Gegenstand der aktuellen Forschung [63]. In der vorliegenden Arbeit wurde daher im Einzelfall jeweils überprüft, daß sämtliche aufgezeigten Beispiele konvergieren.

### 3.3.4 Rechenaufwand

Die wesentliche Einschränkung rigoroser Gitterlösungsmethoden ist der benötigte Rechenaufwand, also der zur Verfügung stehende Arbeitsspeicher und die für die Berechnung benötigte Rechenzeit. Zur Veranschaulichung sind in Abb. 3.6 die Rechenzeit und der Speicherbedarf in Abhängigkeit von der Gitterperiode für zwei verschiedene Gittertypen dargestellt. Untersucht wurden ein dielektrisches binäres Gitter (durchgezogene Linie) und ein dielektrisches Sägezahnprofil, welches mit 4 Quantisierungsstufen approximiert wurde.

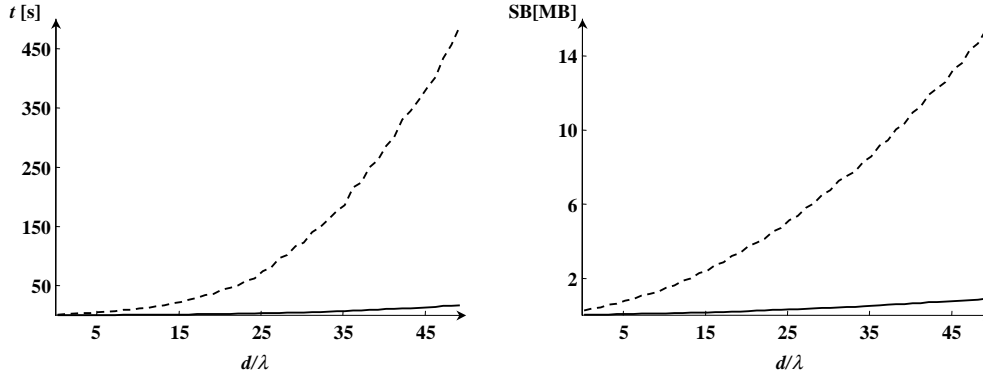


Abbildung 3.6: Rechenzeiten (links) und Speicherbedarf (rechts) für dielektrische Gitter berechnet mit der *FMM* in Abhängigkeit von der untersuchten Gitterperiode, gestrichelte Linie: Sägezahnprofil mit vier Quantisierungsstufen, volle Linie: binäres Gitter;  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_2 = 1.5$

In den Berechnung wurden jeweils 10 evaneszente Beugungsordnungen mitbeachtet. Bei metallischen Gittern und bei Gittern mit größeren Gitterperioden müssen erfahrungsgemäß entsprechend mehr evaneszente Beugungsordnung in die Rechnung mit einbezogen werden, um dieselbe relative Genauigkeit zu erzielen. Man erkennt deutlich, daß der Rechenaufwand mit der untersuchten Anzahl der Beugungsordnungen stark zunimmt. In erster Näherung steigt die benötigte Rechenzeit und der notwendige Computerspeicher mit der 3. Potenz der Anzahl  $n$  der mitbeachteten Beugungsordnungen, also jeweils mit  $O(n^3)$ . Mit der aktuell zur Verfügung stehenden Rechentechnik ist aus diesen Gründen mit der *Fourier Modal Methode* eine Analyse von Gittern mit einer maximalen Gitterperiode von etwa  $d \approx 500\lambda$  möglich.

Weitere Methoden zur Analyse periodischer Elemente sind bei der Analyse noch größerer Elemente anwendbar, da der Rechenaufwand nur mit  $O(n)$  anwächst. Diese Methoden unterliegen jedoch verschiedenen anderen Einschränkungen, so daß sie nicht für jedes Beispiel angewendet werden können [40]. Die Wahl der jeweils besten Methode zur Berechnung der Response einer periodischen Struktur hängt somit wesentlich von der zu Aufgabenstellung ab.

# Kapitel 4

## Lokale Näherungen der Responseanalyse

Für die Analyse allgemeiner, auch nichtperiodischer Strukturen stehen nur in wenigen Fällen analytische Lösungen zur Verfügung [3]. Somit ist man auf Näherungsmethoden angewiesen, welche auf bekannten analytischen oder rigorosen Lösungen basieren. Die einfachsten dieser Lösungen sind die unendlich ausgedehnte ebene Grenzfläche und die unendlich ausgedehnten periodischen Strukturen. Erstere ist durch die Fresnelschen Formeln charakterisiert, während letzterer die Gittertheorie zugrunde liegt. Beide werden benützt, um Aussagen über die Response einer allgemeinen Struktur zu gewinnen. Die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Näherungen basieren auf dem Einsatz der im *Kapitel 3* kurz beschriebenen Theorie für unendlich ausgedehnte Gitter.

Wie im vorhergehenden Kapitel gezeigt wurde, ist die Anwendung der *FMM* nur bis zu einer Gitterperiode möglich, die etwa das 500-fache der Wellenlänge nicht übersteigt. Nichtperiodische Elemente oder Elemente mit einer Gitterperiode, die das 500-fache der Wellenlänge überschreiten, lassen sich mit der *FMM* und der heute zur Verfügung stehenden Rechentechnik praktisch nicht rigoros analysieren. Im folgenden sollen die rigorosen Methoden, welche bei der Berechnung der Response eines Gitters hergeleitet wurden, auch auf Gitter großer Periode mit kleinen lateralen Strukturgrößen und auf nichtperiodische Elemente angewendet werden. Dies wird über lokale Betrachtungen der Struktur des zu untersuchenden Elements erreicht. Ziel ist es dabei, eine möglichst realitätsnahe Beschreibung der Wirkung optischer Elemente auf eine einfallende Welle zu gewinnen. Die Untersuchungen führen schließlich zu dem sehr flexiblen Einsatz lokaler Elementarstrukturen bei der Responseberechnung allgemeiner Elemente.

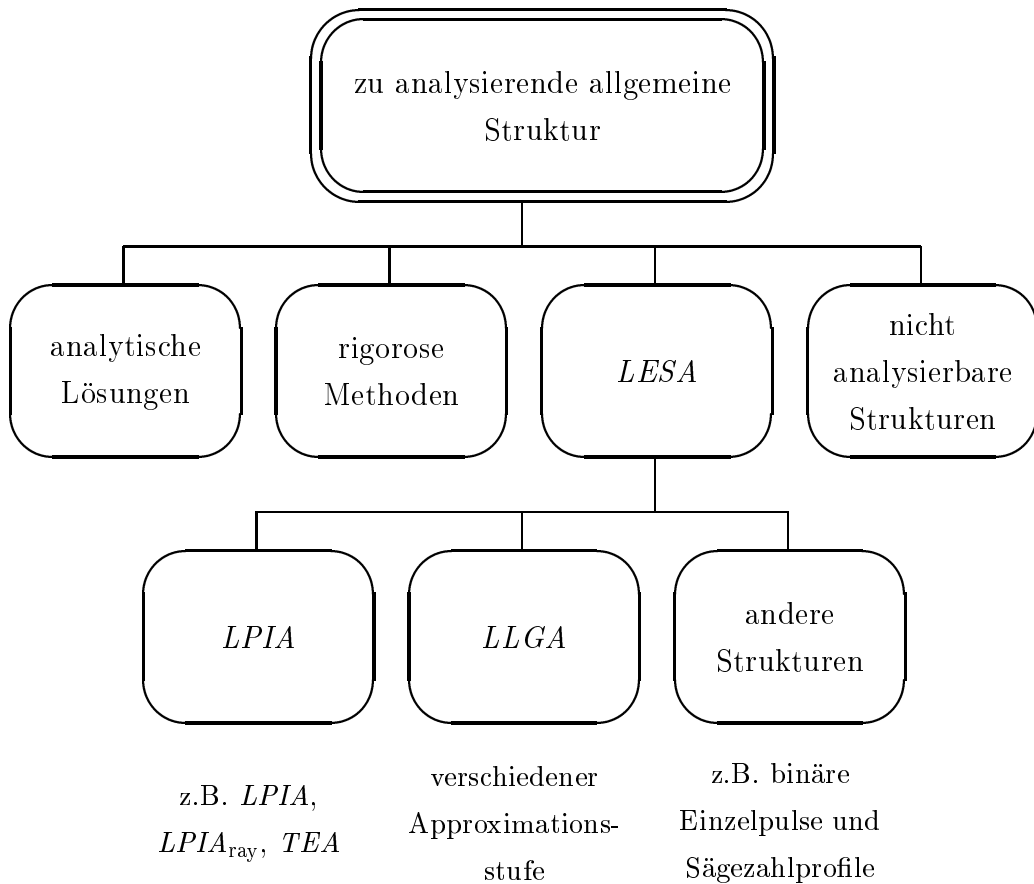


Abbildung 4.1: Analysemöglichkeiten allgemeiner Strukturen, mit *LESA*: Näherung lokaler Elementarstrukturen, *LPIA*: Näherung lokal ebener Grenzflächen, *LLGA*: Näherung lokaler linearer Gitter, *LPIA<sub>ray</sub>*: strahlenoptische Variante der *LPIA* und *TEA*: Näherung dünner Elemente

Ein Schema verschiedener lokaler Näherungsmethoden bei der Analyse optischer Elemente ist in Abb. 4.1 gezeigt. Diese Näherungsmethoden der lokalen Analyse optischer Systeme werden kurz vorgestellt und anschließend bezüglich ihrer Genauigkeit untersucht. Ziel ist es, Aussagen über die Anwendbarkeit der verschiedenen Methoden zu gewinnen. Daraus sollen Entscheidungskriterien abgeleitet werden, welche eine Auswahl der jeweils optimalen Methode zur Analyse einer beliebigen Struktur erlauben.

## 4.1 Strahlenfelder

Soll eine Feldverteilung  $U(x, y, z_0)$ , die in einer Ebene  $z_0$  definiert ist, geometrisch-optisch propagiert werden, so muß ihr ein Strahlenfeld zugeordnet werden. Dazu

ist eine möglichst fehlerfreie Konvertierung zwischen der Darstellung des Feldes mittels einer komplexen Amplitude und dem Strahlenfeld in einer Ebene notwendig. Zur Beschreibung einer einzigen ebenen Welle durch ein Strahlenfeld genügt ein einziger Strahl, welcher Informationen über seine Startposition, Richtung, Intensität, bzw. Amplitude, Phase und Polarisation trägt. Für eine einzige ebene Welle ist eine Umwandlung in ein Strahlenfeld daher fehlerfrei möglich. Die Propagation durch homogene Medien erfolgt in diesem Fall ebenfalls fehlerfrei.

Die Umwandlung einer allgemeinen Welle in ein Strahlenfeld ist hingegen komplizierter. Eine Zerlegung der komplexen Feldverteilung  $U(x, y, z_0)$  in sein *Spektrum ebener Wellen (SEW)* (vgl. *Kapitel 2.6*) und eine anschließende Beschreibung jeder auftretenden ebenen Welle durch einen Strahl ist denkbar. Alle Strahlen können dann innerhalb eines homogenen Mediums propagiert und anschließend in einer Ausgangsebene kohärent addiert werden.

Weiterhin läßt sich eine komplexe Feldverteilung mittels der *Näherung lokal ebener Wellen (Local Plane Wave Approximation: LPWA)* darstellen. Hierbei wird die Phase eines i.a. komplexen zu zerlegenden Feldes jeweils lokal durch Tangentialebenen angenähert. Senkrecht zu jeder dieser Tangentialebenen startet dann ein Strahl. Eine ausführliche Diskussion der Möglichkeit, eine beliebige komplexe Amplitude mit der *LPWA* zu zerlegen, findet sich bei VON PFEIL [64].

Die Darstellung eines optischen Feldes als Strahlenfeld ist nur dann sinnvoll, wenn aus dem Strahlenfeld wieder eine komplexe Feldverteilung rekonstruiert werden kann. Bei der Zerlegung in das *SEW* ist dies immer allgemein möglich und unterliegt nur numerischen Einschränkungen. Wird eine Zerlegung mittels *LPWA* gewählt, so hängt die vollständige Rekonstruierbarkeit von der Abtastung bzw. dem Strahlabstand ab und damit, wie VON PFEIL zeigt, von der Krümmung  $K$  der Wellenfront der Feldverteilung<sup>1</sup>.

## 4.2 Näherung ebener Grenzflächen

Eine Reihe bei der Analyse optischer Elemente eingesetzter Methoden der Propagation durch inhomogene Medien basiert auf der Annahme lokal ebener Grenzflächen. Verschiedene Approximationsstufen dieser *Näherung lokal ebener Grenzflächen (local plane interface approximation: LPIA)* sind bekannt [64, 66–68].

---

<sup>1</sup>Die Krümmung einer Wellenfront  $W(x) = \frac{\lambda}{2\pi} \Phi(x)$ , wobei  $\Phi(x)$  die Phase der Welle repräsentiert, ist definiert als  $K(x) = \frac{W''(x)}{[1+W'(x)^2]^{3/2}}$ . Hierin bedeuten  $W'(x)$  und  $W''(x)$  die erste bzw. zweite Ableitung von  $W(x)$  [65].

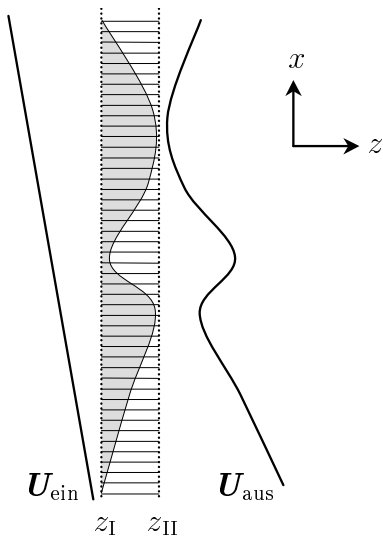


Abbildung 4.2: Simulation eines eindimensionalen transversalen optischen Systems mittels der *Näherung dünner Elemente (TEA)*

Am häufigsten wird die in diese Klasse von Näherungen einzuordnende *Approximation dünner Elemente (thin element approximation: TEA)* verwendet [58, 67, 69–71], welche auch als *Kirchhoffsche Näherung* bekannt ist. Diese kann man als geometrisch-optische Methode auffassen, welche i.d.R. den Einfallswinkel der einfallenden Welle, die Brechung sowie die Reflexion an der Grenzfläche vernachlässigt. Die Näherung ist im Prinzip auf unendlich dünne Elemente beschränkt, d.h. sie gilt nur für  $z_{II} - z_I = h \rightarrow 0$ . Wie in Abb. 4.2 dargestellt, ändert sich die Phase der einfallenden Welle lokal nur aufgrund unterschiedlicher senkrechter optischer Wege durch das Element. *TEA* wird oft als skalare Näherung bezeichnet, weil keine Unterscheidung zwischen verschiedenen Polarisationszuständen erfolgt. Sollen auch der Ein-

fallswinkel sowie die Brechung unter Einbeziehung einfallswinkelabhängiger Fresnelkoeffizienten mitbeachtet werden, so ist eine höhere Approximationsstufe von *LPJA* zu verwenden [64, 68].

Der Gültigkeitsbereich einer beliebigen Näherung kann verschieden bestimmt werden. Ein qualitativer Anhaltspunkt für die Anwendbarkeit einer Näherung, zunächst am Beispiel von *TEA* demonstriert, soll im folgenden durch einen Vergleich mit rigorosen Rechnungen gefunden werden. Da *TEA* jegliche Amplitudenänderungen vernachlässigt, wird die Methode nicht mehr anwendbar sein, wenn solche Amplitudenschwankungen signifikant werden. In Abb. 4.3 sind die rigoros berechneten Amplituden und Phasen im Nahfeld eines binären Gitters für den TE-Mode mit den Vorhersagen von *TEA* für zwei unterschiedliche Gitterperioden verglichen.

Eine analoge Rechnung, deren Ergebnisse in Abb. 4.4 dargestellt sind, wurde für Cosinus-Gitter durchgeführt. Es wurden somit ein Beispiel für eine Struktur mit signifikanten Sprüngen und ein Beispiel einer glatten Struktur untersucht. Man erkennt aus Abb. 4.3, daß für binäre Gitter kleinerer Gitterperiode eine deutlich schlechtere Übereinstimmung des rigoros berechneten Feldes mit dem durch *TEA* vorhergesagten Feld vorliegt. Im Gegensatz dazu ist die Übereinstimmung für die glatte Gitterstruktur, wie im Fall des Cosinus-Gitters gezeigt, auch bei

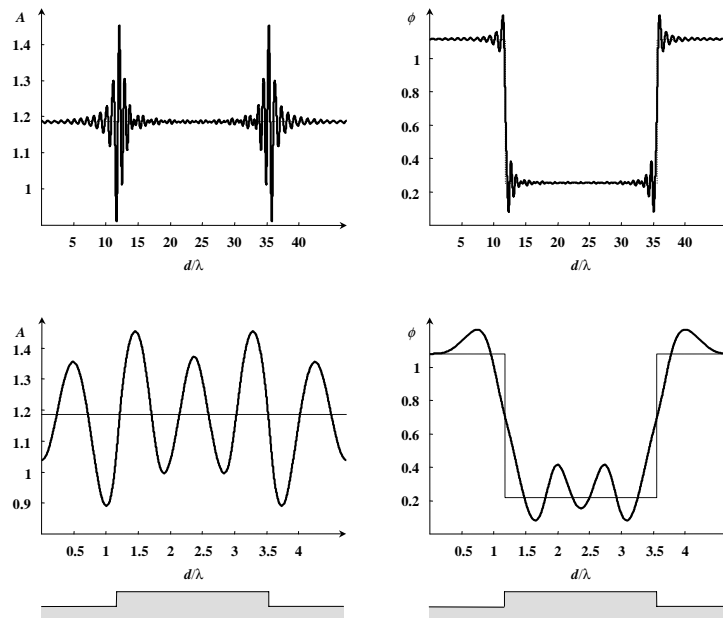


Abbildung 4.3: Vergleich der rigoros berechneten Amplituden  $A$  und Phasen  $\phi$  (dicke Linie) eines binären Gitters mit der *Näherung dünner Elemente (TEA)* (dünne, gepunktete Linie) im TE-Mode. Die Gitterparameter sind  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = 0.3\lambda$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $c = 0.5$  oben:  $d_1 = 30\mu\text{m}$ , unten:  $d_2 = 3\mu\text{m}$ .

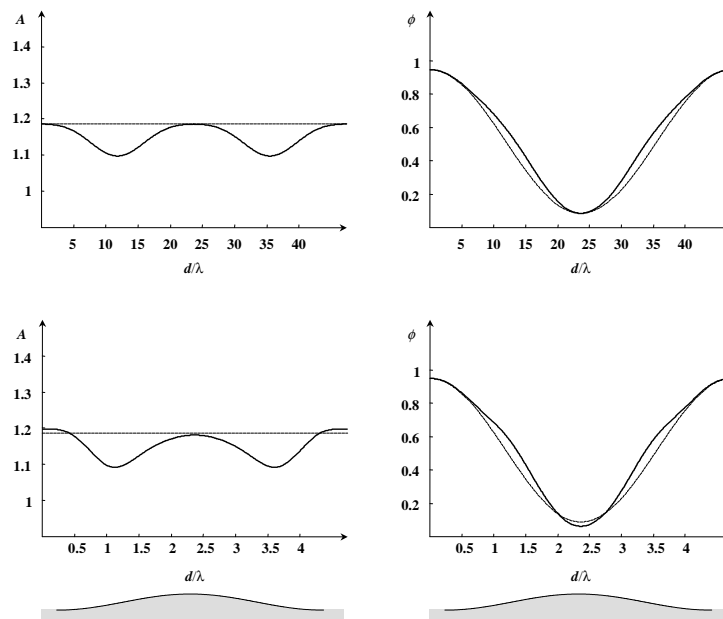


Abbildung 4.4: Vergleich der rigoros berechneten Response eines Cosinus-Gitters mit der *Näherung dünner Elemente (TEA)* im TE-Mode, zerlegt in 512 Schichten, die übrigen Gitterparameter sind identisch zu Abb. 4.3



kleinen Gitterperioden gut. Für große Gitterperioden ist die Abweichung für beide berechneten Gittertypen klein.

Daraus folgt, daß der Gültigkeitsbereich der *Näherung dünner Elemente* von der Struktur selbst abhängt. Glatte optische Elemente können mit *TEA* auch trotz vergleichsweise kleiner Strukturen analysiert werden, während die Methode bei binären Gittern und gleicher Tiefe bereits versagt. Die Ursache hierfür sind insbesondere hochfrequente Oszillationen der komplexen Amplitude an scharfen Kanten. Da solche scharfen Kanten bei glatten Strukturen nicht auftreten, beobachtet man, daß hochfrequente Oszillationen für glatte Strukturen gleicher lateraler Ausdehnung verhältnismäßig klein sind.

Die Genauigkeit einer Näherung kann für periodische Elemente auch in einer einzigen Beugungsordnung untersucht werden. Eine Approximation ist dann als hinreichend genau anzusehen, wenn die Änderungen der Amplitude und der Phase in einer Beugungsordnung bei Variation der Gitterperiode vernachlässigbar sind. Daher wird die Abhängigkeit der Beugungseffizienz in einer Beugungsordnung von der Gitterperiode eines rigoros analysierten Gitters untersucht. Aus der Gittertheorie ist bekannt [26, 58, 64, 68, 72–74], daß bereits kleine Änderungen der Periode für Gitter, deren Gitterperiode nur wenige Wellenlängen groß ist, große Variationen der Amplitude und der Phase innerhalb einer betrachteten Beugungsordnung zur Folge haben können. Eine obere zulässige Grenze für solche Schwankungen kann somit ebenfalls als Kriterium für die Gültigkeit einer Näherung benutzt werden. Für große Gitterperioden sagt *TEA* die richtigen Amplituden und Phasen der einzelnen Beugungsordnungen voraus, jedoch weichen die Voraussagen für kleine Perioden erheblich von der rigorosen Analyse ab.

Mit *TEA* können keine sogenannten „dicken“ Elemente berechnet werden. Es zeigt sich, daß in erster Näherung die geometrische Dicke eines Elements das wesentliche Kriterium darstellt. Um dies zu veranschaulichen, werden die Differenzen der Effizienz  $\Delta\eta$  und der Phase  $\Delta\phi$  eines binären Gitters in der ersten Beugungsordnung bezüglich unendlich großer Gitterperiode  $d$  mittels der *FMM* für unterschiedliche Gitterperioden berechnet. Zusätzlich wird zwischen optischem und geometrischem Weg unterschieden, indem eine variable Brechzahl des Gittermaterials verwendet wird. Die optische Tiefe der Elemente bei den Berechnungen wird konstant gehalten, während die geometrische Tiefe in Abhängigkeit vom Brechungsindex des Materials variiert. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.5 gezeigt. Man sieht, daß, unabhängig vom Polarisationszustand der Beleuchtungswelle, mit zunehmender geometrischer Tiefe tendenziell stärkere Effizienz- und Phasenschwankungen auftreten, wenn die Gitterperiode verkleinert wird. Für

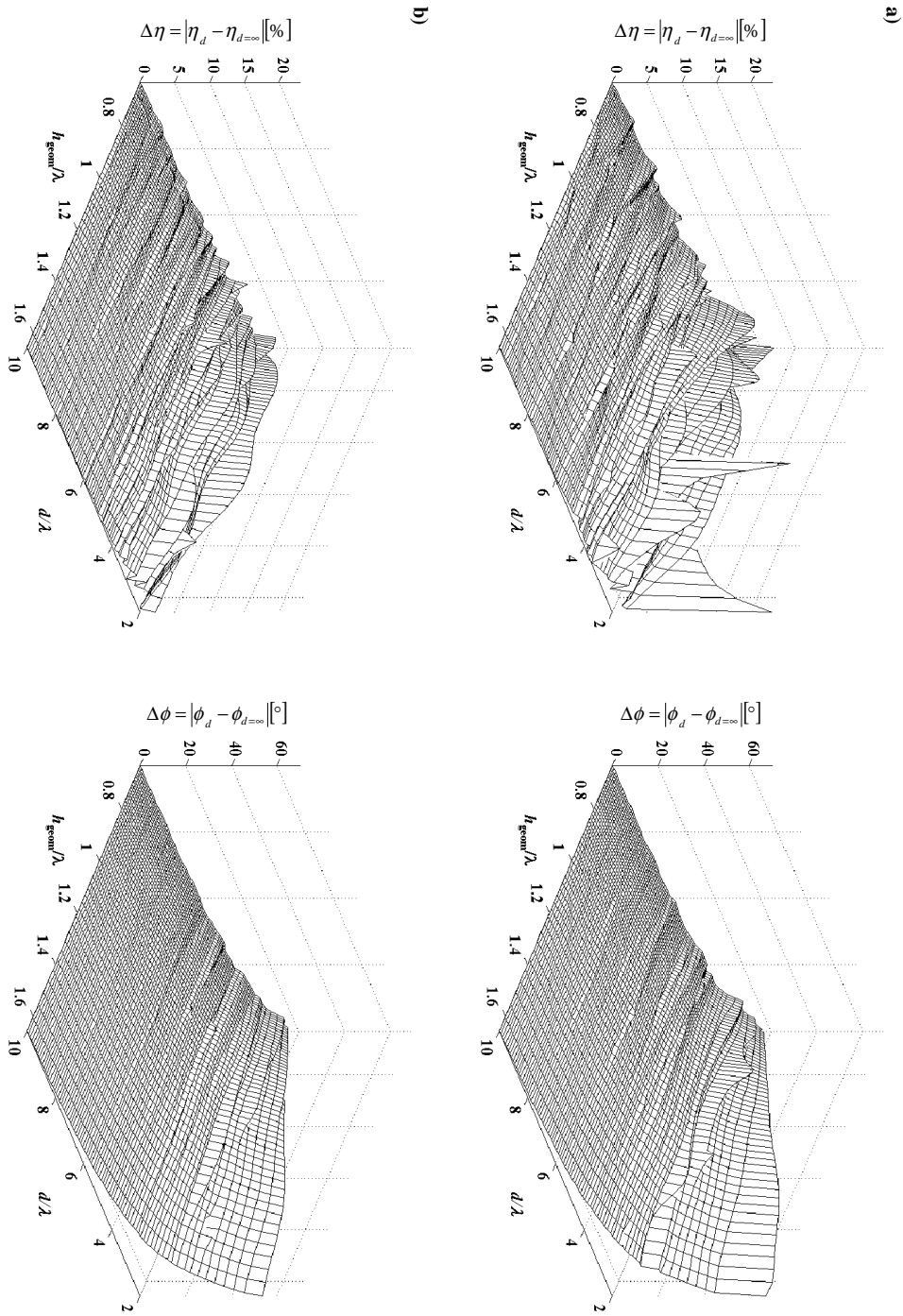


Abbildung 4.5: Abhängigkeit der Effizienz- und Phasendifferenzen  $\Delta\eta$  und  $\Delta\phi$  in der ersten Beugungsordnung eines binären Gitters bezüglich unendlicher Gitterperiode ( $d = \infty$ ) von der normierten Gitterperiode  $d/\lambda$  und der normierten geometrischen Tiefe  $h/\lambda$  des Gitters mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $c = 0.5$ , a) TE-Polarisation, b) TM-Polarisation

große Gitterperioden sind diese Schwankungen allgemein sehr klein. Dieser Effekt kann als Reduzierung von Abschattungseffekten bei abnehmender Elementtiefe oder zunehmender Gitterperiode interpretiert werden. Durch eine Erhöhung der Brechzahl des Gittermaterials kann der Gültigkeitsbereich von *TEA* also erweitert werden, da damit die Variationen der Amplitude und Phase innerhalb einer Beugungsordnung verkleinert werden können. Dies steht im Einklang mit der bereits weiter oben angeführten Beschränkung von *TEA* auf idealerweise unendlich dünne Elemente. Einer solchen Erhöhung der Brechzahl sind jedoch durch die zur Verfügung stehenden Materialien enge physikalische Grenzen gesetzt.

### 4.3 Einbettung in ebene Grenzflächen

Sei ein nichtperiodisches Element gegeben, welches in eine dielektrische ebene Grenzfläche der Breite  $x_B$  eingebettet ist und dann periodisch fortgesetzt wird, wie in Abb. 4.6 gezeigt. Aufgrund der erzwungenen periodischen Fortsetzung lassen sich Methoden aus der Gittertheorie anwenden, die Response des gesamten Elements zu berechnen, wobei

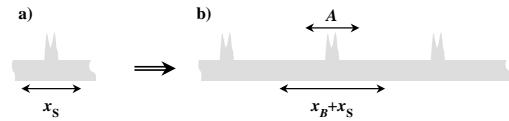


Abbildung 4.6: Einbettung einer Struktur der lateralen Ausdehnung  $x_s$  (a) in eine dielektrische ebene Grenzfläche der Ausdehnung  $x_B$  mit Ausschnitt  $A$  (b)

das Feld innerhalb eines bestimmten Ausschnittes  $A$  die Response der nichtperiodischen Struktur definiere. Die Größe von  $A$  wird so gewählt, daß außerhalb alle hochfrequenten Amplituden- und Phasenoszillationen vernachlässigbar sind. Zur Veranschaulichung wird jeweils das Nahfeld der Struktur untersucht.

Erwartet wird, daß bei einer hinreichend großen Einbettung der Einfluß der eingebetteten Strukturen untereinander vernachlässigbar klein wird. Die Wirkung einer strukturierten Grenzfläche soll lokal als Störung einer ebenen Grenzfläche aufgefaßt werden. Unter einer Störung  $\delta$  soll die Differenz der komplexen Amplitude  $U$  im Nahfeld der Struktur und der komplexen Amplitude der Wechselwirkung mit einer ebenen Grenzfläche  $U_{\text{eben}}$  verstanden werden, also

$$\delta(x, h) = U(x, h) - U_{\text{eben}}(x, h). \quad (4.1)$$

Beide komplexen Amplituden sind im Nahfeld, d.h. in der Ebene  $z = h$  zu definieren. Die Störung  $\delta$  selbst ist wiederum eine komplexe Feldgröße und kann somit in Form einer reellen Amplitude und einer Phase dargestellt werden. Es ist zu beachten, daß diese i.a. jedoch von der komplexen Amplitude  $U$  verschieden sind.

Die Störung kann anstelle der ebenen Grenzfläche auch bezüglich *TEA* definiert werden.  $U_{\text{eben}}$  ist in diesem Fall durch  $U_{\text{TEA}}$  zu ersetzen.

Als Grundlage der quantitativen Bewertung der Übereinstimmung zweier Felder  $U(x, y, z_0)$  und  $U_{\text{ideal}}(x, y, z_0)$  wird das komplexe *Signal-Rausch Verhältnis* (*SNR*) verwendet. Die Berechnung des eindimensionalen *SNR* wird gemäß [5] vorgenommen, d.h. es gilt

$$\text{SNR}(U, U_{\text{ideal}}) = \frac{\int_A |U(x, h)|^2 dx}{\int_A |U(x, h) - \alpha U_{\text{ideal}}(x, h)|^2 dx} \quad (4.2)$$

mit dem Skalierungsfaktor

$$\alpha = \frac{\int_A |U(x, h)U_{\text{ideal}}^*(x, h)| dx}{\int_A |U_{\text{ideal}}(x, h)|^2 dx}. \quad (4.3)$$

Hierin bezeichnet  $A$  eine mathematische Ausschnitt, in welcher die komplexe Amplitude verglichen werden soll und die mit dem Ausschnitt aus Abb. 4.6 identisch ist. Diese Apertur besitzt keine physikalische Bedeutung, sondern ist Grundlage eines elementunabhängigen Vergleiches, da ansonsten das *SNR* von den Ausdehnungen der Felder abhängen würde. Wie üblich wird das *SNR* in Dezibel (dB) angegeben.

Für die folgenden Beispiele des quantitativen Vergleiches der Genauigkeit verschiedener Analysemethoden, sollen neben dem *SNR* drei weitere Gütefunktionen verwendet werden.

Erstens wird die Uniformität des Signals eines Strahlteilers benützt. Der Uniformitätsfehler ist wie üblich als

$$E = \frac{\eta_{\max} - \eta_{\min}}{\eta_{\max} + \eta_{\min}} \Big|_{\in W_{\text{sig}}} \quad (4.4)$$

definiert [58, 75, 76], wobei  $\eta_{\max}$  und  $\eta_{\min}$  die jeweils maximale bzw. minimale Effizienz innerhalb der Signals darstellen, hier repräsentiert durch die Effizienzen in den jeweils relevanten Beugungsordnungen des Strahlteilers.

Desweiteren wird die Signalfenster-Effizienz  $\eta_{\text{SE}}$ , oder Fenstereffizienz untersucht. Diese ist als der die Summe aller Effizienzen innerhalb des Signals definiert, also

$$\eta_{\text{SE}} = \sum_{i \in W_{\text{sig}}} \eta_i. \quad (4.5)$$

Weiterhin wird schließlich eine Untersuchung der Energie  $\eta_0$  notwendig, welche in die nullte Beugungsordnung des Gitters gebeugt wird, da diese im Falle eines axialen Strahlteilers mit geradzahlgiger Beugungsordnungszahl nicht zum Signal gerechnet wird. Aus diesem Grund hat sie keinen Einfluß auf die berechnete Uniformität des Signals. Analysen zeigen andererseits auf, daß ein erheblicher Teil des Lichtes in die nullte Ordnung des Gitters gebeugt werden kann, was praktische Anwendungen wesentlich einschränken kann. Daher soll in die Untersuchungen über die Güte eines Strahlteilers mit gerader Anzahl an zu generierenden Beugungsordnungen als weiteres Gütekriterium  $\eta_0$  einbezogen werden.

Die Responses zweier Strukturen sind entkoppelt, wenn die Wechselwirkung der durch sie erzeugten Störungen vernachlässigbar wird. Dies ist gleichbedeutend mit einer notwendigen lokalen Begrenzung der Responses. Das Verfahren wird an binären Pulsen demonstriert. Dazu wird untersucht, bei welcher Einbettung  $x_B$  eines binären Pulses die Störungen entkoppeln, wenn die Struktur periodisch fortgesetzt wird. Es wird das *SNR* bezüglich einer maximalen Einbettung berechnet, wobei davon ausgegangen wird, daß die Störungen bei dieser maximalen Einbettung entkoppelt sind. Die maximale Einbettung beträgt jeweils  $d_{\max} = 200.5\lambda$ .

Die Entkopplung soll am Beispiel binärer Pulse unterschiedlicher Breite und Tiefe demonstriert werden. Es werden 2 binäre Pulse der Breite  $d_{p1} = 5\lambda$  und der Tiefen  $h_1 = 1\lambda$  und  $h_2 = 3\lambda$ , sowie 2 binäre Pulse der Breite  $d_{p2} = \lambda$  und der Tiefen  $h_3 = 1\lambda$  und  $h_4 = 3\lambda$  untersucht. Der Bereich des Ausschnittes  $A$  für die *SNR*-Berechnung wird  $A = 20\mu\text{m}$  symmetrisch um den binären Puls gewählt.

Die berechneten *Signal-Rausch-Verhältnisse* für die TE-Polarisation sind in Abb. 4.7 dargestellt. Für die TM-Polarisation findet man analoge Resultate. Man erkennt, daß die Störungen der Einzelpulse nur bei ganzen Vielfachen der Wellenlänge stärker wechselwirken, da bei diesen Abständen eine deutliche Verkleinerung des *SNR* in beiden Polarisationen zu beobachten ist. Eine solche Kopplung zwischen den Störungen periodisch fortgesetzter Strukturen, wenn diese einen Abstand von ganzen Vielfachen der Wellenlänge aufweisen, wurde auch von Blattner und Herzig in numerischen Simulationen am Beispiel von Zylinderlinsen beobachtet [77]. Die maximale Einbettung wurde daher so gewählt, daß sie gerade ein halbes Vielfaches der Wellenlänge beträgt, so daß die Störungen bei diesem Einbettungsbereich als entkoppelt angesehen werden können.

Die Einbettung in ebene Grenzflächen könnte analog auch mit metallischen Blenden erfolgen. Wie numerische Simulationen jedoch zeigen, ist dies problematisch, da im TM-Mode Oberflächenplasmonen angeregt werden, welche zu ei-

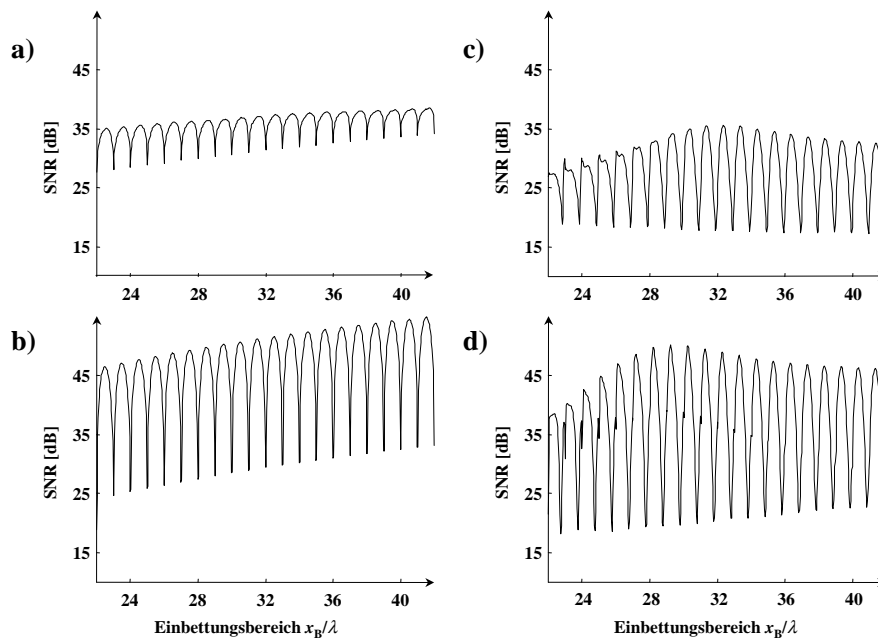


Abbildung 4.7: *SNR* eines in eine dielektrische ebene Grenzfläche eingebetteten binären Pulses bezüglich eines maximal eingebetteten binären Pulses des TE-Modus in Abhängigkeit von der Größe des Einbettungsbereiches  $x_B$  mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ; a)  $d_P = 5\lambda$ ,  $h_P = \lambda$ ; b)  $d_P = \lambda$ ,  $h_P = \lambda$ ; c)  $d_P = 5\lambda$ ,  $h_P = 3\lambda$  d)  $d_P = \lambda$ ,  $h_P = 3\lambda$

nem starken Energietransport auf der Blende führen, so daß deutlich größere Einbettungsbereiche gewählt werden müßten, womit der Rechenaufwand stark ansteigen würde. Oberflächenplasmonen sind intensiv sowohl numerisch als auch experimentell untersucht worden [78–83]. Außerdem ist bei metallischen ebenen Grenzflächen allgemein ein größerer Rechenaufwand zu erwarten, um dieselbe Genauigkeit der Rechnung wie bei dielektrischer Einbettung zu erreichen, da aufgrund des verwendeten Algorithmus zusätzliche evaneszente Beugungsordnungen in die Rechnung miteinbezogen werden müssen. Aus diesem Grund wird die rigorose Simulation eines in einer metallischen Apertur gefaßten optischen Elements hier nicht näher untersucht.

Die Probleme aufgrund des Energietransportes durch Plasmonen können mittels der numerischen Einführung ideal absorbierender Medien behoben werden. Dazu wird eine ideal absorbierende Schicht eingebracht und so die unerwünschte Kopplung der Störungen unterbunden. Erste entsprechende Arbeiten wurden von LALANNE et al. demonstriert [84–86].

Zusammenfassend läßt sich schlußfolgern, daß sich die Methode der Einbettung einer Struktur in eine dielektrische ebene Grenzfläche vorteilhaft bei der Berechnung beliebiger nichtperiodischer Elemente anwenden läßt, so diese lateral

nicht zu weit ausgedehnt sind. Es können longitudinal zweidimensionale nichtperiodische Elemente bis zu einer lateralen Ausdehnung von einigen  $100\lambda$  rigoros analysiert werden. Die Methode ist prinzipiell nur durch die zur Verfügung stehende Rechentechnik limitiert. Eine Erweiterung auf transversal zweidimensionale oder dreidimensionale Strukturen kann aktuell aufgrund des zu großen Rechenaufwandes nicht durchgeführt werden, jedoch ist die Methode auch für solche Strukturen prinzipiell anwendbar und daher Gegenstand der aktuellen Forschung.

## 4.4 Näherung lokaler linearer Gitter (LLGA)

Eine weitere Möglichkeit, nichtperiodische oder große Elemente mit kleinen lateralen Strukturen zu analysieren, stellt die sogenannte *Näherung lokaler linearer Gitter* (*local linear grating approximation: LLGA*) dar [26, 58] (vgl. Schema 4.12). Dabei wird angenommen, daß eine lokale Struktur als Periode eines unendlich ausgedehnten Gitters angenähert werden kann.

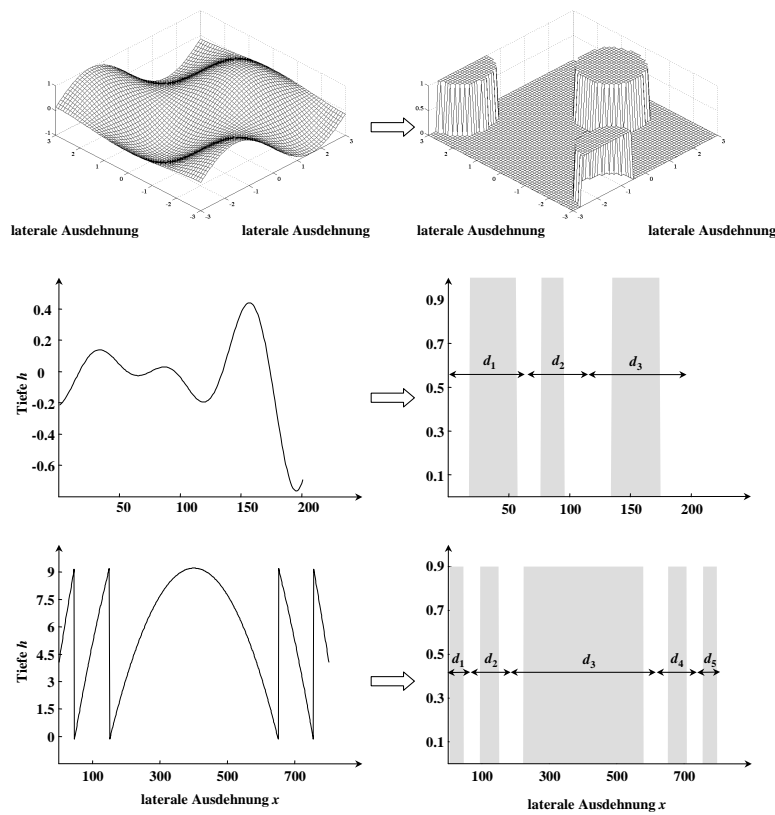


Abbildung 4.8: Bestimmung der lokalen Gitterperioden durch Binarisierung am Beispiel einer dreidimensionalen Struktur, einer allgemeinen zweidimensionalen longitudinalen Struktur und einer eindimensionalen quadratischen Phase, links: Struktur, rechts: binarisierte Struktur

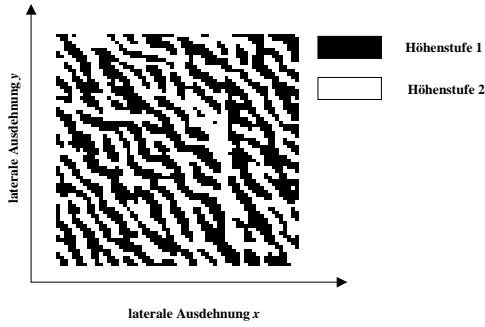


Abbildung 4.9: Struktur, für die keine Definition lokaler Perioden möglich ist

Um die *LLGA* anwenden zu können, muß eine lokale Gitterperiode definiert werden können. Dazu ist es von Vorteil, die Struktur zunächst zu binarisieren. In Abb. 4.8 ist die Binarisierung exemplarisch am Beispiel dreier Strukturen dargestellt. Die Binarisierung erfolgt dabei analog zum sogenannten Hard-Clipping: Alle Punkte innerhalb der Struktur, die höher als ein frei gewählter Grenzwert sind, werden auf einen von Null verschiedenen Wert

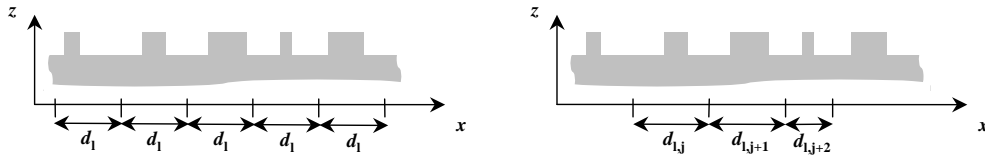
gesetzt, die übrigen auf den Wert Null. Die Binarisierung erfolgt also gemäß

$$h_{\text{bin}} = \begin{cases} h_0 > 0 & \text{falls } h_{\text{struktur}} \geq h_{\text{grenz}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.6)$$

Der Abstand der Mittelpunkte zweier benachbarter Gräben der binarisierten Struktur definiert die Periode des lokalen Gitters. Ergibt dieses Verfahren lokal eindeutig trennbare Perioden, so kann die *LLGA* bei der Analyse der Struktur angewendet werden, andernfalls nicht. Werden transversal zweidimensionale Strukturen oder dreidimensionale Strukturen untersucht, deren Koordinatendarstellung in einem beliebigen Koordinatensystem separabel ist, so muß die Definition lokaler Perioden in jeder der Koordinatenrichtungen erfolgen können. Eine Beispielstruktur, bei der eine Definition lokaler Perioden nach dieser Definition fehlschlägt, ist in Abb. 4.9 an einer bereits binären Struktur gezeigt. Für ein unendlich ausgedehntes ideales Gitter hingegen liefert diese Vorgehensweise gerade die Gitterperiode  $d$ .

Es ist zu beachten, daß die Bestimmung der lokalen Gitterperiode oder des lokalen Füllfaktors entsprechend dem oben vorgestellten Verfahren eindeutig ist, jedoch auch auf andere Weise mit abweichendem Ergebnis erfolgen kann. So wird eine Struktur mit konstanten lokalen Gitterperioden und Variation der lokalen Stegbreiten verbunden mit einer Detour-Phase-Verschiebung entsprechend obigem Algorithmus als lokale Änderungen der Gitterperiode interpretiert. Dies ist in Tabelle 4.1 an einem exemplarischen Beispiel demonstriert. Aus diesem Grund ist die *LLGA* nur anwendbar, wenn sich die lokalen Gitterparameter ausschließlich gering ändern, um den Einfluß solcher Mehrdeutigkeiten zu reduzieren.





lokale Periode	linkes Bild		rechtes Bild	
	$d_l/\tilde{d}$	$c_l$	$d_l/\tilde{d}$	$c_l$
$j$	1	0.36	1.15	0.32
$j + 1$	1	0.59	1.16	0.51
$j + 2$	1	0.18	0.71	0.24

Tabelle 4.1: Abhängigkeit der lokalen Gitterperiode  $d_l$  und des lokalen Füllfaktors  $c_l$  von der Definition der lokalen Periode, links: konstante Gitterperiode  $\tilde{d}$  mit Detour-Phase-Verschiebung; rechts: variable Gitterperiode ohne Detour-Phase-Verschiebung

#### 4.4.1 Allgemeine LLGA

Die allgemeine *LLGA*, die auch als *Feld-Zerlegungs-Methode* (*field stitching method: FSM*) bezeichnet wird, wurde erstmals von LAYET und TAGHIZADEH [87,88] vorgeschlagen. Bei der allgemeinen *LLGA* wird das vollständige Nahfeld einer Struktur berechnet. Die zu untersuchende Struktur wird dabei in Substrukturen zerlegt. Jede dieser Substrukturen wird als eine Gitterperiode eines unendlich ausgedehnten Gitters betrachtet und getrennt analysiert. Anschließend wird die Response durch Aneinandersetzen der Responses aller lokalen Gitter rekonstruiert [89]. Die *Feld-Zerlegungs-Methode* nutzt den Umstand aus, daß der Rechenaufwand bei rigoroser Analyse einer Struktur nichtlinear von der lateralen Ausdehnung der Struktur abhängt (vgl. *Kapitel 3.3.4*). Somit kann eine Zerlegung in lokale Gitter, auch wenn die Summe aller ihrer Perioden größer als die der originalen Struktur ist, zu einem deutlich reduzierten Rechenaufwand führen.

Durch die Wahl größerer lokaler Gitterperioden, was der Einbeziehung von benachbarten lokalen Perioden in die Berechnung der Response entspricht, kann zusätzlich deren Wechselwirkung untereinander mitberücksichtigt und die Genauigkeit der Analyse erhöht werden [89]. Je nach benötigter Genauigkeit sind so unterschiedlich viele Nachbarstrukturen in die Analyse miteinzubeziehen. Dies ist insbesondere notwendig, wenn lokale Gitter mit Perioden in der Größenordnung der Wellenlänge auftreten, so daß starke elektromagnetische Resonanzeffekte auftreten können [67,90–100]. Für solche Elemente läßt sich die *FSM* daher oftmals nicht effektiv anwenden und es müssen andere Näherungen, wie die *Näherung*

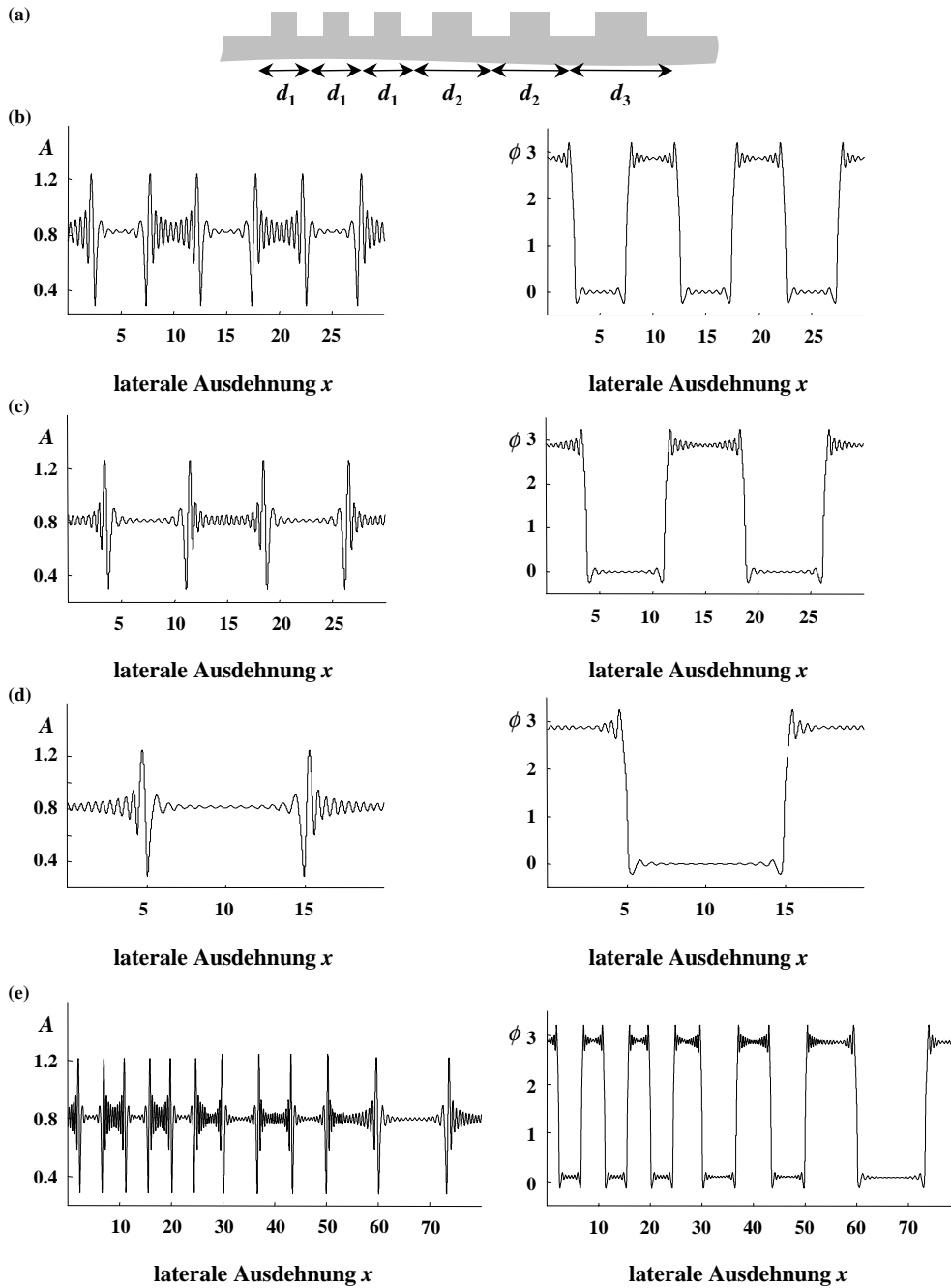


Abbildung 4.10: Anwendung der allgemeinen *LLGA* am Beispiel einer nichtperiodischen Struktur; (a) Struktur mit Perioden der gewählten drei lokalen Gitter, (b) Amplitude und Phase des ersten lokalen Gitters über drei Perioden  $d_1 = 10 \mu\text{m}$ , (c) Amplitude und Phase des zweiten lokalen Gitters über zwei Perioden  $d_1 = 15 \mu\text{m}$ , (d) Amplitude und Phase des dritten lokalen Gitters über eine Periode  $d_3 = 20 \mu\text{m}$ , (e) Aus den Responses (b)-(d) zusammengesetzte Gesamtresponse der Struktur; die weiteren Gitterparameter sind  $\lambda = 632.8 \text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ , TE-Polarisation

lokaler Elementarstrukturen (vgl. Kapitel 4.5), benützt werden.

Im einfachsten Fall wird angenommen, daß die Störungen benachbarter lokaler Gitterperioden nicht miteinander wechselwirken. Die nächst genauere Stufe nimmt an, daß nur jeweils die Störungen direkt benachbarter lokaler Gitterperioden miteinander wechselwirken, es ist also eine Entkopplung der Störungen nichtbenachbarter lokaler Gitter vorausgesetzt. Die Response einer lokalen Periode kann dann durch eine beliebige geeignete Analysemethode gewonnen werden. Anschließend wird die Response der analysierten mittleren Gitterperiode ausgeschnitten, da die jeweiligen benachbarten Strukturen nur benötigt wurden, um diese genauer zu berechnen. Durch Aneinandersetzen der so gewonnenen Responsen kann die gesamte Feldverteilung im Nahfeld berechnet werden. Das Verfahren ist in Abbildung 4.10 schematisch dargestellt, wobei in dem Beispiel keine Wechselwirkung zwischen benachbarten lokalen Gittern mitbeachtet wurden.

#### 4.4.2 LLGA erster Ordnung

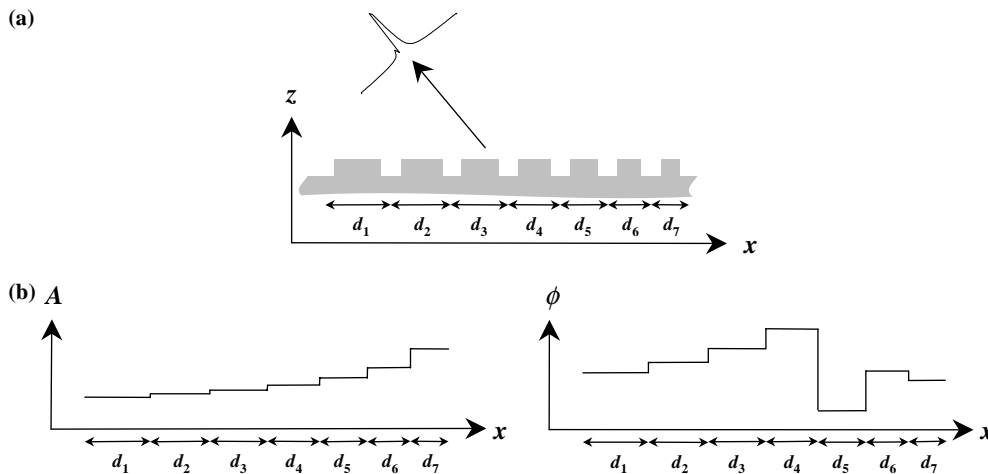


Abbildung 4.11: Prinzip der Analyse mittels  $LLGA_1$ , (a) Struktur und Fernfeld um eine Beugungsordnung, (b) Amplituden und Phasen in der zu analysierenden Beugungsordnung in Abhängigkeit von  $x$

Die  $LLGA_1$  kann als Verallgemeinerung der Detour-Phase-Hologrammtechnik [42, 43, 101–105] angesehen werden, welche ausschließlich das Detour-Phase-Prinzip benützt. Die Analyse erfolgt bei der  $LLGA_1$  i.d.R. nicht mehr an der vollständigen Response einer Struktur, sondern nur noch in einer Beugungsordnung der jeweiligen lokalen Gitter. Neben dem Ablenkwinkel dieser Beu-

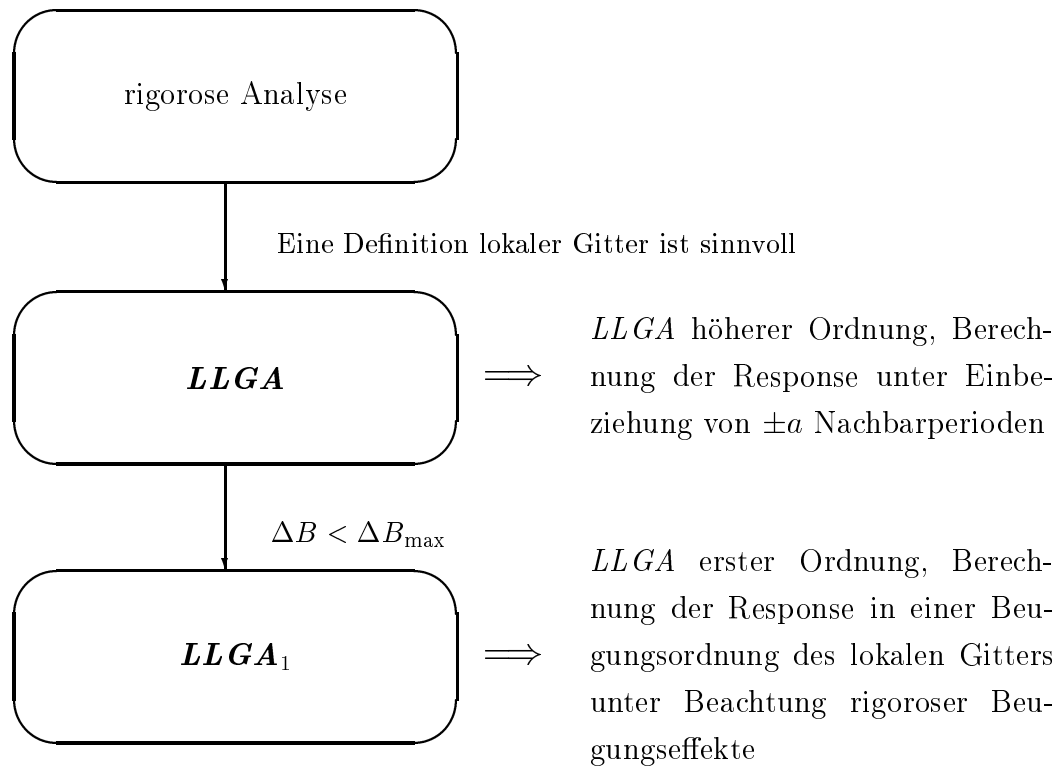


Abbildung 4.12: Approximationsstufen von  $LLGA$ , wobei  $\Delta B$  die Bandbreite des analysierten Signals um eine Beugungsordnung bezeichnet

gungsordnung werden bei der  $LLGA_1$  zusätzlich auch rigorose Gittereffekte mitbeachtet. Dies ist notwendig, wenn kleine lokale Gitterperioden auftreten, da für solche Gitter bereits kleine Änderungen der Gitterperiode zu signifikanten Schwankungen der komplexen Amplitude in einer Beugungsordnung führen können [26, 58, 64, 68, 72–74]. Analyse und Codierungsmethoden der *Näherung effektiver Medien* und der hochfrequenten Trägergitter [106–109] sind wichtige Klassen der  $LLGA_1$ . Auf den Algorithmus der Codierung mittels hochfrequenter Trägergitter wird noch im *Kapitel 5.2* näher einzugehen sein.

Die in einer Beugungsordnung berechnete komplexe Amplitude wird innerhalb der lokalen Periode als konstant angenommen. Das Signal wird in Richtung der analysierten Beugungsordnung generiert. Wechselwirkungen mit benachbarten lokalen Perioden, welche durch Änderungen lokaler Gitterparameter wie Periode  $d$ , Füllfaktor  $c$ , Tiefe  $h$  oder Detour-Phase-Verschiebung  $\Delta x$ , bedingt sind, werden in der Analyse vernachlässigt.  $LLGA_1$  kann daher nur benutzt werden, wenn die lokale Änderung dieser Gitterparameter sehr klein ist. Dies entspricht der Festlegung einer maximal zulässigen Bandbreite<sup>2</sup>  $\Delta B$  des in der Analyse berechneten

<sup>2</sup>Unter der Bandbreite eines Signals versteht man die laterale Ausdehnung des Signals im

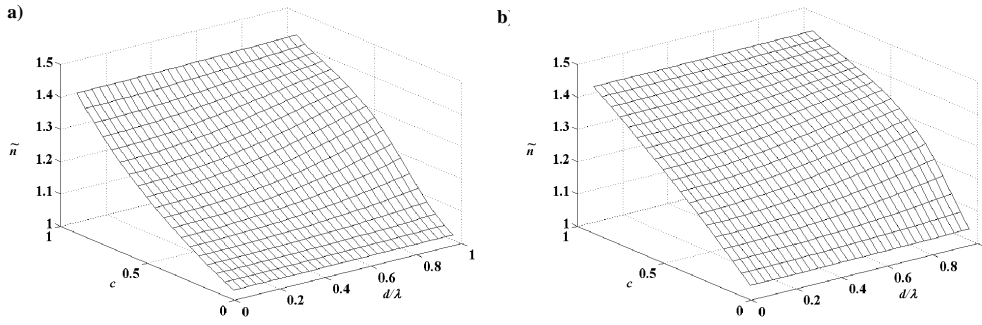


Abbildung 4.13: Effektive Brechzahl eines Subwellenlängengitters in Abhängigkeit vom Füllfaktor  $c$  und der normierten Gitterperiode  $d/\lambda$ . Die Gitterparameter sind  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ , a) TE-Polarisation, b) TM-Polarisation

Signals. Beispielhaft ist die  $LLGA_1$  für eine Analyse in der ersten Beugungsordnung der lokalen Gitter in Abbildung 4.11 dargestellt.

Die *Effektive-Medien-Theorie* (EMT) [111–117] ist eine Klasse der  $LLGA_1$ , bei der die Analyse in der nullten Beugungsordnung der lokalen Gitter durchgeführt wird. Sie besagt, daß ein Gitter unter der Bedingung  $d/\lambda \ll 1$  als ein doppelbrechendes Medium angesehen werden kann. Liegt ein binäres Gitter wie in Abb. 3.1b vor, so folgt aus der Pseudoperiodizität und den Randwertbedingungen (Kapitel 3) das algebraische Eigenwertproblem:

$$\begin{aligned} & \cos(w_1 c d) \cos[w_3(1-c)d] \\ & - \frac{1}{2} \left( \frac{\tilde{n} w_3}{w_1} + \frac{w_1}{\tilde{n} w_3} \right) \sin(w_1 c d) \sin[w_3(1-c)d] - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} n_1 d \sin \theta\right) = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

mit  $w_j$  entsprechend Gleichung 2.18 und

$$\tilde{n} = \begin{cases} 1 & \text{TE Polarisation} \\ \frac{n_1^2}{n_3^2} & \text{TM Polarisation} \end{cases}. \quad (4.8)$$

Man kann zeigen, daß nur ein einziger positiver Eigenwert  $\gamma_+^2$  existiert [26], welcher einer gemittelten Brechzahl gemäß  $\bar{n}_{\text{TE,TM}} = \gamma_+/k$  entspricht<sup>3</sup>, wobei den unterschiedlichen Polarisationen i.a. verschiedene Brechzahlen zuzuordnen sind, wie in Abb. 4.13 gezeigt ist. Durch Taylorreihenentwicklung läßt sich hieraus die Fernfeld. Da die Fouriertransformierte einer Phasenfunktion nicht bandbegrenzt ist [110], wird in der vorliegenden Arbeit die Bandbreite  $\Delta B$  als der Winkelbereich definiert, in dem 99% der Intensität des Fernfeldes lokalisiert sind.

<sup>3</sup> $\gamma_+$  sei hierbei die positiv definierte Wurzel des positiven Eigenwertes  $\gamma_+^2$ .

EMT nullter Ordnung herleiten [112]:

$$\bar{n}_{o_{TE}} = [cn_1^2 + (1-c)n_3^2]^{1/2} \quad (4.9)$$

$$\bar{n}_{o_{TM}} = \left[ c \frac{1}{n_1^2} + (1-c) \frac{1}{n_3^2} \right]^{-1/2} \quad (4.10)$$

Auf diese Art kann ein Subwellenlängengitter als polarisationsabhängiges Brechzahlprofil angesehen werden, welches lokal zu unterschiedlichen optischen Wegen durch das Element führt.

Die Anwendbarkeit der  $LLGA_1$  bei der Analyse optischer Elemente unterliegt verschiedenen Einschränkungen. Sowohl aufgrund der Vernachlässigung der Variation lokaler Gitterparameter als auch wegen der gezeigten Mehrdeutigkeit der Definition der lokalen Gitterparameter ist die Analyse auf kleine lokale Variationen der Gitterparameter der zu analysierenden Struktur beschränkt.

Analog hierzu ist die Festlegung einer oberen Grenze der Bandbreite  $\Delta B$  des Signals der analysierten Struktur. Um diese Obergrenze der Bandbreite  $\Delta B$  abzuleiten, wird die Abhängigkeit der Genauigkeit der Analyse einer Struktur von der Bandbreite des generierten Signals untersucht. Dazu wird die Gesamtperiode eines 1:9-Strahlteilers variiert. Da die Gitterperiode des Trägergitters festliegt, folgt daraus eine variable Anzahl an lokalen Gitterperioden pro Gesamtperiode des Elementes und somit eine Variation der Bandbreite des erzeugten Signals.

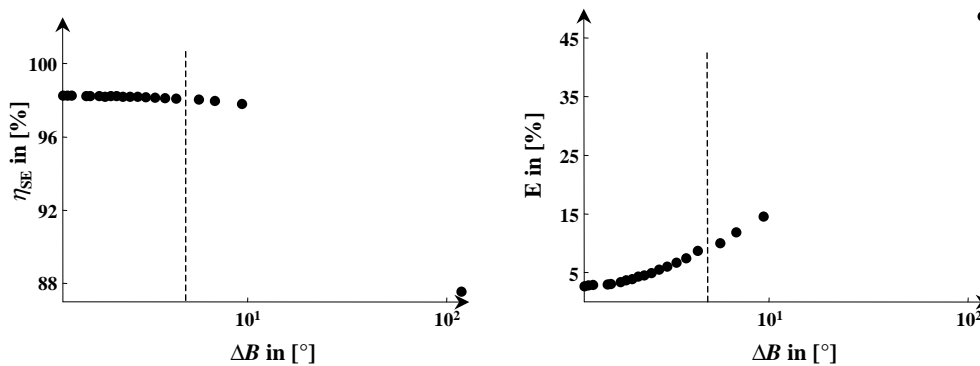


Abbildung 4.14: Anwendbarkeit der  $LLGA_1$  am Beispiel eines 1:9-Strahlteilers unterschiedlicher Gitterperiode bei konstanter lokaler Gitterperiode. Abhängigkeit der Fenstereffizienz  $\eta_{SE}$  und des Uniformitätsfehlers  $E$  von der Bandbreite  $\Delta B$  des Signals

Man findet, daß sowohl die Fenstereffizienz  $\eta_{SE}$  als auch der Uniformitätsfehler  $E$  für kleine Bandbreiten gegen einen optimalen Wert konvergieren. Dies bedeutet, daß die Strukturanalyse um so genauer erfolgt, je kleiner die Bandbreite des

Signals der analysierten Struktur ist. Ist die nach obigem Kriterium definierte Bandbreite kleiner als  $7^\circ$ , so findet man einen Unformitätsfehler, welcher kleiner 10% ist. Die maximal zulässige Bandbreite  $\Delta B_{\max} = 7^\circ$  ist in Abb. 4.14 als senkrechte gestrichelte Linie dargestellt. Daraus folgt, daß man nur Strukturen, welche parabasale Signale generieren, hinreichend genau mittels  $LLGA_1$  analysieren kann.

## 4.5 Näherung lokaler Elementarstrukturen (LESA)

Die bisher vorgestellten lokalen Approximationen lassen eine Verallgemeinerung des Konzeptes lokaler Responseberechnung zur *Näherung lokaler Elementarstrukturen (local elementary structure approach: LESA)* zu. Diese Verallgemeinerung soll am Beispiel zweier nebeneinander lokalisierter binärer Pulse veranschaulicht werden.

Unabhängig von der Wahl der lokalen Elementarstruktur kann die Methode in drei separate Teilschritte unterteilt werden. In einem ersten werden die lokalen Elementarstrukturen definiert. Dies kann eine ebene Grenzfläche, ein binärer Puls, der Ausschnitt eines linearen Gitters oder eine beliebig komplizierte Elementarstruktur sein. Die Wahl der günstigsten Elementarstruktur hängt dabei von der Problemstellung und der notwendigen Genauigkeit der Berechnung der Response der Gesamtstruktur ab. Im Beispiel wird ein binärer Puls als Elementarstruktur verwendet.

Die gewählten Elementarstrukturen sind in einem zweiten Schritt zu analysieren. Wiederum ist das wesentliche Kriterium der Wahl, welche Methode dabei benützt wird, die benötigte Genauigkeit der Berechnung. Es gilt der Grundsatz, daß die Berechnung so genau wie nötig, jedoch mit einem so geringen Rechenaufwand wie möglich erfolgen sollte. Muß die Struktur rigoros berechnet werden, so kann dies völlig unabhängig von der jeweiligen rigorosen Methode erfolgen, sofern diese geeignet ist, die gesuchte Störung zu berechnen. Die komplexe Amplitude im Nahfeld eines einzelnen binären Steges ist in den Abb. 4.15 für die TM-Polarisation dargestellt. Die TE-Polarisation weist dieselbe Charakteristik auf. Die Response wurde mit zwei unterschiedlichen Methoden berechnet, mit einer rigorosen, welche auf der Methode der Einbettung in eine dielektrische ebene Grenzfläche beruht (vgl. *Kapitel 4.3*) und mit *TEA*. Man erkennt, daß die *Näherung dünner Elemente* nur einen Phasenhub proportional zur Tiefe des

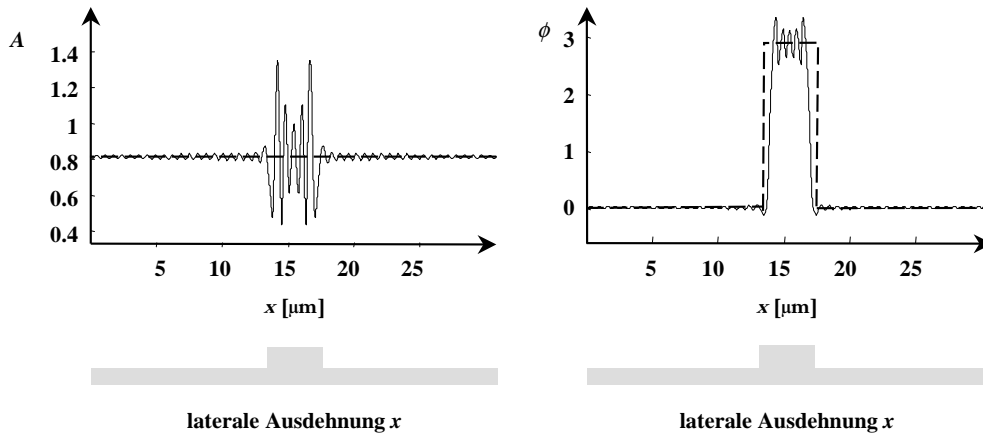


Abbildung 4.15: Amplitude  $A$  und Phase  $\phi$  im Nahfeld eines binären Steges in TM-Polarisation, rigorose Berechnung (dünne Linie), *TEA* (dicke gestrichelte Linie),  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $d_P = 5\lambda$

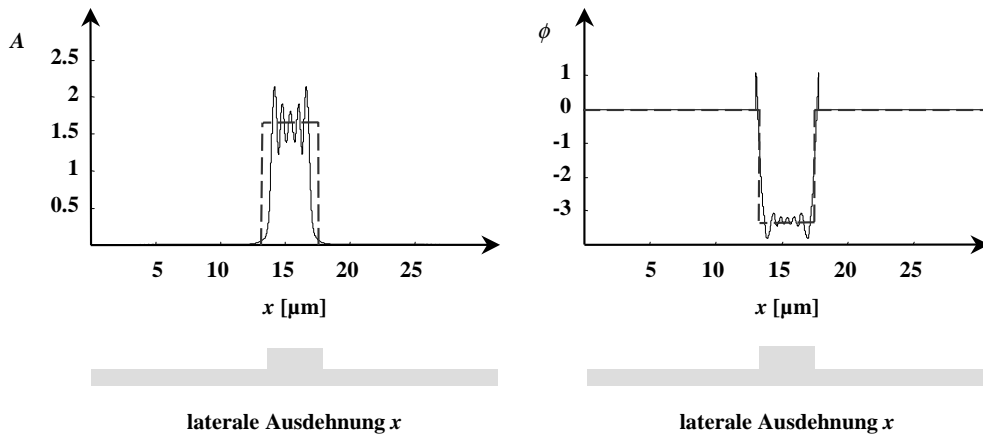


Abbildung 4.16: Amplitude  $A$  und Phase  $\phi$  der Störung eines binären Steges in TM-Polarisation, rigorose Berechnung (dünne Linie), *TEA* (dicke gestrichelte Linie),  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $d_P = 5\lambda$

Steges bewirkt, während die rigorose Berechnung des Nahfeldes hochfrequente Amplituden- und Phasenschwankungen aufweist. Wie bereits in *Kapitel 4.2* gezeigt wurde, sind diese hochfrequenten Schwankungen der wesentliche Grund für das Versagen von *TEA* bei kleinen Strukturgrößen. Solche hochfrequenten Oszillationen treten an scharfen Kanten aufgrund von Beugungseffekten innerhalb der Struktur auf. Die gleichen Schwankungen der Amplituden und Phasen spiegeln sich in der nach Gl. 4.1 berechneten Störung wieder, wie in Abb. 4.16 für die Struktur aus Abb. 4.15 gezeigt ist. Für den Fall der *TEA* weist die Störung wiederum nur einen Amplituden- und Phasenhub genau hinter dem binären Steg auf.



Im dritten Schritt sind die Störungen aller Elementarstrukturen mit der Response einer ebenen Grenzfläche zu überlagern, d.h. im Falle einer kohärenten Superposition

$$\begin{aligned} U_{\text{LESA}}(x, h) &= U_{\text{eben}}(x, h) + \sum_{n=1}^N \delta_n(x, h) \\ &= (1 - N)U_{\text{eben}} + \sum_{n=1}^N U_n(x, h). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Im Falle der *Näherung dünner Elemente* erscheint dieses Konzept kompliziert und umständlich. Die Response der Elementarstrukturen kann dennoch auch mittels *TEA* berechnet und anschließend nach obigem Algorithmus kohärent addiert werden. Das Ergebnis ist mit der gebräuchlichen Anwendung der *Näherung dünner Elemente* identisch, jedoch ist das vorgestellte Konzept allgemeiner gültig. Die auf rigoroser Berechnung der Response der Elementarstrukturen basierende Näherung soll im folgenden von der auf *TEA* fußenden unterschieden werden. Sie wird daher mit  $LESA_{\text{rig}}$  bezeichnet.

Diesem Algorithmus identisch ist der von VALLIUS et al. vorgeschlagene *LESA*-Algorithmus, welcher im Gegensatz zum oben angeführten jedoch nicht die Response einer ebenen Grenzfläche, sondern die *TEA*-Response als ungestört annimmt und als Elementarstrukturen Kanten verwendet. [75, 76]

Für den Fall, daß die Störung nicht bezüglich einer ebenen Grenzfläche definiert wurde, sondern gegenüber *TEA*, ist Gl. 4.11 durch

$$U_{\text{LESA}}(x, h) = U_{\text{ges,TEA}}(x, h) + \sum_{n=1}^N \delta_{n,\text{TEA}}(x, h) \quad (4.12)$$

$$\text{mit} \quad \delta_{n,\text{TEA}}(x, h) = U_n(x, h) - U_{n,\text{TEA}}(x, h) \quad (4.13)$$

zu ersetzen. Werden die lokalen Elementarstrukturen mittels der *Näherung dünner Elemente* analysiert, so tritt die Identität von *LESA* und *TEA* noch deutlicher hervor, da alle Störungen und somit auch die Summe über die Störungen identisch Null sind und man  $U_{\text{LESA}} = U_{\text{ges,TEA}}$  ermittelt, wobei  $U_{\text{ges,TEA}}$  die mittels *TEA* berechnete Gesamtresponse ist.

Wird die lokale Elementarstruktur rigoros berechnet, so ist zu erwarten, daß die Response der Struktur exakter beschrieben wird als mit *TEA*. Dies soll an zwei Beispielen qualitativ diskutiert werden. Eine quantitative Diskussion findet in *Kapitel 4.6* statt.

In der Literatur wurde, von diesem Algorithmus abweichend, eine weitere Möglichkeit der Rekonstruktion der Gesamtresponse von KETTUNEN et al. [118]

Näherung	lokale Elementarstruktur	mögliche Analysemethode
<i>TEA</i>	ebene Grenzfläche	optische Wegunterschiede mit zur Ausbreitungsrichtung parallelem Durchgang
<i>Strahlverfolgung</i>	ebene Grenzfläche	Brechungsgesetz und optische Wegunterschiede
<i>LPIA</i>	ebene Grenzfläche	Fresnelsche Formeln und Mitbeachtung von Abschattungseffekten und Brechung an der Grenzfläche
<i>LLGA</i> <sub>1</sub>	lokales Gitter in einer Beugungsordnung	rigoros in einer Beugungsordnung
<i>FSM</i>	lokale Gitter	rigoros
<i>LESA</i> <sub>binPulse</sub>	binäre Pulse	beliebig
<i>LESA</i>	beliebig	beliebig

Tabelle 4.2: Übersicht über die Einordnung verschiedener Näherungsmethoden

vorgeschlagen, welche auf der rigorosen lokalen Analyse von Elementarstrukturen basiert.

Die Einordnung der oben vorgestellten lokalen Näherungen in dieses Konzept lokaler Elementarstrukturen ist in Tab. 4.2 aufgeführt.

## 4.6 Numerischer Vergleich von *TEA* und *LESA*<sub>rig</sub> mit rigoroser Analyse

*LESA* soll zunächst am Beispiel einer binären Struktur, die aus zwei einzelnen binären Stegen zusammengesetzt ist, demonstriert werden. Als Elementarstruktur wird ein binärer Puls gewählt. Das Feld hinter der Struktur ist in Abb. 4.17a gezeigt. Da eine Struktur mit relativ großer lateraler Ausdehnung  $d_P$  und großem Abstand  $d_P$  untersucht wurde, sind die Abweichungen zwischen *LESA*<sub>rig</sub> und der rigorosen Analyse verschwindend klein. Auf die Darstellung des rigoros berechneten Nahfeldes wurde daher aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Man erkennt, daß die rigoros basierende *LESA* hochfrequente Oszillationen der Amplitude und der Phase aufweist. Der Abstand der beiden binären Pulse ist jedoch so groß gewählt, daß die Response zwischen den beiden Pulsen nur kleine Schwingungen aufweist. Da die Einzelstrukturen, welche eine laterale Ausdehnung von

$d_P = 5\lambda$  bei einer Tiefe von  $h = \lambda$  aufwiesen, noch mit der Näherung dünner Elemente analysiert werden können und außerdem der Abstand der beiden Stege mit  $x_P = 5\mu\text{m}$  hinreichend groß ist, weist auch *TEA* eine gute Übereinstimmung mit der realen Feldverteilung auf.

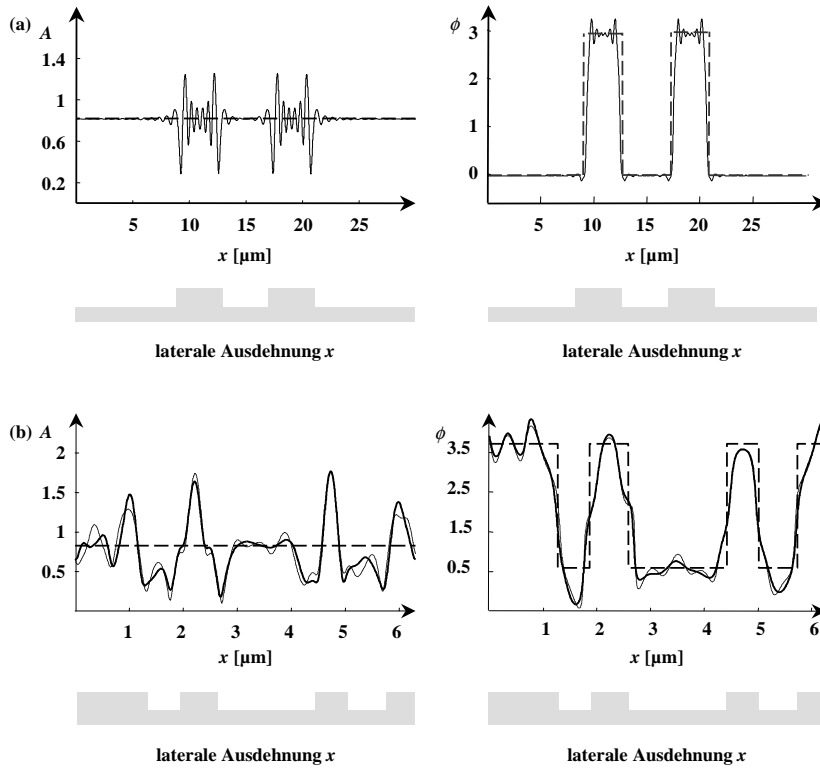


Abbildung 4.17: Qualitativer Vergleich der Nahfelder (a) zweier binärer Stege,  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $d_P = 5\lambda$ ,  $x_P = 5\mu\text{m}$ , mittels *LESARig* (dünne Linie) und *TEA* (dicke gestichelte Linie); (b) der Periode eines nichtparaxialen Stahlteilers mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = 1.095\lambda$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ , mittels rigoroser Berechnung (dünne gepunktete Linie), *LESARig* (dicke Linie) und *TEA* (dicke gestichelte Linie)

Als zweites Beispiel ist in Abb. 4.17b eine Struktur untersucht, welche außerhalb des Gültigkeitsbereiches der *Näherung dünner Elemente* liegt. Es wurde ein mittels der Näherung dünner Elemente berechneter 1:6-Strahlteiler analysiert, wobei die Gitterperiode mit  $d = 6.3\mu\text{m}$  so klein gewählt wurde, daß die kleinsten auftretenden lateralen Strukturgrößen mit  $x_{\text{min}} = 0.596\mu\text{m} = 0.942\lambda$  etwa in der Größenordnung der Wellenlänge liegen. Dargestellt sind die Amplitude und Phase des Nahfeldes, wobei zum Vergleich auch die vollständig rigoros analysierte Response angeführt ist. Als Elementarstrukturen werden in diesem Beispiel drei verschieden breite Gräben gewählt.

Man findet wiederum eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der rigoros

berechneten Response und dem mittels  $LESA_{\text{rig}}$  berechneten Feld. Die Abweichung zu  $TEA$  ist hingegen sowohl in der Amplitude als auch in der Phase signifikant.

Die auf der rigorosen Analyse basierende *Näherung lokaler Elementarstrukturen* und die *Näherung dünner Elemente* werden nachfolgend an numerischen Rechenbeispielen miteinander verglichen. Hierzu werden jeweils ein numerisches Experiment in Transmission und in Reflexion eines optischen Elementes durchgeführt. Zunächst wird untersucht, wie genau  $LESA_{\text{rig}}$  und  $TEA$  die Response eines nichtperiodischen dielektrischen Elements im Vergleich zu einer rigorosen Rechnung wiedergeben. Als Beispielstruktur werden jeweils zwei binäre Stege verwendet, die unterschiedliche Tiefen, Breiten und Abstände zueinander aufweisen. Um identische Vergleichsbedingungen zu realisieren, wird das komplexe  $SNR$  nach Gl. 4.2 berechnet, wobei  $U$  die mittels  $LESA_{\text{rig}}$  bzw. die mittels  $TEA$  berechnete Response der jeweiligen Elementarstrukturen ist und  $U_{\text{ideal}}$  die komplett rigoros analysierte Struktur charakterisiert. In Abb. 4.18 sind die entsprechenden  $SNR$ -Kurven für die TE-Polarisation dargestellt. Analoge Rechnungen mit quantitativ vergleichbarem Ergebnis wurden auch für die TM-Polarisation durchgeführt, sind jedoch nicht graphisch dargestellt. Man erkennt an den entsprechend hohen  $SNR$ -Werten, daß in allen vier Beispielen die Übereinstimmung bei geringen Struktur Tiefen sowohl für  $LESA_{\text{rig}}$  als auch für  $TEA$  sehr gut ist. Da die Gültigkeitsbedingungen für die *Näherung dünner Elemente* in diesen Fällen erfüllt ist, werden auch für diese Näherung entsprechend hohe *Signal-Rausch-Verhältnisse* ermittelt.

Um Aussagen über die Anwendbarkeit der jeweiligen Näherungen zu gewinnen, wird ein  $SNR_{\text{grenz}} = 10\text{dB}$  festgelegt. Es ist zu beachten, daß das berechnete  $SNR$  eine Funktion der gewählten Apertur  $A$  ist, womit die Festlegung eines Grenzwertes von der rein mathematischen Apertur abhängt.

Für das Beispiel zweier dielektrischer Stege mit dem Abstand  $x_{\text{P}}$  (Abb. 4.18) sind die Extremwerte  $SNR_{\text{max}}$  und  $SNR_{\text{min}}$  im ersten Abschnitt von Tab. 4.3 aufgeführt und mit den Werten der TM-Polarisation ergänzt.

Legt man das Kriterium eines minimal zu erreichenden *Signal-Rausch-Verhältnisses* zugrunde, so findet man, daß die mittels  $LESA_{\text{rig}}$  berechneten Felder der Stegbreiten  $d_{\text{P}} = 5\lambda$  auch für relativ tiefe Strukturen hinreichend gute Resultate liefern. Einzig bei sehr kleinen Stegabständen  $x_{\text{P}}$  und größeren Tiefen  $h$  erfüllt die Methode das Kriterium nicht (Abb. 4.18a). In diesem Fall ist eine Annäherung der Struktur als doppelter Puls jedoch physikalisch nicht sinnvoll. Mit zunehmendem Pulsabstand  $x_{\text{P}}$  wird das erreichte  $SNR$  tendentiell größer, andererseits nimmt es

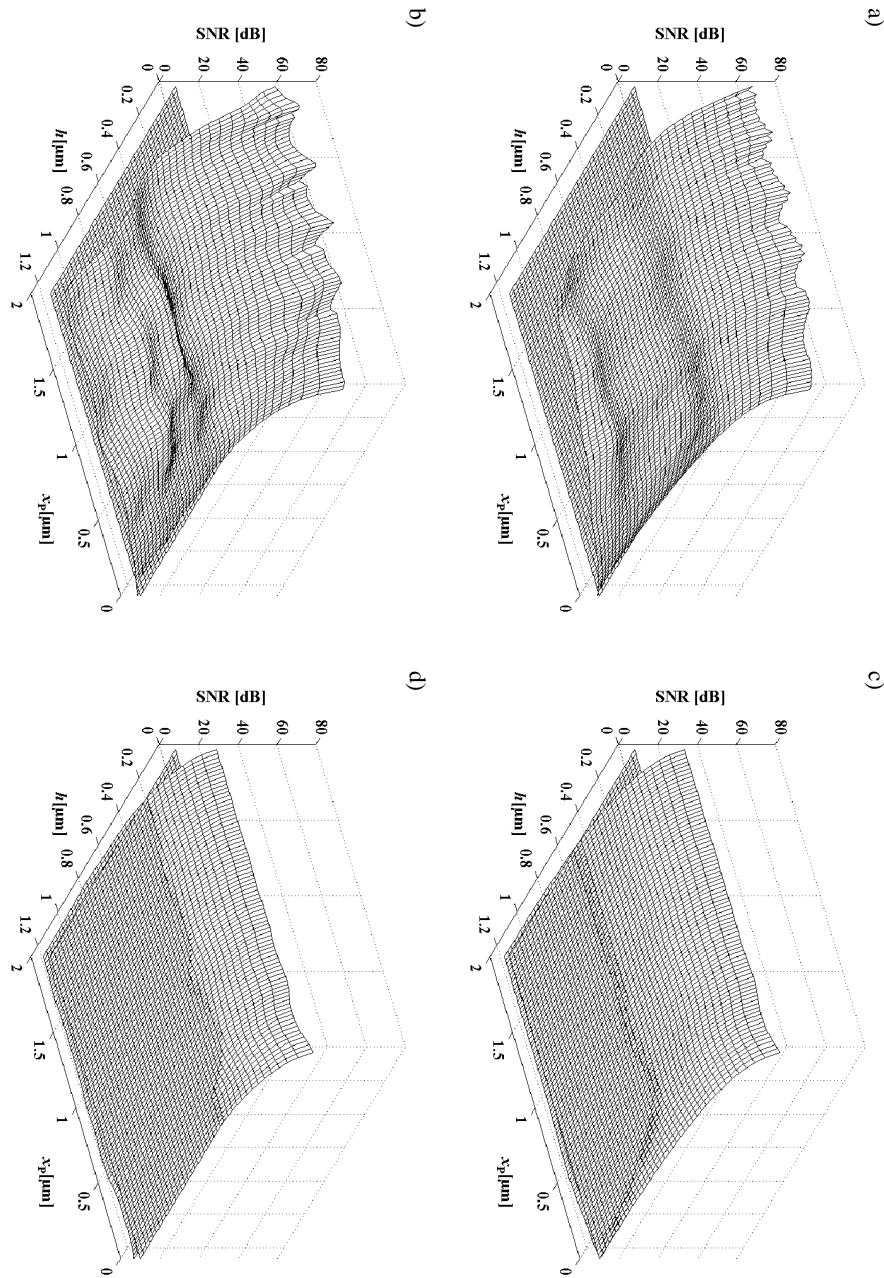


Abbildung 4.18: Komplexes *Signal-Rausch-Verhältnis* für einen dielektrischen Doppelsteg in Transmission in Abhängigkeit von dem Stegabstand  $x_P$  und der Stegtiefe  $h$  mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 1.457$ ,  $n_{\text{Puls}} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ; a) *LESA*<sub>rig</sub>, Stegbreiten  $d_P = 5\lambda$ , c) *TEA*, Stegbreiten  $d_P = 5\lambda$ , b) *LESA*<sub>rig</sub>, Stegbreiten  $d_P = \lambda$ , d) *TEA*, Stegbreiten  $d_P = \lambda$

Method	Pulsbreite $d_P$ [μm]	$SNR_{TE,min}$ [dB]	$SNR_{TE,max}$ [dB]	$SNR_{TM,min}$ [dB]	$SNR_{TM,max}$ [dB]
$LESA_{rig}$	5	9.0	73.8	8.2	79.7
$LESA_{rig}$	1	7.8	70.3	8.9	72.6
$TEA$	5	6.7	38.3	5.8	40.4
$TEA$	1	4.5	34.4	5.1	36.4
$LESA_{rig}$	5	5.3	62.3	-	-
$LESA_{rig}$	1	2.0	59.2	-	-
$TEA$	5	0.0	9.8	-	-
$TEA$	1	0.4	11.3	-	-

Tabelle 4.3: Maximale und minimale  $SNR$  beider Polarisationsrichtungen; oben dielektrische Stege in Transmission mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.457$ ,  $n_3 = 1.0$ ,  $\theta = 0^\circ$ , unten dielektrische Gräben in Vollmetall in Reflexion mit denselben Parametern wie oben, aber  $n_3 = n_{\text{Gold}} = 0.1160 + 3.2923i$

mit zunehmender Stegtiefe  $h$  ab. Dies hat seine Ursache in einer stärkeren Wechselwirkung der Responses beider Stege für tiefere oder näher zueinander positionierte Stege. Desweiteren finden sich für konstante Tiefen bei Pulsabständen von  $x_P = m\lambda$  mit  $m \in \mathbb{N}$  lokale Minima in den dargestellten Flächen. Dies beruht auf einer resonanten Wechselwirkung der beiden Stege bei Abständen, die ganze Vielfache der Wellenlänge betragen, und ist derselbe Effekt, auf welchen bereits in *Kapitel 4.3* hingewiesen wurde. Für die maximal untersuchten Tiefen  $h_{\max} = 2\lambda$  müssen die Stege mindestens einen Abstand von  $x_P > x_{P,\min} = 25\text{nm}$  aufweisen, damit das  $SNR$ -Kriterium erfüllt wird.

Eine analoge Rechnung wurde mit einem schmalen Steg der Breite  $d_P = \lambda$  durchgeführt. Wie bereits in *Kapitel 4.3* gezeigt, wird in diesem Fall mit einer allgemein schlechteren Beschreibung der Response des Doppelsteges im Vergleich zu den breiteren Stegen gerechnet. Die zugehörigen  $SNR$ -Kurven der  $\lambda$ -breiten Stege sind in Abb. 4.18b dargestellt und bestätigen die Annahme. So findet man, daß für  $LESA_{rig}$  das  $SNR$ -Kriterium bei Stegtiefen von  $h = 2\lambda$  für Stegabstände von  $x_P > x_{P,\min} = 62.5\text{nm}$  erfüllt wird.

In den Abb. 4.18c und 4.18d sind die zugehörigen  $SNR$ -Kurven für den Vergleich von  $LESA_{rig}$  und  $TEA$  dargestellt. Man sieht, daß auch die *Näherung dünner Elemente* das Gütekriterium erfüllt, solange die Strukturen nicht zu tief werden. Bei Stegbreiten von  $x_P = \lambda$  findet man als maximale Tiefe bis zu der  $TEA$  das Kriterium erfüllt  $h_{\max} = 316.4\text{nm}$  und entsprechend bei Stegbreiten von

$x_P = 5\lambda$  eine maximale Tiefe von  $h_{\max} = 569.5\text{nm}$ . Im Unterschied zu  $LESA_{\text{rig}}$  weisen die Kurven bei konstanter Tiefe und kleinen Pulsabständen ein lokales Maximum auf. Dies erklärt sich aus dem Umstand, daß bei kleinen Abständen die Struktur als ein einziger Steg doppelter Breite angenähert werden kann. Damit sind die Bedingungen für die Anwendbarkeit von  $TEA$  besser erfüllt und die Näherung ist somit auch für die Analyse tieferer Strukturen geeignet.

Als weiteres Beispiel werden zwei binäre dielektrische Gräben in einer Metallfläche mit unterschiedlichen Tiefen und Abständen analysiert. Die Berechnung realer Metalle stellt dabei aus zwei Gründen eine besondere Herausforderung dar: Zum einen haben Konvergenzvergleiche gezeigt, daß die Modal-Methoden, die  $FMM$  mit eingeschlossen, für die TM-Polarisation Konvergenzprobleme aufweisen können. Selbst wenn diese, wie in der vorliegenden Rechnung, nicht auftreten so sind deutlich mehr evaneszente Beugungsordnungen als für dielektrischen Medien in die Berechnung einzubeziehen, damit das gesuchte Feld exakt repräsentiert wird. In den nachfolgenden Vergleichen ist dies berücksichtigt.

Zum anderen ist bekannt, daß in der TM-Polarisation an metallischen Strukturen Oberflächenplasmonen angeregt werden, welche zu einem starken Energietransport entlang der Oberflächen der Struktur führen. Das bewirkt, daß auch die Response von weit eingebetteten Strukturen nicht als entkoppelt angesehen werden können. In Abb. 4.20 ist die Amplitude und die Phase im Nahfeld eines dielektrischen Grabens in Gold der Breite  $d_P = 5\lambda$  dargestellt. Die Struktur ist in eine metallische Blende der Breite  $d = 174.8\mu\text{m} = 276.3\lambda$  eingebettet. Man erkennt, daß trotz des großen Einbettungsbereiches in der TM-Polarisation noch Resonanzen mit den Nachbarstrukturen auftreten, welche sich in einer relativ starken Oszillation der reellen Amplituden widerspiegeln. Wie in *Kapitel 4.3* bereits gezeigt wurde, können solche Wechselwirkungseffekte durch die Einführung ideal absorbierender Schichten umgangen werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll diese Methode jedoch nicht eingehender untersucht werden. Der Energietransport entlang der metallischen Oberfläche führt letztlich dazu, daß das Feld des TM-Modes mit der implementierten Methode nicht korrekt berechnet werden kann. Aus diesem Grund soll nur der unkritische Fall der reflektierten TE-Polarisation betrachtet werden, welcher in Abb. 4.19 dargestellt ist.

Wie im vorangehenden Beispiel beobachtet man für alle Rechnungen bei konstantem Stegabstand ein  $SNR$ -Maximum für kleine Strukturiefen. Auffällig ist ein stärkerer Resonanzeffekt in der Tiefe. Dies liegt zum einen am untersuchten Material, da in der Nähe des Grabens eine starke Feldüberhöhung zu beobachten ist, und zum anderen an den doppelten optischen Wegen, da das reflektierte Feld

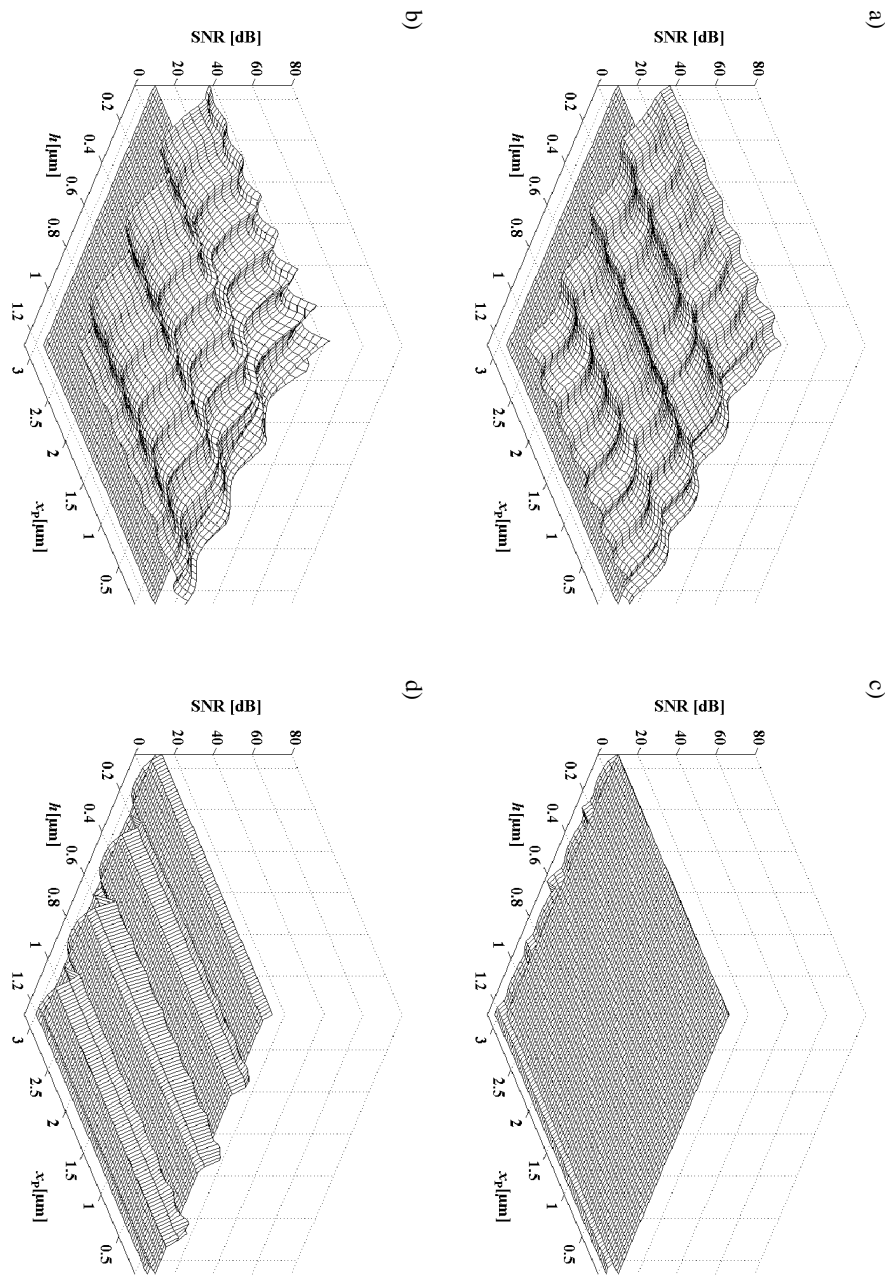


Abbildung 4.19: *Signal-Rausch-Verhältnis* in Reflexion an Doppelgraben in Metall im Vergleich zur rigorosen Berechnung in Abhängigkeit vom Stegabstand  $x_P$  und der Stegtiefe  $h$  mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = 1.457$ ,  $n_{Puls} = 1.457$ ,  $\theta = 0^\circ$ ; a)  $LESA_{rig}$ , Stegbreiten  $d_P = 5\lambda$ , c)  $TEA$ , Stegbreiten  $d_P = 5\lambda$ , b)  $LESA_{rig}$ , Stegbreiten  $d_P = \lambda$ , d)  $TEA$ , Stegbreiten  $d_P = \lambda$



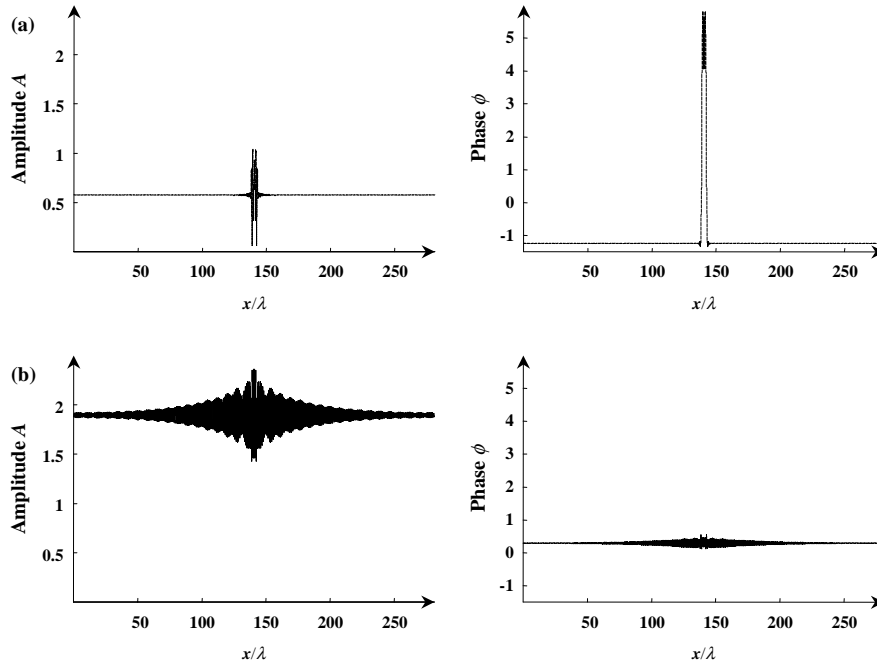


Abbildung 4.20: Nahfeld eines dielektrischen Grabens in einer metallischen Blende in Reflexion mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $d_P = 5\lambda$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_3 = n_{\text{Gold}} = 0.1160 + 3.2923i$ ; a) TE-Polarisation, b) TM-Polarisation

betrachtet wird. Im Unterschied zum rein dielektrischen Beispiel, findet man für Stegbreiten von  $d_P = \lambda$  höhere *SNR* als für  $d_P = 5\lambda$ . Dies liegt wiederum an der Feldüberhöhung im Bereich des dielektrischen Grabens. Für die breiteren Gräben sind hier im Gegensatz zum schmalen Graben starke Oszillation der komplexen Amplitude lokalisiert. Diese rühren von einem Resonanzeffekt in der Gitterregion her. Um dies zu demonstrieren, wird die Amplitude innerhalb eines Grabens berechnet (Abb. 4.21). Deutlich sind für beide Grabenbreiten Resonanzeffekte zu erkennen. Für den schmalen Graben ist dieser jedoch auf eine Resonanz in der Tiefe beschränkt, während für den breiten Graben auch Resonanzeffekte in lateraler Richtung beobachtet werden.

Ein zum oben demonstrierten Resonanzeffekt analoges Resonanzphänomen wird auch für metallische Subwellenlängengitter beobachtet. Ist eine Gitterperiode  $d < \lambda$  gegeben, so treten nicht immer Resonanzeffekte in lateraler Richtung auf. Der Resonanzeffekt in der Tiefe, welcher jedoch stark ausgeprägt ist, kann bei Metallgittern in Verbindung mit einer hohen Absorption in der TE-Polarisation zum inversen Polarisierungseffekt führen. Dies wurde in der Literatur an metallischen Subwellenlängengittern demonstriert [82, 119–121].

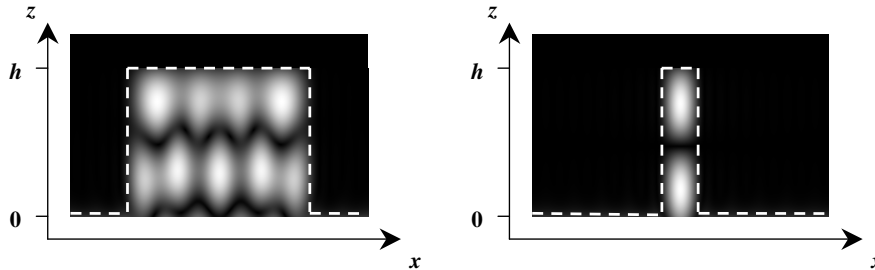


Abbildung 4.21: Vergleich der Amplituden eines dielektrischen Grabens in Metall (dargestellt als gestrichelte weiße Linie) mit  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,  $h = \lambda$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.0$  und  $n_3 = n_{\text{Gold}} = 0.1160 + 3.2923i$ ; links:  $d_P = 5\lambda$ ,  $x_B = 150.5\lambda$ ; rechts:  $d_P = \lambda$ ; TM-Polarisation

Ein weiterer Resonanzeffekt, der als Kombination des lateralen und des Tiefeneffektes interpretiert werden kann, findet sich auch bei dielektrischen Gittern [122]. So können sich in der Gitterregion bestimmter Gittergeometrien Speckles ausbilden, welche zu starken Amplitudenvariationen im Nahfeld dielektrischer Gitter führen. Die Speckles in der Gitterregion sind somit eine mögliche Ursache der hochfrequenten Oszillationen im Nahfeld eines optischen Elements. Ein weiterer Effekt, der zu hochfrequenten Amplitudenschwankungen führen kann und für dielektrische und metallische Gitter aufgezeigt wurde, ist an den Kanten der jeweiligen Struktur lokalisiert. Der Effekt ist besonders für Metallgitter ausgeprägt, da für diese an den Kanten aufgrund starker Absorption ein deutliches Absinken der Amplitude im Nahfeld der Struktur zu beobachten ist [122].

Die Beispiele zeigen auf, daß eine Analyse optischer Elemente mit  $LESA_{\text{rig}}$  mit vergleichbar geringem Rechenaufwand möglich ist. Die Einsparung an Rechenleistung ist dabei um so größer, je rechenaufwändiger eine vollständige rigorose Analyse des Elementes wäre. Da die benützte rigorose Methode zur Berechnung der Response der auftretenden Elementarstrukturen genauer Resultate liefert als  $TEA$ , erfolgt die Analyse des vollständigen Elementes ebenfalls mit einem kleineren Fehler. Ist  $TEA$  nicht mehr anwendbar, so kann entsprechend Tab. 4.2 eine genauere Methode der Analyse der auftretenden lokalen Elementarstrukturen verwendet werden. Der Anwendungsbereich der lokalen Näherungen wird mit dem vorgestellten Algorithmus der  $LESA$  somit erweitert.

# Kapitel 5

## Strukturdesign

Ein wichtiges Ziel in der Optik stellt die Bestimmung eines optischen Systems dar, welche eine gewünschte optische Funktion realisiert. Das Design eines optischen Elements kann als die inverse Problemstellung zur Analyse aufgefaßt werden. Im Gegensatz zur Analyse gibt es jedoch keine rigorose Designstrategie.

Den Designprozess optischer Systeme oder dessen Spezialfall, eines einzigen optischen Elementes, kann man oftmals in zwei Designschritte unterteilen: das Responsedesign und das Strukturdesign. Beide Designschritte sind jedoch nicht immer scharf voneinander getrennt. Man findet somit drei verschiedene Designstrategien, ein reines Responsedesign, ein Responsedesign mit anschließendem Strukturdesign oder ein reines Strukturdesign. Es sind eine Reihe verschiedener etablierter Designalgorithmen des Responsedesigns bekannt, welche ausführlich diskutiert sind [5, 26, 123–147] und auf die deshalb an dieser Stelle nur kurz verwiesen werden soll.

Das Strukturdesign ist gleichbedeutend mit dem Auffinden der realen Struktur, die eine gewünschte Wellentransformation bestmöglich realisiert. Wesentlich eingeschränkt wird ein mögliches Strukturdesign durch die praktische Realisierbarkeit und aufgrund der endlichen Herstellungsgenauigkeit.

### 5.1 Design im Strukturbild

Beim Strukturdesign, steht entweder die Frage im Mittelpunkt, welche Struktur eine im Responsedesign berechnete Transformation optimal realisiert. In diesem Fall ist also der Schritt vom Funktionsbild ins Strukturbild notwendig, wie nachfolgend am Beispiel des *LLGA*-Designs erfolgt. Oder aber das Design, dann Parameteroptimierung genannt, erfolgt ausschließlich im Strukturbild, wie etwa

im unten vorgestellten genetischen Evolutionsalgorithmus. Beim Strukturdesign greift man oftmals auf Näherungen zurück, welche die optische Wirkung einer bestimmten lokalen Struktur simulieren, da eine mathematisch ideale Umsetzung oftmals nicht möglich ist.

Aufgrund der i.d.R. geringen Anzahl an freien Parametern stellt die *Strahlverfolgung* eine beliebte Designmethode dar. Diese ist genau genommen nur für  $\lambda \rightarrow 0$  gültig, kann jedoch auch in speziellen Anwendungen für das Design komplexer optischer Systeme benützt werden [134]. Da die *Strahlverfolgung* keine wellenoptische Designmethode ist, soll an dieser Stelle nicht näher auf sie eingegangen werden.

Eine weitere, vielfach angewendete Methode stellt das Design auf der Basis *lokal ebener Grenzflächen* dar. Im einfachsten Fall, der *Näherung dünner Elemente* (*TEA*), wird eine gewünschte Phase  $\tau(x, y)$  der Transmissionsfunktion gemäß

$$h(x, y) = \frac{\tau(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{\Delta n} = \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{\Delta n} \quad (5.1)$$

direkt in ein Höhenprofil umgesetzt, wobei  $\Delta n$  die auftretenden Brechzahldifferenzen sind. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Näherung idealerweise nur für unendlich dünne Elemente anwendbar ist. Gl. 5.1 kann auch im Sinne der Gradientenoptik interpretiert werden, so daß für die Überführung der Phase  $\tau(x, y)$  der Transmissionsfunktion ein Element mit lateraler Brechzahlvariation  $n(x, y)$ , aber konstanter Tiefe  $h$  verwendet werden kann, also

$$n(x, y) = \frac{\tau(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{h} = \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{h}. \quad (5.2)$$

Mit beiden Methoden, sowohl *Strahlverfolgung* als auch *TEA*, kann ein Strukturdesign erfolgen, das Strukturen generieren, deren minimale laterale Ausdehnung nur wenigen Wellenlängen, also auch Mikrostrukturen, entspricht. Werden solche Strukturen kleiner lateraler Ausdehnung berechnet, so sollte eine unabhängige Analyse zur Überprüfung der gewonnenen Designs herangezogen werden. Die Gültigkeit der entsprechenden Approximation sollte in solchen Fällen durch eine genauere Analyse erfolgen.

Bei *TEA* findet man eine Proportionalität zwischen dem Profil, also entweder der Profilhöhe  $h(x, y)$  oder der Brechzahlverteilung  $n(x, y)$ , und der Phase  $\tau(x, y)$  der Transmissionsfunktion. Aufgrund dieser Proportionalität wird in der Literatur oftmals nur ungenügend zwischen Funktionsbild und Strukturbild differenziert. Die Unterschiede werden jedoch signifikant, wenn keine triviale Zuordnung mehr möglich ist.

Wird eine höhere Stufe der *LPIA* verwendet, so läßt sich kein analytischer Ausdruck für die gesuchte Oberfläche eines optischen Elements mehr angeben, jedoch kann eine optimierte Oberfläche mit Hilfe des bei VON PFEIL vorgeschlagenen Algorithmus [64] gefunden werden.

## 5.2 Strukturdesign auf der Basis hochfrequenter Trägergitter

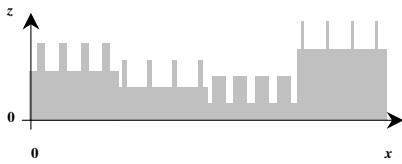


Abbildung 5.1: Codierungsmethoden einer komplexen Amplitude in der nullten Beugungsordnung eines linearen Gitters

Eine weitere Gruppe von Methoden des Strukturdesign basiert auf der Verwendung lokaler linearer Gitter. Mit der *LLGA*<sub>1</sub> besteht die Möglichkeit, ein gewünschtes Phasenprofil in der nullten Ordnung eines lokalen Gitters zu codieren. Hierzu können lokale Gitterparameter wie der Füllfaktor  $c$  zur Codierung der lokalen Amplitude variiert werden. Im allgemeinen ist anschließend eine Korrektur der Phase notwendig. Diese Phasenkorrektur kann durch

Einführung unterschiedlicher Höhenstufen realisiert werden, welche schematisch in Abb. 5.1 dargestellt ist. Diese Designmethode stellt jedoch hohe Anforderungen an die Herstellungstechnik.

Eine Methode der Codierung in der nullten Beugungsordnung eines lokalen Gitters erfolgt unter Zuhilfenahme der *Effektiven Medien Theorie* (vgl. Abschnitt 4.4.2), wodurch ein binäres Profil mit typischerweise sehr kleinen Strukturgrößen generiert wird, welche wiederum Probleme bei der Herstellung aufwerfen können.

Soll eine komplexe Amplitude auf der Basis von *LLGA*<sub>1</sub> unter Zuhilfenahme von Trägergittern in der ersten Beugungsordnung codiert werden, so ist zunächst zur im Transmissionsdesign berechneten Phasenfunktion  $\phi(x, y)$  ein linearer Phasenterm  $\phi_l(x) = 2\pi x/d_l$  hinzuzuaddieren, wobei mit  $d_l$  die Periode des Trägergitters bezeichnet ist. Dieser lineare Phasenterm beeinflusst nicht die optische Funktion des zu codierenden Signals, sondern ändert im Falle einer Codierung in der ersten Beugungsordnung des Trägergitters nur die Ausbreitungsrichtung des Signals um den Winkel  $\tilde{\theta} = \arcsin\left(\frac{n_3}{n_1} \sin\theta + \frac{\lambda}{n_1 d}\right)$ .

In einem Demonstrationsbeispiel wird ein sogenanntes hochfrequentes binäres Bragg-Echelette-Gitter als Trägergitter benützt, d.h., der  $\mathbf{k}$ -Vektor der minus ersten reflektierten Beugungsordnung ist antiparallel zum Wellenzahlvektor der

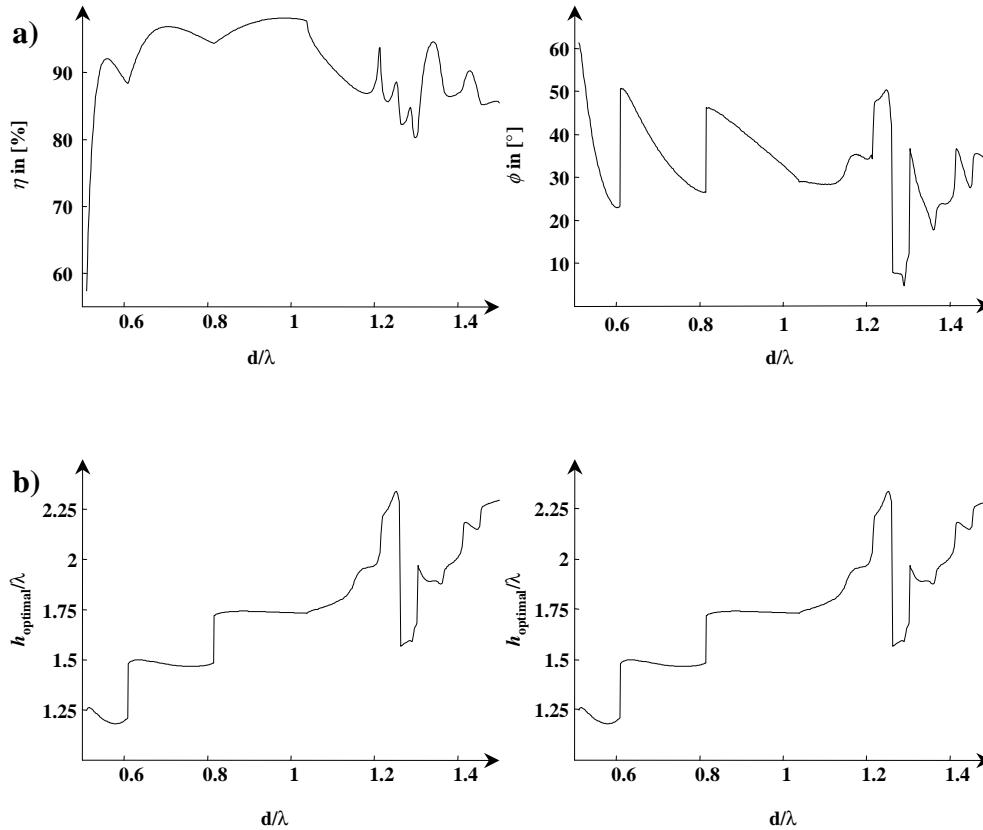


Abbildung 5.2: Abhängigkeit der maximalen Effizienz der minus ersten Beugungsordnung eines binären Gitters von der Gitterperiode bei optimaler Tiefe. a) links: Effizienzen, rechts: Phasen; b) zugehörige optimale Gittertiefen; mit  $\lambda = 1.55\mu\text{m}$ ,  $n = 1.444$

Beleuchtungswelle [148,149], was gleichbedeutend mit der Festlegung des Einfallswinkels zu  $\theta = \arcsin(\lambda/2n_1d_l)$  ist. Zur Erzielung einer möglichst hohen Effizienz in der minus ersten Beugungsordnung des Gitters müssen die Gitterperiode und -tiefe optimiert werden [106,107,109,149,150]. O.B.d.A. erfolgt das Design in der TE-Polarisation. In Abb. 5.2 sind für die TE-Polarisation die maximalen Effizienzen und zugehörigen Phasen in der minus ersten transmittieren Beugungsordnung in Abhängigkeit von der Gitterperiode dargestellt, wobei die untere Abbildung die zugehörigen optimalen Tiefen zeigt. Von dieser Darstellung ausgehend wird für das demonstrierte Beispiel für die Wellenlänge von  $\lambda = 1.55\mu\text{m}$  eine Gitterperiode von  $d_l = 1.55\mu\text{m} = \lambda$  und eine Gittertiefe von  $h = 2.7\mu\text{m} = 1.74\lambda$  gewählt, womit auch der Bragg-Einfallswinkel zu  $\theta = \arcsin(\lambda/2n_1d_l) = 30^\circ$  bestimmt ist, da das Element vom Superstratmaterial mit  $n_1 = 1.0$  (Luft) beleuchtet wird. Die benötigten Pulspositionen und -breiten lassen sich dann gemäß des in Abb. 5.3

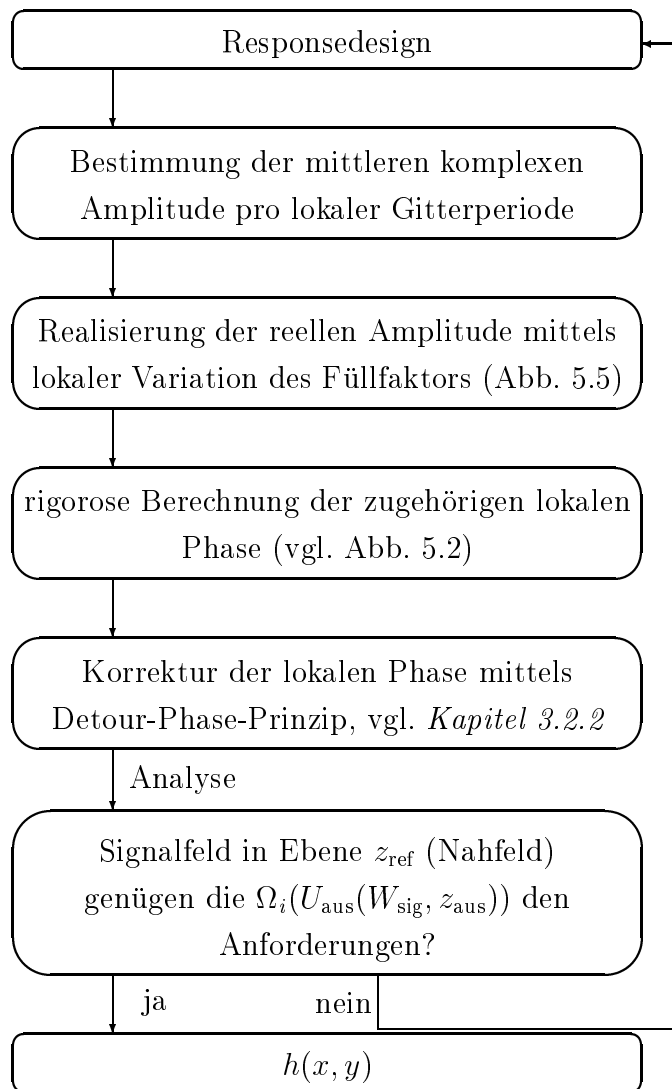


Abbildung 5.3: Algorithmus zur Codierung durch ein hochfrequentes Trägergitter

dargestellten Algorithmus ermitteln.

Bei der praktischen Umsetzung des Verfahrens können Probleme bei der Behandlung von  $2\pi$ -Phasensprüngen, bei denen Pulsüberlappungen auftreten können, und bei sogenannten Pulsüberläufen auftreten. Unter einem Pulsüberlauf versteht man einen lokalen Puls, der während der Korrektur der Phase soweit verschoben wird, daß ein Teil über die lokale Periode hinausragt.

Die einfachste Methode der Handhabung von  $2\pi$ -Phasensprüngen ist eine vorherige Entfaltung der Phase. Wie in Abb. 5.4a dargestellt, treten bei diesem Verfahren keine Pulsüberlappungen auf. Das Verfahren ist jedoch für Phasenfunktionen, welche kleinere Phasensprünge aufweisen, die ebenso zu Pulsüberläufen

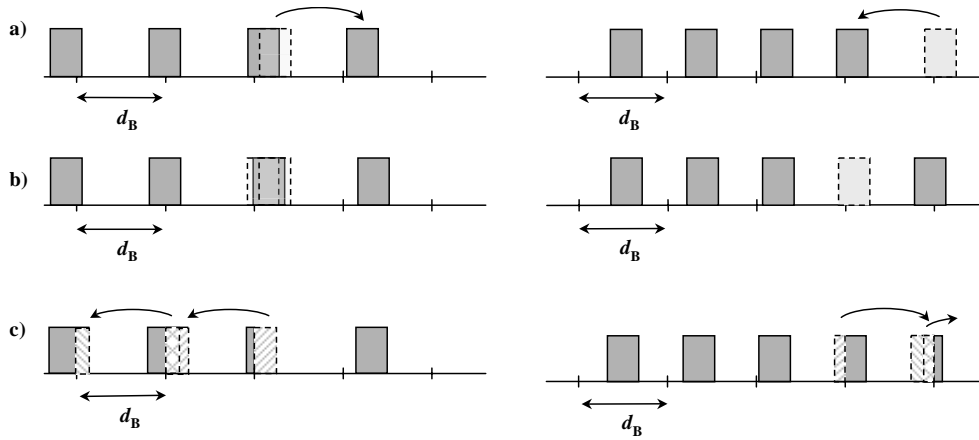


Abbildung 5.4: Möglichkeiten der Handhabung von Pulsüberläufen bei der Codierung binärer hochfrequenter Gitter der Periode  $d_B$ , a) Entfaltung der Phase, bzw. Verschiebung um genau eine Gitterperiode, b) Überlappung der Pulse oder ausfüllen leerer Zellen mit einem Puls, mit mittlerer Position und mittlerem Füllfaktor der Nachbarperioden, c) Circular-Overflow, Abschneiden aller überstehenden Pulsanteile und Einfügen auf der anderen Seite der lokalen Gitterperiode

führen können, oder für dreidimensionale Phasenfunktionen, die i.a. nicht entfaltet werden können, nicht immer anwendbar. Außerdem führt die Entfaltung aufgrund lokaler Verschiebungen der Pulse zu einer Änderung der Stegabstände, was wiederum als Variation der lokalen Gitterperiode interpretiert werden kann.

Eine weitere Möglichkeit stellt das Einfügen von Pulsen in leere Zellen, bzw. das geometrische Überlagern von sich überlappenden Pulsen dar, wie in Abb. 5.4b gezeigt. Durch dieses Verfahren wird der lokale Füllfaktor geändert, was zu einer Veränderung der lokalen komplexen Amplitude führen kann.

Als letzte Methode, mit welcher Pulsüberlappungen vollständig vermieden werden können, ist das Circular-Overflow in Abb. 5.4c gezeigt. Die lokale Periode wird hierbei als Teil eines idealen unendlichen Gitters aufgefaßt. Damit kann der Pulsanteil, welcher auf einer Seite über die lokale Periode hinausragt, abgeschnitten und auf der anderen Seite in die lokale Periode wieder eingefügt werden. Wie Vergleichsrechnungen zeigen, erzielt man mit dieser Methode zwar die genauesten Resultate, generiert aber oftmals sehr kleine Strukturgrößen, welche nicht herstellbar sind. Ein Teil der Genauigkeit des Verfahrens geht somit in der technischen Realisierung des optischen Elements wieder verloren.

Im experimentel zu demonstrierenden Beispiel wird ein Circular Overflow verwendet. Dabei wurden im Design Strukturen mit einer lateralen Größe kleiner als



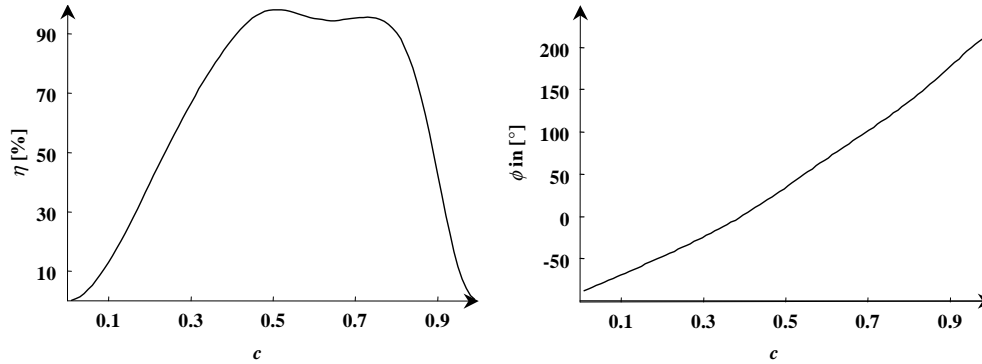


Abbildung 5.5: Abhängigkeit der Effizienz und der Phase der minus ersten Beugungsordnung eines binären Echelette-Gitters der Periode  $d = \lambda = 1.55\mu\text{m}$  und der Tiefe  $h = 1.74\lambda = 2.7\mu\text{m}$  vom Füllfaktor  $c$

$\lambda/10$  aufgrund von Einschränkungen bei der Herstellbarkeit weggelassen. Dies führt in der Praxis zu vernachlässigbar kleinen Fehlern, welche sogar unterhalb der Fehler aufgrund von Herstellungstoleranzen liegen.

Ist die Bandbreitenbedingung  $\Delta B < 7^\circ$  (Kapitel 4.6) erfüllt, so kann der in Abb. 5.3 dargestellte Algorithmus angewendet werden. Im ersten Teilschritt, der dem Transmissionsdesign entspricht, wird mit einem *Iterativen Fourier-Transformalgorithmus (IFTA)* eine komplexe Feldverteilung in der Referenzebene  $z_{\text{ref}}$  berechnet. Hierbei werden zur Generierung des gewünschten Signals Designfreiheiten in der Signalebene benützt. Im vorliegenden Beispiel ist man an der Intensitätsverteilung in der Signalebene interessiert, so daß Phasenfreiheit verwendet werden kann. Zusätzlich wird Amplitudenfreiheit verwendet.

Im  $LLGA_1$ -Strukturdesign wird einer gewünschten Response ein Gitter zugeordnet, welches diese möglichst genau in einer Beugungsordnung des Gitters realisiert. Die Umsetzung in eine Struktur ist dabei typischerweise mit Fehlern verbunden, die aus der praktischen Realisierbarkeit, der Herstellungsgenauigkeit, aber auch aus den benützten Näherungen bei der Bestimmung der gesuchten Struktur resultieren. Aus diesem Grund kann das Strukturdesign auch in das Responsedesign rückwirken, eine Rückkopplung innerhalb der Designschritte ist somit zugelassen. Im Demonstrationsbeispiel ist eine solche Rückkopplung nicht eingearbeitet.

Im vorgeschlagenen Algorithmus wird zunächst durch Variation des Füllfaktors  $c$  die gewünschte Amplitude realisiert. In Abb. 5.5 ist die Abhängigkeit der Effizienz  $\eta$  vom Füllfaktor  $c$  in der minus ersten Beugungsordnung eines binären

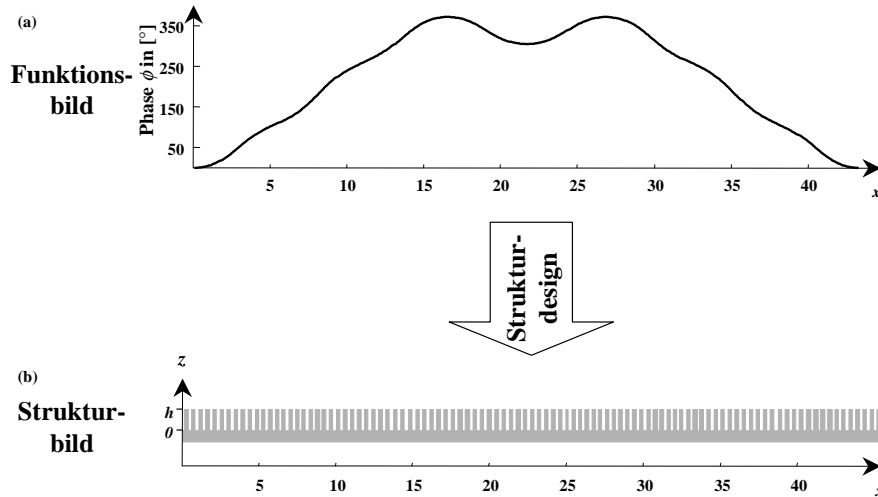


Abbildung 5.6: Design eines 1:9-Strahlteilers als Phasenelement (a) im Funktionsbild und (b) im Strukturbild nach Codierung mittels eines hochfrequenten Trägergitters

Gitters der Gitterperiode  $d = 1.55\mu\text{m}$  und der Tiefe  $h = 2.7\mu\text{m}$  bei Beleuchtung unter dem Braggwinkel  $\theta = 30^\circ$  dargestellt. Beim Design selbst muß außerdem die mit dem Füllfaktor nichtlinear variierende Phase in der Beugungsordnung beachtet werden, wie dem rechten Teil der Darstellung 5.5 zu entnehmen ist. Im hergestellten Designbeispiel entfällt die Codierung der reellen Amplitude, da im Transmissionsdesign ein reines Phasenelement berechnet wurde. Dies erfolgte aufgrund der sehr schwierigen praktischen Realisierbarkeit von hochfrequenten Trägergittern der gesuchten Periode, die eine Detour-Phase-Verschiebung und eine lokale Pulsbreitenvariation enthalten. Die maximale Effizienz der minus ersten Beugungsordnung wird mit einem Füllfaktor  $c = 0.5$  erreicht.

Nach Codierung der gewünschten reellen Amplitude und der daraus resultierenden Phasenkorrektur wird die gewünschte Phase mittels Detour-Phase-Prinzip generiert. Eine Verschiebung der binären Pulse beeinflusst, wie in Abschnitt 3.2.2 gezeigt wurde, nicht die Effizienz in den einzelnen Beugungsordnungen eines idealen Gitters.

Der Algorithmus soll zum Design eines 1:9-Strahlteilers mittels  $LLGA_1$  auf der Basis hochfrequenter Trägergitter benützt werden.

Im Strukturdesign wird als weitere Bedingung den Gegebenheiten des Herstellungsprozesses Rechnung getragen, indem minimale Strukturgrößen gefordert werden. Die im Responsedesign ermittelte Phasenfunktion ist in Abb. 5.6(a) dargestellt. Die Response wird im Strukturdesign in ein binäres Gitter der Peri-

ode  $d = 1.55\mu\text{m}$  umgesetzt, wobei die endliche Positioniergenauigkeit der Stege beim Herstellungsprozeß beachtet wurde. Das Ergebnis des Strukturdesigns ist in Abb. 5.6(b) dargestellt. Man erkennt eine leichte Pulsdichtemodulation, welche den Circular Overflow widerspiegelt. Desweiteren ist die Periode des hochfrequenten Trägerritters zu erkennen. Um die Genauigkeit der Methode zunächst numerisch zu demonstrieren, wird die Struktur rigoros analysiert.

Das Fernfeld des Transmissionsdesigns und des realisierten Strukturdesigns ist in Abb. 5.7 dargestellt. Man findet für das Transmissionsdesign, dargestellt als gestreifte Balken, einen sehr kleinen Uniformitätsfehler von  $E_{\text{TD}} = 0.33\%$  und Fenstereffizienz von  $\eta_{\text{SE,TD}} = 99.3\%$ . Das Fernfeld des rigoros analysierten Strukturdesigns ist als schwarze Balken dargestellt. Die Fenstereffizienz ist mit  $\eta_{\text{SE,SD}} = 98.21\%$  etwa gleich groß und die Uniformität erreicht mit  $E_{\text{SD}} = 2.63\%$  einen dem Transmissionsdesign vergleichbaren Wert.

Es ist zu beachten, daß der Optimierung einer oder mehrerer Gütefunktionen  $\Omega_i(U_{\text{aus}}(W_{\text{sig}}, z_{\text{aus}}))$  theoretische Grenzen gesetzt sein können [110, 151, 152], so daß die Anforderungen an das Design nicht immer realisiert werden können. Endliche Genauigkeit bei der Herstellung der optischen Elemente reduzieren die erreichbare Qualität zusätzlich.

Ist die Bandbreitenbedingung  $\Delta B < 7^\circ$  erfüllt, so ist mit dem dargestellten Algorithmus eine schnelle Codierung des gewünschten Signals mittels eines hochfrequenten Trägerritters möglich. Erfolgt diese Codierung in der ersten Beugungsordnung des Gitters, so ist zu beachten, daß das Signal außerhalb der optischen Achse generiert wird, womit der praktische Einsatz hochfrequenter Trägerritter erheblich eingeschränkt wird. Die experimentelle Auswertung des Strukturdesigns erfolgt in *Kapitel 6.1*.

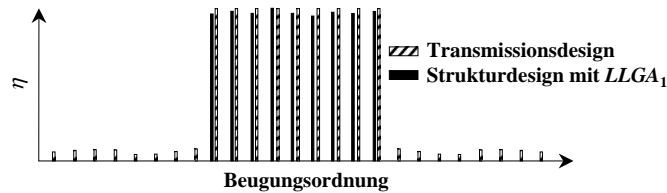


Abbildung 5.7: Vergleich der Effizienzen  $\eta$  in den Beugungsordnungen eines 1:9-Strahlteilers nach dem Transmissionsdesign und dem Strukturdesign mit  $LLGA_1$

### 5.3 Strukturdesign auf der Basis von $LESA_{\text{rig}}$

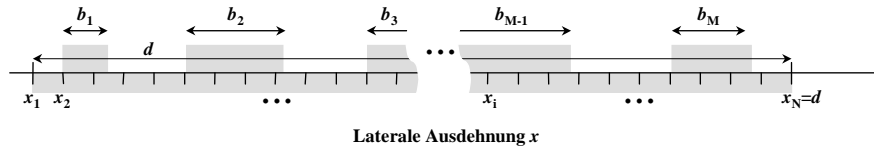


Abbildung 5.8: Bezeichnungen beim Design eines Strahlteilers mittels binärer Pulse

In einem zweiten Beispiel soll das Strukturdesign auf der Basis der in *Kapitel 4.5* vorgestellten Analysemethode  $LESA_{\text{rig}}$  erfolgen. Wie im Demonstrationsbeispiel bei der Analyse erfolgt dieses o.B.d.A. am Beispiel binärer Pulse als Elementarstrukturen. Es wird ein Evolutionsalgorithmus entwickelt, mit welchem es möglich sein wird, eine binäre Struktur zu berechnen, welche auch nichtparaxiale Signale generiert.

Gesucht sei ein Element der Periode  $d$ . Die Periode sei mit einem äquidistanten Samplinggraster  $x_i$  unterlegt. Für eine begrenzte Anzahl an binären Pulsen, welche innerhalb der Periode platziert werden sollen und welche durchnummeriert sind, werden die jeweiligen Pulsbreiten  $b_i$  und die optimalen Pulspositionen  $x_i$  bestimmt.

Für die Bezeichnungen und die Nummerierung der Pulse wird der Ausdruck  $P_{n,m}^k$  verwendet, wobei  $k$  die Pulsnummer angibt. Hierin beschreibt  $n$  die Pulsposition bezüglich des vorangehenden Pulses in ganzen Vielfachen des Samplingabstandes und  $m$  die Pulsbreite. Pulsposition  $n = 0$  bedeutet, daß der Puls in minimalem Abstand zum vorherigen Puls positioniert wird, da, wie in Kapitel 4.5 gezeigt, ein Mindestabstand gefordert werden muß. Dieser Mindestabstand betrage im Beispiel  $x_{\text{min}} = 0.5\lambda$ . Es sind die rigoros berechneten Nahfelder binärer Pulse der Breiten  $b_1 \dots b_l$  gegeben, wobei  $b_1$  den schmalsten und  $b_l$  den breitesten Puls beschreiben.

Durch Verschieben und Verbreitern der jeweiligen Pulse und eine anschließende auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierende Strukturanalyse, wird mittels einer *Fast-Fourier-Transformation (FFT)* das Fernfeld der jeweiligen Struktur bestimmt. Der Algorithmus ist schematisch in Abb. 5.9 beschrieben.

Mit dem vorgestellten Algorithmus soll ein nichtparaxialer Strahlteiler berechnet werden. Ein solcher kann nicht einfach dadurch generiert werden, daß man die Gitterperiode eines in der paraxialen Domäne optimierten Strahlteilers verkleinert. Dies kann bei kleinen Perioden zu einer deutlichen Verschlechterung der

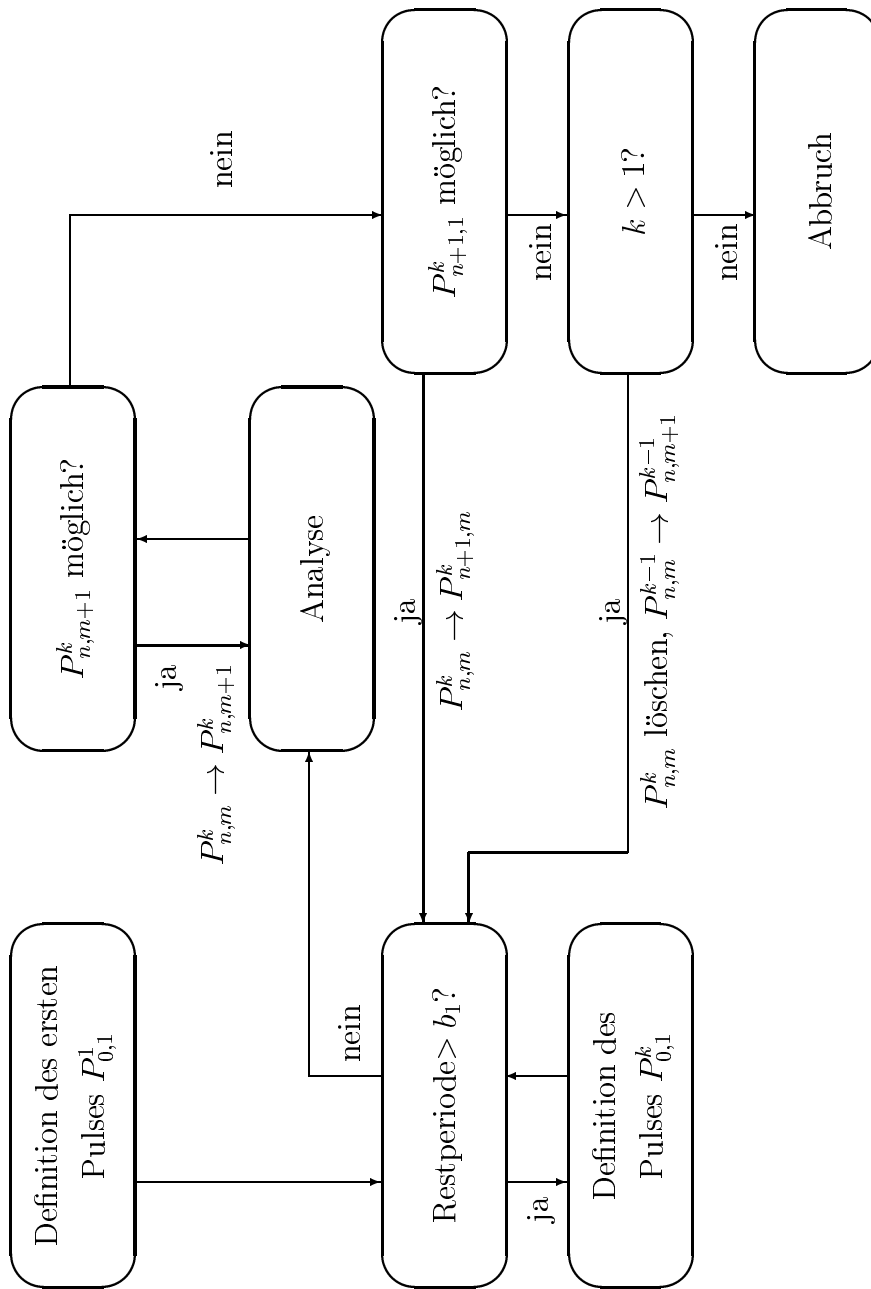


Abbildung 5.9: Blockscha der Codierung eines Strahlteilers mittels binärer Pulse

Uniformität führen, so daß die Qualitätsanforderungen i.d.R. nicht mehr erfüllt sind. Um dies zu demonstrieren, wird das Design eines für die paraxiale Domäne berechneten binären 1:6-Strahlteilers analysiert. Eine Gitterperiode und die zugehörigen Transitionspunkte des paraxialen Design sind in Abb. 5.10 gegeben.

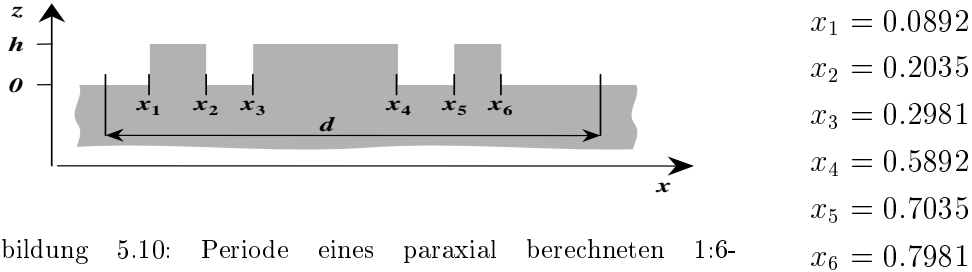


Abbildung 5.10: Periode eines paraxial berechneten 1:6-Strahlteilers und die zugehörigen Transitionspunkte

Um den Einfluß der in die nullte Beugungsordnung des 1:6-Strahlteilers gebeugten Energie aufzuzeigen, wird ein paraxial berechneter Strahlteiler bei zwei Gitterperioden,  $d_1 = 32\mu\text{m}$  und  $d_2 = 4.25\mu\text{m}$ , analysiert. Die Gitterperioden wurden dabei so gewählt, daß die größere einem paraxialen Strahlteiler entspricht, da der maximale Beugungswinkel aller interessierenden Beugungsordnungen  $\theta_{\text{maximal}} = \theta_5 = 5^\circ$  beträgt. Die kleinere Periode ist der des zu berechnenden nichtparaxialen Strahlteilers identisch.

Die Beugungsbilder der beiden Gitter sind in Abb. 5.11 dargestellt, wobei die Tiefe jeweils so gewählt wurde, daß der Uniformitätsfehlers der Bedingung  $E \leq 1\%$  genügt und gleichzeitig die Energie in der nullten Beugungsordnung des Gitters minimiert wird. Ist, wie im Beispiel des nichtparaxialen Strahlteilers, das Kriterium an die Uniformität nicht erfüllbar, so wird durch die Wahl der Gittertiefe der Uniformitätsfehler minimiert.

Wie in Tabelle 5.1 gezeigt, sind für den paraxialen 1:6-Strahlteiler 0.14% der Energie in der nullten Beugungsordnung lokalisiert, wobei eine Uniformität von  $E = 0.27\%$  und eine Fenstereffizienz von  $\eta_{\text{SE}} = 81.42\%$  erreicht werden. Daß dieses Design nicht für kleine Gitterperioden angewendet werden kann, wird bei einer Gitterperiode von  $d = 4.25\mu\text{m}$  deutlich. Hier beträgt die Energie in der nullten Beugungsordnung des Gitters  $\eta_0 = 66.25\%$ , es wird eine Fenstereffizienz von  $\eta_{\text{SE}} = 28.13\%$  und eine Uniformität von minimal  $E = 10.85\%$  berechnet.

In Abb. 5.12(links) sind  $\eta_{\text{SE}}$ ,  $\eta_0$  und  $E$  in Abhängigkeit von der Gitterperiode  $d$  und der Gittertiefe  $h$  dargestellt. Man findet für Perioden  $d > 20\mu\text{m}$  eine optimale Tiefe von  $h = 897\text{nm}$ , bei der eine maximale Fenstereffizienz von  $\eta_{\text{SE}} = 81.5\%$  erreicht wird, wobei der Uniformitätsfehler mit  $E < 1\%$  entsprechend klein ausfällt.

Beispiel	optimierte Gütefunktion	Gitterparameter	$\eta_{SE}[\%]$	$\eta_0[\%]$	$E[\%]$
paraxial berechneter Strahlteiler	$\eta_{SE}$	$d = 32\mu\text{m}$ , $h = 880\text{nm}$	81.5	0.22	0.26
	$\eta_0$	$d = 32\mu\text{m}$ , $h = 897\text{nm}$	81.42	0.14	0.27
	$E$	$d = 32\mu\text{m}$ , $h = 898\text{nm}$	81.41	0.14	0.27
paraxial berechneter Strahlteiler	$\eta_{SE}$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 803\text{nm}$	68.91	17.37	40.10
	$\eta_0$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 922\text{nm}$	66.60	15.12	38.83
	$E$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 334\text{nm}$	28.13	66.25	10.85
mittels $LESA_{\text{rig}}$ berechneter Strahlteiler	$\eta_{SE}$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 794\text{nm}$	69.09	18.39	30.28
	$\eta_0$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 895\text{nm}$	67.13	16.66	33.4
	$E$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 333\text{nm}$	27.18	67.72	6.98
	1. $E < 10.85$ 2. $\eta_{SE}$	$d = 4.25\mu\text{m}$ , $h = 517\text{nm}$	52.2	41.47	10.82

Tabelle 5.1: Vergleich verschiedener 1:6-Strahlteilerdesigns am Beispiel der Gütefunktionen  $\eta_{SE}$ ,  $\eta_0$  und  $E$  mit  $\lambda = 800\text{nm}$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.0$  und  $n_3 = 1.4533$

Bei kleinen Gitterperioden steigt der Uniformitätsfehler an, welcher bei Gitterperioden  $d < 3.44\lambda$  auf 1 anwächst, da die Anzahl der propagierenden Beugungsordnungen kleiner als die für den Strahlteiler benötigten wird. Gleichzeitig sinkt die Fenstereffizienz. Dies liegt an einer starken Überhöhung der nullten Beugungsordnung des Gitters, welche jedoch in der Berechnung nicht die Uniformität des eigentlichen Signals beeinträchtigt. In Abb. 5.12(rechts) sind Schnitte durch die Kurven bei einer konstanten Gitterperiode von  $d = 4.25\mu\text{m}$  dargestellt, da ein Strahlteiler mit dieser Gitterperiode berechnet werden soll. Man erkennt, daß der Uniformitätsfehler bei dieser Gitterperiode minimal  $E_{\min} = 10.85\%$  beträgt.

Mit dem oben vorgestellten genetischen auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierenden Designalgorithmus wird zum Vergleich mit diesem Design ein nichtparaxialer 1:6-Strahlteiler

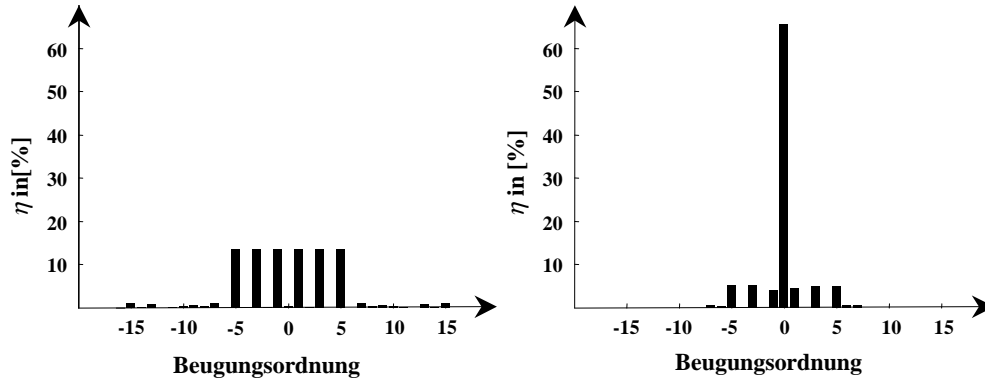


Abbildung 5.11: Vergleich der Effizienzen eines paraxialen (links) und eines nichtparaxialen Strahlteilers (rechts), der für die paraxiale Domäne berechnet wurde, mit der Uniformität  $E$  als Gütefunktion und  $\lambda = 800\text{nm}$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_2 = 1.4533$ ,  $\theta = 0$ , links:  $d = 4.25\mu\text{m}$ ,  $h = 340\text{nm}$ , rechts  $d = 32\mu\text{m}$ ,  $h = 902.5\text{nm}$

der Gitterperiode  $d = 4.25\mu\text{m}$  berechnet. Dieser wird senkrecht mit der Wellenlänge  $\lambda = 800\text{nm}$  aus Luft beleuchtet, hat eine Periode von  $d = 4.25\mu\text{m}$  und generiert somit mit einer Brechzahl  $n = 1.4533$  des Glassubstrates  $\pm 7$  propagierende Beugungsordnungen. Ziel ist wiederum eine Optimierung der signalrelevanten Effizienz  $\eta_{\text{SE}}$  und der Uniformität  $E$ , wobei die Energie in der nullten Beugungsordnung des Gitters minimiert werden soll.

In Abhängigkeit von der jeweiligen Gütefunktion sind die Fenstereffizienz, die Energie in der nullten Beugungsordnung des Gitters und der Uniformitätsfehler in Tab. 5.1 aufgeführt. Ein Vergleich mit den Ergebnissen des tiefenoptimierten paraxialen Designs bei  $d = 4.25\mu\text{m}$  zeigt auf, daß bei vergleichbarem Uniformitätsfehler mit dem vorgestellten Designalgorithmus auf der Basis von  $LESA_{\text{rig}}$  die Energie in der nullten Beugungsordnung um 20% verringert wurde, bei gleichzeitiger Erhöhung der Fenstereffizienz um 24%. Die mit dem Algorithmus berechneten Transitionspunkte des 1:6-Strahlteilers sind in Tab. 5.2 denen des paraxialen Designs gegenübergestellt.

Somit konnte demonstriert werden, daß mit dem vorgestellten genetischen Designalgorithmus die Ergebnisse paraxialer Designs deutlich verbessert werden können. In der Beispielrechnung wurden als Elementarstrukturen 19 binäre Pulse mit Breiten von  $400\text{nm}$  bis  $4\mu\text{m}$  und ein Samplingraster von  $50\text{nm}$  verwendet. Der minimale Pulsabstand beträgt jeweils  $400\text{nm}$ . Mit dem Algorithmus wurden insgesamt 321635 verschiedene Designs getestet. Mit einem Athlon Prozessor  $1.5\text{GHz}$  wurde für dieses Design 2.2 Tage Rechenzeit benötigt. Würden die Analy-



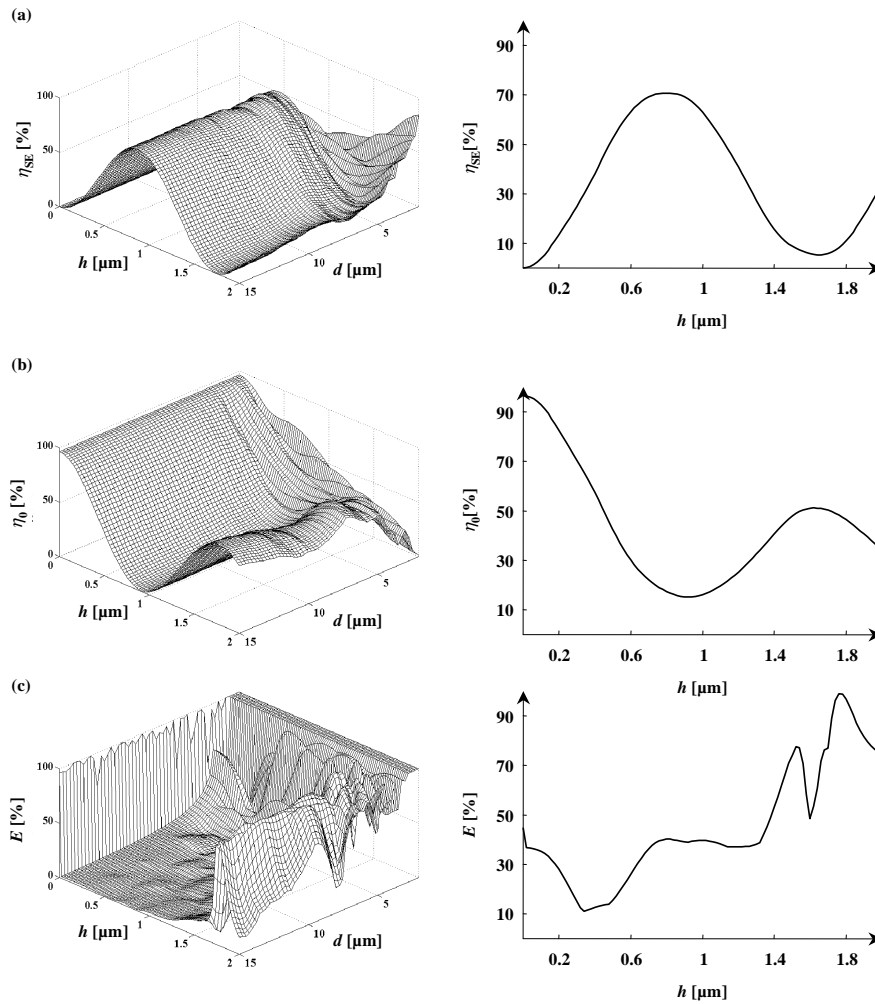


Abbildung 5.12: Paraxial berechneter 1:6-Strahlteiler, links: in Abhängigkeit von der Gitterperiode  $d$  und der Gittertiefe  $h$ , rechts: Ausschnitt bei fester Gitterperiode  $d = 4.25 \mu\text{m}$ , a) Fenstereffizienz  $\eta_{SE}$ , b) Effizienz in der nullten Beugungsordnung des Gitters  $\eta_0$ , c) Uniformitätsfehler  $E$

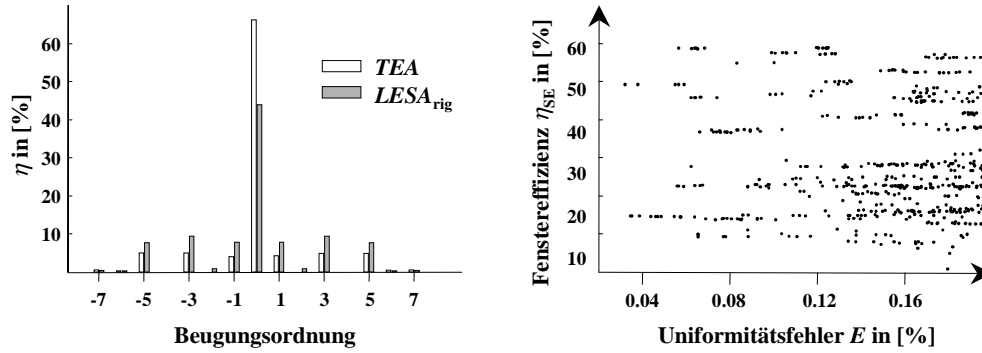


Abbildung 5.13: Vergleich der Fernfelder eines mit  $TEA$  berechneten binären 1:6-Strahlteilers und eines binären Designs auf der Basis von  $LESA_{\text{rig}}$  bei einer Gitterperiode von  $4.25\mu\text{m}$  mit  $\lambda = 800\text{nm}$ ,  $h_{TEA} = 334\text{nm}$ ,  $h_{LESA_{\text{rig}}} = 500\text{nm}$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $n_1 = 1.0$  und  $n_3 = 1.4533$ ; links: Effizienzen im Fernfeld; rechts: Ergebnis des  $LESA_{\text{rig}}$ -Designs, erreichbare Fensterereffizienz über Uniformität

sen mit dem angegebenen genetischen Algorithmus rigoros erfolgen, so wäre eine Rechenzeit von etwa 111 Tagen notwendig. Dies zeigt die große Zeitersparnis auf, welche mit dem auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierenden Design erreicht werden kann.

Die experimentelle Auswertung des mittels  $LESA_{\text{rig}}$  berechneten Elements und des tiefenoptimierten auf dem paraxialen Design basierenden Elementes erfolgt in *Kapitel 6*.

paraxial berechnet (binär, $h = 334\text{nm}$ )	nichtparaxial berechnet (binär, $h = 500\text{nm}$ )
$x_1 = 0.0892$	$x_1 = 0.1647$
$x_2 = 0.2035$	$x_2 = 0.2588$
$x_3 = 0.2981$	$x_3 = 0.3765$
$x_4 = 0.5892$	$x_4 = 0.6588$
$x_5 = 0.7035$	$x_5 = 0.7765$
$x_6 = 0.7981$	$x_6 = 0.8706$

Tabelle 5.2: Transitionspunkte eines paraxial und eines nichtparaxial berechneten binären 1:6-Strahlteilers

# Kapitel 6

## Experimentelle Resultate

Im vorangegangenen Kapitel wurden verschiedene Methoden des optischen Strukturdesigns vorgestellt und theoretisch diskutiert. Nachfolgend soll die Gültigkeit der Modelle an zwei realisierten optischen Elementen, welche auf den Ergebnissen der in *Kapitel 5* vorgestellten Designalgorithmen basieren, demonstriert werden. Die theoretischen Vorhersagen werden somit einer quantitativen praktischen Prüfung unterzogen.

Bei der Herstellung der beiden Elemente werden Verfahren der Mikrostrukturierung verwendet ([153–160] und vgl. *Kapitel 3*). Für beide Gitter läßt sich der Herstellungsprozeß in zwei Teilschritte unterteilen: a) die Erzeugung des gewünschten Gittermusters und b) die Übertragung des Profils in das Substratmaterial. Bei der Herstellung der Elemente wird ein elektronenstrahlolithographisches Verfahren zur Generierung der Gitterprofile benützt, da dieses eine große Variabilität der herzustellenden Struktur erlaubt. Die so hergestellten Resists werden mittels Trockenätzprozeß in Quarzglas (fused silica) übertragen.

Schematisch ist der elektronenlithographische Prozeß der Herstellung eines optischen Elementes in Abb. 6.1 gezeigt. Im ersten Schritt wird das Gittermuster durch einen Elektronenstrahl in den Resist eingeschrieben, welcher anschließend entwickelt wird. Mit *reaktivem Ionenätzen* (*reactive ion etching: RIE*) wird die Struktur anschließend in eine Chromschicht übertragen. Die so erzeugte Chrommaske dient nach der Entfernung des Resists als harte Ätzmaske für den Prozeß des Quarzätzens mit *reaktivem Ionenstrahlätzen* (*reactive ion beam etching: RIBE*). Die verbliebene Chromschicht wird abschließend durch einen Chrom-Naßätzprozeß entfernt, so daß die gewünschte Struktur im Ergebnis in das Substratmaterial übertragen wurde. Als Substratmaterial wird für beide hergestellten Elemente Quarzglas (fused silica) verwendet.

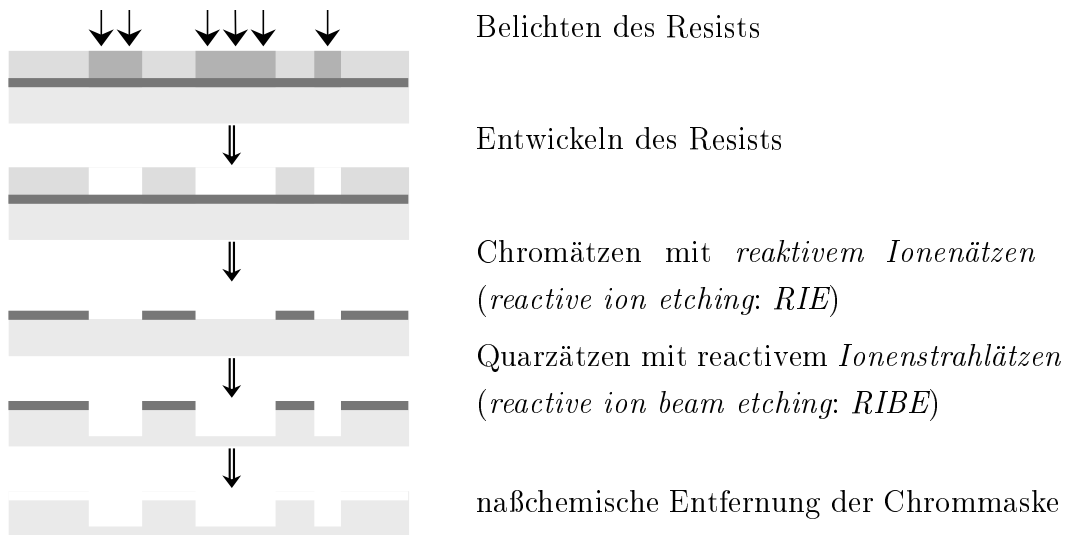


Abbildung 6.1: Elektronenstrahl-Lithographie- Herstellungsprozeß optischer Elemente

Die lithographische Herstellung der beiden Elemente erfolgte mit dem Elektronenstrahlschreiber ZBA 23H der Firma LEICA MICROSYSTEMS LITHOGRAPHY JENA GMBH. Im Design wurden neben den Gütefunktionen Uniformität  $E$ , Fenstereffizienz  $\eta_{SE}$  und Energie in der nullten Beugungsordnung  $\eta_0$  zusätzlich Beschränkungen des Herstellungsprozesses beachtet, indem nur minimale Strukturgrößen generiert wurden, die technisch realisierbar sind.

## 6.1 Strahlteiler auf der Basis von $LLGA_1$ in Littrow-Anordnung

In Abb. 6.2a ist die Aufnahme eines Elementausschnitts des in *Kapitel 5.2* berechneten 1:9-Strahlteilers gezeigt, aufgenommen mit einem Rasterelektronenmikroskop. Die lokale Gitterperiode beträgt  $d_{\text{lokal}} = 1.55\mu\text{m}$ . Die Stegposition variiert jedoch zwischen den lokalen Perioden geringfügig, da das Signal mittels Detour-Phase-Verschiebung generiert wird. Die Tiefe des realisierten Elements beträgt  $h_{\text{exp}} = 1.7\mu\text{m}$  und liegt damit deutlich unterhalb der optimalen Tiefe von  $h_{\text{optimal}} = 2.7\mu\text{m}$ .

Aufgrund der bei der Herstellung durchzuführenden Ätzprozesse treten bei tieferen Elementen größere Abweichungen von der binären Stegform auf. Da die Tiefe des optischen Elementes ausschließlich die Fenstereffizienz nicht jedoch die Signalqualität beeinträchtigt, die im Experiment mittels des Uniformitätsfehlers  $E$  gezeigt wird, und weil die Herstellung von Gittern mit großen Aspektverhält-

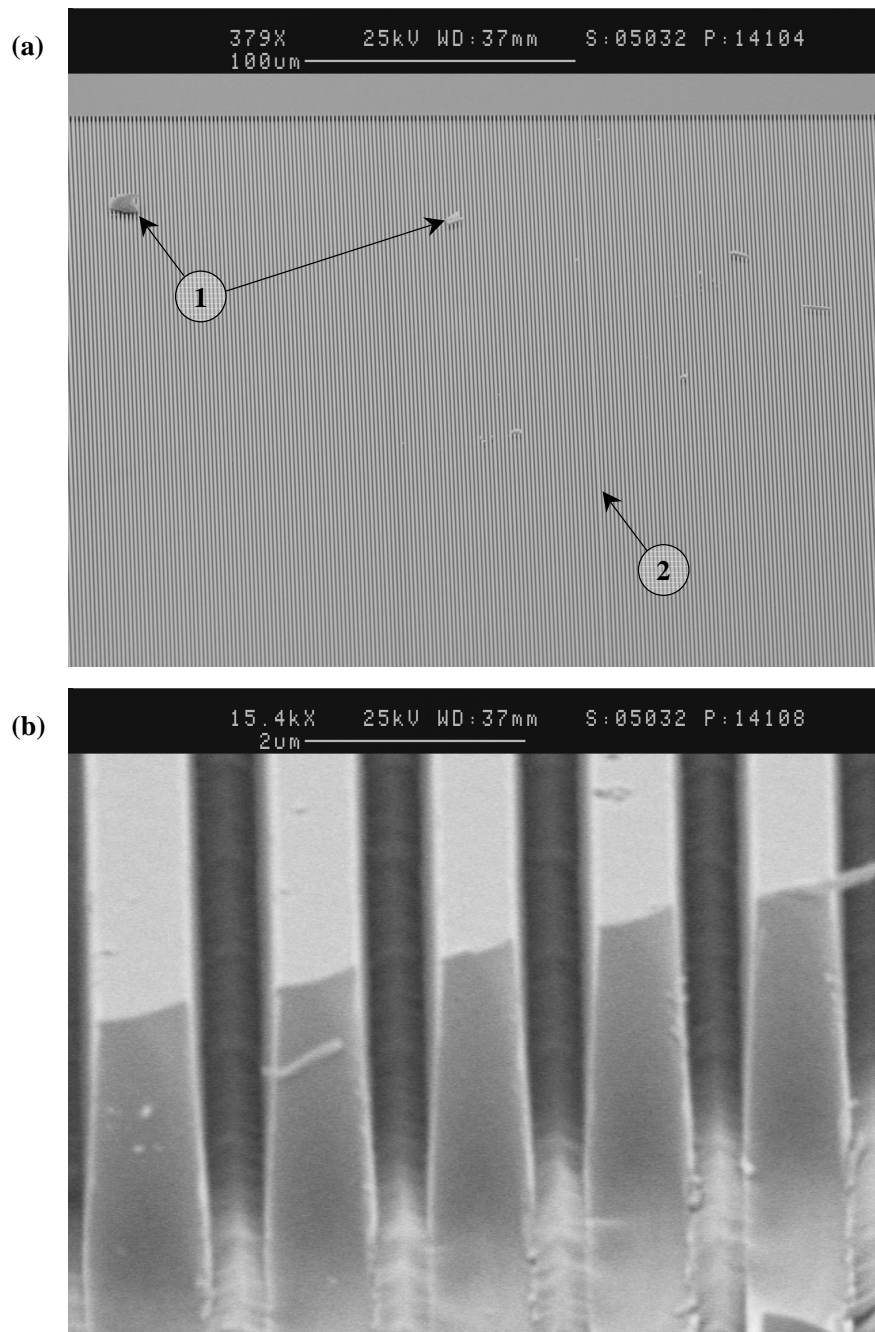


Abbildung 6.2: Elektronenmikroskopische Aufnahmen des vermessenen Gitters, (a) Darstellung unterschiedlicher Fehlerquellen, 1: Schmutz auf dem Gitter, 2: Fehler des Füllfaktors aufgrund endlicher Positioniergenauigkeit oder einer unbekanntem Maschinenfehlfunktion; (b) Gittervergrößerung zur Demonstration der Gitterprofilform

nissen, d.h. großen Tiefen bei gleichzeitig kleinen Perioden, technisch schwierig zu handhaben ist, erfolgt im Demonstrationsbeispiel eine Beschränkung auf die angegebene Tiefe. Wie in Abb. 6.2b zu erkennen ist, wird bei dieser Tiefe das binäre Gitterprofil sehr gut generiert. Die Abweichungen sind nur gering, so daß für den Vergleich mit den numerischen Simulationen in guter Näherung von einem binären Gitterprofil ausgegangen werden kann.

Die Aufnahme zeigt andererseits auch, daß im Gegensatz zur theoretischen Annahme kein ideales binäres Element vorliegt, sondern daß die Stegflanken aufgrund des Herstellungsprozesses nicht senkrecht stehen. Neben der endlichen Genauigkeit bei der Generierung der jeweiligen lokalen Gittertiefe und bei der Positionierung der Stege stellt diese endliche Steilheit der Stegflanken die Hauptfehlerquelle bei der Realisierung binärer optischer Elemente dar.

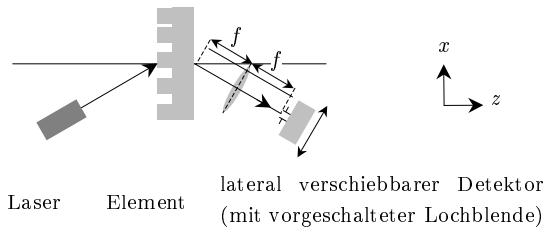


Abbildung 6.3: Experimenteller Aufbau zur Vermessung des auf der Basis hochfrequenter Trägergitter berechneten Elements

Das Element aus Quarzglas mit einer Brechzahl von  $n = 1.444$  wird kollimiert aus Luft mit einer Wellenlänge  $\lambda = 1.55\mu\text{m}$  unter einem Winkel von  $\theta = 30^\circ$  beleuchtet. Der experimentelle Aufbau ist in Abb. 6.3 gezeigt.

Das um die minus erste Beugungsordnung des hochfrequenten Trägergitters lokalisierte Signal wird im Fernfeld vermessen. Dies wurde mittels eines  $2-f$ - Aufbaus realisiert. Da die laterale Auflösung des Detektors

klein ist, wurde eine zusätzliche Lochblende von  $80\mu\text{m}$  Durchmesser eingeführt, so daß das erzeugte Signal feiner abgetastet werden kann. Der Abtastabstand in  $x$ -Richtung beträgt  $7.8125\mu\text{m}$  und es wurden jeweils 2500 Punkte aufgenommen. Der experimentelle Aufbau bedingt eine statistische Mittelung der Intensität in der  $y$ -Koordinate des optischen Systems über die Ausdehnung der Lochblende.

In Abb. 6.4 ist das Meßergebnis den theoretischen Vorhersagen gegenübergestellt. Die gemessene Fenstereffizienz beträgt  $\eta_{\text{SE,Messung}} = 57.99\%$ , die Effizienz in der nullten Beugungsordnung  $\eta_0 = 30.53\%$  und der zugehörige Unformitätsfehler  $E_{\text{Messung}} = 1.61\%$ . Demgegenüber werden unter Einbeziehung der zu geringen Gittertiefe  $\eta_{\text{SE,Simulation}} = 64.62\%$ ,  $\eta_0 = 21.43\%$  und  $E_{\text{Simulation}} = 1.55\%$  berechnet. Man findet, daß aufgrund der in Abb. 6.2 gezeigten Gitterfehler die Uniformität des erzeugten Signals praktisch nicht beeinflusst wird.

Die Abweichungen zwischen Simulation und Messung in den Effizienzen lassen

sich mit den oben gezeigten Gitterfehlern erklären. Die Gitterfehler können als Streuzentren interpretiert werden, die zu einem höheren reflektierten Anteil und zu höheren Effizienzen außerhalb des Signals führen.

Dieses Beispiel demonstriert, daß ein optisches Element sehr effizient mittels hochfrequenter Trägergitter codiert werden kann. Die Uniformität des generierten Signals wird nur geringfügig aufgrund der Gitterfehler verschlechtert. Diese wirken sich fast ausschließlich auf die Fenstereffizienz aus. Es ist für praktische Anwendungen jedoch zu beachten, daß das gewünschte Signal nicht entlang der optischen Achse erzeugt wird und daß oftmals sehr tiefe Strukturen herzustellen sind, um hohe Fenstereffizienzen zu erzielen, womit hohe Anforderungen an die Herstellungstechnik verbunden sind. Wie in den theoretischen Untersuchungen hergeleitet wurde, muß das zu erzeugende Signal parabolisch sein, um die Methode der Codierung mittels hochfrequenter Trägergitter benützen zu können.

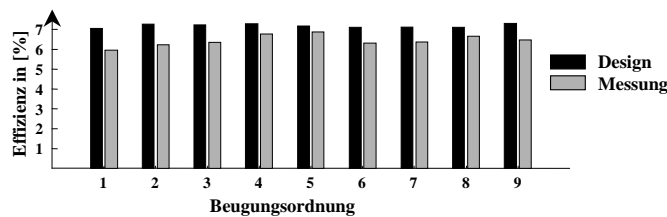


Abbildung 6.4: Vergleich der Uniformität der Beugungsordnungen eines 1:9-Strahlteilers nach Strukturdesign mit  $LLGA_1$  mit Messung

## 6.2 Strahlteiler auf der Basis lokaler binärer Pulse

Die in *Kapitel 5.3* berechneten Elemente zur Realisierung nichtparaxialer 1:6-Strahlteiler auf der Basis von  $LESA_{rig}$  und  $TEA$  wurden hergestellt, vermessen und anhand der Intensitätsverteilungen im Fernfeld mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.

Die gemessenen Effizienzen in den jeweiligen Beugungsordnungen der Gitter sind in Abb. 6.5 und in Tabelle 6.1 den theoretischen Effizienzen gegenübergestellt. Man findet, daß die Effizienzen der vermessenen Beugungsordnungen des mit  $LESA_{rig}$  berechneten Elementes bis auf die 5. Beugungsordnung größer sind als die maximalen des mit  $TEA$  berechneten Elementes. Entsprechend den Gleichungen

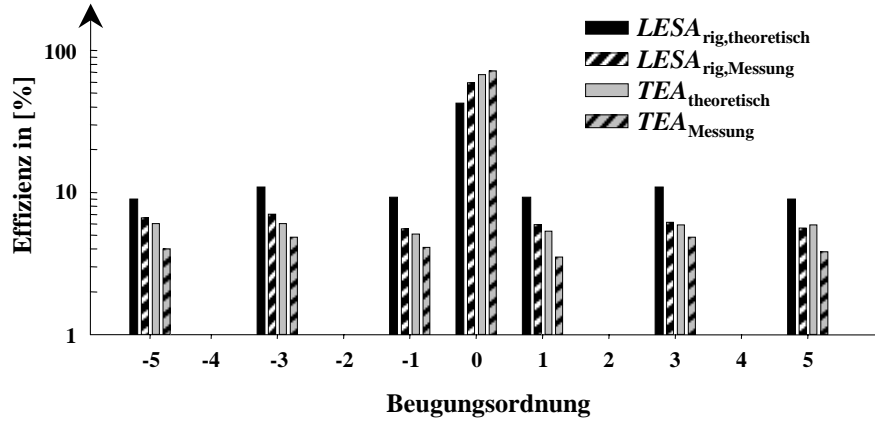


Abbildung 6.5: Vergleich der theoretischen und gemessenen Effizienzen in den Beugungsordnungen mit  $LESA_{\text{rig}}$  und mit  $TEA$  berechneter nichtparaxialer 1:6-Strahlteiler

Beugungs- ordnung	$LESA_{\text{rig,theoretisch}}$	$LESA_{\text{rig,Messung}}$	$TEA_{\text{theoretisch}}$	$TEA_{\text{Messung}}$
-5	7.96	$5.6 \pm 0.2$	5.03	$3.0 \pm 0.1$
-4	0.03	0.10	0.01	$0.20 \pm$
-3	9.89	$6.0 \pm 0.2$	5.03	$3.8 \pm 0.1$
-2	0.89	$0.45 \pm 0.01$	0.06	$0.31 \pm 0.01$
-1	8.26	$4.5 \pm 0.1$	4.05	$3.1 \pm 0.1$
0	41.47	$57.8 \pm 2.4$	66.25	$69.9 \pm 2.8$
1	8.26	$4.9 \pm 0.1$	4.30	$2.5 \pm 0.1$
2	0.89	$0.4 \pm 0.01$	0.04	$0.31 \pm 0.01$
3	9.89	$5.1 \pm 0.1$	4.85	$3.8 \pm 0.1$
4	0.03	0.06	0.01	$0.42 \pm 0.01$
5	7.96	$4.6 \pm 0.1$	4.87	$2.8 \pm 0.1$

Tabelle 6.1: Vergleich der theoretischen und gemessenen Effizienzen, berechnet mit  $LESA_{\text{rig}}$  und  $TEA$ , in den Beugungsordnungen nichtparaxialer 1:6-Strahlteilers in Transmission in [%]

chungen 4.4 und 4.5 lassen sich die Uniformitätsfehler  $E$  und die Fenstereffizienz  $\eta_{\text{SE}}$  ermitteln. Diese sind in Tabelle 6.2 aufgeführt, ergänzt durch die theoretisch maximal erreichbaren Werte. Der Vorteil des auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierenden Designs spiegelt sich entsprechend auch in der gemessenen Signaleffizienz  $\eta_{\text{SE}}$  wider, die größer ist als mit einem optimalen, auf  $TEA$  basierenden Design.

Für das Element, welches mittels des auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierenden Algorithmus



	$\eta_{SE}$ in [%]	$\eta_0$ in [%]	$E$ in [%]
$LESA_{\text{rig,theoretisch}}$	52.2	41.47	10.82
$LESA_{\text{rig,Messung}}$	$30.7 \pm 0.8$	$57.8 \pm 2.4$	$14.3 \pm 4.4$
$TEA_{\text{theoretisch}}$	28.13	66.25	10.85
$TEA_{\text{Messung}}$	$19.0 \pm 0.6$	$69.9 \pm 2.8$	$20.6 \pm 4.8$

Tabelle 6.2: Vergleich der gemessenen Fenstereffizienz  $\eta_{SE}$ , Effizienz in der nullten Beugungsordnung  $\eta_0$  und des Uniformitätsfehlers  $E$  der auf der Basis von  $LESA_{\text{rig}}$  und  $TEA$  berechneten Designs mit den theoretischen Vorhersagen

berechnet wurde, erreicht die gemessene Uniformität des Signals mit  $E = (13.7 \pm 4.4)\%$  innerhalb des Meßfehlers die theoretische Uniformität von  $E_{\text{theoretisch}} = 10.82\%$ . Die Effizienz der nullten Beugungsordnung ist jedoch mit  $\eta_{0,\text{Messung}} = (57.8 \pm 2.4)\%$  größer als die theoretisch berechnete von  $\eta_{0,\text{theoretisch}} = 41.47\%$  und somit die Signaleffizienz mit  $\eta_{SE,\text{Messung}} = (30.7 \pm 0.8)\%$  kleiner als die theoretisch mögliche von  $\eta_{SE,\text{theoretisch}} = 52.2\%$ .

Elektronenmikroskopische Untersuchungen der Gitterstrukturen bestätigen wiederum eine gute Realisierung des binären Profils. Die Qualität des Signals wird aufgrund der Nichtparaxialität jedoch bereits von kleinen Gitterfehlern beeinflusst. Die endliche Steilheit der Stegflanken und Ungenauigkeiten der Gittertiefe führen daher zu Variationen insbesondere der Effizienzen der Beugungsordnungen des Gitters. Die beobachteten Abweichungen zwischen theoretisch vorhergesagten und gemessenen Effizienzen haben ihre Ursache vor allem in diesen beiden Herstellungsfehlern. Im Design mit  $LESA_{\text{rig}}$  wurden Beschränkungen des Herstellungsprozesses einbezogen. Die Fehler aufgrund der endlichen Genauigkeit der Positionierung der Stege sind somit beim mit  $LESA_{\text{rig}}$  berechneten Element aufgrund der geringen Abweichung der Uniformität von der theoretisch optimalen klein. Da solche Beschränkungen beim  $TEA$ -Design nicht miteinbezogen wurden, ist eine deutlich größere Abweichung insbesondere des Uniformitätsfehlers  $E$  vom theoretischen Minimalwert zu beobachten.

Es konnte experimentell gezeigt werden, daß mit einem auf  $LESA_{\text{rig}}$  basierenden Design die Berechnung optischer Elemente mit kleinsten lateralen Ausdehnungen in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes mit relativ geringem Rechenaufwand möglich ist. Bei dem Design können Beschränkungen der Herstellungsprozesse mitbeachtet und so eine gute Herstellbarkeit gewährleistet werden. Die Beispiele zeigen auch auf, daß eine Verbesserung der gewünschten optischen Eigenschaften gegenüber einem auf  $TEA$  basierenden Design mit dem vorgestellten Algorithmus möglich ist.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Aufgrund neuer Rechentechnik werden optische Systeme in immer größerem Umfang auch wellenoptisch beschreibbar und die wellenoptische Behandlung komplexer optischer Systeme gewinnt zunehmend an Bedeutung. Da rigorose Berechnungen dennoch oftmals zu rechenintensiv sind, ist man bei der Analyse und dem Design optischer Elemente oft auf Näherungen angewiesen. Dabei erweist es sich als vorteilhaft, jeweils zwischem dem Responsebild und dem Strukturbild zu unterscheiden.

Eine Vielzahl an Näherungen bei der Analyse optischer Elemente basieren auf unterschiedlich genauer Beschreibung der Wirkung einer Elementarstruktur. Um eine möglichst realitätsnahe Beschreibung der optischen Phänomene zu sichern, wurde eine auf der *Fourier Modal Methode (FMM)* basierende rigorose Möglichkeit der Berechnung des Nahfeldes beliebiger Elementarstrukturen entwickelt. Einzig eine maximale laterale Ausdehnung beschränkt die vorgestellte Methode.

Weiterhin wurden verschiedene Näherungen der Analyse gegebener optischer Elemente, wie die *Näherung lokaler ebener Grenzflächen (LPIA)* mit dem wichtigen Spezialfall der *Näherung dünner Elemente (TEA)*, die *Näherung lokaler linearer Gitter (LLGA)* und weitere in der *Näherung lokaler Elementarstrukturen (LESA)* zusammengeführt, so daß diese unabhängig von der jeweils gewählten Näherung bei der Beschreibung einer gegebenen Struktur anwendbar ist. Es wurde gezeigt, daß *LESA* eine natürliche Verallgemeinerung der lokalen Lösungsansätze bei der Analyse optischer Strukturen darstellt. Der Anwendungsbereich der einzelnen Näherungen wurde miteinander verglichen. Dabei zeigte sich, daß die erreichbare Genauigkeit eines lokalen Näherungsansatzes im wesentlichen von der Beschreibung der lokalen Elementarstruktur abhängt. Die entwickelte rigorose Methode zur Berechnung der Response einer lokalen Elementarstruktur, welche

am Beispiel binärer Stege demonstriert wurde, erzielte aus diesem Grunde in den numerischen Simulationen die besten Ergebnisse. Da die Elementarstruktur rigoros analysiert wurde, wird diese Näherung mit  $LESA_{\text{rig}}$  bezeichnet. Mit der *Näherung lokaler Elementarstrukturen* wird der Anwendungsbereich lokaler Näherungen bei der Analyse optischer Elemente deutlich erweitert. Es wurde gezeigt, daß  $LPIA$ ,  $TEA$  und  $LLGA$  Spezialfälle von  $LESA$  für bestimmte Elementarstrukturen und spezielle Näherungen bei der Strukturanalyse sind.  $LESA_{\text{rig}}$  ist geeignet, große optische Elemente mit kleinsten Strukturen in der Größenordnung der Wellenlänge zu analysieren.

Eine weiter bedeutende Fragestellung der modernen Optik stellt das Design eines optischen Elementes dar, welches eine möglichst beliebige Wellentransformation realisiert. Da im Gegensatz zur Analyse keine allgemein anwendbare rigorose Designstrategie existiert, ist man i.a. auf Näherungslösungen angewiesen. Diese besieren oft auf lokalen Näherungen der Strukturanalyse. In Konsequenz wurde eine Designmethode entwickelt, welche auf  $LESA_{\text{rig}}$  basiert. Die Methode wurde am Beispiel eines nichtparaxialen Strahlteilers demonstriert. Dabei ist gezeigt worden, daß mit der Methoden höhere Konversionseffizienzen bei vergleichbarer Uniformität des Signals im Vergleich zum tiefenoptimierten paraxialen Design erreicht werden kann. Hierzu äquivalent ist das Design eines nichtparaxialen Strahlteilers, der im Vergleich zum paraxialen Design mit kleiner Gitterperiode dieselbe Konversionseffizienz aufweist, jedoch einen deutlich kleineren Uniformitätsfehler. Es wurde gezeigt, daß der Uniformitätsfehler um eine Größenordnung verkleinert werden kann. Der vorgestellte Design-Algorithmus kann auch effektiv bei der Berechnung großer Elemente angewendet werden, wenn erwartet wird, daß diese Strukturen mit lateralen Ausdehnungen in der Größenordnung der Wellenlänge aufweisen.

Die theoretischen Arbeiten zur  $LLGA$  wurden an einem parabasalen Strahlteiler und zur  $LESA_{\text{rig}}$  an einem nichtparaxialen Strahlteiler im Experiment demonstriert. Es konnte zunächst gezeigt werden, daß mit dem vorgestellten Algorithmus höhere Konversionsenergien erzielt werden, wobei in den Beispielrechnungen keine Verschlechterung der Uniformität gegenüber dem höhenoptimierten paraxialen Design auftrat. Auf der Basis der  $LESA_{\text{rig}}$  erscheint das Design vollkommen neuer optischer Funktionen möglich, da auch hochfrequente Amplitudenschwankungen mit geringem Rechenaufwand mitbeachtet und somit im Responsesdesign einbezogen werden können.

Eine dreiminensionale Implementierung des Algorithmus wurde noch nicht gegeben, erscheint jedoch prinzipiell möglich. Ebenso wurde die Problemstellung,

inwieweit die Methode der Einbettung und nachfolgender Analyse der Struktur mit der *FMM* auch für die Berechnung dreidimensionaler Elementarstrukturen geeignet ist. Der Aufbau einer Datenbank mit den Responses verschiedener Elementarstrukturen kann die Analyse und das Design erheblich beschleunigen und wird ebenfalls in zukünftiger Arbeit erfolgen. Im Zuge der Errichtung der Datenbank kann weiterführend ein umfassender Vergleich verschiedener Methoden zur Berechnung der Response der Elementarstrukturen erfolgen.

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, daß mit dem vorgestellten Designalgorithmus Lösungen für das Strahlteilerproblem gefunden werden, welche bessere Resultate erzielen, als die klassische Designmethode, welche auf *TEA* basiert, jedoch konnte im Rahmen der Arbeit nicht weitergehend untersucht werden, ob die gefundene Lösung global optimal ist. Desweiteren erscheint eine schnellere Implementierung des Strukturdesign auf der Basis von *LESA<sub>rig</sub>* möglich. Die Frage, inwiefern die erzielten Resultate mit anderen Elementarstrukturen verbessert werden können, bleibt ebenso wie eine Maximierung der Systemtoleranzen, beispielsweise gegenüber Herstellungstoleranzen, Gegenstand der Forschung.

Desweiteren ist bekannt, daß die Berechnung der TM-Polarisation mit der verwendeten *FFM* für bestimmte Strukturen zu Konvergenzproblemen führt. Dieser Effekt trat nicht bei Strukturen auf, welche in der Arbeit analysiert wurden. Die Ursachen der Konvergenzprobleme werden aktuell intensiv erforscht, insbesondere wurde bisher kein Konvergenzbeweis für die *FMM* erbracht, wenngleich mehrfach Konvergenzkriterien vorgestellt wurden. Bisher konnte jedoch kein universelles Konvergenzkriterium gefunden werden.

Im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit wurden Beugungseffekte in Gitterregion untersucht [122]. Es konnte gezeigt werden, daß die beobachteten hochfrequenten Amplituden- und Phasenschwankungen im Nahfeld von Gittern kleiner Periode zum Teil auf Speckles in den Gittern selbst zurückgeführt werden können. Die hierzu durchgeführten numerischen Simulationen sind nicht direkter Bestandteil der vorliegenden Arbeit, erscheinen aber im Zuge weiterführender Untersuchungen von Interesse zu sein. Ziel einer solchen Arbeit kann ein verbessertes physikalisches Verständnis des Einflusses von Resonanzeffekten im Gitter auf das Nahfeld eines optischen Elementes sein.

# Literaturverzeichnis

- [1] Harnessing light - optical science and engineering for the 21st century, 1998.
- [2] Optische Technologien für das 21. Jahrhundert, Mai 2000.
- [3] M. BORN UND E. WOLF. *Principles in Optics*. Pergamon Press LTD., Headington Hill Hall, Oxford 4 & 5 Fitzroy Square, London W.1., Great Britain, sechste überarbeitete Auflage, 1993.
- [4] B.E.A. SALEH UND M.C. TEICH. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & sons, INC, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1991.
- [5] F. WYROWSKI UND W.T.RHODES. Use of holographic concepts for the design of optical systems. In J. M. FOURNIER (Hrsg.), *50 Years of Holography*. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [6] J.J. STAMNES. *Waves in Focal Regions. Propagation, Diffraction and Focusing of Light, Sound and Water Waves*. Adam Hilger, Bristol and Boston, 1986.
- [7] L. MANDEL UND E. WOLF. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [8] H. AAGEDAL. Simulation und Design paraxialer diffraktiver Systeme. Dissertation, Universität Karlsruhe (Technische Hochschule), 1998.
- [9] A. SOMMERFELD. *Vorlesungen über theoretische Physik. Bd. IV: Optik*. Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt/M, 1989.
- [10] A. TAFLOVE. *Computational electrodynamics: The finite-difference time-domain method*. Artech House, Boston, 1995.
- [11] M.D. FEIT UND J.A. FLECK. Light propagation in graded-index optical fibers. *Appl. Opt.* **36**, 3990–3998, 1978.

- [12] J.A. FLECK, J.R. MORRIS, UND M.D. FEIT. Time-dependent propagation in high energy laser beams through the atmosphere. *Appl. Phys.* **10**, 129–160, 1976.
- [13] P. LALANNE UND J.-P. HUGONIN. Numerical performance of finite-difference modal methods for the electromagnetic analysis of one-dimensional lamellar gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1033–1042, 2000.
- [14] K.-H. BRENNER UND W. SINGER. Light propagation through microlenses: a new simulation method. *Appl. Opt.* **32**, 4984–4988, 1993.
- [15] W. SINGER. Entwicklung und experimentelle Prüfung nichtparaxialer Wellenausbreitungsmethoden zur Analyse mikrooptischer Komponenten. Diplomarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg, 1995.
- [16] R. DEPINE UND J.M.SIMON. Comparison between the differential and integral methods used to solve the grating problem in the h||case. *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 834–838, 1987.
- [17] E. POPOV, B. BOZHKOV, D. MAYSTRE, UND J. HOOSE. Integral method for echelles covered with lossless or absorbing thin dielectric layers. *Appl. Opt.* **38**, 47–55, 1999.
- [18] J. CHANDEZON, D. MAYSTRE, UND G. RAOULT. A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application. *J. Optics* **11**, 235–241, 1980.
- [19] J. CHANDEZON, M.T. DUPUIS, G. CORNET, UND D. MAYSTRE. Multicoated gratings: a differential formalism applicable in the entire optical region. *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 839–846, 1982.
- [20] L. LI UND J. CHANDEZON. Improvement of the coordinate transformation method for surface-relief gratings with sharp edges. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 2247–2255, 1996.
- [21] G. GRANET, J. CHANDEZON, UND O. COUDERT. Extension of the c method to nonhomogeneous media: application to nonhomogeneous layers with parallel modulated faces and to inclined lamellar gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1576–1582, 1997.

- [22] J.P. PLUMEY UND G.GRANNET. Generalization of the coordinate transformation method with application to the surface-relief gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 508–516, 1999.
- [23] L. LI. Oblique-coordinate-system-based chandezon method for modeling one-dimensional periodic, multilayer, inhomogeneous, anisotropic gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 2521–2531, 1999.
- [24] L. LI, J. CHANDEZON, G. GRANET, UND J.-P. PLUMEY. Rigorous and efficient grating-analysis method made easy for optical engineers. *Appl. Opt.* **38**, 304–313, 1999.
- [25] M.C. HUTLEY. *Diffraction Gratings*. Academic Press, London, 1982.
- [26] J. TURUNEN UND F. WYROWSKI. *Diffraction Optics for Industrial and Commercial Applications*. Akademie Verlag, Berlin, 1997.
- [27] W. DÄSCHNER, P. LONG, R. STEIN, C. WU, UND S.H. LEE. Cost-effective mass fabrication of multilevel diffractive optical elements by use of a single optical exposure with a grey-scale mask on high-energy beam-sensitive glass. *Appl. Opt.* **36**, 4675–4680, 1997.
- [28] E.-B. KLEY, F. THOMA, L.CHR. WITTIG, UND H. AAGEDAL. Fabrication of microoptical surface profile using grey scale masks. *SPIE* **3276**, 254–262, 1998.
- [29] L.-CHR. WITTIG. Lithografische Preformtechnik zur Herstellung von Oberflächenprofilen. Diplomarbeit, Friedrich-Schiller Universität Jena, 1999.
- [30] S.T. PENG. Rigorous formulation of scattering and guidance by dielectric grating waveguides: General case of oblique incidence. *J. Opt. Soc. Am. A* **6**, 1869–1883, 1989.
- [31] L. LI. A modal analysis of lamellar diffraction gratings in conical mounting. *J. Mod. Opt.* **40**, 553–573, 1993.
- [32] L. LI. Multilayer modal method for diffraction gratings of arbitrary profile, depth and permittivity. *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 2581–2591, 1993.
- [33] M.G. MOHARAM, E.B. GRANN, D.A. POMMET, UND T.K. GAYLORD. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1068–1076, 1995.

- [34] P. VINCENT. Differential methods. In R. PETIT (Hrsg.), *Electromagnetic theory of gratings*, Seite 101–121. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [35] M.G. MOHARAM UND T.K. GAYLORD. Three-dimensional vector coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 1105–1112, 1983.
- [36] E.N. GLYTSIS UND T.K. GAYLORD. Rigorous three-dimensional coupled-wave diffraction analysis of single and cascaded anisotropic gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 2061–2080, 1987.
- [37] R. BRÄUER UND O. BRYNGDAHL. Electromagnetic diffraction analysis of two-dimensional gratings. *Opt. Comm.* **100**, 1.5, 1993.
- [38] E. NOPONEN UND J. TURUNEN. Eigenmode method for electromagneti synthesis of diffractive elements with three-dimensional profiles. *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 2494–2502, 1994.
- [39] L. LI. Multilayer-coated diffraction gratings: differential method of chandezon et al. revisited: errata. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 543, 1996.
- [40] R. PETIT (Hrsg.). *Electromagnetic Theory of Gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [41] B.R. BROWN UND A.W. LOHMANN. Complex spatial filtering with binary masks. *Appl. Opt.* **5**, 967–969, 1966.
- [42] A.W. LOHMANN UND D.P. PARIS. Binary fraunhofer holograms, generated by computer. *Appl. Opt.* **6**, 1739–1748, 1967.
- [43] B.R. BROWN UND A.W. LOHMANN. Computer-generated binary holograms. *IBM J. Res. Develop.* **13**, 160–168, 1969.
- [44] D. MAYSTRE. Rigerous vector theories of diffraction gratings. In E. WOLF (Hrsg.), *Progress in Optics*, Band XXI, Seite 1–67. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1984.
- [45] T.K. GAYLORD UND M.G. MOHARAM. Analysis and applications of optical diffraction by gratings. *Proc. IEEE* **73**, 894–937, 1985.
- [46] L. LI. Use of fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1870–1876, 1996.



- [47] C.B. BURCKHARDT. Diffraction of a plane wave at a sinusoidally stratified dielectric grating. *J. Opt. Soc. Am. A* **56**, 1502–1509, 1966.
- [48] C.B. BURCKHARDT. Efficiency of a dielectric grating. *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 601–603, 1967.
- [49] F.G. KASPAR. Diffraction by thick, periodically stratified gratings with complex dielectric constant. *J. Opt. Soc. Am.* **63**, 37–45, 1973.
- [50] K. KNOP. Rigorous diffraction theory for transmission phase gratings with deep rectangular grooves. *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 1206–1210, 1978.
- [51] D. NYSSONEN UND C.P. KIRK. Optical microscope imaging of lines patterned in thick layers with variable edge geometry: theory. *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 1270–1280, 1988.
- [52] T. TAMIR UND H.C. WANG. Scattering of electromagnetic waves by a sinusoidally stratified half-space, i. formal solution and analytic approximations. *Can. J. Phys.* **44**, 2073–2094, 1966.
- [53] T. TAMIR. Scattering of electromagnetic waves by a sinusoidally stratified half-space, ii. diffraction aspects at the rayleigh and bragg wavelength. *Can. J. Phys.* **44**, 2461–2494, 1966.
- [54] PH. LALANNE. Convergence performance of the coupled-wave and the differential methods for thin gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1583–1591, 1997.
- [55] M.G. MOHARAM UND T.K. GAYLORD. Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings. *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 1385–1392, 1982.
- [56] M.G. MOHARAM UND T.K. GAYLORD. Rigorous coupled-wave analysis of grating diffraction-e-mode polarization and losses. *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 451–455, 1983.
- [57] M.G. MOHARAM UND T.K. GAYLORD. Rigorous coupled-wave analysis of metallic surface-relief gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **3**, 1780–1787, 1986.
- [58] J. TURUNEN, M. KUITTINEN, UND F. WYROWSKI. Diffractive optics: Electromagnetic approach. In E. WOLF (Hrsg.), *Progress in Optics*, Band XL. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, Netherlands, 2000.

- [59] L. LI UND C.W.HAGGANS. Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 1184–1189, 1993.
- [60] M.G. MOHARAM, D.A. POMMET, E.B. GRANN, UND T.K. GAYLORD. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1077–1086, 1995.
- [61] PH. LALANNE UND G.M. MORRIS. Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 779–784, 1996.
- [62] G. GRANET UND B. GUIZAL. Efficient implementation of the coupled-wave method for metallic lamellar gratings in tm polarization. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1019–1023, 1996.
- [63] E. POPOV UND M. NEVIÈRE. Grating theory: new equations in fourier space leading to fast converging results for tm polarization. *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1773–1784, 2000.
- [64] A. GRAF VON PFEIL UND KLEIN-ELLGUTH. Analyse und Design optischer Systeme mit der Näherung lokal ebener Grenzflächen. Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2001.
- [65] I.N. BRONSTEIN UND K.A.SEMENDAJEW. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Nauka und BSB B.G.Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 20. auflage Auflage, 1981.
- [66] G.J. SWANSON. *Binary optics technology: Theoretical limits on the diffractive efficiency of multilevel diffractive optical elements*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1991.
- [67] E. NOPONEN, J. TURUNEN, UND A. VASARA. Electromagnetic theory of diffractive-lens arrays. *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 434–443, 1993.
- [68] A. VON PFEIL, F. WYROWSKI, A. DRAUSCHKE, UND H. AAGEDAL. Analysis of optical elements with local plane-interface approximation. *Appl. Opt.* **39**, 3304–3313, 2000.
- [69] J.W. GOODMAN. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, 1968.

- [70] M. ROSSI, G.L. BONA, UND R.E. KUNZ. ?? *Appl. Opt.* **33**, 2483–2488, 1995.
- [71] E. NOPONEN UND J. TURUNEN F. WYROWSKI. Synthesis of paraxial-domain diffractive elements by rigorous electromagnetic theory. *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1128–1133, 1995.
- [72] E.B. GRANN, M.G. MOHARAM, UND D.A. POMMET. Artificial uniaxial and biaxial dielectrics with use of two-dimensional subwavelength binary gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 2695–2703, 1994.
- [73] M. SCHMITZ UND O. BRYNGDAHL. Rigorous concept for the design of diffractive microlenses with high numerical apertures. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 901–906, 1997.
- [74] J.M. BENDICKSON, E.N. GLYTSIS, UND T.G. GAYLORD. Scalar integral diffraction methods: unification, accuracy, and comparison with a rigorous boundary element method with application to diffractive cylindrical lenses. *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 1822–1837, 1998.
- [75] T. VALLIUS, V. KETTUNEN AMD M. KUITTINEN, UND J. TURUNEN. Step-discontinuity approach for non-paraxial diffractive optics. *J. Mod. Opt.* **48**, 1195–1210, 2001.
- [76] T. VALLIUS, K. JEFIMOV, V. KETTUNEN, M. KUITTINEN, P. LAAKKONEN, UND J. TURUNEN. Design of non-paraxial illuminators by step-transition perturbation approach. *J. Mod. Opt.* **48**, 1869–1879, 2001.
- [77] P. BLATTNER UND H.P. HERZIG. Rigorous diffraction theory applied to microlenses. *J. Mod. Opt.* **45**, 1395–1403, 1998.
- [78] H. RAETHER. *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [79] W.L. BARNES, S.C. KITSON, T.W. PREIST, UND J.R. SAMBLES. Photonic surfaces for surface-plasmon polaritons. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1654–1661, 1997.
- [80] N.P. WANSTALL, T.W. PREIST, W.C. TAN, M.B. SOBNACK, UND J.R. SAMBLES. Standing-wave surface-plasmon resonances with overhanging zero-order metal gratings. *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 2869–2876, 1998.

- [81] L. SALOMON, F. DE FORNEL, UND P.M. ADAM. Analysis of near field and the far field diffracted by a metallized grating at and beyond the plasmon resonances. *J. Opt. Soc. Am.* **16**, 2695–2704, 1999.
- [82] A. DRAUSCHKE, B. SCHNABEL, UND F. WYROWSKI. Comment on the inverse polarization effect in metal-stripe polarizers. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **3**, 67–71, 2001.
- [83] S.I. BOZHEVOLNYI, V.S. VOLKOV, K. LEOSON, UND J. ERLAND. Observation of propagation of surface plasmon polaritons along line defects in a periodically corrugated metal surface. *Opt. Lett.* **26**, 734–736, 2001.
- [84] PH. LALANNE UND E. SILBERSTEIN. Fourier-modal methods applied to waveguide computational problems. *Opt. Lett.* **25**, 1092–1094, 2000.
- [85] PH. LALANNE, E. SILBERSTEIN, UND J.-P. HUGONIN. Grating theories for modelling photonic devices in integrated optics, Poster auf der Tagung Diffractive Optics 2001, 9.- 11. Oktober 2001.
- [86] E. SILBERSTEIN, PH. LALANNE, J.-P. HUGONIN, UND Q. CAO. Use of grating theories in integrated optics. *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 2865–2875, 2001.
- [87] B. LAYET UND M.R. TAGHIZADEH. Electromagnetic analysis of fan-out gratings and diffractive cylindrical lens arrays by field stitching. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1554–1561, 1996.
- [88] B. LAYET UND M.R. TAGHIZADEH. Analysis of gratings with large periods and small feature sizes by field stitching of the electromagnetic field. *Opt. Lett.* **21**, 1508–1510, 1996.
- [89] D.W. PRATHER, S. SHI, UND J.S. BERGY. Field stitching algorithm for the analysis of electrical large diffractive optical elements. *Opt. Lett.* **24**, 273–275, 1999.
- [90] N.C. GALLAGHER UND S.S. NAQUI. Diffractive optics: scalar and nonscalar design analysis. In I.N. CINDRICH UND S.H. LEE (Hrsg.), *Holographic Optics: Optically and Computer-Generated*, Band 1052, Seite 32–40. Optical Society of America, Washington D.C., 1989.
- [91] J.A. COX, T. WERNER, J. LEE, S. NELSON, B. FRITZ, UND J. BERGSTROM. Diffraction efficiency of binary optical elements. In I.N.

- CINDRICH UND S.H. LEE (Hrsg.), *Computer and Optically Formed Holographic Optics*, Band 1211, Seite 116–124. Optical Society of America, Washington D.C., 1990.
- [92] A. VASARA, E. NOPONEN, J. TURUNEN, J.M. MILLER, UND M.R. TGHIZADEH. Rigorous diffraction analysis of dammann gratings. *Opt. Comm.* **81**, 337–342, 1991.
- [93] A. VASARA, E. NOPONEN, J. TURUNEN, J.M. MILLER, M.R. TGHIZADEH, UND J. TUOVINEN. Rigorous diffraction theory of binary optical interconnects. In G.M. MORRIS (Hrsg.), *Holographic Optics III: Principles and Applications*, Band 1507, Seite 224–238. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 1991.
- [94] A. VASARA, M.R. TGHIZADEH, J. TURUNEN, J. WESTERHOLM, E. NOPONEN, H. ICHIKAWA, J.M. MILLER, T. JAAKOLA, UND S. KUISMA. Binary surface-relief gratings for array illumination in digital optics. *Appl. Opt.* **31**, 3320–3336, 1992.
- [95] E. NOPONEN, J. TURUNEN, UND A. VASARA. Parametric optimization of multilevel diffractive optical elements by electromagnetic theory. *Appl. Opt.* **31**, 5910–5912, 1992.
- [96] E. NOPONEN, A. VASARA, J. TURUNEN, M. MILLER, UND M.R. TAGHIZADEH. Synthetic diffractive optics in the resonance domain. *J. Opt. Soc. Am. A* **9**, 1206–1213, 1992.
- [97] A. WANG UND A. PRATA JR. Lenslet analysis by rigorous vector diffraction theory. *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1161–1169, 1995.
- [98] D.W. PRATHER, M.S. MIROTZNIK, UND J.N. MAIT. Boundary element method for analysis and design of one-dimensional diffractive elements. In *Diffractive Optics and Micro-Optics*, Band 5, Seite 9–14. Optical Society of America, Washington D.C., 1996.
- [99] M. ROSSI, C.G. BLOUGH, D.H. RAGUIN, E.K. POPOV, UND D. MAYSTRE. Diffraction efficiency of high-na continuous-relief diffractive lenses. In *Diffractive Optics and Micro-Optics*, Band 5, Seite 233–236. Optical Society of America, Washington D.C., 1996.

- [100] Y. SHENG, D. FENG, UND S. LAROCHELLE. Analysis and synthesis of circular diffractive lens with local linear grating model and rigorous coupled-wave theory. *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 1562–1568, 1997.
- [101] W.-H. LEE. Computer generated holograms: techniques and applications. In E. WOLF (Hrsg.), *Progress in Optics*, Band XVI, Seite 119–223. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1978.
- [102] W.J. DALLAS. Computer-generated holograms. In B.R. FRIEDEN (Hrsg.), *Computers in optical Research*, Band 41, Seite 291–366. Springer Verlag, Berlin, 1980.
- [103] M. KUITTINEN UND H.P. HERZIG. Encoding of efficient diffractive microlenses. *Opt. Lett.* **20**, 2156–2158, 1995.
- [104] S. SINZINGER UND V. ARRIZÓN. High-efficient detour-phase holograms. *Opt. Lett.* **22**, 928–930, 1997.
- [105] U. LEVY, E. MAROM, UND D. MENDLOVIC. Modification of detour phase computer-generated holograms. *Appl. Opt.* **37**, 3044–3052, 1998.
- [106] E. NOPONEN UND J. TURUNEN. Binary high-frequency-carrier diffractive optical elements: electromagnetic theory. *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 1097–1109, 1994.
- [107] E. TERVONEN, J. TURUNEN, UND J. PEKOLA. Pulse-frequency-modulated high-frequency-carrier diffractive elements for pattern projection. *Opt. Eng.* **33**, 2579–2587, 1994.
- [108] P. EHBETS, H.P. HERZIG, M. KUITTINEN, F.S.M. CLUBE, UND Y. DARBELLAY. High-carrier-frequency fan-out gratings fabricated by total internal reflection holographic lithography. *Opt. Eng.* **34**, 2377–2383, 1995.
- [109] E. NOPONEN UND J. TURUNEN. Complex-amplitude modulation by high-carrier-frequency diffractive elements. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 1422–1428, 1996.
- [110] F. WYROWSKI. Considerations on convolutions and phase factors. *Opt. Comm.* **81**, 353–358, 1990.

- [111] P. YEH, A. YARIV, UND C.S. HONG. Electromagnetic propagation in periodic stratified media i. general theory. *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 423–438, 1977.
- [112] P. YEH. A new optical model for wire grid polarizers. *Opt. Comm.* **26**, 289–292, 1978.
- [113] G. BOUCHITTE UND R. PETIT. Homogenization techniques as applied in electromagnetic theory of gratings. *Electromagnetics* **5**, 17–36, 1985.
- [114] S.Y. CHOU, S.SCHABLITZKY, UND L. ZHUANG. Subwavelength transmission gratings and their applications in vcsels. *SPIE* **3290**, 73–81, 1997.
- [115] H. KIKUTA, Y. OHIRA, H. KUBO, UND K. IWATA. Effective medium theory of two dimensionals subwavelength gratings in the non-quasi-static limit. *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 1577–1585, 1998.
- [116] M.-S.L. LEE, PH. LALANNE, UND P. CHAVEL. Blazed-binary diffractive elements with periods much larger than the wavelength. *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1250–1255, 2000.
- [117] P. LALANNE UND J.-P. HUGONIN. High-order effective-medium theory of subwavelength gratings in classical mounting: application to volume holograms. *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 1843–1851, 1998.
- [118] V. KETTUNEN, M. KUITTINEN, UND J. TURUNEN. Effects of abrupt surface-profile transitions in nonparaxial diffractive optics. *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 1257–1260, 2001.
- [119] H. TAMADA, T. DOUMUKI, T. YAMAGUCHI, UND S. MATSUMOTO. Al wire-grid polarizer using the s-polarization resonance effect at the 0.8- $\mu$ m-wavelength band. *Opt. Lett.* **22**, 419–421, 1997.
- [120] B. SCHNABEL, E.-B. KLEY, UND F. WYROWSKI. Study on polarizing visible light by subwavelength-period metal-stripe gratings. *Opt. Eng.* **38**, 220–226, 1999.
- [121] M. HONKANEN, V. KETTUNEN, M. KUITTINEN, J. LAUTANEN, J. TURUNEN, B. SCHNABEL, UND F. WYROWSKI. Inverse metal-stripe polarizers. *Appl. Phys. B* **68**, 81–85, 1999.
- [122] A. DRAUSCHKE. Speckles in grating regions. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **3**, 500–503, 2001.

- [123] J.J. BURCH. A computer algorithm for the synthesis of spatial frequency filters. *IEEE Proceedings* **55**, 599–601, 1967.
- [124] W.-H. LEE. Sampled fourier transform hologram generated by computer. *Appl. Opt.* **9**, 639–643, 1970.
- [125] R.W. GERCHBERG UND W.O. SAXTON. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane figures. *Optik* **35**, 237–246, 1972.
- [126] W.-H. LEE. Binary synthetic holograms. *Appl. Opt.* **13**, 1677–1682, 1974.
- [127] J.P. KIRK UND A.L.JONES. Phase-only complex-valued spatial filter. *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1023–1028, 1971.
- [128] M.A. SELDOWITZ, J.P. ALLEBACH, UND D.W. SWEENEY. Synthesis of digital holograms by direct binary search. *Appl. Opt.* **26**, 2788–2798, 1987.
- [129] M. NIETO-VESPERINAS, R. NAVARRO, UND F.J. FUENTES. Performance of a simulated-annealing algorithm for phase retrieval. *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 30–38, 1988.
- [130] M.S. KIM, M.R. FELDMAN, UND C.C. GUEST. Optimum encoding of binary phase-only filters with a simulated annealing algorithm. *Opt. Lett.* **14**, 545–547, 1989.
- [131] S. WEISSBACH, F. WYROWSKI, UND O. BRYNGDAHL. Coputer holography: object dependent determistic diffusers. *Opt. Comm.* **72**, 37–41, 1989.
- [132] J.N. MAIT. Design of binary-phase and multiphase fourier gratings for array generation. *J. Opt. Soc. Am. A* **7**, 1514–1528, 1990.
- [133] B.K. JENNISON, J.P. ALLEBACH, UND D.W. SWEENEY. Efficient design of direct-binary-search computer-generated holograms. *J. Opt. Soc. Am. A* **8**, 652–660, 1991.
- [134] W.J. SMITH UND G.O.S.INC. *Modern Lens Design - A resource Manual*. McGraw-Hill, New York, 1992.
- [135] H. SCHWARZER. Error-Diffusion-Algorithmen zur schnellen Quantisierung digitaler Hologramme. Studienarbeit, Universität Karlsruhe, Institut für Algorithmen und Kognitive Systeme, 1993.



- [136] N. YOSHIKAWA UND T. YATAGAI. Phase optimization of a kinoform using simulated annealing. *Appl. Opt.* **33**, 863, 1994.
- [137] J.-Y. ZHUANG UND O.K. ERSOY. Fast decimation-in-frequency direct binary search algorithms for synthesis of computer-generated holograms. *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 135–143, 1994.
- [138] B.R. BROWN. Multi-element diffractive optical designs ausing evolutionary programming. In I. CINDRICH UND S.H. LEE (Hrsg.), *Diffractiove and Holographic Optics Technology II*, Band 2404, Seite 17–27. SPIE- The International Society for optical Engeneering, 1995.
- [139] T. ISERNIA, V. PASCAZIO, R. PIERRI, UND G. SCHIRINZI. Image reconstruction from fourier transform magnitude with applications to synthetic aperture radar imaging. *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 922–934, 1996.
- [140] Y. LIN, T.J. KESSLER, UND G.N. LAWRENCE. Design of continuous surface-relief phase plates by surface-based simulated annealing to achieve control of focal-plane irradiance. *Opt. Lett.* **21**, 1703–1705, 1996.
- [141] C.Y. LU, H.Z. LIAO, C.K. LEE, UND J.S. WANG. Energy control by linking individual patterns to self-repeating diffractive optical elements. *Appl. Opt.* **36**, 4702–4712, 1997.
- [142] L. LEGEARD, PH. RÈFRÈGIER, UND P. AMBS. Multicriteria optimality for iterative encoding of computer-generated holograms. *Appl. Opt.* **36**, 7444–7449, 1997.
- [143] J. TURUNEN, A. VASARA, UND J.WESTERHOLM. Kinoform phase relief synthesis: a stochastic method. *Opt. Eng.* **28**, 1162–1167, 1997.
- [144] H. SCHIMMEL. Strategien zum wellenoptischen Systemdesign. Diplomarbeit, Friedrich Schiller Universität, Institut für Angewandte Physik, 1999.
- [145] W. WANG, T. LI, UND Y.-P. LI. A hybrid algorithm for the design of doe in uniform illumination. *Opt. Comm.* **181**, 261–265, 2000.
- [146] B.B. CHHETRI, SH. YANG, UND T. SHIMOMURA. Stochastic approach in the efficient design of the direct-binary-search algorithm for hologram synthesis. *Appl. Opt.* **39**, 5956–5964, 2000.
- [147] J.-N. GILLET UND Y. SHENG. Iterative simulated quenching for designing irregular-spot-array generators. *Appl. Opt.* **29**, 3456–3465, 2000.

- [148] D.Y. TSENG, J. SHMOYS, UND A. HESSEL. Bragg-angle blazing of diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 380–384, 1975.
- [149] E.V. JULL, J.W. HEATH, UND G.R. EBBESON. Gratings that diffract all incident energy. *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 557–560, 1977.
- [150] J. TURUNEN, P.B. BLAIR, J.M. MILLER, UND M.R. TAGHIZADEH. Bragg holograms with binary synthetic surface-relief profile. *Opt. Lett.* **18**, 1022–1024, 1993.
- [151] F. WYROWSKI. Upper bound of the diffraction efficiency of diffractive phase elements. *Opt. Lett.* **16**, 1915–1917, 1991.
- [152] U. KRACKHARDT, J.N. MAIT, UND N. STREIBL. Upper bound on the diffraction efficiency of phase-only fanout elements. *Appl. Opt.* **31**, 27–37, 1992.
- [153] P. PERTSCH (Hrsg.). *Einführende Beiträge zur Mikrolithographie*. Wissenschaftliche Beiträge der FSU Jena, Friedrich-Schiller-Universität, Jena, 1982.
- [154] K.A. VALIEV. *The physics of submicron Lithography*. Plenum Press, New York, 1992.
- [155] I. BRODIE UND J.J. MURAY. *The Physics of Micro/Nano Frabrication*. Plenum Press, New York, 1992.
- [156] S.H. LEE. *Diffractive and Miniaturized Optics*, Band CR49. SPIE Press, 1993.
- [157] E.-B. KLEY. Continuous profile writing by electron end optical lithography. *Microel. Eng.* **Bd: 34**, 261–298, 1997.
- [158] P. RAI-CHOUDHURY (Hrsg.). *Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication*. SPIE Press, 1997.
- [159] M. KÖHLER. *Ätzverfahren für die Mikrotechnik*. Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 1998.
- [160] S. SINZINGER UND J.JAHNS. *Microoptics*. WILEY-VCH, Weinheim, 1999.

# Lebenslauf

Name	DRAUSCHKE
Vorname	ANDREAS
Geburtsdatum	05. Juni 1972
Geburtsort	Frankfurt/Oder
Eltern	SWETLANA DRAUSCHKE, geb. PUSRAKOVA und WERNER DRAUSCHKE
Familienstand	ledig
1979-1982	Polytechnische Oberschule Voßberg
1982-1989	Polytechnische Oberschule Vockerode
1989-1991	Erweiterte Oberschule/Gymnasium „Philanthropinum“ Dessau
Juni 1991	Abitur
1991-1996	Physikstudium an der Friedrich-Schiller-Universität Jena
September 1996	Diplom
1996-1997	Grundwehrdienst
seit November 1997	Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand am Institut für Angewandte Physik, Friedrich-Schiller-Universität Jena

## Danksagung

Ich möchte mich bei allen bedanken, die mit viel Geduld zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Herrn Prof. WYROWSKI danke ich für die Möglichkeit, meine Dissertation am Institut für Angewandte Physik in Jena anfertigen zu können. Ohne die großzügig gewährten Freiheiten und vielfältigen und fruchtbaren Diskussionen wäre die Arbeit nicht möglich gewesen.

PASI VAHIMAA danke ich für die unermüdliche Unterstützung bei der Implementierung und den häufigen Tests des verwendeten *FMM*-Algorithmus.

BERND KLEEMANN, ANDREAS ERDMANN und MICHAEL TOTZECK möchte ich für die tiefgreifenden Diskussionen über die Stabilitäts- und Konvergenzproblematik verschiedener rigoroser Berechnungsmethoden danken, welche mir einen besonderen Einblick in die Methoden der rigorosen Berechnungen gewährten und welche ich hoffe, auch in Zukunft weiterführen zu dürfen.

Der Arbeitsgruppe Mikrooptik verdanke ich tatkräftige Hilfestellung bei der Realisierung der optischen Elemente. Insbesondere mag ich meinen Dank FRAU GRÄF, ERNST-BERNHARD KLEY, HANS-JÖRG FUCHS, VOLKMAR SCHMEISSER, HOLGER SCHMIDT und WERNER ROCKSTROH für die Herstellung der Elemente und Prof. TÜNNERMANN, HOLGER ZELLMER, STEFAN NOLTE, DETLEF SCHELLE und KARSTEN ZÖLLNER für die Hilfestellung bei den jeweiligen experimentellen Untersuchungen aussprechen.

Der Kaffeerunde der Arbeitsgruppe Mikrooptik ist zu verdanken, daß mein Augenmerk auch auf Gebiete außerhalb meiner fachlichen Untersuchungen gerichtet wurde. Die Gespräche waren mir immer wieder ein besonderes Vergnügen.

Dem Physikalischen Grundpraktikum, insbesondere TORSTEN ZENTGRAF und FRAU HILBERT, möchte ich für das Wecken des Interesses an Experimenten und für die gegebene Möglichkeit, auf diese Art mit Studenten zusammenarbeiten zu können meinen Dank aussprechen. Die Erfahrungen aus meiner Zeit als Betreuer erscheinen mir aus heutiger Sicht besonders wichtig.

Meinen Eltern und meiner Familie danke ich für die Unterstützung während der Zeit meines Studiums und dem steten Zuspruch im Laufe der Promotion.

Nichtzuletzt gilt mein ganz besonderer Dank MARTINA, welche mich stets mit unendlicher Geduld während der Erstellung der Arbeit begleitete. Trotz der großen Entfernung wurdest du nicht müde, mich stets tatkräftig zu unterstützen.

# Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt entnommenen Daten und Konzepte sind unter der Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung des Materials haben mir nachstehend aufgeführte Personen in der jeweils beschriebenen Weise unentgeltlich geholfen:

1. Herr Prof. FRANK WYROWSKI als Betreuer dieser Arbeit

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorliegenden Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere ehrenwörtlich, daß ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit sage und nichts verschwiegen habe.

Jena, den 31.03.2002

ANDREAS DRAUSCHKE